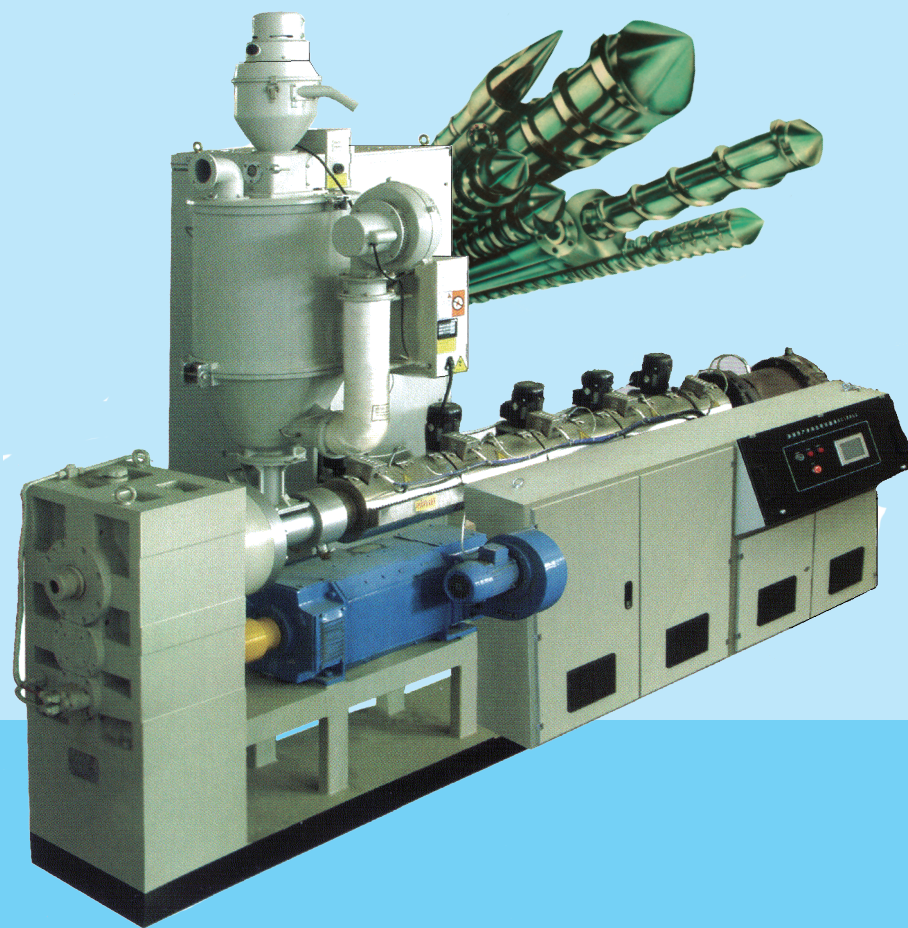


И.М. КУЗЯЕВ, В.А. СВИДЕРСКИЙ, А.Д. ПЕТУХОВ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭКСТРУЗИИ И ЭКСТРУДЕРОВ
ПРИ ПЕРЕРАБОТКЕ ПОЛИМЕРОВ**

(Часть 1)



Киев НТУУ "КПИ"

2016

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт»

**И. М. Кузьяев, В. А. Свидерский,
А. Д. Петухов**

Моделирование экструзии и экструдеров при переработке полимеров

Часть 1

Монография

Рекомендовано Учёным советом НТУУ «КПИ»

Киев
НТУУ «КПИ»
2016

УДК 678.027.3+678.057.3
ББК 35.71/73
К89

Рекомендовано Учёным советом НТУУ «КПИ»
(Протокол № 5 от 11.04.2016 г.)

***Посвящается «первопроходцам» экструзии и экструдеров
переработки пластмасс***

Рецензенты: *В. П. Мисяц*, д-р техн. наук, проф.,
Киевский национальный университет технологий и дизайна
В. Ф. Шумский, д-р хим. наук, проф.,
Институт химии высокомолекулярных соединений НАН Украины

Кузяев И. М.

К89 Моделирование экструзии и экструдеров при переработке полимеров : монография. В 2 ч. / И. М. Кузяев, В. А. Сви́дерский, А. Д. Петухов. – Киев : НТУУ «КПИ» Изд-во «Политехника», 2016. – 412 с. – Библиогр. : с. 301–324. – Ч. 1. – 100 экз.

ISBN 978-966-622-764-8 (Общ.)

ISBN 978-966-622-766-2 (Ч. 1)

Изложены теоретические представления об основных экструзионных процессах и оборудовании переработки полимеров в изделия. Построены математические модели с учётом физических и химических свойств перерабатываемых материалов, особенностей технологии их переработки. Приводятся конструкции, типы промышленного оборудования и условия эксплуатации экструдеров. Представлен метод решения задач процессов экструзии для неизотермических условий переработки полимеров с использованием интегрального преобразования Лапласа.

Состоит из двух частей, объединённых общей тематикой и аналогичной структурой представления материала. В первой части рассмотрены конструкции одночервячных, двухчервячных и многочервячных экструдеров и процессы экструзии, их физическое и математическое моделирование. Во второй части эти же вопросы рассмотрены для дисковых, комбинированных, каскадных, центробежных экструдеров и систем гранулирования.

Для инженеров-технологов, работающих в области переработки полимеров, инженеров-механиков, занимающихся конструированием и эксплуатацией перерабатывающего оборудования. Может быть полезна аспирантам, магистрам, специалистам, бакалаврам, специализирующимся в области химической технологии переработки полимерных и композиционных материалов.

Викладено теоретичні погляди про основні екструзійні процеси та обладнання для перероблення полімерів у вироби. Побудовано математичні моделі з урахуванням фізичних і хімічних властивостей матеріалів, що переробляються, особливостей технології їх перероблення. Наведено конструкції, типи промислового обладнання й умови експлуатації екструдерів. Подано метод вирішення завдань процесів екструзії для неизотермічних умов перероблення полімерів з використанням інтегрального перетворення Лапласа.

Складається з двох частин, об'єднаних загальною тематикою й аналогічною структурою подання матеріалу. У першій частині розглянуто конструкції одночерв'ячних, двочерв'ячних і багаточерв'ячних екструдерів і процеси екструзії, їх фізичне й математичне моделювання. У другій частині такі самі питання розглянуто для дискових, комбінованих, каскадних, відцентрових екструдерів і систем гранулювання.

Для інженерів-технологів, які працюють у галузі перероблення полімерів, інженерів-механіків, які здійснюють конструювання і експлуатацію устаткування переробної промисловості. Може бути корисною аспірантам, магістрам, спеціалістам, бакалаврам, які спеціалізуються в галузі хімічної технології перероблення полімерних та композиційних матеріалів.

УДК 678.027.3+678.057.3

ББК 35.71/73

ISBN 978-966-622-764-8 (Общ.)
ISBN 978-966-622-766-2 (Ч. 1)

© И. М. Кузяев, В. А. Сви́дерский, А. Д. Петухов, 2016
© НТУУ «КПИ» (ХТФ), 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	7
1 Основополагающие уравнения, используемые при описании процессов в агрегатах для переработки полимерных материалов.....	10
1.1 Уравнения движения.....	10
1.2 Уравнение неразрывности.....	12
1.3 Уравнение баланса тепловой энергии.....	13
1.4 Реологические уравнения состояния (РУС).....	14
2 Конструктивное оформление и особенности работы одночервячных прессов	20
2.1 Конструкции и условия работ типовых одночервячных прессов.....	20
2.2 Конструктивное оформление смесительных элементов.....	26
2.3 Конструктивное выполнение червяков.....	41
3 Моделирование процессов в зоне дозирования одночервячных прессов.....	49
3.1 Анализ состояния работ по математическому моделированию процессов в зоне дозирования.	49
3.2 Расчет параметров процесса в винтовом канале для ньютоновской жидкости.....	69
3.2.1 Определение основных характеристик процесса без учета влияния боковых стенок винтового канала.....	71
3.2.2 Определение основных характеристик процесса с учетом влияния боковых стенок винтового канала.....	90
3.2.3 Определение основных характеристик процесса с учетом кривизны канала.....	100
3.3 Определение характеристик процесса для неньютоновской (степенной жидкости).....	106
3.3.1 Определение скоростей в винтовом канале и объемной производительности.....	106
3.3.2 Определение мощности.....	110
3.3.3 Определение параметров процесса в предположении независимости действия импульса количества движения	111

3.3.4 Моделирование температурного поля для однослойных систем..	117
3.3.5 Моделирование температурного поля для трехслойной системы	120
4 Моделирование процессов плавления полимерных материалов в одночервячных экструдерах.....	131
4.1 Анализ современного состояния процесса плавления.....	131
4.2 Моделирование процессов плавления по теории Тадмора.....	141
4.2.1 Основные предпосылки к выбору схемы и построения математической модели.....	141
4.2.2 Определение характеристик процесса плавления.....	144
4.2.3 Расчет мощности, расходуемой в зоне плавления.....	154
4.3 Моделирование процессов плавления с учетом теплоотдачи через поверхность, которая ограничивает твердую пробку.....	156
4.3.1 Основные предпосылки построения математической модели.	156
4.3.2 Построение математической модели.....	158
4.3.3 Моделирование процессов с учетом пористости твердой пробки в случае жесткого каркаса.....	168
4.3.4 Моделирование процессов с учетом пористости твердой пробки в случае нежесткого каркаса.....	174
5 Моделирование процессов, которые происходят в зоне питания одночервячных прессов.....	183
5.1 Основные принципы подхода к расчету зоны питания, конструктивное оформление систем загрузки и анализ существующих теорий.....	183
5.2 Определение основных параметров зоны питания.....	213
5.2.1 Расчет производительности.....	213
5.2.2 Расчет давления.....	215
5.2.3 Расчет мощности.....	218
5.3 Моделирование тепловых процессов в зоне питания.....	219

6 Конструктивное оформление и особенности работы двух- и многочервячных прессов.....	231
6.1 Предпосылки для использования двух- и многочервячных прессов..	231
6.2 Основные схемы конструктивного оформления для экструдеров с двумя и большим количеством червяков	232
6.3 Теоретические положения для моделирования и расчетов рабочих процессов.....	245
6.4 Анализ процессов в зазорах, которые моделируются клинообразными и двухугловыми каналами.....	274
6.5 Моделирование температурного поля и основных энергосиловых параметров в валковых зазорах.....	286
6.6 Моделирование температурного поля в С- образных секциях.....	295
Список литературы.....	301
Приложение А Разработка блоков САПР для моделирования процессов в зоне дозирования.....	325
А.1 Блок САПР-1: расчет зоны дозирования с учетом влияния боковых стенок винтового канала для переработки полиамида (ньютоновская жидкость).....	328
А.2 Блок САПР-2: расчет зоны дозирования с учетом кривизны канала для переработки полиамида (ньютоновская жидкость).....	333
А.3 Блок САПР-3: расчет зоны дозирования без учета действия гребней червяка для переработки полиэтилена низкого давления (неньютоновская жидкость) в случае охлаждаемого червяка.....	339
А.4 Блок САПР-4: расчет зоны дозирования с учетом влияния боковых стенок винтового канала для переработки полиэтилена низкого давления (неньютоновская жидкость) в случае неохлаждаемого червяка.....	345
А.5 Блок САПР-6: расчет параметров зоны дозирования для переработки полиэтилена низкого давления (неньютоновская жидкость) в случае трехслойной системы.....	352

Приложение Б Разработка блоков САПР для моделирования процессов в зоне плавления.....	360
Б.1 Блок САПР-6: моделирование процесса плавления для цилиндрического сердечника при наличии зон расплава со всех сторон твердой пробки.....	361
Б.2 Блок САПР-7: моделирование процесса плавления для цилиндрического сердечника в случае трения твердой пробки по сердечнику червяка.....	365
Б.3 Блок САПР-8. моделирование процесса плавления для конусного сердечника.....	370
Б.4 Блок САПР-9: моделирование процессов теплообмена в зоне плавления с учетом пористости в твердой пробке при жестком каркасе.....	375
Б.5 Блок САПР-10: моделирование процесса плавления для цилиндрического сердечника при наличии зон расплава со всех сторон твердой пробки с учетом затрат тепла на межфазовый переход.....	378
Приложение В Разработка блоков САПР для моделирования процессов в зоне питания.....	384
В.1 Блок САПР-11: моделирование работы зоны питания при задании на внешних поверхностях разверток корпуса и сердечника граничных условий первого рода.....	385
В.2 Блок САПР-12: моделирование работы зоны питания при задании на внешних поверхностях разверток корпуса и сердечника граничных условий третьего рода (конвективный теплообмен).....	391
Приложение Г Разработка блоков САПР для моделирования процессов в рабочих зазорах двухчервячных экструдеров.....	397
Г.1 Блок САПР-13: моделирование неизотермических процессов в валковых зазорах двухчервячных экструдеров.....	398
Г.2 Блок САПР-14: расчет температурного поля в С- образных зонах...	406

ВВЕДЕНИЕ

Переработка полимеров в полуфабрикаты и изделия является одной из отраслей промышленности, которая наиболее динамично развивается в настоящее время как в нашей стране, так и в ведущих странах мира. До настоящего времени разработано большое количество полимерных материалов, которые в зависимости от их свойств и условий функционирования используются в тех или иных механических и технологических системах.

Однако немаловажным фактором для окончательного оформления параметров объектов, которые содержат элементы из полимерных материалов, являются условия получения изделий и характеристики перерабатывающего оборудования. Таким образом, следует выделить два основных фактора для оптимизации выпуска изделий из пластических масс, а именно, совершенствование конструктивных особенностей машин с учетом их функциональных возможностей, а также отладка процесса переработки с учетом достижения необходимого результата.

До сих пор разработано значительное количество оборудования для переработки полимерных материалов, которое можно условно разделить на два больших вида: агрегаты периодического (прессы, литьевые машины, и т.п.) и непрерывного действия, среди которых основное место занимают экструдеры и каландры [1-3]. При этом, разумеется, для получения изделия следует использовать наиболее эффективный способ. Так, например, для получения листовых изделий таким является экструзионный способ [4], если имеется возможность соединить режимы переработки со свойствами полимерного материала. В этом случае будет значительно увеличена производительность оборудования при значительном уменьшении его металлоемкости.

Экструзионным способом получают не только погонажные изделия, но и полуфабрикаты, которые потом могут быть доработаны до необходимого вида. При этом, например, если использовать метод литья под давлением, то существенно уменьшается производительность получения изделий и увеличивается объем отходов, что, соответственно, приводит к росту энергоемкости в целом, в связи с последующей вторичной переработкой или утилизацией.

От стабильной работы экструзионного агрегата во многом зависит качество и товарный вид получаемого изделия. Вследствие чего к данному типу агрегатов предъявляются определенные требования, которые регламентируют их работу с учетом возможных отклонений от оптимальных параметров.

В настоящее время основную часть экструзионных агрегатов занимают одночервячные машины, которые имеют ряд преимуществ при функционировании оборудования на современном этапе развития технологии и оборудование [5-9]. Это, прежде всего, – простота конструкции и относительная дешевизна в изготовлении, а также: универсальность использования, стабильность работы, незначительные затраты на ремонт и обслуживание.

Тем не менее, данный тип машин имеет и некоторые недостатки, а именно: недостаточно высокую смесительную способность, отнесенную на единицу энергозатрат и металлоемкости, что связано с низкими показателями градиентов скоростей сдвига, возникающих в винтовом канале. Кроме того, если перерабатываемый материал, загружается в виде порошка, особенно мелкодисперсного, например, поливинилхлорида и его композиций, то, даже при наличии пазов на внутренней поверхности материального цилиндра, переработка такого материала на одночервячных машинах затруднена.

Кроме того, при переработке композиционных материалов, особенно с высокой степенью наполнения, например, с волокнистыми материалами, возникает эффект проскальзывания перерабатываемого материала по стенкам рабочего канала, что приводит к появлению пульсаций в потоках полимерных сред.

Все указанные выше недостатки для одночервячных экструдеров можно полностью или частично устранить, если использовать новые конструктивные решения, позволяющие минимизировать отрицательные эффекты. При этом стабильность работы оборудования во многом будет зависеть от оптимально выбранных соотношений между геометрическими и технологическими параметрами процесса экструзии в сочетании с характеристиками полимерного материала. Одним из направлений в совершенствовании одночервячных экструдеров является разработка многочервячных машин, в частности двухчервячных [10-15].

Основная часть экструзионных агрегатов относится к пластицирующим экструдерам [16,17], в которых можно выделить три основные рабочие (функциональные) зоны: зону питания (загрузки); зону плавления (пластикации); зону дозирования (смешивания или гомогенизации).

В зоне питания материал находится в сыпучем состоянии (в виде порошка или гранул), в меру продвижения которого вдоль червячного канала уплотняется и превращается в твердую пробку [18-21]. В зоне пластикации начинается плавление материала за счет тепла, поступающего извне (в основном через корпус), и тепла, которое выделяется вследствие сдвиговых деформаций (энергии диссипации) [22-26]. В зоне дозирования происходят технологические процессы, связанные с течением жидких сред (расплавов) и определяющие параметры материала на выходе из червячной машины. От соответствующего конструктивного исполнения зоны дозирования зависит качество смешивания полимерной смеси, стабильность проведения процесса экструзии, энергозатраты и материалоемкость агрегата. Кроме того, зона дозирования должна создавать давление, необходимое для преодоления гидравлического сопротивления формирующего инструмента [27-32].

Кроме пластицирующих экструдеров существуют также червячные машины с теплым (горячим) питанием материалом. В большинстве случаев такие агрегаты используют для переработки резиновых смесей [1,6].

Следует отметить, что на размеры функциональных зон влияют в первую очередь геометрические характеристики рабочих органов. Однако даже для

одного экструдера границы зон могут изменяться в зависимости от режимов работы машины и от свойств перерабатываемого материала.

В сравнении с другими машинами для непрерывного формирования, такими как, например, каландры, насосы для расплава, вальцы, и т.п. [33-36], становится очевидным преимущество экструдеров, для которых отпадает потребность в установке дополнительного оснащения для гомогенизации полимерных материалов. При этом формирующие инструменты, которые используются для экструдеров, просты в эксплуатации и сравнительно дешевые.

Хотя процессы, происходящие в рабочем объеме экструдера, имеют общее название – экструзионные процессы, однако при их описании следует использовать разные определяющие уравнения и граничные условия на стенках рабочего канала.

Одним из факторов, которые в значительной мере сдерживают развитие экструзионной техники, является низкая термостойкость большинства полимерных материалов, что приводит к локальным перегревам или даже к термодеструкции при повышенных скоростях сдвига.

Следует отметить, что современные экструдеры большей частью являются или тихоходными машинами, или агрегатами со средними скоростями вращения червяка. Полимерные материалы в данное время в большой степени затребованы в промышленности и в быту, что в свою очередь приводит к значительным объемам выпуска готовой продукции и полуфабрикатов, а для этого необходимо увеличение общей производительности всего парка экструзионной техники.

Данная задача можно решать несколькими путями: первый – наращиванием количества данного вида техники; второй – разработкой и внедрением оборудования большей единичной производительности при типовых условиях работы; третий – созданием высокоскоростной техники. Что касается первого и второго путей, то они в значительной степени приводят к повышению металлоемкости и энергоемкости полимерного производства. Третий путь характеризует энергосберегающие технологии, так как при одной и той же металлоемкости и при несущественном повышении затрачиваемой оборудованной мощностью, значительно повышается производительность. Кроме того, при оптимальном проведении процесса можно эффективно использовать тепло, получаемое вследствие диссипативных процессов в рабочих каналах.

1 ОСНОВОПОЛАГАЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ, КОТОРЫЕ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ ПРИ ОПИСАНИИ ПРОЦЕССОВ В АГРЕГАТАХ ДЛЯ ПЕРЕРАБОТКИ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

При описании процессов, которые происходят в рабочих объемах машин для переработки полимерных и эластомерных материалов, необходимо использовать уравнения, которые представляют собой математическую формулировку основных физических законов: закона сохранения количества движения, закона сохранения массы и закона сохранения энергии. Уравнения, полученные на основе этих законов, не зависят от природы перерабатываемого материала и геометрической конфигурации рабочих каналов.

1.1 Уравнения движения

Эти уравнения получены из закона сохранения количества движения и являются основными. Они используются в любом случае: для разных типов каналов, при любых режимах и сделанных допущениях. В векторном виде уравнение движения записывается следующим образом

$$\rho \cdot \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \left[\nabla \times \vec{\sigma} \right] + \rho \cdot \vec{g}, \quad (1.1)$$

где ρ – плотность материала; t – время; \vec{V} – вектор скорости движения материала; \vec{g} – вектор ускорения свободного падения; $\vec{\sigma}$ – тензор напряжений; ∇ (набла) – вектор, который записывается следующим образом

$$\nabla = \vec{\delta}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \vec{\delta}_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \vec{\delta}_3 \frac{\partial}{\partial x_3}, \quad (1.2)$$

где $\vec{\delta}_i$ – единичные векторы; x_i – координатные оси.

Комплексы, входящие в уравнение (1.1), имеют такой смысл: $D\vec{V}/Dt$ – субстанциональная (субстанционная) производная от вектора \vec{V} ; ∇P – градиент давления; $\left[\nabla \times \vec{\sigma} \right]$ – векторное произведение вектора ∇ на тензор $\vec{\sigma}$;

$\rho \cdot \vec{g}$ – произведение скаляра ρ на вектор \vec{g} . Необходимо заметить, что при моделировании процессов в реальных агрегатах для переработки пластмасс последнее слагаемое в правой части уравнения (1.1) представляет собой очень малую величину, которой в большинстве случаев пренебрегают.

При рассмотрении процессов переработки в конкретных системах координат, одно векторное уравнение (1.1) трансформируется в три уравнения, где присутствуют компоненты соответствующих проекций вектора и тензора. Наиболее простая система, которая используется при моделировании разных

процессов, это декартова прямоугольная система координат, в которой уравнения движения будут иметь следующий вид

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \cdot \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \cdot \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) + \rho \cdot g_x; \quad (1.3)$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \cdot \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \cdot \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) + \rho \cdot g_y; \quad (1.4)$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \cdot \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \left(\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) + \rho \cdot g_z. \quad (1.5)$$

В некоторых случаях рабочие объемы агрегатов имеют такую конфигурацию, что процессы в них надо описывать в другой системе координат, где уравнения движения имеют более сложный вид. Среди основных таких систем координат используют две, для которых уравнения движения записываются так:

– для цилиндрической системы координат

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + V_z \cdot \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} \right) = \\ = -\frac{\partial P}{\partial r} + \left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} \right) + \rho \cdot g_r; \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_z \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r \cdot V_\varphi}{r} \right) = \\ = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \left(\frac{\partial \sigma_{\varphi r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial z} + \frac{2 \cdot \sigma_{\varphi r}}{r} \right) + \rho \cdot g_\varphi; \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \cdot \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + V_z \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = \\ = -\frac{\partial P}{\partial z} + \left(\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{z\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} \right) + \rho \cdot g_z. \end{aligned} \quad (1.8)$$

– для сферической системы координат

$$\rho \cdot \left[\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{V_\varphi}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\theta^2 + V_\varphi^2}{r} \right] = -\frac{\partial P}{\partial r} +$$

$$+\left[\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{1}{r\cdot\sin(\theta)}\cdot\frac{\partial\sigma_{r\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{2\cdot\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}-\sigma_{\varphi\varphi}}{r}+\frac{ctg(\theta)}{r}\cdot\sigma_{r\theta}\right]+\rho\cdot g_r; \quad (1.9)$$

$$\rho\cdot\left[\frac{\partial V_\theta}{\partial t}+V_r\cdot\frac{\partial V_\theta}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\cdot\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}+\frac{V_\varphi}{r\cdot\sin(\theta)}\cdot\frac{\partial V_\theta}{\partial\varphi}+\frac{V_r\cdot V_\theta}{r}-\frac{ctg(\theta)}{r}\cdot V_\varphi^2\right]=-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial P}{\partial\theta}+\\ +\left[\frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta}+\frac{1}{r\cdot\sin(\theta)}\cdot\frac{\partial\sigma_{\theta\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{3\cdot\sigma_{r\theta}}{r}+\frac{ctg(\theta)}{r}\cdot(\sigma_{\theta\theta}-\sigma_{\varphi\varphi})\right]+\rho\cdot g_\theta; \quad (1.10)$$

$$\rho\cdot\left[\frac{\partial V_\varphi}{\partial t}+V_r\cdot\frac{\partial V_\varphi}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\cdot\frac{\partial V_\varphi}{\partial\theta}+\frac{V_\varphi}{r\cdot\sin(\theta)}\cdot\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{V_r\cdot V_\varphi}{r}+\frac{ctg(\theta)}{r}\cdot V_\theta\cdot V_\varphi\right]=\\ =-\frac{1}{r\cdot\sin(\theta)}\cdot\frac{\partial P}{\partial\varphi}+\left[\frac{\partial\sigma_{r\varphi}}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\sigma_{\varphi\theta}}{\partial\theta}+\frac{1}{r\cdot\sin(\theta)}\cdot\frac{\partial\sigma_{\varphi\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{3\cdot\sigma_{r\varphi}}{r}+\frac{2\cdot ctg(\theta)}{r}\cdot\sigma_{\varphi\theta}\right]+\rho\cdot g_\varphi. \quad (1.11)$$

1.2 Уравнение неразрывности

Данное уравнение описывает закон сохранения массы. В векторной форме оно имеет вид

$$\frac{D\rho}{Dt}=-\rho\cdot\left(\nabla\cdot\vec{V}\right), \quad (1.12)$$

где $D\rho/Dt$ – субстанциональная производная от плотности; $(\nabla\cdot\vec{V})$ – скалярное произведение вектора ∇ на вектор \vec{V} .

Большинство расплавов полимеров и резиновых смесей представляют собой несжимаемые жидкости, для которых можно допустить, что плотность не зависит не от координат, не от времени. Тогда субстанциональная производная от плотности будет равна нулю, а уравнение (1.12) сократится до выражения

$$\left(\nabla\cdot\vec{V}\right)=0. \quad (1.13)$$

В разных системах координат уравнение (1.13) записывается соответствующим образом:

– для декартовой системы координат

$$\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0; \quad (1.14)$$

– для цилиндрической системы координат

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot V_r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0; \quad (1.15)$$

– для сферической системы координат

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \cdot V_r) + \frac{1}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta}[V_\theta \cdot \sin(\theta)] + \frac{1}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} = 0. \quad (1.16)$$

1.3 Уравнение баланса тепловой энергии

Данное уравнение получено на базе закона сохранения энергии и используется при моделировании неізотермических процессов. Векторная запись уравнения баланса тепловой энергии для несжимаемой жидкости имеет такой вид

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{DT}{Dt} = - \left(\nabla \cdot \vec{q} \right) + \left(\vec{\sigma}; \nabla \vec{V} \right), \quad (1.17)$$

где C_p – коэффициент теплоемкости материала при постоянном давлении; \vec{q} – вектор теплового потока; T – температура; $\nabla \vec{V}$ – градиент вектора \vec{V} ; DT/Dt – субстанциональная производная от температуры; $(\nabla \cdot \vec{q})$ – скалярное произведение вектора ∇ на вектор \vec{q} .

Второе слагаемое в уравнении (1.17) представляет собой тензорную запись, которая с физической точки зрения представляет собой скорость необратимого перехода внутренней энергии единицы элементарного объема за счет вязкой диссипации в тепло. Это слагаемое иногда называют функцией диссипации.

Уравнение баланса тепловой энергии для разных систем координат имеют такой вид:

– для декартовой системы координат

$$\begin{aligned} \rho \cdot C_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + V_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) = & - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \\ & + \sigma_{xx} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial x} + \sigma_{yy} \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y} + \sigma_{zz} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} + \sigma_{xy} \cdot \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) + \\ & + \sigma_{yz} \cdot \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) + \sigma_{xz} \cdot \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right); \end{aligned} \quad (1.18)$$

– для цилиндрической системы координат

$$\begin{aligned}
& \rho \cdot C_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} + V_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \\
& = - \left(\frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial q_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \frac{q_r}{r} \right) + \sigma_{rr} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{r} \cdot \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_r \right) + \sigma_{zz} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} + \\
& + \sigma_{r\varphi} \cdot \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi}{r} \right) + \sigma_{\varphi z} \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right) + \sigma_{zr} \cdot \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right); \quad (1.19)
\end{aligned}$$

– для сферической системы координат

$$\begin{aligned}
& \rho \cdot C_p \cdot \left[\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{V_\varphi}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right] = \\
& = - \left[\frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial q_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial q_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{2 \cdot q_r + \operatorname{ctg}(\theta) \cdot q_\theta}{r} \right] + \sigma_{rr} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} + \\
& + \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} \cdot \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_r \right) + \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{r} \cdot \left[\frac{1}{\sin(\theta)} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_r + \operatorname{ctg}(\theta) \cdot V_\theta \right] + \sigma_{r\theta} \cdot \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r} \right) + \\
& + \frac{\sigma_{\theta\varphi}}{r} \cdot \left[\frac{\partial V_\varphi}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin(\theta)} \cdot \frac{\partial V_\theta}{\partial \varphi} - \operatorname{ctg}(\theta) \cdot V_\varphi \right] + \sigma_{\varphi r} \cdot \left[\frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + \frac{1}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} \right]. \quad (1.20)
\end{aligned}$$

Для проекции вектора теплового потока q_i в большинстве случаев справедлив закон Фурье, который можно записать в виде

$$q_i = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (1.21)$$

где λ – коэффициент теплопроводности перерабатываемого материала.

1.4 Реологические уравнения состояния (РУС)

При построении математической модели для любого процесса, который происходит в рабочем объеме агрегата для переработки полимерных материалов, в том числе и червячного экструдера, необходимо в общем случае использовать пять уравнений в соответствующих системах координат: три уравнения движения, одно уравнение неразрывности и одно уравнение баланса тепловой энергии с учетом уравнения (1.21). Эти уравнения имеют одиннадцать неизвестных: давление, температуру, три компоненты вектора скоростей и шесть компонентов тензора напряжений.

Чтобы замкнуть данную систему, необходимо еще шесть уравнений. В качестве таких уравнений используются реологические уравнения состояния,

которые связывают компоненты тензора напряжений с компонентами тензора скоростей деформации.

В зависимости от свойств материала используются РУС разных типов.

К наиболее простым реологическим уравнениям состояния относятся такие, в которых вязкость не зависит от скорости деформации. Жидкости с такими свойствами получили название ньютоновских жидкостей. Для простого сдвигового течения такие жидкости могут быть описаны разными уравнениями: Ньютона, Максвелла, Уайта-Метцнера, и т.п. [37-43].

В случае общего типа течения реологическое уравнение состояния для ньютоновской жидкости может быть представлено в таком виде

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot \eta \cdot d_{ij}, \quad (1.22)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; η – коэффициент вязкости; d_{ij} – компоненты тензора скоростей деформации, которые находятся из уравнения

$$d_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.23)$$

Необходимо заметить, что хотя в уравнении (1.22) величина η не зависит от скорости деформации непосредственно, но на нее может влиять скорость деформации через вязкое трение по закону Аррениуса

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp \left[\frac{\Delta E}{R} \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right], \quad (1.24)$$

где T_0 – базовая температура; η_0 – значение коэффициента вязкости при базовой температуре; ΔE – энергия активации вязкого течения; R – универсальная газовая постоянная.

Формулу (1.24) можно представить в более компактном виде

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp \left[-\beta_T \cdot (T - T_0) \right], \quad (1.25)$$

где β_T – температурный коэффициент.

В случае простого сдвигового течения выражение (1.22) запишется таким образом

$$\sigma_{12} = \eta \cdot \frac{dV_1}{dx_2} = \eta \cdot \dot{\gamma}. \quad (1.26)$$

Зависимость вязкости от скорости сдвига наблюдается для большинства расплавов полимеров при их течении. Это одна из разновидностей аномалии вязкости, которая может быть описана с помощью РУС для неньютоновских жидкостей. Наиболее простой вид для таких сред имеет РУС

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot \eta_{ef}(I_2) \cdot d_{ij}, \quad (1.27)$$

где $\eta_{ef}(I_2)$ – коэффициент эффективной вязкости, который зависит от второго инварианта тензора скоростей деформации I_2 .

Выражение (1.27) – степенное уравнение Оствальда де Виля. В зависимости от транскрипции перевода в литературе можно также найти такие названия: Оствальда-де-Вилля, Оствальда-де-Вилла или Оствальда-Вейла.

Коэффициент эффективной вязкости можно представить так

$$\eta_{ef}(I_2) = \mu \cdot |4 \cdot I_2|^{(n-1)/2}, \quad (1.28)$$

где n – показатель степени; μ – коэффициент консистенции, который по аналогии с уравнением (1.25) может быть представлен в виде

$$\mu = \mu_0 \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T - T_0)], \quad (1.29)$$

где μ_0 – коэффициент консистенции при базовой температуре.

Второй инвариант тензора скоростей деформаций имеет вид

$$I_2 = d_{11} \cdot d_{22} + d_{22} \cdot d_{33} + d_{33} \cdot d_{11} - (d_{12}^2 + d_{23}^2 + d_{31}^2), \quad (1.30)$$

где компоненты d_{ij} находятся из выражения (1.23).

Выражения (1.30), (1.28) и (1.27) для простого сдвигового течения соответственно записываются таким образом

$$I_2 = -d_{12}^2 = -\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{dV_1}{dx_2}\right)^2 = -\frac{1}{4} \cdot \dot{\gamma}^2; \quad (1.31)$$

$$\eta_{ef}(\dot{\gamma}) = \mu \cdot |\dot{\gamma}|^{n-1}; \quad (1.32)$$

$$\sigma_{12} = \mu \cdot |\dot{\gamma}|^{n-1} \cdot \dot{\gamma}. \quad (1.33)$$

Кроме аномалии вязкости, расплавы полимеров обладают также и упругими свойствами, параметры которых в большинстве случаев находятся с помощью ротационного вискозиметра типа диск-конус. При этом основные зависимости, которые характеризуют упругие свойства, записываются в виде

$$\sigma_{11} - \sigma_{22} = \Psi_1(\dot{\gamma}) \cdot \dot{\gamma}^2; \quad (1.34)$$

$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = \Psi_2(\dot{\gamma}) \cdot \dot{\gamma}^2, \quad (1.35)$$

где $\sigma_{11} - \sigma_{22}$, $\sigma_{22} - \sigma_{33}$ – соответственно первая и вторая разность нормальных напряжений; $\Psi_1(\dot{\gamma})$, $\Psi_2(\dot{\gamma})$ – соответственно коэффициенты первой и

второй разности нормальных напряжений; $\dot{\gamma}$ – скорость деформации (скорость сдвига) для простого сдвигового течения.

Существует множество РУС, которые описывают неньютоновские упругие (или можно назвать просто вязкоупругие) жидкости [44-59]. Рассмотрим одно из них, которое наиболее адекватно описывает процессы вязкоупругости, а именно, модифицированное реологическое уравнение второго порядка. Данное уравнение было разработано Богом Д.С. [60], и модифицировано в работах Хана Ч.Д. [61-63]. Общий вид данной модели имеет вид

$$\sigma_{ij} = \eta(I_2) \cdot A_{ij}^{(1)} + \beta(I_2) \cdot (A_{ij}^{(1)})^2 - \nu(I_2) \cdot A_{ij}^{(2)}, \quad (1.36)$$

где $\eta(I_2)$, $\beta(I_2)$, $\nu(I_2)$ – материальные функции; $A_{ij}^{(1)}$, $A_{ij}^{(2)}$ – компоненты тензоров Ривлина-Эриксона соответственно первого и второго порядка.

Материальные функции можно с достаточной точностью записать через степенные выражения

$$\eta(I_2) = K_1 \cdot |4 \cdot I_2|^{m/2}; \quad (1.37)$$

$$\beta(I_2) = K_2 \cdot |4 \cdot I_2|^{p/2}; \quad (1.38)$$

$$\nu(I_2) = K_3 \cdot |4 \cdot I_2|^{q/2}, \quad (1.39)$$

где K_1 , K_2 , K_3 , m , p , q – константы материала, которые зависят от типа материала и находятся с помощью вискозиметров.

Последние уравнения для простого сдвигового течения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \eta(\dot{\gamma}) &= K_1 \cdot |\dot{\gamma}|^m, \\ \beta(\dot{\gamma}) &= K_2 \cdot |\dot{\gamma}|^p, \\ \nu(\dot{\gamma}) &= K_3 \cdot |\dot{\gamma}|^q. \end{aligned} \right\} \quad (1.40)$$

Компоненты тензоров Ривлина-Эриксона находятся из выражений [64]

$$A_{ij}^{(1)} = 2 \cdot d_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}; \quad (1.41)$$

$$A_{ij}^{(2)} = \frac{\partial A_{ij}^{(1)}}{\partial t} + V_k \cdot \frac{\partial A_{ij}^{(1)}}{\partial x_k} + A_{ik}^{(1)} \cdot \frac{\partial V_k}{\partial x_j} + A_{kj}^{(1)} \cdot \frac{\partial V_k}{\partial x_i}. \quad (1.42)$$

В случае простого сдвигового течения можно записать

$$A_{ij}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ \dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.43)$$

$$\left(A_{ij}^{(1)}\right)^2 = \begin{bmatrix} \dot{\gamma}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\gamma}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.44)$$

$$A_{ij}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot \dot{\gamma}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.45)$$

Таким образом, для вискозиметрического течения выражения, характеризующие упругие материальные функции, имеют такой вид

$$\Psi_1(\dot{\gamma}) = 2 \cdot K_3 |\dot{\gamma}|^q; \quad (1.46)$$

$$\Psi_2(\dot{\gamma}) = K_2 \cdot |\dot{\gamma}|^p - 2 \cdot K_3 |\dot{\gamma}|^q. \quad (1.47)$$

Для многих расплавов будет справедливым соотношение

$$p = q = m - 1. \quad (1.48)$$

Из выражения (1.47) видно, что коэффициент второй разности нормальных напряжений может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от соотношения K_2 и K_3 .

В конце данного раздела приведем выражения для компонентов тензоров скоростей деформаций в разных системах координат:

– для цилиндрической системы координат

$$d_{rr} = \frac{\partial V_r}{\partial r}; \quad (1.49)$$

$$d_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \cdot V_r; \quad (1.50)$$

$$d_{zz} = \frac{\partial V_z}{\partial z}; \quad (1.51)$$

$$d_{r\varphi} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \cdot V_\varphi \right); \quad (1.52)$$

$$d_{rz} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right); \quad (1.53)$$

$$d_{\varphi z} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right); \quad (1.54)$$

– для сферической системы координат

$$d_{rr} = \frac{\partial V_r}{\partial r}; \quad (1.55)$$

$$d_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \cdot V_r; \quad (1.56)$$

$$d_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \cdot V_r + \frac{V_\theta \cdot \text{ctg}(\theta)}{r}; \quad (1.57)$$

$$d_{r\theta} = \frac{1}{2} \cdot \left(r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(\frac{V_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right); \quad (1.58)$$

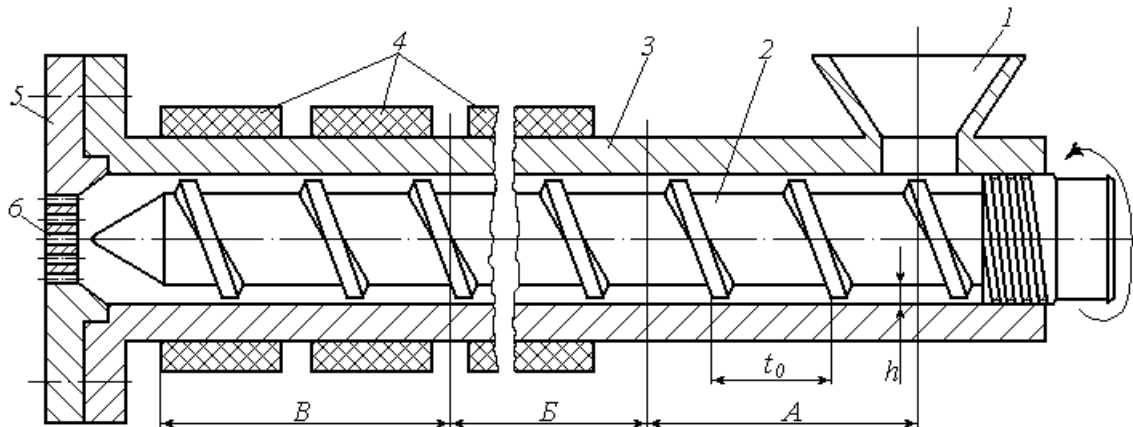
$$d_{r\varphi} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) \right); \quad (1.59)$$

$$d_{\theta\varphi} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{V_\varphi}{\sin(\theta)} \right) + \frac{1}{r \cdot \sin(\theta)} \cdot \frac{\partial V_\theta}{\partial \varphi} \right). \quad (1.60)$$

2 КОНСТРУКТИВНОЕ ОФОРМЛЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ОДНОЧЕРВЯЧНЫХ ПРЕССОВ

2.1 Конструкции и условия работы типовых одночервячных прессов

Пластицирующие одночервячные машины в большинстве случаев используются при переработке полимерных материалов. Рабочий объем таких агрегатов можно условно разбить на три функциональные зоны по ходу движения материала, как схематично показано на рис. 2.1.



1 – бункер; 2 – червяк; 3 – корпус; 4 – нагреватели;
5 – формующий инструмент; 6 – выходные каналы;
А – зона питания; В – зона плавления (или пластикация);
В – зона дозирования (или смешения, или гомогенизации)
Рисунок 2.1 – Схема рабочей части типичной одночервячной машины

Принцип работы такой машины следующий: материал из бункера 1 в виде гранул или порошка подается на винтовую нарезку червяка в зоне питания А. В меру продвижения материала за счет вращения червяка в зоне питания материал уплотняется и превращается в твердую пробку. Сплошность твердой пробки, а соответственно ее механические характеристики зависят от величины создаваемого в зоне питания осевого давления. Если давление будет недостаточным, то твердая пробка будет иметь поры соответствующих размеров. В свою очередь давление зависит от ряда факторов. Одним из основных факторов является отношение коэффициентов трения между перерабатываемым материалом и соответствующими поверхностями винтового канала

$$K_f = \frac{f_b}{f_s}, \quad (2.1)$$

где f_b – коэффициент трения между перерабатываемым материалом и внутренней поверхностью корпуса; f_s – коэффициент трения между перерабатываемым материалом и поверхностью червяка.

Осевое давление вдоль канала червяка зависит не только от коэффициентов трения полимерного материала о червяк и корпус цилиндра, но и от его соотношения с боковым давлением [65], так как в твердой пробке это соотношение во взаимно перпендикулярных направлениях не равняется единице, а пробка не по всей длине сыпуча, то есть использование соотношения (5.7) Уолкера Д.М. [190] по всей длине переходной зоны не будет корректным.

Значение K_f для нормальной работы червячной машины должно быть больше единицы. В противном случае материал может налипнуть на червяк и подачи вдоль винтового канала не будет. Данный режим получил название “беличьего колеса”. Чтобы увеличить значение параметра K_f , надо создавать соответствующий температурный режим в зоне питания, так как коэффициенты трения в большой мере зависят от температуры. Кроме того, подачу материала в зоне питания можно увеличить за счет продольных или спиральных пазов, которые выполняются на внутренней поверхности корпуса.

Следует также отметить, что создаваемое в зоне питания давление играет важную роль для продавливания материала через зону плавления, в особенности на начальном участке.

Проходя через зону плавления, полимерный материал плавится вследствие внешнего подвода тепла от нагревателей, а также из-за диссипативного разогрева, который происходит за счет вязкого трения и трения между твердой пробкой и поверхностью винтового канала.

После того, как материал полностью расплавится, начинается зона дозирования, где происходит смешение материала и стабилизация потока. Чтобы достичь необходимого качества смешения, зона дозирования должна быть выполнена определенной длины. При этом, чем больше длина зоны дозирования, тем лучше качество смешения и выше стабильность процесса экструзии. Но при этом увеличивается материалоемкость и энергоемкость агрегата. В следующих разделах будут приведены разные конструкции смесительных элементов, которые позволяют значительно интенсифицировать процессы в зоне дозирования.

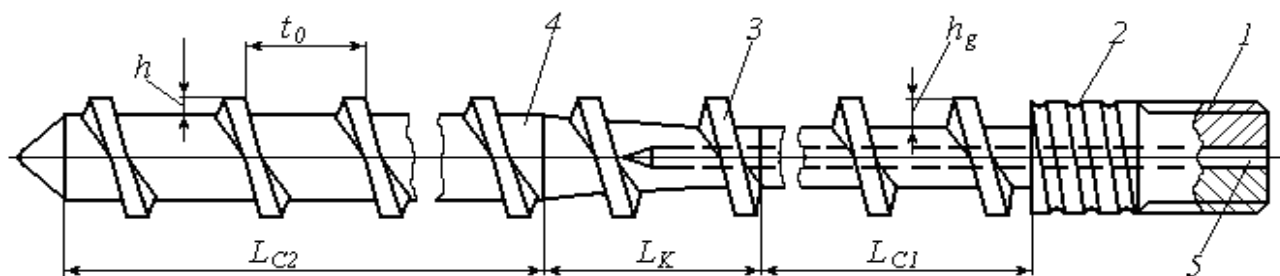
Необходимо также заметить, что на характер работы червячной машины и, в первую очередь, зоны дозирования, большую роль играет сопротивление формующего инструмента. В связи с этим можно выделить два предельных режима работы: первый – когда формующий инструмент полностью отсутствующий; второй – когда выходной канал полностью закрытый. Первый режим характерный тем, что производительность будет максимальной, а создаваемое в рабочем объеме давление – минимальным. При втором режиме червячная машина работает сама на себя, то есть подачи через формующий инструмент не будет. В последнем случае создается максимальное давление. Реальные режимы работы предполагают наличие формующего инструмента с определенным сопротивлением, которое зависит от геометрической конфигурации получаемого изделия и свойств перерабатываемого материала.

На рис. 2.1 показан червяк с постоянным шагом t_0 и цилиндрическим сердечником, то есть с постоянной глубиной канала h . В данном случае элементарный объем винтового канала вдоль всей его длины остается

неизменным. Большинство червячных агрегатов снабжены червяками с изменяющимся рабочим объемом. Это достигается или изменением глубины канала h , или изменением шага t_0 . Последняя конструкция червяков, а именно с изменяющимся шагом, используется преимущественно для переработки резиновых смесей.

Схема червяка с переменной глубиной представлена на рис. 2.2.

Согласно схеме на рис. 2.2 сердечник червяка 4 имеет три зоны: первая, длиной L_{C1} имеет цилиндрический сердечник с глубиной нарезки h_g ; вторая, длиной L_K имеет конусный сердечник, глубина которого изменяется от h_g до h ; третья, длиной L_{C2} имеет цилиндрический сердечник с глубиной h .



1 – шлицевое соединение; 2 – спиральная нарезка; 3 – гребень; 4 – сердечник; 5 – центральное отверстие

Рисунок 2.2 – Схема червяка, который имеет отрезок с конусным сердечником

Зона сжатия, то есть отрезок с коническим сердечником, как правило, размещен в области зоны плавления. Это вызвано несколькими факторами. Во-первых, в процессе разогрева и плавления твердой пробки изменяются ее характеристики. Во-вторых, наличие конусного сердечника, как это будет показано в четвертом разделе, ускоряет скорость плавления полимерной пробки. Длина L_K , а значит и конусность, зависит от свойств перерабатываемого материала и режимов переработки.

Распределение давления вдоль винтового материала, в зависимости от конструктивного оформления и режимов переработки, может иметь разный вид, как показано на рис. 2.3 [2].

Объемный расход, при котором на входе в зону дозирования, имеющую наименьшую глубину нарезки, градиент давления изменяет знак, удовлетворяет отношению

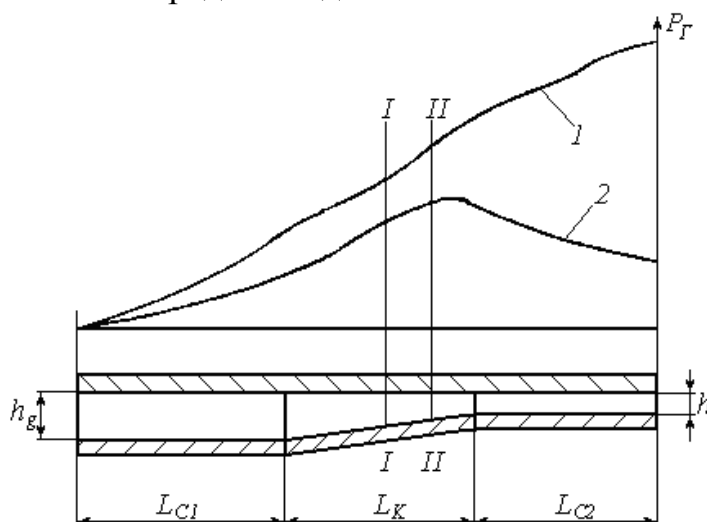
$$Q_{кр} \geq \alpha_{\min} \cdot N_0, \quad (2.2.)$$

где α_{\min} – значение коэффициента прямотока в соответствии с формулой (2.2) для отрезка канала с наименьшей глубиной нарезки; N_0 – частота вращения червяка.

Дальнейший рост производительности приводит к тому, что давление проходит через максимум. При этом эпюра давления приобретает вид, подобный кривой 2 на рис. 2.3.

Если производительность отрезков канала, которые размещены более

близко к зоне плавления, становится очень большой, то возникающий при этом положительный градиент давления автоматически приводит к ее уменьшению. В случае недостатка производительности остаточные потери обуславливают появление отрицательного градиента давления.



1 – при $Q_1 < Q_{kp}$ (насосный режим); 2 – при $Q_2 > Q_{kp}$ (дресселирующий режим); I-I, II-II – фактические границы зоны плавления соответственно при Q_1 и Q_2 ; P_T – давление в головке
Рис. 2.3 – Типичные эпюры давления при экструзии термопластов

Основное влияние на показатели качества смешения для типового червячного экструдера играет циркуляционный поток (эти проблемы с подробностями рассмотрены в разделе 3.2), который направлен перпендикулярно оси винтового канала. Но определенную роль в этих показателях играют потоки утечек и противотока (также рассмотренные в разделе 3.2), которые зависят от градиента давления в соответствии с рис. 2.3. Из этого следует, что, чем больший градиент давления, тем лучше качество смешения. Но при очень больших градиентах давления сдвиговые деформации могут достичь таких значений, которые могут вызвать деструктивные процессы, отрицательно влияющие на качество получаемого изделия.

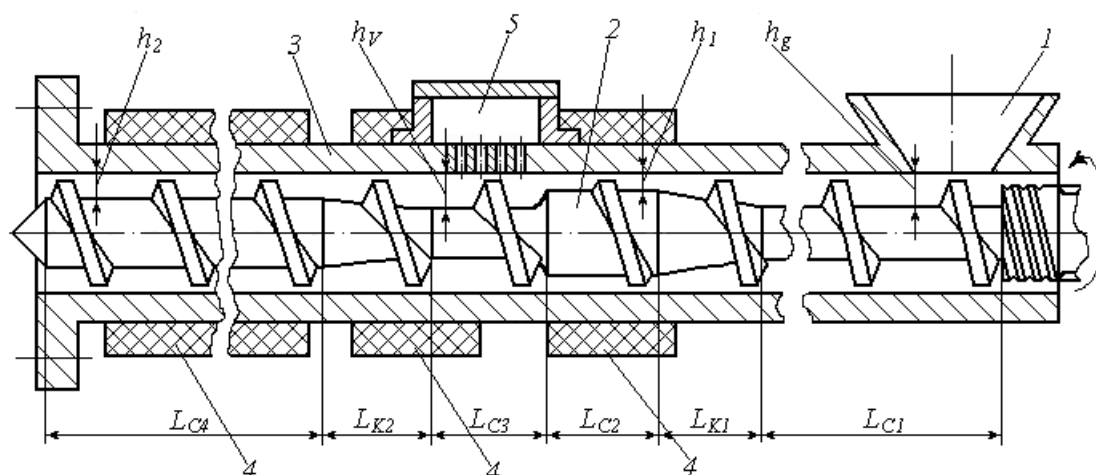
Кроме основных трех функциональных зон, представленных на рис. 2.1, могут быть и другие специальные зоны, без которых в некоторых случаях обойтись нельзя. На рис. 2.4 показана схема рабочей части одночервячного пресса с зоной дегазации (вакуумирования, декомпрессии, в зависимости от функций) без формующего инструмента.

Согласно схеме, которая представлена на рис. 2.4, червяк уже имеет шесть отрезков: четыре цилиндрические с глубиной h_g, h_1, h_V, h_2 и длиной $L_{C1}, L_{C2}, L_{C3}, L_{C4}$; два конические с длиной L_{K1} и L_{K2} .

Необходимо заметить, что в общем случае оптимальный режим экструзии происходит при выполнении соотношения

$$Q_g \geq Q_{pl} \geq Q_d, \quad (2.2)$$

где Q_g, Q_{pl}, Q_d – производительности соответственно зон питания, плавления и дозирования.



1 – бункер; 2 – червяк; 3 – корпус; 4 – нагреватели;
5 – вакуумное устройство для удаления газообразных веществ
Рисунок 2.4 – Схема рабочей части с зоной дегазации

Данный режим для червяков с постоянным шагом может быть получен, если, по крайней мере, глубина червячной нарезки не увеличивается по ходу движения канала. Но для дегазационных червяков необходимо, чтобы производительность червяка до зоны дегазации была меньшей, чем после нее. В противном случае рабочий объем в зоне вакуумного устройства полностью заполнится материалом. Нормальный режим работы для экструдера с зоной дегазации при постоянном шаге винтовой нарезки может быть обеспечен при соблюдении условия

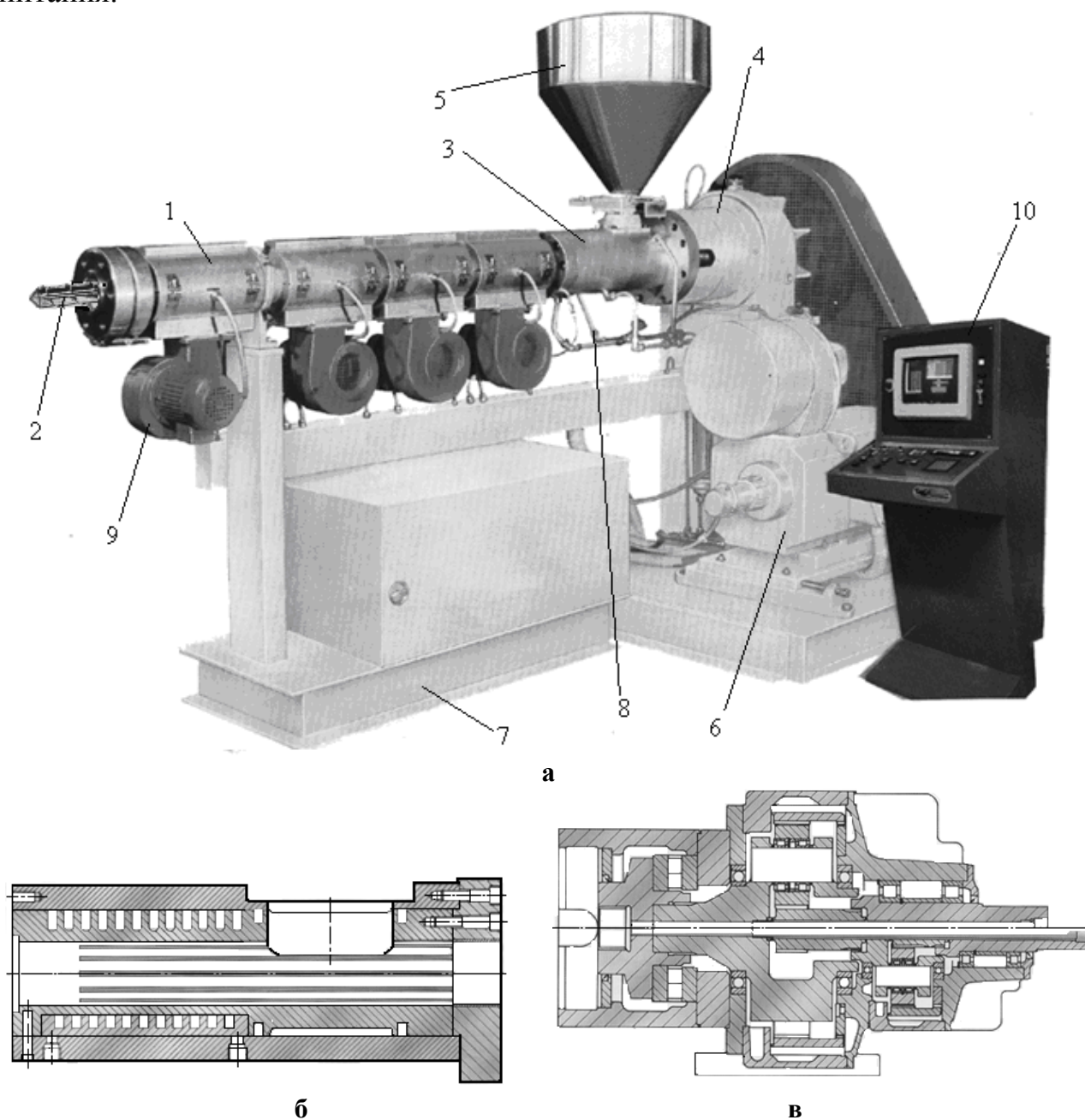
$$h_V > h_g > h_2 > h_1. \quad (2.3)$$

На рис. 2.5 изображен типовой конструкции одночервячной пресс, который содержит такие основные узлы: корпус с нагревателями 1; червяк 2; секцию зоны питания 3; редуктор 4; загрузочный бункер 5; электродвигатель 6; станину 7; систему охлаждения зоны питания 8; систему охлаждения корпуса 9; пульт управления 10 с тепловой автоматикой.

Порядок работы червячного пресса такой. Перед запуском электродвигателя включают нагреватели на корпусе и доводят температуру последнего до необходимого значения в зависимости от типа перерабатываемого материала. При этом, чтобы поддержать достаточно низкую температуру секции питания для увеличения отношения (2.1), в систему охлаждения зоны питания подают теплоноситель, как правило, воду. Конструктивное исполнение охлаждающих каналов в зоне питания может иметь разную форму. Но наиболее распространенное – это в виде винтовой нарезки, как изображено на рис. 2.5, б.

Нагреватели на корпусе могут быть выполнены разных типов. Одним из более простых и эффективных является нагреватель омического типа. Такой нагреватель изготавливается из материала, который имеет большое электрическое сопротивление (нихром, константан, и т.п.), изолированный от контакта с металлическими элементами пресса слюдопластами, миканитом.

В настоящее время в новых экструдерах используются электродвигатели переменного тока с частотными преобразователями, которые дают возможность плавно регулировать частоту вращения червяка. При этом запуск агрегата выполняют на малых оборотах, постоянно увеличивая их до рабочих, которые соответствуют необходимой производительности. Система охлаждения корпуса может включать не только вентиляторы, то есть быть не только воздушной, но и водяной, по аналогии с системой охлаждения зоны питания.



а – общий вид:

1 – корпус с нагревателями; 2 – червяк; 3 – секция зоны питания;
4 – планетарный редуктор; 5 – бункер; 6 – электродвигатель; 7 – станина;
8 – система охлаждения зоны питания; 9 – вентиляторы охлаждения корпуса;
10 – пульт управления с тепловой автоматикой:

б – секция зоны питания с продольными пазами в разрезе;

в – планетарный редуктор в разрезе

Рисунок 2.5 – Одночервячный экструдер

В процессе работы, в особенности при большой частоте вращения червяка, могут возникать большие диссипативные выделения, которые приводят к значительному повышению температуры перерабатываемого материала. Во избежание перегрева полимера, интенсифицируют процесс охлаждения червяка через его центральное отверстие (поз. 5 на рис. 2.2), которое также проходит и через узел упорного подшипника. Последний предназначен для восприятия осевого усилия, которое действует на червяк и возникает в результате создаваемого в рабочем объеме давления, в соответствии с рис. 2.3. Причем узел упорного подшипника может быть, как вмонтирован в редуктор, так и выполненным отдельно от него. Кроме того, следует отметить, что редукторы могут быть использованы разных типов: планетарные, цилиндрические, конические, их комбинации (рис. 2.5).

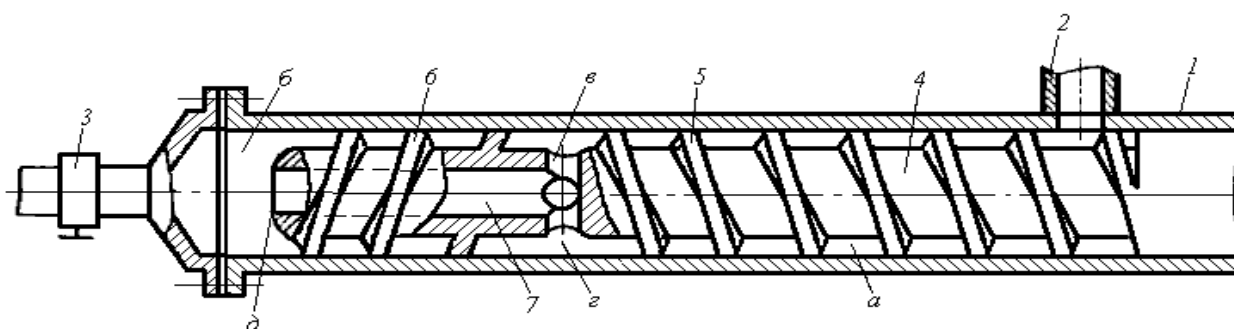
Электродвигатель может быть установлен как на одном уровне с червяком, так и разнесенным по высоте. Во втором случае для передачи крутящего момента используют ременную или цепную передачу.

2.2 Конструктивное оформление смесительных элементов

Смесительные элементы могут быть установлены или на червяке, или на корпусе, или одновременно на червяке и корпусе.

На рис. 2.6. показан червячный экструдер с винтовым наконечником, который имеет нарезку, противоположную основной нарезке червяка [66].

В процессе работы материал, который загружается через патрубок 2, транспортируется червяком 4, размещенным в корпусе 1 к выходной зоне б. При этом полимер плавится, частично смешивается и поступает в зону г, где направление нарезки изменяется на противоположное. В этой зоне расплав направляется через радиальные отверстия в в осевой канал 7 и, пройдя его, выходит в конец наконечника в зону д.



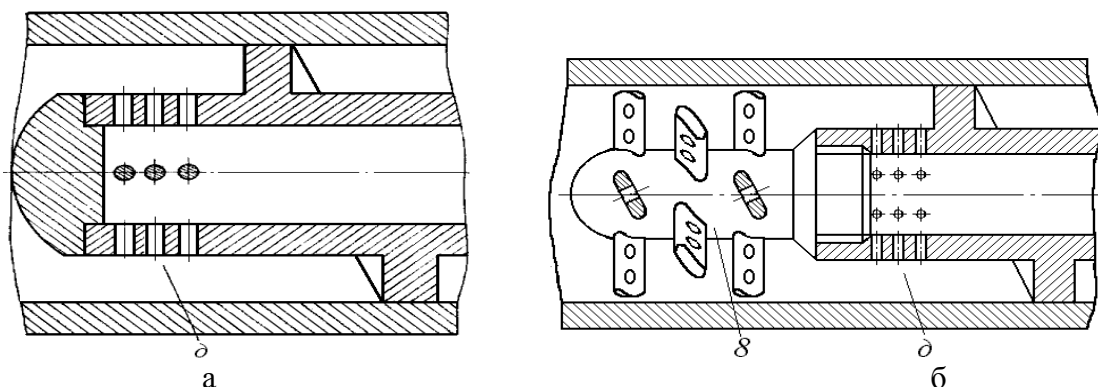
1 – корпус; 2 – патрубок; 3 – дроссель; 4 – червяк; 5 – нарезка; 6 – наконечник; 7 – осевой канал; а – рабочий объем основного червяка; б – выходная зона; в – радиальные отверстия; г – переходная зона; д – конечная зона наконечника

Рисунок 2.6 – Червячный экструдер с винтовым наконечником

Далее часть расплава выходит через дроссель 3, а другая часть захватывается витками наконечника 6 с обратной нарезкой и возвращается в зону г. Величина обратного потока определяется требованиями технологии и отвечает избранной геометрии осевого канала и обратной червячной нарезке. В

этой зоне возвращенная часть расплава сливается с основной, которая подается нарезкой 5, и идет в осевой канал 7. Витки с обратной нарезкой создают принудительную циркуляцию расплава, чем усиливают качество смешения.

На рис. 2.7 показаны варианты исполнения наконечников.



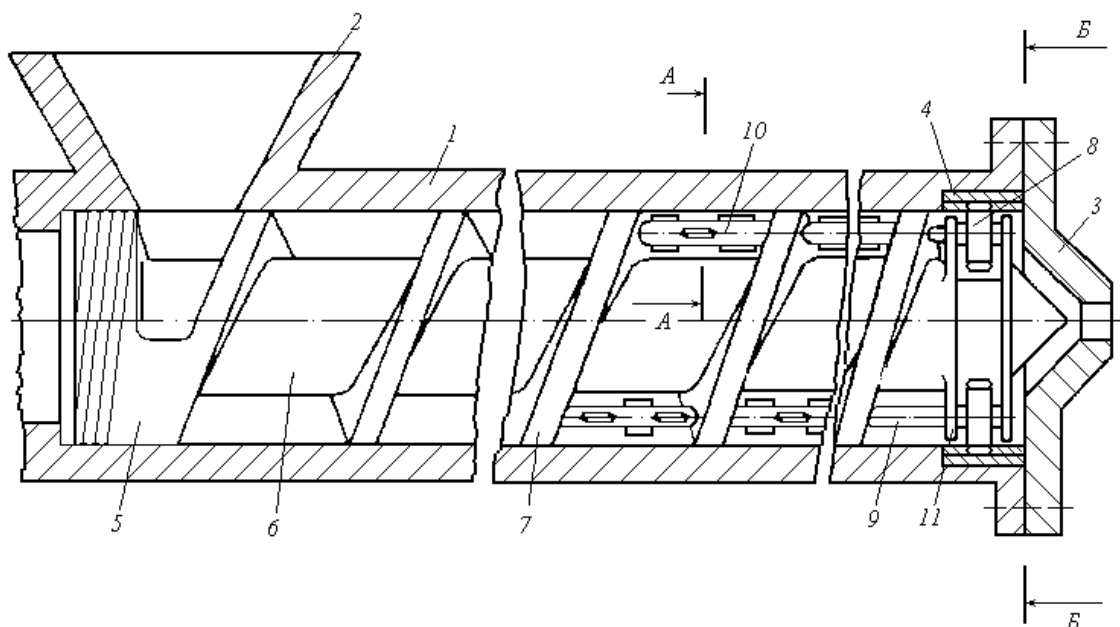
а – в виде радиальных сверлений;

б – с лопастной мешалкой (8 – лопастная мешалка)

Рисунок 2.7 – Варианты исполнения наконечников

В случае выполнения выхода \varnothing канала 7 в виде радиальных сверлений, расплав выходит несколькими потоками, которые в результате вращения червяка завиваются в спираль, тем самым улучшая смешение и условия отбора расплава обратными витками наконечника. Лопастная мешалка 8, укрепленная на торце червяка, размешивает массу расплава перед выходным отверстием и рассекает спиральные потоки, которые выходят из радиальных отверстий.

На рис. 2.8 и рис. 2.9 представлен червячный экструдер со смесительными элементами в виде оребренных втулок [67].

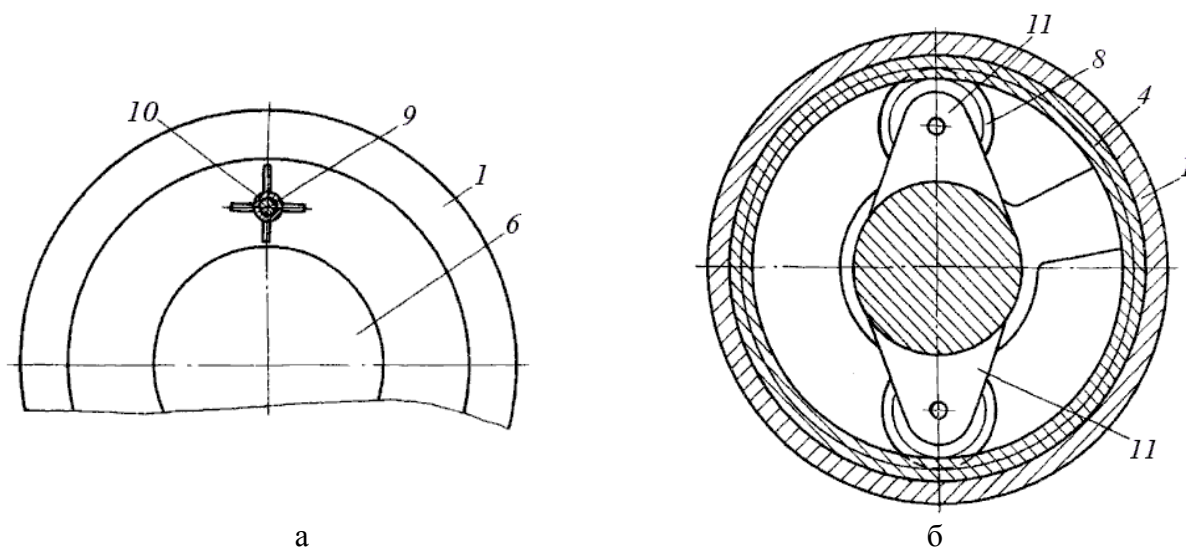


1 – корпус; 2 – бункер; 3 – экструзионная головка; 4 – зубчатая нарезка; 5 – червяк; 6 – сердечник червяка; 7 – гребни червяка; 8 – шестерни; 9 – вал; 10 – смесительные элементы в виде оребренных втулок; 11 – опора

Рисунок 2.8 – Червячный экструдер со смесительными элементами в виде оребренных втулок

Полимерный материал через бункер 2 поступает в корпус 1, где захватывается червяком 5 и перемещается вдоль винтового канала. В меру продвижения полимер плавится и частично смешивается, а в зоне дозирования интенсивно гомогенизируется с помощью элементов 10 и дальше выдавливается через экструзионную головку 3.

Смесительные элементы 10 вращаются с повышенной скоростью, создавая значительные напряжения сдвига вдоль всего сечения канала червяка, тем самым, увеличивая степень диспергирования материала и повышая скорость течения расплава в этой области. При этом возрастает турбулизация потока и теплопередача между частицами материала.

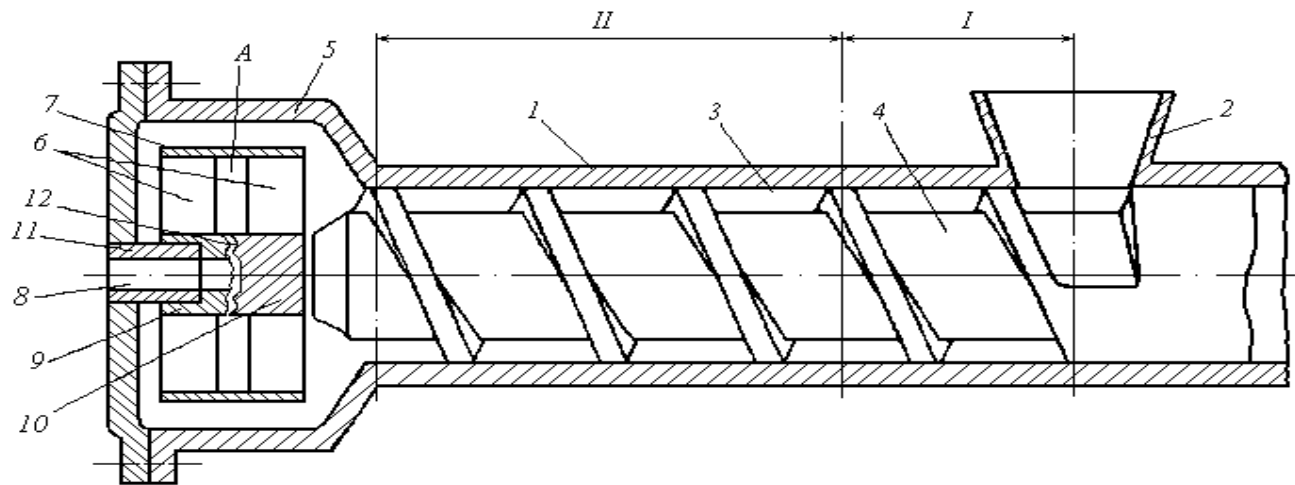


а – разрез А-А; б – разрез Б-Б
Рисунок 2.9 – Разрезы экструдера на рис. 2.8

Смесительное устройство приводится во вращение вокруг своей оси шестернями 8, которые находятся в зацеплении с зубчатой нарезкой 4. Частота вращения элементов 10 зависит от соотношения диаметров шестерен 8 и зубчатой нарезки 4. Из конструктивно-технологических соображений скорость вращения шестерен 8 должна в 4–6 раз превышать скорость вращения червяка 5. Количество гребней 7 червячной нарезки 5, где размещены смесительные элементы, а также количество последних, форма и размеры оребрения зависят от свойств перерабатываемого материала и режима переработки.

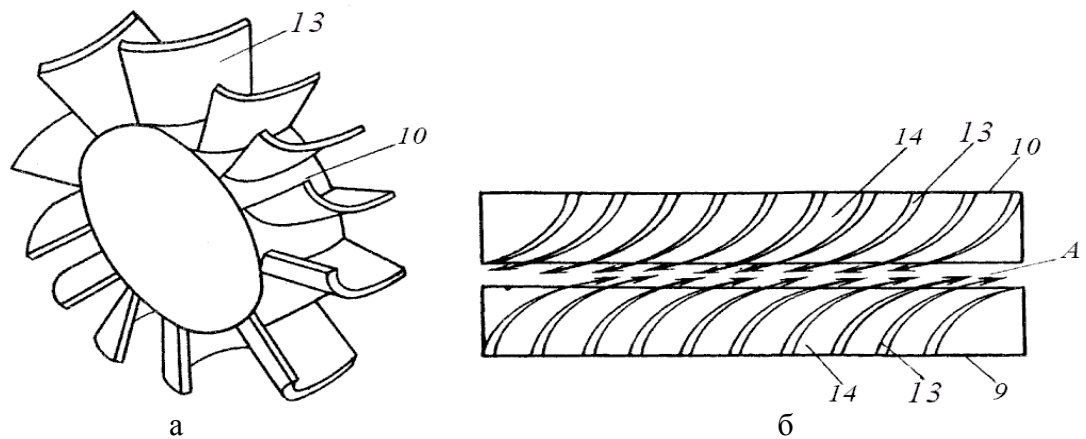
На рис. 2.10 показан червячный экструдер с лопастным завихрителем, а на рис. 2.11 – сам завихритель и его развертка [68].

Полимерный материал в соответствии с рис. 2.10 и 2.11 подается через бункер 2 на червяк 4 в зону питания I. Далее материал червяком 4 транспортируется в зону II, где он плавится и частично смешивается.



1 – корпус; 2 – бункер; 3 – пластикационный цилиндр; 4 – червяк; 5 – раздаточный цилиндр; 6 – лопастные завихрители; 7 – обечайка; 8 – экструзионное отверстие; 9, 10 – цилиндрические сердечники; 11 – мундштук; 12 – канал-дозатор; А – вихревая камера; I – зона питания; II – зона пластикации и дозирования

Рисунок 2.10 – Червячный экструдер с лопастным завихрителем



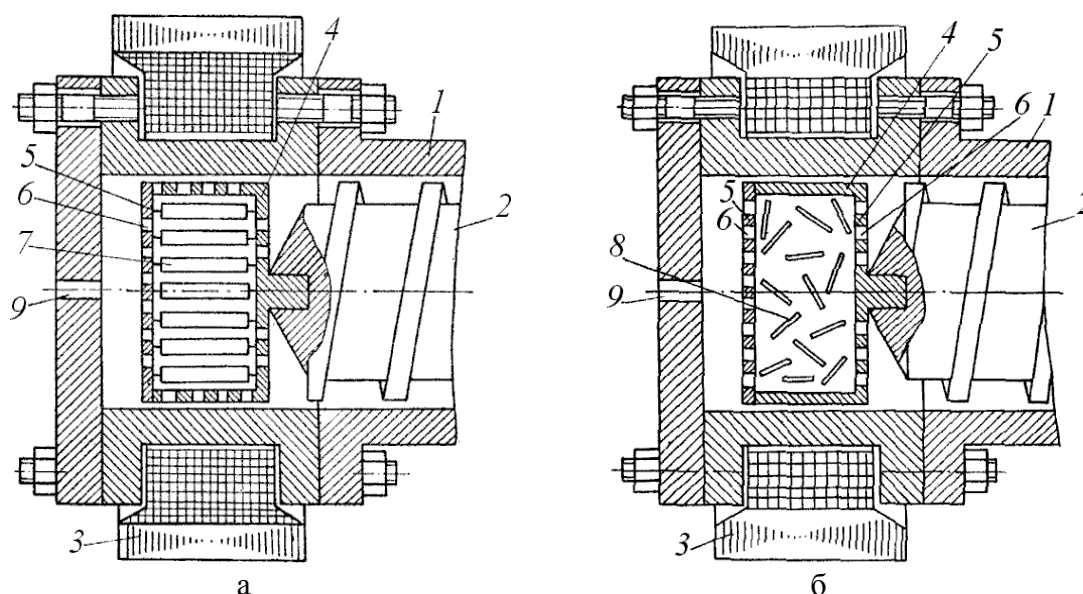
а – общий вид; б – развертка;
13 – лопасти; 14 – межлопастное пространство
Рисунок 2.11 – Лопастной завихритель

Расплавленная масса поступает в раздаточный цилиндр 5, откуда равномерно подходит к лопастным завихрителям 6, где продавливается через межлопастное пространство 14. Степень закручивания зависит от величины тангенциальной составляющей скорости вихревого потока в камере А, которая является функцией от угла наклона лопастей и скорости потока. Скорость потока, в свою очередь, зависит от перепада давления между вихревой камерой А и объемом раздаточного цилиндра 5, который подбирается в зависимости от разности проходного сечения на входе и выходе межлопастного пространства 14, а также проходного сечения лабиринтного канала-дозатора 12 и экструзионного отверстия 8.

Для создания разных эпюр тангенциальных составляющих скоростей вдоль радиуса осуществляют закручивание лопастей в разном направлении, то есть угол, который получается между торцами камеры А и касательной к лопасти на выходе в зону А, можно подобрать в зависимости от необходимой

эпюры скорости. Лопасты 13 установлены таким образом, что тангенциальные составляющие скорости потоков расплава, которые выходят с межлопастных пространств 14, направлены в разные стороны.

На рис. 2.12 представлен червячный экструдер с электромагнитным завихрителем, причем представлена его конечная часть [69].



а – элементы в форме пластин; б – элементы в форме цилиндрических стержней: 1 – корпус; 2 – червяк; 3 – генератор электромагнитного поля; 4 – обойма; 5 – торцовые стенки обоймы; 6 – отверстия обоймы; 7 – смесительные пластины; 8 – смесительные стержни; 9 – выходное отверстие

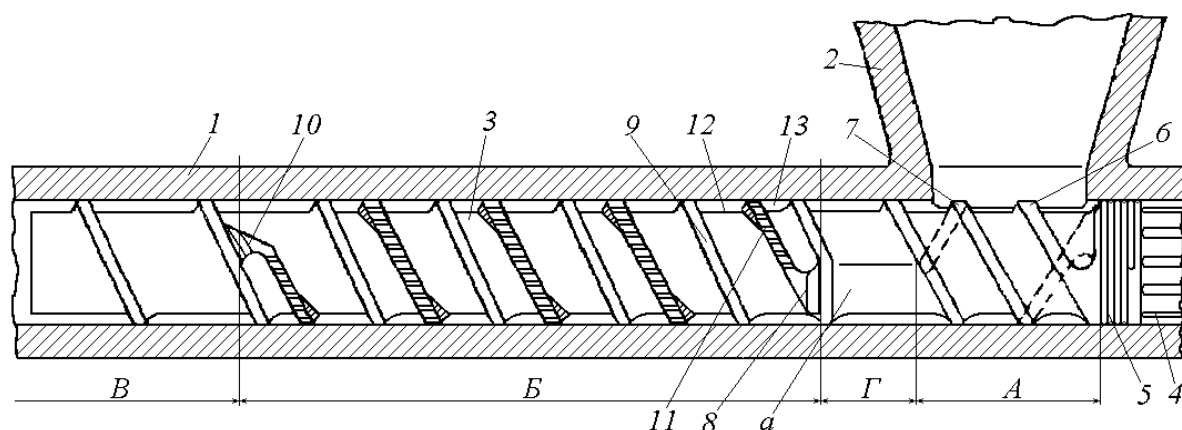
Рисунок 2.12 – Червячный экструдер с электромагнитным завихрителем, размещенным в зоне выдавливания

Расплавленный материал перемещается червяком 2 в корпусе 1 к обойме 4. Потом он проходит через отверстия 6 в торцовых стенках 5 и попадает в зону, где подвергается интенсивному смешению за счет колебаний пластин 7 (рис. 2.12,а), которые крепятся к торцовым стенкам 5, или несоосных стержней, например, цилиндрической формы (рис. 2.12,б), которые находятся в свободном состоянии.

Колебание пластин 7 или стержней 8 происходит за счет воздействия на них переменного электромагнитного поля, которое создается генератором 3. Принцип работы данного смесительного устройства аналогичный электродвигателю переменного тока, где в качестве статора служит генератор 3, а в роли ротора – пластины 7 или стержни 8. После выхода материала из зоны интенсивных деформаций, снова же таки через отверстия 5, материал попадает в зону выдавливания, откуда удаляется через выходное отверстие 9.

На рис. 2.13 представлен червячный экструдер с двумя червячными нарезками (червяк Майллефера) [70]. Червячный экструдер содержит корпус 1, бункер 2 и червяк 3, на правом конце которого выполнены шлицы 4 для передачи вращающегося момента. Рабочая часть от шлицев отделена уплотнительной винтовой нарезкой 5 и делится на три зоны: зону питания или подачи *А*, зону пластикации *Б* и зону гомогенизации *В*. Между зоной подачи *А* и зоной пластикации *Б* размещена переходная зона *Г*.

В зоне подачи *A* червяк имеет две параллельных нарезки 6 и 7. Зона *A* находится под бункером 2 и предназначена для подачи гранул полимерного материала в рабочей объем корпуса 1 посредством его сжатия до заданного давления и создает в массе материала усилие, обеспечивающее его перемещение в направлении выхода. Для распределения гранул во входной части зоны *B* предусмотрена переходная зона *Г*, где находится одна из двух нарезок 6 или 7. Диаметр сердечника червяка в этой переходной зоне ненамного больше, чем в зоне подачи. Таким образом, сердечник имеет соединительную поверхность *a* между обеими зонами.



A – зона подачи; *B* – зона пластикации; *В* – зона гомогенизации; *Г* – переходная зона; *a* – соединительная поверхность; 1 – корпус; 2 – бункер; 3 – червяк; 4 – шлицевое соединение; 5 – уплотнительная винтовая нарезка; 6 – первая винтовая нарезка в зоне *A*; 7 – вторая винтовая нарезка в зоне *A*; 8 – первая винтовая нарезка в зоне *B*; 9 – вторая винтовая нарезка в зоне *B*; 10 – выточка конца нарезки 8; 11 – щелевые проходы; 12 – входной канал; 13 – выходной канал

Рисунок 2.13 – Червячный экструдер с двумя червячными нарезками

Непосредственно за переходной зоной *Г* начинается зона пластикации *Б*, где червяк имеет две нарезки 8 и 9 с постоянным, но разным шагом. Нарезка 8 тянется на продолжении нарезки 7 с тем же шагом, а нарезка 9 имеет меньший шаг. Она начинается на входной стороне нарезки 8 в начале зоны *Б* и постепенно расходится таким образом, что в конце зоны пластикации она соединяется с выходной стороной той же нарезки, описав путь, имеющий на один виток больше. На нижнем конце нарезки 8 имеется выточка 10, глубина которой намного меньше высоты нарезки. Нарезка 8 выполнена, по крайней мере, на два полных витка. Ее входная и выходная стороны имеют наклон относительно цилиндрической поверхности, которая ограничивает сердечник червяка.

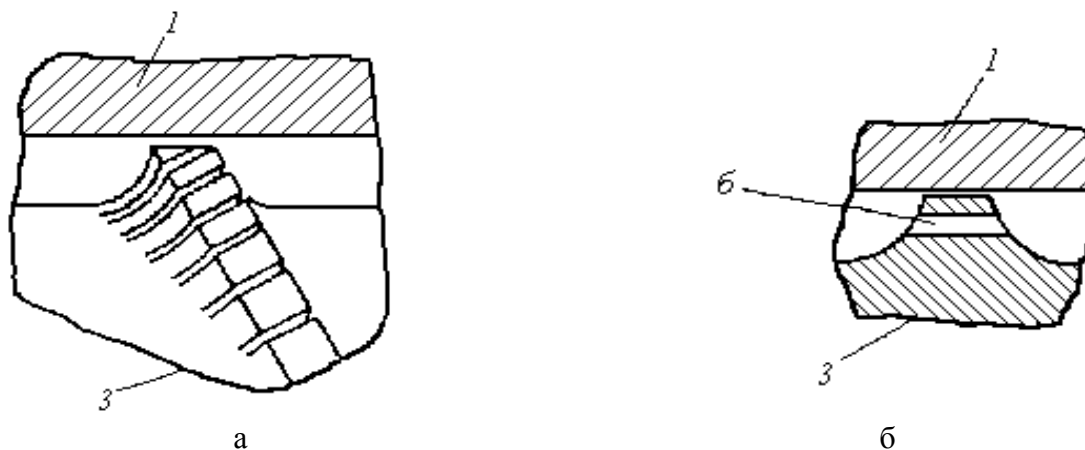
Нарезки 8 и 9 имеют одинаковый профиль, однако, глубина нарезки 9 может быть немного больше или немного меньше, чем глубина нарезки 8, в соответствии с чем зазор между нарезкой 9 и внутренней поверхностью корпуса 1 будет меньше или больше, чем зазор между нарезкой 8 и корпусом.

Нарезка 8 снабжена большим количеством щелевых проходов 11, которые размещены в радиальном направлении гребней витков нарезки к сердечнику червяка.

Проходы 11 направлены параллельно оси червяка, площадь их поперечного сечения составляет 20% от площади поперечного сечения нарезки червяка, а ширина каждого прохода составляет 1% от диаметра червяка.

Нарезка 8 ограничивает на входной стороне входной канал 12, а на выходной стороне – выходной канал 13. Входной канал имеет сечение, которое уменьшается до нуля в конце зоны пластикации *Б*, а выходной канал 13 имеет сечение, которое увеличивается вдоль движения материала. Если одна из нарезок 8 или 9 прерывается на своем входном конце или на выходном конце до соединения с другой нарезкой, то производительность увеличивается вследствие наличия проходов 11. Отсутствует необходимость в том, чтобы шаг нарезки был разный, или в том, чтобы количество нарезок отличалось на одну. В любой червячной нарезке, перемещающей перерабатываемый материал к выходной стороне, в зоне пластикации наличие узких и многочисленных проходов, которые непосредственно соединяют выходную и входную стороны нарезки, вызовет повышение производительности при одновременном улучшении пластикации.

Проходы 11 могут представлять собой не только прорези, параллельные оси червяка, а могут быть также выполнены наклонными к оси червяка (рис. 2.14,а) или в виде отверстий *б* в гребне нарезки (рис. 2.14,б).



а – в виде наклоненных к оси червяка прорезей; б – в виде отверстий в гребне нарезки
Рисунок 2.14 – Проходы винтовой нарезки

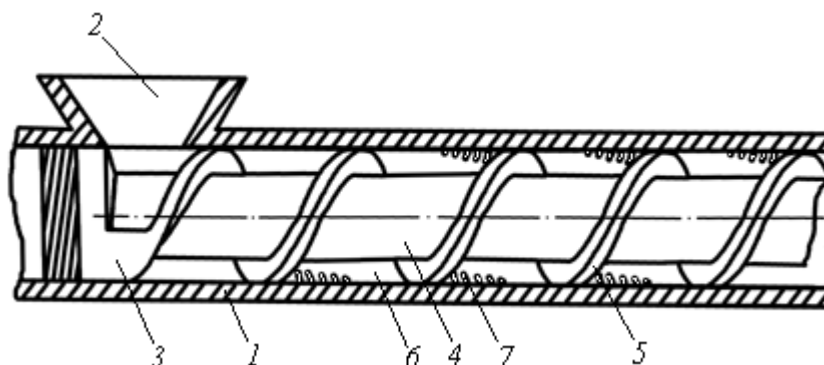
При работе экструдера материал, который подается из бункера 2, захватывается нарезками 6 и 7 и транспортируется через зоны *А* и *Г* в зону *Б*. Не полностью расплавленный материал, который находится в зоне *Б*, противодействует этому перемещению в направлении выхода и препятствует созданию давления в этом направлении.

В результате движения материала по каналам червяка, начиная от входа в рабочий объем, происходит значительное тепловыделение за счет трения перерабатываемого материала по стенкам винтовых каналов. Это тепловыделение приводит к нагреванию металлических частей винтовых каналов, температура которых может достигать величины, превышающей температуру размягчения полимерного материала. Вследствие относительной термоизолированности червяка и значительной теплопроводности материала

червяка, последний будет нагреваться, приближаясь к зоне пластикации. Здесь металл находится при температуре, которая превышает среднюю температуру массы в процессе пластикации. Многочисленные проходы, которые выполнены в червячной нарезке, позволяют каждой частице перерабатываемого вещества оставаться в контакте или в непосредственной близости от поверхности червяка и нагреваться под его влиянием на протяжении большего промежутка времени, чем в случае, если червячная нарезка и корпус образуют один канал.

Эффект вытеснения, который создается нарезками 6 и 7, обеспечивает более интенсивное течение перерабатываемой массы, в результате чего повышается производительность, а также снижается температура в зоне А, что позволяет увеличить скорость вращения червяка, а, следовательно, и производительность экструдера.

На рис. 2.15 показан червячный экструдер с поперечными перегородками [71]. В винтовом канале, который образуется в пространстве между сердечником червяка 3 и внутренней поверхностью корпуса 1 в одном направлении, а также витками нарезки 5 в другом направлении, выполнены поперечные перегородки 6. Последние выполнены с пазами 7, которые расположены поочередно возле внутренней поверхности корпуса 1 и сердечника 4 (рис. 2.15). Кроме того, пазы 7 размещены на половине длины поперечных перегородок 6, причем на соприкасающихся перегородках пазы 7 размещены по разные стороны от середины перегородок.



1 – корпус; 2 – бункер; 3 – червяк; 4 – сердечник червяка; 5 – витки нарезки; 6 – поперечные перегородки; 7 – пазы

Рисунок 2.15 – Червячный экструдер с поперечными перегородками:

При работе экструдера расплавленный материал перемещается червяком 3 в корпусе 1, где он проходит через пазы 7 поперечных перегородок 6, что сопровождается возникновением значительных сдвиговых деформаций в перерабатываемом материале, в значительной степени определяющих качество смешения. На выходе материала из пазов, вследствие разности скоростей потоков в пазах и винтовом канале, возникает интенсивная вихревая зона смешения.

Благодаря тому, что пазы 7 размещены на половине поперечной перегородки 6, причем на соприкасающихся перегородках пазы размещены по разные стороны от середины перегородки, увеличивается длина пути расплава в винтовом канале. Кроме того, наличие поперечных перегородок 6

увеличивает теплопередачу от корпуса к расплаву полимера, что позволяет выравнивать градиент температур в радиальном направлении.

Количество поперечных перегородок в каждом шаге нарезки, а также площадь проходного сечения пазов зависит от свойств перерабатываемого материала и технологического режима переработки.

На рис. 2.16 показана развертка винтового канала, который изображен на рис. 2.15, с направлением движения основного потока.

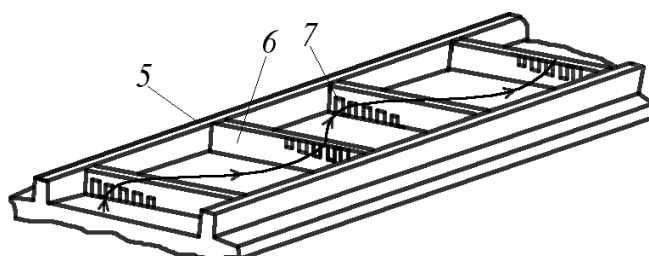
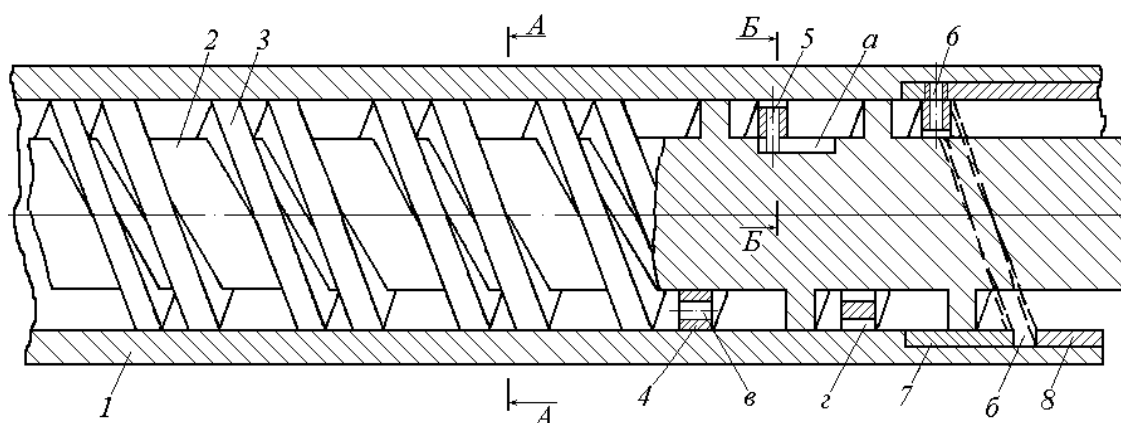


Рисунок 2.16 – Развертка винтового канала

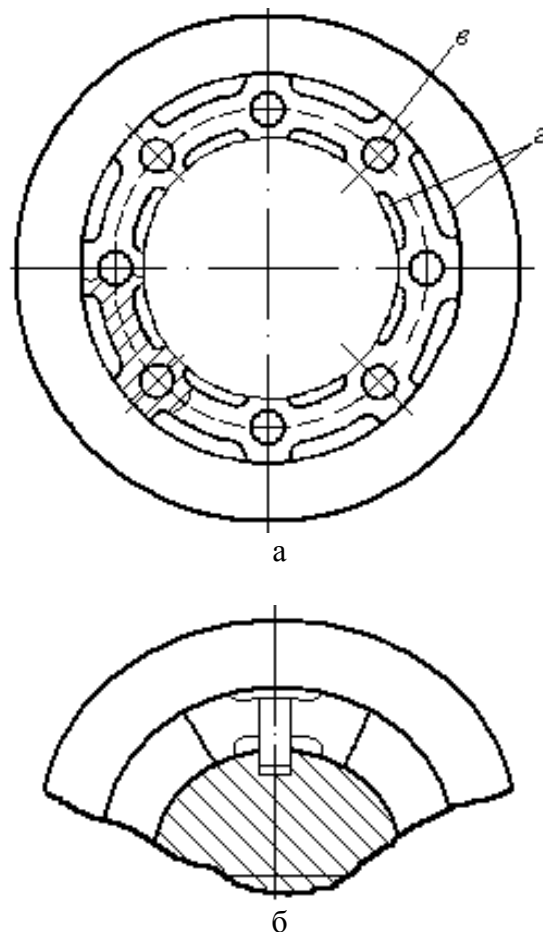
На рис. 2.17 представлен фрагмент червячной машины с дополнительной подвижной винтовой нарезкой [72]. На сердечнике червяка 2 выполнена основная неподвижная нарезка 3, между витками которой расположена дополнительная нарезка 4.



1 – корпус; 2 – сердечник червяка; 3 – основная неподвижная винтовая нарезка; 4 – дополнительная подвижная винтовая нарезка; 5 – штифты; 6 – пальцы; 7, 8 – втулки; а – продольный паз; б – винтовой паз; в – отверстия; з – прорези

Рисунок – 2.17. Фрагмент червячной машины с дополнительной подвижной винтовой нарезкой

Дополнительная нарезка 4 выполнена из упругого материала и имеет такую же глубину, что и основная нарезка 3, и снабжена приводом поступательного перемещения относительно продольной оси сердечника 2. Привод включает жестко соединенные с дополнительной нарезкой штифты 5, которые внутренним концом установлены в продольном пазе а, и пальцы 6, которые внешним концом установлены в винтовом пазе б, образованном втулками 7 и 8. В дополнительной нарезке для интенсификации потоков выполнены отверстия в и прорези з (рис. 2.18).

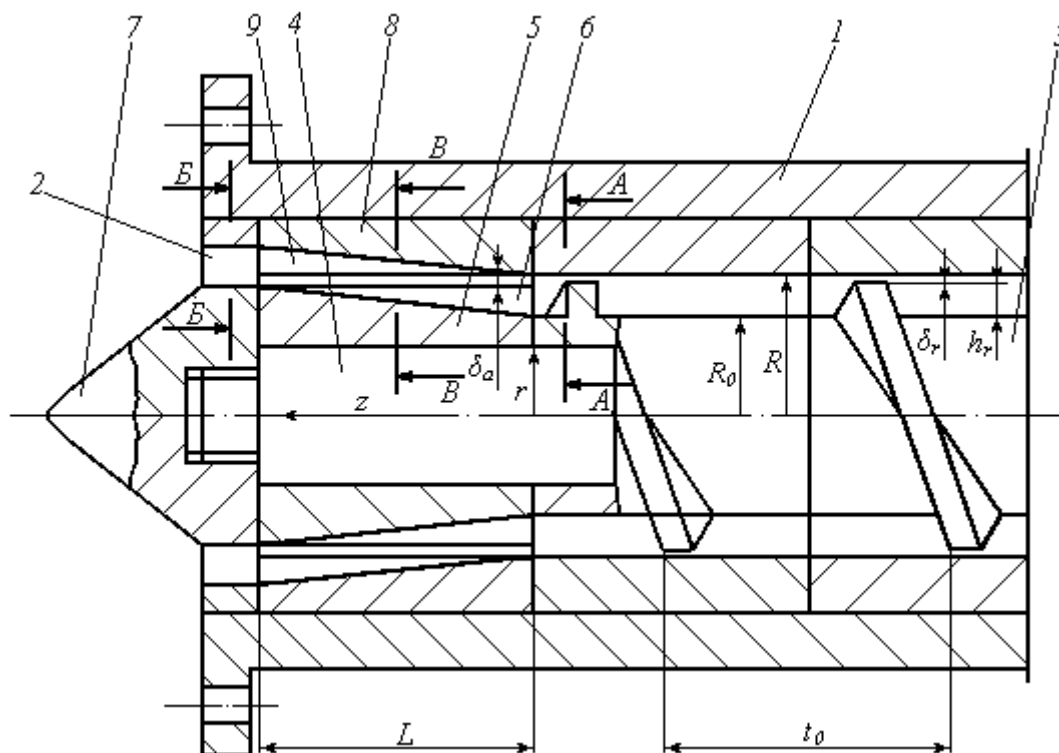


а – сечение А-А; б – сечение Б-Б; в – отверстия; г – прорези
Рисунок 2.18 – Поперечные сечения в соответствии с рис. 2.17

В процессе работы при вращении сердечника 2 вместе вращается и дополнительная нарезка 4, которая зафиксирована от поворота с помощью продольного паза *а* и штифта 5. При этом палец 6, вращаясь с дополнительной нарезкой 4, перемещается своим свободным концом по замкнутому винтовому пазу *б* и захватывает за собой дополнительную нарезку 4 со штифтом 5, перемещающуюся вдоль паза *а*. После поворота червяка на 180° дополнительная нарезка 4 оказывается передвинутой в крайнее переднее положение на величину, которая равна половине хода винтового паза *б*. При повороте червяка на 360° дополнительная нарезка 4 возвращается в крайнее заднее положение. Таким образом, в результате движения дополнительной нарезки вдоль оси сердечника 2 происходит, наряду с основным движением вдоль винтового канала, циркуляционное движение за счет продавливания расплава полимера через отверстия *в* и прорези *г*, что приводит к возникновению интенсивных сдвиговых деформаций и образования вихревого движения вдоль всего объема винтового канала червяка в зоне дозирования.

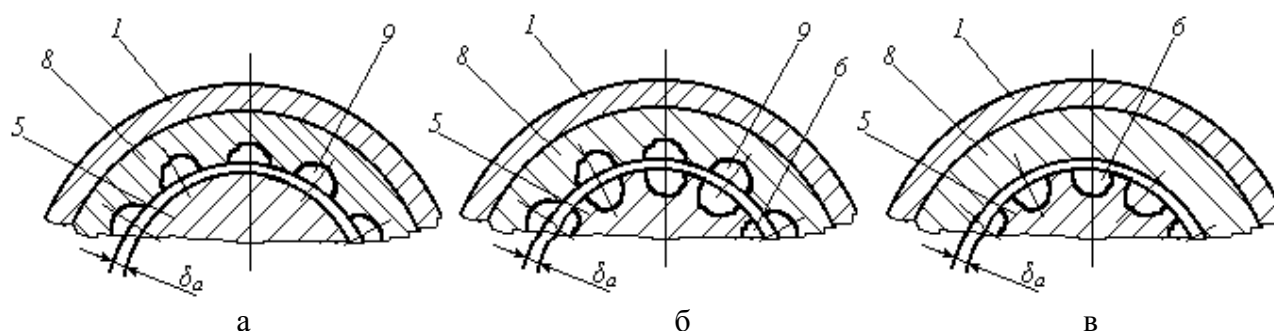
На рис. 2.19 показан конечный фрагмент червячной машины с продольными пазами на червяке и корпусе [73], предназначенный для интенсификации процессов смешения и пластикации.

На рис. 2.20 представлены поперечные разрезы с рис. 2.19.



1 – корпус; 2 – выходное отверстие; 3 – шнек; 4 – хвостовик; 5 – ротор; 6 – пазы ротора; 7 – наконечник; 8 – статор; 9 – пазы статора

Рисунок 2.19 – Конечный фрагмент червячной машины с продольными пазами на червяке и корпусе



а – разрез Б-Б; б – разрез В-В; в – разрез А-А

Рисунок 2.20 – Разрезы с рис. 2.19

Изображенное на рис. 2.19 и 2.20 устройство содержит корпус 1 с выходным отверстием 2 и размещенным внутри его шнеком 3, с насаженным на хвостовик 4 ротором 5, выполненным с продольными пазами 6. В корпусе 1 закреплен статор 8, выполненный в виде гильзы с продольными пазами 9.

Поперечное сечение пазов 6 на роторе 5 уменьшается от конца червячной нарезки к выходному отверстию, при этом профиль пазов на роторе определяется по выражению

$$h_p(\varphi) = h_1 \cdot \frac{L-z}{z} \cdot \left\{ ch \left[\frac{2\pi \cdot (R_1 + \frac{z \cdot h_1}{L}) \cdot \varphi}{K \cdot 360 \cdot \left(h_1 \cdot \frac{L-z}{L} \right)} \right] - 1 \right\}. \quad (2.4)$$

Что же касается поперечного сечения пазов 9 на статоре 8, то оно, наоборот, увеличивается в том же направлении, причем профиль этих пазов выполняется по формуле

$$h_c(\varphi) = h_2 \cdot \frac{z}{L} \cdot \left\{ 2 - ch \left[\frac{2\pi \cdot (R_2 - \frac{L-z}{L} \cdot h_2) \cdot \varphi}{K \cdot 360 \cdot \left(h_2 \cdot \frac{L}{z} \right)} \right] - 1 \right\}. \quad (2.5)$$

Выражения (2.4) и (2.5) имеют следующие обозначения: h_1 – начальная высота паза на роторе; h_2 – высота паза на статоре возле выходного отверстия; R_1 – минимальный радиус окружности пазов на роторе; R_2 – максимальный радиус окружности пазов на статоре; y, z – оси координат, K – коэффициент, который зависит от свойств полимерной жидкости и режимов переработки.

Для коэффициента K можно использовать такую зависимость

$$K = \frac{\lg(\tau) \cdot \lg(60 \cdot N_0)}{\lg(\eta)}, \quad (2.6)$$

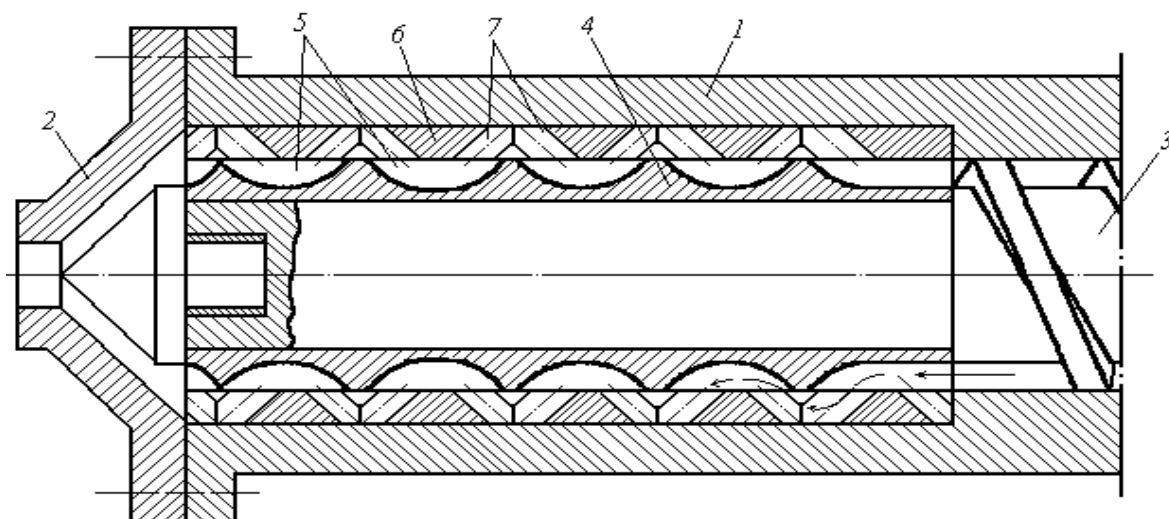
где τ, η – соответственно сдвиговое напряжение и коэффициент вязкости полимерной среды перед смесительным элементом; N_0 – частота вращения шнека (с^{-1}).

При работе данного устройства перерабатываемый материал подается шнеком 3 в пазы 6 ротора 5. В меру продвижения материала к выходному отверстию 2 поперечное сечение пазов 6 уменьшается, а поперечное сечение пазов 9 увеличивается. Таким образом, часть материала из пазов 6 переходит в пазы 9, при этом суммарное поперечное сечение пазов практически не изменяется. За счет вращения ротора относительно статора происходит изменение конфигурации канала, который образуется пазами 6 и 9, что приводит к перераспределению сдвиговых деформаций. А чем больше изменяются последние, тем большим будет смесительный эффект.

На рис. 2.21 показан динамический гомогенизатор расплавов полимеров [74].

В процессе работы расплав полимера червяком 3 подается в пазы 5 ротора 4 первой группы, которая размещена сразу после конца червячной нарезки. Потом под давлением расплав полимера перетекает в отверстия 7 статора 6, как показано стрелкой, откуда – в пазы 5 второй группы. Далее через отверстия 7 полимер продавливается в пазы 5 третьей группы и т.п., перемещаясь вдоль оси ротора 4 и выходя из гомогенизатора через выходное отверстие фланца 2.

При вращении ротора 4 пазы 5 совмещаются последовательно с разными отверстиями 7, благодаря чему происходит интенсивное перемешивание (гомогенизация) расплава полимера.

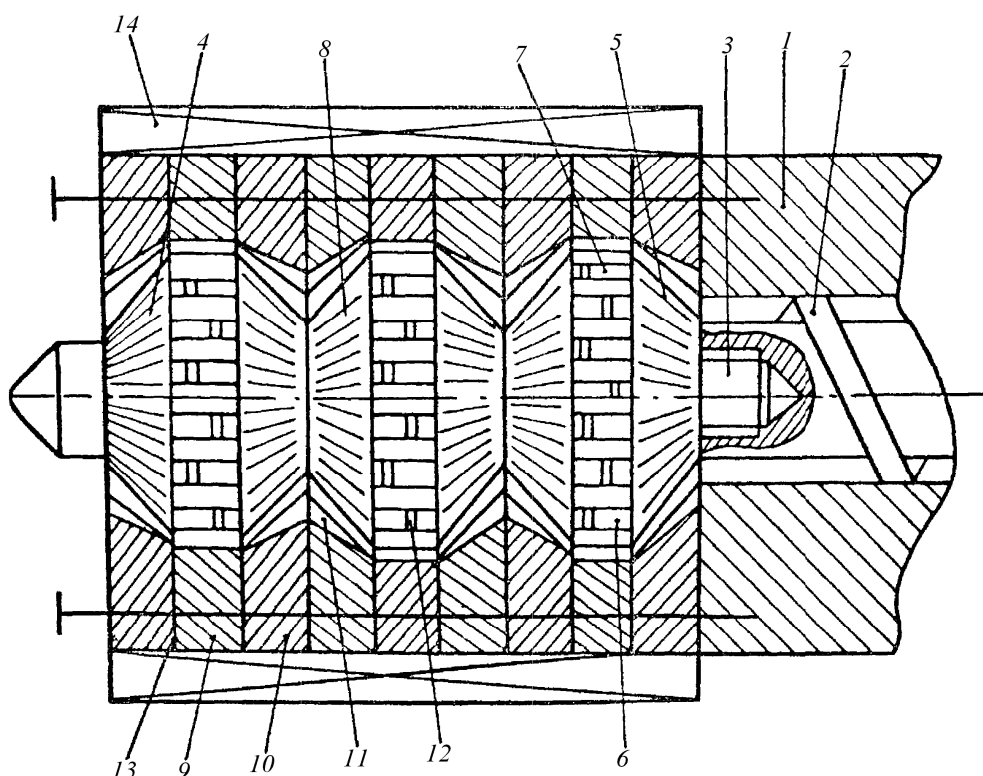


1 – корпус; 2 – фланец с выходным отверстием; 3 – червяк; 4 – ротор; 5 – продольные сегментные пазы; 6 – статор; 7 – сквозные отверстия

Рисунок 2.21 – Динамический гомогенизатор расплавов полимеров

На рис. 2.22 изображен смесительный узел червячного пресса с конусообразными кольцами [75].

В процессе работы расплавленная масса червяком 2 подается в смесительный узел, где расплав рассекается на много потоков, количество которых равно суммарному количеству конических зубцов 8 и 11, размещенных соответственно на конусообразных кольцах 5 и 10.



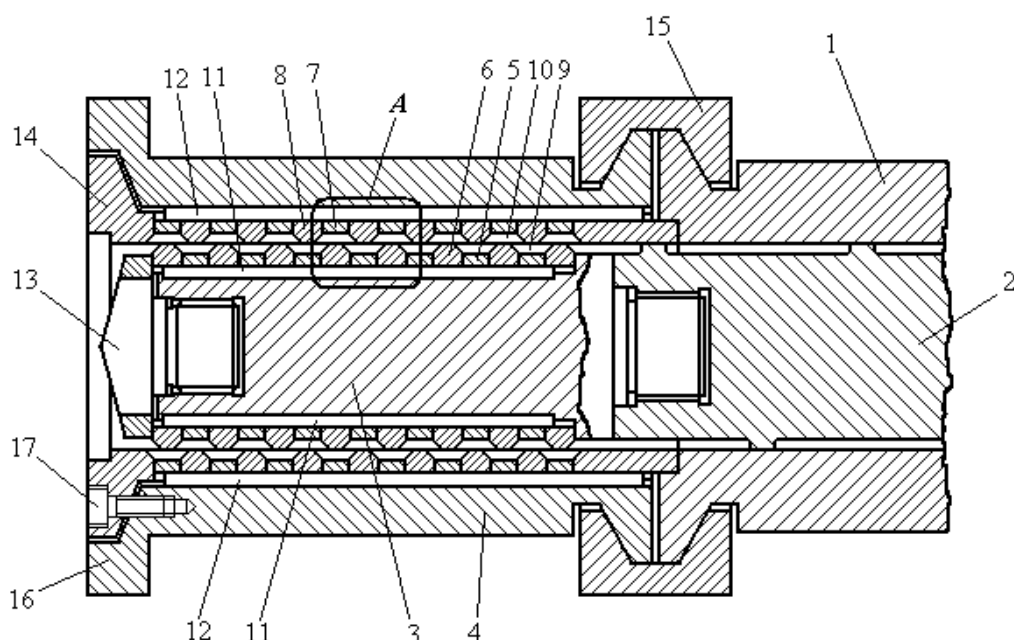
1 – корпус; 2 – червяк; 3 – наконечник; 4 – набор колец; 5 – конусообразные кольца наконечника; 6 – цилиндрические кольца наконечника; 7 – проточки; 8 – конические зубцы ротора; 9 – цилиндрические кольца корпуса; 10 – конусообразные кольца корпуса; 11 – конические зубцы корпуса; 12 – перемычки; 13 – прокладки; 14 – нагреватель

Рисунок 2.22 – Смесительный узел червячного пресса с конусообразными кольцами

Далее, двигаясь вдоль каналов, образованных коническими зубцами 8 и 11, на расплав действуют одновременно деформации сдвига в зазоре между поверхностями корпуса 1 и наконечника 3. За счет разделения общего потока на большое количество более мелких, а также вследствие значительных деформаций сдвига при течении расплава вдоль каналов переменной формы, происходит резкое возрастание поверхности распределения на первом конусообразном кольце.

Потом расплав перетекает в продольные проточки 7 на цилиндрических кольцах 6, где происходит дополнительное образование новых поверхностей расплава за счет деления общего потока на более мелкие в проточках 7 и фибрилизация ингредиентов расплава при барьерном течении через каналы с перемычками 12. Аналогичные процессы происходят на следующих конусообразных кольцах.

На рис. 2.23 представлен смесительный узел с наборными смесительными кольцами [76].



1 – корпус; 2 – червяк; 3 – ротор; 4 – статор; 5 – смесительное кольцо ротора; 6 – распорное кольцо ротора; 7 – смесительное кольцо статора; 8 – распорное кольцо статора; 9 – продольные пазы на кольцах 5; 10 – продольные пазы на кольцах 7; 11 – шпонки для крепления ротора; 12 – шпонки для крепления статора; 13 – наконечник; 14 – стопорное кольцо; 15 – обойма крепления; 16 – фланец; 17 – винт

Рисунок 2.23 – Смесительный узел с наборными смесительными кольцами

Расплавленный материал подается червяком 2 в зону интенсивных сдвиговых деформаций, образуемую поверхностью смесительных и распорных колец ротора 5 и 6 с одной стороны, а с другой – поверхностью колец статора 7 и 8.

Причем интенсивность сдвига повышается за счет продольных пазов 9 и 10, которые выполнены соответственно на кольцах 5 и 7, что приводит к изменению конфигурации проходных сечений каналов при вращении ротора, как показано на рис. 2.24.

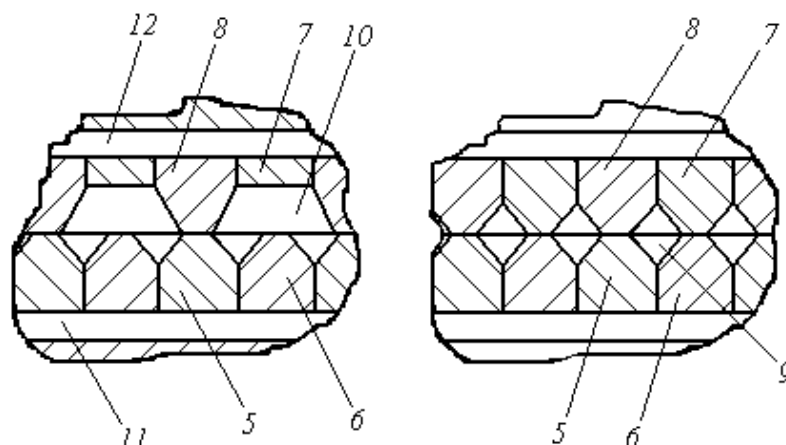
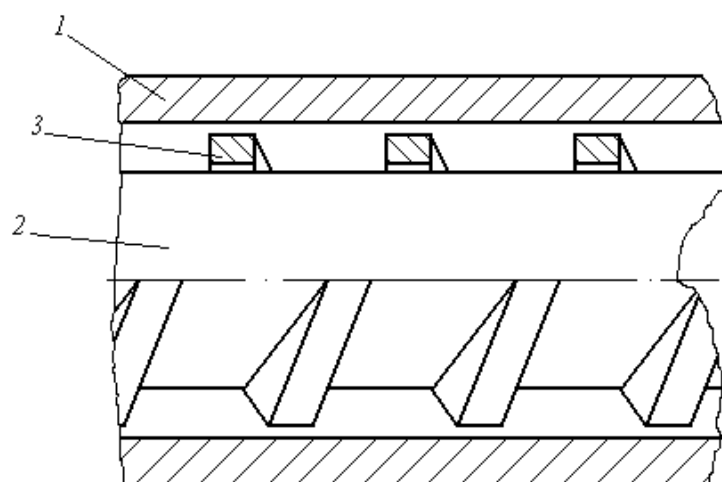


Рисунок 2.24 – Варианты возможных конфигураций проходных каналов в соответствии со сноской А на рис. 2.23

Одним из направлений развития конструктивного оформления одночервячных экструдеров, а также разработки теории для таких агрегатов, является разработка червячных машин, где винтовая нарезка выполнена отдельно от сердечника. Основополагающие аспекты этой теории представлены в работе [77].

Общий элемент такого агрегата показан на рис. 2.25.

В соответствии с рис. 2.25 червячная нарезка 3 выполнена отдельно от сердечника 2, причем в данном случае при работе реальных агрегатов вращается червячная нарезка 3, а корпус 1 и сердечник 2 неподвижные. Возможно выполнение такого агрегата, где сердечник 2 вращается в обратном направлении. Преимущество данной конструкции в сравнении с типовой, которая показана на рис. 2.1, состоит в том, что смесительное свойство такого агрегата увеличивается вдвое и больше.



1 – корпус; 2 – цилиндрический сердечник; 3 – червячная нарезка

Рисунок 2.25 – Схема фрагмента червячной машины с отдельным выполнением червячной нарезки от сердечника

Но главный недостаток данной конструкции состоит в том, что червячная нарезка имеет незначительную жесткость, вследствие чего полимерные среды со средней и большой вязкостью на данных агрегатах перерабатывать нельзя.

Также данные агрегаты не могут использоваться при значительных перепадах давления, так как червячная нарезка будет сжиматься как пружина и изменять свою геометрию.

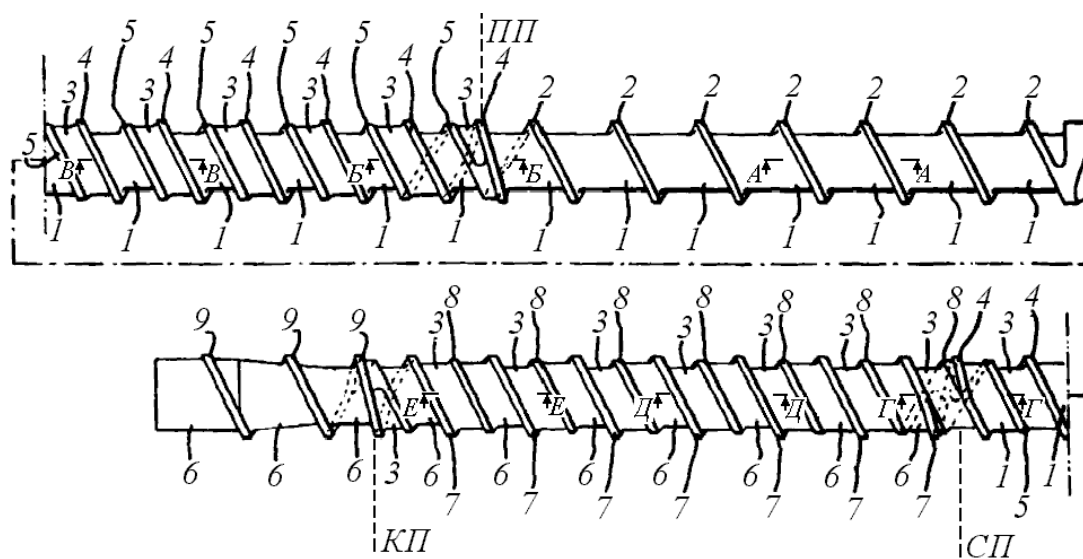
2.3 Конструктивное выполнение червяков

Много работ посвящено проектированию червяков для интенсификации процессов смешения и пластикации в червячных машинах. Здесь следует выделить несколько направлений. Первое направление связано с модернизацией профиля и формы червячной нарезки. Ко второму можно отнести – установление разных элементов на поверхности червяка. Что же касается третьего направления, то оно связано с разработкой так называемых барьерных червяков. При разработке последних вводятся промежуточные элементы или на конце, или в разрыве червячной нарезки, где выполняются пазы разной конфигурации, которые имеют открытый вход и закрытый выход или, наоборот, вдоль оси червяка.

Разумеется, что представленная классификация направлений модернизации червяков является в определенной мере условной, так как в конструктивной разработке могут быть использованы элементы сразу двух или трех направлений.

На рис. 2.26 представлен червяк с тремя нарезками [78]. В зоне питания червяк выполнен с винтовым каналом 1, образованным винтовой нарезкой 2, диаметр которой отличается от внутреннего диаметра корпуса на малую величину радиального зазора. Шаг и глубина винтового канала 1 остаются постоянными вплоть до переходной зоны, где рядом с твердой пробкой полимерного материала появляется его расплав.

Схемы указанных на рис. 2.26 разрезов показаны на рис. 2.27.

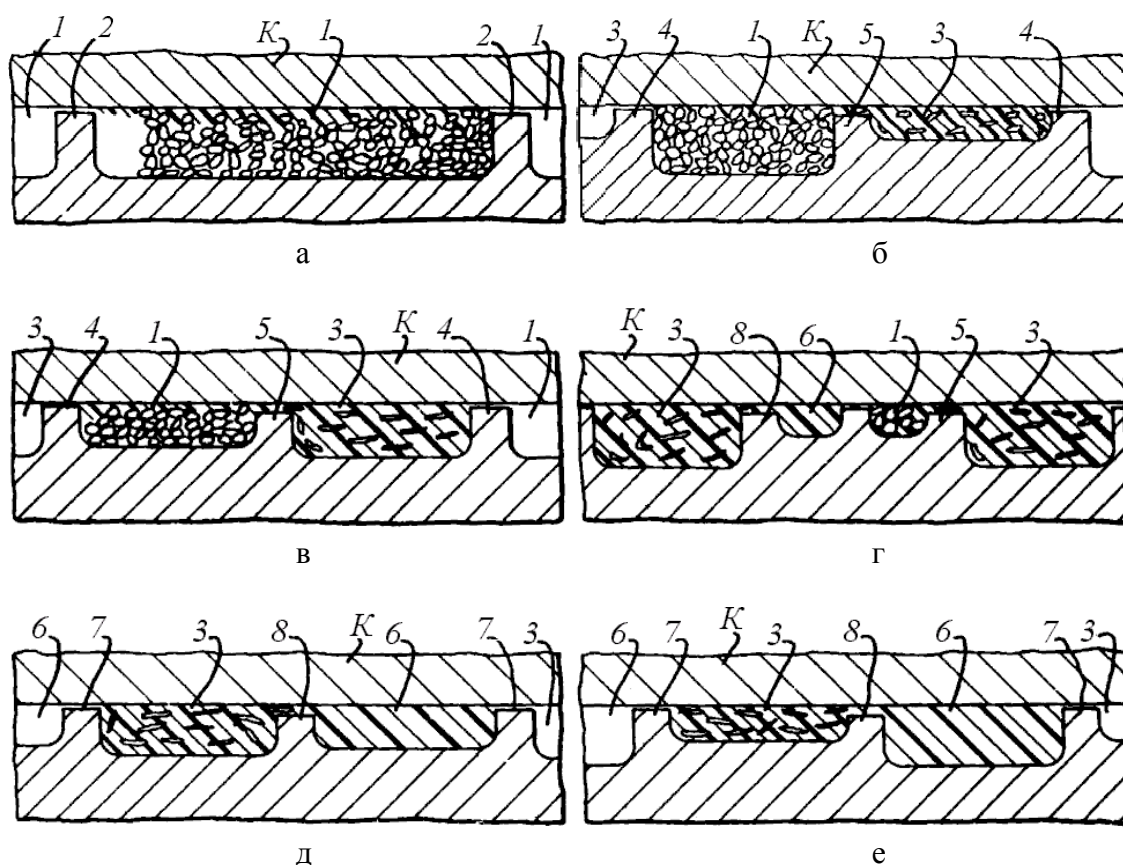


1 – первый винтовой канал; 2 – первая винтовая нарезка; 3 – второй винтовой канал; 4 – вторая винтовая нарезка; 5 – третья винтовая нарезка; 6 – третий винтовой канал; 7 – четвертая винтовая нарезка; 8 – пятая винтовая нарезка; 9 – шестая винтовая нарезка

Рисунок 2.26 – Червяк с тремя нарезками

В начале переходной зоны (III) рядом с каналом 1 появляется канал 3, который в продольном направлении образуется между толкающей стенкой нарезки 4 и пассивной стенкой нарезки 5, а канал 1 в переходной зоне расположен между толкающей стенкой нарезки 5 и пассивной стенкой нарезки 4. При этом глубина канала 3 и его шаг увеличивается вдоль направления движения материала, а параметры канала 1 уменьшаются.

В переходной зоне происходит интенсивное плавление полимерного материала, где часть расплавленного материала постоянно переходит из канала 1 в канал 3 через радиальный зазор между внешним диаметром нарезки 5 и внутренней поверхностью корпуса *K*, имеющим величину значительно большую, чем радиальный зазор между нарезкой 2 и корпусом *K*.



а — разрез А-А; б — разрез Б-Б; в — разрез В-В; г — разрез Г-Г; д — разрез Д-Д; е — разрез Е-Е; *K* — корпус червяка

Рисунок 2.27 – Схема разрезов в соответствии с рис. 2.26

Необходимо заметить, что в канале 3 наряду с расплавом полимера могут быть и частички нерасплавленного материала. Приблизительно в средней части переходной зоны канал 1 сходит на нет, а вместо него рядом с каналом 3 появляется канал 6, который в продольном направлении размещен между толкающей стенкой нарезки 7 и пассивной стенкой нарезки 8.

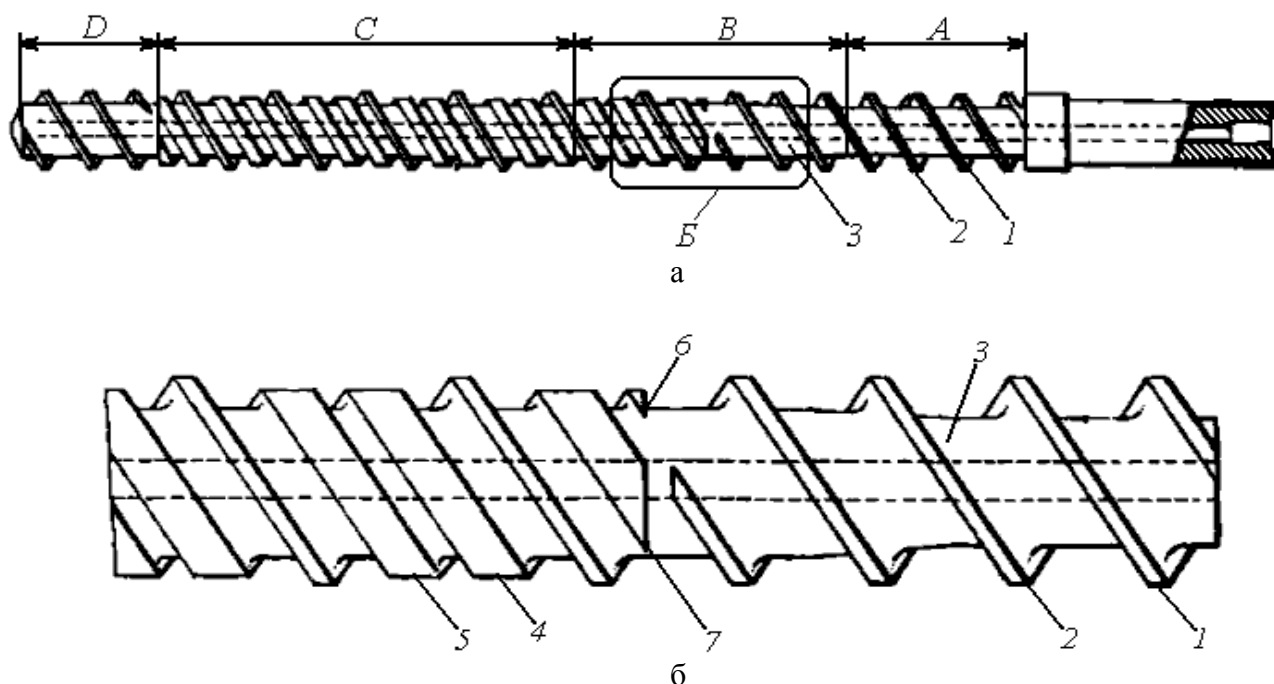
Что же касается канала 3, то на данном участке он образуется между толкающей стенкой нарезки 8 и пассивной стенкой нарезки 7. Радиальный зазор для нарезки 8 имеет такие же размеры, что и для нарезки 5, а радиальный зазор для нарезки 7 является таким же маленьким, что и для нарезки 2.

На отрезке между частью переходной зоны *СП* и ее концом *КП*, происходит постоянное уменьшение глубины и шага канала 3 и соответствующее возрастание параметров канала 6. Причем в канале 6 уже находится только расплав полимера. Необходимо заметить, что в начале *ПП*, в середине *СП* и в конце *КП* переходной зоны расположены места слияния сопредельных нарезок, которые образуют барьеры.

В конечной части переходной зоны червяк имеет только один канал 6, который образуется нарезкой 9, являющейся продолжением нарезки 7, с таким же радиальным зазором. Канал 6 продолжается дальше в зону дозирования с постоянным шагом. Что же касается сердечника, то он может иметь как цилиндрические отрезки, так и конусные.

На рис. 2.28,а изображен червяк с одной основной и двумя дополнительными нарезками, а на рис. 2.28,б – увеличенная часть зоны пластикации [79].

Червяк согласно со схемой на рис. 2.28 имеет основную червячную нарезку 1, которая тянется через все четыре зоны: зону питания *A*, зону пластикации *B*, зону гомогенизации *C* и зону выдавливания *D*. Кроме того, начиная с начала зоны питания, между основной нарезкой выполнена дополнительная червячная нарезка 2, которая тянется к середине зоны пластикации. Причем диаметр и шаг обеих червячных нарезок одинаковые. В зоне питания и пластикации сердечник червяка 3 выполнен конусным для усиления транспортирующего и пластицирующего воздействия червяка.

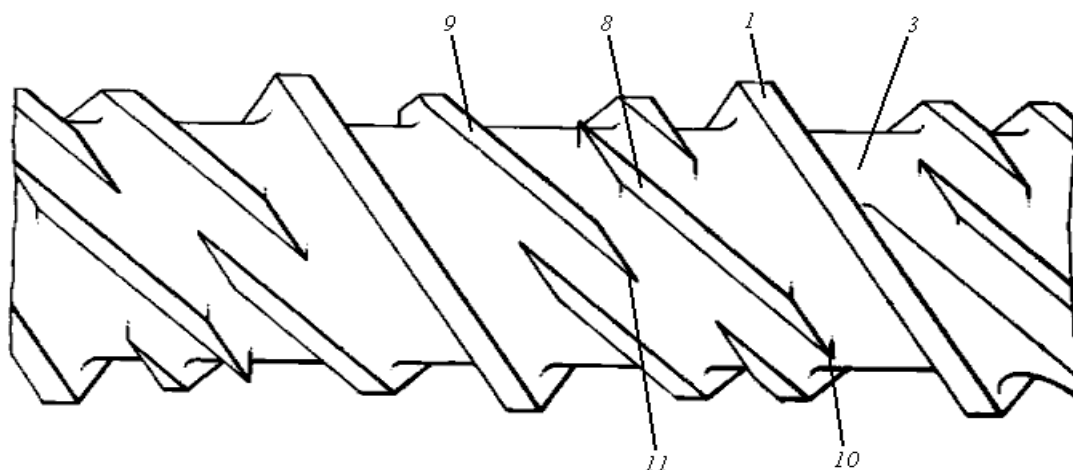


а – общий вид червяка; б – выноска *B*; *A* – зона питания; *B* – зона пластикации; *C* – зона гомогенизации; *D* – зона выдавливания; 1 – основная червячная нарезка; 2 – дополнительная червячная нарезка; 3 – сердечник червяка; 4, 5 – смесительные червячные нарезки; 6, 7 – заходные части дополнительных нарезок 4 и 5

Рисунок 2.28 – Червяк с одной основной и двумя дополнительными нарезками

Начиная с середины зоны пластикации, где имеется уже достаточная масса расплава полимера, появляются две смесительных червячных нарезки 4 и 5. Для уменьшения сопротивления при входе в межвитковое пространство со смесительными нарезками, последние выполнены с обостренными заходными частями 6 и 7. Кроме того, такое выполнение этих частей позволяет рассекаать твердую пробку, что приводит к интенсификации процесса плавления. Смесительные нарезки 4 и 5 выполнены с меньшим диаметром, чем нарезки 1 и 2, но с большей шириной гребней, что приводит к перетеканию расплава полимера через радиальный зазор и улучшает смесительный эффект. Нарезки 4 и 5 тянутся через всю зону гомогенизации. В начале зоны выдавливания смесительные нарезки 4 и 5 заканчиваются и опять появляется дополнительная нарезка 2, которая стабилизирует поток на выходе из экструдера.

На рис. 2.29 показан вариант выполнения зоны пластикации и гомогенизации.



8, 9 – смесительные элементы; 10, 11 – заходные части смесительных элементов

Рисунок 2.29 – Вариант выполнения зоны пластикации и гомогенизации по рис. 2.28

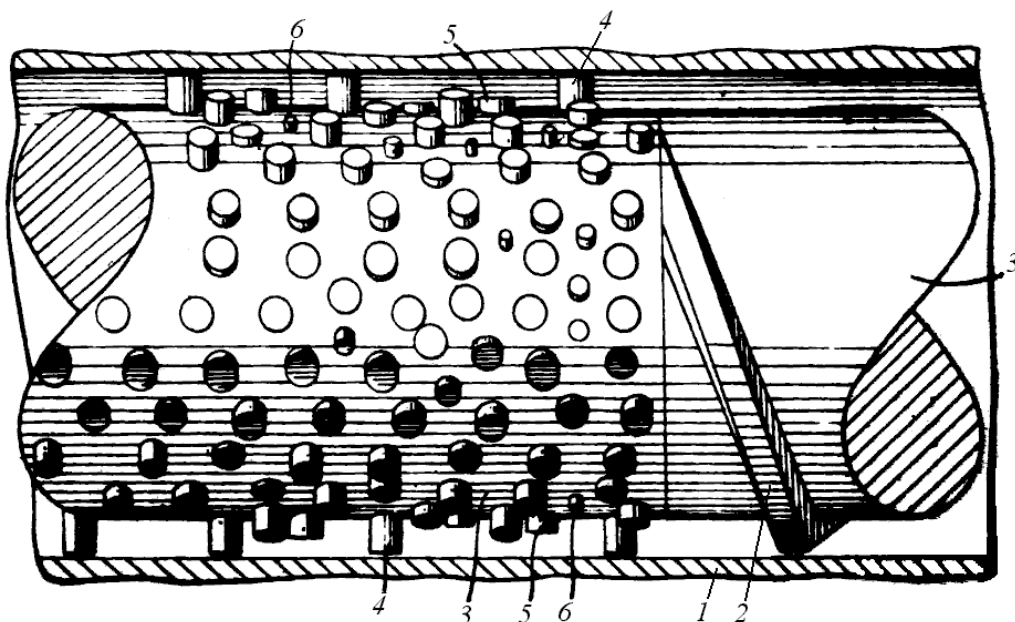
В соответствии с рис. 2.29 в зоне плавления и гомогенизации вместо двух смесительных червячных нарезок 4 и 5, которые имеются на рис. 2.28, выполнены смесительные элементы 8 и 9, которые представляют собою прерывистые винтовые нарезки. Причем угол наклона данных нарезок отличается от угла наклона основной червячной нарезки 1, что инициирует дополнительные циркуляционные потоки, которые увеличивают эффективность смешения полимерного материала.

