Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Штефан Н.І., Гнатейко Н.В., Федоров В.М., Бабаєв О.А.

Теоретична механіка. Статика твердого тіла

Навчальний посібник

Затверджено Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
в якості навчального посібника для студентів спеціальності:
133 «Галузеве машинобудування»

Київ - 2017

УДК 531/534(075.8)

Н.І. Штефан, Н.В. Гнатейко, В.М. Федоров, О.А. Бабаєв. Теоретична механіка. Статика твердого тіла. Навчальний посібник для студентів спеціальності: 133 «Галузеве машинобудування» спеціалізацій: інжиніринг, обладнання та технології хімічних та нафтопереробних виробництв; інжиніринг, обладнання та технології целюлозно-паперових виробництв всіх форм навчання, – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017, – 102 с.

Гриф надано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського

Навчальне видання

Теоретична механіка. Статика твердого тіла

У навчальному посібнику розглядаються методичні аспекти розв’язання задач статики твердого тіла як одного з розділів дисципліни «Теоретична механіка» на базі теоретичного матеріалу. Поряд з цим велика увага надається набуттю досвіду у розв’язанні тестових (теоретичних та практичних), а також контрольних завдань, наданню відповідей на поставлені запитання для самоконтролю, розв’язанню запропонованих задач, а також задач з розрахунково-графічної роботи згідно робочої програми кредитного модуля дисципліни при самостійній роботі студентів.

Відповідальний редактор:	О.М. Алексейчук, кандидат технічних наук, доцент
Рецензенти:	В.В.Ковальчук, канд.фіз.-мат. наук, доцент, Державний економіко-технологічний університет транспорту
	Є.О.Джур, д.т.н., професор, Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

Вступ

Одним із розділів теоретичної механіки є статика, в якій розглядаються основні методи перетворення одних систем сил в інші, їм еквівалентні, а також умови рівноваги твердого тіла, що знаходиться під дією різноманітних систем сил. Саме в статиці велику увагу приділяють набуттю досвіду у розв'язуванні задач, бо в кожному випадку від студента вимагається чітке і глибоке знання відповідного теоретичного матеріалу та методики його практичного використання.

Представлений навчальний посібник направлений саме на набуття студентами досвіду у вмінні розв'язувати задачі з розділу «Статика», тестові завдання, контрольні завдання, вмінні давати відповіді на запитання до самоконтролю, використовуючи при цьому теоретичний та практичний матеріал згідно робочої програми кредитного модуля «Статика. Кінематика». При цьому студент самостійно, використовуючи надані для кожного виду завдань відповіді, зможе оцінити свою підготовку та якість засвоєння матеріалу. Ідеальним буде використання цього навчального посібника при паралельному використанні підручників [1, 2], для яких він є сучасним доповненням, та вивченні повного лекційного матеріалу [3, 4]. Для зручності вивчення цього розділу в кінці подано список рекомендованої літератури.

Всі позиції, які висвітлені в роботі, є актуальними в світлі збільшення годин в навчальному процесі на самостійну роботу студентів. Вони всі направлені на отримання нового досвіду, а також суттєвого поліпшення якості засвоєння знань та вмінь.

Ця робота представляє собою, крім послідовного викладення теоретичного матеріалу, забезпечення навчального процесу різноманітними методичними матеріалами. В першу чергу, це стосується самостійної роботи студентів при їх підготовці до практичних занять, модульних контрольних робіт та рубіжних контролів (атестацій, заліків, екзаменів).

Для зручності студентів тут наведені також варіанти завдань з розрахунково-графічної роботи [5], яка зазначена в робочій програмі кредитного модуля, а також запропоновані задачі для самостійного розв'язання, до яких надані відповіді [6].

Крім того, представлений методичний матеріал з успіхом може застосовуватися викладачами при проведенні поточного оцінювання знань студентів.

Зазначимо, що при самостійній роботі студентам (СРС) буде корисно познайомитися з підручниками [7-9, 11-15], які присвячені практичним питанням теоретичної механіки.

Навчальний посібник передбачає варіативність при СРС, адаптацію навчального процесу до індивідуальних переваг і запитів тих, хто вивчає теоретичну механіку.

Бажаємо успіху!

СТАТИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

1. Умови рівноваги системи сил

1.1. Короткі теоретичні відомості

Головним вектором системи сил називають векторну суму сил системи. *Головним моментом системи сил* відносно деякої точки називають векторну суму моментів сил системи відносно цієї точки:

$$\vec{R}^* = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i; \qquad \vec{M}_O^* = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_O\left(\vec{F}_i\right).$$

Для рівноваги будь-якої системи сил необхідно й достатньо, щоб головний вектор і головний момент системи сил відносно деякої точки *O* дорівнювали нулю:

$$\vec{R}^* = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0; \qquad \vec{M}_O^* = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_O\left(\vec{F}_i\right) = 0.$$

Аналітичні умови рівноваги *просторової* системи сил в координатній формі мають вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_x\left(\vec{F}_i\right) = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} M_y\left(\vec{F}_i\right) = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} M_z\left(\vec{F}_i\right) = 0.$$

Аналітичні умови рівноваги *збіжної* системи сил (системи сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці)

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0.$$

Аналітичні умови рівноваги *плоскої* системи сил (системи сил, які знаходяться в одній площині, наприклад, *Oxy)*

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} M_z(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^{n}(x_i \cdot F_{iy} - y_i \cdot F_{ix}) = 0,$$

або $$\sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right) = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} M_{Bz}\left(\vec{F}_i\right) = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} M_{Cz}\left(\vec{F}_i\right) = 0,$$

де точки А, В, С не лежать на одній прямій, або

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right) = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} M_{Bz}\left(\vec{F}_i\right) = 0,$$

де вісь *Ox* не перпендикулярна до лінії *AB*.

1.2. Розв'язання задач статики

1.2.1. Методика розв'язання задач статики

1. Вибрати тіло (систему тіл), рівновага якого буде розглядатися. Звичайно – це тіло, до якого прикладені задані сили та сили, які треба знайти.

2. Зобразити активні сили, які задані за умовою задачі.

3. Визначити кількість та тип в'язей. Далі за аксіомою про звільнення від в'язей звільнити тіло від них та ввести реакції в'язей, що прикладені до точок тіла.

На цьому закінчується етап зображення сил. Зображуються тільки зовнішні сили, що діють на вибране тіло чи систему тіл (внутрішні сили в твердому тілі утворюють зрівноважену систему сил, тобто систему, еквівалентну нулеві).

4. При графічному методі розв'язання задачі треба побудувати замкнені багатокутники сил і моментів; при аналітичному – записати аналітичні умови рівноваги.

При графічному методі напрям реакції в'язей визначають в процесі побудови багатокутника сил. При аналітичному методі напрям реакції, тобто стрілку, задають на початку розв'язання задачі.

При аналітичному методі треба перевірити відповідність кількості невідомих реакцій кількості рівнянь рівноваги. Задача повинна бути статично визначеною.

5. При графічному методі графічно знаходять напрями та модулі невідомих сил. При аналітичному методі розв'язують систему рівнянь відносно вказаних невідомих. Якщо після розв'язання невідома сила має додатне значення, то це означає, що відповідна сила має напрям, показаний на рисунку, якщо від'ємне – то протилежне зображеному.

1.2.2. Розв'язання задач на збіжну систему сил

Задача 1.1. Знайти зусилля в стрижнях $CA, CB, CD,$ якщо відома вага вантажа P. Площина ABC горизонтальна (рис. 1.1).

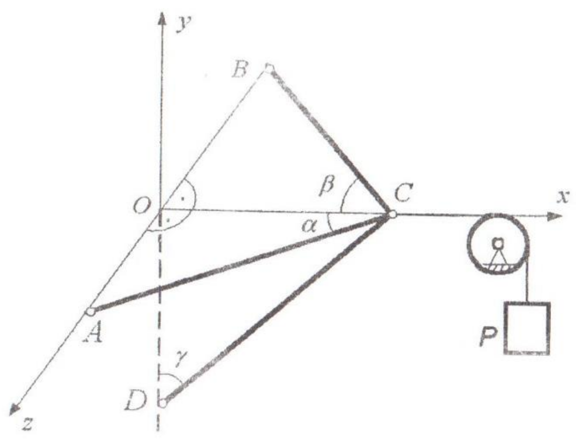


Рис. 1.1

Розв'язання. Будемо розглядати рівновагу шарніра C, до якого прикладені реакції стрижнів та натяг нитки. Реакції стрижнів направимо вздовж них від шарніра C. Натяг нитки $\vec{T}$ за модулем дорівнює силі P (рис. 1.2). Застосуємо аналітичний метод розв'язання, для чого введемо систему координат $Oxyz$.

Рівняння рівноваги мають вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = T + S_1 \cdot \cos(180^\circ - \beta) + S_2 \cdot \cos(180^\circ - \alpha) +$$

$$+ S_3 \cdot \cos(90^\circ + \gamma) = T - S_1 \cdot \cos\beta - S_2 \cdot \cos\alpha - S_3 \cdot \sin\gamma = 0;$$

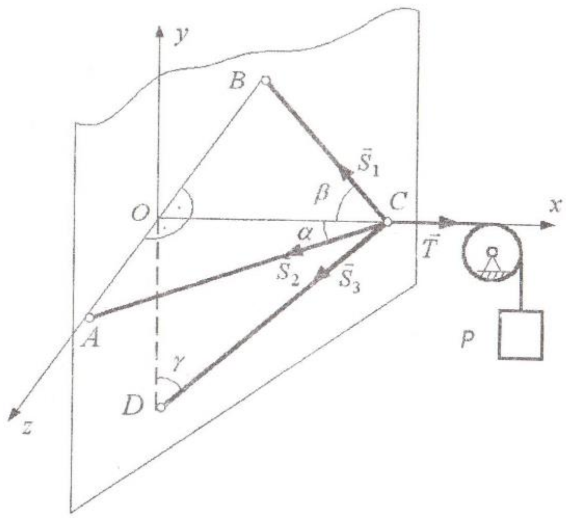


Рис. 1.2

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = T \cdot \cos 90^\circ + S_1 \cos 90^\circ + S_2 \cos 90^\circ + S_3 \cos(180^\circ - \gamma) =$$
$$= -S_3 \cdot \cos\gamma = 0\,;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = T \cdot \cos 90^\circ + S_1 \cos(90^\circ + \beta) + S_2 \cos(90^\circ - \alpha) +$$
$$+ S_3 \cos 90^\circ = -S_1 \cdot \sin\beta + S_2 \cdot \sin\alpha = 0\,.$$

З другого рівняння знаходимо $S_3 = 0$. З третього рівняння отримаємо залежність $S_2 = S_1 \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$. Після підстановки цього виразу в перше рівняння з урахування $T = P$ отримаємо

$$S_1 = \frac{P}{\cos\beta + \sin\beta \cdot ctg\alpha}\,.$$

Далі знаходимо

$$S_2 = P \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)}\,.$$

Задача 1.2. Знайти зусилля в стрижнях $AB, BC, BD,$ якщо до шарніра B прикладена вертикальна сила $\vec{P}$ (рис. 1.3).

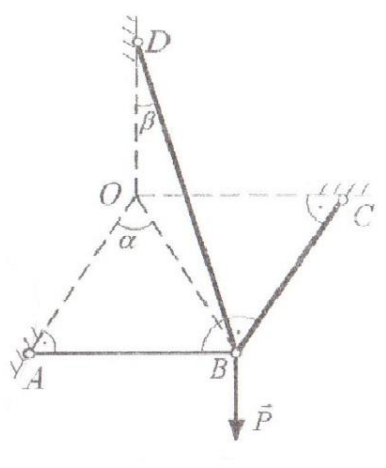


Рис. 1.3

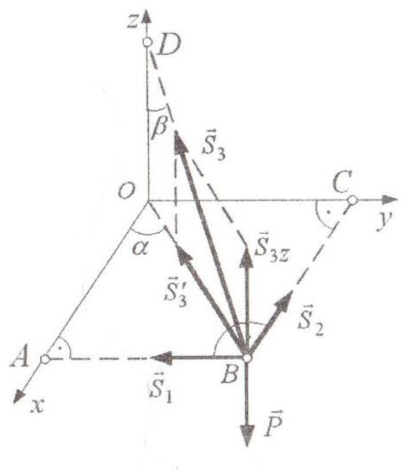


Рис. 1.4

Розв'язання. Введемо декартову систему координат $Oxyz$. Переріжемо стрижні біля шарніра B і розглянемо його рівновагу під дією сили $\vec{P}$ і реакцій $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$, $\vec{S}_3$ (рис. 1.4), які спрямуємо вздовж відповідних стрижнів від шарніра B.

Маємо збіжну систему сил з трьома невідомими силами, рівняння рівноваги якої містять проекції сил на осі введеної системи координат. Розглянемо, як приклад, проеціювання сили $\vec{S}_3$. Знайдемо S_{3x}. Спочатку спроецюємо силу $\vec{S}_3$ на площину Oxy: отримаємо силу $\vec{S}_3'$ (рис. 1.4), модуль якої дорівнює

$$S_3' = S_3 \cdot \cos(90^\circ - \beta) = S_3 \cdot \sin\beta .$$

Далі цей вектор потрібно спроеціювати на вісь Ox. Знак проекції визначаємо безпосередньо з рисунка (''мінус''), тому що кут між вектором $\vec{S}_3'$ та віссю Ox є тупим. Нагадаємо, що при знаходженні кута між вектором та віссю вони повинні бути виведеними з однієї точки. Визначаємо проекцію $\vec{S}_3'$ на вісь Ox:

$$S_{3x} = S_3' \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = -S_3 \cdot \sin\beta \cdot cos\alpha .$$

Далі знаходимо S_{3y}. Для цього на вісь Oy потрібно спроеціювати силу $\vec{S}_3{}'$. Знак цієї проекції також від'ємний, тому маємо

$$S_{3y} = -S_3' \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = -S_3 \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha .$$

Далі знаходимо проекцію $\vec{S}_3$ на вісь Oz:

$$S_{3z} = S_3 \cdot \cos\beta .$$

Запишемо рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = -S_2 - S_3 \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha = 0 ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = -S_1 - S_3 \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = -P + S_3 \cdot \cos\beta = 0$$

З третього рівняння знайдемо

$$S_3 = \frac{P}{\cos\beta} .$$

З першого і другого знаходимо

$$S_2 = -S_3 \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha = -P \cdot tg\beta \cdot \cos\alpha ;$$

$$S_1 = -S_3 \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha = -P \cdot tg\beta \cdot \sin\alpha .$$

Те, що величини S_1 та S_2 є від'ємними, означає, що сили $\vec{S}_1$ та $\vec{S}_2$ насправді спрямовані в протилежний бік по відношенню до зображених напрямів на рис. 1.4.

Задачі для самостійного розв'язання

1.1. У жолобі з абсолютно гладенькими стінками, які утворюють з горизонталлю кути 30°, лежить циліндр вагою P=60 Н (рис. 1.5). Визначити

тиск циліндра на стінки жолоба.

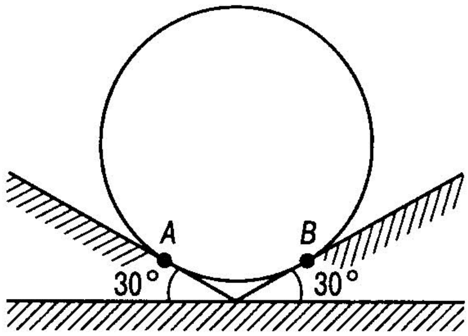


Рис. 1.5

Відповідь: $Q_A = Q_B = \dfrac{P}{2\cos 30^\circ} = \dfrac{P\sqrt{3}}{3} \approx 34,64\,H.$

1.2. Визначити реакції нерухомого шарніра *A* і котка *B*, на які опирається невагомий важіль *ADB*, якщо перпендикулярно до *AD* у точці *C* прикладена сила *P* = 12 кН і *AC* = 2*CD* = *2BD* = 2 м (рис. 1.6)

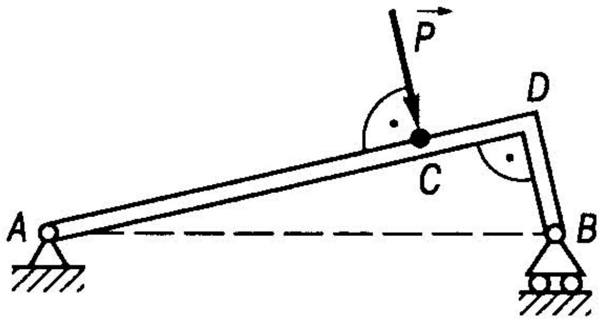


Рис. 1.6

Відповідь: $R_A = \dfrac{P\sqrt{5}}{5} \approx 5,37\,H;\; R_B = \dfrac{P\sqrt{10}}{5} \approx 7,59\,H$.

1.3. Балка вагою *P* = 16 кН може обертатися навколо горизонтальної осі, яка проходить через точку *A*, а кінцем *B* опирається на гладеньку опору (рис.1.7). Визначити реакції опор, якщо балка з горизонтальною поверхнею утворює кут 45°.

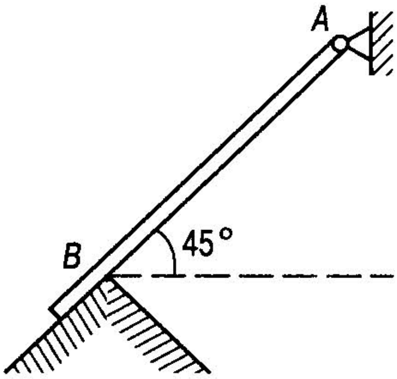


Рис. 1.7

Відповідь: $R_A = \dfrac{P\sqrt{10}}{4} \approx 12,65\,кН;\; R_B = \dfrac{P\sqrt{2}}{4} \approx 5,66\,кН$.

1.4. Визначити реакцію стрижня *ВК*, який підтримує у рівновазі плоский трикутник *АВС* вагою *Р* = 36 Н, якщо його вершина *А* закріплена в нерухомому шарнірі (рис. 1.8).

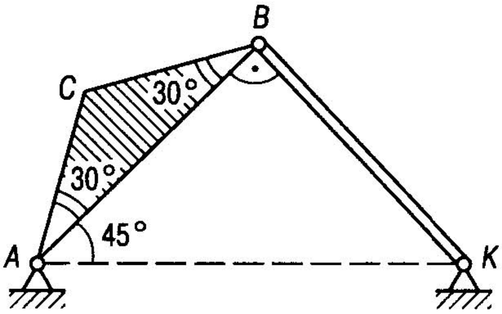


Рис. 1.8

Відповідь: $S_{BK} = \dfrac{P\sqrt{2}\left(9-\sqrt{3}\right)}{36} \approx 10,25\,кН.$

1.5. Визначити реакції двох гладеньких площин, на які опирається балка *АВ* у точках *А* і *В*, якщо її вага *Р* = 132 Н (рис. 1.9). Який кут утворюють площини?

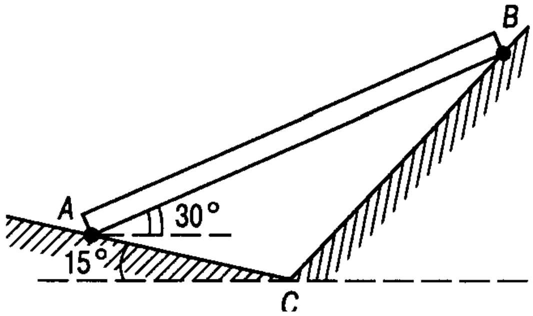


Рис. 1.9

Відповідь:

$$N_A = \frac{P\sqrt{6}}{4} \approx 80,83\,H;\;\; N_B = \frac{P\sqrt{2\left(5-2\sqrt{3}\right)}}{4} \approx 57,84\,H;\;\; \angle\,ACB = arctg\left(1-\sqrt{3}\right) \approx 143,8^{\circ}.$$

1.6. Три стрижні *AC, BC* і *DC* з’єднані шарнірно у точці *C* (рис. 1.10). Визначити зусилля у стрижнях, якщо вони перебувають у рівновазі під дією сили F = 50 Н, яка розміщена у вертикальній площині *Oxy*. Кут $\alpha = 60^{\circ}$, $\beta = 30^{\circ}$.

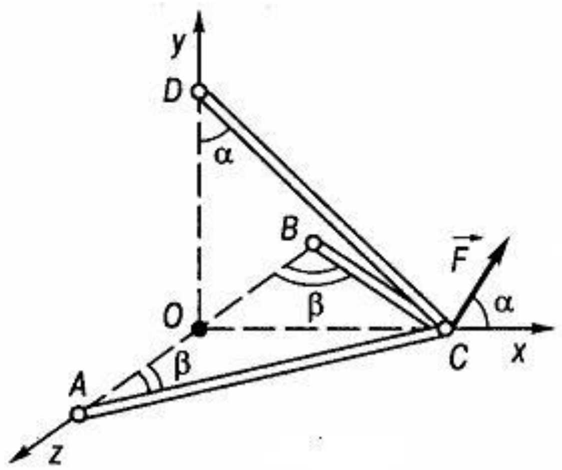


Рис. 1.10

Відповідь: $S_{CD} = Ftg\alpha = 86,6\,H,\, S_{AC} = S_{BC} = \dfrac{F}{2\sin\beta\cos\alpha} = 100\,H.$

1.7. Три стрижні *AO, BO* і *CO* з’єднані в шарнірі *O* (рис. 1.11). Визначити їхні реакції, що виникають під дією сили F = 12 Н, прикладеної до шарніра *O* і спрямованої вздовж діагоналі *ON,* якщо *AB* = *AO* = *AD.*

Відповідь: $S_{AO} = F\sqrt{3}/3 = 6{,}93\,H,\, S_{BO} = 0,\, S_{BC} = F\sqrt{\frac{2}{3}} = 9{,}8\,H.$

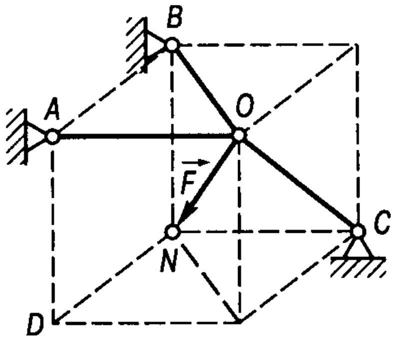


Рис. 1.11

1.8. Три стрижні *AO*, *BO* і *CO* з'єднано в точці *O* за допомогою шарніра, до якого прикладено силу F = 18 Н (рис. 1.12) вздовж діагоналі *OD*. Визначити зусилля у стрижнях, якщо кут $\alpha = 30^\circ, \beta = 45^\circ$. Вагою стрижнів знехтувати.

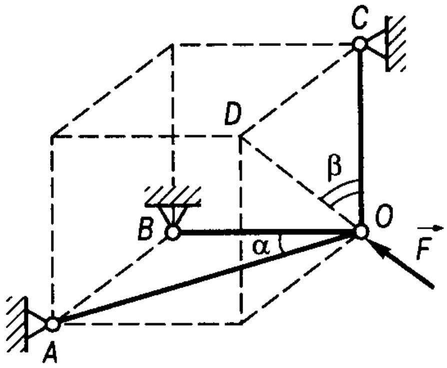


Рис. 1.12

Відповідь:

$$S_{AO} = \frac{F\sin\beta}{\sin\alpha} = 25{,}46\,H;\; S_{BO} = F\sin\beta ctg\alpha = 22{,}05\,H;\; S_{CO} = F\cos\beta = 12{,}73\,H.$$

1.9. Визначити опорні реакції і зусилля в стрижнях шарнірної конструкції у вигляді правильної піраміди (рис. 1.13), ребра якої нахилені до основи під кутом α Верхній вузол *A* навантажений вертикальною силою *P*, а вершини *B*, *C*, *D* знаходяться на рухомих шарнірах. Вагою стрижнів знехтувати.

