

УДК 528.541.4(088.8)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИЧЕСКИМИ ПРИБОРАМИ

*Сафарян В.А, Гераимчук М.Д., Национальный технический университет Украины  
"Киевский политехнический институт", г. Киев, Украина*

*Статья посвящена исследованиям точности вертикального проектирования. В ней отмечено, что основной влияющей ошибкой при передаче осей высотных объектов оптическими приборами вертикального проектирования (ПВП), является ошибка отсчёта по координатной палетке. Определена функциональная связь ошибок с высотой проектирования и оптическим увеличением прибора*

### **Введение. Постановка задачи**

За последние годы внедрение монолитно-каркасного строительства, привело к тенденции роста этажности зданий и сооружений. Объём строительства 24-30-ти этажных зданий возрос до 70-80%. Возведение высотных объектов предъявляет повышенные требования не только к качеству строительства, но и к высокой геометрической точности. Для решения задач по передаче координат по вертикали, зарубежные фирмы, в том числе и отечественные предприятия, предлагают приборы различного класса точности. Нередко они имеют завышенные характеристики, а их применение без соответствующей метрологической аттестации может привести к недопустимым геометрическим отклонениям строящегося высотного объекта.

В ранее проведенных исследованиях [1,2,3] получены уравнения в виде зависимости средней квадратической ошибки от одного параметра-высоты проектирования  $H$ :

$$\sigma_1 = 0,27 + 0,0141H \text{ (мм)}, \quad (1)$$

$$\sigma_2 = 0,36 + 0,013H \text{ (мм)}, \quad (2)$$

для прибора с оптическим микрометром;

$$\sigma_3 = 0,40 + 0,0013H \text{ (мм)}. \quad (3)$$

Основной задачей является получение эмпирической формулы погрешности проектирования  $\sigma_{в.п.}$  в зависимости от двух основных влияющих на неё факторов - высоты проектирования  $H$  и увеличения  $V$  оптической системы. Полученная погрешность  $\sigma_{в.п.} = f(H, V)$  должна быть представлена в виде функции стандартного отклонения, например линейного или квадратического типа.

Целью работы исследования исследования точности ( $T = \sigma_{в.п.}/H$ ) передачи координат по вертикали оптическими ПВП.

Выполненные исследования и полученная трёхфакторная модель погрешности проектирования  $\sigma_{в.п.} = f(H, V)$  позволит: оценить возможности оптических ПВП, имеющие различные увеличения  $V$ ; классифицировать их по точности проектирования, ограничив тем самым их применение; оценить технологические возможности приборов с различным увеличением в ступенчатом и сквозном методе проектирования; разработать на данный класс приборов государственный стандарт технических требований, методики аттестации и испытаний.

Известно, допуск  $\Delta$  передачи осей по вертикали в строительном производстве определяется в соответствии с действующим ГОСТ 21779-82 и зависит от класса точности строительства (всего 6 классов) и высоты проектирования  $H$ , [4]. Для 1-го (наивысшего) класса точности он определяется зависимостью:

$$\Delta = 0,475 + 0,104H, \text{ (мм)} \quad (4)$$

В соответствии с метрологическими правилами погрешность средства передачи осей на данный допуск  $\Delta$  не должен превышать как минимум  $(1/3)\Delta$ , в лучшем случае  $(1/10)\Delta$ . В строительстве эта величина определяется тем же ГОСТом в виде среднего квадратического отклонения  $\sigma$  и составляет  $\sigma = (1/6)\Delta$ .

Как видим, это простейшее правило предъявляет довольно жёсткие требования к геометрической точности проектирования осей  $\sigma_{в.н.}$  приборами ПВП, допустимые границы которых и ограничиваются неравенством:

$$\sigma_n \leq \frac{1}{6} \cdot \Delta_i \quad (5)$$

здесь  $\Delta_i$  – допуски, определяемые классом точности строительства и высотой проектирования  $H$ .

Инструментальная погрешность приборов ПВП с самоустанавливающейся линией визирования в основном зависит от качества работы компенсатора. При хорошей юстировке элементов подвески компенсатора, эффективном демпфирующем устройстве чувствительного элемента, погрешность положения визирной линии в оптическом канале прибора обычно не превышает 0,2-0,5" [5,6]. Эта погрешность ничтожно мала по отношению к основной. Основная доля погрешности проектирования (90-95%) в оптических ПВП носит субъективный характер и зависит от ошибки визуального отсчёта по координатной палетке, установленной на рабочем горизонте. Параметры  $H$  и  $V_\alpha$  являются основными факторами, влияющими на зрительные возможности оператора, а потому требуют нормирования при определении функции  $\sigma_{в.н.} = f(H, V)$ .