Для уменьшения сопротивления движению материала элементы 8 и 9 также выполнены с обостренными заходными частями. Внешние диаметры прерывистых винтовых нарезок 8 и 9 выполнены меньших размеров, чем диаметры основной нарезки 1, что также интенсифицирует процессы плавления и смешения.

На рис. 2.30 показан смесительный узел, который выполнен в виде набора шпилек, расположенных на сердечнике червяка [80]. Система расположения шпилек на сердечнике может быть выполнена разным образом. На рис. 2.31,а изображена развертка червяка, где шпильки размещены в виде так называемой

„рыбьей кости”, а на рис. 2.31,б представлен один из вариантов крепления шпилек к сердечнику червяка.

Шпильки могут быть размещены нерегулярно или по некоторой схеме, как показано на рис. 2.31,а. В последнем случае шпильки равного диаметра, но разной высоты 4 и 5 образуют два типа групп рядов шпилек: группы *A*, которые направлены вдоль оси червяка; группы *B*, которые имеют наклон к оси червяка.



1 — корпус; 2 — червячная нарезка; 3 — сердечник червяка; 4 — длинные шпильки; 5 — короткие шпильки; 6 — вспомогательные шпильки меньшего диаметра

Рисунок 2.30 — Смесительный узел со шпильками

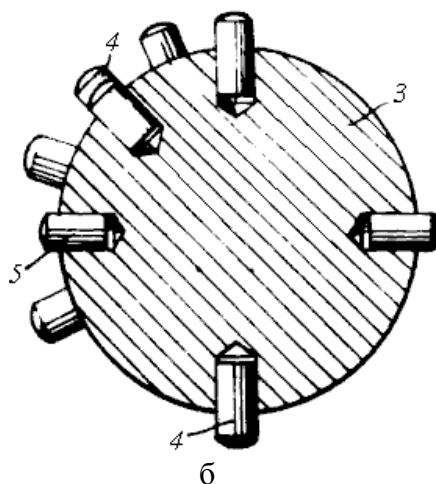
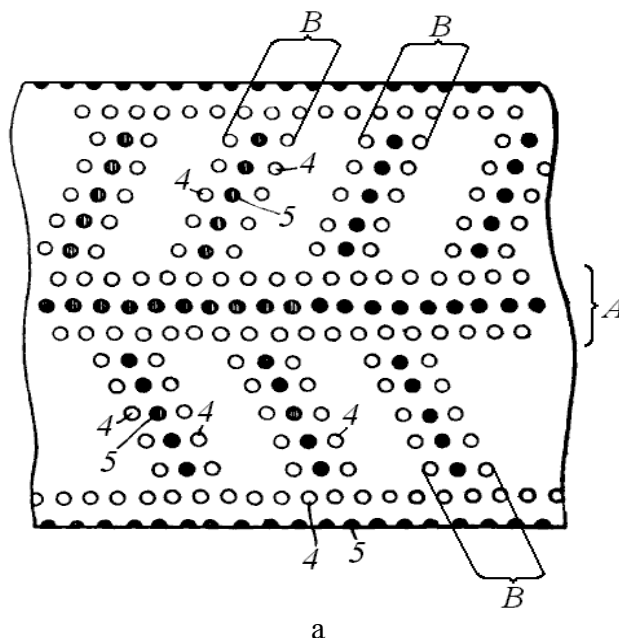
Таким образом, потоки, которые формируются в пространстве групп шпилек *B*, пересекают под углом потоки, которые формируются в пространстве групп шпилек *A*, что обеспечивает интенсивное смешение. Некоторые ряды в группах шпилек с большим диаметром могут быть заменены на ряды шпилек с маленьким диаметром.

Расстояние между поверхностями шпилек составляет размер 1,5 диаметра шпилек. Отношение диаметров шпилек надо выбирать в пределах 0,25-2,0.

На рис. 2.32 изображен смесительный элемент с барьерной секцией в промежуточной части зоны дозирования [81].

Смесительный элемент содержит входные пазы 3, которые открытые со стороны входа материала в смесительный элемент и имеют торцовые перемычки 7 со стороны выхода материала из пазов в продольном направлении (стрелка с обозначением V_1 показывает направление продольного движения полимерного материала).

В конечной части смесительного элемента размещены выходные пазы 5, открытые со стороны выхода со смесительного элемента и закрытые торцовыми перемычками 8 со стороны входа материала в продольном направлении.

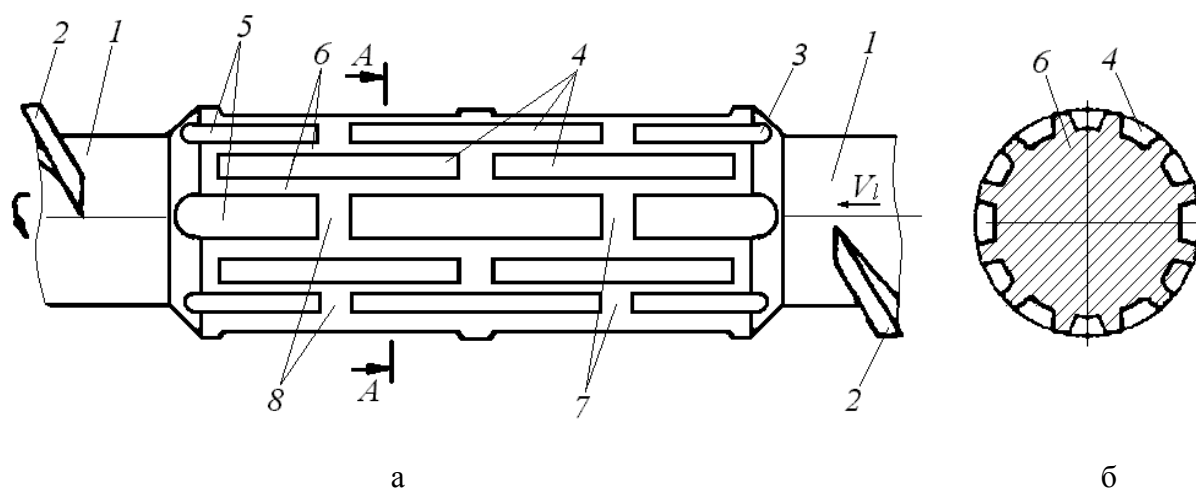


а — развертка червяка со шпильками в виде “рыбьей кости”; б — вариант крепления шпилек к сердечнику червяка

Рисунок 2.31 – Схема расположения шпилек

Средняя часть содержит промежуточные пазы 4, закрытые с обеих сторон торцовыми перемычками 7 и 8.

При работе экструдера расплавленный материал подается червячной нарезкой 2 во входные пазы 3. Под действием червяка и давления, которое создается витками червяка, расплав продавливается через радиальный зазор, образующийся между продольными перемычками 6 и внутренней поверхностью корпуса экструдера, в соседний промежуточный паз 4. Далее одна часть материала опять же попадает в соседний промежуточный паз 4, а другая часть — в соседний выходной паз 5, откуда через выходное отверстие выходит к рабочему объему червячной нарезки 2.

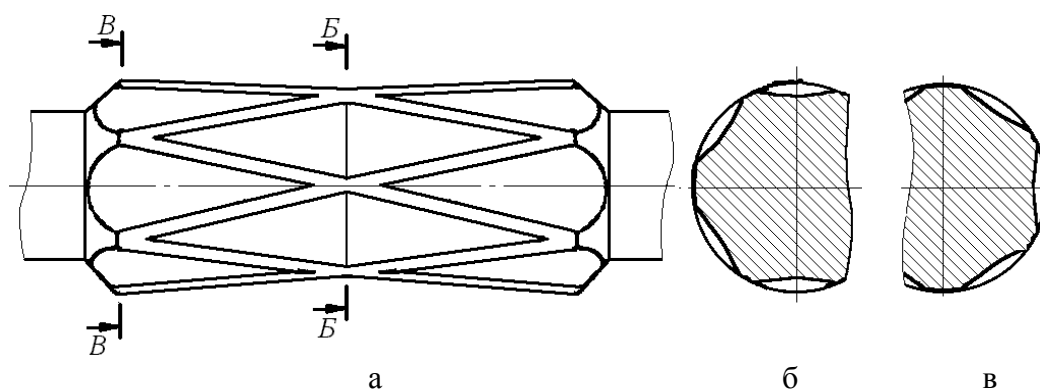


а – общий вид; б – сечение А-А; 1 – сердечник червяка; 2 – червячная нарезка; 3 – входные пазы; 4 – промежуточные пазы; 5 – выходные пазы; 6 – продольные перемычки; 7, 8 – торцовые перемычки

Рисунок 2.32 – Смесительный элемент с барьерной секцией в промежуточной части зоны дозирования

В радиальных зазорах на полимер действуют интенсивные сдвиговые деформации, за счет чего происходит смешение и гомогенизация полимерного материала. Попадая в пазы 3, где интенсивность сдвига значительно меньшая, полимер смешивается с порциями материала, который попадает из других пазов, в результате чего происходит усреднение температурного поля. Проходя последовательно через зоны с разной интенсивностью сдвиговых деформаций и перемещаясь через смесительные контуры по сложным траекториям, материал находится в оптимальных условиях для гомогенизации и смешения. Кроме того, незначительный размер радиальных зазоров не дает проскочить к выходному отверстию экструдера нерасплавленных частичек полимера.

На рис. 2.33 приведен другой вариант смесительного элемента с барьерной секцией, поверхность которой образована плоскостями, наклоненными к продольной оси червяка.



а – общий вид; б – разрез В-В; в – разрез В-В

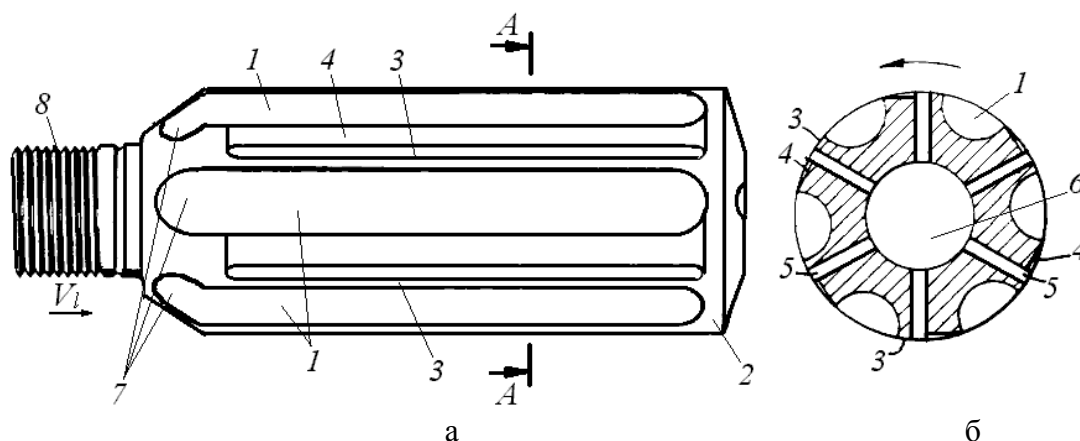
Рисунок 2.33 – Смесительный элемент с поверхностью, образованной наклоненными плоскостями

На рис. 2.34 приведен смесительный элемент с барьерной секцией, которая устанавливается в конце червяка [82].

Смесительный элемент, показанный на рис. 2.34 присоединяется к конечной части с помощью резьбового соединения 8. На выходе из червячной нарезки расплавленный материал подается через входные отверстия 7 в продольные пазы 1. Таким образом, один поток разделяется на много мелких потоков.

Потоки, попав к пазам 1, испытают интенсивную циркуляцию за счет вращательного движения смесительного элемента вместе с червяком. Вследствие придания нагнетательным продольным перемышкам клинообразной формы и соответствующего вращательного движения смесительного элемента, полимерный материал нагнетается через радиальные отверстия 5 в продольное отверстие 6 и дальше к выходному отверстию экструдера.

Фиксирующие продольные перемышки 3 необходимы для направления потоков расплава в радиальные отверстия 5. Прямому движению расплава вдоль пазов 1 мешает кольцевая перемышка. Данная конструкция, кроме повышения смесительного свойства, также улучшает пластикационные характеристики экструдера, не позволяя пройти к выходному отверстию нерасплавленным частичкам материала.



а – общий вид; б – разрез А-А: 1 – продольные пазы; 2 – кольцевая перемышка; 3 – фиксирующие продольные перемышки; 4 – нагнетательные продольные перемышки; 5 – радиальные отверстия; 6 – продольное отверстие; 7 – входные отверстия продольных пазов; 8 – резьбовое соединение

Рисунок 2.34 – Смесительный элемент с барьерной секцией, устанавливаемой в конце червяка

3 МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ЗОНЕ ДОЗИРОВАНИЯ ОДНОЧЕРВЯЧНЫХ ПРЕССОВ

3.1 Анализ состояния работ по математическому моделированию процессов в зоне дозирования

Разработка математических моделей для процессов, которые возникают в зоне дозирования, происходила, как и для любых агрегатов путем от простого к сложному. В начале были созданы так называемые линейные модели на базе реологического уравнения состояния для ньютоновской жидкости в соответствии с уравнением (1.22). Причем на первой стадии разрабатывались модели для простого сдвигового состояния, то есть при учете одной составляющей для скорости деформации (скорости сдвига). На следующем этапе были созданы линейные модели для сложного деформированного состояния (учитывались уже две компоненты скорости деформации). Основная цель при составлении математических моделей состояла в определении производительности и мощности для зоны дозирования.

Дальнейшее развитие моделирования процессов было направлено на создание нелинейных моделей на базе реологических уравнений состояния для неньютоновских жидкостей. Кроме того, необходимо заметить, что основная часть математических моделей была построена при условии изотермичности процессов экструзии, что очень далеко от реального проведения экструзионных процессов.

Построение всех математических моделей начиналось из рассмотрения элементарной части червячного агрегата, как показано на рис. 3.1, где приведены следующие обозначения: D – внутренний диаметр корпуса (материального цилиндра); t_0 – шаг винтового канала; φ_0 – угол подъема винтовой нарезки; δ_r – радиальный зазор между внутренней поверхностью корпуса и внешним диаметром гребня винтовой нарезки червяка; W_n – нормальная ширина винтового канала; S_0 , S_n – соответственно осевая и нормальная толщина стенки винтового канала; h – глубина винтового канала.

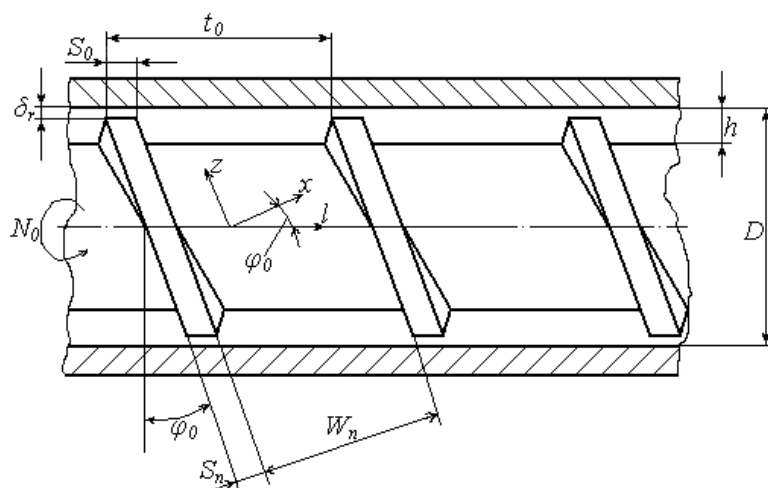


Рисунок 3.1 – Схема элемента червячного агрегата

В большинстве случаев отношение глубины винтового канала к внутреннему диаметру корпуса в зоне дозирования является малой величиной. Последнее замечание позволило большинству разработчикам математических моделей развернуть винтовой канал на плоскость, получив при этом так называемую плоскую модель. Кроме того, надо еще заметить, что функционирование червячной машины дает адекватные результаты в случае вращения червяка или материального цилиндра в противоположном направлении. Таким образом, схема для получения плоской модели может быть представлена в соответствии с рис. 3.2, где верхняя пластина представляет собой развертку материального цилиндра, которая движется перпендикулярно направлению l со скоростью V_c

$$V_c = \pi \cdot D \cdot N_0, \quad (3.1)$$

где N_0 – частота вращения червяка.

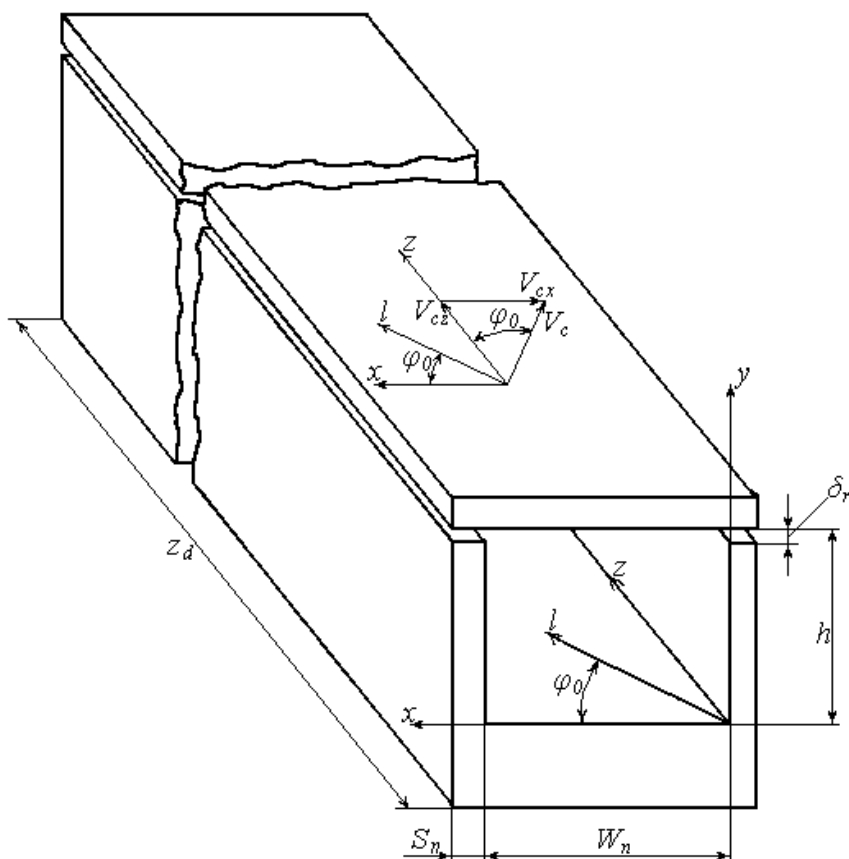


Рисунок 3.2 – Расчетная схема для получения плоской математической модели

Составляющие скорости вдоль осей x и z могут быть записаны таким образом

$$V_{cx} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\varphi_0); \quad (3.2)$$

$$V_{cz} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\varphi_0). \quad (3.3)$$

Длина винтового канала в зоне дозирования Z_d найдется из уравнения

$$Z_d = L_d / \sin(\varphi_0), \quad (3.4)$$

где L_d – длина зоны дозирования червяка, то есть длина в направлении l .

Первая модель, которая базировалась на гидродинамической теории, была разработана в работах Карле Ж.Ф. с сотрудниками [83–85]. Данная модель была получена для ньютоновской жидкости с учетом скорости сдвига в одном направлении, а именно вдоль оси y . Выражение для объемной производительности в данном случае можно представить в таком виде

$$Q = \frac{V_{cz} \cdot h \cdot W_n}{2} - \frac{h^3 \cdot W_n}{12 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (3.5)$$

где η – коэффициент вязкости расплава полимера; $\partial P / \partial z$ – градиент давления вдоль оси z .

Первое слагаемое в правой части уравнения (3.5) получило название вынужденного потока или прямотока, второе слагаемое – противотока. Вынужденный поток вызван движением верхней пластины в направлении оси z , а реально он обеспечивается вращением червяка.

Противоток появляется вследствие наличия градиента давления $\partial P / \partial z$, который в первую очередь зависит от сопротивления формирующего инструмента, установленного в конце зоны дозирования.

Кроме двух выше упомянутых потоков в рабочем объеме зоны дозирования существует еще один – циркуляционный, который направлен вдоль оси x . В работе [86] была выполнена оценка влияния этого потока на основные характеристики червячной машины.

Для объемной производительности получена следующая зависимость

$$Q = \frac{i \cdot \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot h \cdot \left(\frac{t_0}{i} - S_0 \right) \cdot \cos^2(\varphi_0)}{2} \cdot \left(1 - a_p - \frac{\delta_r}{h} \right) - \frac{i \cdot \pi \cdot D \cdot \delta_r \cdot (t_0 - S_0) \cdot \cos^2(\varphi_0)}{2} \cdot \frac{\eta}{\eta_\delta} \times \\ \times \left[\left(\frac{\delta_r}{h} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h} \right) + S_0 \cdot \left(\frac{\delta_r}{h} \right)^2 \cdot \frac{a_p}{(t_0 - S_0)} + \left(\frac{\delta_r}{h} \right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot D \cdot a_p}{(t_0 - S_0) \cdot i \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)} \right], \quad (3.6)$$

где i – количество заходов червяка; η_δ – коэффициент вязкости расплава полимера в радиальном зазоре; $a_p = h^2 / (6 \cdot V_{cz} \cdot \eta) \cdot \partial P / \partial z$.

Общая мощность, которая расходуется на единицу длины червяка dN , равна сумме мощностей, которая расходуется в канале dN_1 и в зазоре dN_2

$$dN = dN_1 + dN_2 = \frac{\pi^3 \cdot D^3 \cdot N_0^2 \cdot \eta}{h} \cdot \left[(1 + 3 \cdot a_p) \cdot \cos^2(\varphi_0) + \left(4 - 3 \cdot \frac{\delta_r}{h} \right) \cdot \sin^2(\varphi_0) \right] dl + \\ + \frac{\pi^2 \cdot D^2 \cdot N_0^2 \cdot S_0 \cdot \eta_\delta \cdot i}{\delta_r \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)} dl. \quad (3.7)$$

Кроме упомянутых раньше трех типов потоков в зоне дозирования существует и четвертый – поток утечек через радиальный зазор. В работе [86] этот поток частично был учтен. Выражение для объемной производительности с учетом утечек в соответствии с работами [84, 87] можно представить таким образом

$$Q = \alpha \cdot N_0 - \beta \cdot \frac{\Delta P}{\eta} - \gamma \cdot \frac{\Delta P}{\eta}, \quad (3.8)$$

где ΔP – перепад давления; α , β , γ – коэффициенты, соответственно, прямотока, противотока и утечек, которые определяются из формул

$$\alpha = \frac{\pi \cdot D \cdot h \cdot \left(\frac{t_0}{i} - S_0 \right) \cdot \cos^2(\varphi_0)}{2}; \quad (3.9)$$

$$\beta = \frac{h^3 \cdot \left(\frac{t_0}{i} - S_0 \right) \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \cos(\varphi_0)}{12 \cdot L_d}; \quad (3.10)$$

$$\gamma = \frac{\pi^2 \cdot D^2 \cdot \delta_r^3 \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)}{10 \cdot S_0 \cdot L_d}. \quad (3.11)$$

Уравнение (3.8) отличается от уравнения (3.5) третьим слагаемым, которое учитывает уменьшение общей производительности за счет утечек через радиальный зазор. Первые два слагаемых в уравнениях (3.5) и (3.8) полностью совпадают, если воспользоваться выражением (3.3), а также следующими зависимостями

$$W_n = \left(\frac{t_0}{i} - S_0 \right) \cdot \cos(\varphi_0); \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial l} \cdot \sin(\varphi_0) = \frac{\Delta P}{L_d} \cdot \sin(\varphi_0). \quad (3.13)$$

Последняя зависимость получена при использовании допущения о линейном характере градиента давления вдоль винтового канала.

В случае если глубина винтового канала не на много отличается от его ширины, то есть справедливо соотношение

$$\frac{h}{W_n} \approx 1, \quad (3.14)$$

то возникает сложное сдвиговое состояние. В данном случае, наряду с градиентом скорости вдоль оси y , необходимо учесть и градиент скорости вдоль оси x . Тогда уравнение (3.5) будет иметь такой вид [88].

$$Q = \frac{V_{cz} \cdot h \cdot W_n}{2} \cdot F_d - \frac{h^3 \cdot W_n}{12 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} F_p, \quad (3.15)$$

где F_d , F_p – коэффициенты соответственно вынужденного потока и противотока

$$F_d = \frac{16 \cdot W_n}{\pi^3 \cdot h} \cdot \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^3} \cdot th\left(\frac{k \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot W_n}\right); \quad (3.16)$$

$$F_p = 1 - \frac{192 \cdot h}{\pi^5 \cdot W_n} \cdot \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^5} \cdot th\left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right). \quad (3.17)$$

Если червяк имеет два и больше захода i , то оба слагаемых в правой части уравнения (3.15) необходимо умножить на количество заходов. Это относится и к уравнению (3.5).

Кроме основополагающего подхода при составлении математических моделей для зоны дозирования существуют и другие, которые базируются на использовании эмпирических коэффициентов, геометрического сходства и т.п.

В работах [5,6] получены следующие выражения для массовой производительности червячных машин, предназначенных для переработки резиновых смесей

$$G = 60 \cdot V_{cp} \cdot N_0 \cdot i \cdot \rho \cdot K_z, \quad (3.18)$$

где V_{cp} – объем пространства между двумя витками однозаходного червяка; ρ – плотность смеси; K_z – коэффициент заполнения между витками.

Исходя из величины объемного коэффициента полезного действия, то есть отношения объема термопласта, выталкиваемого червяком за один оборот, к полному объему впадины червяка на длине одного шага в конце его, Иванченко А.И. получил такую зависимость для массовой производительности [89]

$$G = \sqrt{\frac{25,8 \cdot \pi \cdot d_H \cdot N_k \cdot N_0 \cdot h \cdot \gamma_b \cdot \eta_u \cdot K_\varphi \cdot (d_B^2 \cdot K_\varphi^2 + d_H \cdot d_{cp}^2 \cdot i^2 \cdot h) \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \cos(\varphi_0)}{C_p \cdot \Delta T \cdot (d_B^2 \cdot \eta_{Br} \cdot K_\varphi^2 + d_H \cdot d_{cp}^2 \cdot i^2 \cdot \eta_{\delta r})}}, (3.19)$$

где d_H , d_{cp} , d_B – соответственно внешний, средний и внутренний диаметры червяка; N_k – мощность, которая расходуется червяком в корпусе на преодоление трения, за исключением мощности, которая отводится в виде тепла водой, охлаждающей червяк внутри; γ_b – удельный вес полимера; η_u – эффективная вязкость полимера возле корпуса; η_{Br} , $\eta_{\delta r}$ – эффективная динамическая вязкость, соответственно, возле поверхности червяка по внутреннему диаметру и возле боковых поверхностей витков; C_p – коэффициент теплоемкости полимера; ΔT – разность температур, которая создается в червячной машине; K_φ – комплекс, который определяется по формуле

$$K_\varphi = t_0 \cdot \cos(\varphi_0) - W_n \cdot i.$$

При расчете производительности по уравнению (3.19) не надо использовать градиент давления или перепад давления, которые имеют место в уравнениях (3.5), (3.6), (3.8), и (3.15). С одной стороны последнее замечание приводит к большей определенности, так как при решении уравнения для производительности, где в правой части стоит величина, связанная с давлением, в общем случае будут две неизвестные. И, чтобы оценить перепад давления, необходимо иметь характеристики формующего инструмента. Но с другой стороны в уравнение (3.19) входит мощность N_k , которая в свою очередь будет также не определенной, так как усилие трения зависит от многих параметров, в том числе и от давления.

Все представленные раньше уравнения применимы для случая цилиндрического сердечника. Но зона дозирования может быть выполнена также с конусным сердечником. В работах [5, 6, 90, 91] были рассмотрены вопросы проведения процессов экструзии в винтовых каналах со сходящейся геометрией. В соответствии с работой [6] для определения производительности с конусным сердечником можно также воспользоваться уравнением (3.8), но коэффициенты потоков α , β и γ будут иметь такой вид

$$\alpha_1 = \frac{\pi^3 \cdot (t_0 - S_0) \cdot K_1}{K_2 + t_0^2 \cdot K_3}; (3.20)$$

$$\beta_1 = \frac{\pi \cdot t_0 \cdot (t_0 - S_0)}{12 \cdot L_c \cdot (K_2 + t_0^2 \cdot K_3)}; (3.21)$$

$$\gamma_1 = \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r^3 \cdot t_0^2}{10 \cdot S_0 \cdot L_c \cdot \sqrt{\pi \cdot D^2 + t_0^2}}, \quad (3.22)$$

где L_c – длина зоны дозирования с коническим сердечником; K_1, K_2, K_3 – геометрические коэффициенты, которые находятся из выражений

$$K_1 = 1 - \frac{6,9 \cdot D}{2 \cdot (h_H - h_2)} \cdot \lg \left(\frac{h_H}{h_2} \right) + \frac{D^2}{2 \cdot h_H \cdot h_2}; \quad (3.23)$$

$$K_2 = \frac{\pi^2}{h_H \cdot h_2} \cdot \left[\frac{D \cdot (h_H + h_2)}{2 \cdot h_H \cdot h_2} - 1 \right]; \quad (3.24)$$

$$K_3 = \frac{2,3}{(h_H - h_2) \cdot D^3} \cdot \lg \left(\frac{h_H}{h_2} \cdot \frac{D + d_2}{D - d_1} \right) + \frac{2 \cdot h_H \cdot h_2 + (h_H + h_2) \cdot D}{2 \cdot D^2 \cdot h_H^2 \cdot h_2^2}, \quad (3.25)$$

где d_1, d_2 – диаметры сердечника соответственно в начале и в конце конусной части; h_2 – глубина винтового канала в конце конусной части; h_H – геометрический параметр, который характеризует конусность сердечника

$$h_H = h_1 - (0,6 \div 0,4) \cdot (h_1 - h_2), \quad (3.26)$$

где h_1 – глубина винтового канала в начале конусной части.

Для того, чтобы создать необходимую степень сжатия, кроме червяков с переменной глубиной также используют червяки с переменным шагом, в особенности для переработки резиновых смесей. В таком случае снова можно использовать уравнение (3.8) с такими выражениями для коэффициентов потоков

$$\alpha_2 = \frac{\pi^3 \cdot D \cdot (D - h)^2 \cdot h \cdot K_4}{2 \cdot \pi^2 \cdot (D - h) \cdot K_5 - K_6}; \quad (3.27)$$

$$\beta_2 = \frac{h^3 \cdot \pi \cdot (D - h) \cdot \Delta t_0}{3 \cdot [4 \cdot \pi^2 \cdot (D - h)^2 \cdot K_5 - K_6]}; \quad (3.28)$$

$$\gamma_2 = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot \delta_r^3 \cdot \Delta t_0}{5 \cdot S_0 \cdot (D - h) \cdot [\pi \cdot (D - h) \cdot K_7 + \Delta t_0 \cdot K_8]}, \quad (3.29)$$

где Δt_0 – приращение шага t_0 на длине червяка; K_4, K_5, K_6, K_7, K_8 – геометрические коэффициенты, которые находятся из выражений

$$K_4 = t_H - t_k + \Delta t \cdot 2,3 \cdot \lg \left(\frac{t_H}{t_k} \right); \quad (3.30)$$

$$K_5 = \frac{\Delta t + 2 \cdot S_0}{2 \cdot S_0} \cdot 2,3 \cdot \lg \left(\frac{t_H - S_0}{t_k - S_0} \right) - \frac{\Delta t}{2 \cdot S_0} \cdot 2,3 \cdot \lg \left(\frac{t_H}{t_k} \right); \quad (3.31)$$

$$K_6 = (t_H - t_k) \cdot (t_H - t_k + 2 \cdot \Delta t + 6 \cdot S_0) + 4,6 \cdot S_0 \cdot (\Delta t + 2 \cdot S_0) \cdot \lg \left(\frac{t_H - S_0}{t_k - S_0} \right); \quad (3.32)$$

$$K_7 = 2,3 \cdot \lg \left(\frac{\lg \left(\frac{\varphi_{0n}}{2} \right)}{\lg \left(\frac{\varphi_{0k}}{2} \right)} \right) + 2 \cdot \frac{\sin \left(\frac{\varphi_{0n} + \varphi_{0k}}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\varphi_{0n} - \varphi_{0k}}{2} \right)}{\cos(\varphi_{0n}) \cdot \cos(\varphi_{0k})}; \quad (3.33)$$

$$K_8 = 2 \cdot \frac{\cos \left(\frac{\varphi_{0n} + \varphi_{0k}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\varphi_{0n} - \varphi_{0k}}{2} \right)}{\sin(\varphi_{0n}) \cdot \sin(\varphi_{0k})} - 2,3 \cdot \lg \left(\frac{\lg \left(\frac{90^\circ - \varphi_{0n}}{2} \right)}{\lg \left(\frac{90^\circ - \varphi_{0k}}{2} \right)} \right); \quad (3.34)$$

где t_H , t_k – шаг червяка соответственно в начале и в конце; φ_{0n} , φ_{0k} – углы наклона винтовой нарезки соответственно в начале и в конце.

Если знать коэффициент формы экструзионной головки, при условии равенства производительностей, которая создается червячной машиной и которая проходит через формующую головку, то уравнение для производительности можно записать без учета перепада давления. Так, например, для уравнения (3.8) будет справедливо такое выражение

$$Q = \frac{\alpha \cdot K_z}{K_z + \beta + \gamma} \cdot N_0, \quad (3.35)$$

где K_z – коэффициент формы экструзионной головки, зависящий от ее геометрической формы.

В случае конусного сердечника в уравнение (3.35) необходимо подставлять коэффициенты потоков из выражений (3.20), (3.21) и (3.22), а для червяка с переменным шагом – из выражений (3.27), (3.28) и (3.29).

В работах Силина В.А. [92-95,9], как и в работе [89], использован геометрический подход к решению задач моделирования процессов экструзии полимеров. За основу модели Силина В.А. теория транспортирующих червяков. При этом движение полимера в канале червяка рассматривается как передача

части объема одного витка за один оборот (эта часть объема определяется через коэффициент осевого перемещения).

Силиным В.А. для массовой производительности получена такая зависимость

$$G = \frac{\pi^2 \cdot (d_H^2 - d_\partial^2) \cdot (t_0 - S_0) \cdot 60 \cdot N_0 \cdot \gamma_b}{4 \cdot 10^3} \times \left(\frac{\cos^2(\varphi_{01})}{4 - \cos^2(\varphi_{01})} + \frac{\cos^2(\varphi_{02})}{4} \right) \cdot \left(1 - \frac{P_z}{P_{\max}} \right), \quad (3.36)$$

где d_∂ – диаметр сердечника червяка в зоне дозирования; P_z – давление, которое может создать формирующая головка; P_{\max} – максимальное давление, которое создается всеми витками червяка в случае закрытой головки; φ_{01} , φ_{02} – углы наклона червячной нарезки соответственно на внешнем диаметре червяка и диаметре сердечника

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{01} &= \arctg \left(\frac{t_0}{\pi \cdot d_H} \right), \\ \varphi_{02} &= \arctg \left(\frac{t_0}{\pi \cdot d_\partial} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

Из выражения (3.36) следует, что расход материала в зоне дозирования не может превышать некоторого максимального значения, которое соответствует экспериментальным результатам.

Все рассмотренные модели представляют собой линейные модели, которые получены на базе гидродинамической или геометрической теорий для проведения изотермических процессов.

В работе [96] были рассмотрены аспекты для адиабатического процесса. Адиабатический процесс – это гипотетический случай, когда теплопередача сквозь стенки винтового канала отсутствует, то есть вся тепловая энергия возникает в результате диссипации механической энергии. Тогда аналог уравнения (3.8) для адиабатического процесса без учета утечек будет иметь такой вид

$$Q = \alpha \cdot N_0 - \left(\frac{\varepsilon \cdot \beta}{C_p} \right) \cdot \frac{N_0^2 \cdot \Delta P}{Q \cdot \Delta T}, \quad (3.38)$$

где ΔT – перепад температуры; ε – геометрический коэффициент, который находится из выражения

$$\varepsilon = \frac{\pi^3 \cdot D^3 \cdot \sin(\varphi_0)}{h} \cdot \left[1 + 3 \cdot \sin^2(\varphi_0) + \frac{S_0 \cdot h}{\delta_r \cdot W_n} \right] \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot \delta_r}{D} - \frac{S_0 \cdot i}{\pi \cdot D \cdot \sin(\varphi_0)} \right]. \quad (3.39)$$

Можно записать такие соотношения для решения уравнения (3.38)

$$Q = \frac{\eta_k \cdot \beta_T \cdot \varepsilon \cdot N_0^2 \cdot Z_d}{C_p \cdot (X_\eta - 1)}; \quad (3.40)$$

$$\Delta T = \left(\frac{1}{\beta_T} \right) \cdot \ln(X_\eta); \quad (3.41)$$

$$\Delta P = \frac{\eta_n \cdot Q}{K_\varepsilon \cdot X_\eta}; \quad (3.42)$$

$$\frac{\beta}{K_\varepsilon \cdot Z_d} = \frac{\alpha \cdot C_p \cdot X_\eta \cdot \ln(X_\eta)}{N_0 \cdot Z_d \cdot \eta_n \cdot \beta_T \cdot \varepsilon} - \frac{X_\eta \cdot \ln(X_\eta)}{(X_\eta - 1)}; \quad (3.43)$$

$$X_\eta = \frac{\eta_n}{\eta_k}, \quad (3.44)$$

где η_n, η_k – коэффициенты вязкости расплава полимера соответственно на входе и выходе из зоны дозирования; β_T – температурный коэффициент.

Будет справедливой следующая зависимость для определения мощности

$$N_\partial = C_p \cdot Q \cdot \Delta T + Q \cdot \Delta P. \quad (3.45)$$

Из выражения (3.38) видно, что производительность адиабатического процесса экструзии зависит от отношения $\Delta P / \Delta T$. В случае, если $\Delta P = 0$, то есть при отсутствии формующей головки, производительность имеет максимальное значение. При увеличении сопротивления головки возрастают как ΔP , так и ΔT . Однако ΔT возрастает с меньшей скоростью, поэтому их отношение возрастает. При достижении момента, когда будет справедливо равенство $Q = Q_{max}/2$, отношение $\Delta P / \Delta T$ достигает максимума, после чего ΔT начинает возрастать с большей скоростью, чем ΔP .

В дальнейшем анализе перейдем к рассмотрению нелинейных моделей в предположении изотермичности процесса экструзии. Нелинейную модель можно получить, если воспользоваться одним из реологических уравнений состояния для неньютоновских жидкостей. В большинстве случаев используется РУС для степенной жидкости, которое в общем случае записывается в виде (1.27) или для простого сдвигового течения в виде (1.33).

Уилкинсон У.Л. в своей работе [97] рассмотрел две модели. Первая была получена при использовании уравнения, которое предложил Рабинович в виде

$$\dot{\gamma} = \frac{\sigma_{zy}}{\eta} \cdot (1 + C_R \cdot \sigma_{zy}^2), \quad (3.46)$$

где C_R – константа Рабиновича.

Для построения модели выбрана схема распределения скоростей и напряжений, которая представлена на рис. 3.3.

Выражение, определяющее объемную производительность, в данном случае будет иметь такой вид

$$Q = \frac{h \cdot W_n}{2} \cdot \left[V_{cz} - \frac{h^2}{6 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{h^4 \cdot C_R}{40 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^3 \cdot (1 + 5 \cdot \xi_e^2) \right], \quad (3.47)$$

где $\xi_e = \frac{2 \cdot y_e}{h}$.

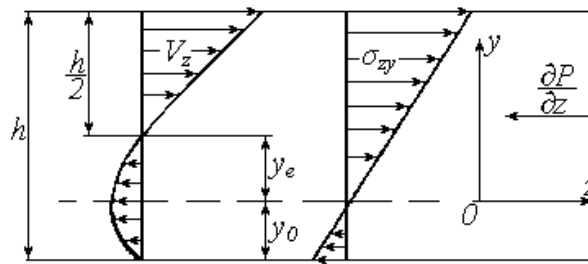


Рисунок 3.3 – Распределение скоростей и напряжений при течении, соответствующем уравнению Рабиновича

Выражение для определения параметра ξ_e запишется так

$$V_{cz} = \frac{h^2 \cdot \xi_e}{2 \cdot \eta} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial z} + C_R \cdot \frac{h^2}{4} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^3 \cdot (1 + \xi_e^2) \right] + \pi \cdot d_H \cdot N_0 \cdot \cos(\varphi_0). \quad (3.48)$$

Вторая модель, которая рассматривалась Уилкинсоном У.Л., базировалась на реологическом уравнении состояния для степенной жидкости, а именно

$$\dot{\gamma} = \frac{\sigma_{xy}^{nk}}{\mu_n}, \quad (3.49)$$

где nk, μ_n – величины, характеризующие материал.

Объемная производительность в последнем случае находится из уравнения

$$Q = \frac{V_{cz} \cdot h \cdot W_n}{2} \cdot \left\{ (\xi_e + 1) - \frac{(nk+1)}{(nk+2)} \cdot \left[\frac{(\xi_e + 1)^{nk+2} - (\xi_e - 1)^{nk+2}}{(\xi_e + 1)^{nk+1} - (\xi_e - 1)^{nk+1}} \right] \right\}, \quad (3.50)$$

а вместо уравнения (3.48) надо использовать такую формулу

$$V_{cz} = \frac{h}{2 \cdot \mu_n} \cdot \frac{1}{nk+1} \cdot \left(\frac{2}{h} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right)^{nk} \cdot \left[(\xi_e + 1)^{nk+1} - (\xi_e - 1)^{nk+1} \right]. \quad (3.51)$$

Значительный вклад в развитие теории процессов экструзии внес Торнер Р.В. В работе [27] получено уравнение для объемной производительности с учетом утечек при использовании РУС для степенной жидкости (1.27) в виде

$$Q = \frac{2 \cdot n}{1 + 2 \cdot n} \cdot \alpha \cdot C_n \cdot C_\delta \cdot N_0 \cdot \frac{(1 - \xi_0)^{n2} + \text{sign}(\xi_0) \cdot |\xi_0|^{n2} - n2 \cdot |\xi_0|^{n1}}{(1 - \xi_0)^{n1} - |\xi_0|^{n1}}, \quad (3.52)$$

где

$$C_n = 1 - \frac{\delta_r}{h}; \quad (3.53)$$

$$C_\delta = 1 - \frac{\delta_r}{h} \cdot \frac{n1 \cdot |1 - \xi_0|^{1/n}}{|1 - \xi_0|^{n1} - |\xi_0|^{n1}}; \quad (3.54)$$

$$\left. \begin{aligned} n1 &= \frac{1+n}{n}, - \\ n2 &= \frac{1+2 \cdot n}{n}, \end{aligned} \right\} \quad (3.55)$$

$$\xi_0 = \frac{y_0}{h}. \quad (3.56)$$

Геометрический смысл последнего выражения можно увидеть на рис. 3.3. Надо заметить, что выражение (3.52) будет справедливым для положительного градиента давления вдоль оси z .

Большой объем работ в области математического моделирования работы червячных машин также выполнил Янков В.И. В работе [98] получены такие уравнения для объемной производительности, перепада давления и мощности на базе уравнения (1.27)

$$Q = \frac{V_{cz} \cdot h \cdot W_n \cdot i}{2} \cdot q_z; \quad (3.57)$$

$$\Delta P = P_z \cdot \mu \cdot \left\{ n \cdot \frac{n1 \cdot V_{cz}}{h^{n1} [(1 - \xi_0)^{n1} - \xi_m^{n1}]} \right\}^n \cdot \frac{L_d}{\sin(\varphi_0)}; \quad (3.58)$$

$$N_d = \mu \cdot W_n \cdot V_{cz} \cdot \left(\frac{V_{cz}}{h} \right)^n \cdot Z_d. \quad (3.59)$$

Безразмерные производительность q_z и градиент давления P_z рассчитываются по формулам:

– при $\xi_0 \geq 0$

$$q_z = (1 - \xi_0); \quad (3.60)$$

$$P_z = \left[\frac{(1 - \xi_m)^{n1} - \xi_m^{n1}}{(1 - \xi_0)^{n1} - \xi_0^{n1}} \right]^n; \quad (3.61)$$

– при $\xi_0 < 0$

$$q_z = 1 - (1 - \xi_0)^{n1}; \quad (3.62)$$

$$P_z = \left[\frac{(1 - \xi_m)^{n1} - \xi_m^{n1}}{(1 - \xi_0)^{n1} - (-\xi_0)^{n1}} \right]^n. \quad (3.63)$$

Необходимо для определения величины ξ_m воспользоваться трансцендентным уравнением в виде

$$(1 - \xi_m) - \frac{(1 - \xi_m)^{n2} + \xi_m^{n2}}{(1 - \xi_m)^{n1} - \xi_m^{n1}} \cdot \frac{n+1}{2 \cdot n+1} = 0. \quad (3.64)$$

Существует еще много других работ, где были получены разные математические модели для процессов, которые происходят в зоне дозирования одночервячных прессов в изотермическом приближении. Среди них в первую очередь необходимо отметить [99–104]. Однако разработанные в данных работах модели или представляют собой упрощенные аналоги приведенных моделей, или могут быть к ним приведены. Более подробный анализ этих моделей можно найти в работах [29, 105, 106].

Таким образом, были рассмотрены линейные и нелинейные модели процессов, которые происходят в червячных прессах при изотермическом режиме работы. Такие модели могут дать удовлетворительные результаты, если агрегат эксплуатируется как червячный насос для транспортирования ньютоновских или неньютоновских жидкостей. Кроме того, свойства жидкости и режимы работы должны быть такими, чтобы диссипативные выделения были минимальными и не влияли на температурный баланс агрегата. Что же касается червячных машин для переработки полимерных материалов, то они в большинстве случаев являются пластицирующими с подводом тепла или его отводом при наличии значительных диссипативных выделений (последний режим характерен в значительной мере для переработки резиновых смесей). Из последних замечаний вытекает, что реальный процесс, который происходит в

зоне дозирования, удовлетворительно может быть описан с помощью математической модели с учетом распределения температурного поля вдоль рабочего объема и влияния температурной зависимости на характеристики материала.

При разработке неизотермической теории экструзии значительная роль также принадлежит Торнеру Р.В. и Янкову В.И. В работе [27] была получена такая зависимость для объемной производительности в политропическом режиме

$$Q = \frac{\bar{K}(l)}{[\bar{R}-1]} \cdot \frac{\mu_0 \cdot A \cdot L_d \cdot \beta_T \cdot N_0^{1+n}}{\rho \cdot C_p}, \quad (3.65)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \exp[\beta_T \cdot (T(l) - T_0)] ; \\ \bar{K}(l) &= \frac{(1 + 2 \cdot K_A \cdot K_T) \cdot \left[1 + 2 \cdot K_A \cdot \left(K_T - \frac{\ln(\bar{R})}{\beta_T} \right) \cdot \bar{R} \right]}{1 + K_A \cdot \left[K_T \cdot \left(1 + \frac{1}{\bar{R}} \right) - \frac{\ln(\bar{R})}{\beta_T} \right] \cdot \bar{R}} ; \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$K_T = \frac{1}{2} \cdot (T_b + T_s - 2 \cdot T_0); \quad K_A = \frac{W_n \cdot \lambda_B}{A \cdot \mu \cdot N_0^{1+n} \cdot \sin(\varphi_0)};$$

$$A = (\pi \cdot D)^{1+n} \cdot \left[\frac{t_0 - i \cdot S_0}{h^n} \cdot E_1 + \frac{S_0}{\delta_r} \right] \cdot i \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_0);$$

$$\begin{aligned} E_1 &= \left[\frac{B' \cdot (1 - \xi_0) \cdot n l^n}{\nu_1^n} \cdot (\cos(\varphi_0))^{(1+n)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{n l^n}{\left[(1 - \xi_{ou})^{n1} - \xi_{ou}^{n1} \right]^n} \cdot \frac{(1 - \xi_{ou}) \cdot (\sin(\varphi_0))^{(1+n)}}{\nu_2^n} \right]; \end{aligned}$$

$$B' \cdot (1 - \xi'_0) = B \cdot (1 - \xi_0) \cdot \nu_1^n;$$

$$\nu_1^n = \left[1 + \frac{(1 - \xi_{ou})^2}{\nu^2 \cdot (1 - \xi_0)^2} \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n^2}}; \quad \nu_2^n = \left[1 + \frac{\nu^2 \cdot (1 - \xi_0)^2}{(1 - \xi_{ou})^2} \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n^2}};$$

$$v = \frac{B \left\{ \left[(1-\xi_0)^2 \cdot v^2 + (1-\xi_{ou})^2 \right]^{n/2} - (\xi_0^2 \cdot v^2 + \xi_{ou}^2)^{n/2} \right\}^n}{[v + tg(\varphi_0)]^n}.$$

Величина B в последних уравнениях представляет собой безразмерный коэффициент давления, который находится из выражения

$$B = \frac{\partial P / \partial z}{(\partial P / \partial z)^*},$$

где $(\partial P / \partial z)^*$ – нормирующий градиент давления.

Величины со штрихом относятся к параметрам моделирующего течения, а величина ξ_{ou} имеет такой же смысл, что и величина ξ_e , но для циркуляционного течения.

Уравнение (3.66) отображает действие основных внешних факторов на особенности процесса экструзии. Если коэффициент теплообмена λ_B имеет незначительную величину, то перепад температуры между корпусом и расплавом не влияет на коэффициент политропичности $\bar{K}(l)$ и процесс протекает в адиабатическом режиме. Если же K_A большое, то при незначительных значениях \bar{R} и больших K_T (средняя разность температур положительная) процесс происходит с подводом тепла извне, то есть будет $\bar{K}(l) > 1$. В случае, если \bar{R} имеет большое значение при отрицательной разности температур, то процесс происходит с отводом тепла ($\bar{K}(l) < 1$).

Продольное распределение температур определяется из формулы

$$T(l) = T_0 + \frac{\ln(\bar{R})}{\beta_T} = T_0 + \ln \left[1 + \frac{\mu \cdot A \cdot \beta_T \cdot N_0^{(1+n)} \cdot \bar{K}(l) \cdot l}{Q \cdot \rho \cdot C_p} \right]^{1/\beta_T}. \quad (3.67)$$

Будет справедливым для расчета градиента давления выражение

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{B'}{(1-\xi_0)} \cdot \frac{\mu \cdot (1-\xi')}{\bar{R}(z)} \cdot \left[\frac{\pi \cdot D \cdot n l \cdot \cos(\varphi_0)}{h^{n1} \cdot v_1} \right]^n \cdot N_0^n. \quad (3.68)$$

В работе [107] Янковым В.И. получена математическая модель для неизотермических процессов неньютоновских жидкостей в зоне дозирования, а в работе [108] проведено экспериментальное исследование для проверки разработанной теории. В качестве реологического уравнения состояния было взято степенное уравнение в виде

$$\sigma_{zy} = \mu \cdot |\dot{\gamma}|^{n-1} \cdot \dot{\gamma} = \frac{\mu_1}{1 + K_\beta \cdot (T - T_n)} \cdot |\dot{\gamma}|^{n-1} \cdot \dot{\gamma}, \quad (3.69)$$

где μ_1, K_β – константы для жидкости, которые не зависят от температуры.

Выражение для определения температурного поля получено в таком виде

$$\begin{aligned} \zeta = \frac{1}{2 \cdot K_\nu} \cdot \left\{ \frac{(1 - K_\omega) \cdot (1 - K_\mu \cdot K_\omega) + 2 \cdot K_\mu \cdot K_\lambda}{K_\psi} \times \right. \\ \times \ln \left[\frac{(2 \cdot \theta + 1 + K_\omega + K_\psi) \cdot (1 + K_\omega - K_\psi)}{(2 \cdot \theta + 1 + K_\omega - K_\psi) \cdot (1 + K_\omega + K_\psi)} - (1 - K_\mu \cdot K_\omega) \right] \times \\ \left. \times \ln \left[1 - \frac{\theta \cdot (\theta + 1 + K_\omega)}{K_\lambda - K_\omega} \right] - 2 \cdot K_\mu \cdot \theta \right\}, \end{aligned} \quad (3.70)$$

где ζ, θ – безразмерные переменные, которые находятся из выражений

$$\zeta = \frac{z}{L_d} \cdot \sin(\varphi_0); \quad \theta = K_\beta \cdot (T - T_n).$$

Для других комплексов, которые входят в уравнение (3.70), выражения имеют такой вид

$$K_\lambda = \frac{K_x}{K_\nu}; \quad K_\omega = \frac{G_k}{K_\nu}; \quad K_\psi = \sqrt{4 \cdot K_\lambda + (1 - K_\omega)^2};$$

$$G_k = \frac{(T_n - T_0) \cdot K_\beta \cdot \alpha_T \cdot W_n \cdot L_d \cdot i}{C_n \cdot \rho \cdot Q \cdot \sin(\varphi_0)};$$

$$K_\mu = \frac{\beta_0}{K_\beta \cdot C_n}; \quad K_\nu = \frac{\alpha_T \cdot W_n \cdot L_d \cdot i}{C_n \cdot \rho \cdot Q \cdot \sin(\varphi_0)};$$

$$K_x = \frac{K_\beta \cdot P_x \cdot \mu_1 \cdot F_n \cdot V_0^n \cdot L_d \cdot (V_0 \cdot h \cdot W_n \cdot i \cdot \varepsilon_c - Q) \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_0)}{C_n \cdot \rho \cdot Q \cdot h^{(n+1)}};$$

$$F_n = \left(\frac{n+1}{n} \cdot \frac{1}{A} \right)^n;$$

$$A_m = (1 - k_m)^{(n+1)/n} - k_m^{(n+1)/n};$$

$$\varepsilon_c = (1 - C_1) \cdot \cos(\varphi_0) + a \cdot (1 - C_2) \cdot \sin(\varphi_0),$$

где α_T – коэффициент теплообмена; ρ – плотность материала; P_x – безразмерное давление; C_n – начальная теплоемкость жидкости, определяющаяся из выражения $C_n = C_0 + \beta_0 \cdot T_n$; k_m – корень уравнения

$$(1 - k_m)^{(2 \cdot n + 1)/n} + k_m^{(2 \cdot n + 1)/n} - \frac{2 \cdot n + 1}{n} \cdot k_m^{(n+1)/n} = 0.$$

Мощность можно рассчитать из выражения

$$N_d = \frac{V_0^{(1+n)} \cdot \varepsilon_c \cdot \mu_1 \cdot P_x \cdot F_n \cdot C_n \cdot \rho \cdot Q \cdot \cos(\varphi_0)}{\alpha_T \cdot h^n} \times$$

$$\times \left\{ \frac{2 - K_\mu \cdot (1 + K_\omega)}{2 \cdot K_\psi} \cdot \ln \left[\frac{(2 \cdot \theta_1 + 1 + K_\omega + K_\psi) \cdot (1 + K_\omega - K_\psi)}{(2 \cdot \theta_1 + 1 + K_\omega - K_\psi) \cdot (1 + K_\omega + K_\psi)} \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{K_\mu}{2} \cdot \ln \left[1 - \frac{\theta_1 \cdot (\theta_1 + 1 + K_\omega)}{K_\lambda - K_\omega} \right] \right\}, \quad (3.71)$$

где θ_1 – соответствует θ при $\zeta = 1$.

Если учитывать зависимость коэффициента консистенции от температуры по выражению

$$\sigma_{zy} = \mu_1 \cdot \exp(-K_\beta \cdot T) \cdot |\dot{\gamma}|^{(n-1)} \cdot \dot{\gamma}, \quad (3.72)$$

то температурное поле вдоль винтового канала определится из уравнения

$$z = \rho \cdot Q \cdot L_d \cdot K_\beta \times$$

$$\times \int_{T_n}^T \frac{(C_0 + \beta_0 \cdot T) \cdot \exp(K_\beta \cdot T)}{C_n \cdot \chi \cdot \rho \cdot Q \cdot \sin(\varphi_0) - \alpha_T \cdot W_n \cdot i \cdot K_\beta \cdot \exp(K_\beta \cdot T) \cdot (T - T_0)} dT. \quad (3.73)$$

Перепад давления находится по формуле

$$\Delta P = P - P_0 = \frac{\mu_1 \cdot V_1^n \cdot P_x \cdot F_n \cdot \rho \cdot Q \cdot L_d \cdot K_\beta \cdot \cos(\varphi_0)}{h^{(n+1)}} \times$$

$$\times \int_{T_n}^T \frac{(C_0 + \beta_0 \cdot T)}{C_n \cdot \chi \cdot \rho \cdot Q \cdot \sin(\varphi_0) - \alpha_T \cdot W_n \cdot i \cdot K_\beta \cdot \exp(K_\beta \cdot T) \cdot (T - T_0)} dT. \quad (3.74)$$

В случае адиабатического процесса, то есть при $\alpha_T = 0$, последние два уравнения переписутся в виде

$$z = \frac{\left\{ \exp(K_\beta \cdot T) \cdot [C_0 + \beta_0 \cdot (T - K_\beta^{-1})] - \right.}{K_\beta \cdot \mu_1 \cdot P_x \cdot F_n \cdot V_0^n \cdot (V_0 \cdot h \cdot W_n \cdot i \cdot \varepsilon_c - Q) \cdot \cos(\varphi_0)} \cdot \rho \cdot Q \cdot h^{(n+1)}; \quad (3.75)$$

$$\Delta P = \frac{\rho \cdot Q}{V_0 \cdot h \cdot W_n \cdot i \cdot \varepsilon_c - Q} \cdot \left[C_0 \cdot (T - T_n) + \frac{\beta_0}{2} \cdot (T^2 - T_n^2) \right]. \quad (3.76)$$

Мощность в данном случае можно рассчитать из формулы

$$N_d = \frac{V_0 \cdot h \cdot W_n \cdot i \cdot \varepsilon_c \cdot \rho \cdot Q}{V_0 \cdot h \cdot W_n \cdot i \cdot \varepsilon_c - Q} \cdot \left[C_0 \cdot (T - T_n) + \frac{\beta_0}{2} \cdot (T^2 - T_n^2) \right]. \quad (3.77)$$

Необходимо отметить еще одну работу, где рассматривались процессы неизотермической экструзии [28] на базе реологического уравнения для степенной жидкости. Было получено уравнение для суммарной тепловой мощности, которая подводится или отводится от рабочего объема

$$\int_0^{Z_d} \bar{q} \cdot dy = \rho \cdot C_p \cdot Q \cdot [T(Z_d) - T_0] - \lambda \cdot h \cdot \left[\frac{\partial T}{\partial z}(Z_d) - \frac{\partial T}{\partial z}(0) \right] -$$

$$- 2^{(n+1)} \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n} \right)^n \cdot Q^{(n+1)} \cdot \int_0^{Z_d} \frac{\exp[-\beta_T \cdot (T - T_0)]}{h^{(2n+1)}} \cdot dz, \quad (3.78)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; A – тепловой эквивалент механической работы.

Неизотермические процессы экструзии также рассматривались в работе [1]. Для определения объемной производительности получена зависимость в виде

$$Q = \frac{V_{cz} \cdot W_n \cdot h}{2} \cdot F_d - \frac{W_n \cdot h^3 \cdot F_p}{12(V_c/h)^{(n-1)} \cdot \mu_0 \cdot F_z} \cdot \frac{\Delta P}{Z_d}, \quad (3.79)$$

где

$$F_z = \frac{1}{6} \cdot [f(0) + 4 \cdot f(Z_d/2) + f(Z_d)]; \quad (3.80)$$

$$f(z) = \exp\left\{\frac{E}{R} \cdot [T_b + G_m \cdot Ex - (G_m \cdot Ex - T_n + T_b) \cdot Exp]^{-1}\right\}; \quad (3.81)$$

$$Ex = \exp\left(\frac{E}{R \cdot T_{cd}}\right); \quad Exp = \exp\left(-\frac{2 \cdot k_c \cdot a \cdot W_n \cdot z}{Q \cdot h}\right); \quad (3.82)$$

$$a_m = \frac{\lambda_m}{\rho_m \cdot C_{pm}}; \quad G_m = \frac{\mu_0 \cdot h^2}{2 \cdot k_c \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{V_c}{h}\right)^{(n+1)}. \quad (3.83)$$

Средняя температура в зоне дозирования T_{cd} определяется из следующего трансцендентного уравнения

$$T_{cd} = T_b + G_m \cdot Ex \cdot \left[1 + \frac{\exp(-A_k \cdot z_d) - 1}{A_k \cdot z_d}\right] + (-T_n + T_b) \cdot \frac{\exp(-A \cdot z_d) - 1}{A \cdot z_d}, \quad (3.84)$$

где
$$A_k = 2 \cdot k_c \cdot \frac{\alpha_m}{V_{sc} \cdot h^2}; \quad (3.85)$$

$$V_{sc} = \frac{Q}{W_n \cdot h}. \quad (3.86)$$

Коэффициент k_c находится в пределах $k_c = 2 \div 3$, причем большее значение для k_c отвечает принудительному охлаждению червяка.

Значительное влияние на развитие неизотермической экструзии полимеров внесли работы украинской школы Лукача Ю.Е. [109].

Кроме плоских моделей также были получены модели в цилиндрической системе координат [110–113]. Данные модели есть, как правило, более сложными, а, значит, их использование оправдано в случае, когда отношение глубины винтовой нарезки к диаметру приближается к единице.

Большое количество работ в последнее время появилось при описании процессов в рабочем канале с применением числовых методов и построения алгоритмов расчета [114–117]. Также значительный интерес вызывает изучение формы экструдата, что в первую очередь связано со стабильностью проведения процессов экструзии [118–120]. Много исследований, как в теоретическом, так и в экспериментальном направлениях, посвящено влиянию смесительных и пластицирующих элементов разной конфигурации на перерабатываемую среду, в том числе и барьерных [121–123].

Среди последних публикаций, которые связаны с моделированием неизотермических процессов неньютоновских жидкостей, следует отметить работы [124–127]. В данных работах были получены выражения для скоростей потоков при условии сложного деформированного состояния с учетом зависимости коэффициента консистенции от температуры. Также получено

уравнение для распределения температурного поля в рабочем объеме червячной машины с использованием операционного исчисления.

Используя метод пошаговой разбивки, разработаны алгоритмы для решения систем уравнений на базе пакета *Mathcad*. Подробный анализ данных работ приведен в разделе 3.3.

Все упомянутые в этом разделе публикации описывали проблемы моделирования экструзионных процессов в рабочем объеме одночервячных прессов с обычной конфигурацией червяка, то есть, если винтовая нарезка жестко соединена с сердечником червяка. Но, как было показано в разделе 2.2, разработаны экструзионные агрегаты, в которых винтовая нарезка изготовлена отдельно от сердечника. Расчетная схема для такого агрегата будет отличаться от той, что показана на рис. 3.2. В данном случае будут двигаться как верхняя, так и нижняя пластины, а боковые стенки остаются неподвижными. Понятно, что скоростное поле для таких червячных машин будет более развито. В работе [98] получены такие выражения для основных параметров червячной машины

$$Q = q_z \cdot \frac{V_{czB} + V_{czH}}{2} \cdot h \cdot W_n \cdot i; \quad (3.87)$$

$$\Delta P = P_z \cdot \mu \cdot \left\{ \frac{n1}{h^{n1}} \cdot \frac{V_{czB} - V_{czH}}{[(1 - \xi_m)^{n1} - \xi_m^{n1}]} \right\}^n \cdot \frac{L_d}{\sin(\varphi_0)}; \quad (3.88)$$

$$N_d = V_{czB} \cdot h \cdot W_n \cdot i \cdot \Delta P \cdot \left[(1 - \xi_0) + \frac{V_{czH}}{V_{czB}} \cdot \xi_0 \right], \quad (3.89)$$

где V_{czB} , V_{czH} – линейная скорость соответственно верхней и нижней пластин; $n1$ – величина, которая определяется из уравнения (3.55); P_z – имеет такой же смысл, что и в уравнении (3.58) и определяется из выражений (3.61) и (3.63); q_z – имеет такой же смысл, что и в уравнении (3.57), но их выражения немного отличаются от (3.60) и (3.62), а именно:

– при $\xi_0 \geq 0$

$$q_z = \frac{2 \cdot [(1 - \xi_0) + V_l \cdot \xi_0]}{1 + V_l} - \frac{2 \cdot (n+1)}{2 \cdot n + 1} \cdot \frac{1 - V_l}{1 + V_l} \cdot \frac{(1 - \xi_0)^{n2} + \xi_0^{n2}}{(1 - \xi_0)^{n1} - \xi_0^{n1}}; \quad (3.90)$$

– при $\xi_0 < 0$

$$q_z = \frac{2}{1 + V_l} + \frac{2 \cdot (1 - V_l)}{(1 + V_l) \cdot [(1 - \xi_0)^{n1} - (-\xi_0)^{n1}]} \cdot \frac{(1 - \xi_0)^{n2} - (-\xi_0)^{n2}}{n2} - (1 - \xi_0)^{n1}. \quad (3.91)$$

Для величины ξ_m вместо уравнения (3.64) необходимо записать такую зависимость

$$(1-\xi_m)+V_l \cdot \xi_m - (1-V_l) \cdot \frac{n+1}{2 \cdot n+1} \cdot \frac{(1-\xi_m)^{n2} + \xi_m^{n2}}{(1-\xi_m)^{n1} - \xi_m^{n1}} = 0, \quad (3.92)$$

где $V_l = \frac{V_{czH}}{V_{czB}}$.

3.2 Расчет параметров процесса в винтовом канале для ньютоновской жидкости

В большинстве случаев, как было отмечено в предыдущем разделе, глубина в винтовом канале червячной машины является величиной более высокого порядка малости, чем диаметр гребней червячной нарезки. То есть справедливо такое соотношение

$$\frac{h}{D} < 0,1. \quad (3.93)$$

Тогда винтовой канал можно развернуть на плоскость, и расчетная схема будет иметь вид в соответствии с рис. 3.2. При этом за положительное направление оси z принято направление к выходному отверстию (формирующему инструменту). При этом выражения (3.1) – (3.4) будут справедливыми.

Чтобы составить математическую модель любого процесса переработки полимерных материалов, в том числе и экструзионных процессов, необходимо использовать основные уравнения тепломассопереноса, которые рассмотрены в первом разделе. В первую очередь надо воспользоваться уравнениями движения, которые для декартовой системы координат в общем случае (для объемного напряженно-деформированного состояния) представлены уравнениями (1.3) – (1.5).

В общем случае процессы экструзии связаны с поглощением или выделением тепла, то есть они являются неизотермическими. Из этого следует, что математическая модель обязательно должна учитывать закон сохранения энергии в виде баланса тепловой энергии по формуле (1.18).

При разработке математической модели работы зоны дозирования можно сделать следующие допущения: материал несжимаемый; инерционные силы пренебрежительно малы; режим течения стационарный; массовые силы пренебрежительно малы; течение в направлении оси y существует лишь только возле боковых стенок канала, в другой части сечения канала течение в направлении y отсутствует. В таком случае можно предположить, что $V_y = 0$, размеры канала вдоль всей длины постоянные, а V_x и V_y не зависят от оси z , то есть $\partial V_x / \partial z = \partial V_y / \partial z = 0$, что также относится и к компонентам тензора напряжений. При выполнении условия $h \ll W_n \ll Z_d$, а также возможности регулирования температуры корпуса и червяка, можно предположить, что

градиент теплового потока за счет теплопроводности вдоль оси y намного больший, чем вдоль осей x и z , то есть в уравнении теплового баланса (1.18) останется только составляющая $\partial q_y / \partial y$. При наличии циркуляционных потоков можно учитывать конвективный теплообмен только в направлении оси z , а зависимость теплофизических характеристик перерабатываемого материала от температуры не учитывается, кроме как при анализе коэффициента вязкости, который связан с температурой по закону Аррениуса в соответствии с формулой (1.25). Так как рассматривается ньютоновская жидкость, то нормальные компоненты будут отсутствовать.

С учетом принятых допущений уравнения движения приводятся к виду

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}; \quad (3.94)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x}; \quad (3.95)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y}. \quad (3.96)$$

Уравнение неразрывности в данном случае не имеет смысла, так как в соответствии с допущениями остается только условие

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = 0.$$

Последнее выражение справедливо в том случае, если $V_x = \text{const}$, а это возможно при отсутствии циркуляционного потока.

Уравнение теплового баланса (1.18) приводятся к виду

$$\rho_m \cdot C_{pm} \cdot V_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda_m \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \sigma_{xy} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y} + \sigma_{zy} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y} + \sigma_{zx} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial x}, \quad (3.97)$$

где ρ_m , C_{pm} , λ_m – соответственно плотность и коэффициенты теплоемкости и теплопроводности для расплава полимера.

Далее необходимо проанализировать, за счет какой движущей силы будет перемещаться расплав в рабочем объеме экструдера, который схематично представлен на рис. 3.2.

Это, прежде всего, связано с движением верхней пластины со скоростью V_c в перпендикулярном оси l направлении, а непосредственно вдоль оси канала z со скоростью V_{cz} . Второй движущей силой является градиент давления вдоль оси z , что связано с наличием формирующей головки. Причем эти две движущие силы в большинстве случаев имеют взаимно противоположные направления. Течение материала за счет движения верхней пластины (вынужденный поток или прямоток) происходит вдоль положительного направления оси z , а течение

материала за счет градиента давления (противоток) происходит, как правило, в отрицательном направлении оси z . Кроме того, в канале червяка появляется и циркуляционный поток, который связан с проекцией скорости движения V_{cx} .

Одной из основных характеристик экструзионного агрегата является его производительность, которая зависит от потоков вдоль оси z . Компоненты напряжений, а следовательно и скоростей, которые соответствуют движению вдоль оси z , находятся из уравнения (3.96).

Для определения характеристик циркуляционного потока необходимо воспользоваться уравнением (3.94).

3.2.1 Определение основных характеристик процесса без учета влияния боковых стенок винтового канала

Во многих случаях в зоне дозирования выполняется соотношение

$$\frac{h}{W_n} < 0,1, \quad (3.98)$$

что разрешает пренебрегать изменениями скоростей и напряжений вдоль оси x .

Тогда уравнение (3.96) приводятся к виду

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y}, \quad (3.99)$$

а уравнение (3.97) запишется следующим образом

$$\rho_m \cdot C_{pm} \cdot V_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda_m \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \sigma_{xy} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y} + \sigma_{zy} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y}. \quad (3.100)$$

Определение скорости вынужденного потока и объемной производительности.

Если предположить, что градиент давления $\partial P / \partial z$ не зависит от координаты y , то уравнение (3.99) представляет собой дифференциальное уравнение в обычных производных с разделяющимися переменными, то есть выражение (3.99) можно переписать в виде

$$\frac{d\sigma_{zy}}{dy} = \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3.101)$$

Последнее уравнение описывает простое сдвиговое течение, которое происходит между двумя параллельными пластинами.

После разделения переменных, то есть умножения левой и правой частей уравнения (3.101) на dy и дальнейшего интегрирования получим

$$\sigma_{zy} = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_1.$$

Используя РУС для ньютоновской жидкости при простом сдвиговом течении (1.26), можно записать

$$\sigma_{zy} = \eta \cdot \frac{dV_z}{dy}. \quad (3.102)$$

В данном случае простого сдвигового течения имеем такое соотношение индексов: 1 – z; 2 – y.

Объединяя два последних уравнения, после разделения переменных и интегрирования получим такое выражение

$$V_z = \frac{1}{\eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{y^2}{2} + C_1 \cdot y \right) + C_2. \quad (3.103)$$

Константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из граничных условий

$$\left. \begin{array}{l} V_z = 0 \quad \text{при} \quad y = 0; \\ V_z = V_{cz} \quad \text{при} \quad y = h. \end{array} \right\} \quad (3.14)$$

Подставляя граничные условия (3.104) в выражение (3.103), находим

$$C_1 = \frac{V_{cz} \cdot \eta}{h} - \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{h}{2}; \quad C_2 = 0.$$

С учетом констант интегрирования уравнение для z-компонента скорости будет иметь вид

$$V_z = \frac{V_{cz} \cdot y}{h} - \frac{(y \cdot h - y^2)}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3.105)$$

Чтобы найти объемную производительность, надо учесть изменение скорости вдоль высоты канала. Это можно сделать, если взять интеграл вдоль оси z с учетом ширины канала

$$Q = i \cdot W_n \cdot \int_0^h V_z \cdot dy. \quad (3.106)$$

Подстановка выражения для V_z из формулы (3.105) в уравнение (3.106) дает

$$Q = \frac{i \cdot V_{cz} \cdot W_n \cdot h}{2} - \frac{i \cdot W_n \cdot h^3}{12 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3.107)$$

Таким образом, получено выражение, которое совпадает с уравнением (3.5) с учетом количества заходов i .

Из геометрии червяка вытекают соотношения

$$t_0 = \pi \cdot D \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0); \quad (3.108)$$

$$W_n = \left(\frac{t_0}{i} - S_0 \right) \cdot \cos(\varphi_0) = \frac{\pi \cdot D}{i} \cdot \left[1 - \frac{i \cdot S_0}{\pi \cdot D \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)} \right] \cdot \sin(\varphi_0); \quad (3.109)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{l}{\sin(\varphi_0)}; \\ Z_d &= \frac{L_d}{\sin(\varphi_0)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.110)$$

где L_d – осевая длина червяка; Z_d – длина винтового канала в зоне дозирования.

После подстановки уравнений (3.3), (3.109) и (3.110) в выражение (3.107) получим

$$Q = \alpha \cdot N_0 - \frac{\beta}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial l}, \quad (3.111)$$

где α , β – коэффициенты соответственно прямотока и противотока, которые находятся из выражений

$$\alpha = \frac{\pi^2 \cdot D^2 \cdot h}{2} \cdot \left[1 - \frac{i \cdot S_0}{\pi \cdot D \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)} \right] \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \cos(\varphi_0); \quad (3.112)$$

$$\beta = \frac{p \cdot D \cdot h^3}{12} \cdot \left[1 - \frac{i \cdot S_0}{p \cdot D \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)} \right] \cdot \sin^2(\varphi_0). \quad (3.113)$$

Если сравнить коэффициенты потоков по формулам (3.112) и (3.113) с соответствующими выражениями (3.9) и (3.10), то видим различие. Но это различие формальное. Если для уравнений (3.9) и (3.10) воспользоваться выражением (3.109), а для уравнений (3.112) и (3.113) использовать соотношение (3.13), то выражения (3.112) и (3.113) можно привести к уравнениям (3.9) и (3.10) с соответствующей корректировкой уравнения (3.111).

При работе червячной машины можно выделить два предельных режима работы. Первый, это когда выходное отверстие полностью открыто, то есть при отсутствии экструзионной головки. Второй, это когда выходное отверстие полностью закрыто. Первый режим работы характеризуется тем, что градиент давления можно принять нулевым, то есть общая производительность учитывает только производительность прямотока Q_d

$$Q = Q_d,$$

где $Q_d = \alpha \cdot N_0$.

Для второго режима справедливо равенство производительностей прямотока Q_d и противотока Q_p , то есть будет выполняться соотношение

$$Q = Q_d - Q_p = 0,$$

где $Q_p = \frac{\beta}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial l}$.

Если ввести отношение $a_Q = Q_p / Q_d$, то для открытого выхода будет $a = 0$, а для закрытого – $a = 1$.

Эпюры скоростей для разных значений a представлены на рис. 3.4.

Фактический профиль скорости потока устанавливается в результате наложения на профиль скорости прямотока профиля скорости противотока. Эпюра для скорости, которая найдена для $a = 1/3$, имеет особый интерес, так как при этом распределении скоростей обеспечивается наивысшая производительность экструдера при любом противодавлении в головке.

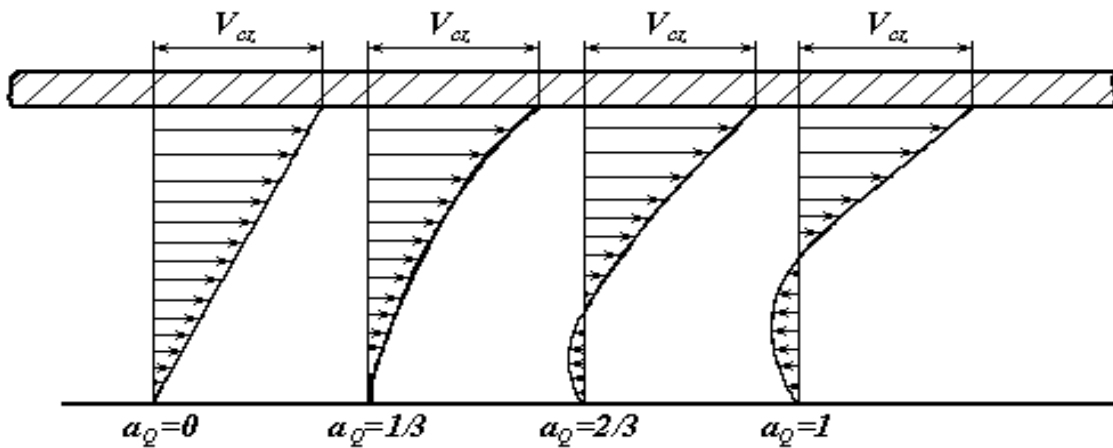


Рисунок 3.4 – Эпюры скорости V_z

Определение скорости циркуляционного потока.

В предположении о независимости градиента давления $\partial P / \partial x$ от координаты y по аналогии с уравнением (3.101), выражение (3.94) можно записать в виде

$$\frac{d\sigma_{xy}}{dy} = \frac{\partial P}{\partial x}. \quad (3.114)$$

Реологическое уравнение состояния в данном случае, по аналогии с выражением (3.102), запишется так

$$\sigma_{xy} = \eta \cdot \frac{dV_x}{dy}. \quad (3.115)$$

Набор двух последних уравнений принципиально не отличается от уравнений (3.101) и (3.102). Значит и решение будет аналогичное при использовании граничных условий

$$\left. \begin{aligned} V_x &= 0 & \text{при } y &= 0; \\ V_x &= -V_{cx} & \text{при } y &= h. \end{aligned} \right\} \quad (3.116)$$

Окончательно имеем такое выражение для компонента скорости V_x

$$V_x = -\frac{V_{cx}}{h} \cdot y - \frac{(y \cdot h - y^2)}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}. \quad (3.117)$$

Градиент давления $\partial P / \partial x$ в последнем уравнении является величиной неизвестной. Если предположить, что радиальный зазор δ_r будет таким малым, что через него течение не происходит, то производительность вдоль оси x будет равна нулю

$$\int_0^h V_x \cdot dx = 0. \quad (3.118)$$

Подставляя уравнение (3.117) в последнее выражение и выполняя интегрирования, получим

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{V_{cx} \cdot \eta \cdot 6}{h^2}. \quad (3.119)$$

Окончательно, с учетом выражения (3.119), для компонента V_x будет справедливым выражение

$$V_x = V_{cx} \cdot \left(\frac{2 \cdot y}{h} - \frac{3 \cdot y^2}{h^2} \right). \quad (3.120)$$

Если поток циркуляционный, то где-то есть такое место на оси координат y , где изменяется направление скорости, то есть скорость имеет нулевое значение. Тогда можно записать

$$0 = V_{cx} \cdot \left(\frac{2 \cdot y_0}{h} - \frac{3 \cdot y_0^2}{h^2} \right),$$

откуда будет

$$y_0 = \frac{2}{3} \cdot h. \quad (3.121)$$

Эпюра циркуляционного потока показана на рис. 3.5.

В реальных агрегатах радиальный зазор бывает значительным и его надо учитывать, как для нахождения скорости циркуляционного потока, так и для определения производительности. Чтобы оценить влияние радиального зазора на показатели циркуляционного потока, надо в правой части уравнения (3.118) вместо нуля подставить объемный расход через радиальный зазор за счет скорости V_{cx} .

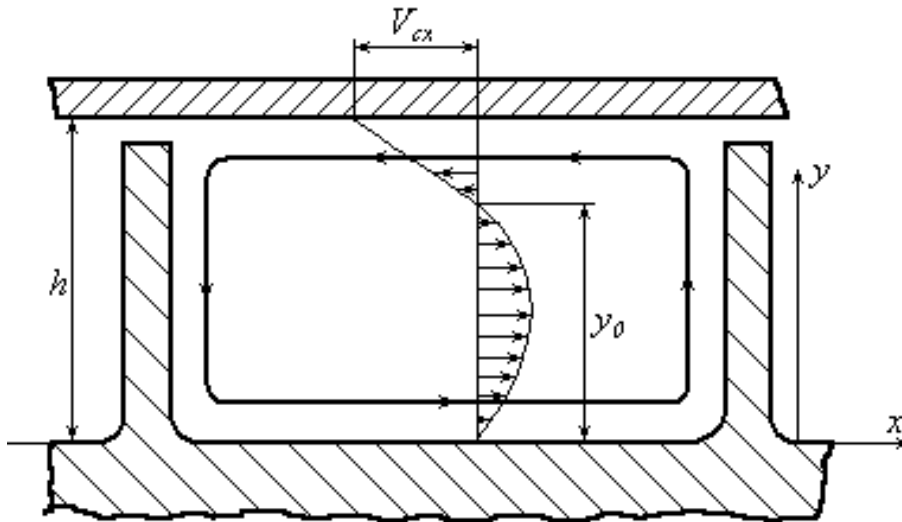


Рисунок 3.5 – Эпюра скорости циркуляционного потока

Чтобы определить расход через радиальный зазор, надо найти x -составляющую скорости в радиальном зазоре, используя схему, представленную на рис. 3.6, которая представляет собой схему течения между двумя параллельными пластинами.

Уравнение движения для данного случая будет иметь вид

$$\frac{d\sigma_{xy}}{dy} = 0, \quad (3.122)$$

где

$$\sigma_{xy} = \eta_{\delta} \cdot \frac{dV_{x\delta}}{dy}. \quad (3.123)$$

В уравнении (3.123) использованы такие обозначения: η_{δ} – коэффициент вязкости для расплава полимера в радиальном зазоре; $V_{x\delta}$ – x -составляющая скорости в радиальном зазоре.

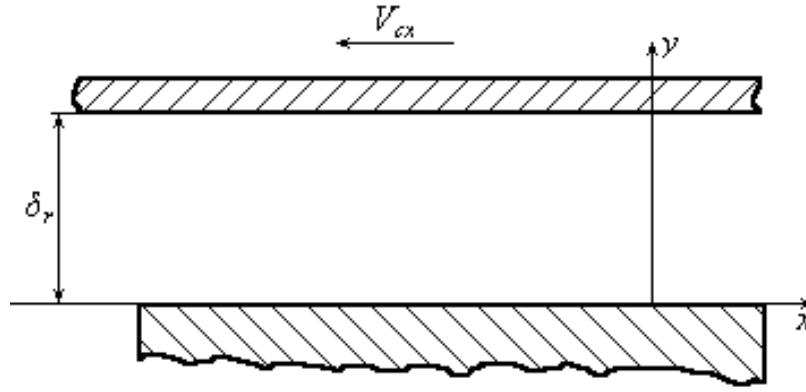


Рисунок 3.6 – Схема для определения скорости в радиальном зазоре

Граничные условия для данного случая запишутся так

$$\left. \begin{aligned} V_{x\delta} &= 0 & \text{при } y &= 0; \\ V_{x\delta} &= -V_{cx} & \text{при } y &= \delta_r. \end{aligned} \right\} \quad (3.124)$$

Решая уравнения (3.122) при условии (3.123) с учетом (3.124), получим

$$V_{x\delta} = -\frac{V_{cx}}{\delta_r} \cdot y. \quad (3.125)$$

Тогда, для определения $\partial P / \partial x$ вместо выражения (3.118) запишем такое соотношение

$$\int_0^h V_x \cdot dx = \int_0^{\delta_r} V_{x\delta} \cdot dy, \quad (3.126)$$

откуда получим

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{V_{cx} \cdot \eta \cdot 6}{h^2} \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h}\right). \quad (3.127)$$

Определение объемной производительности с учетом утечек.

Формулы для объемной производительности (3.107) или (3.111) были получены без учета утечек между гребнем червяка и поверхностью корпуса, то есть без учета расхода через зазор δ_r .

Чтобы оценить утечки, представим элемент червяка, как показано на рис. 3.7.

Утечки через зазор δ_r будут возникать за счет движения цилиндра в направлении r со скоростью V_c или, если пользоваться разверткой по рис. 3.2, за счет движения верхней пластины. Кроме того, утечки будут происходить в результате наличия градиента давления вдоль отрицательного направления оси l . В первом случае утечки направлены вдоль линии $a-b$, во втором – вдоль линии $a-c$.

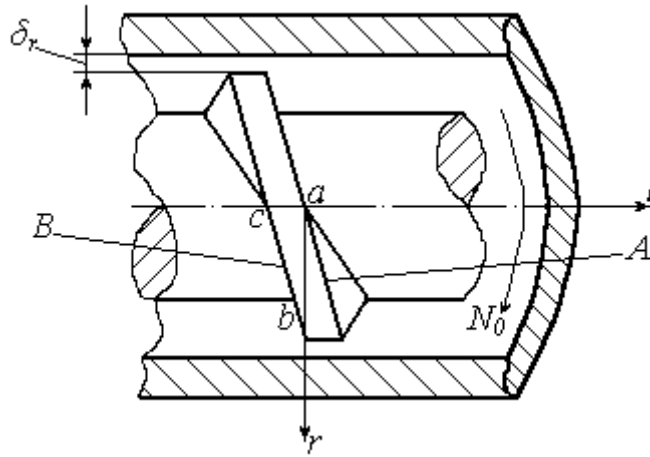


Рисунок 3.7 – Схема для оценки утечек

Чтобы найти утечки в направлении r , надо использовать аналогичную схему, как и на рис. 3.6, тогда определяющая система уравнений запишется так

$$\frac{d\sigma_{ry}}{dy} = 0; \quad (3.128)$$

$$\sigma_{ry} = \eta_{\delta} \cdot \frac{dV_r}{dy}; \quad (3.129)$$

$$\left. \begin{array}{l} V_r = 0 \quad \text{при} \quad y = 0; \\ V_r = V_c \quad \text{при} \quad y = \delta_r. \end{array} \right\} \quad (3.130)$$

Откуда получим

$$V_r = \frac{V_c}{\delta_r} \cdot y. \quad (3.131)$$

Определяющая система уравнений для определения утечек за счет градиента давления запишется в виде

$$\frac{d\sigma_{ly}}{dy} = \left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{ac}; \quad (3.132)$$

$$\sigma_{ly} = \eta_{\delta} \cdot \frac{dV_l}{dy}; \quad (3.133)$$

$$\left. \begin{array}{l} V_l = 0 \quad \text{при} \quad y = 0; \\ V_l = 0 \quad \text{при} \quad y = \delta_r. \end{array} \right\} \quad (3.134)$$

В уравнении (3.132) в правой части стоит градиент давления в направлении l между точками a и c . Он имеет два слагаемых: первое – за счет градиента $\partial P / \partial z$; второе – за счет градиента $\partial P / \partial x$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{ac} = \left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{ac1} + \left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{ac2}. \quad (3.135)$$

Если предположить, что градиент давления вдоль винтового канала будет постоянным, то есть давление изменяется линейно в соответствии с выражением (3.13), то градиент давления на одном витке (между точками a и c) можно представить так

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\Delta P_1 \cdot \sin(\varphi_0)}{t_0}.$$

С другой стороны перепад давления между точками a и c за счет $\partial P / \partial z$ может быть записан в таком виде

$$\left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{ac1} = \frac{\Delta P_1}{S_0}.$$

Тогда будет справедливым такое соотношение

$$\left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{ac1} = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{t_0}{S_0 \cdot \sin(\varphi_0)} = \frac{\partial P}{\partial l} \cdot \frac{t_0}{S_0}. \quad (3.136)$$

Второе слагаемое в правой части уравнения (3.135) с учетом формулы (3.127) можно записать так

$$\left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{ac2} = \frac{6 \cdot V_{cx} \cdot \eta}{h^2} \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h} \right) \cdot \frac{t_0 - S_0}{S_0}. \quad (3.137)$$

Решение системы уравнений (3.132) – (3.134) дает

$$V_l = \frac{1}{2 \cdot \eta_\delta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{ac} \cdot (y^2 - \delta_r \cdot y). \quad (3.138)$$

С учетом выражений (3.136) – (3.137) последнее уравнение переписывается так

$$V_l = \frac{1}{2 \cdot \eta_\delta} \cdot \frac{(y^2 - \delta_r \cdot y)}{S_0} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial l} \cdot t_0 + \frac{6 \cdot V_{cx} \cdot \eta}{h^2} \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h} \right) \cdot (t_0 - S_0) \right]. \quad (3.139)$$

Производительность утечек за счет составляющей V_r находится из уравнения

$$Q_{br} = ac \cdot \int_0^{\delta_r} V_r \cdot dy, \quad (3.140)$$

а за счет составляющей V_l будет

$$Q_{bl} = ab \cdot \int_0^{\delta_r} V_l \cdot dy. \quad (3.141)$$

В последних двух уравнениях множители перед интегралами в соответствии с рис. 3.7. можно записать так

$$ac = S_0;$$

$$ab = \frac{S_0}{tg(\varphi_0)}.$$

Выполняя интегрирования в уравнениях (3.140) и (3.141) с учетом, соответственно, выражений (3.131) и (3.139), получим следующие зависимости для составляющих производительностей за счет утечек в случае однозаходного червяка

$$Q_{br} = \frac{V_c \cdot \delta_r \cdot S_0}{2}; \quad (3.142)$$

$$Q_{bl} = \frac{\delta_r^3}{12 \cdot \eta_\delta \cdot tg(\varphi_0)} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial l} \cdot t_0 + \frac{6 \cdot V_{cx} \cdot \eta}{h^2} \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h} \right) \cdot (t_0 - S_0) \right]. \quad (3.143)$$

Тогда в общем случае для расхода за счет утечек можно записать

$$Q_b = Q_{br} + Q_{bl}.$$

Таким образом, производительность, которая соответствует зоне дозирования, можно представить в виде

$$Q = Q_d - Q_p - Q_b, \quad (3.144)$$

где Q_d , Q_p , Q_b – составляющие производительности за счет, соответственно, вынужденного потока, противотока и утечек.

Запишем выражение для производительности, вызванной утечками, в виде

$$Q_b = \frac{\gamma_a}{\eta_\delta} \cdot \frac{\partial P}{\partial l} + \gamma_b \cdot N_0, \quad (3.145)$$

где γ_a – коэффициент утечек за счет градиента давления $\partial P / \partial z$; γ_b – коэффициент утечек за счет вращения червяка (движения верхней пластины) и за счет градиента $\partial P / \partial x$.

Учитывая выражения (3.142), (3.143) и (3.145) можно записать

$$\gamma_a = \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r^3}{12}; \quad (3.146)$$

$$\gamma_b = \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r \cdot S_0}{2} + \frac{\pi^2 \cdot D^2 \cdot \delta_r^3}{2 \cdot h^2} \cdot \frac{\eta}{\eta_\delta} \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h}\right) \cdot \left[1 - \frac{S_0}{\pi \cdot D \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)}\right]. \quad (3.147)$$

Определение объемной производительности с учетом коэффициента сопротивления головки.

Для канала с постоянными размерами в первом приближении в уравнении (3.144), с учетом выражений (3.107) и (3.145) можно использовать уравнение (3.13).

Перепад давления зависит от ряда факторов и, в первую очередь, от геометрической формы головки. В общем случае величина производительности через головку пропорциональна перепаду давления в головке и может быть представлена в виде

$$Q_z = K_z \cdot \frac{\Delta P}{\eta}, \quad (3.148)$$

где ΔP – перепад давления в головке, который должен быть равен перепаду давления в канале червяка; K_z – коэффициент формы головки, который зависит от геометрической конфигурации ее элементов.

Очевидно, чтобы не было разрывов потока, должно выполняться соотношение

$$Q = Q_z,$$

где левая часть определяется по уравнению (3.144), а правая – (3.148).

Если из уравнения (3.148) выразить ΔP и подставить его в (3.144) с учетом соответствующих выражений для Q_d , Q_p и Q_b , то получим

$$Q = \alpha \cdot N_0 - \frac{\beta \cdot Q}{L_d \cdot K_z} - \frac{\gamma_a \cdot Q}{L_d \cdot K_z} \cdot \frac{\eta}{\eta_\delta} - \gamma_b \cdot N_0. \quad (3.149)$$

Группируя члены при Q в последнем уравнении и выполняя простые преобразования, находим

$$Q = \frac{(\alpha - \gamma_b) \cdot K_z}{K_z + \frac{\beta}{L_d} + \frac{\gamma_a}{L_d} \cdot \frac{\eta}{\eta_\delta}} \cdot N_0. \quad (3.150)$$

Последнее уравнение с точностью до обозначений совпадает с уравнением (3.35) и более точно описывает составляющую расхода за счет утечек.

Определение мощности.

Мощность в зоне дозирования расходуется на преодоление сил вязкого трения, которые возникают в винтовом канале N_1 и в зазоре между гребнем нарезки и внутренней поверхностью корпуса N_2

$$N = N_1 + N_2. \quad (3.151)$$

Чтобы рассчитать мощность за счет сил трения в канале, необходимо функцию диссипации q_{dis} проинтегрировать вдоль всего объема

$$N_1 = \int_V q_{dis} \cdot dV = \int_0^{Z_d} \int_0^{W_n} \int_0^h q_{dis} \cdot dy dx dz. \quad (3.152)$$

Функция диссипации объединяет члены, которые стоят в правой части уравнения теплового баланса (3.100) и включают компоненты тензора напряжений, а именно

$$q_{dis} = \sigma_{xy} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y} + \sigma_{zy} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y}. \quad (3.153)$$

Подставляя последнее выражение в уравнение (3.152) с учетом уравнений (3.102) и (3.115), а также учитывая независимость q_{dis} от координат x и z , получим

$$N_1 = \eta \cdot Z_d \cdot W_n \cdot \int_0^h \left[\left(\frac{dV_x}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dV_z}{dy} \right)^2 \right] dy. \quad (3.154)$$

Компоненты скоростей деформаций можно определить, если использовать уравнение (3.105) и (3.120)

$$\frac{dV_z}{dy} = \frac{V_{cz}}{h} - \frac{(h-2 \cdot y)}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}; \quad (3.155)$$

$$\frac{dV_x}{dy} = V_{cx} \cdot \left(\frac{2}{h} - \frac{6 \cdot y}{h^2} \right). \quad (3.156)$$

Подставляя два последних уравнения в выражение (3.154) и выполняя возведение в квадрат, после интегрирования получим составляющую мощности, которая расходуется в винтовом канале для однозаходного червяка

$$N_1 = \eta \cdot Z_d \cdot W_n \cdot \left[\frac{4}{h} \cdot V_{cx}^2 + \frac{V_{cz}^2}{h} + \frac{h^3}{12} \cdot \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right]. \quad (3.157)$$

Мощность, расходуемая в радиальном зазоре, найдется из выражения

$$N_2 = \int_0^{Z_d} \int_0^{ab\delta_r} \int_0^{\sigma_{ry}} \sigma_{ry} \cdot \frac{dV_r}{dy} \cdot dy dx dz + \int_0^{Z_d} \int_0^{ca\delta_r} \int_0^{\sigma_{ly}} \sigma_{ly} \cdot \frac{dV_l}{dy} \cdot dy dx dz. \quad (3.158)$$

Второе слагаемое в правой части последнего уравнения для реальных режимов работы является значительно меньшей величиной, чем первое слагаемое. Пренебрегая вторым слагаемым и подставляя в первое слагаемое значение для σ_{ry} из уравнения (3.129), получим выражение для мощности, расходуемой в радиальном зазоре для однозаходного червяка в виде

$$N_2 = \frac{\eta_\delta \cdot Z_d \cdot S_0 \cdot V_c^2}{\delta_r \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)}, \quad (3.159)$$

или с учетом уравнений (3.1) и (3.4) будет

$$N_2 = \frac{\eta_\delta \cdot \pi^2 \cdot D^2 \cdot N_0^2 \cdot L_d \cdot S_0 \cdot \cos(\varphi_0)}{\delta_r \cdot \sin^2(\varphi_0)}. \quad (3.160)$$

Моделирование распределения температуры в рабочем объеме.

Для расчета распределения температуры в винтовом канале червяка надо использовать уравнение теплового баланса (3.100). Расчетную схему в этом случае можно представить в соответствии с рис. 3.8.

При выборе системы координат, которая показана на рис. 3.8, граничные условия будут иметь такой вид (граничные условия первого рода)

$$\left. \begin{aligned} T &= T_b \quad \text{при} \quad y = \frac{h}{2}; \\ T &= T_s \quad \text{при} \quad y = -\frac{h}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.161)$$

где T_b – температура внутренней поверхности корпуса; T_s – температура сердечника червяка.

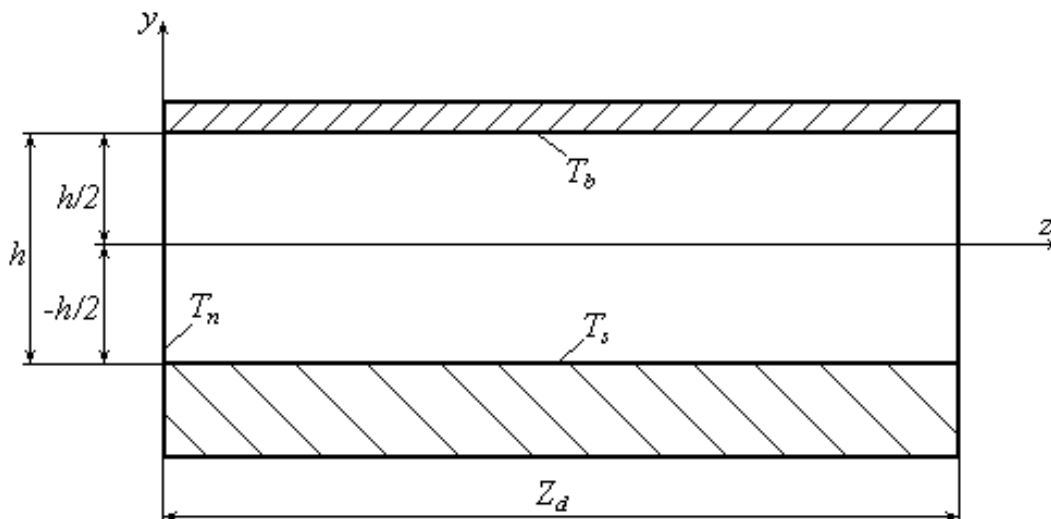


Рисунок 3.8 – Расчетная схема для определения распределения температуры

Кроме того, для уравнения (3.100) необходимо иметь и начальное условие по координате z , которое можно записать так

$$T = T_n \text{ при } z = 0, \quad (3.162)$$

где T_n – температура на входе в зону дозирования, которая может иметь какую-то функциональную зависимость или в первом приближении может быть задана через постоянную величину.

Если сравнить схему для определения функциональной зависимости скоростей V_z и V_x , а значит и функции диссипации q_{dis} , что представлена на рис. 3.2, со схемой на рис. 3.8 для определения температурного поля в винтовом канале, то видим различие в размещении системы координат, которая требует корректировки в соответствующих формулах.

Подставляя выражения (3.155) и (3.156) с учетом уравнений (3.102) и (3.115) в формулу (3.153), получим

$$q_{dis} = \eta \cdot \left\{ \left[\frac{V_{cz}}{h} - \frac{(h-2 \cdot y)}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right]^2 + V_{cx}^2 \cdot \left(\frac{2}{h} - \frac{6 \cdot y}{h^2} \right)^2 \right\}. \quad (3.163)$$

Как видно из последней формулы, функция диссипации зависит от координаты y . Но, вследствие наличия в винтовом канале циркуляционного потока, можно выполнить усреднение функции диссипации вдоль высоты канала, которую обозначим через q_{cp} .

Вследствие непрерывного изменения слоев расплава потока вдоль координаты y , также можно выполнить усреднение скорости V_z в соответствии с выражением

$$V_{cp} = \frac{Q}{W_n \cdot h}. \quad (3.164)$$

С учетом полученных результатов запишем уравнения (3.100) в виде

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = -F_q, \quad (3.165)$$

где

$$a^2 = \frac{\lambda_m \cdot W_n \cdot h}{\rho_m \cdot C_{pm} \cdot Q}; \quad F_q = \frac{q_{cp}}{\lambda_m}. \quad (3.166)$$

Уравнение (3.165) представляет собой дифференциальное уравнение в частных производных. Его можно решить, используя разные методы, например, один из числовых методов интегрирования (метод конечных разностей, метод конечных элементов и т.п.) [128, 129]. Но в данном случае используем операционный метод (интегральное преобразование Лапласа). При этом преобразование Лапласа будем выполнять по координате z . Это вызвано тем, что в уравнении (3.165) присутствует только первая производная по координате z , которая требует при преобразовании Лапласа знание только начального условия для самой температуры. Если преобразование Лапласа выполнять по координате y (в уравнении (3.165) это производная второго порядка), то надо еще иметь начальное условие для первой производной, которое в данном случае неизвестно [130–132].

После преобразования Лапласа, уравнение (3.165) будет иметь такой операторный аналог

$$\frac{d^2 T^L}{dy^2} - \frac{1}{a^2} \cdot (s \cdot T^L - T_n) = -\frac{F_q}{s}, \quad (3.167)$$

или

$$\frac{d^2 T^L}{dy^2} - \frac{s}{a^2} \cdot T^L = -\frac{T_n}{a^2} - \frac{F_q}{s}, \quad (3.168)$$

где T^L – изображение температуры T ; s – переменная преобразования Лапласа.

Таким образом, начальное уравнение для температуры (3.165) в частных производных после преобразования Лапласа превратилось в дифференциальное уравнение в обычных производных второго порядка, решение которого имеет вид [133]

$$T^L(y, s) = \frac{T_n}{s} + \frac{F_q \cdot a^2}{s^2} + C_1 \cdot sh\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right) + C_2 \cdot ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right). \quad (3.169)$$

Операторные аналоги граничных условий (3.161) запишутся так

$$\left. \begin{aligned} T^L &= \frac{T_b}{s} & \text{при } y &= \frac{h}{2}; \\ T^L &= \frac{T_s}{s} & \text{при } y &= -\frac{h}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.170)$$

Подстановка граничных условий (3.170) в выражение (3.169) приводит к таким выражениям для констант интегрирования

$$C_1 = \frac{T_b - T_s}{2 \cdot s} \cdot \frac{1}{sh\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2}\right)}; \quad (3.171)$$

$$C_2 = \left(\frac{T_b + T_s}{2 \cdot s} - \frac{T_n}{s} - \frac{F_q \cdot a^2}{s^2} \right) \cdot \frac{1}{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2}\right)}. \quad (3.172)$$

Окончательно выражение для изображения температуры в зоне дозирования будет иметь вид

$$\begin{aligned} T^L(y, s) = & \frac{T_n}{s} + \frac{F_q \cdot a^2}{s^2} + \frac{T_b - T_s}{2 \cdot s} \cdot \frac{sh\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right)}{sh\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2}\right)} + \\ & + \frac{(T_b + T_s - 2 \cdot T_n)}{2 \cdot s} \cdot \frac{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right)}{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2}\right)} - \frac{F_q \cdot a^2}{s^2} \cdot \frac{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right)}{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (3.173)$$

Для того чтобы перейти от изображения к оригиналу температуры, необходимо отыскать оригинал каждого из пяти членов в правой части уравнения (3.172). Для этого можно воспользоваться методикой, разработанной в работах [124, 125].

Оригинал первого и второго членов запишутся таким образом

$$\frac{T_n}{s} \leftrightarrow T_n; \quad (3.174)$$

$$\frac{F_q \cdot a^2}{s^2} \leftrightarrow F_q \cdot a^2 \cdot z. \quad (3.175)$$

Для определения оригинала третьего члена представим его через показательную функцию

$$\begin{aligned}\frac{sh(\alpha 1)}{sh(\beta 1)} &= \frac{e^{\alpha 1} - e^{-\alpha 1}}{e^{\beta 1} - e^{-\beta 1}} = \frac{e^{\alpha 1} - e^{-\alpha 1}}{e^{\beta 1} \cdot (1 - e^{-2 \cdot \beta 1})} = \\ &= [e^{\alpha 1 - \beta 1} - e^{-(\alpha 1 + \beta 1)}] \cdot (1 - e^{-2 \cdot \beta 1})^{-1},\end{aligned}\quad (3.176)$$

где $\alpha 1 = \frac{\sqrt{s}}{a} y$; $\beta 1 = \frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2}$.

В связи с тем, что показательная функция с отрицательной степенью всегда меньше единицы, то выражение, стоящее в степени минус единица, можно разложить в биномиальный ряд

$$(1 - e^{-2 \cdot \beta 1})^{-1} = \sum_{k=1}^{\infty} (1 + e^{-2 \cdot k \cdot \beta 1}) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-2 \cdot k \cdot \beta 1} . \quad (3.177)$$

Таким образом, учитывая последние выражения, третье слагаемое в правой части уравнения (3.173) переписывается в таком виде

$$\frac{T_b - T_s}{2 \cdot s} \cdot \frac{sh\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right)}{sh\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2}\right)} = \frac{T_b - T_s}{2} \times \left[\frac{1}{s} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-\alpha_k \cdot \sqrt{s}) - \frac{1}{s} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-\beta_k \cdot \sqrt{s}) \right], \quad (3.178)$$

где

$$\alpha_k = \frac{1}{a} \cdot \left[-y + \frac{h}{2} \cdot (2 \cdot k + 1) \right]; \quad \beta_k = \frac{1}{a} \cdot \left[y + \frac{h}{2} \cdot (2 \cdot k + 1) \right]. \quad (3.179)$$

Используя известное соотношение из преобразования Лапласа [132]

$$\frac{1}{s} \cdot e^{-a \cdot \sqrt{s}} \leftrightarrow \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{2 \cdot \sqrt{z}}\right), \quad (3.180)$$

для выражения (3.178) оригинал запишется так

$$\frac{T_b - T_s}{2} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) - \sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{\beta_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right]. \quad (3.181)$$

Функции, которые стоят в квадратных скобках в последнем уравнении, в общем виде записываются следующим образом

$$\operatorname{erfc}(\Psi) = 1 - \operatorname{erf}(\Psi), \quad (3.182)$$

где $\operatorname{erf}(\Psi)$ – функция ошибок.

Аргумент Ψ для уравнения (3.178) имеет такие значения $\alpha_k/(2\sqrt{z})$ и $\beta_k/(2\sqrt{z})$.

Чтобы определить оригинал четвертого члена в уравнении (3.173), надо воспользоваться второй теоремой разложения, имея в виду то, что полюса будут иметь вид

$$s=0; \quad s_k = -\frac{\pi^2 \cdot a^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2, \quad (3.183)$$

где $k=1,2,3,\dots$

Вторая теорема разложения в данном случае дает такое выражение для взаимного перехода оригинал – изображение

$$\frac{A(s)}{s \cdot B(s)} \leftrightarrow \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A(s_k)}{s_k \cdot B'(s_k)} \cdot \exp(s_k \cdot z), \quad (3.184)$$

где $A(s)$ – числитель выражения в изображении; $B(s)$ – знаменатель выражения в изображении; $A(0)$, $B(0)$ – значение $A(s)$ и $B(s)$ при $s = 0$; $B'(s_k) = dB(s_k)/ds_k$.

Для данного случая, относительно четвертого слагаемого в уравнении (3.173) можно записать такие зависимости

$$A(s) = \frac{T_b + T_s - 2 \cdot T_n}{2} \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right); \quad B(s) = \operatorname{ch}\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2}\right); \quad (3.185)$$

$$A(0) = \frac{T_b + T_s - 2 \cdot T_n}{2}; \quad B(0) = 1; \quad (3.186)$$

$$A(s_k) = \frac{T_b + T_s - 2 \cdot T_n}{2} \cdot \cos\left[\pi \cdot \frac{y}{h} \cdot (2 \cdot k - 1)\right]; \quad (3.187)$$

$$s_k \cdot \frac{dB(s_k)}{ds_k} = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (2 \cdot k - 1). \quad (3.188)$$

С учетом последних выражений оригинал для четвертого члена в правой части уравнения (3.173) запишется таким образом

$$\frac{T_b + T_s}{2} - T_n + \frac{2 \cdot (T_b + T_s - 2 \cdot T_n)}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)} \cdot \cos\left[\pi \cdot \frac{y}{h} \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z \right]. \quad (3.189)$$

И, наконец, чтобы определить оригинал пятого члена в выражении (3.173), запишем его в виде

$$\frac{F_q \cdot a^2}{s} \cdot \frac{ch \left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y \right)}{s \cdot ch \left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2} \right)}. \quad (3.190)$$

Для определения оригинала последнего выражения можно использовать или теорему умножения (теорему Бореля), или теорему об интегрировании оригинала. Но в любом случае для множителя

$$\frac{ch \left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y \right)}{s \cdot ch \left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot \frac{h}{2} \right)} \quad (3.191)$$

оригинал можно найти, используя вторую теорему разложения в виде (3.184).

Тогда оригинал пятого члена в уравнении (3.173) будет иметь такой вид

$$F_q \cdot a^2 \cdot \left[z + \frac{4 \cdot h^2}{a^2 \cdot \pi^3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)^3} \right] \cdot \cos \left[\pi \cdot \frac{y}{h} \cdot (2 \cdot k - 1) \right] \times \\ \times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z \right] \right\}. \quad (3.192)$$

С учетом соответствующих выражений, полное уравнение для определения температурного поля в зоне дозирования можно записать так

$$T_d(y, z) = \frac{T_b - T_s}{2} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) - \sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{\beta_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) \right] + \\ + \frac{T_b + T_s}{2} + \frac{2 \cdot (T_b + T_s - 2 \cdot T_n)}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)^2} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \cos \left[\pi \cdot \frac{y}{h} \cdot (2 \cdot k - 1) \right] \cdot \exp \left[-\frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z \right] - \\
& - \frac{F_q \cdot 4 \cdot h^2}{\pi^3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)^3} \cdot \cos \left[\pi \cdot \frac{y}{h} \cdot (2 \cdot k - 1) \right] \times \\
& \times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z \right] \right\}. \quad (3.193)
\end{aligned}$$

Определение температурного поля в радиальном зазоре можно осуществить по аналогичной методике.

3.2.2 Определение основных характеристик процесса с учетом влияния боковых стенок винтового канала

Определение скорости вынужденного потока.

В разделе 3.2.1 были рассмотрены процессы экструзии в рабочем объеме червячных машин в случае выполнения соотношения (3.98), то есть, если глубина винтового канала значительно меньше, чем его ширина. Но встречаются экструзионные агрегаты, в которых ширина и глубина винтового канала имеют близкие значения. В таком случае для определения составляющей скорости V_z необходимо использовать уравнение движения (3.96), где кроме компонента тензора напряжений σ_{zy} , определяющегося из уравнения (3.102), присутствует компонент σ_{zx} , который находится из выражения

$$\sigma_{zx} = \eta \cdot \frac{\partial V_z}{\partial x}. \quad (3.194)$$

Необходимо заметить, что в выражении (3.102) в данном случае надо вместо обычной производной писать частную, так как скорость V_z будет изменяться уже в двух направлениях, а именно, в направлениях x и y .

Подставляя выражения (3.102) и (3.194) в уравнение (3.96), получим такую формулу

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \eta \cdot \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} \right). \quad (3.195)$$

Граничные условия, которые удовлетворяют схеме на рис. 3.2, будут иметь вид

$$V_z(x, 0) = 0; \quad V_z(x, h) = V_{cz}; \quad V_z(0, y) = 0; \quad V_z(W_n, y) = 0. \quad (3.196)$$

Метод замены переменных используем для решения (3.195) , а именно запишем

$$V_z(x,y)=V1_z(x,y)+V2_z(x,y). \quad (3.197)$$

После подстановки (3.197) в (3.195), предварительно разделив левую и правую части на η , получим такое выражение

$$\frac{\partial^2 V1_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V1_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V2_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V2_z}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3.198)$$

Определим функцию $V1_z$ в виде

$$\frac{\partial^2 V1_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V1_z}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3.199)$$

Тогда функция $V2_z$ найдется из уравнения

$$\frac{\partial^2 V2_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V2_z}{\partial y^2} = 0. \quad (3.200)$$

Представим граничные условия для уравнения (3.199) таким образом

$$V1_z(x,0)=0; \quad V1_z(x,h)=0; \quad V1_z(0,y)=0; \quad V1_z(W_n,y)=0. \quad (3.201)$$

Тогда граничные условия для уравнения (3.200), с учетом (3.196), (3.197) и (3.198) запишутся так

$$V2_z(x,0)=0; \quad V2_z(x,h)=V_{cz}; \quad V2_z(0,y)=0; \quad V2_z(W_n,y)=0. \quad (3.202)$$

Решим сначала уравнение (3.199), для чего снова выполним замену переменных

$$V1_z(x,y)=V1_{1z}(x,y)+V1_{2z}(y). \quad (3.203)$$

В соответствии с выражением (3.203) функция $V1_{2z}(y)$ зависит только от координаты y . Подстановка (3.203) в (3.199) дает

$$\frac{\partial^2 V1_{1z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V1_{1z}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V1_{2z}}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3.204)$$

Если определить функцию $V1_{2z}$ как

$$\frac{\partial^2 V1_{2z}}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (3.205)$$

то функция $V1_{1z}$ определится из уравнения

$$\frac{\partial^2 V1_{1z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V1_{1z}}{\partial y^2} = 0. \quad (3.206)$$

Граничные условия для уравнения (3.205) можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} V1_{2z}(0) &= 0; \\ V1_{2z}(h) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.207)$$

а граничные условия для уравнения (3.206) будут такими

$$\left. \begin{aligned} V1_{1z}(x,0) &= -V1_{2z}(0), \\ V1_{1z}(x,h) &= -V1_{2z}(h), \\ V1_{1z}(0,y) &= -V1_{2z}(y), \\ V1_{1z}(W_n,y) &= -V1_{2z}(y). \end{aligned} \right\} \quad (3.208)$$

Уравнение (3.205) решается по аналогии с уравнением (3.101). Тогда решение для (3.205) с учетом граничных условий (3.207) будет иметь вид

$$V1_{2z} = \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h). \quad (3.209)$$

С учетом последнего выражения граничные условия (3.208) переписутся таким образом

$$\left. \begin{aligned} V1_{1z}(x,0) &= 0, \\ V1_{1z}(x,h) &= 0, \\ V1_{1z}(0,y) &= -\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h), \\ V1_{1z}(W_n,y) &= -\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h). \end{aligned} \right\} \quad (3.210)$$

Выполним очередную замену переменных в виде

$$V1_{1z}(x,y) = Vx(x) \cdot Vy(y). \quad (3.211)$$

В данном случае функция V_x зависит только от координаты x , а V_y – от y . Причем в отличие от выражений (3.197) и (3.203) в правой части (3.211) находится уже произведение двух функций. Подстановка (3.211) в (3.206) дает

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} \cdot V_y + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \cdot V_x = 0$$

или

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{V_x} = - \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{V_y}. \quad (3.212)$$

Как видно из уравнения (3.212), левая часть не зависит от координаты y , а права – от x . В связи с этим любая из частей будет величиной постоянной, которую обозначим через λ_c^2 . Тогда уравнение (3.212) можно разложить на два отдельных уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{V_x} &= \lambda_c^2; \\ - \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{V_y} &= \lambda_c^2, \end{aligned}$$

или в таком виде

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} - \lambda_c^2 \cdot V_x = 0; \quad (3.213)$$

$$\frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \lambda_c^2 \cdot V_y = 0. \quad (3.214)$$

Решение двух последних уравнений имеют вид [105]

$$V_x(x) = C_1 \cdot ch(\lambda_c \cdot x) + C_2 \cdot sh(\lambda_c \cdot x); \quad (3.215)$$

$$V_y(y) = C_3 \cdot \cos(\lambda_c \cdot y) + C_4 \cdot \sin(\lambda_c \cdot y). \quad (3.216)$$

Для определения констант интегрирования необходимо два последних уравнения подставить в выражение (3.211), а потом его записать с учетом граничных условий (3.210). В результате получим систему уравнений

$$0 = [C_1 \cdot ch(\lambda_c \cdot x) + C_2 \cdot sh(\lambda_c \cdot x)] \cdot C_3; \quad (3.217)$$

$$0 = [C_1 \cdot ch(\lambda_c \cdot x) + C_2 \cdot sh(\lambda_c \cdot x)] \cdot [C_3 \cdot \cos(\lambda_c \cdot h) + C_4 \cdot \sin(\lambda_c \cdot h)]; \quad (3.218)$$

$$-\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h) = C_1 \cdot [C_3 \cdot \cos(\lambda_c \cdot y) + C_4 \cdot \sin(\lambda_c \cdot y)]; \quad (3.219)$$

$$-\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h) = [C_1 \cdot ch(\lambda_c \cdot W_n) + C_2 \cdot sh(\lambda_c \cdot W_n)] \times \\ \times [C_3 \cdot cos(\lambda_c \cdot y) + C_4 \cdot sin(\lambda_c \cdot y)] . \quad (3.220)$$

Из уравнения (3.217) имеем

$$C_3 = 0 . \quad (3.221)$$

Из уравнения (3.218) с учетом последнего условия будет

$$C_4 \cdot sin(\lambda_c \cdot h) = 0 .$$

Последнее соотношение выполняется при условии, если

$$\lambda_c = \frac{k \cdot \pi}{h} , \quad (3.222)$$

где $k=1,2,3 \dots$

Из уравнений (3.219) и (3.220) выходит

$$C_1 = C_1 \cdot ch(\lambda_c \cdot W_n) + C_2 \cdot sh(\lambda_c \cdot W_n) ,$$

откуда имеем

$$C_2 = C_1 \cdot \frac{1 - ch(\lambda_c \cdot W_n)}{sh(\lambda_c \cdot W_n)} = -C_1 \cdot th\left(\frac{\lambda_c \cdot W_n}{2}\right) .$$

Выражение (3.219) с учетом (3.221) можно записать так

$$-\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h) = C_5 \cdot sin(\lambda_c \cdot y) , \quad (3.223)$$

где $C_5 = C_1 \cdot C_4$.

Исходя из уравнения (3.223), можно констатировать, что на данном этапе величина C_5 не является константой, а зависит от координаты y . Чтобы определить C_5 как константу, следует разложить функцию, которая стоит в левой части уравнения (3.223), в ряд Фурье по синусам [134,135]. Учитывая выражение (3.222) запишем

$$C_5 = -\frac{2}{h} \cdot \int_0^h \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h) \cdot sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{h}\right) dy .$$

После взятия интеграла в последнем выражении получим

$$C_5 = -\frac{1}{h \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left[\left(\frac{h}{k \cdot \pi} \right)^3 \cdot 2 \cdot \cos(k \cdot \pi) - \left(\frac{h}{k \cdot \pi} \right)^3 \cdot 2 \right].$$

Если учитывать свойство косинуса, который для нечетных значений k дает минус единицу, а для четных – плюс единицу, то последнее выражение можно переписать таким образом

$$C_5 = \frac{4 \cdot h^2}{\pi^3 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^3}. \quad (3.224)$$

Итак, с учетом полученных соотношений можно записать такое выражение для $V1_{1z}$

$$\begin{aligned} V1_{1z}(x,y) &= \frac{4 \cdot h^2}{\pi^3 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^3} \times \left[ch\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{h}\right) - th\left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right) \cdot sh\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{h}\right) \right] = \\ &= \frac{4 \cdot h^2}{\pi^3 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^3} \cdot \frac{ch\left[\frac{k \cdot \pi}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot x - W_n)\right]}{ch\left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right)} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{h}\right). \end{aligned} \quad (3.225)$$

Принимая во внимание уравнения (3.203), (3.209) и (3.225), получим

$$\begin{aligned} V1_z(x,y) &= \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h) + \frac{4 \cdot h^2}{\pi^3 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \times \\ &\times \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^3} \cdot \frac{ch\left[\frac{k \cdot \pi}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot x - W_n)\right]}{ch\left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right)} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{h}\right). \end{aligned} \quad (3.226)$$

Сделаем замену переменных для решения уравнения (3.200) по аналогии с выражением (3.211), а именно

$$V2_z(x,y) = V_{2x}(x) \cdot V_{2y}(y). \quad (3.227)$$

Подстановка (3.227) в (3.200) приводит к следующей системе уравнений (в данном случае в отличие от того, как были получены уравнения (3.213) и (3.214) постоянная величина обозначена через минус λ_R^2)

$$\frac{d^2 V_{2x}}{dx^2} + \lambda_R^2 \cdot V_{2x} = 0; \quad (3.228)$$

$$\frac{d^2 V_{2y}}{dy^2} - \lambda_R^2 \cdot V_{2y} = 0. \quad (3.229)$$

Решение для уравнений (3.228) и (3.229) запишется аналогично выражениям (3.215) и (3.216). Тогда, с учетом уравнения (3.227) и граничных условий (3.202), можно записать систему определяющих уравнений в виде

$$0 = [C_{11} \cdot \cos(\lambda_R \cdot x) + C_{21} \cdot \sin(\lambda_R \cdot x)] \cdot C_{31}; \quad (3.230)$$

$$V_{cz} = [C_{11} \cdot \cos(\lambda_R \cdot x) + C_{21} \cdot \sin(\lambda_R \cdot x)] \cdot [C_{31} \cdot ch(\lambda_R \cdot h) + C_{41} \cdot sh(\lambda_R \cdot h)]; \quad (3.231)$$

$$0 = C_{11} \cdot [C_{31} \cdot ch(\lambda_R \cdot y) + C_{41} \cdot sh(\lambda_R \cdot y)]; \quad (3.232)$$

$$0 = [C_{11} \cdot \cos(\lambda_R \cdot W_n) + C_{21} \cdot \sin(\lambda_R \cdot W_n)] \cdot [C_{31} \cdot ch(\lambda_R \cdot y) + C_{41} \cdot sh(\lambda_R \cdot y)]. \quad (3.233)$$

Из уравнений (3.230) и (3.232) соответственно выходит

$$\left. \begin{array}{l} C_{31} = 0; \\ C_{11} = 0, \end{array} \right\} \quad (3.234)$$

а уравнение (3.233) дает

$$C_{21} \cdot \sin(\lambda_R \cdot W_n) = 0.$$

Последнее уравнение выполняется в случае, если

$$\lambda_R = \frac{k \cdot \pi}{W_n}. \quad (3.235)$$

Уравнение (3.231) дает

$$V_{cz} = C_6 \cdot \sin(\lambda_R \cdot x) \cdot sh(\lambda_R \cdot h), \quad (3.236)$$

где $C_6 = C_{21} \cdot C_{41}$.

Если записать выражение (3.236) в виде

$$\frac{V_{cz}}{ch(\lambda_R \cdot h)} = C_6 \cdot \sin(\lambda_R \cdot x),$$

то для определения константы C_6 можно использовать также разложение в ряд Фурье, а именно

$$C_6 = \frac{2}{W_n} \cdot \int_0^{W_n} \frac{V_{cz}}{sh(\lambda_R \cdot h)} \cdot \sin(\lambda_R \cdot x) dx = \frac{4 \cdot V_{cz}}{\pi} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{sh\left(\frac{k \cdot \pi \cdot h}{W_n}\right)}. \quad (3.237)$$

Таким образом, для величины V_{2z} с учетом соответствующих уравнений можно записать такое выражение

$$V_{2z}(x, y) = \frac{4 \cdot V_{cz}}{\pi} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{W_n}\right) \cdot \frac{sh\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{W_n}\right)}{sh\left(\frac{k \cdot \pi \cdot h}{W_n}\right)}. \quad (3.238)$$

И, наконец, общее решение уравнения (3.195) с учетом выражений (3.197), (3.226) и (3.238) будет иметь такой вид

$$\begin{aligned} V_z(x, y) = & \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot (y^2 - y \cdot h) + \frac{4 \cdot h^2}{\pi^3 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \times \\ & \times \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k^3} \cdot \frac{ch\left[\frac{k \cdot \pi}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot x - W_n)\right]}{ch\left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right)} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{h}\right) + \\ & + \frac{4 \cdot V_{cz}}{\pi} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot \frac{sh\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{W_n}\right)}{sh\left(\frac{k \cdot \pi \cdot h}{W_n}\right)} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{W_n}\right). \end{aligned} \quad (3.239)$$

Определение скоростей сдвига и производительности.

Имеем такие выражения для скорости сдвига

$$\dot{\gamma}_{zy} = \frac{\partial V_z}{\partial y}; \quad \dot{\gamma}_{zx} = \frac{\partial V_z}{\partial x}.$$

Подставляя в последние уравнения выражение для скорости из (3.239), после дифференцирования получим

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{zy} = & \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left\{ \left(y - \frac{h}{2} \right) + \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k^2} \cdot \frac{ch \left[\frac{k \cdot \pi}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot x - W_n) \right]}{ch \left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h} \right)} \cdot \cos \left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{h} \right) \right\} + \\ & + \frac{4 \cdot V_{cz}}{W_n} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{ch \left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{W_n} \right)}{sh \left(\frac{k \cdot \pi \cdot h}{W_n} \right)} \cdot \sin \left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{W_n} \right); \end{aligned} \quad (3.240)$$

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{zx} = & \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k^2} \cdot \frac{sh \left[\frac{k \cdot \pi}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot x - W_n) \right]}{ch \left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h} \right)} \cdot \sin \left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{h} \right) + \\ & + \frac{4 \cdot V_{cz}}{W_n} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{sh \left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{W_n} \right)}{sh \left(\frac{k \cdot \pi \cdot h}{W_n} \right)} \cdot \cos \left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{W_n} \right). \end{aligned} \quad (3.241)$$

Объемная производительность найдется из уравнения

$$Q = \int_0^{W_n} \int_0^h V_z(x, y) dx dy. \quad (3.242)$$

После подстановки в последнее уравнение выражения (3.239) и выполнения двойного интегрирования получим выражение для производительности в виде

$$\begin{aligned} Q = & -\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left[\frac{W_n \cdot h^3}{12} + \frac{16 \cdot h^4}{\pi^5 \cdot \eta} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k^5} \cdot th \left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h} \right) \right] + \\ & + \frac{8 \cdot V_{cz} \cdot W_n^2}{\pi^3} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k^3} \cdot th \left(\frac{k \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot W_n} \right). \end{aligned}$$

Последнее уравнение можно преобразовать так

$$Q = \frac{V_{cz} \cdot W_n \cdot h}{2} \cdot \frac{16 \cdot W_n}{\pi^3 \cdot h} \cdot \sum_{k=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{k^3} \cdot th\left(\frac{k \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot W_n}\right) -$$

$$- \frac{W_n \cdot h^3}{12 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left[1 - \frac{192 \cdot h}{\pi^5 \cdot W_n} \cdot \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{k^5} \cdot th\left(\frac{k \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right) \right].$$

В сокращенном виде последнее уравнение запишется в виде

$$Q = \frac{V_{cz} \cdot W_n \cdot h}{2} \cdot F_d - \frac{W_n \cdot h^3}{12 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot F_p, \quad (3.243)$$

где F_d , F_p – соответственно коэффициенты вынужденного потока и противотока, которые определяются из выражений (3.16) и (3.17).

Уравнение (3.243) записано для однозаходного червяка. Для многозаходного червяка надо оба слагаемых в правой части умножить на количество заходов.

Коэффициенты F_d и F_p не превышают единицы и зависят от соотношения W_n/h . Они характеризуют эффект торможения потока жидкости в прямоугольных каналах их боковыми стенками. Тогда в общем случае можно записать выражение для определения производительности

$$Q = Q_d \cdot F_d - Q_p \cdot F_p - Q_b. \quad (3.244)$$

Производительность за счет утечек не изменяется, то есть ее можно рассчитать по формуле (3.145).

Определение мощности и температурного поля.

В связи с тем, что функция диссипации в данном случае имеет вид

$$q_{dis} = \sigma_{xy} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y} + \sigma_{zy} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y} + \sigma_{zx} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial x}, \quad (3.245)$$

то для определения мощности, которая расходуется на преодоление сил вязкого трения в винтовом канале, надо использовать такую зависимость

$$N_1 = \int_0^{z_d} \int_0^{W_n} \int_0^h \left[\left| \sigma_{xy} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y} \right| + \left| \sigma_{zy} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y} \right| + \left| \sigma_{zx} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial x} \right| \right] dy dx dz. \quad (3.246)$$

Подстановка выражений (3.102), (3.115) и (3.194) в уравнение (3.246), с учетом независимости составляющих скоростей деформаций от координаты z , приводит к выражению

$$N_1 = \eta \cdot Z_d \cdot \int_0^{w_n} \int_0^h \left[\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 \right] dy dx. \quad (3.247)$$

Следует заметить, что характеристики циркуляционного потока для данного течения не отличаются от тех, что рассмотрены в разделе 3.2.1. Таким образом, значение для скорости сдвига $\partial V_x / \partial y$ будет соответствовать выражению (3.156). Что же касается скоростей сдвига для $\partial V_z / \partial y$ и $\partial V_z / \partial x$, то их надо подставить из уравнений (3.240) и (3.241).

Однако надо отметить, что третье слагаемое в подинтегральном выражении в уравнении (3.247) после интегрирования дает значительно меньшую величину, чем первых два, то есть им можно пренебречь.

Для описания температурного поля при течении в данном случае можно воспользоваться уравнением (3.193). Однако функцию диссипации надо использовать в виде (3.245) с учетом зависимостей (3.240) и (3.241).

Решение задачи, которая моделирует процессы в зоне дозирования для плоской модели с учетом влияния боковых стенок при переработке полимерного материала, расплав которого описывается ньютоновской жидкостью, приведено в приложении А.1 (блок САПР-1).

3.2.3 Определение основных характеристик процесса с учетом кривизны канала

Построение расчетной схемы и составление математической модели.

В предыдущих разделах были рассмотрены плоские модели, то есть такие модели, для которых справедливо соотношение (3.93), с учетом которого кривизной канала пренебрегалось и канал разворачивался на плоскость согласно со схемой на рис. 3.2.

Если глубина винтового канала имеет значительную величину по отношению к диаметру, то процессы в канале червяка необходимо рассматривать в цилиндрической системе координат. Тогда расчетную схему можно представить в соответствии с рис. 3.9.

Ось z направлена вдоль оси червяка. По схеме на рис. 3.9 также допускается, что вращается цилиндр, а червяк неподвижный. При этом будем учитывать две составляющих скорости V_z и V_φ . Уравнения (3.1) и (3.3) будут также справедливы, а вместо уравнения (3.2) имеем

$$V_{c\varphi} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\varphi_0). \quad (3.248)$$

Таким образом, рабочий канал червячной машины будет представлять собой цилиндрический кольцевой канал.

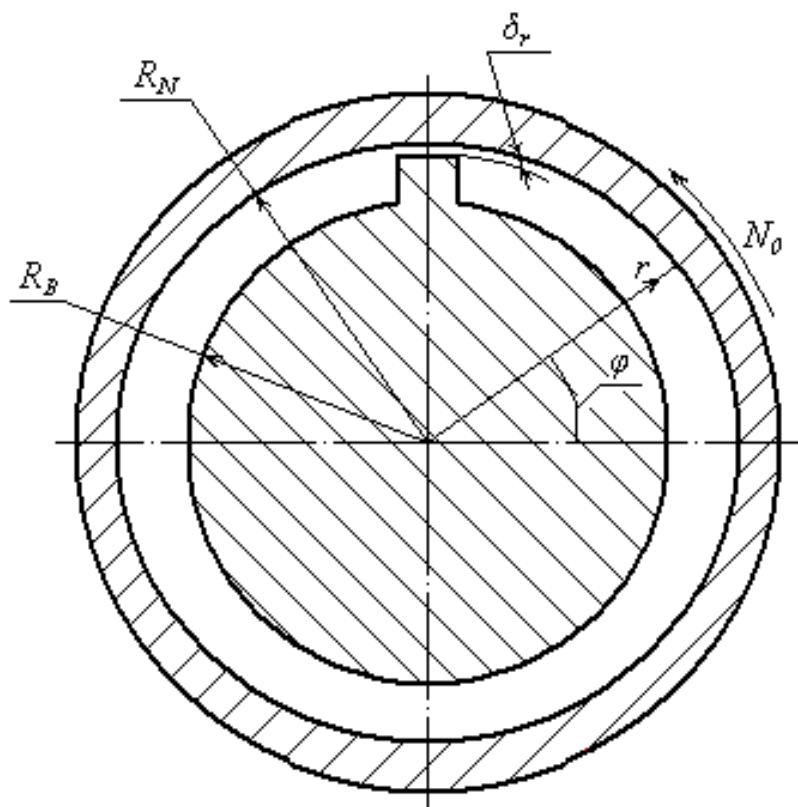


Рисунок 3.9 – Расчетная схема канала с учетом кривизны канала

Уравнения движения в цилиндрической системе координат в общем виде представлены выражениями (1.6) – (1.8).

Формулой (1.19) можно воспользоваться для уравнения баланса тепловой энергии.

При разработке математической модели следует сделать такие же допущения, что и для плоской модели, которые приведены в разделе 3.2.1 с учетом соответствующих обозначений осей координат. Кроме того, введем допущение осесимметричности относительно оси φ , за исключением градиента давления.

Последнее допущение дает

$$\frac{\partial V_i}{\partial \varphi} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varphi} = 0.$$

Определение характеристик процесса.

С учетом сделанных допущений уравнение (1.6) смысла не имеет, а уравнений (1.7) и (1.8) соответственно будут иметь вид

$$0 = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \cdot \sigma_{r\varphi}); \quad (3.249)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \sigma_{rz}). \quad (3.250)$$

Уравнение баланса тепловой энергии запишется таким образом

$$\begin{aligned} \rho_m \cdot C_{pm} \cdot V_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda_m \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \\ + \sigma_{r\varphi} \cdot r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) + \sigma_{rz} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial r}. \end{aligned} \quad (3.251)$$

Если предположить, что градиенты давления не зависят от координаты r , то после разделения переменных и интегрирования в уравнениях (3.249) и (3.250) соответственно получим такие выражения

$$r^2 \cdot \sigma_{r\varphi} = \frac{r^2}{2} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} + C_1; \quad (3.252)$$

$$r \cdot \sigma_{rz} = \frac{r^2}{2} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} + C_2. \quad (3.253)$$

Реологические уравнения состояния для ньютоновской жидкости в цилиндрической системе координат при сделанных допущениях имеют вид

$$\sigma_{rz} = \eta \cdot \frac{dV_z}{dr}; \quad (3.254)$$

$$\sigma_{r\varphi} = \eta \cdot r \cdot \frac{d}{dr} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right). \quad (3.255)$$

После подстановки последних уравнений соответственно в выражения (3.253) и (3.252) и выполнения интегрирования получим такие выражения для компонентов скоростей

$$V_\varphi = \frac{1}{\eta} \cdot \left[\frac{r}{2} \cdot \ln(r) \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} - \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1}{r} \right] + C_3 \cdot r; \quad (3.256)$$

$$V_z = \frac{1}{\eta} \cdot \left[\frac{r^2}{4} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} + C_2 \cdot \ln(r) \right] + C_4. \quad (3.257)$$

Граничные условия для уравнений (3.256) и (3.257) соответственно запишутся так

$$V_{\varphi}=0 \quad \text{при} \quad r=R_B; \quad V_{\varphi}=-V_{c\varphi} \quad \text{при} \quad r=R_N; \quad (3.258)$$

$$V_z=0 \quad \text{при} \quad r=R_B; \quad V_z=V_{cz} \quad \text{при} \quad r=R_N. \quad (3.259)$$

После соответствующих преобразований окончательно получим такие выражения

$$V_{\varphi}=\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} \cdot \left[r \cdot \ln \left(\frac{r}{R_B} \right) - \frac{r^2 - R_B^2}{R_N^2 - R_B^2} \cdot \frac{R_N^2}{r} \cdot \ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right) \right] - V_{c\varphi} \cdot \frac{R_N}{r} \cdot \frac{r^2 - R_B^2}{R_N^2 - R_B^2}; \quad (3.260)$$

$$V_z=\frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left[(r^2 - R_B^2) - (R_N^2 - R_B^2) \cdot \frac{\ln(r/R_B)}{\ln(R_N/R_B)} \right] + V_{cz} \cdot \frac{\ln(r/R_B)}{\ln(R_N/R_B)}. \quad (3.261)$$

В уравнении (3.260) остается неизвестным градиент давления $\partial P / \partial \varphi$, который находится по аналогии с $\partial P / \partial x$, для чего можно записать такое соотношение

$$\int_{R_B}^{R_N} V_{\varphi} \cdot r dr = \int_{R_{\delta}}^{R_N} V_{\varphi\delta} \cdot r dr, \quad (3.262)$$

где $R_{\delta} = R_N - \delta_r$.