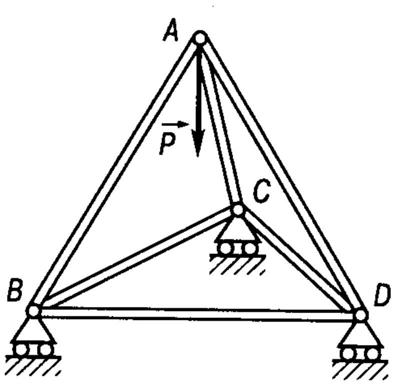


Рис. 1.13

Відповідь: $S_{AB} = S_{AC} = S_{AD} = \dfrac{P}{3\sin\alpha}$, $R_B = R_C = R_D = \dfrac{P}{3}$.

1.2.3. Задачі на плоску та просторову систему сил

Задача 1.3. Знайти реакції опор балки AD, на яку діє сила Q і до якої підвішений вантаж вагою P (рис. 1.14, *а*).

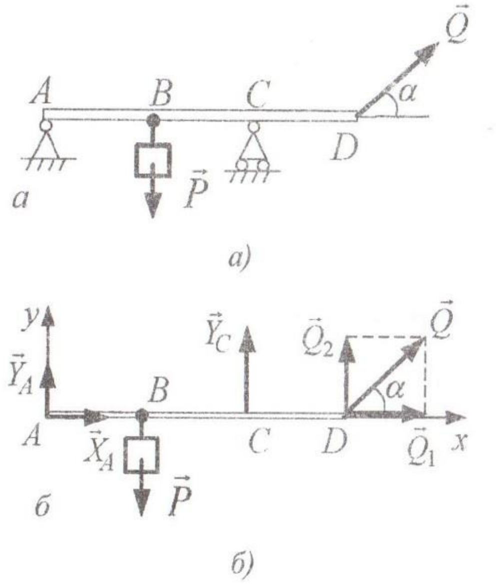


Рис. 1.14

Розв'язання. Зобразимо відомі сили: $\vec{Q}$, вагу $\vec{P}$ та невідомі реакції опор (шарніра A та котка C), прикладені до балки. Будемо розглядати рівновагу системи: балка – нитка – вантаж. Для плоскої системи сил зобразимо тільки ті сили, що знаходяться в площині рисунка (рис. 1.14, *б*), тобто тільки дві реакції

шарніра $A: \vec{X}_A$ та $\vec{Y}_A$. Реакція котка $\vec{Y}_C$ спрямована по нормалі до поверхні балки . Маємо три невідомі сили і три аналітичні умови рівноваги для довільної плоскої системи сил. Отже, задача є статично визначеною.

Запишемо перші два рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = X_A + Q \cdot \cos\alpha = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = Y_A - P + Y_C + Q \cdot \sin\alpha = 0.$$

Більш детально розглянемо третє рівняння – рівняння моментів відносно осі, спрямованої перпендикулярно до площини Axy. Ця вісь напрямлена на читача і може проходити через будь-яку точку плоскої фігури. Цю точку доцільно вибрати таким чином , щоб через неї проходило якомога більше ліній дії невідомих сил (момент цих сил відносно даної точки дорівнює нулю), – це спрощує запис третього рівняння рівноваги. В даній задачі таких точок дві: точка A (через неї проходять лінії дії реакцій $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$) та C (через неї проходять лінії дії реакцій $\vec{X}_A, \vec{Y}_C$). Візьмемо точку A, тобто будемо розглядати вісь Az, яка напрямлена на читача (звичайно вісь Az не зображують). Сили $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ перетинають вісь Az, тому моменти цих сил відносно осі Az дорівнюють нулеві.

Знайдемо $M_{Az}\left(\vec{P}\right)$. Так як напрям можливого обертання тіла під дією сили відбувається за годинниковою стрілкою, то отримаємо від’ємне значення моменту. Модуль моменту $M_{Az}\left(\vec{P}\right)$ дорівнює добутку сили P на плече AB.

Отже, $M_{Az}\left(\vec{P}\right) = -P \cdot AB$.

Аналогічно знаходимо:

$$M_{Az}\left(\vec{Y}_C\right) = Y_C \cdot AC.$$

Для визначення моменту $M_{Az}\left(\vec{Q}\right)$ розкладемо силу $\vec{Q}$ на складові $\vec{Q}_1$ та $\vec{Q}_2$. Складова $\vec{Q}_1$ перетинає вісь Az, отже її момент відносно осі Az дорівнює нулеві. Момент складової $\vec{Q}_2\left(Q_2 = Q\cdot\sin\alpha\right)$ дорівнює:

$$M_{Az}\left(\vec{Q}\right) = Q_2\cdot AD = Q\cdot AD\cdot\sin\alpha .$$

Остаточно маємо:

$$\sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right) = -P\cdot AB + Y_C\cdot AC + Q\cdot AD\cdot\sin\alpha = 0 .$$

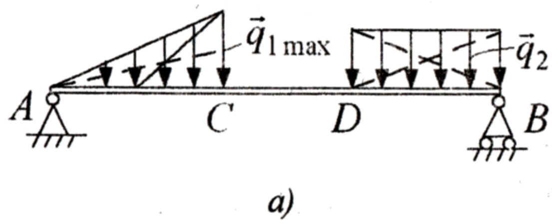
Далі знаходимо: $X_A = -Q\cdot\cos\alpha$;

$$Y_C = \frac{1}{AC}\left(P\cdot AB - Q\cdot AD\cdot\sin\alpha\right);$$

$$Y_C = P - Y_C - Q\cdot\sin\alpha = P\left(1-\frac{AB}{AC}\right) + Q\cdot\sin\alpha\left(\frac{AD}{AC}-1\right).$$

Задача 1.4. Знайти реакції опор невагомої балки *AB,* на яку діють розподілені сили з інтенсивністю q_{1max} = 10 Н/м; q_2 = 20 Н/м; *AC* = 3 м; *CD* = 2 м; *DB* = 4 м (рис. 1.15, *а*).

Розв'язання. Замінимо розподілені сили зосередженими, які дорівнюють



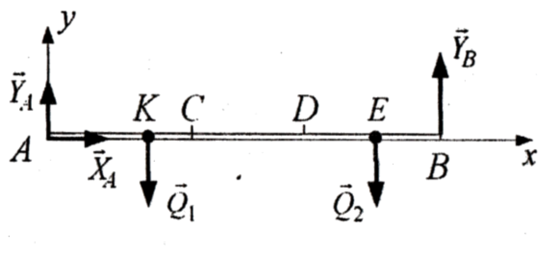


Рис. 1.15

площам відповідних фігур (трикутника і прямокутника) і які прикладені в центрах ваги цих фігур. Сила $Q_1 = 0{,}5 AC \cdot q_{1\max}$ прикладена в точці $K\left(AK = \frac{2}{3}AC\right)$, а сила $Q_2 = DB \cdot q_2$ прикладена в точці $E\left(DE = \frac{1}{2}DB\right)$.

Маємо:

$$Q_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 = 15\ H; \qquad Q_2 = 20 \cdot 4 = 80\ H.$$

Далі задача розв'язується за відомою методикою. Будемо розглядати рівновагу балки, яку звільняємо від в'язей і вводимо реакції в'язей $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Y}_B$ (рис. 1.15, *б*).

Рівняння рівноваги отриманої плоскої системи сил мають вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = X_A = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = Y_A - Q_1 - Q_2 + Y_B = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right) = -Q_1 \cdot AK - Q_2 \cdot AE + Y_B \cdot AB = 0.$$

З отриманих рівнянь знаходимо:

$X_A = 0;$

$Y_B = \dfrac{Q_1 \cdot AK + Q_2 \cdot AE}{AB} = 65{,}56\ H;$

$Y_A = Q_1 + Q_2 - Y_B = 29{,}44\ H.$

Задача 1.5 Однорідна трикутна пластина вагою $G = 30H$ утримується в рівновазі ниткою AC, кут між якою та площиною пластини дорівнює $\alpha = 30^\circ$. Нитка, яка прикріплена до пластини в точці $D(AD = DO)$, перекинута через блок E і утримує вантаж вагою $Q = 20H$ (рис. 1.16, *а*). Визначити реакції сферичного шарніра O та циліндричної петлі B, якщо $OA = 5$ см; $OB = 3$ см; $AB = 4$ см.

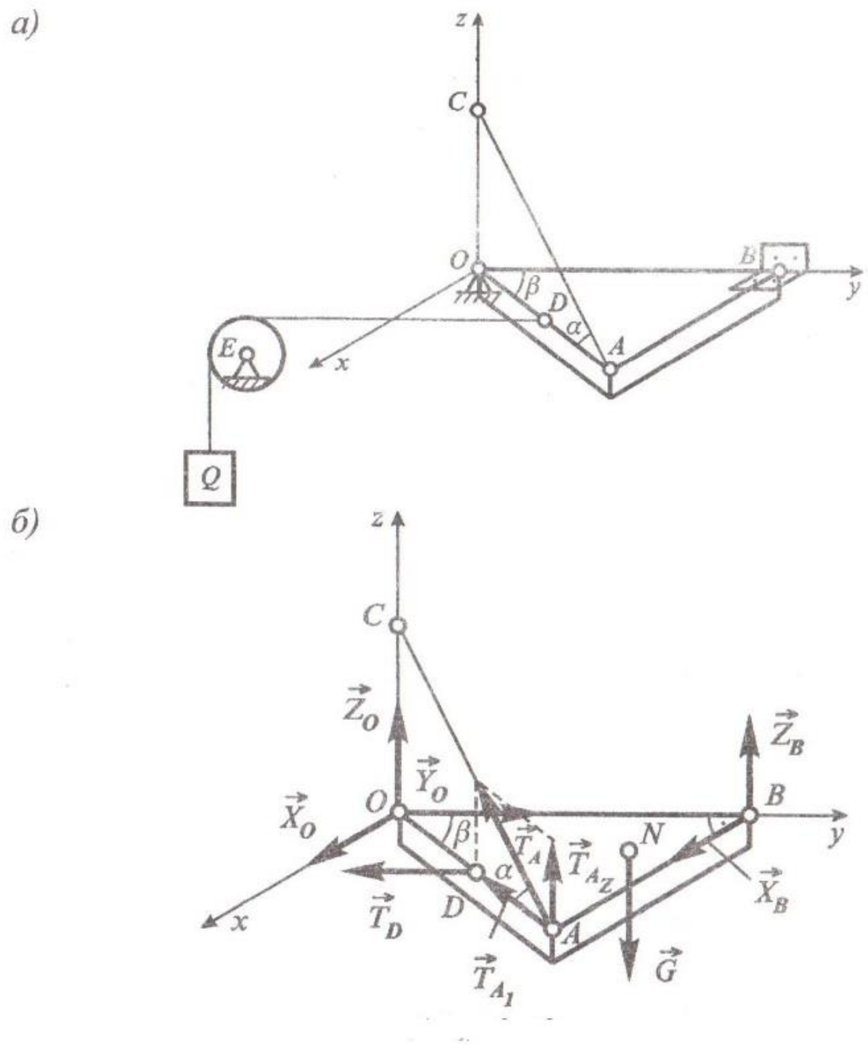


Рис. 1.16

Розв'язання. Оскільки за умовою задачі пластина однорідна, силу $\vec{G}$ прикладемо в центрі ваги пластини (рис. 1.16, *б*). Переріжемо нитку AC та введемо натяг нитки $\vec{T}_A$. Щоб виключити з розгляду реакцію блока E, переріжемо нитку , яка утримує вантаж, та введемо натяг нитки $\vec{T}_D (T_D = Q)$. Зауважимо, що вектор натягу нитки слід напрямляти від тіла, рівновага якого розглядається. У даному випадку таким тілом є пластина – саме до неї прикладені шукані реакції опор: реакція сферичного шарніра O та циліндричної петлі B. Отримана система сил є просторовою.

Реакція сферичного шарніра O дорівнює:

$$\vec{R}_O = \vec{X}_O + \vec{Y}_O + \vec{Z}_O,$$

а та циліндричної петлі B:

$$\vec{R}_B = \vec{X}_B + \vec{Z}_B.$$

Таким чином, невідомими є 6 складових реакцій в'язей: $\vec{X}_O, \vec{Y}_O, \vec{Z}_O, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}_A$. Задача статично визначена.

Для полегшення запису рівнянь рівноваги розкладемо силу $\vec{T}_A$, що лежить у площині прямокутного трикутника AOC, на складові: $\vec{T}_A = \vec{T}_{Az} + \vec{T}_{A1}$; $T_{Az} = T_A \sin\alpha$; $T_{A1} = T_A \cdot \cos\alpha$.

Далі записуємо рівняння рівноваги.

Перші три рівняння – це проекції головного вектора сил на координатні осі:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = X_O - T_{A1} \cdot \sin\beta + X_B = 0; \qquad (1.1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = Y_O - T_D \cdot \cos\beta = 0; \qquad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = Z_O + Z_B + T_{Az} - G = 0, \qquad (1.3)$$

де $\sin\beta = \dfrac{AB}{OA} = \dfrac{4}{5}$; $\cos\beta = \dfrac{OB}{OA} = \dfrac{3}{5}$.

Записуючи рівняння моментів, врахуємо що в них будуть відсутні сили $\vec{X}_O, \vec{Y}_O, \vec{Z}_O$, бо їхні лінії дії проходять через початок системи координат $Oxyz$ – точку O і, таким чином, перетинають всі три осі.

Записуючи рівняння моментів відносно осі Ox, відкидаємо додатково сили, лінії дії яких паралельні осі Ox, або її перетинають – це сили $\vec{T}_D, \vec{T}_{A1}, \vec{X}_B$. А для решти сил $\left(\vec{T}_{Az}, \vec{G}, \vec{Z}_B\right)$ записуємо:

$$\sum_{i=1}^{n} M_x\left(\vec{F}_i\right) = T_{Az} \cdot OB + Z_B \cdot OB - G \cdot \frac{2 \cdot OB}{3} = 0. \qquad (1.4)$$

При визначенні моментів відносно осі Oy відкидаємо силу $\vec{T}_D$ (паралельну осі Oy) та сили $\vec{T}_{A1}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B$ (перетинають вісь Oy). Для решти сил $\vec{T}_{Az}$ і $\vec{G}$ маємо:

$$\sum_{i=1}^{n} M_y\left(\vec{F}_i\right) = -T_{Az} \cdot AB + G \cdot \frac{AB}{3} = 0 . \qquad (1.5)$$

Аналогічно для осі Oz відкидаємо сили $\vec{Z}_B, \vec{G}, \vec{T}_{Az}$ (паралельні осі Oz), $\vec{T}_{A1}$ (перетинає вісь Oz). Для решти сил $\vec{X}_B, \vec{T}_D$ маємо:

$$\sum_{i=1}^{n} M_z\left(\vec{F}_i\right) = -T_D \cdot \frac{AB}{2} - X_B \cdot OB = 0 \qquad (1.6)$$

Розв’язуємо отриману систему рівнянь. Із рівняння (1.6) знаходимо

$$X_B = T_D \frac{AB}{2 \cdot OB} = 20 \cdot \frac{4}{2 \cdot 3} = 13{,}33\ H .$$

З рівняння (1.5):

$$T_A = \frac{G}{3 \sin \alpha} = \frac{30}{3 \cdot 0{,}5} = 20\ H .$$

З рівняння (1.2):

$$Y_O = T_A \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta + T_D = 40 \cdot 0{,}866 \cdot \frac{3}{5} + 20 \approx 40{,}78\ H .$$

З рівняння (1.1):

$$X_O = T_A \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta - X_B = 40 \cdot 0{,}866 \cdot \frac{4}{5} - 13{,}3 \approx 14{,}38\ H .$$

З рівняння (1.4):

$$Z_B = \frac{2}{3} G - T_A \sin \alpha = \frac{2}{3} \cdot 30 - 20 \cdot \frac{1}{2} = 10\ H .$$

З рівняння (1.3):

$$Z_O = G - T_A \sin \alpha - Z_B = 30 - 20 \cdot 0{,}5 - 10 = 10\ H .$$

Задачі для самостійного розв’язання

1.10. Однорідна балка вагою 600 Н завдовжки 4 м опирається кінцем *C* на гладеньку підлогу, а проміжною точкою *B* – на стовп заввишки 3 м. Балка знаходиться в рівновазі, утворює із стовпом кут $\alpha = 30^\circ$ (рис. 1.17), в точці *C*

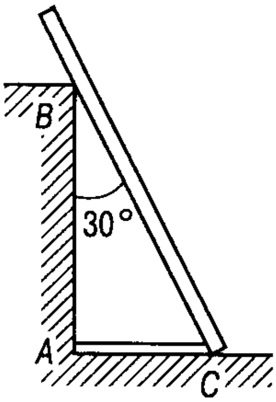


Рис. 1.17

до балки прив’язана мотузка, яка закріплена в точці *A*. Нехтуючи тертям, знайти натяг мотузки *T*, реакції R_B і R_C відповідно стовпа і підлоги.

Відповідь: $T = 150\,H,\ R_B \approx 173\,H,\ R_C \approx 513\,H$.

1.11. Однорідна балка *AB* вагою 200 Н опирається на гладеньку підлогу в точці *B* (рис. 1.18) під кутом 60°. Крім того, в точках *C* і *D* вона підтримується опорами без тертя. Визначити реакції опор в точках *B*, *C*, *D*, якщо довжина *AB* = 3 м, *CB* = 0,5 м, *BD* = 1 м.

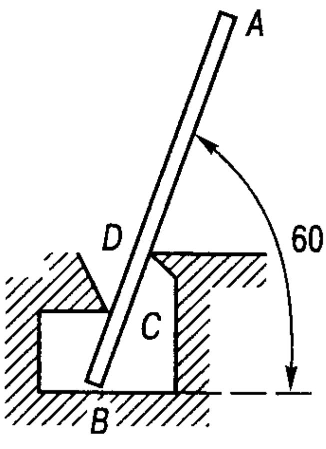


Рис. 1.18

Відповідь: $R_B = 200\,H,\, R_C = R_D = 300\,H.$

1.12. Однорідна балка вагою 100 Н прикріплена до стіни шарніром *A* (рис. 1.19) і утримується в рівновазі під кутом 45° до вертикалі за допомогою

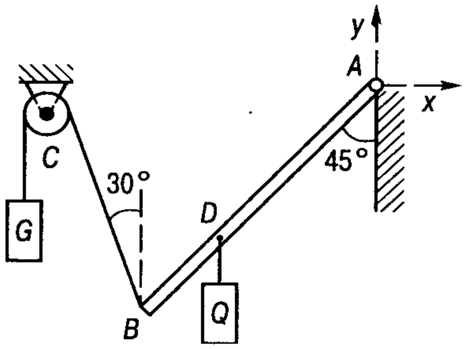


Рис. 1.19

тросу, який перекинуто через блок *C*. До другого кінця троса прикріплено тягар *G*, трос *BC* утворює з вертикаллю кут 30°. У точці *D* до балки підвішено тягар *Q* вагою 200 Н. Визначити вагу тягаря *G* і реакцію шарніра *A*, якщо *BD* = 0,25*AB*. Тертям знехтувати.

Відповідь: $G = 146\,H,\, X_A \approx 73\,H, Y_A \approx 173\,H.$

1.13. Визначити реакцію жорсткого защемлення *A* консольної балки *AB*, яка знаходиться під дією зосередженої сили *F*, пари сил з моментом *M* і розподіленого навантаження, що змінюється так, як показано на рис. 1.20. Дано: *F* = 5 *кН*, $M = 4\,кН \cdot м,\, q = 2\,кН\,/\,м,$ *AC* = 3 *м*, *CB* = 4,5 *м.*

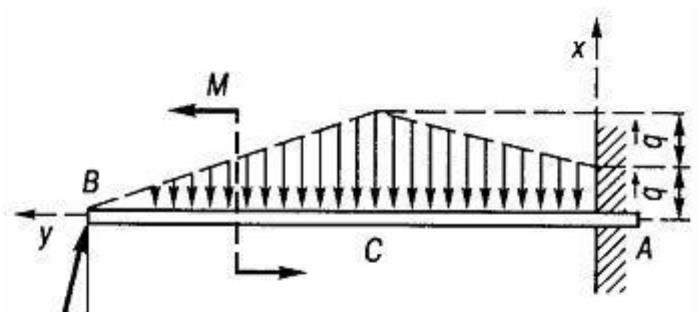


Рис. 1.20

Відповідь: $X_A \approx 13,7\,кН, Y_A = 2,5\,кН, M_A = -27,0\,кН \cdot м.$

1.14. Однорідний стрижень завдовжки 0,4 м опирається кінцем A на

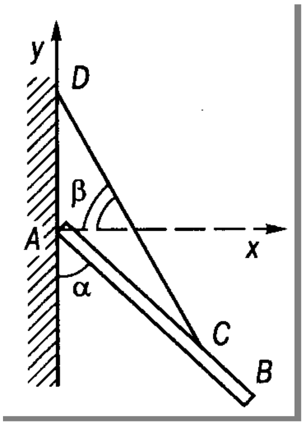


Рис. 1.21

жорстку стіну і підтримується у рівновазі за допомогою невагомої мотузки CD (рис. 1.21). Визначити коефіцієнт статичного тертя ковзання f між стінкою і кінцем A стрижня, якщо BC = 0,15 м, AD = 0,25 м, а найменший кут α при рівновазі стрижня дорівнює 45°.

Відповідь: $f = \dfrac{AB\sin\alpha tg\beta - 2AD}{AB\sin\alpha} \approx 0,6.$

1.15. Однорідна кришка ящика вагою 100 Н утримується в рівновазі за допомогою вертикального мотузка EF (рис. 1.22). Знайти реакції завісів A і B, якщо CE = = 0,2 м, DE = 0,8 м.

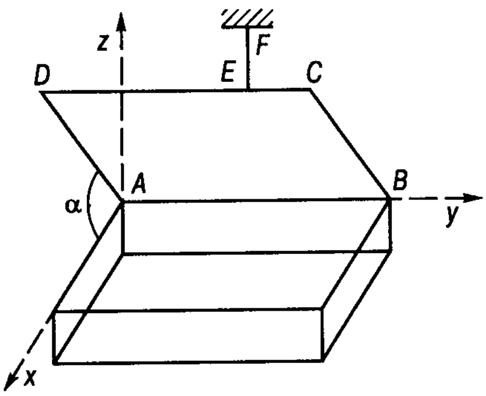


Рис. 1.22

Відповідь: $R_A = 40\,H, R_B = 10\,H$.

