

дозволяє підвищити точність результатів порівняно з іншими методами в умовах великої кількості точок та неоднорідності їх положення.

### Література

1. Бадаєв Ю.И. Интерполяция на основе функций Гаусса [Текст] / Бадаєв Ю.И., Сидоренко Ю.В. // Сб. трудов III международной научно-практической конференции "Современные проблемы геометрического моделирования": Тезисы докл. – г. Мелитополь, 5-7 июня 1996г. – с.32-33.

2. Бадаєв Ю.И. Реалізація інтерполяційного методу Гаусс-функції та порівняльний аналіз [Текст] / Бадаєв Ю.И., Сидоренко Ю.В. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КДТУБА, Вип.63 – 1998. – с.33-37.

УДК 519.6:675

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАДИЕНТНЫХ МЕТОДОВ

Сангинова О.В., \*Данилкович А.Г., Бондаренко С.Г., Брановицкая С.В., Червинский В.А.

## РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ УМОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ ГРАДІЄНТНИХ МЕТОДІВ

Сангінова О.В., \*Данилкович А.Г., Бондаренко С.Г., Брановицька С.В., Червінський В.О.

## CONSTRAINED OPTIMIZATION TASKS SOLUTION BY USING GRADIENT METHODS

Sanginova O., \*Danilkovich A., Bondarenko S., Branovitskaia S., Chervinsky V.

Национальный технический университета Украины «КПИ»,

\*Киевский национальный университет технологии и дизайна, Киев, Украина

[olga.sanginova@gmail.com](mailto:olga.sanginova@gmail.com)

*Решена задача многокритериальной условной оптимизации процесса дублирования меховой овчины с применением модифицированного метода релаксации. Обобщенная целевая функция получена с использованием аддитивного критерия оптимальности. Модифицированный метод релаксации может быть применён при решении задач оптимизации аналогичных процессов.*

**Ключевые слова:** задача оптимизации, целевая функция, градиентные методы, дублирование, меховая овчина

*Розв'язано задачу багатокритеріальної умовної оптимізації процесу дублення-жировання хутрової овчини з використанням модифікованого методу релаксації. Узагальнена цільова функція отримана із застосуванням адитивного критерію оптимальності. Модифікований метод релаксації може бути використаний при розв'язанні задач умовної оптимізації аналогічних процесів.*

**Ключові слова:** задача оптимізації, цільова функція, градієнтні методи, дублення, хутрова овчина

*The multi-criteria constrained optimization task of wool sheepskin tanning-greasing applying modified relaxation method is solved. The generalized objective function has been obtained using optimality additive criterion. The modified relaxation method could be used for similar processes.*

**Keywords:** optimization task, objective function, gradient methods, tanning, wool sheepskin

## Введение

Методы решения задач условной многокритериальной оптимизации широко используются для поиска оптимальных параметров проведения сложных процессов в химической, нефтехимической и других отраслях промышленности [1]. Известно, что современные продукты и процессы их получения характеризуются целым спектром показателей, что обуславливает многокритериальность задач оптимизации. Условия производства и требования к качеству конечных и промежуточных продуктов накладывают жесткие требования на диапазон варьирования параметров. Наличие технологических ограничений требует особого подхода к выбору метода условной оптимизации и определения оптимальных режимов ведения процесса [1, 4-6]. В то же время многие методы безусловной оптимизации после соответствующей адаптации могут быть успешно использованы для решения реальных технологических задач. Авторами выполнен ряд работ в данном направлении: модифицированы методы Бокса [2] и Хука-Дживса [3] для решения задач условной оптимизации, построен обобщенный критерий формирования целевой функции [2, 3]. В продолжение работ в данном направлении предложена модификация одного из градиентных методов – метода релаксации – для решения упомянутых выше задач. Для апробации метода выбрана современная энерго- и ресурсосберегающая технология дубления-жирования полуфабриката меховых овчин [2, 3]. В рассматриваемом процессе происходит диффузия гидроксосульфатохромовых комплексов дубителя в структуру полуфабриката к активным центрам взаимодействия белковых макромолекул кожаной ткани овчин с обеспечением в дальнейшем их структурирования вследствие образования межмолекулярных химических связей между ионизированными карбоксильными группами боковых радикалов макромолекул коллагена. Это обеспечивает необходимую гидротермическую устойчивость и формирование структуры натурального материала с приданием высоких эксплуатационных свойств при уменьшенном расходе экологически вредного дубителя и жирующих веществ. Процесс структурирования основного белкового вещества шкур животных – коллагена соединениями хрома (III) в присутствии пластификатора, обеспечивает равномерную диффузию дубителя и высокие эластические свойства кожаной ткани меховой овчины [1, 4]. При этом основными стадиями процесса являются совмещенная кислотнo-солевая обработка с собственно дублением и жированием структуры кожаной ткани овчин.

