УДК 681.121

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЕНЕРГОВМІСТУ ПРИРОДНОГО ГАЗУ

Романів В.М. Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна

У статті запропонована математична модель для визначення енерговмісту природного газу на основі статистичних методів аналізу, яка може бути використана для побудови витратовимірювальних комплексів

Вступ. Постановка проблеми

Основною якісною характеристикою природного газу є його теплотворна здатність, яка залежить від компонентного вмісту вуглеводневих (горючих) газів. Нижча теплотворна здатність компонентів природного газу змінюється у діапазоні від 33,37 МДж/м^3 у метану до 212,7 МДж/м^3 в Н-октану [1]. Саме цей показник повинен визначатись при реалізації газу споживачам згідно ГОСТ 22667. У випадку, коли компонентний склад невідомий, теплотворну здатність газу H_c (питому об'ємну теплоту згорання) визначають з виразу [1]:

$$H_c = 85{,}453 \cdot (0{,}5219 \cdot \rho_c + 0{,}042420 - 0{,}65197 \cdot X_a - X_y), \qquad (1)$$

де c_c – густина газової суміші за стандартних умов;

X_a, X_y- молярні долі азоту і діоксиду вуглецю відповідно.

Теплотворна здатність газового потоку на магістральних газопроводах визначається потоковими хроматографами, а у газопроводах середнього тиску компонентний склад газу контролюється шляхом відбору проб із подальшим визначенням у лабораторіях за допомогою стаціонарних хроматографів. Основним завданням контролю є недопущення постачання споживачу газової суміші теплотворна здатність, якої менша за допустиму (7600 ккал, або 31,8 МДж), а його суттєвим недоліком є відсутність можливості вимірювання у режимі реального часу.

На сьогодні облік природного газу здійснюється об'ємними витратомірами та лічильниками газу в м^3/с або м^3 без врахування енерговмісту газового потоку, але є низка великих металургійних та хімічних підприємств, теплоелектростанцій та інших споживачів для яких енерговміст газу впливає на якість продукції і технологічних процесів. Зв'язок енерговмісту газового потоку E із його теплотворною здатністю H_c можна представити виразом [2]:

$$E = \sum_{i=1}^{n} H_{ci} \cdot V_{ci}, \qquad (2)$$

де V_{ci} - об'єм газу, приведений до стандартних умов; H_{ci} – теплотворна здатність горючого газу за стандартних умов, визначена в інтервалі $Д_{фi}$; $Д_{фi}$ - і-тий проміжок часу між двома визначеннями H_c.

Провідні приладобудівні компанії (Actaris, Elster Instromet, Siemens) займаються розробкою витратовимірювальних комплексів для обліку енерговмісту природного газу в МДж або ккал. Загальною концепцією для всіх виробників є синтез сучасних мікрохроматографів, побудованих на основі новітніх технологій із об'ємними витратовимірювальними комплексами або лічильниками газу. Існуючі комплекси можуть вимірювати безпосередньо енергію, яка міститься у газовому потоці з високою точністю, та часом одного вимірювання не менше 5 хвилин. Але основним недоліком витратовимірювальних комплексів є їх велика вартість та складність обслуговування, що не сприяє широкому застосуванню таких комплексів серед споживачів. Отже, метою дослідження було розробити математичну модель для визначення компонентного складу природного газу, яка в подальшому була б основою для розробки витратовимірювальних комплексів для обліку енерговмісту природного газу.

Аналіз компонентного складу природного газу

Для створення математичної моделі було проаналізовано дані компонентного складу з 44 газових родовищ Російської федерації, України та Середньої Азії одержаних із літературних джерел [3], а також дані з 8 – ми газопроводів України отримані автором внаслідок аналізу сертифікатів-паспортів на газ безпосередньо у сертифікованих лабораторіях в періоді з 2005 по 2006 рік. Основні статистичні характеристики складу природного газу (мінімальне, максимальне та середнє значення, СКВ) з джерел наведені в таблиці 1.

Таблиця 1 - Основні статистичні характеристики складу природного газу

Компоненти природного газу	CH4	C2H6	C3H8	C4H10	C5H12+	CO2	N2+	H2S
Мін, *Y*	0,514	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,000
Середнє	0,907	0,029	0,011	0,005	0,003	0,005	0,029	0,001
Max, *X*	0,992	0,102	0,126	0,076	0,036	0,050	0,260	0,032
СКВ	0,096	0,024	0,020	0,012	0,006	0,008	0,043	0,006
Коефіцієнт варіації	0,106	0,831	1,847	2,229	1,934	1,420	1,487	4,179

Коефіцієнт варіації в табл.1 показує варіабельність (рівень розкиду) даних відносно середнього значення.