1.16. Мотузок сходить зі шківа *C* по дотичній, що утворює з вертикаллю кут

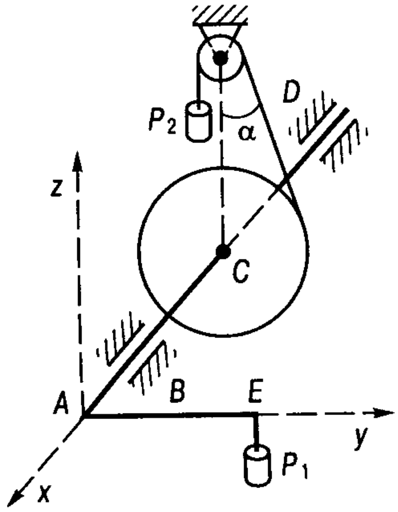


Рис. 1.23

$\alpha = \arcsin 0,6$ (рис. 1.23). Радіус шківа *R* = 0,2 *м*, *AB* = 0,3 *м*, *CD* = 0,5 *м*, , *AE* = 0,6 *м*, , *BC* = 0,4 *м*. Тертям знехтувати. Знайти вагу тягаря P_1 і реакції підшипників *B* і *D*, якщо вага тягаря P_2 = 270 *H*. Система знаходиться в рівновазі.

Відповідь: $P_1 = 90\,H, Y_B = 90\,H, Z_B = 0, Y_D = 72\,H, Z_D = -126\,H$.

1.17. На колінчастий стрижень *ABCD* (рис. 1.24) діє сила *P* = 8,5 *H*, яка за

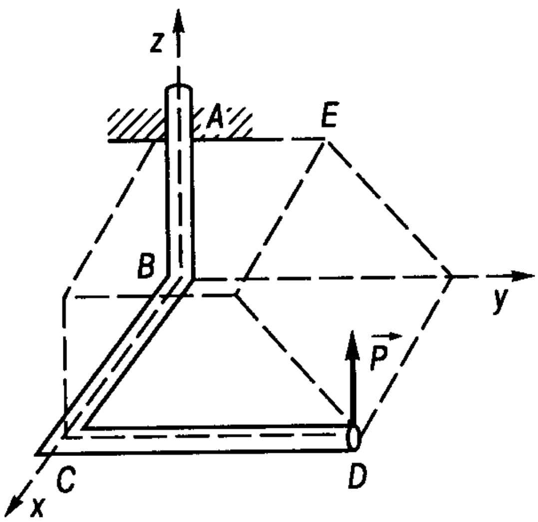


Рис. 1.24

напрямом збігається з діагоналлю *DE* бічної грані прямої призми, причому *AB* = 0,09 *м*, *BC* = 0,08 *м*, *CD* = 0,16 *м*, *AE* = 0,04 *м*. Знайти реакцію закріплення *A*. Вагою стрижня знехтувати.

Відповідь:

$$X_A = 4\,H, Y_A = 6\,H, Z_A = -4{,}5\,H, M_{Ax} = -0{,}18\,кH \cdot м, M_{Ay} = 0, M_{Ax} = -0{,}18\,кH \cdot м.$$

1.18. Стрижні *AB* і *BC* однакової довжини і однакової ваги *P* (рис. 1.25) з’єднані шарніром в точці *B* під прямим кутом і знаходяться в рівновазі. Стрижні прикріплено до стіни в точках *A* і *C* також шарнірами. Трос *BD* прикріплено до стіни в точці *D*, яка знаходиться на одній вертикалі з точкою *A*. Стрижні *AB* і *BC* горизонтальні, утворюють із стіною кути 45°. Трос утворює з горизонтом кут 45°. Знайти реакції шарнірів *A*, *C* і натяг *T* троса *BD*.

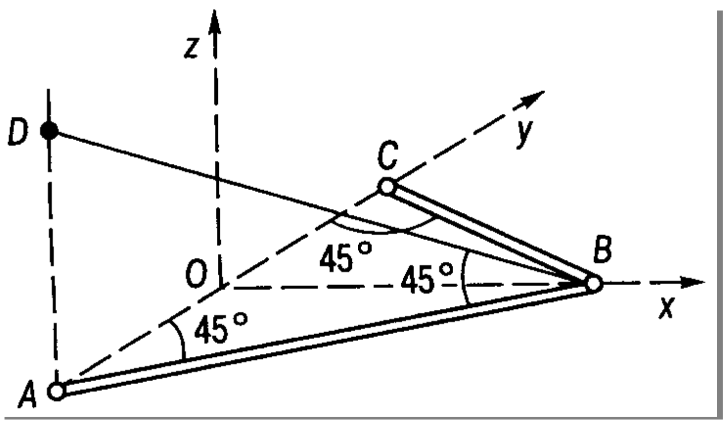


Рис. 1.25

Відповідь: $T = P\sqrt{2},\ X_A = Y_A = \dfrac{P\sqrt{2}}{2},\ Z_A = Z_C = \dfrac{P}{2},\ X_C = Y_C = 0.$

1.19. Прямокутна плита *ABCD* (рис. 1.26) вагою *P* знаходиться у рівновазі в горизонтальному положенні. У точці *A* сферичний шарнір, стрижні *CK*, *CN* і трос *BS* невагомі. Знайти реакцію R_A шарніра *A*, зусилля T_1, T_2 у стрижнях *CN* і *CK* натяг T_3 троса. У точці *B* підвішено тягар *M* вагою *Q*. *CD* = 3*a*, *CB* = 4*a*, *CE* = 5*a*. Систему координат зображено на рис. 1.26.

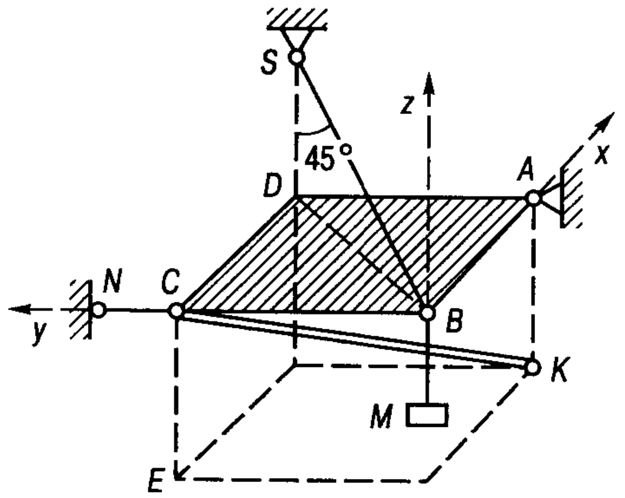


Рис. 1.26

Відповідь:

$T_1 = -\frac{4}{5}Q,\ T_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}P,\ T_3 = Q\sqrt{2},\ X_A = -\frac{3}{5}Q + \frac{3}{10}P,\ Y_A = -\frac{2}{5}P,\ Z_A = \frac{P}{2}.$ Стрижні *CN* і *CK* стиснуті.

1.20. Колінчастий вал може обертатись навколо осі *Ax* у підшипниках *A* і *B* (рис. 1.27). На коліно *DEGF* діє сила *P* = 3000 *Н*, яка утворює з вертикаллю кут 10°. Сила розташована в площині, перпендикулярній до осі *Ax*. Знайти момент *M* пари сил, яку потрібно прикласти до вала, щоб він знаходився у рівновазі, а також реакції підшипників *A* і *B*, якщо $\varphi = 60^\circ$, *DE* = 0,2 *м*, *AD* = *DF* = *FB* = 0,4 *м, EC* = *CG*.

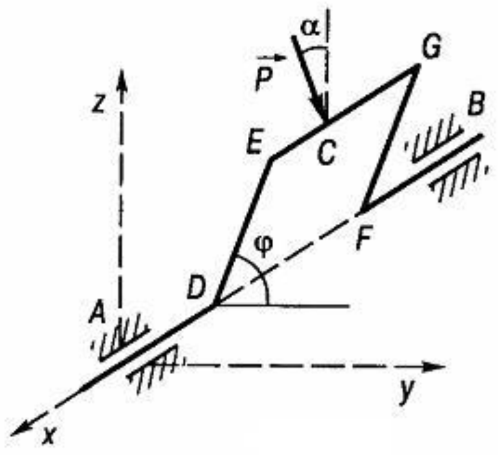


Рис. 1.27

Відповідь: $M = 386\,H \cdot м,\ Y_A = Y_B = -261\,H,\ Z_A = Z_B = 1480\,H.$

1.21. Однорідна пластина вагою 900 Н (рис. 1.28) у формі рівностороннього трикутника закріплена за допомогою петель *A* і *B* на горизонтальній осі, а точка *C* опирається на гладеньку вертикальну стіну, розміщена в площині *Oxz*. Пластина утворює з горизонтом кут 30°. Знайти реакції петель *A* і *B* на стіни в точці *C*..

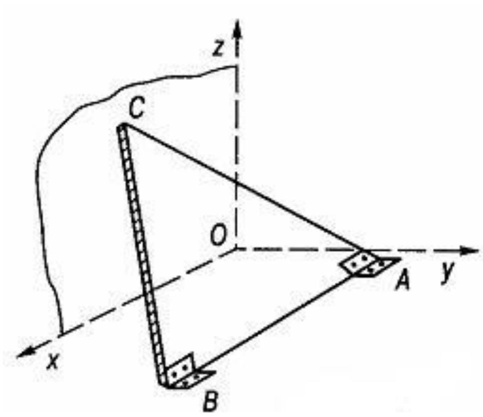


Рис. 1.28

Центр ваги пластини знаходиться в точці, де перетинаються медіани трикутника.

Відповідь: $N_C = 520\,H, Y_A = Y_B = -200\,H, Z_A = Z_B = 450\,H.$

1.22. На барабан вагою 160 *H* намотано якірний ланцюг (рис. 1.29), натяг якого $T = 2000H$. Система зрівноважена силою $\vec{F}$, яка прикладена до шестерні *C* і напрямлена по дотичній до шестерні паралельно $\vec{T}$. Знайти силу $\vec{F}$, реакції підп’ятника *A* і підшипника *B*, якщо радіус барабана $r_1 = 0{,}2$ *м*, радіус шестерні $r_2 = 0{,}4$ м, відстань $AC = 0{,}1$ м, $AB = 1{,}2$ м, лінія дії сили $\vec{T}$ знаходиться вище площини шестерні на 0,4 м.

Відповідь: $F = 1000\,H,\ X_A = X_B = 0,\ Y_A = -250\,H,\ Y_B = -750\,H,\ Z_A = 160\,H.$

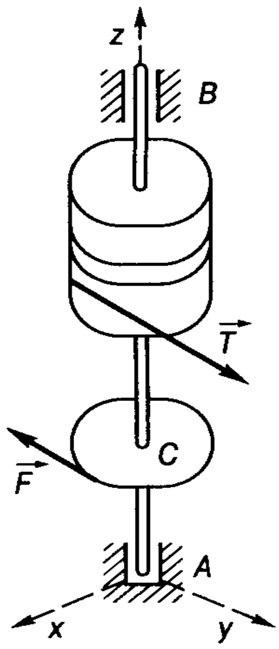


Рис. 1.29

2. Рівновага складеної конструкції

2.1. Розв’язання задач зі складеної конструкції

Продемонструємо методику розв’язання задач зі складеної конструкції на конкретній задачі 2.1.

Задача 2.1. Визначити реакції опор складеної конструкції (шарнірно-нерухомої опори в точці *A*, котків *K* і *C*, а також реакції в проміжному шарнірі *B*), якщо Q = 50 *Н*, $M = 2\,Н \cdot м$, $a = AC = BC = KD = 0{,}1$м, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$ (рис. 2.1).

Методика розв’язання задач зі складеної конструкції:

1. Застосовуємо метод перерізів і розрізаємо конструкцію по проміжному шарніру *B*, розділяючи її таким чином на дві частини.
2. Окремо розглядаємо рівновагу кожної частини, вважаючи відкинуту - в’яззю. Для частини АВ в’язі: шарнірно-нерухома опора в т. А, коток в точці С і відкинута частина ВК. Для частини ВК в’язі : коток у точці К і відкинута частина АВ. Всі в’язі заміняємо відповідними реакціями (рис. 2.2).

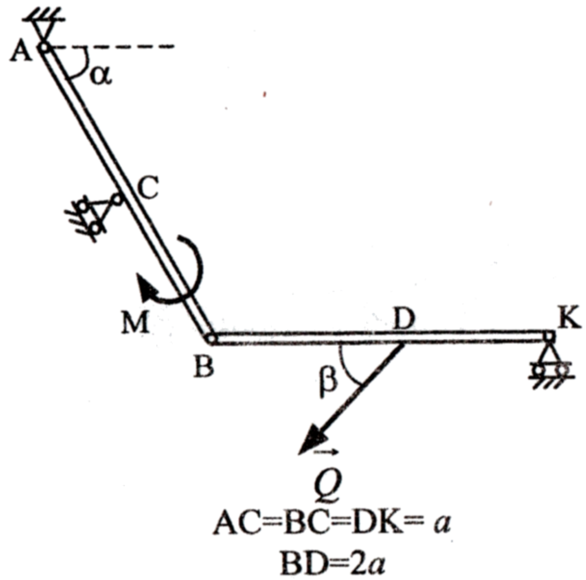


Рис. 2.1

Врахуємо, що: $X_B = X'_B,\ Y_B = Y'_B.$

3. Для кожної частини складаємо відповідні рівняння рівноваги.

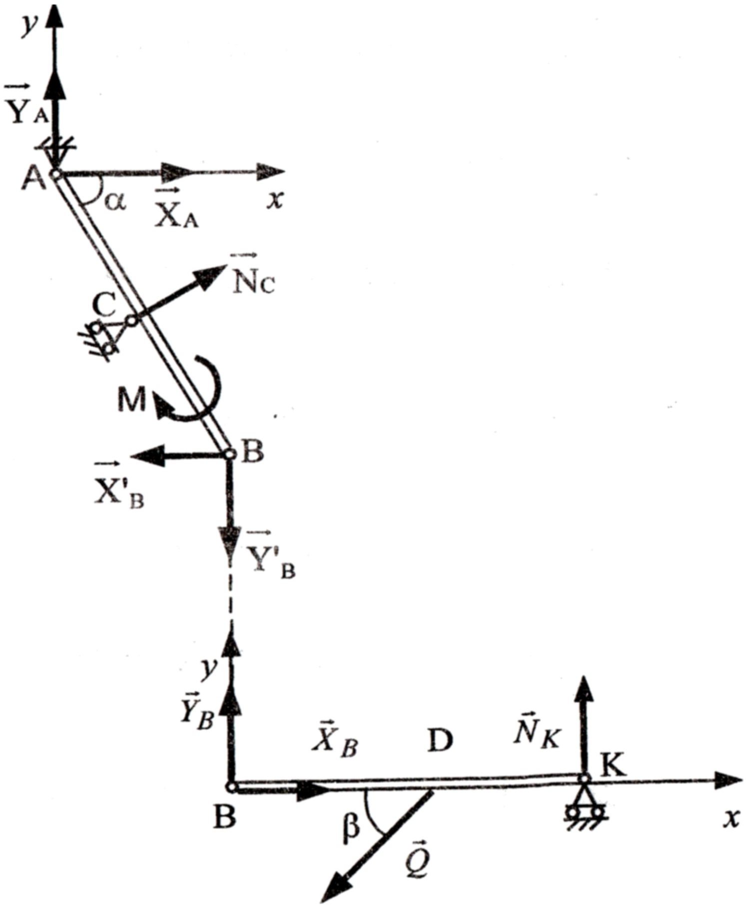


Рис. 2.2

Рівняння рівноваги частини 1:

1

1. $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = X_A - X'_B + N_C \cdot \sin\alpha = 0;$

2. $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = Y_A - Y'_B + N_C \cdot \cos\alpha = 0;$

3. $\sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right) = N_C \cdot AC - M - X'_B \cdot AB \cdot \sin\alpha - Y'_B \cdot AB \cdot \cos\alpha = 0.$

Рівняння рівноваги частини 2 :

2

1. $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = X_B - Q \cdot \cos\beta = 0;$

2. $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = Y_B - Q \cdot \sin\beta + N_K = 0;$

3. $\sum_{i=1}^{n} M_{Bz}\left(\vec{F}_i\right) = -Q \cdot \sin\beta \cdot BD + N_K \cdot B_K = 0.$

Підставимо всі відомі за умовою значення і отримаємо, що: N_C = 75,77 *Н*, X_A = - 2,53 *Н*; Y_A = - 53,83 *Н*; X_B = 35,36 *Н*; Y_B = 11,79 *Н*; N_K = 23,57 *Н*.

2.2. Задачі для самостійного розв’язання

2.1. На вузол *D* (рис. 2.3) шарнірної стрижневої конструкції діє

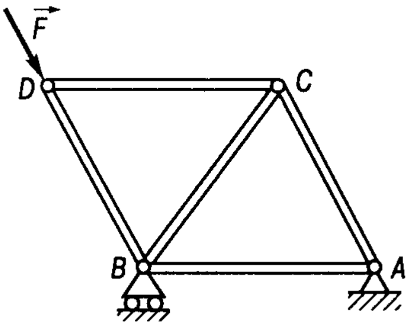


Рис. 2.3

вздовж стрижня *DB* сила $\vec{F}$. Визначити зусилля у стрижнях, реакцію шарніра *A* і котка *B*, якщо всі стрижні невагомі і мають однакову довжину.

Відповідь: $R_A = S_{AB} = F/2;\ R_B = F\sqrt{3}/2;\ S_{BD} = F;\ S_{BD} = S_{DC} = S_{CB} = 0.$

2.2. На вузол D (рис. 2.4) ферми діє горизонтальна сила $\vec{F}$. Визначити зусилля у стрижнях, реакцію шарніра A і котка B, якщо $AC = CB = 2CD$. Вагою стрижнів знехтувати.

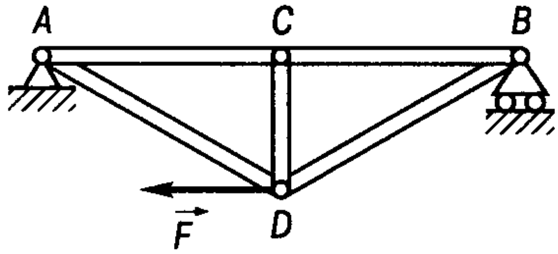


Рис. 2.4

Відповідь: $R_A = F/4;\ R_B = F\sqrt{17}/4;\ S_{BD} = S_{AD} = F\sqrt{5}/4;\ S_{CD} = 0;\ S_{AC} = S_{BC} = F/2.$

2.3. Механічна система з трьох стрижнів AC, CB і CD (рис. 2.5) закріплена шарнірно у нерухомих точках A і D. До вузла B прикладена вертикальна сила $P = 3$ *кН*. Яку вертикальну силу Q потрібно прикласти до вузла C, щоб система знаходилась у стані рівноваз і, якщо $\alpha = 30^\circ,\ \beta = 60^\circ$?

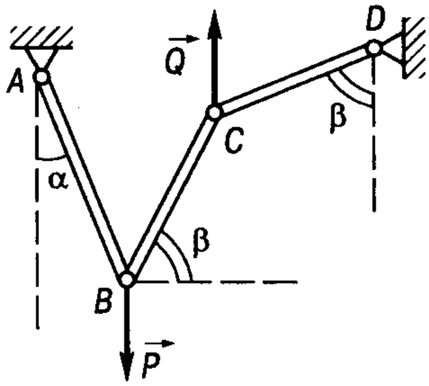


Рис. 2.5

Відповідь: $Q = S_{AB} = S_{BC} = P\sqrt{3}/3 \approx 1,73\,kH;\ S_{CD} = P = 3\,kH.$

2.4. Для трьохшарнірної арки визначити реакції шарнірів A, O і B, які виникають у результаті дії сили P, спрямованої під кутом 30° до вертикалі (рис. 2.6).

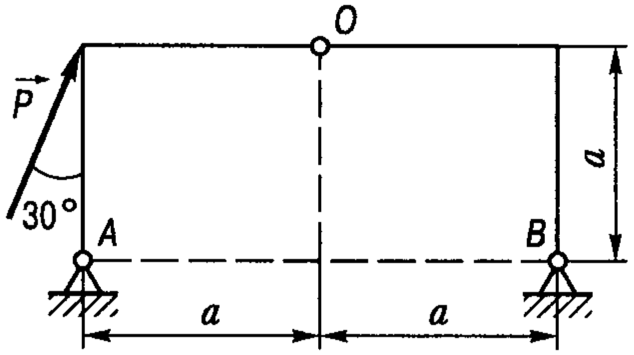


Рис. 2.6

Відповідь: $R_O = R_B = {P\sqrt{2}\left(4-\sqrt{3}\right)}\Big/_{13} \approx 0,25\,P$; $R_A = P\left(3\sqrt{3}+1\right){\sqrt{14+4\sqrt{3}}}\Big/_{26} \approx 1,09\,P$.

3. Рівновага тіл при наявності тертя ковзання

Окремо розглянемо питання про рівновагу твердого тіла при наявності тертя ковзання.

3.1. Короткі теоретичні відомості

Як відомо, якщо опора не є абсолютно гладенько, то має місце не тільки нормальна складова реакції опори $\vec{N}$, але й дотична складова $\vec{F}_{тр}$, яку називають силою *тертя ковзання* (рис. 3.1). Експериментально показано, що сила тертя не може перевищувати певного значення, яке визначають за формулою

$$F_{тр\max} = fN, \qquad (3.1)$$

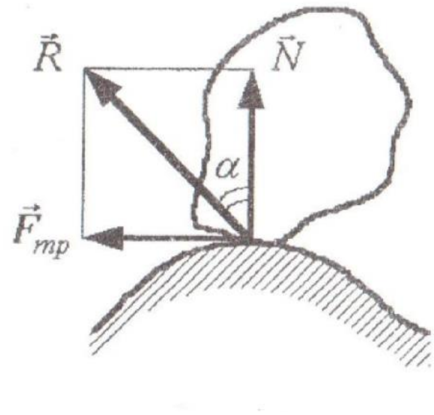


Рис.3.1

де f – коефіцієнт пропорційності, який називають *коефіцієнтом тертя ковзання*.

Тобто,

$$F_{тр} \le F_{тр\max} = fN \,. \qquad (3.2)$$

При цьому треба врахувати, що у формулі (3.2) $F_{тр}$ – це модуль сили тертя.

3.2. Методика розв'язання задач статики при наявності сил тертя ковзання

Якщо за умовою задачі відомо, що тіло перебуває у спокої і треба знайти силу тертя ковзання, то її визначають аналогічно будь-якій невідомій силі з умов рівноваги. Для цього зображують силу тертя як дотичну складову реакції опори. Якщо напрям можливого руху тіла в разі відсутності сили тертя є очевидним, то силу тертя доцільно напрямляти в протилежному напрямі (це відображає той факт, що сила тертя ковзання перешкоджає можливому руху). Якщо напрям можливого руху тіла визначити неможливо або складно, то силу тертя спрямовують уздовж дотичної в довільному напрямі (дійсний напрям сили тертя ковзання визначають у процесі розв'язання задачі). Зауважимо, що на цьому етапі розв'язання задачі формули (3.1) та (3.2) не використовують.

У разі, коли треба переконатися, що тіло перебуває в рівновазі, або у випадку, коли мова йде про порушення цього стану, розв'язання задачі слід продовжити, а саме: треба перевірити виконання умови (3.2), або, якщо необхідно, визначити з цієї умови шукану величину (силу тертя ковзання, кут і т. ін.).

У будь-якому разі треба переконатися у виконанні нерівності $N \ge 0$, хоча на першому етапі це свідчить про правильність розв'язання задачі (якщо зазначено, що тіло перебуває в рівновазі, то ця умова вважається виконаною).

