УДК 539.22

ВИЗНАЧЕННЯ КОНСТАНТ ПРУЖНОСТІ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО ШАРУ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

студ. В.В. Рубашевський[1], к.т.н. М.М. Заразовський[2], д.т.н., проф. С.М. Шукаєв[1]
[1]Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», Механіко-машинобудівний інститут, кафедра ДММ та ОМ
[2]Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАН України
E-mail: [1]vdrosh@mail.ru, [1]s.shukayev@kpi.ua

На прикладі епоксидних вуглепластиків, проаналізовано можливості аналітичних моделей щодо визначення констант пружності однонаправленних композиційних матеріалів.

У зв'язку із швидким зростанням застосування композиційних матеріалів (КМ) в різних галузях промисловості, зокрема, в авіації, набула актуальності проблема раціонального проектування елементів конструкцій з композитів. У дослідженнях присвячених цій проблематиці, поряд з натурними експериментами значну роль відіграють розрахунки на міцність, основою яких є розрахунки напружено-деформованого стану (НДС). Для здійснення розрахунків потрібні дані щодо констант пружності відповідних матеріалів.

Метою даної роботи є огляд і оцінювання, на прикладі епоксидних вуглепластиків, можливостей аналітичних моделей щодо визначення констант пружності однонаправленних композиційних матеріалів.

Відповідно до роботи [5] для ідентифікації механічних характеристик односпрямованого композита застосована модель трансверсально-ізотропного тіла. Тоді, пружне деформування шару, в рамках плоскої задачі теорії пружності, описуються 4 - ма лінійно незалежними ефективним параметрами: двома модулями поздовжньої пружності E_1, E_2, модулем зсуву в площині армування G_{12} та головним коефіцієнтом Пуассона υ_{12}, де перший індекс відповідає напряму прикладення навантаження, а другий – напряму поперечної деформації, яка спричинена цим навантаженням.

У роботі також використовуються позначення: E_f, E_m, G_f, G_m, υ_f, υ_m — відповідно, модулі Юнга, зсуву і коефіцієнти Пуассона волокна (з індексом f) і матриці (з індексом m), c — об’ємний вміст волокон в композиті.

Оцінювання пружних констант композиційних матеріалів виконували за наступними методами.

Правило суміші, яке використовували Рейс і Фойгт у роботах [6,8]. Згідно з цим правилом шукана характеристика матеріалу залежить від частки кожного компоненту пропорційно його об’ємного вмісту. Тобто,

$$E_1 = cE_f + (1+c)E_m, \qquad \upsilon_{12} = (1-c)\upsilon_m + c\upsilon_f,$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{cE_m + (1-c)E_f}, \qquad G_{12} = \frac{G_f G_m}{cG_m + (1-c)G_f}.$$

Модель коаксіальних циліндрів, що складається із волокна розміщеного в коаксіальному циліндрі — матриці**,** запропонована Хіллом і Хашіном [6].

$$E_1 = cE_f + (1-c)E_m + \frac{2c(\upsilon_f-\upsilon_m)^2(1-\upsilon_f)E_f E_m}{cE_m L_f + [L_m(1-c)+(1-\upsilon_m)]E_f},$$

$$\upsilon_{12} = \upsilon_m - \frac{2(\upsilon_m-\upsilon_f)(1-\upsilon_m{}^2)cE_f}{E_m(1-c)L_f + [L_m c + (1+\upsilon_m)]E_f}, \qquad G_{12} = \frac{[(1+c)G_f + (1-c)G_m]G_m}{G_f - G_m - c(G_f - G_m)},$$

$$E_2 = \frac{2K(1-\upsilon_{12})E_1}{E_1 + 4K\upsilon_m{}^2}, \qquad K = \frac{(K_f+G_m)K_m - (K_f-K_m)cG_m}{K_f + G_m - c(K_f-K_m)},$$

$$K_m = \frac{E_m}{3(1-2\upsilon_m)}, \qquad L_m = 1-\upsilon_m-2\upsilon_m{}^2, \qquad K_f = \frac{E_f}{3(1-2\upsilon_f)}, L_f = 1-\upsilon_f-2\upsilon_f{}^2.$$

Тут K- модуль об’ємного стиснення, що відповідає дилатації в площині, перпендикулярній до напрямку волокон, K_m і K_f – об’ємні модулі матриці та волокна.