Як слідує з рядка 2 табл.1 метан становить 90,7% від усього газу по об'єму при коефіцієнті варіації 0,106. Слід звернути увагу на розкид значень у вибірці. Це говорить про наявність у даних екстремальних значень, які можуть негативно впливати на статистичні висновки. Інші складові природного газу мають також екстремальні значення, що підтверджено високими значеннями їх коефіцієнтів варіації.

На рис.1 наведено гістограму розподілу значень CH4. Кількість інтервалів для побудови гістограми розраховувалась за формулою [4]:

$$n = 2.32 \cdot \ln(N_{в}), \quad (3)$$

де $N_в$ – об'єм вибірки.

По осі абсцис на рис. 1 відкладено крок, який дорівнює:

$$p = \frac{X - Y}{n} \quad (4)$$

де X, Y –максимальне та мінімальне значення вибірки.

По осі ординат відкладено кількість значень, які попали у відповідний інтервал.

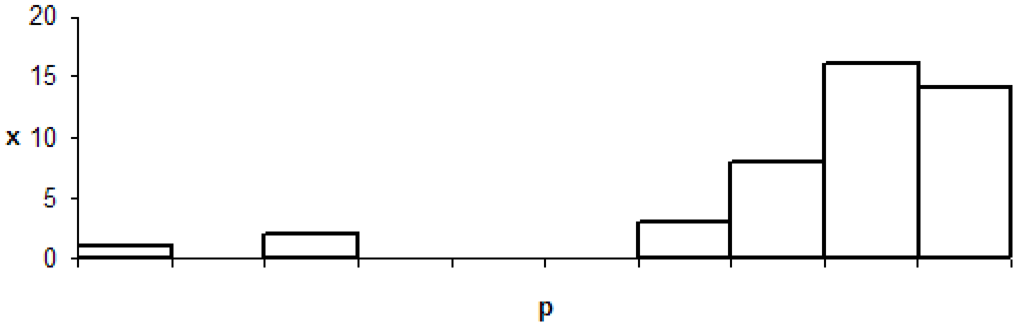

Рисунок 1 – Гістограма розподілу

З гістограми на рис.1 видно, що у вихідних даних існує декілька значень, які різко відрізняються від основної маси значень даних. Відповідні гістограми було побудовано для інших вуглеводневих компонентів природного газу, де спостерігається також відхилення окремих значень від їх основної маси. Було проведено аналіз взаємозв'язків компонентів складових природного газу (кореляційний аналіз). У таблиці 2 наведено кореляційну матрицю для компонент складу природного газу.

Таблиця 2 - Кореляційна матриця компонентного складу природного газу

Компонентний склад	CH4	C2H6	C3H8	C4H10	C5H12+	CO2	N2+	H2S
CH4	1	-0,641	-0,603	-0,54	-0,535	-0,118	-0,466	-0,033
C2H6	-0,641	1	0,753	0,677	0,66	0,061	0,138	-0,048
C3H8	-0,603	0,753	1	0,975	0,933	0,015	0,074	-0,057
C4H10	-0,54	0,677	0,975	1	0,966	0,031	0,021	-0,061
C5H12+	-0,535	0,66	0,933	0,966	1	0,055	0,018	-0,047
CO2	-0,118	0,061	0,015	0,031	0,055	1	-0,104	0,684
N2+	-0,466	0,138	0,074	0,021	0,018	-0,104	1	-0,117
H2S	-0,033	-0,048	-0,057	-0,061	-0,047	0,684	-0,117	1

З аналізу кореляційної матриці випливає наступне:

– супутні гази слабо корелюють з вуглеводневими газами. Так, найбільший коефіцієнт кореляції за абсолютною величиною становить 0,466 для метану і азоту;

– супутні гази так само слабо корелюють між собою;

– кореляція між вуглеводневими газами є вищою за середню (середнє значення коефіцієнта кореляції за абсолютною величиною більше за 0,5).