Чтобы найти компонент скорости $V_{\varphi\delta}$, надо использовать уравнение движения (3.252) при условии, что градиент давления $\partial P / \partial \varphi$ равен нулю, то есть

$$r^2 \cdot \sigma_{r\varphi} = C_1.$$

Граничные условия при этом будут иметь вид

$$V_{\varphi\delta}=0 \quad \text{при} \quad r=R_N - \delta_r; \quad V_{\varphi\delta}=-V_{c\varphi} \quad \text{при} \quad r=R_N. \quad (3.263)$$

Для $V_{\varphi\delta}$ будет справедливо решение

$$V_{\varphi\delta}=-V_{c\varphi} \cdot \frac{R_N}{r} \cdot \frac{r^2 - R_{\delta}^2}{R_N^2 - R_{\delta}^2}. \quad (2.264)$$

Подставляя соотношения (3.260) и (3.264) в уравнение (3.262), после интегрирования получим такое выражение

$$\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 2 \cdot \eta \cdot \frac{IN_1 - IN_2}{IN_3}, \quad (3.265)$$

где

$$IN_1 = V_{c\varphi} \cdot \frac{R_N^4 - 3 \cdot R_N^2 \cdot R_B^2 + 2 \cdot R_B^3 \cdot R_N}{3 \cdot (R_N^2 - R_B^2)};$$

$$IN_2 = V_{c\varphi} \cdot \frac{R_N^4 - 3 \cdot R_N^2 \cdot R_\delta^2 + 2 \cdot R_\delta^3 \cdot R_N}{3 \cdot (R_N^2 - R_\delta^2)};$$

$$IN_3 = \frac{R_N^3}{3} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) - \frac{R_N^3 - R_B^3}{9} - \frac{R_N^5 - 3 \cdot R_N^3 \cdot R_B^2 + 2 \cdot R_N^2 \cdot R_B^3}{3 \cdot (R_N^2 - R_B^2)} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right).$$

С учетом выражения (3.265) формулу (3.260) можно переписать так

$$V_\varphi = \frac{IN_1 - IN_2}{IN_3} \cdot \left[r \cdot \ln\left(\frac{r}{R_B}\right) - \frac{r^2 - R_B^2}{R_N^2 - R_B^2} \cdot \frac{R_N^2}{r} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) \right] - V_{c\varphi} \cdot \frac{R_N}{r} \cdot \frac{r^2 - R_B^2}{R_N^2 - R_B^2}. \quad (3.266)$$

Производительность без учета утечек определяется из выражения

$$Q_R = \frac{2 \cdot \pi}{K_s} \cdot \int_{R_B}^{R_N} V_z(r) \cdot r dr. \quad (3.267)$$

После подстановки (3.261) в (3.267) и интегрирования получим

$$Q_R = \frac{\pi \cdot V_{cz}}{K_s} \cdot \left[R_N^2 - \frac{R_N^2 - R_B^2}{2 \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \right] - \frac{\pi}{8 \cdot \eta \cdot K_s} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left[R_N^4 - R_B^4 - \frac{(R_N^2 - R_B^2)^2}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \right], \quad (3.268)$$

где K_s – коэффициент, учитывающий отношение площадей полного кругового кольца к части кольца рабочего канала.

В упрощенном виде, с учетом влияния утечек, последнее уравнение можно записать так

$$Q_R = Q_{R1} - Q_{R2} - Q_{R3}, \quad (3.269)$$

где Q_{R1} , Q_{R2} , Q_{R3} – составляющие производительности соответственно вынужденного потока, противотока и утечек, для которых можно записать

$$Q_{R1} = \frac{\pi \cdot V_{cz}}{K_s} \cdot \left[R_N^2 - (R_N^2 - R_B^2) / \left(2 \cdot \ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right) \right) \right]; \quad (3.270)$$

$$Q_{R2} = \frac{\pi}{8 \cdot \eta \cdot K_s} \cdot \frac{\partial P}{\partial l} \cdot \left[R_N^4 - R_B^4 - \frac{(R_N^2 - R_B^2)^2}{\ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right)} \right] \cdot \sin(\varphi_0). \quad (3.271)$$

Что касается производительности за счет утечек, то ее можно рассчитать по уравнению (3.145).

Выражение (3.151) будет также справедливым для определения мощности. Компонент N_1 находится из уравнения

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{2 \cdot \pi}{K_s} \int_0^{Z_d} \int_{R_B}^{R_N} \left[\sigma_{r\varphi} \cdot r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) + \left| \sigma_{rz} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial r} \right| \right] \cdot r dr dz = \\ &= \frac{2 \cdot \pi}{K_s} \cdot Z_d \cdot \eta \int_{R_B}^{R_N} \left[\left(\frac{dV_\varphi}{dr} - \frac{V_\varphi}{r} \right)^2 + \left(\frac{dV_z}{dr} \right)^2 \right] \cdot r dr. \end{aligned} \quad (3.272)$$

Выражения для скоростей сдвига с учетом (3.261) и (3.266) будут иметь такой вид

$$\frac{dV_z}{dr} = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left[2 \cdot r - \frac{R_N^2 - R_B^2}{\ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right)} \cdot \frac{1}{r} \right] + \frac{V_{cz}}{r} \cdot \frac{1}{\ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right)}; \quad (3.273)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_\varphi}{dr} &= \frac{IN_1 - IN_2}{IN_3} \cdot \left[1 + \ln \left(\frac{r}{R_B} \right) - \frac{R_N^2}{R_N^2 - R_B^2} \cdot \ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right) \cdot \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right) \right] - \\ &- V_{c\varphi} \cdot \frac{R_N}{R_N^2 - R_B^2} \cdot \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right). \end{aligned} \quad (3.274)$$

Что касается компонента мощности N_2 , то ее можно рассчитать по формуле (3.160).

Решение задачи, которая моделирует процессы в зоне дозирования с учетом кривизны канала при переработке полимерного материала, расплав которого описывается ньютоновской жидкостью, приведено в приложении А.2. (блок САПР-2).

3.3 Определение характеристик процесса для неньютоновской (степенной жидкости)

3.3.1 Определение скоростей в винтовом канале и объемной производительности

В данном случае реологические уравнения состояния запишутся таким образом

$$\sigma_{zy} = \eta(I_2) \cdot \frac{dV_z}{dy}; \quad (3.275)$$

$$\sigma_{xy} = \eta(I_2) \cdot \frac{dV_x}{dy}. \quad (3.276)$$

Второй инвариант тензора скоростей деформаций I_2 при наличии только компонентов d_{xy} и d_{yz} будет иметь вид

$$I_2 = \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{dV_x}{dy} \right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{dV_z}{dy} \right)^2 \right]. \quad (3.277)$$

Выполняя интегрирования по координате y в уравнениях (3.114) и (3.101) и подставляя вместо компонентов напряжений их значения из уравнений (3.276) и (3.275), получим

$$\eta(I_2) \cdot \frac{dV_x}{dy} = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}; \quad (3.278)$$

$$\eta(I_2) \cdot \frac{dV_z}{dy} = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}. \quad (3.279)$$

Устранив коэффициент эффективной вязкости из двух последних уравнений, найдем

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c} \right) \cdot \frac{dV_x}{dy} = \left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c} \right) \cdot \frac{dV_z}{dy}.$$

Последнее выражение можно представить таким образом

$$\frac{dV_x}{dy} = \frac{dV_z}{dy} \cdot \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c} \right)}{\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c} \right)} \quad (3.280)$$

или

$$\frac{dV_z}{dy} = \frac{dV_x}{dy} \cdot \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c} \right)}{\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c} \right)}. \quad (3.281)$$

Запишем уравнения движения (3.278) и (3.279) с учетом формул (1.28) и (3.277)

$$\mu \cdot \left[\left(\frac{dV_x}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dV_z}{dy} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{dV_x}{dy} = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c};$$

$$\mu \cdot \left[\left(\frac{dV_x}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dV_z}{dy} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{dV_z}{dy} = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}.$$

Подставив в предпоследнее уравнение выражение для градиента dV_z/dy из зависимости (3.281), а в последнее уравнение – выражение для градиента dV_x/dy из зависимости (3.280), найдем

$$\mu \cdot \left(\frac{dV_x}{dy} \right)^n \cdot \left[1 + \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c} \right)^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c} \right)^2} \right]^{\frac{n-1}{2}} = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c};$$

$$\mu \cdot \left(\frac{dV_z}{dy} \right)^n \cdot \left[1 + \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c} \right)^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c} \right)^2} \right]^{\frac{n-1}{2}} = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}.$$

После возведения левой и правой частей двух последних уравнений в степень $1/n$ и соответствующих преобразований можно записать такие выражения относительно градиентов скоростей

$$\frac{dV_x}{dy} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right]^{\frac{1}{n}} \cdot \left[1 + \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2}\right]^{\frac{1-n}{2n}} ; \quad (3.282)$$

$$\frac{dV_z}{dy} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right]^{\frac{1}{n}} \cdot \left[1 + \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2}\right]^{\frac{1-n}{2n}} . \quad (3.283)$$

Уравнения (3.282) и (3.283) представляют собой дифференциальные уравнения в обычных производных с разделяющимися переменными, решения которых будут иметь вид

$$V_x = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int \left[\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right]^{\frac{1}{n}} \cdot \left[1 + \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2}\right]^{\frac{1-n}{2n}} dy + C_{3c} ;$$

$$V_z = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int \left[\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right]^{\frac{1}{n}} \cdot \left[1 + \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2}\right]^{\frac{1-n}{2n}} dy + C_{2c} .$$

Два последних уравнения можно представить в таком виде

$$V_x = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int \left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right) \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2\right]^{\frac{1-n}{2n}} dy + C_{3c} ; \quad (3.284)$$

$$V_z = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right) \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2\right]^{\frac{1-n}{2n}} dy + C_{2c} . \quad (3.285)$$

Аналитического решения уравнения (3.284) и (3.285) не имеют. Чтобы использовать один из численных методов решения, надо найти константы интегрирования, C_{1c} , C_{2c} , C_{3c} и градиент давления $\partial P/\partial x$. Если воспользоваться схемой на рис. 3.2 и первыми выражениями из граничных условий систем (3.104) и (3.116), то можно найти, что $C_{2c} = 0$ и $C_{3c} = 0$.

Для определения постоянных интегрирования C_{0c} и C_{1c} надо воспользоваться вторыми выражениями в тех же системах граничных условий. Тогда можно записать

$$-V_{cx} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int_0^h \left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right) \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} dy; \quad (3.286)$$

$$V_{cz} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int_0^h \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right) \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} dy. \quad (3.287)$$

Чтобы найти градиент давления $\partial P/\partial x$, по аналогии с формулой (3.126) для ньютоновской жидкости, запишем

$$-\frac{V_{cx} \cdot \delta_r}{2} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int_0^h \int \left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right) \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}\right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} dy dy. \quad (3.288)$$

Таким образом, для определения трех неизвестных (C_{0c} , C_{1c} и $\partial P/\partial x$) имеем три последних уравнения.

Разделить производительности вынужденного потока и противотока для степенной жидкости нельзя, как это было представлено в уравнении (3.107). Суммарную производительность за счет этих двух потоков без учета количества заходов можно найти так

$$Q_{dp} = W_n \cdot \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int_0^h \int PC_1 \cdot (PC_0^2 + PC_1^2)^{\frac{(1-n)}{(2n)}} dy dy, \quad (3.289)$$

где $PC_1 = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1c}$; $PC_0 = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0c}$.

Расход за счет утечек может быть найден по формулам (3.140) и (3.141). Но для степенной жидкости выражение для компонента скорости V_l не будет совпадать с уравнением (3.139). Что же касается компонента V_r , то он будет одинаковым для ньютоновской и степенной жидкостей, то есть его можно найти из уравнения (3.131).

Для определения скорости V_l в случае степенной жидкости, которую дальше будем обозначать через V_{ls} , чтобы отличать от ньютоновской жидкости, надо также использовать уравнение (3.132). При этом реологическое уравнение состояния для данного случая будет иметь вид

$$\sigma_{ly} = \mu \cdot \left| \frac{dV_{ls}}{dy} \right|^{(n-1)} \cdot \frac{dV_{ls}}{dy}.$$

Выполняя аналогичные преобразования, которые привели к уравнению (3.139), получим такое выражение

$$V_{ls} = \left(\frac{1}{\mu_\delta} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial l} \cdot \frac{t_0}{S_0} + \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| \cdot \frac{t_0 - S_0}{S_0} \right]^{\frac{1}{n}} \cdot \left[|y|^{(n+1)/n} - \left(\frac{\delta_r}{2} \right)^{(n+1)/n} \right]. \quad (3.290)$$

Необходимо отметить, что уравнение (3.290) получено для схемы, которая соответствует расположению системы координат в центре зазора, то есть, как показано на рис. 3.8. Тогда уравнение для получения суммарной производительности за счет утечек для однозаходного червяка можно представить в таком виде

$$Q_{bp} = S_0 \cdot \int_0^{\delta_r} V_r \cdot dy + \frac{2 \cdot S_0}{\operatorname{tg}(\varphi_0)} \cdot \int_0^{\delta_r/2} V_{ls} \cdot dy.$$

После подстановки уравнений (3.131) и (3.290) в последнее выражение и интегрирования, получим выражение для расхода за счет утечек в виде

$$Q_{bp} = \frac{V_c \cdot \delta_r \cdot S_0}{2} + \left(\frac{1}{\mu_\delta} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{n}{2 \cdot n+1} \cdot \frac{S_0}{\operatorname{tg}(\varphi_0)} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial l} \cdot \frac{t_0}{S_0} + \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| \cdot \frac{t_0 - S_0}{S_0} \right]^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{\delta_r}{2} \right)^{\frac{2 \cdot n+1}{n}}. \quad (3.291)$$

Тогда общая производительность зоны дозирования для степенной жидкости может быть представлена так

$$Q_s = Q_{dp} - Q_{bp}. \quad (3.292)$$

Для определения производительности в случае многозаходного червяка необходимо в соответствующих местах поставить множитель i , соответствующий количеству заходов.

3.3.2 Определение мощности

Выражение (3.151) и, в общем виде, соотношения для компонентов мощности будет также справедливым для степенной жидкости. С учетом уравнений (3.275), (3.276), (1.28), (3.282) и (3.283) из выражения, которое

определяет величину N_1 через тройной интеграл, вытекает выражение для мощности, которая расходуется в винтовом канале для многозаходного червяка

$$N_1 = \left(\frac{1}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot Z_d \cdot W_n \cdot i \cdot \int_0^h (PC_0^2 + PC_1^2)^{(n+1)/(2n)} dy. \quad (3.293)$$

Затраты мощности в радиальном зазоре для степенной жидкости можно рассчитать из уравнения (3.158). Однако реологическое уравнение состояния запишется так

$$\sigma_{ry} = \mu_\delta \cdot \left| \frac{dV_r}{dy} \right|^n.$$

После подстановки последнего уравнения в выражение (3.158) с учетом формулы (3.131) и, пренебрегая составляющей напряжения σ_{ly} , получим

$$N_2 = \frac{i \cdot \mu_\delta \cdot L_d \cdot S_0 \cdot (\pi \cdot D \cdot N_0)^{(n+1)} \cdot \cos(\varphi_0)}{\delta_r^n \cdot \sin^2(\varphi_0)}. \quad (3.294)$$

Решение задачи, которая моделирует процессы в зоне дозирования для плоской модели без учета влияния боковых стенок при переработке полимерного материала, расплав которого подчиняется степенной жидкости, приведено в приложении А.3 (блок САПР-3).

3.3.3 Определение параметров процесса в предположении о независимости действия импульса количества движения

В данном разделе при рассмотрении течения будем использовать принцип независимости действия импульса количества движения, то есть, разделим течение на два отдельных типа: за счет градиентов давления и движения верхней пластины. Причем будем предполагать, что $dV_z/dx \ll \partial V_z/\partial y$.

Тогда уравнение за счет градиентов будут аналогичными уравнениям (3.278) и (3.279), то есть их можно записать так

$$\eta(I_2) \cdot \frac{dV_x}{dy} = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + C_{0d}; \quad (3.295)$$

$$\eta(I_2) \cdot \frac{dV_z}{dy} = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot y + C_{1d}. \quad (3.296)$$

При учете только движения верхней пластины два последних уравнения будут иметь вид

$$\eta(I_2) \cdot \frac{dV_x}{dy} = C_{2d}; \quad (3.297)$$

$$\eta(I_2) \cdot \frac{dV_z}{dy} = C_{3d}. \quad (3.298)$$

В дальнейшем, для решения данной задачи удобно выбрать размещение системы координат в центре канала, как показано на рис. 3.8.

Общие компоненты скорости будут состоять из двух компонентов

$$V_z = V_{zp} + V_{zv}; \quad (3.299)$$

$$V_x = V_{xp} + V_{xv}; \quad (3.300)$$

где V_{zp} , V_{xp} – компоненты скорости за счет градиентов давления; V_{zv} , V_{xv} – компоненты скорости за счет движения пластины.

Сначала рассмотрим течение за счет градиентов давления. При этом граничные условия для уравнения (3.295) запишутся так

$$\left. \begin{aligned} V_{xp} &= 0 \quad \text{при} \quad y = -\frac{h}{2}; \\ V_{xp} &= 0 \quad \text{при} \quad y = \frac{h}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.301)$$

а для уравнения (3.296) – будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} V_{zp} &= 0 \quad \text{при} \quad y = -\frac{h}{2}; \\ V_{zp} &= 0 \quad \text{при} \quad y = \frac{h}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.302)$$

Вследствие того, что поток за счет только градиентов давления является симметричным относительно средней плоскости канала, то при $y = 0$ будет

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_{xp}}{dy} &= 0; \\ \frac{dV_{zp}}{dy} &= 0. \end{aligned} \right\}; \quad (3.303)$$

В соответствии с условием (3.303) константы интегрирования в уравнениях (3.295) и (3.296) будут равны нулю. Тогда решение уравнений (3.295) и (3.296) будут соответственно иметь вид

$$V_{xp} = \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot |y|^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\partial P / \partial z}{\partial P / \partial x} \right)^2 \right]^{(1-n)/(2 \cdot n)} + C_{4d};$$

$$V_{zp} = \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot |y|^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\partial P / \partial x}{\partial P / \partial z} \right)^2 \right]^{(1-n)/(2n)} + C_{3d}.$$

По аналогии с уравнениями (3.284) и (3.285) последние две формулы можно переписать в виде

$$V_{xp} = \left(\frac{1}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot |y|^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right]^{(1-n)/(2n)} + C_{4d}; \quad (3.304)$$

$$V_{zp} = \left(\frac{1}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot |y|^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right]^{(1-n)/(2n)} + C_{3d}. \quad (3.305)$$

В отличие от уравнений (3.284) и (3.285) постоянные интегрирования в последних двух уравнениях не будут равны нулю, их можно найти соответственно из граничных условий (3.301) и (3.302). Окончательно можно записать

$$V_{xp} = \left(\frac{1}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} \cdot \left[|y|^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]; \quad (3.306)$$

$$V_{zp} = \left(\frac{1}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} \cdot \left[|y|^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (3.307)$$

В уравнениях (3.306) и (3.307) остается неизвестным еще градиент давления $\partial P / \partial x$.

Чтобы решить уравнения (3.297) и (3.298) можно записать соответственно такие граничные условия

$$\left. \begin{aligned} V_{xv} &= 0 \quad \text{при} \quad y = -\frac{h}{2}; \\ V_{xv} &= -V_{cx} \quad \text{при} \quad y = \frac{h}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.308)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{zv} &= 0 \quad \text{при} \quad y = -\frac{h}{2}; \\ V_{zv} &= V_{cz} \quad \text{при} \quad y = \frac{h}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.309)$$

Устранив коэффициент эффективной вязкости из уравнений (3.297) и (3.298), приходим к зависимостям

$$\frac{dV_{xv}}{dy} = \frac{dV_{zv}}{dy} \cdot \frac{C_{2d}}{C_{3d}};$$

$$\frac{dV_{zv}}{dy} = \frac{dV_{xv}}{dy} \cdot \frac{C_{3d}}{C_{2d}}.$$

Тогда решение уравнений (3.297) и (3.298) с учетом двух последних формул имеют вид

$$V_{xv} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot C_{2d} \cdot y \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2\right]^{\frac{1-n}{2n}} + C_{6d}; \quad (3.310)$$

$$V_{zv} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot C_{3d} \cdot y \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2\right]^{\frac{1-n}{2n}} + C_{7d}. \quad (3.311)$$

После подстановки граничных условий (3.308) и (3.309) соответственно в уравнения (3.310) и (3.311) получим систему уравнений для определения постоянных интегрирования в таком виде

$$0 = -\left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot C_{2d} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2\right]^{\frac{1-n}{2n}} + C_{6d}; \quad (3.312)$$

$$-V_{cx} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot C_{2d} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2\right]^{\frac{1-n}{2n}} + C_{6d}; \quad (3.313)$$

$$0 = -\left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot C_{3d} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2\right]^{\frac{1-n}{2n}} + C_{7d}; \quad (3.314)$$

$$V_{cz} = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot C_{3d} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2\right]^{\frac{1-n}{2n}} + C_{7d}. \quad (3.315)$$

Начальные приближения для постоянных интегрирования при решении системы нелинейных алгебраических уравнений (3.312) – (3.315) можно принять такими, как и для ньютоновской жидкости, а именно

$$C_{3d} = \frac{V_{cz} \cdot \eta}{h}; \quad C_{2d} = -\frac{V_{cx} \cdot \eta}{h};$$

$$C_{7d} = V_{cz}; \quad C_{6d} = -V_{cx}.$$

Общий вид для компонентов скоростей с учетом уравнений (3.299), (3.300), (3.306), (3.307), (3.310) и (3.311) будет таким

$$V_z = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \cdot \left[|y|^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right] + \right. \\ \left. + C_{3d} \cdot y \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \right\} + C_{7d}; \quad (3.316)$$

$$V_x = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \cdot \left[|y|^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right] + \right. \\ \left. + C_{2d} \cdot y \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \right\} + C_{6d}. \quad (3.317)$$

Для определения градиента $\partial P / \partial x$ запишем по аналогии с выражением (3.126) такое соотношение

$$Q_{bp} = S_0 \cdot \int_{-h/2}^{h/2} V_x dx. \quad (3.318)$$

В левой части последнего уравнения стоит величина производительности за счет утечек, которая определяется в соответствии с формулой (3.291). В правой части значение для V_x надо подставить из выражения (3.317).

После подстановки (3.291) и (3.317) в выражение (3.318) и интегрирования получим трансцендентное уравнение для определения $\partial P / \partial x$ в виде

$$\frac{V_c \cdot \delta_r}{2} + \left(\frac{1}{\mu_\delta}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{n}{2 \cdot n+1} \cdot \frac{1}{tg(\varphi_0)} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial l} \cdot \frac{t_0}{S_0} + \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| \cdot \frac{t_0 - S_0}{S_0} \right]^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{\delta_r}{2}\right)^{\frac{2 \cdot n+1}{n}} = \\ = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ -\frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{2 \cdot n}{n+1} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2 \cdot n+1}{n}} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \right\} + C_{6d} \cdot h. \quad (3.319)$$

В первом приближении при решении (3.319) можно взять $\partial P / \partial x$ в соответствии с формулой (3.119).

Для производительности можно записать формулу, которая алогична выражения (3.144)

$$Q_{sy} = Q_{dy} - Q_{py} - Q_{bp}, \quad (3.320)$$

где Q_{dy} , Q_{py} , Q_{bp} – производительности соответственно вынужденного потока, противотока и утечек, которые определяются из выражений

$$Q_{dy} = W_n \cdot \int_{-h/2}^{h/2} V_{zv} dy = C_{7d} \cdot W_n \cdot h; \quad (3.321)$$

$$Q_{py} = 2 \cdot W_n \cdot \int_0^{h/2} V_{zp} dy = 2 \cdot W_n \cdot \left(\frac{1}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2 \cdot n + 1}{n}}. \quad (3.322)$$

Чтобы учесть влияние боковых стенок канала по аналогии с уравнением (3.244), выражение (3.320) можно записать так

$$Q_{sy} = Q_{dy} \cdot F_d - Q_{py} \cdot F_p - Q_{bp}. \quad (3.323)$$

где F_d , F_p – определяются соответственно по уравнениям (3.16) и (3.17).

Можно использовать формулу (3.151) и соответствующие к ней выражения для определения мощности также. Причем уравнения (3.275), (3.276), (3.282), и (3.283) также можно использовать и в данном случае, то есть будет справедливым выражение для однозаходного червяка

$$N_1 = \mu \cdot Z_d \cdot W_n \cdot \int_{-h/2}^{h/2} \left[\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{n+1}{2}} dy.$$

Скорости сдвига dV_z/dy и dV_x/dy определяются соответственно из уравнений (3.316) и (3.317), а именно

$$\frac{dV_z}{dy} = \left(\frac{1}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \cdot |y|^{\frac{1}{n}} + C_{3d} \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \right\}; \quad (3.324)$$

$$\frac{dV_x}{dy} = \left(\frac{1}{\mu} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \cdot |y|^{\frac{1}{n}} + C_{2d} \cdot \left[(C_{2d})^2 + (C_{3d})^2 \right]^{\frac{1-n}{2 \cdot n}} \right\}. \quad (3.325)$$

3.3.4 Моделирование температурного поля для однослойной системы

Принципы подхода к моделированию температурного поля в случае переработки неньютоновской жидкости существенным образом не отличаются от моделирования неизотермических процессов для ньютоновской жидкости, которые были рассмотрены в разделе 3.2.1.6. Следует только при определении функции диссипации пользоваться выражениями для скорости (3.316) и (3.317) или (3.284) и (3.285).

Однако надо сделать такое замечание. Граничное условие первого рода (3.161) может адекватно описывать реальный неизотермический процесс в зоне дозирования при наличии системы термостабилизации как корпуса, так и червяка. Причем должна быть четкая система контроля и регулирования температуры поверхности, контактирующей с перерабатываемым материалом. То есть граничное условие первого рода может быть использовано для червяков с центральным отверстием, которое предназначено для охлаждения.

Во многих случаях, в особенности это касается червяков с малым диаметром, они изготавливаются сплошными, без центрального отверстия.

Тогда на поверхности сердечника червяка следует принять граничное условие второго рода

$$\lambda_m \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = q_m \text{ при } y = -\frac{h}{2},$$

где q_m – тепловой поток, который передается от расплава полимера к сердечнику червяка.

Необходимо заметить, что тепло может отводиться от червяка только через его хвостовик, который, как правило, имеет шлицевое соединение. То есть теплопередача между червяком и соединительными элементами не имеет развитой структуры, которая дает возможность пренебречь тепловым потоком, отводимым через хвостовик червяка. Тогда нижнюю поверхность на схеме по рис. 3.8 можно считать теплоизолированной. Что же касается верхней границы, которая представляет собой развертку корпуса, то для нее можно записать граничное условие первого рода. Кроме того, следует отметить, что в данном случае более простые уравнения можно получить, если начало системы координат разместить на нижней границе, то есть согласно со схемой, представленной на рис. 3.2.

С учетом принятых замечаний граничные условия (3.161) для данного случая будут иметь вид

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0; \quad T = T_b \text{ при } y = h. \quad (3.326)$$

Уравнение (3.165) будет также справедливым, но, как отмечалось раньше, для функции диссипации надо использовать соответствующие выражения для составляющих скорости.

Используя интегральное преобразование Лапласа, по аналогии с выражениями (3.167) – (3.173), уравнение для распределения температурного поля в изображении при граничных условиях (3.326) запишется так

$$T^L(y,s) = \frac{T_n}{s} + \frac{F_{qn} \cdot a^2}{s^2} + \frac{T_b - T_n}{s} \cdot \frac{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right)}{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot h\right)} - \frac{F_{qn} \cdot a^2}{s^2} \cdot \frac{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot y\right)}{ch\left(\frac{\sqrt{s}}{a} \cdot h\right)}, \quad (3.327)$$

где a, F_{qn} – определяются из выражений (3.166).

Следует еще раз заметить, что при определении F_{qn} , а значит и функции диссипации q_{dis} , надо пользоваться соответствующими выражениями для скоростей, которые характеризуют поведение неньютоновской (степенной жидкости).

После перехода от изображения (3.327) к оригиналу, в соответствии с методикой, представленной в разделе 3.2.1.6, получим такое выражение для распределения температуры в рабочем объеме зоны дозирования при граничных условиях (3.326)

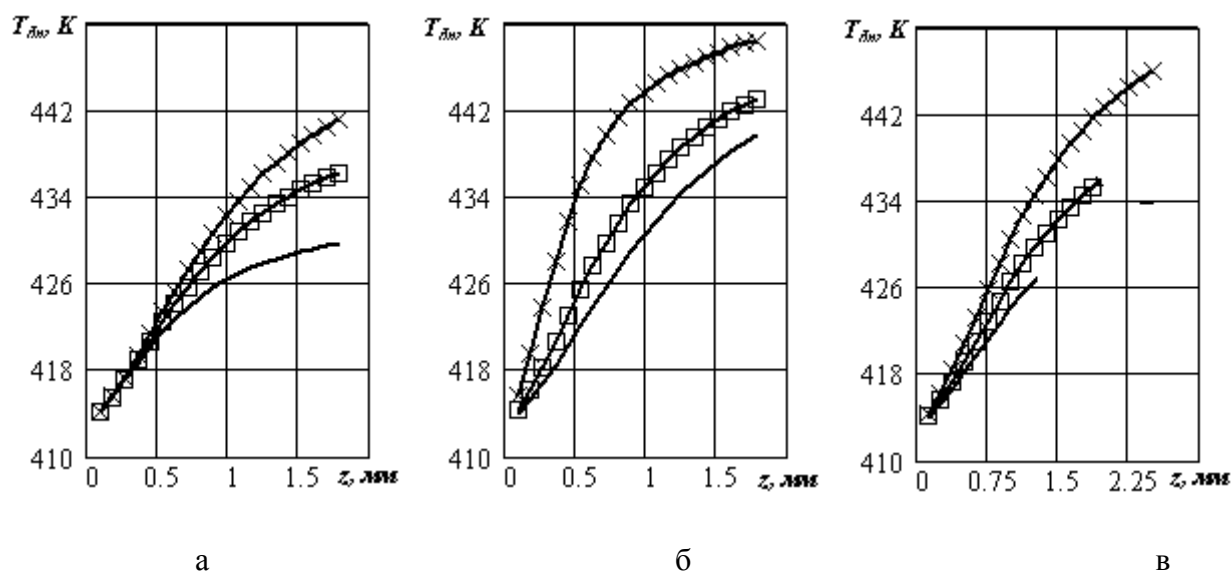
$$\begin{aligned} T_{dn}(y,z) = & T_b + \frac{4 \cdot (T_b - T_n)}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \times \\ & \times \exp\left[-\frac{\pi^2 \cdot a^2}{4 \cdot h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z\right] - \frac{16 \cdot F_{qn} \cdot h^2}{\pi^3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)^3} \times \\ & \times \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \cdot \left\{1 - \exp\left[-\frac{\pi^2 \cdot a^2}{4 \cdot h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z\right]\right\}. \end{aligned} \quad (3.328)$$

Решение задачи, которая моделирует неизотермические процессы в зоне дозирования в предположении о независимости действия импульса количества движения с использованием уравнения (3.328), приведено в приложении А.4 (блок САПР-4).

На рис. 3.10 приведены графики распределения температурного поля вдоль винтового канала в зависимости от геометрических и технологических параметров. На рис. 3.11 представлены результаты расчетов мощности.

Графики на рис. 3.10 и 3.11 получены при использовании блока САПР-4 (приложение А.4). В качестве перерабатываемого материала был выбран полиэтилен низкой плотности серии 15802-020 [136].

Общие параметры, которые использовались при получении температурных полей и мощности на рис. 3.10 и 3.11, были приняты такими: величина радиального зазора – $\delta_2 = 0,18$ мм; толщина гребня червяка в осевом направлении – $S_0 = 4$ мм; перепад давления в зоне дозирования – $\Delta P = 12$ МПа; количество витков червячной нарезки в зоне дозирования – 12, начальная температура – $T_n = 413$ К.

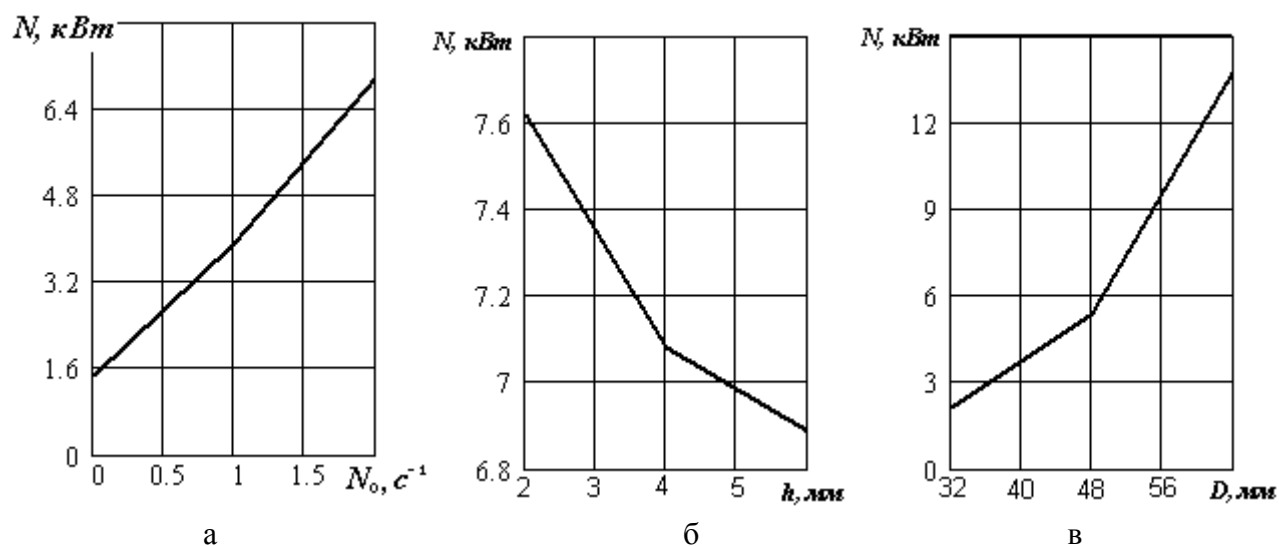


а – при значениях параметров: $D = 45$ мм; $h = 5$ мм;
 — вариант 1 ($N_0 = 1$ с⁻¹; $Q = 1,088 \times 10^{-5}$ м³/с);
 —□— вариант 2 ($N_0 = 2$ с⁻¹; $Q = 2,244 \times 10^{-5}$ м³/с);
 —×— вариант 3 ($N_0 = 3$ с⁻¹; $Q = 3,409 \times 10^{-5}$ м³/с);

б – при значениях параметров: $D = 45$ мм; $N_0 = 3$ с⁻¹;
 — вариант 4 ($h = 6$ мм; $Q = 3,964 \times 10^{-5}$ м³/с);
 —□— вариант 5 ($h = 4$ мм; $Q = 2,807 \times 10^{-5}$ м³/с);
 —×— вариант 6 ($h = 2$ мм; $Q = 1,466 \times 10^{-5}$ м³/с);

в – при значениях параметров: $h = 5$ мм; $N_0 = 2,5$ с⁻¹;
 — вариант 7 ($D = 32$ мм; $Q = 1,266 \times 10^{-5}$ м³/с);
 —□— вариант 8 ($D = 45$ мм; $Q = 2,826 \times 10^{-5}$ м³/с);
 —×— вариант 9 ($D = 63$ мм; $Q = 5,963 \times 10^{-5}$ м³/с)

Рисунок 3.10 – Графики распределения температурного поля вдоль винтового канала в зоне дозирования



а – от частоты вращения (для параметров по рис. 3.10,а);
 б – от глубины червячной нарезки (для параметров по рис. 3.10,б);
 в – от диаметра червяка (для параметров по рис. 3.10,в)

Рисунок 3.11 – Графики зависимости мощности от основных параметров

3.3.5 Моделирование температурного поля для трехслойной системы

Если охлаждение корпуса происходит за счет вентиляторов, т.е. воздушным потоком, или жидким хладагентом, что в большинстве случаев и имеет место, то для более точного моделирования температурного поля следует рассматривать трехслойную расчетную схему, с учетом стенок корпуса и сердечника червяка (при этом червяк также может иметь систему охлаждения). Кроме того, в этом случае наиболее оптимальными будут граничные условия третьего рода, а именно, на внешнем диаметре корпуса и поверхности охлаждающего отверстия червяка должны быть заданы условия конвективного теплообмена.

Такое уточнение особенно важно, когда исследуются процессы в быстроходных экструзионных агрегатах.

Согласно работам [137,138] расчетная схема в этом случае может быть изображена в соответствии с рис. 3.12, где приняты такие обозначения: K, P, C – соответственно корпус, рабочий канал и сердечник червяка; T_k, T_m, T_c – распределение температуры соответственно в корпусе, передельываемом материале и сердечнике; T_{nk}, T_{vk} – температура соответственно на внешней и внутренней поверхностях корпуса; T_{nc}, T_{vc} – температура соответственно на внешней и внутренней поверхностях сердечника; V_{ok}, T_{ok} – соответственно скорость и температура среды, которая охлаждает внешнюю поверхность корпуса; V_{oc}, T_{oc} – соответственно скорость и температура среды, которая охлаждает внутреннюю поверхность сердечника; V_z – скорость движения передельываемой среды вдоль рабочего канала.

Для описания тепловых процессов в системе, изображенной на рис. 3.12, определяющая система уравнений с учетом возможных предположений, которые отвечают соотношению геометрических параметров рабочего канала и режимов работы, может быть представлена таким образом

$$\rho_k \cdot C_{pk} \cdot \frac{\partial T_k}{\partial t} = \lambda_k \cdot \frac{\partial^2 T_k}{\partial y^2}; \quad (3.329)$$

$$\rho_m \cdot C_{pm} \cdot \left(\frac{\partial T_m}{\partial t} + V_z \cdot \frac{\partial T_m}{\partial z} \right) = \lambda_m \cdot \frac{\partial^2 T_m}{\partial y^2} + q_{dis}; \quad (3.330)$$

$$\rho_c \cdot C_{pc} \cdot \frac{\partial T_c}{\partial t} = \lambda_c \cdot \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2}, \quad (3.331)$$

где ρ_k, ρ_m, ρ_c – плотность соответственно материалу корпуса, расплава полимера и червяка; C_{pk}, C_{pm}, C_{pc} – коэффициенты теплоемкости в таком же порядке; $\lambda_k, \lambda_m, \lambda_c$ – коэффициенты теплопроводности.

Каждое из трех уравнений будет иметь по два граничных условия по координате y и по одному начальному условию по времени. Кроме того, уравнение (3.330) будет иметь еще одно начальное условие по координате z . При этом следует отметить, что при записи граничных условий могут быть разные варианты на поверхностях раздела между стенками канала и полимерным материалом.

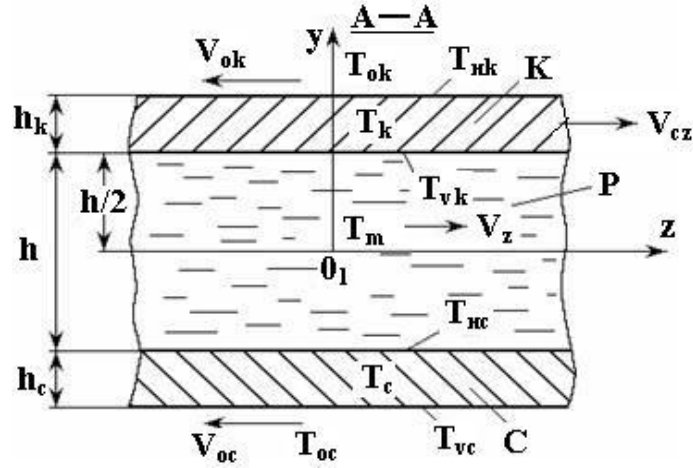


Рисунок 3.12 – Расчетная схема для моделирования температурного поля с учетом конвективного теплообмена в системах охлаждения

Представим два основных варианта. Для первого варианта систему граничных и начальных условий можно записать так

– для уравнения (3.329)

$$\pm \lambda_k \cdot \frac{\partial T_k}{\partial y} = q_{mk} \text{ при } y = \frac{h}{2},$$

$$\pm \lambda_k \cdot \frac{\partial T_k}{\partial y} = \alpha_{ok} \cdot (T_{ok} - T_{nk}) \text{ при } y = \frac{h}{2} + h_k,$$

$$T_k = T_{kn} \text{ при } t = 0;$$

– для уравнения (3.330)

$$T_m = T_{vk} \text{ при } y = \frac{h}{2};$$

$$T_m = T_{nc} \text{ при } y = -\frac{h}{2};$$

$$T_m = T_{mn} \text{ при } t = 0 \text{ (} z = 0 \text{)};$$

– для уравнения (3.331)

$$\pm \lambda_c \cdot \frac{\partial T_c}{\partial y} = q_{mc} \text{ при } y = -\frac{h}{2};$$

$$\pm \lambda_c \cdot \frac{\partial T_c}{\partial y} = \alpha_{oc} \cdot (T_{oc} - T_{vc}) \text{ при } y = -\left(\frac{h}{2} + h_c\right);$$

$$T_c = T_{cn} \text{ при } t = 0.$$

Для предельных и начальных условий введенные такие обозначения: T_{kn}, T_{mn}, T_{cn} – начальные температуры соответственно корпуса, перерабатываемого материала и сердечника червяка, которые имеют определенную функциональную зависимость (в первом приближении могут быть усреднены); α_{ok}, α_{oc} – коэффициенты теплоотдачи между охлаждающей средой и соответственно внешней поверхностью корпуса и внутренней поверхностью сердечника червяка; q_{mk}, q_{mc} – тепловые потоки, которые переходят через границы раздела между полимерным материалом и соответственно внутренней поверхностью корпуса и внешней поверхностью сердечника червяка.

Начальные условия для второго варианта остаются такими же, как и для первого варианта. Кроме того, остаются такими же и вторые граничные условия для уравнений (3.329) и (3.331). Что же касается первых граничных условий для уравнений (3.329), (3.330) и (3.331), а также второго условия для (3.330), то они переписутся соответственно так

$$T_k = T_{vk} \text{ и } \pm \lambda_m \cdot \frac{\partial T_m}{\partial y} = q_k \text{ при } y = \frac{h}{2};$$

$$T_c = T_{nc} \text{ и } \pm \lambda_m \cdot \frac{\partial T_m}{\partial y} = q_c \text{ при } y = -\frac{h}{2},$$

где q_k, q_c – тепловые потоки, которые передаются соответственно через корпус и сердечник червяка полимерному материалу.

Используя преобразование Лапласа для уравнения (3.329) и его граничных условий, получим такие операторные аналоги

$$\frac{d^2 T_k^L}{dy^2} - \frac{s}{a_k} \cdot T_k^L = -\frac{T_{kn}}{a_k};$$

$$\frac{dT_k^L}{dy} = \frac{q_{mk}}{\lambda_k \cdot s} \text{ при } y = \frac{h}{2};$$

$$\frac{dT_k^L}{dy} = \frac{\alpha_{ok}}{\lambda_k \cdot s} \cdot (T_{ok} - T_{nk}) \text{ при } y = \frac{h}{2} + h_k,$$

$$\text{где } a_k = \frac{\lambda_k}{\rho_k \cdot C_{pk}}.$$

Решение последней системы приводит к такому уравнению в изображениях

$$\begin{aligned} T_k^L = & \frac{T_{1n}}{s} - \frac{q_{mk} \cdot \sqrt{a_k}}{\lambda_k \cdot s \cdot \sqrt{s}} \cdot \frac{ch \left[\sqrt{\frac{s}{a_k}} \cdot \left(\frac{h}{2} + h_k - y \right) \right]}{sh \left(\sqrt{\frac{s}{a_k}} \cdot h_k \right)} + \\ & + \frac{\alpha_{ok} \cdot \sqrt{a_k}}{\lambda_k \cdot s \cdot \sqrt{s}} \cdot (T_{ok} - T_{nk}) \cdot \frac{ch \left[\sqrt{\frac{s}{a_k}} \cdot \left(\frac{h}{2} - y \right) \right]}{sh \left(\sqrt{\frac{s}{a_k}} \cdot h_k \right)}. \end{aligned} \quad (3.332)$$

Определим оригиналы для второго члена в правой части уравнения (3.332).

Представим гиперболические функции через показательные по аналогии с (3.178) для определения оригинала и после аналогичных преобразований получим

$$\frac{ch \left[\sqrt{\frac{s}{a_k}} \cdot \left(\frac{h}{2} + h_k - y \right) \right]}{sh \left(\sqrt{\frac{s}{a_k}} \cdot h_k \right)} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-b1_k \cdot \sqrt{s}} + \sum_{k=0}^{\infty} e^{-b2_k \cdot \sqrt{s}},$$

$$\text{где } b1_k = \sqrt{\frac{1}{a_k}} \cdot \left[-\left(\frac{h}{2} + h_k - y \right) + h_k \cdot (2 \cdot k + 1) \right];$$

$$b2_k = \sqrt{\frac{1}{a_k}} \cdot \left[\left(\frac{h}{2} + h_k - y \right) + h_k \cdot (2 \cdot k + 1) \right].$$

Таким образом, учитывая последние выражения, второе слагаемое в правой части уравнения (3.332) переписывается в таком виде

$$\frac{q_{mk} \cdot \sqrt{a_k}}{\lambda_k \cdot s \cdot \sqrt{s}} \cdot \frac{ch \left[\sqrt{\frac{s}{a_k}} \cdot \left(\frac{h}{2} + h_k - y \right) \right]}{sh \left(\sqrt{\frac{s}{a_k}} \cdot h_k \right)} =$$

$$= \frac{1}{s} \cdot \frac{q_{mk} \cdot \sqrt{a_k}}{\lambda_k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} e^{-b1_k \cdot \sqrt{s}} + \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} e^{-b2_k \cdot \sqrt{s}} \right) = \frac{F1(s)}{s}. \quad (3.333)$$

Следует воспользоваться теоремой об интегрировании оригинала [132] для определения оригинала последнего выражения, а для того, чтобы найти оригинал функции $F1(s)$, необходимо использовать следующую формулу перехода (в этом случае независимой сменной будет время t)

$$\frac{e^{-a \cdot \sqrt{s}}}{\sqrt{s}} \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot t}} \cdot e^{-\frac{a^2}{4t}}. \quad (3.334)$$

Учитывая приведенные соотношения, для оригинала второго члена в формуле (3.332) будем иметь

$$\frac{q_{mk} \cdot \sqrt{a_k}}{\lambda_k} \cdot \int_0^t \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot t}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\frac{b1_k^2}{4t}} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot t}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\frac{b2_k^2}{4t}} \right) dt.$$

После взятия интеграла окончательно имеем

$$\frac{q_{mk} \cdot \sqrt{a_k}}{\lambda_k} \cdot \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp \left(-\frac{b1_k^2}{4t} \right) - b1_k \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{b1_k}{2 \cdot \sqrt{t}} \right) \right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp \left(-\frac{b2_k^2}{4t} \right) - b2_k \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{b2_k}{2 \cdot \sqrt{t}} \right) \right] \right\}. \quad (3.335)$$

Оригинал третьего слагаемого в уравнении (3.332) можно найти по аналогии со вторым слагаемым.

Окончательно для оригинала уравнения (3.332) можно записать такое выражение

$$\begin{aligned}
T_k(t, y) = & T_{1n} - \frac{q_{mk} \cdot \sqrt{a_k}}{\lambda_k} \cdot \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b1_k^2}{4 \cdot t}\right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - b1_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b1_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right] + \right. \\
& \left. + \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b2_k^2}{4 \cdot t}\right) - b2_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b2_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right] \right\} + \\
& + \frac{\alpha_{ok} \cdot \sqrt{a_k}}{\lambda_k} \cdot (T_{ok} - T_{nk}) \cdot \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b3_k^2}{4 \cdot t}\right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - b3_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b3_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right] + \right. \\
& \left. + \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b4_k^2}{4 \cdot t}\right) - b4_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b4_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right] \right\}, \tag{3.336}
\end{aligned}$$

где $b1_k = \sqrt{\frac{1}{a_k}} \cdot \left[-\left(\frac{h}{2} + h_k - y\right) + h_k \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$; $b2_k = \sqrt{\frac{1}{a_k}} \cdot \left[\left(\frac{h}{2} + h_k - y\right) + h_k \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$;
 $b3_k = \sqrt{\frac{1}{a_k}} \cdot \left[-\left(\frac{h}{2} - y\right) + h_k \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$; $b4_k = \sqrt{\frac{1}{a_k}} \cdot \left[\left(\frac{h}{2} - y\right) + h_k \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$.

Если использовать второй вариант граничных условий, то выражение (3.337) преобразуется к виду

$$T_k(t, y) = T_{V_k} + T1_k(t, y) + T2_k(t, y),$$

где

$$T1_k(t, y) = \cos\left[\frac{\pi}{2 \cdot h_k} \cdot \left(\frac{h}{2} + h_k - y\right) \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \times \exp\left[\frac{-\pi^2 \cdot a_k \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot t}{4 \cdot h_k^2}\right];$$

$$\begin{aligned}
T2_k(t, y) = & \frac{\alpha_{ok} \cdot \sqrt{a_{ok}}}{\lambda_k} \cdot (T_{ok} - T_{nk}) \times \\
& \times \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b3_k^2}{4 \cdot t}\right) - b3_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b3_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right] + \right. \\
& \left. + \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b4_k^2}{4 \cdot t}\right) - b4_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b4_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right] \right\}.
\end{aligned}$$

Следует заметить, что нестационарные процессы в экструзионных машинах характерны только для переходных режимов, например, при запуске, остановке или переходе с одного скоростного режима на другой. Рабочие режимы в большинстве случаев можно считать стационарными. Тогда последнее уравнение упростится к виду

$$T_k(y) = T_{vk} + \frac{\alpha_{ok}}{\lambda_k} \cdot (T_{ok} - T_{hk}) \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right). \quad (3.338)$$

Аналогичным образом можно записать для сердечника

$$T_c(y) = T_{nc} + \frac{\alpha_{oc}}{\lambda_c} \cdot (T_{ok} - T_{vc}) \cdot \left(y + \frac{h}{2}\right). \quad (3.339)$$

Распределение температурного поля в полимерном материале для первого варианта можно найти по методике, предложенной в работах [124, 126]. Для второго варианта, выполняя аналогичные действия, которые привели к уравнению (3.337), получено (для стационарного режима работы) такое выражение

$$T_m(y, z) = T_{mn} + a / \lambda_m \cdot \alpha_{oc} \cdot (T_{oc} - T_{vc}) \cdot K_{oc}(y, z) + \\ + a / \lambda_m \cdot \alpha_{ok} \cdot (T_{ok} - T_{hk}) \cdot K_{ok}(y, z) + q_{dis} / \lambda_m \cdot a^2 \cdot z, \quad (3.340)$$

где

$$K_{oc}(y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot z_{\pi} \cdot \exp(-b_{z5}^2) - b_{5k} \cdot \operatorname{erfc}(b_{z5}) \right] + \\ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot z_{\pi} \cdot \exp(-b_{z6}^2) - b_{6k} \cdot \operatorname{erfc}(b_{z6}) \right]; \\ K_{ok}(y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot z_{\pi} \cdot \exp(-b_{z7}^2) - b_{7k} \cdot \operatorname{erfc}(b_{z7}) \right] + \\ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot z_{\pi} \cdot \exp(-b_{z8}^2) - b_{8k} \cdot \operatorname{erfc}(b_{z8}) \right]; \\ b_{5k} = 1/a \cdot [-(y - h/2) + h \cdot (2 \cdot k + 1)]; \quad b_{6k} = 1/a \cdot [(y - h/2) + h \cdot (2 \cdot k + 1)]; \\ b_{7k} = 1/a \cdot [-(y + h/2) + h \cdot (2 \cdot k + 1)]; \quad b_{8k} = 1/a \cdot [(y + h/2) + h \cdot (2 \cdot k + 1)]; \quad z_{\pi} = \sqrt{z/\pi}; \\ b_{z5} = \frac{b_{5k}}{2 \cdot \sqrt{z}}; \quad b_{z6} = \frac{b_{6k}}{2 \cdot \sqrt{z}}; \quad b_{z7} = \frac{b_{7k}}{2 \cdot \sqrt{z}}; \quad b_{z8} = \frac{b_{8k}}{2 \cdot \sqrt{z}}; \quad a = \sqrt{\frac{\lambda \cdot W_n \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot Q}}.$$

В случае степенной жидкости, после определения соответствующих компонентов тензоров, функция диссипации принимает вид

$$q_{dis} = \mu^{-1/n} \cdot \left[(P_{,x} \cdot y + C_0)^2 + (P_{,z} \cdot y + C_1)^2 \right]^{(n+1)/(2 \cdot n)}.$$

Таким образом, для определения распределения температурного поля в трехслойной системе по рис. 3.12 согласно второму варианту граничных условий необходимо решение уравнений (3.338) – (3.340). Однако данная система содержит в общем случае четыре неизвестных величины: T_{hk} , T_{vk} , T_{nc} , T_{vc} . Для определения неизвестных граничных значений температур из этих уравнений получена следующая система уравнений (при таких обозначениях: $T_k(h/2 + h_k) = T_{hk}$; $T_c(-h/2 - h_c) = T_{vc}$; $T_m(h/2, z) = T_{vk}$; $T_m(-h/2, z) = T_{nc}$)

$$T_{hk} = T_{vk} + \frac{\alpha_{ok}}{\lambda_k} \cdot (T_{ok} - T_{hk}) \cdot h_k; \quad (3.341)$$

$$T_{vc} = T_{nc} + \frac{\alpha_{oc}}{\lambda_c} \cdot (T_{oc} - T_{vc}) \cdot h_c. \quad (3.344)$$

$$T_{vk} = T_{mn} + \frac{a}{\lambda_m} \cdot \alpha_{oc} \cdot (T_{oc} - T_{vc}) \cdot K_{oc}\left(\frac{h}{2}, z\right) + \frac{a}{\lambda_m} \cdot \alpha_{ok} \cdot (T_{ok} - T_{hk}) \cdot K_{ok}\left(\frac{h}{2}, z\right); \quad (3.342)$$

$$T_{nc} = T_{mn} + \frac{a}{\lambda_m} \cdot \alpha_{oc} \cdot (T_{oc} - T_{vc}) \cdot K_{oc}\left(-\frac{h}{2}, z\right) + \frac{a}{\lambda_m} \cdot \alpha_{ok} \cdot (T_{ok} - T_{hk}) \cdot K_{ok}\left(-\frac{h}{2}, z\right); \quad (3.343)$$

Для удобства решения системы уравнений (3.341) – (3.344) представим ее в матричной форме

$$\begin{bmatrix} T_{hk} \\ T_{vk} \\ T_{nc} \\ T_{vc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{0,0} & A_{0,1} & A_{0,2} & A_{0,3} \\ A_{1,0} & A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,0} & A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,0} & A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CV_0 \\ CV_1 \\ CV_2 \\ CV_3 \end{bmatrix}. \quad (3.345)$$

В уравнение (3.345) входят такие комплексы

$$A_{0,0} = 1 + \alpha_{ok} / \lambda_k \cdot h_k, \quad A_{0,1} = -1, \quad A_{0,2} = A_{0,3} = 0,$$

$$A_{1,0} = a / \lambda_m \cdot \alpha_{ok} \cdot K_{ok}(h/2, z),$$

$$A_{2,0} = a / \lambda_m \cdot \alpha_{ok} \cdot K_{ok}(-h/2, z),$$

$$A_{1,1} = 1, \quad A_{1,2} = 0, \quad A_{1,3} = a / \lambda_m \cdot \alpha_{oc} \cdot K_{oc}(h/2, z),$$

$$A_{3,0} = A_{3,1} = 0, \quad A_{2,3} = a/\lambda_m \cdot \alpha_{oc} \cdot K_{oc}(-h/2, z),$$

$$A_{2,1} = 0, \quad A_{2,2} = 1, \quad A_{3,2} = -1, \quad A_{3,3} = 1 + \alpha_{oc}/\lambda_c \cdot h_c,$$

$$CV_0 = \alpha_{ok}/\lambda_k \cdot T_{ok} \cdot h_k, \quad CV_3 = \alpha_{oc}/\lambda_c \cdot T_{oc} \cdot h_c,$$

$$CV_1 = T_{mn} + F_{dis}/\lambda_m \cdot a^2 \cdot z + a/\lambda_m \cdot \alpha_{oc} \cdot T_{oc} \cdot K_{oc}(h/2, z) + \\ + a/\lambda_m \cdot \alpha_{ok} \cdot T_{ok} \cdot K_{ok}(h/2, z),$$

$$CV_2 = T_{mn} + F_{dis}/\lambda_m \cdot a^2 \cdot z + a/\lambda_m \cdot \alpha_{oc} \cdot T_{oc} \cdot K_{oc}(-h/2, z) + \\ + a/\lambda_m \cdot \alpha_{ok} \cdot T_{ok} \cdot K_{ok}(-h/2, z).$$

Если червяк выполнен без охлаждающей полости, то в математической модели необходимо сделать некоторые изменения. Пренебрегая отводом тепла через хвостовик червяка, нижнюю пластину можно считать теплоизолированной. Тогда граничное условие переписывается так: $\partial T_m / \partial y = 0$ при $y = -h/2$. Последнее соотношение приведет к соответствующим изменениям и в уравнениях (3.340) и (3.341). Однако разработанный алгоритм для охлаждаемого червяка остается без изменения. Уравнение в матричной форме (3.345) будет справедливым и для данного варианта, при этом в компонентах $A_{i,j}$ и CV_i следует подставить $\alpha_{oc} = 0$.

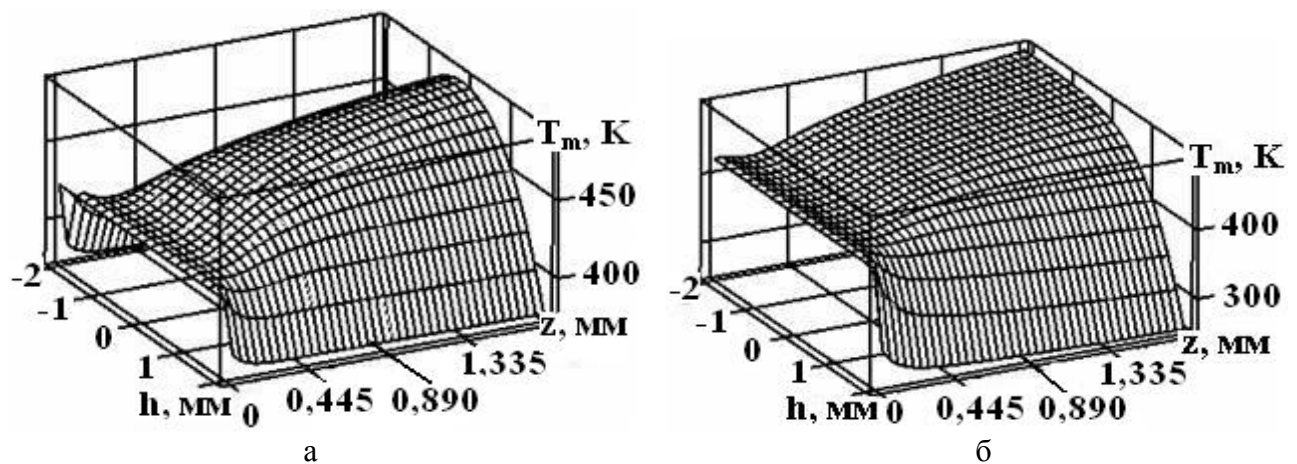
Результаты расчетов для охлаждаемого червяка приведены в табл. 3.1, а для неохлаждаемого – в табл. 3.2. Объемные графики распределения температурного поля в рабочем объеме приведены на рис. 3.13.

Таблица 3.1 – Результаты расчетов для охлаждаемого червяка

№, п/п	N_0 , с ⁻¹	G_0 , кг/ч	V_c , м/с	$\partial V_z / \partial y_{max}$, с ⁻¹	$\partial V_x / \partial y_{max}$, с ⁻¹	T_{ox} , К	T_{max} , К	N , кВт
1	1,5	33,52	0,212	103,81	76,628	421	464	1,497
2	2,5	60,01	0,353	154,50	125,03	394	477	3,449
3	3,5	87,40	0,495	202,91	173,16	365	488	6,096
4	4,5	115,05	0,636	250,48	221,20	336	497	9,402
5	5,5	143,15	0,778	297,25	269,16	306	505	13,39
6	6,5	171,15	0,919	343,98	317,12	277	511	17,97
7	7,5	199,05	1,060	390,21	365,03	247	516	23,28

Таблица 3.2 – Результаты расчетов для неохлаждаемого червяка

№, п/п	N_0 , с ⁻¹	G_0 , кг/ч	V_c , м/с	$\partial V_z / \partial y_{max}$, с ⁻¹	$\partial V_x / \partial y_{max}$, с ⁻¹	T_{ox} , К	T_{max} , К	N , кВт
1	1,5	34,75	0,212	98,626	75,867	360	482	1,713
2	2,5	61,60	0,353	148,33	124,16	296	492	4,038
3	3,5	89,12	0,495	196,57	172,29	231	498	7,229
4	4,5	116,75	0,636	244,14	220,35	166	504	11,52
5	5,5	144,75	0,778	291,19	268,35	101	509	16,17
6	6,5	172,60	0,919	338,06	316,34	37	514	21,82



а - для охлаждаемого червяка; б - для неохлаждаемого червяка

Рисунок 3.13 – Объемные графики распределения температурного поля в объеме перерабатываемого материала для третьих вариантов

В качестве примера взяты такие параметры экструзионного агрегата: $D=45$ мм; $h=4$ мм; $I_d=12$ (количество витков в зоне дозирования); $\varphi_0=17,657^\circ$; $t_0=D$; $S_0=4$ мм; $\delta_r=0,18$ мм; $h_k=18$ мм; $h_c=12,5$ мм. Материал червяка и корпуса принят одинаковым: $\lambda_k=\lambda_c=46,5$ Вт/(м·К). Система охлаждения корпуса и червяка имеет одинаковые характеристики: $\alpha_{ok}=\alpha_{oc}=4,1$ кВт/(м²·К). Приняты такие величины для перепада давления вдоль оси z : $\Delta P=15$ МПа $\partial P/\partial z=8,425$ МПа/м.

В качестве перерабатываемого материала выбран полиэтилен низкого давления.

Как видно из приведенных результатов, например, для охлаждаемого червяка при $N_0=6,5$ с⁻¹ температура охлаждающей среды составляет $T_{ox}=277$ К. Что же касается варианта с неохлаждаемым червяком, то уже при такой частоте вращения червяка, в соответствии с его геометрическим размерам, температуру охлаждающей среды необходимо поддерживать на уровне $T_{ox}=37$ К, что с технической точки зрения есть довольно сложной задачей.

При этом высокоскоростные режимы работы можно считать, начиная с окружной скорости $V_c=0,4$ м/с (при частоте вращения для данного диаметра $N_0=3$ с⁻¹) или для обобщенной скорости сдвига свыше 200 с⁻¹. Обобщенную скорость сдвига можно определить из выражения $\dot{\gamma}_{ob}=\sqrt{(\partial V_z/\partial y)^2+(\partial V_x/\partial y)^2}$. При окружных скоростях свыше 1 м/с и, соответственно, обобщенных скоростях сдвига свыше 500 с⁻¹ экструзионные процессы можно отнести к сверхскоростным.

След сказать, что для достижения производительности в 171,15 кг/ч (вариант №6 из табл. 3.1) для обычной частоты вращения рабочего органа, необходимо уже использовать экструдер с диаметром червяка 90 мм. При этом другие параметры будут иметь такие значения: $N_0=1,17$ с⁻¹; $V_c=0,331$ м/с; $\partial V_z/\partial y_{max}=95,165$ с⁻¹; $\partial V_x/\partial y_{max}=79,517$ м/с; $T_{ox}=391$ К; $T_{max}=479,3$ К; $N=13,561$ кВт; $h=6$ мм. Как видно из приведенных результатов, для достижения

одинаковой производительности на одночервячном экструдере с диаметром червяка 45 мм необходимо израсходовать несколько большую мощность, чем с диаметром червяка 90 мм (отношение составляет – $N_{45}/N_{90} = 1,325$), что вызвано значительным повышением сдвиговых деформаций, но это касается только зоны дозирования. С учетом того, что вспомогательные, потребляющие электроэнергию приборы, а именно: нагреватели, двигатель загрузки и т.п., для экструдера с диаметром червяка 45 мм нуждаются в значительно меньшей энергии, чем с диаметром - 90 мм, можно считать, что общая мощность практически не изменяется.

При этом значительно уменьшается материалоемкость оборудования и площадь производственных помещений. Так, для червячной машины ЧП 45×20 (45×20 обозначает соотношение диаметра червяка к его рабочей длине) масса будет представлять $m_{45} = 1,5$ т, а для ЧП 90×20 будем иметь $m_{90} = 3,8$ т, т.е. получим – $m_{90}/m_{45} = 2,533$. Кроме того, площади, которые будут занимать эти два агрегата после их монтажа соответственно составляют $S_{45} = 2,56$ м² и $S_{90} = 7,2$ м², т.е. имеем такое отношение $S_{90}/S_{45} = 2,813$. Таким образом, в одном производственном помещении можно разместить большее количество агрегатов, что приведет к уменьшению затрат электроэнергии на вспомогательные цели (освещение, вентиляцию, подачу сырья и т.п.). Следует отметить, что средства на изготовление и обслуживание машин с большими размерами рабочих органов, также будут в разы большими, а в некоторых случаях – и на порядок.

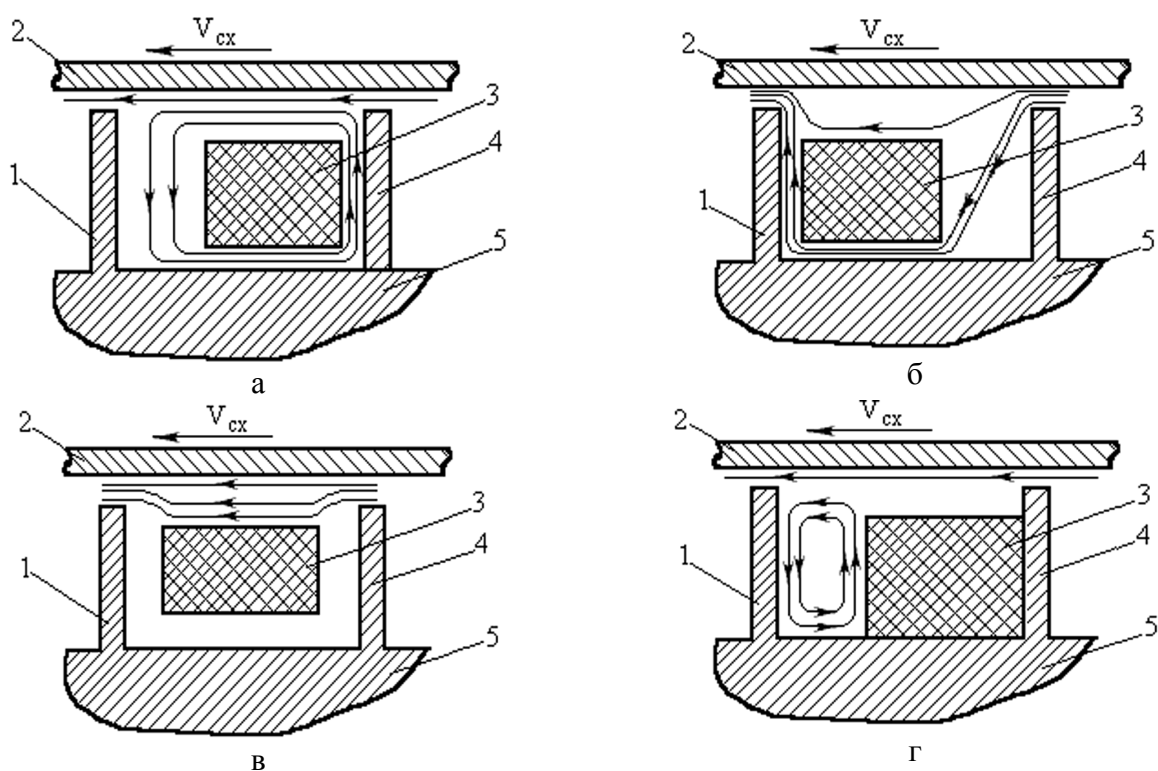
Расчеты для трехслойной системы приведены в приложении А.5 (блок САПР-5).

4 МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЛАВЛЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ОДНОЧЕРВЯЧНЫХ ЭКСТРУДЕРАХ

4.1 Анализ современного состояния процесса плавления

Интенсивная разработка теорий плавления в рабочем объеме экструзионных агрегатов началась с середины пятидесятих годов двадцатого столетия. В этот же период было выполнено значительное количество экспериментальных работ по изучению закономерностей плавления термопластов. К первым работам в этой области следует, прежде всего, отнести работы Бернхардта Э., Мак-Келви Д.М., Меддока Б.Х. и других [139 – 148]. Особую роль в развитии теоретического анализа зоны плавления внесла школа Тадмора З., к основным работам которой следует отнести [16, 22, 23, 149, 150].

Среди известных схем плавления в винтовом канале червячного экструдера можно выделить четыре основные, как показано на рис. 4.1. Прежде всего, следует выделить общие черты представленных схем.



а – по механизму Меддока Б.Х. и Стрита Л.Ф. [145,147]; б – по механизму Менжеса Г. и Кленка К.П. [148]; в – по механизму Линдта Ж.Т. [151]; г – по механизму Тадмора З.[22]; 1 – толкающая стенка нарезки червяка; 2 – корпус; 3 – твердая пробка; 4 – передняя (пассивная) стенка нарезки червяка; 5 – сердечник червяка

Рисунок 4.1 – Основные существующие схемы плавления полимерных материалов в червячном экструдере

Данные схемы получены в предположении, что глубина канала является малой величиной по сравнению с диаметром червяка. Это предположение позволило развернуть канал на плоскость и рассматривать процессы в декартовой системе координат по аналогии с зоной дозирования. То есть схема на рис. 3.2 в данном случае также справедлива. Твердая пробка моделируется прямоугольной полосой, которая изменяет свои размеры в процессе ее движения вдоль винтового канала червяка.

Механизм плавления по схеме в соответствии с рис. 4.1,а-в предполагает наличие вокруг всех четверых сторон зон с расплавленным материалом. По схеме на рис. 4.1,а зоны расплава между твердой пробкой и тремя поверхностями канала, а именно, корпусом, сердечником и передней стенкой, представляют собой тонкий слой. Зона расплава, которая находится между твердой пробкой и толкающей стенкой, постоянно возрастает за счет перехода расплавленной массы с твердой пробки в эту зону.

Различие между схемами по рис. 4.1,а и рис. 4.1,б состоит в том, что механизм плавления согласно Менжесу Г. и Кленку К.П. предполагает накопление расплава полимера между твердой пробкой и передней стенкой нарезки червяка. В связи с этим изменяются направления потоков относительно твердой пробки в зонах, близких к поверхности червяка. Что же касается механизма плавления по Линдту Ж.Т., то в этом случае твердая пробка концентрируется в срединной части канала и процесс плавления идет от поверхностей корпуса и сердечника червяка.

Механизм плавления по Тадмору З., представленный в соответствии со схемой на рис. 4.1,г, предполагает наличие двух зон расплава, размещенных между поверхностями, с одной стороны корпуса и толкающей стенкой червяка, а с другой стороны соответствующими поверхностями твердой пробки полимера. Причем накопление расплава перерабатываемого материала происходит в той же зоне, что и по схеме на рис. 4.1,а. Следует также отметить, что в соответствии с теорией Тадмора З., толщина слоя расплава, которая расположена между твердой пробкой и корпусом, постоянно уменьшается, что для реальных режимов далеко не всегда соответствует действительности, в особенности для цилиндрического сердечника.

Надо также заметить, что в теоретическом плане наиболее разработанной является теория Тадмора З. Однако данная теория содержит несколько необоснованных предположений и пренебрежений, среди которых следует выделить такие: взаимодействие твердой пробки с соприкасающимися поверхностями на границах раздела учитывается только с одной стороны, да и то без учета конвективного теплопереноса в пленке расплава; не достаточно корректное описание температурного поля в твердой пробке с учетом граничных условий, в особенности на поверхности червяка; отсутствует взаимосвязь скорости движения твердой пробки к границе раздела с наличием градиента давления в заполненных расплавом зонах. Подробное описание теории плавления по Тадмору З. будет рассмотрено в разделе 4.2.

Большинство последующих работ, выполненных как в теоретическом, так и экспериментальном направлениях, представляют собой в основном модификации теорий плавления, схемы которых представлены на рис. 4.1.

К основным работам, которые были направлены на усовершенствование механизмов плавления полимерных материалов в рабочих объемах червячных экструдеров, можно отнести [152–166]. Причем в работах [156,161] рассматривались процессы плавления с использованием барьерных червяков, а именно, с двойной нарезкой и сменным шагом.

Следует выделить также русскую школу ученых в области моделирования процессов плавления в одночервячном агрегате под руководством Первадчука В.П. При составлении математических моделей ими были приняты основные предпосылки из работ [145, 159] и некоторые положения из теории Тадмора З. Решение систем дифференциальных уравнений, описывающих процессы тепломассопереноса, базировалось на численных методах, а именно, использовался метод сеток. При этом для уравнений, связанных с переносом тепла, использовалась явная разностная схема, а для уравнений, которые описывают перенос массы и количества движения – неявные схемы. Полученные результаты численного решения свидетельствуют о том, что форма границы раздела фаз вдоль всей зоны пластикиции значительно отличается от прямоугольной, соответствующей схемам, представленным на рис. 4.1. Кроме того, плавление твердой пробки происходит одновременно вдоль всей криволинейной поверхности раздела фаз с той или другой скоростью. Остается, однако, открытым вопрос о влиянии сил трения на процесс плавления между твердой пробкой и поверхностью червяка и их взаимосвязи с давлением в винтовом канале. Основные результаты исследований, приведенных Первадчуком В.П. и его группой, представлены в работах [25, 167 – 171].

Необходимо в соответствии с последними работами сделать и следующее замечание. Хотя в разработанной математической модели было учтено большое количество внешних и внутренних по отношению к твердой пробке факторов, влияющих на процесс плавления, однако профиль твердой пробки значительно отличается от экспериментально полученных. Конечно, результаты экспериментов не подтверждают четко прямоугольный профиль поперечного сечения твердой пробки в соответствии со схемами на рис. 4.1. Однако, в большинстве случаев профиль пробки близкий к прямоугольному при наличии округленных форм переходов между сторонами прямоугольника. Да и, в принципе, это не является очень важным вопросом. Основным моментом при расчете зоны плавления должно быть выявление длины зоны плавления в расчете на единицу энергозатрат для осуществления данного процесса. Кроме того, модель зоны плавления должна адекватно описывать и предусматривать появление нежелательных условий работы, например, возникновение локальных зон термодеструкции.

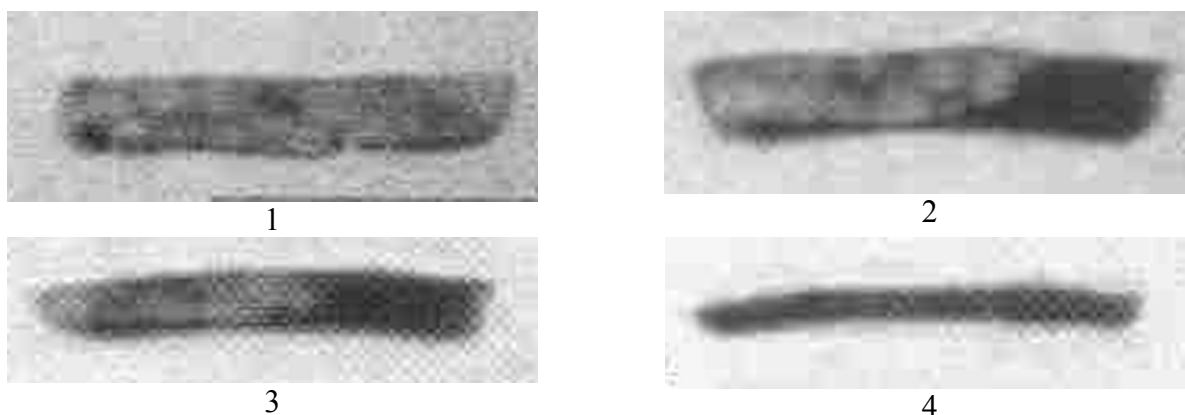
В последнее десятилетие достаточно широкое признание получили китайские ученые под руководством Чжу Фухуа, выполнившие значительный объем исследований процессов неизотермической экструзии. Особенно

полезные результаты были получены с помощью динамической визуализации процессов плавления и смешения с использованием червяков разной конфигурации [26, 172–174]. Фотографии из этих работ приведены на рис. 4.2 – 4.5.



Рисунок 4.2 – Фотография плавления ПВХ (стрелка показывает направление движения)

В процессе плавления расплав ПВХ действительно накапливается перед толкающей стенкой винтовой нарезки червяка (рис. 4.2). Причем с данного рисунка видно достаточно четкое распределение отдельных гранул или их небольших агломератов на границах, между которыми наблюдаются темные полосы расплава. Последнее замечание свидетельствует о том, что твердая пробка не имеет достаточной монолитности, в результате чего расплав может легко проникать вглубь, тем самым, интенсифицируя процесс плавления.



1 – начальная стадия; 2, 3 – промежуточные стадии; 4 – конечная стадия

Рисунок 4.3 –. Фотографии поперечных срезов вдоль зоны плавления для ПВХ

Из поперечных срезов, которые представлены на рис. 4.3, можно сделать два основных вывода. Первый состоит в том, что основной тепловой поток направлен вдоль глубины винтового канала, который приводит в этом направлении к большей скорости плавления (высота срезов изменяется с большей скоростью, чем их ширина). Второй свидетельствует о том, что расплав материала (правый конец на рис. 4.3 для промежуточных стадий) накапливается перед толкающей стенкой.

Как видно из приведенных фотографий, большинство реальных процессов совпадают со схемой, приведенной на рис. 4.1,г. Однако имеют место и отклонения к другим схемам.

Определенный интерес вызывают работы, связанные с процессами плавления полимерных материалов при наличии частичек, которые имеют

большую теплопроводность, например, металлические элементы. Среди таких роботов следует выделить следующие [175, 176].

Получена зависимость для теплового баланса на границе раздела твердой пробки со слоем расплава полимера

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\lambda_p}{\delta_1(x,z)} \cdot (T_{цв} - T_{пл}) - \frac{\eta_1 \cdot V_j^2}{2 \cdot \delta_1(x,z)} + \lambda_{II} \cdot \left(\frac{\partial T_{II}}{\partial y} \right)_{y=\delta_1(x,z)} - \\
 & - \left[\frac{\lambda_p \cdot (T_{цв} - T_{пл})}{\delta_2(x,z)} \cdot \frac{a_{II}}{a_H} + \frac{\eta_2 \cdot V_j^2}{2 \cdot \delta_2(x,z)} \cdot \frac{a_{II}}{a_H} - \lambda_H \cdot \left(\frac{\partial T_H}{\partial y} \right)_{y=\delta_2(x,z)} \cdot \frac{a_{II}}{a_H} \right] \cdot \frac{S_H}{S_{II}} = \\
 & = \rho_{II} \cdot V_{np} \cdot \left[\frac{d\delta_1(x,z)}{dz} \cdot \left(1 - \frac{S_H}{S_{II}} \right) + \frac{d\delta_2(x,z)}{dz} \cdot \frac{S_H}{S_{II}} \right] \cdot \lambda_{пл}, \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

где V_j – скорость движения пробки относительно материального цилиндра; $T_{цв}$ – температура внутренней поверхности цилиндра; $T_{пл}$ – температура плавления; λ_p , λ_{II} , λ_H – коэффициенты теплопроводности соответственно для расплава полимера, твердой пробки и наполнителя; η_1 , η_2 – коэффициенты вязкости расплава полимера соответственно над твердой пробкой и наполнителем; a_{II} , a_H – коэффициенты температуропроводности соответственно для твердой пробки и наполнителя; V_{np} – скорость движения материального цилиндра; ρ_{II} – плотность полимерного материала; S_{II} , S_H – характерные размеры соответственно для твердой пробки и наполнителя; $\delta_1(x,z)$, $\delta_2(x,z)$ – толщина пленки расплава полимера соответственно над твердой пробкой и наполнителем.

Из выражения (4.1.) определяется величина $\delta_1(x,z)$. Для расчета толщины пленки расплава можно воспользоваться уравнением

$$\frac{d\delta_2(j)}{dj} = N_y[\tau_\omega(j)] \cdot \frac{\pi \cdot D_n^3}{6} \cdot \frac{\rho_{пн}}{\rho_H} \cdot \frac{1}{V_j}, \quad (4.2)$$

где $N_y[\tau_\omega(j)]$ – интенсивность уноса частичек наполнителя диаметром D_n , уплотненного до плотности $\rho_{пн}$.

Градиенты температуры определяются из уравнения теплопроводности при соответствующих граничных условиях. В зависимости от соотношения $\delta_1(x,z)$ и $\delta_2(x,z)$ возможны разные варианты относительного размещения профилей зон полимера и наполнителя, которые отличаются высотой профиля, что создает разные условия для диспергирования наполнителя.

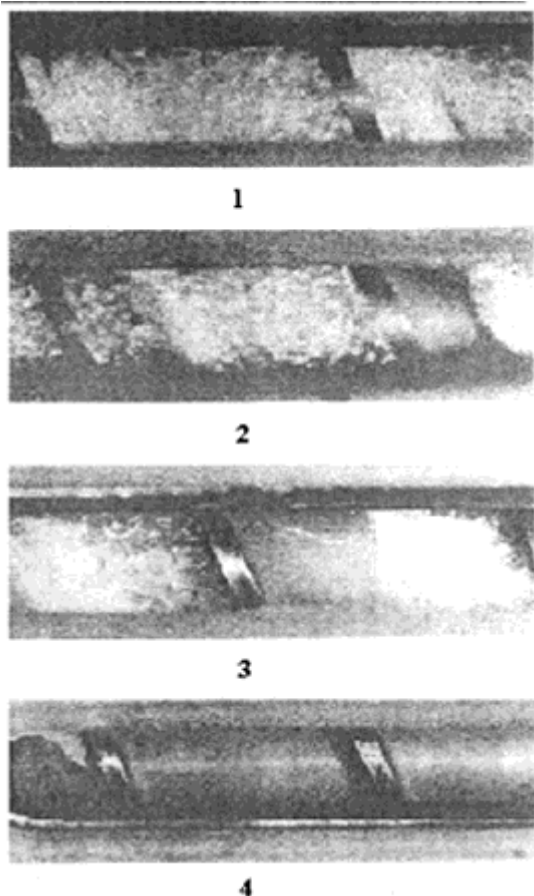


Рисунок 4.4 – Фотография плавления полиэтилена высокой плотности: 1 – начало плавления; 2 – вторая фаза процесса плавления; 3 – третья фаза процесса плавления; 4 – конечная фаза процесса плавления

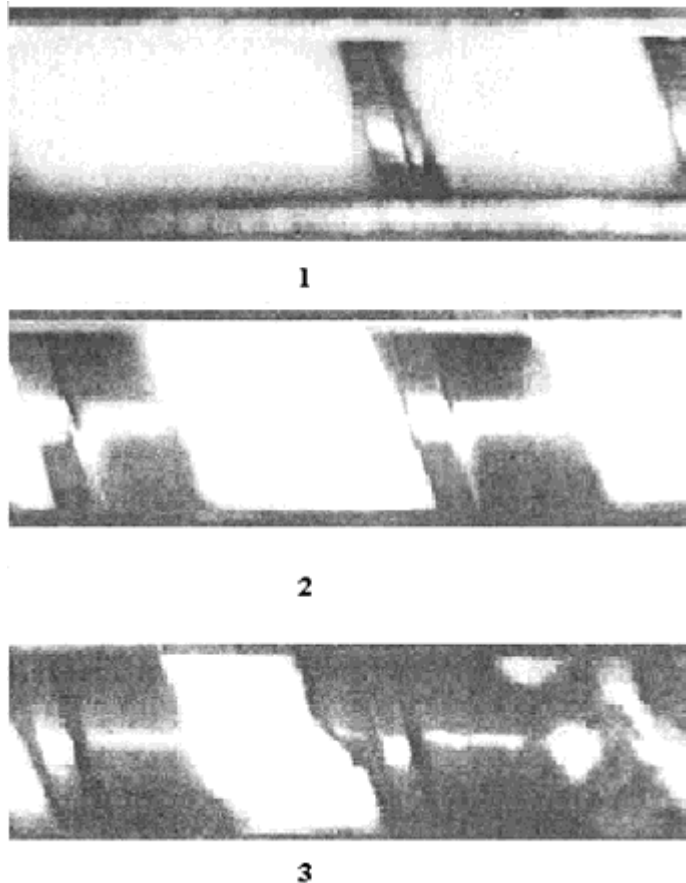


Рисунок 4.5 – Фотография плавления полиэтилена низкой плотности: 1 – начало плавления; 2 – вторая фаза процесса плавления; 3 – третья фаза процесса плавления

В работах [177, 178] были рассмотрены тепловые процессы при наличии как верхней, так и нижней пленок расплава полимера с учетом возрастания высоты нижней пленки расплава. Для расчета температурного поля в нижней пленке расплава и в твердой пробке получены следующие зависимости:

– для твердой пробки

$$T_n(t, y) = T_s - \frac{(T_s - T_{nl}) \cdot \lambda_3 \cdot a^{0,5}}{\lambda_1 \cdot a_3^{0,5} + \lambda_3 \cdot a_1^{0,5} \cdot \Phi(\chi)} \cdot \Phi\left(\frac{y}{2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot t}}\right); \quad (4.3)$$

– для нижней пленки расплава

$$T_\delta(t, y) = T_{nl} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right) + \frac{T_{nl} \cdot a^{0,5}}{a_1^{0,5} \cdot \Phi^*\left(\chi \cdot \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)} \cdot \Phi^*\left(\frac{y}{2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot f}}\right), \quad (4.4)$$

где Φ , Φ^* – комплексы, характеризующие скорость плавления; χ – коэффициент, который определяется из уравнения

$$\begin{aligned}
& \frac{\lambda_3 \cdot a_1^{0,5} \cdot (T_s - T_{nl}) \cdot \exp(-\chi^2)}{\lambda_1 \cdot a_3^{0,5} + \lambda_3 \cdot a_1^{0,5} \cdot \Phi(\chi)} - \\
& - \frac{\lambda_2 \cdot a_1^{0,5} \cdot (T_{nl} - T_N) \cdot \exp\left(-\frac{a_1}{a_2} \cdot \chi^2\right)}{\lambda_1 \cdot a_2^{0,5} \cdot \Phi^*\left(\chi \cdot \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)} = \\
& = \frac{\chi \cdot L_{nl} \cdot \pi^{0,5}}{C_1}, \tag{4.5}
\end{aligned}$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – коэффициенты теплопроводности соответственно расплава, твердого полимера и металла корпуса; a_1, a_2, a_3 – коэффициенты температуропроводности в такой же последовательности, что и для λ ; T_s – температура сердечника червяка; T_{nl} – температура плавления; L_{nl} – длина зоны плавления.

Тадмором З. в своих работах была введена промежуточная зона, так называемая зона задержки, которая размещена между зоной питания и зоной пластикации. Причем эта зона имеет длину, на которой высота пленки расплава над твердой пробкой не превышает величины радиального зазора. Длина переходной зоны зависит от свойств перерабатываемого материала и совокупности технологических параметров, как в зоне питания, так и непосредственно в переходной зоне, а именно, создаваемого давления, распределения напряжений, интенсивности внешнего нагрева и нагрева за счет диссипативных выделений.

При прохождении полимерного материала через зону питания, в зависимости от создаваемого давления, могут возникать поры, форму и поперечное сечение которых можно рассчитать, исходя из типа упаковки. При плотной упаковке, то есть при большом градиенте давления, поперечное сечение пор имеет форму равностороннего криволинейного треугольника. Если градиент давления незначительный, то форма упрощается до равностороннего треугольника [30, 179]. С целью упрощения процессов, описывающих течение расплава полимера в порах и теплообмен в пористом материале, поперечное сечение можно привести к кругу [180] или прямоугольнику [181].

Допускается, при моделировании процессов в переходной зоне, что расплав материала, образующийся между корпусом и твердой пробкой, фильтруется через поры между гранулами полимерного материала под действием, как статического давления, так и нормальных напряжений, которые возникают в пленке расплава и вызванные упругими свойствами расплава полимера [30]. Также допускается, при этом, что процесс фильтрации происходит на глубину не более одного диаметра гранулы.

Получена такая зависимость для определения распределения давления в переходной зоне, в случае пошаговой разбивки твердой пробки вдоль оси z ,

$$P_{i+1} = \left(P_i - \frac{B_3 - K \cdot A_3}{B_1 - K \cdot A_1} \right) \cdot \exp \left(\frac{B_1 - K \cdot A_1}{B_2 + K \cdot A_2} \right) \cdot \Delta Z_i + \frac{B_3 - K \cdot A_3}{B_1 - K \cdot A_1}. \quad (4.6)$$

В уравнение (4.6) входят комплексы

$$A_1 = 2 \cdot K_F \cdot h \cdot f_s \cdot \sin(\varphi_0) + K_s \cdot f_s \cdot W_{ns} \cdot \left(1 + \frac{A}{f_s} \right) \cdot \sin(\varphi_0) - W_{nc} \cdot A \cdot \sin(\varphi_0);$$

$$A_2 = h \cdot W_{nc} \cdot \sin(\varphi_0); \quad A_3 = \frac{2 \cdot Q^2 \cdot A \cdot \sin(\varphi_0)}{h^2 \cdot \rho \cdot W_{nc}} - \eta_\delta \cdot \gamma \cdot W_{nk} \cdot \sin(\theta_T);$$

$$B_1 = \frac{D_c}{D} \cdot A \cdot W_n \cdot \cos(\varphi_0) - 2 \cdot \frac{D_c}{D} \cdot K_F \cdot f_F \cdot h \cdot \cos(\varphi_0) - \\ - \frac{D_s}{D} \cdot K_s \cdot f_s \cdot W_{ns} \cdot \left(1 + \frac{A}{f_s} \right) \cdot \cos(\varphi_0);$$

$$B_2 = \frac{D_c}{D} \cdot h \cdot W_{nc} \cdot \cos(\varphi_0); \quad B_3 = \frac{D_c}{D} \cdot \frac{2 \cdot Q^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0)}{h^2 \cdot \rho \cdot W_n} - \eta_\delta \cdot \gamma \cdot W \cdot \cos(\theta_T);$$

$$K = \frac{D_c}{D} \cdot \frac{\sin(\varphi_0) + f_s \cdot \cos(\varphi_0)}{\cos(\varphi_0) - f_s \cdot \sin(\varphi_0)}; \quad A = \frac{h_d - h_g}{L_c} \cdot \sin(\varphi_0),$$

где θ_T – угол транспортирования полимера в канале червяка; f_s – коэффициент трения полимерного материала по червяку.

Распределение давления непосредственно в зоне плавления на отрезке $X_T < W_n/2$ можно рассчитать по формуле [163]

$$P_{i+1} = P_i + \frac{\eta(T^*) \cdot a_{fi} \cdot 6 \cdot \pi \cdot N_0 \cdot D}{h_i^2} \cdot \frac{\Delta l}{\sin(\varphi_0)}, \quad (4.7)$$

где T^* – средняя температура расплава; a_{fi} – величина, которая находится из выражения

$$a_{fi} = 1 - \frac{Q_{fi}}{Q_{fdi}}, \quad (4.8)$$

где Q_{fi} – объемный расход поступательного течения потока расплава, который находится возле толкающей стенки; Q_{fdi} – объемный расход вынужденного течения в зоне плавления.

Для определения объемных расходов справедливы выражения

$$Q_{fi} = Q \cdot \left(1 - \frac{X_T \cdot h_i}{W_n \cdot h'_1} \right) - V_{cz} \cdot X_T \cdot \cos(\varphi_0) \cdot \frac{\delta}{2} \cdot F_d \left(\frac{\delta}{X_T} \right); \quad (4.9)$$

$$Q_{fdi} = V_{cz} \cdot (W_n - X_T) \cdot h_i \cdot \cos(\varphi_0) \cdot F_d \left(\frac{h}{W_n - X_T} \right) \cdot 0,5. \quad (4.10)$$

В работе [1] рассмотрены процессы пластикации в режиме скольжения материала по стенкам канала, которые присущие большинству высоко наполненным термореактивным композициям на основе олигомерных связующих веществ, а также материалам типа асбесто-каучуковых масс. Было получено выражение для напорно-расходной характеристики в виде

$$K_P = In_2 \cdot [\cos(\varphi_0) - K_Q] \cdot [1 + K_Q^2 - 2 \cdot K_Q \cdot \cos(\varphi_0)]^{\frac{s-1}{2}} - In_1 \cdot F_Q \cdot K_Q^s; \quad (4.11)$$

где

$$F_Q = \frac{2 \cdot h}{W_n} \cdot \left(1 - \frac{h}{D} \right) + \left(1 - \frac{2 \cdot h}{D} \right); \quad (4.12)$$

$$\left. \begin{aligned} In_1 &= \frac{1}{L_{pl}} \cdot \int_0^{L_{pl}} \exp \left(\frac{\beta_{TE}}{T_1(l)} \right) dl, \\ In_2 &= \frac{1}{L_{pl}} \cdot \int_0^{L_{pl}} \exp \left(\frac{\beta_{TE}}{T_2(l)} \right) dl, \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

$$\left. \begin{aligned} K_P &= \frac{P_{nl} \cdot h \cdot \sin(\varphi_0)}{L_{pl} \cdot k_0 \cdot V_c^s}, \\ K_Q &= \frac{Q}{W_n \cdot h \cdot V_c}, \\ \beta_{TE} &= \frac{E}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

Величины $T_1(l)$ и $T_2(l)$ в выражениях (4.13) представляют собой распределение температур на поверхностях соответственно червяка и корпуса. После взятия интегралов в уравнениях (4.13) выражения для температур на выходе из зоны пластикации будут иметь вид

$$T_{1k} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{3 \cdot \beta_{TE}}{\ln \left(\frac{4 \cdot (T_{2n} - T_n) \cdot K_Q \cdot 12 \cdot F_q^{-1} \cdot Ex + F_4 + F_5}{F_3 \cdot K_Q^{s+1}} \right)} - T_{1n} \right\}; \quad (4.15)$$

$$T_{2k} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{3 \cdot \beta_{TE}}{\ln \left(\frac{4 \cdot (T_{2n} - T_n) \cdot K_Q \cdot 12 \cdot F_q^{-1} \cdot Ex + F_q - F_5}{F_3 \cdot [1 + K_Q^2 - 2 \cdot K_Q \cdot \cos(\varphi_0)]^{\frac{s+1}{2}}} \right)} - T_{2n} \right\}, \quad (4.16)$$

где T_n – начальная температура перерабатываемого материала; T_{1n} , T_{2n} – начальные температуры соответственно на поверхностях червяка и корпуса; F_3 , F_4 , F_5 , F_q , Ex – комплексы, которые находятся из таких выражений

$$F_3 = \frac{V_c^{s+1}}{\lambda} \cdot k_0 \cdot (R_\kappa - R_o);$$

$$F_4 = 2 \cdot F_1 \cdot (T_{1\kappa} - T_{1n});$$

$$F_5 = \frac{1}{3} \cdot [(T_{1n} - T_{2n}) + 2 \cdot (T_{1\kappa} - T_{2\kappa})];$$

$$F_q = \frac{a_p \cdot L_{pl}}{(R_\kappa - R_o)^2 \cdot V_c \cdot \sin(\varphi_0)};$$

$$F_1 = \frac{\lambda_m \cdot (R_\kappa - R_o) \cdot R_v}{2 \cdot \lambda_p \cdot L_{pl}^2};$$

$$a_p = \frac{\lambda_p}{\rho_p \cdot C_{pp}};$$

$$Ex = [1 - \exp(-12 \cdot F_q \cdot K_Q^{-1})],$$

где λ_m , λ_p – коэффициент теплопроводности соответственно корпуса и перерабатываемого материала; ρ_p , C_{pp} – соответственно плотность и коэффициент теплоемкости перерабатываемого материала; R_κ , R_o – радиусы соответственно внутренней поверхности корпуса и сердечника; L_{pl} – длина червяка в зоне пластичности.

Среди последних работ, где рассматриваются процессы плавления с учетом теплопередачи через всю поверхность, ограничивающую твердую пробку, следует выделить [24, 182–184]. В данных работах температурное поле в твердой пробке рассчитывалось с помощью операционного исчисления с пошаговой разбивкой объема твердой пробки вдоль трех осей координат.

Алгоритм расчетов температурного поля с учетом фазовых переходов разработан для пакета *Mathcad*. Подробное изложение материала по этим работам приведено в разделе 4.3.

4.2 Моделирование процессов плавления по теории Тадмора

4.2.1 Основные предпосылки к выбору схемы и построения математической модели

Допускают, как и для зоны дозирования, для описания процессов, которые происходят в этой зоне, что червяк является неподвижным, а цилиндр движется. Опять таки ж поверхность червяка и корпуса развернуты на плоскость, при этом развертка показана на рис. 4.6. Плоский прямоугольный канал, который образуется между поверхностями толкающей стенки 4, передней (пассивной) стенки 5 и поверхностью сердечника червяка 2, накрыт плоской крышкой 1, являющейся разверткой материального цилиндра, который перемещается под углом φ_0 по отношению к продольной оси канала z со скоростью V_c .

Твердый материал 3 движется вдоль канала со скоростью V_{sz} , которую можно определить в начале зоны плавления, используя следующее уравнение [16, 22, 149, 150]

$$V_{sz} = \frac{G_0}{\rho_s \cdot h_p \cdot W_n}, \quad (4.17)$$

где ρ_s – локальное значение плотности твердого полимера; G_0 – массовая производительность, рассчитанная по зоне дозирования; h_p – глубина винтового канала в начале зоны плавления.

Как только материал попадает в обогреваемую секцию цилиндра с температурой на поверхности T_b , которая больше температуры плавления T_p (температура T_b может быть достигнута как за счет внешнего подвода тепла от нагревателей, так и в результате тепловыделения, вследствие трения твердой пробки полимерного материала по стенкам винтового канала), он начинает плавиться на поверхности контакта с цилиндром, образуя пленку расплава 6 (смотри сечение *A-A* на рис. 4.6).

Расплав прилипает к стенке цилиндра и тянется ею к толкающей стенке нарезки 4 за счет поперечной составляющей скорости цилиндра V_{cx} . Пленка расплава наталкивается на стенку 4, которой соскребается с цилиндра и накапливается перед нею, образуя зону расплава 7, которая также начинает перемещаться вдоль канала. Твердый полимер в области 3, сжимаясь под давлением, которое развивается в зоне расплава 7, поступает к границе раздела Γ_p между твердым полимером 3 и пленкой расплава 6 со скоростью V_{sy} .

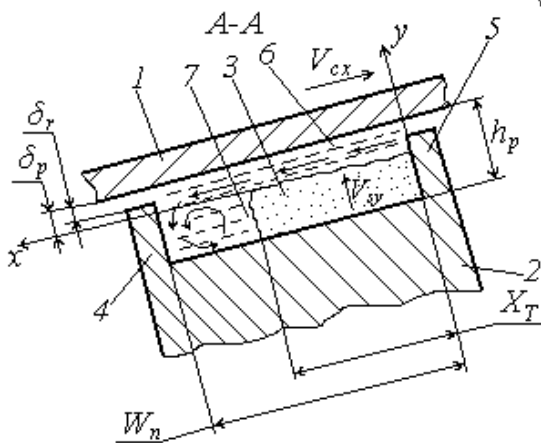


Рисунок 4.6 – Схема процесса плавления по Тадмору 3.

В меру продвижения твердой пробки все большая часть материала переходит из нее в пленку, а потом в область расплава 7, которая, расширяясь, оттесняет пробку, постоянно уменьшающуюся по ширине, к пассивной стенке канала 5.

Процесс плавления можно было бы считать законченным в том месте канала, где ширина твердой пробки X_T будет нулевой. Однако реальная монолитность пробки 3 не сохраняется вплоть до конца ее плавления. При достижении соотношения $X_T = (0,1 \div 0,2) \cdot W_n$ прочность твердой пробки становится низкой, в результате чего под действием циркуляционных потоков, которые развиваются в канале, пробка разрывается на отдельные фрагменты и разносится вдоль всего поперечного сечения канала, как показано на рис. 4.7. Вследствие этого реальная длина зоны плавления, которая характеризуется рассмотренным механизмом, уменьшается.

Толщина пленки 6 мала по сравнению с глубиной канала h_p , вследствие чего в пленке при наличии разности скоростей пробки V_{sz} и цилиндра V_c на расплав действуют чрезвычайно интенсивные сдвиговые деформации. Работа деформирования, которая превращается в тепло, вносит значительный вклад в подогрев и плавление материала. Несколько меньшее значение от аналогичных по природе диссипативных тепловыделений наблюдается в области 7. В большинстве случаев длина зоны плавления составляет

$$L_p = (6 \div 15) \cdot D. \quad (4.18)$$

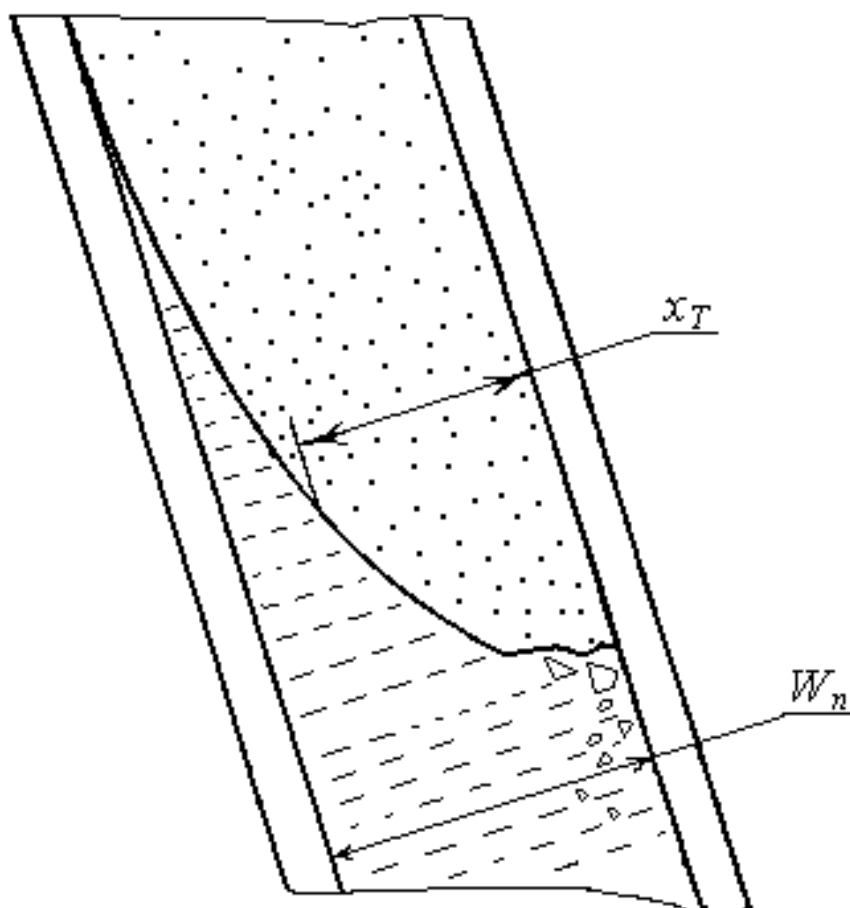


Рисунок 4.7 – Схема процесса плавления с учетом разрушения твердой пробки в конце зоны плавления

При записи уравнений теплового баланса в данном случае учитывается перенос тепла за счет теплопроводности только в направлении y . Причем для

пленки расплава 6 конвективной составляющей переноса тепла пренебрегается полностью, а в объеме твердой пробки 3 конвективная составляющая переноса тепла учитывается только в направлении y . Тогда уравнения теплового баланса имеют такой вид:

– для зоны 6

$$\lambda_m \cdot \frac{d^2 T_2}{dy^2} + \sigma_{zy} \cdot \frac{dV_z}{dy} + \sigma_{xy} \cdot \frac{dV_x}{dy} = 0; \quad (4.19)$$

– для зоны 3

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sy} \cdot \frac{dT_1}{dy} = \lambda_s \cdot \frac{d^2 T_1}{dy^2}, \quad (4.20)$$

где λ_m , λ_s – соответственно коэффициенты теплопроводности для расплава полимера и твердой пробки; ρ_s , C_{ps} – соответственно плотность и коэффициент теплоемкости для твердой полимерной пробки.

Уравнения (3.102) и (3.115), будут справедливы для компонентов напряжений если рассматривается ньютоновская жидкость. При моделировании процессов для неньютоновской (степенной) жидкости реологические уравнения состояния будут соответствовать выражениям (3.275) и (3.276) с учетом зависимостей (3.277) и (1.26).

Для определения составляющих скоростей V_x и V_z в зоне расплава 6 можно привести процесс к случаю течения между двумя параллельными пластинами за счет движения одной из них или движения обеих с разными скоростями при отсутствии градиента давления, то есть уравнения движения будут иметь вид

$$\frac{d\sigma_{zy}}{dy} = 0; \quad \frac{d\sigma_{xy}}{dy} = 0.$$

Интегрирование двух последних выражений приводит к таким соотношениям

$$\sigma_{zy} = C_{z1}; \quad (4.21)$$

$$\sigma_{xy} = C_{x1}, \quad (4.22)$$

где C_{z1} , C_{x1} – константы интегрирования.

4.2.2 Определение характеристик процесса плавления

В зависимости от вида реологического уравнения состояния, которое определяет тип жидкости (ньютоновская или степенная жидкость), а также влияния температурного поля на коэффициент вязкости (консистенции), из уравнений (4.21) и (4.22) можно получить разные выражения для составляющих скоростей потока в пленке расплава 6.

Подстановка уравнений (3.102) и (3.115) для ньютоновской жидкости соответственно в выражения (4.21) и (4.22) с последующим интегрированием дает

$$V_z = 1/\eta \cdot C_{z1} \cdot y + C_{z2}; \quad (4.23)$$

$$V_x = 1/\eta \cdot C_{x1} \cdot y + C_{x2}. \quad (4.24)$$

Соответствующая подстановка уравнений (3.275) и (3.276) для степенной жидкости с учетом зависимостей (3.277) и (1.26) приводит к таким зависимостям

$$V_z = \left[\frac{C_{z3} \cdot [(C_{x3}/C_{z3})^2 + 1]^{(1-n)/2}}{\mu} \right]^{1/n} \cdot y + C_{z4}; \quad (4.25)$$

$$V_x = \left[\frac{C_{x3} [1 + (C_{z3}/C_{x3})^2]^{(1-n)/2}}{\mu} \right]^{1/n} \cdot y + C_{x4}. \quad (4.26)$$

Константы интегрирования найдутся из граничных условий. Для уравнений (4.23) и (4.25) граничные условия можно представить таким образом

$$V_z = V_{cz} \text{ при } y = \delta_p; \quad V_z = V_{sz} \text{ при } y = 0. \quad (4.27)$$

Граничные условия для уравнений (4.24) и (4.26) запишутся так

$$V_x = V_{cx} \text{ при } y = \delta_p \quad V_x = 0 \text{ при } y = 0. \quad (4.28)$$

Подставляя граничные условия (4.27) и (4.28) в уравнения (4.23) и (4.24), находим константы интегрирования, которые дают такие выражения для компонентов скоростей

$$V_z = \frac{V_{cz} - V_{sz}}{\delta_p} \cdot y + V_{sz}; \quad (4.29)$$

$$V_x = \frac{V_{cx}}{\delta_p} \cdot y. \quad (4.30)$$

Чтобы охарактеризовать механизм плавления на границе раздела Γ_p , следует рассмотреть взаимодействие тепловых потоков в данной области.

От пленки расплава 6 к границе раздела Γ_p поступает тепловой поток (с учетом взаимно противоположного направления координаты y и теплового потока)

$$\lambda_m \cdot \frac{\partial T_2(y)}{\partial y} = -q_2 \quad \text{при } y = 0. \quad (4.31)$$

В непосредственной близости от границы раздела Γp тепловой поток q_2 частично расходуется на плавление твердой пробки 3, которая в свою очередь поступает к границе раздела Γp со скоростью V_{sy} . Эту часть можно записать так

$$\rho_s \cdot \lambda_p \cdot V_{sy} = -q_p, \quad (4.32)$$

где λ_p – скрытая теплота плавления материала.

Таким образом, в твердую пробку поступает поток q_1 , который несколько меньше, чем q_2 , а именно

$$\lambda_s \cdot \frac{dT_1(y)}{dy} = -q_1 \quad \text{при } y = 0. \quad (4.33)$$

В общем случае можно записать такое уравнение теплового баланса на границе раздела Γp

$$q_2 = q_p + q_1. \quad (4.34)$$

Кроме теплового баланса (4.34), процесс плавления должен учитывать также и материальный баланс.

Если рассматривать объем канала шириной X_T , высотой h_p и длиной Δz , то количество материала, которое проходит через поверхность раздела Γp площадью $X_T \cdot \Delta z$ со стороны твердой пробки 3 в зону пленки расплава 6, будет составлять

$$M_1 = V_{sy} \cdot \rho_s \cdot X_T \cdot \Delta z. \quad (4.35)$$

Количество расплава полимера, которое оставляет этот объем через сечение площадью $\delta_p \cdot \Delta z$ и переходит в зону 7, будет

$$M_2 = \int_0^{\delta_p} V_x \cdot \rho_m \cdot \Delta z \cdot dy. \quad (4.36)$$

С учетом выражения (4.30) после интегрирования в последнем уравнении получим

$$M_2 = \frac{V_{cx}}{2} \cdot \rho_m \cdot \delta_p \cdot \Delta z. \quad (4.37)$$

Для выполнения закона сохранения массы необходимо, чтобы придерживалось равенство между величинами M_1 и M_2 с одной стороны, а с другой стороны эти величины должны совпадать со скоростью плавления твердой пробки, то есть можно написать такое соотношение

$$\psi = V_{sy} \cdot \rho_s \cdot X_T = \frac{V_{cx}}{2} \cdot \rho_m \cdot \delta_p, \quad (4.38)$$

где ψ – скорость плавления на единичной длине канала.

Используя уравнения (4.38), можно найти скорость, с которой движется твердая пробка в направлении оси y к границе раздела Γ_p , а именно

$$V_{sy} = \frac{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot \delta_p}{2 \cdot \rho_s \cdot X_T}. \quad (4.39)$$

Для определения ширины твердой пробки X_T воспользуемся дифференциальным уравнением материального баланса для твердой пробки. При составлении уравнения не принимается во внимание количество материала, который находится в тонком слое расплава, а скорость движения пробки считается постоянной.

Тогда скорость подвода массы твердого тела в рассматриваемый объем через сечение площадью $X_T \cdot h_p$ с координатой z будет равна

$$V_{Is} = \rho_s \cdot V_{sz} \cdot X_T \cdot h_p.$$

Скорость отвода массы твердого тела с этого же объема, через сечение площадью $X_T \cdot h_p$ с координатой $z+dz$ можно записать так

$$V_{os} = \rho_s \cdot V_{sz} \cdot X_T \cdot h_p + d(\rho_s \cdot V_{sz} \cdot X_T \cdot h_p).$$

Суммарная скорость подвода – отвода массы через данный объем будет равна произведению скорости плавления на длину этого объема, то есть будет справедливо такое равенство

$$V_{Is} - V_{os} = \psi \cdot dz.$$

Объединяя три последних выражения, можно записать

$$-d(\rho_s \cdot V_{sz} \cdot X_T \cdot h_p) = \psi \cdot dz.$$

Вследствие того, что величины ρ_s и V_{sz} можно в первом приближении принять постоянными, то их следует вынести из под знака дифференциала. Тогда последнее выражение можно переписать так

$$-\frac{d}{dz}(X_T \cdot h_p) = \frac{\psi}{\rho_s \cdot V_{sz}}. \quad (4.40)$$

Если сердечник червяка имеет цилиндрическую форму, то глубина червячной нарезки будет постоянной, в связи с чем уравнение (4.40) переписывается так

$$-\frac{dX_T}{dz} = \frac{\psi}{\rho_s \cdot V_{sz} \cdot h_p}. \quad (4.41)$$

В случае конусного сердечника глубину червячной нарезки можно представить таким образом

$$h_p = h_n - A_k \cdot z, \quad (4.42)$$

где h_n – начальная глубина конусной части сердечника червяка (зоны сжатия), которая, как правило, совпадает с глубиной в зоне питания; A_k – конусность сердечника, которую можно определить из уравнения

$$A_k = \frac{h_n - h_k}{Z_k}, \quad (4.43)$$

где h_k – конечная глубина конусной части сердечника червяка, которая, как правило, совпадает с глубиной в зоне дозирования; Z_k – длина конусной части сердечника червяка.

Чтобы воспользоваться уравнением теплового баланса (4.34), необходимо иметь выражения для градиентов температур $\partial T_1(y)/\partial y$ и $\partial T_2(y)/\partial y$ на границе раздела Γp , которые в свою очередь определяются из соответствующих зависимостей для температур в твердой пробке 3 и в пленке полимера 6. Для этого необходимо решить соответственно уравнения (4.20) и (4.19).

Уравнение (4.20) представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка, которое при его интегрировании дает две константы, определяющиеся из граничных условий.

Чтобы записать граничные температурные условия для твердой пробки, использовано предположение, что координата y в отрицательном направлении, то есть в глубину твердой пробки, изменяется от нуля до минус бесконечности. При этом температура твердой пробки на границе минус бесконечность будет отвечать температуре, с которой материал поступает из зоны питания T_g , температура на границе раздела Γp равна температуре плавления. Тогда граничные условия для твердой пробки можно записать так

$$T_1 = T_p \quad \text{при} \quad y = 0; \quad T_1 = T_g \quad \text{при} \quad y = -\infty. \quad (4.44)$$

Окончательно, распределение температур в области твердой пробки с учетом зависимостей (4.20) и (4.44) определяется из такого уравнения

$$T_1 = (T_p - T_g) \cdot \exp\left(\frac{V_{sy}}{a_s} \cdot y\right) + T_g, \quad (4.45)$$

где a_s – коэффициент температуропроводности твердой пробки $a_s = \frac{\lambda_s}{\rho_s \cdot C_{ps}}$.

Граничные условия для уравнения (4.19) запишутся так

$$T_2 = T_b \quad \text{при } y = \delta_p; \quad T_2 = T_p \quad \text{при } y = 0. \quad (4.46)$$

Решая уравнения (4.19) для ньютоновской жидкости, при этом учитываются зависимости для компонентов напряжений из выражений (3.102) и (3.115), получено такое уравнение для распределения температур в пленке расплава 6

$$T_2(y) = \frac{T_b - T_p}{\delta_p} \cdot y + \frac{\eta \cdot V_\delta^2}{2 \cdot \lambda_m \cdot \delta_p} \cdot y \cdot \left(1 - \frac{y}{\delta_p}\right) + T_p, \quad (4.47)$$

где $V_\delta = \sqrt{(V_{cz} - V_{sz})^2 + V_{cx}^2}$.

Чтобы получить зависимость для распределения температуры в этой области, но для степенной жидкости, надо воспользоваться реологическими уравнениями состояния (3.275) и (3.276) с учетом выражения (3.277). Окончательно имеем

$$T_2(y) = \frac{T_b - T_p}{\delta_p} \cdot y + \frac{\mu \cdot V_\mu}{2 \cdot \lambda_m \cdot \delta_p^n} \cdot y \cdot \left(1 - \frac{y}{\delta_p}\right) + T_p, \quad (4.48)$$

где $V_\mu = [(V_{cz} - V_{sz})^2 + V_{cx}^2]^{(n+1)/2}$.

Следует отметить, что при получении как уравнения (4.47), так и уравнения (4.48), компоненты скоростей сдвига dV_x/du и dV_z/du определялись из уравнений (4.29) и (4.30).

Используя уравнения теплового баланса (4.34) с учетом выражений (4.31) – (4.33), а также зависимости распределения температурного поля (4.47), получим следующий вид теплового баланса, если расплав полимера имеет свойства ньютоновской жидкости

$$\left[\lambda_m \cdot \frac{T_b - T_p}{\delta_p} + \frac{\eta \cdot V_\delta^2}{2 \cdot \delta_p} \right] - \rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sy} \cdot (T_p - T_g) = \rho_s \cdot \lambda_p \cdot V_{sy}.$$

Последнее уравнение с учетом выражения (4.39) можно представить таким образом

$$\delta_p = \sqrt{\frac{[2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + \eta \cdot V_\delta^2] \cdot X_T}{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p]}}. \quad (4.49)$$

Используя уравнения (4.38) и (4.49), можно записать такую формулу

$$\psi = \sqrt{\frac{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + \eta \cdot V_\delta^2] \cdot X_T}{4 \cdot [C_{ps} \cdot (T_b - T_g) + \lambda_p]}}. \quad (4.50)$$

Если ввести обозначение

$$\Phi_p = \sqrt{\frac{V_{cx} \cdot \rho_m [2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + \eta \cdot V_\delta^2]}{4 \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p]}}, \quad (4.51)$$

то уравнение (4.50) можно записать в виде

$$\psi = \Phi_p \cdot \sqrt{X_T}. \quad (4.52)$$

Величина Φ_p представляет собой интенсивность плавления. Как видно из уравнений (4.49) и (4.50), значение величин δ_p и ψ уменьшаются пропорционально корню квадратному от толщины твердой пробки X_T . Таким образом, как величина δ_p , так и величина ψ максимальные в начале зоны плавления, когда $X_T = W_n$. Такое положение во многом противоречит реальной картине процессов плавления (смотри, например, рис. 4.3).

С целью усиления действия в тонком слое расплава полимера Тадмором были модифицированы зависимости (4.49) – (4.52) таким образом

$$\delta_p = \sqrt{\frac{[2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + \eta \cdot V_\delta^2] \cdot X_T}{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}; \quad (4.53)$$

$$\psi = \sqrt{\frac{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + \eta \cdot V_\delta^2] \cdot X_T}{4 \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}; \quad (4.54)$$

$$\Phi_p = \sqrt{\frac{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + \eta \cdot V_\delta^2]}{4 \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}, \quad (4.55)$$

где C_{pm} – коэффициент теплоемкости расплава в пленке над твердой пробкой; $T_{c\delta}$ – средняя температура, которая определяется из формулы (4.47).

Аналогично выражениям (4.53) – (4.55) можно получить соотношения, которые характеризуют процесс плавления для случая, если расплав полимера описывается степенной жидкостью. В данном случае необходимо также использовать уравнение теплового баланса (4.34) с учетом выражений (4.31) – (4.33). Но распределение температурного поля необходимо использовать в соответствии с формулой (4.48). Тогда для степенной жидкости будут справедливы такие выражения

$$\delta_p = \sqrt{\frac{[2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + U_\mu] \cdot X_T}{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}; \quad (4.56)$$

$$\psi = \sqrt{\frac{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + U_\mu] \cdot X_T}{4 \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}; \quad (4.57)$$

$$\Phi_p = \sqrt{\frac{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + U_\mu]}{4 \cdot [C_{ps} \cdot (T_b - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}, \quad (4.58)$$

где $T_{c\delta}$ – средняя температура, которая определяется по формуле (4.48).

В последних выражениях величина U_μ определяется из выражения

$$U_\mu = \frac{\mu \cdot V_\mu}{\delta_p^{(n-1)}}.$$

Если сравнить уравнения (4.49) и (4.56), то последнее является трансцендентным относительно толщины пленки расплава δ_p .

Возвращаясь к уравнению (4.41) с учетом выражения (4.52), можно записать

$$-\frac{dX_T}{dz} = \frac{\Phi_p \cdot \sqrt{X_T}}{\rho_s \cdot V_{sz} \cdot h_p},$$

которое после разделения переменных преобразуется к виду

$$-\int_{X_{T1}}^{X_T} X_T^{-0.5} dX_T = \int_{z_1}^z \frac{\Phi_p}{\rho_s \cdot V_{sz} \cdot h_p} dz,$$

где X_{T1} , X_T – соответственно начальное и текущее значения ширины твердой пробки; z_1 , z – соответственно начальное и текущее значения координаты положения твердой пробки.

После выполнения интегрирования в последнем выражении и ряда преобразований получим такое выражение

$$\frac{X_T}{W_n} = \frac{X_{T1}}{W_n} \cdot \left[1 - \frac{\Omega_p}{2 \cdot h_p} \cdot (z - z_1) \right]^2, \quad (4.59)$$

где Ω_p – величина, которая по своему физическому смыслу представляет отношение интенсивности плавления на единице поверхности раздела Γ_p к максимальному потоку нерасплавленного полимера и находится по уравнению

$$\Omega_p = \frac{\Phi_p}{\rho_s \cdot V_{sz} \cdot \sqrt{X_{T1}}}. \quad (4.60)$$

В начале зоны плавления, если зону плавления рассматривать отдельно от зоны питания (при этом можно записать $z_1=0$), ширина твердой пробки равна нормальной ширине канала. Тогда уравнение (4.59) будет иметь вид

$$\frac{X_T}{W_n} = \left[1 - \frac{\Omega_{\sigma}}{2 \cdot h_p} \cdot z \right]^2, \quad (4.61)$$

где

$$\Omega_{\sigma} = \frac{\Phi_p}{\rho_s \cdot V_{sz} \cdot \sqrt{W_n}}. \quad (4.62)$$

В процессе плавления изменяются как геометрические параметры, например, толщина пленки расплава и ширина твердой пробки X_T , так и теплофизические характеристики, которые зависят от температуры. В связи с этим, для получения более точных результатов, уравнение (4.59) необходимо использовать на мелких интервалах вдоль оси z , переходя от интервала к интервалу. При этом на каждом следующем интервале за начальное значение X_{T1} и z_1 необходимо брать конечные значения из предшествующего интервала. С учетом последнего замечания формулу (4.59) можно представить так

$$\frac{X_{T(i+1)}}{W_n} = \frac{X_{Ti}}{W_n} \cdot \left[1 - \frac{\Omega_{pi}}{2 \cdot h_p} \cdot (z_{i+1} - z_i) \right]^2, \quad (4.63)$$

где

$$\Omega_{pi} = \frac{\Phi_{pi}}{\rho_{si} \cdot V_{sz} \cdot \sqrt{X_{Ti}}}.$$

Таким образом, для расчетов зоны плавления в ньютоновском приближении необходимо использовать три основных уравнения (4.53), (4.54) и (4.63). При этом формулы (4.53) и (4.54) для получения более точных результатов можно также представить на отдельных интервалах по аналогии с выражением (4.63).

Если расплав полимера в зоне 6 ведет себя как степенная жидкость, то вместо уравнений (4.53) и (4.54) необходимо использовать уравнения (4.56) и (4.57).

При наличии отрезка червяка в зоне плавления с конусным сердечником для нахождения зависимости, которая определяет ширину твердой пробки вдоль винтового канала, необходимо использовать уравнение (4.40) с учетом выражений (4.42) и (4.43). Окончательно для данной зависимости можно записать (подробные преобразования можно найти в [126])

$$\frac{X_T}{W_n} = \frac{X_{T1}}{W_n} \cdot \left[\frac{\Omega_p}{A_k} - \left(\frac{\Omega_p}{A_k} - 1 \right) \cdot \sqrt{\frac{h_n}{h_n - A_k \cdot z}} \right]^2. \quad (4.64)$$

Выражение (4.64) можно также записать по аналогии с уравнением (4.63).

В работах [126], [184] было показано, что в случае учета зависимости коэффициента вязкости от температуры по закону Аррениуса в соответствии с формулой (1.25) распределение температурного поля в пленке расплава для ньютоновской жидкости происходит по линейному закону, а именно

$$T_2(y) = (T_b - T_p) \cdot \frac{y}{\delta_p} + T_p. \quad (4.65)$$

Тогда вместо выражений (4.53) – (4.55) следует использовать такие уравнения

$$\delta_p = \sqrt{\frac{K_T \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) \cdot X_T}{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}; \quad (4.66)$$

$$\psi = \sqrt{\frac{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) \cdot X_T}{K_T \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}; \quad (4.67)$$

$$\Phi_p = \sqrt{\frac{V_{cx} \cdot \rho_m \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p)}{K_T \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_g) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T_{c\delta} - T_p)]}}, \quad (4.68)$$

где $T_{c\delta}$ – средняя температура в пленке полимера 6, которая найдена по уравнению (4.65); K_T – коэффициент относительной температуры, определяющийся из выражения

$$K_T = \left[\frac{1}{\beta_T \cdot (T_b - T_p)} - \frac{1}{\exp[\beta_T \cdot (T_b - T_p)] - 1} \right]^{-1}. \quad (4.69)$$

Что касается расплава полимера, который имеет свойства степенной жидкости, то распределение температуры в пленке расплава 6 в общем случае будет иметь нелинейный характер. Однако, для некоторых соотношений геометрических и технологических параметров проведения процесса плавления, в случае зависимости коэффициента консистенции от температуры по уравнению (1.29), также будет справедливым линейный закон (4.65). При этом уравнения (4.66) – (4.68) будут также справедливыми, но вместо коэффициента K_T необходимо подставить коэффициент, который определяется из такой зависимости

$$K_{Tn} = \left[\frac{n}{\beta_T \cdot (T_b - T_p)} - \frac{1}{\exp[\beta_T / n \cdot (T_b - T_p)] - 1} \right]^{-1}. \quad (4.70)$$

4.2.3 Расчет мощности, которая расходуется в зоне плавления

Выражение для мощности, расходуемой в зоне плавления, может быть представлено таким образом

$$N_p = N_{p1} + N_{p2} + N_{p3}, \quad (4.71)$$

где N_{p1} – мощность, которая расходуется на преодоление сопротивления движению расплава полимера, находящегося в зоне 7; N_{p2} – мощность, которая расходуется на преодоление сопротивления движению расплава полимера, находящегося в зоне 6; N_{p3} – мощность, которая расходуется на преодоление сил сопротивления движению расплава полимера, находящегося в радиальном зазоре, то есть между внешней поверхностью гребней нарезки и внутренней поверхностью корпуса.

Составляющую мощности N_{p3} можно найти, используя соответствующую формулу для зоны дозирования. Для ньютоновской жидкости это будет уравнение (3.160), а для степенной жидкости – (3.294). Кроме того, необходимо заменить длину червяка в зоне дозирования L_d на длину червяка в зоне плавления L_p .

Что же касается составляющих N_{p1} и N_{p2} , то их надо, как и другие величины в зоне плавления, рассчитывать с использованием пошаговой схемы, вследствие того, что ширина твердой пробки X_T постоянно изменяется вдоль зоны плавления.

Для расчета N_{p1} в случае ньютоновской жидкости следует использовать формулу (3.247) с учетом зависимостей (3.156), (3.240) и (3.241). Для степенной жидкости можно использовать уравнение (3.293) или уравнение (3.154) с учетом выражений (3.324) и (3.325).

Составляющая мощности N_{p2} при условии пошаговой разбивки может быть определена из следующего выражения (для однозаходного червяка)

$$N_{p2i} = \Delta z \cdot X_{Ti} \cdot \int_0^{\delta_{pi}} \left[\left(\sigma_{xy} \cdot \frac{dV_x}{dy} \right)_i + \left(\sigma_{zy} \cdot \frac{dV_z}{dy} \right)_i \right] dy. \quad (4.72)$$

Если определить усредненное значение мощности N_{p2} , то можно воспользоваться такой зависимостью

$$N_{p2} = Z_p \cdot X_{Tc} \cdot \int_0^{\delta_{pc}} \left[\left(\sigma_{xy} \cdot \frac{dV_x}{dy} \right)_c + \left(\sigma_{zy} \cdot \frac{dV_z}{dy} \right)_c \right] dy, \quad (4.73)$$

где X_{Tc} , δ_{pc} – средние значения соответственно ширины твердой пробки и пленки расплава над твердой пробкой.

Можно воспользоваться уравнением (3.155), (3.156), (4.29) и (4.30), для ньютоновской жидкости, если не учитывать зависимость коэффициента вязкости от температуры, откуда имеем

$$N_{p2} = \eta \cdot Z_p \cdot \frac{X_{Tc}}{\delta_{pc}} \cdot [(V_{cx})^2 + (V_{cz} - V_{sz})^2]. \quad (4.74)$$

Принимая во внимание зависимость (1.25), выражения для скоростей сдвига запишутся таким образом

$$\frac{dV_z}{dy} = \frac{(V_{cz} - V_{sz})}{\delta_p} \cdot \frac{\beta_T \cdot (T_b - T_p) \cdot \exp[\beta_T / \delta_p \cdot (T_b - T_p) \cdot y]}{\exp[\beta_T \cdot (T_b - T_p)] - 1}; \quad (4.75)$$

$$\frac{dV_x}{dy} = \frac{V_{cx}}{\delta_p} \cdot \frac{\beta_T \cdot (T_b - T_p) \cdot \exp[\beta_T / \delta_p \cdot (T_b - T_p) \cdot y]}{\exp[\beta_T \cdot (T_b - T_p)] - 1}. \quad (4.76)$$

Уравнение для компонентов напряжений остаются такими же, а именно (3.102) и (3.115). Тогда подстановка (3.102), (3.105), (4.75) и (4.76) в выражение (4.73) после интегрирования дает

$$N_{p2} = \eta_0 \cdot Z_p \cdot \frac{X_{Tc}}{2 \cdot \delta_{pc}} \cdot \beta_T \cdot (T_b - T_p) \cdot [(V_{cx})^2 + (V_{cz} - V_{sz})^2] \times \frac{\exp[2 \cdot \beta_T \cdot (T_b - T_p)] - 1}{\{\exp[\beta_T \cdot (T_b - T_p)] - 1\}^2}. \quad (4.77)$$

Чтобы определить составляющую мощности N_{p2} для степенной жидкости из выражения (4.73), необходимо использовать реологические уравнения состояния (3.275) и (3.276) с учетом (3.277) и (1.28). При этом скорости сдвига dV_x/dy и dV_z/dy также найдутся из уравнений (4.29) и (4.30). Тогда, после соответствующей подстановки и интегрирования имеем

$$N_{p2} = \mu \cdot Z_p \cdot \frac{X_{Tc}}{2 \cdot \delta_{pc}} \cdot [(V_{cx})^2 + (V_{cz} - V_{sz})^2]^{(n+1)/2}. \quad (4.78)$$

И, наконец, для степенной жидкости, для которой справедлива зависимость (1.29), выражения для скоростей деформаций запишутся так

$$\frac{dV_z}{dy} = \frac{(V_{cz} - V_{sz})}{\delta_p} \cdot \frac{\beta_T \cdot (T_b - T_p)}{n} \cdot \frac{\exp[\beta_T / n \cdot (T_b - T_p) \cdot y / \delta_p]}{\exp[\beta_T / n \cdot (T_b - T_p)] - 1}; \quad (4.79)$$

$$\frac{dV_x}{dy} = \frac{V_{cx}}{\delta_p} \cdot \frac{\beta_T \cdot (T_b - T_p)}{n} \cdot \frac{\exp[\beta_T / n \cdot (T_b - T_p) \cdot y / \delta_p]}{\exp[\beta_T / n \cdot (T_b - T_p)] - 1}. \quad (4.80)$$

Таким образом, после соответствующей подстановки и интегрирования получим такое уравнение

$$N_{p2} = \mu_0 \cdot Z_p \frac{X_{Tc}}{(n+1) \cdot \delta_{pc}^n} \cdot [\beta_T / n \cdot (T_b - T_p)]^n \cdot [(V_{cx})^{n+1} + (V_{cz} - V_{sz})^{n+1}] \times \\ \times \frac{\exp[(n+1)/n \cdot \beta_T \cdot (T_b - T_p)] - 1}{\{\exp[\beta_T / n \cdot (T_b - T_p)] - 1\}^2}. \quad (4.81)$$

4.3 Моделирование процессов плавления с учетом теплоотдачи через поверхность, которая ограничивает твердую пробку

4.3.1 Основные предпосылки построения математической модели

Основные схемы, по которым может происходить процесс плавления полимерного материала в одночервячном экструдере были представлены на рис. 4.1. Для любой из известных схем твердый материал соприкасается или с зоной расплава полимера, или с одной из поверхностей винтового канала, которые имеют соответствующую температуру. В любом случае необходимо учитывать теплоотдачу через всю ограничивающую поверхность твердой пробки. В модели Тадмора З., как было рассмотрено в предшествующем разделе, теплоотдача учитывалась только через поверхность, которая граничит с тонким слоем расплава материала, размещенным между твердой пробкой и корпусом экструдера.

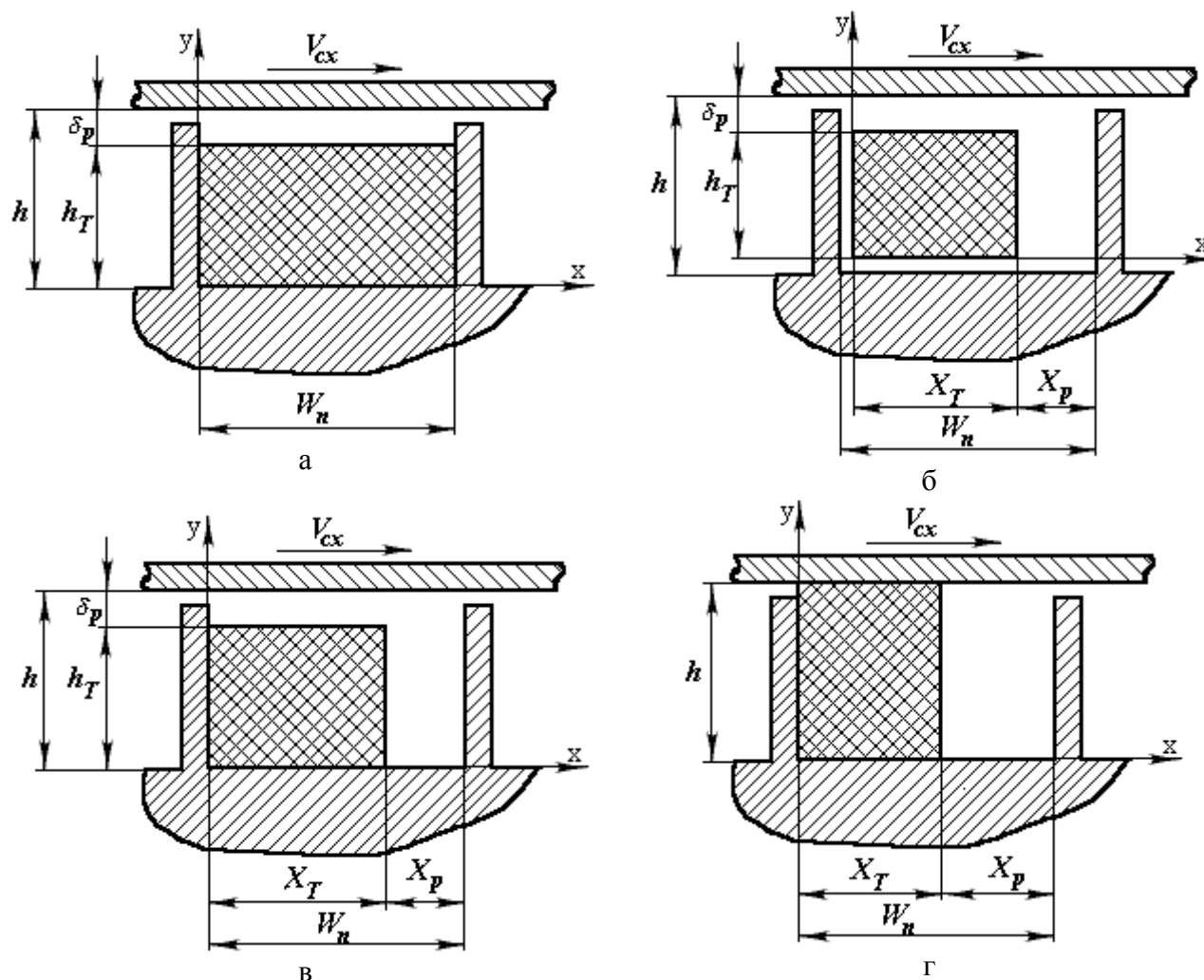
Рассмотрим несколько схем для построения математической модели в зоне плавления, которые могут иметь место на разных участках винтового канала и при разных режимах работы, как показано на рис. 4.8.

