

на  $k$ -ой тарелке  $S$ -ой части через  $\eta_{ik}$  - локальный эффективный коэффициент полезного действия тарелки:

$$y_{is}^{jk} = y_{is}^{j,k+1} + \eta_{is}^{jk} (y_{is}^{*jk} - y_{is}^{j,k+1}) \quad (1)$$

Введем переменные  $\alpha_{sk}^j$ , где каждая  $\alpha_{sk}^j$  соответствует  $k$ -й тарелке,  $S$ -ой части  $j$ -й колонны. С помощью новых переменных модифицируем уравнение (1):

$$y_{is}^{jk} = y_{is}^{j,k+1} + \alpha_{sk}^j \eta_{is}^{kj} (y_{is}^{*kj} - y_{is}^{j,k+1}) \quad (2)$$

Отметим, при  $\alpha_{sk}^j = 0$  мы получаем, что  $y_{is}^{jk} = y_{is}^{j,k+1}$ ,  $x_{is}^{jk} = x_{is}^{j,k-1}$ , то есть при  $\alpha_{sk}^j = 0$   $k$ -я тарелка отсутствует. И, наоборот, при  $\alpha_{sk}^j = 1$  тарелка присутствует. Используя новые переменные, мы можем сформулировать задачу оптимального проектирования как задачу поиска оптимальных значений переменных  $\alpha_{sk}^j$  и режимных переменных.

Преимущества введения в уравнение (1) новых переменных позволит переходить от дискретных переменных к непрерывным, что позволит получать нижние оценки. Для решения используется метод ветвей и границ. Для получения нижней оценки используем непрерывные переменные  $\alpha_{sk}^j$ . В этом состоит преимущество перехода от дискретных переменных – числа тарелок в колоннах к переменным  $\alpha_{sk}^j$ .

Представим алгоритм поиска в виде дерева-графа. Каждой вершине будет соответствовать набор множеств: множества возможного числа тарелок соответствующих ректификационных колонн. Ветвление проводится по числу тарелок в каждом множестве, путем дробления выбранного на данной итерации множества на два подмножества. Нижняя оценка получается решением задачи, когда все множители тарелок непрерывны, варьируются. В результате решения получаем набор дробных  $\alpha_{sk}^j$ . Верхняя оценка получается в результате решения задачи, когда в качестве числа тарелок взята целая часть суммы параметров, полученных при решении непрерывной задачи. Поиск останавливается, когда в колоннах не осталось нерассмотренных тарелок, или же когда нижняя и верхняя оценка близки с заданной точностью.

Предложенный подход был использован для оптимального проектирования системы, состоящей из 3 колонн, с заданной топологией, для разделения 4-компонентной смеси, содержащей пропан, бутан, пентан, гексан. В качестве начального приближения число тарелок для каждой колонны было принято равным 20. Решение было получено за 7 шагов. Оптимальному решению соответствует: для колонны 1 – (7,5), для колонны 2 – (3,5), для колонны 3 – (7,5), где первое число в скобках – число тарелок в исчерпывающей, второе – в укрепляющей секциях колонн.

1. Островский Г.М., Волин Ю.М. Технические системы в условиях неопределенности: анализ гибкости и оптимизация / М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
2. Островский Г.М., Зиятдинов Н.Н., Лаптева Т.В., Богула Н.Ю. Оптимальное проектирование системы ректификационных колонн // ДАН. 2009. Т. 429. № 3. С. 1.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ГАЗОВОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ

Ладієва Л.Р.

Національний технічний університет України «КПІ», lrynus@yahoo.com

Для отримання чистої і надчистої води з вод різної солоності, очистки стічних вод, концентрування солей з промислових вод застосовується метод мембранної дистиляції. Розглянута мембранна дистиляція через паровий прошарок, в якій на відміну від контактної мембранної дистиляції, пара за приймаючою стороною мембрани конденсується на охолоджуваній поверхні, яка знаходиться на певній відстані від мембрани. Повітря в порах

мембрани перешкоджає дифузії водяної пари і зменшує її потік через мембрану. При малих розмірах пор, коли переважає кнудсенівська дифузія, вилучення повітря приводить лише до незначного збільшення потоку. Для мембран з більшими розмірами пор таким чином можна реально збільшити потік пари і знизити тепло переніс через мембрану. Газова мембранна дистиляція забезпечує отримання чистої води, також може застосовуватись для термолабільних розчинів при забезпеченні заданого перепаду температур ( $\Delta\Theta=30-40$  К) при низькій температурі холодоагенту.

При створенні математичної моделі процесу газової мембранної дистиляції (рис.1) використали підхід при розробці математичної моделі процесу контактної мембранної дистиляції.