Слід звернути увагу на досить високі значення коефіцієнтів кореляції між C3H8 і C4H10 (коефіцієнт кореляції - 0,975) і між C3H8 і C5H12 (коефіцієнт кореляції 0,933), що дозволяє використати виміряне значення концентрації C3H8 для розрахунку відповідних значень C4H10 і C5H12. Оскільки коефіцієнт кореляції між CH4,C2H6 та іншими вуглеводневими газами є невисоким (максимальний коефіцієнт кореляції між C2H6 і C3H8 становить 0,753), то на підставі розрахунків визначити концентрацію C2H6 і C3H8 з достатньою точністю є неможливим.

Отже, для визначення концентрацій вуглеводневих газів у газовому потоці достатньо виміряти значення концентрації для CH4, C2H6, C3H8, а значення концентрації для C4H10 і C5H12+ знайти розрахунковим шляхом.

Нами було проведено аналіз однорідності вибірки даних для забезпечення надійності статистичних висновків. Для цього кожне родовище або трубопровід представимо як деяку точку у восьмивимірному (відповідному до кількості компонент) просторі значень концентрації складових природного газу.

Для відображення восьмивимірного простору у просторі меншої розмірності, що допускає адекватну інтерпретацію відображення окремих точок у восьмивимірному просторі використано метод головних компонент. Це досягається проектуванням даних на оптимально обраний простір меншої розмірності. Для методу головних компонент характерною є властивість найкращої самовідтворюваності і відновлення геометричної структури розподілу значень у багатовимірному просторі.

Розмірність оптимального простору можна визначити за допомогою критерію [5]:

$$\chi(n) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n}{\sum\limits_{i=1}^{N} \lambda_i}, \qquad (5)$$

де N – розмірність простору вихідних даних (N =8), n – розмірність простору, що отримана за допомогою методу головних компонент.

В загальному, метод головних компонент полягає у вирішенні наступного рівняння [5]:

$$(\overline{R} - \lambda_i \cdot \overline{I}) \cdot \overline{\alpha}_i = 0, \qquad (6)$$

де $\overline{R}$ – кореляційна матриця вхідних даних, $\overline{I}$ – одинична матриця, λ_i – і-те

власне число кореляційної матриці $\overline{R}$ ($i=1, N$), $\overline{a}_i$.- власний вектор, що відповідає і-тому власному числу λ_i

Рівняння (6) може бути вирішене ітераційним методом або методом Якобі.

Значення критерію інформативності (розмірності простору) *ч(n)* розраховані для кореляційної матриці вхідних даних (табл.2) наведено на рис. 2.

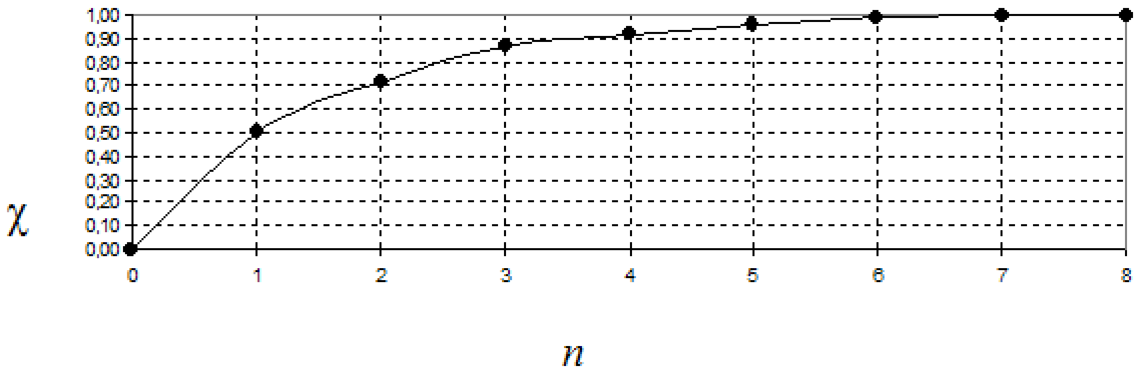

Рисунок 2 – Значення коефіцієнта інформативності *ч(n)*

Розраховані значення власних чисел кореляційної матриці $\overline{R}$ і відповідні їм значення власних векторів наведені у таблицях 3, 4.

Аналіз графіку коефіцієнта інформативності показує, що восьмивимірний простір вхідних даних може бути зведений до чотирьохвимірного простору, який визначає більш ніж 92% всієї дисперсії початкової вибірки.