### Методика исследования

Для решения поставленной задачи по определению погрешности отсчёта  $\sigma_0$  и вертикального проектирования  $\sigma_{в.н.}$  был использован прибор К-04М НПО “Завод Арсенал”, имеющий сменную систему окуляров с переменным оптическим увеличением зрительной трубы от  $V_1=16^\times$ ,  $V_2=30^\times$  до  $V_3=45^\times$ . С целью подтверждения математической модели  $\sigma_{в.н.} = f(H, V)$ , полученной в результате исследования К-04М, по той же методике выполнены исследования и экспериментального образца прибора ПВП ЛАСК-1, имеющий жидкостный компенсатор подвесного типа. Оптическое увеличение зрительной трубы у прибора равно  $V=20^\times$  [5]. Для проведения исследований изготовлено вспомогательное микрометрическое устройство (МУ), на штоке которого закреплялась координатная палетка. МУ базировалось на втулке, которая устанавливалась в стандартный геодезический трегер.

Методика исследований заключалась в следующем. Исследуемый прибор устанавливался на штатив и приводился в рабочее положение. Используя отклоняющее зеркало его визирная ось направлялась в горизонт на штатив с МУ и координатной палеткой. Штатив с МУ и палеткой устанавливался на известном

расстоянии от прибора ( $H_1=7\text{м}$ ,  $H_2=25\text{м}$ ,  $H_3=50\text{м}$  и  $H_4=100\text{м}$ ). Используя микрометрический винт МУ задавались перемещения палетки и снимались отсчёты, наблюдая в прибор. Полный комплекс измерений был проведен для  $V_1=16^\times$ ,  $V_2=30^\times$  и  $V_3=45^\times$ . Каждая серия измерений состояла из 15 отсчётов. Ошибка отсчёта определялась разницей измеренных длин полученных по отсчётам на координатной палетки и МУ. Фрагмент результатов исследований для  $V=45^\times$ ,  $H=7\text{м}$ . приведен в табл.1.

Результаты проведенного эксперимента для ЛАСК-1 аппроксимировались двумя статическими функциями (6,7), определяющими зависимость ошибки отсчёта  $\sigma_o$ , ошибки вертикального проектирования  $\sigma_{в.п.}$  от высоты проектирования. При определении  $\sigma_{в.п.}$  учтены ошибки центрирования  $\sigma_{ц.}=0.2\text{ мм}$ , фиксации точки на координатной палетке  $\sigma_{ф.}=0.2\text{ мм}$  и ошибка  $\delta_{x,y}=\delta_o \cdot \sqrt{2}$ , связанная с двойным определением точки проектирования (по осям X и Y координатной палетки).

$$\sigma_o=0.097+0.01H, (\text{мм}) \quad (6)$$

$$\sigma_{в.п.}=0.244+0.014H. (\text{мм}) \quad (7)$$

На представленных (пунктиром) соответствующих графиков полученных функций (6,7) и ранее выполненных исследований (см. рис.1), наблюдается хорошее их сочетание с результатами исследований по К-04М, которые показаны в виде сплошных утолщённых линий.

Таблица 1 - Фрагмент результатов исследований для  $V=45^\times$ ,  $H=7\text{м}$ .

Полевые исследования точности отсчёта по координатной палетке . (Цена деления палетки 5мм.)						
	$V=45^\times$	$H=7\text{м}$ .				
№ п/п	Отсч. по палетке Ai(см.)	Ai-A1 (см.)	Отсч. по микромет. Bi(см.)	Bi-B1 (см.)	di	di <sup>2</sup>
1	15		2,00			
2	15,5	0,5	2,52	0,52	-0,02	0
3	16	1	3,02	1,02	-0,02	0
4	15,6	0,6	2,50	0,50	0,10	0,01
-	-	-	-	-	-	-
15	15,3	0,3	2,18	0,18	0,12	0,01
Контроль	15	0		СКО=	0,12	
			$\sigma_{xy}=0,17$	Для $\sigma_{ц}=\sigma_{ф}=0.2\text{мм}$ . $\sigma=0,33$		