3.3. Розв'язання задач з урахуванням сил тертя ковзання

Задача 3.1. На шорсткій похилій поверхні (рис. 3.2, *а*) у стані спокою знаходиться тіло вагою $P = 10H$, на яке діє сила $Q\,(\alpha = 30^{\circ}, \beta = 45^{\circ})$. Визначити:

1) силу тертя ковзання, коли $Q = 7H$;
2) значення сили Q, при яких тіло перебуватиме в стані спокою, якщо коефіцієнт тертя ковзання дорівнює $f = 0{,}05$.

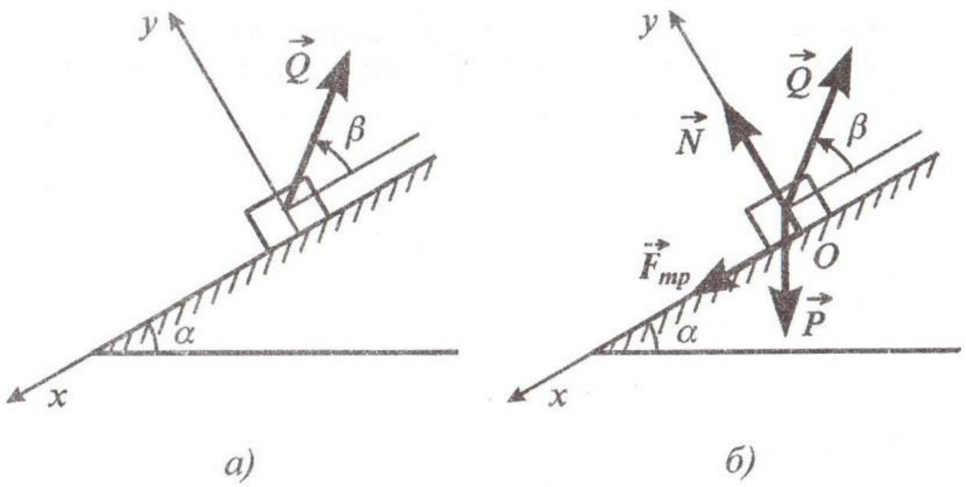


Рис. 3.2

Розв'язання. Розглядаємо рівновагу тіла, на яке діють сила $\vec{Q}$ та сила ваги $\vec{P}$. Зображуємо нормальну складову реакції опори $\vec{N}$. Оскільки відразу визначити напрям можливого руху тіла не можна, бо він залежить як від величин сил, так і від значень кутів α та β, тому зображуємо силу тертя ковзання $\vec{F}_{mp}$ вздовж поверхні в довільному напрямі (рис. 3.2,*б*), наприклад, вниз .

Вводимо систему координат Oxy. Для визначення сили F_{mp} достатньо скористатись одним рівнянням рівноваги, а саме:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = P \cdot \sin\alpha - Q \cdot \cos\beta + F_{тр} = 0\,. \qquad (3.1)$$

Звідси знаходимо:

$$F_{тр} = Q \cdot \cos\beta - P \cdot \sin\alpha\,. \qquad (3.2)$$

Для заданих величин маємо:

$$F_{тр} = 7 \cdot 0,7071 - 10 \cdot 0,5 = -0,0503\,H\,.$$

Від'ємний знак величини $F_{тр}$ означає, що дійсний напрям сили $\vec{F}_{тр}$ протилежний зображеному на рис. 3.2, *б*.

На цьому перший етап задачі завершено.

Покажемо, що умова (3.2) виконується. Для знаходження нормальної складової реакції шорсткої поверхні $\vec{N}$ записуємо друге рівняння рівноваги

$$\sum_{i=1}^{n} F_{yi} = -P \cdot cos\alpha + Q \cdot \sin\beta + N = 0\,. \qquad (3.3)$$

Звідси знаходимо

$$N = P \cdot \cos\alpha - Q \cdot \sin\beta\,. \qquad (3.4)$$

Згідно (3.2) маємо:

$$\left|F_{тр}\right| = 0,0503H \le f \cdot N = f \cdot (P \cdot \cos\alpha - Q \cdot \sin\beta) =$$
$$= 0,05 \cdot (10 \cdot 0,866 - 7 \cdot 0,707) = 0,1855\,H.$$

Розглядаємо другий етап розв'язання задачі. Через те, що мова йде про порушення стану спокою, то суть задачі полягає в дослідженні умови (3.2), а саме:

$$\left|Q \cdot \cos\beta - P \cdot \sin\alpha\right| \le f \cdot (P \cdot \cos\alpha - Q \cdot \sin\beta)\,. \qquad (3.5)$$

Умову (3.5) можна записати у вигляді:

$$-f \cdot (P \cdot \cos\alpha - Q \cdot \sin\beta) \le Q \cdot \cos\beta -$$
$$-P \cdot \sin\alpha \le f \cdot \left(P \cdot \cos\alpha - Q \cdot \sin\beta\right).$$

Звідси

$$Q \cdot (\cos\beta + f \cdot \sin\beta) \le P \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha)\,, \qquad (3.6)$$

а також

$$Q \cdot (\cos\beta - f \cdot \sin\beta) \geq P \cdot (\sin\alpha - f \cdot \cos\alpha).$$

Для прийнятих даних з (3.6) отримуємо:

$$6{,}8H \leq Q \leq 7{,}32H.$$

Зауважимо, що аналогічною розглянутій є наступна постановка задачі: за відомою силою Q визначити значення кута α, при якому тіло починає рухатись.

Задача 3.2. Визначити, при яких значеннях кута α балка вагою P перебуває в рівновазі. До середини балки прикладена горизонтальна сила $\vec{Q}$ (рис. 3.3, *а*).

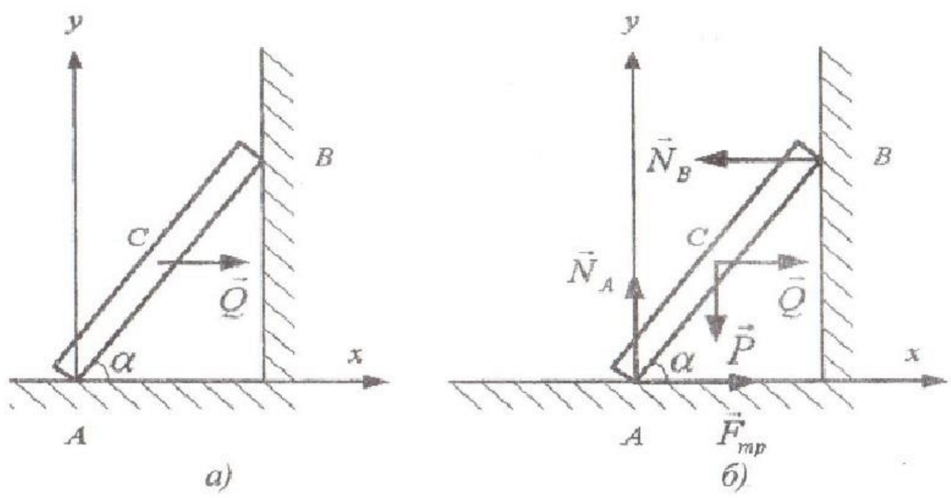


Рис. 3.3

Коефіцієнт тертя між балкою та горизонтальною поверхнею дорівнює f. Стіна гладка.

Розв'язання. Зображуємо відомі сили $\vec{P}, \vec{Q},$ нормальні складові реакцій в'язей $\vec{N}_A, \vec{N}_B$ та силу тертя $\vec{F}_{тр}$, яку спрямовуємо вздовж осі Ax. Початок системи координат приймаємо в точці A. Осі Ax, Ay вказано на рис. 3.3, *б*.

Записуємо наступні рівняння рівноваги балки:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} F_{xi} = F_{тр} + Q - N_B = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} F_{yi} = N_A - P = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right) = -P \cdot (AC \cdot \cos\alpha) - \\ -Q \cdot (AC \cdot \sin\alpha) + N_B \cdot (AB \cdot \sin\alpha) = 0. \end{cases} \tag{3.7}$$

Звідки знаходимо:

$$F_{тр} = \frac{1}{2} P \cdot ctg\alpha - \frac{1}{2} Q; \qquad N_A = P. \tag{3.8}$$

На цьому завершено перший етап розв'язання задачі.

Переходимо до другого етапу розв'язання задачі.

Розв'язуючи нерівність $\left|F_{тр}\right| \le f \cdot N_A$, отримаємо:

$$\frac{Q}{P} - 2 \cdot f \le ctg\alpha \le \frac{Q}{P} + 2 \cdot f. \tag{3.9}$$

Вираз (3.9) є розв'язком задачі.

3.4. Задачі для самостійного розв'язання

3.1. Однорідна горизонтальна балка *AB* лежить на гладенькій

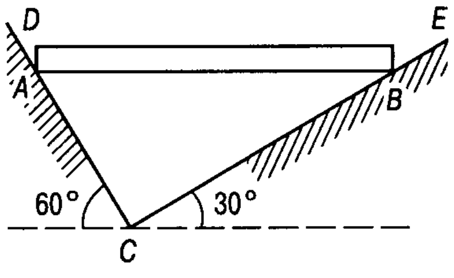


Рис. 3.4

площині *CE* і шорсткій *CD* (рис. 3.4). Визначити вагу балки, якщо вона утримується в рівновазі силою тертя $F_{тр.} = 10\sqrt{3}\ H$.

Відповідь: $P = F_{тр} \cdot 2\sqrt{3} = 60\ H$.

3.2. Однорідна балка спирається на дві шорсткі площини: одним кінцем на горизонтальну, а іншим на нахилену під деяким кутом (рис. 3.5). Коефіцієнт тертя площин $f = 0,3.$ Визначити кут нахилу β площини, якщо балка перебуває в рівновазі.

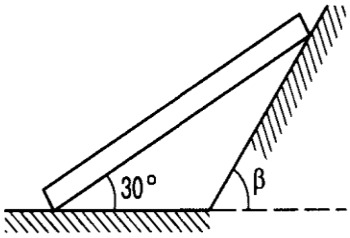


Рис. 3.5

Відповідь: $\beta = arctg\,\dfrac{2f\left(1-f\right)}{1-2f-f^2} = arctg\,\dfrac{42}{31} \approx 53,6^\circ.$

3.3. Коефіцієнт тертя між каменем і горизонтальною площиною $f = 0,4$. Якою повинна бути вага каменю *Q*, щоб людина вагою $P_1 = 550\ H$

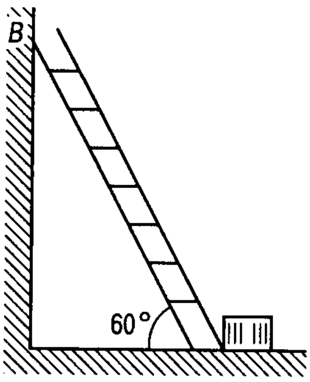


Рис. 3.6

змогла піднятись на дробині, яка має вагу $P_2 = 100\ H$ і нахилена під кутом 60° до підлоги, у верхню точку *B* (рис. 3.6)? Тертям драбини знехтувати.

Відповідь: $Q \geq \dfrac{P_2 + 2P_1}{2f\sqrt{3}} = 500\sqrt{3}\ H.$

3.4. Вантаж заходиться на шорсткій площині, що нахилена під кутом α до горизонту (рис. 3.7). Визначити коефіцієнт тертя між тілом та похилою площиною, якщо воно перебуває в рівновазі, коли зовнішня сила F, паралельна площині, задовольняє умову $F_1 < F < F_2$ (F_1 = 10 Н; F_2 = 30 Н).

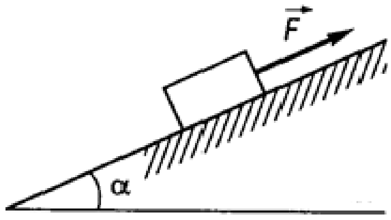


Рис.3.7

Відповідь: $f \geq \dfrac{F_2 - F_1}{F_2 + F_1} tg\alpha = 0{,}5 tg\alpha..$

3.5. Однорідна тонка балка завдовжки $2l$ опирається на верхній кінець

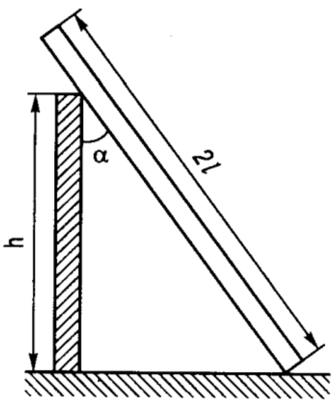


Рис. 3.8

стовпа висотою h і на підлогу. Визначити коефіцієнт тертя між балкою і підлогою, якщо найбільший кут нахилу балки до вертикалі в положенні рівноваги дорівнює α (рис. 3.8). Тертям між балкою і стовпом знехтувати.

Відповідь: $f = \dfrac{l \sin\alpha \cos^2\alpha}{h - l\sin^2\alpha\cos\alpha}.$

4. Плоскі ферми. Визначення зусиль у стрижнях ферми

Фермою називають геометрично незмінну систему прямолінійних стрижнів, з'єднаних між собою шарнірами. Розглянемо тільки статично визначені ферми, для яких повинно виконуватись співвідношення $k = 2n - 3$, де k – кількість стрижнів, n – кількість вузлів (шарнірів). Статично невизначені ферми ($k > 2n$-3) розраховують методами будівельної механіки.

При розрахунках ферм стрижні вважатимемо невагомими. Активні сили прикладатимемо до ферми лише у вузлах (шарнірах). Розрахунок ферми полягає у визначенні реакцій опор ферми і зусиль, що виникають у її стрижнях під дією зовнішніх сил. Відомими вважають конфігурацію ферми та її лінійні розміри.

Розглянемо аналітичний (метод Ріттера) та аналітично–графічний (метод вирізання вузлів) методи розрахунків плоских ферм.

4.1. Розв'язання задач на визначення зусиль у стрижнях ферми

Задача 4.1. Визначити опорні реакції і зусилля в стрижнях ферми, до якої прикладені сили $F_1 = 4\,кН$; $F_2 = 1\,кН$ (рис. 4.1).

Розв'язання. Насамперед перевіримо, чи є дана ферма статично визначеною. Кількість вузлів цієї ферми n=6; тоді кількість стрижнів повинна дорівнювати k=2n–3=9, що відповідає даній фермі (рис. 4.1). Спочатку визначимо опорні реакції ферми, що зручно зробити аналітичним методом.

До ферми прикладені дві активні сили $\vec{F}_1$ та $\vec{F}_2$, реакція в'язі $\vec{R}_B$ у точці B (коток) та дві реакції $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ у точці A (нерухомий шарнір), бо $\vec{R}_A = \vec{X}_A + \vec{Y}_A$ (див. рис. 4.1).

Запишемо три рівняння рівноваги ферми, бо маємо плоску систему сил:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = -X_A + F_2 = 0; \tag{4.1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{yi} = Y_A - F_1 + R_B = 0\,; \qquad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right) = R_B \cdot 3a + F_2 \cdot a - F_1 \cdot a = 0\,. \qquad (4.3)$$

З рівняння (4.1) маємо $X_A = F_2 = 1\,кН$, тобто сила спрямована протилежно

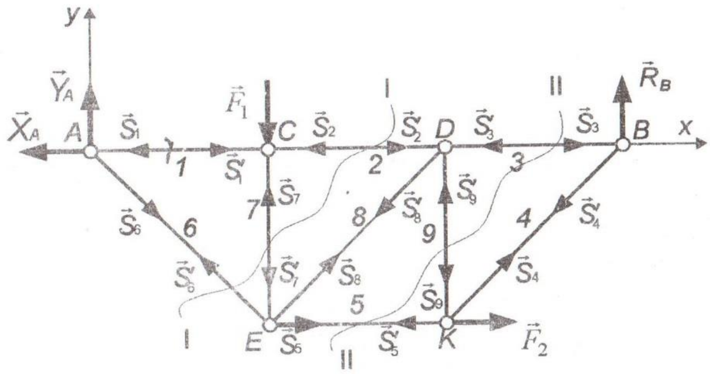


Рис.4.1

осі Ax. Рівняння (4.3) перепишемо у вигляді:

$$3R_B + F_2 - F_1 = 0\,,$$

звідки

$$R_B = \left(F_1 - F_2\right)/3 = 1\ кН.$$

З рівняння (4.2):

$$Y_A = F_1 - R_B = 3\ кН.$$

Отже, опорні реакції мають величини:

$$X_A = R_B = 1\ кН\,;\ Y_A = 3кН.$$

Далі визначимо зусилля в стрижнях ферми двома способами.

1 спосіб. ***Графічно–аналітичний метод (метод вирізання вузлів)***

Будемо послідовно розглядати рівновагу кожного вузла (шарніра) ферми окремо. Зауважимо, що вузли ферми – невільні матеріальні точки, на які можуть діяти прикладені до них відомі сили: активні $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ і пасивні (реакції в'язей) $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{R}_B$. В'язями для вузлів є стрижні, що з'єднуються в них. Наприклад, вузол B обмежений двома в'язями-стрижнями 3 і 4 та перебуває

під дією відомої опорної реакції $\vec{R}_B$; вузол C обмежений трьома в'язями-стрижнями 1, 2 і 7 та перебуває під дією відомої сили $\vec{F}_1$.

На підставі аксіоми про звільнення від в'язей ми можемо кожний з цих вузлів розглядати як вільну матеріальну точку, до якої прикладені відомі сили і реакції стрижнів. Причому ми завжди матимемо збіжну плоску систему сил, для якої можна записати лише два рівняння рівноваги.

Тому розгляд рівноваги вузлів ферми слід починати з того вузла, до якого прикладена хоча б одна відома сила (вузли *A,B,C,K*) та не більше двох невідомих реакцій стрижнів (вузли *A,B*). Таким умовам відповідають у нашому прикладі лише вузли *A* і *B*.

Аналітичне розв'язання. Виріжемо *вузол* A. До нього прикладені чотири сили: $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ – реакції нерухомого шарніра в точці A та $\vec{S}_1, \vec{S}_6$ – зусилля в стрижнях 1 і 6 відповідно (рис. 4.1).

Будемо послідовно записувати аналітично по два рівняння рівноваги для кожного вузла. Через те, що ми не знаємо розтягнутий у нас стрижень чи стиснутий, то спочатку вважатимемо, що всі стрижні розтягнені. І якщо в результаті розв'язання цих рівнянь отримаємо знак ‘‘плюс’’ , то це означатиме, що стрижень розтягнутий, а якщо ‘‘мінус’’, то навпаки – стиснутий. Зусилля в стрижнях 1 і 6 спрямуємо від вузла A, тобто вважатимемо, що обидва стрижні розтягуються (рис. 4.2,*а*). Матимемо збіжну плоску систему сил, а отже, два рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = S_1 - X_A + S_6 \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{yi} = Y_A - S_6 \cdot \sin 45^\circ = 0.$$

Звідси отримаємо

$$S_6 = \sqrt{2} Y_A = 3\sqrt{2} = 4,24\ кН;\quad S_1 = X_A - S_6\sqrt{2}/2 = 1 – 3 = –2\ кН.$$

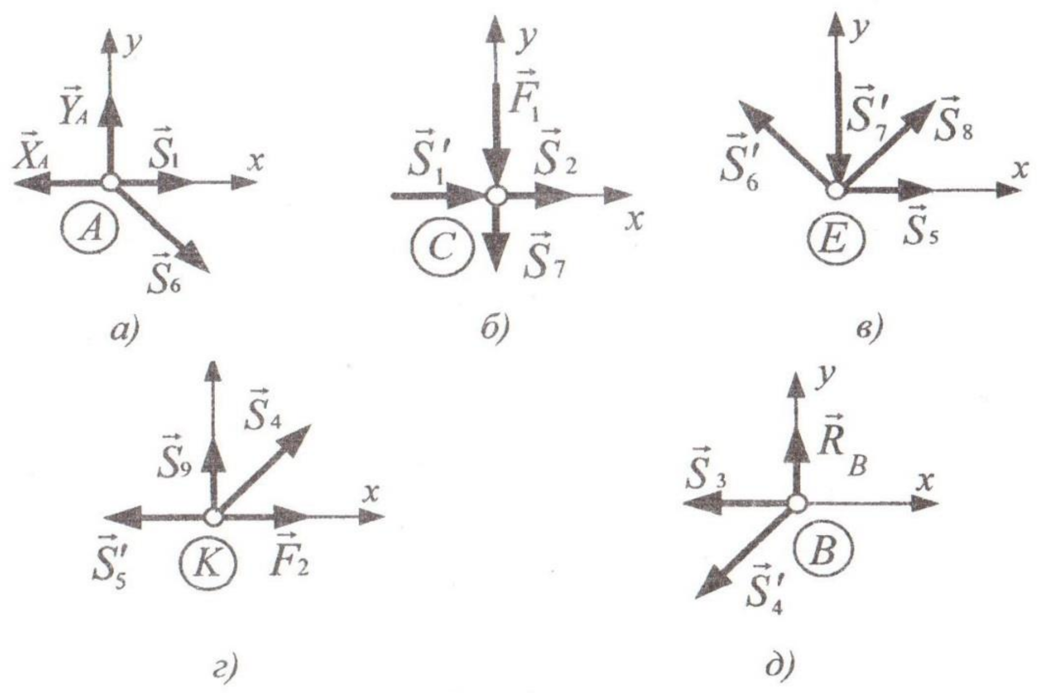


Рис. 4.2

Отже, стрижень 1 стиснутий, і його зусилля спрямоване до вузла A , а стрижень 6 розтягнений – зусилля спрямоване від вузла B , як і припускалося (рис. 4.1).

Так як зусилля в стрижнях 1 і 6 вже відомі, то виріжемо наступний *вузол* C (можна B), до якого прикладені лише два невідомих зусилля в стрижнях 2 і 7, які спрямуємо від цього вузла (рис. 4.2, *б*). Тоді до вузла C прикладені чотири сили: $\vec{F}_1, \vec{S}_7, \vec{S}_1', \vec{S}_2$, де вектор сили $\vec{S}_1'$ спрямований протилежно вектору $\vec{S}_1$ (рис. 4.1) і дорівнює йому за величиною, бо це внутрішнє зусилля в стрижні 1.

Матимемо збіжну плоску систему сил, а отже, два рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = S_1' + S_2 = 0 \, ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{yi} = -S_7 - F_1 = 0 .$$

Звідки отримаємо

$$S_2 = -S_1' = -2\ кН; \quad S_7 = -F_1 = -4\ кН.$$

Отже, стрижні 2 і 7 стиснуті і їх зусилля спрямовані до вузла *C* (рис.4.1). Наступним виріжемо *вузол E*. До нього прикладені чотири сили: $\vec{S}_5, \vec{S}_6'$ (протилежно $\vec{S}_6$) і $\vec{S}_7'$ (протилежно $\vec{S}_7$), $\vec{S}_8$ (рис. 4.1). Спрямувавши зусилля $\vec{S}_5$ і $\vec{S}_8$ від вузла *E* (рис. 4.2, *в*), записуємо два рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = S_5 + S_8 \cdot \cos 45^\circ - S_6' \cdot \cos 45^\circ = 0 ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{yi} = -S_7' + S_8 \cdot \sin 45^\circ + S_6' \cdot \sin 45^\circ = 0 .$$

Звідки

$$S_8 = S_7'\sqrt{2} - S_6' = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} = 1{,}41\, кН;$$

$$S_5 = S_6 \frac{\sqrt{2}}{2} - S_8 \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 - 1 = 2\ кН.$$

Отже, стрижні 5 і 8 розтягуються (рис. 4.1).