Таблиця 3 - Власні числа

Компонентний склад	CH4	C2H6	C3H8	C4H10	C5H12+	CO2	N2+	H2S
Власні числа	3,983	1,719	1,226	0,437	0,309	0,258	0,057	0,012

Таблиця 4 - Перших 4 власних вектора кореляційної матриці R

Власні вектори	CH4	C2H6	C3H8	C4H10	C5H12+	CO2	N2+	H2S
F1	-0,7700	0,8640	1,0000	0,9770	0,9620	0,0620	0,1980	-0,0530
F2	-0,0410	0,0077	-0,0140	-0,0002	0,0023	1,0000	-0,2790	0,9980
F3	-0,5770	0,0660	-0,1840	-0,2690	-0,0263	0,1310	1,0000	0,1270
F4	0,7220	-1,8230	0,4040	0,7830	0,8220	-0,1050	1,0000	0,4070

Таблиця 5 - Цензуровані дані вибірки

Компоненти	CH4	C2H6	C3H8	C4H10	C5H12+	CO2	N2+	H2S
Мін	0,859	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,000
Середнє	0,940	0,025	0,007	0,004	0,002	0,004	0,017	0,000
Max	0,992	0,067	0,035	0,020	0,016	0,014	0,043	0,003
СКВ	0,038	0,020	0,009	0,005	0,003	0,003	0,010	0,001

Таблиця 6 - Кореляційна матриця цензурованої вибірки

Комп.склад	CH4	C2H6	C3H8	C4H10	C5H12+	CO2	N2+	H2S
CH4	1	-0,912	-0,908	-0,801	-0,737	-0,232	-0,374	-0,128
C2H6	-0,912	1	0,827	0,705	0,641	0,25	0,071	0,197
C3H8	-0,908	0,827	1	0,882	0,769	0,107	0,162	0,077
C4H10	-0,801	0,705	0,882	1	0,882	0,192	0,053	0,27
C5H12+	-0,737	0,641	0,769	0,882	1	0,171	0,018	0,149
CO2	-0,232	0,25	0,107	0,192	0,171	1	-0,077	0,513
N2+	-0,374	0,071	0,162	0,053	0,018	-0,077	1	-0,122
H2S	-0,128	0,197	0,077	0,27	0,149	0,513	-0,122	1

При аналізі геометричних структур даних у просторі перших чотирьох головних компонент (власних векторів) було визначено екстремальні значення родовищ та газопроводів, які у подальшому не розглядатимуться, тобто було здійснене цензурування вибірки.

Основні статистичні характеристики для цензурованої вибірки наведені у табл. 5, а кореляційна матриця у табл. 6. Як випливає із аналізу з таблиць 5 та 6 різниця між мінімальним та максимальним значеннями для компонент газу у цензурованій вибірці суттєво зменшилась в порівнянні з не цензурованою вибіркою (табл.1).

Побудова математичної моделі

Розглянемо залежності сумарної концентрації C4H10 і C5H12+, вважаючи,

що значення компонентів CH4, C2H6 і C3H8 будуть одержані за допомогою вимірювань.

Методика розрахунку заснована на методі головних компонент, враховуючи властивість найменшої помилки “автопрогнозу” або найкращої самовідтворюваності. Доведено [5], що за допомогою перших s головних компонент досягається найкращий прогноз признаку (суми C4H10 і C5H12+) серед усіх можливих лінійних комбінацій вихідних даних. Критерій вибору кількості головних компонент може бути розрахований з виразу:

$$\sigma = \frac{\lambda_n + \lambda_{n+1} + \ldots \lambda_s}{\sum_{i=1}^{N} \lambda_i}, \qquad (7)$$

де s – кількість обраних головних компонент, N – кількість вуглеводневих газів, N=4 (CH4, C2H6, C3H8 і C4H10+C5H12).

Графік критерію у наведено на рис. 3. Як видно з рис. 3 перші дві головні компоненти визначають 97,6% всієї дисперсії початкової вибірки компонентного складу вуглеводневих газів. Значення власних чисел для кореляційної матриці вуглеводневих газів, а також відповідні їм значення власних векторів наведені у таблиці 7.