Математическое описание процесса дубления-жирования представлено пятью регрессионными уравнениями [4] вида:

$$y_i = a_{i0} + \sum_{j=1}^3 (a_{ij}x_j + b_{ij}x_j^2) + \sum_{j=1, j \neq i}^3 c_{ij}x_i x_j, (i = \overline{1, 5}) \quad (1)$$

где  $x_1$  – содержание  $Cr_2O_3$ , г/дм<sup>3</sup>;  $x_2$  – электролитоустойчивый сульфатированный дипропиленгликолевый эфир (ДПГЕС), г/дм<sup>3</sup> жировых веществ (ЖВ);  $x_3$  – pH среды на завершающей стадии дубления (в значительной мере влияет на упруго-пластические свойства кожевенного полуфабриката);  $y_1$  – температура сваривания полуфабриката, °C;  $y_2$ ,  $y_3$  – концентрация дубителя и ДПГЕС соответственно в отработанном рабочем растворе, г/(дм<sup>3</sup>  $Cr_2O_3$ ) и г/(дм<sup>3</sup> ЖВ);  $y_4$  – граница прочности при растягивании, МПа;  $y_5$  – полное удлинение при напряженности 4,9 МПа, %. Коэффициенты уравнений регрессии (1) представлены в таблице.

Ограничения задачи оптимизации определены в соответствии с технологическими соображениями [3, 4] и приведены ниже:

$$\begin{aligned} 0,9 < x_1 < 1,3, & 73 < y_1 < 76, & 280 < y_4 < 300, \\ 3,7 < x_2 < 4,2, & 0,05 < y_2 < 0,1, & 40 < y_5 < 45. \\ 3,6 < x_3 < 3,8, & 0,03 < y_3 < 0,08, & \end{aligned} \quad (2) \quad (3)$$

Таблица

Коэффициенты уравнений математической модели

$j \backslash i$	1	2	3	4	5
$a_{ij}$					
0	75,1587	$6,8995 \cdot 10^{-2}$	$4,4894 \cdot 10^{-2}$	295,97	44,289
1	7,5545	0,1064	$-5,0568 \cdot 10^{-2}$	0	2,7175
2	3,2862	0	0,1236	10,5183	4,3943
3	-2,5166	$-5,27382 \cdot 10^{-2}$	$2,2309 \cdot 10^{-2}$	8,5718	-2,5475
$b_{ij}$					
1	-2,5166	$5,0657 \cdot 10^{-2}$	$7,5076 \cdot 10^{-2}$	-16,5234	-9,9837
2	0	$9,9113 \cdot 10^{-2}$	$7,1533 \cdot 10^{-2}$	0	-2,9604
3	-1,4537	$3,4713 \cdot 10^{-2}$	5,9857	-6,957	-1,0117
При этом $c_{13} = -0,03125$					

### Постановка задачи

В общем виде задача условной многокритериальной оптимизации формулируется в следующем виде.