Схема, которая представлена на рис. 4.8,а, характеризует плавление материала на начальном участке зоны плавления. В этой части винтового канала поверхность корпуса имеет температуру, которая больше температуры плавления, а поверхность гребней и сердечника еще не достигла соответствующих условий, при которых материал начинает плавиться. В связи с этим расплав полимера накапливается между поверхностью твердой пробки и внутренней поверхностью корпуса.

Вследствие прохождения теплообменных процессов происходит прогрев гребней червяка и его сердечника. Эти теплообменные процессы вызваны несколькими условиями: первое – за счет теплопередачи от слоя расплава материала над твердой пробкой; второе – за счет теплопередачи вдоль оси червяка от более нагретой его части в зоне дозирования; третье – за счет сил трения, которые возникают на границе раздела поверхности твердой пробки и поверхности канала червяка.

В меру прогрева гребней червяка и сердечника, часть расплавленного полимера будет накапливаться возле толкающей стенки, а твердая пробка будет сдвигаться к передней стенке за счет наличия градиента давления, а также за счет упругих свойств твердой пробки, что можно связать с аналогией для пружины. Если градиент давления небольшой, упругость твердой пробки за

счет винтовой формы незначительна, а также в случае проведения процесса экструзии без охлаждения червяка, то твердая пробка может занимать позицию, которая изображена на рис. 4.8,б. То есть в данном случае поверхность твердой пробки граничит со всех сторон с расплавом полимера.



а – на начальной стадии; б – на промежуточной стадии при неохлаждаемом червяке; в – на промежуточной стадии при охлаждаемом червяке; г – на участке с конусным сердечником

Рисунок 4.8 – Расчетные схемы для описания процессов плавления

При наличии значительных градиентов давления и систем охлаждения червяка, процесс плавления может происходить по схеме на рис. 4.8,в, то есть в соответствии с теорией Тадмора 3. В этом случае две поверхности контактируют с расплавом полимера, а две – с поверхностью червяка. В данном случае при достаточно большом давлении могут возникать значительные силы трения в месте контакта твердой пробки с поверхностью червяка, который приводит к интенсификации процессов плавления.

На отрезке с зоной сжатия, то есть с конусным сердечником, в случае большой конусности соотношение между интенсивностью плавления твердой пробки на границе между твердой пробкой и слоем расплава толщиной δ_p с одной стороны и конусностью с другой стороны может быть таким, что скорость изменения глубины червячной нарезки будет большей, чем скорость

плавления. В таком случае высота твердой пробки снова же так будет равна глубине винтового канала, как показано на рис. 4.8,г. При таком режиме возникает значительное контактное давление, которое увеличивает скорость плавления. При этом, однако, значительно возрастает потребляемая мощность, расходуемая на деформацию твердой пробки и преодоление сил трения между твердой пробкой и поверхностью винтового канала. Если отрезок сжатия будет размещен в начале зоны плавления, то схема по рис. 4.8,г может трансформироваться таким образом, что объем твердой пробки полностью заполнит поперечное сечение винтового канала. При этом масса расплава может быть вытеснена в соседние зоны канала или втиснута в тело полимерной пробки. Степень заполнения расплавом твердой пробки зависит от степени сжатия твердой пробки в зоне питания и от давления, которое создается на данном отрезке.

4.3.2 Построение математической модели

Если учитывать составляющую переноса тепла в твердой пробке за счет теплопроводности только вдоль осей x и y , а составляющую конвективного переноса – только вдоль оси z , то уравнение теплового баланса в твердой пробке может быть представлено таким образом

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda_s \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right). \quad (4.82)$$

При записи граничных условий для уравнения (4.82) с учетом схем на границах раздела между твердой пробкой и расплавом полимера необходимо учитывать две части переноса тепла: первая – вследствие действия теплового потока на твердую пробку от более нагретого расплава полимера; вторая – вследствие конвективного действия, которое вызывается относительным движением твердой пробки и зонами расплава. Однако, для реальных процессов экструзии вторая часть, как минимум, на порядок меньше чем первая.

На границах раздела между твердой пробкой и стенками канала граничные условия будут связаны с тепловыми потоками, возникающими в результате трения материала пробки по поверхности канала. Тепловые потоки в данном случае состоят также из двух частей: первая – вследствие диссипативного выделения за счет сил трения идет в пробку; вторая – вследствие значительной теплопроводности материала червяка и возможного охлаждения отводится через сердечник червяка.

Таким образом, граничные условия для уравнения (4.82) могут быть представлены таким образом

$$\lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = q_s; \quad -\lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=h_T} = q_b; \quad (4.83)$$

$$\lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_p; \quad -\lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=X_T} = q_T, \quad (4.84)$$

где q_s , q_b – тепловые потоки, которые поступают в твердую пробку через границы вдоль оси y ; q_p , q_T – тепловые потоки, которые поступают в твердую пробку через границы вдоль оси x .

При этом следует отметить, что для трех схем, а именно на рис. 4.8,а, рис. 4.8,в и рис. 4.8,г, тепловой поток q_s будет вызван наличием сил трения на границах раздела между твердой пробкой и поверхностью канала. Такая же природа будет наблюдаться для тепловых потоков q_p на рис. 4.8,в и рис. 4.8,г, а также теплового потока q_b на рис. 4.8,г и теплового потока q_T на рис. 4.8,а. Во всех других случаях граничных условий тепловые потоки будут связаны с передачей тепла к твердой пробке от зон расплава, что может быть представлено такой общей формулой

$$q_{Pi} = \lambda_m \cdot \frac{\partial T_i}{\partial x_i} \Big|_{x_i = \Gamma p_i}, \quad (4.85)$$

где q_{Pi} – тепловой поток на соответствующей границе раздела; T_i – распределение температуры в соответствующей области расплава; x_i – соответствующая ось координат (x или y); λ_m – коэффициент теплопроводности расплава полимера при соответствующей температуре; Γp_i – граничные значения осей координат.

Граничных условий с учетом тепловых потоков по выражению (4.85) для разных схем будет разное количество: для схем на рис. 4.8,а и рис. 4.8,г – одно; для схемы на рис. 4.8,в – два; для схемы на рис. 4.8,б – все четыре.

Так, например, для схемы на рис. 4.8,а можно записать

$$q_b = \lambda_m \cdot \frac{\partial T_\delta}{\partial y} \Big|_{y=h_T}, \quad (4.86)$$

где T_δ – распределение температуры в области расплава между твердой пробкой и корпусом.

Выражение (4.86) будет также иметь место и для схем на рис. 4.8,б и рис. 4.8,в.

Распределение температуры T_δ в этом случае может быть взято из уравнения (4.47) или (4.48). Следует отметить, что эти уравнения получены в системе координат, где ось x проходит через верхнюю границу раздела, а граничные условия (4.83) записаны для системы координат, для которой ось x проходит через нижнюю границу раздела. Таким образом, для второго соотношения из системы (4.83) для теплового потока с учетом уравнения (4.48) получим такую зависимость

$$q_b = \lambda_s \cdot \frac{T_p - T_b}{\delta_p} - \frac{\mu \cdot V_\mu}{2 \cdot \delta_p^n} \cdot \frac{\lambda_s}{\lambda_m}. \quad (4.87)$$

Для определения температурного поля в зоне расплава, который расположен между твердой пробкой и толкающей стенкой червячной нарезки, необходимо учитывать наличие циркуляционных потоков, имеющих здесь место. Тогда температурное поле в этой зоне расплава можно рассчитывать по уравнению (3.193). При этом следует заметить, что уравнение (3.193) явным образом не зависит от оси координаты x , но вследствие наличия циркуляционных потоков можно выполнить усреднение температурного поля по поперечному сечению данной зоны расплава. В связи с последним замечанием при использовании формулы (3.193) имеем

$$q_T = -\frac{\lambda_s}{(W_n - X_T)} \cdot (T_{C1} + T_{C2} - T_{C3}), \quad (4.88)$$

где T_{C1} , T_{C2} , T_{C3} – усредненные значения температуры по координате y в зоне расплава, который находится между твердой пробкой и толкающей стенкой червяка, и соответственно определяются из таких соотношений

$$\begin{aligned} T_{C1} &= \frac{T_b - T_s}{2} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) - \sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{\beta_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) \right]; \\ T_{C2} &= \frac{2 \cdot (T_b + T_s - 2 \cdot T_n)}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)} \cdot \cos \left[\pi \cdot \frac{y}{h} \cdot (2 \cdot k - 1) \right] \times \exp \left[-\frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z \right]; \\ T_{C3} &= \frac{F_q \cdot 4 \cdot h^2}{\pi^3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)^3} \cdot \cos \left[\pi \cdot \frac{y}{h} \cdot (2 \cdot k - 1) \right] \times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.89)$$

Все обозначения, которые входят в последние выражения соответствуют обозначениям из уравнения (3.193).

Таким образом, чтобы найти тепловой поток по формуле (4.88), необходимо рассчитать значения температур T_{C1} , T_{C2} и T_{C3} и усреднить их по координате y на каждом шаге по координате z .

При записи граничных условий в тех зонах, где твердая пробка контактирует с поверхностью винтового канала или корпуса надо учитывать контактное давление и коэффициент трения между полимерным материалом и стенкой канала, а также возможность отвода тепла через тело червяка и корпуса. В соответствии с работами [24, 183] для схем, которые изображены на рис. 4.8,а, 4.8,в и 4.8,г, можно записать граничное условие между твердой пробкой и сердечником червяка в виде

$$q_s = V_{sz} \cdot f_s \cdot P_k - q'_s, \quad (4.90)$$

где f_s – коэффициент трения между твердой пробкой и поверхностью сердечника, который в общем случае зависит от типа материала и давления; P_k – контактное давление твердой пробки на поверхность канала; q'_s – тепловой поток, который отводится от границы раздела, в первом приближении его можно представить так

$$q'_s = \frac{\lambda_{cm}}{h_s} \cdot [T_c(0,z) - T_a(h_s,z)], \quad (4.91)$$

где λ_{cm} – коэффициент теплопроводности материала червяка; h_s – толщина стенки сердечника червяка; $T_a(h_s,z)$ – значение температуры на внутренней поверхности сердечника червяка, то есть на поверхности охлаждаемого отверстия; $T_c(0,z)$ – температура на внешней поверхности сердечника червяка.

Более точное значение для q'_s можно получить, если решить задачу нестационарной теплопроводности с учетом граничного условия третьего рода на поверхности охлаждаемого отверстия, то есть при условии конвективного теплообмена со стороны охлаждающей жидкости. В случае неохлаждаемого червяка, вместо конвективного теплообмена, следует принять условие теплоизолированной стенки, то есть равенство нулю теплового потока. Последнее условие принимается в предположении об отсутствии отвода тепла через хвостовик червяка (смотри, например, первое условие из (3.326)).

Контактное давление для схем на рис. 4.8,а и 4.8,б будет создаваться за счет давления, которое возникает в зонах расплава. Контактное давление для схемы на рис. 4.8,г будет определяться деформацией твердой пробки, вследствие наличия конусности сердечника червяка, и может быть рассчитано по такой зависимости

$$P_k = \frac{h_{TT} - h_k}{h_{TT}} \cdot \frac{E_m}{I_m} \cdot \exp\left(-\frac{z}{V_{sz} \cdot \lambda_p}\right), \quad (4.92)$$

где h_k – переменная глубина винтовой нарезки в зоне сжатия (с конусным сердечником); h_{TT} – теоретическое значение твердой пробки, которое может превышать h_k ; E_m – модуль упругости полимерного материала; I_m – количество отрезков разбивки на участке сжатия; λ_p – время релаксации.

Прежде всего, необходимо заметить, что модуль упругости E_m зависит от нескольких факторов и, в первую очередь, от того, в какой степени твердая пробка была сжата в зоне сжатия. Кроме того, необходимо учитывать и зависимость модуля упругости от температуры. Что же касается I_m , то этот параметр следует связывать со скоростью плавления. Если скорость плавления будет недостаточной, то твердая пробка будет деформироваться таким образом, что может быть возрастание ширины X_T . При большой скорости плавления изменение глубины винтового канала на участке сжатия может идти более

медленно, чем изменение высоты твердой пробки. Тогда между твердой пробкой и корпусом будет появляться слой расплава.

Таким образом, для решения уравнения (4.82) рассмотрены все возможные граничные условия. Сделаем замену

$$T(x, y, z) = T_1(y, z) + T_2(x, z). \quad (4.93)$$

Подстановка последнего выражения в уравнение (4.82) дает

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz} \cdot \left(\frac{\partial T_1}{\partial z} + \frac{\partial T_2}{\partial z} \right) = \lambda_s \cdot \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} \right). \quad (4.94)$$

Представим последнюю формулу через два отдельных выражения

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_s \cdot \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}; \quad (4.95)$$

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial z} = \lambda_s \cdot \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}. \quad (4.96)$$

Некорректность, которая имеется на первый взгляд при записи выражения (4.93), а значит и для уравнений (4.95) и (4.96), а именно отсутствие взаимосвязи для температуры между координатами x и y , можно легко обойти. Для этого следует решать уравнения (4.95) и (4.96) на отдельных достаточно малых шагах вдоль оси z , принимая конечные значения для температуры на предшествующем шаге за начальные значения на следующем шаге.

Используем операционный метод, по аналогии с тем, как это было сделано в разделе 3.2.1, то есть для получения формулы (3.193) для решения уравнений (4.95) и (4.96).

После выполнения интегрального преобразования Лапласа в уравнении (4.95) по координате z , получим такое уравнение в операторной форме

$$\frac{d^2 T_1^L}{dy^2} - \frac{s}{a_{vs}} \cdot T_1^L = -\frac{T_{ns}}{a_{vs}}, \quad (4.97)$$

где T_1^L – изображение температуры T_1 ; T_{ns} – начальное распределение температуры в твердой пробке; a_{vs} – комплекс, который находится из уравнения

$$a_{vs} = \frac{\lambda_s}{\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz}}. \quad (4.98)$$

Решение уравнения (4.97) имеет вид

$$T_1^L = \frac{T_{ns}}{s} + C_1 \cdot ch \left(\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot y \right) + C_2 \cdot sh \left(\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot y \right). \quad (4.99)$$

Используя граничные условия (4.83) для определения констант интегрирования C_1 и C_2 , получим следующее выражение для распределения температуры в твердой пробке вдоль координаты y в изображениях

$$T_1^L = \frac{T_{ns}}{s} - \frac{q_b}{\lambda_s \cdot s} \cdot \frac{\sqrt{a_{vs}}}{\sqrt{s}} \cdot \frac{ch\left(\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot y\right)}{sh\left(\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot h_T\right)} - \frac{q_s}{\lambda_s \cdot s} \cdot \frac{\sqrt{a_{vs}}}{\sqrt{s}} \cdot \frac{ch\left[\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot (h_T - y)\right]}{sh\left(\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot h_T\right)}. \quad (4.100)$$

Запишем гиперболические функции через показательные, по аналогии с тем, как было получено выражение (3.176) для того чтобы перейти от изображения температуры к оригиналу. Тогда уравнение (4.100) можно переписать таким образом

$$T_1^L = \frac{T_{ns}}{s} - \frac{q_b \cdot \sqrt{a_{vs}}}{\lambda_s \cdot s} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-b1_k \cdot \sqrt{s}) + \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-b2_k \cdot \sqrt{s}) \right] - \frac{q_s \cdot \sqrt{a_{vs}}}{\lambda_s \cdot s} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-b3_k \cdot \sqrt{s}) + \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-b4_k \cdot \sqrt{s}) \right], \quad (4.101)$$

где

$$b1_k = \sqrt{\frac{1}{a_{vs}}} \cdot [-y + h_T \cdot (2 \cdot k + 1)]; \quad b2_k = \sqrt{\frac{1}{a_{vs}}} \cdot [y + h_T \cdot (2 \cdot k + 1)];$$

$$b3_k = \sqrt{\frac{1}{a_{vs}}} \cdot [y + 2 \cdot h_T \cdot k]; \quad b4_k = \sqrt{\frac{1}{a_{vs}}} \cdot [-y + 2 \cdot h_T \cdot (k + 1)].$$

Используя общую формулу перехода от изображения к оригиналу [132]

$$\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \exp(-C \cdot \sqrt{s}) \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot z}} \cdot \exp\left(-\frac{C^2}{4 \cdot z}\right), \quad (4.102)$$

а также теорему умножения (теорему Бореля), можно получить из выражения (4.101) такой оригинал для распределения температуры в твердой пробке вдоль оси y

$$T_1 = T_{ns} + \frac{q_b \cdot \sqrt{a_{vs}}}{\lambda_s} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b1_k^2}{4 \cdot z}\right) - b1_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b1_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] + \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b2_k^2}{4 \cdot z}\right) - b2_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b2_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] \right\} + \frac{q_s \cdot \sqrt{a_{vs}}}{\lambda_s} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b3_k^2}{4 \cdot z}\right) - b3_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b3_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] + \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b4_k^2}{4 \cdot z}\right) - b4_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b4_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] \right\}$$

$$+ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b4_k^2}{4 \cdot z}\right) - b4_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b4_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] \}. \quad (4.103)$$

По аналогии с выражением (4.103) можно найти распределение температурного поля и вдоль оси x . Следует заметить, что уравнение (4.96) принципиально не отличается от выражения (4.95), а отсюда выходит, что и выражение для T_2 будет подобным выражению (4.103). Таким образом, для распределения температурного поля в твердой пробке вдоль оси x будет справедливым такое выражение

$$\begin{aligned} T_2 = T_{ns} + \frac{q_T \cdot \sqrt{a_{vs}}}{\lambda_s} & \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{d1_k^2}{4 \cdot z}\right) - d1_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d1_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] + \right. \\ & + \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{d2_k^2}{4 \cdot z}\right) - d2_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d2_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] \Big\} + \\ & + \frac{q_{II} \cdot \sqrt{a_{vs}}}{\lambda_s} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{d3_k^2}{4 \cdot z}\right) - d3_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d3_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] + \right. \\ & + \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{d4_k^2}{4 \cdot z}\right) - d4_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d4_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] \Big\}, \end{aligned} \quad (4.104)$$

где

$$\begin{aligned} d1_k &= \sqrt{\frac{1}{a_{vs}}} \cdot [-x + X_T \cdot (2 \cdot k + 1)]; & d2_k &= \sqrt{\frac{1}{a_{vs}}} \cdot [x + X_T \cdot (2 \cdot k + 1)]; \\ d3_k &= \sqrt{\frac{1}{a_{vs}}} \cdot [x + 2 \cdot X_T \cdot k]; & d4_k &= \sqrt{\frac{1}{a_{vs}}} \cdot [-x + 2 \cdot X_T \cdot (k + 1)]. \end{aligned}$$

Итак, подставляя соответствующие выражения для тепловых потоков в уравнения (4.103) и (4.104), согласно со схемой процесса плавления, можно моделировать температурные процессы в твердой пробке полимерного материала.

Надо сделать следующие замечания по схеме на рис. 4.8,г. В данном случае твердая пробка контактирует с двух сторон с поверхностью винтового канала и с одной стороны – с поверхностью корпуса. Для теплового потока q_p можно использовать выражение, аналогичное уравнению (4.90).

Что же касается граничных условий при $y = h$, то вследствие значительного превышения температуры корпуса по сравнению с температурой плавления полимерного материала, можно принять граничное условие первого рода. То есть вместо второго уравнения из системы (4.83), можно записать выражение

$$T = T_b \quad \text{при} \quad y = h_T. \quad (4.105)$$

С учетом последнего выражения уравнение (4.100) преобразуется таким образом

$$T_1^L = \frac{T_{ns}}{s} - \frac{T_b - T_{ns}}{s} \cdot \frac{ch\left(\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot y\right)}{ch\left(\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot h_T\right)} - \frac{q_s}{\lambda_s \cdot s} \cdot \frac{\sqrt{a_{vs}}}{\sqrt{s}} \cdot \frac{sh\left[\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot (h_T - y)\right]}{ch\left[\sqrt{\frac{s}{a_{vs}}} \cdot h_T\right]}. \quad (4.106)$$

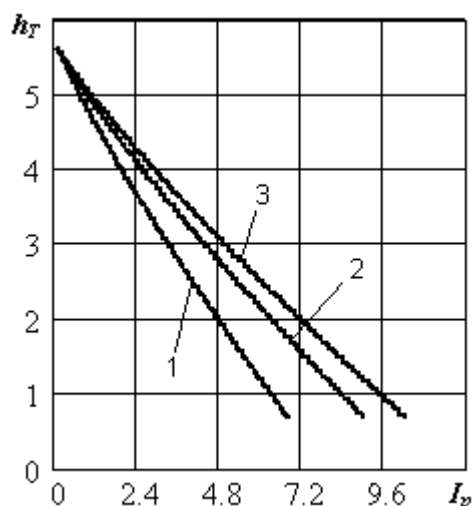
Для определения оригинала второго члена в правой части последнего уравнения можно использовать вторую теорему разложения в виде уравнения (3.184). Для третьего члена лучше использовать представление через показательные функции, по аналогии с выражением (3.176). Окончательно можно записать такое выражение для оригинала уравнения (4.106)

$$\begin{aligned} T_1 = T_b + \frac{(T_b - T_{ns}) \cdot 4}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot y}{2 \cdot h_T} \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \cdot \exp\left[-\frac{\pi^2 \cdot a_{vs}^2}{4 \cdot h_T^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot z\right] + \\ + \frac{q_s \cdot \sqrt{a_{vs}}}{\lambda_s} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b3_k^2}{4 \cdot z}\right) - b3_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b3_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] + \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{b4_k^2}{4 \cdot z}\right) - b4_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b4_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] \right\}. \quad (4.107) \end{aligned}$$

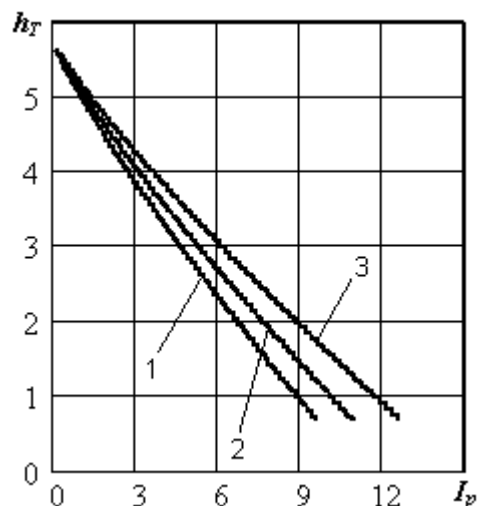
При моделировании температурного поля по формулам (4.103), (4.104) и (4.107) необходимо иметь в виду тот факт, что границы твердой пробки будут постоянно изменяться. То есть высота h_T и ширина W_n будут уменьшаться по мере того, как граничные слои пробки будут достигать температуры плавления полимерного материала и переходить в зоны, которые занимает расплав. Этот факт необходимо учитывать при составлении программ для расчетов температурных полей в зоне плавления червячного экструдера.

Решение задачи, которая моделирует процесс в зоне плавления для схемы на рис. 4.8,б, то есть в соответствии с формулой (4.103) при записи значения для q_s в соответствии с выражением (4.85), приведено в приложении Б.1 (блок САПР-6). На рис. 4.9 представлены графики, характеризующие изменение высоты твердой пробки вдоль оси y для этого варианта ($D = 90$ мм; $h = 6$ мм).

Решение задачи, которая моделирует процесс в зоне плавления для схемы на рис. 4.8,в, то есть в соответствии с формулой (4.103) при записи значения для q_s соответственно с выражением (4.90), приведено в приложении Б.2 (блок САПР-7). На рис. 4.10 представлены графики, характеризующие изменение высоты твердой пробки вдоль оси y для этого варианта. При этом были взяты такие параметры рабочего узла червячной машины: диаметр червяка – 90 мм; глубина канала червяка – 7 мм; шаг винтовой нарезки равен диаметру; осевая ширина гребня винтовой нарезки – 9 мм.



а

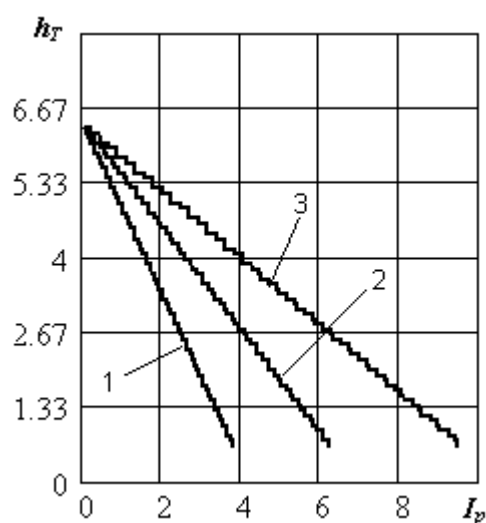


б

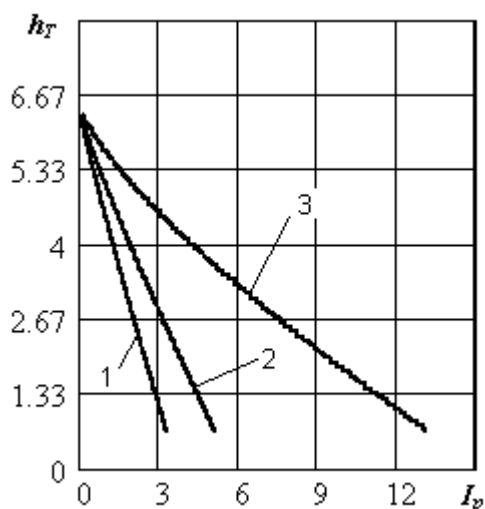
а – при $T_b = 453$ К (1 – $G_m = 60$ кг/ч ($\omega = 0,365 \cdot \text{с}^{-1}$); 2 – $G_m = 120$ кг/ч ($\omega = 0,744 \cdot \text{с}^{-1}$); 3 – $G_m = 180$ кг/ч ($\omega = 1,05 \cdot \text{с}^{-1}$);

б – при $G_m = 120$ кг/ч ($\omega = 0,744 \cdot \text{с}^{-1}$) (1 – $T_b = 443$ К; 2 – $T_b = 423$ К; 3 – $T_b = 403$ К)

Рисунок 4.9 – Графики изменения высоты твердой пробки вдоль оси у по схеме на рис. 4.8,б



а



б

а – при $P = 11,5$ МПа (1 – $G_m = 60$ кг/ч; 2 – $G_m = 120$ кг/ч; 3 – $G_m = 180$ кг/ч);

б – при $G_m = 80$ кг/ч (1 – $P = 11,5$ МПа ($\omega = 0,413 \cdot \text{с}^{-1}$); 2 – $P = 6,5$ МПа ($\omega = 0,456 \cdot \text{с}^{-1}$); 3 – $P = 1,5$ МПа ($\omega = 0,494 \cdot \text{с}^{-1}$))

Рисунок 4.10 – Графики изменения высоты твердой пробки вдоль оси у по схеме на рис. 4.8,в: при $T_b = 453$ К

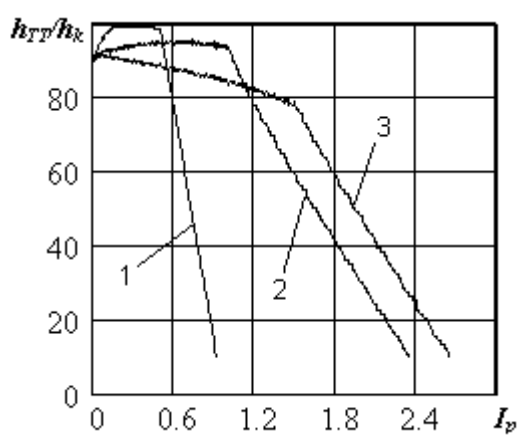
Как видно из приведенных результатов, длина зоны плавления, которая на рис. 4.9 и 4.10 представлена через количество витков I_p , во многом зависит от массовой производительности экструдера G_m и температурного режима в системе корпус – расплав полимера – твердая пробка – червяк. Значительное влияние на скорость плавления также оказывает и создаваемое в канале червяка давление. Последний момент в особенности необходимо учитывать при

заполнении материалом винтового канала, если давление в рабочем объеме мало.

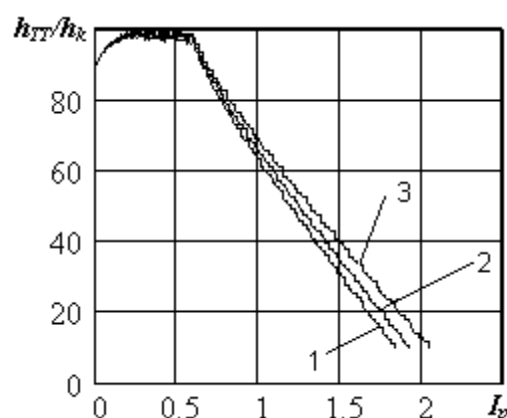
Решение задачи, которая моделирует процесс в зоне плавления для схемы на рис. 4.8,г, то есть в соответствии с формулой (4.107), приведено в приложении Б.3 (блок САПР-8).

На рис. 4.11 представлены графики, характеризующие скорость плавления полимерного материала в винтовом канале червяка и представлены отношением высоты твердой пробки h_{TT} к глубине винтового канала h_k в зависимости от разных геометрических и технологических параметров. Причем кривые, получены в предположении, что процесс плавления начался в тот момент, когда соотношение между высотой твердой пробки и глубиной канала составляло $h_{TT}/h_k = 90\%$, то есть между твердой пробкой и корпусом допускалось наличие слоя расплава δ_p . Закончился процесс при $h_{TT}/h_k = 10\%$ (левый конец кривых).

Кроме того, допускалось, что сердечник состоит из двух частей: первая, по ходу движения материала – конусная часть с соответствующим количеством витков I_k ; вторая – цилиндрическая (количество витков получается как разность между соответствующими значениям абсциссы правого конца кривых и величины I_k). При этом взяты такие параметры экструзионного агрегата: диаметр червяка – 45мм; глубина винтового канала, соответственно в начале и в конце зоны сжатия – 4мм и 2мм; шаг червячной нарезки равен диаметру червяка: массовая производительность экструдера бралась из ряда – $G_m = (20, 40, 70) \cdot \text{кг/ч}$; количество витков в зоне сжатия, то есть на участке с конусным сердечником отвечало таким трем значениям – $I_k = (0,5; 1; 1,5)$; давление P_z составляло – $P_z = 15 \cdot \text{МПа}$; модуль упругости твердой пробки – $E = 20 \cdot \text{МПа}$; количество разбиений твердой пробки вдоль оси y – $dy = 150$; шаг расчетов вдоль оси z – $dz = 400 \cdot dy$



а



б

а – при $G_m = 40 \text{ кг/ч}$ ($\omega = 1,747 \text{ с}^{-1}$) : 1 – $I_k = 0,5$; 2 – $I_k = 1$; 3 – $I_k = 1,5$;

б – при $I_k = 0,6$: 1 – $G_m = 20 \text{ кг/ч}$ ($\omega = 0,85 \text{ с}^{-1}$); 2 – $G_m = 40 \text{ кг/ч}$ ($\omega = 1,747 \text{ с}^{-1}$);

3 – $G_m = 70 \text{ кг/ч}$ ($\omega = 2,795 \text{ с}^{-1}$)

Рисунок 4.11 – Графики, характеризующие скорость плавления полимерного материала в винтовом канале червяка по схеме на рис. 4.8,г

Как видно из приведенных кривых, скорость процесса плавления во многом зависит от конусности в зоне сжатия. При большой конусности (маленьком значении количества витков I_k) на начальной стадии наблюдается возрастание отношения h_{TT}/h_k , вплоть до контакта твердой пробки с поверхностью корпуса, вследствие чего скорость плавления увеличивается за счет контактного давления, которое вызывает разогрев от сил трения с одной стороны и высокой температуры корпуса с другой.

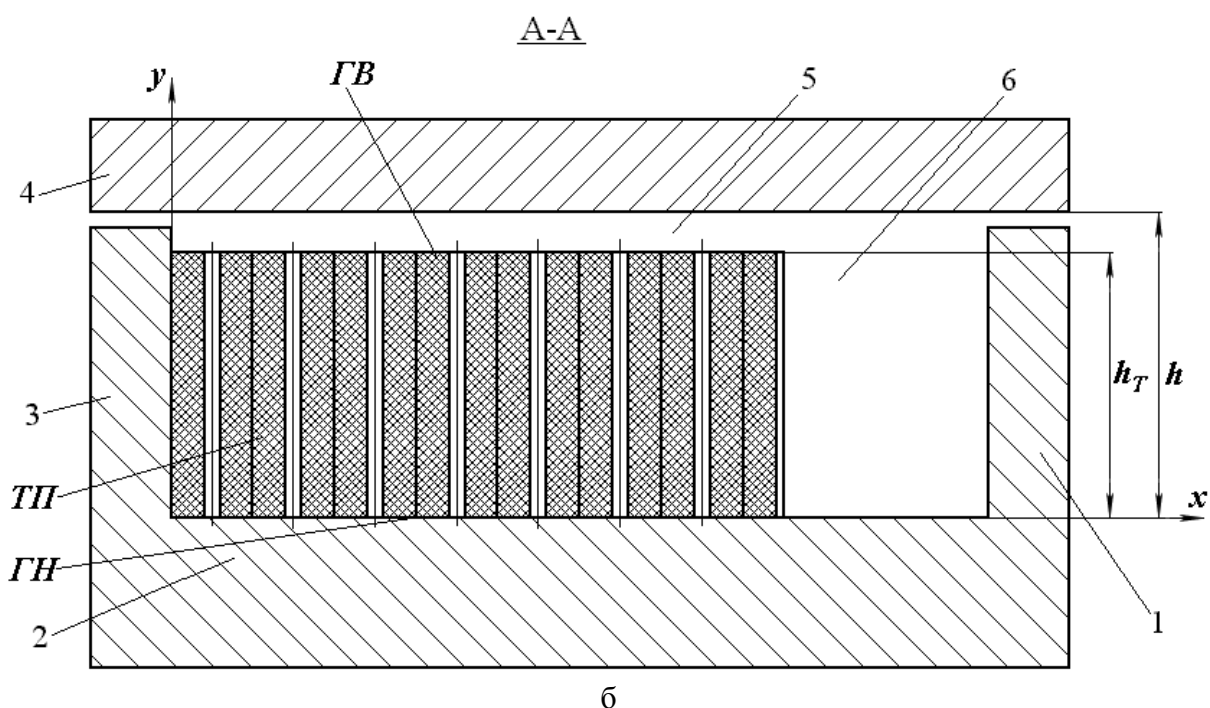
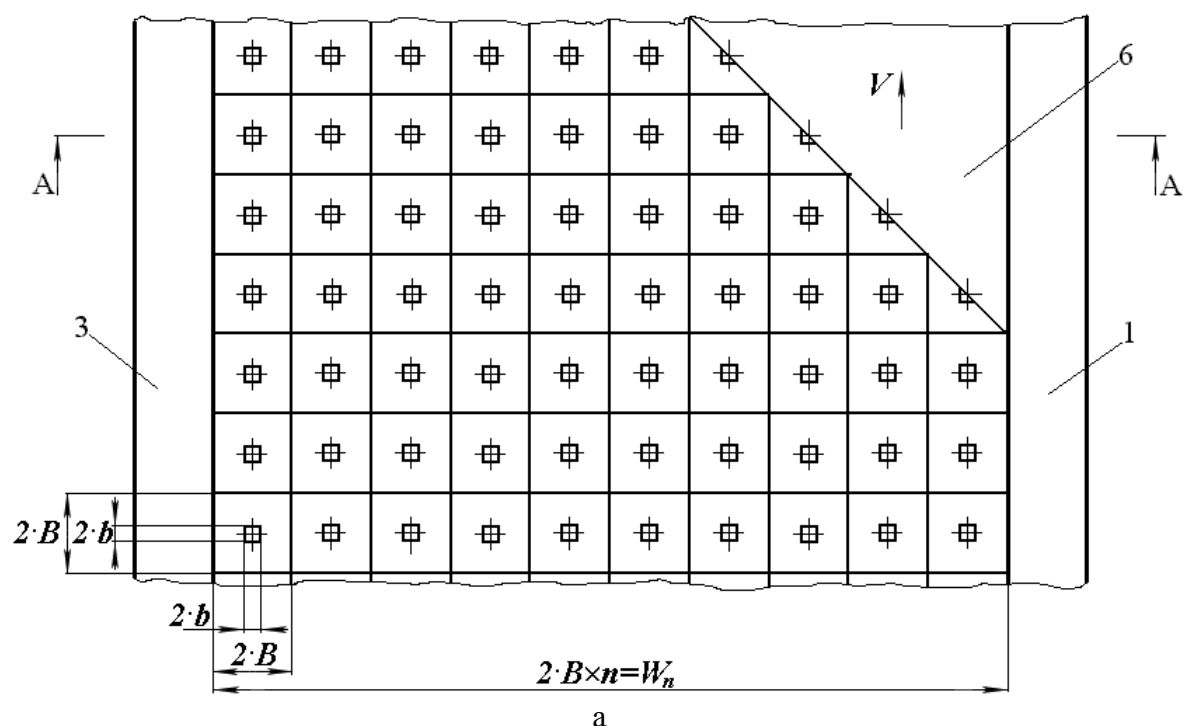
Следует заметить, что кроме тепловых потоков, поступающих из зон расплава и подогревающих твердую пробку, непосредственно на процесс плавления влияют и другие факторы, среди которых, в первую очередь, можно отметить тепловую энергию, которая тратится на межфазовый переход твердая пробка – расплав при плавлении полимеров. Однако этот фактор в большей степени относится к кристаллическим полимерным материалам. Эта часть энергии в некоторой мере уменьшает общую тепловую энергию, которая подается в твердую пробку и подогревает ее. Данная составляющая теплового потока может быть представлена так: $q_{pl} = \rho_s \cdot \lambda_p \cdot V_{cx} / 2 \cdot K_\delta$, где K_δ – коэффициент влияния ($K_\delta = (\delta_p / W_n)^{(n+1)/n}$). Тогда тепловой поток, который непосредственно входит в твердую пробку уменьшается на величину q_{pl} . Кроме того, в зонах расплава имеют место в наличии разного типа потоки, которые вызывают дополнительный конвективный теплообмен. Однако для реальных условий эта составляющая потока в большинстве случаев на порядок меньше, чем другие. И еще один источник тепла может появляться при переработке полимерных материалов, а именно, разного типа химические реакции, которые в большинстве случаев могут происходить при переработке полимерных композитов с химически-активными веществами.

4.3.3 Моделирование процессов с учетом пористости твердой пробки в случае жесткого каркаса

Все модели, которые были рассмотрены в разделе 4.3, предполагали, что твердая полимерная пробка представляет собой сплошную среду. Однако, как было указано в разделе 4.1, при определенных условиях, еще в зоне питания могут возникать поры разных размеров.

Таким образом, реальные процессы плавления могут происходить как в режиме монолитной пробки, так и при наличии пор. При этом плавление перерабатываемого материала в последнем случае будет проходить более интенсивно вследствие проникновения расплава вглубь твердой пробки и ее разогрева из середины. Однако следует помнить, что низкое давление, которое при этом развивается в зоне питания, может привести к дестабилизации процесса экструзии, например, к появлению пульсаций движения перерабатываемого материала, вплоть до режима "голодного питания".

Схему процесса плавления при наличии пор можно представить в соответствии с рис. 4.12, где показано равномерное распределение пор вдоль площади развертки винтового канала.



а – элемент развертки червяка с твердой пробкой на плоскость; б – разрез А-А на рис. 4.12,а: 1 – толкающая стенка нарезки червяка; 2 – сердечник червяка; 3 – передняя стенка нарезки червяка; 4 – материальный цилиндр (корпус); 5 – слой расплава между твердой пробкой (ТП) и корпусом; 6 – зона расплава между твердой пробкой и толкающей стенкой

Рисунок 4.12 – Схема плавления с равномерным распределением пор в твердой пробке

Понятно, что поры в реальных условиях имеют хаотичное распределение. Кроме того, поры представлены как отверстия с квадратным поперечным сечением, оси которых направлены перпендикулярно сердечнику червяка. Последнее предположение можно объяснить малым значением отношения глубины винтового канала h к его ширине W_n .

Начальный размер пор $2 \cdot b$ зависит от давления, которое создается в зоне питания. Причем этот размер может изменяться со скоростью, пропорциональной температурным условиям на верхний $ГВ$ и нижний $ГН$ границах твердой пробки, а также от создаваемого давления в слое расплава полимера 5 между твердой пробкой и материальным цилиндром 4.

На рис. 4.12,а представлена также разбивка поверхности твердой пробки квадратными элементами размером $2 \cdot B \times 2 \cdot B$, в центре которых и размещены отверстия пор размером $2 \cdot b \times 2 \cdot b$. Данные элементы с учетом их высоты h_T образуют элементарные параллелепипеды. При этом следует различать тепловые режимы работы для внутренних и граничных параллелепипедов.

Все четыре боковых грани функционируют практически в одинаковом тепловом режиме для внутренних элементов, где в роли граничных тепловых условий можно принять нулевое значение теплового потока.

Для граничных элементов три грани имеют такой же тепловой режим, а четвертая – связана с тепловым обменом или с толкающей стенкой 1, или с передней стенкой 3, или с зоной расплава 6.

Следует заметить, что при наличии зоны расплава 6 граничные элементы уже будут значительно различаться от формы параллелепипеда. Что же касается граничных условий на торцах, то есть на поверхностях $ГВ$ и $ГН$, то они будут одинаковыми для всех элементов и вызванные тепловыми потоками соответственно со стороны слоя расплава 5 и сердечника червяка 2. При этом, как было указано в разделе 4.3.1, твердая пробка может также быть разделена с передней стенкой 3 и сердечником червяка 2 слоем расплава.

Выделим отдельно внутренний элемент для построения математической модели процесса тепломассопереноса в твердой пробке. Предполагая, что процесс теплопереноса вдоль оси x для внутренних узлов является симметричным относительно оси поры, расчетную схему для внутренних узлов можно представить в соответствии с рис. 4.13.

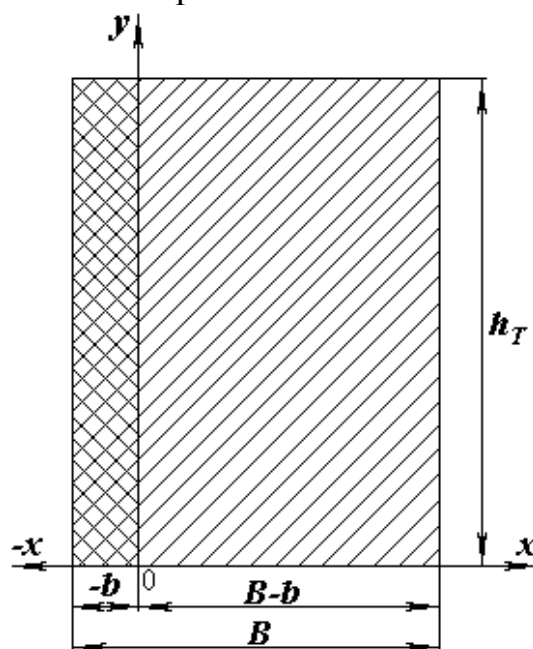


Рисунок 4.13 – Расчетная схема для моделирования тепловых процессов во внутренних элементах твердой пробки

Центральная часть выделенного элемента размером b в начальный момент представляет собой расплав полимера, который приходит сюда из пленки расплава 5. Внешняя часть размером $B - b$ представляет собой твердую массу материала с начальной температурой, соответствующей температуре в конце зоны питания.

Таким образом, уравнение теплового баланса следует записать для этих двух зон в таком виде:

– для центральной части

$$\rho_m \cdot C_{pm} \cdot \frac{\partial T_v}{\partial t} = \lambda_m \cdot \left(\frac{\partial^2 T_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_v}{\partial y^2} \right); \quad (4.108)$$

– для внешней части

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot \frac{\partial T_n}{\partial t} = \lambda_s \cdot \left(\frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_n}{\partial y^2} \right). \quad (4.109)$$

Если пренебречь переносом тепла вдоль оси y , вследствие соответствующей геометрии выделенного элемента, то последние два уравнения упростятся соответственно к такому виду

$$\rho_m \cdot C_{pm} \cdot \frac{\partial T_v}{\partial t} = \lambda_m \cdot \frac{\partial^2 T_v}{\partial x^2}; \quad (4.110)$$

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot \frac{\partial T_n}{\partial t} = \lambda_s \cdot \frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2}. \quad (4.111)$$

Перед записью граничных условий для уравнений (4.110) и (4.111), надо сделать некоторые замечания. Во-первых, вследствие того, что граница при $x = -b$ размещена на оси симметрии отверстия, то градиент температуры, а соответственно и тепловой поток будет равен нулю. Во-вторых, граница при $x = B - b$ является вместе с тем и границей соседнего такого же элемента, то есть здесь будет симметрия между двумя соседними параллелепипедами. Последнее замечание дает возможность также принять равенство нулю теплового потока. Что же касается граничных условий при $x = 0$, то здесь будет изменяться как температура, так и тепловой поток. Однако если не учитывать теплообмен на границах при $y = 0$ и $y = h_T$, то температура в рассматриваемом элементе будет приближаться к средней, которую можно записать таким образом

$$T_c = \frac{Tn_v \cdot b + Tn_n \cdot (B - b)}{B}, \quad (4.112)$$

где Tn_v , Tn_n – начальные температуры соответственно расплава полимера в отверстии и твердой пробки.

Таким образом, граничные условия запишутся так:

– для центральной части

$$T_v = T_c \quad \text{при } x = 0; \quad \frac{\partial T_v}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = -b; \quad (4.113)$$

– для внешней части

$$T_n = T_c \quad \text{при } x = 0; \quad \frac{\partial T_n}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = B - b. \quad (4.114)$$

Если для уравнений (4.110) и (4.111) применить интегральное преобразование Лапласа по времени t , то получим такие операторные аналоги

$$\frac{d^2 T_v^L}{dx^2} - \frac{s}{a_m} \cdot T_v^L = -\frac{Tn_v}{a_m}; \quad (4.115)$$

$$\frac{d^2 T_n^L}{dx^2} - \frac{s}{a_s} \cdot T_n^L = -\frac{Tn_n}{a_s}, \quad (4.116)$$

где T_v^L , T_n^L – изображение температур соответственно для T_v и T_n ; a_m , a_s – коэффициенты температуропроводности соответственно для центральной и внешней частей.

Операторные аналоги для граничных условий (4.113) и (4.114) соответственно запишутся так

$$T_v^L = \frac{T_c}{s} \quad \text{при } x = 0; \quad \frac{dT_v^L}{dx} = 0 \quad \text{при } x = -b; \quad (4.117)$$

$$T_n^L = \frac{T_c}{s} \quad \text{при } x = 0; \quad \frac{dT_n^L}{dx} = 0 \quad \text{при } x = B - b. \quad (4.118)$$

Тогда решение уравнений (4.115) и (4.116) соответственно с граничными условиями (4.117) и (4.118) приводит к таким выражениям

$$T_v^L = \frac{Tn_v}{s} + \frac{T_c - Tn_v}{s} \cdot \frac{ch\left[\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot (b+x)\right]}{ch\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot b\right)}; \quad (4.119)$$

$$T_n^L = \frac{Tn_n}{s} + \frac{T_c - Tn_n}{s} \cdot \frac{ch\left[\sqrt{\frac{s}{a_s}} \cdot (B-b-x)\right]}{ch\left[\sqrt{\frac{s}{a_s}} \cdot (B-b)\right]}. \quad (4.120)$$

Чтобы получить оригиналы вторых членов в правой части двух последних уравнений, следует воспользоваться второй теоремой разложения в

виде уравнения (3.184). Окончательно для оригиналов распределения температур можно записать такие уравнения

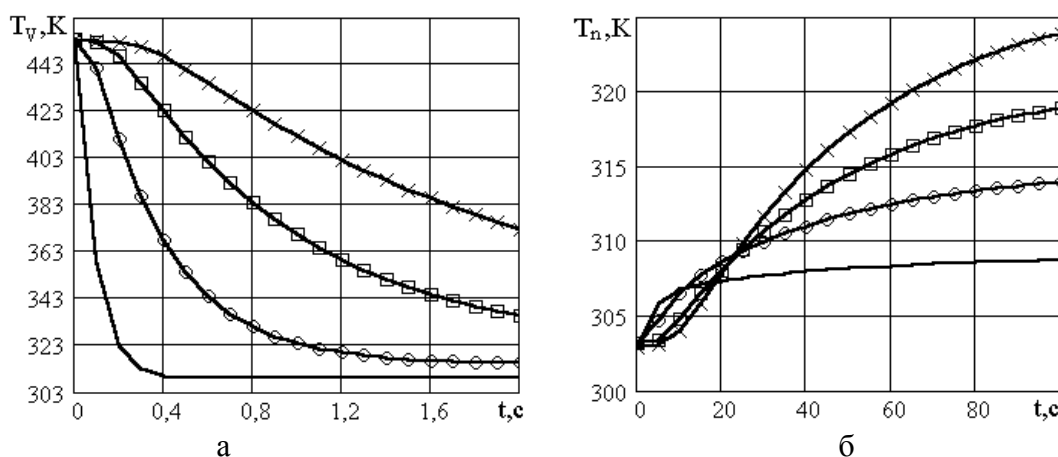
$$T_v = T_c + \frac{2 \cdot (T_c - T_{n_v})}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k-0,5)} \cdot \cos \left[\pi \cdot (k-0,5) \cdot \frac{b+x}{b} \right] \times \\ \times \exp \left[-\frac{\pi^2 \cdot a_m}{b^2} \cdot (k-0,5)^2 \cdot t \right]; \quad (4.121)$$

$$T_n = T_c + \frac{2 \cdot (T_c - T_{n_n})}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k-0,5)} \cdot \cos \left[\pi \cdot (k-0,5) \cdot \frac{B-b-x}{B-b} \right] \times \\ \times \exp \left[-\pi^2 \cdot a_s \cdot \left(\frac{k-0,5}{B-b} \right)^2 \cdot t \right]. \quad (4.122)$$

Решение данной задачи приведено в приложении Б.3 (блок САПР-8). Для моделирования тепловых процессов выбран полиэтилен низкой плотности 10802-020.

На рис. 4.14,а изображены кривые, которые получены при использовании блока САПР-9 (приложение Б.4), представляющие собой изменение температуры в центральной части на границе $x = -b$. Кривые на рис. 4.14,б характеризуют изменение температуры во внешней части, то есть при $x = B - b$. Кривые на рис. 4.14 получены при таких параметрах: $T_{n_v} = 453$ К; $T_{n_n} = 303$ К; $B = 5$ мм; $b = (0,2; 0,4; 0,6; 0,8)$ мм.

Как видно из полученных результатов, начальное распределение температурного поля в зоне плавления при наличии пор во многом зависит от размеров поперечного сечения пор.



а – при $x = -b$; б – при $x = B - b$: — $b = 0,2$ мм ($T_c = 309$ К); - - $b = 0,4$ мм ($T_c = 315$ К); -□- $b = 0,6$ мм ($T_c = 321$ К); -x- $b = 0,8$ мм ($T_c = 327$ К)

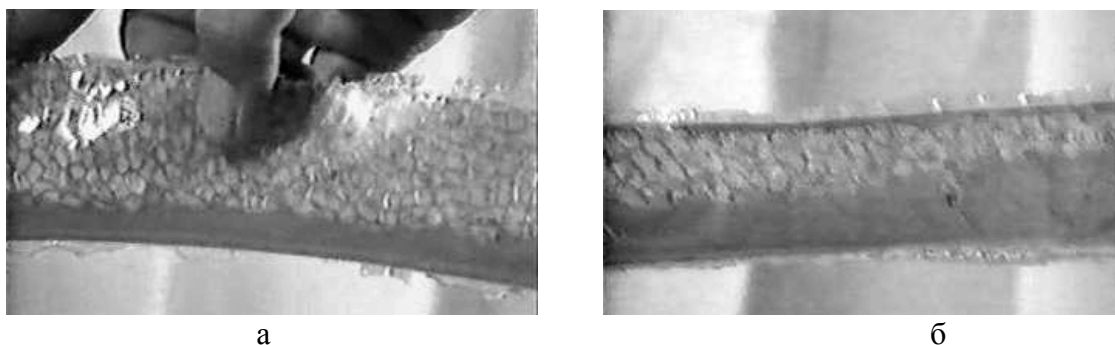
Рисунок 4.14 – Кривые для температурного поля в твердой пробке с порами

Увеличение диаметра пор приводит к возрастанию средней начальной температуры материала, который усиливает процесс плавления. Надо также заметить, что при малом проходном сечении пор и незначительном давлении в зонах расплава объем пор может быть не полностью заполнен расплавом. Последнее замечание надо учитывать при использовании уравнений теплового баланса, то есть в данном случае следует решать полные уравнения (4.108) и (4.109).

4.3.4 Моделирование процессов с учетом пористости твердой пробки в случае нежесткого каркаса

Если сцепление между спрессованными гранулами недостаточна, то полимерная пробка может быть разрушена в результате воздействия сдвиговых деформаций и градиента давления.

Фрагменты срезов полимерного материала в зоне плавления на различных стадиях процесса плавления приведены на рис. 4.15.



а – начальная стадия; б – конечная стадия

Рисунок 4.15 – Фрагменты срезов полимера на разных стадиях плавления

Срезы на рис. 4.15 свидетельствуют о том, что твердая пробка полимера не является монолитной в процессе плавления, а представляет собой набор частиц из твердой фазы, разделенных между собой прослойками из расплава полимера.

При описании теплообменных процессов согласно с рис. 4.15 следует учитывать два типа граничных условий между твердыми частицами полимера и расплавом полимерной среды: первый – граничные условия второго рода (теплопередача за счет теплового потока) между поверхностью твердой пробки, как сплошного блока, и внутренней поверхности материального цилиндра; второй – граничные условия третьего рода (конвективный теплообмен) между отдельными частицами и расплавом полимера, перемещающегося в пространстве между частицами. При этом общее изменение температуры в твердой фракции полимера можно считать как суммарный вклад двух этих составляющих теплопереноса. Влияние теплового потока через поверхность твердой пробки (граничные условия второго рода), как сплошного блока, достаточно полно рассмотрено выше.

В данном разделе будут рассмотрены вопросы построения математической модели для процессов теплообмена с учетом конвективного теплообмена между отдельными частицами полимерного материала и расплава полимера, поступающего из области, расположенной между толкающей стенкой червяка и нерасплавленной массой.

При воздействии давления на перерабатываемый материал в зоне питания гранулы деформируются и могут приобретать различную конфигурацию. При этом, чтобы описать температурный режим в каком-то объеме, необходимо использовать одну из известных систем координат, а для этого следует знать форму данного объекта. Наиболее подходящей в данном случае конфигурацией

частиц может быть принята форма в виде сферы с эквивалентным радиусом R_{eg} . Тогда для построения математической модели может быть выбрана сферическая система координат.

Если предположить, что процессы теплообмена вдоль угловых координат являются симметричными, то уравнение баланса тепловой энергии будет иметь вид

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_s \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (4.123)$$

где T – температурное поле в объёме твёрдой пробки; ρ_s , C_{ps} , λ_s – теплофизические характеристики материала твёрдой пробки, соответственно, плотность, коэффициенты теплоёмкости и теплопроводности; t – время.

Так как процесс плавления обычно описывают вдоль винтового канала, при этом, развернув условно винтовой канал на плоскость, то следует перейти от независимой переменной по времени t к независимой координате z , используя при этом выражение

$$t = \frac{z}{V_{sz}}, \quad (4.124)$$

где V_{sz} – скорость движения твёрдой пробки вдоль винтового канала.

Тогда уравнение (4.123) можно переписать так

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{V_{sz}}{a_s} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (4.125)$$

где a_s – коэффициент температуропроводности ($a_s = \lambda_s / (\rho_s \cdot C_{ps})$).

С учетом формы частицы можно записать одно начальное условие по координате z и одно граничное условие по координате r для уравнения (4.125)

$$T = T_n \rightarrow z = 0; \quad (4.126)$$

$$-\lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \rightarrow r = R_{eg}, \quad (4.127)$$

где α_{gm} – коэффициент теплоотдачи, между расплавом полимера и поверхностью твердой частицы; T_g , T_m – температуры соответственно наружной поверхности твердого материала и расплава полимера.

Воспользуемся операционным методом (интегральным преобразованием Лапласа) для решения уравнения (4.125).

Если выполнить преобразование Лапласа по координате z , то операторные аналоги уравнений (3) и (5) запишутся так [185]

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d\theta}{dr} - \frac{V_{sz}}{a_s} \cdot s \cdot \theta = 0; \quad (4.128)$$

$$-\lambda_s \cdot \frac{d\theta}{dr} = \alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) / s, \quad (4.129)$$

где θ – изображение температуры T ; s – переменная преобразования Лапласа ($z \leftrightarrow s$).

Уравнение (4.128) записано при условии нулевых начальных условиях (для упрощения его решения) и относится к классу дифференциальных уравнений, которые в общем случае могут быть представлены таким образом [133]

$$r^2 \cdot \ddot{\theta} + k_1 \cdot r \cdot \dot{\theta} + (k_2 \cdot r^{k_3} + k_4) \cdot \theta = 0; \quad k_3 \neq 0, \quad (4.130)$$

где $\nu = 1/k_3 \cdot \sqrt{(1-k_1)^2 - 4 \cdot k_4}$.

Решение уравнения (8) имеет вид

$$\theta = r^{(1-k_1)/2} \cdot Z_\nu(2/k_3 \cdot \sqrt{k_2} \cdot r^{k_3/2}), \quad (4.131)$$

где Z_ν – решение соответствующего уравнения Бесселя.

С учетом уравнения (4.128) последнее выражение переписется так

$$\theta = r^{-1/2} \cdot C_1 \cdot J_{1/2}(i \cdot \sqrt{s/a_s \cdot V_{sz}} \cdot r) + Y_{1/2}(i \cdot \sqrt{s/a_s \cdot V_{sz}} \cdot r), \quad (4.132)$$

где C_1, C_2 – константы интегрирования; i – мнимая единица; $J_{1/2}, Y_{1/2}$ – функции Бесселя.

Так как при $r \rightarrow 0$ получаем $Y_{1/2} \rightarrow -\infty$, то оставляем только первое слагаемое в правой части последнего уравнения. Следует отметить, что в случае индексов для функций Бесселя, которые равны $\nu = k \cdot 1/2$, где $k=1,2,3,\dots$, они могут быть записаны через элементарные функции, а именно,

$$J_{1/2} = \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot z}} \cdot \sin(z).$$

Учитывая последнее соотношение, уравнение (4.132), с учетом выше приведенного замечания, можно представить так

$$\theta = \frac{C_1}{r} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot i}} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{s \cdot V_{sz}}} \cdot \sin\left(i \cdot \sqrt{\frac{s}{a_s} \cdot V_{sz}} \cdot r\right). \quad (4.133)$$

Для определения C_1 воспользуемся (4.129), предварительно продифференцировав выражение (4.133) по координате r . После несложных преобразований имеем

$$C_1 = \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m)}{s \cdot \lambda_s \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot i} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{s \cdot V_{sz}}} \cdot K_{sc}(s)}},$$

$$\text{где } K_{sc}(s) = \left[\frac{\sin[i \cdot Va(s) \cdot R_{eg}]}{R_{eg}^2} - \frac{i \cdot Va(s) \cdot \cos[i \cdot Va(s) \cdot R_{eg}]}{R_{eg}} \right];$$

$$Va(s) = \sqrt{\frac{s}{a_s} \cdot V_{sz}}.$$

Окончательно для распределения температуры в твердой частице в изображении будет справедливо такое выражение

$$\theta = \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \cdot R_{eg}^2}{s \cdot \lambda_s \cdot r} \cdot \frac{\sin[i \cdot Va(s) \cdot r]}{K1_{sc}(s)}, \quad (4.134)$$

$$\text{где } K1_{sc}(s) = \sin[i \cdot Va(s) \cdot R_{eg}] - R_{eg} \cdot i \cdot Va(s) \cdot \cos[i \cdot Va(s) \cdot R_{eg}].$$

Используя соотношения, связывающие тригонометрические и гиперболические функции, выражение (4.134) можно представить так

$$\theta = \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \cdot R_{eg}^2}{s \cdot \lambda_s \cdot r} \cdot \frac{sh[Va(s) \cdot r]}{K2_{sc}(s)}, \quad (4.135)$$

$$\text{где } K2_{sc}(s) = sh[Va(s) \cdot R_{eg}] - R_{eg} \cdot Va(s) \cdot ch[Va(s) \cdot R_{eg}].$$

Преобразуем уравнение (4.135) к виду

$$\theta = \Psi1(s) \cdot \Psi2(s), \quad (4.136)$$

$$\text{де } \Psi1(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \frac{sh[Va(s) \cdot r]}{ch[Va(s) \cdot R_{eg}]}; \quad \Psi2(s) = \frac{\sqrt{a_s/V_{sz}}}{s \cdot \lambda_s \cdot r} \cdot \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \cdot R_{eg}}{th[Va(s) \cdot R_{eg}] / [Va(s) \cdot R_{eg}] - 1}.$$

Используем теорему умножения (Бореля) для перехода от изображения θ в (14) к оригиналу T температуры в виде

$$\Psi1(s) \cdot \Psi2(s) \leftrightarrow \int_0^z \varphi1(\zeta) \cdot \varphi2(z - \zeta) d\zeta, \quad (4.137)$$

где $\varphi1$, $\varphi2$ – оригиналы соответственно функций $\Psi1$ и $\Psi2$.

Оригинал $\varphi1$ можно определить после записи гиперболических функций через показательные, а именно

$$\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \frac{sh[Va(s) \cdot r]}{ch[Va(s) \cdot R_{eg}]} = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot [e^{-(\alpha-\beta)\sqrt{s}} - e^{-(\alpha+\beta)\sqrt{s}}] \times (1 + e^{-2\alpha\sqrt{s}})^{-1},$$

где $\alpha = \sqrt{\frac{V_{sz}}{a_s}} \cdot R_{eg}$, $\beta = \sqrt{\frac{V_{sz}}{a_s}} \cdot r$.

Как известно экспонента при любой отрицательной степени не может превышать единицы. Тогда комплекс со степенью минус единица можно разложить в биномиальный ряд, после чего последнее выражение может быть преобразовано к виду

$$\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \frac{sh[Va(s) \cdot r]}{ch[Va(s) \cdot R_{eg}]} = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot e^{-\chi_{1k}(r) \cdot \sqrt{s}} - \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot e^{-\chi_{2k}(r) \cdot \sqrt{s}}, \quad (4.138)$$

где $\chi_{1k}(r) = \sqrt{\frac{V_{sz}}{a_s}} \cdot [-r + R_{eg} \cdot (1 + 2 \cdot k)]$, $\chi_{2k}(r) = \sqrt{\frac{V_{sz}}{a_s}} \cdot [r + R_{eg} \cdot (1 + 2 \cdot k)]$.

Для перехода от изображения к оригиналу и наоборот воспользуемся формулой перехода (4.102). Окончательно получен такой оригинал

$$\varphi_1(z, r) = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot z}} \cdot \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \exp\left(-\frac{[\chi_{1k}(r)]^2}{4 \cdot z}\right) - \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \exp\left(-\frac{[\chi_{2k}(r)]^2}{4 \cdot z}\right) \right\}. \quad (4.139)$$

Оригинал φ_2 можно определить, используя вторую теорему разложения в виде (3.184), элементами которой будут

$$A(s) = \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \cdot R_{eg} \cdot \sqrt{a_s / V_{sz}}}{\lambda_s \cdot r}; \quad B(s) = th[Va(s) \cdot R_{eg}] / [Va(s) \cdot R_{eg}] - 1.$$

Полюсы в данном случае могут быть записаны так

$$s_k = -\frac{a_s \cdot P_k^2}{V_{sz} \cdot R_{eg}^2}, \quad (4.140)$$

где P_k – нули для $B(s)$.

Соответствующая подстановка приводит к такому выражению для определения нулей

$$sh(i \cdot P_k) - i \cdot P_k \cdot ch(i \cdot P_k) = 0.$$

Используя известные соотношения между гиперболическими и тригонометрическими функциями, последнее соотношение приводится к виду

$$\sin(P_k) - P_k \cdot \cos(P_k) = 0.$$

Для нулевого полюса в данном случае имеем

$$A(0) = \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \cdot R_{eg} \cdot \sqrt{a_s / V_{sz}}}{\lambda_s \cdot r}, \quad B(0) = -1.$$

И, наконец, после необходимых преобразований запишем последний элемент выражения (3.184) с учетом полюсов (4.140)

$$s_k \cdot B'(s_k) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[1 + \operatorname{tg}^2(P_k) - \frac{\operatorname{tg}(P_k)}{P_k} \right].$$

Тогда, с учетом полученных соотношений оригинал второй функции можно представить следующим образом

$$\varphi_2(z, r) = \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \cdot R_{eg} \cdot \sqrt{a_s / V_{sz}}}{\lambda_s \cdot r} \cdot \left\{ -1 + 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{a_s \cdot P_k^2}{V_{sz} \cdot R_{eg}^2} \cdot z\right)}{\left[1 + \operatorname{tg}^2(P_k) - \frac{\operatorname{tg}(P_k)}{P_k}\right]} \right\}. \quad (4.141)$$

Не трудно показать, например, используя пакет *Mathcad*, что второе слагаемое в фигурных скобках последнего выражения (4.141) является величиной высшего порядка малости относительно единицы и им можно пренебречь. Тогда из уравнения (4.141) получаем

$$\varphi_2(r) = - \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \cdot R_{eg} \cdot \sqrt{a_s / V_{sz}}}{\lambda_s \cdot r}. \quad (4.142)$$

Вследствие того, что последняя функция не зависит от координаты z , то соотношение (4.137) может быть переписано так

$$\Psi_2(r) \cdot \Psi_1(s) \leftrightarrow \varphi_2(r) \int_0^z \varphi_1(z - \zeta) d\zeta. \quad (4.143)$$

Выполнив интегрирование в последнем выражении, и проведя некоторые преобразования с учетом начальной температуры T_n в объеме твердой частице, окончательно получаем выражение для оригинала распределения температурного поля в элементе полимерного материала, приведенного к сферической форме, в случае конвективного теплообмена на его границе

$$T(z, r) = T_n + \frac{\alpha_{gm} \cdot (T_g - T_m) \cdot R_{eg} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_{sz}}}}{(\lambda_s \cdot r \cdot \sqrt{\pi})} \cdot [F1(z, r) - F2(z, r)], \quad (4.144)$$

где

$$F1(z, r) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \left\{ \sqrt{\pi} \cdot \chi_{1k}(r) \cdot \operatorname{erfc}\left[\frac{\chi_{1k}(r)}{2 \cdot \sqrt{z}}\right] - 2 \cdot \sqrt{z} \cdot \exp\left(-\frac{[\chi_{1k}(r)]^2}{4 \cdot z}\right) \right\};$$

$$F2(z,r)=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\cdot\left\{\sqrt{\pi}\cdot\chi 2_k(r)\cdot\operatorname{erfc}\left[\frac{\chi 2_k(r)}{2\cdot\sqrt{z}}\right]-2\cdot\sqrt{z}\cdot\exp\left(-\frac{[\chi 2_k(r)]^2}{4\cdot z}\right)\right\}.$$

К основным факторам, которые оказывают наибольшее влияние на скорость плавления, следует отнести коэффициент теплоотдачи α_{gm} и разность температур $\Delta T = (T_g - T_m)$.

Коэффициент теплоотдачи, как известно, находится из выражения для критерия Нуссельта

$$Nu = \alpha_{gm} \cdot d_e / \lambda, \quad (4.145)$$

где d_e – определяющий геометрический размер (в данном случае можно принять $d_e = 2 \cdot R_{eg}$); λ_m – коэффициент теплопроводности для расплава полимера.

В зависимости от различных режимов течения и геометрической конфигурации рабочего пространства существует большое количество выражений для определения критерия Нуссельта.

При свободном движении жидких сред без учета направления теплового потока, согласно с последней упомянутой работой, будет справедлива такая формула $Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^{n1}$, где Gr , Pr – соответственно критерии Грасгофа и Прандтля; C , $n1$ – эмпирические коэффициенты, зависящие от режимов течения.

Для переходного режима, при $(Gr \cdot Pr) = 10^{-3} \div 500$, имеем – $C = 1,18$ и $n1 = 0,125$.

Так как движение расплава полимера в пространстве между отдельными частицами полимерного материала в большинстве своем носит пленочный характер, то можно записать

$$Nu = const = 0,5. \quad (4.146)$$

В работе [186], в которой исследовались процессы тепломассообмена в пористой среде, предложено такое соотношение

$$Nu = 4.364 \text{ при } Re < 2300. \quad (4.147)$$

где Re – критерий Рейнольдса.

Существует также достаточное количество соотношений для оценки критерия Рейнольдса, среди которых можно выделить выражение, описывающее поведение степенной жидкости в объеме между гранулами [187]

$$Re_n = 12 \cdot \rho \cdot d_{e\varepsilon}^n \cdot V_\varepsilon^{2-n} \cdot \mu^{-1} \cdot [1 - (1 - \varepsilon)^{1/3}]^n \cdot [1 - (1 - \varepsilon)^{2/3}]^{n-2} \cdot [0,5 \cdot n / (2 \cdot n + 1)]^n,$$

где ε – порозность среды; n – показатель степени в реологическом уравнении состоянии для степенной жидкости (модель Оствальда-Вейла); ρ_m – плотность расплава полимера; μ – коэффициент консистенции расплава полимера; $d_{e\varepsilon}$ –

определяющий геометрический размер с учетом порозности ($d_{e\varepsilon} = (1-\varepsilon)^{1/3} \cdot d_e$); V_ε – скорость движения жидкой фазы в пространстве между твердыми частицами.

При этом на базе уравнения движения получено такое соотношение

$$-\varepsilon \cdot \frac{dP}{dx} = \mu \cdot F_n \cdot V_\varepsilon,$$

где dP/dx – градиент давления вдоль ширины винтового канала; F_n – параметр, определяющийся из выражения

$$F_n = \frac{2^n \cdot 6 \cdot (1-\varepsilon)^{2/3}}{d_e^{n+1} \cdot [1-(1-\varepsilon)^{1/3}]^n \cdot [1-(1-\varepsilon)^{2/3}]^n} \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n}\right)^n \cdot \left(1 + \frac{1}{72} \cdot \text{Re}_n\right).$$

Оценим порядок величин, входящих в последние три уравнения. Если подставить последнее уравнение в предпоследнее, то будем иметь два уравнения и три неизвестных, а именно, Re_n , dP/dx , V_ε . В предположении, что градиенты давления вдоль ширины винтового канала, не значительно отличаются в зонах плавления и дозирования, можно записать следующее выражение для ньютоновской жидкости

$$\frac{dP}{dx} = -V_{cx} \cdot \eta \cdot 6/h^2, \quad (4.148)$$

где η – коэффициент вязкости; V_{cx} – составляющая скорости движения верхней границы для плоской схемы винтового канала; h – глубина винтового канала.

Так, например, для полиэтилена низкого давления (при таких параметрах: диаметр червяка – 90 мм; глубина винтового канала – 6 мм; частота вращения червяка – 1,5 с⁻¹; коэффициент вязкости – $\eta = 1.232 \cdot 10^3$ Па·с) будем иметь $dP/dx = -2.641 \cdot 10^7$ Па/м. Откуда, используя опять же пакет *Mathcad*, получаем

$$\text{Re}_n = \begin{pmatrix} 8.179 \times 10^{-11} \\ 3.912 \times 10^{-10} \\ 1.377 \times 10^{-9} \\ 4.011 \times 10^{-9} \\ 2.427 \times 10^{-8} \end{pmatrix}; \quad V_\varepsilon = \begin{pmatrix} 5.857 \times 10^{-7} \\ 2.032 \times 10^{-6} \\ 5.497 \times 10^{-6} \\ 1.275 \times 10^{-5} \\ 5.2 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \cdot \frac{m}{s}.$$

Полученные результаты свидетельствуют о том, что движение жидкой фазы в пространстве между нерасплавленными частицами полимера происходит действительно в пленочном режиме с очень малыми скоростями. Следовательно, можно воспользоваться выражениями (4.196) или (4.197). Следует заметить, что выражение (4.196) больше соответствует неподвижной среде. В зоне пластикации одночервячного экструдера за счет сдвиговых

деформаций и градиента давления происходит интенсификация процесса течения. Таким образом, наиболее подходящим будет выражение (4.197). Тогда коэффициент теплоотдачи, например, для полиэтилена низкого давления будет составлять $\alpha_{gm} = 113,932 \cdot \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, что получено при таких параметрах: $\varepsilon = 0,36$; $d_e = 6 \text{ мм}$ ($d_{e\varepsilon} = 5,171 \text{ мм}$); $\lambda_m = 0,135 \cdot \text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$. При этом, разумеется, при плавлении твердой фазы полимерного материала его размеры будут уменьшаться, а, соответственно, коэффициент теплоотдачи – увеличиваться.

Осталось определиться с температурами T_g и T_m . Что касается температуры на поверхности, то ее можно принять равной температуре плавления перерабатываемого материала. Температура жидкой фазы, в общем случае, будет изменяться вдоль длины зоны пластикиции, при этом ее значение будет зависеть от диссипативных процессов в зоне расплава и характеристик системы термостабилизации.

Для определения температурного поля в области расплава, расположенного между твердой пробкой и толкающей стенкой червячной нарезки можно воспользоваться методикой, разработанной в разделе 3.

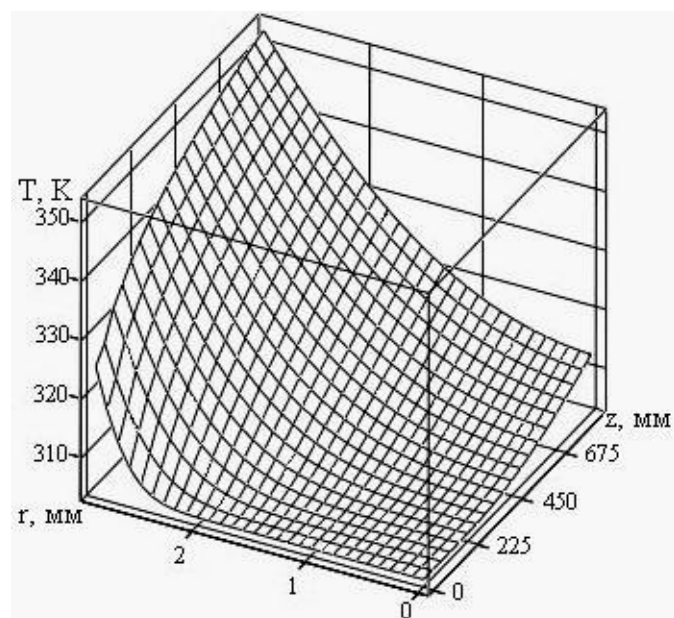


Рисунок 4.16 – Объемный график распределения температуры

На рис. 4.16 приведен объемный график распределения температурного поля в твердой частице полимера при таких параметрах: $\alpha_{gm} = 114 \cdot \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $\lambda_s = 0,356 \cdot \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; $\rho_s = 950 \cdot \text{кг}/\text{м}^3$; $C_{ps} = 1,9 \cdot 10^3 \cdot \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $T_m = 403 \cdot \text{К}$; $R_{eg} = 3 \cdot \text{мм}$; $V_{sz} = 0,068 \cdot \text{м}/\text{с}$; $L = 0,9 \cdot \text{м}$; $Tn = 304 \cdot \text{К}$.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что наличие не жесткого каркаса твердой пробки может значительно интенсифицировать процесс плавления полимерных материалов в рабочем объеме одночервячного

экструдера. При этом значительно минимизируются параметры энергоемкости и материалоемкости экструзионного оборудования.

5 МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ, КОТОРЫЕ ПРОИСХОДЯТ В ЗОНЕ ПИТАНИЯ ОДНОЧЕРВЯЧНЫХ ПРЕССОВ

5.1 Основные принципы подхода к расчету зоны питания, конструктивное оформление систем загрузки и анализ существующих теорий

Основной тип экструзионных аппаратов, которые используются для переработки полимерных материалов, представляют собой пластицирующие червячные машины. В этих агрегатах наряду с зонами дозирования и пластикации, которые были рассмотрены в предыдущих разделах, также большую роль играет зона питания. Таким образом, оптимальное функционирование червячной машины в целом зависит от конструктивного исполнения и технологических режимов этих трех зон, а также взаимодействия их между собой.

Пластицирующие червячные машины питаются, как правило, сыпучими материалами, которые представляют собой совокупность разьединенных отдельных частичек более или менее одинакового размера. К сыпучим материалам можно отнести порошки, гранулы и измельченную крошку. В соответствии с работой [99] к порошкам можно отнести частички размером до 0.1 мм, причем порошки можно разделить на сверх мелкие – 0,1-1 мкм и очень мелкие – 1-10 мкм, а также классифицировать как “свободно текущие” или слипшиеся. Гранулы могут быть размером от 0,1 до 3 мм. При использовании экструзионного способа получения гранул их диаметры находятся в пределах 1-6 мм. Измельченная крошка в большинстве случаев имеет размер больший 3 мм.

В зону питания сыпучие материалы подаются, как правило, при комнатной температуре. После заполнения канала материал перемещается подобно твердому стержню. Надежность работы зоны питания определяется степенью заполнения канала червяка, а также характером движения. Очевидно, что оба фактора зависят от свойств перерабатываемого материала и конструктивного исполнения зоны питания и загрузочного отверстия.

Как правило, проектирование зоны питания выполняют таким образом, чтобы на всех режимах работы все последующие зоны получали достаточное количество материала. Это означает, что производительность зоны питания умышленно завышают для того, чтобы количество материала, подающегося в зону питания, всегда превышало необходимую. Для этого червяк изготавливают с изменяющимся объемом витка канала червяка, то есть достигают определенной степени сжатия материала. Степень изменения объема витка червяка выполняют в основном двумя путями: первый – за счет изменения шага червяка; второй – за счет изменения глубины винтового канала. Для переработки пластмасс наибольшее использование нашел второй способ.

Если степень изменения глубины канала червяка будет недостаточной, то зона питания на некоторых режимах работы может быть не полностью заполненной, что приведет к неустойчивому процессу, а иногда и к

пульсирующему выходу материала. Наоборот, если степень изменения объема винтового канала будет очень большой, то может произойти перегрузка зоны дозирования, которая приведет к возрастанию силового действия на червяк и корпус, а также к колебаниям производительности. В соответствии с работой [9] для нормальной работы червячного пресса должно выполняться такое соотношение

$$Q_g \approx (1.2 \div 1.4) \cdot Q_d. \quad (5.1)$$

В роли приблизительной аналогии движения материала в зоне питания может служить взаимодействие винта и гайки. Если представить, что масса полимера, который поступает в экструдер, это гайка, а червяк – винт, то в этом случае при вращении винта гайка начинает вращаться вместе в том случае, если гайка не соприкасается ни с чем кроме винта.

Но, если препятствовать повороту гайки, то она приходит в поступательное движение вдоль оси винта, скользя по его нарезке. Соппротивление повороту гайки, то есть в данном случае полимерного материала, осуществляет контактирующая с ним поверхность цилиндра. Однако она не может полностью исключить вращательное движение материала, вследствие чего расстояние, на которое перемещается полимер за один оборот червяка, меньше шага нарезки.

Скорость перемещения пробки твердого материала в зоне питания зависит от соотношения коэффициентов трения между перерабатываемым материалом и с одной стороны поверхностью червяка, а с другой стороны внутренней поверхностью корпуса. Чем больший коэффициент трения между поверхностью червяка и полимером, тем с меньшей скоростью двигается материал. И, наоборот, чем большее значение коэффициента трения в паре корпус-полимер, тем более высокая скорость движения пробки.

Поверхность последнего тщательно полируют и шлифуют для уменьшения коэффициента трения между материалом и червяком. Наоборот, качество обработки внутренней поверхности корпуса определяется только соображениями удобства очищения машины, а для повышения коэффициента трения ее необходимо делать более шершавой.

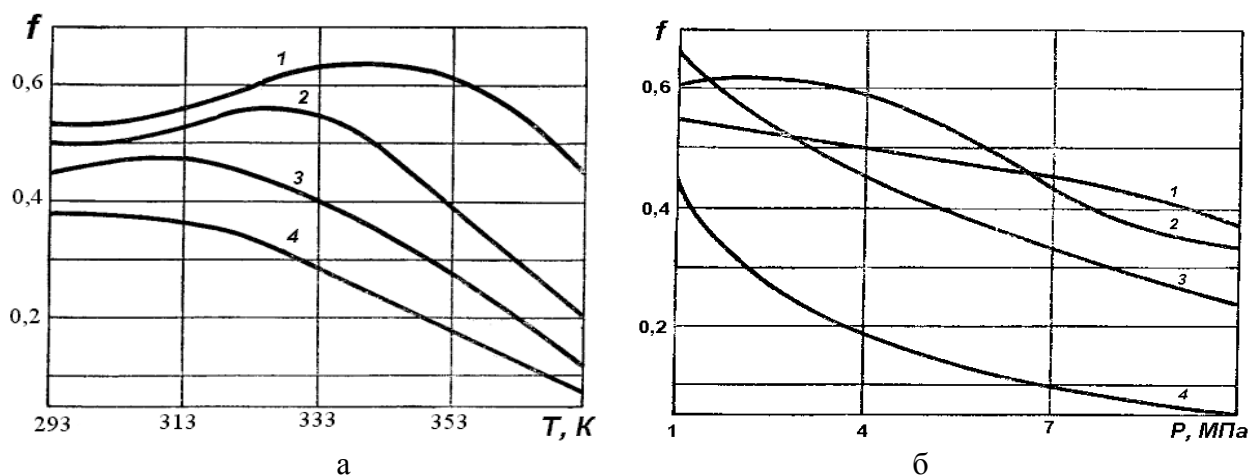
В результате движения полимера вдоль червяка он уплотняется и вследствие существования сил трения, которые возникают на поверхностях раздела между перерабатываемым материалом и червяком, а также корпусом, препятствуя его движению, полимерная пробка испытывает объемное сжатие, из-за чего в материале создается высокое давление, которое может превышать 10 МПа.

Силы трения осуществляют работу трения, в результате чего выделяется тепло, которое идет на разогрев полимера. Некоторая часть тепла поступает также и от стенок корпуса и червяка, температура которых, как правило, превышает начальную температуру полимера, несмотря на системы охлаждения корпуса и червяка в зоне питания.

Верхняя температурная граница, которая должна поддерживаться на стенке цилиндра в зоне питания экструдера, в особенности на начальном участке этой зоны, определяется температурной зависимостью для коэффициента трения. Для большинства полимерных материалов коэффициент трения имеет явный максимум, как показано на рис. 5.1 – 5.4 [188]. Вследствие последнего замечания, для достижения максимальной скорости движения твердой пробки вдоль оси червяка температура внутренней поверхности корпуса должна отвечать этому максимуму.

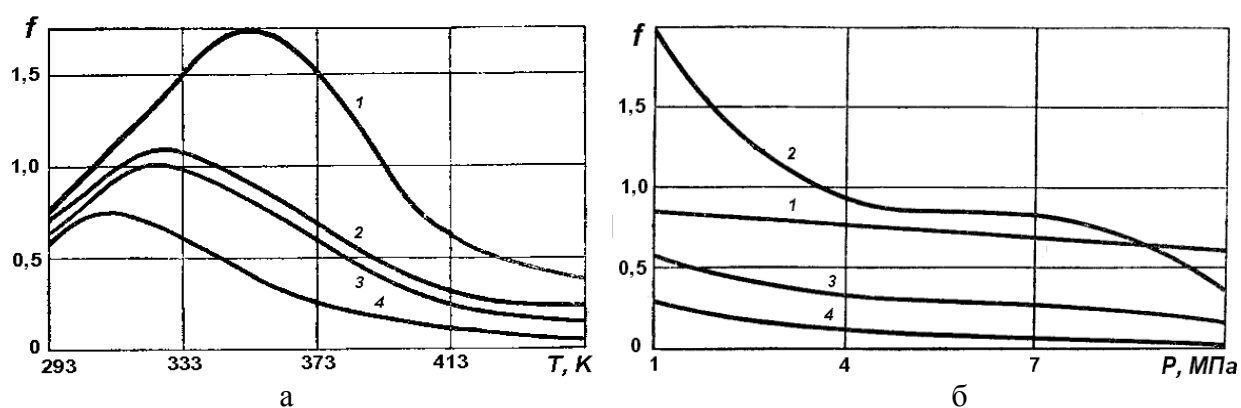
При нормальном температурном режиме возникает полимерная пробка, которая проталкивается силами трения вдоль винтового канала.

Длина пробки должна быть достаточной для того, чтобы продольная толкающая сила, которая возникает вследствие относительного движения, обеспечивала проталкивание полимера через зону плавления.



а – от температуры T при разных уровнях давления P (1-1 МПа; 2-4 МПа; 3-7 МПа; 4-10 МПа), б – от давления P при разных уровнях температур T (1 – 293 К; 2– 323 К; 3 – 343 К; 4– 373 К)

Рисунок 5.1 – Зависимость коэффициента трения f для полиэтилена низкой плотности 15802-020

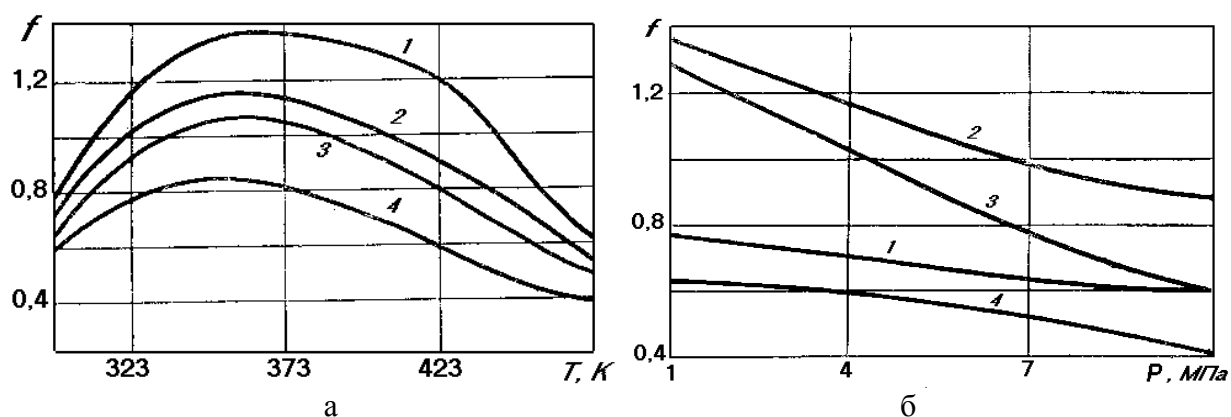


а – от температуры T при разных уровнях давления P (1-1 МПа; 2-4 МПа; 3-7 МПа; 4-10 МПа); б – от давления P при разных уровнях температуры T (1 – 293 К; 2 – 353 К; 3 – 413 К; 4 – 453 К)

Рисунок 5.2 – Зависимость коэффициента трения f для полипропилена 04Г 10/010

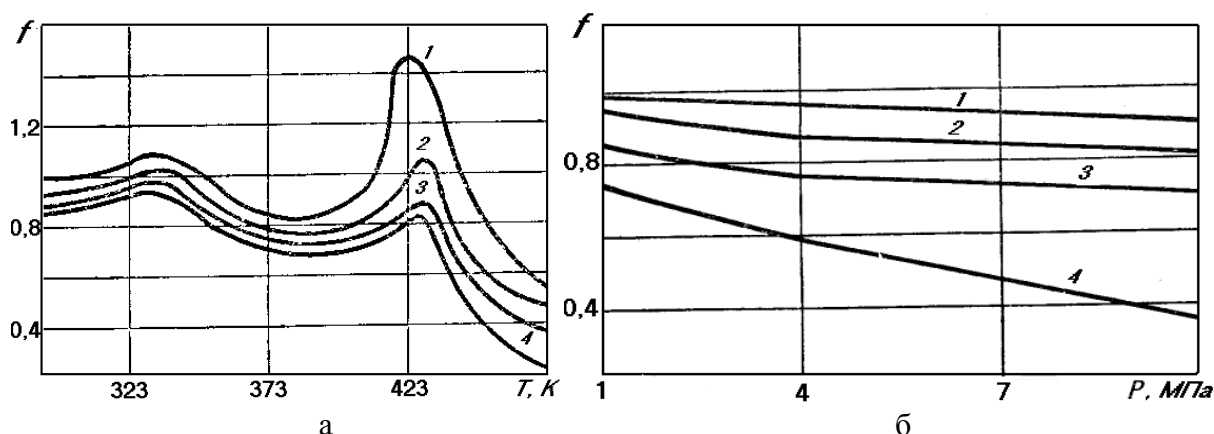
Условно зону питания можно разбить на два участка: первый (участок загрузки) находится непосредственно под загрузочным отверстием; второй (участок транспортирования) занимает основную часть зоны питания и

начинается сразу же за пределами загрузочного окна, а заканчивается в начале переходной зоны. Причем оптимальная работа зоны питания, а значит и всего экструзионного агрегата, во многом зависит от первого участка, где некоторые параметры оказывают обратное воздействие, чем на втором участке.



а – от температуры T при разных уровнях давления P (1-1 МПа; 2-4 МПа; 3-7 МПа; 4-10 МПа); б – от давления P при разных уровнях температуры T (1 – 293 К; 2 – 353 К; 3 – 413 К; 4 – 473 К)

Рисунок 5.3 – Зависимость коэффициента трения f для полиамида П-6



а – от температуры T при разных уровнях давления P (1-1 МПа; 2-4 МПа; 3-7 МПа; 4-10 МПа); б – от давления P при разных уровнях температуры T (1 – 293 К; 2 – 353 К; 3 – 403 К; 4 – 453 К)

Рисунок 5.4 – Зависимость коэффициента трения f для поликарбоната

Чтобы лучше захватить материал и подать его на участок транспортирования, межвитковый объем червяка на участке загрузки должен быть поверхностно развитым и как можно менее гладким в направлении вращения, а цилиндр – максимально гладким.

Как показали исследования сыпучих материалов, их поведение имеет тройственный характер. С одной стороны они ведут себя как жидкости, а с другой – как твердые тела; кроме того, они имеют свойства веществ, поведение которых определяется силами поверхностного взаимодействия. Подобно жидкостям они принимают форму сосуда, где находятся, создают давление на стенки и вытекают из отверстия.

Подобно твердым телам в них возникают напряжения сдвига и они имеют определенную прочность сцепления частичек. В отличие от жидкостей, где

напряжение сдвига пропорционально скорости деформации, в сыпучих материалах сдвиговые напряжения больше зависят от нормальной нагрузки, которая может быть представлена таким образом [150]

$$\tau \leq f' \cdot \sigma, \quad (5.2)$$

где f' – коэффициент статического трения между частичками; σ – удельные нормальные силы (давление).

Величины σ могут быть приложены к сыпучему материалу до тех пор, пока величина напряжения сдвига τ не достигнет значения, достаточного для того, чтобы началось скольжение одной частички относительно другой. Прежде чем сыпучий материал придет в движение, в его объеме возможно существование ряда равновесных положений, отвечающих определенным значениям насыпной плотности.

Значительное влияние на характер движения в зоне питания, а значит и на производительность, оказывает давление, которое развивается на участках зоны питания.

На участке загрузки и на начальном участке транспортирования, как правило, давление незначительно, что приводит к нестесненному движению частичек полимерного материала, определяемому в основном силовым взаимодействием перерабатываемого материала с одной стороны с поверхностью червяка и корпуса, а с другой стороны с соседними частичками, исходя из закона трения Кулона. При этом одним из главных факторов будет сила тяжести отдельных частичек. Определенный вклад на величину производительности дает форма гранул, которые могут быть выполнены в виде цилиндров, сфер, пластинок, кубиков, чечевицы, крошки. Необходимо заметить, что форма гранул влияет на насыпной вес материала.

В работе [189] были выполнены исследования на полиэтиленовых гранулах разной формы. Была проведена оценка формы гранул на производительность процесса сжатия материала в зоне питания. Если за критерий проведения процесса взять отношение массовой производительности к насыпному весу, то максимальное значение будет для кубических гранул, потом идут гранулы цилиндрической формы, сферической, а на последней позиции – крошка. На участке транспортирования, при создании больших давлений подвижность отдельных частичек массы перерабатываемого материала значительно уменьшается и, чтобы продавить материал вдоль винтового канала, необходимо приложить значительные усилия. При этом деформации, которые возникают за счет приложенного усилия, могут быть как сдвиговыми, так и деформациями объемного сжатия.

Наиболее простое конструктивное оформление зоны питания – это гладкий материальный цилиндр с загрузочным отверстием круглого или прямоугольного сечения, над которым смонтированный конусно-цилиндрический бункер (рис. 5.5). В таких системах происходит свободное,

гравитационное истечение гранулированного или порошкообразного материала из загрузочного бункера в канал червяка.

Определенное влияние на производительность зоны питания оказывает конфигурация загрузочного окна и его ориентация относительно оси червяка. Это определяет скорость заполнения материалом межвиткового пространства в зоне питания. Как было показано Силиным [9], оптимальная форма загрузочного отверстия должна иметь прямоугольную конфигурацию, причем оптимальная длина ее находится в пределах

$$l = (1.25 \div 1.5) \cdot t_{03}, \quad (5.3)$$

где t_{03} – шаг червяка на участке загрузки.

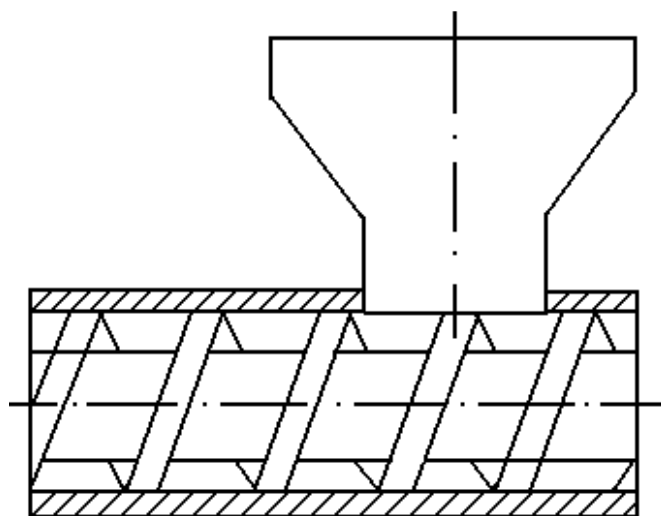
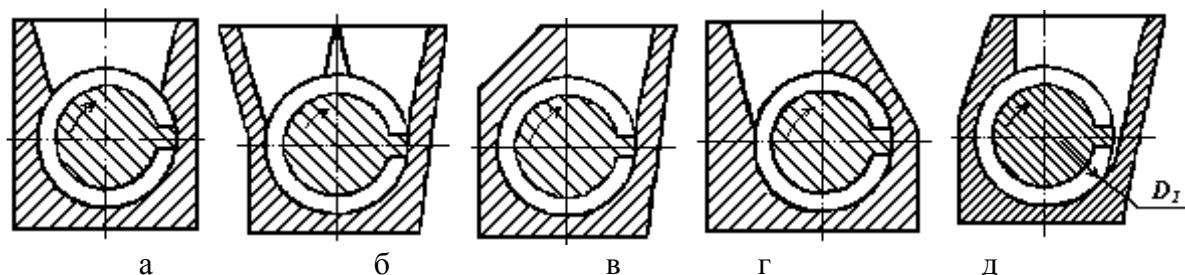


Рисунок 5.5 – Зона питания с гладким материальным цилиндром и конусно-цилиндрическим бункером

Верхняя граница в уравнении (5.3) выбирается для менее подвижных масс. Подвижность перерабатываемого материала увеличивается при уменьшении размеров гранул и приближении их формы к сферообразной, а также при увеличении межвиткового пространства и уменьшении коэффициента трения.

Определенное влияние на характер процесса в зоне питания вносит схема размещения загрузочного отверстия в поперечном направлении, как представлено на рис. 5.6.



а – центральное; б – центральное с перегородкой; в – тангенциальное в продолжении движения; г – тангенциальное на встречу движению; д – тангенциальное с дополнительной выемкой

Рисунок 5.6 – Схема размещения загрузочного отверстия:

Ширину загрузочного отверстия, с учетом достаточной подвижности гранулированного материала, можно уменьшить до $3/4 \cdot D$. Максимальная производительность достигается в случае центрального расположения загрузочного отверстия (рис. 5.6,а) с шириной

$$H=(0.8\div 0.9)\cdot D. \quad (5.4)$$

Практически такой же результат дает отверстие с центральным расположением и перегородкой (рис. 5.6,б) и шириной, которая равна диаметру червяка, а также отверстие согласно со схемой на рис. 5.6,в. Схема на рис. 5.6,г приводит к уменьшению производительности. Что же касается схемы, которая изображена на рис. 5.6,д, то ее следует использовать в случае питания агрегата термопластичным материалом в виде полосы [94]. Как было определено в работе [3], наибольшая производительность достигается при прямоугольном загрузочном отверстии, размещенном под углом к оси экструдера, который равен углу подъема винтовой линии.

Практически все конструкции загрузочных бункеров имеют конусную часть, поэтому особое внимание отводится поведению сыпучего материала в конусных обечайках. В работе [190] Уолкер Д.М. получил уравнения для распределения нагрузки вдоль вертикали и вдоль стенки при условии, что весь материал движется в направлении к выходному отверстию, то есть при так называемом “массовом потоке”. Результирующее давление на выходе из бункера, состоящего из верхней цилиндрической и нижней конусной части, как показано на рис. 5.7, определяется таким образом

$$P_1 = \left(\frac{h_1}{h_0} \right)^{b_1} \cdot P_0 + \frac{\rho_n \cdot g \cdot h_1}{b_1 - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{h_1}{h_0} \right)^{b_1 - 1} \right], \quad (5.5)$$

где ρ_n – насыпная плотность материала; g – ускорение свободного падения; b_1 – коэффициент, учитывающий форму бункера и свойства материала; P_0 – давление, создаваемое на входе в конусную часть бункера за счет объема материала в цилиндрической обечайке.

Для определения P_0 можно воспользоваться такой зависимостью

$$P_0 = \frac{\rho_n \cdot g \cdot D_\delta}{4 \cdot f_\omega \cdot K_\delta} \cdot \left[1 - \exp \left(- \frac{4 \cdot f_\omega \cdot K_\delta \cdot h_2}{D_\delta} \right) \right], \quad (5.6)$$

где K_δ – отношение напряжения при сжатии в горизонтальном направлении к напряжению при сжатии в вертикальном направлении (его еще называют коэффициентом бокового сжатия); f_ω – коэффициент трения на стенке в паре полимер – металл, который можно определить из графиков на рис. 5.1 – 5.4.

Величины h_0 , h_1 , h_2 , D_δ представляют собой геометрические параметры бункера в соответствии с рис. 5.7.

С учетом того, что напряжения при сжатии в горизонтальном направлении будут минимальными, а в вертикальном направлении – максимальными для величины $K\delta$, можно записать зависимость

$$K_{\delta} = \frac{1 - \sin(\delta_T)}{1 + \sin(\delta_T)}, \quad (5.7)$$

где δ_T – эффективный угол трения, который для многих гранулированных полимерных систем лежит в пределах $\delta_T = 30^{\circ} \div 40^{\circ}$.

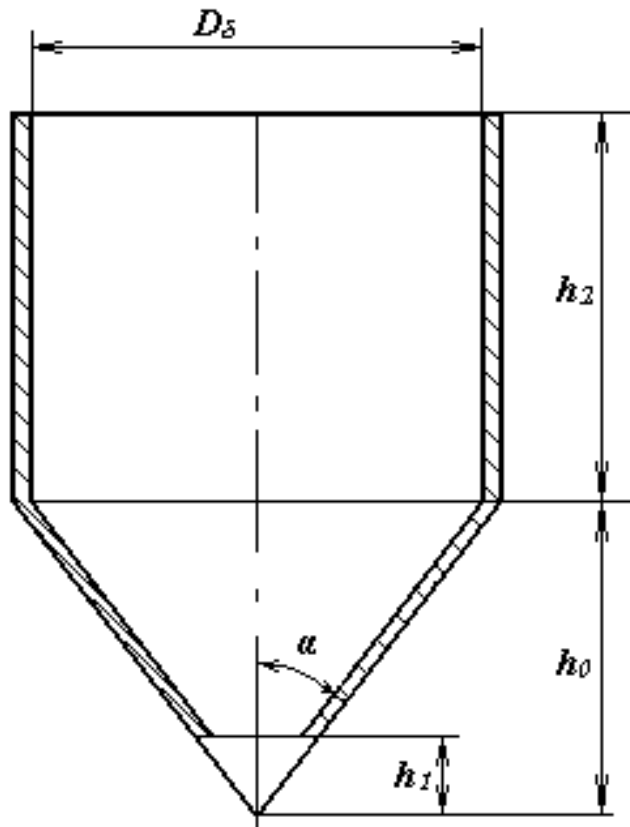


Рисунок 5.7 – Схема бункера с последовательным размещением цилиндрической и конусной обечаек

Для коэффициента b_1 будет справедлива формула

$$b_1 = \frac{2 \cdot B' \cdot D^*}{\operatorname{tg}(\alpha)}, \quad (5.8)$$

где α – угол конусной части; D^* – функция распределения, которая в первом приближении может быть взята за единицу; B' – комплекс, определяющийся из такого соотношения

$$B' = \frac{\sin(\delta_T) \cdot \sin(2 \cdot \alpha + k_0)}{1 - \sin(\delta_T) \cdot \cos(2 \cdot \alpha + k_0)}. \quad (5.9)$$

где

$$k_0 = \beta_\omega + \arcsin \left[\frac{\sin(\beta_\omega)}{\sin(\delta_T)} \right]; \arcsin \left[\frac{\sin(\beta_\omega)}{\sin(\delta_T)} \right] < \frac{\pi}{2}. \quad (5.10)$$

В выражениях (5.10) величина β_ω представляет собой угол трения возле стенки, который, например, для ПЭВД в соответствии с работой [27] имеет значение $\beta_\omega = 16,7^\circ$, а для эффективного угла трения будет $\delta_T = 33,7^\circ$.

Большинство авторов при построении математических моделей в зоне питания использовали подход, который применялся и для зон дозирования и плавления, то есть винтовой канал разворачивался на плоскость. Тогда схема движения материала в зоне питания может быть представлена в соответствии с рис. 5.8, где введены такие обозначения: θ – угол транспортирования; F_b , F_a – силы трения, которые действуют на пробку соответственно со стороны внутренней поверхности корпуса и со стороны поверхности винтового канала.

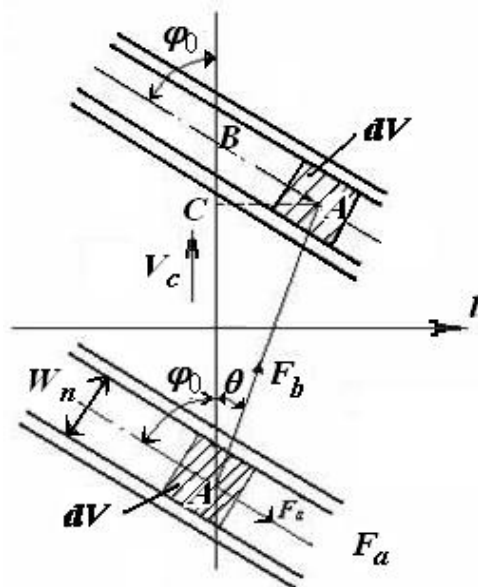


Рисунок 5.8 – Схема движения материала в зоне питания

К одной из первых работ, которые связаны с движением материала в зоне питания, следует отнести работу Дарнелла В.Х. и Мола Е. [146], где была получена зависимость для объемной производительности в виде

$$Q_g = \pi^2 \cdot D \cdot h_g \cdot N_0 \cdot (D - h_g) \cdot \frac{\operatorname{tg}(\theta) \cdot \operatorname{tg}(\varphi_{0b})}{\operatorname{tg}(\theta) + \operatorname{tg}(\varphi_{0b})}, \quad (5.11)$$

где N_0 – частота вращения червяка; h_g – глубина винтового канала в зоне питания; D – внутренний диаметр корпуса или, если пренебрегать радиальным зазором, внешнего диаметра червяка; φ_{0b} – угол подъема винтового канала по внешнему диаметру червяка.

Чтобы рассчитать производительность по формуле (5.11) необходимо определить угол транспортирования θ из трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned} \cos(\theta) = & K_g \cdot \sin(\theta) + C_g \cdot [K_g \cdot \sin(\varphi_{0s}) + C_g \cdot \cos(\varphi_{0s})] + \\ & + \frac{2 \cdot h_g}{t_0} \cdot [K_g \cdot C_g \cdot \operatorname{tg}(\varphi_{0s}) + E_D^2] + \frac{h_g \cdot E_D}{L_g \cdot f_b} \cdot \sin(\varphi_{0c}) \times \\ & \times [E_D \cdot \cos(\varphi_{0c}) + K_g \cdot \sin(\varphi_{0c})] \cdot \ln(P_2/P_1), \end{aligned} \quad (5.12)$$

где φ_{0s} – угол подъема винтового канала по диаметру сердечника червяка; φ_{0c} – угол подъема винтового канала по среднему диаметру; t_0 – шаг винтового канала; L_g – длина зоны питания в осевом направлении; f_b, f_s – коэффициенты трения между полимерным материалом и между поверхностями, соответственно, корпуса и червяка; P_1, P_2 – давление соответственно в начале и в конце зоны питания; C_g, E_D, K_g – комплексы, которые определяются из выражений

$$C_g = \frac{D - 2 \cdot h_g}{D}; \quad E_D = \frac{D - h_g}{D}; \quad K_g = \frac{E_D \cdot [\operatorname{tg}(\varphi_{0c}) + f_s]}{1 - f_s \cdot \operatorname{tg}(\varphi_{0c})}.$$

Приведем еще несколько выражений для определения производительности, которые были получены разными учеными.

Выражение по Рахманову В.С. [191]

$$\begin{aligned} Q_g = & \frac{\pi^2 \cdot D^3 \cdot \operatorname{tg}^3(\varphi_{ob})}{2} \cdot \left\{ 2,303 \cdot \lg \left[\frac{\sin(\varphi_{os})}{\sin(\varphi_{ob})} \right] + \frac{1}{2} \cdot [\cos^2(\varphi_{ob}) - \right. \\ & \left. - \cos^2(\varphi_{os})] \right\} \cdot N_o - \frac{\pi^2 \cdot D^3 \cdot \operatorname{tg}^3(\varphi_{ob}) \cdot \operatorname{tg}(\theta)}{4} \cdot \left[\frac{\sin(\varphi_{os} - \varphi_{ob})}{\sin(\varphi_{ob}) \cdot \sin(\varphi_{os})} + \right. \\ & \left. + \cos(\varphi_{os} + \varphi_{ob}) \cdot \sin(\varphi_{os} - \varphi_{ob}) + (\varphi_{os} - \varphi_{ob}) \cdot \frac{\pi}{90} \right] \cdot N_o. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Выражение по Шенкелю Г. [8]

$$Q_g = \pi^2 \cdot D \cdot h_g \cdot (D - h_g) \cdot h_g \cdot N_o \cdot \sin(\varphi_{ob}) \cdot \cos(\varphi_{ob}) \times [1 - \operatorname{tg}(\varphi_{ob}) \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_{ob} + \theta)]. \quad (5.14)$$

Выражение по Мак–Келви Д.М. [96]

$$Q_g = \frac{\pi \cdot D \cdot W_n \cdot h_g}{\cos(\varphi_{ob}) + \sin(\varphi_{ob}) \cdot \operatorname{ctg}(\theta)} \cdot N_o. \quad (5.15)$$

Выражение по Шнайдеру К. [192]

$$Q_g = \pi^2 \cdot D \cdot h_g \cdot (D - h_g) \cdot \frac{t_o - S_o}{t_o} \cdot \frac{tg(\theta) \cdot tg(\varphi_{ob})}{tg(\theta) + tg(\varphi_{ob})}. \quad (5.16)$$

Выражение по Рябининому Д.Д. и Лукачу Ю.Е. [6]

$$Q_g = \frac{\pi^3 \cdot D^3 \cdot tg^3(\varphi_{ob})}{4} \cdot [F - tg(\rho_T) \cdot T], \quad (5.17)$$

где ρ_T – угол трения полимерного материала по металлу;

$$F = 4,6 \cdot \lg \left[\frac{\sin(\varphi_{os})}{\sin(\varphi_{ob})} \right] + [\cos^2(\varphi_{ob}) - \cos^2(\varphi_{os})];$$

$$T = \frac{\sin(\varphi_{os} - \varphi_{ob})}{\sin(\varphi_{ob}) \cdot \sin(\varphi_{os})} + \cos(\varphi_{os} + \varphi_{ob}) + \sin(\varphi_{os} - \varphi_{ob}) \cdot \frac{\pi}{90^\circ};$$

$$tg(\rho_T) = f_s; \quad tg(\varphi_{ob}) = \frac{t_0}{\pi \cdot D}; \quad tg(\varphi_{os}) = \frac{t_0}{\pi \cdot (D - 2 \cdot h_g)}.$$

Выражение по Силину В.А. [9] в случае разных значений коэффициентов трения между полимером и соответственно корпусом f_b и червяком f_s (для массовой производительности)

$$G_g = \frac{\pi \cdot (D^2 - d_o^2) \cdot (h_g - S_o) \cdot 60 \cdot N_0 \cdot \psi_3 \cdot \rho_s}{8 \cdot 10^3} \times \left[\frac{\cos(\varphi_{ob}) \cdot \cos(\varphi_{ob} + \theta)}{(1 + I_1) \cdot \cos(\theta)} + \frac{\cos(\varphi_{os}) \cdot \cos(\varphi_{os} + \theta)}{(1 + f_s / f_b) \cdot \cos(\theta)} \right], \quad (5.18)$$

где d_o – диаметр сердечника червяка; ψ_3 – коэффициент заполнения винтового канала в зоне питания; ρ_s – плотность полимерного материала в зоне питания; I_1 – коэффициент радиального смещения транспортирующего материала на периферии червяка.

Выражение по Торнеру Р.В. [27]

$$Q_g = \pi^2 \cdot N_o \cdot h_g \cdot D^2 \cdot \frac{\sin(\theta) \cdot \sin(\varphi_{ob})}{\sin(\theta + \varphi_{ob})} \cdot \left[1 - \frac{S_o}{\pi \cdot D \cdot tg(\varphi_{ob})} \right]. \quad (5.19)$$

Как было указано в последней работе, производительность верно спроектированного экструдера определяется работой зоны дозирования, вследствие этого для угла транспортирования можно записать такое выражение

$$\theta = \arctg \left[\frac{\pi \cdot D \cdot N_0 \cdot h_d \cdot \rho_s}{Q_d \cdot \rho_m \cdot \sin(\varphi_{ob})} - \operatorname{ctg}(\varphi_{ob}) \right], \quad (5.20)$$

где ρ_m – плотность расплава полимера; Q_d – производительность по зоне дозирования.

В работе Дякуна Я. и Воронина Л.Г. [193] представлена формула для производительности зоны питания в виде

$$Q_g = \frac{1}{8} \cdot \omega \cdot \rho_s \cdot t_{oc} \cdot (D - d_o) \cdot \left(D + d_o - \frac{2 \cdot S_n \cdot \sqrt{1 + \gamma_c^2}}{\pi \cdot \gamma_c} \right) \cdot \frac{1}{1 + \gamma_c \cdot \operatorname{tg}(\theta)}, \quad (5.21)$$

где t_{oc} – шаг винтовой нарезки по среднему диаметру d_{oc} ; ω – угловая скорость вращения червяка; S_n – нормальная ширина гребня червяка; γ_c – параметр, который определяется из выражения $\gamma_c = \frac{t_{oc}}{\pi \cdot d_{oc}}$.

Если производительность брать по зоне дозирования, то из формулы (5.21) можно найти необходимую угловую скорость

$$\omega = \frac{8 \cdot Q_d \cdot [1 + \gamma_c \cdot \operatorname{tg}(\theta)]}{(D - d_o) \cdot \left(D + d_o - \frac{2 \cdot S_n \cdot \sqrt{1 + \gamma_c^2}}{\pi \cdot \gamma_c} \right) \cdot t_{oc} \cdot \rho_s}.$$

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, оптимальное значение параметра γ_c в зависимости от коэффициентов трения находится в пределах $\gamma_c = 0,15 \div 0,25$.

Как видно из представленных материалов, разработано значительное количество теоретических моделей для расчета зоны питания. Однако экспериментальные подтверждения теоретических разработок в некоторых случаях или не проводились, или были поставлены не совсем корректно. В работе [194] были проведены эксперименты с гранулированным ударопрочным полистиролом при свободном выходе и выполнен анализ с некоторыми теоретическими моделями. Больше совпадение с экспериментальными данными дает выражение (5.18), а наиболее плохое – выражение (5.13). Расчеты по формулам (5.11) и (5.14) дают увеличенные значения производительности.

Кроме производительности, одним из важнейших параметров зоны питания является давление, которое создается в этой зоне и необходимое для проталкивания полимерного материала через зону плавления и улучшения процессов пластикации.

В работе [8] было получено следующее уравнение для распределения давления вдоль направления оси червяка l

$$P_l = P_1 \cdot \exp \left\{ \frac{b \cdot f_b \cdot \cos(\theta + \varphi_o) - f_s \cdot [b + 2 \cdot h_g + b \cdot f_b \cdot \sin(\theta + \varphi_o)]}{b \cdot h_g \cdot \sin(\varphi_o)} \cdot l \right\}, \quad (5.22)$$

где P_1 – давление, создаваемое на входе в червяк (в случае конструктивного оформления загрузочного бункера согласно со схемой на рис. 5.7, для расчета P_1 можно использовать формулу (5.5)); b – геометрический параметр, который находится из выражения $b = \pi \cdot D \cdot \sin(\varphi_o)$.

Распределение давления вдоль винтового канала согласно Шнайдеру К. [195] можно рассчитать из такого выражения

$$P_z = -\frac{A}{B} \cdot [1 - \exp(-B \cdot z/C)], \quad (5.23)$$

где

$$A = K_f \cdot \sin(\theta) - \cos(\theta);$$

$$B = \frac{f_s \cdot K_2}{\tau} \cdot \frac{2 \cdot h_g \cdot (D - h_g)}{D \cdot (t_o - S_o)} \cdot \left[K_f \cdot \operatorname{tg}(\varphi_{oc}) + \frac{D - h_g}{D} \right] +$$

$$+ \frac{f_s \cdot K_3}{\tau} \cdot \frac{D - 2 \cdot h_g}{D} \cdot \cos(\varphi_{os}) \cdot \left[K_f \cdot \operatorname{tg}(\varphi_{os}) + \frac{D - 2 \cdot h_g}{D} \right];$$

$$C = \frac{h_g \cdot (D - h_g)}{\tau \cdot D} \cdot \cos(\varphi_{oc}) \cdot \left[K_f \cdot \operatorname{tg}(\varphi_{oc}) + \frac{D - h_g}{D} \right]; \quad K_f = \frac{[f_s + \operatorname{tg}(\varphi_{oc})] \cdot (D - h_g)}{[1 - f_s \cdot \operatorname{tg}(\varphi_{oc})] \cdot D},$$

$$\tau = \mu \cdot \left(\dot{\gamma} \right)^n = \mu \cdot \left[\frac{\pi \cdot D \cdot N_0}{y} \cdot \frac{\sin(\varphi_o)}{\sin(\varphi_o + \theta)} \right]^n.$$

В соответствии с последним выражением напряжение сдвига τ в данном случае определяется по степенному закону, по аналогии с уравнением (1.33), а коэффициенты K_2 и K_3 характеризуют неизотропность давления по аналогии с уравнением (5.7).

В работе [65] представлена зависимость для распределения давления вдоль винтового зазора для конусного сердечника в виде

$$P_z = P_1 \cdot \exp \left[\int_{z_1}^{z_2} \frac{B_1 - A_1 \cdot K_\varphi}{A_2 \cdot K_\varphi + B_2} dz \right], \quad (5.24)$$

где $A_1 = W_n \cdot f_b \cdot K_b \cdot \sin(\theta) - \omega \cdot \chi \cdot \sin(\varphi_{oc}) + 2 \cdot h_g \cdot K_s \cdot f_s \cdot \sin(\varphi_o) +$

$$+W_n \cdot f_s \cdot K_s \cdot \sin(\varphi_o) \cdot (1 + \chi/f_s) / \sqrt{1 + \chi^2};$$

$$A_2 = h_g \cdot W_n \cdot \sin(\varphi_{oc});$$

$$B_1 = W_n \cdot f_b \cdot K_b \cdot \cos(\theta) + W_n \cdot \chi \cdot \cos(\varphi_{oc}) \cdot \frac{D - h_g}{D} -$$

$$- 2 \cdot h_g \cdot K_s \cdot f_s \cdot \sin(\varphi_o) \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_{oc}) \cdot \frac{D - h_g}{D} -$$

$$- W_n \cdot K_s \cdot f_s \cdot \left(1 + \frac{\chi}{f_s}\right) \cdot \frac{(D - 2 \cdot h_g) \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_{oc})}{D \cdot \sqrt{1 + \chi^2}};$$

$$B_2 = W_n \cdot h_g \cdot \cos(\varphi_{oc}) \cdot \frac{D - h_g}{D}; \quad K_\varphi = \frac{D - h_g}{D} \cdot \frac{\sin(\varphi_{oc}) + f_s \cdot \cos(\varphi_{oc})}{\cos(\varphi_{oc}) - f_s \cdot \sin(\varphi_{oc})};$$

Коэффициенты K_b и K_s характеризуют неизотропность поля давления. Для цилиндрического сердечника выражения для A_1 и B_1 значительно упрощаются вследствие того, что $\chi = 0$.

Выражение (5.24) также можно упростить, заменив конусный сердечник на ступенчатый сердечник с цилиндрическими отрезками длиной ΔZ . Тогда последнее будет иметь вид

$$P_{i+1} = P_i \cdot \exp \left[\frac{B_1 - A_1 \cdot K_\varphi}{A_2 \cdot K_\varphi + B_2} \cdot \Delta Z \right]. \quad (5.25)$$

В случае если принято допущение, что гидростатическое давление в твердой пробке подчиняется закону Паскаля, то $K_b = K_s = 1$.

В работе [30] представлена модификация выражения (5.25) в виде

$$P_{i+1} = \left(P_i - \frac{B_3 - K_\varphi \cdot A_3}{B_1 - K_\varphi \cdot A_1} \right) \cdot \exp \left(\frac{B_1 - K_\varphi \cdot A_1}{B_2 - K_\varphi \cdot A_2} \right) \cdot \Delta Z + \left(\frac{B_3 - K_\varphi \cdot A_3}{B_1 - K_\varphi \cdot A_1} \right), \quad (5.26)$$

где

$$A_1 = W_n \cdot f_b \cdot K_b \cdot \sin(\theta) - W_{nc} \cdot \chi \cdot \sin(\varphi_o) + 2 \cdot h_g \cdot K_s \cdot f_s \cdot \sin(\varphi_o) +$$

$$+ W_{ns} \cdot f_s \cdot K_s \cdot \sin(\varphi_o) \cdot \left(1 + \frac{\chi}{f_s}\right);$$

$$A_2 = h_g \cdot W_{nc} \cdot \sin(\varphi_o); \quad A_3 = \frac{2 \cdot G_d^2 \cdot \chi \cdot \sin(\varphi_o)}{h_g^2 \cdot \rho_s \cdot W_{nc}};$$

$$B_1 = W_n \cdot f_b \cdot K_b \cdot \cos(\theta) + W_{nc} \cdot \chi \cdot \cos(\varphi_{oc}) \cdot \frac{D - h_g}{D} - 2 \cdot h_g \cdot K_s \cdot f_s \cdot \cos(\varphi_o) \cdot \frac{D - h_g}{D} -$$

$$-W_{ns} \cdot K_s \cdot f_s \cdot \left(1 + \frac{\chi}{f_s}\right) \cdot \frac{(D - 2 \cdot h_g) \cdot \cos(\varphi_o)}{D}; \quad B_2 = W_{ns} \cdot h_g \cdot \cos(\varphi_o) \cdot \frac{D - h_g}{D};$$

$$B_3 = \frac{D - h_g}{D} \cdot \frac{2 \cdot G_d^2 \cdot \chi \cdot \cos(\varphi_o)}{h_g^2 \cdot \rho_s \cdot W_n};$$

$$K_\varphi = \frac{D - h_g}{D} \cdot \frac{\sin(\varphi_o) + f_s \cdot \cos(\varphi_o)}{\cos(\varphi_o) - f_s \cdot \sin(\varphi_o)}.$$

В работе [196] модель базируется на предположении, что полимерный материал движется в канале червяка как сплошная пробка, на которую действуют силы трения dF_φ о червяк, стенку цилиндра dF_ψ , сила толкающего витка dF_n , вызванная ею сила трения $f_\psi \cdot df_n$ и разностная сила давления $dP \cdot b \cdot H$. Из условия равновесия сил можно получить следующее выражение, описывающее градиент давления по длине зоны питания

$$\frac{dP_\phi}{dL} = \frac{f_\psi \cdot \pi \cdot D \cdot K_\phi \cdot P_\phi}{b \cdot H} \cdot \left[\cos(\omega + \varphi) - f_\psi \cdot \sin(\omega + \varphi) - \frac{f_\psi}{f_\psi} \cdot \frac{(D - 2H)}{D} \right],$$

где P_ϕ – боковое давление, связанное с осевым давлением P зависимостью $P_\phi = K_\phi \cdot P$; K_ϕ – коэффициент бокового давления; L – координата вдоль оси червяка; D, H, b – соответственно диаметр, глубина и ширина канала червяка; f_ψ, f_ψ – коэффициенты трения полимера соответственно о червяк и цилиндр, учитывающие наличие пазов в секции питания (принудительное питание); ω – угол подачи.

При интегрировании предыдущего уравнения в пределах участка длины ΔL , авторами получено уравнение для расчета бокового давления и его эпюры в зоне питания

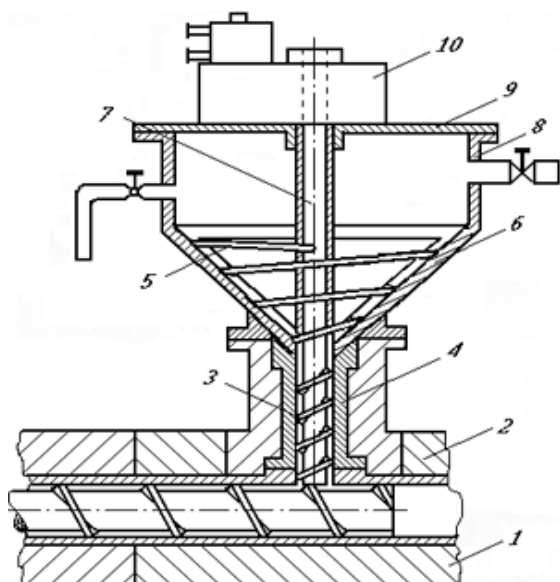
$$P_{\phi 2} = P_{\phi 1} \cdot \left(\frac{\pi \cdot D \cdot f_\psi \cdot K_\phi \cdot \Delta L}{b \cdot H} \cdot A \right),$$

где

$$A = \cos(\omega + \varphi) - f_\psi \cdot \sin(\omega + \varphi) - \frac{f_\psi}{f_\psi} \cdot \frac{(D - 2H)}{D}.$$

Для стабилизации работы зоны питания и увеличения производительности вводят разного типа конструктивные элементы.

На рис. 5.9 изображен загрузочный бункер с дополнительным составным шнеком, который имеет цилиндрическую и конусную части и приводится в движение через вал с помощью привода шнека.



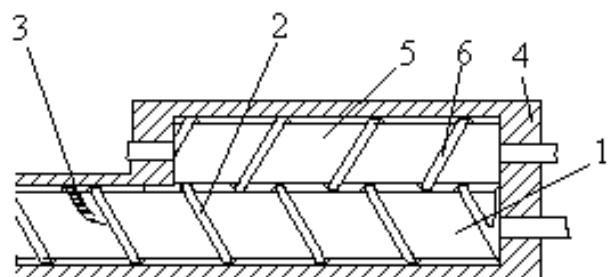
1 – корпус; 2 – секция загрузки; 3 – загрузочный шнек с цилиндрической нарезкой; 4 – нижняя цилиндрическая обечайка; 5 – сдвигающий шнек с конусной нарезкой; 6 – промежуточная конусная обечайка; 7 – приводной вал; 8 – верхняя цилиндрическая обечайка; 9 – крышка; 10 – привод шнека

Рисунок 5.9 – Зона питания с дополнительным вертикальным шнеком в бункере

Дополнительный загрузочный шнек, расположенный в бункере, может создавать необходимое давление в начале зоны питания, которое даже при недостаточно оптимальном температурном режиме в зоне питания, позволяет избежать режима «голодного питания».

В патенте [197] разработаны два конструктивных подхода к стабилизации работы экструзионного агрегата в зоне питания. На рис. 5.10 показан вариант с дополнительным коротким горизонтальным червяком в зоне питания, а на рис. 5.11 представлен вариант с пазами на внутренней поверхности корпуса.

Конструкция, которая изображена на рис. 5.10 представляет собой схему для двухчервячного экструдера, но только в зоне питания, что дает возможность функционировать в режиме самоочищения червяков.



1 – основной червяк; 2 – главная нарезка основного червяка; 3 – дополнительная нарезка основного червяка; 4 – корпус; 5 – дополнительный червяк; 6 – нарезка дополнительного червяка

Рисунок 5.10 – Зона питания с дополнительным коротким горизонтальным червяком

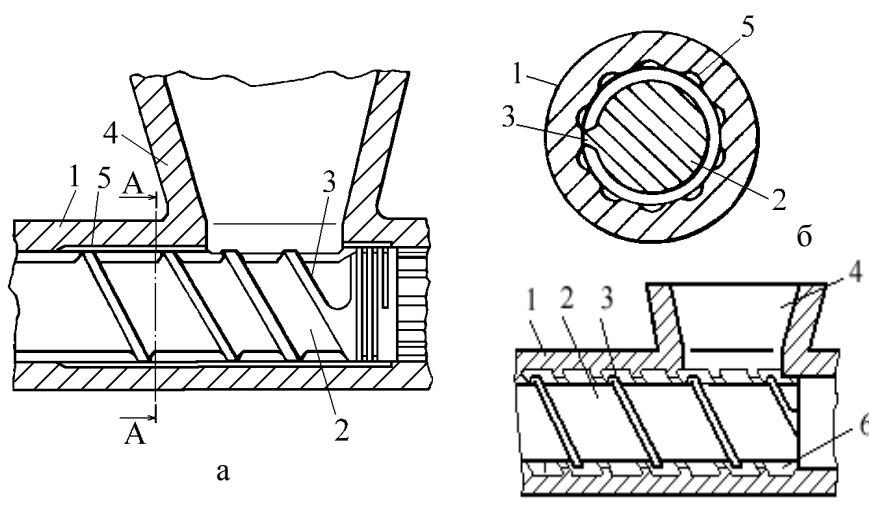
Для такой схемы, даже если будет выполняться соотношение $f_b < f_s$, налипание перерабатываемого материала на шнек никогда не будет наблюдаться. Кроме того, в соответствии с рис. 5.10 следует заметить, что нарезки на основном и дополнительном червяках имеют разное направление. В этом случае червяки будут вращаться в разные стороны. Дополнительная нарезка 3 основного червяка предназначена для интенсификации процессов транспортирования и пластикация полимерного материала за счет выполненных на ее поверхности прорезов.

Конструктивное оформление зоны питания в соответствии с рис. 5.11 предусматривает выполнение на внутренней поверхности корпуса пазов или продольных, как показано на рис. 5.11,а,б, или винтовых, как показано на рис. 5.11,в.

Пазы, которые выполнены на внутренней поверхности корпуса, позволяют значительно увеличить сопротивление движению материала по поверхности корпуса, повышая производительность и давление в зоне питания.

В работе [198] разработана зона питания со ступенчатыми штифтами, дающими возможность регулировки сопротивления движению твердой пробки по винтовому каналу. Схема данной конструкции показана на рис. 5.12.

Система, приведенная на рис. 5.12 работает следующим чином. Включают нагреватели (на рисунке не показаны) и выводят элементы экструдера на необходимый температурный режим. Втулка 6 при этом находится в крайнем левом положении, которое отвечает полному выводу штифтов 5 из полости корпуса 1.



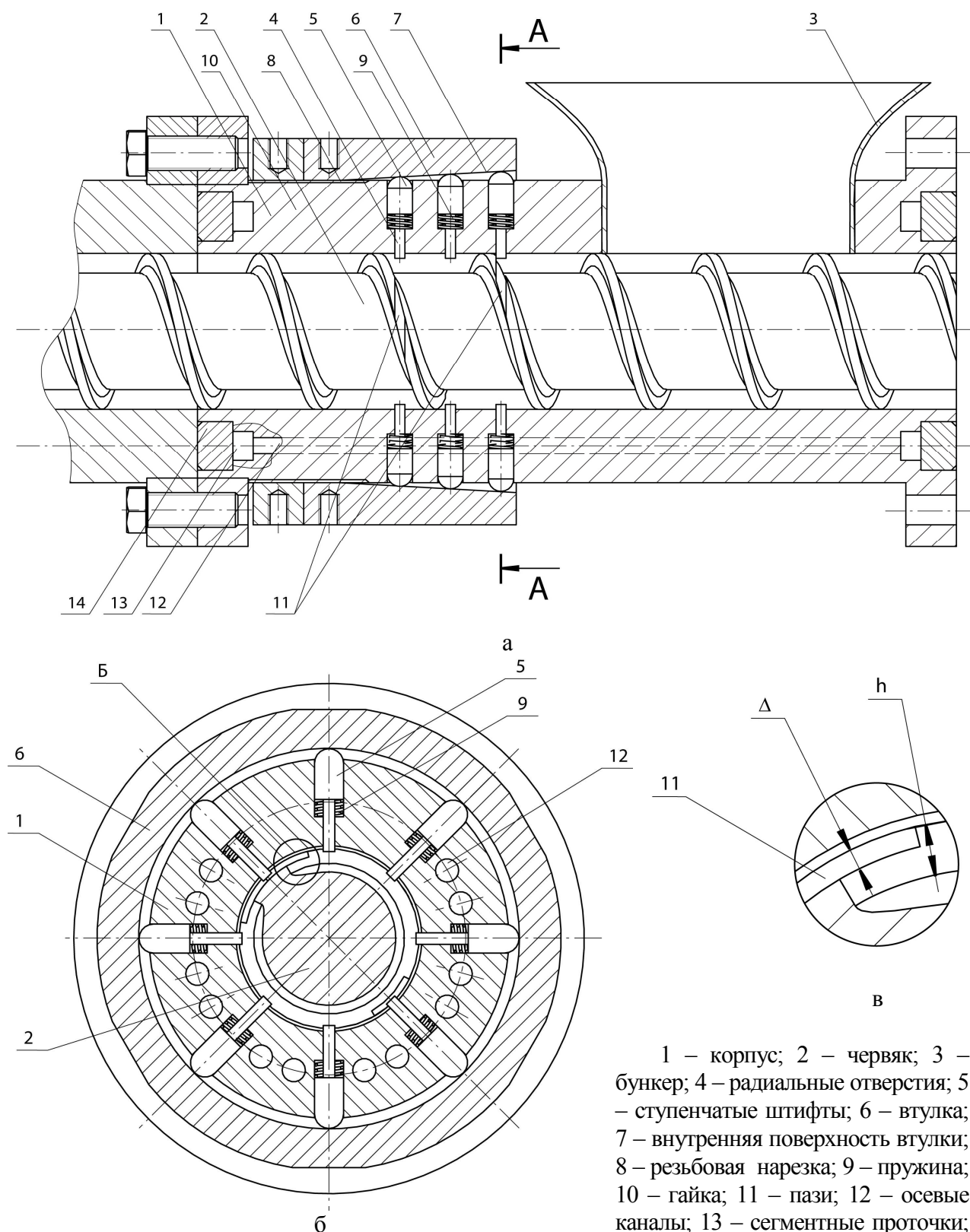
а – с продольными пазами; б – сечение А – А на рис. 5.11,а; в – с винтовыми пазами: 1 – корпус; 2 – червяк; 3 – винтовая нарезка червяка; 4 – бункер; 5 – продольные пазы; 6 – винтовой паз

Рисунок 5.11 – Зона питания с пазами на внутренней поверхности корпуса

Включают электропривод (на рисунках не показан) вращающегося червяка 2 на малых оборотах. После чего подают полимерный материал в загрузочный бункер 3, где он захватывается червяком 2 и подается вдоль винтового канала к зоне пластикации. При этом перерабатываемый материал, в зависимости от создаваемых условий, должен сжиматься и превращаться в твердую пробку (материал, как правило, подается в загрузочный бункер в виде гранул или порошка), для чего необходимо создать определенное давление. Дальше повышают скорость вращения.

Если достаточное давление не создается, то следует подкрутить втулку 6. После чего втулка сместится по правую сторону, тем самым, надавливая на штифты 5 и двигая их в радиальном направлении к оси корпуса, при этом пружины 9 будут противодействовать перемещению штифтов 5, фиксируя их в соответствующем положении. Чтобы вращательному движению червяка 2 не мешали штифты 5 при их погружении в пустоту корпуса 1, в гребнях червяка под отверстиями 4 выполнены пазы 11 в круговом направлении.

В зависимости от типа материала (гранулы, порошок, и т.п.), а также размеров и формы частиц, если это гранулы, подбирается необходимая глубина погружения штифтов. Таким образом, в отличие от пазов по рис. 5.11, можно в широких границах регулировать величину сил сопротивления, которые возникают между перерабатываемым материалом и внутренней поверхностью корпуса, за счет глубины погружения штифтов.



1 – корпус; 2 – червяк; 3 – бункер; 4 – радиальные отверстия; 5 – ступенчатые штифты; 6 – втулка; 7 – внутренняя поверхность втулки; 8 – резьбовая нарезка; 9 – пружина; 10 – гайка; 11 – пазы; 12 – осевые каналы; 13 – сегментные проточки; 14 – кольцевые уплотнители

Рисунок 5.12 – Зона питания со ступенчатыми штифтами

Запатентовано большое количество конструкций червячных машин с разной конфигурацией и размещением пазов, среди которых можно выделить [199, 200].

Влияние пазов на характеристики процесса экструзии в зоне питания вызвало значительный интерес, как в теоретическом, так и в экспериментальном плане.

Кленк К.П. в своей работе [201], базируясь на модели Шнайдера К. по формуле (5.16), предложил следующее выражение для производительности при наличии на внутренней поверхности корпуса продольных пазов с прямоугольным поперечным сечением

$$Q_g = \left[\pi \cdot (D - h_g) \cdot h_g \cdot \frac{t_0 - S_0}{t_0} + j_p \cdot b_p \cdot H_p \right] \cdot \frac{D}{2} \cdot N_0 \cdot \frac{\operatorname{tg}(\varphi_0) \cdot \operatorname{tg}(\theta)}{\operatorname{tg}(\varphi_0) + \operatorname{tg}(\theta)}, \quad (5.27)$$

где j_p – количество пазов; b_p , H_p – соответственно ширина и глубина пазов.