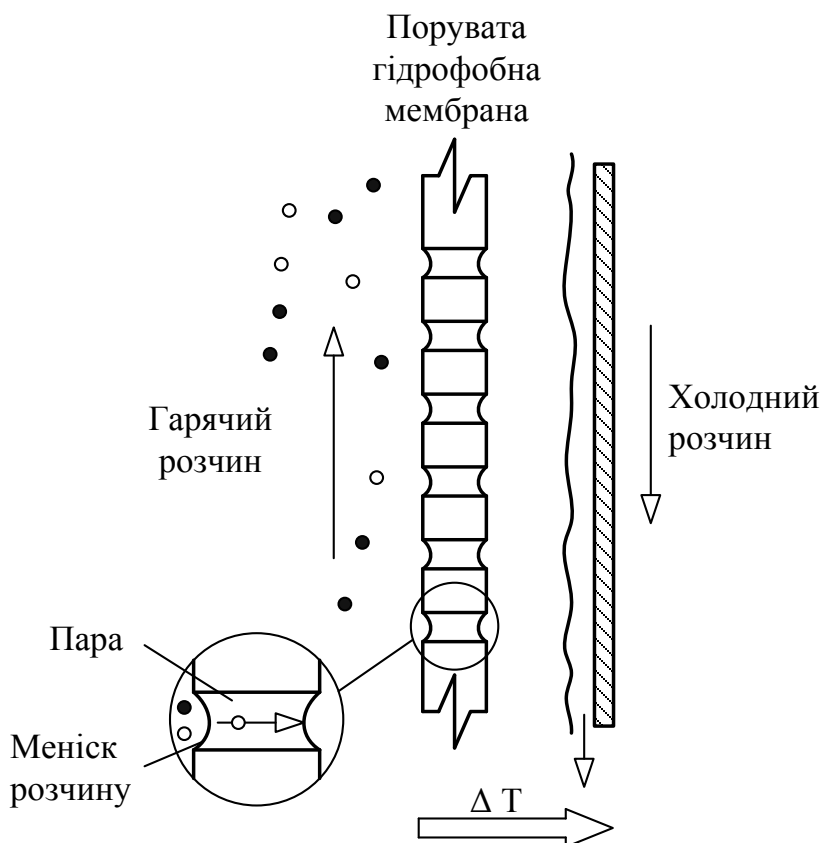


Рис. 1 Схема газової мембранної дистиляції

Система рівнянь гідродинаміки і тепло масообміну для потоків рідини в каналах, що включає рівняння нерозривності, руху, концентрації (для розчину солі) і тепло масообміну:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0; \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{V} + [\beta_T (T - T_0) + \beta_c (c - c_0)] g_y; \\ \frac{\partial c}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) c = D_s \Delta c; \\ \frac{\partial T}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \chi \Delta T + D_s (\nabla c \cdot \nabla T); \end{cases} \quad (1)$$

де  $\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$  – оператор Гамільтона;  $\Delta = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$  – оператор Лапласа;  $\rho$  – густина, кг/м<sup>3</sup>;  $\tau$  – час, с;  $\mathbf{V} = (u, v, w)$  – вектор швидкості, м/с;  $u, v, w$  – проекції швидкості на вісі Ох, Оу, Оz відповідно;  $P$  – тиск, Па;  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с;  $\beta_T = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$  – коефіцієнт об'ємного температурного розширення, К<sup>-1</sup>;  $\beta_c = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial c}$  – коефіцієнт об'ємного концентраційного розширення;  $T_0$  – температура навколишнього середовища, К;  $c$  – концентрація солі, кг/кг;  $c_0$  – рівноважна концентрація;  $g_y$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;  $D_s$  – коефіцієнт дифузії, м<sup>2</sup>/с;  $\chi$  – коефіцієнт теплопроводності, м<sup>2</sup>/с.

Система рівнянь гідродинаміки і тепло масообміну для потоку пари в мембрані, що включає рівняння нерозривності, руху з урахуванням закону Дарсі і тепло масообміну.

$$\begin{cases} \gamma \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + K \nabla (\rho \mathbf{V}) = 0; \\ \gamma \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} + K (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \gamma \frac{J_w \mathbf{V}}{\delta \rho} + \frac{\mu_e}{\rho} K \Delta \mathbf{V} + \beta_T (T - T_0) g_y; \\ \gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} + K (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \chi_e K \Delta T; \end{cases} \quad (2)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт об'ємної поруватості мембрани;  $K$  – коефіцієнт поверхневої поруватості мембрани;  $J_w$  – проникність мембрани по пару, кг/(м<sup>2</sup>·с);  $1/J_w$  – коефіцієнт опору потоку пари у поруватому середовищі (мембрані), (м<sup>2</sup>·с)/кг;  $\mu_e$  – ефективний коефіцієнт динамічної в'язкості пари, Па·с;  $\chi_e$  – ефективний коефіцієнт теплопроводності пари, м<sup>2</sup>/с.

Змінені граничні умові для мембрани і холодного розчину:

$$\begin{aligned} -\lambda_M \frac{\partial \Theta_M}{\partial y} \Big|_{y=l_p+\delta} + J_w r - J_w c_k \Theta_k - k(\Theta_k - \Theta_X) &= 0 \\ -\lambda_X \frac{\partial \Theta_X}{\partial y} \Big|_{y=l_p+\delta+\delta_s+\delta_{cm}} &= k(\Theta_k - \Theta_X) \end{aligned} \quad (3)$$

де  $\Theta_V, \Theta_X, \Theta_k$  – відповідно температура мембрани, холодного розчину і конденсату пари, К;  $r$  – теплота пароутворення, Дж/кг;  $c_k$  – теплоємність конденсату, Дж/(кг·К);  $k$  – коефіцієнт теплопередачі через стінку, на якій конденсується пара, Вт/(м<sup>2</sup>·с);  $l_p, \delta, \delta_s, \delta_{cm}$  – відповідно висота каналу розчину, товщина мембрани, відстань між мембраною і стінкою, яка охолоджується і товщина стінки, м.

Отримані графіки розподілу швидкостей і температур по висоті мембранного модуля вздовж модуля. Створена математична модель процесу газової мембранної дистиляції може використана при керуванні процесом.