Наступним вирізаємо *вузол K*. До нього прикладені чотири сили: $\vec{F}_2, \vec{S}_4, \vec{S}_5', \vec{S}_9$. Спрямувавши зусилля $\vec{S}_4$ і $\vec{S}_9$ від вузла *K* (рис. 4.2, *г*), записуємо два рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = F_2 - S_5' + S_4 \cdot \cos 45^\circ = 0 ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{yi} = S_9 + S_4 \cdot \sin 45^\circ = 0 .$$

Звідки

$$S_4 = -\sqrt{2} S_9 \Rightarrow F_2 - S_5 - S_9 = 0 \Rightarrow S_9 = F_2 - S_5 = -1\ кН.$$

$$S_4 = \sqrt{2} = 1{,}41\ \kappa H.$$

Стрижень 4 розтягується, а 9 – стискається (рис. 4.1).

Останнім виріжемо *вузол B*. До нього прикладені лише три сили: $\vec{S}'_4$ протилежно $\vec{S}_4$ (рис. 4.1), $\vec{R}_B$ і невідоме зусилля $\vec{S}_3$. Зусилля $\vec{S}_3$ спрямуємо від вузла *B* (рис. 4.2, *д*) і запишемо рівняння рівноваги в проекції на вісь Bx, бо невідоме тільки $\vec{S}_3$:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = -S_3 - S'_4 \cdot \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow S_3 = -\frac{S_4}{\sqrt{2}} = -1\ \kappa H.$$

Отже, стрижень 3 стиснутий (рис. 4.1).

2 спосіб. ***Аналітичний – метод Ріттера***

Цей метод дуже зручний, коли необхідно визначити внутрішнє зусилля в одному, двох або трьох строго визначених стрижнях, бо для цього не потрібно обходити всю ферму аналогічно попередньому методу.

Для реалізації метода Ріттера застосовують переріз ферми. При цьому необхідно пам’ятати, що кількість аналітичних умов рівноваги плоскої системи сил дорівнює 3, тому необхідно проводити переріз через три стрижні, які не виходять з одного вузла ферми. Оскільки зусилля в стрижнях ферми є внутрішніми силами, то, застосовуючи метод перерізів, ми переводимо їх у категорію зовнішніх.

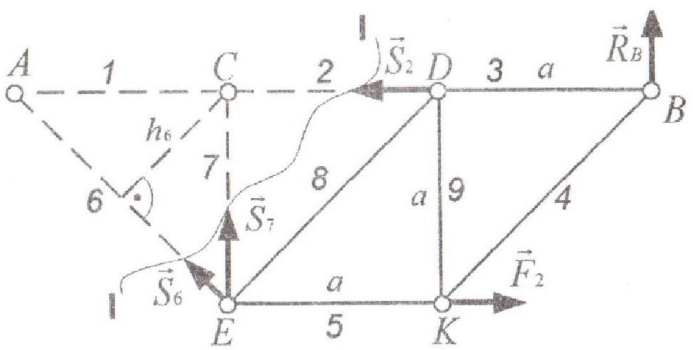


Рис. 4.3

Проведемо переріз *I–I* (рис. 4.1) через стрижні 2, 6 і 7. Далі розглянемо рівновагу правої частини ферми, бо до неї прикладені лише дві зовнішні сили:

$\vec{F}_2$ і $\vec{R}_B$, а до лівої – три $\left(\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{F}_1\right)$. Ліву частину ферми не враховуємо і вважаємо її в'яззю відносно правої, яка залишилась (рис. 4.3).

Замінюємо дію лівої частини реакціями, спрямованими по розрізаних стрижнях. Вважатимемо, що всі стрижні 2, 6, 7 розтягнуті, тому їх реакції направляємо від вузлів *D* та *E*.

Рівняння рівноваги за методом Ріттера виражаються у формі трьох рівнянь, а саме сум моментів відносно трьох точок Ріттера – точок перетину попарно взятих двох стрижнів.

Для стрижня 2 точкою Ріттера є точка перетину стрижнів 6 і 7 – точка *E*. Записуємо рівняння моментів відносно цієї точки:

$$\sum_{i=1}^{n} M_E\left(\vec{F}_i\right) = R_B \cdot 2a + S_2 \cdot a = 0 \Rightarrow S_2 = -2R_B = -2 \ кН.$$

Отже, стрижень 2 стиснутий.

Для стрижня 6 точкою Ріттера є точка перетину стрижнів 2 і 7 – точка *C*.

Тоді: $\sum_{i=1}^{n} M_C\left(\vec{F}_i\right) = R_B \cdot 2a + F_2 \cdot a - S_6 \cdot h_6 = 0$,

де $h_6 = \dfrac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow \quad S_6 = \sqrt{2}(2R_B + F_2) = 4{,}24 \ кН.$

Отже, стрижень 6 розтягнутий. Для стрижня 7 точкою Ріттера э точка перетину стрижнів 2 і 6 – точка *A*:

$$\sum_{i=1}^{n} M_A\left(\vec{F}_i\right) = R_B \cdot 3a + F_2 \cdot a + S_7 \cdot a = 0 \Rightarrow S_7 = -3R_B - F_2 = -4 \ кН.$$

Отже, стрижень 7 стиснутий.

Може трапитися, що два з трьох стрижнів паралельні між собою. Розглянемо цей випадок на перерізі *II-II* (рис. 4.1). У переріз потрапили стрижні 3, 5 і 9. З аналогічних міркувань залишаємо праву частину ферми (рис. 4.4). У цьому випадку стрижень 3 має точку Ріттера – точку *K*. Тоді перше рівняння рівноваги таке:

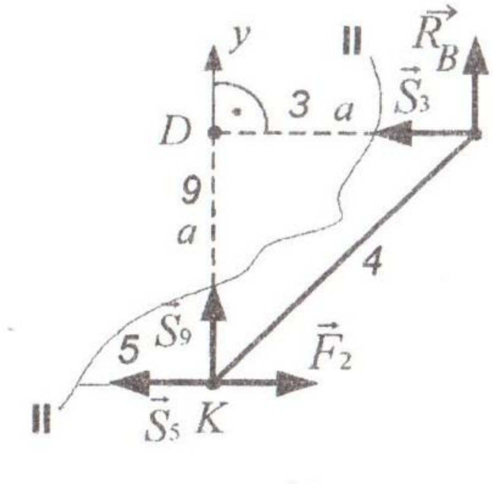


Рис. 4.4

$$\sum_{i=1}^{n} M_K\left(\vec{F}_i\right) = R_B \cdot a + S_3 \cdot a = 0 \Rightarrow S_3 = -R_B = -1 \ кН.$$

Стрижень 3 стиснутий. Стрижень 5 має точку Ріттера – точку D, для якої

$$\sum_{i=1}^{n} M_D\left(\vec{F}_i\right) = R_B \cdot a + F_2 \cdot a - S_5 \cdot a = 0 \Rightarrow S_5 = R_B + F_2 = 2 \, кН.$$

Стрижень 5 розтягнутий. Для стрижня 9 точка Ріттера нескінченно віддаляється, бо стрижні 3 і 5 – паралельні. Тоді для визначення зусиль у стрижні 9 складаємо рівняння суми проекцій сил на вісь Dy, перпендикулярну до паралельних стрижнів 3 і 5.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{yi} = R_B + S_9 = 0 \Rightarrow S_9 = -R_B = -1 \, кН.$$

Стрижень 9 стиснутий, бо знак у відповіді ‘‘мінус’’.

Звертаємо увагу на те, що додатково можна вивчати практичний курс стосовно розв’язання задач за підручниками (3, 4, 5, 11, 13, 14, 15).

4.2. Задачі для самостійного розв'язання

4.1. Визначити опорні реакції і, застосовуючи метод вирізання вузлів, розрахувати зусилля в стрижнях ферми, зображеної на рис. 4.5, при навантаженні P. Вагою стрижнів знехтувати.

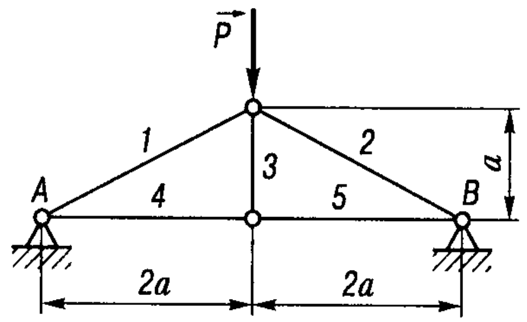


Рис. 4.5

Відповідь: $R_A = R_B = \frac{P}{2}$; $S_1 = S_2 = -P\frac{\sqrt{5}}{2}$; $S_3 = 0$; $S_4 = S_5 = P$.

4.2. Визначити опорні реакції і, використовуючи метод Ріттера, обчислити зусилля в стрижнях ферми (рис. 4.6) при навантаженні P. Вагою стрижнів знехтувати.

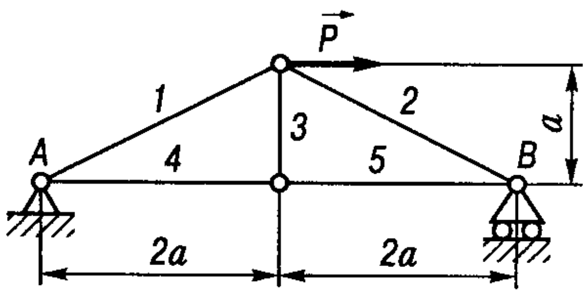


Рис. 4 6

Відповідь: $R_A = \frac{\sqrt{17}}{4}P$; $R_B = \frac{1}{4}P$; $S_1 = -S_2 = P\frac{\sqrt{5}}{4}$; $S_3 = 0$; $S_4 = S_5 = \frac{P}{2}$.

4.3. Розрахувати опорні реакції і визначити методом вирізання вузлів зусилля в стрижнях ферми, зображеної разом з прикладеними до неї силами на рис. 4.7, якщо навантаження P = 12 *кН*, а довжина стрижнів 1 і 4 – 3l, 8 і 9 – 4l. Вагу стрижнів не враховувати.

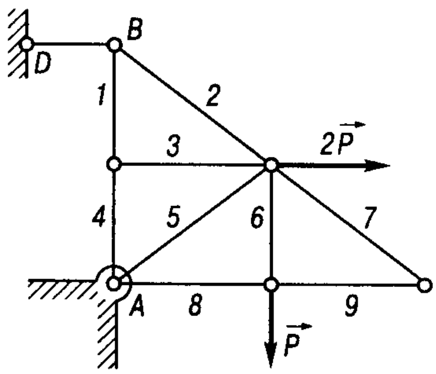


Рис. 4.7

Відповідь: $S_{BD} = -20\,кН;\; R_A = \sqrt{10}\,кН$.

Номер стрижня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зусилля, кН	–15	+25	0	–15	+5	+12	0	0	0

4.4. Обчислити опорні реакції ферми, а також методом Ріттера визначити зусилля в стрижнях 2, 3, 4, 6, 7, 8, а методом вирізання вузлів – зусилля в стрижнях 1, 5, 9 ферми (рис. 4.8), якщо P = 6 *кН*, а довжина стрижнів 1 і 4 – 3*l*, 8 і 9 – 4*l*. Вагою стрижнів знехтувати.

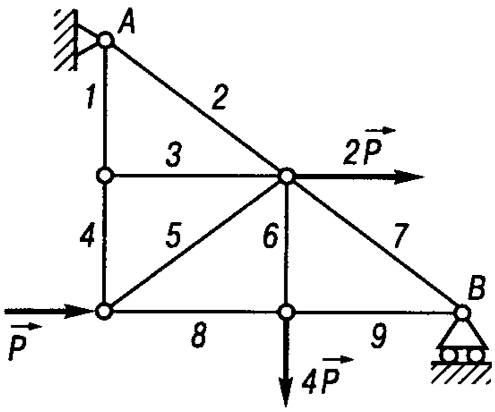


Рис. 4.8

Відповідь: $R_A = 3\sqrt{85}\,кН;\; R_B = 3\,кН$.

Номер стрижня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зусилля, *кН*	+7,5	+22,5	0	+7,5	–12,5	+24	–20	+4	+4

4.5. Розрахувати опорні реакції, методом Ріттера визначити зусилля в

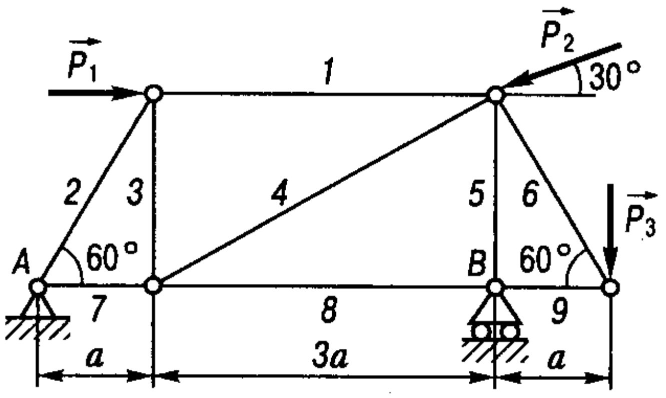


Рис. 4.9

стрижнях 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, а методом вирізання вузлів – зусилля в стрижнях 2, 9 ферми (рис. 4.9), якщо $P_1 = 2\sqrt{3}\,кН;\, P_2 = 2\,кН,\, P_3 = 1\,кН.$ Вагу стрижнів не враховувати. Відповідь: $R_A = 3\,кН;\, R_B = 2\,кН$.

Номер стрижня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зусилля, *кН*	$+5\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	$+2\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	–1	+2	–3	$+2\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	$+2\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

4.6. Визначити опорні реакції ферми, розрахувати зусилля в стрижнях 1, 4, 9 методом Ріттера (рис. 4.10), якщо $P_1 = P_3 = 20\sqrt{2}\,кН;\, P_2 = 40\,кН.$ Вагою стрижнів знехтувати.

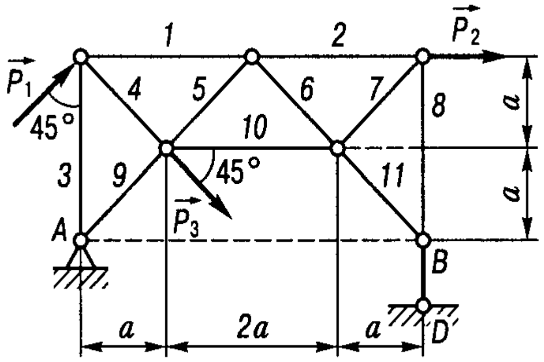


Рис. 4.10

Відповідь:. $R_{BD} = 40\,кН;\, R_A = 40\sqrt{5}\,кН$; -*80кН;* $+60\sqrt{2}\,кН$; 80*кН.*

5. Запитання для самоконтролю

1. Чи можете Ви дати визначення матеріальної точки й абсолютно твердого тіла?
2. Якими трьома елементами визначається сила, що діє на тверде тіло?
3. Які дві системи сил називаються зрівноваженими?
4. Чому дія і протидія не є зрівноваженою системою сил?
5. Які класифікації сил застосовують у механіці?
6. За яких умов проекції сил на вісь і площину збігатимуться?
7. Чи можна, не порушуючи стану твердого тіла, перенести силу вздовж лінії дії?
8. За яких умов тверде тіло буде знаходитися в рівновазі під дією однієї сили? двох сил? трьох сил?
9. Які операції над силами, що прикладені до твердого тіла, є еквівалентними?
10. Чому реакції в’язей називають пасивними силами?
11. Як визначається напрям моменту сили відносно точки?
12. Коли момент сили відносно точки дорівнює нулю?
13. В яких випадках момент сили відносно осі дорівнює нулю?
14. Чому проекція моменту сили на вісь не залежить від положення точки на цій осі?
15. Чому пара сил не має рівнодійної?
16. Які елементи статика є базовими або самостійними, незалежними?
17. Який вектор у статиці є прикладеним вектором, ковзним вектором або вільним вектором?
18. Які властивості має пара сил?
19. Чому момент сили відносно центра, або момент пари сил не змінюється при переміщенні сили вздовж лінії її дії?
20. При якому напрямі сили її момент відносно даної осі є найбільшим?

21. Що мають спільного і чим відрізняються головний вектор сил та рівнодійна?
22. Що потрібно зробити, щоб при паралельному переносі сили в новий центр рівновага твердого тіла не порушилась?
23. До яких двох параметрів можна звести довільну просторову систему сил?
24. У чому суть необхідних і достатніх умов рівноваги твердого тіла?
25. Чим відрізняються умови рівноваги вільного твердого тіла від умов рівноваги твердого тіла з в’язями?
26. Як саме спрощуються рівняння рівноваги твердого тіла під дією системи паралельних сил?
27. Чи змінюються умови рівноваги твердого тіла, до якого прикладена як довільна система сил, так і система моментів пар сил?
28. Чи змінює методику розв’язання задач статики наявність в’язей із тертям?
29. За яких умов тіло буде в рівновазі при наявності моменту сил тертя кочення?
30. Чим відрізняється тертя кочення від тертя ковзання?
31. Які конструкції називають фермами?
32. Які припущення при розрахунках ферм застосовуються у теоретичній механіці?
33. Які ферми називають простими?
34. Як зв’язані між собою кількість стрижнів та вузлів у простих фермах?
35. У чому полягає метод вирізання вузлів при розрахунку зусиль у стрижнях ферм?
36. Чи потрібно визначати реакції опор при розрахунку зусиль у стрижнях ферм?
37. У чому полягає головна ідея методу Ріттера при розрахунку ферм?
38. У чому головний недолік методу Ріттера?

39. Як найефективніше вести розрахунки ферм, щоб виключити грубі помилки при розрахунках?
40. Які параметри статики є інваріантами?
41. Чому плоска система сил та система паралельних сил, що не утворюють пару сил, не зводяться до рівнодійної?
42. Як знайти найменший головний момент заданої системи сил?
43. В яких випадках просторова система сил зводиться до рівнодійної?
44. Як зміниться головний момент системи сил при зміні центра зведення?
45. В яких двох формах у векторному вигляді можна записати умови рівноваги твердого тіла?
46. Чи можна дві мимобіжні сили звести до динамічного гвинта?
47. До якого найпростішого вигляду можна звести систему сил, якщо відомо, що головний момент цих сил відносно різних точок на площині має такі властивості:

    а) різну величину;

    б) постійну величину, відмінну від нуля;

    в) дорівнює нулю?

48. В якому випадку умови рівноваги сил, що прикладені до твердого тіла, є одночасно умовами його рівноваги?
49. Як визначається сила тертя ковзання?
50. Що вивчає статика?

6. Тести

В цьому розділі наведено тести та приклади розв’язування тестових завдань зі статики, що є корисним при самостійній роботі студентів. Саме пошук відповіді на поставлене питання змусить студента ще раз зазирнути в підручники або лекційний матеріал [1 – 6].

Всі демонстраційні тести супроводжуються поясненнями.

Тестові завдання є як теоретичні, так і практичні [7]. Тому перед тим як починати опрацьовувати представлений матеріал, радимо оволодіти теоретичним та лекційним матеріалом.

Тестові завдання охоплюють весь розглядуваний у кредитному модулі теоретичний і практичний матеріал з розділу «Статика».

6.1. Приклади розв'язування тестових завдань

Тестове завдання 1. Плече сили $\vec{F}$ відносно точки O (рис. 6.1) чисельно дорівнює:

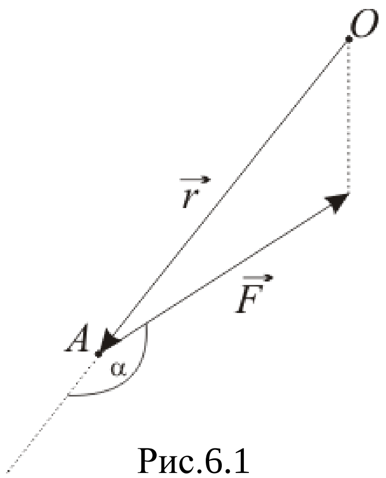


Рис.6.1

A. *r sin (180° - α)*
B. *r cosα*
C. *r*
D. *r cos (180° - α)*

Розв'язання. Нагадаємо, що моментом сили $\vec{F}$ відносно точки O називається векторний добуток радіуса – вектора $\vec{r}$, проведеного з центра O в точку A прикладання сили та цієї сили

$$\vec{M}_0(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}. \tag{6.1}$$

Як відомо з векторної алгебри, модуль векторного добутку можна записати так:

$$M_0(\vec{F}) = r\,F \sin(\vec{r}, \vec{F}). \tag{6.2}$$

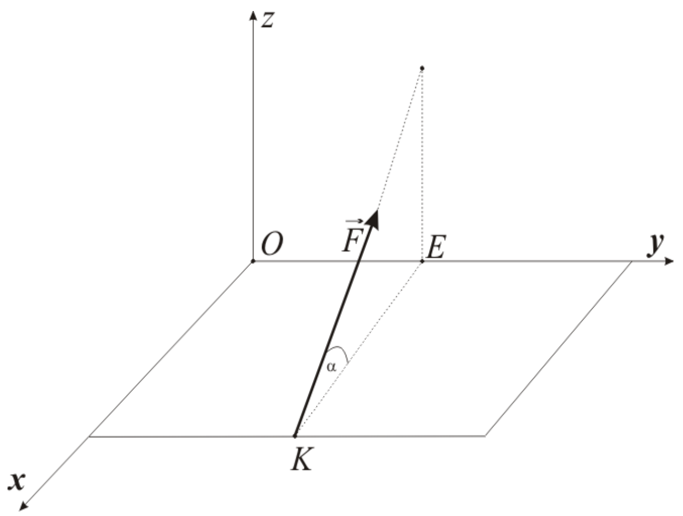
Опустимо перпендикуляр з точки O на лінію дії сили $\vec{F}$. Довжину цього перпендикуляра h назвемо плечем сили $\vec{F}$ відносно точки О.

Тоді запишемо $h = r\sin(180^\circ - \alpha)$. (6.3)

Так як $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$, то $h = r\sin\alpha$. (6.4)

Тому вірна відповідь А.

Тестове завдання 2. Для наведеної розрахункової схеми (рис. 6.2) $M_x(\vec{F})$ дорівнює:



A. $F \cdot AK\sin\alpha$

B. $F \cdot BE\cos\alpha$

C. $F \cdot AK$

Рис.6.2

Розв'язання. Для відповіді на це запитання необхідно записати вираз момента сили $\vec{F}$ відносно осі Ox. Скористаємось робочим правилом, а саме:

1. Знайдемо площину, яка перпендикулярна осі *Ox*. Такою буде *zOy*.
2. Знайдемо точку перетину вказаної площини *zOy* з віссю *Ox*. Такою буде точка *O*.

Складемо вираз проекції сили $\vec{F}$ на площину *zOy*. Такою проекцією буде сила $\vec{F}_1$, величина якої $F_1 = F\sin\alpha$ (рис. 6.3).