Модель Кільчинського [2, 7], описує деформування волокна, що міститься в циліндричній матриці, яка в свою чергу знаходиться в необмеженому середовищі. При цьому вважається, що механічні параметри середовища, такі як і ефективні параметри композита.

$$E_1 = cE_f + (1-c)E_m + \frac{4c(1-c)(\upsilon_f-\upsilon_m)^2}{(1-c)/K_f + c/K_m + 1/G_m}, \qquad G_{23} = G_m \frac{(\eta+\delta_m c)(1+\rho c^3) - 3c(1-c)^2\delta_m{}^2}{(\eta-c)(1+\rho c^3) - 3c(1-c)^2\delta_m{}^2},$$

$$\upsilon_{12} = c\upsilon_f + (1-c)\upsilon_m + \frac{c(1-c)(\upsilon_f-\upsilon_m)(1/K_m - 1/K_f)}{(1-c)/K_f + c/K_m + 1/G_m},$$

$$G_{12} = G_m \frac{(1-c)G_m + (1+c)G_f}{(1+c)G_m + (1-c)G_f}, \quad E_2 = \frac{4KG_{23}}{K + G_{23}[1 + 4K(\upsilon_{12})^2/E_1]}, \quad K = \frac{K_f K_m + G_m(cK_f + (1-c)K_m)}{(1-c)K_f + cK_m + G_m}$$

$$\gamma = \frac{G_f}{G_m}, \qquad \delta_f = \frac{1}{3-4\upsilon_f}, \qquad \delta_m = \frac{1}{3-4\upsilon_m}, \quad \eta = \frac{\gamma+\delta_m}{\gamma-1}, \qquad \rho = \frac{\delta_m - \gamma\delta_f}{1+\gamma\delta_f}.$$

Метод Ваніна [1]**.** Ефективні механічні характеристики однонаправленних композитів визначаються з використанням теорії еліптичних функцій Вейерштрасса і спеціальних мероморфних функцій.

$$E_1 = cE_f + (1-c)E_m + \frac{8c(1-c)(\upsilon_f-\upsilon_m)^2 G_m}{2 - c + c(3-4\upsilon_m) + (1-c)(2-4\upsilon_f)g},$$

$$\upsilon_{12} = \upsilon_m - \frac{4c(1-\upsilon_m)(\upsilon_m-\upsilon_f)}{2 - c + c(3-4\upsilon_m) + 2(1-c)(1-2\upsilon_f)g},$$

$$G_{12} = G_{13} = G_m \frac{(1+c) + (1-c)g}{(1-c) + (1+c)g},$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\upsilon_{12}{}^2}{E_1} + \frac{1}{4G_m}\left\{\frac{3-4\upsilon_m+g}{3-4\upsilon_m+4c(1-\upsilon_m)+[1-4c(1-\upsilon_m)]g} + \frac{[(1-c)(1-2\upsilon_m)+(1-2\upsilon_f)(1+c-2\upsilon_m)g]}{[1+c(1-2\upsilon_m)]+(1-2\upsilon_f)(1-c)g}\right\},$$

$$G_{23} = G_{23} \frac{(3-4\upsilon_m)+c+(1-c)g}{(1-c)(3-4\upsilon_m)+[1+(3-4\upsilon_m)c]g}, \qquad g = \frac{G_f}{G_m}.$$

Ефективність наведених вище методів проаналізовано на прикладі волокнистих композитів із складовими матриця-волокно, які представлені у таблицях 1 і 2 [4].

Результати розрахунків разом з експериментальними даними для *Silenka E-Glass 1200tex/MY750/HY917/DY063 epoxy, E-glass 21xK43 Gevetex/LY556/HT907/DY063 epoxy, T300/BSL914C epoxy, AS4/3501-6 epoxy* представлені у таблицях 3, 4, 5, 6, відповідно, у дужках наведені похибки (у %) між розрахунковими та експериментальними даними[4].

Таблиця 1

Механічні характеристики волокон

Матеріал	AS4	T300	E-glass 21xK43 Gevetex	Silenka E-Glass 1200tex
E_f,*(ГПа)*	225	230	80	74
G_f,*(ГПа)*	15	15	33,33	30,8
υ_f	0,2	0,2	0,2	0,2
c	0,6	0,6	0,62	0,6

Таблиця 2

Механічні характеристики матриць

Матеріал	3501-6 epoxy	BSL914C epoxy	LY556/HT907/DY063 epoxy	MY750/HY917/ DY063 epoxy
E_m,*(ГПа)*	4,2	4	3,35	3,35
G_m,*(ГПа)*	1,567	1,481	1,24	1,24
υ_m	0,34	0,35	0,35	0,35

Таблиця 3

Константа	Експеримент	Правило суміші	Метод коаксіальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
E_1, ГПа	126	136,68(8,48)	136,77 (8,55)	136,68(8,48)	136,70 (8,4)
E_2, ГПа	11	10,21 (7,69)	12,06 (9,6)	13,82 (25,66)	8,87 (19,39)
G_{12}, ГПа	6,6	3,38 (48,68)	7,18 (8,82)	4,54 (31,27)	4,54 (31,27)
$G_{23,}$ ГПа	-	-	-	4,85	4,14
ν_{12}	0,28	0,26 (7,14)	0,25 (10,70)	0,25 (10,70)	0,25 (10,70)