Результаты эксперимента с К-04М сведены в сводную табл.2 полевых исследований и оценки точности полученной модели. При расчете погрешностей  $\sigma_o$  и  $\sigma_{в.п.}$  использовалась трёхфакторная модель регрессионного анализа. В матричной форме она представлена в виде:

$$Y=X\beta_j + \varepsilon, \quad (8)$$

здесь  $\beta_j$  – коэффициенты регрессии, показывающие величину изменения результативного признака  $Y$ , при изменении переменной  $X_j$ ;  $\varepsilon$  – случайный вектор столбец ошибок наблюдений (остатков).

Таблица 2 – Сводная таблица полевых исследований

№ п/п	$V^*$ Увелич. опт.сист.	$H$ Высота проект. (М)	$Si$ Станд. откл. (мм.)	$VxSi$	$HxSi$	$e=y-y$	$e/y$	$Q_0=e^2$	$Qr=S^2$
1	16	7	0,44	7,04	3,08	0,027	0,061364	0,000729	0,1936
2	16	25	0,64	10,24	16	-0,0326	-0,05094	0,001063	0,4096
3	16	60	1,03	16,48	61,8	-0,0376	-0,0365	0,001414	1,0609
4	16	100	1,66	26,56	166	-0,2276	-0,13711	0,051802	2,7556
5	30	7	0,37	11,1	2,59	-0,025	-0,06757	0,000625	0,1369
6	30	25	0,56	16,8	14	-0,017	-0,03036	0,000289	0,3136
7	30	60	0,95	28,5	57	-0,022	-0,02316	0,000484	0,9025
8	30	100	1,41	42,3	141	-0,042	-0,02979	0,001764	1,9881
9	45	7	0,33	14,85	2,31	-0,054	-0,16364	0,002916	0,1089
10	45	25	0,46	20,7	11,5	0,014	0,030435	0,000196	0,2116
11	45	60	0,73	32,85	43,8	0,129	0,176712	0,016641	0,5329
12	45	100	1,33	59,85	133	-0,031	-0,02331	0,000961	1,7689
13	364	576	9,91	287,27	652,08	-4,8424	-0,48864	0,078883	10,3831

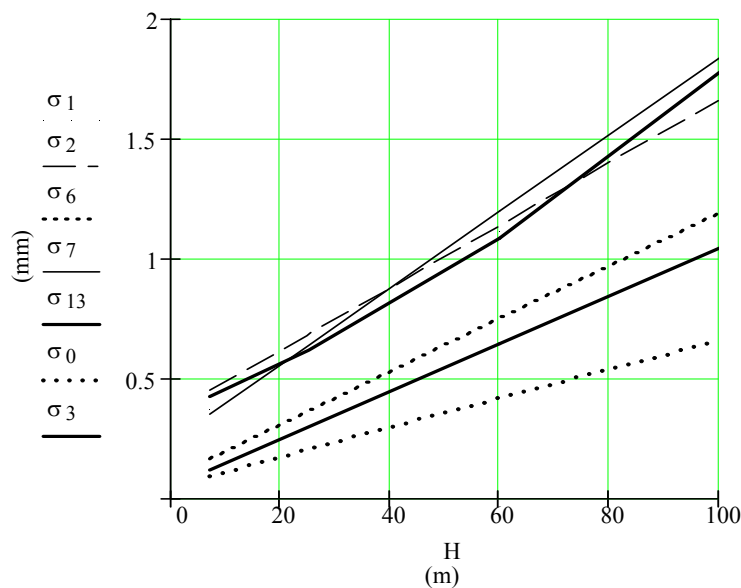


Рисунок 1 – Графики функции, полученные в результате аппроксимации  $b$

В соответствии с методом наименьших квадратов, вектор оценок коэффициентов регрессии определялся по формуле:

$$b = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y, \quad (9)$$

здесь  $X^T$  – транспонированная матрица  $X$  исходных

данных;  $(X^T \cdot X)^{-1}$  – матрица, обратная матрице  $(X^T \cdot X)$ .