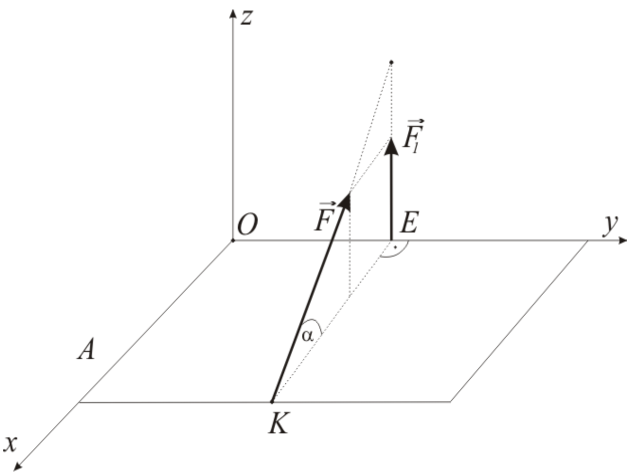


Рис.6.3

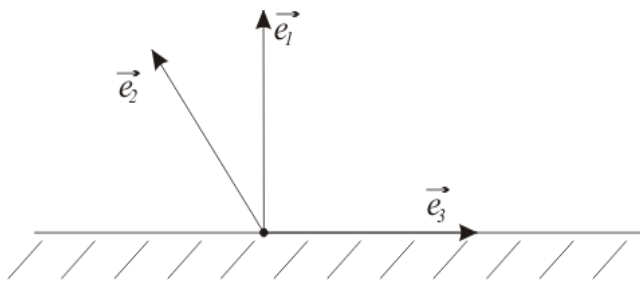
3.Визначимо момент проекції сили $\vec{F}_1$ відносно точки *O*, а саме який і представляє собою момент сили $\vec{F}$ відносно осі *Ox*,

$M_0(\vec{F}_1) = F\sin\alpha \cdot OE$, де OE - плече дії сили $\vec{F}_1$.

Так як $OE = AK$, то $M_x(\vec{F}) = F\sin\alpha \cdot AK$.

Відповідь: А.

Тестове завдання 3. Реакцію ідеальної в’язі на рис. 6.4 зображує вектор:



A. $\vec{e}_1$
B. $\vec{e}_2$
C. $\vec{e}_3$

Рис.6.4

Розв’язання. Якщо представлену в’язь вважати ідеальною, то її реакція обов’язково буде направлена перпендикулярно до поверхні в’язі, тому це буде вектор $\vec{e}_1$.

Відповідь: А

6.2. Тестові завдання

6.2.1. Сили. Момент сили відносно осі. Пара сил.

1.1

Величину, що є мірою механічної дії одного матеріального тіла на інше, називають ______.

1.2

Сила є міра __ дії одного матеріального тіла на інше.

1.3

Напрям сили – це напрям, за яким ________ матеріальна точка, що знаходиться в спокої, починає рухатись під дією цієї сили.

1.4

Силу, прикладену до тіла в будь-якій точці, називають ______ .

1.5

Сили, що діють на всі точки даної частини поверхні чи об’єму, називають ______ .

1.6

Рівнодійну двох сил, прикладених в одній точці твердого тіла під кутом одна до одної, визначають діагоналлю _______ , побудованого на цих силах як на сторонах.

1.7

Дві системи сил називають _________ , якщо, не порушуючи стану твердого тіла, одну з них можна замінити іншою.

1.8

Силу, еквівалентну даній системі сил, називають ________ системи сил.

1.9

Система матеріальних точок (або її окремий випадок-тверде тіло) знаходиться в ____________ відносно нерухомої системи відліку, якщо відносно цієї системи всі точки знаходяться в стані спокою.

1.10

Систему сил називають __________ системою сил (еквівалентною нулю), якщо тіло, до якого вона прикладена, знаходиться в рівновазі.

1.11

Якщо до твердого тіла прикласти дві рівні за модулем сили, що діють вздовж однієї прямої і напрямлені в протилежні сторони, то стан тіла:

A. Зміниться.

B. Не зміниться.

C. Не зміниться, якщо тіло до прикладання сил було в спокої.

1.12

Якщо дві сили, прикладені до твердого тіла, рівні за величиною і діють уздовж однієї прямої в протилежні сторони, то вони взаємно ________

1.13

Сили дії та протидії:

A. Рівні за модулем і мають один напрям.

B. Рівні за модулем і мають протилежний напрям

C. Різні за модулем і мають один напрям.

D. Різні за модулем і мають протилежний напрям

1.14

Сили дії та протидії двох твердих тіл:

A. Утворюють зрівноважену систему сил.

B. Не утворюють зрівноважену систему сил.

C. Можуть утворювати як зрівноважену так і незрівноважену систему сил.

1.15

Сили дії та протидії двох тіл прикладені:

A. До одного тіла.

B. До різних тіл.

C. Залежно від умови задачі можуть бути прикладені як до одного, так і до різних тіл.

1.16

Силу, що діє на тіло в деякій точці:

A. Не можна переносити в іншу точку тіла.

B. Можна переносити вздовж лінії дії цієї сили в іншу точку тіла.

C. Можна переносити у будь-яку точку тіла.

1.17

Сила, що прикладена до твердого тіла, є вектор:

A. Прикладений.

B. Ковзний.

C. Вільний.

1.18

Тіло, що має можливість здійснювати будь-який рух з даного положення, називають ______ .

1.19

Якщо рух твердого тіла обмежений іншими тілами, то тіло називають __ _____ .

1.20

Обмеження на рухи твердого тіла, що зберігаються при будь-яких силах, прикладених до тіла, називають ________ твердого тіла.

1.21

Дії в’язей на невільне тіло характеризують силами, які називають ____________ в’язей.

1.22

Не змінюючи стану твердого тіла, в’язь, накладену на нього, можна відкинути, замінивши її дію ______ в’язі.

1.23

Якщо в’язь, накладену на тіло, відкинути і замінити її дію на це тіло відповідною реакцією в’язі, то:

A. Стан тіла зміниться.

B. Стан тіла не зміниться.

C. Стан тіла може як змінитися, так і не змінитися залежно від активних сил, що діють на тіло.

1.24

Сили, що спричинені дією тіл, які не входять до системи, що розглядають, називають ______.

1.25

Сили взаємодії між матеріальними точками однієї і тієї системи називають ______ .

1.26

У твердому тілі всі внутрішні сили утворюють систему сил, еквівалентну ________ .

1.27

Для визначення внутрішніх сил в теоретичній механіці застосовують метод __________ .

1.28

У разі застосування методу перерізів:

A. Внутрішні сили переводять у категорію зовнішніх.

B. Зовнішні сили переводять у категорію внутрішніх.

C. Реакції в'язей переводять у категорію активних сил.

1.29

Збіжною системою сил, що діє на тверде тіло, називають систему таких сил, лінії дії яких перетинаються в _____ точці.

1.30

Збіжну систему сил, що діє на тверде тіло, можна привести до _________

1.31

Модуль рівнодійної системи двох збіжних взаємно перпендикулярних сил $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ дорівнює:

A. $R = F_1 + F_2$.

B. $R = 0$.

C. $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$.

1.32

Моментом сили відносно осі називають проекцію на цю вісь моменту сили відносно _______ точки на цій осі.

1.33

Позначення $M_{Oz}\left(\vec{F}\right)$ проекції моменту сили $\vec{F}$ на вісь Oz замінити на позначення $M_z\left(\vec{F}\right)$:

A. Не можна.

B. Можна завжди.

C. Можна тільки при певному виборі точки O.

1.34

Якщо сила і вісь лежать в одній площині, то момент сили відносно осі дорівнює ____________ .

1.35

Якщо сила і вісь знаходяться у одній площині, то момент сили відносно осі:

A. Максимальний.

B. Мінімальний.

C. Дорівнює нулю.

1.36

Проекція на вісь *Ox* момента сили $\vec{F}$ відносно початку координат:

A. $M_x = x \cdot F_y - y \cdot F_x$.

B. $M_x = z \cdot F_x - x \cdot F_z$.

C. $M_x = y \cdot F_z - z \cdot F_y$.

1.37

За робочим правилом визначення моменту сили відносно осі, спочатку проецюємо цю силу на площину, що _____________ до даної осі.

1.38

Систему двох прикладених до твердого тіла сил, рівних за модулем і протилежних за напрямом, лінії дії яких лежать на паралельних прямих, називають __________________________ сил.

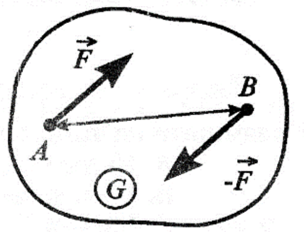
1.39

Момент пари сил дорівнює:

A. $\overrightarrow{AB} \times \vec{F}$.

B. $\overrightarrow{BA} \times \vec{F}$.

C. $\overrightarrow{AB} \times \vec{F} + \overrightarrow{BA} \times \left(-\vec{F}\right)$.



1.40

Найкоротшу відстань між лініями дії пари сил називають ________ пари.

1.41

Якщо модулі сил, що складають пару сил, збільшити в n разів, то модуль моменту пари:

A. Збільшиться в n раз.

B. Збільшиться в $2n$ раз.

C. Не зміниться.

1.42

Позначення моменту пари сил $\vec{M}_O\left(\vec{F},-\vec{F}\right)$ замінити на позначення $\vec{M}\left(\vec{F},-\vec{F}\right)$:

A. Не можна.

B. Можна завжди.

C. Можна тільки при певному виборі точки O.

1.43

Пару сил, що діє на тверде тіло, можна повертати в ________ її дії на будь-який кут.

1.44

Не змінюючи моменту пари сил, що діє на тверде тіло, її можна переносити в площину, __________ площині дії пари.

1.45

Дія пари сил на тверде тіло не змінюється в разі такої зміни сил цієї пари та її плеча, за якої __________ пари залишається незмінним.

1.46

Якщо пару сил, що діє на тверде тіло, не змінюючи моменту пари, переміщувати в площині її дії, то стан даного тіла:

A. Не зміниться.

B. Зміниться.

C. Не зміниться, якщо плече пари не змінювати.

1.47

Момент результуючої пари сил дорівнює _______ сумі моментів складових пар сил.

1.48

Дві пари сил, що мають геометрично однакові моменти, _________ одна одній.

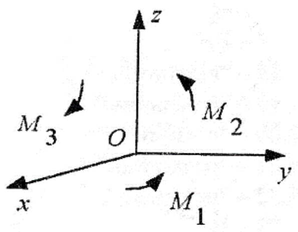
1.49

Для пар сил з моментами $\vec{M}_1, \vec{M}_2, \vec{M}_3$, що лежать відповідно в площинах Oxy, Ozy і Oxz, модуль моменту результуючої пари дорівнює:

A. $M_1 + M_2 + M_3$.

B. $\sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2}$.

C. 0.



6.2.2. Умови рівноваги системи сил

2.1

Якщо тіло знаходиться в стані рівноваги під дією трьох непаралельних сил і лінії дії двох сил перетинаються, то ці сили лежать в одній _________________ і їхні лінії дії перетинаються в одній точці.

2.2

Теорема про три сили визначає для третьої сили:

A. Лінію дії сили.

B. Модуль.

C. Напрям і модуль одночасно.

2.3

Замкненість силового трикутника є необхідною і достатньою умовою рівноваги ______ системи сил.

2.4

Умови рівноваги просторової збіжної системи сил дозволяють визначити не більше ___________________________ невідомих величин.

2.5

Для збіжної системи сил, що діє на тверде тіло, графічною умовою її рівноваги є __________ багатокутника цих сил.

2.6

Якщо багатокутник збіжної системи сил, що діє на тверде тіло, замкнений, то тіло знаходиться в стані _______ .

2.7

Рівність нулеві рівнодійної збіжної системи сил є необхідною і достатньою умовою ________ цієї системи сил.

2.8

Умовою рівноваги збіжної системи сил $\left\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \quad \vec{F}_n\right\}$, що діє на тверде тіло, є:

A. $\sum_{i=1}^{n} F_i = 0$; B. $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \neq 0$;

C. $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0$, $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0$, $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0$

2.9

Аналітичними умовами рівноваги збіжної системи сил, що діє на тверде тіло, є:

A. $\sum_{i=1}^{n}\left(F_{ix}+F_{iy}+F_{iz}\right)=0$;

B. $\sum_{i=1}^{n}F_{i}=0$; C. $\sum_{i=1}^{n}F_{ix}=0$, $\sum_{i=1}^{n}F_{iy}=0$, $\sum_{i=1}^{n}F_{iz}=0$.

2.10

Для рівноваги довільної просторової системи сил необхідно і достатньо, щоб дорівнювали нулеві:

A. Головний вектор цієї системи.

B. Головний момент цієї системи.

C. Головний вектор і головний момент системи.

2.11

Кількість рівнянь умов рівноваги довільної просторової системи сил в аналітичній формі дорівнює:

A. 2. B.3. C.6.

2.12

Вкажіть відповідність поданих рівнянь рівноваги до характеру системи сил:

а) плоска система сил,

б) система паралельних сил,

в) збіжна система сил:

A. $\sum_{i=1}^{n}F_{iz}=0$; $\sum_{i=1}^{n}M_{x}\left(\vec{F}_{i}\right)=0$; $\sum_{i=1}^{n}M_{y}\left(\vec{F}_{i}\right)=0$;

B. $\sum_{i=1}^{n}F_{ix}=0$; $\sum_{i=1}^{n}F_{iy}=0$; $\sum_{i=1}^{n}F_{iz}=0$;

C. $\sum_{i=1}^{n}F_{ix}=0$; $\sum_{i=1}^{n}F_{iy}=0$; $\sum_{i=1}^{n}M_{z}\left(\vec{F}_{i}\right)=0$

2.13

Умови $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0$, $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0$, $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0$ є умовами рівноваги __________ системи сил.

2.14

Кількість рівнянь умов рівноваги довільної плоскої системи сил в аналітичній формі дорівнює:

A.2; B.3; C.6.

2.15

Умови $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0$; $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0$; $\sum_{i=1}^{n} M_z\left(\vec{F}_i\right) = 0$ є умовами рівноваги _______ системи сил.

2.16

Відсутнє рівняння в умовах рівноваги довільної плоскої системи сил

$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0$; $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0$ має бути:

A. $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0$; B. $\sum_{i=1}^{n} M_y\left(\vec{F}_i\right) = 0$;

C. $\sum_{i=1}^{n} M_x\left(\vec{F}_i\right) = 0$; D. $\sum_{i=1}^{n} M_z\left(\vec{F}_i\right) = 0$.

2.17

Якщо рівняння рівноваги плоскої системи сил записані у вигляді

$\sum_{i=1}^{n} M_A\left(\vec{F}_i\right) = 0$; $\sum_{i=1}^{n} M_B\left(\vec{F}_i\right) = 0$; $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0$, то:

A. Пряма AB повинна бути паралельною до осі Ox.

B. Пряма AB повинна бути паралельною до осі Oy.

C. Пряма AB не повинна бути перпендикулярною до осі Ox .

D. Пряма AB не повинна бути перпендикулярною до осі Oy .

2.18

Якщо рівняння рівноваги плоскої системи сил записані у вигляді $\sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right)=0$; $\sum_{i=1}^{n} M_{Bz}\left(\vec{F}_i\right)=0$; $\sum_{i=1}^{n} M_{Cz}\left(\vec{F}_i\right)=0$, то кут між прямими AB та BC не повинен дорівнювати:

A. 0. B. $\dfrac{\pi}{2}$. C. $\dfrac{\pi}{4}$.

2.19

Кількість рівнянь умов рівноваги просторової системи паралельних сил в аналітичній формі дорівнює:

A. 3. B. 5. C. 6.

2.20

Відсутнє рівняння з умов рівноваги просторової системи паралельних сил $\sum_{i=1}^{n} M_x\left(\vec{F}_i\right)=0$; $\sum_{i=1}^{n} M_z\left(\vec{F}_i\right)=0$ має бути:

A. $\sum_{i=1}^{n} M_y\left(\vec{F}_i\right)=0$. B. $\sum_{i=1}^{n} F_{ix}=0$. C. $\sum_{i=1}^{n} F_{iy}=0$

2.21

В умовах рівноваги плоскої системи сил, які паралельні до осі Ox $\left(\sum_{i=1}^{n} F_{ix}=0;\ \sum_{i=1}^{n} M_{Az}\left(\vec{F}_i\right)=0\right)$, точка A:

A. Повинна знаходитися тільки на осі Ox.

B. Повинна знаходитися тільки на осі *Oy*.

C. Може бути взята в площині довільно.

2.22

Умови рівноваги системи пар сил, довільно розташованих у просторі є:

A. $\sum_{i=1}^{n} F_i = 0$.   B. $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$; $\sum_{i=1}^{n} M_O\left(\vec{F}_i\right) = 0$.   C. $\vec{M}^* = 0$.

2.23

Рівняння рівноваги системи пар сил, що лежать у площині Oxy, має бути:

A. $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0$.   B. $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0$.   C. $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0$.

2.24

Умова рівноваги твердого тіла, що має нерухому вісь обертання *Ox*, є:

A. $\sum_{i=1}^{n} M_x\left(\vec{F}_i\right) = 0$.   B. $\sum_{i=1}^{n} M_y\left(\vec{F}_i\right) = 0$.   C. $\sum_{i=1}^{n} M_z\left(\vec{F}_i\right) = 0$.

2.25

Умови рівноваги тіла з нерухомою точкою O можна записати у вигляді:

A. $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$; $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_O\left(\vec{F}_i\right) = 0$.   B. $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_O\left(\vec{F}_i\right) = 0$.   C. $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$.

2.26

Головний вектор довільної системи сил $\left\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n\right\}$ визначають за формулою:

A. $R^* = \sum_{i=1}^{n} F_i$.   B. $\vec{R}^* = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$.   C. $R^* = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + ... + F_n^2}$.

2.27

Теорема Варіньона про момент рівнодійної просторової системи сил стверджує, що момент рівнодійної відносно довільної точки:

А. Завжди дорівнює нулеві.

В. Завжди відмінний від нуля.

С. Дорівнює геометричній сумі моментів складових сил відносно цієї точки.

2.28

Теорема Варіньона про момент рівнодійної $\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ просторової системи сил стверджує, що:

А. $M_O\left(\vec{R}\right) = \sum_{i=1}^{n} M_O\left(\vec{F}_i\right)$. В. $\vec{M}_O\left(\vec{R}\right) = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_O\left(\vec{F}_i\right)$. С. $\vec{M}_O\left(\vec{R}\right) = 0$.

2. 29

Система двох паралельних сил, що не утворюють пару сил:

А. Не має рівнодійної.

В. Має рівнодійну, що паралельна цим силам.

С. Має рівнодійну, що перпендикулярна до цих сил.

2.30

Якщо лінії дії системи паралельних сил повернути на однаковий кут α, то їх рівнодійна повернеться на кут:

А. 0. В. α. С. 2α.

6.2.3. Рівновага тіл при наявності тертя кочення

3.1

Сила тертя ковзання напрямлена по ____________ до поверхні.

3.2

Якщо f – коефіцієнт тертя ковзання спокою, $\vec{N}$ – нормальна складова реакції опори, то добуток $f \cdot N$ визначає _________ значення сили тертя.

3.3

Якщо тіло перебуває в стані рівноваги, то силу тертя ковзання визначають:

A. За формулою $f \cdot N$, де $\vec{N}$ – нормальна складова реакції опори f – коефіцієнт тертя ковзання.

B. Як одну з невідомих сил рівнянь рівноваги.

C. З конуса тертя.

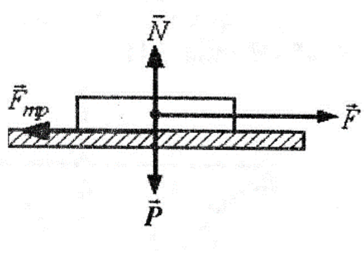
3.4

Якщо тіло вагою P у разі дії на нього сили $\vec{F}$ перебуває в рівновазі на шорсткій горизонтальній поверхні з коефіцієнтом тертя ковзання f, то сила тертя дорівнює:

A. $F_{тр} = f \cdot P$.

B. $F_{тр} = F$.

C. $F_{тр} = f \cdot F$.



6.2.4. Плоскі ферми

4.1

Характерним для ферм є наявність:

A. Тільки балок.

B. Стрижнів та балок.

C. Тільки стрижнів, з’єднаних між собою шарнірами.

4.2

При розрахунку ферми припускають, що всі навантаження прикладені:

A. Тільки в шарнірах (вузлах) ферми.

B. Тільки до стрижнів ферми.

C. Як в шарнірах (вузлах) ферми, так і до стержнів ферми.

4.3

Ферму називають простою, плоскою, якщо:

A. Усі стрижні ферми розташовані в одній площині.

B. Її побудову здійснюють шляхом приєднання до основного трикутника ферми через два стрижні нового шарніра, до нього – другого і т. ін.

C. В основному трикутнику маємо 3 стрижні та 3 вузли.

4.4

При визначенні у стрижнях ферми зусиль, вони вважаються силами:

A. Зовнішніми.

B. Внутрішніми.

C. Реакціями в’язей.

4.5

Для статично визначеної ферми, що складається зі стрижнів, з’єднаних шарнірами, виконується умова:

A. $n = 2k$.

B. $n = 2k - 3$.

C. $k = n - 3$.

4.6

При визначенні зусиль у стрижнях ферми методом вирізання вузлів кожний наступний стрижень вибирають так, щоб у ньому збігалося не більше ____________ стрижнів з невідомими зусиллями.

4.7

При визначенні зусиль у стрижнях за методом Ріттера реакції опор ферми:

A. Знаходити не обов’язково.

B. Визначають попередньо до розв’язання даної задачі.

C. Встановлюють у процесі розв’язання даної задачі.

6.2.5. Зведення довільної системи сил до найпростішого вигляду

5.1

Головний вектор пари сил дорівнює ___________.

5.2

Якщо $\vec{r}_i$ – радіус-вектор, проведений з точки O у точку прикладання сили $\vec{F}_i$, то головний момент відносно точки O довільної системи сил $\{\vec{F}_i\}, i = 1, \ldots, n$ визначають за формулою:

A. $M_O^* = \sum_{i=1}^{n} \left| \vec{r}_i \times \vec{F}_i \right|$.

B. $M_O^* = \left| \sum_{i=1}^{n} \left(\vec{r}_i \times \vec{F}_i \right) \right|$.

C. $\vec{M}_O^* = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i$.

5.3

Не змінюючи стану твердого тіла, силу, прикладену до нього, перенести паралельно самій собі:

A. Не можна ніколи.

B. Можна завжди.

C. Можна, але прикладаючи при цьому приєднану пару сил.

5.4

Довільна система сил $\left\{\vec{F}_i\right\}, i=1,\ldots,n$, що діє на тверде тіло, еквівалентна:

A. Одній силі.

B. Одній парі сил, момент якої дорівнює сумі моментів всіх заданих сил відносно вибраного центра зведення.

C. Силі $\vec{R}^* = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ та парі сил, момент якої дорівнює сумі моментів усіх заданих сил відносно вибраного центра зведення.

5.5

Дві системи сил, для яких головні вектори і головні моменти збігаються, називають статично _____________ .

5.6

Від вибору центра зведення довільної системи сил:

A. Головний вектор і головний момент системи–залежать.

B. Головний вектор і головний момент системи–не залежать.

C. Головний вектор системи–залежить, головний момент – не залежить.

D. Головний вектор системи– не залежить, головний момент–

залежить.

5.7

Головний момент системи _________ від вибору центра зведення.

5.8

Головний вектор системи __________ від вибору центра зведення.

5.9

У формулі $\vec{M}_{O1}^{*} = \vec{M}_{O}^{*} + \vec{\rho} \times \vec{R}^{*}$ вектор $\vec{\rho}$ є:

A. Радіус-вектор нового центра зведення відносно старого.

B. Радіус-вектор старого центра зведення відносно нового.

C. Радіус-вектор точки прикладання головного вектора системи сил.

5.10

Статичні інваріанти – це характеристики системи сил, що ________ від вибору центра зведення.