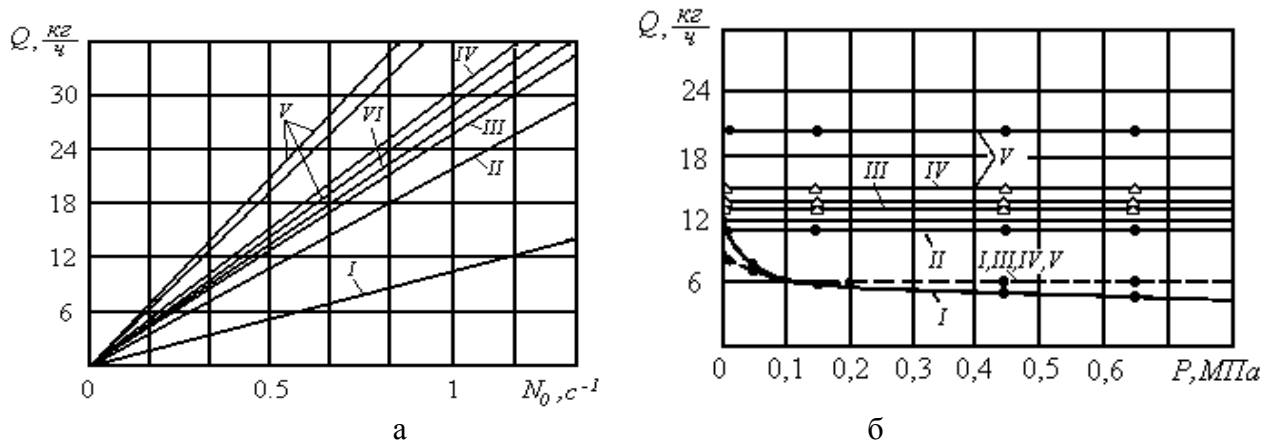
Значительный объем экспериментальных работ, которые связаны с оценкой влияния пазов на движение материала в зоне питания было проведено Петровым Б.А. вместе с учеными Московского института химического машиностроения [18]. Опыты проводились на экспериментальном одношнековом экструдере с наружным диаметром червяка 36 мм и глубиной канала 6 мм, при угле подъема винтовой нарезки $17^{\circ}42'$. В качестве исследуемого материала были выбраны ударопрочный полистирол и полиэтилен низкой плотности в гранулированном виде, а также сухо смешанная термореактивная композиция К–18-2 в порошкообразном виде. Исследования проводились как с гладкой поверхностью цилиндра, так и с цилиндрами, на внутренней поверхности которых были выполнены пазы разной формы и размеров.

На рис. 5.13 приведены экспериментальные результаты зависимости массовой производительности Q от частоты вращения N_0 и противодействия P при транспортировании разных материалов в зависимости от формы пазов на внутренней поверхности цилиндра и степени заполнения ψ_3 канала шнека перерабатываемым материалом.

Как показали проведенные исследования, наибольший эффект от выполнения пазов на внутренней поверхности материального цилиндра достигается в том случае, если размеры частичек смеси соотносятся соответствующим образом с размерами пазов, причем глубина пазов должна быть такой, чтобы гранулы приблизительно наполовину своего диаметра были погружены в паз. Тогда гранулы, которые находятся в пазах, будут наиболее эффективно противодействовать проворачиванию материала шнеком.

Использование конусных продольных пазов оказывает содействие плавному переходу материала в зону плавления и предварительному его уплотнению. Количество пазов может изменяться от 3 до 12 в зависимости от сыпучих характеристик перерабатываемых материалов. При переработке порошкообразных материалов использование пазов не приводит к ощутимым изменениям при проведении процесса экструзии по сравнению с гладкой

поверхностью цилиндра. Это вызвано тем, что размеры порошкообразной композиции К-18-2 значительно отличаются от размеров пазов.



а – $Q = f(N_0)$ при $P = 0,5$ МПа; б – $Q = f(P)$ при $N_0 = 0,5$ с⁻¹: — — — — ударопрочный полистирол; — — — — — композиция К-18-2; —●— — $\psi_3 = 1$; —х— — $\psi_3 = 0,9$; —△— — $\psi_3 = 0,75$; I – с гладкой поверхностью; II – с винтовой нарезкой; III – с тремя продольными прямоугольными пазами; IV, V – с шестью конусными пазами; VI – с продольной насечкой

Рисунок 5.13 – Зависимости производительности от частоты вращения и противодавления

Представленные на рис. 5.13,б зависимости свидетельствуют о том, что противодавление не влияет на значение производительности, если внутренняя поверхность материального цилиндра выполнена с продольными пазами. Данный результат подтверждает выводы других авторов [202 – 204].

Экспериментальные данные, которые представлены в работе [18], могут быть обобщены таким выражением [7]

$$Q_g = V_{oc} \cdot \left[\frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d_0^2) + j_p \cdot b_p \cdot H_l \right] \cdot \psi_3 \cdot \rho_n, \quad (5.28)$$

где H_l – эффективная глубина продольных пазов; ρ_n – насыпная плотность материала; V_{oc} – осевая составляющая скорости перемещения материала вдоль оси червяка, определяющаяся из выражения

$$V_{oc} = K(\psi) \cdot \frac{\pi \cdot N_0 \cdot D}{60} \cdot \operatorname{tg}(\alpha), \quad (5.29)$$

где $K(\psi)$ – коэффициент, который зависит от степени заполнения канала червяка (для шнеков диаметром 32÷63 мм при $0,6 \leq \psi_3 \leq 0,95$ будет $K(\psi) = 0,9$, а при $\psi_3 = 1 \rightarrow K(\psi) = 1$).

Как было указано в работе [176], увеличение производительности при использовании пазов зависит от эффективной площади поперечного сечения

пазов, через которое перемещается материал в осевом направлении. При этом существует экстремальное значение для эффективной площади.

Для пазов с переменной глубиной, что обеспечивает дополнительное уплотнение материала, необходимо согласовывать степень сжатия массы материала с его компрессионными характеристиками. Степень сжатия ε_c для конического сердечника можно определить по формуле

$$\varepsilon_c = \frac{0,25 \cdot \pi \cdot (D^2 - d_{on}^2) + j_p \cdot b_p \cdot H_l}{0,25 \cdot \pi \cdot (D^2 - d_{ок}^2)}, \quad (5.30)$$

где d_{on} , $d_{ок}$ – диаметры сердечника червяка соответственно в начале и в конце зоны питания.

В случае цилиндрического сердечника значение для ε_c можно получить, если в формулу (5.30) подставить $d_{on} = d_{ок}$.

Наименьшее расстояние между пазами C_n может быть рассчитано из условия прочности на изгиб ребер на внутренней поверхности материального цилиндра

$$C_n \geq H_p \cdot \sqrt{3 \cdot \frac{P}{[\sigma]}}, \quad (5.31)$$

где P – давление, которое создается в пазах; $[\sigma]$ – допустимое напряжение.

Количество пазов может быть рассчитано из выражения

$$j_p = \frac{\pi \cdot [4 \cdot D \cdot H_p - ([\varepsilon_c] - 1) \cdot (D^2 - d_o^2)]}{4 \cdot H_p^2 \cdot \sqrt{3 \cdot \frac{[P]}{[\sigma]}}}. \quad (5.32)$$

При этом из условий упаковки частичек материала в пазах, ширина паза должна удовлетворять соотношению

$$b_p = 1,1 \cdot D_p \cdot k_y, \quad (5.33)$$

где D_p – диаметр гранулы; $k_y = 1, 2, 3 \dots$ – количество гранул, которые укладываются по ширине паза.

Еще одно направление конструктивного оформления для улучшения характеристик зоны питания состоит во введении в начале зоны питания вакуумной секции [3, 7, 175, 176, 205].

На рис. 5.14 изображена схема зоны питания с узлом вакуумного отсасывания воздуха. Использование вакуумной секции в зоне питания дает в особенности хорошие результаты в случае переработки малоподвижных полимерных композиций, например, при применении волокнистых

наполнителей. В этом случае движущая сила будет состоять из двух компонентов: первый, как и для типовой конструкции – за счет сил трения в винтовом канале; второй – за счет транспортирующего действия воздушного потока, причем угол транспортирования будет составлять $\theta = 90^\circ + \varphi_0$.

В пределах вакуумной секции на движение перерабатываемого материала основное влияние оказывают нормальные напряжения. Как было показано в работе [205], величина σ_{yy} будет равна перепаду давления $\Delta P'$ на материале при движении через него воздушного потока, а напряжения σ_{zz} и σ_{xx} связаны соотношением

$$K_{zx} = \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{xx}},$$

где K_{zx} – коэффициент неизотропности давления вдоль осей x и z , причем σ_{zz} – боковые напряжения.

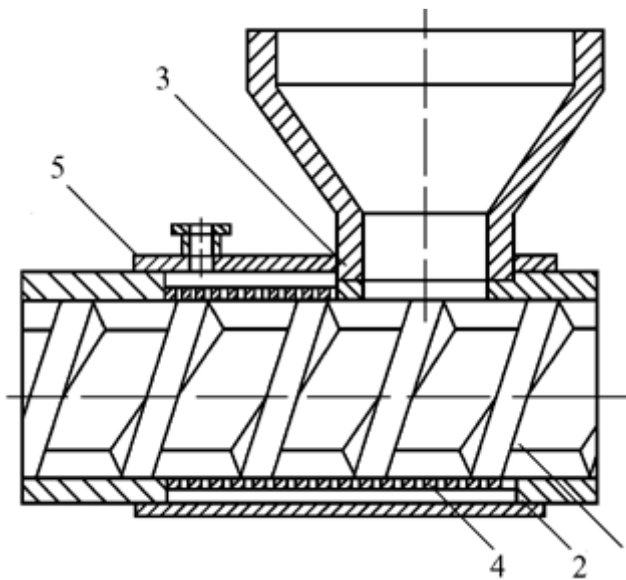


Рисунок 5.14 – Зона питания с узлом вакуумного отсасывания воздуха: 1 – червяк; 2 – корпус; 3 – бункер; 4 – перфорированная сетка; 5 – патрубок

Решение системы уравнений равновесия с учетом выше принятых условий дает такие зависимости, с учетом усреднения вдоль оси y

$$\sigma_{xx} = f_s \cdot \Delta P' \cdot \frac{x}{h_g};$$

$$\sigma_{zz} = \Delta P' + f_b \cdot \Delta P' \cdot \frac{x}{h_g} \cdot K_{zx}.$$

На границе вакуумной секции с участком транспортирования происходит выравнивание распределения давления вдоль глубины канала, при этом $\sigma_{yy} = 0,5 \cdot \Delta P'$,

вследствие чего возникает ступенчатое уплотнение материала. Кроме того, угол транспортирования резко уменьшается, вследствие чего σ_{zz} становится преобладающим напряжением, а σ_{yy} – боковым. Тогда компоненты тензора напряжений можно рассчитать по формулам

$$\sigma_{zz} = \left(\Delta P + f_b \cdot \Delta P \cdot \frac{x}{h_g} \cdot K_{xz} \right) \cdot \exp(K_2 \cdot z);$$

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{h_g} \cdot \left[f_b \cdot \Delta P \cdot \left(x + f_b \cdot \frac{x^2}{2 \cdot h_g} \cdot K_{xz} \right) \cdot \sin(\theta) \cdot \exp(K_2 \cdot z) \cdot K_{zy} \right] +$$

$$+ \Delta P \cdot \exp(K_2 \cdot z) \cdot K_{zy},$$

$$\text{где } K_2 = K_{zy} \cdot [f_b \cdot \cos(\theta) - f_s] / h_{go};$$

$$K_{zy} = \sigma_{yy} / \sigma_{zz}.$$

Большое значение имеют энергосиловые характеристики процесса экструзии (осевое усилие, крутящий момент, мощность) для того, чтобы выбрать комплектующие изделия (подшипники, редукторы, ременные передачи, муфты, электродвигатели и т.п.). Основной вклад в эти характеристики вносят силы трения и давление, которые развиваются в винтовом канале.

В соответствии с работой [27] для расчета осевого усилия в зоне питания будет справедливым такое уравнение

$$F_g = \frac{\sin(\theta) \cdot (W_n + 2 \cdot h_g)}{\sin(\varphi_0) \cdot a_2} \cdot [\exp(a_2 \cdot L_g) - 1], \quad (5.34)$$

$$\text{где } a_2 = \left\{ f_b \cdot \cos(\theta + \varphi_0) - \left[1 + 2 \cdot h_g / (t_0 - S_0) + f_s \cdot \cos(\theta + \varphi_0) \right] \right\} / h_g \cdot \sin(\varphi_0).$$

В работе [65] при условии поэлементного разбиения вдоль длины винтового канала, осевое усилие на элементарном отрезке определяется из выражения

$$F_{g,i+1} = C_{li} \cdot \frac{A_2 \cdot K_\varphi + B_2}{B_1 - A_1 \cdot K_\varphi} \cdot P_i \cdot \exp\left(\frac{B_1 - A_1 \cdot K_\varphi}{A_2 \cdot K_\varphi + B_2} \cdot \Delta z\right), \quad (5.35)$$

где $A_1, A_2, B_1, B_2, K_\varphi$ – комплексы, находящиеся таким же образом, что и для уравнения (5.24); C_{li} – комплекс, который находится из выражения

$$C_{li} = \frac{f_b \cdot W_n \cdot \sin(\theta) - 2 \cdot h_{gi} \cdot \sin(\varphi_0) + W_n \cdot f_s \cdot \cos(\varphi_0) + (B_1 - A_1 \cdot K_\varphi)}{\cos(\varphi_0) - f_s \cdot \sin(\varphi_0)} \cdot \frac{1}{(A_2 \cdot K_\varphi + B_2)}.$$

Силиным [9] получена зависимость для расчета осевого усилия в зоне питания на одном витке в виде

$$F_{gi} = \frac{\pi^2 \cdot \varepsilon_{zi}^2 \cdot (2 - \varepsilon_{zi}) \cdot E_e \cdot f_b \cdot D \cdot (t_0 - S_0)}{4} \cdot \sin(\gamma_c), \quad (5.36)$$

где E_2 – модуль упругости гранул; γ_c – угол наклона движения гранул; ε_{zi} – относительное сжатие гранул на i -м витке.

При плотной укладке гранул под углом 60° относительная деформация каждой гранулы может быть найдена из формулы

$$\varepsilon_{zi} = \frac{i \cdot \eta_c \cdot t_0 \cdot \operatorname{tg}(\beta)}{h_{gn}},$$

где η_c – коэффициент осевого продвижения гранул; β – угол конусности сердечника червяка; h_{gn} – глубина червячной нарезки в начале зоны питания.

Для мощности, которая расходуется в зоне питания на каждом витке, будет справедлива такая зависимость (размерность в кВт)

$$N_{gi} = \frac{\pi^3 \cdot \varepsilon_{zi}^2 \cdot (2 - \varepsilon_{zi}) \cdot E_z \cdot f_b \cdot D \cdot (t_0 - S_0) \cdot (D - h_{gi}) \cdot N_0 \cdot (1 - \eta'_c) \cdot \cos(\gamma_c)}{2,44 \cdot 10^6}, \quad (5.37)$$

где $\eta'_c = \eta_c \cdot Q_d / Q_c$ (Q_d , Q_c – производительности соответственно в зонах дозирования и сжатия).

В работе [206] получены такие зависимости для расчета осевого усилия F_g и крутящего момента M_g

$$F_g = \frac{P_{gk} \cdot L_g \cdot h_g}{\gamma_c \cdot \ln(P_{gk} / P_1)} \cdot \left(1 - f_r \cdot \gamma_c - \pi \cdot \frac{d_0}{h_g} \cdot f_s \cdot \gamma_c \cdot K_b \right); \quad (5.38)$$

$$M_g = \frac{P_{gk} \cdot L_g \cdot h_g \cdot (D + d_0)}{2 \cdot \gamma_c \cdot \ln(P_{gk} / P_1)} \cdot \left(\gamma_c + f_r + \pi \cdot \frac{d_0}{h_g} \cdot f_s \cdot K_b \right), \quad (5.39)$$

где P_{gk} – давление в конце зоны питания; f_r – коэффициент трения перерабатываемого материала по поверхности витков червяка; b – коэффициент, который определяет отношение давлений материала на пассивную и активную поверхности витков червяка, то есть, характеризует неизотропность давления вдоль оси x ; γ_c – имеет такой же физический смысл, что и для уравнения (5.21); $K_b = \frac{1-b}{\ln(1/b)}$.

Басовым Н.И. с соавторами в работе [1] приведена такая зависимость расчета мощности, которая расходуется в зоне питания

$$N_g = P_1 \cdot V_c \cdot K_\sigma \cdot W_n \cdot h_g \cdot \frac{P_\alpha}{F_\alpha} \cdot \left[\exp \left(f_b \cdot \frac{F_\alpha \cdot L_g}{h_g \cdot \sin(\varphi_0)} \right) - 1 \right], \quad (5.40)$$

где $F_\alpha = \frac{1 - \bar{R}_c}{1 - \bar{R}_c^{K_\sigma - 1}} \cdot \cos(\theta + \varphi_0) - \frac{1 - \bar{R}_c}{1 - \bar{R}_c^{K_\sigma - 1}} \cdot \bar{R}_c^{K_\sigma - 1} - K_\sigma \cdot \frac{h_g}{W_n} \cdot (1 + \bar{R}_c);$

$$P_\alpha = \frac{1-\bar{R}_c}{K_\sigma} \cdot \left(1-\bar{R}_c^{K_\sigma^{-1}}\right)^{-1} \cdot \frac{\sin(\varphi_0)}{\cos(\theta+\varphi_0)} + \frac{h_g}{W_n} \cdot (1+\bar{R}_c) \cdot [\cos(\varphi_0) - \sin(\varphi_0) \cdot \operatorname{ctg}(\theta+\varphi_0)] +$$

$$+ \frac{1-\bar{R}_c}{K_\sigma} \cdot \left(1-\bar{R}_c^{K_\sigma^{-1}}\right)^{-1} \cdot \bar{R}_c^{K_\sigma^{-1}} \cdot [\cos(\varphi_0) - \sin(\varphi_0) \cdot \operatorname{ctg}(\theta+\varphi_0)];$$

$$\bar{R}_c = d_0/D.$$

Много приведенных выражений, как для определения производительности, так и энергосиловых параметров, содержат коэффициенты трения, которые зависят от температурного режима в зоне питания. Вследствие этого распределение температуры в рабочем объеме является очень важной характеристикой.

В работе [65] получена зависимость для распределения температуры в твердой пробке в виде

$$T_{i+1} = T_i + \sqrt{\frac{a_s}{\pi}} \cdot \frac{1}{\lambda_s} \cdot \left[\frac{\sin(\theta_i + \varphi_0)}{\pi \cdot N_0 \cdot D \cdot \sin(\theta_i)} \right]^{0,5} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\pi \cdot N_0 \cdot D \cdot \sin(\varphi_0)}{\sin(\theta_i + \varphi_0)} \cdot f_{bi} \cdot P_i + \frac{\lambda_b}{h_b} \cdot [T_{bi}(h_b, z_i) - T_{ki}(0, z_i)] \right\} \cdot \sqrt{\frac{\Delta z}{i}}, \quad (5.41)$$

где λ_s, λ_b – коэффициенты теплопроводности материала соответственно твердой полимерной пробки и материала корпуса; h_b – толщина корпуса; $T_{bi}(h_b, z_i)$ – температура на внешней поверхности корпуса; $T_{ki}(0, z_i)$ – температура на поверхности контакта твердой пробки с корпусом.

При получении уравнения (5.41) была учтена теплопередача только на поверхности контакта твердой пробки с корпусом. Кроме того, силами трения между перерабатываемым материалом и поверхностью червяка игнорировалось. Последние два замечания дают значительные отклонения результатов математического моделирования от реального процесса.

В работах [17, 207–209] была получена математическая модель для определения температурного поля в твердой пробке с учетом теплопередачи как на границе твердая пробка – корпус, так и на границе твердая пробка – сердечник червяка. При этом учитывались силы трения на всех четырех гранях. Также была учтена зависимость коэффициентов трения от температуры и давления. В соответствии с работой [208] температурное поле в твердой пробке можно найти, если использовать уравнение

$$T_{i,j+1} = T_{i,j} - \frac{Q_{c,j}}{\lambda_s} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \frac{2}{\beta_V} \cdot \sqrt{\frac{z_j}{\pi}} \cdot \left[\exp\left(-\frac{\beta_V^2 \cdot \psi 1_i^2}{4 \cdot z_j}\right) + \exp\left(-\frac{\beta_V^2 \cdot \psi 2_i^2}{4 \cdot z_j}\right) \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& +\psi 1_i \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\beta_V \cdot \psi 1_i}{2 \cdot \sqrt{z_j}}\right) + \psi 2_i \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\beta_V \cdot \psi 2_i}{2 \cdot \sqrt{z_j}}\right) - 2 \cdot h_g \cdot (1+2 \cdot k) \Bigg\} - \\
& - \frac{Q_{b,j}}{\lambda_s} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{\beta_V} \cdot \sqrt{\frac{z_j}{\pi}} \cdot \left[\exp\left(-\frac{\beta_V^2 \cdot \psi 3_i^2}{4 \cdot z_j}\right) + \exp\left(-\frac{\beta_V^2 \cdot \psi 4_i^2}{4 \cdot z_j}\right) \right] + \\
& + \psi 3_i \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\beta_V \cdot \psi 3_i}{2 \cdot \sqrt{z_j}}\right) + \psi 4_i \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\beta_V \cdot \psi 4_i}{2 \cdot \sqrt{z_j}}\right) - 2 \cdot h_g \cdot (1+2 \cdot k) \Bigg\}, \quad (5.42)
\end{aligned}$$

где $Q_{b,j} = V_p \cdot f_{bj} \cdot P_j - \frac{\lambda_b}{h_b} \cdot [T_j(h_g/2, z_j) - T_{bj}(h_b, z_j)]$;

$$Q_{c,j} = V_p \cdot f_{sj} \cdot P_j - \frac{\lambda_c}{h_c} \cdot [T_j(-h_g/2, z_j) - T_{cj}(h_c, z_j)]$$

$$\begin{aligned}
\beta_V &= \sqrt{\frac{\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_p}{\lambda_s}}; \quad \psi 1_i = \left[h_g \cdot \left(\frac{3}{2} + 2 \cdot k \right) - y_i \right]; \quad \psi 2_i = \left[h_g \cdot \left(\frac{1}{2} + 2 \cdot k \right) + y_i \right]; \\
\psi 3_i &= \left[h_g \cdot \left(\frac{1}{2} - 2 \cdot k \right) - y_i \right]; \quad \psi 4_i = \left[h_g \cdot \left(\frac{3}{2} + 2 \cdot k \right) + y_i \right].
\end{aligned}$$

Уравнение (5.42) получено в случае размещения системы координат посреди глубины винтовой нарезки.

В некоторые выражения для расчетов распределения давления, производительности или температур, например, для формул (5.5), (5.18), (5.21), (5.26), (5.28) и (5.41) входит плотность перерабатываемого материала, которая изменяется от величины, равной насыпной плотности, к величине, равной плотности монолитного блока. Степень изменения плотности в первую очередь зависит от распределения давления. В работе [17] введена такая зависимость

$$\frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho_{\infty} - \rho_0} = \exp(-C_p \cdot P), \quad (5.43)$$

где ρ – плотность твердой пробки при давлении P ; ρ_{∞} – предельное значение плотности, которая соответствует плотности монолитного блока; ρ_0 – начальная плотность материала, соответствующая плотности при давлении P_1 в начале зоны питания; C_p – эмпирический коэффициент (для полиэтилена $C_p = 0,16 \text{ МПа}^{-1}$).

Если учитывать зависимость плотности также и от температуры, то можно уравнение (5.43) представить таким образом

$$\rho(P, T) = \rho_{\infty}(T) - [\rho_{\infty}(T) - \rho_0] \cdot \exp(-C_p \cdot P). \quad (5.44)$$

В работе [210] была получена несколько другая зависимость, а именно

$$\rho(P,T)=\rho_0+[\rho_0-\rho_\infty(T)]\cdot[1-\exp(-C_\lambda\cdot P)] , \quad (5.45)$$

а в табл. 5.1 приведены значения коэффициентов, входящих в формулу (5.45), для некоторых полимеров

На рис. 5.15 изображены зависимости плотности от давления и температуры для полипропилена

Среди последних публикаций, связанных с работой зоны питания, необходимо отметить работы под руководством Кима В.С.-Х. [20, 211].

В работе [211] получены уравнения для коэффициента заполнения ψ_z винтового канала шнека при разных схемах упаковки гранул:

– для пирамидальной схемы

$$\psi_z = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot (2 \cdot y - 2 + d)}{6 \cdot (2 \cdot y - 1) \cdot (2 \cdot d - 1)}; \quad (5.46)$$

– для октаэдрической схемы

$$\psi_z = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot (2 \cdot y - 2 + d)}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot (2 \cdot y - 1) \cdot (2 \cdot d - 1)}. \quad (5.47)$$

Таблица 5.1 – Значение констант для уравнения (5.45)

Тип полимера \ Наименование констант	T, K	$C_\lambda, \text{МПа}^{-1}$	$\rho_0, \text{кг/м}^3$	$\rho_\infty, \text{кг/м}^3$
Полиэтилен низкой плотности	295	0.145	530	910
	323	0.218	540	890
	348	0.392	530	890
	363	0.58	570	880
	373	0.812	600	870
Полиэтилен высокой плотности	295	0.087	560	950
	323	0.116	570	950
	348	0.174	560	930
	373	0.276	560	920
	393	0.595	560	910
Полипропилен	295	0.029	580	1020
	323	0.058	580	940
	348	0.087	580	900
	373	0.145	580	890
	393	0.174	580	890
	413	0.261	580	880

В последние два уравнения входят такие комплексы

$$d = d'/h_g ; \quad y = R/h_g ; \quad t = t'/h_g ; \quad t' = \sqrt{(d')^2 - (h_g - d')^2} ,$$

где h_g – глубина винтовой нарезки; R – радиус материального цилиндра; d' – диаметр гранул.

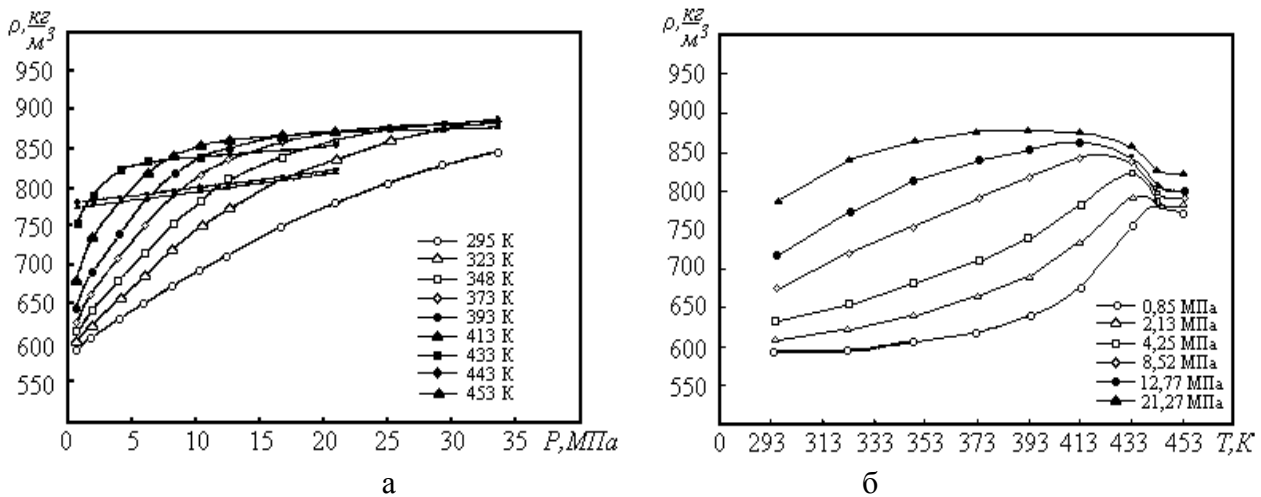
Для относительного размера пустот V_{om} в зоне загрузки, которая определяется в диаметрах шариков, справедливы такие зависимости:

– для пирамидальной схемы

$$V_{om} = \frac{4}{\pi \cdot d} \cdot \left(\frac{2}{d} - \frac{1}{d^2} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{2 \cdot y - 2 + d}{2 \cdot y - 1} ;$$

– для октаэдрической схемы

$$V_{om} = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{\pi \cdot d^3} \cdot \frac{(2 \cdot d - 1) \cdot (2 \cdot y - 1)}{2 \cdot y - 2 + d} .$$



а – от давления P ; б – от температуры T

Рисунок 5.15 – Графики плотности для полипропилена в зависимости

Полученные результаты позволяют подобрать оптимальные размеры винтового канала в зависимости от размеров гранул. Относительные размеры d/h должны находиться в интервале $0,5 \div 1$, что отвечает двухслойной и однослойной типам загрузки.

В работе [20] получена зависимость для коэффициента заполнения винтового канала с учетом действия зоны дозирования

$$\psi_3 = i \cdot \left[\frac{\cos(\varphi_0)}{2 \cdot \xi} - \frac{1}{24 \cdot \eta_{ef}} \cdot \frac{\Delta P}{L_d} \cdot \frac{h_d^2}{\xi} \cdot \frac{\sin(2 \cdot \varphi_0)}{\pi \cdot D \cdot N_0} \right], \quad (5.48)$$

где $\xi = h_g/h_d$; η_{ef} – эффективная вязкость расплава; ΔP – перепад давления в зоне дозирования.

В последней работе приведены сравнительные результаты зависимости производительности зоны дозирования от ψ_3 с учетом наличия пазов на поверхности корпуса в зоне питания. Наибольшая производительность достигается с шестью пазами при $\psi_3 = 1$, а наименьшая – с гладкой поверхностью цилиндра при $\psi_3 = 1$. При других условиях максимальная производительность достигается при использовании прямоугольных пазов, причем количество пазов, если их больше шести, практически не влияют на производительность. Что же касается размеров поперечного сечения пазов, то глубина должна находиться в интервале $0,5 R_{cp} \leq h_p \leq R_{cp}$ (R_{cp} – радиус гранулы), а ширину надо выполнять большей, чем диаметр гранул.

Одним из основных направлений развития экструзионных агрегатов является создание высокоскоростных машин. При высоких скоростях проведения процессов экструзии количество теплоты, которая выделяется за счет энергии диссипации, может быть большей, чем необходимо для нагрева полимера до необходимой температуры. Для предотвращения перегрева и термической деструкции перерабатываемого материала необходимо интенсивно отводить излишки тепла. При этом следует иметь развитую систему термостабилизации. Энергию, которая выделяется в полимере при осуществлении высокоскоростной экструзии для червячной машины, можно определить разными методами. Оригинальный способ был предложен в работе [212], основная особенность которого состоит в использовании теоретически рассчитанного профиля давлений вдоль оси червяка для определения энергии, которая выделяется в полимере.

Указанный метод основан на механизме плавления полимера в канале червяка и объясняется следующим: плавление материала происходит при разогреве гранул, которые непосредственно касаются внешних поверхностей материального цилиндра и червяка; расплавленный материал появляется в первых после зоны питания витках, где температура металлической поверхности выше температуры плавления полимера; часть сечения канала, которая заполнена расплавом, постоянно возрастает по мере продвижения полимера к головке; температура полимера при движении по винтовому каналу червяка повышается пропорционально пройденному пути; полимер в канале червяка движется как высокоэластическое, а потом и вязкое тело. Начиная от загрузочного бункера на поверхностях контакта полимера с материальным цилиндром и червяком, где температура поверхности выше температуры плавления полимера, силы сопротивления движения являются напряжениями сдвига, а не силами трения; противодействие движения полимера как вязкого тела вызывает появление градиента давления вдоль оси червяка. При этом для определения соотношения осевых и радиальных давлений в зоне канала червяка, где полимер находится в упруго-эластичном состоянии, используется не гидростатическое давление, а коэффициент бокового давления.

Из условия равновесия сил, которые действуют на полимер при его движении по винтовому каналу, получены уравнения, которые описывают возрастающую (насосную) и убывающую (дросселирующую) ветви кривой профиля давлений.

Для возрастающей ветви справедливы следующие выражения

$$P_j^z = \frac{K_b^j \cdot \sum_{j=1}^{j=k} \Delta F_j}{h_j \cdot (b_H - c_H) \cdot \cos(\varphi_0)}, \quad j=1,2,3,\dots,k;$$

$$\Delta F_j = \Phi_{cp}^j \cdot H_{cp}^j \cdot (z_{j+1} - z_j) \left\{ \tau_{c,cp}^j \cdot (b_H - c_H) \cdot \cos(\varphi_0) \cdot \cos(\omega_{k,cp}^j) - \tau_{k,cp}^j \cdot [(b_H - c_H) \cdot \cos(\varphi_0) + 2 \cdot h_{cp}^j] \right\},$$

где K_b – коэффициент бокового давления; Φ – коэффициент контакта с поверхностями материального цилиндра и червяка; H – коэффициент заполнения канала червяка полимером; z – координата в направлении оси винтового канала; τ_c, τ_k – напряжения сдвига на стенках соответственно материального цилиндра и червяка.

Можно записать такие выражения для убывающей ветви

$$P_j^u = \frac{K_b^j \cdot \sum_{j=k}^{j=1} \Delta F_j}{h_j \cdot (b_H - c_H) \cdot \cos(\varphi_0)}, \quad j=k, k-1, 3, \dots, 1;$$

$$\Delta F_j = \Phi_{cp}^j \cdot H_{cp}^j \cdot (z_j - z_{j-1}) \left\{ \tau_{k,cp}^j \cdot [(b_H - c_H) \cdot \cos(\varphi_0) + 2 \cdot h_{cp}^j] - \tau_{c,cp}^j \cdot (b_H - c_H) \cdot \cos(\varphi_0) \cdot \cos(\omega_{k,cp}^j) \right\},$$

Индексы « cp » в последних выражениях указывают на то, что используются средние значения величин на отрезках $z_j - z_{j+1}$ и $z_j - z_{j-1}$

Определив распределение давления, можно найти крутящий момент и энергию, которая тратится на деформирование полимера в винтовом канале червяка по формуле

$$N_m = M_{kp} \cdot n_0 = n_0 \cdot \sum_{j=1}^{j=k} \frac{D - h_{cp}^j}{2 \cdot \cos(\varphi_0)} \cdot \left\{ [\Phi_{cp}^j \cdot H_{cp}^j \cdot \tau_{k,cp}^j \cdot (b_H - c_H) \cdot \cos(\varphi_0) + 2 \cdot h_{cp}^j] \cdot \Delta l + \frac{h_{cp}^j \cdot (b_H - c_H) \cdot \cos(\varphi_0)}{K_b^j} \cdot \Delta P_b \right\} + n_0 \cdot \sum_{j=1}^{j=k} \tau_{\delta cp} \cdot \frac{D c_H}{2} \cdot \Delta l,$$

где $\tau_{\delta cp}$ – напряжение сдвига в зазоре между поверхностями гребня червяка и материальным цилиндром; ΔP_b – перепад давления на возрастающей или убывающей ветви профиля давлений; Δl – длина отрезка винтового канала.

Точность определения мощности тем выше, чем больше количество отрезков, на которые разбита длина канала. Кроме того, точность определения мощности по последнему уравнению зависит также и от точности нахождения коэффициента бокового давления K_b , коэффициента контакта полимера с поверхностями материального цилиндра Φ и коэффициента заполнения канала червяка полимером H , которые являются не достаточно определенными величинами.

Вследствие последних замечаний были сделаны усовершенствования выше приведенной теории высокоскоростной экструзии и получена зависимость для энергии, которая тратится на деформирование полимера в винтовом канале червяка, в виде [213, 214]

$$N_m = \frac{\pi^3 \cdot D^3 \cdot (1 - k_t \cdot c_H / b_H) \cdot [(1 - 3 \cdot a_p^2) \cdot \cos^2(\varphi_0) + 4 \cdot \sin^2(\varphi_0)]}{b \cdot h \cdot (t_{\text{ввл}} - t_{\text{вх}})} \times \\ \times [1 - e^{-b} \cdot (t_{\text{ввл}} - t_{\text{вх}})] \cdot l_p \cdot \mu_{\text{вх}} \cdot n_0^2 + \frac{P_{\text{ср}} \cdot F_3 \cdot l_3 \cdot G_m \cdot f}{m_3 \cdot \sin(\omega_k + \varphi_0)},$$

где F_3 – площадь поверхности зоны питания; a_p – отношение затрат за счет противотока и прямотока; ω_k – угол транспортирования (транспортировки).

5.2 Определение основных параметров зоны питания

5.2.1 Расчет производительности

Для получения основных уравнений движения материала в зоне питания можно воспользоваться схемой на рис. 5.8. На схеме червячный канал показан в плане, а цилиндр в виде бесконечной пластины находится сверху (он условно не показан). Канал червяка двигается снизу вверх со скоростью V_c . Точка A соответствует определенной точке элемента материала пробки в начальном положении.

За время t канал червяка сместится на расстояние AB . Элемент пробки d двигается одновременно с каналом и вдоль канала червяка под действием сил трения, которые возникают на границе раздела между материалом и поверхностью винтового канала. Таким образом, точка A переместится относительно корпуса на расстояние AA' , а относительно червяка – на расстояние BA' .

Скорость V_p , с которой пробка двигается вдоль канала, можно определить как отношение расстояния, пройденное пробкой вдоль канала, ко времени прохождения этого расстояния

$$V_p = BA'/t. \quad (5.49)$$

В свою очередь время t может быть представлено так

$$t = AB/V_c, \quad (5.50)$$

где V_c – определяется из формулы (3.1).

Исходя из элементарных тригонометрических соотношений для прямоугольных треугольников CBA' и CAA' , с учетом выражения (5.50) уравнение (5.49) можно записать таким образом

$$V_p = \frac{V_c}{\cos(\varphi_o) + \sin(\varphi_o) \cdot \operatorname{ctg}(\theta)}. \quad (5.51)$$

Если использовать выражения для синуса от суммы двух углов и тангенса, то последнее уравнение переписывается так

$$V_p = V_c \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sin(\theta + \varphi_o)}. \quad (5.52)$$

Производительность в зоне питания может быть записана как произведение скорости V_p , с которой пробка движется вдоль канала, на площадь поперечного сечения червячного канала

$$Q_g = W_n \cdot h_g \cdot V_p, \quad (5.53)$$

где W_n – нормальная ширина винтового канала, которая находится из выражения (3.12).

С учетом уравнений (5.52) и (3.12) выражение для производительности (5.53) можно переписать в виде

$$Q_g = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot h_g \cdot \left(\frac{t_0}{i} - S_0 \right) \cdot \frac{\sin(\theta) \cdot \cos(\varphi_o)}{\sin(\theta + \varphi_o)}. \quad (5.54)$$

При постоянном движении силы трения, которые действуют на пробку со стороны винтового канала F_a , и силы трения, которые действуют со стороны внутренней поверхности корпуса F_b , должны быть уравновешены, то есть должно соблюдаться такое соотношение

$$F_a = F_b \cdot \cos(\theta + \varphi_o). \quad (5.55)$$

Используя два последних уравнения, можно сделать анализ движения материала в зоне питания. Представим последнее уравнение в виде $\cos(\theta + \varphi_o) = A_b$, где $A_b = F_a/F_b$.

Из последнего выражения следует, что, если известна величина A_b , то можно найти угол транспортирования θ , зная который из выражения (5.54) можно рассчитать производительность в зоне питания.

Надо заметить, что величина A_b не может быть больше единицы, так как косинус любого угла не превышает единицу. Если A_b будет равен единице, что может быть при равенстве сил трения F_a и F_b , то сумма углов θ и φ_0 должна равняться нулю. Последний момент может быть в том случае, если оба угла будут равны нулю, или угол θ будет равен углу φ_0 , но с противоположным знаком. Понятно, что как в первом, так и во втором случаях, движение пробки вдоль винтового канала происходить не будет. Таким образом, для движения материала всегда необходимо, чтобы выполнялось условие

$$F_a < F_b. \quad (5.56)$$

Предельный случай будет тогда, когда справедливо равенство $F_a = 0$.

При выполнении последнего условия величина A_b также будет равна нулю, а это возможно, если сумма углов составляет девяносто градусов. В этом случае зона питания работает с максимальной производительностью. Тогда для выражения (5.53) с учетом формул (5.52) и (3.3) будет справедлива такая зависимость

$$Q_g = W_n \cdot h_g \cdot V_{cz}. \quad (5.57)$$

При сравнении формул (5.57) и (3.5) видно, что максимальная производительность в зоне питания равна двукратной производительности за счет вынужденного потока (прямотока) в зоне дозирования при одинаковой геометрии винтовой нарезки. Уменьшение производительности зоны питания вплоть до полного прекращения питания более вероятное для червяков с большим углом подъема. Поэтому на практике величина угла подъема винтового канала редко превышает $18 \div 20^\circ$. Как правило, из чисто технологических соображений червяки изготавливают с шагом t_0 , который равен наружному диаметру червяка, то есть справедливо соотношение $t_0 = D$. Тогда с учетом последнего выражения и уравнения (3.37) имеем $\varphi_0 = \arctg(1/\pi)$. Откуда для угла подъема находим, что $\varphi_0 = 17,657$ ($\varphi_0 = 0,38$ рад).

5.2.2 Расчет давления

Выделим элемент рабочего объема зоны питания длиной dz и рассмотрим силы, которые действуют на него, как показано на рис. 5.16.

Сила F_b – это сила трения, которая действует со стороны корпуса (материального цилиндра) на пробку и принуждает ее двигаться вдоль винтового канала. Она пропорциональна давлению со стороны пробки на корпус и действует под углом θ к плоскости, нормальной к оси червяка

$$F_b = f_b \cdot P_y \cdot W_n \cdot dz, \quad (5.58)$$

где f_b – коэффициент трения в паре твердая пробка полимера – поверхность корпуса; P_y – давление в направлении оси y .

Введем коэффициент, который характеризует неизотропность поля давления вдоль оси y по отношению к полю давления вдоль оси z

$$K_y = \frac{P_y}{P_z}, \quad (5.59)$$

где P_z – давление в направлении оси z .

Коэффициенты K_y и K_δ из формул (5.59) и (5.6) имеют один и тот же физический смысл, но только на участке, где еще сохраняется сыпучесть полимерного материала в пробке. Далее работает коэффициент бокового давления [65, 102].

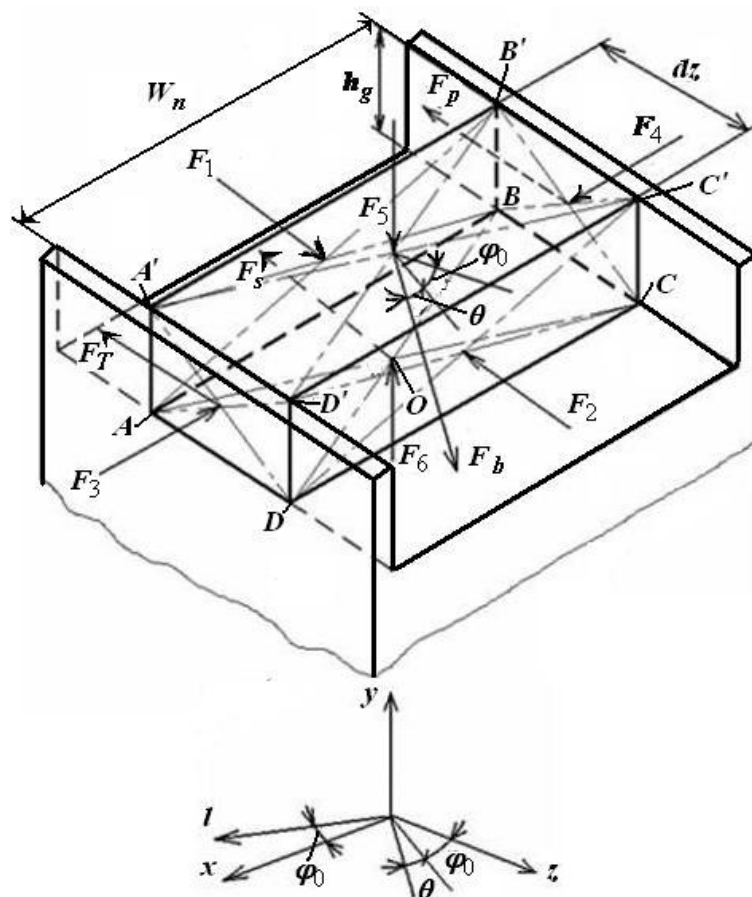


Рисунок 5.16 – Схема действия сил на твердую пробку в зоне питания

С учетом последнего выражения уравнение (5.58) будет иметь вид

$$F_b = f_b \cdot K_y \cdot P_z \cdot W_n \cdot dz.$$

По аналогии с последним выражением можно записать уравнение для силы трения F_s , которая действует со стороны сердечника червяка на пробку и препятствует движению пробки

$$F_s = f_s \cdot K_y \cdot P_z \cdot W_n \cdot dz.$$

Силы F_1 и F_2 представляют собой реакции отброшенных кусков пробки. Их можно записать так

$$F_1 = P_z \cdot h_g \cdot W_n; \quad F_2 = (P_z + dP_z) \cdot (h_g - A_k \cdot dz) \cdot W_n,$$

где A_k – конусность сердечника червяка, которая может быть представлена в виде $A_k = (h_{g1} - h_{g2}) / Z_g$ (h_{g1} , h_{g2} – глубины червячной нарезки соответственно в начале и в конце зоны питания; Z_g – длина конической части зоны питания).

Силы F_3 и F_4 – это нормальные силы, которые действуют соответственно по сторонам толкающей и передней стенок

$$F_3 = K_{xT} \cdot P_z \cdot h_g \cdot dz; \quad F_4 = K_{xp} \cdot P_z \cdot h_g \cdot dz,$$

где K_{xT} , K_{xp} – коэффициенты, характеризующие неизотропность поля давления вдоль оси x по отношению к полю давления вдоль оси z .

По аналогии с формулой (5.59) можно записать

$$K_{xT} = \frac{P_{xT}}{P_z}; \quad K_{xp} = \frac{P_{xp}}{P_z},$$

где P_{xT} , P_{xp} – давление в направлении оси x соответственно возле толкающей и передней стенок.

Существуют еще две нормальных силы F_5 и F_6 , которые действуют соответственно со стороны корпуса и сердечника червяка

$$F_5 = F_6 = K_y \cdot P_z \cdot W_n \cdot dz.$$

На пробку действуют еще две силы трения F_T и F_p соответственно со стороны толкающей и передней стенок червячной нарезки

$$F_T = K_{xT} \cdot P_z \cdot h_g \cdot f_s \cdot dz; \quad F_p = K_{xp} \cdot P_z \cdot h_g \cdot f_s \cdot dz.$$

При установившемся движении векторная сумма сил, которые действуют на выделенный элемент, должна быть равна нулю. Тогда сумма проекций на координатные оси также равна нулю.

Уравнение для суммы проекций всех сил на ось z запишется так

$$F_1 - F_2 - F_T - F_p - F_s + F_b \cdot \cos(\theta + \varphi_0) = 0. \quad (5.60)$$

Если использовать предположение $dP_z \cdot h_g \cdot W_n \gg dP_z \cdot A_k \cdot dz \cdot W_n$, то уравнение для определения силы F_2 упростится к виду

$$F_2 = P_z \cdot (h_g - A_k \cdot dz) \cdot W_n + dP_z \cdot h_g \cdot W_n.$$

После подстановки в выражение (5.60) соответствующих формул для сил, разделив все члены на комплекс $dz \cdot h_g \cdot W_n$, получим такое выражение

$$\frac{dP_z}{dz} - P_z \cdot AF = 0, \quad (5.61)$$

где

$$AF = \frac{K_y \cdot W_n \cdot [f_b \cdot \cos(\theta + \varphi_0) - f_s] - h_g \cdot f_s \cdot (K_{xT} + K_{xp}) + A_k \cdot W_n}{h_g \cdot W_n}. \quad (5.62)$$

Решение уравнения (5.61) имеет вид

$$P_z = P_1 \cdot \exp(AF \cdot z). \quad (5.63)$$

Последнее уравнение получено при начальном условии

$$P_z = P_1 \quad \text{при} \quad z = 0. \quad (5.64)$$

Если загрузочное устройство выполнено в соответствии с рис. 5.5, то и для определения P_1 можно воспользоваться формулой (5.5).

В предположении, что давление во всех направлениях соответствует закону Паскаля, можно записать равенство $K_y = K_{xT} = K_{xp} = 1$.

Как видно из формул (5.63) и (5.62) давление в зоне питания возрастает при увеличении конусности сердечника червяка A_k в соответствии с экспоненциальной зависимостью.

5.2.3 Расчет мощности

Мощность в зоне питания расходуется на преодоление сил трения между твердой пробкой полимера и поверхностью винтового канала. В общем виде выражение для мощности можно записать так

$$N_g = \sum_i (\Delta N_{bi} + \Delta N_{si}), \quad (5.65)$$

где ΔN_{bi} , ΔN_{si} – мощность, которая расходуется на элементарной длине Δz за счет трения твердой пробки соответственно по поверхности корпуса и червяка

$$\Delta N_{bi} = V_p \cdot P_{zi} \cdot f_{bi} \cdot W_n \cdot \Delta z; \quad (5.66)$$

$$\Delta N_{si} = V_p \cdot P_{zi} \cdot f_{si} \cdot (W_n + 2 \cdot h_g) \cdot \Delta z. \quad (5.67)$$

5.3 Моделирование тепловых процессов в зоне питания

Перемещении пробки вдоль канала сопровождается возникновением, как было показано в предыдущем разделе, силы трения, за счет которых происходит диссипативный разогрев полимерного материала. При этом выделенное тепло будет пропорционально затратам мощности, которая определяется из выражений (5.66) и (5.67).

В связи с тем, что давление изменяется экспоненциально вдоль винтового канала червяка, то можно ожидать и соответствующее изменение температуры. Такая связь обуславливает существование своеобразного защитного механизма, который предупреждает чрезмерное превышение давления, так как справедливость уравнений (5.63) и (5.62) будет выполняться до тех пор, пока поверхностные слои пробки не нагреются до температуры плавления. В момент времени, когда на поверхности пробки образуется слой расплава, зона питания заканчивается и начинается переходная зона, где рост давления резко замедляется или даже полностью прекращается.

Можно воспользоваться одномерным нестационарным уравнением теплопроводности для распределения температурного поля в твердой пробке

$$\frac{\partial T_z}{\partial t} = a_s \cdot \frac{\partial^2 T_z}{\partial y^2}, \quad (5.68)$$

где T_z – температура, которая развивается в пробке полимера; a_s – коэффициент температуропроводности для твердого полимера $a_s = \frac{\lambda_s}{C_{ps} \cdot \rho_s}$.

Необходимо в общем случае учитывать температурные зависимости для теплофизических параметров перерабатываемого материала при моделировании тепловых процессов в зоне питания. Кроме того, для плотности ρ необходимо учитывать двойную зависимость от температуры и давления, используя, например, уравнение (5.44).

Если выполнить замену $t = z/V_p$, то уравнение (5.68) можно представить так

$$\frac{V_p}{a_s} \cdot \frac{\partial T_z}{\partial z} = \frac{\partial^2 T_z}{\partial y^2}. \quad (5.69)$$

Примем схему, изображенную на рис. 5.17 для решения уравнения (5.69). При этом вследствие трения твердой пробки по поверхности винтового канала, следует принять граничные условия второго рода, которые можно записать так

$$-\lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = q_b \quad \text{при} \quad y = \frac{h_g}{2}; \quad \lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = q_s \quad \text{при} \quad y = -\frac{h_g}{2}; \quad (5.70)$$

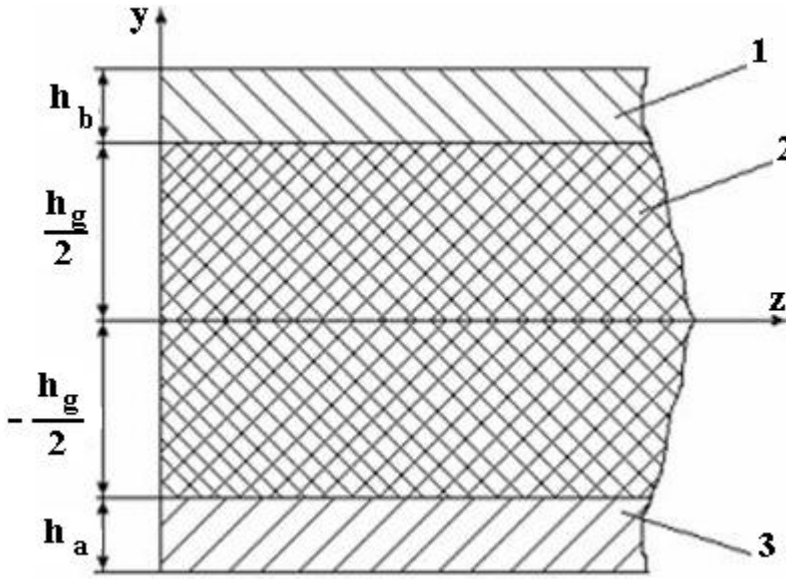


Рисунок 5.17 – Расчетная схема для определения температуры: 1 – корпус; 2 – твердая полимерная пробка; 3 – сердечник червяка

Тепловые потоки на границах в общем случае состоят из двух частей: первая – за счет диссипативного выделения идет в пробку; вторая – за счет теплопроводности материала корпуса и червяка, а также вследствие возможного охлаждения их, отводится от пробки. Таким образом, удельные тепловые потоки на границах будут иметь вид

$$q_b = V_p \cdot f_b \cdot P_z - \frac{\lambda_b}{h_b} \cdot \left[T_z \left(\frac{h_g}{2}, z \right) - T_b(h_b, z) \right]; \quad (5.71)$$

$$q_s = V_p \cdot f_s \cdot P_z - \frac{\lambda_a}{h_a} \cdot \left[T_z \left(-\frac{h_g}{2}, z \right) - T_a(h_a, z) \right], \quad (5.72)$$

где λ_b , λ_a – коэффициенты теплопроводности соответственно корпуса и червяка; h_b , h_a – толщины стенок соответственно корпуса и сердечника червяка; $T_b(h_b, z)$ – значение температуры на внешней поверхности корпуса; $T_a(h_a, z)$ – значение температуры на внутренней поверхности червяка, то есть на поверхности отверстия для охлаждения червяка.

Решение уравнения (5.69) будем искать операционным методом, по аналогии с методикой, которая приведена в третьем и четвертом разделах. Тогда операторные аналоги уравнений (5.69) и (5.70) будут иметь вид

$$\frac{d^2 T_z^L}{dy^2} - s \cdot \frac{V_p}{a_s} \cdot T_z^L = -\frac{V_p}{a_s} \cdot T_n; \quad (5.73)$$

$$-\lambda_s \cdot \frac{dT_z^L}{dy} = \frac{q_b}{s} \quad \text{при} \quad y = \frac{h_g}{2}; \quad \lambda_s \cdot \frac{dT_z^L}{dy} = \frac{q_s}{s} \quad \text{при} \quad y = -\frac{h_g}{2}; \quad (5.74)$$

где T_z^L – изображение температуры T_z .

Решение уравнения (5.73) имеет вид

$$T_z^L = \frac{T_n}{s} + C_1 \cdot sh(\alpha_v \cdot \sqrt{s} \cdot y) + C_2 \cdot ch(\alpha_v \cdot \sqrt{s} \cdot y), \quad (5.75)$$

где $\alpha_v = \sqrt{\frac{V_p}{a_s}}$.

Подстановка выражений (5.74) в уравнение (5.75) приводит к такой зависимости

$$T_z^L = \frac{T_n}{s} + \frac{q_s - q_b}{2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v \cdot s} \cdot \frac{sh(\alpha_v \cdot \sqrt{s} \cdot y)}{\sqrt{s} \cdot ch\left(\alpha_v \cdot \sqrt{s} \cdot \frac{h_g}{2}\right)} - \frac{q_s + q_b}{2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v \cdot s} \cdot \frac{ch(\alpha_v \cdot \sqrt{s} \cdot y)}{\sqrt{s} \cdot sh\left(\alpha_v \cdot \sqrt{s} \cdot \frac{h_g}{2}\right)}. \quad (5.76)$$

Используем преобразования, которые аналогичны выражениям (3.176) – (3.182) для перехода от изображения температуры T_z^L к оригиналу T_z , то есть представим гиперболические функции через показательные. Тогда уравнение (5.76) может быть записано таким образом

$$T_z^L = \frac{T_n}{s} + \frac{q_s - q_b}{2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v \cdot s} \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \exp(-C1_k \cdot \sqrt{s}) - \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \exp(-C2_k \cdot \sqrt{s}) \right\} -$$

$$- \frac{q_s + q_b}{2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v \cdot s} \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-C1_k \cdot \sqrt{s}) - \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-C2_k \cdot \sqrt{s}) \right\}, \quad (5.77)$$

где $C1_k = \alpha_v \cdot \left[-y + \frac{h_g}{2} \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$; $C2_k = \alpha_v \cdot \left[y + \frac{h_g}{2} \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$.

Для определения оригиналов второго и третьего слагаемых в правой части уравнения (5.77) следует воспользоваться формулой перехода (4.102) и теоремой об интегрировании оригинала [118]. В результате получаем такое выражение для оригинала распределения температурного поля в твердой пробке полимера в зоне питания

$$T_z(y, z) = T_n + \frac{(q_s - q_b)}{2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(C1_k)^2}{4 \cdot z}\right] - \right. \right.$$

$$\left. - C1_k \cdot erfc\left(\frac{C1_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right\} - \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(C2_k)^2}{4 \cdot z}\right] - C2_k \cdot erfc\left(\frac{C2_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right\} \right] -$$

$$- \frac{(q_s + q_b)}{2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(C1_k)^2}{4 \cdot z}\right] - C1_k \cdot erfc\left(\frac{C1_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right\} + \right.$$

$$+ \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{(C2_k)^2}{4 \cdot z} \right] - C2_k \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{C2_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) \right\}. \quad (5.78)$$

Если объединить комплексы при тепловых потоках q_b и q_s , то последнее уравнение можно привести к виду

$$T_z(y, z) = T_n + \frac{q_s}{\lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot TM_z(y, z) + \frac{q_b}{\lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot TP_z(y, z), \quad (5.79)$$

где $TM_z(y, z) = \sum_{k=1,3,5}^{\infty} \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{(C1_k)^2}{4 \cdot z} \right] - C1_k \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{C1_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) \right\} +$

$$+ \sum_{k=0,2,4}^{\infty} \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{(C2_k)^2}{4 \cdot z} \right] - C2_k \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{C2_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) \right\}; \quad (5.80)$$

$$TP_z(y, z) = \sum_{k=0,2,4}^{\infty} \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{(C1_k)^2}{4 \cdot z} \right] - C1_k \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{C1_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) \right\} +$$

$$+ \sum_{k=1,3,5}^{\infty} \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{(C2_k)^2}{4 \cdot z} \right] - C2_k \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{C2_k}{2 \cdot \sqrt{z}} \right) \right\}. \quad (5.81)$$

При расчетах по уравнению (5.79) следует учитывать зависимость тепловых потоков q_s и q_b от температуры в соответствии с формулами (5.71) и (5.72), а также зависимость теплофизических параметров λ_s , C_{ps} и ρ_s от температуры и давления. Кроме того, необходимо предварительно определить значения температур на границах, а именно, $T_z(h_g/2, z)$ и $T_z(-h_g/2, z)$. Для этого надо записать такую систему

$$T_z(h_g/2, z) = T_n + \frac{q_s}{\lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot TM_z(h_g/2, z) + \frac{q_b}{\lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot TP_z(h_g/2, z);$$

$$T_z(-h_g/2, z) = T_n + \frac{q_s}{\lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot TM_z(-h_g/2, z) + \frac{q_b}{\lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot TP_z(-h_g/2, z).$$

С учетом уравнений (5.71) и (5.72), после их преобразования относительно неизвестных последние две формулы можно представить в виде

$$T_z(-h_g/2, z) \cdot [a1 \cdot TM_z(-h_g/2, z) - 1] - T_z(h_g/2, z) \cdot a2 \cdot TP_z(-h_g/2, z) = -V_0; \quad (5.82)$$

$$T_z(-h_g/2, z) \cdot a1 \cdot TM_z(h_g/2, z) - T_z(h_g/2, z) \cdot [a2 \cdot TP_z(h_g/2, z) + 1] = -V_1, \quad (5.83)$$

где $a1 = \frac{\lambda_a}{h_a \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v}$; $a2 = \frac{\lambda_b}{h_b \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v}$;

$$V_0 = T_n + [a1 \cdot T_a(h_a, z) + F_s(z)] \cdot TM_z(-h_g/2, z) + [a2 \cdot T_b(h_b, z) + F_b(z)] \cdot TP_z(-h_g/2, z);$$

$$V_1 = T_n + [a1 \cdot T_a(h_a, z) + F_s(z)] \cdot TM_z(h_g/2, z) + [a2 \cdot T_b(h_b, z) + F_b(z)] \cdot TP_z(h_g/2, z);$$

$$F_s(z) = \frac{V_p \cdot f_s(z) \cdot P_z(z)}{\lambda_s \cdot \alpha_v}; \quad F_b(z) = \frac{V_p \cdot f_b(z) \cdot P_z(z)}{\lambda_s \cdot \alpha_v}.$$

Таким образом, уравнения (5.82) и (5.83) образуют систему с двух линейных уравнений, с двумя неизвестными $T_z(h_g/2, z)$ и $T_z(-h_g/2, z)$, которую надо решать на каждом шаге вдоль оси z .

Решение приведенной задачи представлено в приложении В.1, а именно, в блоке САПР-11.

Для более точного определения температурного поля в объеме твердой полимерной пробки необходимо на внешних границах системы использовать условия конвективного теплообмена, которые вызваны движением охлаждающей среды. Тогда для любого из слоев трехслойной системы, представленной на рис. 5.17, можно записать такие уравнения нестационарной теплопроводности

$$\rho_b \cdot C_{pb} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_b \cdot \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}; \quad (5.84)$$

$$\rho_s \cdot C_{ps} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_s \cdot \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2}; \quad (5.85)$$

$$\rho_a \cdot C_{pa} \cdot \frac{\partial T_3}{\partial t} = \lambda_a \cdot \frac{\partial^2 T_3}{\partial y^2}, \quad (5.86)$$

где ρ_b, ρ_a – плотность материала, соответственно, корпуса и червяка; C_{pb}, C_{pa} – теплоемкости в той же последовательности.

Рассмотрим сначала решение уравнения (5.84), для которого будут справедливы такие граничные и начальное условия

$$T_1 = T_{kv} \text{ при } y = \frac{h_g}{2}; \quad \lambda_b \cdot \frac{\partial T_1}{\partial y} = \alpha_{ck} \cdot (T_{ck} - T_{kn}) \text{ при } y = \frac{h_g}{2} + h_b; \quad (5.87)$$

$$T_1 = T_{1n} \text{ при } t = 0, \quad (5.88)$$

где T_{kv} – температура поверхности корпуса на нижней границе; T_{1n} – начальная температура корпуса; T_{kn} – температура корпуса на верхней границе; T_{ck} – температура охлаждающей среды; α_{ck} – коэффициент теплоотдачи между охлаждающей средой и верхней поверхностью корпуса, который определяется из выражения [216]

$$\lambda_{ck} = \frac{Nu \cdot \lambda_w}{d_e},$$

где λ_w – коэффициент теплопроводности охлаждающей среды; d_e – эквивалентный диаметр охлаждающего канала, который зависит от его конфигурации; Nu – критерий Нуссельта.

Для конфигурации охлаждающей системы зоны питания червячных машин и соответствующего скоростного режима можно записать такое выражение для критерия Нуссельта

$$Nu = 0,021 \cdot \varepsilon_1 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_{ct}} \right)^{0,25},$$

где Re – критерий Рейнольдса; Pr , Pr_{cm} – критерии Прандтля соответственно при средней температуре охлаждающего агента и стенки, которая контактирует с охлаждающим потоком; ε_1 – поправочный коэффициент, который учитывает влияние на коэффициент теплоотдачи отношения длины канала l к его эквивалентному диаметру.

Критерии Рейнольдса и Прандтля находятся с выражений

$$Re = \frac{V_w \cdot d_e \cdot \rho_w}{\eta_w},$$

$$Pr = \frac{C_{pw} \cdot \eta_w}{\lambda_w},$$

где V_w – скорость охлаждающей среды; ρ_w , C_{pw} , λ_w – соответственно плотность, коэффициенты теплоемкости и теплопроводности охлаждающей среды; η_w – коэффициент вязкости охлаждающей среды.

Если снова же таки для решения уравнения (5.84) с учетом условий (5.87) и (5.88) использовать интегральное преобразование Лапласа, то получим такое выражение для изображения температуры T_1^L в корпусе

$$T_1^L = \frac{T_{1n}}{s} + \frac{T_{kv} - T_{1n}}{s} \cdot \frac{ch\left[\sqrt{\frac{s}{a_b}} \cdot (h_{bk} - y)\right]}{ch\left(\sqrt{\frac{s}{a_b}} \cdot h_b\right)} + \frac{\alpha_{ck}}{\lambda_b \cdot s} \cdot \frac{\sqrt{a_b}}{\sqrt{s}} \cdot (T_{ck} - T_{kn}) \times$$

$$\times \frac{sh\left[\sqrt{\frac{s}{a_b}} \cdot \left(y - \frac{h_g}{2}\right)\right]}{ch\left(\sqrt{\frac{s}{a_b}} \cdot h_b\right)}, \quad (5.89)$$

где $h_{bk} = h_g/2 + h_b$.

Заменяя гиперболические функции в третьем слагаемом правой части последнего уравнения на показательные функции в соответствии с выражениями (3.176) – (3.182), уравнение (5.89) можно переписать в виде

$$T_1^L = \frac{T_{1n}}{s} + \frac{T_{kv} - T_{1n}}{s} \cdot \frac{ch\left[\sqrt{\frac{s}{a_b}} \cdot (h_{bk} - y)\right]}{ch\left(\sqrt{\frac{s}{a_b}} \cdot h_b\right)} + \frac{\alpha_{ck} \cdot \sqrt{a_b}}{\lambda_b \cdot s} \cdot (T_{ck} - T_{kn}) \times$$

$$\times \left[\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \exp(-E1_k \cdot \sqrt{s}) - \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \exp(-E2_k \cdot \sqrt{s}) \right], \quad (5.90)$$

$$\text{где } E1_k = \sqrt{\frac{1}{a_b}} \cdot \left[-\left(y - \frac{h_g}{2}\right) + h_b \cdot (2 \cdot k + 1) \right]; \quad E2_k = \sqrt{\frac{1}{a_b}} \cdot \left[\left(y - \frac{h_g}{2}\right) + h_b \cdot (2 \cdot k + 1) \right].$$

Для определения оригинала второго слагаемого в правой части уравнения (5.90) следует воспользоваться второй теоремой разложения в виде (3.184), а третьего слагаемого – выражением (4.102) и теоремой об интегрировании оригинала.

Окончательно для распределения температурного поля в оригинале для корпуса можно записать такое уравнение

$$T_1(t, y) = T_{kv} + \frac{4}{\pi} \cdot (T_{kv} - T_{1n}) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot (h_{bk} - y)}{2 \cdot h_b} \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\pi^2 \cdot a_b}{4 \cdot h_b^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot t\right] + \frac{\alpha_{ck} \cdot \sqrt{a_b}}{\lambda_b} \cdot (T_{ck} - T_{kn}) \cdot \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \times \right.$$

$$\times \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{E1_k^2}{4 \cdot t}\right) - E1_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{E1_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right] -$$

$$-\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \cdot \left[2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{E2_k^2}{4 \cdot t}\right) - E2_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{E2_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right] \}. \quad (5.91)$$

Последнее уравнение можно привести к такому упрощенному виду если рассматривать процесс теплообмена в корпусе в стационарном приближении

$$T_1(y) = T_{kv} + \frac{\alpha_{ck}}{\lambda_b} \cdot (T_{ck} - T_{kn}) \cdot \left(y - \frac{h_g}{2} \right). \quad (5.92)$$

В уравнении (5.92) температура T_{kn} является неизвестной величиной. Для ее определения следует записать уравнение (5.92) при $y = h_{bk}$ и решить относительно T_{kn} . Тогда получим

$$T_{kn} = (T_{kv} + h_b \cdot T_{ck} \cdot \alpha_{ck} / \lambda_b) / (1 + h_b \cdot \alpha_{ck} / \lambda_b). \quad (5.93)$$

Учитывая последнее выражение, уравнение (5.92) переписывается таким образом

$$T_1(y) = T_{kv} \cdot \left[1 - \frac{\frac{\alpha_{ck}}{\lambda_b} \cdot \left(y - \frac{h_g}{2} \right)}{1 + \frac{\alpha_{ck}}{\lambda_b} \cdot h_b} \right] + T_{ck} \cdot \left[1 - \frac{\frac{\alpha_{ck}}{\lambda_b} \cdot h_b}{1 + \frac{\alpha_{ck}}{\lambda_b} \cdot h_b} \right] \cdot \frac{\alpha_{ck}}{\lambda_b} \cdot \left(y - \frac{h_g}{2} \right). \quad (5.94)$$

По аналогии с тем, как были получены уравнения для верхнего слоя, то есть для корпуса, можно получить и соответствующие выражения для нижнего слоя, то есть сердечника червяка. При этом граничные и начальные условия запишутся так

$$T_3 = T_{sn} \text{ при } y = -\frac{h_g}{2}; \quad -\lambda_a \cdot \frac{\partial T_3}{\partial y} = \alpha_{cs} \cdot (T_{cs} - T_{sv}) \text{ при } y = -\left(\frac{h_g}{2} + h_a \right), \quad (5.95)$$

$$T_3 = T_{3n} \text{ при } t = 0, \quad (5.96)$$

где T_{sn} – температура сердечника на верхней границе; T_{3n} – начальная температура сердечника червяка; T_{sv} – температура сердечника на нижней границе, то есть на поверхности охлаждающего отверстия; T_{cs} – температура охлаждающей среды; α_{cs} – коэффициент теплоотдачи между охлаждающей средой и поверхностью охлаждающего отверстия, который определяется по аналогии с α_{ck} .

Аналог выражения (5.94) для сердечника червяка может быть записан так

$$T_3(y) = T_{sn} \cdot \left[1 + \frac{\frac{\alpha_{cs} \cdot \left(y + \frac{h_g}{2} \right)}{\lambda_a}}{1 + \frac{\alpha_{cs} \cdot h_a}{\lambda_a}} \right] - T_{cs} \cdot \left[1 - \frac{\frac{\alpha_{cs} \cdot h_a}{\lambda_a}}{1 + \frac{\alpha_{cs} \cdot h_a}{\lambda_a}} \right] \cdot \frac{\alpha_{cs}}{\lambda_a} \cdot \left(y + \frac{h_g}{2} \right). \quad (5.97)$$

Если рассматривать совместно систему трех слоев, то температуры T_{kv} из уравнения (5.94) и T_{sn} из уравнения (5.97) четко не определены. Для их конкретизации следует решить тепловую задачу для среднего слоя, то есть для твердой пробки полимерного материала. При этом уравнение (5.85) можно решить по аналогии с тем, как было получено выражение (5.79) с учетом граничных условий (5.70). Но для тепловых потоков вместо выражений (5.71) и (5.72) следует брать такие уравнения

$$q_b = V_p \cdot f_b \cdot P_z - \lambda_b \cdot \frac{\partial T_1}{\partial y}; \quad (5.98)$$

$$q_s = V_p \cdot f_s \cdot P_z - \lambda_a \cdot \frac{\partial T_3}{\partial y}. \quad (5.99)$$

Необходимо воспользоваться уравнениями (5.94) и (5.97) для определения градиентов температур.

Решение тепловой задачи в изображениях для полимерного материала приводим к такому уравнению

$$T_2^L = \frac{T_{2n}}{s} - \frac{q_s}{\lambda_s \cdot s} \cdot \frac{\sqrt{a_s}}{\sqrt{V_p}} \frac{ch \left[\sqrt{\frac{V_p}{a_s}} \cdot s \cdot \left(y - \frac{h_g}{2} \right) \right]}{\sqrt{s} \cdot sh \left(\sqrt{\frac{V_p}{a_s}} \cdot s \cdot h_g \right)} - \frac{q_b}{\lambda_s \cdot s} \cdot \frac{\sqrt{a_s}}{\sqrt{V_p}} \frac{ch \left[\sqrt{\frac{V_p}{a_s}} \cdot s \cdot \left(y + \frac{h_g}{2} \right) \right]}{\sqrt{s} \cdot sh \left(\sqrt{\frac{V_p}{a_s}} \cdot s \cdot h_g \right)}, \quad (5.100)$$

которое адекватно выражению

$$T_2^L = \frac{T_{2n}}{s} - \frac{q_s}{\lambda_s \cdot s} \cdot \frac{\sqrt{a_s}}{\sqrt{V_p}} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-D1_k \cdot \sqrt{s}) + \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-D2_k \cdot \sqrt{s}) \right] - \\ - \frac{q_b}{\lambda_s \cdot s} \cdot \frac{\sqrt{a_s}}{\sqrt{V_p}} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-D3_k \cdot \sqrt{s}) + \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-D4_k \cdot \sqrt{s}) \right], \quad (5.101)$$

где T_{2n} – начальная температура полимерного материала;

$$D1_k = \sqrt{\frac{V_p}{a_s}} \cdot \left[-\left(y - \frac{h_g}{2} \right) + h_g \cdot (2 \cdot k + 1) \right];$$

$$D2_k = \sqrt{\frac{V_p}{a_s}} \cdot \left[\left(y - \frac{h_g}{2} \right) + h_g \cdot (2 \cdot k + 1) \right];$$

$$D3_k = \sqrt{\frac{V_p}{a_s}} \cdot \left[-\left(y + \frac{h_g}{2} \right) + h_g \cdot (2 \cdot k + 1) \right];$$

$$D4_k = \sqrt{\frac{V_p}{a_s}} \cdot \left[\left(y + \frac{h_g}{2} \right) + h_g \cdot (2 \cdot k + 1) \right].$$

По своей форме уравнение (5.101) мало чем отличается от выражения (5.77). Из этого следует, что и переход от изображения к оригиналу следует выполнять по аналогичной методике. Окончательно можно записать такое выражение для распределения температурного поля в твердой пробке полимерного материала

$$\begin{aligned} T_2(y, z) = & T_{2n} - \frac{1}{\lambda_s} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_p}} \cdot (V_p \cdot f_s \cdot P_z - T_{sn} \cdot k_{1s} + T_{cs} \cdot k_{2s}) \cdot EX_1(z, y) - \\ & - \frac{1}{\lambda_s} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_p}} \cdot (V_p \cdot f_b \cdot P_z - T_{kv} \cdot k_{1b} + T_{ck} \cdot k_{2b}) \cdot EX_2(z, y), \end{aligned} \quad (5.102)$$

$$\text{где } EX_1(y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{D1_k^2}{4 \cdot z}\right) - D1_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{D1_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] +$$

$$+ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{D2_k^2}{4 \cdot z}\right) - D2_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{D2_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right];$$

$$EX_2(y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{D3_k^2}{4 \cdot z}\right) - D3_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{D3_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right] +$$

$$+ \sum_{k=0}^{\infty} \left[2 \cdot \sqrt{\frac{z}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{D4_k^2}{4 \cdot z}\right) - D4_k \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{D4_k}{2 \cdot \sqrt{z}}\right) \right];$$

$$k_{1b} = \frac{\alpha_{ck} \cdot \lambda_b}{\lambda_b + \alpha_{ck} \cdot h_b}; \quad k_{2b} = \left(1 - \frac{\alpha_{ck} \cdot h_b}{\lambda_b + \alpha_{ck} \cdot h_b}\right) \cdot \alpha_{ck};$$

$$k_{1s} = \frac{\alpha_{cs} \cdot \lambda_a}{\lambda_a + \alpha_{cs} \cdot h_a}; \quad k_{2s} = \left(1 - \frac{\alpha_{cs} \cdot h_a}{\lambda_a + \alpha_{cs} \cdot h_a}\right) \cdot \alpha_{cs}.$$

По аналогии с тем, как была представлена система уравнений (5.82) и (5.83), запишем такое выражение в матричной форме

$$\begin{bmatrix} T_2(-h_g/2, z) \\ T_2(h_g/2, z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{0,0} & M_{0,1} \\ M_{1,0} & M_{1,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V2_0 \\ V2_1 \end{bmatrix}, \quad (5.103)$$

$$\text{где } M_{0,0} = a1_s \cdot EX_1(-h_g/2, z) - 1; \quad M_{0,1} = -a1_b \cdot EX_2(-h_g/2, z);$$

$$M_{1,0} = a1_s \cdot EX_1(h_g/2, z); \quad M_{1,1} = -a1_b \cdot EX_2(h_g/2, z) - 1;$$

$$V2_0 = -T_{2n} + (b_{cs} \cdot T_{cs} + F_s) \cdot EX_1(-h_g/2, z) + (-b_{ck} \cdot T_{ck} + F_b) \cdot EX_2(-h_g/2, z);$$

$$V2_1 = -T_{2n} + (b_{cs} \cdot T_{cs} + F_s) \cdot EX_1(h_g/2, z) + (-b_{ck} \cdot T_{ck} + F_b) \cdot EX_2(h_g/2, z);$$

$$F_s = \frac{V_p \cdot f_s \cdot P_z}{\lambda_s} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_p}};$$

$$F_b = \frac{V_p \cdot f_b \cdot P_z}{\lambda_s} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_p}};$$

$$a1_s = \frac{\lambda_a \cdot \alpha_{cs}}{\lambda_s \cdot (\lambda_a + \alpha_{cs} \cdot h_a)} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_p}};$$

$$a1_b = \frac{\lambda_b \cdot \alpha_{ck}}{\lambda_s \cdot (\lambda_b + \alpha_{ck} \cdot h_b)} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_p}};$$

$$b_{cs} = \left(1 - \frac{\alpha_{cs} \cdot h_a}{\lambda_a + \alpha_{cs} \cdot h_a}\right) \cdot \frac{\alpha_{cs}}{\lambda_s} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_p}}; \quad b_{ck} = \left(1 - \frac{\alpha_{ck} \cdot h_b}{\lambda_b + \alpha_{ck} \cdot h_b}\right) \cdot \frac{\alpha_{ck}}{\lambda_s} \cdot \sqrt{\frac{a_s}{V_p}}.$$

Значение температур $T_2(h_g/2, z)$ и $T_2(-h_g/2, z)$ в выражении (5.103) соответствует температурам T_{kv} и T_{sn} в выражении (5.102).

Решение температурной задачи, которая определяется уравнениями (5.102) и (5.103) с учетом выражения для распределения давления по уравнению (5.63), приведено в приложении В.2, а именно, в блоке САПР-12.

На рис. 5.18 изображен объемный график распределения температурного поля для полиэтилена низкой плотности при таких параметрах: диаметр червяка – $D = 90$ мм; частота вращения червяка – $N_0 = 2 \text{ с}^{-1}$; массовая производительность по зоне дозирования – $G = 180 \text{ кг/ч}$; глубина винтовой нарезки – $h_g = 10$ мм; толщина корпуса – $h_b = 18$ мм; толщина сердечника червяка – $h_a = 20$ мм; начальное давление в зоне питания – $P_1 = 2,262 \cdot \text{кПа}$. Кроме того, принималось, что червяк и корпус изготовлены из одинаковой стали ($\lambda_a = \lambda_b = 46,5 \text{ Вт/(м·К)}$). Коэффициенты

теплоотдачи на внешней поверхности корпуса и внутренней поверхности сердечника червяка принимались также одинаковыми ($\alpha_{ck} = \alpha_{cs} = 3,549 \cdot \text{кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$). Температура охлаждающей воды для червяка и корпуса принималась: $T_{cs} = 303 \text{ К}$ и $T_{ck} = 363 \text{ К}$.

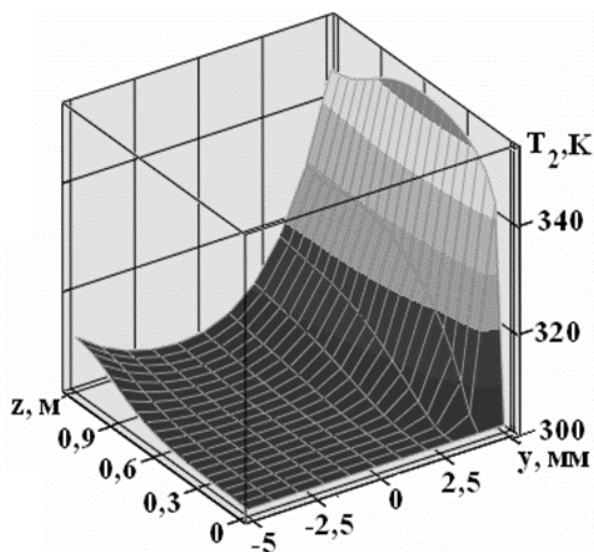
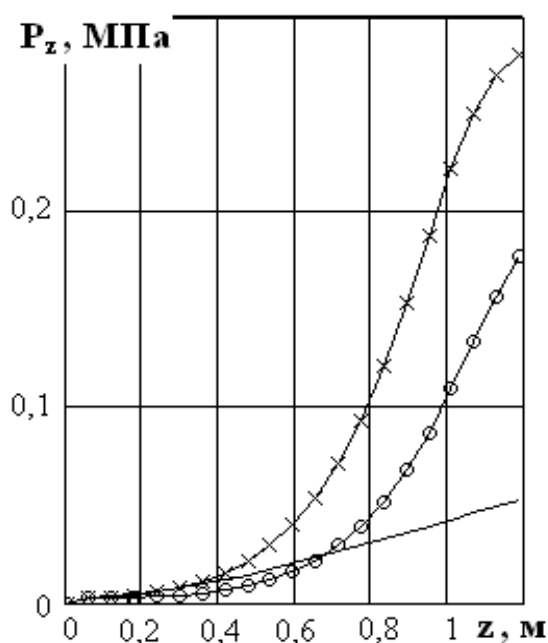


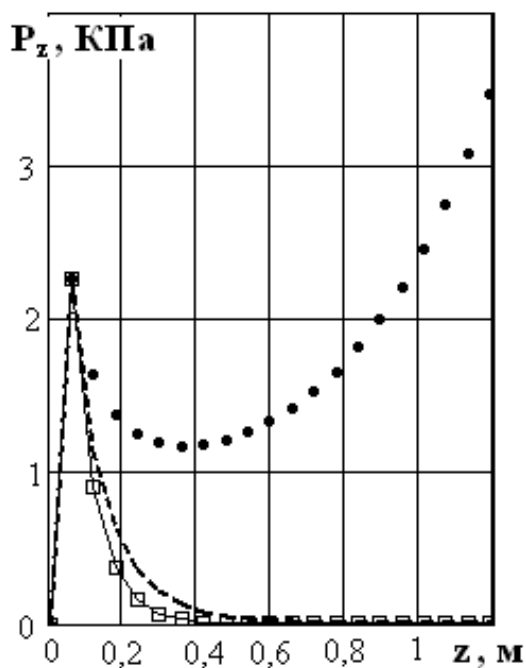
Рисунок 5.18 – График распределения температурного поля в полимерном материале в зоне питания

На рис. 5.19 представлены графики распределения давления вдоль винтового канала в зоне питания при тех же параметрах, что и для рис. 5.18. Однако в данном случае исследовалось влияние температуры охлаждающей воды для корпуса. Был взят такой ряд температур $T_{ck} = (370, 363, 353, 344, 333, 323) \text{ К}$.

Как видно из приведенных графиков, значительное влияние на характер и величину давления, которое возникает в зоне питания, оказывает температурный режим. При этом максимальное давление возникает при $T_{ck} = 363 \cdot \text{К}$.



а



б

а — — — — — $T_{ck} = 370 \cdot \text{К}$; —×— — — — — $T_{ck} = 363 \cdot \text{К}$; —○— — — — — $T_{ck} = 353 \cdot \text{К}$;

б — ••• — — — — — $T_{ck} = 344 \cdot \text{К}$; — — — — — $T_{ck} = 333 \cdot \text{К}$; —□— — — — — $T_{ck} = 323 \cdot \text{К}$

Рисунок 5.19 – Графики распределения давления вдоль винтового канала в зоне питания

6 КОНСТРУКТИВНОЕ ОФОРМЛЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ДВУХ- И МНОГОЧЕРВЯЧНЫХ ПРЕССОВ

6.1 Предпосылки для использования двух- и многочервячных прессов

В предыдущих разделах были рассмотрены проблемы переработки полимерных и эластомерных материалов на одночервячных прессах. Следует отметить, что данные агрегаты удовлетворяют нормальному функционированию для большинства разновидностей перерабатываемых материалов, которые загружаются в виде гранул.

Для создания необходимых режимов работы одночервячных машин, как было показано в пятой главе, необходимо обеспечить в зоне питания определенное давление, которое проталкивает материал вдоль винтового канала. Это давление, в случае материального цилиндра с гладкой поверхностью, создается главным образом за счет определенного отношения коэффициентов трения между перерабатываемым материалом и с одной стороны поверхностью материального цилиндра, а с другой стороны поверхностью червяка.

Если полимерный материал имеет форму порошка, в особенности мелко дисперсного, например, поливинилхлорид и его композиции, то, даже при наличии пазов на внутренней поверхности материального цилиндра, переработка такого материала на одночервячных машинах очень затруднена. Также при наличии одного червяка нельзя создать нормальных режимов функционирования при питании жидкой средой, например, расплавом или пастой, так как материал налипает на червяк и вращается вместе с ним без его транспортирования вдоль винтового канала.

К недостаткам одночервячных экструдеров также следует отнести не достаточно высокое смесительное воздействие на единицу энергозатрат и металлоемкости, что связано с низкими показателями градиентов скоростей сдвига, развивающихся в винтовом канале.

Как видно из формул (3.107), (3.243) и (3.322) объемная производительность одночервячных экструдеров обратно пропорциональна градиенту давления, которое возникает в рабочем объеме агрегата и зависит в первую очередь от сопротивления экструзионной головки. Таким образом, проведение процессов экструзии, которые требуют больших давлений, нельзя проводить на одночервячных машинах без уменьшения объемной производительности.

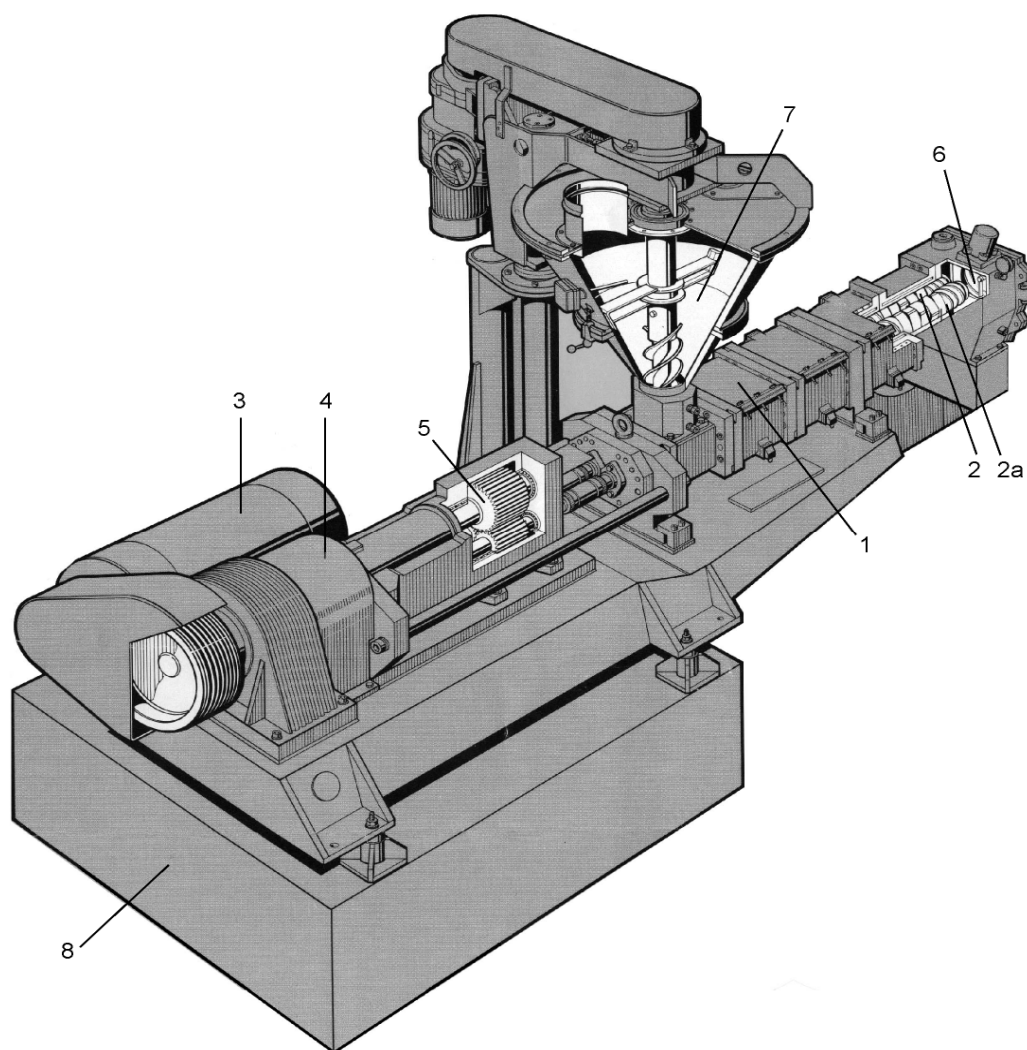
При переработке не термостабильных материалов, для которых температуры переработки и деструкции отличаются на несколько градусов, время пребывания их в рабочем объеме должно быть не очень продолжительным, иначе могут происходить процессы термодеструкции. Для таких материалов, как, например, твердый ПВХ и пластифицированный фенилон опять же так более привлекательными являются многочервячные экструдеры.

Кроме того, двух- и многочервячные экструдеры имеют преимущество перед одночервячными в случае их функционирования с зонной дегазации, вследствие эффекта самоочищения сопрягаемой парой червяков.

Таким образом, двух- и многочервячные экструдеры имеют целый ряд бесспорных преимуществ перед одночервячными. Но полная замена последних экструдеров сдерживается рядом технико-экономических факторов, а именно, сложностью конструкции, большей стоимостью на единицу получаемого продукта, не достаточно высокими энергосиловыми характеристиками.

6.2 Основные схемы конструктивного оформления для экструдеров с двумя и большим количеством червяков

Типичная конструкция двухчервячного экструдера типа ZSK, разработанная фирмой Werner & Pfleiderer, представлена на рис. 6.1. Составные элементы двухчервячного экструдера имеют такой же набор, как и для одночервячного экструдера. Однако некоторые узлы имеют принципиальное различие. Во-первых, это наличие двух червяков 2 и 2а, которые могут иметь разную конфигурацию и условия сопряжения между собою.



1 – корпус; 2, 2а – червяки; 3 – электродвигатель; 4 – редуктор; 5 – раздаточная коробка; 6 – экструзионная головка; 7 – загрузочный бункер с дозирующим червяком; 8 – станина

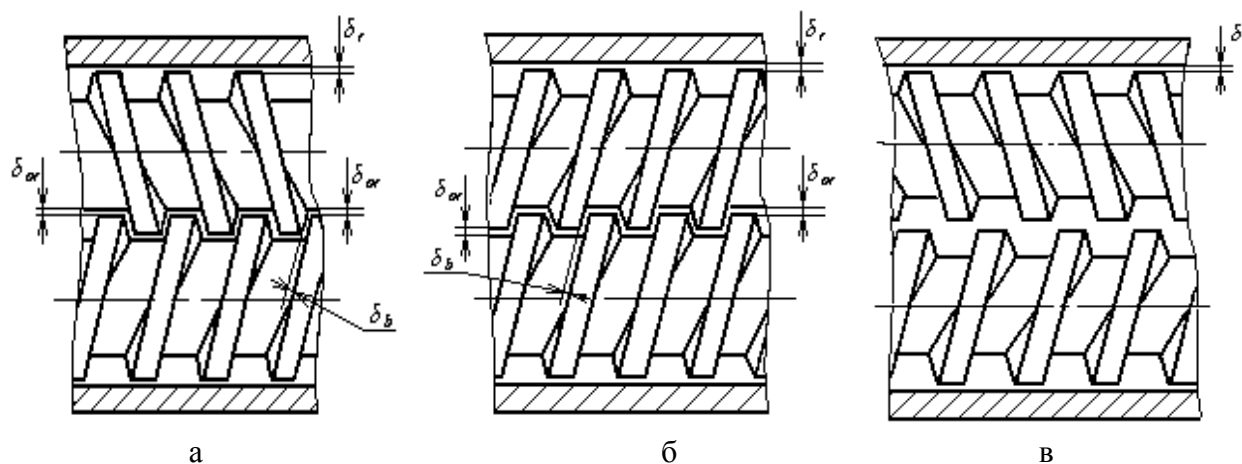
Рисунок 6.1 – Типичная конструкция двухчервячного экструдера

Во-вторых, как правило, корпус выполнен в секционном варианте, то есть корпус состоит из секций с отверстиями в виде восьмерки (бинокля). И, наконец, одной из основных отличительных особенностей для двухчервячных экструдеров является присутствие в конструкции раздвоителя, необходимого для равномерной передачи крутящего момента от электродвигателя через редуктор на пару червяков.

Необходимо заметить, что для поддержания соответствующего температурного режима в рабочей камере двухчервячного экструдера, он также имеет систему термостабилизации. Причем обогрев секций корпуса может осуществляться электрическими нагревателями (омическими или индукционными), жидкостным теплоносителем (в зависимости от температуры переработки материала может использоваться широкий ряд теплоносителей – от воды до высокотемпературных силиконовых масел), перегретой водой или паром.

Двухчервячные экструдеры классифицируются по ряду признаков, которые в основном касаются исполнения червяков.

Один из основных признаков – это направление вращения червяков: первый тип относится к червякам со встречным вращением (рис. 6.2,а), а второй с – односторонним (рис. 6.2,б). Причем оба выше упомянутых типа относятся к схемам с зацепляющимися червяками. К другой схеме относятся двухчервячные экструдеры с не зацепляющимися червяками (рис. 6.2,в)



а – со встречным вращением для зацепляющихся червяков; б – с односторонним вращением для зацепляющихся червяков; в – со встречным вращением для не зацепляющихся червяков

Рисунок 6.2 – Основные схемы двухчервячных экструдеров

Бесспорными преимуществами двухчервячных экструдеров с зацепляющимися червяками является хороший захват и принудительная подача вдоль рабочего канала перерабатываемого материала независимо от его свойств.

В данном случае в зоне питания уже не может возникнуть такое отрицательное явление, как режим “голодного питания”, что связано с самоочищением червяков.

Развитие двухчервячных экструдеров началось с разработок конструкций со встречным вращением червяков при постоянном шаге и профиле винтовой нарезки. Конструктивное исполнение с односторонним вращением для зацепляющихся червяков при переработке полимерных материалов впервые ввел Р. Коломбо.

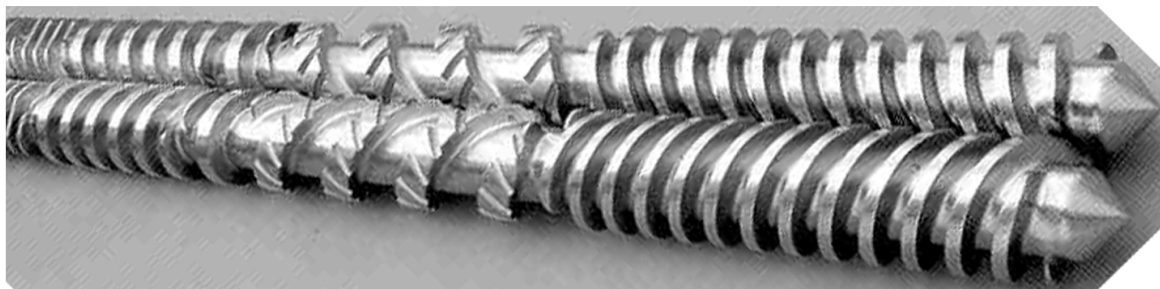
Двухчервячные экструдеры с вращением червяков в одну сторону при плотном зацеплении являются оптимальными с точки зрения самоочищения, при этом рабочий канал открытый в границах С-образных секциях в продольном направлении и закрытый в поперечном. При своем движении перерабатываемый материал описывает траектории в виде цифры восемь вокруг обоих червяков и одновременно перемещается вдоль винтовой линии, которая имеет в проекции на плоскость, перпендикулярной оси червяков, также форму восьмерки. На отрезках сопряжения червяков происходит сложение их окружных скоростей, в результате чего на полимерный материал действуют кратковременные экстремальные сдвиговые деформации, что приводит к возрастанию смесительного и пластикационного эффекта. Такие конструкции агрегатов имеют очень высокий коэффициент полезного действия транспортирования, который даже превышает коэффициент полезного действия для одночервячных прессов с наличием в зоне питания пазов на поверхности материального цилиндра.

Одним из важных признаков классификации двухчервячных экструдеров является способ выполнения червяков. В соответствии с этим признаком червяки могут быть выполнены как монолитными (рис. 6.3,а), так и секционными (рис. 6.3,б).

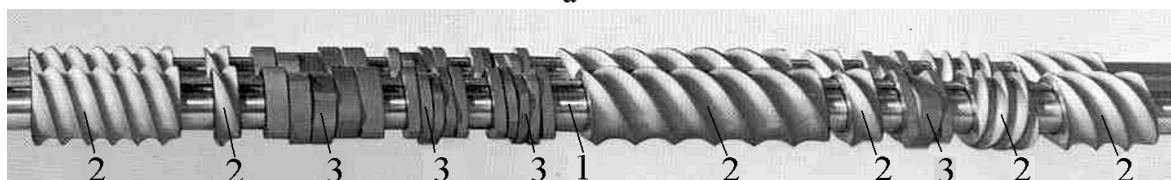
Монолитные червяки изготавливаются из одной заготовки и представляют собой одну деталь. Секционные червяки представляют собой узел, который состоит из нескольких деталей, выполненных, как правило, из разных заготовок. Причем несущей деталью является штанга, на которую насаживаются червячные и кулачковые секции. Для удержания секций от поворота на штанге, вследствие действия крутящего момента, возникающего при движении перерабатываемого материала, секции на штангу могут насаживаться на шпонках. Кроме того, сопряженные поверхности штанг и секций могут быть выполнены в виде многоугольников, например, шестиугольников.

Для повышения пластикационных и смесительных свойств двухчервячных экструдеров, а также улучшения регулирования степени заполнения рабочего объема перерабатываемым материалом, разные участки монолитного червяка (рис. 6.3,а) или червячные секции для секционного червяка (рис. 6.3,б) выполняют с переменным шагом и разной глубиной винтовой нарезки. Кроме того, для интенсификации процессов перемешивания вводят разного типа смесительные элементы.

Следующей отличительной особенностью для червяков двухчервячного пресса является конфигурация профиля винтового канала и количество заходов червячной нарезки. Для червяков, изображенных на рис. 6.2, характерный прямоугольный профиль для винтового канала, который представлен на рис. 6.4.



а

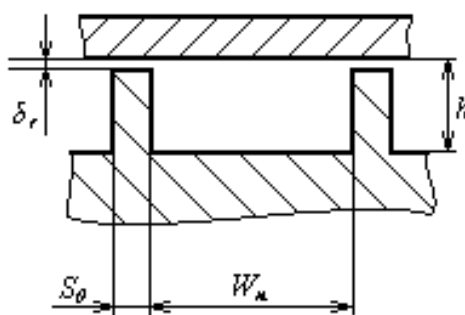


б

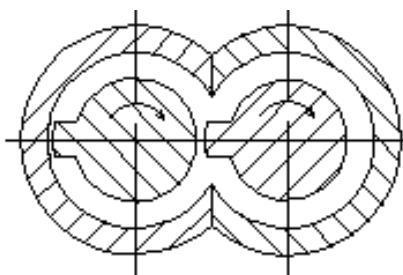
а – монолитные червяки; б – секционные червяки:

1 – штанга; 2 – червячные секции; 3 – кулачковые смесительные элементы

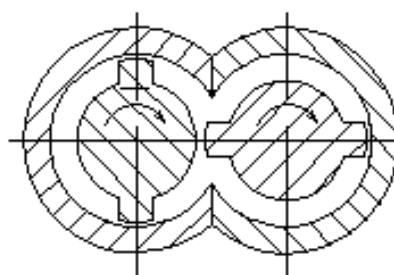
Рисунок 6.3 – Конструктивные особенности червяков по способу изготовления



а



б



в

а – продольный разрез, то есть разрез вдоль оси червяка; б – поперечный разрез для однозаходного червяка; в – поперечный разрез для двухзаходного червяка

Рисунок 6.4 – Схема профиля для прямоугольного канала

В настоящее время большинство производителей экструзионного оборудования выпускают червяки с криволинейной конфигурацией канала червяка, где профиль оказывает содействие самоочищению червяков. Продольный разрез таких червяков в границах между двумя соседними гребнями винтовой нарезки изображен на рис. 6.5.

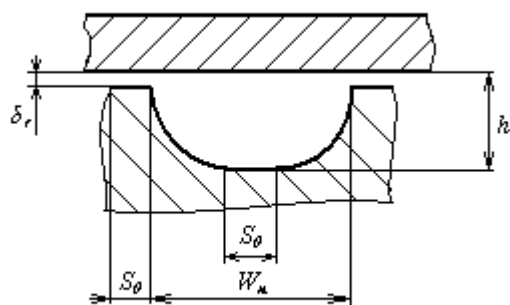
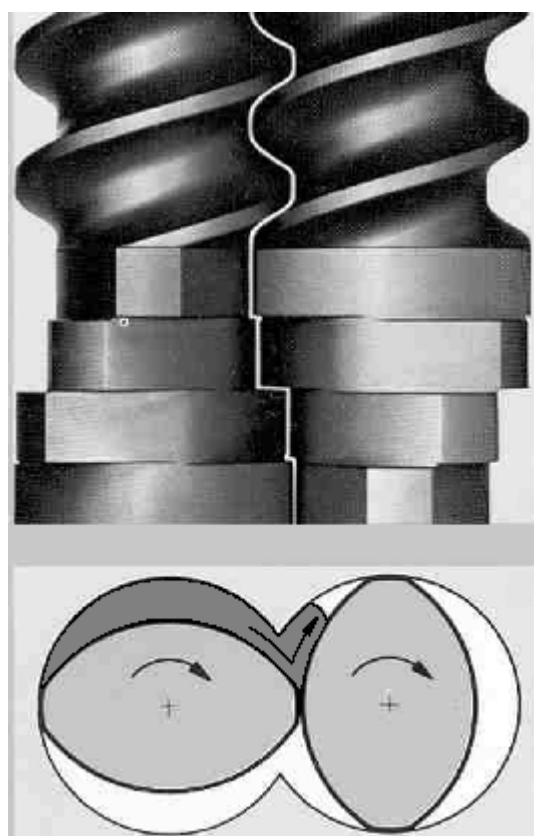


Рисунок 6.5 – Схема профиля продольного разреза с криволинейной конфигурацией

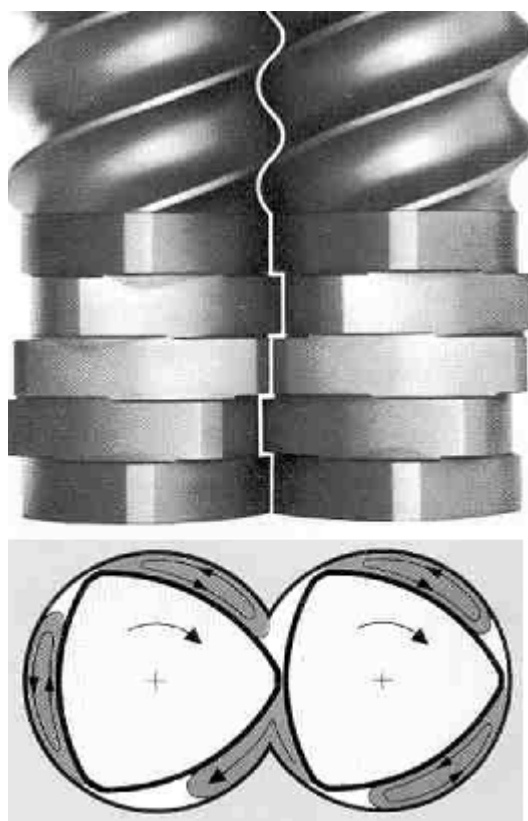
изображен на рис. 6.6.

Основные усилия в модернизации двухчервячных экструдеров были направлены на повышение смесительных и пластикационных свойств рабочего органа, а также повышение производительности агрегата. Здесь следует выделить два направления. Первый связан с конструктивными изменениями червячной нарезки, второй – с введением новых смесительных элементов и их профилированием.

В большинстве случаев для профиля с криволинейной конфигурацией используют двух- и трехзаходные червяки, которые комплектуются соответственно двух- и трехзаходными смесительными кулачками. Причем поперечные сечения для червячных секций и кулачков могут совпадать. Фрагмент конструктивного выполнения таких червяков, разработанных фирмой “Werner & Pfleiderer” (Вернер и Пфляйдерер) для агрегатов серии ZSK,



а



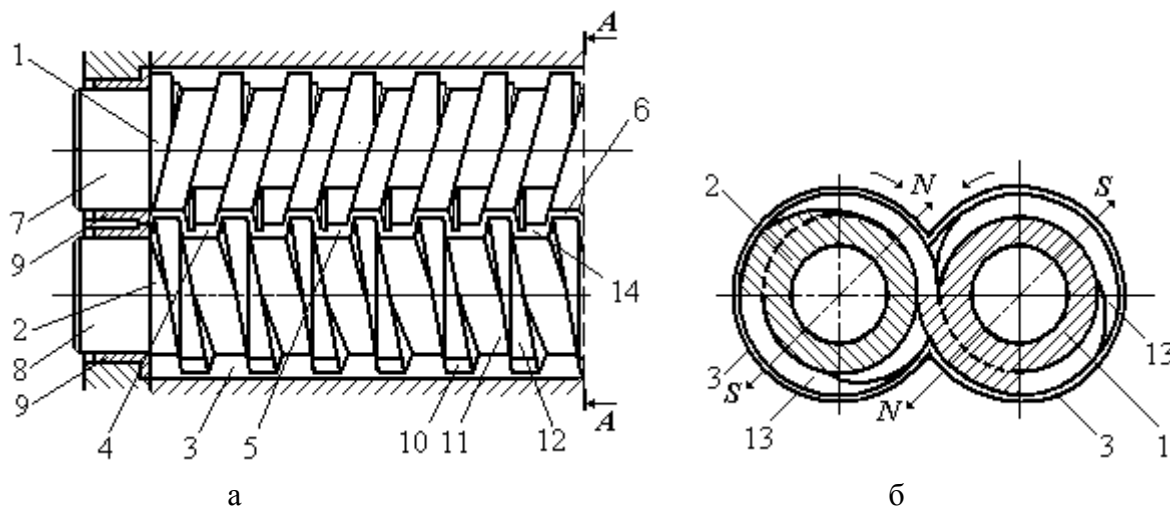
б

а – двухзаходная секция червяков в сочетании с двухгранными кулачками;

б – трехзаходная секция червяков в сочетании с трехгранными кулачками

Рисунок 6.6 – Фрагмент рабочего органа двухчервячного экструдера при наличии кулачковых элементов и червячных секций с одинаковым криволинейным профилем поперечного сечения

В работе [216] разработана конструкция двухчервячного экструдера, в котором гребень винтовой нарезки имеет кольцевые проточки, размещенные под разными азимутами N и S эксцентрично к оси вращения червяка (рис. 6.7). Эти проточки выполнены в виде кольцевой эксцентричной нарезки с шагом и шириной, которые равны соответственно шагу винтовой нарезки и ширине винтового канала с образованием между поверхностью кольцевых эксцентричных проточек с одной стороны и поверхностью материального цилиндра с другой – каналов серповидной формы.



а – общий вид; б – разрез А-А (повернутый):

1, 2 – червяки; 3 – винтовой канал; 4 – зона питания; 5 – зона смешения; 6 – зона выдавливания; 7, 8 – приводные валы; 9 – опорные элементы; 10 – гребень винтовой нарезки; 11 – сердечник червяка; 12 – кольцевые проточки; 13 – серповидные каналы; 14 – зазоры в области сопряжения червяков

Рисунок 6.7 – Двухчервячный экструдер с кольцевыми проточками на гребне червячной нарезки

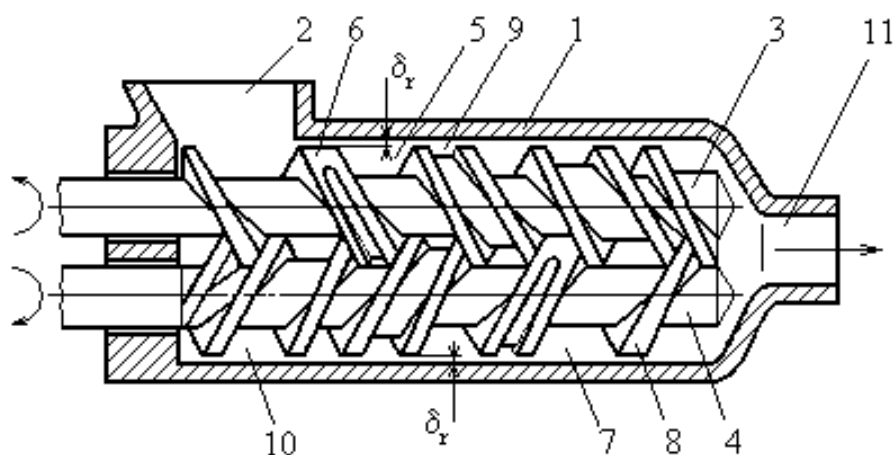
Винтовые гребни 10 червячной нарезки имеют направление винтовых линий, которые обеспечивают при вращении роторов захват материала в зоне питания 4 и проталкивание его в процессе переработки вдоль винтового канала через зоны смешения 5 и выдавливания 6.

В процессе работы перерабатываемый материал проталкивается вдоль винтовых каналов 3, откуда часть материала попадает в серповидные каналы 13, где он испытывает интенсивные сдвиговые деформации, которые значительно интенсифицируют процессы смешения и пластикации материала.

Дополнительно полимерные материалы обрабатываются в клинообразных зазорах межроторного пространства 14, между вращающимися относительно друг друга цилиндрическими поверхностями винтовых гребней 10, а также между эксцентричными поверхностями проточек 12 кольцевой нарезки червяков 1 и 2.

С целью повышения производительности и качества смешения в работе [217] гребни червяков выполнены с дополнительными винтовыми каналами. При этом эти дополнительные каналы на одном червяке выполнены с возрастающей шириной, а на другом – с уменьшающей, как показано на рис. 6.8. Кроме того, с целью обеспечения самоочищения дополнительных винтовых

каналов они выполнены с глубиной, изменяющейся прямо пропорционально изменению их ширины.



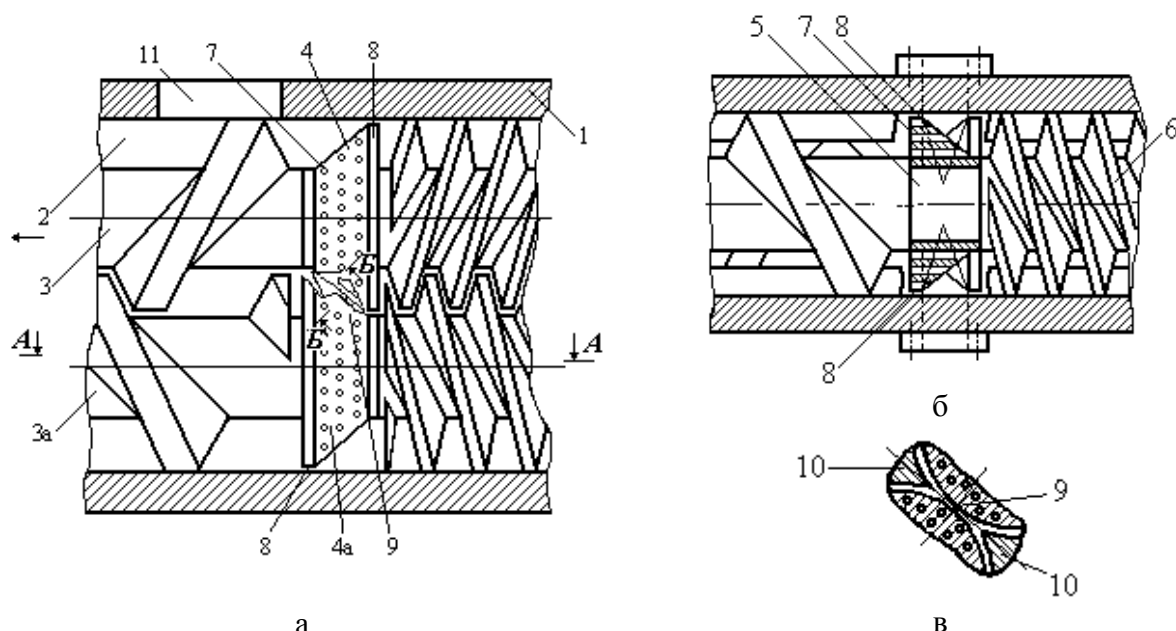
1 – корпус; 2 – загрузочный бункер; 3, 4 – червяки; 5, 6 – соответственно винтовой канал и гребень червяка 3; 7, 8 – соответственно винтовой канал и гребень червяка 4; 9, 10 – дополнительные винтовые каналы соответственно на гребнях 6 и 8; 11 – выходное отверстие

Рисунок 6.8 – Червячная машина с дополнительными винтовыми каналами переменной ширины

В процессе движения от загрузочного бункера 2 к выходному отверстию 11 материал из основного канала 5 червяка 3 через радиальный зазор δ_r перетекает в дополнительный винтовой канал 9 этого же червяка, а с дополнительного винтового канала 10 червяка 4 через тот же зазор δ_r – в основной винтовой канал 7. При перетекании материала из канала в канал на него действуют интенсивные сдвиговые деформации, которые повышают скорость пластикации. При этом материал движется по сложным траекториям, что приводит к повышению качества смешения.

Еще одно направление, по которому идет модернизация двухчервячных экструдеров – это улучшение условий дегазации. Так, в работе [218] была разработана конструкция, в которой в разрыве между червячными секциями установлены конусные перфорированные решетки с образованием между их боковыми поверхностями щели треугольного сечения, где установлены обтекаемой формы вкладыши (рис. 6.9).

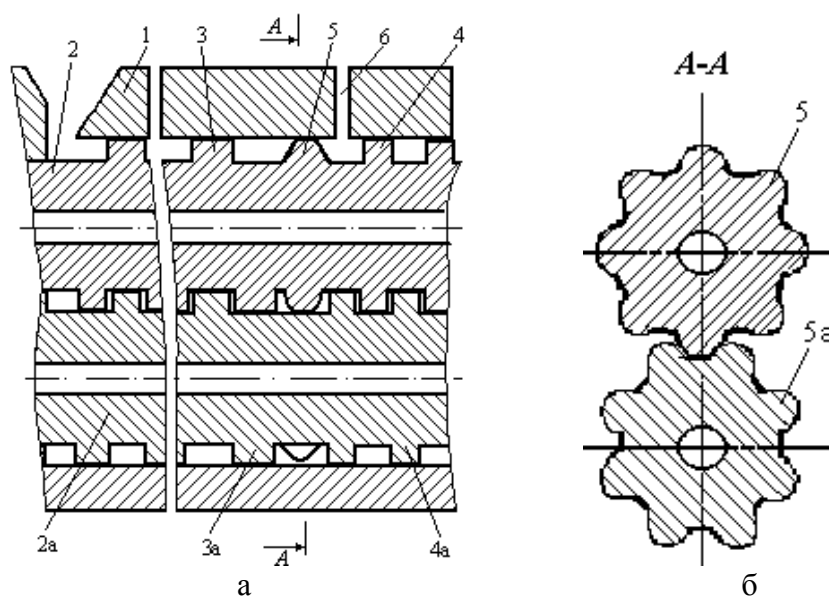
При движении материала в рабочем объеме (направление движения показано стрелкой на рис. 6.9,а) он проталкивается через отверстия 7 и зазоры 8 и 9 в камеру вакуумирования 2. Причем из отверстий 7 материал выходит в виде тонких струй, а из зазоров 8 и 9 – в виде тонкостенных оболочек, которые разрезаются на отдельные куски заостренными кромками начала витков червяков 3 и 3а в зоне вакуумирования. При этом газообразные пузырьки, которые находятся в полимерном материале, вследствие значительного перепада давления разрывают свои оболочки, заполняя камеру вакуумирования, откуда с помощью вакуум-насоса газ отводится через дегазационное отверстие 11.



а – общий вид; б – разрез А-А; в – сечение Б-Б:
 1 – корпус; 2 – зона вакуумирования; 3, 3а – червяки; 4, 4а – конусные перфорированные решетки; 5 – кольцевая проточка; 6 – червячная нарезка; 7 – отверстия конусных решеток; 8 – радиальные зазоры; 9 – конусные зазоры; 10 – вкладыши; 11 – дегазационное отверстие

Рисунок 6.9 – Двухчервячный экструдер с перфорированными конусными решетками и вкладышами

В работах [219, 220] был разработан двухчервячный экструдер, в котором перед дегазационным отверстием 6 в разрывах винтовых нарезок 3-4 и 3а – 4а выполнены взаимно зацепляющиеся выступы 5, 5а (рис. 6.10). Оптимальная эффективность смешения и дегазации происходит при выполнении поверхности выступов в виде сферы.

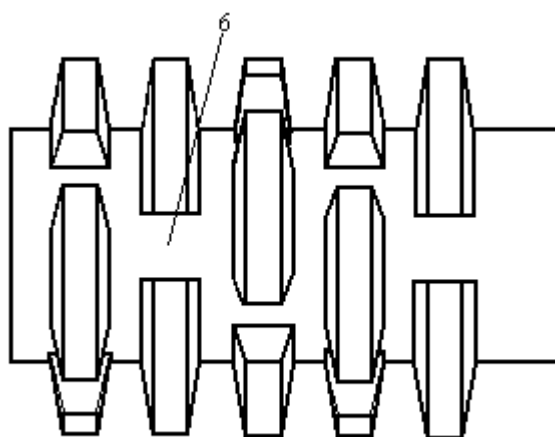
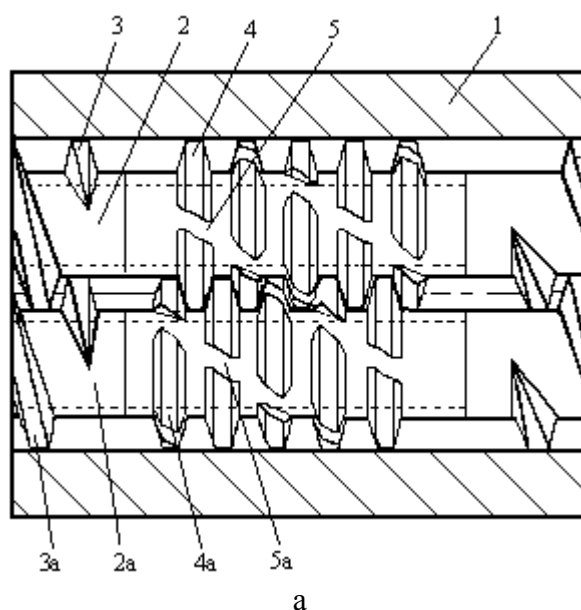


а – общий вид; б – сечение А-А на общем виде:
 1 – корпус; 2, 2а – червяки; 3, 3а – винтовые нарезки загрузочно-пластикационной части; 4, 4а – винтовые нарезки смесительной части; 5, 5а – взаимно зацепляющиеся выступы; 6 – дегазационное отверстие

Рисунок 6.10 – Фрагмент рабочего органа двухчервячного экструдера с взаимно зацепляющимися выступами перед зоной дегазации

Кольцевые смесительные элементы с пазами были предложены в патенте [221]. При этом разработаны конструкции двух типов: с наклонным исполнением пазов относительно оси червяков (рис. 6.11,а) и с параллельным выполнением пазов относительно оси червяков (рис. 6.11,б).

Кольцевые элементы на червяках размещены таким образом, что их выступы на одном из червяков находятся во впадинах на другом, образуя между их боковыми поверхностями рабочие зазоры, которые значительно усиливают смесительные и пластикационные эффекты. Наличие пазов 5 и 5а или 6 приводят к образованию вторичных потоков, которые также повышают интенсивность смесительных процессов.



а – общий вид; б – вариант выполнения пазов:

1 – корпус; 2, 2а – червяки; 3, 3а – винтовые нарезки; 4, 4а – кольцевые смесительные элементы; 5, 5а – пазы с наклонным исполнением относительно оси червяков; 6 – пазы с параллельным исполнением относительно оси червяков

Рисунок 6.11 – Фрагмент рабочего органа двухчервячного экструдера с наличием кольцевых смесительных элементов

Значительное количество работ, среди которых можно выделить [222–225], посвящена модернизации кулачковых смесительных частей червяка при его секционной компоновке.

Так, в работе [224] разработана смесительная система в виде кулачковых колес с равномерно расположенными зубьями с боковым профилем, образованным дугами спирали Архимеда. Причем кулачковые колеса установлены на валах со сдвигом один относительно другого с образованием винтовой линии и с постоянным зазором между поверхностями кулачковых колес, которые соединяются на линии контакта. Число зубьев кулачковых колес избрано равным трем (рис. 6.12).

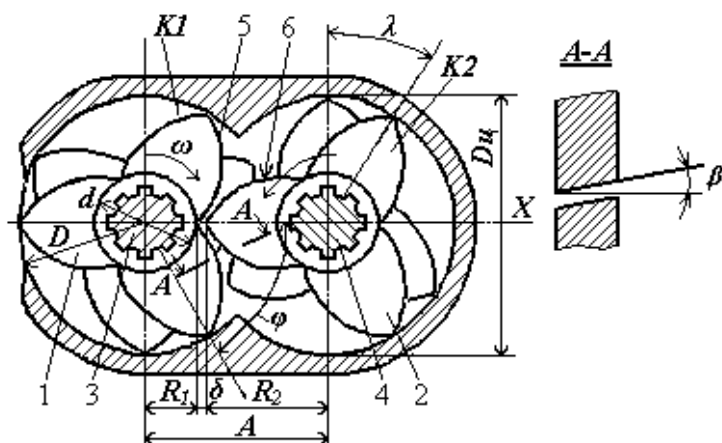


Рисунок 6.12 – Смесительная система: 1, 2 – кулачковые колеса; 3, 4 – валы; 5, 6 – боковые поверхности

В работе [225] представлен смесительно-пластиковый блок, который состоит как минимум из трех многоугольных дисков, эксцентрично размещенных один относительно другого в тангенциальном направлении.

Многоугольные диски имеют в двух диаметрально противоположных положениях уплотнительные поверхности диаметром D (рис. 6.13).

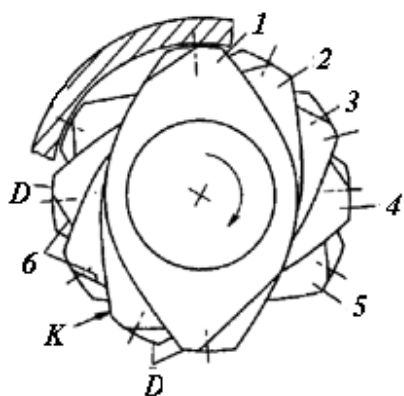


Рисунок 6.13 – Смесительно-пластиковый блок: 1-5 – многоугольные диски; 6 – кромки уплотняющих поверхностей

Кроме цилиндрических червяков в двухчервячных экструдерах используют и конусную конфигурацию рабочих элементов. В работе [226] разработана конструкция двухчервячного экструдера с конусными червяками, на концах которых установлены наконечники. На боковых поверхностях наконечников выполнены выступы с разной направленностью. Один из вариантов такой конструкции представлен на рис. 6.14.

Конусные червяки имеют свои преимущества и недостатки перед цилиндрическими.

Основным преимуществом двухчервячных экструдеров с конусной конфигурацией червяков является более оптимальные энергосиловые показатели. Так, например, при одинаковой потребляемой мощности для цилиндрических червяков осевое усилие, которое воспринимается упорным подшипником в $1,7 \div 2$, а окружные усилия на шестернях раздаточной коробки в $1,45 \div 1,6$ раза выше, чем для конусных червяков [227].

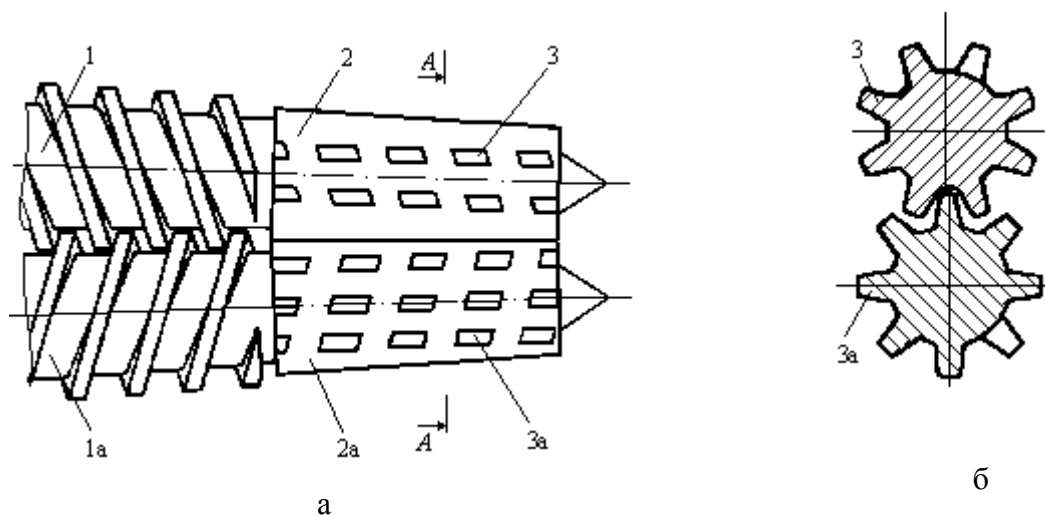
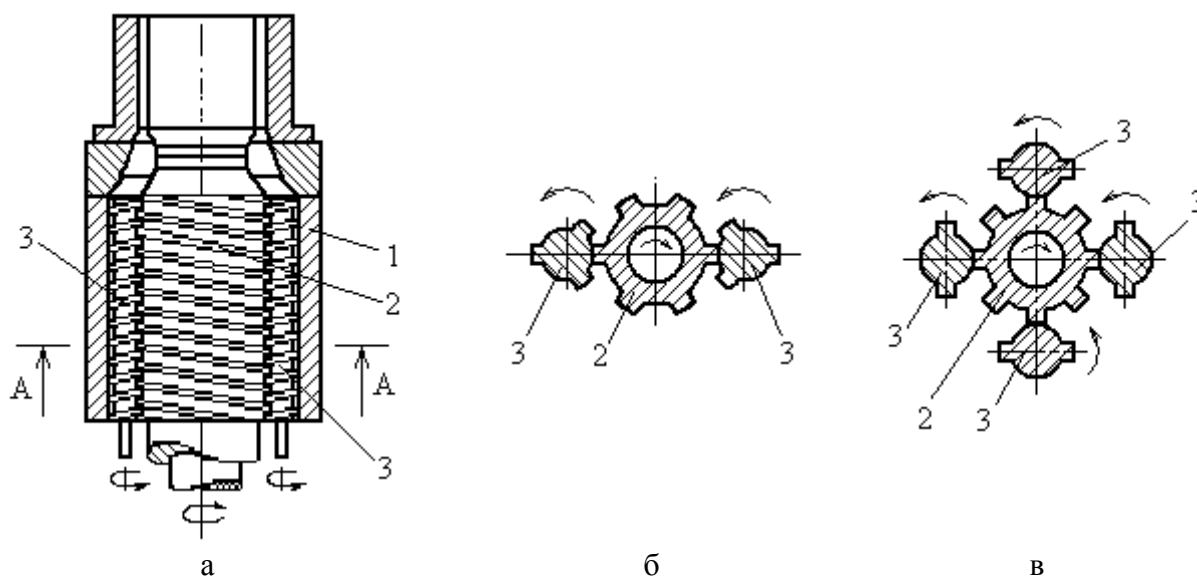


Рисунок 6.14 – Фрагмент рабочего органа двухчервячного экструдера с конусными червяками и наконечниками со смесительными выступами: а – общий вид; б – сечение А-А на общем виде; 1, 1а – конусные червяки; 2, 2а – наконечники; 3, 3а – выступы

Приведенные результаты показывают, что узлы, воспринимающие нагрузки от червяков для цилиндрического исполнения должны быть более массивными, что повышает общую металлоемкость агрегата. Но основным недостатком конусных червяков является значительно большая трудоемкость и стоимость их изготовления, а также изготовление материальных цилиндров с конусными отверстиями.

Одним из перспективных направлений развития экструзионной техники является разработка многочервячных экструзионных агрегатов. К основным разработчикам данного оснащения можно отнести фирму “Krauss-Maffei” (Крауз-Маффи) [228–230]. Общая схема много червячных экструдеров в соответствии с последними работами представлена на рис. 6.15.



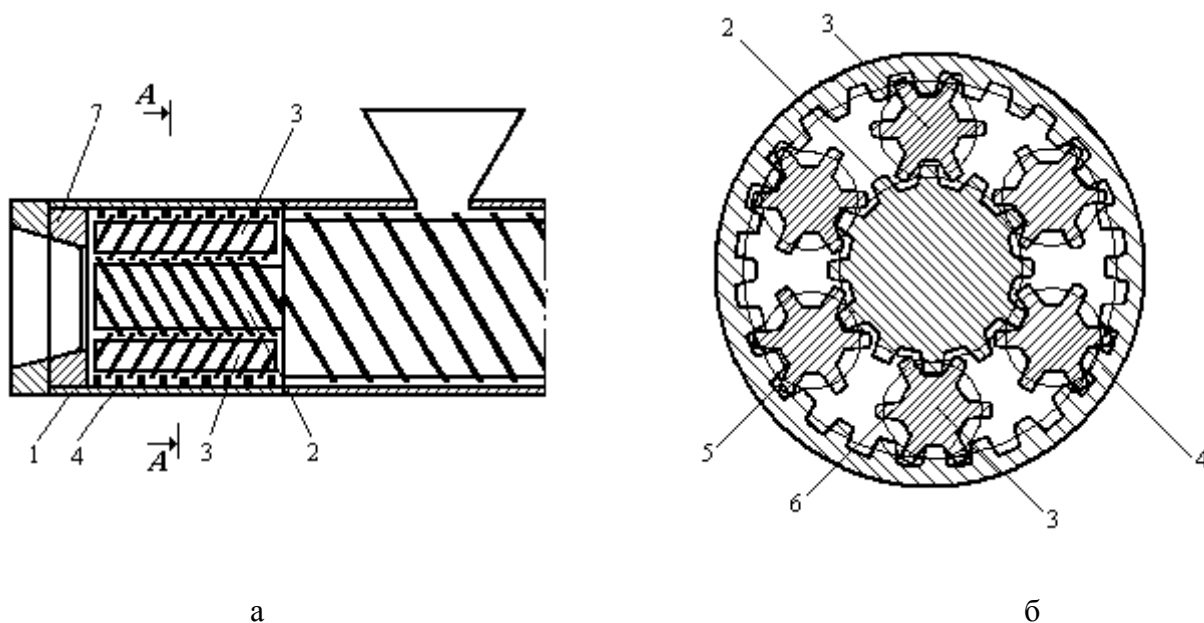
а – общий вид; б – сечение А-А для варианта с двумя боковыми червяками; в – сечение А-А для варианта с четырьмя боковыми червяками: 1 – корпус; 2 – центральный червяк; 3 – боковые червяки

Рисунок 6.15 – Схема многочервячного экструдера по разработкам фирмы Krauss-Maffei

Многочервячный экструдер в соответствии с рис. 6.15 содержит корпус 1, где размещен один центральный червяк 2, вокруг которого вращаются боковые червяки 3 с меньшим диаметром. Количество боковых червяков может быть различным, например, два, как показано на рис. 6.15,б, или четыре в соответствии с рис. 6.15,в, или другое количество. Боковые червяки вращаются в противоположном направлении относительно центрального червяка. При этом винтовые нарезки боковых червяков взаимно зацепляются с винтовой нарезкой центрального червяка. Следует отметить, что внешний диаметр центрального червяка 2 равен внешнему диаметру боковых червяков, умноженному на их количество. Отношение шага резьбы центрального червяка к шагу резьбы боковых червяков равно количеству боковых червяков, что приводит к одинаковой угловой скорости вращения.

Рабочий объем центрального канала равен сумме объемов боковых каналов, который определяется произведением площади поперечного сечения каждого канала червяка и их длин между точками зацепления нарезки, измеренными по средней линией витков. При этом каналы центрального и боковых червяков могут быть одинаковой или разной ширины, а ширина канала центрального червяка может быть на 20% меньше, чем ширина канала боковых червяков.

К ведущим производителям много червячных экструдеров также следует отнести фирму “Berstorff Maschinenbau” (Берсторфф Мешинэнбау), которая разработала и изготовила значительное количество экструзионных агрегатов с одним центральным и несколькими боковыми червяками в выходной зоне. Такая компоновка получила название планетарных экструдеров. Среди многих разработок этой фирмы можно выделить [231, 232]. Схема планетарного экструдера в соответствии с работой [232] представлена на рис. 6.16.



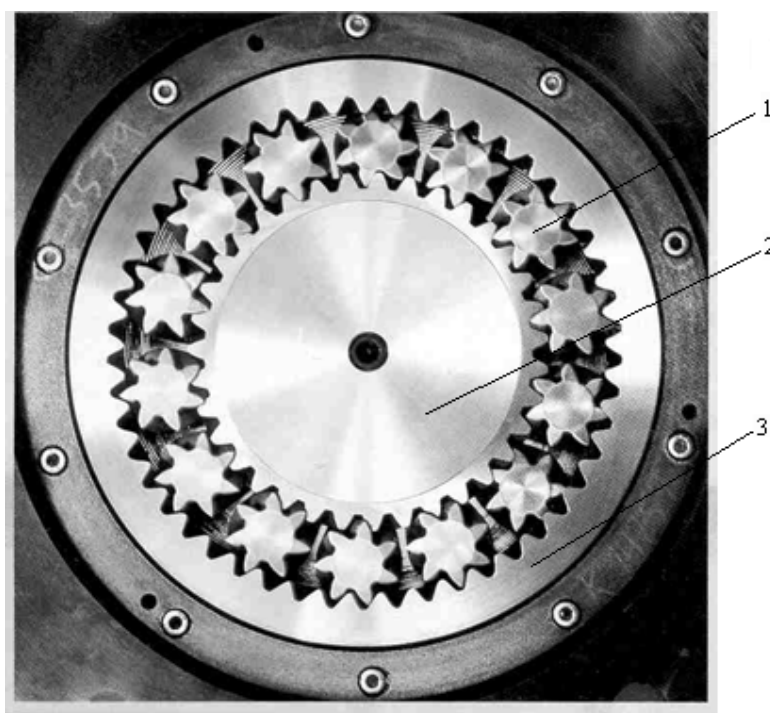
а – общий вид; б – разрез А-А на общем виде:
1 – корпус; 2 – центральный червяк; 3 – боковые червяки; 4 – винтовая нарезка на корпусе; 5 – винтовая нарезка на центральном червяке; 6 – винтовая нарезка на боковых червяках; 7 – упорное кольцо

Рисунок 6.16 – Схема планетарного экструдера

Основной отличительной особенностью планетарных редукторов по схеме на рис. 6.16 от много червячных агрегатов фирмы “Krauss-Maffei” является наличие винтовой нарезки 4 на корпусе 1. Причем количество заходов винтовых нарезок на корпусе и червяках соотносится с количеством боковых червяков. Так, при шести боковых червяках будет и такое же количество заходов в них. При этом количество заходов на центральном червяке будет удваиваться, то есть будет равно двенадцати, а на корпусе доходить до двадцати четырех.

Еще одним из главных производителей планетарных экструдеров является фирма “Battenfeld Extrusionstechnik” (Баттэнфельд Экструзионстехник), которая разрабатывает такого типа агрегаты более чем 30 лет. Серия много червячных экструдеров, которые выпускает данная фирма, получила название планетарных валковых экструдеров (*PWE*). Поперечный разрез такого экструдера представлен на рис. 6.17.