Пусть качество объекта оптимизации оценивается вектор-функцией

$$f(\bar{x}) = (f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_k(\bar{x})), \quad (4)$$

компонентами которой являются заданные функции  $f_i(\bar{x})$  ( $i=1,2,\dots,k$ ) вектора  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , а на переменные  $x_i$  ( $i=\overline{1,n}$ ) накладываются как явные (5), так и неявные (6) ограничения:

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad (j=1, 2, \dots, n), \quad (5)$$

$$q_i(\bar{x}) \leq b_i \quad (i=1, 2, \dots, m). \quad (6)$$

При этом вектор  $\bar{x}$  принадлежит множеству  $X$  его возможных значений. Требуется найти такую точку  $\bar{x}^* \in X$ , которая обеспечит оптимальное значение функций  $f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_k(\bar{x})$ .

Поскольку выходные величины модели имеют различную размерность, критерии нормируют. В данной работе безразмерные критерии  $f_i^*(\bar{x})$  определяли по формуле:

$$f_i^*(\bar{x}) = \frac{f_i(\bar{x})}{f_{i\max}(\bar{x}) - f_{i\min}(\bar{x})}, \quad (7)$$

где  $f_i(\bar{x})$  – значение  $i$  критерия.

Обобщенная целевая функция построена на основе аддитивного критерия оптимальности:

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i^*(\bar{x}), \quad (8)$$

где  $\alpha_i$  – весовые коэффициенты,  $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ .

### Обсуждение результатов

В приведенной постановке решена задача оптимизации процесса дублирования мехового полуфабриката. В качестве локальных критериев  $f_i(\bar{x})$  ( $i = \overline{1, k}$ ) использованы регрессионные уравнения, входящие в состав модели (1). По требованиям к технологическому процессу и по экономическим соображениям, величины  $y_1, y_4, y_5$  максимизировали, а  $y_2, y_3$  минимизировали. Обобщенную функцию максимизировали. Численные значения коэффициентов  $\alpha_i$  определены на основе экспертных оценок, и имеют следующие значения:  $\alpha_1 = 0,2$ ;  $\alpha_2 = 0,2$ ;  $\alpha_3 = 0,3$ ;  $\alpha_4 = 0,15$ ,  $\alpha_5 = 0,15$ .

Тогда обобщенная целевая функция (8) описывается уравнением:

$$f(\bar{x}) = 8,0137 + 0,4645x_1 - 0,5273x_2 + 0,2841x_3 + \\ + 0,1248x_1x_3 - 1,2142x_1^2 - 0,5576x_2^2 - 0,3541x_3^2. \quad (9)$$

Сформулированная задача оптимизации решена модифицированным методом релаксации. Классический метод релаксации [11] относится к градиентным методам, для которых характерной особенностью является высокая скорость поиска экстремума. Выбор метода обусловлен также его простотой, надежностью работы и удобством для программирования. При этом в методе релаксации нет необходимости на каждом шаге поиска вычислять значение градиента, что присуще ряду других градиентных методов.

Метод релаксации был модифицирован для решения задачи условной оптимизации и предусматривает следующую последовательность действий:

На первом шаге определяем допустимую начальную точку  $\bar{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ , где  $n$  – размерность задачи, задаем точность одномерной оптимизации  $\varepsilon$  и величину интервала  $h_i$  ( $i \in I$ ), в котором производится одномерный

поиск; при этом значение  $h_i$  определяется с учетом ограничений по  $i$  переменной; точность многомерной оптимизации  $\delta$ .

Второй шаг предусматривает отыскание значений частных производных в точке  $\bar{x}^{(0)}$ :  $\frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_1}$ ,  $\frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_2}$ , ...,  $\frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_n}$  и определение направления одномерного поиска. Осевое направление выбирается следующим образом: среди найденных значений производных в точке  $\bar{x}^{(0)}$  находят максимальное по модулю. Пусть оно соответствует переменной  $x_i$ , вдоль которой функция увеличивается быстрее всего, т.е.:

$$\left| \frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_i} \right| = \max \left\{ \left| \frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_1} \right|, \left| \frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_2} \right|, \dots, \left| \frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_i} \right|, \dots, \left| \frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_n} \right| \right\}.$$

Если знак  $\frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_i}$  положительный, то функция  $f(\bar{x})$  увеличивается в

найденном осевом направлении, а если  $\frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_i} < 0$ , то в противоположном.