Таблиця 4

Константа	Експеримент	Правило суміші	Метод коаксіальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
E_1, ГПа	138	139,6 (1,16)	139,71 (1,24)	139,6 (1,16)	139,63(1,18)
E_2, ГПа	11	9,75 (11,4)	12,41 (12,83)	13,60 (23,6)	8,54 (22,38)
G_{12}, ГПа	5,5	3,23 (41,36)	6,74 (22,46)	4,35 (20,87)	4,35 (20,87)
$G_{23,}$ ГПа	-	-	-	4,73	3,98
ν_{12}	0,28	0,26 (7,14)	0,25 (10,70)	0,25 (10,70)	0,25 (10,70)

Таблиця 5

Константа	Експеримент	Правило суміші	Метод коаксіальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
E_1, ГПа	53,48	50,87 (4,87)	50,96 (4,7)	50,87 (4,87)	50,90 (4,83)
E_2, ГПа	17,7	8,25 (53,4)	9,87 (44,2)	13,51 (23,68)	7,85 (55,66)
G_{12}, ГПа	5,83	3,08 (47,23)	5,54 (4,99)	4,60 (21,06)	4,60 (21,06)
$G_{23,}$ ГПа	-	-	-	5,27	4,06
ν_{12}	0,28	0,26 (7,14)	0,25 (10,70)	0,25 (10,70)	0,25 (10,70)

Таблиця 6

Константа	Експеримент	Правило суміші	Метод коаксіальних циліндрів	Модель Кільчинського	Метод Ваніна
E_1, ГПа	45,6	45,74 (0,03)	45,83 (0,5)	45,74 (0,3)	45,76 (0,36)
E_2, ГПа	16,2	7,84 (51,6)	9,42 (41,87)	12,63 (22,01)	7,65 (52,8)
G_{12}, ГПа	5,83	2,92 (49,86)	5,22 (10,46)	4,32 (25,98)	4,32 (25,98)
$G_{23,}$ ГПа	-	-	-	4,91	3,82
ν_{12}	0,28	0,26 (7,14)	0,25 (10,70)	0,25 (10,70)	0,25 (10,70)

Як бачимо, при визначенні E_1 усі методи дали невелику похибку (0,03…8,48%). У розрахунку E_2 найбільш точні результати отримали за моделлю Кільчинського, для всіх чотирьох КМ похибка знаходиться в межах 22,01…25,66%. Для модуля зсуву G_{12} найменшу похибку дав метод коаксіальних циліндрів (4,99…22,46%), проте метод Ваніна і модель Кільчинського дозволяють ще визначити модуль G_{23}. Оцінювання коефіцієнту Пуассона υ_{12} за всіма методами дало практично однакові результати (7,14…10,70%).

ВИСНОВКИ

Таким чином розглянуті методи дають задовільні результати для визначення модуля пружності в напрямку осі армування та коефіцієнта Пуассона, дещо гірші результати для модуля зсуву, а щодо розрахунку $E_{2,}$ то отримані похибки свідчать про те, що оцінювання цього параметру потребує нових більш достовірних моделей.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ванин Г.А. Микромеханика композиционных материалов. – Киев: Наук. думка, 1985. – 304 с

2. Кильчинский А.А. Об одной модели для определения термоупругих характеристик материалов, армированных волокнами // Прикладная механика. – 1965. – Т. 1, № 12. – С. 65–74.

3. Khelifa M. Z., Abdullateef M. S., and Al-Shukri H. M. Mechanical properties comparison of four models, failure theories study and estimation of thermal expansion coefficients for artificial E-glass polyester composite // Eng. Technol. J. – 2011. – 29, No. 2. – P. 278 – 294

4. P. D. Soden, M. J. Hinton & A. S. Kaddour. Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates. Composites Science and Technology 58 (1998) 1011±1022

5. М.К. Кучер, М.М. Заразовський. Оцінка мікромеханічних моделей прогнозування ефективних констант пружності волокнистих композитів // Вестн. машиностроения. – 2010. – 58. – С. 24 – 29.

6. Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Пер. с англ. Под ред. Ю.М. Тарнопольского. – Москва: Мир, 1982. – 334 с.

7. Rosen B.W. Thermomechanical properties of fibrous composites // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1970. – Vol. 319, № 1536. – P. 79–94.

8. Композиционные материалы в 8 т. / Под ред. Л. Браутмана, Р. Крока. Том 2. Механика композиционных материалов / Под ред. Дж. Сендецки. – Москва: Мир, 1978. – 564 с.