Как видно из рис. 6.17, количество заходов на центральном червяке и неподвижном венце также кратно количеству заходов на планетарных (боковых) червяках, которое в свою очередь кратно количеству планетарных червяков. Так, при четырнадцати планетарных червяках количество заходов на неподвижном венце, центральном червяке и планетарных червяках определяется, соответственно, таким образом – 49-35-7, то есть наблюдается отношение 7/5/1.



1 – планетарные зубчатые червяки; 2 – центральный зубчатый червяк; 3 – зубчатый неподвижный венец

Рисунок 6.17 – Поперечный разрез планетарного валкового экструдера серии PWE

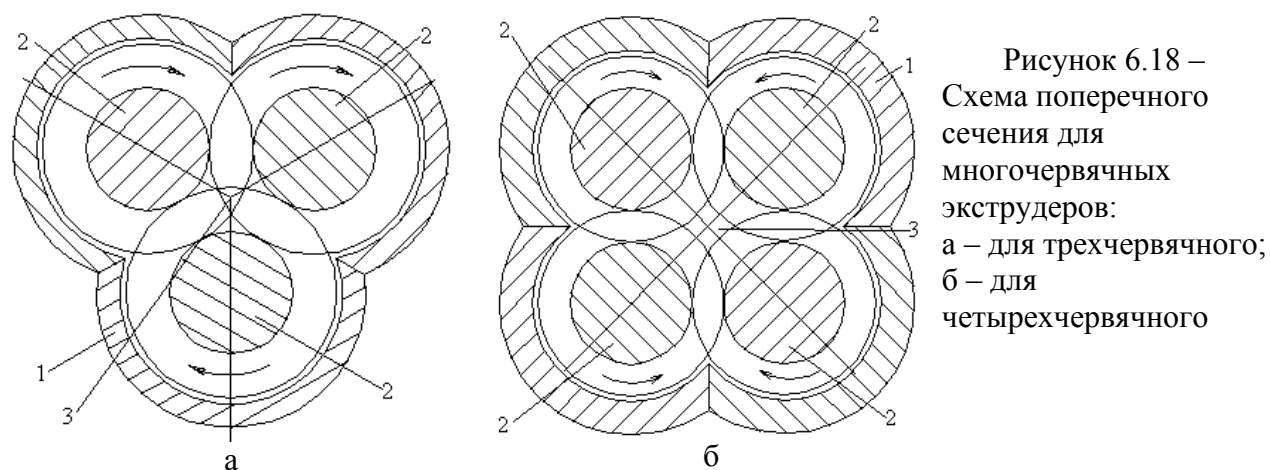
Одним из основных преимуществ планетарных валковых агрегатов является возможность переработки термочувствительных композиций, в том числе и на основе ПВХ. Пластмассовая смесь в рабочих зазорах постоянно

развальцовывается на тонкие слои, что обуславливает интенсивный теплообмен между перерабатываемым материалом и поверхностями рабочих элементов. При этом поверхность теплообмена в среднем в 5 раз больше, чем в одночервячных экструдерах с одинаковой длиной.

При одном обороте центрального червяка может создаваться более чем 1000 контактов зубцов, то есть в процессе экструзии в рабочем объеме наблюдается более тысячи зазоров, образующие тонкие слои, которые постоянно обновляются. Поэтому материал не может образовывать наслоения. Планетарная валковая система функционирует в режиме самоочищения.

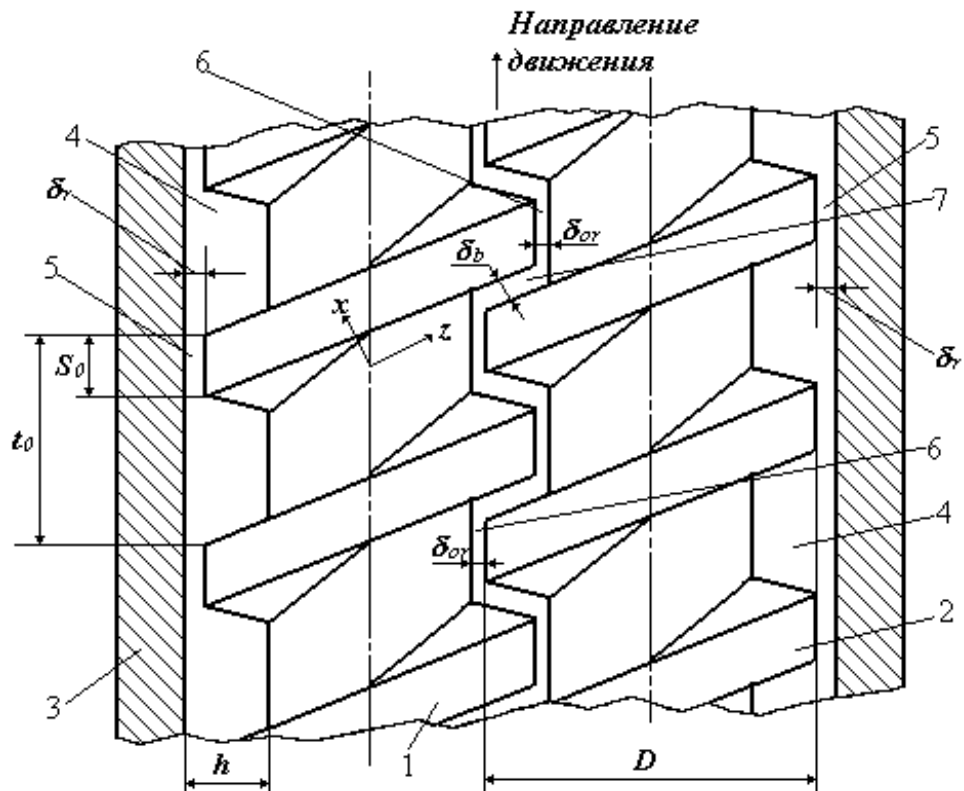
Можно выделить другую компоновку трех- и четырехчервячных экструдеров, при которой геометрические характеристики червяков одинаковые. Схема поперечных сечений для таких червяков представлена на рис. 6.18 [12, 233].

Преимущество многочервячных экструдеров по схеме на рис. 6.18 перед соответствующими конструкциями по схеме на рис. 6.15 состоит в том, что, во-первых, они более компактны при одинаковой производительности; во-вторых, в этих конструкциях появляется новый тип рабочих зон 3, которые образуются в центральной части между поверхностями сердечника и гребнями сопредельных червяков. Эти зоны имеют наибольшее смесительное воздействие вследствие движения всех их границ.



6.3 Теоретические положения для моделирования и расчетов рабочих процессов

Выделяют четыре основных зоны деформирования, характеризующихся разной интенсивностью деформаций при моделировании процессов, происходящих в рабочих объемах двухчервячных экструдерах. Выделим для анализа этих зон элементарный фрагмент двухчервячного экструдера, например, с односторонним вращением червяков как показано на рис. 6.19.

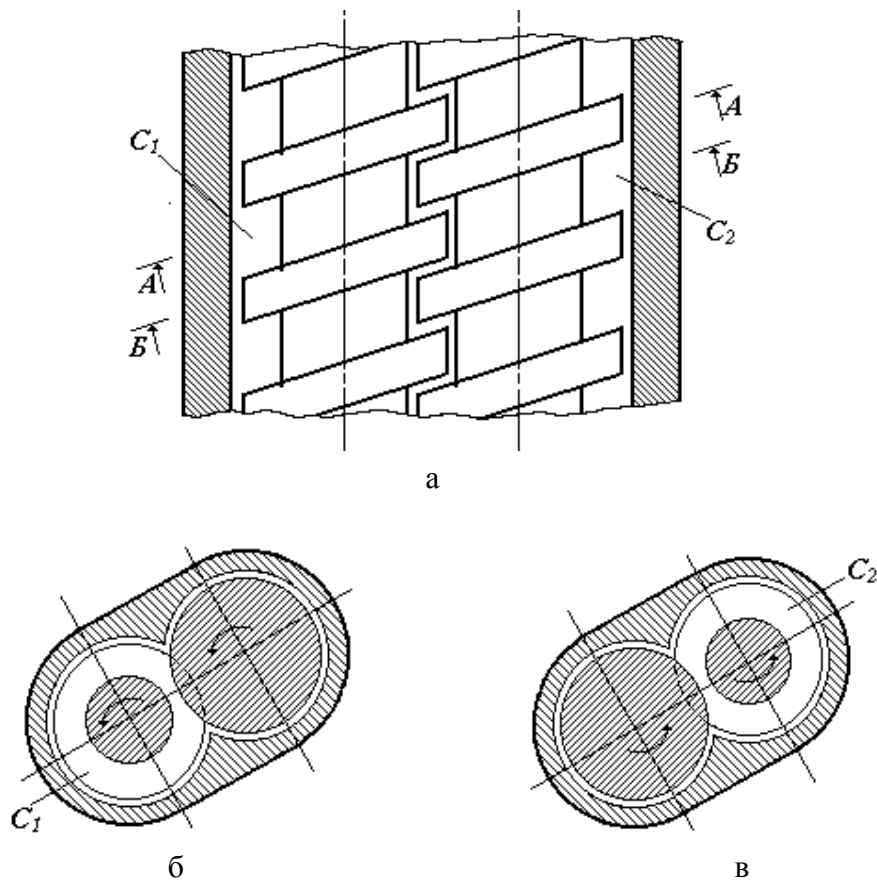


1, 2 – первый и второй червяки; 3 – корпус; 4 – С-образные зоны; 5 – радиальные зазоры между гребнями червяков и внутренней поверхностью корпуса; 6 – радиальные зазоры между гребнями одного из червяков и сердечником другого (валковые зазоры); 7 – боковые зазоры между торцовыми поверхностями гребней червяков

Рисунок 6.19 – Фрагмент рабочего органа двухчервячного экструдера с односторонним вращением червяков

Основной объем материала находится в С-образных зонах, которые образуются в межвитковых пространствах червяков, замыкающихся в трех направлениях: в первом направлении – это поверхности сердечника червяка и корпуса; во втором направлении – это боковые поверхности винтовой нарезки; в третьем направлении – это наружные поверхности гребней сопряженного червяка. Кроме того, часть перерабатываемого материала находится в радиальных зазорах δ_r , валковых зазорах δ_{or} и боковых зазорах δ_b .

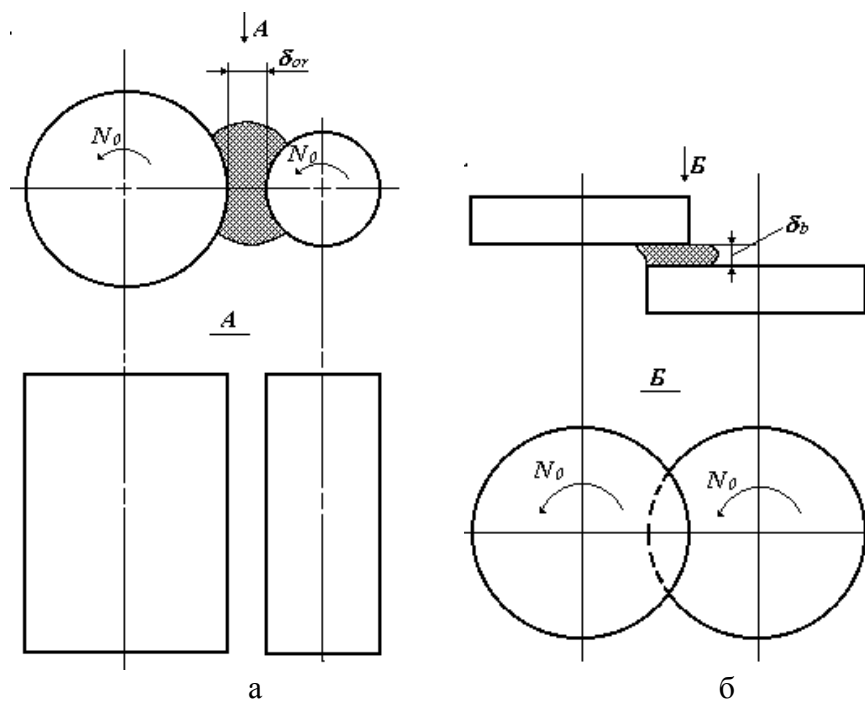
Для описания процессов в С-образных зонах в роли моделирующей фигуры может служить схема с двумя валками, на которые установлены диски, как показано на рис. 6.20. К основной части поверхности, которая ограничивает С-образные зоны, входят те же элементы, что и для основного рабочего объема одночервячного пресса, а именно, цилиндрические поверхности корпуса и сердечника червяка и боковые поверхности червячной нарезки. Но в данном случае С-образные зоны замыкает еще цилиндрическая поверхность гребня второго червяка.



а – общий вид; б – сечение А-А; в – сечение В-В

Рисунок 6.20 – Моделирующая фигура для С-образных зон

Можно в качестве моделирующих фигур выбрать, соответственно, пару валков и дисков, как показано на рис. 6.21 для описания процессов в валковых зазорах 6 и боковых зазорах 7.



а – валковых; б – боковых

Рисунок 6.21 – Моделирующие фигуры для зазоров

Что же касается радиальных зазоров 5 на рис. 6.19, то анализ процессов в них можно выполнять по той же методике, что и для одночервячных прессов. То есть все формулы, которые были получены в разделах 3.2.1.3 и 3.3.1 будут справедливыми и в данном случае.

Одну из первых законченных теорий, которая базируется на чисто геометрическом подходе, разработал Шенкель Г. [8]. Он рассматривал С-образные камеры C_1 и C_2 , как камеры коловратного пресса, которые изолированы одна от другой гребнем сопряженного червяка. Объемы материала, которые находятся в этих камерах ($V_1 = V_2 = V$) принудительно проталкиваются вперед вдоль оси червяка. Причем объемы V_1 и V_2 в сочетании с частотой вращения червяков N_0 определяют положительную производительность агрегата, а зазоры δ_r , δ_{or} и δ_b в сочетании с частотой вращения N_0 и коэффициентом вязкости η определяют главную часть потребляемой мощности. Кроме того, по аналогии с одночервячным прессом Шенкель Г. учитывал отрицательную часть производительности за счет расхода через радиальный зазор δ_r . В соответствии с этим общая производительность может быть представлена таким образом

$$Q_2 = N_0 \cdot (2 \cdot \pi - \alpha') \cdot [\pi \cdot D \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0) - S_0] \cdot (D - h) \cdot h - \frac{(2 \cdot \pi - \alpha') \cdot D \cdot \delta_r^3 \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0) \cdot (p'' - p')}{12 \cdot \eta \cdot S_0}, \quad (6.1)$$

где p' , p'' – значения давлений в перерабатываемом материале с разных сторон гребня червяка; α' – угол, который определяется из такого соотношения

$$\cos(\alpha') = 1 - \frac{2 \cdot h}{D - h} + \frac{h^2}{2(D - h)^2}. \quad (6.2)$$

Для мощности, которая расходуется в боковых зазорах, Шенкелем Г. были получены следующие зависимости:

– для червяков, вращающихся в одном направлении

$$N_{b1} = i_b \cdot \frac{\eta_b}{\delta_b} \cdot (2 \cdot \pi \cdot N_0)^2 \cdot (D - h + \delta_{or}) \cdot \alpha' \cdot (D - h) \cdot h, \quad (6.3)$$

где i_b – общее количество боковых зазоров; η_b – среднее значение вязкости в боковых зазорах;

– для червяков, которые вращаются в разные стороны

$$N_{b2} = i_b \cdot \frac{\eta_b}{\delta_b} \cdot (2 \cdot \pi \cdot N_0)^2 \cdot \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \left(r_0^2 \cdot \frac{r_2^2}{2} + r_2^4 - \frac{4}{3} \cdot r_0 \cdot r_2^3 \cdot \cos(\beta) \right)_{r_{2\min}}^{r_{2\max}} d\beta, \quad (6.4)$$

где $r_0 = D - h + \delta_{or}$; $r_2 = r_0 \cdot \cos(\beta) - \sqrt{\frac{D^2}{4} - r_0^2 \cdot \sin^2(\beta)}$;

$$\beta_{\max} = +\arccos(r_0/D); \quad \beta_{\min} = -\arccos(r_0/D).$$

Потребляемая мощность в радиальных зазорах между соответствующими частями поверхности сердечника одного червяка и гребнями другого червяка может быть рассчитана по аналогии с валковыми агрегатами, если пользоваться моделирующей фигурой на рис. 6.21,а. Шенкелем Г. для этого случая предложена такая упрощенная зависимость

$$N_{ro} = \eta \cdot \pi^2 \cdot N_0^2 \cdot (D-h)^3 \cdot \left(\frac{1}{\delta_{or}} - \frac{1}{W_{or}} \right) \cdot L_{or}, \quad (6.5)$$

где N_{ro} – потребляемая мощность в радиальных зазорах; L_{or} – эффективная длина радиальных зазоров; W_{or} – толщина материала, который находится перед входом в зазор.

Новый подход для описания процессов в рабочих объемах двухчервячных экструдеров предложил Константинов В.Н. [234]. Он вместо геометрического представления основных характеристик агрегата рассматривал наличие потоков, которые возникают в разных зонах, при этом воспользовавшись принципом независимости действия сил и всех факторов в отдельных зонах. В соответствии с Константиновым В.Н. рабочая схема изображена на рис. 6.22.

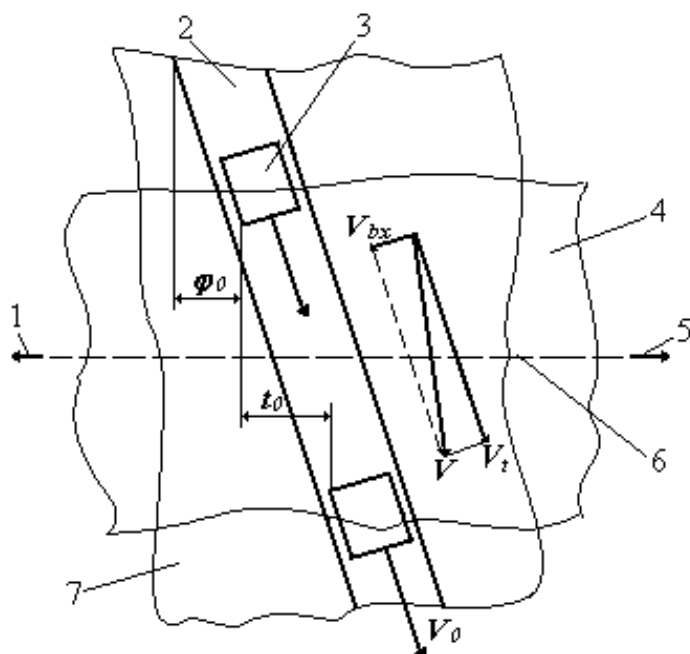
Схема на рис. 6.22 предполагает, что один из червяков остановлен, а его винтовой канал развернут на плоскость, как это было изображено при построении расчетных зон для основных функциональных зон одночервячного экструдера (зона дозирования, зона пластикации, зона питания). При этом виток сопрягаемого червяка, который замыкает условно остановленный винтовой канал червяка через интервал, равный шагу нарезки, перемещается вдоль развернутого винтового канала с начальной относительной скоростью $V_0 = \pi \cdot D \cdot N_0 / \cos(\varphi_0)$ по направлению к выходному отверстию.

Поверхность цилиндра также развернута на плоскость и движется над каналом червяка перпендикулярно оси развернутого червяка. При этом, как и для схем, которые описывают процессы в одночервячных прессах, относительная скорость движения поверхности цилиндра V равна окружной скорости вращения червяка, но направлена в противоположную сторону ($V = \pi \cdot D \cdot N_0$).

Виток сопрягаемого червяка, перемещаясь вдоль винтового канала развернутого червяка, действует на материал по аналогии с плунжером насоса.

Используя в основном такие же предположения, как и для одночервячного пресса, которые были приведены в предыдущих разделах, получены результаты для оценки динамики движения. При этом основные потоки, которые возникают в С-образных секциях, происходят вследствие движения развернутой поверхности материального цилиндра. Относительное движение материального цилиндра может быть разложено на два направления: первое – вдоль винтового канала со скоростью $V_t = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\varphi_0)$; второе – поперек со скоростью $V_{bx} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\varphi_0)$. Следует заметить, что для обоих

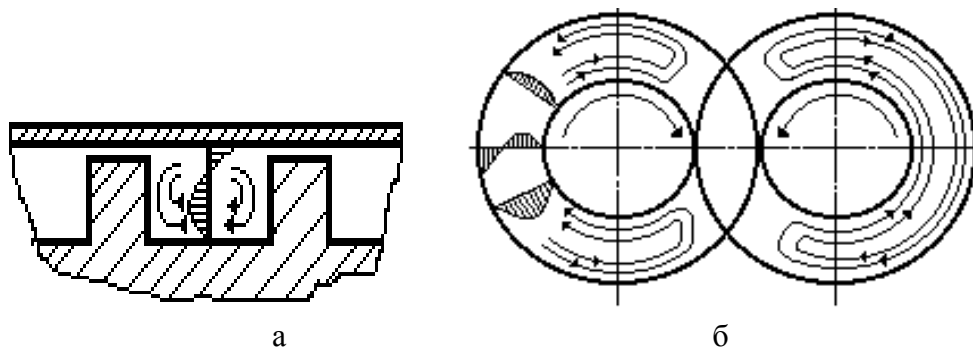
направлений в границах одной секции потоки будут иметь замкнутые траектории, как показано на рис. 6.23. Эти потоки играют значительную роль в процессах смешения перерабатываемого материала на двухчервячных экструдерах.



1 – загрузочное окно; 2 – развертка винтового канала; 3 – виток сопрягаемого червяка; 4 – поверхность материального цилиндра; 5 – выходное отверстие; 6 – ось червяка; 7 – червяк

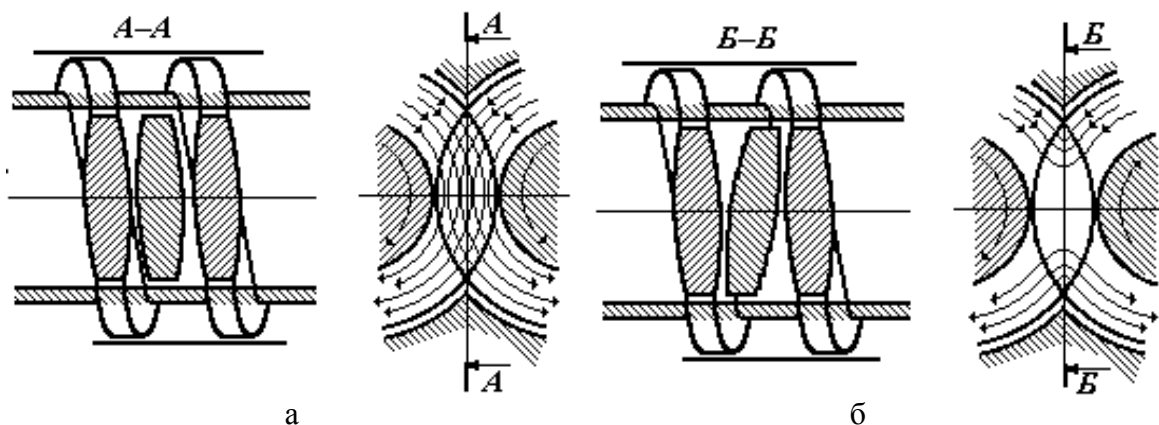
Рисунок 6.22 – Расчетная схема по Константинову

В двухчервячных экструдерах, как и для одночервячных существует градиент давления вдоль винтового канала $\partial P / \partial z$, который возникает за счет наличия экструзионной головки. Но при наличии двух червяков этот градиент не может иметь постоянное значение. Наибольший градиент давления наблюдается в зонах сопряжения червяков. Причем, чем более плотно подобраны профили червяков, то есть чем меньше величина зазоров δ_{or} и δ_b , тем больше величина градиента давления. При этом этот градиент давления при достаточной плотности зацепления червяков может действовать в границах двух последних секций.



а – для поперечного направления; б – для продольного направления
Рисунок 6.23 – Эпюры скоростей потоков

Наличие боковых и валковых зазоров, наряду с радиальными зазорами между гребнями червяков и внутренней поверхностью корпуса, также приводят к перетеканию материала из одной С-образной секции в другую. При этом в агрегатах с вращением червяков в разные стороны, боковые зазоры могут быть представлены как короткие плоские щели, вследствие совпадения углов наклона сопрягаемых винтовых поверхностей обоих червяков. В данном случае потоки из секций обоих червяков сталкиваются в этих каналах, благодаря чему происходит соединение расплава с двух червяков, как показано на рис. 6.24,а.



а – при встречном вращении червяков; б – при одностороннем вращении червяков
Рисунок 6.24 – Потоки в боковых каналах

Боковые каналы имеют более сложную форму при одностороннем вращении червяков. При этом для потоков от разных червяков в значительной степени наблюдается гашение этих потоков друг другом, как изображено на рис. 6.24,б.

Червяки много-червячных прессов и, в частности, двухчервячных характеризуются степенью сжатия, представляющей собой отношение объема винтового канала червяка на участке одного шага в зоне питания к объему канала на участке одного шага в зоне выдавливания. Константиновым В.Н. и Левиным А.Н. была предложена следующая зависимость для определения степени сжатия многочервячных машин ε

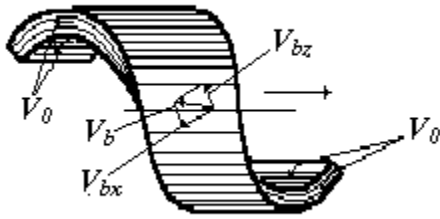
$$\varepsilon = \frac{\pi \cdot i_u \cdot (t_{01} - m_1 \cdot S_{oc1}) \cdot (D_1^2 - d_1^2) - 8 \cdot i_c \cdot F_{П1} \cdot t_{01}}{\pi \cdot i_u \cdot (t_{02} - m_2 \cdot S_{oc2}) \cdot (D_2^2 - d_2^2) - 8 \cdot i_c \cdot F_{П2} \cdot t_{02}}, \quad (6.6)$$

где i_u – количество червяков; t_0 – шаг червячной нарезки; m – количество заходов червяков; S_{oc} – толщина винтовой нарезки по среднему диаметру; D – внешний диаметр червяков; d – диаметр сердечника червяков; i_c – количество сопряжений червяков; $F_{П}$ – площадь взаимного перекрытия рабочего объема одного червяка гребнем червячной нарезки другого червяка; 1, 2 – индексы, которые характеризуют геометрические параметры соответственно в зонах питания и выдавливания.

Дальнейшая разработка теоретических положений была выполнена Константиновым В.Н. и Левиным А.Н. в работе [235]. Для описания процессов ими была выделена отдельная С-образная секция, как показано на рис. 6.25.

При этом на материал, который находится в секции, действуют силы сцепления с поверхностью червяка и материального цилиндра, вследствие принятия условия прилипания перерабатываемого материала к стенкам канала.

Поверхность червяка перемещается относительно элемента перерабатываемого материала со скоростью $V_0 = \pi \cdot D \cdot N_0 / \cos(\varphi_0)$, а поверхность цилиндра перемещается с относительной скоростью $V_b = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)$ под углом $\alpha = 90 - \varphi_0$ к оси канала. Причем последнюю скорость можно разложить на две составляющие:



– вдоль винтового канала, то есть
вдоль оси z

$$V_{bz} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0) \cdot \sin(\varphi_0); \quad (6.7)$$

– поперек винтового канала, то есть
вдоль оси x

$$V_{bx} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\varphi_0). \quad (6.8)$$

Рисунок 6.25 – Схема С-образной секции

По схеме на рис. 6.22 материал перемещается вследствие движения поверхностей червяка и цилиндра вдоль винтового канала от экструзионной головки к загрузочному отверстию. Однако наличие с двух сторон С-образной секции витков сопрягаемого червяка тормозит вязкий поток, вызывая обратный поток за счет создаваемого градиента давления, величина которого зависит от степени замыкания винтового канала. При герметичном замыкании винтового канала вязкий поток в С-образной секции полностью компенсируется потоком за счет градиента давления, а утечки через зазоры зоны сопряжения будут минимальными. Кроме того, в рабочем объеме имеет место поток за счет градиента давления, вызываемого наличием экструзионной головки и зависит от места размещения С-образной секции и коэффициента сопротивления экструзионной головки.

Для определения продольной скорости вдоль винтового канала в С-образной секции Константиновым В.Н. было предложено использовать такое уравнение движения

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} = -\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \quad (6.9)$$

с граничными условиями

$$V_z(x, 0) = V_0; V_z(x, h) = V_{bz}; \quad V_z(0, y) = V_0; V_z(W_n, y) = V_0. \quad (6.10)$$

Уравнение (6.9) с граничными условиями (6.10) принципиально не отличается от соответствующей задачи для одночервячного пресса, которая была рассмотрена в разделе 3.2.2, а именно уравнение (3.195) с граничными

условиями (3.196). При этом знак минус в уравнении (6.9) и плюс в уравнении (3.195) перед градиентом давления указывает на совпадение или противоположность направлений координатной оси и вектора градиента давления.

Вследствие последних замечаний Константиновым В.Н. получена такая зависимость

$$\begin{aligned}
 V_z(x,y) = & \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \left\{ \frac{1}{\cos(\varphi_0)} - \frac{4 \cdot \cos(\varphi_0)}{\pi} \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i} \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{i \cdot \pi \cdot y}{W_n}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{i \cdot \pi \cdot h}{W_n}\right)} \times \right. \\
 & \times \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot x}{W_n}\right) \left. \right\} - \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{k3} \cdot \left\{ (y^2 - h \cdot y) + \frac{4 \cdot h^2}{\pi^3} \times \right. \\
 & \times \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^3} \cdot \frac{\operatorname{ch}\left[\frac{i \cdot \pi \cdot (2 \cdot x - W_n)}{2 \cdot h}\right]}{\operatorname{ch}\left(\frac{i \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right)} \cdot \sin\left(\frac{i \cdot \pi \cdot y}{h}\right) \left. \right\}, \quad (6.11)
 \end{aligned}$$

где $(\partial P / \partial z)_{k3}$ – градиент давления, вызванный только замыканием винтового канала витком сопрягаемого червяка.

Что же касается течения в поперечном направлении, то есть вдоль оси x , то для C -образных секций будет также справедливым уравнение (3.94), которое описывает аналогичные процессы для одночервячных прессов.

Таким образом, полученные Константиновым В.Н. и Левиным А.Н. результаты показывают, что влияние рабочих органов на расплав полимера, который перерабатывается на червячных агрегатах, имеет аналогичный характер как для одного червяка, так и при наличии двух червяков. Но при переработке полимерного материала на двухчервячных экструдерах происходит разрушение потока, который значительно улучшает качество смешения и пластикации.

Выражение для производительности, которое было получено в последней работе, может быть представлено таким образом

$$\begin{aligned}
 Q = & \left[\pi \cdot i_u \cdot h \cdot (t_0 - m \cdot S_0) \cdot D \cdot \frac{\cos^2(\varphi_0)}{2} \cdot F_d \cdot F_{cd} - 2 \cdot i_c \cdot F_{II} \cdot t_0 \right] \cdot N_{0+} \\
 & + \frac{1}{\eta} \cdot \left[\frac{i_u}{12} \cdot (t_0 - m \cdot S_0) \cdot \cos(\varphi_0) \cdot h^3 \cdot F_p \right] \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_k - \\
 & - \frac{1}{\eta} \cdot \left[\frac{i_u \cdot \pi / 2 - 2 \cdot i_c \cdot \arccos(A/D) \cdot D \cdot \delta_r^3 \cdot E_p}{6 \cdot \cos(\varphi_0)} \right] \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{p3}, \quad (6.12)
 \end{aligned}$$

где F_d , F_p – коэффициенты, учитывающие торможение потока боковыми стенками винтового канала; F_{cd} – коэффициент, характеризующий кривизну канала; E_p – коэффициент, учитывающий эксцентричность размещения червяка относительно расточки материального цилиндра; $(\partial P/\partial z)_k$ – полный градиент давления вдоль винтового канала в границах С-образной секции; $(\partial P/\partial z)_{pz}$ – градиент давления в радиальном зазоре.

Для определения коэффициентов F_d и F_p можно воспользоваться соответствующими зависимостями для одночервячного прессы, а именно уравнениями (3.16) и (3.17). Коэффициент F_{cd} может быть найден из выражения

$$F_{cd} = \frac{D}{2 \cdot h} - \frac{\ln\left(\frac{1}{1-2 \cdot h/D}\right)}{\frac{h}{D} \cdot \left[\left(\frac{1}{1-2 \cdot h/D}\right)^2 - 1\right]}.$$

Значение полного градиента давления соответствует такой зависимости

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_k = \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_{кз} + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_{кз}, \quad (6.13)$$

где $(\partial P/\partial z)_{кз}$ – градиент давления, создаваемый за счет экструзионной головки.

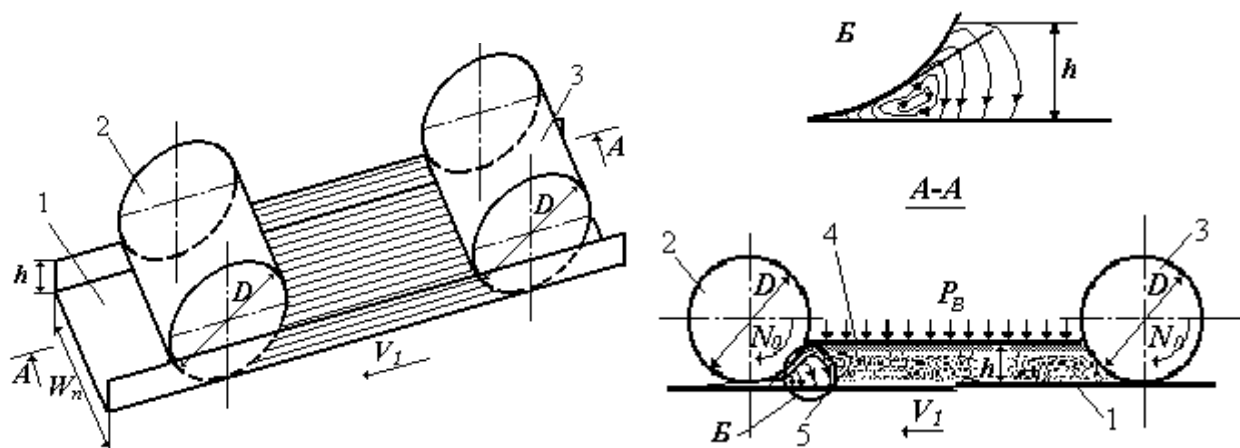
Если сравнить формулы для одночервячного прессы (3.244) и двухчервячного (6.12), то видно, что на величину общей производительности влияют как в первом, так и во втором случае три компонента. Причем компоненты за счет вынужденного потока и утечек принципиальных расхождений не имеют. Что же касается потока в винтовом канале за счет градиента давления, то необходимо отметить разницу в механизмах создания градиентов давления для одно- и двухчервячных экструдеров и влияние этих градиентов на производительность.

Как показано на рис. 2.3 градиент давления на участке выдавливания материала, то есть перед экструзионной головкой в общем случае может иметь как положительное, так и отрицательное значение. В первом случае называть данный поток противотоком не совсем корректно, так как в уравнении (3.244) второе слагаемое будет уже с положительным знаком. Такой режим может наблюдаться при незначительном значении коэффициента сопротивления головки.

В большинстве случаев при работе одночервячных прессов максимальное давление создается возле входа в экструзионную головку вследствие вязкого трения, вызванного относительным движением поверхностей червяка и материального цилиндра.

Для многочервячных, в том числе и двухчервячных экструдеров, градиент давления по моделям Константинова В.Н. создается вследствие выдавливающего действия витков сопрягаемого червяка и зависит в первую очередь от степени замыкания винтового канала.

Продолжение теоретических и экспериментальных исследований на базе моделей, разработанных Константиновым В.Н. и Левиным А.Н., приобрело в работах Добоцкого З. [236, 237]. Он также развернул винтовой канал одного из червяков на плоскость, которая движется со скоростью $V_1 = \pi \cdot (D - 2 \cdot h) \cdot N_0$, равной линейной скорости поверхности сердечника этого червяка, как показано на рис. 6.26.



1 – развертка винтового канала одного из червяков; 2, 3 – ролики, моделирующие соприкасающиеся гребни сопрягаемого червяка; 4 – верхняя пластина, которая моделирует развертку цилиндра; 5 – нижняя пластина, которая моделирует развертку сердечника

Рисунок 6.26 – Модель рабочего объема двухчервячного пресса по Добоцкому

С двух сторон в направлении течения объем перерабатываемого материала ограничивается двумя роликами, которые моделируют гребни сопрягаемого червяка, и вращаются вокруг своих осей с частотой вращения N_0 , при этом линейная скорость их поверхности будет равна $V_2 = \pi \cdot D \cdot N_0$. Кроме того, сверху этот рабочий объем ограничивает верхняя пластина, моделирующая развертку материального цилиндра. Причем эта пластина нажимает на перерабатываемый материал с давлением P_B , которое моделирует давление, создаваемое в рабочем объеме С-образной секции.

В последней работе Добоцкий З. дал качественный анализ процессов, происходящих на участках рабочего объема, которые замыкаются поверхностями развертки сердечника одного червяка и гребнями другого червяка. Эти участки по своей гидродинамике похожи на рабочие объемы валковых машин, а именно на межвалковые зазоры и зоны вращающегося запаса, где образуются интенсивные циркуляционные потоки, как показано на рис. 6.26. (сноска В). Причем в зависимости от того, какое направление вращения будут иметь червяки (или односторонне, или в разные стороны), схема циркуляции потока будет также различаться.

Добощим З. предложено такое уравнение для определения производительности

$$Q = Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4, \quad (6.14)$$

где Q_1 – производительность, которая создается за счет относительного движения развертки сердечника червяка 5 и материального цилиндра 4; Q_2 – утечки через валковые и боковые зазоры вследствие относительного движения поверхностей сопрягаемых червяков, которые образуют эти зазоры; Q_3 – утечки через валковые и боковые зазоры вследствие наличия градиента давления между сопрягаемыми С-образными секциями; Q_4 – утечки через радиальный зазор между гребнями червяков и поверхностью цилиндра вследствие наличия градиента давления.

Выражения для составляющих производительности по уравнению (6.14) имеют такой вид

$$Q_1 = 2 \cdot i \cdot \left\{ \pi \cdot (D - h) \cdot h \cdot (t_0 - S_0) - \frac{2}{15} \cdot W_n \cdot (h - \delta_{or}) \times \right. \\ \left. \times \left[6 \cdot \sqrt{\frac{D}{2} \cdot (h - \delta_{or}) - (h - \delta_{or})^2} + 4 \cdot \sqrt{\frac{D}{2} \cdot (h - \delta_{or})} \right] \right\} \cdot N_0; \quad (6.15)$$

$$Q_2 = i \cdot \pi \cdot (D - h) \cdot \frac{h}{D} \cdot [(t_0 - S_0) \cdot \delta_{or} + 2 \cdot \delta_b \cdot (h - \delta_{or})] \cdot N_0; \quad (6.16)$$

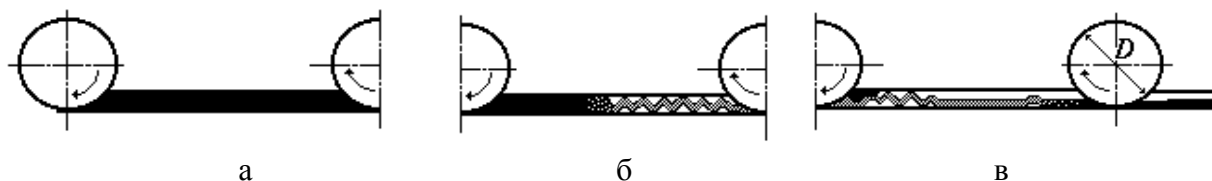
$$Q_3 = i \cdot \left[\frac{(t_0 - S_0) \cdot \delta_{or}^3}{0,1 \cdot \pi \cdot D} + \frac{\delta_b^3}{6 \cdot \sqrt{\frac{D}{2 \cdot (h - \delta_{or})}} - 1} \right] \cdot \frac{\Delta P_F}{\eta}; \quad (6.17)$$

$$Q_4 = \frac{(\pi \cdot D)^2 \cdot \delta_r^3 \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)}{6 \cdot S_0 \cdot L_M} \cdot \frac{\Delta P_L}{\eta}, \quad (6.18)$$

где L_M – длина червяка; ΔP_L , ΔP_F – перепады давлений соответственно в осевом направлении и в зоне сопряжения, то есть между соседними С-образными секциями.

Большой объем экспериментальных работ, которые в значительной мере подтверждают теоретические модели Константинова В.Н. и Добощкого З., провел Кленк К.П. [238, 239]. Он предусмотрел и экспериментально доказал, что кроме режимов работы, при которых объемы С-образных секций полностью заполнены перерабатываемым материалом, существуют рабочие

объемы с частичным заполнением, где может возникать и пульсирующее движение материала, как показано на рис. 6.27.



а – полное заполнение; б – полное заполнение с переходом на пульсирующее движение; в – неполное заполнение после пульсирующего движения

Рисунок 6.27 – Схемы заполнения перерабатываемым материалом рабочих секций

Наличие зон с неполным заполнением рабочих секций могут наблюдаться для двухчервячных экструдеров в случае, когда рабочие объемы вдоль движения материала остаются неизменными. Это связано с тем, что насыпная плотность материала намного меньше, чем плотность монолитного блока этого же материала. В меру продвижения материала к выходному отверстию материал плавится, при этом его плотность увеличивается. Если рабочий объем будет оставаться постоянным, то, разумеется, будут возникать пустоты.

На рис. 6.28 приведены фотографии срезов, полученных Кленком К.П. для ПВХ в случае неполного заполнения перерабатываемым материалом при переработке на двухчервячном экструдере с диаметром червяков $D = 50$ мм и частотой вращения $N_0 = 17 \text{ min}^{-1}$.

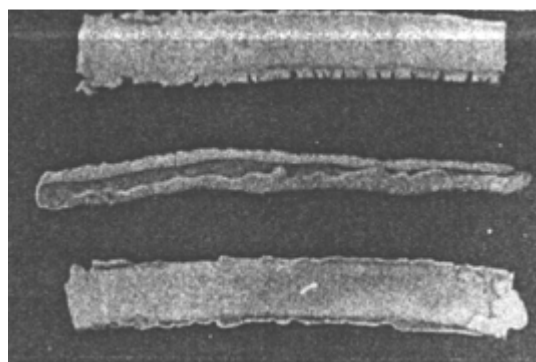


Рисунок 6.28 – Фотографии срезов для ПВХ

Большой вклад в развитие теории двухчервячной экструзии внесла научная школа под руководством профессора Кима В.С.-Х. Среди многих его работ в данном направлении следует выделить следующие [13, 240–247]. В работе [240] нашло дальнейшее развитие гидродинамической теории Константинова В.Н., где были определены составляющие скорости V_x и V_y с учетом ограничения границ С-

образной секции на базе таких дифференциальных уравнений движения в частных производных

$$\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}; \quad (6.19)$$

$$\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2}. \quad (6.20)$$

По своему смыслу последние уравнения не отличаются от выражения (6.9) и формулы (3.195) для определения составляющих скоростей в рабочем

объеме одночервячного экструдера. Откуда выходит, что и решение будет иметь аналогичный вид.

Для решения уравнений (6.19) и (6.20) были взяты соответственно такие граничные условия

$$V_x(0,y) = 0; V_x(W_n,y) = 0; V_x(x,h) = V_{cx}; V_x(x,0) = V_{cx}; \quad (6.21)$$

$$V_y(0,y) = 0; V_y(W_n/2,y) = 0; V_y(x,h) = 0; V_y(x,0) = 0, \quad (6.22)$$

где $V_{cx} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\varphi_0)$.

В результате получены следующие соотношения

$$V_x(x,y) = 4 \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2 \cdot k + 1)} \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{2 \cdot k + 1}{W_n} \cdot \pi \cdot y\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{2 \cdot k + 1}{W_n} \cdot \pi \cdot h\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot k + 1}{W_n} \cdot \pi \cdot x\right) \right] +$$

$$+ \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \left(y^2 - y \cdot h + \frac{4 \cdot h^2}{\pi^3} \right) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2 \cdot k + 1)^3} \cdot \frac{ch\left[\frac{(2 \cdot k + 1) \cdot (2 \cdot x - W_n) \cdot \pi}{2 \cdot h}\right]}{ch\left(\frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot h} \cdot \pi \cdot W_n\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot k + 1}{h} \cdot \pi \cdot y\right) \right]; \quad (6.23)$$

$$V_y(x,y) = \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \cdot (h^2 - h \cdot y) + \frac{4}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \frac{h^2}{\pi^3} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2 \cdot k + 1)^3} \times \right.$$

$$\times \left. \frac{ch\left[\frac{(2 \cdot k + 1) \cdot (2 \cdot x - W_n/2) \cdot \pi}{2 \cdot h}\right]}{ch\left(\frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot h} \cdot \pi \cdot W_n\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot k + 1}{h} \cdot \pi \cdot y\right) \right]. \quad (6.24)$$

Необходимо сделать некоторые замечания по граничным условиям и записи полученных результатов для компонентов скоростей.

Граничные условия для x -компонента скорости (6.21) записаны при условии, что начало системы координат размещено на одной из вертикальных стенок канала в его нижней части.

Граничные условия для y -компонента скорости (6.22) соответствуют системе координат, размещенной посреди канала также на поверхности сердечника.

Если в записях для индекса k , используемом для взятия сумм в выражениях (6.23) и (6.24), взять такой ряд $k = 1, 3, 5, \dots$, то комплекс $(2 \cdot k + 1)$ можно заменить просто на k . При этом последние выражения будут похожи за запись формулы (3.239).

Для определения градиента давления $\partial P / \partial x$ можно использовать при аналогичных условиях выражение для одночервячных экструдеров, а именно

(3.126). Что же касается градиента давления $\partial P/\partial y$, то его следует определять из такого соотношения

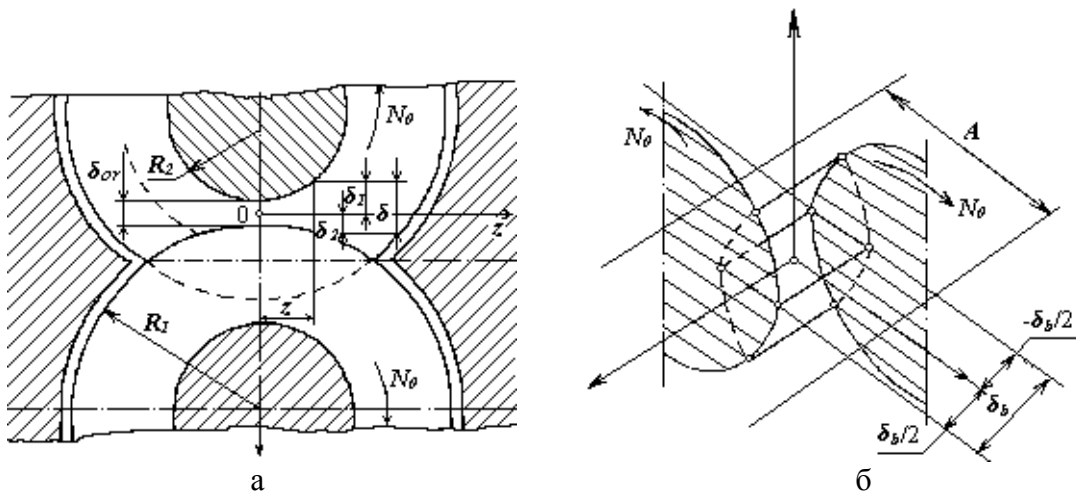
$$\int_0^y V_y \Big|_{x=W_n/2} dy = \int_0^{W_n/2} V_y dx.$$

Окончательно Кимом В.С.-Х. и его соавторами получены следующие выражения

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{4 \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \eta \cdot W_n}{\pi} \cdot \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k + 1)^2} \cdot \frac{ch\left(\frac{2 \cdot k + 1}{W_n} \cdot \pi \cdot h\right) - 1}{ch\left(\frac{2 \cdot k + 1}{W_n} \cdot \pi \cdot h\right)}}{-\frac{h^3}{12} + \frac{8 \cdot h^3}{\pi^4} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot k + 1)^4} \cdot \frac{1}{ch\left(\frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot h} \cdot \pi \cdot W_n\right)}}; \quad (6.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_{y=h/2} &= \frac{8 \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \eta \cdot W_n}{\pi} \times \\ &\times \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k + 1)^2} \cdot \frac{ch\left(\frac{2 \cdot k + 1}{W_n} \cdot \frac{\pi \cdot h}{2}\right) - ch\left(\frac{2 \cdot k + 1}{W_n} \cdot \pi \cdot h\right) - \frac{1}{2}}{sh\left(\frac{2 \cdot k + 1}{W_n} \cdot \pi \cdot h\right)}}{-\frac{h^2 \cdot W_n}{8} + \frac{16 \cdot h^3}{\pi^4} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k + 1)^4} \cdot th\left(\frac{2 \cdot k + 1}{2 \cdot h} \cdot \frac{\pi \cdot W_n}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (6.26)$$

В данной работе также были получены выражения для скоростей, которые возникают в рабочих зазорах согласно со схемами, представленными на рис. 6.29.



а – для валковых зазоров; б – для боковых зазоров

Рисунок 6.29 – Схемы для описания движения материала в рабочих зазорах

Если предположить, что скорость в валковых зазорах изменяется только вдоль оси y , то уравнение движения можно представить так

$$\frac{\partial^2 V_{ZV}}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta_V} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_V, \quad (6.27)$$

при следующих граничных условиях:

– для встречного вращения червяков

$$V_{ZV} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot R_1 \quad \text{при } y = \delta_1; \quad V_{ZV} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot R_2 \quad \text{при } y = -\delta_2;$$

– для одностороннего вращения червяков

$$V_{ZV} = -\pi \cdot D \cdot N_0 \cdot R_1 \quad \text{при } y = \delta_1; \quad V_{ZV} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot R_2 \quad \text{при } y = -\delta_2.$$

В предположении, что градиент давления в валковых зазорах $(\partial P / \partial z)_V$ не зависит от координаты y , то уравнение (6.27) превращается в дифференциальное уравнение в обычных производных, решение которого может быть записано таким образом:

– для встречного вращения червяков

$$V_{ZV}(y) = \frac{1}{2 \cdot \eta_V} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_V \cdot [y^2 - \delta_1 \cdot \delta_2 - y \cdot (\delta_1 - \delta_2)] + \frac{\pi \cdot D \cdot N_0}{\delta_{or}} \cdot [(R_1 - R_2) \cdot y + R_1 \cdot \delta_2 + R_2 \cdot \delta_1]; \quad (6.28)$$

– для одностороннего вращения червяков

$$V_{ZV}(y) = \frac{1}{2 \cdot \eta_V} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_V \cdot [y^2 - \delta_1 \cdot \delta_2 + y \cdot (\delta_2 - \delta_1)] + \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \left[\frac{R_1 + R_2}{\delta_{or}} \cdot (y - \delta_1) + R_1 \right], \quad (6.29)$$

где η_V – коэффициент вязкости перерабатываемого материала в валковом зазоре.

Следует отметить, что градиент давления в валковом зазоре $(\partial P / \partial z)_V$ в общем случае состоит из двух компонентов

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_V = \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{V1} + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{V2}, \quad (6.30)$$

где $(\partial P / \partial z)_{V1}$ – градиент давления за счет нагнетательного действия валков; $(\partial P / \partial z)_{V2}$ – градиент давления за счет наличия перепада давления в сопредельных С-образных секциях.

Надо заметить, что компоненты градиента давления, входящие в правую часть уравнения (6.30), могут иметь одинаковые или разные знаки, то есть или усиливать суммарный градиент давления, или уменьшать его, вплоть до полного уравновешивания друг друга.

Наиболее полные результаты при моделировании процессов в валковых зазорах можно найти в специальной литературе по валковым агрегатам [33,34, 36,248].

По аналогии с уравнением (6.27) для боковых зазоров в работе [240] было принято следующее уравнение движения

$$\frac{\partial^2 V_{zb}}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta_b} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_b, \quad (6.31)$$

где η_b – коэффициент вязкости перерабатываемого материала в боковом зазоре; $(\partial P/\partial z)_b$ – градиент давления в боковом зазоре.

Для решения уравнения (6.31) справедливы граничные условия:

– для встречного вращения червяков:

$$V_{zb} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \left(\frac{A}{2} + y \right) \quad \text{при} \quad x = \delta_b / 2;$$

$$V_{zb} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \left(\frac{A}{2} - y \right) \quad \text{при} \quad x = -\delta_b / 2;$$

– для одностороннего вращения червяков:

$$V_{zb} = \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \left(\frac{A}{2} + y \right) \quad \text{при} \quad x = \delta_b / 2;$$

$$V_{zb} = -\pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \left(\frac{A}{2} - y \right) \quad \text{при} \quad x = -\delta_b / 2.$$

В результате решения уравнения (6.31) при соответствующих граничных условиях получены такие зависимости для скоростей:

– для встречного вращения червяков:

$$V_{zb}(x,y) = \frac{1}{8 \cdot \eta_b} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_b \cdot (4 \cdot x^2 - \delta_b^2) + \frac{\pi \cdot D \cdot N_0}{2} \cdot \left(\frac{4 \cdot y \cdot x}{\delta_b} + A \right); \quad (6.32)$$

– для одностороннего вращения червяков:

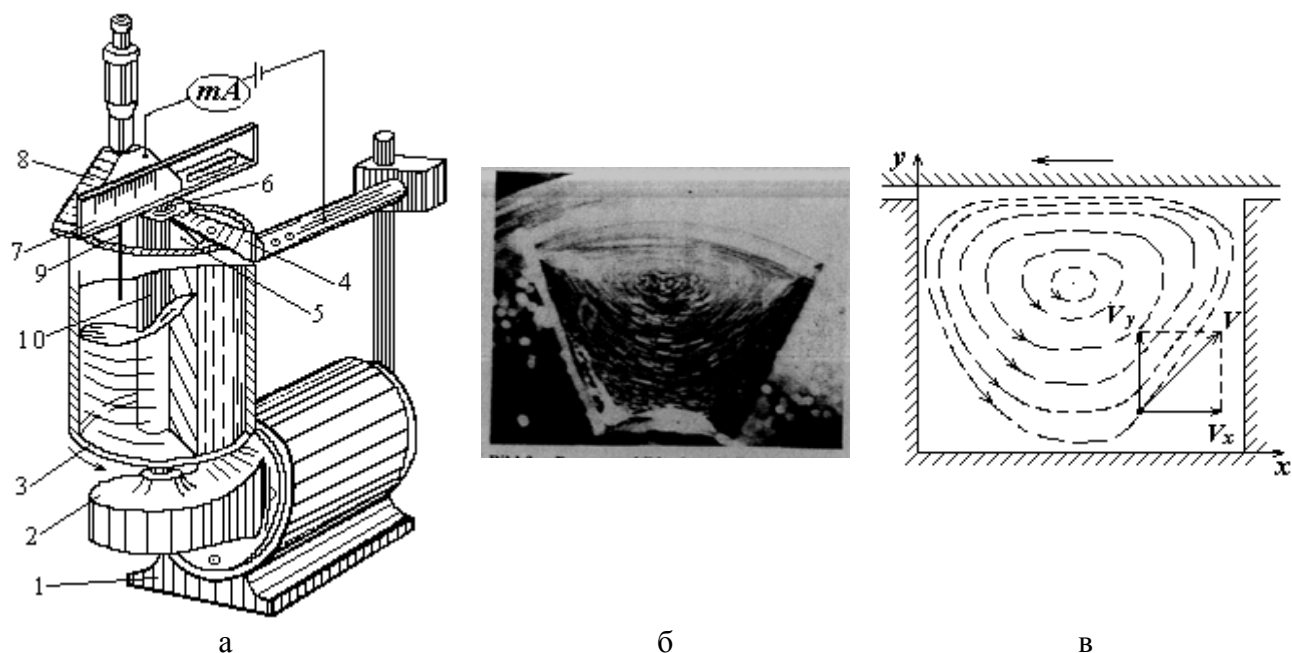
$$V_{zb}(x,y) = \frac{1}{8 \cdot \eta_b} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_b \cdot (4 \cdot x^2 - x \cdot \delta_b + \delta_b^2) + \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \left(\frac{A \cdot x}{\delta_b} + y \right). \quad (6.33)$$

В этой же работе было предложено в качестве критерия деформации сдвига пользоваться обобщенной деформацией сдвига Γ_0 или интенсивностью деформации, которая определяется так

$$\Gamma_0 = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot (1 + \mu)} \cdot \left[(\gamma_{xx} - \gamma_{yy})^2 + (\gamma_{yy} - \gamma_{zz})^2 + (\gamma_{zz} - \gamma_{xx})^2 + \frac{3}{2} \cdot (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right]^{0.5}, \quad (6.34)$$

где γ_{ij} ($i = x, y, z; j = x, y, z$) – компоненты тензора деформаций; μ – коэффициент Пуассона.

В работе [242] приведены экспериментальные данные, полученные при визуализации потоков скоростей на экспериментальной установке. Схема этой установки и характер распределения потоков изображены на рис. 6.30.



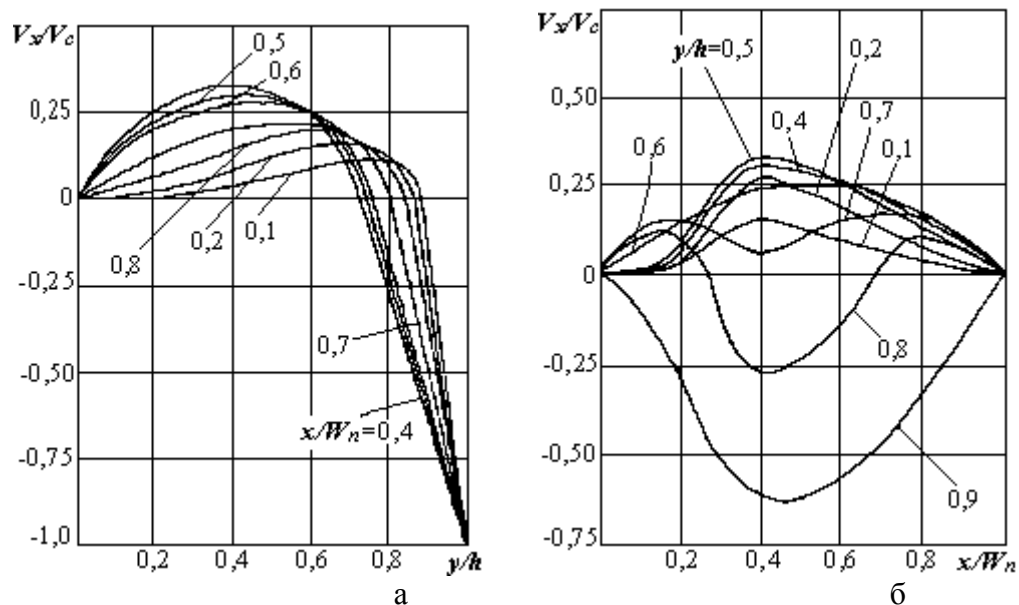
а – схема экспериментальной установки: 1 – электродвигатель; 2 – редуктор; 3 – стакан; 4 – кронштейн; 5 – вставка; 6 – фиксатор; 7 – направляющая; 8 – микрометр; 9 – игла; 10 – сердечник; б – фотография потоков в рабочей камере; в – схема потоков, полученная по экспериментальным данным

Рисунок 6.30 – Схема установки и характер распределения потоков в рабочих объемах двухчервячных экструдеров

В процессе работы установки, изображенной на рис. 6.30,а, происходит движение стакана 3 вокруг сердечника 10, который имеет определенный профиль канала, заполненный модельной жидкостью. Таким образом, имитируется относительное движение материального цилиндра и канала червяка. Для имитации поперечного профиля канала вмонтирована вставка 5. Установка имеет возможность регулировки частоты вращения стакана через двигатель постоянного тока 1 и редуктор 2.

Как видно из фотографии, представленной на рис. 6.30,б и снятой скоростной кинокамерой, в поперечном сечении С-образной секции возникают циркуляционные потоки, схема которых представлена на рис. 6.30,в. Следует заметить, что центр поперечного потока, то есть точка с нулевым значением, может изменяться в зависимости от относительной скорости поверхностей канала и его геометрической конфигурации.

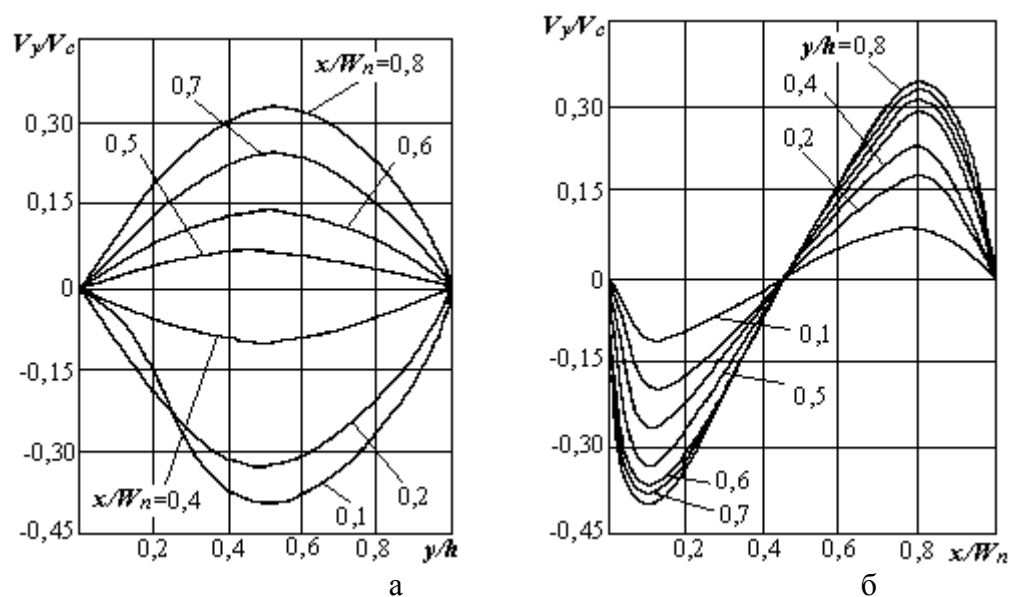
На рис. 6.31 представлены относительные значения скоростей V_x/V_c , которые возникают в поперечном сечении, а на рис. 6.32 – относительные значения скоростей V_y/V_c для прямоугольной формы поперечного сечения ($h/W_n = 1$).



а – вдоль высоты канала; б – вдоль ширины канала

Рисунок 6.31 – Экспериментальные кривые относительной скорости V_x / V_c в поперечном сечении

Из рисунков 6.30,в и 6.31,а видно, что скорость V_x вдоль высоты рабочего канала изменяет знак. Данный вывод не вносит чего-то нового по сравнению с процессами в винтовом канале для одночервячных экструдеров, то есть для данного случая динамика процессов одинакова. Но точка с нулевой скоростью определяется соотношением $y/h = 0,75 \div 0,85$, в то время как для одночервячных экструдеров имеем $y/h = 2/3$. Последний вывод можно объяснить тем фактом, что в рабочем канале двухчервячного экструдера большее влияние оказывают боковые стенки винтового канала.



а – вдоль высоты канала; б – вдоль ширины канала

Рисунок 6.32 – Экспериментальные кривые относительной скорости V_y / V_c в поперечном сечении

Распределение составляющей скорости V_x вдоль ширины канала показывает, что максимальное значение по абсолютной величине при любой частоте вращения возникает на половине ширины, то есть при $x/W_n = 0,5$. Причем происходит медленное уменьшение скорости от центра поперечного сечения канала к стенкам винтовой нарезки

Из сравнения рис. 6.31 и 6.32 видно, что поведение эпюр для компонентов скоростей V_x и V_y вдоль поперечного сечения имеет разный характер.

Это объясняется несколькими причинами. Во-первых, моделирующая система для компонента скорости V_x имеет три неподвижных границы и одну подвижную, в то время как для компонента скорости V_y все границы будут неподвижными. Во-вторых, наблюдается возрастание градиента давления $\partial P/\partial y$ от середины канала ($x/W_n = 0,5$) к границам ($x/W_n = 0$ и $x/W_n = 1$). Причем это изменение зависит от максимального значения градиента давления вдоль оси y для разных уровней вдоль высоты канала. Как видно из последнего рисунка, максимальные значения сдвиговой составляющей скорости находятся на одинаковом расстоянии от боковых стенок винтового канала для разных y/h . Это связано с тем, что градиент давления вдоль оси y также зависит и от координаты x .

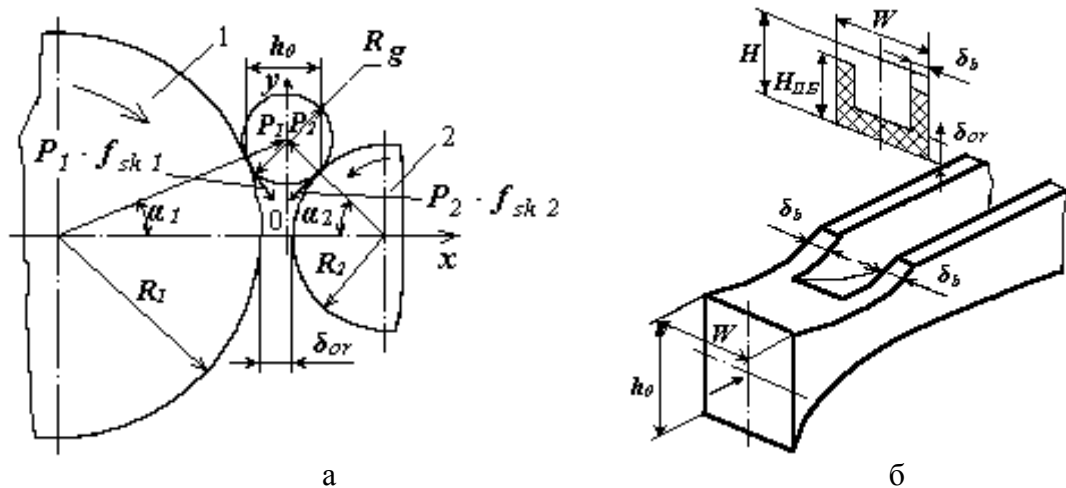
Как видно из приведенных материалов, гидродинамические процессы во многом совпадают для одно- и двухчервячных экструдеров. При моделировании переходных процессов, в первую очередь это касается процессов плавления, между этими двумя типами агрегатов для переработки полимерных материалов наблюдается значительное различие. В особенности это относится к межвалковым зазорам и близлежащих к ним зон.

В работе [247] разработана математическая модель процесса плавления в двухчервячном экструдере со встречным вращением червяков.

При питании гранулированным полимерным материалом, последний попадает в С-образные секции и перемещается вдоль винтового канала. При этом вследствие подвода тепла извне и внутреннему трению между соседними гранулами, температура поверхности гранул изменяется, что вызывает соответствующее изменение коэффициента трения между перерабатываемым материалом и поверхностью червяка f_s . При достижении критического значения коэффициента трения f_{sk} , для соответствующего значения диаметра гранулы D_g происходит увлечение этих гранул в валковый зазор, который образован наружными поверхностями гребня одного червяка радиусом R_1 и сердечником другого червяка радиусом R_2 , как показано на рис. 6.33,а.

В большой мере процесс увлечения материала в валковый зазор характеризуется параметрами прочности перерабатываемого материала. Для более эластичных материалов, которые имеют низкий модуль упругости, процесс плавления происходит при наличии прокатки, что можно сравнить с прокаткой металлических заготовок на рольгангах. При этом вследствие прокатки гранул происходит заполнение ими и боковых зазоров с интенсивным

разогревом перерабатываемого материала. После прохождения зоны сопряжения, то есть при переходе из одной С-образной секции в другую, в результате прокатки масса полимера может принять форму тавра с размером горизонтальной полочки δ_{or} , отвечающей размеру валкового зазора. Соответственно размеры вертикальных полочек будут равны размерам боковых зазоров δ_b , как показано на рис. 6.33,б.



а – расчетная схема; б – форма прокатываемого материала

Рисунок 6.33 – Схема прохождения материала через зазоры сопряжения червяков

Как показал анализ условий захвата гранул полимера в валковый зазор двухчервячного экструдера согласно со схемой на рис. 6.33,а, между углами захвата α_1 и α_2 , размерами зазора и коэффициентами трения полимера с одной стороны по гребню одного червяка f_{sk1} , а с другой – по сердечнику другого червяка f_{sk2} справедлива такая зависимость

$$\frac{1+f_{sk2}}{1+f_{sk1}} \cdot [f_{sk1} - \operatorname{tg}(\alpha_1)] + f_{sk2} - \left[\frac{1}{\sin^2(\alpha_1)} \cdot \left(\frac{R_2 + R_g}{R_1 + R_g} \right)^2 - 1 \right]^{-0.5} = 0;$$

$$\sin(\alpha_2) = \sin(\alpha_1) \cdot \frac{R_1 + R_g}{R_2 + R_g};$$

$$(R_1 + R_g) \cdot \cos(\alpha_1) + (R_2 + R_g) \cdot \cos(\alpha_2) = R_1 + R_2 + \delta_{or}.$$

Используя последние выражения, можно найти коэффициент трения, который обеспечивает затягивание гранул материала в зазор.

Обобщенный график изменения температур на рабочих поверхностях винтового канала и гранул полимера вдоль винтового канала представлен на рис. 6.34.

В зоне питания и сжатия, то есть в пределах отрезка длиной L_1 расчет температурного поля можно вести по методике, указанной в пятом разделе. В

этой зоне, как правило, распределение температуры в системе цилиндр – полимерный материал – червяк не достигло необходимого соответствия для обеспечения определенного коэффициента трения f_{sk} , вследствие чего процесс прокатки в валковых зазорах еще отсутствует.

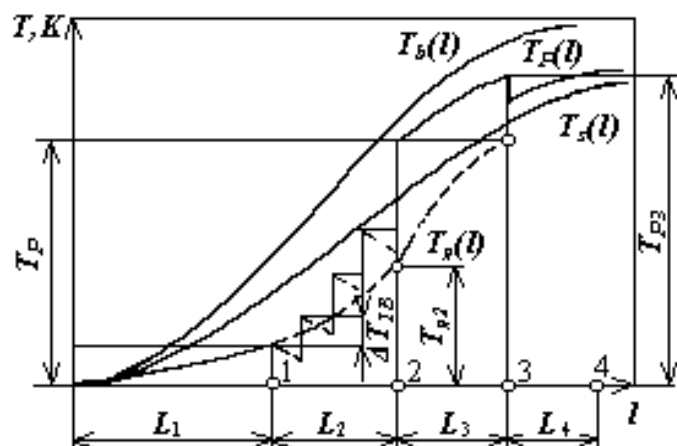


Рисунок 6.34 – Распределение температурного поля вдоль винтового канала: $T_b(l)$ – для рабочей поверхности материального цилиндра; $T_s(l)$ – для рабочей поверхности червяка; $T_g(l)$ – для внешней температуры гранул

На отрезке длиной L_2 создаются условия для захвата полимерного материала в валковые зазоры, оказывающие содействие осуществлению процесса прокатки. В момент, когда температурные и силовые поля приобретут такие значения, при которых температура на поверхности перерабатываемого материала достигнет температуры плавления, на границах раздела между перерабатываемым полимером и поверхностью винтового канала появится тонкая пленка материала. Причем толщина этой пленки на поверхности сердечника будет равна величине валкового зазора δ_{or} , а на боковых стенках – величине бокового зазора δ_b . В процессе плавления те гранулы, которые в меньшей степени подвергаются деформированию, накапливаются в зоне, близлежащей к валковому зазору (зона В на рис. 6.35). Перед этой зоной, то есть в зоне С появляется движение в виде складывающейся ленты, что можно объяснить разностью объемных расходов расплава полимера, создаваемых вращением червяков и потоками через валковые и боковые зазоры. В зоне С полоса расплава налипает на поверхности сердечника и боковые стенки червяка, а поверхность материального цилиндра остается свободной.

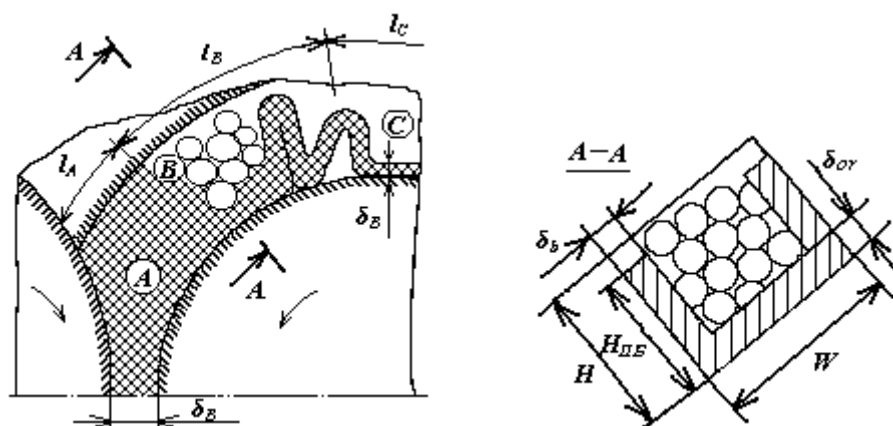


Рисунок 6.35 – Схема процесса плавления в рабочих зонах двухчервячного экструдера

При дальнейшем движении материала в С-образных секциях расплав полимера заполняет пустоты между гранулами в зоне В. Эта зона соответствует отрезку L_3 на рис. 6.34, где температура расплава возрастает от T_p до T_{p3} , а гранул – от T_{g2} до T_p . При этом, время полного плавления гранул t_p может быть рассчитано по аналогии с температурной задачей для бруса с поперечным сечением $(W_n - 2 \cdot \delta_b) \cdot (h - \delta_{or})$. Длина третьей зоны на рис. 6.34 может быть определена с условия $L_3 = V_{cl} \cdot t_p$ (V_{cl} – скорость перемещения С-образной секции в направлении оси червяка). В конце этой зоны средняя температура приобретает значение T_{cp3} , а длину зоны А можно определить из материального баланса.

В четвертой зоне на рис. 6.34 длиной L_4 наблюдается интенсификация потоков в зазорах вследствие возрастания температуры, приводящая к увеличению зоны А (рис. 6.35), которая может считаться границей зоны плавления.

Следует отметить, что процессы прокатки, которые рассматриваются в работах Кима В.С.-Х. и его соавторов, могут быть математически обработаны с помощью соответствующих теорий для металлов, например, [249]. Что же касается температурных задач, то они рассматриваются относительно твердых тел, моделирование которых базируется на феноменологической теории Лыкова А.В. [250].

И, наконец, заканчивая анализ работ, которые были выполнены под руководством Кима В.С.-Х., следует записать обобщенные выражения для производительности двухчервячного экструдера [3]:

– для встречного вращения червяков

$$Q_{\partial\partial} = i \cdot N_0 \cdot (2 \cdot \pi - \alpha') \cdot [\pi \cdot D \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0) - S_0] \cdot (D - h) \cdot h - 2 \cdot \pi \cdot h \cdot (t_0 - i \cdot S_0) \cdot D_F - \\ - \frac{h^3 \cdot (t_0 - i \cdot S_0) \cdot F_p \cdot \cos(\varphi_0)}{6 \cdot \eta_{k3}} \cdot \frac{A1_3}{A2_3} - \frac{[\pi - 2 \cdot \arccos(A/D)]}{6 \cdot \eta_r \cdot \cos(\varphi_0)} \cdot \frac{\Delta P_d}{L_{dz}}; \quad (6.35)$$

– для одностороннего вращения червяков

$$Q_{\partial o} = i \cdot N_0 \cdot (2 \cdot \pi - \alpha') \cdot [\pi \cdot D \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0) - S_0] \cdot (D - h) \cdot h - 2 \cdot \pi \cdot h \cdot (t_0 - i \cdot S_0) \cdot D_F - \\ - \frac{h^3 \cdot (t_0 - i \cdot S_0) \cdot F_p \cdot \cos(\varphi_0)}{6 \cdot \eta_{ko}} \cdot \frac{A1_o}{A2_o} - \frac{[\pi - 2 \cdot \arccos(A/D)]}{6 \cdot \eta_r \cdot \cos(\varphi_0)} \cdot \frac{\Delta P_d}{L_{dz}}. \quad (6.36)$$

В последние два уравнения входят такие комплексы

$$A1_3 = -2 \cdot \pi \cdot h \cdot (t_0 - i \cdot S_0) \cdot D_F - 2 \cdot \pi \cdot N_0 \cdot A \cdot [B \cdot \delta \cdot (R_1 + R_2) + \delta_b \cdot (h - \delta_{or})];$$

$$A2_3 = \frac{B}{2 \cdot \eta_{v3}} \cdot \frac{l_s}{l_b} \cdot \delta^3 + \frac{1}{3 \cdot \eta_{b3}} \cdot \frac{l_s}{l_b} \cdot (h - \delta_{or})^3 + \frac{h^3 \cdot (t_0 - i \cdot S_0) \cdot F_p \cdot \cos(\varphi_0)}{6 \cdot \eta_{k3}};$$

$$\begin{aligned}
A1_o &= -2 \cdot \pi \cdot h \cdot (t_0 - i \cdot S_0) \cdot D_F - B \cdot \pi \cdot N_0 \cdot \delta \cdot (R_1 - R_2); \\
A2_o &= \frac{B}{3 \cdot \eta_{bo}} \cdot \frac{l_s}{l_\delta} \cdot (h - \delta_{or}) \cdot \delta_b^3 + \frac{B}{\eta_{vo}} \cdot \frac{l_s}{l_b} \cdot F_\delta + \frac{h^3 \cdot (t_0 - i \cdot S_0)}{6 \cdot \eta_{ko}} \cdot F_p \cdot \cos(\varphi_0); \\
D_F &= D \cdot \left[1 - \frac{\cos^2(\varphi_0)}{2} \cdot F_d \cdot F_{cd} \right] - h; \quad F_\delta = \frac{\delta_1^3 + \delta_2^3}{6} + \frac{\delta_1^2 \cdot \delta_2 + \delta_1 \cdot \delta_2^2}{2}; \\
l_s &= \pi \cdot (D - h) - \frac{D}{2} \cdot \arccos(A_{Dh}); \quad l_b = \frac{D}{2} \cdot \arccos(A_{Dh}); \\
A_{Dh} &= \frac{A^2 - \left(\frac{D-h}{2} \right)^2 - \left(\frac{D}{2} \right)^2}{A \cdot D}; \quad B = W_n / \cos(\varphi_0) - 2 \cdot \delta_b.
\end{aligned}$$

Величины, которые входят в последние уравнения и не встречаются раньше, имеют такой смысл: $\eta_{vз}$, η_{vo} – эффективная вязкость в валковом зазоре соответственно при встречном и одностороннем вращении червяков; $\eta_{кз}$, $\eta_{ко}$ – эффективная вязкость в винтовом канале соответственно при встречном и одностороннем вращении червяков; η_r – эффективная вязкость в радиальном зазоре между гребнями червяков и внутренней поверхностью материального цилиндра; $\delta = \delta_1 + \delta_2$ – толщина зазора вдоль оси z для валковой зоны в соответствии с рис. 6.29,а; i – количество заходов червяка; L_{dz} – длина червяка в осевом направлении, на котором создается перепад давления ΔP_d ; $\eta_{bз}$, η_{bo} – эффективная вязкость в боковых зазорах соответственно при встречном и одностороннем вращении червяков.

В работе [251] была разработана методика моделирования работы двухчервячных экструдеров, используя метод масштабирования основных геометрических и технологических параметров. Для этого были введены масштабные факторы для разных параметров, а основным критерием масштабирования выбран диаметр червяка D . Тогда, например, можно записать следующие соотношения

$$\frac{Q}{Q_B} = \left(\frac{D}{D_B} \right)^q; \quad \frac{P}{P_B} = \left(\frac{D}{D_B} \right)^p; \quad \frac{\eta}{\eta_B} = \left(\frac{D}{D_B} \right)^v; \quad \frac{t_O}{t_{BO}} = \left(\frac{D}{D_B} \right)^t, \quad (6.37)$$

где q , p , v , t – масштабные факторы соответственно для производительности, давления, коэффициента эффективной вязкости, шага винтовой нарезки; B – индекс, относящийся к базовому агрегату.

Кроме соотношений, представленных в выражениях (6.37), для более точного масштабирования следует ввести и другие масштабные зависимости для геометрических и технологических параметров.

В данной работе также были представлены выражения для расчета объемных скоростей через зазоры в случае встречного вращения червяков:

– для валкового зазора

$$Q_B = \frac{4 \cdot (t_0 - S_0)}{3 \cdot i} \cdot \left[\frac{2 \cdot i \cdot \Delta P \cdot \delta_{or}^3}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot \sqrt{(D-h) \cdot \delta_{or} / 2}} + \pi \cdot N_0 \cdot (D-h) \cdot \delta_{or} \right]; \quad (6.38)$$

– для радиального зазора

$$Q_P = (2 \cdot \pi - \alpha') \cdot \frac{D}{2} \cdot \left\{ \frac{N_0 \cdot t_0 \cdot \delta_r}{2} + \frac{\delta_0^3}{6 \cdot \eta \cdot S_0} \cdot \left[3 \cdot \eta \cdot \frac{N_0 \cdot t_0}{h^2} \cdot \left(\frac{t_0}{i} - S_0 \right) + \Delta P \right] \right\}; \quad (6.39)$$

– для бокового зазора за счет градиента давления

$$Q_{B1} = 0.0054 \cdot \left(\frac{2 \cdot h}{D} \right)^{1.8} \cdot \left[\varphi_0 + 2 \cdot \frac{\delta_b + \delta_{or} \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)}{h} \right]^2 \cdot \frac{D^3 \cdot \Delta P}{8 \cdot \eta}; \quad (6.40)$$

– для бокового зазора за счет вращения гребней

$$\begin{aligned} Q_{B2} = & \pi \cdot N_0 \cdot (D-h) \cdot (h - \delta_{or}) \cdot (\delta_b + \delta_{or} \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)) + \\ & + \frac{i \cdot \Delta P \cdot (h - \delta_{or}) \cdot [\delta_b + \delta_{or} \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)]^3 \cdot \cos^2(\varphi_0)}{b \cdot \eta \cdot D \cdot \sin(\alpha_1/2)} \cdot \left\{ 1 - 0.630 \cdot \frac{\delta_b + \delta_{or} \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)}{h - \delta_{or}} \cdot \cos^2(\varphi_0) + \right. \\ & \left. + 0.052 \cdot \left[\frac{\delta_b + \delta_{or} \cdot \operatorname{tg}(\varphi_0)}{h - \delta_{or}} \cdot \cos^2(\varphi_0) \right]^5 \right\}. \end{aligned} \quad (6.41)$$

Во всех рассмотренных работах этого раздела анализировались процессы относительно ньютоновской жидкости.

В работе [252] получены зависимости для основных технологических параметров двухчервячных экструдеров с односторонним вращением червяков в случае, если расплав полимера подчиняется степенной жидкости, то есть справедливо реологическое уравнение состояния (1.27).

Авторами получены такие соотношения

$$\pi_Q = 0.3486 \cdot (1 - \eta) \cdot \Phi_{2p} + (0.5229 + 0.4455 \cdot n) \cdot \Phi_{2p} \cdot \left(\Phi_{1p} - \frac{\Phi_{2p}}{n^{0.94}} \cdot \pi_p \right); \quad (6.42)$$

$$\Phi_{1p} = \frac{n^{0.94} \cdot [2 - \cos(\varphi_0)] - (\cos(\varphi_0))^{(n-1)} + (\cos(\varphi_0))^n}{n^{0.94}}; \quad (6.43)$$

$$\Phi_{2p} = (\cos(\varphi_0))^{(n-1)}, \quad (6.44)$$

где n – показатель степени для степенной жидкости; π_Q , π_P – безразмерные значения соответственно производительности и давления, для которых можно записать такие соотношения

$$\pi_Q = \frac{2 \cdot Q}{V_{cz} \cdot W_n \cdot h}; \quad \pi_P = \frac{h^{(1+n)}}{6 \cdot \mu \cdot V_{cz}^n} \cdot \frac{\Delta P}{Z_{dz}},$$

где μ – коэффициент консистенции; Z_{dz} – длина винтового канала, на котором создается перепад давления ΔP .

На рис. 6.36 изображена рабочая характеристика двухчервячного экструдера, то есть зависимость производительности от давления для безразмерных величин в зависимости от разных значений показателя степени.

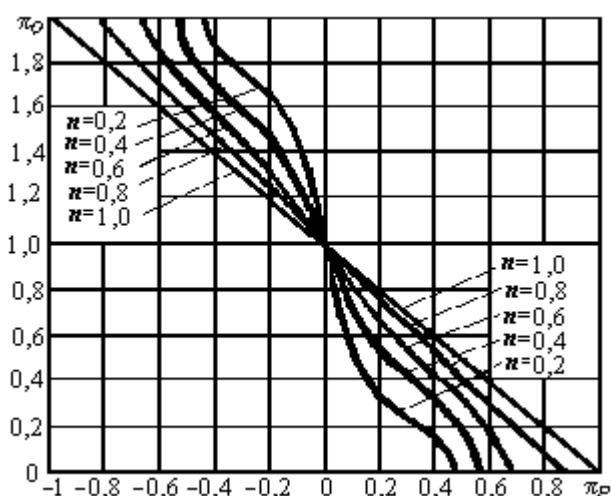


Рисунок 6.36 – Рабочая характеристика двухчервячного экструдера для степенной жидкости

Как видно из приведенных на последнем рисунке графиков, при отдалении жидкости от ньютоновской, то есть при уменьшении показателя степени n , значительные изменения претерпевает как профиль кривой, так и относительные значения производительности и давления.

Данные соотношения в значительной мере могут повлиять как на энергосиловые параметры

агрегата, так и показатели качества смешения.

В работе [253] рассмотрены теоретические и экспериментальные аспекты движения материала в рабочих объемах двухчервячных экструдеров с односторонним вращением червяков для степенной жидкости. При этом были использованы уравнения движения и неразрывности в таком виде

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}; \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y};$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y}; \quad \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0.$$

Как видно из представленных уравнений, при их записи пренебрегалось градиентами физических величин (за исключением градиента давления) вдоль винтового канала, то есть вдоль координаты z . При этом для компонентов тензора напряжений справедливы такие соотношения

$$\sigma_{xx} = \eta(\dot{\gamma}) \cdot \frac{\partial V_x}{\partial x}; \quad \sigma_{xy} = \eta(\dot{\gamma}) \cdot \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right);$$

$$\sigma_{yy} = 2 \cdot \eta(\dot{\gamma}) \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y}; \quad \sigma_{xz} = \eta(\dot{\gamma}) \cdot \frac{\partial V_z}{\partial x};$$

$$\sigma_{yz} = \eta(\dot{\gamma}) \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y};$$

где
$$\dot{\gamma} = \left[2 \cdot \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} \right)^2 \right]^{0.5}.$$

Что же касается граничных условий, то они принципиально не отличаются от приведенных раньше.

Использовался численный метод, а именно метод конечных элементов для решения приведенной системы уравнений. Схема дискретизации рабочей зоны конечными элементами изображена на рис. 6.37, где количество элементов составляет 360, а количество точек по скорости и давлению соответственно составляет 809 и 225. Для граничных точек получается – 176.

Для расчетов согласно со схемой на рис. 6.37 были выбраны такие геометрические размеры: радиус гребней червяков – $R = 15,425$ мм; радиус сердечника – $R_0 = 10,65$ мм; межцентровое расстояние – $A = 26,2$ мм. Эпюры распределения давления в рабочем объеме, полученные на базе математической модели, представлены на рис. 6.38.

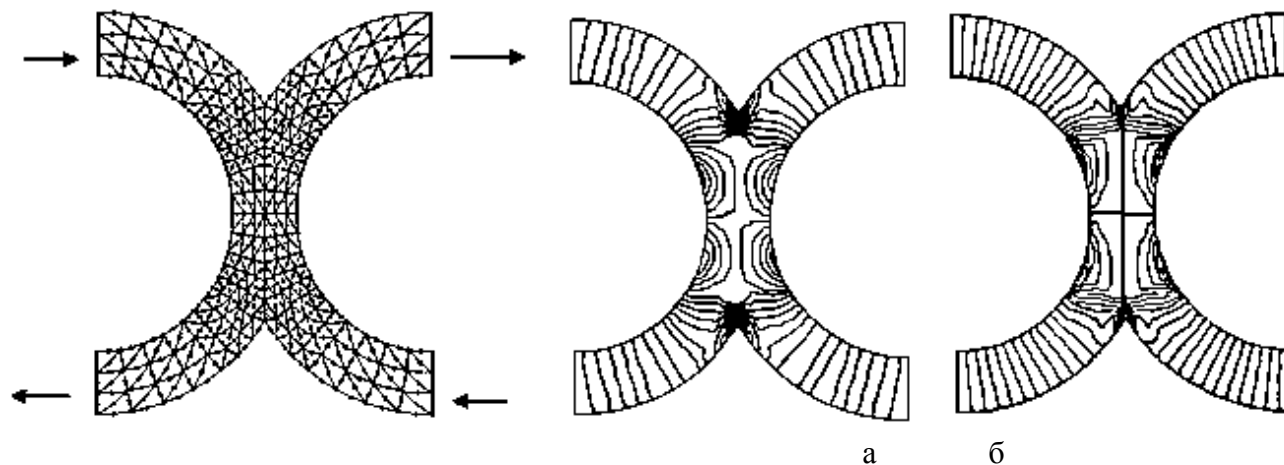


Рисунок 6.37 – Схема дискретизации рабочего объема конечными элементами

а – для ньютоновской жидкости;
б – для степенной жидкости ($n = 0,31$)

Рисунок 6.38 – Эпюры распределения давления в рабочем объеме двухчервячного экструдера с односторонним вращением червяка

Как видно из приведенных эпюр, распределение давления носит симметричный характер относительно вертикальной линии, которая проходит через середину межцентрового расстояния. Причем на достаточном расстоянии

от этой линии градиенты давления вдоль высоты рабочего канала практически отсутствуют. Но в зоне сопряжения двух червяков наблюдается интенсивное изменение давления с образованием локальных минимумов и максимумов. Причем для степенной жидкости градиенты давления имеют более выраженный характер, что объясняется зависимостью вязкости от скорости деформации, существенно увеличивающейся в зонах сопряжения червяков вследствие незначительных величин валковых δ_{0r} и боковых δ_b зазоров.

В данной работе также рассмотрены процессы, описываемые в цилиндрической системе координат. При этом для тангенциальной скорости получена такая зависимость

$$\begin{aligned}
 V_{\varphi}(r, \varphi) = & \frac{1}{\eta} \cdot \frac{dP}{d\varphi} \cdot \frac{1}{4 \cdot r} \times \\
 & \times \left[2 \cdot r^2 \cdot \ln(r) - 2 \cdot R^2 \cdot \ln(R) - r^2 + R^2 \right] + \\
 & + \frac{1}{\eta} \cdot \frac{dP}{d\varphi} \cdot \frac{1}{4 \cdot r} \cdot \frac{(r^2 - R^2)}{(R_0^2 - R^2)} \cdot \left[2 \cdot R^2 \cdot \ln(R) - 2 \cdot R_0^2 \cdot \ln(R_0) + \right. \\
 & \left. + R_0^2 - R^2 \right] + \frac{(r^2 - R^2)}{r \cdot (R_0^2 - R^2)} \cdot N_0 \cdot R_0^2.
 \end{aligned} \tag{6.45}$$

Кроме приведенных работ можно выделить работы, в которых изучается работа двухчервячных экструдеров с червяками, не входящими в зацепление. Среди множества таких работ выделим [254–256], в которых выполняются как теоретические, так и экспериментальные исследования.

За последние десять лет получило развитие несколько направлений в научно-технических исследованиях двухчервячных экструдеров. К первому из направлений следует отнести работы, связанные с изучением синтеза разных полимерных систем, в том числе и с учетом привитой сополимеризации [257–269].

Значительное количество работ посвящено исследованию распределения времени пребывания в рабочем объеме двухчервячных экструдеров, которые в определенной мере влияют как на реакционные процессы, так и на смешительное влияние разных секций червяков [270–279]. В свою очередь распределение времени пребывания материала в каждой из секций, с учетом их формы и габаритов, оказывает большое влияние на характер структуры получаемых полимерных композитов, которая представляет собой отдельную область научных исследований [280–287]. При этом также рассматриваются вопрос оптимизации структуры и нанокомпозитов [288].

Направленность некоторых исследований связана с проблемами деструкции в полимерных материалах и минимизацией возникновения термо-

механодеструкционных процессов путем оптимизации технологических параметров (температуры и скорости обращения) и геометрической формы рабочих элементов [289–291].

Большое количество исследований связано с моделированием и оценкой пластицирующих и смесительных возможностей рабочих элементов двухчервячных экструдеров. При этом можно выделить чисто теоретические работы [292–294] и работы экспериментальной направленности [295–312]. На рис. 6.39 представлены фотографии, которые характеризуют процесс плавления полиэтилена высокой плотности, полученные для производительности 7,03 кг/час при разных значениях шага червячной нарезки t_0 [298].



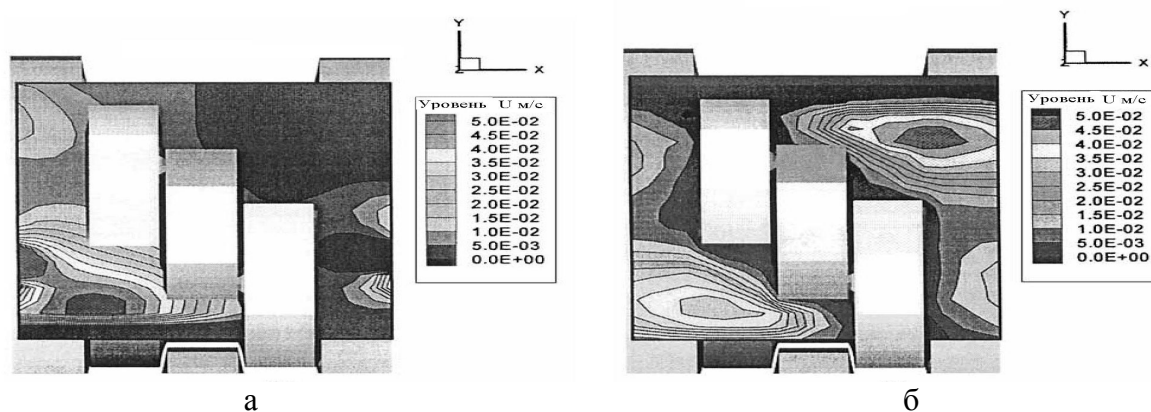
а – $t_0 = 20$ мм; б – $t_0 = 30$ мм; в – $t_0 = 45$ мм

Рисунок 6.39 – Фотографии срезов при плавлении ПЭВП

Как видно из приведенных фотографий, процесс плавления интенсифицируется при уменьшении шага червячной нарезки.

Особый интерес представляют собой работы, в которых используется компьютерное 3-D моделирование процессов в рабочих зазорах, образованных между смесительно–пластицирующими элементами двух червяков и материальным цилиндром [313–321].

На рис. 6.40 изображена картина распределения скоростей в рабочем межулачковом объеме, полученная 3-D моделированием и проверенная экспериментальным путем [320].



а – экспериментальные результаты; б – теоретические результаты

Рисунок 6.40 – Картина распределения x -компонента скорости в рабочем межулачковом объеме двухчервячного экструдера при угловой скорости 60 об/мин и производительности - 5 мл/с:

Таким образом, представленные материалы свидетельствуют о том, что в это время существует довольно большое количество математических моделей, которые с разной точностью могут описать процессы, происходящие в рабочих зонах двухчервячных экструдеров. Однако следует отметить, что при граничных режимах работы существующие модели не во всех случаях дают адекватные результаты. Интересным направлением в теоретической области может быть использование конформного изображения для описания конфигурации поперечного сечения рабочего канала двухчервячного экструдера.

6.4 Анализ процессов в зазорах, которые моделируются клинообразными и двухугловыми каналами

Новый подход к решению задач, связанных с течением в зазорах сопрягаемых секциях, внес Кудрин Ю.П. В своих работах [322–328] Кудрин Ю.П. предложил рассматривать зазоры, образованные между поверхностями сердечника одного червяка и гребнями другого как клинообразные каналы. Схема такого канала изображена на рис. 6.39. В зависимости от направления течения клинообразные каналы получили разные названия. Если течение направлено к вершине, то есть при $r \rightarrow 0$, то в большинстве литературных ссылках такие каналы получили название конфузорные каналы. В другом случае, то есть если течение направлено от вершины, каналы называют диффузорными. Также существует и другая терминология [16-18], а именно, соответственно конвергентные и дивергентные каналы.

Моделирование процессов в конвергентном канале с одной подвижной стенкой при отсутствии боковых параллельных стенок приведено в работе [329]. При этом допускалось, что вторичные потоки в клинообразных зазорах отсутствуют, то есть, справедливы условия $V_\varphi = V_z = 0$ и $V_r = V_r(r, \varphi)$. Для решения данной задачи, при использовании обычных для этого класса задач допущений, следует использовать следующую систему уравнений движения в цилиндрической системе координат

$$-\frac{\partial P_k}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0; \quad (6.46)$$

$$-\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P_k}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{2}{r} = 0. \quad (6.47)$$

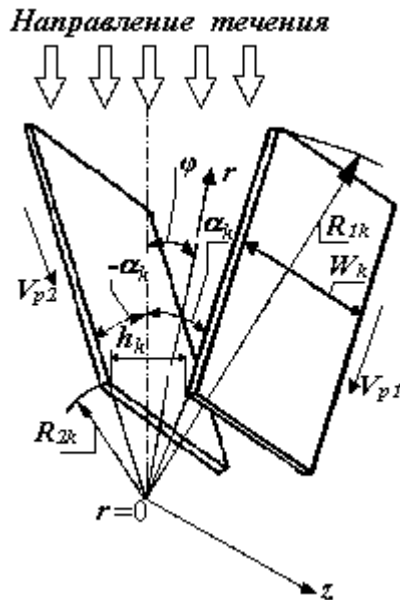


Рисунок 6.39 – Схема конфузорного (конвергентного) канала

перепишутся таким образом

Будет справедливым такое соотношение для уравнения неразрывности

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} = 0. \quad (6.48)$$

В соответствии с последним уравнением можно ввести замену

$$V_r(r, \varphi) = \frac{f(\varphi)}{r}, \quad (6.49)$$

где $f(\varphi)$ – функция радиальной составляющей скорости, которая зависит только от угловой координаты.

При решении данной задачи в ньютоновском приближении, с учетом последнего выражения уравнения движения

$$-\frac{\partial P_k}{\partial r} + \frac{\eta_k}{r^3} \cdot f'' = 0; \quad (6.50)$$

$$-\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P_k}{\partial \varphi} + \frac{2 \cdot \eta_k}{r^3} \cdot f' = 0, \quad (6.51)$$

где η_k – коэффициент вязкости в клинообразном канале.

После соответствующего преобразования два последних уравнения можно привести к виду

$$f''' + 4 \cdot f' = 0. \quad (6.52)$$

Решение дифференциального уравнения третьего порядка относительно f может быть записано так

$$f = \frac{C_1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) - \frac{C_2}{2} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) + C_3. \quad (6.53)$$

С учетом выражения (6.49) имеем

$$V_r(r, \varphi) = \frac{C_1}{2 \cdot r} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) - \frac{C_2}{2 \cdot r} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) + \frac{C_3}{r}. \quad (6.54)$$

Последнее уравнение содержит три константы интегрирования, две из которых можно найти из граничных условий:

– в случае движения одной из пластин со скоростью V_{p1} , например, при $\varphi = \alpha_k$

$$V_r = 0 \text{ при } \varphi = -\alpha_k, \quad V_r = V_{p1} \text{ при } \varphi = \alpha_k; \quad (6.55)$$

– в случае движения обеих пластин с разной скоростью

$$V_r = V_{p2} \quad \text{при} \quad \varphi = -\alpha_k, \quad V_r = V_{p1} \quad \text{при} \quad \varphi = \alpha_k. \quad (6.56)$$

Третью константу можно найти, исходя из равенства производительности в любом сечении вдоль оси r в соответствии с выражением

$$W_k \cdot \int_{-\alpha}^{\alpha} V_r \cdot r d\varphi = Q_k, \quad (6.57)$$

где W_k – ширина клинообразного канала вдоль оси z ; Q_k – производительность на выходе из канала, то есть при $r = R_{2k}$.

Производительность Q_k может быть найдена из уравнений:

– в случае движения одной из пластин

$$Q_{k1} = \frac{V_{p1} \cdot W_k \cdot h_k}{2}; \quad (6.58)$$

– в случае движения двух пластин

$$Q_{k2} = \frac{(V_{p1} + V_{p2}) \cdot W_k \cdot h_k}{4}, \quad (6.59)$$

где h_k – высота клинообразного канала на выходе из него, которую можно найти из уравнения

$$h_k = 2 \cdot R_{2k} \cdot \sin(\alpha_k/2).$$

Соответствующая подстановка приводит к следующим выражениям для констант интегрирования:

– при использовании граничных условий (6.55) и выражения (6.58)

$$\begin{aligned} C_1 &= V_{p1} \cdot \frac{r}{\sin(2 \cdot \alpha_k)}; \\ C_2 &= -2 \cdot \frac{W_k \cdot \alpha_k \cdot V_{p1} \cdot r - Q_{k1}}{W_k \cdot [2 \cdot \alpha_k \cdot \cos(2 \cdot \alpha_k) - \sin(2 \cdot \alpha_k)]}; \\ C_3 &= \frac{2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha_k) \cdot Q_{k1} - V_{p1} \cdot r \cdot W_k \cdot \sin(2 \cdot \alpha_k)}{2 \cdot W_k \cdot [2 \cdot \alpha_k \cdot \cos(2 \cdot \alpha_k) - \sin(2 \cdot \alpha_k)]}; \end{aligned}$$

– при использовании граничных условий (6.56) и выражения (6.59)

$$C_1 = \frac{r \cdot (V_{p1} - V_{p2})}{\sin(2 \cdot \alpha_k)};$$

$$C_2 = -2 \cdot \frac{W_k \cdot \alpha_k \cdot r \cdot (V_{p2} + V_{p1}) - Q_{k2}}{W_k \cdot [2 \cdot \alpha_k \cdot \cos(2 \cdot \alpha_k) - \sin(2 \cdot \alpha_k)]};$$

$$C_3 = \frac{2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha_k) \cdot Q_{k2} - W_k \cdot r \cdot \sin(2 \cdot \alpha_k) \cdot (V_{p2} + V_{p1})}{2 \cdot W_k \cdot [2 \cdot \alpha_k \cdot \cos(2 \cdot \alpha_k) - \sin(2 \cdot \alpha_k)]}.$$

Следует воспользоваться уравнением (6.50) с учетом выражения (6.53) для определения градиента давления вдоль радиуса клинообразного зазора. Откуда можно записать

$$\frac{\partial P_k}{\partial r} = \frac{2 \cdot \eta_k}{r^3} \cdot [C_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi) - C_1 \cdot \sin(2 \cdot \varphi)]. \quad (6.60)$$

После разделения переменных в последнем уравнении и интегрирования по координате r получим

$$P_k = -\frac{\eta_k}{r^2} \cdot [C_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi) - C_1 \cdot \sin(2 \cdot \varphi)] + C_4.$$

Для определения константы интегрирования следует воспользоваться известным значением давления на входе P_B в клинообразный канал. Для конвергентного канала граничное условие можно записать в таком виде

$$P_k = P_{kB} \quad \text{при} \quad r = R_{1k}.$$

Соответствующая подстановка приводит к такому уравнению для распределения давления

$$P_k(r, \varphi) = \eta_k \cdot [C_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi) - C_1 \cdot \sin(2 \cdot \varphi)] \cdot \left(\frac{1}{R_{1k}^2} - \frac{1}{r^2} \right) + P_{kB}. \quad (6.61)$$

Чтобы воспользоваться формулой (6.61) для расчета давления в конвергентном канале, который может моделировать процессы в зоне сопряжения, образованной двумя червяка при встречном вращении, необходимо значения скорости на границах V_{p1} и V_{p2} подставлять со знаком минус. Последнее замечание связано с тем, что движение пластин направлено в противоположную сторону координате r .

На рис. 6.40 представлен объемный график, полученный из формулы (6.61) для конвергентного канала

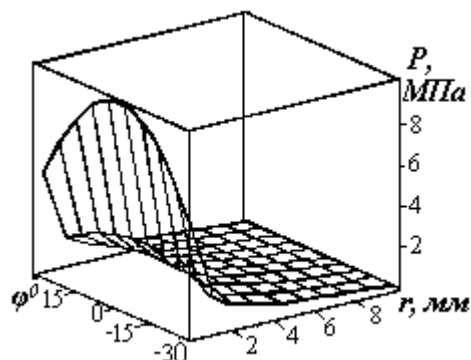


Рисунок 6.40 – График распределения давления в конвергентном канале при встречном вращении червяков с такими параметрами: $R_{1k} = 10$ мм; $R_{2k} = 0,3$ мм; $\alpha_k = 30^\circ$; $W_k = 4$ мм; $V_{p1} = -0,283$ м/с; $V_{p2} = -0,251$ м/с; $P_{kB} = 0,2$ МПа; $\eta_k = 2400$ Па·с

В работах [327, 328] была разработана математическая модель процессов в конфузорных (диффузорных) каналах при наличии параллельных стенок, замыкающих канал. При этом для решения проблемы были рассмотрены две вспомогательных задачи о течении в каналах: первая – с нулевыми граничными условиями на параллельных стенках и ненулевыми граничными условиями на наклонных стенках; вторая – наоборот, а именно с нулевыми граничными условиями на наклонных стенках и ненулевыми – на параллельных стенках. Общая схема клинообразного канала для решения сформулированной задачи в соответствии с Кудриным Ю.П. представлена на рис. 6.41.

Для решения первой задачи Кудриным Ю.П. рассматривалась начальная задача, связанная с течением в каналах с двумя наклонными неподвижными стенками. Эта задача принципиально не отличается от задачи, которая решалась по схеме на рис. 6.39. То есть уравнение (6.52) и в данном случае будет верным. Но выражения (6.53) и (6.54) упрощаются вследствие симметрии потока с учетом граничных нулевых условий. То есть уравнение (6.54) в данном случае будет иметь вид

$$V_r(r, \varphi) = \frac{C_3}{4 \cdot r} \cdot \left[1 - \frac{\cos(2 \cdot \varphi)}{\cos(2 \cdot \alpha_k)} \right]. \quad (6.62)$$

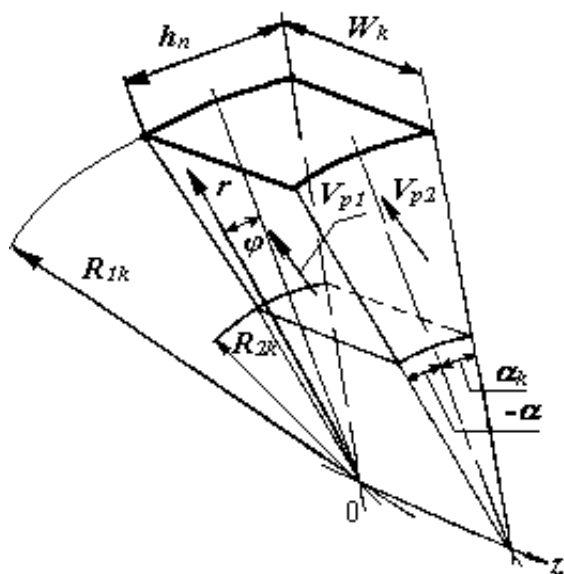


Рисунок 6.41 – Схема клинообразного канала, который ограничивается двумя параллельными стенками и двумя наклонными стенками

Подстановка последнего выражения в уравнение движения в соответствии с Кудриным Ю.П. дает

$$P_k(r, \varphi) = \eta_k \cdot \frac{C_3}{r^2} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{\cos(2 \cdot \varphi)}{\cos(2 \cdot \alpha_k)} \right] + C_4. \quad (6.63)$$

Задавшись значениями давления на концах клинообразного канала P_{k1} и P_{k2} , соответственно при R_{1k} и R_{2k} , можно записать следующее выражение для разности давлений, усредненной по координатой φ

$$P_{1k} - P_{2k} = C_1 \cdot \eta_k \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k)}{\alpha_k} \right] \cdot \frac{R_{1k}^2 - R_{2k}^2}{R_{1k}^2 \cdot R_{2k}^2}. \quad (6.64)$$

Используя выражение для скорости (6.62) с учетом последней зависимости, была получена такая формула для расхода на единицу ширины канала, то есть вдоль оси z

$$q_{dp} = - \frac{P_{1k} - P_{2k}}{2 \cdot \eta_k} \cdot \frac{R_{1k}^2 \cdot R_{2k}^2}{R_{1k}^2 - R_{2k}^2} \cdot \frac{\alpha_k \cdot [\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - 2 \cdot \alpha_k]}{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - 2 \cdot \alpha_k}. \quad (6.65)$$

При решении первой задачи были сделаны такие замены (при условии, что наклонные стенки двигаются со скоростью V_{p1})

$$V_r = V_{p1} \cdot (\varphi')^{(r'-1)}; \quad (6.66)$$

$$V_\varphi = -V_{p1} \cdot \alpha_k \cdot (\varphi')^{(r'-1)} \cdot \ln(\varphi'), \quad (6.67)$$

где $r' = r/R_{2k}$; $\varphi' = \varphi/\alpha_k$.

Подстановка выражений (6.66) и (6.67) в уравнения движения (6.46) и (6.47), после усреднения по координате φ' приводит к формуле для давления в виде

$$P_k(r', \varphi') = \eta_k \cdot \frac{R_{2k}}{\alpha_k} \cdot \int_0^1 d\varphi' \int \left[\Delta V_r - \frac{V_r}{r' \cdot R_{2k}} - \frac{2}{(r')^2 \cdot R_{2k}^2 \cdot \alpha_k} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi'} \right] dr' + \\ + \eta_k \cdot R_{2k}^2 \cdot \alpha_k \cdot \int_0^1 d\varphi' \int r' \cdot \left\{ \Delta V_\varphi - \frac{V_\varphi}{(r')^2 \cdot R_{2k}} + \frac{2}{(r')^2 \cdot R_{2k}^2 \cdot \alpha_k} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \varphi'} \right\} d\varphi' + C, \quad (6.68)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial}{\partial r'} + \frac{1}{r'^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi'^2}$.

Решение уравнения (6.68) получено в таком виде [328]

$$P_k(r') - P(1) = \eta_k \cdot \frac{V_{p1}}{R_{2k}} \cdot \left\{ \frac{\ln(r') + 1/r' - 1}{\alpha_k^2} - 2 \cdot \left[1 - \frac{1}{(r')^2} + \frac{\alpha_k^2}{72} \right] - \right. \\ \left. - \alpha_k^2 \cdot r' \cdot \left[\frac{1}{(r'+1)^4} \cdot \frac{7 \cdot (r')^2 - (2 \cdot r' + 1)^2}{(r')^2} - \frac{1}{(r'+2)^4} \cdot \frac{7 \cdot (r')^2 - (2 \cdot r' + 2)^2}{(r')^2} \right] \right\}. \quad (6.69)$$

Для анализируемого течения необходимо соблюдать определенный перепад давления на концах клинообразного канала, вследствие чего перепад давления, определяемый из последней формулы, надо скомпенсировать. Это можно сделать, если к течению с подвижными наклонными стенками прибавить течение с неподвижными стенками. Тогда с учетом уравнений (6.64), (6.65) и (6.69) выражение для расхода в клинообразном канале в случае движения наклонных стенок в расчете на единицу ширины канала запишется таким образом

$$q_{d1} = V_{p1} \cdot R_{2k} \cdot \alpha_k \cdot \left[1 + \frac{R_{1k}^2}{(R_{1k}^2 - R_{2k}^2)} \cdot \frac{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - 2 \cdot \alpha_k}{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - \alpha_k} \cdot (A_{1r} - A_{2r} - A_{3r}) \right] - \frac{P_{1k} - P_{2k}}{2 \cdot \eta_k} \cdot \frac{R_{1k}^2 \cdot R_{2k}^2}{R_{1k}^2 - R_{2k}^2} \cdot \frac{\alpha_k \cdot [\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - 2 \cdot \alpha_k]}{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - \alpha_k}, \quad (6.70)$$

где $A_{1r} = \ln(R') + 1/R' - 1$; $A_{2r} = 2 \cdot [1 - (R')^{-2}]$; $R' = R_{1k}/R_{2k}$;

$$A_{3r} = \alpha_k^2 \cdot \left\{ \frac{1}{72} - R' \cdot \left[\frac{1}{(R' + 1)^4} \cdot \frac{7 \cdot (R')^2 - (2 \cdot R' + 1)^2}{(R')^2} - \frac{1}{(R' + 2)^4} \cdot \frac{7 \cdot (R')^2 - (2 \cdot R' + 2)^2}{(R')^2} \right] \right\}.$$

Чтобы учесть для первой задачи действие неподвижных стенок, оказывающих тормозящий эффект на поток, можно ввести коэффициенты по аналогии с прямоугольным каналом в соответствии с формулами (3.16) и (3.17). Кудриным Ю.П. были введены коэффициенты, которые он назвал формфакторы

$$\left. \begin{aligned} F_d(\chi) &\approx \frac{1}{1 + \chi}, \\ F_p(\chi) &\approx \frac{1}{1 + \chi^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6.71)$$

В случае, когда две наклонные пластины двигаются с одинаковой скоростью V_{p1} , то будет справедливым такое соотношение

$$F_d(\chi) + F_d(1/\chi) = 1.$$

Если поменять местами ширину и высоту канала, то можно записать

$$h_{1k}^3 \cdot W_k \cdot F_p(\chi) = h_{1k}^3 \cdot W_k^3 \cdot F_p(1/\chi).$$

Аргумент формфакторов для конкретных размеров клинообразного канала может быть представлен так

$$\chi_d = \frac{R_{2k} - R_{1k}}{4 \cdot R_{2k} \cdot R_{1k}} \cdot \frac{W_k}{\alpha_k}. \quad (6.72)$$

С учетом формфакторов выражение для расхода (6.70) имеет такой вид

$$\begin{aligned} Q_{d1} + Q_{dp} = & V_{p1} \cdot R_{2k} \cdot \alpha_k \cdot W_k \cdot \left\{ F_d(1/\chi_d) + \frac{R_{1k}^2}{R_{1k}^2 - R_{2k}^2} \times \right. \\ & \times \frac{1}{\alpha_k} \cdot \frac{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - 2 \cdot \alpha_k}{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - \alpha_k} \cdot (A_{1r} - A_{2r} - A_{3r}) \cdot F_d(1/\chi_d) - \frac{P_{1k} - P_{2k}}{2 \cdot \eta_k} \times \\ & \left. \times \frac{R_{1k}^2 \cdot R_{2k}^2 \cdot W_k}{R_{1k}^2 - R_{2k}^2} \cdot \frac{\alpha_k \cdot [\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - 2 \cdot \alpha_k]}{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - \alpha_k} \cdot F_p(1/\chi_d) \right\}. \quad (6.73) \end{aligned}$$

При решении второй задачи, то есть при подвижных параллельных стенках и неподвижных наклонных стенках, принципиального различия в решении задачи нет. Лишь кое в чем изменяется схема и замены для компонентов скоростей. Схема для второй задачи представлена на рис. 6.42.

В данном случае вместо замен (6.66) и (6.67) были использованы замены

$$V_r = -V_{p3} \cdot (z')^{(r'-1)} \cdot \cos(\alpha_k) \cdot (\alpha'_v + \varphi'); \quad (6.74)$$

$$V_\varphi = -V_{p3} \cdot \left[(z')^{(r'-1)} + r' \cdot (z')^{(r'-1)} \cdot \ln(z') \right] \cdot \sin(\alpha_k) \cdot (\alpha'_v + \varphi'), \quad (6.75)$$

где $\alpha'_v = \alpha_v / \alpha_k$; $z' = z / W_k$.

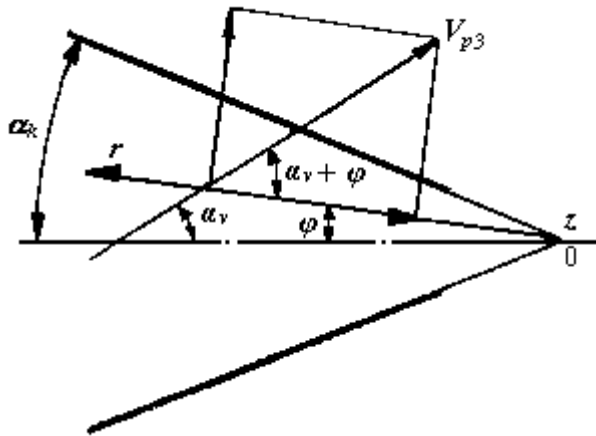


Рисунок 6.42 – Схема клинообразного канала в случае неподвижных наклонных стенок и подвижных параллельных стенок, которые двигаются со скоростью V_{p3} при произвольном угле α_v

Подставив замены (6.74) и (6.75) в уравнения движения и выполнив соответствующие действия, было получено выражение для определения производительности во второй задаче в виде

$$Q_{d2} = V_{p3} \cdot R_{2k} \cdot W_k \cdot [\sin(\alpha_k) \cdot (\alpha'_v + 1) - \sin(\alpha_k) \cdot (\alpha'_v - 1)] \times$$

$$\times \left\{ F_d(\chi_d) + \frac{R_{1k}^2}{R_{1k}^2 - R_{2k}^2} \cdot \frac{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - 2 \cdot \alpha_k}{\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_k) - \alpha_k} \cdot \left[\frac{5}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{(R')^2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{R_{2k}^2}{W_k^2} \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot (R')^2 - 2 \cdot R' - \frac{1}{2} \right) \right] \cdot F_p \left(\frac{1}{\chi_d} \right) \right\}. \quad (6.76)$$

Следует заметить, что последнее выражение записано без учета градиента давления. Тогда общий вид зависимости, по которой можно рассчитать расход в клинообразном канале с диффузорно-конфузорным течением, в соответствии с работами Кудрина Ю.П. можно записать так

$$Q_d = Q_{d1} + Q_{d2} - Q_{dp}. \quad (6.77)$$

Как было показано в разделе (6.1), в рабочих объемах двухчервячных экструдеров, при соответствующей конфигурации каналов червяков и кулачковых смесительных элементов могут возникать каналы двухугловой формы, как показано на рис. 6.6, образованные дугами окружностей разных радиусов, проведенных из разных точек. Такие каналы также получили название луночкообразными каналами. Решение задач, связанных с течением в луночкообразных каналах, может осуществляться по двум направлениям: первое – использование биполярных координат, второе – использование конформного отображения [132].

Если использовать первое направление, то переход от декартовой к биполярной системе координат соответствует такой системе уравнений

$$\frac{x}{W_{\text{я}}} = \frac{\operatorname{sh}(\xi)}{\operatorname{ch}(\xi) + \cos(\psi)}; \quad \frac{y}{W_{\text{я}}} = \frac{\sin(\psi)}{\operatorname{ch}(\xi) + \cos(\psi)}, \quad (6.78)$$

где $-\infty \leq \xi \leq \infty$, $\psi_1 \leq \psi \leq \psi_2$.

Схема поперечного сечения луночкообразного канала в двух системах координат изображена на рис. 6.43

Если рассматривать течение в луночкообразном канале за счет относительного движения двух границ, то можно по аналогии с плоскощелевым каналом записать такое выражение для биполярных координат

$$V_{\text{я}}^b = \frac{V_{\text{яв}}^b - V_{\text{ян}}^b}{\psi_2 - \psi_1} \cdot (\psi - \psi_1) + V_{\text{ян}}^b, \quad (6.79)$$

где $V_{\text{яв}}^b, V_{\text{ян}}^b$ – скорость движения соответственно нижней и верхней дуг.

Для определения расхода следует взять двойной интеграл для плоской полосы от скорости $V_{\text{я}}^b$

$$\begin{aligned}
Q_v^b &= 2 \cdot W_{\text{я}}^2 \cdot \int_0^{\infty} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{V_{\text{я}}^b}{[ch(\xi) + \cos(\psi)]^2} d\psi d\xi = \\
&= 2 \cdot W_{\text{я}}^2 \cdot \left\{ V_{\text{ян}}^b \cdot \left[\frac{\psi_2}{\psi_2 - \psi_1} \cdot (ctg(\psi_1) - ctg(\psi_2)) - \frac{\psi_1}{\sin^2(\psi_2)} \right] + \right. \\
&\quad \left. + V_{\text{яв}}^b \cdot \left[\frac{\psi_1}{\psi_2 - \psi_1} \cdot (ctg(\psi_1) - ctg(\psi_2)) - \frac{\psi_2}{\sin^2(\psi_2)} \right] \right\}. \quad (6.80)
\end{aligned}$$

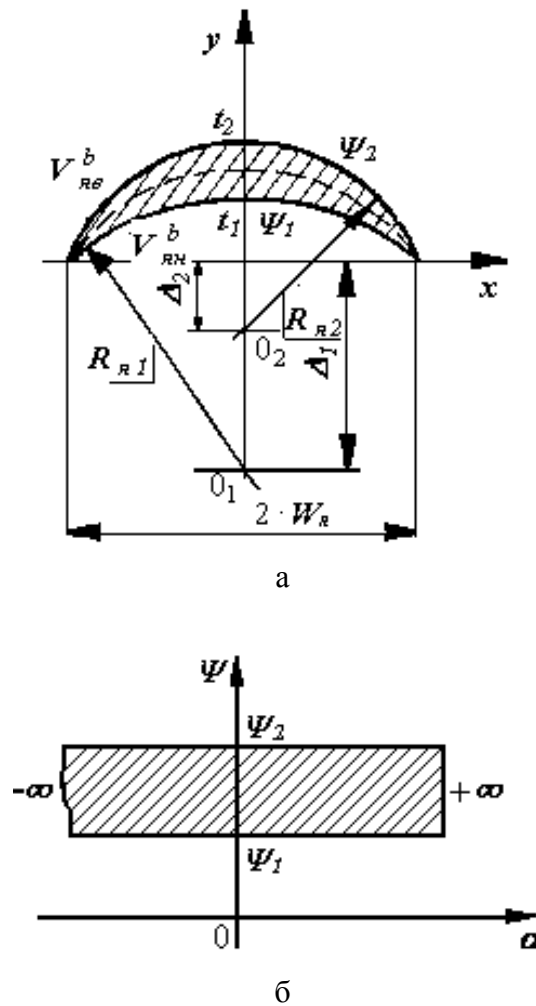


Рисунок 6.43 – Схема поперечного сечения луночкообразного канала: а – в плоской декартовой системе координат; б – в биполярной системе координат

Воспользовавшись зависимостью $\psi_i = 2 \cdot arctg(t_i/W_{\text{я}})$, последнее выражение можно преобразовать так [330]

$$Q_v^b = 2 \cdot W_{\text{я}}^2 \cdot \left\{ V_{\text{ян}}^b \cdot \left[arctg\left(\frac{t_2}{W_{\text{я}}}\right) \cdot WT - arctg\left(\frac{t_1}{W_{\text{я}}}\right) \cdot \frac{(W_{\text{я}}^2 + t_1^2)}{2 \cdot W_{\text{я}}^2 \cdot t_1^2} \right] + \right.$$

$$+V_{яв}^b \cdot \left[\arctg\left(\frac{t_1}{W_{я}}\right) \cdot WT - \arctg\left(\frac{t_2}{W_{я}}\right) \cdot \frac{(W_{я}^2 + t_2^2)}{2 \cdot W_{я}^2 \cdot t_2^2} \right] \Bigg\}, \quad (6.81)$$

где

$$WT = \frac{(t_2 - t_1) \cdot (W_{я}^2 + t_2 \cdot t_1)}{2 \cdot W_{я} \cdot t_2 \cdot t_1} \cdot \left(\arctg \left[\frac{W_{я} \cdot (t_2 - t_1)}{W_{я}^2 + t_2 \cdot t_1} \right] \right)^{-1}.$$

Было получено следующее выражение для определения затрат для напорного течения, то есть течения за счет градиента давления, в этой же работе для луночкообразного канала

$$Q_p^b = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{dP^b}{dz} \cdot \left\{ \left[2 \cdot A_1 \cdot (A_1 - A_2) + \frac{2 \cdot (A_1 - A_2) \cdot R_{я1}}{\arcsin(W_{я}/R_{я2})} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times E(\arcsin(W_{я}/R_{я2}), R_{я2}/R_{я1}) \right] \cdot 2 \cdot W_{я}^2 \cdot \Omega_v^b - 2 \cdot \Omega_{RP}^b \right\}, \quad (6.82)$$

где $E(\dots)$ – интеграл Эйлера второго рода; Ω_v^b – выражение, которое стоит в квадратных скобках, как множитель после $V_{яв}^b$ в выражении (6.81); Ω_{RP}^b – комплекс, характеризующий часть расхода напорного течения в круглой трубе радиуса $R_{я1}$, приходящийся на луночкообразный канал.

При использовании конформного отображения для анализа процессов течения в луночкообразных каналах используют основные понятия теории функций комплексного переменного [132]. Предположим, что существуют две области D и D^* , которые в общем случае имеют разную геометрическую конфигурацию. При этом, если задано непрерывное и взаимно-однозначное отображение области D на область D^* в виде

$$\omega = f(z) = U(x, y) + i \cdot V(x, y), \quad (6.83)$$

то такое отображение называют конформным, если в окружении любой точки D главная линейная часть этого отображения представляет собой ортогональное отображение, которое сохраняет свою ориентацию. Из этой формулировки следуют два основных свойства конформных отображений:

– первое, конформное отображение превращает бесконечно малые круги в окружности с точностью до малых более высокого порядка (круговое свойство);

– второе, конформное отображение сохраняет углы между кривыми в точках их пересечения (свойство сохранения углов).

В выражение (6.83) входят такие обозначения: $f(z)$ – функция комплексного переменного z ; i – мнимая единица; $U(x, y)$, $V(x, y)$ – функции действительных переменных x и y .

Первое свойство означает, что при малых значениях радиуса r круг C : $|z - z_0| = r$ переходит в кривую C^* такую, что расстояние любой точки кривой C^* –

образа C при рассматриваемом отображении, является величиной высшего порядка относительно r . Второе свойство означает, что угол в точке z_0 между любыми кривыми Γ_1 и Γ_2 равен углу в точке w_0 между образами Γ_1^* и Γ_2^* этих кривых. Условия конформности отображения (6.83) записываются так

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y}; \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad (6.84)$$

причем должно быть

$$\Delta = \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 = |f'(z_0)|^2 \neq 0.$$

Пример выполнения свойств конформного отображения представлен на рис. 6.44.

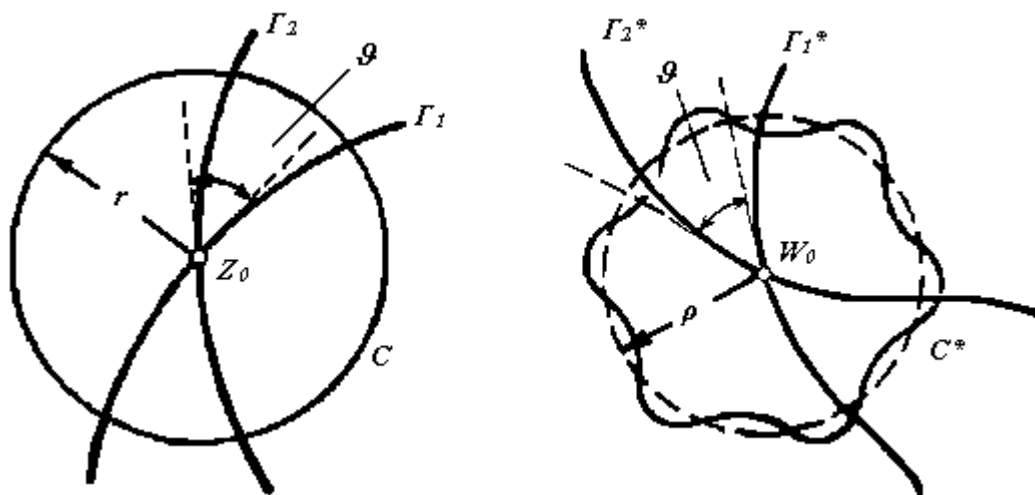


Рисунок 6.44 – Конформное отображение круга C на область C^*

Условия конформности, представленные выражениями (6.84) совпадают с общими условиями Коши-Римана о дифференцируемости (аналитичности) функции $f(z)$ в области D .

Рассмотрим схему, представленную на рис. 6.45 для осуществления конформного отображения луночкообразной области на полосу. Чтобы отобразить луночкообразную область D на полосу $0 < V < h$, можно воспользоваться функцией

$$\omega = f(z) = \frac{h}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \left[\ln \left(\frac{a+z}{a-z} \right) + i \cdot \lambda_1 \right], \quad (6.85)$$

где $\lambda_k = 2 \cdot \arctg(h_k/a)$, $k = 1, 2$.

После дифференцирования последнего выражения имеем

$$f'(z) = \frac{2 \cdot a \cdot h}{(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot (a^2 - z^2)}. \quad (6.86)$$

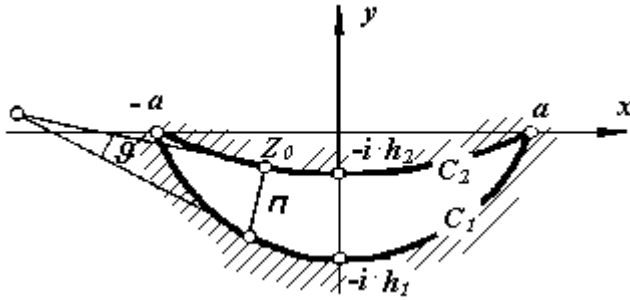


Рисунок 6.45 – Схема для конформного отображения луночкообразной области на полосу

Из последней функции можно получить такую зависимость

$$|f'(z)| = \frac{h}{n} \cdot \left(1 + \frac{k_1 \cdot n}{6} + \frac{k_2 \cdot n}{3} + \frac{k_2^2 \cdot n^2}{12} + \frac{g^2}{3} \right) + M_\eta, \quad (6.87)$$

где n – отрезок нормали к окружности C_2 в точке z_0 , находящийся в области D ; g – угол между касательными к C_1 и C_2 на концах отрезка n ; k_1, k_2 – кривизна C_1 и C_2 ; M_η – многочлен третьей степени относительно $n, g, (k_1 - k_2)$ с ограниченными коэффициентами.

В первом приближении, если предположить, что параметры $h, n, (k_1 - k_2)$ представляют собой бесконечно малые величины высшего порядка, при этом k_1 и k_2 будут ограничены, то многочленом M_η можно пренебречь.

6.5 Моделирование температурного поля и основных энергосиловых параметров в валковых зазорах

Можно воспользоваться, для модулирования температурного поля в С-образных секциях, методикой, представленной в разделе 3.2.1.6. При этом формула (3.193) также будет справедливой, но для определения функции диссипации необходимо использовать общую формулу

$$q_{dis} = \sigma_{xy} \cdot \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) + \sigma_{yz} \cdot \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) + \sigma_{zx} \cdot \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right), \quad (6.88)$$

где компоненты скорости V_x, V_y, V_z можно рассчитать соответственно из уравнений (6.23), (6.24) и (6.11).

Распределение температурного поля в боковых зазорах можно найти, если воспользоваться соответствующей методикой для междисковых зазоров.

Что же касается расчета в валковых зазорах, то здесь можно принять методику, разработанную на базе интегрального преобразования Лапласа в

работе [331], воспользовавшись при этом схемой, которая изображена на рис. 6.46.

На схеме, представленной на рис. 6.46, обозначения $x(x')$ и $y(y')$ относятся к основной декартовой системе координат, а обозначения $\psi(\psi')$ и $\xi(\xi')$ соответствуют безразмерной системе координат, полученной по таким выражениям

$$\xi = \frac{y}{\Pi_p}; \quad \psi = \frac{x}{\sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}}}, \quad (6.89)$$

где δ_{rc} – половина высоты валкового зазора, замеренная по прямой, которая соединяет оси валков; Π_p – поверхность раздела полимер-валок; R_{cv} – средний радиус валков, то есть средний радиус между гребнем одного червяка и сердечником второго червяка ($R_{cv} = (R_1 + R_2)/2$).

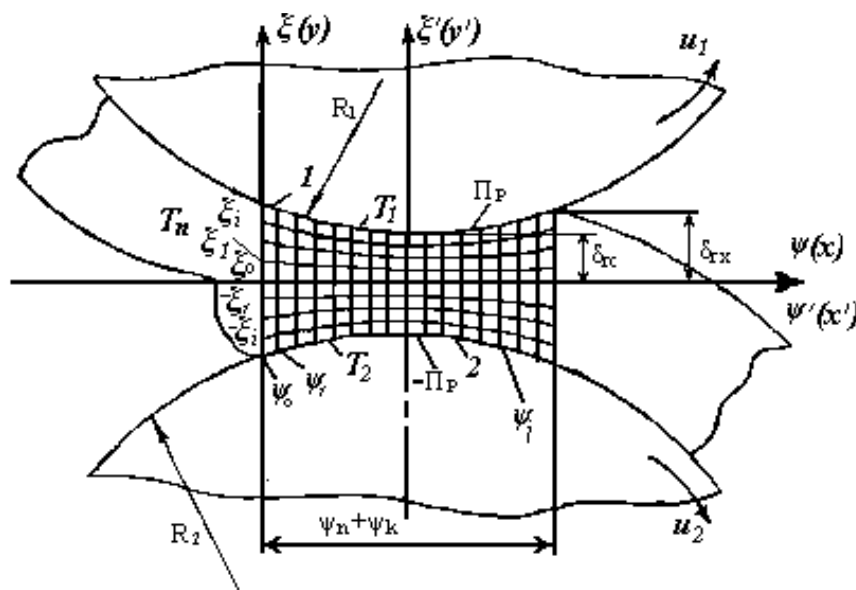


Рисунок 6.46 – Схема для расчета распределения температурного поля в валковых зазорах

Различие в системах координат $\psi' - \xi'$ и $\psi - \xi$ состоит в том, что начало координат для первой системы размещено на прямой, соединяющей оси двух валков (червяков), а для второй системы координат (без штриха) – начало координат совпадает с началом входа в валковый зазор. Введение двух систем

вызвано тем, что для определения скорости потока, а значит и функции диссипации, наиболее простые выражения получаются для системы $\psi' - \xi'$, в то время как для определения температурного поля необходимо знать начальные значения температуры на входе в валковый зазор, то есть в данном случае следует пользоваться системой $\psi - \xi$.

Если учитывать перенос тепловой энергии за счет конвенции только в направлении ψ , а за счет теплопроводности – в направлении ξ , то уравнение баланса тепловой энергии можно записать таким образом

$$\rho_v \cdot C_{pv} \cdot V_x(\psi', \xi') \cdot \frac{\partial T_v}{\partial \psi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}}} = \lambda_v \cdot \frac{\partial^2 T_v}{\partial \xi^2} \cdot \frac{1}{\delta_{rc}^2 \cdot (1 + \psi^2)^2} + q_{dis}(\psi', \xi'), \quad (6.90)$$

где ρ_v , C_{pv} , λ_v – соответственно плотность и коэффициенты теплоемкости и теплопроводности перерабатываемого материала; $V_x(\psi', \xi')$ – скорость в

валковом зазоре; $q_{dis}(\psi', \xi')$ – функция диссипации, возникающая в валковом зазоре; T_v – распределение температуры в валковом зазоре.