Оценка ковариационной матрицы коэффициентов регрессии вектора  $b$  определялась из выражения:

$$S(b) = S^2 \cdot (X^T \cdot X)^{-1}, \quad (10)$$

где  $S^2 = (Y - Xb)^T \cdot (Y - Xb) / (n - k - 1)$ .

Проведенные расчёты выполненные в MathCAD, показали, что погрешность вертикального проектирования  $\sigma_{в.п.}$  и погрешность отсчёта  $\sigma_o$ , может быть аппроксимирована и представлена, как в линейной, так и в квадратичной форме следующими функциями:

$$\delta_o = 0.316 - 0.009 \cdot V + 0.011 \cdot H \quad (\text{мм}), \quad (11)$$

$$\delta_o = 0.005 + 0.017 \cdot V + 0.008 \cdot H - 3.306 \cdot 10^{-4} \cdot V^2 - 2.444 \cdot 10^{-5} V \cdot H + 4.113 \cdot 10^{-5} \cdot H^2 \quad (\text{мм}), \quad (12)$$

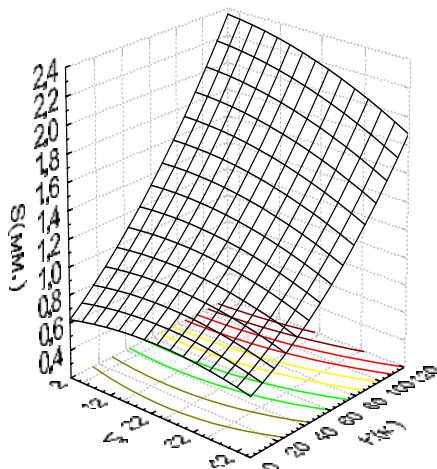
$$\delta_{\text{в.п.}} = 0.247 + 0.01 \cdot V + 0.011 \cdot H + 2.18 \cdot 10^{-4} \cdot V^2 - 1.103 \cdot 10^{-4} \cdot V \cdot H + 5.377 \cdot 10^{-5} \cdot H^2 \quad (\text{мм}), \quad (13)$$

$$\delta_{\text{в.п.}} = 0.494 - 0.008 \cdot V + 0.014 \cdot H \quad (\text{мм}), \quad (14)$$

где  $V$  – увеличение оптической системы прибора;  $H$  – высота проектирования.

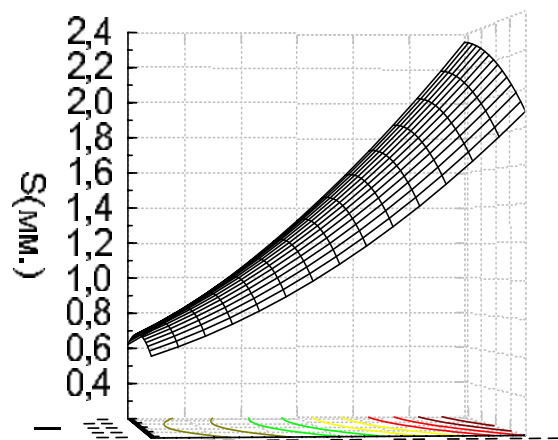
На рис.2(a,b) представлены трёхмерные графики полученной квадратической функции  $\sigma_{\text{в.п.}}$  (13), в которой видна нелинейная связь исследуемых погрешностей, от параметров  $H$  и  $V$ .

3D Surface Plot (NEW.STA.001.D.STA 3v\*12c)  
z=0,247+0,01\*x+0,011\*y-2,18e-4\*x\*x-1,103e-4\*x\*y+5,377e-5



а)

3D Surface Plot (NEW.STA.001.D.STA 3v\*12c)  
z=0,247+0,01\*x+0,011\*y-2,18e-4\*x\*x-1,103e-4\*x\*y+5,377e-5\*y\*y



б)

Рисунок 2 – Трёхмерные графики квадратичной функции  $\sigma_{\text{в.п.}}$

Проверка значимости коэффициентов уравнений (11-14), выполнены по критерию Фишера-Снедекора (F-распределение).