5.11

За перший статичний інваріант приймають:

A. Головний вектор системи.

B. Головний момент системи.

C. Скалярний добуток головного вектора і головного моменту системи.

5.12

Другим статичним інваріантом називають:

A. Головний вектор системи.

B. Головний момент системи.

C. Скалярний добуток головного вектора на головний момент.

D. Векторний добуток головного вектора на головний момент.

5.13

Від вибору центра зведення скалярний добуток $\vec{R}^* \cdot \vec{M}_O^*$ головного вектора $\vec{R}^*$ і головного моменту $\vec{M}_O^*$:

A. Залежить завжди.

B. Не залежить.

C. Не залежить тільки тоді, коли вектори $\vec{R}^*$ і $\vec{M}_O^*$ є взаємно перпендикулярні.

5.14

Сукупність сили і пари, момент якої колінеарний силі, називають ____________ гвинтом.

5.15

Просторову систему сил не можна звести до динамічного гвинта, якщо другий статичний інваріант $I_2 = \vec{R}^* \cdot \vec{M}_O^*$:

A. Додатний.

B. Від'ємний.

C. Дорівнює нулеві.

5.16

Якщо головний вектор системи сил $\vec{R}^*$, що діє на тверде тіло, дорівнює нулеві, а головний момент системи $\vec{M}_O^*$ відмінний від нуля, то така система сил:

A. Зводиться до рівнодійної.

B. Зводиться до пари сил.

C. Еквівалентна нулеві

5.17

Якщо головний вектор $\vec{R}^*$ і головний момент $\vec{M}_O^*$ системи сил, що діє на тверде тіло, відмінні від нуля і взаємно перпендикулярні, то така система сил:

A. Зводиться до рівнодійної.

B. Зводиться до пари сил.

C. Еквівалентна нулю.

5.18

Якщо головний вектор $\vec{R}^*$ і головний момент $\vec{M}_O^*$ системи сил, що діє на тверде тіло, відмінні від нуля і не взаємно перпендикулярні, то така система сил:

A. Рівнодійні.

B. Пари сил.

C. Динамічного гвинта.

5.19

Якщо головний вектор $\vec{R}^*$ системи сил , що діє на тверде тіло, відмінний від нуля, а головний момент $\vec{M}_O^*$ цієї системи сил дорівнює нулеві, то така система сил зводиться до _____________ .

5.20

Якщо проекції головного вектора $\vec{R}^*$ і головного моменту $\vec{M}_O^*$ системи сил, що діє на тверде тіло, відповідають співвідношенню $R_x^* \cdot M_x^* + R_y^* \cdot M_y^* + R_z^* \cdot M_z^* = 0$ і $\boldsymbol{R}^* \neq 0$, $M_O^* \neq 0$, то така система сил зводиться до:

A. Пари сил.

B. Рівнодійної.

C. Динамічного гвинта

5.21

Якщо система сил, що діє на тверде тіло, і яка подана через головний вектор $\vec{R}^*$ і головний момент $\vec{M}_O^*$, зводиться до рівнодійної, то кут α між векторами $\vec{R}^*$ і $\vec{M}_O^*$ дорівнює:

A. 0. B. 180°. C. 90°.

6.2.6. Центр ваги твердого тіла

6.1

Фіксована точка C, навколо якої при повороті системи паралельних сил навколо їх точок прикладання в один і той самий бік і на один і той самий кут рівнодійна буде повертатися на ________ кут, називається центром паралельних сил.

6.2

Центр паралельних сил визначається за формулою

A. $x_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot x_i$; $y_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot y_i$;

B. $\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \cdot F_i^*}{\sum_{i=1}^{n} F_i^*}$,

C. $x_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot y_i$; $y_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot x_i$; $z_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot z_i$.

6.3

Якщо всі сили заданої системи паралельних сил повернути на один і той самий кут в один і той самий бік, зберігаючи незмінними їхні точки прикладання, то положення центра паралельних сил ______ .

6.4

Статичні моменти плоскої фігури відносно осей абсцис і ординат визначаються за формулами

A. $M_x = \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot x_i$; $M_y = \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot y_i$.

B. $M_x = \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot y_i$; $M_y = \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot x_i$.

C. $M_x = M_y = \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot (y_i + x_i)$.

6.5

Рівнодійна сил _______________ окремих частин тіла називається силою ваги тіла.

6.6

Координати центра ваги тіла визначаються за формулами:

A. $x_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot y_i$; $y_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i$; $z_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot z_i$.

B. $x_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot (x_i + z_i)$; $y_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot (y_i + z_i)$; $z_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot (x_i + y_i)$.

C. $x_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i$; $y_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot y_i$; $z_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot z_i$.

6.7

Координати центра ваги однорідного об’ємного тіла визначаються за формулами:

A. $x_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot x_i$; $y_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot y_i$.

B. $x_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot (x_i + z_i)$; $y_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot (y_i + z_i)$; $z_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot (x_i + y_i)$.

C. $x_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot x_i$; $y_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot y_i$; $z_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot z_i$.

6.8

Координати центра ваги однорідного плоского тіла визначаються за формулами:

A. $x_c = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} S_i \cdot y_i$; $y_c = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} S_i \cdot x_i$; $z_c = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} S_i \cdot z_i$.

B. $x_c = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} S_i \cdot x_i$; $y_c = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} S_i \cdot y_i$.

C. $x_c = \frac{M_y}{S}$; $y_c = \frac{M_x}{S}$; $z_c = \frac{M_z}{S}$.

6.9

Якщо тіло має елемент симетрії (площину, вісь, центр симетрії), то центр ваги тіла знаходиться на цьому елементі ___________ .

6.10

Координати центра ваги однорідного лінійного тіла (центр ваги лінії) визначаються за формулами

A. $x_c = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot y_i$; $y_c = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot x_i$; $z_c = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot (x_i + y_i)$.

B. $x_c = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot x_i$; $y_c = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot y_i$; $z_c = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot z_i$.

C. $x_c = \dfrac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot \left(x_i + z_i\right)$; $y_c = \dfrac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot \left(x_i + z_i\right)$; $z_c = \dfrac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \ell_i \cdot \left(x_i + y_i\right)$.

6.11

Центр ваги площі трикутника знаходиться в точці перетину його _______.

6.12

Координати центра ваги площі трикутника, якщо відомі координати вершин трикутника $\left(x_A, y_A\right), \left(x_B, y_B\right), \left(x_D, y_D\right)$, визначаються за формулами

A. $x_c = \dfrac{x_A + x_B + x_D}{3}$; $y_c = \dfrac{y_A + y_B + y_D}{3}$.

B. $x_c = \dfrac{x_A + y_A + z_A}{3}$; $y_c = \dfrac{x_B + y_B + z_B}{3}$.

C. $x_c = \dfrac{y_A + y_B + y_D}{3}$; $y_c = \dfrac{x_A + x_B + x_D}{3}$.

6.13

Координата x_c центра ваги дуги кола з центральним кутом 2α і радіусом R обчислюються за формулою:

A. $x_c = R\dfrac{\cos\alpha}{\alpha}$. B. $x_c = R\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}$. C. $x_c = 2R\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}$.

7. Завдання з РГР “Визначення реакцій опор складеної конструкції”

В РГР зазначеного кредитного модуля першим завданням є задача на тему «Визначення реакцій опор складеної конструкції». Саме ці задачі згідно варіантів наведено нижче. Умова для всіх варіантів однакова, а всі необхідні дані для розрахунку зазначені в таблиці 1.

Визначити реакції опор конструкцій наведених схем [6].

Розміри та зовнішні навантаження складених конструкцій різних варіантів схем (рис. 7.1) вказано у табл. 1.

Таблиця 1

Варіант	M, Н·м	P, Н	Q, Н	Q_{max}, Н/м	AB, м	CD, м	α, град.
1	2	5	4	1,0	2	2	30
2	4	3	3	0,5	3	3	60
3	3	1	2	0,2	6	6	45
4	8	5	2	3,0	4	4	135
5	5	10	5	0,3	5	5	120
6	10	6	2	1,0	5	5	30
7	8	4	4	0,1	4	4	60
8	6	3	6	2,0	3	3	150
9	12	8	2	0,3	5	5	30
10	4	15	5	1,0	2	2	45
11	8	7	2	1,0	3	5	45
12	12	4	3	1,5	4	2	30
13	10	9	5	0,5	5	3	60
14	8	6	7	0,8	6	6	30
15	9	5	9	0,2	7	8	15
16	4	3	10	2,0	5	4	30
17	5	8	12	1,0	3	9	60
18	3	10	5	0,3	8	10	75
19	5	12	3	0,5	9	4	45
20	7	6	8	1,5	10	5	30
21	8	7	2	1,0	3	5	45
22	12	4	3	1,5	4	2	30
23	10	9	5	0,5	5	3	60
24	8	6	7	0,8	6	6	30
25	9	5	9	0,2	7	8	15
26	4	3	10	2,0	5	4	30
27	5	8	12	1,0	3	9	60
28	3	10	5	0,3	8	10	75
29	5	12	3	0,5	9	4	45
30	7	6	8	1,5	10	5	30

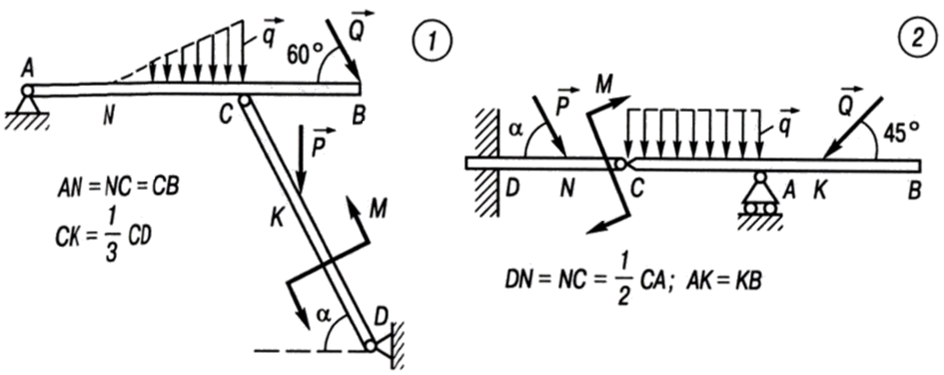


Рис.7.1 (початок)

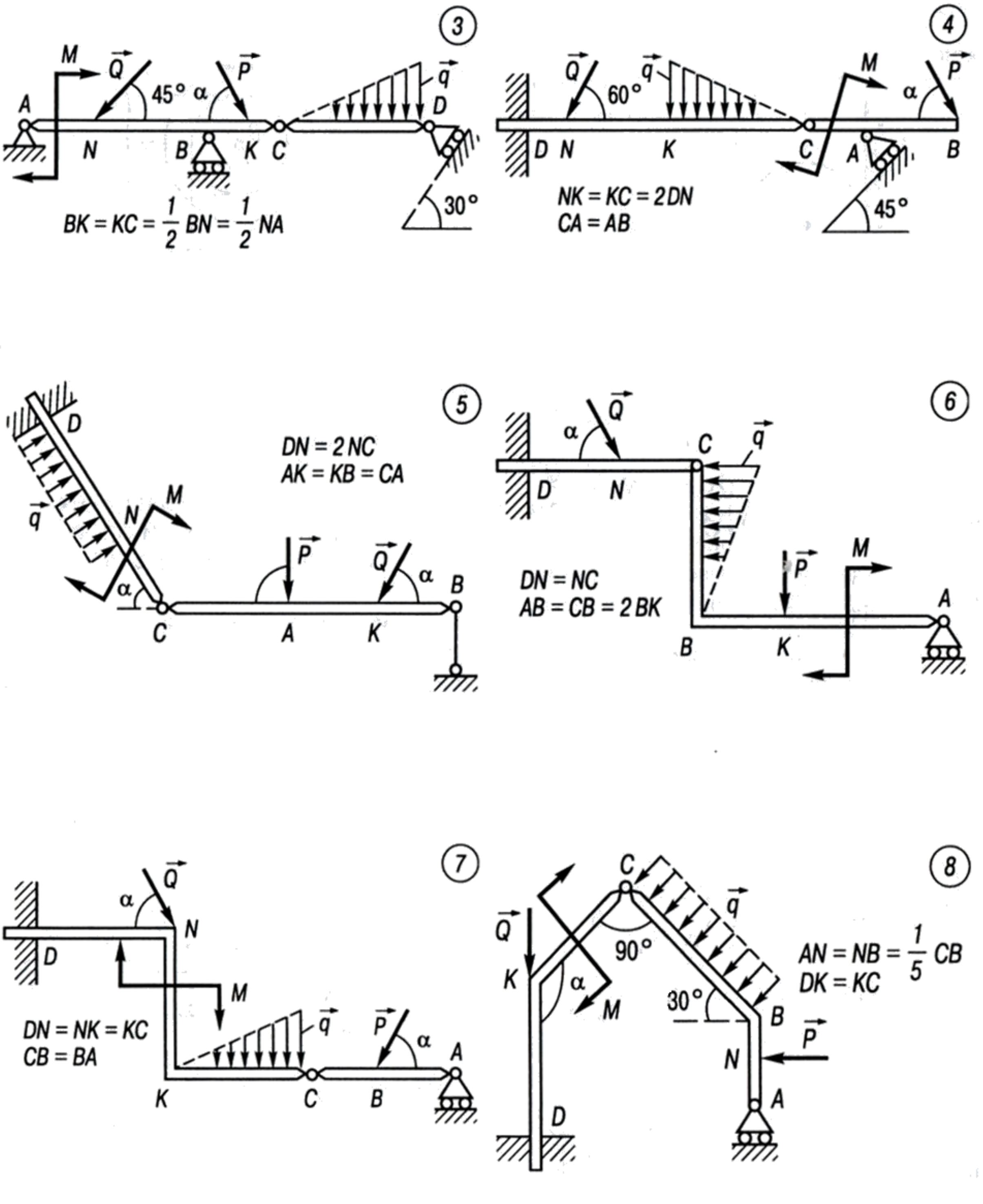


Рис.7.1 (продовження)

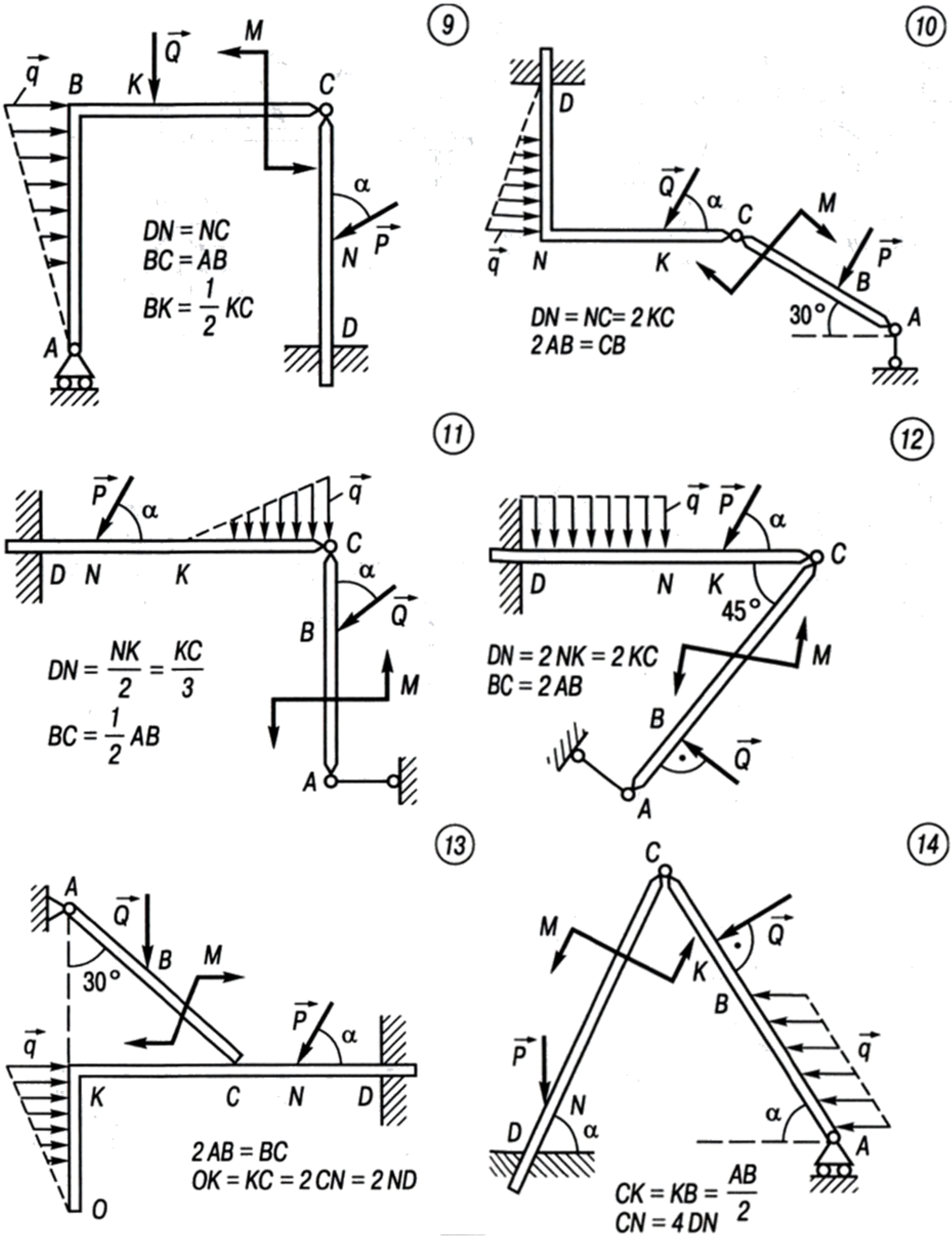


Рис.7.1 (продовження)

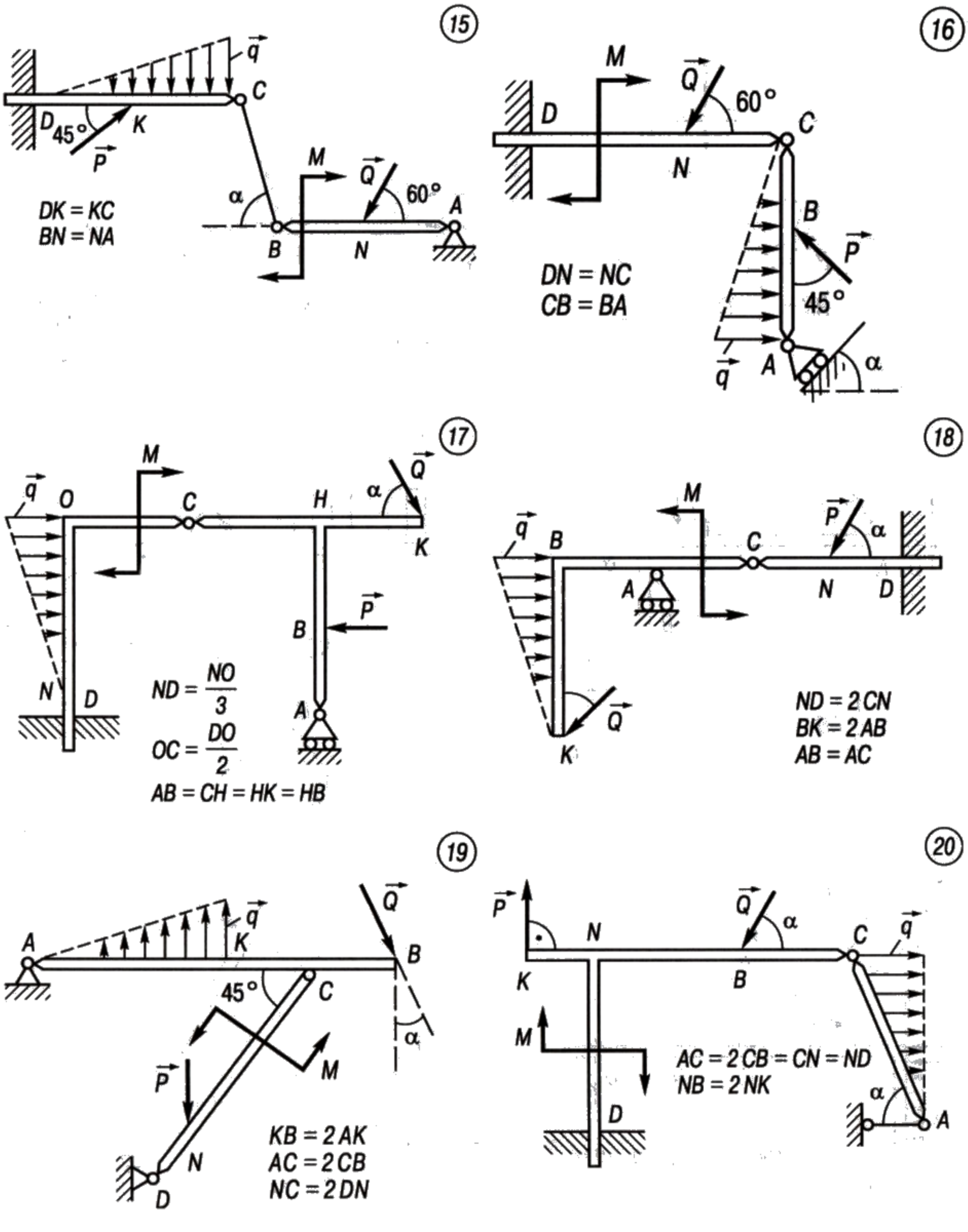


Рис.7.1 (продовження)