Необходимо иметь два граничных условия по координате ξ и одно начальное условие по координате ψ для решения уравнения (6.90). Если использовать граничные условия первого рода, то можно записать

$$T_v = T_1 \quad \text{при} \quad \xi = 1; \quad T_v = T_2 \quad \text{при} \quad \xi = -1. \quad (6.91)$$

Начальное условие запишется так

$$T_v = T_n \quad \text{при} \quad \psi = 0. \quad (6.92)$$

Так как валковые зазоры в двухчервячных экструдерах функционируют в режиме несимметричного течения, то есть при разных линейных скоростях поверхностей гребня u_1 одного червяка и сердечника u_2 второго червяка, то выражения для скорости и функции диссипации будут иметь такой вид [33]

$$V_x(\psi', \xi') = u_2 \cdot \left\{ f + \frac{3}{4} \cdot \frac{(1+f) \cdot [(\psi_k)^2 - (\psi')^2]}{1 + (\psi')^2} \cdot [1 - (\xi')^2] + \frac{f-1}{2} \cdot (\xi' - 1) \right\}; \quad (6.93)$$

$$q_{dis}(\psi', \xi') = \mu \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_v - T_0)] \cdot \left(\frac{u_2}{2 \cdot \delta_{rc}} \right)^{(n+1)} \times \\ \times \left[-\frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1+f) \cdot [(\psi_k)^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} \cdot \xi' + \frac{f-1}{[1 + (\psi')^2]} \right]^{(n+1)}, \quad (6.94)$$

где n – показатель степени для степенной жидкости; T_0 – базовая температура; β_T – температурный коэффициент; f – фрикция ($f = u_1/u_2$, $u_1 \geq u_2$); μ_0 – коэффициент консистенции при базовой температуре.

Решение уравнения (6.90) можно найти по аналогии с разделом 3.2.1.6, используя интегральное преобразование Лапласа по координате ψ . Но в данном случае следует отметить, что величина ψ в качестве независимой переменной в уравнении (6.90) встречается в четырех местах: в составляющей для скорости потока; в производной от температуры $\partial T_v / \partial \psi$; в коэффициенте при производной $\partial^2 T_v / \partial \xi^2$ и функции диссипации. С учетом выражений (6.93) и (6.94) аналитического выражения после преобразования Лапласа для уравнения (6.90) получить практически нельзя

Однако для упрощения выражений при выполнении прямого и обратного преобразования Лапласа можно предположить, что значения скорости и функции диссипации в любой точке валкового зазора известны. То есть, если V_x и q_{dis} являются функциями от ψ' и ξ' , их можно задавать дискретно в каждой точке с учетом выражений (6.93) и (6.94). Для этого весь валковый зазор

следует разбить сеткой, как показано на рис. 6.46. Необходимо отметить, что шаг разбивки в этом случае имеет значительно меньшее влияние, чем при решении аналогичной задачи с помощью численного метода, например, метода конечных разностей.

При этом уравнение (6.90) надо решать в пределах первого шага, то есть от ψ_0 к ψ_1 . На последующих отрезках начальные значения по температуре будут соответствовать конечным значениям на предыдущих отрезках. Однако необходимо помнить, что выражения для скорости и функции диссипации были получены для систем координат $\psi' - \xi'$. Таким образом, в уравнении (6.90) в комплексах, связанных со скоростью и функцией диссипации, следует выполнить изменения. Тогда уравнение (6.90) с учетом выражений (6.93) и (6.94) и соответствующей замене может быть записано так

$$\begin{aligned} & \rho_v \cdot C_{pv} \cdot u_2 \cdot \left\{ f + \frac{3}{4} \cdot \frac{(1+f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi a_j)^2]}{1 + (\psi a_j)^2} \cdot [1 - |\xi_i|^2] + \right. \\ & \left. + \frac{f-1}{2} \cdot (\xi_i - 1) \right\} \cdot \frac{\partial T_{vi,j+1}}{\partial \psi_j} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}}} = \lambda_v \cdot \frac{\partial^2 T_{vi,j+1}}{\partial \xi_i^2} \cdot \frac{1}{\delta_{rc}^2 \cdot (1 + \psi_j^2)^2} + \\ & + \mu_0 \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_{i,j} - T_j)] \cdot \left(\frac{u_2}{2 \cdot \delta_{rc}} \right)^{(n+1)} \times \\ & \times \left\{ - \frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1+f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi a_j)^2]}{[1 + (\psi a_j)^2]^2} \cdot \xi_i + \frac{f-1}{[1 + (\psi a_j)^2]} \right\}^{(n+1)}, \end{aligned} \quad (6.95)$$

где ψa_j – усредненное значение координаты ψ_j , которое можно рассчитать по выражению $\psi a_j = \frac{(\psi_n - \psi_j) + (\psi_n - \psi_{j+1})}{2}$.

Выполнив преобразование Лапласа для дифференциального уравнения в частных производных (6.95) по координате ψ_j , после несложных преобразований получим такое обычное дифференциальное уравнение второго порядка относительно координаты ξ_i

$$\frac{d^2 T_v^L}{d \xi_i^2} - \frac{A_{i,j}}{B_j} \cdot T_{vi,j+1}^L \cdot s = - \frac{A_{i,j}}{B_j} \cdot T_{i,j} - \frac{1}{s} \cdot \frac{D_{i,j}}{B_j}, \quad (6.96)$$

$$\text{где } A_{i,j} = \frac{\rho_v \cdot C_{pv} \cdot u_2}{\sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}}} \cdot \left\{ f + \frac{3}{4} \cdot \frac{(1+f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi a_j)^2]}{1 + (\psi a_j)^2} \cdot [1 - |\xi_i|^2] + \frac{f-1}{2} \cdot (\xi_i - 1) \right\};$$

$$D_{i,j} = \mu_0 \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_{i,j} - T_0)] \cdot \left(\frac{u_2}{2 \cdot \delta_{rc}} \right)^{(n+1)} \times \\ \times \left\{ - \frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi a_j)^2]}{[1 + (\psi a_j)^2]^2} \cdot \xi_i + \frac{f - 1}{[1 + (\psi a_j)^2]} \right\}^{(n+1)} ; \quad B_j = \frac{\lambda_v}{\delta_{rc}^2 \cdot (1 + \psi_j^2)^2}.$$

Решение для уравнения (7.96) имеет такой вид

$$T_v^L = \frac{T_{i,j}}{s} + \frac{Dl_{i,j}}{s^2} + C_1 \cdot sh(\sqrt{Al_{i,j}} \cdot s \cdot \xi_i) + C_2 \cdot ch(\sqrt{Al_{i,j}} \cdot s \cdot \xi_i), \quad (6.97)$$

где $Al_{i,j} = A_{i,j}/B_j$; $Dl_{i,j} = D_{i,j}/B_j$.

Граничные условия в операторной форме запишутся так

$$T_{v_{i,j+1}}^L = T_1/s \text{ при } \xi_i = 1; \quad T_{v_{i,j+1}}^L = T_2/s \text{ при } \xi_i = -1. \quad (6.98)$$

После определения констант и интегрирования в уравнении (6.97) с учетом условий (6.98) получим следующее выражение для определения температурного поля в изображениях для валкового зазора

$$T_{v_{i,j+1}}^L = \frac{T_{i,j}}{s} + \frac{Dl_{i,j}}{s^2} + \frac{T_1 - T_2}{2 \cdot s} \cdot \frac{sh(\sqrt{Al_{i,j}} \cdot s \cdot \xi_i)}{sh(\sqrt{Al_{i,j}} \cdot s)} + \\ + \frac{T_1 + T_2 - 2 \cdot T_{i,j}}{2 \cdot s} \cdot \frac{ch(\sqrt{Al_{i,j}} \cdot s \cdot \xi_i)}{ch(\sqrt{Al_{i,j}} \cdot s)} - \frac{Dl_{i,j}}{s^2} \cdot \frac{ch(\sqrt{Al_{i,j}} \cdot s \cdot \xi_i)}{ch(\sqrt{Al_{i,j}} \cdot s)}. \quad (6.99)$$

Если сравнить последнее уравнение с выражением для изображения температуры в винтовом канале одночервячного экструдера (3.173), то видно, что они принципиально не отличаются один от другого. Из этого вытекает, что и порядок перехода от изображения к оригиналу будет иметь аналогичный характер.

Таким образом, окончательно для оригинала температуры в валковом зазоре можно записать такое уравнение

$$T_{v_{i,j+1}} = (T_1 + T_2)/2 + (T_1 - T_2)/2 \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} erfc(\alpha 1_{i,j}^k) - \sum_{k=0}^{\infty} erfc(\alpha 2_{i,j}^k) \right] + \\ + (T_1 + T_2 - 2 \cdot T_{i,j})/\pi \cdot \sum_{k=1}^{\infty} KK_k \cdot \cos(PK_k \cdot \xi_i) \cdot \exp(A \psi_{i,j}^k) - \\ - 2 \cdot Dl_{i,j} \cdot Al_{i,j}/\pi^3 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (KK_k)^3 \cdot \cos(PK_k \cdot \xi_i) \cdot [1 - \exp(A \psi_{i,j}^k)], \quad (6.100)$$

где
$$KK_k = \frac{(-1)^k}{\left(k - \frac{1}{2}\right)}; \quad PK_k = \frac{\pi}{2} \cdot (2 \cdot k - 1); \quad A\psi_{i,j}^k = -\frac{(PK_k)^2}{A1_{i,j}} \cdot \psi_j;$$

$$\alpha 1_{i,j}^k = \sqrt{\frac{A1_{i,j}}{\psi_j}} \cdot \frac{[-\xi_i + (2 \cdot k + 1)]}{2}; \quad \alpha 2_{i,j}^k = \sqrt{\frac{A1_{i,j}}{\psi_j}} \cdot \frac{[\xi_i + (2 \cdot k + 1)]}{2}.$$

При использовании уравнения (6.100) безразмерные координаты изменяются в пределах: $\psi_j = 0 \div \psi_{заг}$ ($\psi_{заг} = \psi_z + \psi_k$); $\xi_i = -1 \div 1$. Однако следует помнить, что при выполнении расчетов с использованием выражений, в которые входят обобщенные функции ошибок *erfc*, использовать нулевую точку $\psi_0 = 0$ нельзя, поскольку в знаменателе будет соответственно ноль. Вследствие чего необходимо брать точку близкую к нулю или, если шаг разбивки вдоль координаты ψ_j достаточно маленький, то можно брать следующую точку в сетке разбивки.

Выполняя расчеты по уравнению (6.100) необходимо иметь в виду еще одно замечание. При расчете комплекса $A_{i,j}$, в случае если будет выполняться соотношение $\psi_{aj} > \psi_k$, могут быть получены отрицательные значения для этого комплекса, что указывает на появление вторичных потоков на входе в валковый зазор. А так как комплекс $A_{i,j}$ находится под знаком корня квадратного, то этот комплекс в таком случае следует брать по модулю.

На рис. 6.47 приведены графики, полученные по формуле (6.100).

Как видно из приведенных графиков, температурное поле в валковом зазоре в большой мере зависит от геометрических и скоростных параметров валковой зоны.

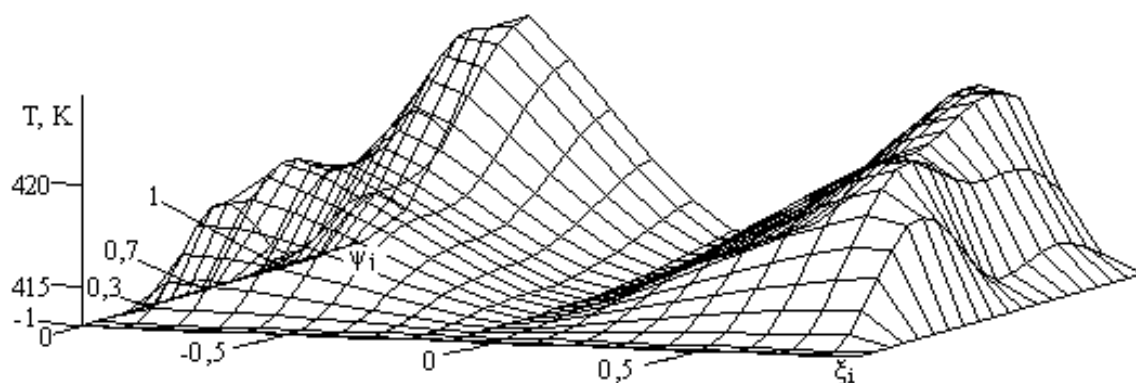
Одним из основных параметров для валковых зазоров является распорное усилие, которое используется для расчета червяков на жесткость и прочность.

Для расчета распорного усилия надо знать распределение давления между валками. При этом градиент давления можно найти из уравнения движения, которое при использовании типовых допущений можно записать таким образом

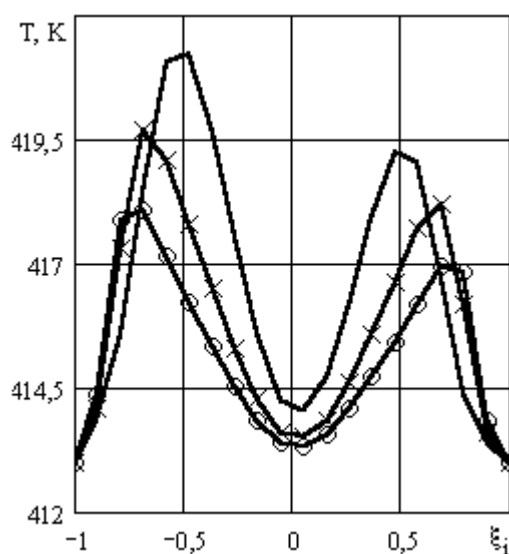
$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}. \quad (6.101)$$

Компонент сдвигового напряжения определяется из реологического уравнения состояния

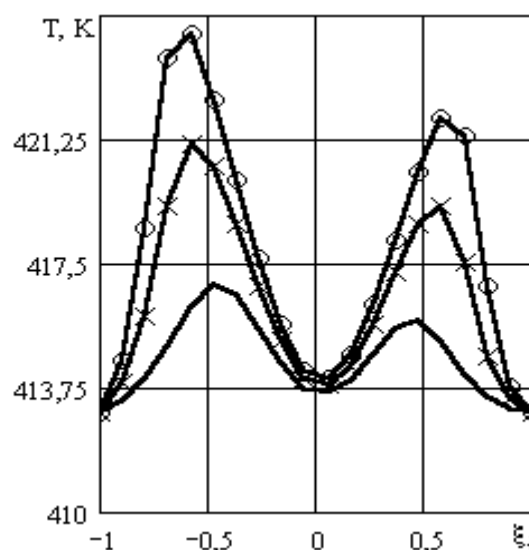
$$\sigma_{xy} = \mu \cdot \left| \frac{\partial V_x}{\partial y} \right|^{n-1} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y}. \quad (6.102)$$



а



б



в

$n = 0,513$, $\mu_0 = 9,811 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$, $\beta_T = 0,0169 \text{ K}^{-1}$, $T_n = 413 \text{ K}$, $T_0 = 413 \text{ K}$, $T_1 = 413 \text{ K}$, $T_2 = 413 \text{ K}$, $C_{pv} = 2,22 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$, $\lambda_v = 0,133 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$, $\rho = 810 \text{ кг}/\text{м}^3$, $R_{cv} = 0,043 \text{ м}$, $\delta_{r0} = 0,3 \text{ мм}$, $\psi_k = 0,32$, $\psi_n = -0,982$;

а – объемный график при $\delta_{r0} = 0,3 \text{ мм}$; $N_0 = 3 \text{ с}^{-1}$;

б – плоский график на выходе из зазора $N_0 = 2 \text{ с}^{-1}$;

— $\delta_{r0} = 0,25 \text{ мм}$ (вар.1); —○— $\delta_{r0} = 0,5 \text{ мм}$ (вар.2); —+— $\delta_{r0} = 0,75 \text{ мм}$ (вар.3);

в – плоский график на выходе из зазора $\delta_{r0} = 0,3 \text{ мм}$;

— $N_0 = 1 \text{ с}^{-1}$ (вар.4); —□— $N_0 = 2 \text{ с}^{-1}$ (вар.5); —×— $N_0 = 3 \text{ с}^{-1}$ (вар.6)

Рисунок 6.47 – Графики распределения температурного поля в валковом зазоре для полиэтилена низкого давления при таких параметрах

Скорость сдвига $\partial V_x / \partial y$ можно найти из уравнения (6.93). Тогда, переходя от ньютоновской жидкости к степенной, будет справедливо следующее соотношение для сдвигового напряжения с учетом зависимости коэффициента консистенции от температуры (1.29)

$$\sigma_{xy}(\psi', \xi') = \mu_0 \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_v - T_0)] \cdot \left(\frac{u_2}{2 \cdot \delta_{rc}} \right)^n \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left| -\frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{1 + (\psi')^2} \cdot \xi' + \frac{f - 1}{1 + (\psi')^2} \right|^{(n-1)} \times \\ & \times \left\{ -\frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} \cdot \xi' + \frac{f - 1}{1 + (\psi')^2} \right\}. \end{aligned} \quad (6.103)$$

Переходя к безразмерным координатам в уравнении (6.101) и подставляя в него выражение (6.103), будем иметь уравнение для определения градиента давления в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \psi'} &= \frac{\sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}} \cdot \mu_0 \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_v - T_0)]}{\delta_{rc} \cdot [1 + (\psi')^2]} \cdot \left(\frac{u_2}{2 \cdot \delta_{rc}} \right)^n \cdot n \times \\ & \times \left| -\frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} \cdot \xi' + \frac{f - 1}{1 + (\psi')^2} \right|^{(n-1)} \times \\ & \times \left\{ -\frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} \right\}. \end{aligned} \quad (6.104)$$

Следует напомнить, что безразмерная координата ξ' изменяется от минус единицы до плюс единицы, что приводит к разным значениям градиентов давления на поверхностях сердечника червяка и гребня. Тогда из уравнения (6.104) имеем такие выражения для градиента давления

– на поверхности гребня

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial \psi'} \right)_g &= -\mu_0 \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_{vc} - T_0)] \cdot \frac{2 \cdot n + 1}{2^{(1-2n)/n}} \cdot \sqrt{\frac{R_{cv}}{\delta_{rc}}} \cdot \left(\frac{u_2}{\delta_{rc}} \right)^n \times \\ & \times \frac{(1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^3} \cdot \left| -\frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} + \frac{f - 1}{1 + (\psi')^2} \right|^{(n-1)}; \end{aligned} \quad (6.105)$$

– на поверхности сердечника

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \psi'} \right)_0 = -\mu_0 \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_{vc} - T_0)] \cdot \frac{2 \cdot n + 1}{2^{(1-2n)/n}} \cdot \sqrt{\frac{R_{cv}}{\delta_{rc}}} \times$$

$$\times \left(\frac{u_2}{\delta_{rc}} \right)^n \cdot \frac{(1+f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^3} \cdot \left| \frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1+f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} + \frac{f-1}{1 + (\psi')^2} \right|^{(n-1)} ; \quad (6.106)$$

где T_{vc} – средняя температура в валковом зазоре, которая находится по формуле (6.100).

Следует выполнить двойное интегрирование от градиентов давления для определения распорного усилия, то есть можно записать следующие выражения для распорных усилий в пределах длины, соответствующей осевой толщине гребня винтовой нарезки

– на поверхности гребня

$$F_g = S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}} \cdot \int_{\psi_k}^{\psi_g} \int_{\psi_k}^{\psi'} \left(\frac{\partial P}{\partial \psi'} \right)_g d\psi' d\psi'; \quad (6.107)$$

– на поверхности сердечника

$$F_0 = S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}} \cdot \int_{\psi_k}^{\psi_0} \int_{\psi_k}^{\psi'} \left(\frac{\partial P}{\partial \psi'} \right)_0 d\psi' d\psi'. \quad (6.108)$$

При определении верхних границ интегрирования ψ_g и ψ_0 следует учитывать два режима работы. Первый режим соответствует неполному заполнению С-образных секций и отсутствию в них давления. Второй режим характеризуется наличием давления при полном заполнении перерабатываемым материалом С-образных секций.

Исходя из условия равенства нулю давления, для определения ψ_g и ψ_0 первого режима, можно воспользоваться такими трансцендентными уравнениями

$$\int_{\psi_k}^{\psi_g} \left| \frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1+f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} + \frac{f-1}{1 + (\psi')^2} \right|^{(n-1)} \cdot \frac{\psi_k^2 - (\psi')^2}{[1 + (\psi')^2]^3} d\psi' = 0 ; \quad (6.109)$$

$$\int_{\psi_k}^{\psi_0} \left| \frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1+f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} + \frac{f-1}{1 + (\psi')^2} \right|^{(n-1)} \cdot \frac{\psi_k^2 - (\psi')^2}{[1 + (\psi')^2]^3} d\psi' = 0 . \quad (6.110)$$

В первом приближении для второго режима можно принять такое соотношение

$$\psi_g = \psi_0 = (0,2 \div 0,4) \cdot R_{cv}. \quad (6.111)$$

Чтобы получить общее распорное усилие между двумя червяками, следует воспользоваться зависимостью

$$F_{заг} = F_c \cdot i_v, \quad (6.112)$$

где i_v – количество валковых зазоров, то есть количество спряжений гребень-сердечник; F_c – среднее значение распорного усилия в валковом зазоре; $F_c = (F_g + F_0)/2$.

Чтобы определить мощность в валковых зазорах необходимо проинтегрировать функцию диссипации по уравнению (6.94) вдоль всего валкового объема. В результате получим такую формулу для расчета мощности N_v ,

$$N_v = S_0 \cdot \delta_{rc} \cdot \sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}} \cdot \mu_0 \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_{cv} - T_0)] \times \left(\frac{u_2}{2 \cdot \delta_{rc}} \right)^{(n+1)} \times$$

$$\times \int_{\psi_k}^{\psi_n} \int_1 \left[- \frac{(2 \cdot n + 1)/n \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi')^2]}{[1 + (\psi')^2]^2} \cdot \xi' + \frac{f - 1}{1 + (\psi')^2} \right]^{(n+1)} \times$$

$$\times [1 + (\psi')^2] d\psi' d\xi'. \quad (6.113)$$

Результаты расчетов основных энергосиловых характеристик по вариантам, изображенным на рис. 6.29, представлены в табл. 6.1.

Таблица 6.1 – Расчетные результаты энергосиловых параметров

Параметр	Вар.1	Вар.2	Вар.3	Вар.4	Вар.5	Вар.6
F_c , Н	71,7	50,97	41,68	46,67	65,57	79,73
N_v , Вт	3,55	3,565	3,571	1,26	3,55	6,48

Порядок расчетов по приведенным в этом разделе формулам, для одного из вариантов, представленных на графиках и в таблице, приведен в блоке САПР-13 (приложение Г.1).

6.6 Моделирование температурного поля в С-образных секциях

Расчетная схема может быть представлена согласно с рис. 6.48, для моделирования температурных полей в С-образных зонах т. е. процесс экструзии будет рассматриваться в цилиндрической системе координат. При этом, беря за аналогию подход при моделировании одночервячных экструдеров, можно предложить, что условно вращается корпус, а червяки остаются неподвижными.

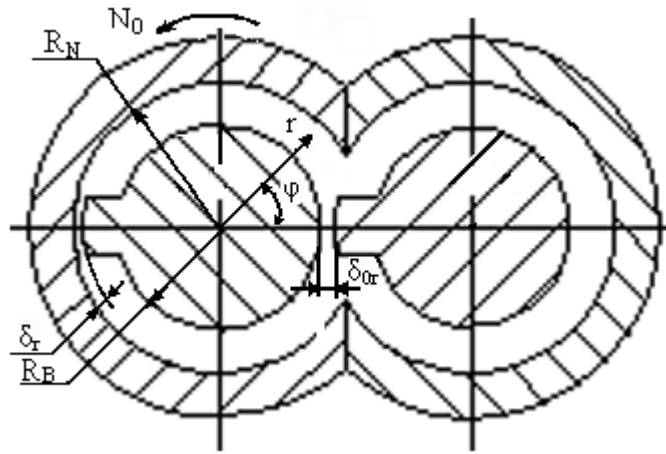


Рисунок 6.48 – Расчетная схема для моделирования неізотермических процессов в С-образных зонах двухчервячных экструдеров

Учитывая, что размер рабочего канала в направлении оси r намного меньше, чем в направлении двух других осей y и z (ось z направлена вдоль оси червячной нарезки), а также предполагая соблюдение симметричности теплового поля вдоль угловой координаты, уравнение теплового баланса может быть представлено таким образом

$$\rho_m \cdot C_{pm} \cdot V_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda_m \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) + F_{dis}, \quad (6.114)$$

где ρ_m – плотность перерабатываемого материала; C_{pm} , λ_m – соответственно коэффициенты теплоемкости и теплопроводности полимерного материала; V_z – составляющая скорости потока вдоль оси z ; F_{dis} – функция диссипации.

Необходимо иметь два граничных условия относительно оси r и одно начальное условие для координаты z для решения уравнения (6.114). При этом в случае наличия систем термостабилизации как корпуса, так и червяков можно использовать граничные условия первого рода, а именно

$$T = T_k \text{ при } r = R_N; \quad T = T_c \text{ при } r = R_B, \quad (6.115)$$

где T_k – температура поверхности корпуса; T_c – температура поверхности червяка.

Начальное условие по координате z запишется так

$$T = T_n \text{ при } z = 0. \quad (6.116)$$

С учетом принятых допущений, а также пренебрегая радиальной составляющей скорости, можно записать следующее выражение для функции диссипации

$$F_{dis} = \sigma_{r\varphi} \cdot \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} \right) + \sigma_{rz} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial r}. \quad (6.117)$$

Используя выражения для компонентов скорости (3.261) и (3.266), уравнения для функции диссипации F_{dis} можно представить в таком виде

$$F_{dis} = \eta \cdot \left\{ \left[(F1(r) + F2(r)) - \frac{F3(r) + F4(r)}{r} \right]^2 + \left(\frac{F5(r)}{\eta} + F6(r) \right)^2 \right\}, \quad (6.118)$$

$$\text{где } F1(r) = IN \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{r}{R_B}\right) - \frac{R_N^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) \cdot \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2}\right) \right];$$

$$F2(r) = -V_{c\varphi} \cdot \frac{R_N}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2}\right);$$

$$F3(r) = IN \cdot \left[r \cdot \ln\left(\frac{r}{R_B}\right) - \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \frac{R_N^2}{r} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) \right];$$

$$F4(r) = -V_{c\varphi} \cdot \frac{R_N}{r} \cdot \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)}; \quad F5(r) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \left[2 \cdot r - \frac{R_N^2 - R_B^2}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \cdot \frac{1}{r} \right];$$

$$F6(r) = \frac{V_{cz}}{r} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)}; \quad IN = \frac{IN_1 - IN_2}{IN_3}.$$

Чтобы найти мощность, которая расходуется в рабочем канале, следует взять объемный интеграл от функции диссипации. В данном случае, вследствие зависимости функции диссипации только от одной координаты, будет справедлива такая формула для мощности в рабочем канале N

$$N = \eta \cdot 2 \cdot \pi \cdot Z_d \cdot \int_{R_B}^{R_N} F_{dis}(r) \cdot r dr, \quad (6.119)$$

где Z_d – длина винтового канала в зоне дозирования.

Градиент давления $\partial P / \partial z$ имеет два составляющих элемента: первый – вызван замыканием одного винтового канала гребнем сопрягаемого червяка; второй – создается за счет экструзионной головки.

При решении уравнения (6.114) используем интегральное преобразование Лапласа по координате z . Тогда операторный аналог запишется так

$$\frac{d^2 T^L}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dT^L}{dr} - \frac{s}{a} \cdot T^L = -\frac{T_n}{a} - \frac{q_{cp}}{s}, \quad (6.120)$$

где $a = \rho_m \cdot C_{pm} \cdot V_z / \lambda_m$; $q_{cp} = F_{dis} / \lambda_m$.

Чтобы отыскать решение уравнения (6.120), следует усреднить значение скорости V_z и функции диссипации по поперечному сечению рабочего канала. Тогда величины a и q_{dis} можно считать константами относительно координаты z . Такое усреднение не противоречит физическому смыслу решаемой задачи, т.к. слои полимерного потока постоянно смещаются по поперечному сечению винтового канала вдоль оси z , т.е. происходит циркуляционное течение.

Тогда решение уравнения (6.120) будет иметь вид

$$T^L = \frac{T_n}{s} + \frac{q_{cp} \cdot a}{s^2} + C_1 \cdot J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot r \right) + C_2 \cdot Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot r \right), \quad (6.121)$$

где J_0 , Y_0 – функции Бесселя соответственно первого и второго рода нулевого порядка; i – мнимая единица; C_1 , C_2 – константы интегрирования.

Операторный аналог граничных условий (6.115) запишется так

$$T^L = \frac{T_k}{s} \quad \text{при} \quad R = R_N; \quad T^L = \frac{T_c}{s} \quad \text{при} \quad r = R_B. \quad (6.122)$$

Подставив граничные условия (6.122) в уравнение (6.121) и определив константы интегрирования, получаем уравнение для температуры в изображениях

$$T^L = \frac{T_n}{s} + \frac{q_{cp} \cdot a}{s^2} + \frac{T_c - T_n}{s} \cdot \frac{JY_1}{JY_0} + \frac{T_k - T_n}{s} \cdot \frac{JY_2}{JY_0} - \frac{q_{cp} \cdot a}{s^2} \cdot \frac{JY_3}{JY_0}, \quad (6.123)$$

где $JY_0 = J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_N \right) \cdot Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_B \right) - J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_B \right) \cdot Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_N \right);$

$$JY_1 = J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_N \right) \cdot Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot r \right) - Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_N \right) \cdot J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot r \right);$$

$$JY_2 = Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_B \right) \cdot J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot r \right) - J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_B \right) \cdot Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot r \right);$$

$$JY_3 = \left[Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_B \right) - Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_N \right) \right] \cdot J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot r \right) + \\ + \left[J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_N \right) - J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot R_B \right) \right] \cdot Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot i \cdot r \right).$$

Перейдя от изображения к оригиналу, для распределения температурного поля в С-образной секции двухчервячного экструдера можно записать следующее выражение

$$T(r,z) = T_n + q_{cp} \cdot a \cdot z - 2 \cdot R_{cp} \cdot (T_c - T_n) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{YJ_1(r)}{P_k \cdot YJ_0} \cdot [1 - \exp(-S_k \cdot z)] - \\ - 2 \cdot R_{cp} \cdot (T_k - T_n) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{YJ_2(r)}{P_k \cdot YJ_0} \cdot [1 - \exp(-S_k \cdot z)] + \\ + 2 \cdot R_{cp} \cdot q_{cp} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{YJ_3(r)}{P_k \cdot YJ_0} \cdot \left\{ z - \frac{1}{S_k} \cdot [1 - \exp(-S_k \cdot z)] \right\}, \quad (6.124)$$

где $YJ_0 = J_1 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) \cdot Y_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) \cdot R_N - J_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) \cdot Y_1 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}} \right) \cdot R_B$;

$$YI_1(r) = J_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) \cdot Y_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{r}{R_{cp}} \right) - Y_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) \cdot J_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{r}{R_{cp}} \right);$$

$$YI_2 = Y_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) \cdot J_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{r}{R_{cp}} \right) - J_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) \cdot Y_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}} \right);$$

$$YI_3(r) = \left[Y_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) - Y_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) \right] \cdot J_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{r}{R_{cp}} \right) + \\ + \left[J_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}} \right) - J_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}} \right) \right] \cdot Y_0 \cdot \left(P_k \cdot \frac{r}{R_{cp}} \right).$$

где R_{cp} – средний радиус ($R_{cp} = (R_N + R_B) / 2$); P_k – нули для комплекса JY_0 .

График для отыскания нулей комплекса JY_0 для одного из соотношений R_N/R_{cp} представлен на рис. 6.49.

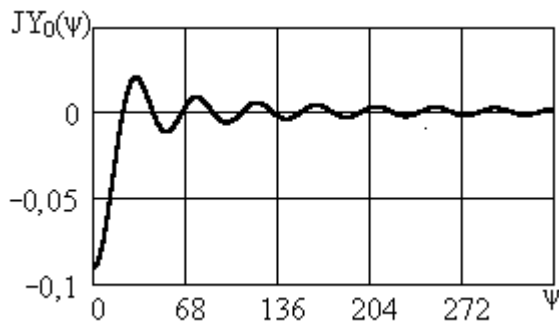


Рисунок 6.49 – График для комплекса JY_0

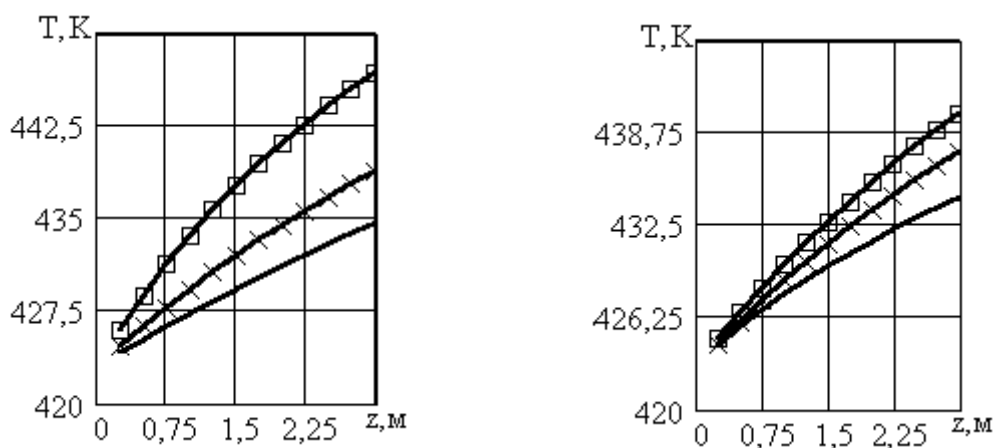
Пример расчетных зависимостей, полученных при использовании разработанной математической модели, представлен на рис. 6.50.

При этом был взят полимерный материал, расплав которого обладает следующими теплофизическими и реологическими характеристиками: $\lambda_m = 0,135$ Вт/(м·К); $C_{pm} = 2,22$ кДж/(кг·К);

$\rho = 810 \text{ кг/м}^3$; $\beta = 0,0165 \text{ К}^{-1}$; $\eta_0 = 1232 \text{ Па}\cdot\text{с}$. В качестве геометрических и технологических параметров использовались следующие величины: $D = 0,09\text{м}$; $\Delta P = 15 \text{ МПа}$ (перепад давления, создаваемый в С-образных секциях вдоль оси

z); $I_d = 10$ (количество витков в зоне дозирования); $T_k = 443 \text{ К}$; $T_c = 433 \text{ К}$; $T_n = 423 \text{ К}$; $T_0 = 413 \text{ К}$.

Значительное влияние на характер диссипативных процессов в С-образных зонах винтового канала двухчервячных экструдеров оказывают как геометрические, так и технологические параметры. При этом определенное соотношение данных параметров при соответствующих характеристиках перерабатываемого материала, может привести к значительному выделению тепловой энергии.



а – графики для $N_0 = 2 \cdot \text{с}^{-1}$
 — при $h = 8 \text{ мм}$ ($N = 47,5 \text{ кВт}$); —х— при $h = 6 \text{ мм}$ ($N = 50,6 \text{ кВт}$);
 —□— при $h = 4 \text{ мм}$ ($N = 55,1 \text{ кВт}$);
 б – графики для $h = 6 \text{ мм}$;
 — при $N = 0,5 \text{ с}^{-1}$ ($N = 6,6 \text{ кВт}$); —х— — $N = 1,5 \text{ с}^{-1}$ ($N = 33,2 \text{ кВт}$);
 —□— при $N_0 = 2,5 \text{ с}^{-1}$ ($N = 70,1 \text{ кВт}$)

Рисунок 6.50 – Графики изменения температуры вдоль оси винтового канала, усредненные по его глубине

В скобках указаны значения мощности, которые получены по формуле (6.119) и плюс составляющая мощности в радиальном зазоре

Чтобы избежать процессов термодеструкции в этом случае, следует осуществлять интенсивное охлаждение, как экструдера, так и червяков. Разработанная математическая модель позволяет выполнять оценку диссипативных процессов в рабочем объеме экструзионных агрегатов с корректировкой тепловых условий на поверхностях канала.

Порядок расчетов по приведенным в этом разделе формулам, для одного из вариантов, представленных на графиках и в таблице, приведен в блоке САПР-14 (приложение Г.2).

Среди последних работ, в которых рассматриваются неизотермические процессы в полимерных материалах и в оборудовании для их переработки, следует выделить [332-335].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Басов, Н.И.* Расчет и конструирование оборудования для производства и переработки полимерных материалов [Текст]: учеб. пособие для вузов / *Н.И. Басов, Ю.В. Казанков, В.А. Любартович* – М.: Химия, 1986. – 488 с.
2. *Торнер, Р.В.* Оборудование заводов по переработке пластмасс [Текст]: учеб. пособие для вузов / *Р.В. Торнер, М.С. Акутин*. – М.: Химия, 1986. – 400с.
3. Техника переработки пластмасс [Текст] / [*Н.И. Басов, В.С. Ким, Ю.В. Казанков* и др.]; под. ред. *Н.И. Басова и В. Броя*. – Совместное издание СССР и ГДР. – М.: Химия, 1985. – 528 с.
4. *Шерышев, М.А.* Переработка листов из полимерных материалов [Текст] / *М.А. Шерышев, В.С. Ким*. – Л.: Химия, 1984. – 216 с.
5. *Рябинин, Д.Д.* Червячные машины для переработки резиновых смесей и пластических масс [Текст] / *Д.Д. Рябинин, Ю.Е. Лукач*. – М.: Машиностроение, 1965. – 364 с.
6. *Рябинин, Д.Д.* Смесительные машины для пластмасс и резиновых смесей [Текст] / *Д.Д. Рябинин, Ю.Е. Лукач*. – М.: Машиностроение, 1972. – 272 с.
7. Моделирование и оптимизация экструзии полимеров [Текст] / *В.В. Скачков, Р.В. Торнер, Ю.В. Стунгур, С.В. Реутов*. – М.: Химия, 1984. – 152 с.
8. *Шенкель, Г.* Шнековые прессы для пластмасс [Текст] / *Г. Шенкель*; пер. с нем. *А.Я. Шапиро*. – Л.: Госхимиздат. – 1962. – 467 с.
9. *Силин, В.А.* Динамика процессов переработки пластмасс в червячных машинах [Текст] / *В.А. Силин*. – М.: Машиностроение, 1972. – 150 с.
10. *Ким, В.С.-Х.* Исследование смешивающей способности экструзионных машин и разработка основ теории и методов расчета процессов смешения полимерных материалов в экструдерах [Текст]: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.04.09 / *Ким Валентин Сен-Хакович* – М., 1979. – 32 с.
11. *Лукач, Ю.Е.* Оборудование для производства полимерных пленок [Текст] / *Ю.Е. Лукач, А.Д. Петухов, В.А. Сенатос*. – М.: Машиностроение, 1981. – 224 с.
12. *Константинов, В.Н.* Многочервячные прессы для переработки пластических масс [Текст] / *В.Н. Константинов, А.Н. Левин* // Химич. машиностр. – 1961. – № 1. – С. 3 – 8.
13. *Скачков, В.В.* Исследование процессов смешения в двухшнековых экструдерах [Текст] / *В.В. Скачков, В.С. Ким, Ю.В. Стунгур* // Теоретич. основы химич. технологии. – 1982. – Т.ХVI. – С. 238 – 244.
14. *Кузьев, И.М.* Основные принципы моделирования работы двухчервячных машин и особенности их конструктивного исполнения [Текст] / *И.М. Кузьев* // Вопросы химии и хим. технологии. – 2007. – № 3. – С.177-198.
15. *Кудрин, Ю.П.* Метод расчета двухчервячного экструдера [Текст] / *Ю.П. Кудрин*. – К., 1990. – 27 с. – Деп. в Укр НИИНТИ 10.09.90. Ук. 90 № 1579.

16. *Tadmor, Z.* Engineering principles of plasticating extrusion [Text] / *Z. Tadmor, I. Klein.* – N. – Y: Van Nastrand Reinhold Company, 1970. – 500 p.
17. *Кузяев, И.М.* Математичні аспекти оптимізації пластикуючих черв'ячних машин [Текст] / *И.М. Кузяев, В.И. Ситар* // Системні технології. – 2002. – № 4(21). – С. 60 – 64.
18. Исследование производительности зоны загрузки одношнекового экструдера [Текст] / *Б.А. Петров, В.В. Скачков, В.С. Ким, К.А. Салазкин* // Химич. и нефтяное машиностр. – 1976. – № 12. – С. 14 – 17.
19. *Жданов, Ю.А.* Современное состояние и перспективы развития двухчервячных и многочервячных прессов для гранулирования и переработки пластмасс в изделия в Советском Союзе и за рубежом. Обзорная информация, серия ХМ-2 [Текст] / *Ю.А. Жданов, П.А.Войтушенко, Л.А. Иванова* – М.: ЦИНТИ химнефтомаш, 1981. – 58 с.
20. *Ким, В.С.-Х.* Выбор оптимальных геометрических параметров зон загрузки и транспортировки одношнекового экструдера для переработки полимерных материалов [Текст] / *В.С.-Х. Ким, В.А.Самойлов, В.Б. Прищепов* // Химич. и нефтяное машиностр. – 2002. – № 12. – С.5 – 8.
21. *Кузяев, И.М.* Конструктивные особенности и основные функциональные зависимости зоны питания одночервячных машин [Текст] / *И.М. Кузяев* // Вопросы химии и химической технологии. – 2007. – № 1. – С. 162–177.
22. *Tadmor, Z.* Fundamentals of plasticating extrusion. A theoretical model for melting [Text] / *Z. Tadmor* // Polym. Eng. Sci. – 1966. – Vol.6, № 3. – P. 185 – 190.
23. *Lidor, G.* Theoretical analysis of residence time distribution functions and strain distribution functions in plasticating screw extruders [Text] / *G. Lidor, Z. Tadmor* // Polym. Eng. Sci. – 1976. – Vol.16, № 6. – P. 450 – 461.
24. *Кузяев, И.М.* Анализ процессов плавления полимерных материалов в червячных экструдерах [Текст] / *И.М. Кузяев* // Вопросы химии и химической технологии. – 2003. – № 3. – С.162 – 169.
25. *Первадчук, В.П.* Математическая модель плавления полимерных материалов в экструдерах [Текст] / *В.П. Первадчук, Н.М. Труфанова, В.И. Янков* // Исследование течений и фазовых превращений в полимерных системах. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1985. – С. 56 – 65.
26. *Fuhua, Z.* Extrusion theory and application [Text] / *Z. Fuhua.* – Beijing: Publishing Company of Light Industry, 2000. – 344 p.
27. *Торнер, Р.В.* Теоретические основы переработки полимеров [Текст] / *Р.В. Торнер* – М.: Химия, 1977. – 462 с.
28. *Козачок, А.А.* Теоретический анализ процесса червячной экструзии неньютоновских полимерных материалов [Текст] / *А.А. Козачок, Д.Д. Рябинин* // Химическое машиностроение. – К.: Техніка. – 1973. – № 17. – С. 22 – 35.
29. *Татарников, А.А.* Анализ математических моделей производительности дозирующей зоны экструдера [Текст] / *А.А. Татарников, Г.Д. Китаева, А.Г. Говша* // Червячные прессы, агрегаты и линии на их базе как

- технологическое оборудование для интенсификации процессов переработки полимерных материалов. – Тамбов: ВНИИ резинотехн. машиностр. – 1985. – С. 54 – 66.
30. Фридман, М.Л. Математическое моделирование одношнековых экструзионных машин [Текст] / М.Л. Фридман, С.Н. Михайлов, Д.М. Мухаметгалеев. // Оборудование для переработки пластмасс и резины. Серия ХМ – 2. – М.: ЦИНТИХИМ НЕФТЕМАШ. – 1988. – С. 1 – 33.
 31. Кузьяев, И.М. Разработка смесительных и пластицирующих элементов для одночервячных экструдеров [Текст] / И.М. Кузьяев // Вопросы химии и химической технологии. – 2007. – № 2. – С. 212–222.
 32. Кузьяев, И.М. Математическое моделирование процессов в зоне дозирования одночервячных машин [Текст] / И.М. Кузьяев // Вопросы химии и химической технологии. – 2007. – № 3. – С. 151–172.
 33. Автоматизированное проектирование валковых машин для переработки полимеров [Текст] / [Ю.Е. Лукач, Л.Г. Воронин, Л.И. Ружинская и др]. – К.: Техніка, 1988. – 208 с.
 34. Лукач, Ю.Е. Валковые машины для переработки пластмасс и резиновых смесей [Текст] / Ю.Е. Лукач, Д.Д. Рябинин, Б.Н. Метлов – М.: Машиностроение, 1967. – 295 с.
 35. Интенсификация процессов каландрования полимеров [Текст] / К. Колерт, А.М. Воскресенский, В.Н. Кросовский, Э.О. Регер; под ред. А.М. Воскресенского. – Л.: Химия, 1991. – 224 с.
 36. Кузьяев, И.М. Моделювання та проектування валкових машин для переробки полімерних матеріалів і гумових сумішей з розробкою елементів САПР [Текст]: навч. посібник для мех. спеціальностей вищ. навч. закл / І.М. Кузьяев, А.М. Дудка, І.І. Начовний. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2004. – 340 с. – 100 прим. – ISBN 966-8018-16-8.
 37. Лодж, А. Эластичные жидкости [Текст] / А. Лодж. – М.: Наука, 1969. – 464 с.
 38. Виноградов, Г.В. Реология полимеров [Текст] / Г.В. Виноградов, А.Я. Малкин. – М.: Химия, 1977. – 440 с.
 39. Берд, Р. Явления переноса [Текст] / Р. Берд, В. Стьюарт, Е. Лайфут. – М.: Химия, 1974. – 688 с.
 40. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости [Текст] / Н.А. Слезкин. – М.: Гостехиздат, 1955. – 520 с.
 41. Трусделл, К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред [Текст] / К. Трусделл. – М.: Мир, 1975. – 593 с.
 42. Bird, R.B. Dynamics of polymeric liquids. V.I. Fluid Mechanics [Text] / R.B. Bird, R.S. Armstrong, O. Hassager. – N.-Y.: Wiley, 1977. – 365 p.
 43. White, I.L. Constitutive equations for viscoelastic fluids with application to rapid external [Text] / I.L. White, A.B. Metzner // AIChE Jornal. – 1965. – Vol.11. – № 2. – P.324-330.

44. *De Witt, T.W.* A rheological equation of state which predicts non-newtonian viscosity, normal stresses and dynamic moduli [Text] / *T.W. De Witt* // J. Appl. Phys. – 1955. – Vol.27. – № 7. – P.889-894.
45. *Bird, R.B.* A nonlinear viscoelastic model for polymer solution and melts, I [Text] / *R.B. Bird, P.J. Carreau* // Chem. Eng. Sci. – 1968. – Vol.23. – № 5. – P.427-434.
46. *Spriggs, T.W.* A four-constant model for viscoelastic fluids [Text] / *T.W. Spriggs* // Chem. Eng. Sci. – 1965. – Vol.20. – № 11. – P.931-940.
47. *Phan-Thien, N.* A new constitutive equation derived from network theory [Text] / *N. Phan-Thien, R.I. Tanner* // J. Non-Newt. Fluid Mech. – 1977. – Vol.2. – № 3. – P.259-283.
48. *Nakamura, R.* An integral constitutive equation for polymer fluids [Text] / *R. Nakamura, N. Yoshioka, M. Kimura* // J. Soc. Mat. Sci. Jap. – 1971. – № 20. – P.643-645.
49. *Coleman, B.D.* An approximation theorem for functionals with applications in continuum mechanics [Text] / *B.D. Coleman, W. Noll* // Arch. Ration. Mech. Anal. – 1960. – № 6. – P.355-370.
50. *Coleman, B.D.* Kinematical concepts with applications in the mechanics and thermodynamics of incompressible viscoelastic fluids [Text] / *B.D. Coleman* // Arch. Ration. Mech. Anal. – 1962. – № 9. – P.273-300.
51. *Tanner, R.I.* Some useful constitutive models with a kinematic slip hypothesis [Text] / *R.I. Tanner* // J. Non-Newt. Fluid Mech. – 1979. – Vol.5. – № 1. – P.103-112.
52. *Oldroyd, J.G.* On the formulation of rheological equations of state [Text] / *J.G. Oldroyd* // Proc. Roy. Soc. Lond. – 1950. – Vol.A200. – № 2. – P.523-541.
53. *Lodge, A.S.* On the use of convected coordinate systems in the mechanics of continuous media [Text] / *A.S. Lodge* // Proc. Camb. Phil. Soc. – 1951. – № 47. – P.575-584.
54. *Böhme, G.* Strömungsmechanik nicht-newtonscher fluids [Text] / *G. Böhme*. – Stuttgart: B.G. Teubner, 1981. – 280 s.
55. *Rivlin, R.S.* Further remarks on the stress-deformation relation for isotropic materials [Text] / *R.S. Rivlin* // J. Ration. Mech. Anal. – 1955. – № 4. – P.681-712.
56. *Астарита, Дж.* Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей: Пер. с англ [Текст] / *Дж. Астарита, Дж. Марруччи*. – М.: Мир, 1978. – 309 с.
57. *Ferry, J.D.* Viscoelastic properties of polymers. 3rd ed. [Text] / *J.D. Ferry*. – N.-Y.: John Wiley and Sons, 1980. – 641 p.
58. *Шульман, З.П.* Феноменологические и микроструктурные теории наследственных жидкостей [Текст] / *З.П. Шульман, Б.М. Хусид*. – Минск: 1983. – 46 с. (Препр. АН БССР. Ин-т тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова; № 4).

59. *Шульман, З.П.* Нестационарные процессы конвективного переноса в наследственных средах [Текст] / *З.П. Шульман, Б.М. Хусид.* – Минск: Наука и техника, 1983. – 256 с.
60. *Bogue, D.C.* An explicit constitutive equation based on an integrated strain history [Text] / *D.C. Bogue* // *Ind. Eng. Chem. Fundam.* – 1966. – Vol.5. – № 2. – P.253-259.
61. *Han, C.D.* Flow of viscoelastic polymeric melts through converging ducts. Part II. The rheological significance of wall normal stress measurements [Text] / *C.D. Han* // *Rheol. Acta.* – 1975. – Vol.14. – № 2. – P.182-191.
62. *Han, C.D.* On slit-and capillary-die rheometry [Text] / *C.D. Han* // *Trans. Soc. Rheol.* – 1974. – Vol.18. – № 1. – P.163-190.
63. *Хан, Ч.Д.* Реология в процессах переработки полимеров [Текст] / *Ч.Д. Хан* Пер. с англ. Под ред. Г.В. Виноградова и М.П. Фридмана. – М.: Химия, 1979. – 366 с.
64. *Rivlin, R.S.* Stress-deformation relation for isotropic materials [Text] / *R.S. Rivlin, J.L. Ericksen* // *J. Ration Mech. Anal.* – 1955. – № 4. – P.323-425.
65. *Силин, В.А.* Коэффициент бокового давления полиэтилена и его определение [Текст] / *В.А. Силин, В.В. Герн, А.Д. Петухов* // *Химич. машиностр. Респ. межведомств. научно-техн. сборник.* – К.: Техніка, 1970. – № 12. – с.83-85.
66. А.с. 757339 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Экструдер-смеситель для полимерных материалов [Текст] / *Г.П. Воедило, Ф.П. Смиян, В.А. Масич* (СССР). – № 2605770/23-05; Заявлено 11.04.78; Оpubл. 23.03.80, Бюл. № 31. – 4 с.
67. А.с. 960038 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Шнековый экструдер [Текст] / *С.В. Портненко, И.М. Кузьев, В.А. Успенский* и др. (СССР). – № 3225178/23-05; Заявлено 26.12.80; Оpubл. 23.09.82, Бюл. № 35. – 3 с.
68. А.с. 897554 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Червячный экструдер для полимерных материалов [Текст] / *В.А. Успенский, И.М. Кузьев, С.В. Портненко, И.И. Начовный* (СССР). – № 2913241/23-05; Заявлено 17.04.80; Оpubл. 15.01.82, Бюл. № 2. – 4 с.
69. А.с. 903172 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Червячный экструдер для полимерных материалов [Текст] / *И.М. Кузьев, Н.И. Шишков, В.А. Успенский, Н.В. Довгопол* (СССР). – № 2943317/23-05; Заявлено 23.06.80; Оpubл. 07.02.82, Бюл. № 5. – 5 с.
70. Пат. 688112 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Червячный экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *Шарль Майллефер* (Швейцария); Майллефер С.А. – № 2377638/05; Заявлено 30.06.76; Оpubл. 25.09.79, Бюл. № 35. – 4 с.
71. А.с. 939270 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Червячный экструдер для полимерных материалов [Текст] / *С.В. Портненко, И.М. Кузьев, Ю.А. Кузнецов, В.Н. Ткач* (СССР). – № 3224680/23-05; Заявлено 26.12.80; Оpubл. 30.06.82, Бюл. № 24. – 3 с.

72. А.с. 887235 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Червячная машина для переработки полимерных материалов [Текст] / *С.В. Портненко, И.М. Кузяев, В.А. Успенский, Ю.А. Кузнецов* и др. (СССР). – № 2885721/23-05; Заявлено 20.08.80; Оpubл. 07.12.81, Бюл. № 45. – 3 с.
73. Пат. 14948 Україна, МКИ В 29 В 7/40. Пристрій для змішування та пластикації полімерних матеріалів [Текст] / *І.М. Кузяєв, Д.В. Руденко, І.Г.Плошенко, В.В. Лимар* (Україна). – № 96072872; Заявлено 17.07.96; Оpubл. 30.06.97; Бюл. № 3. – 5 с.
74. А.с. 1781052 СССР, МКИ В 29 В 7/40. Динамический гомогенизатор расплавов полимеров [Текст] / *Л.М. Бедер, В.В. Шевченко, В.Б. Жаров* (СССР). – № 4901385/05; заявлено 09.01.91; Оpubл. 15.12.92; Бюл. № 46. – 3 с.
75. А.с. 1705097 СССР, МКИ В 29 В 7/42. Червячный пресс для переработки полимерных материалов [Текст] / *С.О. Пристайлов, В.К. Максимова, Е.А. Жаворонова* и др. (СССР). – № 4753850/05; Заявлено 30.10.89; Оpubл. 15.01.92, Бюл. № 2. – 4 с.
76. Пат. 633457 СССР, МКИ В 29 В 1/06. Устройство для смешивания и пластикации полимерных материалов [Текст] / *Пауль Ренк* (ФРГ); Бармаг Бармер Maschinenfabrik. – № 2180568/23-05; Заявлено 09.10.75; Оpubл. 15.11.78, Бюл. № 42. – 5 с.
77. *Янков, В.И.* Исследование и разработка методов расчета шнековых насосов и аппаратов непрерывного растворения полимеров в производстве синтетических волокон [Текст]: дис. ... докт. техн. наук: 05.04.09 / *Янков Владимир Иванович.* - Калинин, 1980. – 450с.
78. Пат. 2388668 Франция, МКИ В 29 F 3/02. Vis pour extrudeuse [Text] / *John Shhau, Tze-Hsu* (Франция); Ingersoll-Rand Company. – № 7812742; Заявл. 29.04.77; Оpubл. 24.11.78. – 12 с.
79. Пат. 2411079 Франция, МКИ В 29 F 3/02. Perfectionnements aux vis pour machines extruder [Text] / *Michael Ian Iddon, Donald Milne Turner* (Франция); Iddon Brothers Limited. – № 7832046; Заявл. 8.12.77; Оpubл. 06.07.79. – 8 с.
80. Пат. 3751015 США, МКИ В 29 f 3/01. Screw extruder with radially projecting pins [Text] / *Fredhein Hensen, Hans Slemetzki, Egon Gathmann* (ФРГ); Barmag Barmer Maschinenfabrik Aktiengesellschaft. – № 155458; Заявл. 22.06.71; Оpubл. 07.08.73; НКИ 259/191. – 8 с.
81. А.с. 763130 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Червяк экструдера [Текст] / *Е.П. Бармашин, П.А. Войтушенко, Т.И. Коношевич* и др. (СССР). – № 2628935/23-05; Заявлено 16.06.78; Оpubл. 15.09.80, Бюл. № 34 – 3 с.
82. Пат. 3730492 США, МКИ В 29 f 3/00. Mixing of thermoplastic materials [Text] / *Bruce H, Maddock, Fanwood N.J.* (США); Union Carbide Corporation. – № 154011.
83. *Carley, J.F.* Extruder scale-up theory and experiments [Text] / *J.F. Carley, J.M.McKelvey* // Ind. Eng. Chem. – 1953. – № 45. – P.989-993.
84. *Carley, J.F.* Simplified flow theory for screw extruders [Text] / *J.F. Carley, R.S. Mallouk, J.M. McKelvey* // Ind. Eng. Chem. – 1953. – № 45. – P.974-981.

85. *Carley, J.F.* Basic concepts of extrusion [Text] / *J.F. Carley, R.A. Strub* // Ind. Eng. Chem. – 1953. – № 45. – P.970-973.
86. *Мор, В.Д.* Исследование потока, определение требуемой мощности и распределения давления в потоке в шнековом экструдере [Текст] // Вопросы экструзии термопластов. Сборник переводов. / *В.Д. Мор, Р.С.Мэллоук* Под ред. А.Н. Левина. – М.: Изд-во иностр. литературы. – 1963. – С.83-101.
87. *Мэддок, Б.Г.* Влияние износа шнека на производительность экструдера // Вопросы экструзии термопластов. Сборник переводов. [Текст] / *Б.Г. Мэддок* Под ред. А.Н. Левина. – М.: Изд-во иностр. литературы. – 1963. – С.102-106.
88. *Бернхардт, Э.* Переработка термопластичных материалов [Текст] / *Э. Бернхардт*. Пер. с англ. под ред. Г.В. Виноградова. – М.: Химия, 1965. – 747 с.
89. *Иванченко, А.И.* Расчет одночервячных прессов [Текст] / *А.И. Иванченко*. – К.: Гос. изд-во техн. лит., 1962. – 97 с.
90. *Янков, В.И.* Течение расплава полимера в сходящемся канале шнекового насоса [Текст] / *В.И. Янков, А.Л. Крылов* // Прикладные задачи механики полимеров и систем. – Свердловск: УНЦ АН СССР. – 1977. – С.45-51.
91. К расчету производительности одночервячных прессов с коническим сердечником червяка [Текст] / *В.М. Гончаренко, В.Г. Зверлин, Е.П. Бармашин, Т.И. Коношевич* // Исследование и разработка оборудования для непрерывных процессов переработки полимерных материалов в изделия. – Тамбов: ВНИИ резинотехн. машиностр. – 1983. – С.21-27.
92. *Силин, В.А.* Графоаналитический метод расчета напорных шнеков [Текст] / *В.А. Силин* // Труды УкрНИИместтехпром. – К.: Гостехиздат. – 1956. – № 10. – С.120-139.
93. *Силин, В.А.* Аналитический расчет напорных шнеков [Текст] / *В.А. Силин* // Научные доклады Высшей школы, Горное дело. – М.: Советская наука. – 1958. – № 3. – С.176-183.
94. *Силин, В.А.* Моделирование червячных машин [Текст] / *В.А. Силин* // Оборудование для переработки полимеров. – К.: Техніка. – 1964. – С.9-78.
95. *Силин, В.А.* К расчету производительности червячных машин [Текст] / *В.А. Силин* // Переработка пластмасс. – К.: Техніка. – 1969. – С.3-21.
96. *Мак-Келви, Д.М.* Переработка полимеров [Текст] / *Д.М. Мак-Келви*. Пер. с англ. – М.: Химия, 1965. – 442 с.
97. *Уилкинсон, У.Л.* Неньютоновские жидкости [Текст] / *У.Л. Уилкинсон*. – М.: Мир, 1964. – 216 с.
98. *Янков, В.И.* Изотермическое течение степенной жидкости в канале специального шнекового насоса в условиях простого сдвига [Текст] / *В.И. Янков, В.И. Керницкий* // Вопросы механики полимеров и систем. – Свердловск: УНЦ АН СССР. – 1976. – С.103-110.

99. *Тадмор, З.* Теоретические основы переработки полимеров [Текст] / *З. Тадмор, К. Гогос.* – М.: Химия, 1984. – 628 с.
100. *Ермаков, В.И.* Инженерные методы расчета процессов получения и переработки эластомеров [Текст] / *В.И. Ермаков, В.С. Шеин, В.О. Рейхсфельд.* – Л.: Химия, 1982. – 243 с.
101. *Красовский, В.Н.* Сборник примеров и задач по технологии переработки полимеров [Текст] / *В.Н. Красовский, А.М. Воскресенский.* – Минск: Вышэйшая школа, 1975. – 320 с.
102. *Лукач, Ю.Е.* К вопросу определения производительности червячных машин [Текст] / *Ю.Е. Лукач, А.Д. Петухов* // Химич. машиностр. Респ. межведомств. научно-техн. сборник. – К.: Техніка, 1970. – № 10. – с.46-50.
103. *Красовский, В.Н.* Примеры и задачи по технологии переработки эластомеров [Текст] / *В.Н. Красовский, А.М. Воскресенский, В.М. Харчевников.* – Л.: Химия, 1984. – 240 с.
104. *Балашов, М.М.* Решение некоторых задач, связанных с течением расплавленных полимеров в червячных прессах [Текст] / *М.М. Балашов, А.Н. Левин* // Химическое машиностроение. – 1961. – № 6. – С.29-33.
105. *Китаева, Г.Д.* Прогнозирование параметров процесса экструзии резиновых смесей в одночервячных машинах [Текст]: дис...канд. техн. наук: 05.17.08 / *Китаева Г.Д.* – Томск, 1987. – 237 с.
106. *Татарников, А.А.* Выбор рабочей математической модели для определения производительности зоны дозирования и исходных данных для расчета процесса экструзии в одночервячной машине [Текст] / *А.А. Татарников, В.Г. Любашевская, А.В. Волошенко* // Нефтеперерабатывающая и нефтехимическая промышленность. Серия: Производство шин. – М.: ЦНИИТЭ нефтехим. – 1990. – С.1-112.
107. *Янков, В.И.* Неизотермическое течение жидкости со степенным реологическим уравнением в канале шнековой машины в условиях сложного сдвига [Текст] / *В.И. Янков* // Вопросы механики полимеров и систем. – Свердловск: УНЦ АН СССР. – 1976. – С.111-119.
108. *Янков, В.И.* Экспериментальное исследование течения неньютоновской жидкости в канале винта быстроходной шнековой машины [Текст] / *В.И. Янков, Л.М. Бедер, М.М. Кутузов* // Вопросы механики полимеров и систем. – Свердловск: УНЦ АН СССР. – 1976. – С.120-132.
109. *Лукач, Ю.Е.* Тенденции создания экструзионного оборудования [Текст] / *Ю.Е. Лукач, Л.Б. Радченко* // Полимермаш-91: научн.-практ. конф., 4-6 окт. 1991 г: тезисы докл. – К.: НТО Машпром, 1991. – С. 6–8.
110. *Радченко, Л.Б.* Моделювання неізотермічних процесів переробки термопластів методом екструзії [Текст] / *Л.Б. Радченко* // Хімічна промисловість України. – 1999. – №4. – С. 40 – 44.
111. *Новік, В.О.* Особливості моделювання процесів переробки термолабільних композиційних та біоматеріалів екструзійним методом [Текст] / *В.О. Новік, Л.Б. Радченко, Я.Г. Двойнос* // Хімічна промисловість України. – 2001. – №4. – С. 50 – 52.

112. *Yu, Q.* Development of helical coordinate system and application to analysis of polymer flow in screw extruders. Part 2. A Helical Channel Model for Single Screw Extruders [Text] / *Q. Yu, G.-H. Hu* // Polymer Engineering and Science. – 1998. – Vol. 38, №5. – P. 819–830.
113. Series solutions for viscous and viscoelastic fluids flow in the helical rectangular channel of an extruder screw [Text] / [*Y. B'ereaux, M. Moguelet, X. Raoul et al.*] // J. Non-Newtonian Fluid. Mec. – 2004. – Vol. 123, №2/3. – P. 237–257.
114. *Khalifeh, A.* Numerical simulations of non-isothermal three-dimensional flows in an extruder by a finite-volume method [Text] / *A. Khalifeh, J.-R. Clermont* // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2005. – Vol. 126, №1. – P. 7–22.
115. *Connelly, R.K.* 2-D Numerical Simulation of Differential Viscoelastic Fluids in a Single-Screw Continuous Mixer: Application of Viscoelastic Finite Element Methods [Text] / *R.K. Connelly, J.L. Kokini* // Advances in Polymer Technology. – 2003. – Vol. 22, №1. – P.22–41.
116. *Радченко, Л.Б.* Алгоритм расчета червячных экструдеров для переработки термопластов [Текст] / *Л.Б. Радченко.* – К.: 1994. – 23с. Деп. в ИНТЭИ 16.08.94г., № 1685 Ук.-94.
117. *Радченко, Л.Б.* Алгоритм расчета комбинированных экструдеров для переработки термопластов [Текст] / *Л.Б. Радченко.* – К: 1994. – 21с. Деп. в ИНТЭИ 16.08.94г., № 1686 Ук.-94.
118. *Kulikov, O.* A simple way to suppress surface defects in the processing of polyethylene [Text] / *O. Kulikov, K. Hornung* // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2004. – Vol. 124, №1/3.– P. 103–114.
119. *Georgiou, G.C.* The time-dependent, compressible Poiseuille and extrudate-swell flows of a Carreau fluid with slip at the wall [Text] / *G.C. Georgiou* // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2003. – Vol. 109, №2/3. – P. 93–114.
120. *Sikora, J.W.* Influence of the length of the plasticating system on selected characteristics of an autothermal extrusion process [Text] / *J.W. Sikora, E. Sasimowski* // Advances in Polymer Technology. – 2005. – Vol. 24, №1. – P. 21–28.
121. Visualization Studies on the Comparison of Mixing Characteristics of Single-Screws Having Different Mixing Elements [Text] / *A.C-Y. Wong, J.C.M. Lam, T.Liu, F. Zhu* // Advances in Polymer Technology. – 2000. – Vol. 19, №1. – P. 1–13.
122. *Hwang, W.R.* Chaotic Volumetric Transports in a Single-Screw Extrusion Process [Text] / *W.R. Hwang, T.H. Kwon* // Polymer Engineering and Science. – 2003. – Vol. 43, №4. – P. 783–797.
123. *Hong, B.K.* The flow of polymer melts through the clearance over a barrier flight in extruders [Text] / *B.K. Hong, H.S. Kim, C.I. Chung* // Polymer Engineering and Science. – 2002. – Vol. 42, №3. – P. 654–662.
124. *Кузяев, И.М.* Моделирование неізотермічних процесів в робочому об'ємі черв'ячних насосів для аномально в'язких рідин [Текст] / *И.М. Кузяев* // Вопр. химии и хим. технологии. – 2002. – № 2. – С.107-112.
125. *Кузяев, И.М.* Интенсификация процессов тепломассопереноса в рабочем канале червячных машин при переработке неньютоновских полимерных

- жидкостей [Текст] / *И.М. Кузьяев* // Промышленная теплотехника. – 2004. – Т.26 – №1. – С.25-31.
126. *Кузьяев, И.М.* Механіка та реологія полімерів [Текст]: навч. посібник для мех. спеціальностей вищ. навч. закл. / *И.М. Кузьяев*. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2002. – 386 с. – 300 прим. – ISBN 966-8018-16-8.
127. *Кузьяев, И.М.* Тепломасообмінні процеси і розробка обладнання високошвидкісної екструзії полімерів [Текст] / *И.М. Кузьяев, О.А. Митрохін* // Математичні проблеми технічної механіки 2009: міжнар. конф., 20-23 квітня 2009 р.: тези доп. – Дніпропетровськ: ІТМ НАН України, 2009. – С. 174.
128. *Пасканов, В.М.* Численное моделирование процессов тепло и массообмена [Текст] / *В.М. Пасканов, В.И. Полежаев, Л.А. Чудов*. – М.: Наука, 1984. – 288с.
129. *Арутюнов, В.А.* Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей [Текст] / *В.А. Арутюнов, В.В. Бухмиров, С.А.Крупенников*. – М.: Металлургия, 1990. – 239с.
130. Розробка алгоритму для розв'язання задач теплопереносу при переробці полімерних матеріалів з використанням пакета Mathcad [Текст] / [*И.М. Кузьяев, В.І. Ситар, А.М. Дудка та ін.*] // Вопр. химии и хим. технологии. – 2003. – №1. – С.157-162.
131. *Диткин, В.А.*, Интегральные преобразования и операционное исчисление [Текст] / *В.А. Диткин, А.П. Прудников* – М.: Наука, 1974. – 544 с.
132. *Лаврентьев, М.А.* Методы теории функций комплексного переменного [Текст] / *М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат* – М.: Наука, 1973. – 736 с.
133. *Камке, Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст]: справочник / *Э. Камке*; пер. с нем. *С. Ф. Фомина*. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
134. Моделювання процесів у зоні обертового запасу [Текст] / [*И.М. Кузьяев, В.І. Ситар, А.М. Дудка та ін.*] // Вопр. химии и хим. технологии. – 2002. – №5. – С.100-105.
135. *Романовский, П.И.* Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа [Текст] / *П.И. Романовский* – М.: ГИТТЛ, 1957. – 292с.
136. Теплофизические и реологические характеристики полимеров. Справочник [Текст] / Под. Ред. *Ю.С. Липатова*. – К.: Наук. думка, 1977. – 244с.
137. *Кузьяев, И.М.* Моделирование работы высокоскоростных экструзионных агрегатов [Текст] / *И.М. Кузьяев, В.И. Миргородский, С.И. Кузьева* // Вопросы химии и химической технологии. – 2006. – № 1. – С. 142 – 150.
138. *Кузьяев, И.М.* Математическое моделирование процессов в зоне дозирования одночервячных машин [Текст] / *И.М. Кузьяев* // Вопросы химии и химической технологии. – 2007. – № 3. – С. 151–172.
139. *Carley, J.F.* Extruder scale-up theory and experiments [Text] / *J.F. Carley, J.M. McKelvey* // Ind. Eng. Chem – 1953. – № 45. – P.985-988.

140. *Bernhardt, E.C.* Analysis of adiabatic plastics extrusion [Text] / *E.C. Bernhardt, J.M. McKelvey* // SPE Journal. – 1954. – Vol.10. – № 3. – P.419-423.
141. *McKelvey, J.M.* Experimental studies of melt extrusion [Text] / *J.M. McKelvey* // Ind. Eng. Chem. – 1953. – № 45. – P.982-985.
142. *McKelvey, J.M.* Analysis of adiabatic plastics extrusion [Text] / *J.M. McKelvey* // Ind. Eng. Chem. – 1954. – № 46. – P.660-667.
143. *Maddock, B.H.* Fundamental mechanisms in polyethylene extrusion [Text] / *B.H. Maddock* // SPE Journal. – 1956. – Vol.12. – № 10. – P.49-54.
144. *Maddock, B.H.* Factors affecting quality in polyethylene extrusion [Text] / *B.H. Maddock* // Modern Plastics. – 1957. – Vol.34. – № 4. – P.123-133.
145. *Maddock, B.H.* A visual analysis of flow and mixing extruder screws [Text] / *B.H. Maddock* // SPE Journal. – 1959. – Vol.15. – № 5. – P.383-389.
146. *Darnell, W.H.* Solids conveying in extruders [Text] / *W.H. Darnell, E.A.J. Mol* // SPE Journal. – 1956. – Vol.12. – № 4. – P.20-29.
147. *Street, L.F.* Plastifying extrusion [Text] / *L.F. Street* // Int. Plast. Eng. – 1961. – Vol.1. – № 7. – P.289-296.
148. *Menges, G.* Aufschmeiz-und Plastizeirvorgänge beim verarbeiten von PVS hart-pulver auf einem einschneckenextruder [Text] / *G. Menges, K.P. Klenk* // Kunststoffe. – 1967. – Vol.57. – № 8. – S.598-603.
149. *Tadmor, Z.* Melting in plasticating extruders. Theory and experiments [Text] / *Z. Tadmor, I.J. Duvdevani, I. Klein* // Polym. Eng. Sci. – 1967. – Vol.7. – № 3. – P.198-217.
150. *Тадмор, З.* Теоретические основы переработки полимеров [Текст]: Пер. с англ / *З. Тадмор, К. Гогос* – М.: Химия, 1984. – 628 с.
151. *Lindt, J.T.* A dynamic melting model for single screw extruders [Text] / *J.T. Lindt* // Polym. Eng. Sci. – 1976. – Vol.16. – № 4. – P.284-291.
152. *Chung, C.I.* Conveying in screw extruders [Text] / *C.I. Chung* // SPE Journal. – 1970. – Vol.26. – № 5. – P.33-44.
153. *Edmondson, I.R.* Melting of thermoplastics in single screw extruders [Text] / *I.R. Edmondson, R.T. Fenner* // Polymer. – 1975. – Vol.16. – № 1. – P.49-56.
154. *Fenner, R.T.* Computer modeling of quality in screw extrusion [Text] / *R.T.Fenner* // Plast. and Rubber Int. – 1979. – Vol.4. – № 5. – P.219-222.
155. *Rao, N.* Auslegen von extruderschnecken mit rechenmodell und EDV [Text] / *N. Rao, K. Hagen, A. Krämer* // Kunststoffe. – 1979. – Vol.69. – № 10. – S.713-718.
156. *Housz, J.F.* The melting performance of single screw extruders [Text] / *J.F.Housz, H.E.H. Meijer* // Polym. Eng. Sci. – 1981. – Vol.21. – № 6. – P.352-359.
157. *Housz, J.F.* The melting performance of single screw extruders II [Text] / *J.F. Housz, H.E.H. Meijer* // Polym. Eng. Sci. – 1981. – Vol.21. – № 17. – P.1156-1161.
158. *Lindt, J.T.* Pressure development in the melting zone of a single-screw extruder [Text] / *J.T. Lindt* // Polym. Eng. Sci. – 1981. – Vol.21. – № 17. – P.1162-1166.

159. A plasticating model for single-screw extruders [Text] / *H. Fukase, T. Kunio, S.Shinya, A Nomura* // Polym. Eng. Sci. – 1982. – Vol.22. – № 9. – P.578-586.
160. *Agur, E.E.* Numerical simulation of a single-screw plasticating extruder [Text] / *E.E. Agur, J. Vlachopoulos* // Polym. Eng. Sci. – 1982. – Vol.22. – № 17. – P.1084-1094.
161. Mathematical modeling of melting of polymers in barrier-screw extruders [Text] / *B. Elbirli, J.T. Lindt, S.R. Gottgetreu, S.M. Baba* // Polym. Eng. Sci. – 1983. – Vol.23. – № 2. – P.86-94.
162. *McClelland, D.E.* Shear stress at polymer-metal interface during melting in extrusion [Text] / *D.E. McClelland, C.I. Chung* // Polym. Eng. Sci. – 1983. – Vol.23. – № 2. – P.100-104.
163. Mathematical modeling of melting of polymers in a single-screw extruder [Text] / *B. Elbirli, J.T. Lindt, S.R. Gottgetreu, S.M. Baba* // Polym. Eng. Sci. – 1984. – Vol.24. – № 12. – P.988-999.
164. *Lindt, J.T.* Effect of the cross-channel flow on the melting performance of a single-screw extruder [Text] / *J.T. Lindt, B. Elbirli* // Polym. Eng. Sci. – 1985. – Vol.25. – № 7. – P.412-418.
165. *Sakai, T.* Influence of melting zone and melt homogeneity on extrusion and injection molding processes [Text] / *T. Sakai* // Int. Polym. Process. – 1990. – Vol.5. – № 4. – P.229-237.
166. *Han, G.D.* An experimental study on plasticating single-screw extruder [Text] / *G.D. Han, K.Y. Lee, N.C. Wheeler* // Polym. Eng. Sci. – 1990. – Vol.30. – № 24. – P.1557-1567.
167. *Первадчук, В.П.* Математическая модель плавления полимерных материалов в экструдерах [Текст] / *В.П. Первадчук, Н.М. Труфанова, В.И.Янков* // Хим. волокна. – 1984. – № 3. – С.51-53.
168. *Первадчук, В.П.* Математическая модель плавления полимерных материалов в экструдерах. Влияние различных источников тепла на форму и размеры твердой пробки [Текст] / *В.П. Первадчук, Н.М.Труфанова, В.И. Янков* // Хим. волокна. – 1984. – № 4. – С.49-50.
169. *Первадчук, В.П.* Математическая модель плавления полимерных материалов в экструдерах. Исследование формы границы раздела фаз и профилей скоростей расплава [Текст] / *В.П. Первадчук, Н.М. Труфанова, В.И. Янков* // Хим. волокна. – 1984. – № 5. – С.40-42.
170. *Первадчук, В.П.* Математическая модель плавления полимерных материалов в экструдерах Циркуляционные течения и температурные поля в полимере. Распределение давления по длине винта экструдера [Текст] / *В.П. Первадчук, Н.М. Труфанова, В.И. Янков* // Хим. волокна. – 1984. – № 5. – С.42-44.
171. *Первадчук, В.П.* Математическая модель плавления полимерных материалов в экструдерах. Влияние физических свойств полимера и режимов переработки на скорость плавления [Текст] / *В.П. Первадчук, Н.М. Труфанова, В.И. Янков* // Хим. волокна. – 1984. – № 5. – С.46-48.

172. *Fuhua, Z.* Studies on the theory of single screw plasticating extrusion. Part 2: Non-Plug flow solid conveying [Text] / *Z. Fuhua, F. Shizeng, C. Ligin* // Polym. Eng. Sci. – 1991. – Vol.31. – № 15. – P.1091-1098.
173. *Wong, A.C.* Break-up of solid bed in melting zone of single screw extruder. Part 1: Mathematical model [Text] / *A.C. Wong, Z. Fuhua, R. Liu* // *Plastics, Rubber and Composites Processing and Applications*. – 1997. – Vol.26. – № 8. – P.128-132.
174. *Fuhua, Z.* Break-up of solid bed in melting zone of single screw extruder. Part 2: Strength of solid bed and experimental results [Text] / *Z. Fuhua, A.C. Wong, R. Liu* // *Plastics, Rubber and Composites Processing and Applications*. – 1997. – Vol.26. – № 8. – P.132-139.
175. Theoretische beschreibung des extrusionsprozesses hochgebüllter pelymor-metall-compounds auf einem einschneckenextruder [Text] / *V.S. Kim, V.V. Skačkov, M.N. Bekin, N.E. Kurilkina* // *Plaste und Kautschuk*. – 1988. – № 8. – S.315-321.
176. *Ким, В.С.* Диспергирование и смешение в процессах производства и переработки пластмасс [Текст] / *В.С. Ким, В.В. Скачков* – М.:Химия, 1988. – 240 с.
177. *Мухаметгалеев, Д.М.* Расчет температурного профиля и профиля давлений в канале экструдера при одношнековой экструзии [Текст] / *Д.М. Мухаметгалеев, С.Н. Михайлов* – Черкассы: 1983. – 29 с. Деп. в ОНИИТЭХИМ, № 691, ХП – Д83.
178. О методике расчета для одношнековых экструдеров при переработке полимеров [Текст] / [М.Л. Фридман, С.Н. Михайлов, Т.Г. Левина и др.] – Черкассы: 1984. – 30 с. Деп. в ОНИИТЭХИМ, № 384, ХП – Д84.
179. *Martin, I.* Extruderzonen in denen wärmedurch Leitung und erzwungene konvektion abgaführt wird [Text] / *I. Martin* // *Wärmeübertag*. – Disseldorf: Kunststoffanfbereit. – 1986. – S.169-196.
180. *Михайлов, С.Н.* Математическое моделирование процесса экструзии термопластов в одношнековых машинах [Текст] / *С.Н. Михайлов, М.Л.Фридман, Д.М. Мухаметгалеев*. – Черкассы: 1983. – 27 с. Деп. в ОНИИТЭХИМ, № 229, ХП – Д83.
181. *Кузьяев, И.М.* Моделирование процессов теплообмена в зоне плавления червячных машин с учетом пористости твердой пробки [Текст] / *И.М.Кузьяев* // *Вопр. химии и хим. технологии*. – 2003. – № 6 – С.173-177.
182. *Кузьяев, И.М.* Моделирование процессов плавления термопластов в экструзионных агрегатах [Текст] / *И.М. Кузьяев* // *Вопр. химии и хим. технологии*. – 2003. – № 4. – С.145-149.
183. *Кузьяев, І.М.* Моделювання процесів, які відбуваються в зоні плавлення одночерв'ячних екструдерів при наявності конусного осердя [Текст] / *І.М. Кузьяев* // *Вопр. химии и хим. технологии*. – 2004. – № 5. С.152-156.
184. Моделювання процесів в зоні пластикації черв'ячних машин з урахуванням залежності в'язкості від температури [Текст] / *І.М. Кузьяев, В.І. Ситар, М.В. Бурмістр, О.К. Волкова* // *Вопр. химии и хим. технологии*. – 2001. – № 3. – С.74-78.

185. Кузьяев, И.М. Моделирование процессов плавления в одночервячных машинах при нежестком каркасе твердой пробки [Текст] / И.М. Кузьяев // Вопросы химии и химической технологии. – 2008. – № 3. – С. 103–111.
186. Estimation of temperatures in geothermal wells during circulation and shut-in in the presence of lost circulation [Text] / A. Garcia, E. Santoyo, G. Espinosa, I. Hernandez // Transport in Porous Media. – 1998. – Vol.33. – P. 103–127.
187. Smit, G.J.F. Pressure drop prediction of power law fluid through granular media [Text] / G.J.F. Smit, J.P. du Plessis // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 1997. – Vol.72, № 2/3. – P. 319–323.
188. Теплофизические и реологические характеристики и коэффициенты трения наполненных термопластов [Текст]: справочник / [В.А. Пахоренко, В.Г. Зверлин, В.П. Привалко и др.] – К., Наука, 1983. – 280с.
189. Kennaway, A. Some recent developments in extrusion [Text] / A. Kennaway // Plast. Progr. – London, 1957. – P.149-174.
190. Walker, D.M. An approximate theory for pressures and arching in hoppers [Text] / D.M. Walker // Chem. Eng. Sci. – 1966. – № 21. – P.975-997.
191. Рахманов, В.С. К определению производительности экструзионных машин [Текст] / В.С. Рахманов // Пластич. массы. – 1961. – № 5. – С.49-50.
192. Schneider, K. Der einflub der einzugszone auf die fördercharakteristik eines einschneckenextruders [Text] / K. Schneider // Kunststoffe. – 1969. – Bd. 59. – № 11. – S.757-760.
193. Дякун, Я. Алгоритм расчета основных параметров зоны питания червячного пресса [Текст] / Я. Дякун, Л.Г. Воронин // Химич. машиностр. Республ. межведомств. научно-техн. сборник. – К.: Техніка, 1986. – № 44. – С.28-34.
194. Ким, В.С. Оборудование подготовительного производства заводов пластмасс [Текст] / В.С. Ким, В.В. Скачков – М.: Машиностроение, 1977. – 183 с.
195. Schneider, K. Der fördervorgang in der aufschmelzzone eines extruders [Text] / K. Schneider // Plastverarbeiter. – 1971. – № 1. – S.27-32.
196. Петухов, А.Д. Управление интенсивностью и качеством подготовки расплава полимера [Текст] / А.Д. Петухов, Л.Б. Радченко // Деп. в УкрНИИНТИ, 01.07.87 № 1821-УК87. К.: 1987. – 36 с.
197. Пат. 4171196 США, МКИ В 29 F 3/02. Screw-type plastics extruder [Text] / Charles Maillefer (Швейцария); Maillefer S.A. – № 951787; Заявл. 16.11.78; Оpubл. 16.11.79; НКИ 425/209. – 6 с.
198. Пат. 87091 Україна, МКИ В 29 С 47/36. Червя'чний екструдер для переробки полімерів [Текст] / І.М. Кузьяєв, С.Д. Данилін (Україна). – № а 2007 12443; Заявл. 09.11.07; Оpubл. 12.05.09, Бюл. № 9. – 4 с.
199. А.с. 626970 СССР, МКИ В 29 F 3/00. Червячная машина для переработки полимерных материалов [Текст] / И.П. Пономарев, В.Г. Неплюев, А.Г. Говша, В.Н. Агаев (СССР). – № 2464596/23-05; Заявлено 21.03.77; Оpubл. 05.10.78, Бюл. № 37. – 2 с.

200. А.с. 751647 СССР, МКИ В 29 F 3/2. Червячный экструдер [Текст] / *Н.И. Маляренко* (СССР). – № 2575541/23-05; Заявлено 24.01.78; Опубл. 30.07.80, Бюл. № 28. – 3 с.
201. *Klenk, K.P.* Beitray zur werkstoffgerechten verarbeitung von PVC hart-pulver auf ein-und zwei-schnecken-extrudern [Text] / *K.P. Klenk* // *Plastverarbeiter*. – 1970. – Bd.21. – № 8. – S.723-731.
202. *Menges, G.* Untersuchungen zur gestaltung der einzugszone eines einschneckenextruders [Text] / *G. Menges* // *Plastverarbeiter*. – 1969. – Bd.20. – № 2. – S.79-87.
203. *Fuchs, G.* Über die verarbeitung von sehr hochmolekularem polyäthylen anf einschneckenextrudern unter besonderer berück-sichtigung der einzugszone [Text] / *G. Fuchs* // *Plastverarbeiter*. – 1968. – Bd.19. – № 10. – S.765-767.
204. *Boes, D.* Verarbeitung von polyäthylen auf einschneckenextrudern mit genuleter und gekühlter einzugszone [Text] / *D. Boes* // *Kunststoffe*. – 1970. – Bd.60. – № 5. – S.294-295.
205. *Боровикова, С.М.* Износ узла пластикации литьевой машины при переработке полиамидов, армированных стекловолокном [Текст] / *С.М. Боровикова, Е.В. Лурье, В.В. Скачков* // *Пластич. массы*. – 1977. – № 7. – С.32-33.
206. *Дякун, Я.* Осевое усилие и крутящий момент привода в зоне питания червяка червячного пресса [Текст] / *Я. Дякун* // *Химич. машиностр. Республ. межведомств. научно-техн. сборник*. – К.: Техніка, 1986. – № 43. – С.3-7.
207. *Кузяев, И.М.* Оптимізація температурного силового поля в зоні живлення черв'ячного екструдера [Текст] / *И.М. Кузяев* // *Вопр. химии и хим. технол.* – 2002. – № 4. – С.129-133.
208. *Кузяев, И.М.* Анализ взаимосвязи между коэффициентами трения и давлением с учетом температурного поля при транспортировке материалов в винтовом канале червячных машин [Текст] / *И.М. Кузяев* // *Трение и износ*. – 2002. – Vol.23. – № 2. – С.154-159.
209. *Кузяев, И.М.* Моделирование температурного поля в системе корпус – полимерный материал – сердечник червяка для зоны питания одночервячного экструдера [Текст] / *И.М. Кузяев, В.И. Сытар, И.В. Сафронова* // *Вопр. химии и хим. технол.* – 2004. – № 2. – С.198-204.
210. *Hwang, C.G.* Solid bed compaction and frictional drag during melting in a simulated plasticating extruder [Text] / *C.G. Hwang, J.M. McKelvey* // *Adv. Polym. Technol.* – 1989. – Vol.9. – № 3. – P.227-251.
211. Анализ работы зоны загрузки одношнекового экструдера [Текст] / *В.С.-Х. Ким, В.А. Самойлов, В.Б. Прищепов, Г.Д. Порчхидзе* // *Химич. и нефтяное машиностр.* – 2002. – № 4. – С.6-8.
212. *Лукач, Ю.Е.* О параметрическом расчете высокоскоростных червячных прессов [Текст] / *Ю.Е. Лукач, А.Д. Петухов* // *Переработка пласмасс*. – К.: Техніка, 1969. С. 107 -109.

213. *Самойлов, А.В.* Расчет систем охлаждения червячных прессов [Текст] / *А.В. Самойлов* // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1969. – №10. – С. 7-9.
214. *Самойлов, А.В.* Тепловые расчеты червячных и валковых машин [Текст] / *А.В. Самойлов.* – М.: Машиностроение, 1978. – 152 с.
215. *Павлов, К.Ф.* Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии [Текст] / *К.Ф. Павлов, П.Г. Романков, А.А. Носков.* – Л.: Химия, 1970. – 624 с.
216. А.с. 637276 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Ротор к смесителю для пластических материалов [Текст] / *В.В. Удальцов* (СССР). – № 2499459/23-05; Заявлено 23.06.77; Опубл. 15.12.78, Бюл. № 46. – 3 с.
217. А.с. 686892 СССР, МКИ В 29 F 3/02. Червячная машина для переработки полимерных материалов [Текст] / *А.Г. Говша, В.И. Барашев, В.И. Новиков, А.М. Муратов* (СССР). – № 2438708/23-05; Заявлено 06.12.76; Опубл. 25.09.79, Бюл. № 35. – 4 с.
218. А.с. 536977 СССР, МКИ В 29 F 3/03. Червячная машина для вакуумирования полимерных материалов [Текст] / *А.Г. Говша* (СССР). – № 2133704/05; Заявлено 11.05.75; Опубл. 30.11.76, Бюл. № 44. – 3 с.
219. Заявка 2547733 ФРГ, МКИ В 29 F 3/03. Extruder [Text] / *B.V. Vavin* (Нидерланды); Warner Jan de, Hardenberg. – Заявл. 24.10.75; Опубл. 29.04.76. – 4 с.
220. Заявка 1521996 Великобритании, МКИ В 29 В 1/10. Extruder [Text] / *B.V. Vavin* (Нидерланды); Warner Jan de, Hardenberg, НКИ В1С, В5А. – № 43622/75; Заявл. 24.10.75; Опубл. 23.04.75. – 4 с.
221. Пат. 3690623 США, МКИ В 29 f 3/02. Twin screw extrusion presses [Text] / *Ivor Fenwick Boyne* (Великобритания); GKN Windsar Limited. – № 40620; Заявл. 26.05.70; Опубл. 12.09.72; НКИ 259/192. – 7 с.
222. *Todd, D.B.* Druck und schleppströmung in doppelschneckenextrudern [Text] / *D.B. Todd, S. Hoboken* // Kunststoffe. – 1991. – Vol.81. – № 11. – S.1055-1056.
223. Пат. 1741606 СССР, МКИ В 29 С 47/40. Двухшнековый экструдер [Text] / *Тору Сирато, Хидеки Мизугути, Минору Есида* (Япония); Дзе Джапэн Стил Воркс Лтд. – № 4614083/05; Заявл. 16.05.89; Опубл. 15.06.92, Бюл. № 22. – 8 с.
224. А.с. 1581590 СССР, МКИ В 29 С 47/40. Двухшнековый экструдер [Текст] / *Е.М. Грауер, Е.Д. Лебедева, Н.А. Нагибин, М.С. Акутин* (СССР). – № 4619860/23-05; Заявлено 13.12.88; Опубл. 30.07.90, Бюл. № 28. – 8 с.
225. Заявка 4122912 ФРГ, МКИ В 29 С 47/40 Doppelschneckenextrudern [Text] / *Nogossek Alfred* (ФРГ); Friedrich Theysohn GmbH. – № 4122912.6; Заявл. 11.07.91; Опубл. 14.01.93. – 4 с.
226. Заявка 2421723 Франция, МКИ В 29 F 3/02. Extrudeuse á deux vis [Text] / *Eirma Cincinnati Milacron Austria Aktiengesellschaft* (Австрия). – № 7908194; Заявл. 02.04.79; Опубл. 02.11.79. – 10 с.
227. *Жданов, Ю.А.* Современное состояние и перспективы развития двухчервячных и многочервячных прессов для гранулирования и

- переработки пластмасс в изделия в Советском Союзе и за рубежом. Обзорная информация, серия ХМ-2 [Текст] / Ю.А. Жданов, П.А. Войтушенко, Л.А. Иванова. – М.: ЦИНТИ химнефтомаш, 1981. – 58 с.
228. Пат. 3929322 США, МКИ В 29 В 1/10. Multiscrew extruder [Text] / *Wilhelm Hanslik* (Австрия); Krauss-Maffei AG. – № 456251; Заявл. 07.04.73; Оpubл. 29.03.74; НКИ 259/192. – 5 с.
 229. Заявка 2317617 ФРГ, МКИ В 29 F 3/02. Mehrschneckenextruder zum plastizieren von thermoplastischen kunststoffen [Text] / *Wilhelm Hanslik* (Австрия); Krauss-Maffei AG. – Заявл. 07.04.73; Оpubл. 12.05.77. – 5 с.
 230. Заявка 1462244 Великобритания В 29 F 3/06. Multi-worm extruder [Text] / Krauss-Maffei AG. – № 11846/74; Заявл. 07.04.73; Оpubл. 18.03.74; НКИ В 5А. – 5 с.
 231. Заявка 2394388 Франция, МКИ В 29 F 3/02. Installation pour is transformation de matie' res thermoplastiques [Text] / Hermann Berstorff Maschinenbau G.M.B.H. (Германия). – № 7816740; Заявл. 05.06.78; Оpubл. 12.01.79. – 7 с.
 232. Заявка 2388667 Франция, МКИ В 29 F 3/02. Extrudeuse á vis pour is transformation de matie' res on de masses plastiques et du caontchoue [Text] / Hermann Berstorff Maschinenbau G.M.B.H. (Германия). – № 7810936; Заявл. 13.04.78; Оpubл. 24.11.78. – 8 с.
 233. Пат. 606542 СССР, МКИ В 29 F 3/00. Цилиндр многочервячного экструдера для переработки полимерных материялов [Текст] / *Урс Гюттингер, Ханс Хофер* (Швейцария); Моторваген фабрик Берна А.Г. – № 2029772/23-05; Заявл. 30.05.74; Оpubл. 05.05.78, Бюл. № 17. – 3 с.
 234. *Константинов, В.Н.* К вопросу о производительности многочервячных прессов с зацепляющимися червяками [Текст] / *В.Н. Константинов, А.Н. Левин* // Пластич. массы. – 1962. – № 5. – С.47-52.
 235. *Константинов, В.Н.* Определение производительности червячных прессов [Текст] / *В.Н. Константинов, А.Н. Левин* // Химическое машиностроение. – 1962. – № 3. – С.18-22.
 236. *Doboczky, Z.* Theoretiche und wirkliche ansstobleistung der doppelschneckenextruder [Text] / *Z. Doboczky* // Plastverarbeiter. – 1965. – Bd.16. – № 7. – S.395-400.
 237. *Doboczky, Z.* Einschnecke-doppelschecke [Text] / *Z. Doboczky* // Plastverarbeiter. – 1965. – Bd.16. – № 2. – S.57-67.
 238. *Klenk, K.P.* Beitrag zur werkstoffgerechten verarbeitung von PVC hart-pulver auf ein-und zwei-schnecken-extruder [Text] / *K.P. Klenk* // Plastverarbeiter. – 1971. – Bd.22. – № 1. – S.33-38.
 239. *Klenk, K.P.* Beitrag zur werkstoffgerechten verarbeitung von PVC hart-pulver auf ein-und zwei-schnecken-extruder [Text] / *K.P. Klenk* // Plastverarbeiter. – 1971. – Bd.22. – № 3. – S.189-194.
 240. *Kim, W.S.* Theoretische beschreibung des mischprozesses in den schneckenkanälen von doppelscheckenextrudern [Text] / *W.S. Kim*,

- W.W.Skatschkow, S.D. Jewmenov* // *Plaste und Kautschuk*. – 1973. – Bd.20. – № 9. – S.696-702.
241. *Kim, W.S.* Experimentelle untersuchung des mischprozesses polymerer werkstoffe in doppelschneckenextrudern [Text] / *W.S. Kim, W.W. Skatschkow, S.D. Jewmenov* // *Plaste und Kautschuk*. – 1975. – Bd.22. – № 9. – S.730-734.
 242. *Kim, W.S.* Experimentelle untersuchung der hydrodynamik viskoser flüssigkeiten in den schraubenkanälen von doppelschneckenextrudern bei gleichloüfiger schneckendrehung [Text] / *W.S. Kim, W.W. Skatschkow, S.D.Jewmenov* // *Plaste und Kautschuk*. – 1976. – Bd.23. – № 9. – S.665-669.
 243. *Kim, W.S.* Untersuchung der verweilzeit und des mischprozesses viskoser medien in doppelschneckenextrudern [Text] / *W.S. Kim, W.W. Skatschkow, S.D.Jewmenov* // *Plaste und Kautschuk*. – 1978. – Bd.25. – № 6. – S.348-351.
 244. *Ким, В.С.* Установка для непрерывного измерения концентрации компонентов смеси [Текст] / *В.С. Ким, В.В. Скачков, Ю.В. Стунгур* // *Химич. и нефтяное машиностроение*. – 1978. – № 8. – С.46-48.
 245. *Kim, W.S.* Experimentell-theoretische untersuchung des mischprozesses von polymeren in doppelschneckenextrudern mit gleichläufigen und gegenläufigen schnecken [Text] / *W.S. Kim, W.W. Skatschkow, S.D. Jewmenov* // *Plaste und Kautschuk*. – 1980. – Bd.27. – № 5. – S.264-267.
 246. *Kim, W.S.* Experimentelle und theoretische untersuchungen der durchsatzdruck-kennlinien von doppelschneckenextrudern [Text] / *W.S. Kim, W.W.Skatschkow, S.D. Jewmenov* // *Plaste und Kautschuk*. – 1981. – Bd.28. – № 2. – S.93-100.
 247. *Skačkov, V.V.* Theoretische beschreibung des aufschmelzvorgangs von polymeren in doppelschneckenextrudern [Text] / *V.V. Skačkov, V.S. Kim* // *Plaste und Kautschuk*. – 1985. – Bd.32. – № 2. – S.65-68.
 248. Интенсификация процессов каландрования полимеров [Текст] / *К.Колерт, А.М. Воскресенский, В.Н. Кросовский, Э.О. Регер*; под ред. А.М. Воскресенского. – Л.: Химия, 1991. – 224 с.
 249. *Целиков, А.И.* Основы теории прокатки [Текст] / *А.И. Целиков*– М.: Металлургия, 1965. – 248 с.
 250. *Лыков, А.В.* Теория теплопроводности [Текст] / *А.В. Лыков*– М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.
 251. *Ganzeveld, K.J.* Scale-up of counter-rotating closely intermeshing twin screw extruders without and with reactions [Text] / *K.J. Ganzeveld, B.M. Janssen* // *Polym. Eng. And Sci.* – 1990. – Vol.30. – № 23. – P.1529-1536.
 252. *Potente, H.* Throughput characteristics of tightly intermeshing co-rotating twin screw extruders [Text] / *H. Potente, J. Ansahl, R. Wittemeier* // *Intern. Polym. Process.* – 1990. – Vol.5. – № 3. – P.208-216.
 253. Numerical and experimental studies of the flow in the nip region of a partially intermeshing co-rotating twin-screw extruder [Text] / *T. Sastrohartono, M.Essegir, T.H. Kwon, V. Sernas* // *Polym. Eng. and Sci.* – 1990. – Vol.30. – № 21. – P.1382-1398.

254. *Kim, M.H.* Modelling flow in tangential counter-rotating twin screw extruders [Text] / *M.H. Kim, J.L. White* // Intern. Polym. Process. – 1990. – Vol.5. – № 3. – P.201-207.
255. Modelling twin rotor mixers and extruders [Text] / *B. David, T. Sapir, A. Nir, Z. Tadmor* // Intern. Polym. Process. – 1990. – Vol.5. – № 3. – P.155-163.
256. *White, J.L.* Simulation of flow in non-intermeshing counter-rotating twin screw extruders and continuous mixers for the rubber and thermoplastics industry [Text] / *J.L. White, M.H. Kim* // Kautsch. und Gummi Kunststoffe. – 1991. – Vol.44. – № 7. – P.653-658.
257. *Fukuoka, T.* Numerical analysis of a reactive extrusion process. Part I: Kinetics study on grafting of vinylsilane to polyethylene [Text] / *T. Fukuoka* // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 12. – C.2511-2523.
258. *Fukuoka, T.* Numerical analysis of a reactive extrusion part II: Simulations and verifications the twin-screw extrusion [Text] / *T. Fukuoka* // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 12. – C.2524-2538.
259. *Machado, A.V.* Monitoring polyolefin modification along the axis of a twin-screw extruder. I. Effect of peroxide concentration [Text] / *A.V. Machado, J.A. Covas, M. Van Duin* // Journal of Applied Polymer Science. – 2000. – Vol.81. – C.58-68.
260. *Cha, J.* Maleic anhydride modification of polyolefin in an internal mixer and a twin-screw extruder: Experiment and kinetic model [Text] / *J. Cha, J.L. White* // Polymer Engineering and Science. – 2001. – Vol.41. – № 7. – C.1227-1237.
261. *Cha, J.* Styrene grafting onto a polyolefin in an internal mixer and a twin-screw: Experiment and kinetic model [Text] / *J. Cha, J.L. White* // Polymer Engineering and Science. – 2001. – Vol.41. – № 7. – C.1238-1250.
262. *Strutt, D.* Mixing analysis of reactive polymer flow in conveying elements of a co-rotating twin-screw extruder [Text] / *D. Strutt, C. Tzoganakis, T.A. Duever* // Advances in Polymer Technology. – 2000. – Vol.19. – № 1. – C.22-33.
263. *De Graaf, R.A.* Material distribution in the partially filled zone of a twin-screw extruder [Text] / *R.A. De Graaf, D.J. Woldringh, L.P. Janssen* // Advances in Polymer Technology. – 1999. – Vol.18. – № 4. – C.295-302.
264. *Kim, E.K.* Transient compositional effects from feeders in a starved flow modular co-rotating twin-screw extruder [Text] / *E.K. Kim, J.L. White* // Polymer Engineering and Science. – 2002. – Vol.42. – № 11. – C.2084-2093.
265. *De Graaf, R.A.* The hydroxypropylation of starch in a self-wiping twin-screw extruder [Text] / *R.A. De Graaf, L.P. Janssen* // Advances in Polymer Technology. – 2003. – Vol.22. – № 1. – C.56-68.
266. *Kim, B.J.* Continuous polymerization of Lactam-Lactone block copolymers in a twin-screw extruder [Text] / *B.J. Kim, J.L. White* // Journal of Applied Polymer Science. – 2003. – Vol.88. – C.1429-1437.
267. *Chang, D.* Experimental study of maleation of polypropylene in various twin-screw extruder systems [Text] / *D. Chang, J.L. White* // Journal of Applied Polymer Science. – 2003. – Vol.90. – C.1755-1764.

268. *Kim, I.* Reactive copolymerization of various monomers based on lactams and lactones in a twin-screw extruder [Text] / *I. Kim, J.L. White* // Journal of Applied Polymer Science. – 2005. – Vol.96. – C.1875-1887.
269. *Kim, I.* Continuous polymerization of ω -Lauryl Lactam in an intermeshing co-rotating twin-screw extruder [Text] / *I. Kim, J.L. White* // Journal of Applied Polymer Science. – 2005. – Vol.97. – C.1605-1620.
270. *Van Der Goot, A.J.* Determination of the degree of fill in a counter-rotating twin-screw extruder [Text] / *A.J. Van Der Goot, O. Poorter, L.P. Janssen* // Polymer Engineering and Science. – 1998. – Vol.38. – № 7. – C.1193-1198.
271. A new approach to analyzing residence time and mixing in a co-rotating twin-screw extruder [Text] / [*G.E. Gasner, D. Bigio, C. Marks* and others] // Polymer Engineering and Science. – 1999. – Vol.39. – № 2. – C.286-298.
272. Mean residence time analysis for twin-screw extruders [Text] / [*J. Gao, G.C. Walsh, D. Big* and others] // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 1. – C.227-237.
273. Mixing mechanism of three-tip kneading block in twin-screw extruders [Text] / [*M. Yoshinaga, S. Katsukl, M. Miyazaki* and others] // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 1. – C.168-178.
274. *Shearer, G.* The effects of kneading block design and operating conditions on distributive mixing in twin-screw extruders [Text] / *G. Shearer, C. Tzoganakis* // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 5. – C.1095-1106.
275. *Shearer, G.* Relationship between local residence time and distributive mixing in sections of a twin-screw extruder [Text] / *G. Shearer, C. Tzoganakis* // Polymer Engineering and Science. – 2001. – Vol.41. – № 12. – C.2206-2215.
276. A study of residence time distribution in co-rotating twin-screw extruders. Part II: Experimental validation [Text] / [*A. Poulesquen, B. Vergnes, P. Cassagnau* and others] // Polymer Engineering and Science. – 2003. – Vol.43. – № 12. – C.1849-1862.
277. Behavior of fully filled regions in a non-intermeshing twin-screw extruder. A study of residence time distribution in co-rotating twin-screw extruders. Part I: Theoretical modeling [Text] / *R. Mudalamane, D.I. Bigio, D.C. Tomayko, M.Meissel* // Polymer Engineering and Science. – 2003. – Vol.43. – № 8. – C.1466-1476.
278. *Poulesquen A.* A study of residence time distribution in co-rotating twin-screw extruders. Part I: Theoretical modeling [Text] / *A. Poulesquen, B. Vergnes* // Polymer Engineering and Science. – 2003. – Vol.43. – № 12. – C.1841-1848.
279. Study of mixing of liquid/polymer in twin-screw extruder by residence time distribution [Text] / *P. Cassagnau, M. Courmont, F. Melis, J.P. Puaux* // Polymer Engineering and Science. – 2005. – Vol.43. – № 6. – C.926-934.
280. *Rodriguez-Veloz, O.* The development of laminar morphology in a co-rotating twin-screw extruder [Text] / *O. Rodriguez-Veloz, M.R. Kamal* // Advances in Polymer Technology. – 1999. – Vol.18. – № 2. – C.89-108.
281. *Covas, J.A.* Rheology of PA-6/EPM/EPM-g-MA blends along a twin-screw extruder [Text] / *J.A. Covas, A.V. Machado, M. Van Duin* // Advances in Polymer Technology. – 2000. – Vol.19. – № 4. – C.260-276.

282. *Moon, D.Y.* Development of a computational model to predict blend morphology in a twin-screw extruder [Text] / *D.Y. Moon, O.O. Park* // *Advances in Polymer Technology*. – 1998. – Vol.17. – № 3. – C.203-215.
283. Morphology of polymer blends in the melting section of co-rotating twin-screw extruders [Text] / [*H. Potente, M. Bastian, K. Bergema* and others] // *Polymer Engineering and Science*. – 2001. – Vol.41. – № 2. – C.222-231.
284. *Machado, A.V.* Monitoring the evolution of the properties of PA-6/EPM-g-MA blends in a twin-screw extruder [Text] / *A.V. Machado, M. Van Duin, J.A. Covas* // *Polymer Engineering and Science*. – 2002. – Vol.42. – № 10. – C.2032-2041.
285. *Cartier, H.* Morphology development of in situ compatibilized semicrystalline polymer blends in a co-rotating twin-screw extruder [Text] / *H. Cartier, G.-H. Hu* // *Polymer Engineering and Science*. – 1999. – Vol.39. – № 6. – C.996-1013.
286. Online light scattering measurements: A method to assess morphology development of polymer blends in a twin-screw extruder [Text] / [*G.Schlatter, C. Serra, M. Bouquey* and others] // *Polymer Engineering and Science*. – 2002. – Vol.42. – № 10. – C.1965-1975.
287. *Tabtiang, A.* Compatibiliser activity and morphology stability during twin-screw extrusion and injection moulding of compatibilised blends [Text] / *A.Tabtiang, R.A. Venables* // *Polymer*. – 2002. – Vol.43. – C.4791-4801.
288. *Zhang, F.* Nanocomposites of ethylene-vinyl acetate copolymer (EVA) and organoclay prepared by twin-screw melt extrusion [Text] / *F. Zhang, U.Sundararaj* // *Polymer Composite*. – 2004. – Vol.25. – № 5. – C.535-542.
289. *Kim, B.* Simulation of thermal degradation, peroxide induced degradation, and maleation of polypropylene in a modular co-rotating twin-screw extruder [Text] / *B. Kim, J.L. White* // *Polymer Engineering and Science*. – 1997. – Vol.37. – № 3. – C.576-589.
290. Modeling of peroxide initiated controlled degradation of polypropylene in a twin-screw extruder [Text] / *F. Berzin, B. Vergnes, P. Dufosse, L. Delamare* // *Polymer Engineering and Science*. – 2000. – Vol.40. – № 2. – C.344-356.
291. *Elemans, P.H.* Effects of using preheated pellets in co-rotating twin-screw extruders [Text] / *P.H. Elemans, P.W. Bleiman, H.J. Winkelhorst* // *Polymer Engineering and Science*. – 2005. – Vol.43. – № 4. – C.728-732.
292. *Wang, N.H.* Theoretical analysis of the devolatilizing performance of an intermeshing co-rotating twin-screw extruder with a type of square-channel flighted element [Text] / *N.H. Wang* // *Polymer Engineering and Science*. – 2000. – Vol.40. – № 8. – C.1833-1844.
293. *Zhu, W.* Transport processes and feasible operating domain in a twin-screw polymer extruder [Text] / *W. Zhu, Y. Jahuria* // *Polymer Engineering and Science*. – 2001. – Vol.41. – № 1. – C.107-117.
294. A theoretical approach to solid filler dispersion in a twin-screw extruder [Text] / *F. Berzin, B. Vergnes, P.G. Lafleur, M. Grmela* // *Polymer Engineering and Science*. – 2002. – Vol.42. – № 3. – C.473-481.
295. *Qian, B.* The importance of plastic energy dissipation (PED) to the heating and melting of polymer particulates in intermeshing co-rotating twin-screw

- extruders [Text] / *B. Qian, C.G. Gogos* // *Advances in Polymer Technology*. – 2000. – Vol.19. – № 4. – C.287-299.
296. *Shearer, G.* Distributive mixing profiles for co-rotating twin-screw extruders [Text] / *G. Shearer, C. Tzoganakis* // *Advances in Polymer Technology*. – 2001. – Vol.20. – № 3. – C.169-190.
 297. *Zhu, L.* Modeling of particle-dispersed melting mechanism and its application in co-rotating twin-screw extrusion [Text] / *L. Zhu, K.A. Narh, X. Geng* // *Journal of Polymer Science: Part B: Polymer Physics*. – 2001. – Vol.39. – C.2461-2468.
 298. *Zhu, L.* Experimental investigation of polymer pellets melting mechanisms in co-rotating twin-screw extrusion [Text] / *L. Zhu, X. Geng* // *Advances in Polymer Technology*. – 2002. – Vol.21. – № 3. – C.188-200.
 299. *Dillon, M.J.* Optimization of the co-rotating twin-screw extruder for filled thermoplastics [Text] / *M.J. Dillon* // *Plastics, Rubber and Composites Processing and Applications*. – 1995. – Vol.24. – C.267-270.
 300. *Shearer, G.* Analysis of mixing during melt-melt blending in twin-screw extruders using reactive polymer tracers [Text] / *G. Shearer, C. Tzoganakis* // *Polymer Engineering and Science*. – 1999. – Vol.39. – № 9. – C.1584-1596.
 301. Modeling heat transfer in screw extrusion with special application to modular-wiping co-rotating twin-screw extrusion [Text] / [*J.L. White, E.K. Kim, J.M. Keum* and others] // *Polymer Engineering and Science*. – 2001. – Vol.41. – № 8. – C.1448-1455.
 302. *Bawiskar, S.* Melting model for modular self wiping co-rotating twin-screw extruders [Text] / *S. Bawiskar, J.L. White* // *Polymer Engineering and Science*. – 1998. – Vol.38. – № 5. – C.727-740.
 303. *Bang, D.-S.* Modular tangential counter-rotating twin-screw extrusion: Determination of screw pumping characteristics of modules and composite machine behavior [Text] / *D.-S. Bang, M.-H. Hong, J.L. White* // *Polymer Engineering and Science*. – 1998. – Vol.38. – № 3. – C.485-498.
 304. *Bakalis, S.* Measurement of three-dimensional velocity field in the translational region of a co-rotating twin-screw extruder [Text] / *S. Bakalis, M.V. Karwe* // *Polymer Engineering and Science*. – 1998. – Vol.38. – № 9. – C.1549-1558.
 305. *Tenge, S.* Experimental investigation of the energy balance for the metering zone of a twin-screw extruder [Text] / *S. Tenge, D. Mewes* // *Polymer Engineering and Science*. – 2000. – Vol.40. – № 2. – C.277-289.
 306. *Kim, E.K.* Superposed hydrodynamic disturbances from feeders in a starved flow modular intermeshing co-rotating twin screw extruder [Text] / *E.K. Kim, J.L. White* // *Polymer Engineering and Science*. – 2001. – Vol.41. – № 2. – C.232-239.
 307. Investigation of the melting behavior and morphology development of polymer blends in the melting zone of twin-screw extruders [Text] / [*H. Potente, S. Krawinkel, M. Bastian* and others] // *Journal of Applied Polymer Science*. – 2001. – Vol.82. – C.1986-2002.
 308. *Kim, J.K.* Experimental investigation of the morphology development and mechanical properties of waste ethylene propylene diene monomer/polypropylene blend in modular intermeshing co-rotating twin-

- screw extruder [Text] / *J.K. Kim, S.H. Lee, S.H. Hwang* // Journal of Applied Polymer Science. – 2002. – Vol.85. – C.2276-2282.
309. *Wilczynski, K.* Melting model for intermeshing counter-rotating twin-screw extruders [Text] / *K. Wilczynski, J.L. White* // Polymer Engineering and Science. – 2003. – Vol.43. – № 10. – C.1715-1726.
 310. *Zhu, W.* Steady and transient flow of a non-newtonian chemically reactive fluid in a twin-screw extruder [Text] / *W. Zhu, Y. Jaluria* // Polymer Engineering and Science. – 2002. – Vol.42. – № 11. – C.2120-2136.
 311. Blending of immiscible polymers in a mixing zone of a twin-screw extruder-effects of compatibilization [Text] / *O. Franzheim, T. Rische, M. Stephan, W.J. Macknight* // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 5. – C.1143-1156.
 312. *Yichong, G.* Study of the different flow patterns in the melting section of a co-rotating twin-screw extruder [Text] / *G. Yichong, Z. Fuhua* // Polymer Engineering and Science. – 2003. – Vol.43. – № 2. – C.306-316.
 313. *Ishikawa, T.* 3-D mixing non-isothermal flow field analysis and performance evaluation of kneading blocks in a co-rotating twin-screw extruder [Text] / *T.Ishikawa, S.-I. Kihara, K. Funatsu* // Polymer Engineering and Science. – 2001. – Vol.41. – № 5. – C.840-849.
 314. Flow patterns and mixing mechanisms in the screw mixing element of a co-rotating twin-screw extruder [Text] / *T. Ishikawa, T. Amano, S.-I. Kihara, K. Funatsu* // Polymer Engineering and Science. – 2002. – Vol.42. – № 5. – C.925-939.
 315. *Bravo, V.L.* Numerical simulation of pressure and velocity profiles in kneading elements of a co-rotating twin screw extruder [Text] / *V.L. Bravo, A.N.Hrymak, J.D. Wright* // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 2. – C.525-541.
 316. *Cheng, H.* Study of mixing efficiency in kneading discs of co-rotating twin-screw extruders [Text] / *H. Cheng, I. Manas-Zloczower* // Polymer Engineering and Science. – 1997. – Vol.37. – № 6. – C.1082-1090.
 317. *Ishikawa, T.* 3-D Numerical simulations of nonisothermal flow in co-rotating twin-screw extruders [Text] / *T. Ishikawa, S.-I. Kihara, K. Funatsu* // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 2. – C.357-364.
 318. *Cheng, H.* Distributive mixing in conveying elements of a ZSK-53 co-rotating twin-screw extruder [Text] / *H. Cheng, I. Manas-Zloczower* // Polymer Engineering and Science. – 1998. – Vol.38. – № 6. – C.926-935.
 319. *Yao, C.-H.* Influence of design on dispersive mixing performance in an axial discharge continuous mixer-LCMAX 40 [Text] / *C.-H. Yao, I. Manas-Zloczower* // Polymer Engineering and Science. – 1998. – Vol.38. – № 6. – C.936-946.
 320. Experimental validation of numerical simulations of the kneading disc section in a twin-screw extruder [Text] / [*S. A. Jaffer, V. L. Bravo, P. E. Wood* and others] // Polymer Engineering and Science. – 2000. – Vol.40. – № 4. – C.892-901.
 321. *Rios, A.C.* Comparative study of mixing in co-rotating twin-screw extruders using computer simulation [Text] / *A.C. Rios, P.J. Gramann, T.A. Osswald* // Advances in Polymer Technology. – 1998. – Vol.17. – № 2. – C.107-113.

322. Характеристики стоксовых течений в экструдерах в канале с уступом [Текст] / [Ю.П. Кудрин, В.Н. Геращенко, Ю.А. Толчинский и др.] // Тр. ВНИИ Жиров. – Л., 1988 – С.127-135.
323. Модель гидродинамики двухшнекового экструдера с учетом особенностей геометрии зоны зацепления шнеков [Текст] / Ю.П.Кудрин, В.Н. Геращенко, Ю.А. Толчинский, В.В. Ключкин // Тр. ВНИИ Жиров. – Л., 1988 – С.110-118.
324. Кудрин, Ю.П. О диссипации энергии течения масляного материала в одно- и двухшнековых маслоотжимных прессах [Текст] / Ю.П.Кудрин, Ю.А. Толчинский // Изв. вузов. Пищевая технология. – 1990. – № 2-3. – С.94.
325. Кудрин, Ю.П. Метод расчета двухчервячного экструдера [Текст] / Ю.П.Кудрин – К., 1990. – 27 с. – Деп. в Укр НИИНТИ 10.09.90. Ук. 90 № 1579.
326. Геращенко, В.Н. Экструзия семян сои на двухчервячном экструдере [Текст] / В.Н. Геращенко, Ю.П. Кудрин, Ю.А. Толчинский // Изв. вузов. Пищевая технология. – 1991. – № 1-3. – С.129-131.
327. Кудрин, Ю.П. Диссипация энергии в элементах рабочей зоны червячной машины [Текст] / Ю.П. Кудрин. – К., 1992. – 14 с. – Деп. в Укр НИИНТИ 10.08.92. Ук. 92 № 1531.
328. Кудрін, Ю.П. Черв'ячні машини в технології виробництва олії [Текст] / Ю.П. Кудрін. – К.: ІЗ МН, 1997. – 144 с.
329. Моделювання процесів у валкових машинах при наявності клинових пристроїв [Текст] / І.М. Кузяєв, М.В. Бурмістр, В.І. Ситар, С.О. Доломан // Вопр. химии и хим. технол. – 2001. – С.67-71.
330. Особенности течения масляного материала в двугульных каналах шнековых маслоотжимных прессов [Текст] / А.Ю. Авербах, В.Н.Геращенко, Ю.П. Кудрин, Ю.А. Толчинский // Изв. вузов. Пищевая технология. – 1991. – № 1-3. – С.172-174.
331. Моделювання неізотермічних процесів у міжвалкових зазорах [Текст] / [І.М. Кузяєв, В.І. Ситар, А.М. Дудка та ін.] // Вопр. химии и хим. технол. – 2002. – № 6. – С.149-153.
332. Кузяев, И.М. Моделирование тепловых процессов в рабочих объемах химического и теплоэнергетического оборудования [Текст] / И.М. Кузяев, И.П. Казимиров, С.С. Белименко // Вопросы химии и хим. технологии. – 2011. – №1 – С. 160-167.
333. Кузяев, И.М. Построение математических моделей для анализа распределения температуры в рабочих узлах промышленного и бытового оборудования [Текст] / И.М. Кузяев, И.П. Казимиров, С.С. Белименко // Вопросы химии и хим. технологии. – 2011. – №5 – С. 188-196.
334. Кузяев, И.М. Розрахунок температурних полів при охолодженні трубних елементів у робочих об'ємах хімічного й теплоенергетичного обладнання [Текст] / І.М. Кузяєв, І.П. Казимиров, С.С. Белименко // Вопросы химии и хим. технологии. – 2012. – №1 – С. 187-192.
335. Кузяев, И.М. Моделирование тепловых процессов в кольцевых цилиндрических элементах. [Текст] / И.М. Кузяев, В.І. Ситар, А.В. Лободенко // Інтегровані технології та енергозбереження. – 2013. – № 2. – С. 52 – 56.

Приложение А

Разработка блоков САПР для моделирования процессов в зоне дозирования

При моделировании процессов в зоне дозирования в качестве исходных данных следует брать соответствующие геометрические размеры одночервячного пресса: D – диаметр червяка; h – глубина винтового канала; δ_r – радиальный зазор; I_d – количество витков в зоне дозирования; S_0 – осевая толщина гребня; t_0 – шаг винтовой нарезки; i – количество заходов червячной нарезки. Кроме того, следует иметь технологические параметры процесса экструзии: ΔP – перепад давления; N_0 – частоту вращения червяка; T_b – температуру внутренней поверхности корпуса, или закон распределения температуры в материальном цилиндре; T_s – температуру внешней поверхности сердечника червяка, или закон распределения температуры по объему червяка; T_n – начальную температуру в перерабатываемом материале.

И последний комплекс исходных данных – это теплофизические и реологические характеристики материала, которые можно определить из экспериментально полученных графиков со справочной литературы [136, 188]. Основными теплофизическими характеристиками материала являются такие: λ – коэффициент теплопроводности; ρ – плотность; C_p – коэффициент теплоемкости. К базовым реологическим характеристикам материала относятся: η – коэффициент вязкости; μ – коэффициент консистенции; n – показатель степени; β_T – температурный коэффициент.

В приложении А.1 (блок САПР-1) приведен пример моделирования неизотермических процессов при условии развертки винтового канала на плоскость с учетом влияния боковых стенок винтового канала для ньютоновской жидкости.

На первом этапе при решении данной задачи определяются коэффициенты прямотока и противотока, используя формулы (3.112) и (3.113), а также коэффициенты формы F_d и F_p с учетом формул (3.16) и (3.17). После чего рассчитывается производительность в соответствии с выражением (3.243), необходимая для расчета коэффициента a , который определяется по формуле (3.166) и необходимый для моделирования температурного поля. Температурное поле в винтовом канале рассчитывается через подпрограмму с именем *Vect*, которая возвращает три компонента: суммарную мощность, расходуемую на преодоление сил вязкого трения в винтовом канале; распределение температуры вдоль винтового канала, усредненную по высоте рабочего канала; коэффициент вязкости в зависимости от температуры. Температурное поле определяется из уравнения (3.193).

На последнем этапе находятся коэффициенты утечек по формулам (3.146) и (3.147), а также производительность утечек в соответствии с формулой (3.145) и общая производительность по формуле (3.244). Причем, коэффициент вязкости в радиальном зазоре берется равным среднему коэффициенту вязкости

в винтовом канале, полученном из программы *Vect*. Мощность, которая расходуется в радиальном зазоре N_2 , находится в соответствии с формулой (3.160).

В конце приложения А.1 (блок САПР-1) определяется составляющая скорости V_z по формуле (3.239) и приводятся ее эпюры в виде плоских и объемного графиков. Как видно из приведенных эпюр при выбранных геометрических и технологических параметрах, в сочетании с реологическими характеристиками материала, возникают зоны, как с положительными, так и отрицательными значениями скорости вдоль высоты рабочего канала.

Кроме того, следует отметить, что при построении блока САПР-1 были введены некоторые обозначения, которые кое в чем отличаются от тех, что представлены в третьем разделе. Так коэффициент вязкости при базовой температуре обозначается как η_{om} , а общий коэффициент вязкости – η_o .

В приложении А.2 (блок САПР-2) также приведен пример моделирования неізотермических процессов в винтовом канале для ньютоновской жидкости, но при этом учитывается кривизна канала для определения компонентов скорости и основных энергосиловых характеристик процесса экструзии в соответствии с разделом 3.2.3. Принципы построения данного блока такие же, как и для блока САПР-1 с использованием соответствующих формул с раздела 3. Температурное поле также рассчитывается по уравнению (3.193).

В приложении А.3 (блок САПР-3) приведен пример моделирования процессов в зоне дозирования для неньютоновской жидкости. При этом влияние боковых стенок винтового канала не учитывается, то есть используется материал с разделов 3.3.1 и 3.3.2.

Следует отметить, что при выполнении реальных расчетов экструзионных процессов начинают, как правило, с формулирующей экструзионной головки, в соответствии с чем определяется необходимая производительность для создания требуемого противодействия. То есть в данном случае производительность зоны дозирования представляет собой один из выходных параметров, который необходимо согласовать с частотой вращения N_0 .

При использовании выражений (3.284) и (3.285) для компонентов скоростей, а также уравнений (3.289) и (3.293) для определения соответственно производительности и мощности, следует найти константы интегрирования C_{1C} и C_{0C} , а также градиент давления $\partial P/\partial x$. Для этого необходимо решить систему уравнений (3.286) – (3.288). В данном блоке САПР эта система решается при помощи блока *Given – Find*, который составлен таким образом, что неизвестные величины находятся сразу для нескольких значений коэффициентов консистенции (общий коэффициент консистенции представлен через величину μ_0 , а коэффициент консистенции при базовой температуре – через μ_{0T}). Такое представление необходимо для того, чтобы при расчете температурного поля и энергосиловых характеристик можно было бы учитывать зависимости всех величин от температуры. Но, чтобы это сделать более точно, необходимо выполнить аппроксимацию величин C_{1C} , C_{0C} и $\partial P/\partial x$ на взятом интервале возможных значений коэффициента консистенции. В данном блоке САПР такая

аппроксимация осуществляется с помощью функций интерполяции *interp* и *pspline*.

При проектировании экструзионных агрегатов желательно знать температуру на выходе из экструдера, чтобы иметь соответствующее значение температуры на входе в формующую головку. Для этого в подпрограмме *Vect*, определяющей температурное поле, введен дополнительный программный блок, который анализирует температуру на выходе, корректируя значения температуры внутренней поверхности корпуса T_b . При этом температура расплава полимера на выходе не должна превышать заданную температуру T_z . Таким образом, подпрограмма *Vect* в данном случае возвращает уже четыре параметра, в отличие от двух предыдущих блоков САПР. Для блока САПР-3 при расчете температурного поля также используется уравнение (3.193).

В конце блока рассчитываются мощность, которая расходуется в радиальном зазоре по формуле (3.294) и общая мощность, потребляемая в зоне дозирования. Кроме того, определяются компоненты скоростей из уравнений (3.284) и (3.285).

Если сравнить соответствующие графики для составляющей скорости V_z в предыдущих двух блоках САПР, то видно, что в данном блоке не наблюдается зоны с отрицательными значениями скорости. То есть в данном случае соотношения между параметрами процесса экструзии и характеристиками материала такие, что составляющая потока, вызванная градиентом давления $\partial P/\partial z$, намного меньшая, чем за счет вращения червяка с частотой N_0 .

В приложении А.4 (блок САПР-4) также рассматривается моделирование процесса экструзии для неньютоновской жидкости, но для уравнений, полученных в разделах 3.3.3 и 3.3.4. В данном случае для расчетов основных параметров следует определить пять неизвестных величин, а именно, C_{2d} , C_{3d} , C_{6d} , C_{7d} , dPx , которые находятся из уравнений (3.312) – (3.315) и (3.319), в блоке САПР-4 эти неизвестные имеют соответственно такие обозначения: C_{0d} , C_{1d} , C_{3d} , C_{4d} . Но это не вносит принципиального различия при построении блока САПР. То есть также используются программный блок *Given – Find* для нескольких значений коэффициентов консистенции, с дальнейшей их аппроксимацией.

Дальнейший ход составления блока САПР такой же, как и в предшествующем блоке САПР, но с соответствующей подстановкой выражений для параметров процесса с раздела 3.3.3. Принципиальное различие данного блока состоит в том, что в подпрограмме *Vect* температурное поле в рабочем канале определяется для случая не охлаждаемого червяка, то есть по формуле (3.328).

В приложении А.5 (блок САПР-5) приведена программа для моделирования процесса в случае трехслойной системы, при этом использованы уравнения для определения температурного поля из раздела 3.3.5. При этом рассматривается случай охлаждаемого червяка.