Для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ , у всех полученных уравнений  $F_{\text{набл.}} > F_{\text{кр.}}$ , что свидетельствует о правильной их аппроксимации и значимости полученных коэффициентов регрессии  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , а следовательно, определена зависимость исследуемой ошибки от высоты проектирования  $H$  и увеличения  $V$  оптической системы прибора. Доля участия первой в накоплении  $\sigma_{\text{в.п.}}$  (см. по линейной модели уравнения (14)) положительна и равна  $+0.014H$ , а второй – отрицательна и равна  $-0.008V$ . Вторая  $\beta_V$  уменьшающего действия и чем больше  $V$ , тем меньше ошибка  $\sigma_{\text{в.п.}}$ . Тенденция изменения ошибки  $\beta_H$  в 1.75 раза больше  $\beta_V$ .

Учёт ограничений (5) приводит к совместному решению следующей системы:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\text{в.п.}} &= 0.247 + 0.01V + 0.011H + 2.18 \cdot 10^{-4} V^2 - 1.103 \cdot 10^{-4} VH + 5.377 \cdot 10^{-5} H^2 \\ \sigma_{\text{в.п.}} &\leq \Delta_i / 6, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

здесь  $\Delta_i$  – допуск, определяемый классом точности строительства и высотой проектирования  $H$ .

Графическое представление полученного квадратического уравнения (13), с

учётом ограничений в виде уравнений допуска  $\sigma_{в.п.} \leq \Delta_i/6$ , представлено на рис. 3.

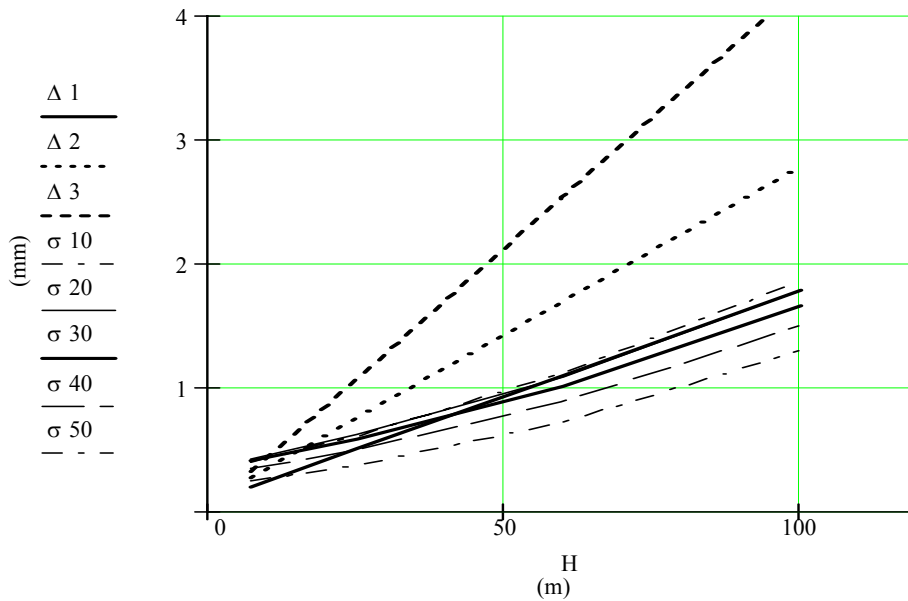


Рисунок 3 – Графическое представление  $\Delta_i$  - допуски 1-го, 2-го и 3-го класса точности;  $\sigma_i$  - стандартное отклонение от высоты проектирования

Здесь  $\Delta 1$ ,  $\Delta 2$ ,  $\Delta 3$  – соответственно допуски для 1-го, 2-го и 3-го класса точности, уменьшенные в 6 раз.  $\sigma$  – стандартные отклонения для различных  $V$ .

На графике видно, что для 1-ого класса точности, необходимо использовать приборы, имеющие увеличение не менее  $V \geq 28^x$ . Учитывая  $\Delta_i$  и  $H$  в неравенстве (16) можно рассчитать необходимое увеличение оптической системы для соответствующего класса строительства по формуле:

$$V \geq 61.750 + 1.750 \cdot H - 20.833 \cdot \Delta_i. \quad (16)$$

В случае, если  $V < 61.750 + 1.750 \cdot H - 20.833 \cdot \Delta_i$ , передачу координат необходимо выполнить ступенчатым методом, ограничив высоту проектирования.