На третьем шаге для найденного осевого направления определяют интервал одномерного поиска оптимума (в рассматриваемой задаче – максимума). Если  $\frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_i} > 0$ , то  $x_{\min} = x_i^{(0)}$ ,  $x_{\max} = x_i^{(0)} + h_i$ ; если  $\frac{\partial f(\bar{x}^{(0)})}{\partial x_i} < 0$ , то  $x_{\min} = x_i^{(0)} - h_i$ ,  $x_{\max} = x_i^{(0)}$ .

В найденном таким образом интервале методом одномерного поиска находится максимальное значение целевой функции по  $i$  переменной, соответствующая ему точка проверяется на допустимость, т.е. выполняются ли условия (3). Если эти условия выполняются, то в найденной точке вновь определяются частные производные по всем направлениям (кроме  $i$ ) и снова находится переменная с наибольшим возрастанием целевой функции. В противном случае частные производные вычисляются в предыдущей точке. Процесс вычислений прекращается при истинности неравенства  $|\bar{x}^{(k+1)} - \bar{x}^{(k)}| \leq \delta$  ( $k$  – номер итерации).

Описанный алгоритм был положен в основу программного модуля. При работе с программным модулем предусмотрена возможность работы как с явными, так и с неявными ограничениями. Разработанный программный модуль включен в пакет прикладных программ, структура которого разработана авторами.

В результате проведенных расчетов определены оптимальные значения параметров процесса, которые удовлетворяют ограничениям (2, 3):  $x_1 = 1,20$ ;  $x_2 = 3,6$ ;  $x_3 = 3,71$ ;  $y_1 = 75,912$ ;  $y_2 = 6,86 \cdot 10^{-2}$ ;  $y_3 = 3,83 \cdot 10^{-2}$ ;  $y_4 = 296,24$ ;  $y_5 = 43,82$ .

Полученные значения параметров процесса дубления меховой овчины обеспечивают максимум целевой функции (9) и позволяют повысить качество конечного продукта: при полученных оптимальных значениях входных параметров выходные величины  $y_4$ ,  $y_5$  принимают наибольшие значения в диапазоне варьирования. Также в процессе дубления-жирования меховых овчин уменьшается концентрация экологически вредного хромового дубителя и жирующих веществ в

отрабатанном растворе за счет практически полного поглощения реагентов: величины  $y_2 = 6,86 \cdot 10^{-2}$ ,  $y_3 = 3,83 \cdot 10^{-2}$  принимают наименьшие значения в диапазоне варьирования, в результате чего достигается практически полное исключение из технологии обработки мехового полуфабриката биологически неразлагаемого инертного индустриального масла И12А, поверхностно-активных веществ, необходимых для его эмульгирования и других вредных веществ.

## Выводы

Проведенный анализ процесса дубления-жирования мехового полуфабриката позволил формализовать задачу оптимизации: сформулирован обобщенный критерий оптимизации, определены технологические ограничения на параметры.

Модифицирован метод релаксации и использован для отыскания оптимальных значений целевой функции рассматриваемого процесса.

Выполнена программная реализация модифицированного метода релаксации и разработанный программный модуль включен в пакет прикладных программ COTSolution, разработанных на кафедре кибернетики химико-технологических процессов НТУУ «КПИ».

Использование значений параметров, найденных в результате оптимизации, позволит повысить качественные показатели конечного продукта и исключить из технологии обработки полуфабриката биологически неразлагаемые вещества, а также уменьшить расход экологически вредных веществ путем практически полного поглощения токсичных химических реагентов.