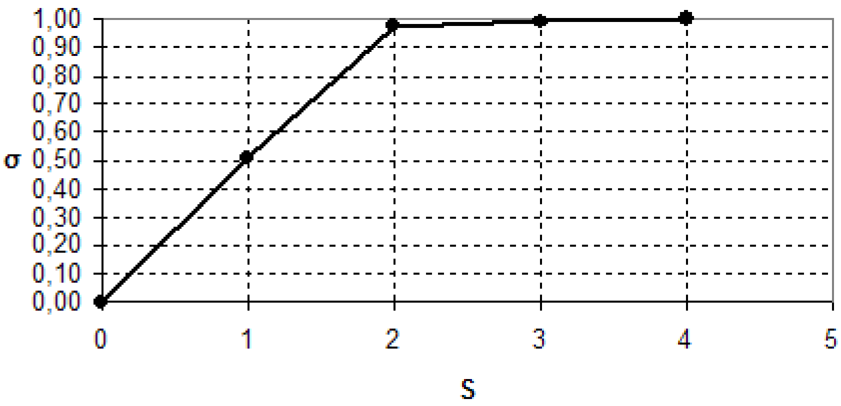

Рисунок 3 - Графік критерію γ

Таблиця 7- Власні числа та відповідні їм значення власних векторів

Власні числа	CH4	C2H6	C3H8	Сума C4H10 і C5H12+
	3,5080	3,2500	0,1050	0,0620
Вектор першої головної компоненти	-0,9990	0,9560	1,0000	0,9320
Вектор другої головної компоненти	0,4810	-0,9990	0,1520	1,0000

Розподіл значень концентрації вуглеводневих газів у просторі першої головної компоненти *F1* та концентрації V_k наведено на рис. 4. На цьому рисунку представлений розкид сумарної концентрації C4H10 і C5H12+ у залежності від першої головної компоненти кореляційної матриці виміряних значень газів CH4, C2H6, C3H8. Враховуючи, що функція розподілу сумарної концентрації газів C4H10 і C5H12+ не може бути описана нормальним законом розподілу (рис.1) для обробки цих даних було застосовано метод медіанної фільтрації.

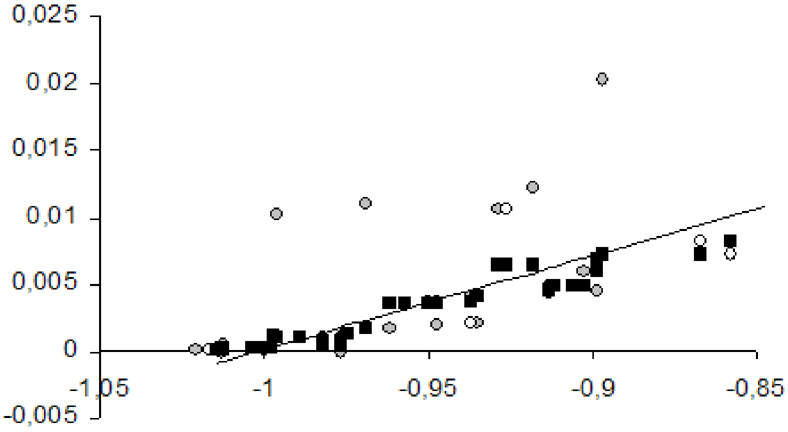

Рисунок 4 - Функція концентрації суміші C4H10 і C5H12+ у залежності від виміряних значень CH4, C2H6, C3H8 у площині головної компоненти F1 і концентрації V_k.

Метод медіанної фільтрації не залежить від функції розподілу і не залежить від екстремальних значень даних. Суть методу полягає у визначенні медіани з наперед заданою кількістю вихідних даних (3, 5, 7 і т.д.). На рис. 4 показано результат медіанної фільтрації 3Х3М (трикратна послідовна фільтрація по трьох точках) і рівняння апроксимації відфільтрованих значень сумарної концентрації С4Н10 і С5Н12+ матиме вид:

$$V_k = A + B \cdot F1, \tag{8}$$

де V_k – концентрація суміші газів С4Н10 і С5Н12+,

F1 – значення першої головної компоненти (табл. 7);

A і *B* – емпіричні коефіцієнти .

Враховуючи значення коефіцієнтів значень першої головної компоненти (табл. 7) і формулу (8) сумарна концентрація С4Н10 і С5Н12+ може бути розрахована за формулою:

$$V_k = 0.06928 + 0.06944 \cdot (0.999 V_{CH4} + 0.956 V_{C2H6} + 1.0 V_{C3H8}), \tag{9}$$

де - V_{CH4}, V_{C2H6}, V_{C3H8} - об’ємні концентрації відповідно метану, етану і пропану у природному газі

Формула (9) отримана за методом найменших квадратів при використанні значень власних векторів кореляційної матриці вуглеводневих газів. Коефіцієнт кореляції для даної моделі становить 0,957, тобто адекватність моделі висока.