Расчёт количества ступеней  $n$  можно определить, учитывая уравнение (14) линейного вида. Условие действия ошибок  $F$  между ступенчатым методом проектирования координат и сквозным, можно записать в виде:

$$F = \left( a + b \cdot \frac{H}{n} - c \cdot \frac{V}{n} \right) \cdot \sqrt{n} - (a + b \cdot H - c \cdot V) \geq 0, \quad (17)$$

здесь первый член представляет собой суммарную ошибку при ступенчатом, а второй – при сквозном способе передаче координат по вертикали. Для определения оптимального числа передач  $n$  найдём максимум функции  $F$ , определив её вторую производную:

$$F'' = \frac{\partial F}{\partial n^2} = 2 \cdot \left( b \cdot \frac{H}{n^3} - c \cdot \frac{V}{n^3} \right) \cdot \sqrt{n} + \frac{(-b \cdot H + c \cdot V)}{\sqrt{n^5}} - \frac{(a \cdot n + b \cdot H - c \cdot V)}{\sqrt{n^5}}. \quad (18)$$

Откуда число ступеней  $n$  равно:

$$n = \frac{b \cdot H - c \cdot V}{a}, \quad (19)$$

здесь  $a, b, c$  – коэффициенты уравнения (14);  $H$  и  $V$  - высота проектирования и

увеличение оптической системы используемого прибора соответственно.

Для случая  $n \leq 1$ , измерение следует выполнять сквозным проектированием. При  $1 < n < 2$  проектировать можно сквозным или ступенчатым методом. При  $n \geq 2$  необходимо применять ступенчатый метод проектирования.

### **Выводы**

В результате проведенных экспериментальных исследований, получены эмпирические формулы средней квадратической погрешности  $\sigma_{в.н.}$  вертикального проектирования и отсчёта  $\sigma_o$  по координатной палетке. Погрешности определены в зависимости от высоты проектирования  $H$  и увеличения  $V$  оптической системы прибора. Анализ значений средних квадратических отклонений показывает, что с увеличением высоты проектирования  $H$  погрешность проектирования увеличивается с положительным коэффициентом  $+0.014H$ . Увеличивая параметр  $V$ , оптической системы, можно уменьшить  $\sigma_{в.н.}$  на величину  $-0.008V$ . Исследования показывают, что тенденция изменения  $\sigma_{в.н.}$  от изменения параметров  $H$  и  $V$  имеет нелинейный характер и может быть аппроксимирована квадратическим уравнением (13). При больших высотах ( $H \geq 100$  м) для исключения влияний атмосферных явлений, необходимо переходить на ступенчатый метод проектирования, рассчитывая оптимальное количество ступеней  $n$  по формуле (19).

Разработанный подход исследований может быть применен при исследовании высокоточных ПВП, имеющих оптические микрометры, что может быть предметом для дальнейших исследований.

### **Литература.**

1. Прудников Г.Г. Исследование оптического центрировочного прибора “Зенит-ОЦП” // Инженерная геодезия. – 1985. – Вып. 11. – С. 54–59.
2. Сытник В.С., Ключин А.Б. Геодезический контроль точности возведения монолитных зданий и сооружений. М.: Недра, 1975. – С.50-53.
3. Баран П.И., Мищенко Н.А. Повышение точности вертикального проектирования. Геодезия и картография. – 1987. – №12.
4. ГОСТ 21779-82. Система обеспечения геометрической точности в строительстве. Технологические допуски геометрических параметров.
5. Гераїмчук М.Д, Сафарян В.А. Стабілізатор вертикального напрямку візирної лінії. // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія приладобудування. – 2004. – Вип. 28. – С.124-128.
6. Сафарян В.А, Гераїмчук М.Д. Теоретические аспекты стабилизации визирной линии жидкостным компенсатором подвешного типа // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія приладобудування. – 2004. – Вип. 28. – С.5-12.

<p>Сафарян В.А., Гераїмчук М.Д. <b>Дослідження точності вертикального проектування оптичними приладами.</b> Стаття присвячена дослідженням точності відліку по координатній палітці. Вона визначена як основна похибка, що впливає на передачу координат висотних об'єктів приладами вертикального проектування (ПВП).</p>	<p>Cafarian. V, Geraimchuk. M. <b>Research of accuracy of vertical designing by optical devices PVP.</b> Clause is devoted to researches of accuracy of vertical designing and accuracy of readout on coordinate palete, as basic influencing mistake by transfer of axes of high-altitude objects by devices of vertical designing (PVP).</p>
--	--

*Надійшла до редакції  
19 січня 2007 року*