## Литература

1. *Островский, Г.М.* Оптимизация химико-технологических процессов. Теория и практика [Текст] / Г.М. Островский, Т.А. Бережинский. – М.: Химия, 1984. – 240 с.
2. *Данилкович, А. Г.* Использование метода Бокса в задачах многокритериальной оптимизации / Данилкович А.Г., Брановицкая С.В., Бондаренко С.Г., Сангинова О.В. // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 3/4 (63). – С. 4-8.
3. *Брановицька, С.В.* Багатокритеріальна оптимізація процесу дублення за модифікованим методом Хука-Дживса / С. В. Брановицька, С.Г. Бондаренко, А.Г. Данилкович, О. В. Сангінова, В.О. Червінський // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2014. - № 1 (26). – С. 24-30.
4. *Інноваційні технології виробництва шкіряних і хутрових матеріалів та виробів :* монографія / А. Г. Данилкович, І. М. Грищенко, В. І. Ліщук [та ін.] ; за ред. А. Г. Данилковича. – К. : Фенікс, 2012. 344 с.
5. *Екологічно орієнтовані технології виробництва шкіряних та хутрових матеріалів для створення конкурентоспроможних товарів [у 2 ч.] :* монографія. Ч. I : Екологічно орієнтовані технології виробництва шкіряних та хутрових матеріалів / А. Г. Данилкович, В. І. Ліщук, В. П. Плавач, Е. Є. [та ін.] ; за ред. А. Г. Данилковича. : К. : Фенікс, 2011. – 437с.
6. *Данилкович А. Г.* Екологічні аспекти сучасних технологій шкіряного та хутрового виробництва / А. Г. Данилкович, О. Г. Жигоцький // Зб. наук. праць SIET 12-02 «Сучасні інформаційні та енергозберіг. технології життєзабезпечення людини». – 2002. – Вип. 12. – С. 51-53.

7. *Lischuk V. I.* Transformation of the collagen structure during beam-house processes and combined tanning / V. I. Lischuk, V. P. Plavan, A. G. Danilkovich // Proceedings of the estonian academy of sciences. Engineering. – 2006. – № 12/3-1. – P. 188-198.
8. *Екологічно ефективні ресурсощадні технології* виробництва поліфункціональних шкіряних матеріалів / А. Г. Данилкович, В. І. Ліщук, О. Г. Жигонський, В. К. Жуковський // Матеріали Міжнародного Екологічного форуму «Довкілля для України». – 2013. – С. 138-141
9. *Данилкович А. Г.* Особливості взаємодії гідроксосульфатохромових комплексів з колагеном / А. Г. Данилкович // Вісник КДУТД. – 2001. – № 1. – С. 151-153.
10. *Данилкович А. Г.* Розробка технології дублення-жирування хутрової овчини та її багатокритеріальна оптимізація / А. Г. Данилкович, О. В. Василюк // Проблемы лёгкой и текстильной промышленности Украины. – 2000. – № 3. – С. 82-84.
11. *Банди Б.* Методы оптимизации. Вводный курс ; перевод с англ. / Б. Банди. – М. : Радио и связь, 1988. – 129 с.

УДК 004:519.637+519.677

## СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССА ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА КАРТОНА

Сангинова О.В., \* Козлов П.В.

## СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЛАНУВАННЯ ВИРОБНИЦТВА КАРТОНУ

Сангінова О.В., \* Козлов П. В.

## SYSTEMS APPROACH TO THE MODELLING OF CARTON PRODUCTION PROCESS PLANNING

Sanginova O., \* Kozlov P.

Национальный технический университет Украины «КПИ»

[sanginova@xtf.kpi.ua](mailto:sanginova@xtf.kpi.ua)

\* ИП «Хоневелл Украина», Киев, Украина

Предложено использовать системный подход к моделированию процесса планирования производства картона. Разработана математическая модель производства, учитывающая периодический характер работы предприятия и стоимость хранения продукции на складе. Сформирована целевая функция для автоматической системы планирования производства картона, предусматривающая возможность конфигурирования под конкретный объект автоматизации.

**Ключевые слова:** системный подход, математическая модель, производство картона.

Застосовано системний підхід до моделювання процесу планування виробництва картону. Розроблена математична модель виробництва, що враховує періодичний характер роботи підприємства і вартість зберігання продукції на складі. Сформовано цільову функцію