Побудуємо математичну модель визначення енерговмісту природного газу. Енерговміст природного газу визначається, з одного боку, компонентним складом, а з іншого – теплотою згоряння певних компонент. Розподіл теплот згоряння для середніх значень компонент природного газу наведено в табл.8.

З аналізу табл.8 випливає наступне:

- середня теплота згоряння природного газу становить 8181,93 ккал/м3;

- гази С4Н10, С5Н12+, суміш яких розраховується, становлять всього 2,18 % від сумарної теплоти згоряння природного газу;

- гази, компонентний склад яких вимірюється, дають 97,82 % від сумарної теплоти згоряння газової суміші, серед яких на метан припадає 91,68 %.

Таблиця 8-Розподіл теплоти згоряння компонент природного газу

Компоненти природного газу	CH4	C2H6	C3H8	C4H10	C5H12+
Середній вміст	0,94	0,025	0,007	0,004	0,002
Теплота згоряння згідно ГОСТ 22667, ккал/м^3	7980	14300	20670	27435	34400
Теплота горяння, приведена до середнього вмісту, ккал/м^3	7501,2	357,5	144,69	109,74	68,8
Накопичена теплота згоряння по компонентах, ккал/м^3	7501,20	7858,70	8003,39	8113,13	8181,93
% вклад кожного компонента в сумарну теплоту згоряння	91,68%	4,37%	1,77%	1,34%	0,84%

Для визначення залежності теплоти згоряння C4H10, C5H12+ від їх сумарної концентрації запропоновано лінійну модель виду:

$$H_K = G \cdot V_k, \tag{10}$$

де H_k – теплота згоряння суміші газів C4H10, C5H12+; V_k – сумарна концентрація газів C4H10 і C5H12+; G – коефіцієнт моделі, фізична сутність якого полягає в еквівалентному визначенні теплоти згоряння суміші газів C4H10, C5H12+.

У результаті розрахунку отримане значення коефіцієнта G для суміші газів C4H10 і C5H12+, рівне 29962,22 ккал/м^3.

Таким чином, загальна модель для визначення енерговмісту природного газу матиме вид:

$$E = \sum_{j=1}^{m} H_{Cj} \cdot V_j + H_k \cdot V_k, \tag{11}$$

де H_{cj}, V_j – теплотворна здатність та об'ємна концентрація CH4, C2H6, C4H8 відповідно.

Висновок

Одержана математична модель (11) може бути використана для подальших досліджень при розробці витратовимірювальних комплексів для обліку енерговмісту природного газу .

Література

1. Андріїшин М.П., Канівський С.О., Карпаш О.М., Марчук Я.С., Петришин І.С., Руднік А.А., Середюк О.Є., Чеховський С.А. Вимірювання витрати та кількості газу: Довідник. - Івано-Франківськ: ПП "Сімик", 2004.-160с.
2. Пістун Є.П., Лесовой Л.В. Нормування витратомірів змінного перепаду тиску. – Львів:Видавництво ЗАТ "Інститут енергоаудиту та обліку енергоносіїв", 2006.-576.
3. Деточенко А.В., Михеїв А.Л.,Волков М.М. Спутник газовика. Справочник. М.: Недра, 1978. -311 с.
4. Статистические методы для ЭОМ. Под ред. К. Энслейна, Э. Рэлстона, Г.С. Уилфа: Пер. с англ. Под ред. М.Б. Малютова. - М.: Наука, 1986. - 464 с.
5. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: Справ.изд./ С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюкав, Л.Д. Мешалкин. Под ред. С.А. Айвазяна. - М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

Романив В.М. **Математическая модель для определения энергосодержания природного газа.** В статье предложена математическая модель определения энергосодержания природного газа на основе статистических методов анализа, которая может быть использована для построения расходо-измерительных комплексов.	Romaniv V.M. **Mathematical model of power intensity of natural gas.** In this article a mathematical model of power intensity of natural gas was propounded. It was made using statistical methods of analysis and if can be used for building up expenditure measurement complexes.

Надійшла до редакції
28 лютого 2007 року