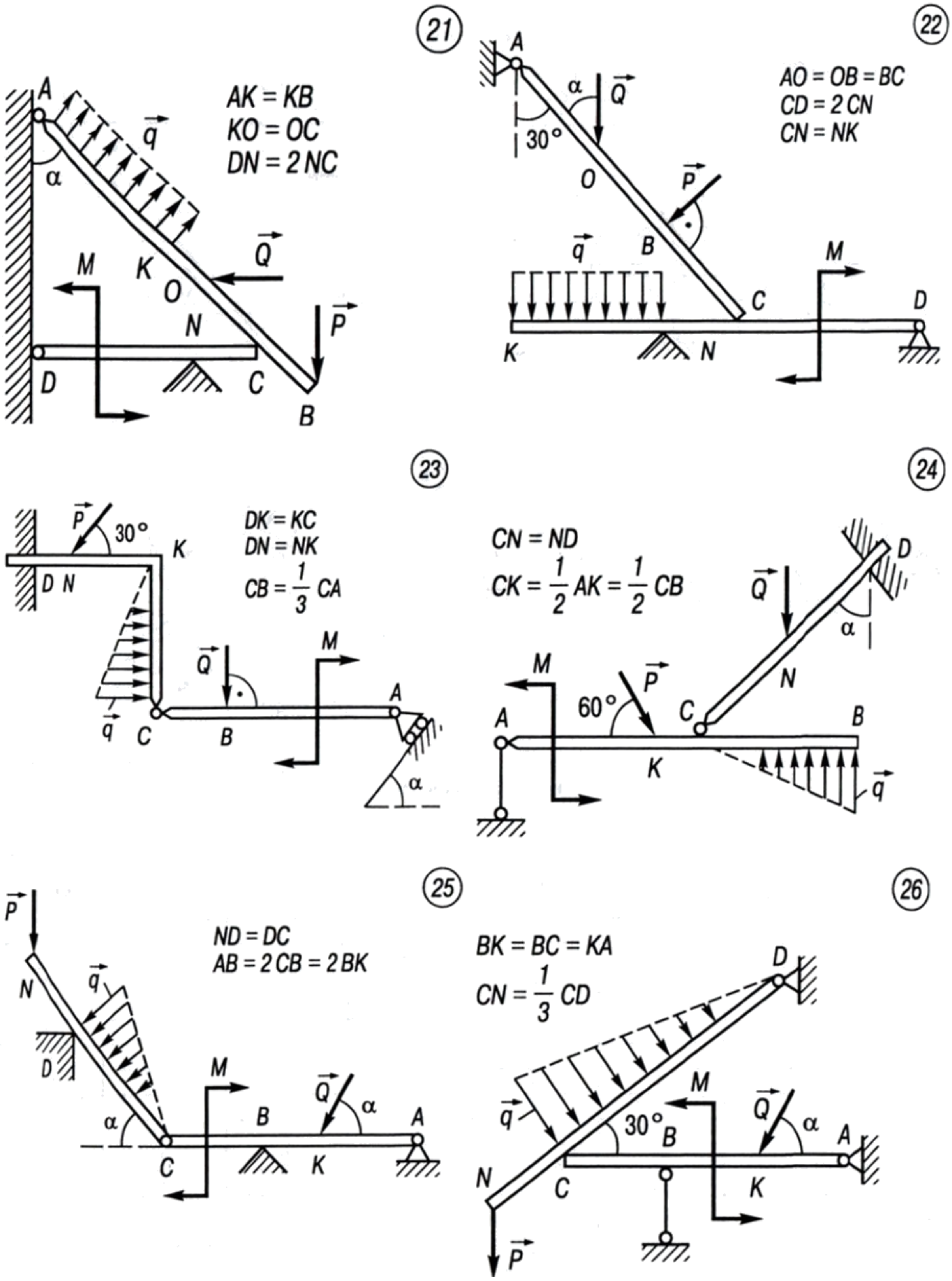


Рис.7.1 (продовження)

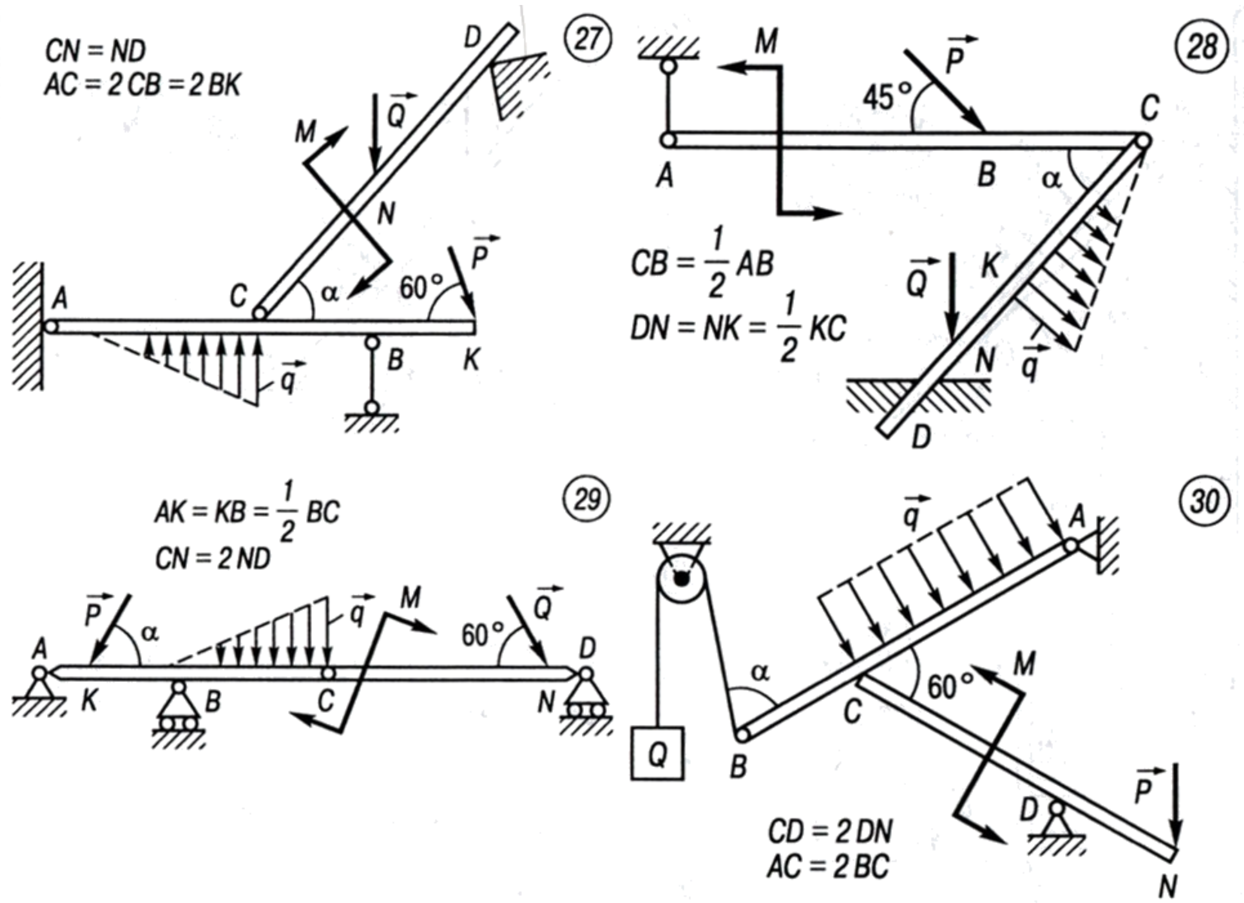
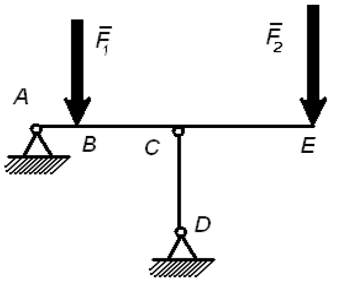


Рис. 7.1 (закінчення)

8. Контрольні завдання

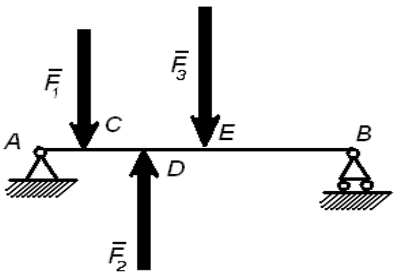
З метою проведення короткого поточного контролю зі статики для оцінки степені засвоєння матеріалу за короткий час можна з успіхом оцінити студентів за допомогою коротких контрольних завдань. Саме тому пропонуємо студентам при самостійній роботі з розділу «Статика» провести повне розв’язування запропонованих коротких задач. Ці завдання розроблені таким чином, щоб студент середньої успішності витрачав на розв’язування однієї задачі не більше 10 хвилин. Після цих завдань подано відповіді, які допоможуть студенту провести самооцінку.

Контрольне завдання №1



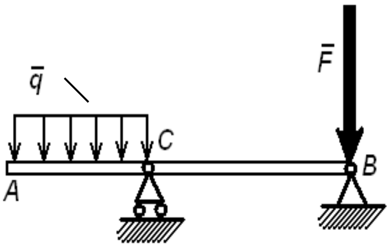
Балка *AE* шарнірно закріплена в точці *A* і спирається на вертикальний стержень *CD*. Знайти в *кН* зусилля в стрижні *CD*, якщо довжина *AB* = 1 *м*, *BC* = *CE* = 2 *м*, а сили F_1 = 2*кН* і F_2 = 4*кН* вертикальні.

Контрольне завдання №2



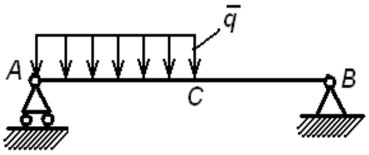
На балку *AB* діють вертикальні сили F_1 = 1 *кН*, F_2 = 2 *кН*, F_3 = 3 *кН*. Знайти в *кН* реакцію опори *B*, якщо відстані *AC* = *CD* = =*DE* = 1 *м*, *BE* = 2 *м*.

Контрольне завдання №3



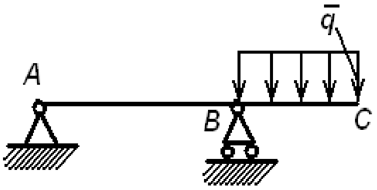
На балку *AB* діють вертикальна сила *F* = 5*кН* і розподілене навантаження інтенсивністю *q* = 4 *кН/м*. Знайти в *кН* реакцію опори *B*, якщо довжини *AC* = 3 *м*, *BC* = 6 *м*.

Контрольне завдання №4



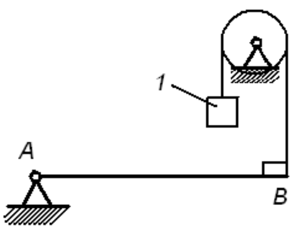
Якою повинна бути довжина відрізка *AC* з діючим на нього розподіленим навантаженням інтенсивністю q = 5 *кН/м,* для того щоб реакція опори *B* дорівнювала 10 *кН*, якщо довжина балки *AB* = 9 *м*?

Контрольне завдання №5



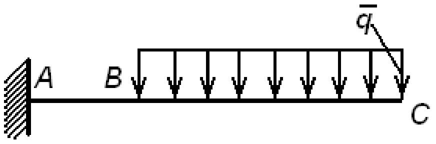
Знайти реакцію опори *B*, якщо інтенсивність розподіленого навантаження q = 40 *Н/м*, розміри балки *AB* = 4 м, *BC* = 2 *м*.

Контрольне завдання №6



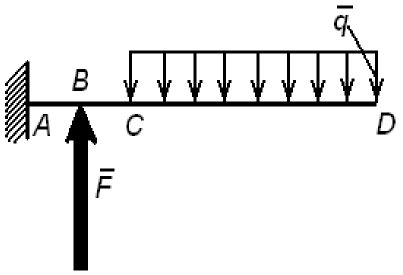
Знайти вагу вантажа *1*, необхідну для того, щоб однорідна балка *AB* вагою 340 *Н* в положенні рівноваги була горизонтальною.

Контрольне завдання №7



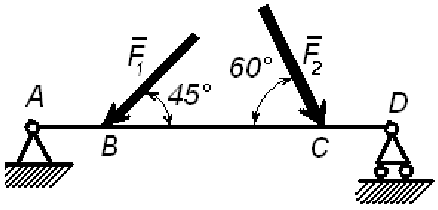
Знайти інтенсивність навантаження q, при якому момент в жорсткому кріпленні A дорівнює 400 $Н{*}м$, якщо розміри AB = 2 м, BC = 4 $м$.

Контрольне завдання №8



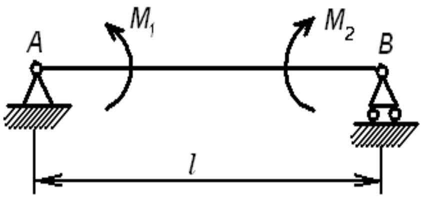
Знайти вертикальну силу F, при якій момент в жорсткому кріпленні A дорівнює 240 $Н{*}м$, якщо інтенсивність розподіленого навантаження q = 40$Н/м$, а розміри CD = 3 $м$, AB = BC = 1 $м$.

Контрольне завдання №9



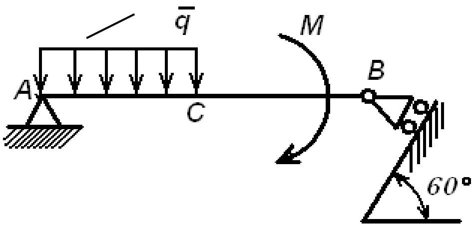
Знайти реакцію опори D, якщо сили F_1 = 84,6 $Н$, F_2 = 208 $Н$, розміри AB = 1 $м$, BC = 3$м$, CD = 2 $м$.

Контрольне завдання №10



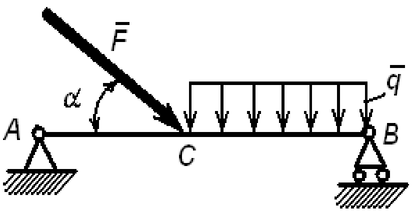
На балку довжиною l =3 *м* діють пари сил з моментами M_1 = 2 *кН*м* і M_2 = 8 *кН*м*. Знайти в *кН* модуль реакції опори *B*.

Контрольне завдання №11



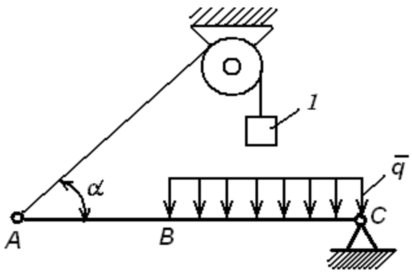
Знайти момент *M* пари сил, при якому реакція опори *B* дорівнює 250 *Н*, якщо інтенсивність розподіленого навантаження *q* =150 *Н/м,* розміри *AC* = *CB* = 2 *м*.

Контрольне завдання №12



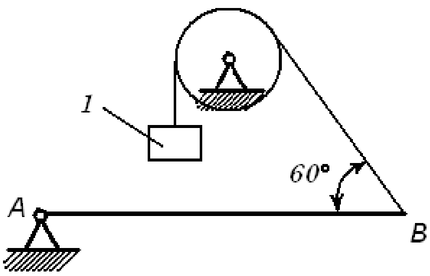
На балку *AB* діє розподілене навантаження інтенсивністю q = 2 *Н/м* і сила *F* = 6 *Н*. Знайти реакцію опори *B*, якщо довжини *AC* = 1/3 *AB*, кут α = 45°.

Контрольне завдання №13



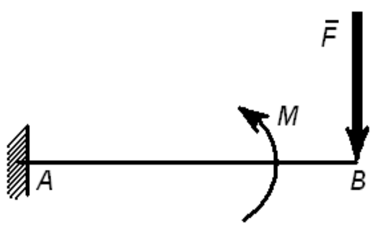
Балка *AC* закріплена в шарнірі *C* і підтримується в горизонтальному положенні ниткою *AD*, перекинутою через блок. Знайти інтенсивність розподіленого навантаження *q*, якщо довжини *BC* = 5 м, *AC* = 8 *м*, кут $\alpha = 45°$, а вага вантажу 1 дорівнює 20 *Н*.

Контрольне завдання №14



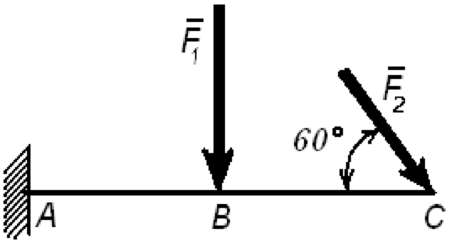
Знайти вагу вантажу 1, необхідну для утримання однорідної балки *AB* в рівновазі в горизонтальному положенні, якщо її вага дорівнює 346 *Н*.

Контрольне завдання №15



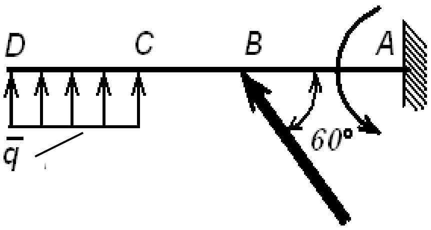
На консольну балку *AB*, закріплену в стіні, діють сила *F* = 4 *Н* і пара сил з моментом *M* = 2 *Н*м.* Знайти момент в жорсткому кріпленні, якщо довжина *AB* = 4 *м.*

Контрольне завдання №16



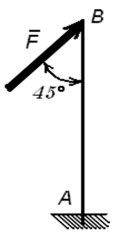
Знайти момент в жорсткому кріпленні *A*, якщо F_1 = 50 *Н*, F_2 =100Н, розміри *AB* = *BC* = 2 *м*.

Контрольне завдання №17



Знайти інтенсивність *q* розподіленого навантаження, при якому момент в жорсткому кріпленні *A* дорівнює 546 *Н*м*, якщо сила *F*=173*Н*, момент пари сил *M* = 42 *Н*м*, розміри *AB* = *CD* = 2 *м*, *BC* = 1 *м*.

Контрольне завдання №18



Знайти силу *F* в *кН*, при якій момент в жорсткому кріпленні *A* дорівнює 56 *кН*м*, якщо відстань *AB* = 5,66 *м*.

9. Відповіді до тестових завдань

1.1 – «силою».
1.2 – «механічної».
1.3 – «вільна».
1.4 – «зосередженою».
1.5 – «розподіленими».
1.6 – «паралелограма».
1.7 – «еквівалентними».
1.8 – «рівнодійною».
1.9 – «рівновазі».
1.10 – «зрівноваженою».
1.11 – В.
1.12 – «зрівноважуються».
1.13 – В.
1.14 – А.
1.15 – В.
1.16 – В.
1.17 – В.
1.18 – «вільним».
1.19 – «невільним».
1.20 – «в'язями».
1.21 – «реакціями».
1.22 – «реакцією».
1.23 – В.
1.24 – «зовнішніми».
1.25 – «внутрішніми».
1.26 – «нулю».
1.27 – «перерізів».
1.28 – А.
1.29 – «одній».
1.30 – «рівнодійної».
1.31 – С.
1.32 – «будь-якої».
1.33 – В.
1.34 – «нулю».
1.35 – С.
1.36 – С.
1.37 – «перпендикулярна».
1.38 – «парою».
1.39 – В.
1.40 – «плечем».
1.41 – А.
1.42 – В.
1.43 – «площині».
1.44 – «паралельну».
1.45 – «момент».
1.46 – А.
1.47 – «векторній».
1.48 – «еквівалентні».
1.49 – В.

2.1– "площиною"
2.2– А.
2.3– "збіжної"
2.4– "трьох"
2.5– "замкненість"
2.6–"рівноваги"
2.7– "рівноваги"
2.8– С.

2.9– C.

2.10– C.

2.11– C.

2.12– A-б, B-в, C-a.

2.13–“збіжної”

2.14– B.

2.15–“плоскої”

2.16– D.

2.17– C.

2.18– A.

2.19– A.

2.20– C.

2.21– C.

2.22– C

2.23– C

2.24– A..

2.25– B.

2.26– B.

2.27– C.

2.28– B..

2.29– B.

2.30– B.

3.1–“дотичній”

3.2–“максимальне”

3.3–B.

3.4–B.

4.1 – C.

4.2 – A.

4.3 – B.

4.4 – B.

4.5 – B.

4.6– “двох”

4.7 – B.

5.1 – ‘‘нулеві’’.

5.2 – C.

5.3 – C.

5.4 – C.

5.5 – ‘‘еквівалентними’’.

5.6 – D.

5.7 – ‘‘залежить’’.

5.8 – ‘‘не залежить’’.

5.9 – B.

5.10 – ‘‘не залежить’’.

5.11 – A.

5.12– C

.

5.13 – B.
5.14 – ‘‘динамічним’’.
5.15 – C.
5.16 – B.
5.17 – A.
5.18 – C.
5.19 – ‘‘рівнодійної’’.
5.20 – B.
5.21 – C.

6.1 – ‘‘той самий’’.
6.2 –B.
6.3 –‘‘не зміниться’’
6.4 – B.
6.5 – ‘‘ваг’’.
6.6 – C.
6.7 – C.
6.8 – B.
6.9 – ‘‘симетрії’’.
6.10 –B.
6.11 – ‘‘медіан’’.
6.12 – A.
6.13 – B.

10. Відповіді до контрольних завдань

№ 1 - 7.33 *кН;*	№ 2 - 1,2 *кН*;	№ 3 - 2 *кН*;
№ 4 - 6 *м*;	№ 5 - 100 *Н*;	№ 6 - 170 *Н*;
№ 7 - 25 *Н*;	№ 8 - 180 *Н*;	№ 9 - 130 *Н*;
№ 10 - 2 *кН;*	№ 11 - 200 *Н*м*;	№ 12 - 4,08 *Н*;
№ 13 - 9,05 *Н/м;*	№ 14 - 200 *Н*;	№ 15 - 14 *Н*м*;
№ 16 - 446 *Н*м*;	№ 17 - 36 *Н/м*;	№ 18 - 14 *кН*.

Список рекомендованої літератури

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Павловский М. А., Акинфиева Л. Ю., Бойчук О. Ф. Теоретическая механика. Статика. Кинематика. – К.: Вища шк., 1989. – 351 с.
3. 9-10-279.pdf : Теоретична механіка. Статика. Кінематика [Електронний ресурс] : конспект лекцій для студентів напряму підготовки 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» інженерно-хімічного факультету / НТУУ «КПІ» ; уклад. О. С. Апостолюк, Н. І. Штефан. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,08 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана. - Доступ: http://library.ntu-kpi.kiev.ua:8080/handle/123456789/514
4. Дистанційний курс . Електронний курс лекцій: Статика. Кінематика / для студентів ІХФ, ПБФ, ТЕФ / Уклад. Н. І. Штефан, . О. С. Апостолюк, Н. В. Гнатейко , В. Г. Савін - Доступ: http://moodle.udec.ntu-kpi.kiev.ua/moodle/course/view.php?id=591
5. Теоретична механіка. Статика. Кінематика [Електронний ресурс] : методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи для студентів технічних напрямів підготовки денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад. В. Г. Савін, Н. І. Штефан, В. М. Федоров. – Електронні текстові дані (1 файл: 7,45 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2014. – 57 с. – Назва з екрана. – Доступ: http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/2482
6. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолюк, В. М. Воробйов, Д. І. Ільчишина та ін.; За ред. М.А. Павловського. - К.: Техніка, 2007.–400с.
7. Практикум з теоретичної механіки. Статика твердого тіла. Навчальний посібник / Векерик В.І., Рижков Л.М., Левчук К.Г. та ін.- Івано-

Франківськ: Факел, 2004.- 186 с.

8. Мещерский И. В. Сборник задач по теоретической механике.- М.: Наука, 1986.–448с.
9. Яблонский А. А. и др. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. - М.: Высш. шк., 1985. - 367 с.
10. 9-10-171.rtf: Теоретична механіка. Предмет теоретичної механіки [Електронний ресурс] : методичні вказівки до самостійної роботи студентів напрямів підготовки 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» / НТУУ «КПІ» ; уклад. Н. І. Штефан, Н. В. Гнатейко − Електронні текстові дані (1 файл: 707 Кбайт). - Київ : НТУУ «КПІ», 2014. - Назва з екрана. - Доступ: http://library.ntu-kpi.kiev.ua:8080/handle/123456789/478
11. Бать М.И., Джанелидзе М.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. - М.: Наука. Т.1, 1972. – 512 с.
12. Кильчевский Н. А., Ремизова Н. И., Кильчевская Е. Н. Основы теоретической механики. – К.: Вища школа, 1986. – 296 с.
13. Айзенберг Т. Б., Воронков И. М., Осецкий В. М. Руководство к решению задач по теоретической механике. – М.: Высш. шк., 1968. - 436с.
14. Путята Т.В., Фрадлін Б.Н. Методика розв’язування задач з теоретичної механіки. -К.: Радянська школа, 1955.- 368 с.
15. Березова О.А., Друшляк Г.Ю, Солодовников Р.В. Теоретическая механика. Сб. задач.- К.: Вища шк. Головное изд-во, 1980.- 324 с.
16. Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики. - М.: Наука. Т.1-2, 1979, – 324с.
17. Григорьян А.Т., Фрадлин Б.Н. История механики твердого тела. М.: Наука, 1982. – 294с.

Зміст