А.1 Блок САПР-1: расчет зоны дозирования с учетом влияния боковых стенок винтового канала для переработки полиамида (ньютоновская жидкость)

Исходные данные:

$$D := 0.09 \cdot \text{m} \quad \delta_r := 0.22 \cdot \text{mm} \quad \Delta P := 10.5 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} \quad T_n := 513 \cdot \text{K} \quad I_d := 8$$

$$h := 6 \cdot \text{mm} \quad t_0 := D \quad \beta_T := 0.046 \cdot \text{K}^{-1} \quad T_b := 533 \cdot \text{K}$$

$$S_0 := 8 \cdot \text{mm} \quad N_0 := 1.5 \cdot \text{s}^{-1} \quad \eta_{0T} := 180 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s} \quad T_s := 513 \cdot \text{K}$$

$$\lambda := 0.2 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \rho := 925 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad C_p := 2.87 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad T_0 := 503 \cdot \text{K}$$

Решение:

$$\phi_0 := \text{atan}\left(\frac{t_0}{\pi \cdot D}\right) \quad W_n := (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) \quad L := I_d \cdot D$$

$$V_{cx} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\phi_0) \quad V_{cz} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\phi_0) \quad Z_d := \frac{L}{\sin(\phi_0)}$$

$$V_{cx} = 0.129 \text{ m s}^{-1} \quad V_{cz} = 0.404 \text{ m s}^{-1} \quad dP_z := \frac{\Delta P}{Z_d}$$

$$\alpha := \frac{\pi^2 \cdot D^2 \cdot h}{2} \cdot \left(1 - \frac{S_0}{\pi \cdot D \cdot \tan(\phi_0)}\right) \cdot \sin(\phi_0) \cdot \cos(\phi_0) \quad dP_l := \frac{\Delta P}{L}$$

$$\beta := \frac{\pi \cdot D \cdot h^3}{12} \cdot \left(1 - \frac{S_0}{\pi \cdot D \cdot \tan(\phi_0)}\right) \cdot \sin(\phi_0)^2 \quad j := 1, 3 \dots 11$$

$$F_d := \frac{16 \cdot W_n}{\pi^3 \cdot h} \cdot \sum_j \frac{1}{j^3} \cdot \tanh\left(\frac{j \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot W_n}\right) \quad F_d = 0.947$$

$$F_p := 1 - \frac{192 \cdot h}{\pi^5 \cdot W_n} \cdot \sum_j \frac{1}{j^5} \cdot \tanh\left(\frac{j \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right) \quad F_p = 0.952$$

$$Q := \alpha \cdot N_0 \cdot F_d - \frac{\beta}{\eta_{0T}} \cdot dPl \cdot F_p$$

$$Q = 5.684 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$a2 := \frac{\lambda \cdot W_n \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot Q}$$

$$a := \sqrt{a2} \qquad a = 7.883 \times 10^{-4} \text{ m}^{0.5} \qquad k := 0..16$$

$$im := 10 \qquad jm := 20 \qquad i := 0..im \qquad j := 1..jm \qquad k1 := 1..15$$

$$y1_i := i \cdot \frac{h}{im} \qquad y_i := \frac{-h}{2} + i \cdot \frac{h}{im}$$

$$z_j := j \cdot \frac{Z_d}{jm} \qquad dz := \frac{Z_d}{jm}$$

$$\alpha_{k,i} := \frac{1}{a} \cdot \left[-y_i + \frac{h}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right] \qquad \beta_{k,i} := \frac{1}{a} \cdot \left[y_i + \frac{h}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right]$$

$$E_{k1} := \frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k1 - 1)^2 \qquad C_{k1,i} := \cos \left[\frac{\pi \cdot y_i}{h} \cdot (2 \cdot k1 - 1) \right] \qquad yy := 0, \frac{h}{10} .. h$$

$$x := 0, \frac{W_n}{10} .. W_n \qquad jj := 1, 3 .. 13$$

$$xm := 10 \qquad ix := 0..xm \qquad x1_{ix} := ix \cdot \frac{W_n}{xm}$$

$$F_1(x,yy) := \left(yy - \frac{h}{2} \right) + \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \sum_{jj} \frac{1}{jj^2} \cdot \frac{\cosh \left[\frac{jj \cdot \pi}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot x - W_n) \right]}{\cosh \left(\frac{jj \cdot \pi \cdot W_n}{h} \right)} \cdot \cos \left(\frac{jj \cdot \pi \cdot yy}{h} \right)$$

$$F_2(x,yy) := \sum_{jj} \sin \left(\frac{jj \cdot \pi \cdot x}{W_n} \right) \cdot \frac{\cosh \left(\frac{jj \cdot \pi \cdot yy}{W_n} \right)}{\sinh \left(\frac{jj \cdot \pi \cdot h}{W_n} \right)}$$

$$F1_{1_{ix,i}} := F_1(x1_{ix}, y1_i)$$

$$F2_{2_{ix,i}} := F_2(x1_{ix}, y1_i)$$

$$\begin{array}{l|l} \text{Vect} := & \begin{array}{l} Tt_0 \leftarrow T_n \\ \text{for } j \in 1..jm \\ \quad \eta_{0_{j-1}} \leftarrow \eta_{0T} \cdot \exp[-\beta_T \cdot (Tt_{j-1} - T_0)] \\ \quad N1_{1_{j-1}} \leftarrow \int_0^{W_n} \int_0^h \left(\frac{dPz \cdot F_1(x, yy)}{\eta_{0_{j-1}}} + 4 \cdot \frac{V_{cz}}{W_n} \cdot F_2(x, yy) \right)^2 dy dx \\ \quad N1_{j-1} \leftarrow \eta_{0_{j-1}} \cdot dz \cdot \left(\frac{W_n \cdot 4 \cdot V_{cx}^2}{h} + N1_{1_{j-1}} \right) \\ \quad \text{for } i \in 0..im \\ \quad \quad \text{for } ix \in 0..xm \\ \quad \quad \quad q_{dis_{ix,i}} \leftarrow \eta_{0_{j-1}} \cdot \left[\left(\frac{dPz \cdot F1_{1_{ix,i}}}{\eta_{0_{j-1}}} + 4 \cdot \frac{V_{cz}}{W_n} \cdot F2_{2_{ix,i}} \right)^2 \dots \right. \\ \quad \quad \quad \quad \left. + V_{cx}^2 \cdot \left(\frac{2}{h} - \frac{6 \cdot y1_i}{h^2} \right)^2 \right] \\ \quad \quad q_{cp} \leftarrow \text{mean}(q_{dis}) \\ \quad \quad F_q \leftarrow \frac{q_{cp}}{\lambda} \oplus FH \leftarrow \frac{F_q \cdot 4 \cdot h^2}{\pi^3} \oplus TB \leftarrow \frac{2 \cdot (T_b + T_s - 2 \cdot Tt_{j-1})}{\pi} \\ \quad \quad \text{for } i \in 0..10 \\ \quad \quad \quad \left| \begin{array}{l} T1_i \leftarrow \frac{T_b - T_s}{2} \cdot \left(\sum_k \text{erfc}\left(\frac{\alpha_{k,i}}{2 \cdot \sqrt{z_j}}\right) - \sum_k \text{erfc}\left(\frac{\beta_{k,i}}{2 \cdot \sqrt{z_j}}\right) \right) \\ T2_i \leftarrow TB \cdot \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)} \cdot C_{k1,i} \cdot \exp(-E_{k1} \cdot z_j) \end{array} \right. \end{array} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
& \left| \begin{array}{l} T3_i \leftarrow FH \cdot \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)^3} \cdot C_{k1,i} \cdot (1 - \exp(-E_{k1} \cdot z_j)) \\ Th_i \leftarrow \frac{T_b + T_s}{2} + T1_i + T2_i - T3_i \\ Tt_j \leftarrow \text{mean}(Th) \\ K1 \leftarrow \sum_{kk=0}^{jm-1} N1_{kk} \\ K2 \leftarrow Tt \\ K3 \leftarrow \eta_0 \\ \left(\frac{K1}{\text{UnitsOf}(K1)} \quad \frac{K2}{\text{UnitsOf}(K2)} \quad \frac{K3}{\text{UnitsOf}(K3)} \right)^T \end{array} \right. \\
& \text{Vect} = \begin{pmatrix} 1.835 \times 10^3 \\ \{21,1\} \\ \{20,1\} \end{pmatrix} \quad N1 := \text{Vect}_0 \cdot W \quad T := \text{Vect}_1 \cdot K
\end{aligned}$$

$$N1 = 1.835 \text{ kW}$$

$$\eta_0 := \text{Vect}_2 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}$$

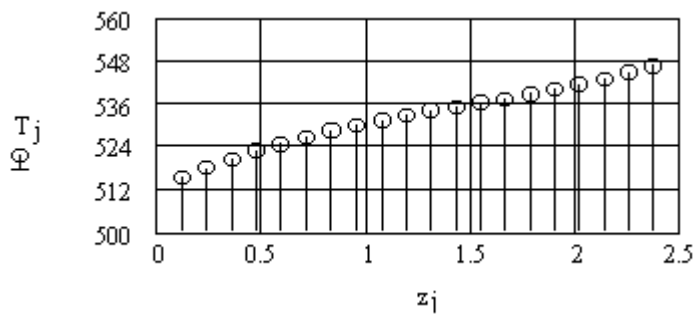


Рисунок А.1 – График изменения температуры вдоль винтового канала червяка при переработке полиамида

$$T_{cp} := \text{mean}(T) \quad \eta_{cp} := \text{mean}(\eta_0)$$

$$\eta_{\delta} := \eta_{cp} \quad \eta_{\delta} = 55.194 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$T_{cp} = 531.424 \text{ K}$$

$$\gamma_a := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r^3}{12}$$

$$\gamma_b := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r \cdot S_0}{2} + \frac{\pi^2 \cdot D^2 \cdot \delta_r^3}{4 \cdot h^2} \cdot \sin(\phi_0) \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h}\right) \cdot \left(1 - \frac{S_0}{\pi \cdot D \cdot \tan(\phi_0)}\right)$$

$$Q_b := \frac{\gamma_a}{\eta_\delta} \cdot dPl + \gamma_b \cdot N_0$$

$$Q := Q - Q_b$$

$$Q_b = 4.419 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$Q = 5.64 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$N_2 := \frac{\eta_\delta \cdot \pi^2 \cdot D^2 \cdot N_0^2 \cdot L \cdot S_0 \cdot \cos(\phi_0)}{\delta_r}$$

$$N_2 = 247.685 \text{ W}$$

$$N := N_1 + N_2$$

$$N = 2.083 \text{ kW}$$

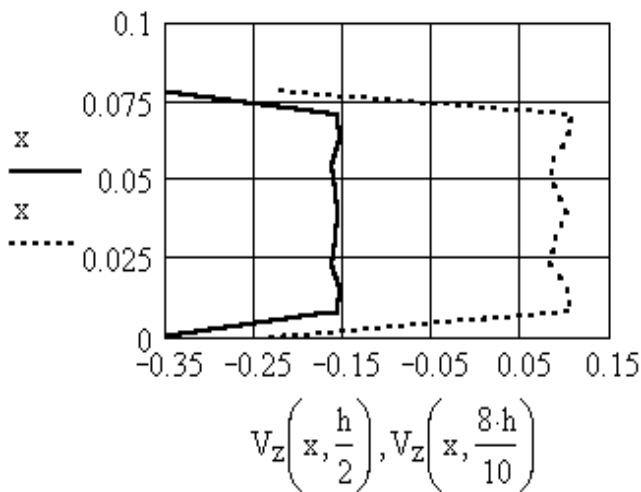
$$V_z(x, yy) := \frac{1}{2 \cdot \eta_{cp}} \cdot dPz \cdot (yy^2 - yy \cdot h) \dots$$

$$+ \frac{4 \cdot h^2 \cdot dPz}{\eta_{cp} \cdot \pi^3} \cdot \sum_{jj} \frac{1}{jj^3} \cdot \frac{\cosh\left[\frac{jj \cdot \pi}{2 \cdot h} \cdot (2 \cdot x - W_n)\right]}{\cosh\left(\frac{jj \cdot \pi \cdot W_n}{h}\right)} \cdot \sin\left(\frac{jj \cdot \pi \cdot yy}{h}\right) \dots$$

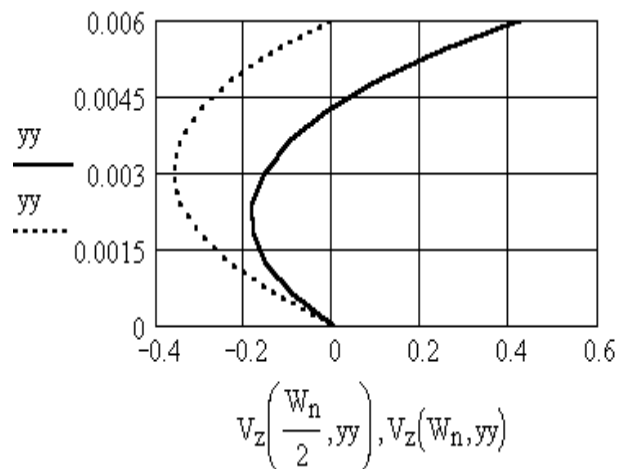
$$+ \frac{4 \cdot V_{cz}}{\pi} \cdot \left(\sum_{jj} \frac{1}{jj} \cdot \sin\left(\frac{jj \cdot \pi \cdot x}{W_n}\right) \cdot \frac{\sinh\left(\frac{jj \cdot \pi \cdot yy}{W_n}\right)}{\sinh\left(\frac{jj \cdot \pi \cdot h}{W_n}\right)} \right)$$

$$V_z\left(\frac{W_n}{4}, h\right) = 0.406 \text{ ms}^{-1}$$

$$Vz := \text{CreateMesh}(V_z, 0, W_n, 0, h, 10)$$

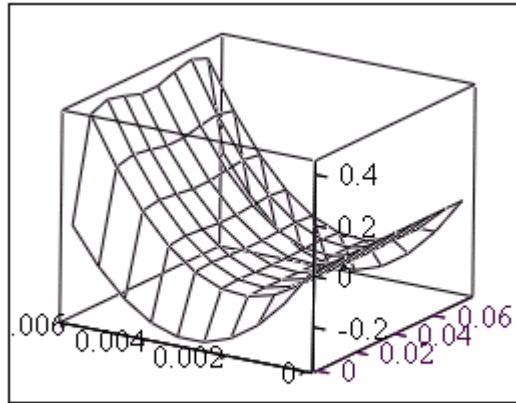


а



б

Рисунок А.2 – Графики изменения z-составляющей скорости по ширине (а) и высоте (б) винтового канала червяка для полиамида



V_z

Рисунок А.3 – Объемный график изменения z-составляющей скорости для полиамида по поперечному сечению винтового канала червяка

А.2 Блок САПР-2: расчет зоны дозирования с учетом кривизны канала для переработки полиамида (ньютоновская жидкость)

Исходные данные:

$$\begin{aligned}
 D &:= 0.09 \cdot \text{m} & \delta_r &:= 0.22 \cdot \text{mm} & \Delta P &:= 10.5 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} & I_d &:= 8 \\
 h &:= 6 \cdot \text{mm} & t_0 &:= D \\
 \beta_T &:= 0.046 \cdot \text{K}^{-1} & \eta_{0T} &:= 180 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s} \\
 S_0 &:= 8 \cdot \text{mm} & N_0 &:= 1.4 \cdot \text{s}^{-1} \\
 T_b &:= 533 \cdot \text{K} & T_s &:= 513 \cdot \text{K} \\
 T_n &:= 503 \cdot \text{K} & T_0 &:= 503 \cdot \text{K} \\
 \rho &:= 925 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & \lambda &:= 0.2 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} & C_p &:= 2.87 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}
 \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 \phi_0 &:= \text{atan}\left(\frac{t_0}{\pi \cdot D}\right) & \phi_0 &= 17.657 \text{ deg} & W_n &:= (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) \\
 V_{c\phi} &:= \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\phi_0) & V_{cz} &:= \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\phi_0) & L &:= I_d \cdot D
 \end{aligned}$$

$$Z_d := \frac{L}{\sin(\phi_0)} \quad dP_z := \frac{\Delta P}{Z_d} \quad dPl := \frac{\Delta P}{L} \quad R_N := \frac{D}{2}$$

$$R_B := R_N - h \quad R_\delta := R_N - \delta_r \quad dr := \frac{R_N - R_B}{10} \quad dr1 := \frac{R_N - R_\delta}{10}$$

$$r := R_B, (R_B + dr) .. R_N \quad r1 := R_\delta, (R_\delta + dr1) .. R_N$$

$$IN_1 := V_{c\phi} \cdot \frac{R_N^4 - 3 \cdot R_N^2 \cdot R_B^2 + 2 \cdot R_B^3 \cdot R_N}{3 \cdot (R_N^2 - R_B^2)} \quad IN_1 = 1.582 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$IN_2 := V_{c\phi} \cdot \frac{R_N^4 - 3 \cdot R_N^2 \cdot R_\delta^2 + 2 \cdot R_\delta^3 \cdot R_N}{3 \cdot (R_N^2 - R_\delta^2)} \quad IN_2 = 5.938 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$IN_3 := \frac{R_N^3}{3} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) - \frac{R_N^3 - R_B^3}{9} - \frac{R_N^5 - 3 \cdot R_N^3 \cdot R_B^2 + 2 \cdot R_N^2 \cdot R_B^3}{3 \cdot (R_N^2 - R_B^2)} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)$$

$$IN_3 = -3.595 \times 10^{-8} \text{ m}^3 \quad IN := \frac{IN_1 - IN_2}{IN_3} \quad IN = -423.602 \text{ s}^{-1}$$

$$S_k := \pi \cdot (R_N^2 - R_B^2) \quad \alpha := \frac{360 \text{ deg} \cdot W_n}{2 \cdot \pi \cdot R_N} \quad S_{pk} := \frac{\alpha \cdot S_k}{2 \cdot \pi}$$

$$K_s := \frac{S_k}{S_{pk}} \quad K_s = 3.619$$

$$QR1 := \frac{\pi \cdot V_{cz}}{K_s} \cdot \left(R_N^2 - \frac{R_N^2 - R_B^2}{2 \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \right)$$

$$QR2 := \frac{\pi}{8 \cdot \eta_{0T} \cdot K_s} \cdot dPl \cdot \left[R_N^4 - R_B^4 - \frac{(R_N^2 - R_B^2)^2}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \right] \cdot \sin(\phi_0)$$

$$QR := QR1 - QR2 \quad QR = 5.419 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$a2 := \frac{\lambda \cdot W_n \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot QR} \quad a := \sqrt{a2} \quad a = 8.074 \times 10^{-4} \text{ m}^{0.5}$$

$$im := 10$$

$$jm := 20$$

$$i := 0..im$$

$$j := 1..jm$$

$$rr_i := R_B + i \cdot \frac{R_N - R_B}{im} \quad y_i := \frac{-h}{2} + i \cdot \frac{h}{im}$$

$$z_j := j \cdot \frac{Z_d}{jm} \quad dz := \frac{Z_d}{jm}$$

$$k := 0..16$$

$$k1 := 1..15$$

$$\alpha_{k,i} := \frac{1}{a} \cdot \left[-y_i + \frac{h}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right] \quad \beta_{k,i} := \frac{1}{a} \cdot \left[y_i + \frac{h}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right]$$

$$E_{k1} := \frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k1 - 1)^2 \quad C_{k1,i} := \cos \left[\frac{\pi \cdot y_i}{h} \cdot (2 \cdot k1 - 1) \right]$$

$$yy := 0, \frac{h}{10} .. h$$

$$x := 0, \frac{W_n}{10} .. W_n$$

$$jj := 1, 3 .. 13$$

$$F_1(r) := IN \cdot \left[1 + \ln \left(\frac{r}{R_B} \right) - \frac{R_N^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right) \cdot \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right) \right]$$

$$F_2(r) := -V_{c\phi} \cdot \frac{R_N}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right)$$

$$F_3(r) := IN \cdot \left[r \cdot \ln \left(\frac{r}{R_B} \right) - \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \frac{R_N^2}{r} \cdot \ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right) \right]$$

$$F_4(r) := -V_{c\phi} \cdot \frac{R_N}{r} \cdot \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)}$$

$$F_5(r) := \frac{1}{4} \cdot dPz \cdot \left(2 \cdot r - \frac{R_N^2 - R_B^2}{\ln \left(\frac{R_N}{R_B} \right)} \cdot \frac{1}{r} \right)$$

$$F_6(r) := \frac{V_{cz}}{r} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)}$$

$$F1_{1_i} := F_1(rr_i) \quad F2_{2_i} := F_2(rr_i)$$

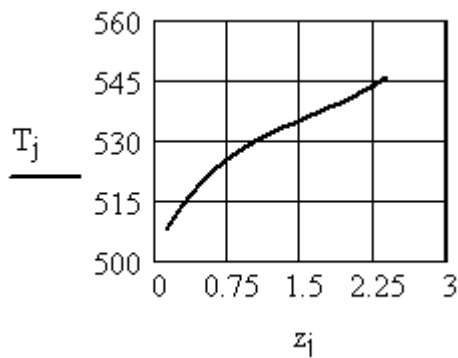
$$F3_{3_i} := F_3(rr_i) \quad F6_{6_i} := F_6(rr_i)$$

$$F4_{4_i} := F_4(rr_i) \quad F5_{5_i} := F_5(rr_i)$$

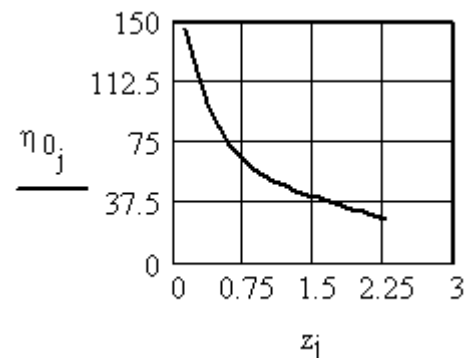
$$\begin{array}{l} \text{Vect} := \left| \begin{array}{l} T_{t0} \leftarrow T_n \\ \text{for } j \in 1..jm \\ \quad \eta_{0_{j-1}} \leftarrow \eta_{0T} \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_{t_{j-1}} - T_0)] \\ \quad \text{In1} \leftarrow \int_{R_B}^{R_N} \left[(F_1(r) + F_2(r)) - \frac{F_3(r) + F_4(r)}{r} \right]^2 \cdot r \, dr \\ \quad \text{In2} \leftarrow \int_{R_B}^{R_N} \left(\frac{F_5(r)}{\eta_{0_{j-1}}} + F_6(r) \right)^2 \cdot r \, dr \\ \quad N_{1_{j-1}} \leftarrow \eta_{0_{j-1}} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{K_s} \cdot dz \cdot (\text{In1} + \text{In2}) \\ \quad \text{for } i \in 0..im \\ \quad \quad q_{dis_i} \leftarrow \eta_{0_{j-1}} \cdot \left[\left[(F1_{1_i} + F2_{2_i}) - \frac{F3_{3_i} + F4_{4_i}}{rr_i} \right]^2 \dots \right. \\ \quad \quad \quad \left. + \left(\frac{F5_{5_i}}{\eta_{0_{j-1}}} + F6_{6_i} \right)^2 \right] \\ \quad \quad q_{cp} \leftarrow \text{mean}(q_{dis}) \\ \quad \quad F_q \leftarrow \frac{q_{cp}}{\lambda} \oplus FH \leftarrow \frac{F_q \cdot 4 \cdot h^2}{\pi^3} \oplus TB \leftarrow \frac{2 \cdot (T_b + T_s - 2 \cdot T_{t_{j-1}})}{\pi} \end{array} \right| \end{array}$$

$$\begin{aligned}
& \text{for } i \in 0..10 \\
& \quad \left| \begin{aligned}
& T1_i \leftarrow \frac{T_b - T_s}{2} \cdot \left(\sum_k \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha_{k,i}}{2 \cdot \sqrt{z_j}} \right) - \sum_k \operatorname{erfc} \left(\frac{\beta_{k,i}}{2 \cdot \sqrt{z_j}} \right) \right) \\
& T2_i \leftarrow TB \cdot \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)} \cdot C_{k1,i} \cdot \exp(-E_{k1} \cdot z_j) \\
& T3_i \leftarrow FH \cdot \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)^3} \cdot C_{k1,i} \cdot (1 - \exp(-E_{k1} \cdot z_j)) \\
& Th_i \leftarrow \frac{T_b + T_s}{2} + T1_i + T2_i - T3_i
\end{aligned} \right| \\
& Tt_j \leftarrow \text{mean}(Th) \\
& K1 \leftarrow \sum_{kk=0}^{jm-1} N1_{kk} \\
& K2 \leftarrow Tt \\
& K3 \leftarrow \eta_0 \\
& \left(\frac{K1}{\text{UnitsOf}(K1)} \quad \frac{K2}{\text{UnitsOf}(K2)} \quad \frac{K3}{\text{UnitsOf}(K3)} \right)^T
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Vect} &= \begin{pmatrix} 1.605 \times 10^3 \\ \{21,1\} \\ \{20,1\} \end{pmatrix} & N1 &= 1.605 \text{ kW} & T &:= \text{Vect}_1 \cdot K \\
& & N1 &:= \text{Vect}_0 \cdot W & \eta_0 &:= \text{Vect}_2 \cdot \text{Pa} \cdot s
\end{aligned}$$



а



б

а – изменение температуры; б – изменение вязкости

Рисунок А.4 – Графики изменения параметров течения вдоль винтового канала червяка с учетом его кривизны для полиамида

$$T_{cp} := \text{mean}(T) \quad T_{cp} = 529.241 \text{ K}$$

$$\eta_{cp} := \text{mean}(\eta_0)$$

$$\eta_{\delta} := \eta_{cp} \quad \eta_{\delta} = 65.219 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\gamma_a := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r^3}{12}$$

$$\gamma_b := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r \cdot S_0}{2} + \frac{\pi^2 \cdot D^2 \cdot \delta_r^3}{4 \cdot h^2} \cdot \sin(\phi_0) \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h}\right) \cdot \left(1 - \frac{S_0}{\pi \cdot D \cdot \tan(\phi_0)}\right)$$

$$Q_b := \frac{\gamma_a}{\eta_{\delta}} \cdot dPl + \gamma_b \cdot N_0$$

$$Q_b = 4.066 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$Q_R := Q_R - Q_b$$

$$Q_R = 5.378 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

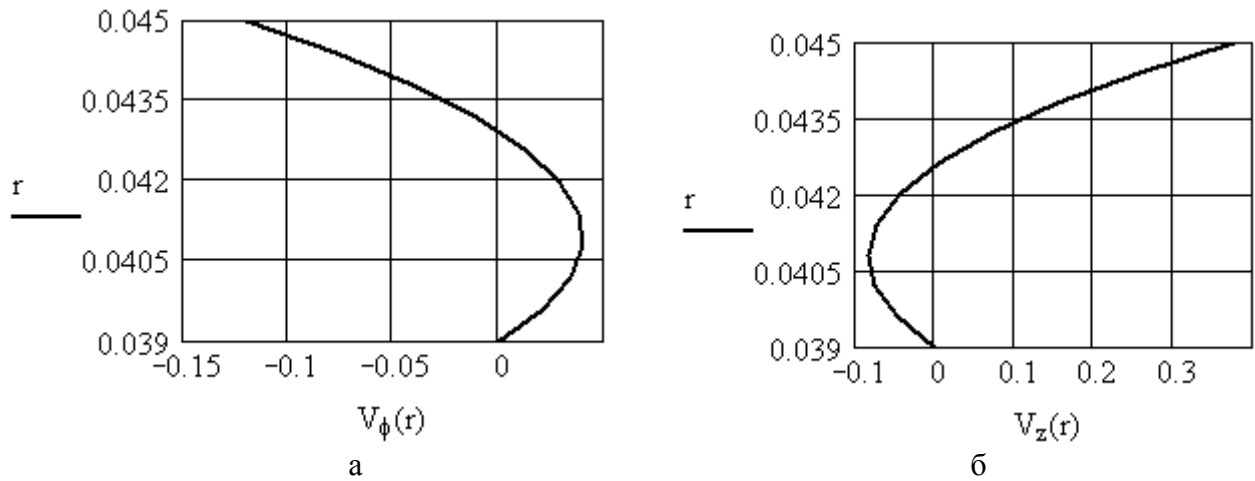
$$N_2 := \frac{\eta_{\delta} \cdot \pi^2 \cdot D^2 \cdot N_0^2 \cdot L \cdot S_0 \cdot \cos(\phi_0)}{\delta_r} \quad N_2 = 254.952 \text{ W}$$

$$N := N_1 + N_2 \quad N = 1.86 \text{ kW}$$

$$V_{\phi}(r) := IN \cdot \left[r \cdot \ln\left(\frac{r}{R_B}\right) - \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \frac{R_N^2}{r} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) \right] \dots$$

$$+ (-1) \cdot V_{c\phi} \cdot \frac{R_N}{r} \cdot \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)}$$

$$V_Z(r) := \frac{1}{4 \cdot \eta_{cp}} \cdot dPz \cdot \left[\left(r^2 - R_B^2\right) - \left(R_N^2 - R_B^2\right) \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{R_B}\right)}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \right] + V_{cz} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{R_B}\right)}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)}$$



а – окружная составляющая скорости; б – осевая составляющая скорости
Рисунок А.5 – Графики изменения скорости для полиамида вдоль радиальной координаты с учетом его кривизны

А.3 Блок САПР-3: расчет зоны дозирования без учета действия гребней червяка для переработки полиэтилена низкого давления (неньютоновская жидкость) в случае охлаждаемого червяка

Исходные данные:

$$\begin{aligned}
 D &:= 0.09 \cdot \text{m} & \delta_r &:= 0.22 \cdot \text{mm} & h &:= 6 \cdot \text{mm} & S_0 &:= 8 \cdot \text{mm} \\
 T_z &:= 453 \cdot \text{K} & T_s &:= 400 \cdot \text{K} & T_0 &:= 413 \cdot \text{K} & T_n &:= 413 \cdot \text{K} \\
 \lambda &:= 0.135 \cdot \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} & \Delta P &:= 15 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} & I_d &:= 8 & t_0 &:= D \\
 G_0 &:= 230 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{hr}} & \rho &:= 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & C_p &:= 2.22 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\
 n &:= 0.513 & \beta_T &:= 0.0165 \cdot \text{K}^{-1} & \mu_{0T} &:= 9.8 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n
 \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 \phi_0 &:= \text{atan}\left(\frac{t_0}{\pi \cdot D}\right) & W_n &:= (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) & n1 &:= \frac{1}{n} & n2 &:= \frac{2 \cdot n + 1}{n} \\
 nn &:= \frac{1 - n}{2 \cdot n} & n3 &:= \frac{n + 1}{2 \cdot n} & n11 &:= n - 1 & L &:= I_d \cdot D \\
 Z_d &:= \frac{L}{\sin(\phi_0)} & Z_d &= 2.967 \text{ m} & dP_z &:= \frac{\Delta P}{Z_d} & dP_z &= 3.876 \times 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-1}
 \end{aligned}$$

$$dPl := \frac{\Delta P}{L} \quad y := 0, \frac{h}{10} .. h \quad ii := 0 .. 3$$

$$\mu_0 := (3 \ 6 \ 9 \ 12) \quad \mu_0 := \mu_0^T \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot s^n$$

$$K1_{ii} := \frac{1}{\pi \cdot D \cdot \sin(\phi_0)} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \quad K2_{ii} := \frac{1}{\pi \cdot D \cdot \cos(\phi_0)} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1}$$

$$K3_{ii} := \frac{2}{\pi \cdot D \cdot \sin(\phi_0) \cdot \delta_r} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \quad K4_{ii} := W_n \cdot \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \quad N_0 := 1.5 \cdot s^{-1}$$

$$K5 := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r \cdot S_0}{2} \quad K6_{ii} := \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \cdot \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \frac{S_0}{\tan(\phi_0)} \quad V_c := \pi \cdot D \cdot N_0$$

$$V_{cx} := -V_c \cdot \sin(\phi_0) \quad V_{cx} = -0.129 \text{ m s}^{-1}$$

$$V_{cz} := V_c \cdot \cos(\phi_0) \quad V_{cz} = 0.404 \text{ m s}^{-1}$$

$$\eta_{0T} := \mu_{0T} \cdot \left(\frac{V_c}{h} \right)^{n11} \quad dPx := \frac{-V_{cx} \cdot \eta_{0T} \cdot 6}{h^2} \quad \eta_{0T} = 1.232 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot s$$

$$dPx = 2.641 \times 10^7 \frac{\text{Pa}}{\text{m}} \quad C_{1c} := 10000 \cdot \text{Pa} \quad C_{0c} := 10000 \cdot \text{Pa}$$

Given

$$-N_0 = K1_{ii} \int_0^h (dPx \cdot y + C_{0c}) \cdot \left[(dPx \cdot y + C_{0c})^2 + (dPz \cdot y + C_{1c})^2 \right]^{nn} dy$$

$$N_0 = K2_{ii} \int_0^h (dPz \cdot y + C_{1c}) \cdot \left[(dPx \cdot y + C_{0c})^2 + (dPz \cdot y + C_{1c})^2 \right]^{nn} dy$$

$$-N_0 = K3_{ii} \int_0^h \int_0^y (dPx \cdot y + C_{0c}) \cdot \left[(dPx \cdot y + C_{0c})^2 + (dPz \cdot y + C_{1c})^2 \right]^{nn} dy dy$$

$$M1_{ii} := \text{Find}(C_{0c}, C_{1c}, dPx)$$

$$MM := \begin{cases} MM_0 \leftarrow \text{augment}(M1_0, M1_1) \\ \text{for } ii \in 1..2 \\ \quad MM_{ii} \leftarrow \text{augment}(MM_{ii-1}, M1_{ii+1}) \end{cases}$$

$$C_{0c} := (MM^T)^{\langle 0 \rangle} \quad C_{1c} := (MM^T)^{\langle 1 \rangle} \quad dPx := (MM^T)^{\langle 2 \rangle}$$

$$C_{0c} = \begin{pmatrix} 1.606 \times 10^4 \\ 2.912 \times 10^4 \\ 4.237 \times 10^4 \\ 5.573 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{Pa} \quad C_{1c} = \begin{pmatrix} 3.383 \times 10^3 \\ 2.909 \times 10^4 \\ 5.396 \times 10^4 \\ 7.864 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{Pa} \quad dPx = \begin{pmatrix} -6.671 \times 10^6 \\ -1.325 \times 10^7 \\ -1.991 \times 10^7 \\ -2.661 \times 10^7 \end{pmatrix} \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

$$IN_{1_{ii}} := \int_0^h \left[\left(dPx_{ii} \cdot y + C_{0c_{ii}} \right)^2 + \left(dPz \cdot y + C_{1c_{ii}} \right)^2 \right]^{n3} dy$$

$$N_{1_{ii}} := \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \cdot Z_d \cdot W_n \cdot IN_{1_i}$$

$$\mu_q \equiv \begin{pmatrix} 2.866 \\ 5.143 \\ 3 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \\ 7.531 \end{pmatrix} \cdot W_n \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

$$Cp_{0c} := \text{pspline}(\mu_0, C_{0c})$$

$$C_{0c}(\mu_{0e}) := \text{interp}(Cp_{0c}, \mu_0, C_{0c}, \mu_{0e})$$

$$Cp_{1c} := \text{pspline}(\mu_0, C_{1c}) \quad C_{1c}(\mu_{0e}) := \text{interp}(Cp_{1c}, \mu_0, C_{1c}, \mu_{0e})$$

$$dPx_p := \text{pspline}(\mu_0, dPx) \quad dPx(\mu_{0e}) := \text{interp}(dPx_p, \mu_0, dPx, \mu_{0e})$$

$$INp_1 := \text{pspline}(\mu_0, IN_1) \quad IN_1(\mu_{0e}) := \text{interp}(INp_1, \mu_0, IN_1, \mu_{0e})$$

$$Q_s := \frac{G_0}{\rho}$$

$$a := \sqrt{a2} \quad a = 6.68 \times 10^{-4} \text{m}^{0.5}$$

$$im := 10 \quad jm := 20$$

$$a2 := \frac{\lambda \cdot W_n \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot Q_s} \quad Q_s = 7.888 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$i := 0..im \quad j := 1..jm$$

$$y1_i := i \cdot \frac{h}{im} \quad y2_i := \frac{-h}{2} + i \cdot \frac{h}{im}$$

$$z_j := j \cdot \frac{Z_d}{jm} \quad dz := \frac{Z_d}{jm}$$

$$k := 0..16 \quad k1 := 1..15$$

$$\alpha_{k,i} := \frac{1}{a} \cdot \left[-y2_i + \frac{h}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right]$$

$$\beta_{k,i} := \frac{1}{a} \cdot \left[y2_i + \frac{h}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right]$$

$$E_{k1} := \frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k1 - 1)^2$$

$$C_{k1,i} := \cos \left[\frac{\pi \cdot y2_i}{h} \cdot (2 \cdot k1 - 1) \right]$$

$$\mathbf{Vect} := \left| \begin{array}{l} Tt_0 \leftarrow T_n \oplus T_b \leftarrow T_z \\ \mathbf{j} \leftarrow 1 \\ \mathbf{while} \quad \mathbf{j} \leq \mathbf{jm} \\ \quad \left| \begin{array}{l} \mu_{0_{j-1}} \leftarrow \mu_{0T} \cdot \mathbf{exp} \left[-\beta_T \cdot (Tt_{j-1} - T_0) \right] \\ N_{1_{j-1}} \leftarrow \left(\frac{1}{\mu_{0T}} \right)^{n1} \cdot dz \cdot W_n \cdot \mathbf{IN}_1(\mu_{0_{j-1}}) \\ \mathbf{for} \quad i \in 0..im \\ \quad \mathbf{q}_{dis_i} \leftarrow \left(\frac{1}{\mu_{0_{j-1}}} \right)^{n1} \cdot \left[\left(dPx(\mu_{0_{j-1}}) \cdot y1_i + C_{0c}(\mu_{0_{j-1}}) \right)^2 \dots \right. \\ \quad \left. + \left(dPz \cdot y1_i + C_{1c}(\mu_{0_{j-1}}) \right)^2 \right]^{n3} \\ \mathbf{q}_{cp} \leftarrow \mathbf{mean}(\mathbf{q}_{dis}) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{|l}
F_q \leftarrow \frac{q_{cp}}{\lambda} \oplus FH \leftarrow \frac{F_q \cdot 4 \cdot h^2}{\pi^3} \oplus TB \leftarrow \frac{2 \cdot (T_b + T_s - 2 \cdot Tt_{j-1})}{\pi} \\
\text{for } i \in 0..10 \\
\left| \begin{array}{l}
T1_i \leftarrow \frac{T_b - T_s}{2} \cdot \left(\sum_k \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha_{k,i}}{2 \cdot \sqrt{z_j}} \right) - \sum_k \operatorname{erfc} \left(\frac{\beta_{k,i}}{2 \cdot \sqrt{z_j}} \right) \right) \\
T2_i \leftarrow TB \cdot \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)} \cdot C_{k1,i} \cdot \exp(-E_{k1} \cdot z_j) \\
T3_i \leftarrow FH \cdot \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)^3} \cdot C_{k1,i} \cdot (1 - \exp(-E_{k1} \cdot z_j)) \\
Th_i \leftarrow \frac{T_b + T_s}{2} + T1_i + T2_i - T3_i
\end{array} \right. \\
Tt_j \leftarrow \text{mean}(Th) \\
j \leftarrow j + 1 \\
\text{if } Tt_{j-1} > T_z \\
\left| \begin{array}{l}
j \leftarrow 1 \\
T_b \leftarrow T_b - 1 \cdot K
\end{array} \right. \\
K1 \leftarrow \sum_{kk=0}^{jm-1} N_{1_{kk}} \oplus K3 \leftarrow T_b \\
K2 \leftarrow Tt \\
K4 \leftarrow \mu_0 \\
\left(\frac{K1}{\text{UnitsOf}(K1)} \quad \frac{K2}{\text{UnitsOf}(K2)} \quad \frac{K3}{\text{UnitsOf}(K3)} \quad \frac{K4}{\text{UnitsOf}(K4)} \right)^T
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{Vect} = \begin{pmatrix} 3.1 \times 10^3 \\ \{21,1\} \\ 396 \\ \{20,1\} \end{pmatrix} \quad N_1 := \text{Vect}_0 \cdot W \quad N_1 = 3.1 \text{ kW} \\
T := \text{Vect}_1 \cdot K \quad T_b := \text{Vect}_2 \cdot K \quad T_b = 396 \text{ K}
\end{array}$$

$$\mu_0 := \text{Vect}_3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

$$\mu_{0cp} := \text{mean}(\mu_0)$$

$$\mu_{0cp} = 6.829 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$$

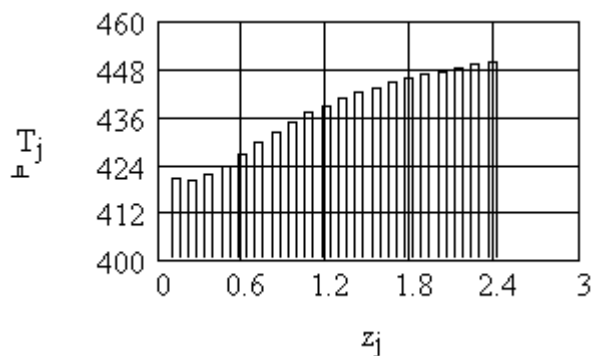


Рисунок А.6 – График изменения температуры вдоль винтового канала червяка при переработке полиэтилена низкого давления

$$V_c := \pi \cdot D \cdot N_0 \quad n12 := n + 1$$

$$N_2 := \frac{\mu_{0cp} \cdot Z_d \cdot S_0 \cdot V_c^{n12}}{\delta_r^n \cdot \tan(\phi_0)}$$

$$N := N_1 + N_2$$

$$N = 11.471 \text{ kW}$$

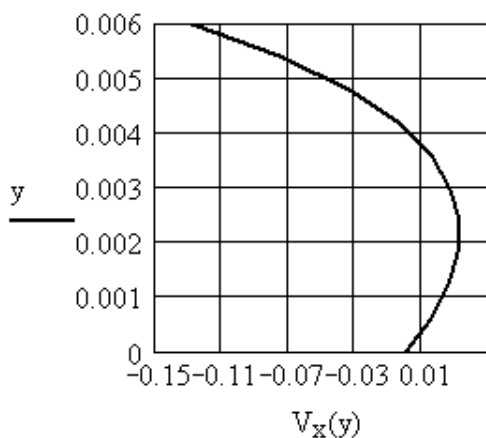
$$N_2 = 8.371 \text{ kW}$$

$$V_x(y) := \left(\frac{1}{\mu_{0cp}} \right)^{n1} \cdot \int_0^y \left(\frac{dPx(\mu_{0cp}) \cdot y \dots}{+ C_{0c}(\mu_{0cp})} \right) \cdot \left[\left(\frac{dPx(\mu_{0cp}) \cdot y \dots}{+ C_{0c}(\mu_{0cp})} \right)^2 + \left(\frac{dPz \cdot y \dots}{+ C_{1c}(\mu_{0cp})} \right)^2 \right]^{nn} dy$$

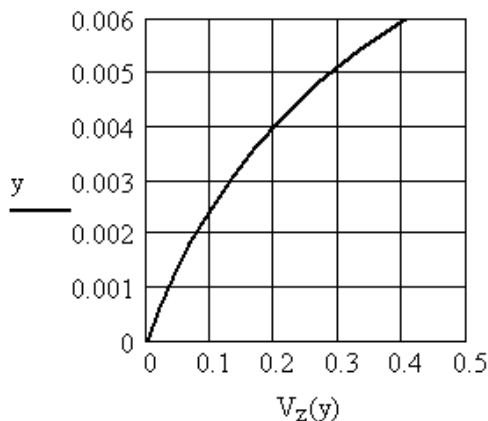
$$V_z(y) := \left(\frac{1}{\mu_{0cp}} \right)^{n1} \cdot \int_0^y \left(\frac{dPz \cdot y \dots}{+ C_{1c}(\mu_{0cp})} \right) \cdot \left[\left(\frac{dPx(\mu_{0cp}) \cdot y \dots}{+ C_{0c}(\mu_{0cp})} \right)^2 + \left(\frac{dPz \cdot y \dots}{+ C_{1c}(\mu_{0cp})} \right)^2 \right]^{nn} dy$$

$$V_x(h) = -0.129 \text{ ms}^{-1}$$

$$V_z(h) = 0.404 \text{ ms}^{-1}$$



а



б

а – x- составляющая скорости; б – z- составляющая скорости

Рисунок А.7 – Графики изменения скорости по высоте канала при переработке полиэтилена низкого давления в случае охлаждаемого червяка

$$Q_{yt} := K5 \cdot N_0 + \left(\frac{1}{\mu_{0cp}} \right)^{n1} \cdot \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \frac{S_0}{\tan(\phi_0)} \cdot \left(dPl \cdot \frac{t_0}{S_0} + |dPx(\mu_{0cp})| \cdot \frac{t_0 - S_0}{S_0} \right)^{n1} \cdot \left(\frac{\delta_r}{2} \right)^{n2}$$

$$Q_s := W_n \cdot \int_0^h V_z(y) dy - Q_{y1} \quad Q_s = 7.177 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

А.4 Блок САПР-4: расчет зоны дозирования с учетом влияния боковых стенок винтового канала для переработки полиэтилена низкого давления (неньютоновская жидкость) в случае неохлаждаемого червяка

Исходные данные:

$$\begin{aligned} D &:= 0.045 \cdot \text{m} & \delta_r &:= 0.18 \cdot \text{mm} & h &:= 5 \cdot \text{mm} & S_0 &:= 4 \cdot \text{mm} \\ \rho &:= 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & C_p &:= 2.22 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} & \beta_T &:= 0.0165 \cdot \text{K}^{-1} & t_0 &:= D \\ n &:= 0.513 & \mu_{0T} &:= 9.8 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n & I_d &:= 10 & \Delta P &:= 12 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} \\ T_b &:= 420 \cdot \text{K} & T_0 &:= 413 \cdot \text{K} & T_n &:= 423 \cdot \text{K} \\ N_0 &:= 2 \cdot \text{s}^{-1} & \lambda &:= 0.135 \cdot \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} & Q_{sy} &:= 2.163 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \phi_0 &:= \text{atan}\left(\frac{t_0}{\pi \cdot D}\right) & W_n &:= (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) & n11 &:= n - 1 \\ n1 &:= \frac{1}{n} & n2 &:= \frac{2 \cdot n + 1}{n} & n12 &:= \frac{n + 1}{2} & nn &:= \frac{1 - n}{2 \cdot n} \\ L &:= I_d \cdot D & n3 &:= \frac{n + 1}{2 \cdot n} & Z_d &:= \frac{L}{\sin(\phi_0)} & dPl &:= \frac{\Delta P}{L} \\ dPz &:= \frac{\Delta P}{Z_d} & dPz &= 8.088 \times 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-1} & ii &:= 0..3 \\ \mu_0 &:= (3 \ 6 \ 8 \ 12) & \mu_0 &:= \mu_0^T \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n & j &:= 1, 3..11 \end{aligned}$$

$$F_d := \frac{16 \cdot W_n}{\pi^3 \cdot h} \cdot \sum_j \frac{1}{j^3} \cdot \tanh\left(\frac{j \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot W_n}\right)$$

$$F_p := 1 - \frac{192 \cdot h}{\pi^5 \cdot W_n} \cdot \sum_j \frac{1}{j^5} \cdot \tanh\left(\frac{j \cdot \pi \cdot W_n}{2 \cdot h}\right)$$

$$F_p = 0.919$$

$$F_d = 0.924$$

$$Whn := 2 \cdot W_n \cdot dPz \cdot \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{n2}$$

$$K1 := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r}{2} \quad K2_{ii} := \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}}\right)^{n1} \cdot \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \frac{1}{\tan(\phi_0)}$$

$$V_c := \pi \cdot D \cdot N_0 \quad V_{cz} := V_c \cdot \cos(\phi_0) \quad V_{cx} := -V_c \cdot \sin(\phi_0)$$

$$hn := \frac{2 \cdot n}{n + 1} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{n2} \quad tS := \frac{t_0 - S_0}{S_0} \quad \eta_{0T} := \mu_{0T} \cdot \left(\frac{V_c}{h}\right)^{n11}$$

$$dPx := \frac{V_{cx} \cdot \eta_{0T} \cdot 6}{h^2} \quad dPx = -2.827 \times 10^7 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$C_{0d} := \frac{V_{cx} \cdot \eta_{0T}}{h} \quad C_{1d} := \frac{V_{cz} \cdot \eta_{0T}}{h} \quad C_{2d} := V_{cz}$$

$$C_{0d} = -2.356 \times 10^4 \text{ Pa} \quad C_{1d} = 7.401 \times 10^4 \text{ Pa} \quad C_{2d} = 0.269 \text{ ms}^{-1}$$

$$C_{3d} := V_{cx} \quad C_{3d} = -0.086 \text{ ms}^{-1}$$

Given

$$0 = -\left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}}\right)^{n1} \cdot C_{0d} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left(C_{0d}^2 + C_{1d}^2\right)^{nn} + C_{3d}$$

$$-\pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\phi_0) = \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}}\right)^{n1} \cdot C_{0d} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left(C_{0d}^2 + C_{1d}^2\right)^{nn} + C_{3d}$$

$$0 = -\left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}}\right)^{n1} \cdot C_{1d} \cdot \frac{h}{2} \cdot (C_{0d}^2 + C_{1d}^2)^{nn} + C_{2d}$$

$$\pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\phi_0) = \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}}\right)^{n1} \cdot C_{1d} \cdot \frac{h}{2} \cdot (C_{0d}^2 + C_{1d}^2)^{nn} + C_{2d}$$

$$K1 \cdot N_0 + \left[K2_{ii} \left(\begin{array}{c} dPl \cdot \frac{t_0}{S_0} \dots \\ + |dPx| \cdot tS \end{array} \right)^{n1} \right] \cdot \left(\frac{\delta_r}{2} \right)^{n2} = \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \cdot \left[-dPx \cdot hn \cdot \left(\begin{array}{c} dPx^2 \dots \\ + dPz^2 \end{array} \right)^{nn} \right] + C_{3d} \cdot h$$

$$M1_{ii} := \text{Find}(C_{0d}, C_{1d}, C_{2d}, C_{3d}, dPx)$$

$$MM := \left| \begin{array}{l} MM_0 \leftarrow \text{augment}(M1_0, M1_1) \\ \text{for } ii \in 1 \dots 2 \\ \quad MM_{ii} \leftarrow \text{augment}(MM_{ii-1}, M1_{ii+1}) \end{array} \right.$$

$$C_{0d} := (MM^T)^{\langle 0 \rangle}$$

$$C_{1d} := (MM^T)^{\langle 1 \rangle}$$

$$C_{2d} := (MM^T)^{\langle 2 \rangle}$$

$$C_{3d} := (MM^T)^{\langle 3 \rangle}$$

$$dPx := (MM^T)^{\langle 4 \rangle}$$

$$C_{0d} = \begin{pmatrix} -7.211 \times 10^3 \\ -1.442 \times 10^4 \\ -1.923 \times 10^4 \\ -2.884 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{Pa} \quad C_{2d} = \begin{pmatrix} 0.135 \\ 0.135 \\ 0.135 \\ 0.135 \end{pmatrix} \text{ms}^{-1} \quad C_{3d} = \begin{pmatrix} -0.043 \\ -0.043 \\ -0.043 \\ -0.043 \end{pmatrix} \text{ms}^{-1}$$

$$C_{1d} = \begin{pmatrix} 2.265 \times 10^4 \\ 4.531 \times 10^4 \\ 6.041 \times 10^4 \\ 9.062 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{Pa}$$

$$dPx = \begin{pmatrix} -8.036 \times 10^6 \\ -1.822 \times 10^7 \\ -2.476 \times 10^7 \\ -3.765 \times 10^7 \end{pmatrix} \text{Pa} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$y := \frac{-h}{2}, \left(\frac{-h}{2} + \frac{h}{10} \right) .. \frac{h}{2}$$

$$IN_{1_{ii}} := \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\begin{aligned} & \left[dPx_{ii} \left[(dPx_{ii})^2 + dPz^2 \right]^{nn} \cdot (|y|)^{n1} \dots \right]^2 \dots \\ & + C_{0d_{ii}} \cdot \left[(C_{0d_{ii}})^2 + (C_{1d_{ii}})^2 \right]^{nn} \dots \\ & + \left[dPz \cdot \left[(dPx_{ii})^2 + dPz^2 \right]^{nn} \cdot (|y|)^{n1} \dots \right]^2 \dots \\ & + C_{1d_{ii}} \cdot \left[(C_{0d_{ii}})^2 + (C_{1d_{ii}})^2 \right]^{nn} \dots \end{aligned} \right]^{n12} dy$$

$$N_{1_{ii}} := \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \cdot Z_d \cdot W_n \cdot IN_{1_{ii}}$$

$$\mu_{0e} := 0.5 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n .. 12 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

$$Cp_{0d} := \text{pspline}(\mu_0, C_{0d})$$

$$C_{0d}(\mu_{0e}) := \text{interp}(Cp_{0d}, \mu_0, C_{0d}, \mu_{0e})$$

$$Cp_{1d} := \text{pspline}(\mu_0, C_{1d})$$

$$C_{1d}(\mu_{0e}) := \text{interp}(Cp_{1d}, \mu_0, C_{1d}, \mu_{0e})$$

$$Cp_{2d} := \text{pspline}(\mu_0, C_{2d})$$

$$C_{2d}(\mu_{0e}) := \text{interp}(Cp_{2d}, \mu_0, C_{2d}, \mu_{0e})$$

$$Cp_{3d} := \text{pspline}(\mu_0, C_{3d})$$

$$C_{3d}(\mu_{0e}) := \text{interp}(Cp_{3d}, \mu_0, C_{3d}, \mu_{0e})$$

$$dPx_p := \text{pspline}(\mu_0, dPx)$$

$$dPx(\mu_{0e}) := \text{interp}(dPx_p, \mu_0, dPx, \mu_{0e})$$

$$INp_1 := \text{pspline}(\mu_0, IN_1)$$

$$IN_1(\mu_{0e}) := \text{interp}(INp_1, \mu_0, IN_1, \mu_{0e})$$

$$dP_{XZ} := \frac{n}{n+1} \cdot \left(dP_x(\mu_{0T})^2 + dP_z^2 \right)^{nr} \quad C01_d := \left(C_{0d}(\mu_{0T})^2 + C_{1d}(\mu_{0T})^2 \right)^{nr}$$

$$n4 := \frac{n+1}{n} \quad a2 := \frac{\lambda \cdot W_n \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot Q_{sy}} \quad a := \sqrt{a2} \quad a = 8.234 \times 10^{-4} \text{ m}^{0.5}$$

$$im := 10 \quad jm := 20$$

$$i := 0..im \quad j := 1..jm \quad k := 0..16$$

$$y1_i := i \cdot \frac{h}{im} \quad y_i := \frac{-h}{2} + i \cdot \frac{h}{im} \quad z_j := j \cdot \frac{Z_d}{jm} \quad dz := \frac{Z_d}{jm} \quad k1 := 1..15$$

$$\alpha_{k,i} := \frac{1}{a} \cdot \left[-y_i + \frac{h}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right] \quad \beta_{k,i} := \frac{1}{a} \cdot \left[y_i + \frac{h}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right]$$

$$E_{k1} := \frac{a^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot (2 \cdot k1 - 1)^2 \quad C_{k1,i} := \cos \left[\frac{\pi \cdot y_i}{h} \cdot (2 \cdot k1 - 1) \right]$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{Vect} := \left| \begin{array}{l} Tt_0 \leftarrow T_n \oplus j \leftarrow 1 \\ \mathbf{while} \ j \leq jm \\ \quad \left| \begin{array}{l} \mu_{0_{j-1}} \leftarrow \mu_{0T} \cdot \exp[-\beta_T \cdot (Tt_{j-1} - T_0)] \\ N_{1_{j-1}} \leftarrow \left(\frac{1}{\mu_{0_{j-1}}} \right)^{n1} \cdot dz \cdot W_n \cdot IN_1(\mu_{0_{j-1}}) \\ dP_{XZ} \leftarrow \left(dP_x(\mu_{0_{j-1}})^2 + dP_z^2 \right)^{nm} \\ C01D \leftarrow \left(C_{0d}(\mu_{0_{j-1}})^2 + C_{1d}(\mu_{0_{j-1}})^2 \right)^{nm} \\ \mathbf{for} \ i \in 0..im \\ \quad \left| \begin{array}{l} q_d \leftarrow \left[\left[\begin{array}{l} dP_x(\mu_{0_{j-1}}) \cdot dP_{XZ} \cdot (|y|)^{n1} \dots \\ + C_{0d}(\mu_{0_{j-1}}) \cdot C01D \end{array} \right]^2 + \left[\begin{array}{l} dP_z \cdot dP_{XZ} \cdot (|y|)^{n1} \dots \\ + C_{1d}(\mu_{0_{j-1}}) \cdot C01D \end{array} \right]^2 \right]^{n12} \\ q_{dis_1} \leftarrow \left(\frac{1}{\mu_{0_{j-1}}} \right)^{n1} \cdot q_d \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{|l}
q_{cp} \leftarrow \text{mean}(q_{dis}) \\
F_q \leftarrow \frac{q_{cp}}{\lambda} \oplus FH \leftarrow \frac{F_q \cdot 16 \cdot h^2}{\pi^3} \oplus TB \leftarrow \frac{4 \cdot (T_b - T_{t_{j-1}})}{\pi} \\
\text{for } i \in 0..10 \\
\quad \left| \begin{array}{l}
T2_i \leftarrow TB \cdot \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)} \cdot C_{k1,i} \cdot \exp(-E_{k1} \cdot z_j) \\
T3_i \leftarrow FH \cdot \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)^3} \cdot C_{k1,i} \cdot (1 - \exp(-E_{k1} \cdot z_j)) \\
Th_i \leftarrow T_b + T2_i - T3_i
\end{array} \right. \\
Tt_j \leftarrow \text{mean}(Th) \\
j \leftarrow j + 1 \\
K1 \leftarrow \sum_{kk=0}^{jm-1} N_{1_{kk}} \\
K2 \leftarrow Tt \\
K3 \leftarrow \mu_0 \\
\left(\frac{K1}{\text{UnitsOf}(K1)} \quad \frac{K2}{\text{UnitsOf}(K2)} \quad \frac{K3}{\text{UnitsOf}(K3)} \right)^T
\end{array}$$

$$\text{Vect} = \begin{pmatrix} 1.351 \times 10^3 \\ \{21,1\} \\ \{20,1\} \end{pmatrix} \quad N_1 := \text{Vect}_0 \cdot W \quad T := \text{Vect}_1 \cdot K \quad N_1 = 1.351 \text{ kW}$$

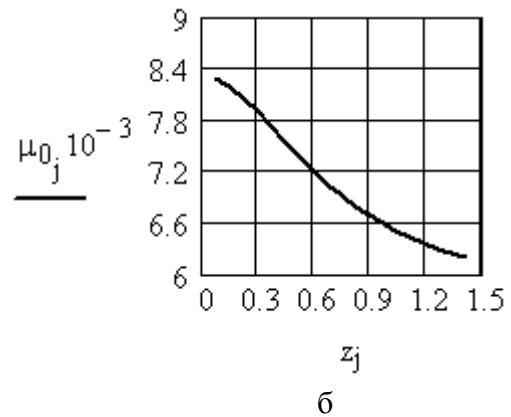
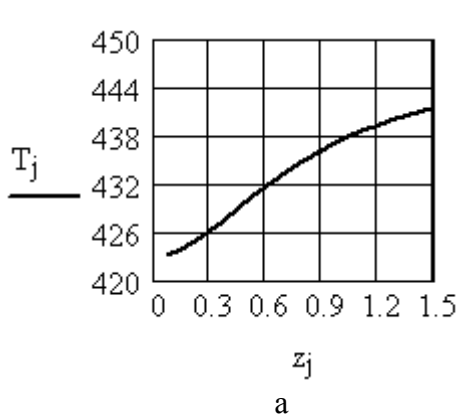
$$\mu_0 := \text{Vect}_2 \cdot \text{Pa} \cdot s^n \quad \mu_{0c} := \text{mean}(\mu_0) \quad \mu_{0c} = 7.133 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot s^n$$

$$V_c := \pi \cdot D \cdot N_0 \quad n_{12} := n + 1 \quad \mu_n := \left(\frac{1}{\mu_{0c}} \right)^{n1} \quad nS := \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \frac{S_0}{\tan(\phi_0)}$$

$$N_2 := \frac{\mu_{0c} \cdot Z_d \cdot S_0 \cdot V_c^{n12}}{\delta_r^n \cdot \tan(\phi_0)} \quad N1 := N_1 + N_2 \quad Q_{dy} := C_{2d}(\mu_{0c}) \cdot W_n \cdot h$$

$$N_2 = 1.64 \text{ kW} \quad N1 = 2.991 \text{ kW} \quad Q_{dy} = 2.631 \times 10^{-5} \text{ m}^3 s^{-1}$$

$$Q_{py} := 2 \cdot W_n \cdot \mu n \cdot dPz \cdot \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \left(dPx(\mu_{0c})^2 + dPz^2 \right)^{nn} \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^{n2}$$



а – изменение температуры; б – изменение коэффициента консистенции

Рисунок А.8 – Графики изменения параметров течения вдоль винтового канала червяка для полиэтилена низкого давления в случае неохлаждаемого червяка с учетом влияния боковых стенок винтового канала

$$Q_{bp} := \frac{V_c \cdot \delta_r \cdot S_0}{2} + \mu n \cdot nS \cdot \left(dPl \cdot \frac{t_0}{S_0} + |dPx(\mu_{0c})| \cdot \frac{t_0 - S_0}{S_0} \right)^{n1} \cdot \left(\frac{\delta_r}{2} \right)^{n2}$$

$$Q_{py} = 2.583 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$Q_{bp} = 1.028 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$G_0 := Q_{psy} \cdot \rho$$

$$Q_{psy} := Q_{dy} \cdot F_d - Q_{py} \cdot F_p - Q_{bp}$$

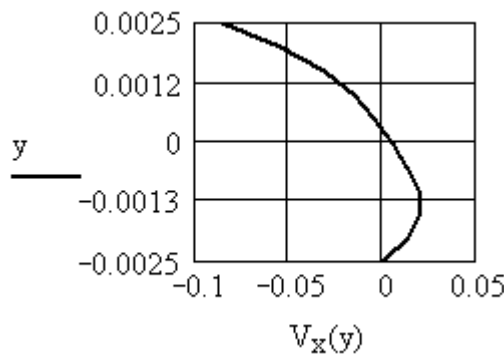
$$Q_{psy} = 2.183 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad G_0 = 63.649 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

$$n4 := \frac{n+1}{n} \quad dy := \frac{h}{10} \quad y := \frac{-h}{2}, \left(\frac{-h}{2} + dy \right) \dots \frac{h}{2}$$

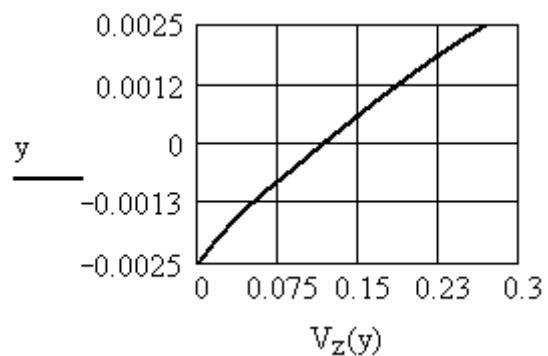
$$V_x(y) := \left(\frac{1}{\mu_{0c}} \right)^{n1} \cdot \left[dPx(\mu_{0c}) \cdot \frac{n}{n+1} \left(dPx(\mu_{0c})^2 + dPz^2 \right)^{nn} \cdot \left[(|y|)^{n4} - \left(\frac{h}{2} \right)^{n4} \right] \dots + C_{3d}(\mu_{0c}) \right. \\ \left. + C_{0d}(\mu_{0c}) \cdot y \cdot \left(C_{0d}(\mu_{0c})^2 + C_{1d}(\mu_{0c})^2 \right)^{nn} \right]$$

$$V_z(y) := \left(\frac{1}{\mu_{0c}} \right)^{n1} \cdot \left[dPz \cdot \frac{n}{n+1} \left(dPx(\mu_{0c})^2 + dPz^2 \right)^{nn} \cdot \left[(|y|)^{n4} - \left(\frac{h}{2} \right)^{n4} \right] \dots + C_{2d}(\mu_{0c}) \right. \\ \left. + C_{1d}(\mu_{0c}) \cdot y \cdot \left(C_{0d}(\mu_{0c})^2 + C_{1d}(\mu_{0c})^2 \right)^{nn} \right]$$

$$V_x\left(\frac{h}{2}\right) = -0.086 \text{ms}^{-1} \quad V_z\left(\frac{h}{2}\right) = 0.269 \text{ms}^{-1} \quad V_{cx} = -0.086 \text{ms}^{-1} \quad V_{cz} = 0.269 \text{ms}^{-1}$$



а



б

а – x- составляющая скорости; б – z- составляющая скорости

Рисунок А.9 – Графики изменения скорости по высоте канала для полиэтилена низкого давления в случае неохлаждаемого червяка с учетом влияния боковых стенок винтового канала

А.5 Блок САПР-5: расчет параметров зоны дозирования для переработки полиэтилена низкого давления (неньютоновская жидкость) в случае трехслойной системы

Исходные данные:

$$\begin{aligned} D &:= 0.045 \cdot \text{m} & \delta_r &:= 0.18 \cdot \text{mm} & h &:= 4 \cdot \text{mm} & S_0 &:= 4 \cdot \text{mm} \\ G_0 &:= 33.35 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{hr}} & \rho &:= 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & C_p &:= 2.22 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\ T_z &:= 450 \cdot \text{K} & T_s &:= 400 \cdot \text{K} & T_0 &:= 413 \cdot \text{K} & T_n &:= 423 \cdot \text{K} \\ \beta_T &:= 0.0165 \cdot \text{K}^{-1} & n &:= 0.513 & \mu_{0T} &:= 9.8 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \\ \lambda &:= 0.135 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} & \alpha_o &:= 4.1 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} & \lambda_{ct} &:= 46.5 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \\ \Delta P &:= 15 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} & I_d &:= 12 & t_0 &:= D & \alpha_{ok} &= \alpha_{oc} = \alpha_o \\ \lambda_k &= \lambda_c = \lambda_{ct} & T_{oc} &= T_{ok} = T_{ox} & h_k &:= 18 \text{mm} & h_c &:= 12.5 \text{mm} \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \phi_0 &:= \text{atan}\left(\frac{t_0}{\pi \cdot D}\right) & W_n &:= (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) & n1 &:= \frac{1}{n} \\ n2 &:= \frac{2 \cdot n + 1}{n} & nn &:= \frac{1 - n}{2 \cdot n} & n3 &:= \frac{n + 1}{2 \cdot n} & n11 &:= n - 1 \\ L &:= I_d \cdot D & Z_d &:= \frac{L}{\sin(\phi_0)} & dPz &:= \frac{\Delta P}{Z_d} \end{aligned}$$

$$dPl := \frac{\Delta P}{L} \quad y := 0, \frac{h}{10} .. h \quad ii := 0 .. 3$$

$$\mu_0 := (3 \ 6 \ 9 \ 12) \quad \mu_0 := \mu_0^T \cdot 10^3 \cdot Pa \cdot s^n$$

$$K1_{ii} := \frac{1}{\pi \cdot D \cdot \sin(\phi_0)} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \quad K2_{ii} := \frac{1}{\pi \cdot D \cdot \cos(\phi_0)} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1}$$

$$K3_{ii} := \frac{2}{\pi \cdot D \cdot \sin(\phi_0) \cdot \delta_r} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \quad K4_{ii} := W_n \cdot \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1}$$

$$K6_{ii} := \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \cdot \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \frac{S_0}{\tan(\phi_0)} \quad K5 := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r \cdot S_0}{2}$$

$$N_0 := 1.5 \cdot s^{-1} \quad V_c := \pi \cdot D \cdot N_0 \quad V_{cx} := -V_c \cdot \sin(\phi_0)$$

$$V_{cx} = -0.064 \text{ m s}^{-1} \quad V_{cz} := V_c \cdot \cos(\phi_0) \quad V_{cz} = 0.202 \text{ m s}^{-1}$$

$$\eta_{0T} := \mu_{0T} \cdot \left(\frac{V_c}{h} \right)^{n11} \quad \eta_{0T} = 1.417 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot s \quad dPx := \frac{-V_{cx} \cdot \eta_{0T} \cdot 6}{h^2}$$

$$dPx = 3.418 \times 10^7 \frac{\text{Pa}}{\text{m}} \quad C_{1c} := 10000 \cdot \text{Pa} \quad C_{0c} := 10000 \cdot \text{Pa}$$

Given

$$-N_0 = K1_{ii} \int_0^h (dPx \cdot y + C_{0c}) \cdot \left[(dPx \cdot y + C_{0c})^2 + (dPz \cdot y + C_{1c})^2 \right]^{nn} dy$$

$$N_0 = K2_{ii} \int_0^h (dPz \cdot y + C_{1c}) \cdot \left[(dPx \cdot y + C_{0c})^2 + (dPz \cdot y + C_{1c})^2 \right]^{nn} dy$$

$$-N_0 = K3_{ii} \int_0^h \int_0^y (dPx \cdot y + C_{0c}) \cdot \left[(dPx \cdot y + C_{0c})^2 + (dPz \cdot y + C_{1c})^2 \right]^{nn} dy dy$$

$$M1_{ii} := \text{Find}(C_{0c}, C_{1c}, dPx)$$

$$\text{MM} := \left| \begin{array}{l} \text{MM}_0 \leftarrow \text{augment}(\text{M1}_0, \text{M1}_1) \\ \text{for } ii \in 1..2 \\ \quad \text{MM}_{ii} \leftarrow \text{augment}(\text{MM}_{ii-1}, \text{M1}_{ii+1}) \end{array} \right.$$

$$C_{0c} := (\text{MM}^T)^{\langle 0 \rangle} \quad C_{1c} := (\text{MM}^T)^{\langle 1 \rangle} \quad dP_x := (\text{MM}^T)^{\langle 2 \rangle}$$

$$C_{0c} = \begin{pmatrix} 1.375 \times 10^4 \\ 2.487 \times 10^4 \\ 3.614 \times 10^4 \\ 4.752 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{Pa} \quad C_{1c} = \begin{pmatrix} 2.316 \times 10^3 \\ 2.458 \times 10^4 \\ 4.607 \times 10^4 \\ 6.738 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{Pa} \quad dP_x = \begin{pmatrix} -8.563 \times 10^6 \\ -1.7 \times 10^7 \\ -2.555 \times 10^7 \\ -3.416 \times 10^7 \end{pmatrix} \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

$$\text{IN}_{1_{ii}} := \int_0^h \left[\left(dP_{x_{ii}} \cdot y + C_{0c_{ii}} \right)^2 + \left(dP_z \cdot y + C_{1c_{ii}} \right)^2 \right]^{n3} dy$$

$$N_{1_{ii}} := \left(\frac{1}{\mu_{0_{ii}}} \right)^{n1} \cdot Z_d \cdot W_n \cdot \text{IN}_{1_{ii}} \quad N_1 = \begin{pmatrix} 0.466 \\ 0.832 \\ 1.217 \\ 1.607 \end{pmatrix} \text{kW}$$

$$\mu_{0e} := 3 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n .. 12 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

$$C_{p0c} := \text{pspline}(\mu_0, C_{0c}) \quad C_{0c}(\mu_{0e}) := \text{interp}(C_{p0c}, \mu_0, C_{0c}, \mu_{0e})$$

$$C_{p1c} := \text{pspline}(\mu_0, C_{1c}) \quad C_{1c}(\mu_{0e}) := \text{interp}(C_{p1c}, \mu_0, C_{1c}, \mu_{0e})$$

$$dP_{xp} := \text{pspline}(\mu_0, dP_x) \quad dP_x(\mu_{0e}) := \text{interp}(dP_{xp}, \mu_0, dP_x, \mu_{0e})$$

$$\text{IN}_{p1} := \text{pspline}(\mu_0, \text{IN}_1) \quad \text{IN}_1(\mu_{0e}) := \text{interp}(\text{IN}_{p1}, \mu_0, \text{IN}_1, \mu_{0e})$$

$$Q_s := \frac{G_0}{\rho} \quad Q_s = 1.144 \times 10^{-5} \text{m}^3 \text{s}^{-1}$$

$$a2 := \frac{\lambda \cdot W_n \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot Q_s} \quad a := \sqrt{a2} \quad a = 1.013 \times 10^{-3} \text{m}^{0.5}$$

$$im := 20$$

$$jm := 40$$

$$i := 0..im$$

$$j := 1..jm$$

$$y1_i := i \cdot \frac{h}{im}$$

$$y2_i := \frac{-h}{2} + i \cdot \frac{h}{im}$$

$$z_j := j \cdot \frac{Z_d}{jm}$$

$$dz := \frac{Z_d}{jm}$$

$$\alpha_o = 4.1 \times 10^3 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$k := 0..19$$

$$k1 := 1..15$$

$$D1_{i,k} := \frac{1}{a} \cdot \left[-\left(y2_i - \frac{h}{2} \right) + h \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$$

$$D2_{i,k} := \frac{1}{a} \cdot \left[\left(y2_i - \frac{h}{2} \right) + h \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$$

$$D3_{i,k} := \frac{1}{a} \cdot \left[-\left(y2_i + \frac{h}{2} \right) + h \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$$

$$D4_{i,k} := \frac{1}{a} \cdot \left[\left(y2_i + \frac{h}{2} \right) + h \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$$

$$EX_{1_{i,j}} := \left[\sum_k \left[-D1_{i,k} \cdot \left(\text{if} \left(z_j = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{D1_{i,k}}{2 \cdot \sqrt{z_j}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \text{if} \left[z_j = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_j}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(D1_{i,k})^2}{4 \cdot z_j} \right] \right] \right] \\ + \sum_k \left[-D2_{i,k} \cdot \left(\text{if} \left(z_j = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{D2_{i,k}}{2 \cdot \sqrt{z_j}} \right) \right) \right) \dots \right] \\ \left. + \text{if} \left[z_j = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_j}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(D2_{i,k})^2}{4 \cdot z_j} \right] \right] \right] \right]$$

$$EX_{2,i,j} := \left[\sum_k \left[-D3_{i,k} \cdot \left(\text{if} \left(z_j = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{D3_{i,k}}{2 \cdot \sqrt{z_j}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \text{if} \left[z_j = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_j}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(D3_{i,k})^2}{4 \cdot z_j} \right] \right] \dots \right] \\ + \sum_k \left[-D4_{i,k} \cdot \left(\text{if} \left(z_j = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{D4_{i,k}}{2 \cdot \sqrt{z_j}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \\ \left. + \text{if} \left[z_j = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_j}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(D4_{i,k})^2}{4 \cdot z_j} \right] \right] \dots \right] \right]$$

$$\text{Vect} := \left| \begin{array}{l} T_{ox} \leftarrow T_z \oplus j \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 0..im \\ \quad T_{t0} \leftarrow T_n \oplus T_{2i,0} \leftarrow T_n \\ \text{while } j \leq jm \\ \quad \left| \begin{array}{l} \mu_{0,j-1} \leftarrow \mu_{0T} \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_{t,j-1} - T_0)] \oplus N_{1,j-1} \leftarrow \left(\frac{1}{\mu_{0T}} \right)^{n1} \cdot dz \cdot W_n \cdot IN_1(\mu_{0,j-1}) \\ \text{for } i \in 0..im \\ \quad q_{dis_i} \leftarrow \left(\frac{1}{\mu_{0,j-1}} \right)^{n1} \cdot \left[\left(dPx(\mu_{0,j-1}) \cdot y_{1i} + C_{0c}(\mu_{0,j-1}) \right)^2 \dots \right]^{n3} \\ \quad \quad \quad + \left(dPz \cdot y_{1i} + C_{1c}(\mu_{0,j-1}) \right)^2 \\ q_{cp} \leftarrow \text{mean}(q_{dis}) \\ F_q \leftarrow \frac{q_{cp}}{\lambda} \oplus CV_0 \leftarrow \frac{\alpha_o}{\lambda_{ct}} \cdot T_{ox} \cdot h_k \\ CV_1 \leftarrow T_{t,j-1} + F_q \cdot a^2 \cdot z_j + \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot T_{ox} \cdot EX_{1_{im,j}} + \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot T_{ox} \cdot EX_{2_{im,j}} \\ CV_2 \leftarrow T_{t,j-1} + F_q \cdot a^2 \cdot z_j + \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot T_{ox} \cdot EX_{1_{0,j}} + \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot T_{ox} \cdot EX_{2_{0,j}} \\ CV_3 \leftarrow \frac{\alpha_o}{\lambda_{ct}} \cdot T_{ox} \cdot h_c \end{array} \right. \end{array} \right|$$

$$\begin{aligned}
& AM_{0,0} \leftarrow 1 + \frac{\alpha_o}{\lambda_{ct}} \cdot h_k \oplus AM_{0,1} \leftarrow -1 \oplus AM_{0,2} \leftarrow 0 \oplus AM_{0,3} \leftarrow 0 \\
& AM_{1,0} \leftarrow \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot EX_{2,im,j} \oplus AM_{1,1} \leftarrow 1 \oplus AM_{1,2} \leftarrow 0 \\
& AM_{1,3} \leftarrow \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot EX_{1,im,j} \oplus \left(AM_{2,0} \leftarrow \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot EX_{2,0,j} \oplus AM_{2,1} \leftarrow 0 \oplus AM_{2,2} \leftarrow 1 \right) \\
& AM_{2,3} \leftarrow \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot EX_{1,0,j} \\
& AM_{3,0} \leftarrow 0 \oplus AM_{3,1} \leftarrow 0 \oplus AM_{3,2} \leftarrow -1 \oplus AM_{3,3} \leftarrow 1 + \frac{\alpha_o}{\lambda_{ct}} \cdot h_c \\
& Tgu \leftarrow \text{Isolve}(AM, CV) \\
& T_{KH_j} \leftarrow Tgu_0 \cdot K^{-1} \oplus T_{KV_j} \leftarrow Tgu_1 \cdot K^{-1} \oplus T_{CH_j} \leftarrow Tgu_2 \cdot K^{-1} \oplus T_{CV_j} \leftarrow Tgu_3 \cdot K^{-1} \\
& \text{for } i \in 0..im \\
& \quad \left| \begin{array}{l} T1_i \leftarrow T_{CH_j} \cdot K \text{ if } i = 0 \\ T1_i \leftarrow T_{KV_j} \cdot K \text{ if } i = im \\ T1_i \leftarrow Tt_{j-1} + \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot (T_{ox} - T_{CV_j} \cdot K) \cdot EX_{1,i,j} \dots \quad \text{otherwise} \\ \quad + \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot (T_{ox} - T_{KH_j} \cdot K) \cdot EX_{2,i,j} + F_q \cdot a^2 \cdot z_j \\ T2_{i,j} \leftarrow Tt_{j-1} + \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot (T_{ox} - T_{CV_j} \cdot K) \cdot EX_{1,i,j} \dots \\ \quad + \frac{a}{\lambda} \cdot \alpha_o \cdot (T_{ox} - T_{KH_j} \cdot K) \cdot EX_{2,i,j} + F_q \cdot a^2 \cdot z_j \end{array} \right. \\
& Tt_j \leftarrow \text{mean}(T1) \\
& j \leftarrow j + 1 \\
& \text{if } Tt_{j-1} > T_z \\
& \quad \left| \begin{array}{l} j \leftarrow 1 \\ T_{ox} \leftarrow T_{ox} - 1 \cdot K \end{array} \right. \\
& N_\Sigma \leftarrow \sum_{kk=0}^{jm-1} N1_{kk} \\
& \left(\frac{N_\Sigma}{\text{UnitsOf}(N_\Sigma)} \quad \frac{T_{ox}}{\text{UnitsOf}(T_{ox})} \quad \frac{T2}{\text{UnitsOf}(T2)} \quad \frac{\mu_0}{\text{UnitsOf}(\mu_0)} \right)^T
\end{aligned}$$

$$\text{Vect} = \begin{pmatrix} 327.26 \\ 421 \\ \{21,41\} \\ \{40,1\} \end{pmatrix} \quad N_1 := \text{Vect}_0 \cdot W \quad T_{ox} := \text{Vect}_1 \cdot K \quad T2 := \text{Vect}_2 \cdot K$$

$$\mu_0 := \text{Vect}_3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad \mu_{0cp} := \text{mean}(\mu_0) \quad \max(T2) = 463.923 \text{ K}$$

$$N_1 = 0.327 \text{ kW} \quad T_{ox} = 421 \text{ K}$$

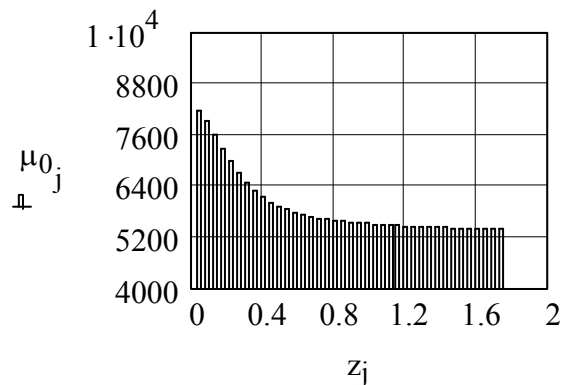
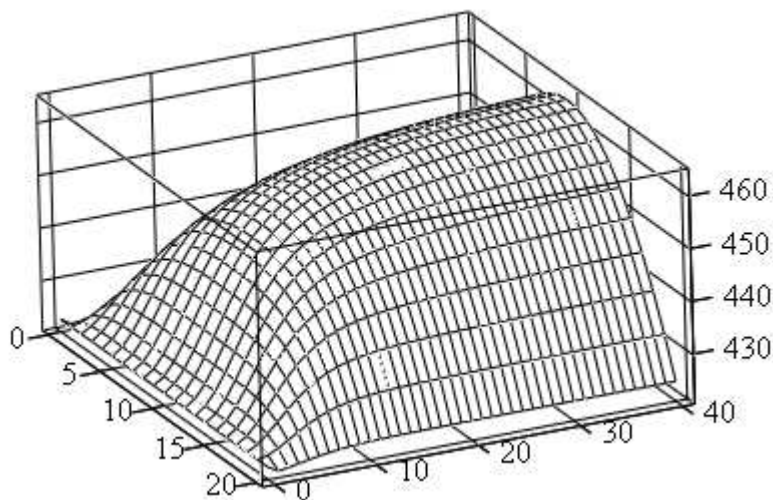


Рисунок А.10 – График изменения коэффициента консистенции вдоль винтового канала для полиэтилена низкого давления в случае трехслойной системы



T2

Рисунок А.11 – Объемный график изменения температуры в зоне дозирования для полиэтилена низкого давления в случае трехслойной системы

$$n12 := n + 1$$

$$N_2 := \frac{\mu_{0cp} \cdot Z_d \cdot S_0 \cdot V_c^{n12}}{\delta_r^n \cdot \tan(\phi_0)}$$

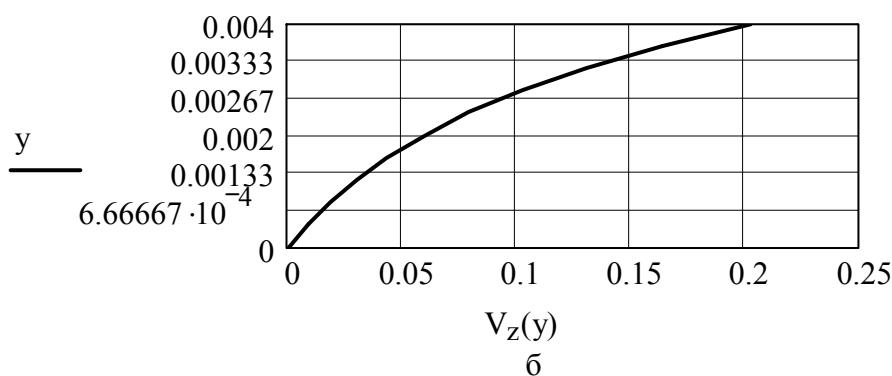
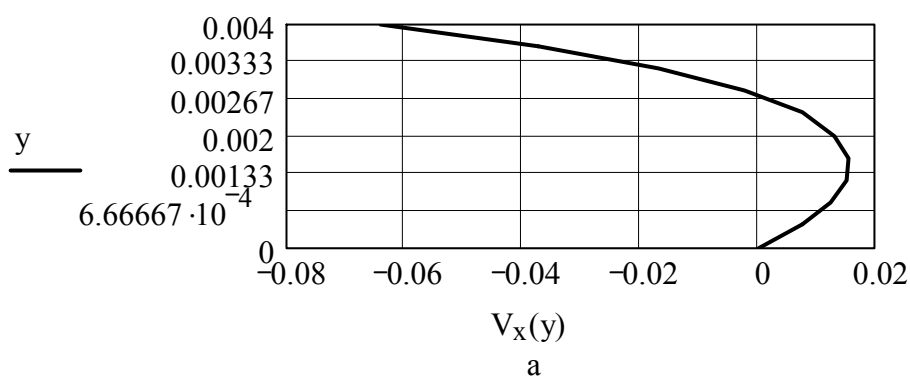
$$N_2 = 1.061 \text{ kW} \quad N := N_1 + N_2 \quad N = 1.388 \text{ kW}$$

$$V_x(y) := \left(\frac{1}{\mu_{0cp}} \right)^{n1} \cdot \int_0^y \left(\frac{dPx(\mu_{0cp}) \cdot y \dots}{+ C_{0c}(\mu_{0cp})} \right) \cdot \left[\left(\frac{dPx(\mu_{0cp}) \cdot y \dots}{+ C_{0c}(\mu_{0cp})} \right)^2 + \left(\frac{dPz \cdot y \dots}{+ C_{1c}(\mu_{0cp})} \right)^2 \right]^{nn} dy$$

$$V_z(y) := \left(\frac{1}{\mu_{0cp}} \right)^{n1} \cdot \int_0^y \left(\frac{dPz \cdot y \dots}{+ C_{1c}(\mu_{0cp})} \right) \cdot \left[\left(\frac{dPx(\mu_{0cp}) \cdot y \dots}{+ C_{0c}(\mu_{0cp})} \right)^2 + \left(\frac{dPz \cdot y \dots}{+ C_{1c}(\mu_{0cp})} \right)^2 \right]^{nn} dy$$

$$V_x(h) = -0.064 \text{ ms}^{-1}$$

$$V_z(h) = 0.202 \text{ ms}^{-1}$$



а – x- составляющая скорости; б – z- составляющая скорости

Рисунок А.12 – Графики изменения скорости по высоте канала для полиэтилена низкого давления в случае трехслойной системы

$$Q_{yt} := K5 \cdot N_0 + \left(\frac{1}{\mu_{0cp}} \right)^{n1} \cdot \frac{n}{2 \cdot n + 1} \cdot \frac{S_0}{\tan(\phi_0)} \cdot \left(dPl \cdot \frac{t_0}{S_0} + \left| dPx(\mu_{0cp}) \right| \cdot \frac{t_0 - S_0}{S_0} \right)^{n1} \cdot \left(\frac{\delta_r}{2} \right)^{n2}$$

$$Q_s := W_n \cdot \int_0^h V_z(y) dy - Q_{y1}$$

$$Q_s = 1.142 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Приложение Б

Разработка блоков САПР для моделирования процессов в зоне плавления

При моделировании процессов в зоне плавления в роли исходных параметров используются практически те же параметры, что и для зоны дозирования, но здесь необходимо иметь теплофизические характеристики не только для расплава, но и для твердого материала. Во всех блоках САПР для зоны плавления допускается, что винтовой канал развернут на плоскость, то есть, рассматривается плоская модель.

В приложении Б.1 (блок САПР-6) моделируется процесс плавления полимерного материала в предположении, что со всех четырех сторон твердой полимерной пробки имеют место зоны расплава. То есть моделируется процесс для схемы на рис. 4.8,б. При этом температурное поле рассчитывается по формуле (4.103). Основным элементом данного блока является подпрограмма, которая определяет вектор IV . В данной подпрограмме введен программный блок, анализирующий температуру граничных слоев твердой пробки. При достижении граничными слоями температуры, превышающую температуру плавления полимерного материала, часть материала переходит из твердой пробки в зону расплава, уменьшая размер твердой пробки. Следует отметить, что в данном блоке САПР рассматривается процесс плавления материала только вдоль оси y , то есть вдоль высоты рабочего канала. При этом для определения тепловых потоков используется уравнение (4.87). Аналогичным образом можно моделировать процесс плавления и вдоль оси x , используя при этом формулы (4.104) и (4.88).

Вектор IV возвращает два комплекса величин: первый – вектор значений координаты z ; второй – вектор значений высоты твердой пробки, соотносящийся с координатой z .

В приложении Б.2 (блок САПР-7) моделируется процесс плавления с учетом контакта твердой пробки по поверхности сердечника червяка согласно со схемой на рис. 4.8,в. При этом в подпрограмме, которая определяет вектор IV , также введен программный блок анализа температуры граничных слоев твердой пробки, которая также определяется с уравнения (4.103). Но для определения теплового потока между твердой пробкой и сердечником червяка используется формула (4.90). Вектор IV в данном случае возвращает три элемента: первый – матрицу температур, которая характеризует распределение температурного поля в твердой пробке на каждом шаге вдоль оси z ; второй – общую величину зоны плавления Z_n ; третий – вектор значений высоты твердой пробки.

В приложении Б.3 (блок САПР-8) моделируется процесс плавления при наличии конусного отрезка на сердечнике червяка. При этом могут возникать условия, характерные для предыдущего блока САПР в соответствии с рис. 4.8,в. Кроме того, также возникают условия контакта твердой пробки, как по

сердечнику червяка, так и по поверхности корпуса, как показано на рис. 4.8,г. При этом переход от одной схемы к другой будет связан как со скоростью плавления, так и с величиной конусности A .

Из подпрограммы IV выводится дополнительная величина $H1$, которая характеризует значение толщины слоя расплава над твердой пробкой, а также величина Otn , характеризующая отношение толщины твердой пробки к толщине слоя расплава над твердой пробкой.

Следует отметить, что во всех трех блоках САПР зона плавления заканчивается в том месте, где остаточная толщина твердой пробки не превышает 10% от глубины винтового канала.

Блок САПР-9 (приложение Б.4) предназначен для моделирования процесса теплообмена в твердой пробке при наличии в ней пор в случае жесткого каркаса.

На первом этапе данного блока вводятся данные, характеризующие теплофизические характеристики материала, а также выполняется аппроксимация их с использованием функций *interp* и *lspline*. Далее, используя формулы (4.121) и (4.122), рассчитываются температурные поля в виде элементов матрицы. После чего, в случае необходимости, выполняется преобразование матриц в аппроксимационные функции.

Использование блока САПР-9 дает возможность рассчитать начальную температуру перерабатываемого материала в зоне плавления с учетом заполнения расплавом полимера пор и соответствующим перераспределением температуры по объему рабочего канала.

Следует заметить, что первые три блока САПР в этом приложении приведены без учета затрат теплоты на межфазовый переход. Учет данного фактора приведен в блоке САПР-10 (приложение Б.5) на базе исходных данных блока САПР-6.

Б.1 Блок САПР-6: моделирование процесса плавления для цилиндрического сердечника при наличии зон расплава со всех сторон твердой пробки

Исходные данные:

$$\begin{aligned} T_n &:= 303 \cdot K & T_p &:= 383 \cdot K \\ T_b &:= 453 \cdot K & D &:= 0.09 \cdot m \\ S_0 &:= 9 \cdot mm & h &:= 7 \cdot mm \\ N_0 &:= 0.744 \cdot s^{-1} & \phi_0 &:= 17.657 \cdot deg \\ \beta &:= 0.0165 \cdot K^{-1} & n_p &:= 0.513 \end{aligned}$$

$$T_0 := 413 \cdot K$$

$$G_0 := 120 \cdot \frac{kg}{hr} \quad C_{ps} := 1.9 \cdot 10^3 \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$\lambda_s := 0.356 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \quad \rho_s := 910 \cdot \frac{kg}{m^3}$$

$$\lambda_m := 0.135 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \quad C_{pm} := 2.2 \cdot 10^3 \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$\rho_m := 810 \cdot \frac{kg}{m^3} \quad \mu_0 := 9.8 \cdot 10^3 \cdot Pa \cdot s^{np}$$

Решение:

$$t_0 := D$$

$$W_n := (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) \quad W_n = 0.077 \text{ m}$$

$$V_{sz} := \frac{G_0}{\rho_s \cdot h \cdot W_n} \quad a := \frac{\lambda_s}{\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz}} \quad T_s := \frac{T_b + T_p}{2}$$

$$V_{cx} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\phi_0) \quad V_{cz} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\phi_0)$$

$$T_{bp} := T_b - T_p \quad T_{sp} := T_s - T_p$$

$$V_b := \left[(V_{cz} - V_{sz})^2 + V_{cx}^2 \right]^{\frac{np+1}{2}} \quad M1 := \mu_0 \cdot \exp[-\beta \cdot (T_p - T_0)] \cdot V_b$$

$$V_b = 0.055 \text{ m}^{1.513} \text{ s}^{-1.513} \quad M1 = 885.63 \text{ kgm}^{0.513} \text{ s}^{-3}$$

$$V_s := V_{sz}^{np+1} \quad M2 := \mu_0 \cdot \exp[-\beta \cdot (T_p - T_0)] \cdot V_s$$

$$V_s = 0.017 \text{ m}^{1.513} \text{ s}^{-1.513} \quad M2 = 274.047 \text{ kgm}^{0.513} \text{ s}^{-3} \quad jm := 150$$

$$dy := \frac{0.1 \cdot h}{jm} \quad dz := 400 \cdot dy \quad dy = 4.667 \times 10^{-6} \text{ m} \quad d2 := (2 \cdot \sqrt{dz})^{-1}$$

```

VV := | n ← 0
      |
      |  $z_n \leftarrow 0 \cdot m \oplus \delta_p \leftarrow 0.1 \cdot h \oplus h_{p_n} \leftarrow h - 2 \cdot \delta_p \oplus dy \leftarrow \frac{h_{p_n}}{jm}$ 
      |
      | jmN ← jm - 1
      | while  $h_{p_n} > 0.1 \cdot h$ 
      |   |
      |   | for j ∈ 1.. jmN
      |   |   |
      |   |   |  $y_j \leftarrow j \cdot dy$ 
      |   |   |  $T_{y_{j,n}} \leftarrow T_n$  if n = 0
      |   |   | if n > 0
      |   |   |   |
      |   |   |   | for k ∈ 0.. 21
      |   |   |   |   |
      |   |   |   |   |  $h1_k \leftarrow h_{p_n} \cdot (2 \cdot k + 1) \oplus h2_k \leftarrow 2 \cdot h_{p_n} \cdot k \oplus h3_k \leftarrow h_{p_n} \cdot 2 \cdot (k + 1)$ 
      |   |   |   |   |
      |   |   |   |   |  $b3_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (-y_j + h1_k) \oplus b4_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (y_j + h1_k)$ 
      |   |   |   |   |  $b5_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (y_j + h2_k) \oplus b6_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (-y_j + h3_k)$ 
      |   |   |   |   |
      |   |   |   |   |  $q_b \leftarrow \lambda_m \cdot \frac{T_{bp}}{0.9 \cdot \delta_p} + \frac{M1}{2 \cdot (0.9 \cdot \delta_p)^{np}}$ 
      |   |   |   |   |
      |   |   |   |   |  $q_s \leftarrow \lambda_m \cdot \frac{T_{sp}}{0.1 \cdot h} + \frac{M2}{2 \cdot (0.1 \cdot h)^{np}}$ 
      |   |   |   |   |
      |   |   |   |   |  $Q_s \leftarrow \frac{q_s \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s} \oplus Q_b \leftarrow \frac{q_b \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s}$ 
      |   |   |   |   |
      |   |   |   |   |  $T1y_{j,n} \leftarrow Q_b \cdot \left[ \sum_{k=0}^{21} \left[ \begin{array}{l} -b3_{j,k} \cdot \text{erfc}(b3_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b3_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^{21} \left[ \begin{array}{l} -b4_{j,k} \cdot \text{erfc}(b4_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b4_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \right] \right]$ 

```


$$\begin{array}{|l}
| \\
| \\
| \\
| \quad T2y_{j,n} \leftarrow Q_s \cdot \left[\sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -b5_{j,k} \cdot \text{erfc}(b5_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b5_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \right. \\
| \quad \quad \quad \left. + \sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -b6_{j,k} \cdot \text{erfc}(b6_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b6_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \right] \\
| \\
| \quad Ty_{j,n} \leftarrow Ty_{j,n-1} + T1y_{j,n} + T2y_{j,n} \\
| \quad \text{if } j = jmN \\
| \quad \quad | \quad jmN \leftarrow jmN - 1 \oplus h_{p_n} \leftarrow h_{p_n} - dy \quad \text{if } Ty_{jmN,n} > T_p \\
| \quad \quad | \quad \text{if } Ty_{1,n} > T_p \\
| \quad \quad | \quad \quad | \quad \text{for } jj \in 1..jmN - 1 \\
| \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad Ty_{jj,n} \leftarrow Ty_{jj+1,n} \\
| \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad h_{p_n} \leftarrow h_{p_n} - dy \\
| \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad jmN \leftarrow jmN - 1 \\
| \quad \delta_p \leftarrow h - h_{p_n} \\
| \quad n \leftarrow n + 1 \\
| \quad z_n \leftarrow z_{n-1} + dz \oplus h_{p_n} \leftarrow h_{p_{n-1}} \\
| \quad \left(\begin{array}{c} z \\ h_p \end{array} \right)
\end{array}$$

$$VV = \left(\begin{array}{c} \{1438,1\} \\ \{1438,1\} \end{array} \right)_m$$

$$z := VV_0 \quad h_p := VV_1 \quad nhm := \text{rows}(VV_1)$$

$$nh := 0..nhm - 1$$

$$nhm = 1.438 \times 10^3 \quad z_{nh} := nh \cdot dz$$

$$I_{p_{nh}} := \frac{z_{nh} \cdot \sin(\phi_0)}{D}$$

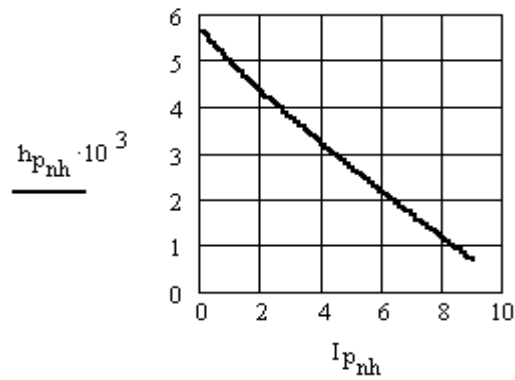


Рисунок Б.1 – График изменения высоты твердой пробки от количества витков в зоне плавления для цилиндрического сердечника при наличии зон расплава со всех сторон твердой пробки

Б.2 Блок САПР-7: моделирование процесса плавления для цилиндрического сердечника в случае трения твердой пробки по сердечнику червяка

Исходные данные:

$$T_n := 303 \cdot K \quad T_p := 383 \cdot K \quad T_b := 453 \cdot K \quad D := 0.09 \cdot m$$

$$S_0 := 9 \cdot mm \quad h := 7 \cdot mm \quad N_0 := 0.744 \cdot s^{-1} \quad \beta := 0.0165 \cdot K^{-1}$$

$$n_p := 0.513 \quad \mu_0 := 9.8 \cdot 10^3 \cdot Pa \cdot s^{np} \quad T_0 := 413 \cdot K$$

$$f_s := 0.08 \quad P_z := 15 \cdot 10^6 \cdot Pa \quad \phi_0 := 17.657 \cdot deg$$

$$G_0 := 120 \cdot \frac{kg}{hr} \quad C_{ps} := 1.9 \cdot 10^3 \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$\lambda_s := 0.356 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \quad \rho_s := 910 \cdot \frac{kg}{m^3}$$

$$\lambda_m := 0.135 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \quad C_{pm} := 2.2 \cdot 10^3 \cdot \frac{J}{kg \cdot K} \quad \rho_m := 810 \cdot \frac{kg}{m^3}$$

Решение:

$$t_0 := D \quad W_n := (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) \quad W_n = 0.077 m$$

$$V_{sz} := \frac{G_0}{\rho_s \cdot h \cdot W_n} \quad V_{sz} = 0.068 \text{ ms}^{-1}$$

$$a := \frac{\lambda_s}{\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz}} \quad a = 3.037 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$T_s := \frac{T_b + T_p}{2} \quad T_s = 418 \text{ K}$$

$$T_{bp} := T_b - T_p$$

$$T_{sp} := T_s - T_p$$

$$V_{cx} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\phi_0)$$

$$V_{cx} = 0.064 \text{ ms}^{-1}$$

$$V_{cz} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\phi_0)$$

$$V_{cz} = 0.2 \text{ ms}^{-1}$$

$$V_b := \left[(V_{cz} - V_{sz})^2 + V_{cx}^2 \right]^{\frac{np+1}{2}}$$

$$V_b = 0.055 \text{ m}^{1.513} \text{ s}^{-1.513}$$

$$M1 := \mu_0 \cdot \exp[-\beta \cdot (T_p - T_0)] \cdot V_b$$

$$M1 = 885.63 \text{ kgm}^{0.513} \text{ s}^{-3}$$

$$q_s := V_{sz} \cdot f_s \cdot P_z \quad q_s = 8.136 \times 10^4 \text{ kg s}^{-3}$$

$$Q_s := \frac{q_s \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s} \quad Q_s = 398.258 \text{ K m}^{-0.5}$$

$$j_m := 150$$

$$dy := \frac{0.1 \cdot h}{j_m} \quad dy = 4.667 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$dz := 400 \cdot dy$$

$$dz = 1.867 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d2 := (2 \cdot \sqrt{dz})^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 VV := & \left| \begin{array}{l}
 n \leftarrow 0 \oplus z_n \leftarrow 0 \cdot m \oplus \delta_p \leftarrow 0.1 \cdot h \oplus h_{p_n} \leftarrow h - \delta_p \\
 \\
 dy \leftarrow \frac{h_{p_n}}{jm} \oplus jmN \leftarrow jm - 1 \\
 \text{while } h_{p_n} > 0.1 \cdot h \\
 \quad \left| \begin{array}{l}
 \text{for } j \in 1..jmN \\
 \quad \left| \begin{array}{l}
 y_j \leftarrow j \cdot dy \\
 Ty_{j,n} \leftarrow T_n \text{ if } n = 0 \\
 \text{if } n > 0 \\
 \quad \left| \begin{array}{l}
 \text{for } k \in 0..31 \\
 \quad \left| \begin{array}{l}
 h1_k \leftarrow h_{p_n} \cdot (2 \cdot k + 1) \oplus h2_k \leftarrow 2 \cdot h_{p_n} \cdot k \\
 h3_k \leftarrow h_{p_n} \cdot 2 \cdot (k + 1) \\
 b3_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (-y_j + h1_k) \oplus b4_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (y_j + h1_k) \\
 b5_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (y_j + h2_k) \oplus b6_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (-y_j + h3_k)
 \end{array}
 \end{array}
 \right. \\
 qb \leftarrow \lambda_m \cdot \frac{T_{bp}}{0.9 \cdot \delta_p} + \frac{M1}{2 \cdot (0.9 \cdot \delta_p)^{np}} \\
 Q_b \leftarrow \frac{qb \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s} \\
 T1y_{j,n} \leftarrow Q_b \cdot \left[\begin{array}{l}
 \sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -b3_{j,k} \cdot \text{erfc}(b3_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b3_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \\
 + \sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -b4_{j,k} \cdot \text{erfc}(b4_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b4_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \right.
 \end{array}
 \right.
 \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{|l}
\left[\begin{array}{l}
\text{T2y}_{j,n} \leftarrow Q_s \cdot \left[\sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -\text{b5}_{j,k} \cdot \text{erfc}(\text{b5}_{j,k} \cdot \text{d2}) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{\text{dz}}{\pi}} \cdot \exp[-(\text{b5}_{j,k} \cdot \text{d2})^2] \end{array} \right] \dots \\
+ \sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -\text{b6}_{j,k} \cdot \text{erfc}(\text{b6}_{j,k} \cdot \text{d2}) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{\text{dz}}{\pi}} \cdot \exp[-(\text{b6}_{j,k} \cdot \text{d2})^2] \end{array} \right] \end{array} \right] \\
\text{Ty}_{j,n} \leftarrow \text{Ty}_{j,n-1} + \text{T1y}_{j,n} + \text{T2y}_{j,n} \\
\text{if } j = \text{jmN} \\
\quad \left| \begin{array}{l} \text{jmN} \leftarrow \text{jmN} - 1 \oplus \text{h}_{\text{p}_n} \leftarrow \text{h}_{\text{p}_n} - \text{dy} \text{ if } \text{Ty}_{\text{jmN},n} > \text{T}_{\text{p}} \\
\text{if } \text{Ty}_{1,n} > \text{T}_{\text{p}} \\
\quad \left| \begin{array}{l} \text{for } jj \in 1.. \text{jmN} - 1 \\
\text{Ty}_{jj,n} \leftarrow \text{Ty}_{jj+1,n} \\
\text{h}_{\text{p}_n} \leftarrow \text{h}_{\text{p}_n} - \text{dy} \oplus \text{jmN} \leftarrow \text{jmN} - 1 \end{array} \right. \\
\delta_{\text{p}} \leftarrow \text{h} - \text{h}_{\text{p}_n} \oplus n \leftarrow n + 1 \oplus z_n \leftarrow z_{n-1} + \text{dz} \oplus \text{h}_{\text{p}_n} \leftarrow \text{h}_{\text{p}_{n-1}} \\
\left(\begin{array}{ccc} \text{Ty} & z_n & \text{h}_{\text{p}} \\ \hline \text{UnitsOf}(\text{Ty}) & \text{UnitsOf}(z_n) & \text{UnitsOf}(\text{h}_{\text{p}}) \end{array} \right)^T
\end{array} \right.
\end{array}$$

$$\text{VV} = \begin{pmatrix} \{150,461\} \\ 0.861 \\ \{462,1\} \end{pmatrix}$$

$$\text{T}_1 := \text{VV}_0 \cdot \text{K}$$

$$\text{Z}_{\text{p}} := \text{VV}_1 \cdot \text{m}$$

$$\text{h}_{\text{p}} := \text{VV}_2 \cdot \text{m}$$

$$\text{nhm} := \text{rows}(\text{VV}_2) \quad \text{nhm} = 462 \quad \text{nh} := 0.. \text{nhm} - 1$$

$$z_{\text{nh}} := \text{nh} \cdot \text{dz}$$

$$\text{I}_{\text{p}_{\text{nh}}} := \frac{z_{\text{nh}} \cdot \sin(\phi_0)}{D}$$

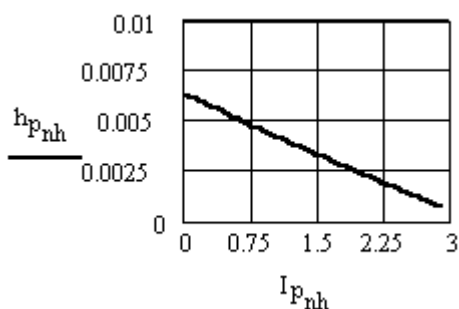


Рисунок Б.2 – График изменения высоты твердой пробки от количества витков в зоне плавления для цилиндрического сердечника в случае трения твердой пробки по сердечнику червяка

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	303	314.309	325.617	336.926	348.234	359.543	370.851	382.16	350.726
2	303	308.966	314.932	320.897	326.863	332.829	338.795	344.761	325.601
3	303	305.825	308.65	311.475	314.301	317.126	319.951	322.776	312.535
4	303	304.192	305.384	306.575	307.767	308.959	310.151	311.343	306.56
5	303	303.445	303.89	304.335	304.78	305.225	305.67	306.115	304.171
6	303	303.146	303.293	303.439	303.585	303.732	303.878	304.024	303.337
7	303	303.042	303.084	303.127	303.169	303.211	303.253	303.295	303.085
8	303	303.011	303.021	303.032	303.042	303.053	303.064	303.074	303.019

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
141	303	303.001	303.002	303.003	303.004	303.005	303.006	303.007	303.036
142	303	303.004	303.009	303.013	303.018	303.022	303.027	303.031	303.143
143	303	303.018	303.036	303.054	303.071	303.089	303.107	303.125	303.495
144	303	303.062	303.124	303.186	303.248	303.31	303.371	303.433	304.506
145	303	303.188	303.377	303.565	303.753	303.941	304.13	304.318	307.033
146	303	303.504	304.008	304.513	305.017	305.521	306.025	306.529	312.561
147	303	304.195	305.39	306.585	307.78	308.976	310.171	311.366	323.19
148	303	305.524	308.047	310.571	313.095	315.618	318.142	320.666	341.27
149	303	307.784	312.568	317.351	322.135	326.919	331.703	336.487	341.27

	452	453	454	455	456	457	458	459	460
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	356.828	368.136	379.445	345.519	356.828	368.136	379.445	345.519	356.828
2	327.622	333.588	339.553	321.656	327.622	333.588	339.553	321.656	327.622
3	313.181	316.006	318.831	310.355	313.181	316.006	318.831	310.355	313.181
4	306.78	307.972	309.164	305.588	306.78	307.972	309.164	305.588	306.78
5	304.253	304.698	305.143	303.808	304.253	304.698	305.143	303.808	304.253
6	303.369	303.515	303.662	303.223	303.369	303.515	303.662	303.223	303.369
7	303.096	303.138	303.181	303.054	303.096	303.139	303.181	303.056	303.098
8	303.022	303.033	303.044	303.013	303.024	303.035	303.045	303.022	303.033

Б.3 Блок САПР-8: моделирование процесса плавления для конусного сердечника

Исходные данные:

$$\begin{aligned} T_n &:= 303 \cdot \text{K} & T_p &:= 383 \cdot \text{K} & T_b &:= 423 \cdot \text{K} & D &:= 0.045 \cdot \text{m} \\ S_0 &:= 4 \cdot \text{mm} & \phi_0 &:= 17.657 \cdot \text{deg} & \alpha &:= 0.8 \cdot \text{s} & N_0 &:= 1.747 \cdot \text{s}^{-1} \\ n_p &:= 0.513 & \beta &:= 0.0165 \cdot \text{K}^{-1} & H_n &:= 4 \cdot \text{mm} & E_y &:= 20 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} \end{aligned}$$

$$G_0 := 40 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{hr}} \quad C_{ps} := 1.9 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\lambda_s := 0.356 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \rho_s := 910 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\lambda_m := 0.135 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad C_{pm} := 2.2 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\rho_m := 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \mu_0 := 9.8 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^{np}$$

$$\begin{aligned} T_0 &:= 413 \cdot \text{K} & f_s &:= 0.08 & P_z &:= 15 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} \\ H_k &:= 2 \cdot \text{mm} & I_k &:= 2 \end{aligned}$$

Решение:

$$t_0 := D \quad W_n := (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) \quad W_n = 0.039 \text{ m}$$

$$V_{sz} := \frac{G_0}{\rho_s \cdot H_n \cdot W_n} \quad a := \frac{\lambda_s}{\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz}} \quad T_s := \frac{T_b + T_p}{2}$$

$$V_{sz} = 0.078 \text{ m s}^{-1} \quad a = 2.635 \times 10^{-6} \text{ m} \quad T_s = 403 \text{ K}$$

$$V_{cx} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\phi_0) \quad V_{cz} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\phi_0)$$

$$T_{bp} := T_b - T_p \quad T_{sp} := T_s - T_p$$

$$V_{cx} = 0.075 \text{ m s}^{-1} \quad V_{cz} = 0.235 \text{ m s}^{-1}$$

$$V_b := \left[\left(V_{cz} - V_{sz} \right)^2 + V_{cx}^2 \right]^{\frac{np+1}{2}}$$

$$M1 := \mu_0 \cdot \exp \left[-\beta \cdot (T_p - T_0) \right] \cdot V_b$$

$$V_b = 0.071 \, \text{m}^{1.513} \, \text{s}^{-1.513}$$

$$M1 = 1.142 \times 10^3 \, \text{kgm}^{0.513} \, \text{s}^{-3}$$

$$Z_k := \frac{I_k \cdot D}{\sin(\phi_0)} \quad Z_k = 0.297 \, \text{m}$$

$$A_k := \frac{H_n - H_k}{Z_k} \quad A_k = 6.74 \times 10^{-3}$$

$$j\mathfrak{m} := 150 \quad \text{dy} := \frac{0.1 \cdot H_n}{j\mathfrak{m}} \quad \text{dy} = 2.667 \times 10^{-6} \, \text{m}$$

$$\text{dz} := 400 \cdot \text{dy} \quad \text{dz} = 1.067 \times 10^{-3} \, \text{m}$$

$$\text{nk} := \frac{Z_k}{\text{dz}} \quad \text{nk} = 278.173$$

$$\text{nk} := \text{ceil}(\text{nk})$$

$$\text{d2} := \left(2 \cdot \sqrt{\text{dz}} \right)^{-1} \quad \text{d2} = 15.309 \, \text{m}^{-0.5}$$

$$\mathbf{VV} := \left| \begin{array}{l} \mathbf{n} \leftarrow 0 \oplus \mathbf{z}_n \leftarrow 0 \cdot \mathbf{m} \oplus \delta_{\mathbf{p}} \leftarrow 0.1 \cdot H_n \oplus \mathbf{h}_{\mathbf{p}_n} \leftarrow H_n - \delta_{\mathbf{p}} \oplus H1_0 \leftarrow H_n \\ \\ \mathbf{dy} \leftarrow \frac{\mathbf{h}_{\mathbf{p}_n}}{j\mathfrak{m}} \oplus j\mathfrak{m}N \leftarrow j\mathfrak{m} - 1 \oplus \mathbf{nz} \leftarrow 0 \\ \mathbf{while} \ \mathbf{h}_{\mathbf{p}_n} > 0.1 \cdot H_k \\ \quad \left| \begin{array}{l} \mathbf{for} \ j \in 1..j\mathfrak{m}N \\ \quad \left| \begin{array}{l} \mathbf{y}_j \leftarrow j \cdot \mathbf{dy} \\ \mathbf{T}_{\mathbf{y}_{j,n}} \leftarrow \mathbf{T}_n \ \text{if} \ n = 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

if $n > 0$

for $k \in 0..21$

$$h1_k \leftarrow h_{p_n} \cdot (2 \cdot k + 1) \oplus h2_k \leftarrow 2 \cdot h_{p_n} \cdot k \oplus h3_k \leftarrow h_{p_n} \cdot 2 \cdot (k + 1)$$

$$b3_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (-y_j + h1_k) \oplus b4_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (y_j + h1_k)$$

$$b5_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (y_j + h2_k) \oplus b6_{j,k} \leftarrow \sqrt{a^{-1}} \cdot (-y_j + h3_k)$$

$$H1_n \leftarrow H1_{n-1} - A_k \cdot dz \text{ if } H1_{n-1} > Hk$$

$$H1_n \leftarrow Hk \text{ if } H1_{n-1} \leq Hk$$

if $h_{p_n} < H1_n$

$$q_b \leftarrow \lambda_m \cdot \frac{T_{bp}}{0.9 \cdot \delta_p} + \frac{M1}{2 \cdot (0.9 \cdot \delta_p)^{np}} \oplus q_s \leftarrow V_{sz} \cdot f_s \cdot P_z$$

$$Q_b \leftarrow \frac{q_b \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s} \oplus Q_s \leftarrow \frac{q_s \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s}$$

$$T1y_{j,n} \leftarrow Q_b \cdot \left[\sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -b3_{j,k} \cdot \text{erfc}(b3_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b3_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -b4_{j,k} \cdot \text{erfc}(b4_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b4_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \right]$$

$$T2y_{j,n} \leftarrow Q_s \cdot \left[\sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -b5_{j,k} \cdot \text{erfc}(b5_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b5_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^{21} \left[\begin{array}{l} -b6_{j,k} \cdot \text{erfc}(b6_{j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b6_{j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \right]$$

$$Ty_{j,n} \leftarrow Ty_{j,n-1} + T1y_{j,n} + T2y_{j,n}$$

if $h_{p_n} \geq H1_n$

$$nz \leftarrow nz + 1 \oplus zp \leftarrow dz \cdot nz$$

$$EP \leftarrow \exp\left(\frac{-zp}{V_{sz} \cdot \alpha}\right)$$

$$P_{k_{nz}} \leftarrow \frac{h_{p_n} - H1_n}{h_{p_n}} \cdot \frac{E_y}{nk} \quad \text{if } nz = 1$$

$$P_{k_{nz}} \leftarrow \frac{h_{p_n} - H1_n}{h_{p_n}} \cdot \frac{E_y}{nk} + P_{k_{nz-1}} \cdot EP \quad \text{if } nz > 1$$

$$q_s \leftarrow V_{sz} \cdot f_s \cdot P_{k_{nz}} \oplus Q_s \leftarrow \frac{q_s \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s}$$

$$T11y_{j,n} \leftarrow (T_b - Ty_{j,n-1}) \cdot \left[\sum_{k=0}^{21} (-1)^k \cdot \text{erfc}(b3_{j,k} \cdot d2) \dots \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^{21} (-1)^k \cdot \text{erfc}(b4_{j,k} \cdot d2) \right]$$

$$B5_{j,k} \leftarrow \sum_{k=0}^{21} (-1)^k \cdot \left[-b5_{j,k} \cdot \text{erfc}(b5_{j,k} \cdot d2) \dots \right. \\ \left. + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp\left[-(b5_{j,k} \cdot d2)^2\right] \right]$$

$$B6_{j,k} \leftarrow \sum_{k=0}^{21} (-1)^{k+1} \cdot \left[-b6_{j,k} \cdot \text{erfc}(b6_{j,k} \cdot d2) \dots \right. \\ \left. + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp\left[-(b6_{j,k} \cdot d2)^2\right] \right]$$

$$T21y_{j,n} \leftarrow Q_s \cdot (B5_{j,k} + B6_{j,k})$$

$$Ty_{j,n} \leftarrow Ty_{j,n-1} + T11y_{j,n} + T21y_{j,n}$$

$$h_{p_n} \leftarrow H1_n$$

if $j = jmN$

if $Ty_{jmN,n} > T_p$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
& & & & \begin{array}{l} \text{jmN} \leftarrow \text{jmN} - 1 \\ \text{h}_{\mathbf{p}_n} \leftarrow \text{h}_{\mathbf{p}_n} - \text{dy} \end{array} \\
\hline
& & & \text{if } \text{Ty}_{1,n} > \text{T}_{\mathbf{p}} & \\
\hline
& & & \begin{array}{l} \text{for } \text{jj} \in 1.. \text{jmN} - 1 \\ \text{Ty}_{\text{jj},n} \leftarrow \text{Ty}_{\text{jj}+1,n} \\ \text{h}_{\mathbf{p}_n} \leftarrow \text{h}_{\mathbf{p}_n} - \text{dy} \oplus \text{jmN} \leftarrow \text{jmN} - 1 \end{array} & \\
\hline
& & & \delta_{\mathbf{p}} \leftarrow \text{H1}_n - \text{h}_{\mathbf{p}_n} \oplus \text{n} \leftarrow \text{n} + 1 \oplus \text{z}_n \leftarrow \text{z}_{n-1} + \text{dz} \oplus \text{h}_{\mathbf{p}_n} \leftarrow \text{h}_{\mathbf{p}_{n-1}} & \\
\hline
& & & \left(\begin{array}{cccc} \text{Ty} & \text{z}_n & \text{h}_{\mathbf{p}} & \text{H1} \\ \hline \text{UnitsOf}(\text{Ty}) & \text{UnitsOf}(\text{z}_n) & \text{UnitsOf}(\text{h}_{\mathbf{p}}) & \text{UnitsOf}(\text{H1}) \end{array} \right)^T & \\
\hline
\end{array}$$

$$\text{VV} = \begin{pmatrix} \{150,389\} \\ 0.415 \\ \{390,1\} \\ \{389,1\} \end{pmatrix}$$

$$\text{T}_1 := \text{VV}_0 \cdot \text{K} \quad \text{Z}_{\mathbf{p}} := \text{VV}_1 \cdot \text{m}$$

$$\text{h}_{\mathbf{p}} := \text{VV}_2 \cdot \text{m} \quad \text{H1} := \text{VV}_3 \cdot \text{m}$$

$$\text{I}_{\mathbf{p}} := \frac{\text{Z}_{\mathbf{p}} \cdot \sin(\phi_0)}{\text{D}} \quad \text{I}_{\mathbf{p}} = 2.797$$

$$\text{nhm} := \text{rows}(\text{H1})$$

$$\text{nhm} = 389 \quad \text{nh} := 0.. \text{nhm} - 1$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	303	313.235	323.471	333.706	343.942	354.177	364.412	374.648	384.884	
2	303	309.237	315.474	321.711	327.948	334.185	340.422	346.659	352.896	
3	303	306.547	310.094	313.641	317.188	320.736	324.283	327.83	331.377	
4	303	304.875	306.749	308.624	310.498	312.373	314.247	316.122	318.0	
5	303	303.917	304.834	305.751	306.668	307.585	308.502	309.419	310.336	
6	303	303.414	303.828	304.242	304.655	305.069	305.483	305.897	306.311	
7	303	303.172	303.344	303.515	303.687	303.859	304.031	304.203	304.375	

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
142	303	303.034	303.068	303.103	303.138	303.173	303.209	303.246	303.741
143	303	303.089	303.178	303.269	303.361	303.454	303.549	303.644	304.785
144	303	303.213	303.43	303.648	303.87	304.094	304.321	304.552	306.956
145	303	303.473	303.952	304.436	304.927	305.424	305.928	306.438	311.087
146	303	303.967	304.946	305.936	306.94	307.956	308.986	310.029	318.302
147	303	304.83	306.682	308.557	310.455	312.378	314.326	316.301	329.906
148	303	306.217	309.474	312.77	316.108	319.49	322.915	326.387	347.156
149	303	308.28	313.624	319.034	324.512	330.061	335.683	341.38	347.156

	380	381	382	383	384	385	386	387	388
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	374.473	348.88	359.12	369.361	379.601	352.301	362.551	372.801	348.539
2	342.638	327.299	333.55	339.8	346.05	329.723	335.995	342.267	328.573
3	323.739	315.395	318.977	322.559	326.141	317.682	321.312	324.943	319.343
4	313.485	309.848	311.806	313.765	315.723	313.166	315.225	317.284	318.713
5	308.846	308.754	309.857	310.96	312.063	314.831	316.125	317.419	326.468
6	308.153	311.655	312.449	313.243	314.037	323.084	324.212	325.34	344.305
7	311.1	319.52	320.411	321.302	322.193	340.02	341.448	342.877	375.605

$$Otn_{nh} := \frac{h_{p_{nh}}}{H1_{nh}} \cdot 100 \quad z_{nh} := nh \cdot dz \quad I_{p_{nh}} := \frac{z_{nh} \cdot \sin(\phi_0)}{D} \quad \max(Otn) = 91.147$$

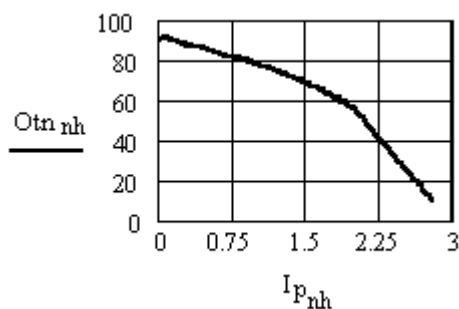


Рисунок Б.3 – График, характеризующий скорость плавления твердой пробки в зоне плавления для конусного сердечника

Б.4 Блок САПР-9: моделирование процессов теплообмена в зоне плавления с учетом пористости в твердой пробке при жестком каркасе

Исходные данные:

Материал - ПЭВД 10802-020:

Решение:

$Tt1 := (303 \ 313 \ 323 \ 333 \ 343 \ 353 \ 363 \ 373 \ 376 \ 378)$

$Tt2 := (393 \ 403 \ 413 \ 423 \ 433 \ 443 \ 453 \ 463 \ 473 \ 483)$

$$\begin{aligned}
T_t &:= \text{augment}(T_{t1}, T_{t2}) & T_t &:= T_t^T \cdot K \\
CT1 &:= (0.5 \ 0.55 \ 0.61 \ 0.69 \ 0.78 \ 0.9 \ 1.3 \ 1.2 \ 0.6 \ 0.51) \\
CT2 &:= (0.515 \ 0.52 \ 0.525 \ 0.53 \ 0.535 \ 0.54 \ 0.545 \ 0.5 \ 0.4 \ 0.4) \\
CT &:= \text{augment}(CT1, CT2) \\
\rho T1 &:= (915 \ 910 \ 905 \ 902 \ 896 \ 888 \ 880 \ 870 \ 868 \ 866) \\
\rho T2 &:= (848 \ 835 \ 825 \ 818 \ 812 \ 808 \ 806 \ 800 \ 798 \ 792) \\
\rho T &:= \text{augment}(\rho T1, \rho T2) \\
\lambda T1 &:= (10.5 \ 10 \ 9.6 \ 9.2 \ 8.8 \ 8 \ 7 \ 6.15 \ 5.9 \ 5.8) \\
\lambda T2 &:= (4.5 \ 4.4 \ 4.43 \ 4.45 \ 4.47 \ 4.45 \ 4.33 \ 4.32 \ 4.2 \ 4.2) \\
\lambda T &:= \text{augment}(\lambda T1, \lambda T2) \cdot 10^{-4} & T &:= 303 \cdot K, 304 \cdot K .. 483 \cdot K \\
CT_p &:= CT^T \cdot \frac{\text{cal}}{\text{gm} \cdot K} & \rho T &:= \rho T^T \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & \lambda T &:= \lambda T^T \cdot \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{s} \cdot K} \\
C_v &:= \text{lspline}(T_t, CT_p) & C_p(T) &:= \text{interp}(C_v, T_t, CT_p, T) \\
\rho_v &:= \text{lspline}(T_t, \rho T) & \rho(T) &:= \text{interp}(\rho_v, T_t, \rho T, T) \\
\lambda_v &:= \text{lspline}(T_t, \lambda T) & \lambda(T) &:= \text{interp}(\lambda_v, T_t, \lambda T, T) \\
T_{n_n} &:= 303 \cdot K & T_{n_v} &:= 453 \cdot K & B &:= 5 \cdot \text{mm} & b &:= .2 \cdot \text{mm} & \text{imb} &:= 10 \\
dx &:= \frac{b}{\text{imb}} & \text{imB} &:= \text{floor}\left(\frac{B}{dx}\right) & \text{imB} &= 250 & \text{im} &:= \text{imB} - \text{imb} \\
T_{1_c} &:= \frac{T_{n_v} \cdot b + T_{n_n} \cdot (B - b)}{B} & T_{1_c} &= 309 K \\
a &:= \frac{\lambda(T_{1_c})}{\rho(T_{1_c}) \cdot C_p(T_{1_c})} & a &= 2.11 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \\
dt &:= 0.02 \cdot \text{s} & j &:= 0 .. 100 & t_j &:= j \cdot dt & i &:= 0 .. \text{imb} & x_i &:= -i \cdot dx \\
DT_v &:= \frac{2 \cdot (T_{1_c} - T_{n_v})}{\pi}
\end{aligned}$$

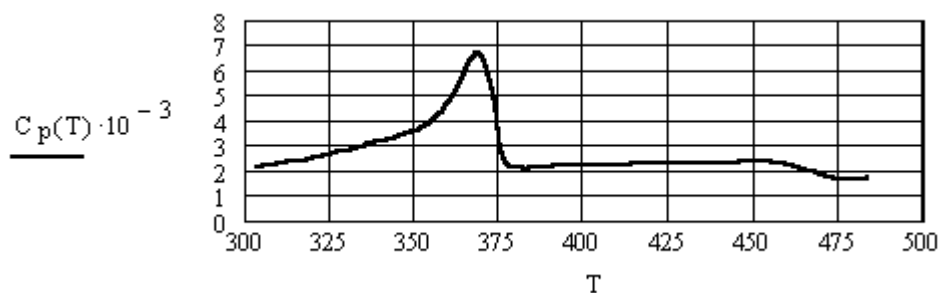


Рисунок Б.4 – График изменения коэффициента теплоемкости от температуры для полиэтилена высокого давления, полученный после интерполяции

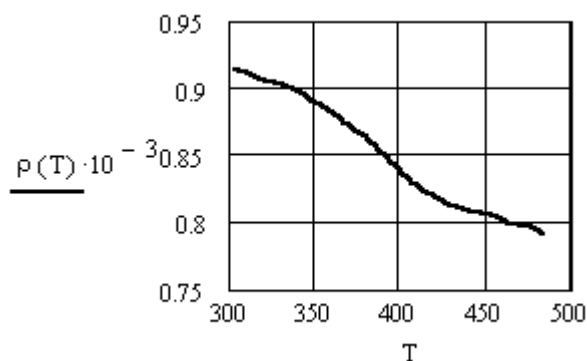


Рисунок Б.5 – График изменения плотности от температуры для полиэтилена высокого давления, полученный после интерполяции

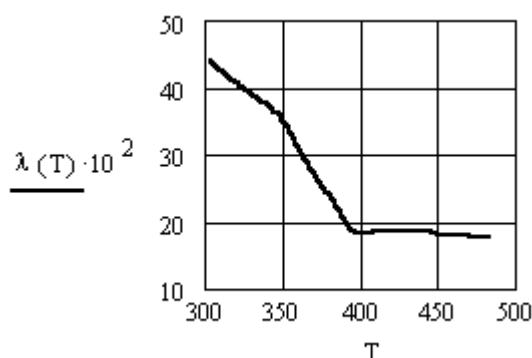


Рисунок Б.6 – График изменения коэффициента теплопроводности от температуры для полиэтилена высокого давления, полученный после интерполяции

$$T1_{v,i,j} := T1_c + DT_v \cdot \sum_{k=1}^{81} \frac{(-1)^k}{(k-0.5)} \cdot \cos \left[\pi \cdot (k-0.5) \cdot \frac{b+x_i}{b} \right] \cdot \exp \left[-\frac{\pi^2 \cdot a}{b^2} \cdot (k-0.5)^2 \cdot t_j \right]$$

$$dt := 2 \cdot s \quad j1 := 0..50 \quad t1_{j1} := j1 \cdot dt \quad i := 0..(imB - imb)$$

$$x_i := i \cdot dx \quad Bb := B - b \quad DT_n := \frac{2 \cdot (T1_c - Tn_n)}{\pi}$$

$$T1_{n,i,j1} := T1_c + DT_n \cdot \sum_{k=1}^{31} \frac{(-1)^k}{(k-0.5)} \cdot \cos \left[\pi \cdot (k-0.5) \cdot \frac{Bb-x_i}{Bb} \right] \cdot \exp \left[-\pi^2 \cdot a \cdot \left(\frac{k-0.5}{Bb} \right)^2 \cdot t1_{j1} \right]$$

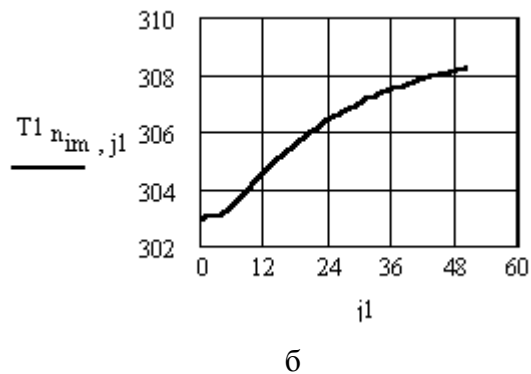
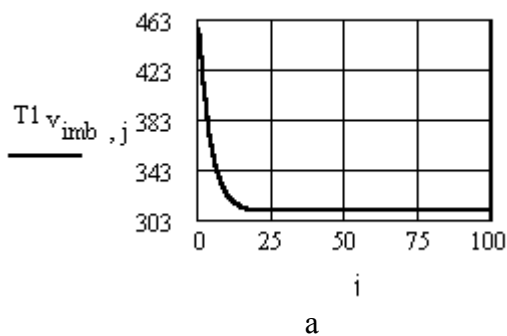


Рисунок Б.7 – Графики изменения температуры (с учетом пористости в твердой пробке при жестком каркасе) для расплава (а), заходящего в поры, и полимерного твердого каркаса (б)

$$t_{20} = 0.4 \text{ s} \quad t_{40} = 0.8 \text{ s} \quad t_{60} = 1.2 \text{ s} \quad t_{80} = 1.6 \text{ s} \quad t_{100} = 2 \text{ s}$$

$$t_{110} = 20 \text{ s} \quad t_{120} = 40 \text{ s} \quad t_{130} = 60 \text{ s} \quad t_{140} = 80 \text{ s} \quad t_{150} = 100 \text{ s}$$

$$tv := 0, 0.1 \cdot s \dots 2 \cdot s \quad T1_v := T1_v^T$$

$$T1_v := \text{lspline}(t, T1_v^{\langle im \rangle})$$

$$T1_v(tv) := \text{interp}(T1_v, t, T1_v^{\langle im \rangle}, tv)$$

$$tn := 0, 5 \cdot s \dots 100 \cdot s \quad T1_n := T1_n^T$$

$$T1_n := \text{lspline}(t1, T1_n^{\langle im \rangle})$$

$$T1_n(tn) := \text{interp}(T1_n, t1, T1_n^{\langle im \rangle}, tn)$$

Б.5 Блок САПР-10: моделирование процесса плавления для цилиндрического сердечника при наличии зон расплава со всех сторон твердой пробки с учетом затрат тепла на межфазовый переход

Исходные данные:

$$T_n := 303 \cdot \text{K} \quad T_p := 383 \cdot \text{K} \quad T_b := 453 \cdot \text{K} \quad D := 0.09 \cdot \text{m}$$

$$S_0 := 9 \cdot \text{mm} \quad h := 7 \cdot \text{mm} \quad N_0 := 0.744 \cdot \text{s}^{-1} \quad \phi_0 := 17.657 \cdot \text{deg}$$

$$\beta := 0.0165 \cdot \text{K}^{-1} \quad n_p := 0.513 \quad T_0 := 413 \cdot \text{K}$$

$$G_0 := 120 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{hr}} \quad C_{ps} := 1.9 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\lambda_s := 0.356 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \rho_s := 910 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\lambda_m := 0.135 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad C_{pm} := 2.2 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\rho_m := 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \lambda_p := 138 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\mu_0 := 9.8 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^{\text{np}}$$

Решение:

$$t_0 := D \quad W_n := (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) \quad W_n = 0.077 \text{ m}$$

$$V_{sz} := \frac{G_0}{\rho_s \cdot h \cdot W_n} \quad a := \frac{\lambda_s}{\rho_s \cdot C_{ps} \cdot V_{sz}} \quad T_s := \frac{T_b + T_p}{2}$$

$$V_{cx} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\phi_0) \quad V_{cz} := \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\phi_0)$$

$$T_{bp} := T_b - T_p$$

$$T_{sp} := T_s - T_p$$

$$V_b := \left[(V_{cz} - V_{sz})^2 + V_{cx}^2 \right]^{\frac{\text{np}+1}{2}} \quad V_b = 0.055 \text{ m}^{1.513} \text{ s}^{-1.513}$$

$$M1 := \mu_0 \cdot \exp[-\beta \cdot (T_p - T_0)] \cdot V_b \quad M1 = 885.63 \text{ kgm}^{0.513} \text{ s}^{-3}$$

$$V_s := V_{sz}^{\text{np}+1} \quad M2 := \mu_0 \cdot \exp[-\beta \cdot (T_p - T_0)] \cdot V_s$$

$$V_s = 0.017 \text{ m}^{1.513} \text{ s}^{-1.513} \quad M2 = 274.047 \text{ kgm}^{0.513} \text{ s}^{-3} \quad \text{jm} = 50$$

$$dy := \frac{0.1 \cdot h}{\text{jm}} \quad dz := 400 \cdot dy$$

$$dy = 4.667 \times 10^{-6} \text{ m} \quad d2 := (2 \cdot \sqrt{dz})^{-1}$$


```

VV1 := | n ← 0 ⊕ zn ← 0 · m ⊕ δp ← 0.1 · h ⊕ hpn ← h - 2 · δp

        | dy ←  $\frac{h_{p_n}}{jm}$  ⊕ jmN ← jm - 1

        | while hpn > 0.1 · h

            | for j ∈ 1 .. jmN

                | yj ← j · dy

                | Tyj,n ← Tn if n = 0

                | if n > 0

                    | for k ∈ 0 .. 31

                        | h1k ← hpn · (2 · k + 1) ⊕ h2k ← 2 · hpn · k

                        | h3k ← hpn · 2 · (k + 1)

                        | b3j,k ←  $\sqrt{a^{-1}} \cdot (-y_j + h1_k)$  ⊕ b4j,k ←  $\sqrt{a^{-1}} \cdot (y_j + h1_k)$ 

                        | b5j,k ←  $\sqrt{a^{-1}} \cdot (y_j + h2_k)$  ⊕ b6j,k ←  $\sqrt{a^{-1}} \cdot (-y_j + h3_k)$ 

                        |  $K_{\delta 1} \leftarrow \left( \frac{0.9 \cdot \delta_p}{W_n} \right)^{\frac{np+1}{np}} \oplus K_{\delta 2} \leftarrow \left( \frac{0.1 \cdot h}{W_n} \right)^{\frac{np+1}{np}}$ 

                        |  $q_{pl1} \leftarrow \frac{\rho_s \cdot \lambda_p \cdot V_{cx}}{2} \cdot K_{\delta 1} \oplus q_{pl2} \leftarrow \frac{\rho_s \cdot \lambda_p \cdot V_{sz}}{2} \cdot K_{\delta 2}$ 

                        |  $q_b \leftarrow \lambda_m \cdot \frac{T_{bp}}{0.9 \cdot \delta_p} + \frac{M1}{2 \cdot (0.9 \cdot \delta_p)^{np}} - q_{pl1}$ 

                        |  $q_s \leftarrow \lambda_m \cdot \frac{T_{sp}}{0.1 \cdot h} + \frac{M2}{2 \cdot (0.1 \cdot h)^{np}} - q_{pl2}$ 

                        |  $Q_s \leftarrow \frac{q_s \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s} \oplus Q_b \leftarrow \frac{q_b \cdot \sqrt{a}}{\lambda_s}$ 

```

$$\begin{aligned}
& \text{Ty}_{j,n} \leftarrow \text{Ty}_{j,n-1} \dots \\
& \quad + Q_b \cdot \left[\sum_{k=0}^{31} \left[\begin{array}{c} -b_{3j,k} \cdot \text{erfc}(b_{3j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b_{3j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \right] \dots \\
& \quad + \sum_{k=0}^{31} \left[\begin{array}{c} -b_{4j,k} \cdot \text{erfc}(b_{4j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b_{4j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \\
& \quad + Q_s \cdot \left[\sum_{k=0}^{31} \left[\begin{array}{c} -b_{5j,k} \cdot \text{erfc}(b_{5j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b_{5j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \right] \dots \\
& \quad + \sum_{k=0}^{31} \left[\begin{array}{c} -b_{6j,k} \cdot \text{erfc}(b_{6j,k} \cdot d2) \dots \\ + 2 \cdot \sqrt{\frac{dz}{\pi}} \cdot \exp[-(b_{6j,k} \cdot d2)^2] \end{array} \right] \dots \\
& \text{if } j = \text{jmN} \\
& \quad \text{jmN} \leftarrow \text{jmN} - 1 \oplus h_{p_n} \leftarrow h_{p_n} - dy \text{ if } \text{Ty}_{\text{jmN},n} > T_p \\
& \quad \text{if } \text{Ty}_{1,n} > T_p \\
& \quad \quad \text{for } jj \in 1.. \text{jmN} - 1 \\
& \quad \quad \quad \text{Ty}_{jj,n} \leftarrow \text{Ty}_{jj+1,n} \\
& \quad \quad \quad h_{p_n} \leftarrow h_{p_n} - dy \oplus \text{jmN} \leftarrow \text{jmN} - 1 \\
& \text{jk} \leftarrow j - 1 \\
& \text{TY}_{jk,n} \leftarrow \text{Ty}_{j,n} \text{ if } j > 0 \\
& \text{TY}_{jk,n} \leftarrow T_n \text{ if } n = 0 \\
& \text{TY}_{jk,n} \leftarrow T_p \text{ if } \text{TY}_{jk,n} \geq T_p \\
& \text{TY}_{jk,n} \leftarrow T_p \text{ if } \text{TY}_{jk,n} < 303\text{K} \\
& \delta_p \leftarrow h - h_{p_n} \oplus n \leftarrow n + 1 \oplus z_n \leftarrow z_{n-1} + dz \oplus h_{p_n} \leftarrow h_{p_{n-1}} \\
& \left(\begin{array}{ccc} \text{TY} & z_n & h_p \\ \hline \text{UnitsOf}(\text{Ty}) & \text{UnitsOf}(z_n) & \text{UnitsOf}(h_p) \end{array} \right)^T
\end{aligned}$$

$$VV1 = \begin{pmatrix} \{151,1482\} \\ 2.73 \\ \{1483,1\} \end{pmatrix}$$

$$nhm := \text{rows}(VV1_2)$$

$$nhm = 1.483 \times 10^3$$

$$nh := 0..nhm - 1$$

$$Z1_p := VV1_1 \cdot m$$

$$h_p := VV1_2 \cdot m$$

$$z_{nh} := nh \cdot dz$$

$$I_{p_{nh}} := \frac{z_{nh} \cdot \sin(\phi_0)}{D}$$

$$I_{p_{nhm-1}} = 9.201$$

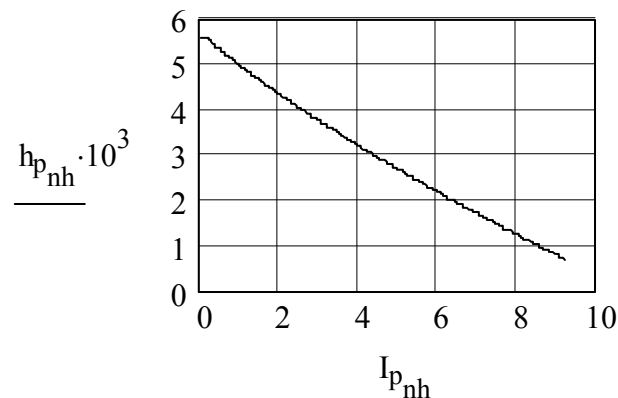


Рисунок Б.8 – График изменения высоты твердой пробки от количества витков в зоне плавления для цилиндрического сердечника при наличии зон расплава со всех сторон твердой пробки с учетом затрат тепла на межфазовый переход

$$j := 0..1480$$

$$i := 0..150$$

$$Vv := VV1_0$$

$$Tt := \begin{cases} \text{for } nh \in 0..1480 \\ \quad \text{for } j \in 0..150 \\ \quad \quad \begin{cases} V1_{j,nh} \leftarrow Vv_{j,nh} & \text{if } Vv_{j,nh} \geq 303 \\ V1_{j,nh} \leftarrow 383 & \text{if } Vv_{j,nh} < 303 \end{cases} \\ V1 \end{cases}$$

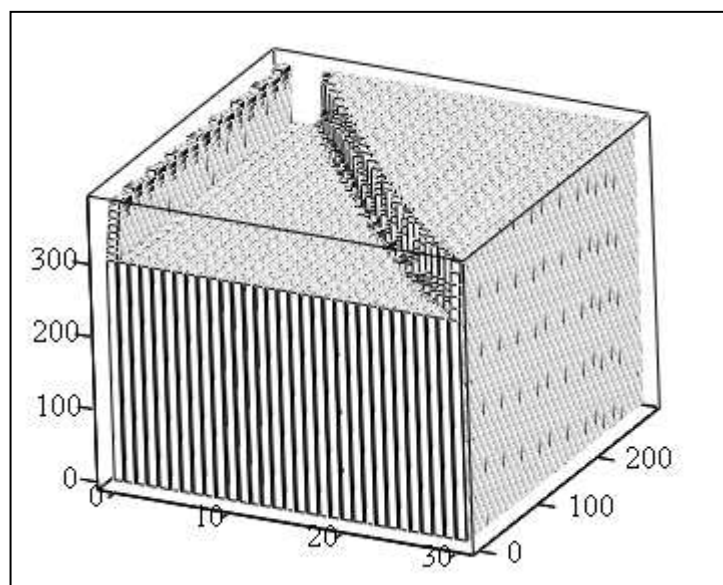
$$id := 5$$

$$jd := 5$$

```

TT := | jj ← 0 ⊕ jk ← 0
        | for j ∈ 0.. 1480
        |   if j = jj
        |     | ii ← 0 ⊕ ik ← 0
        |     |   for i ∈ 0.. 150
        |     |     if i = ii
        |     |       | T1ik ← Tti,j
        |     |       |   ii ← id·(ik + 1)
        |     |       |   ik ← ik + 1
        |     |   T2 ← T1 if jk = 0
        |     |   T3 ← augment(T2 ,T1) if jk = 1
        |     |   T3 ← augment(T3 ,T1) if jk > 1
        |     |   jj ← jd·(jk + 1)
        |     |   jk ← jk + 1
        |   T3

```



T_T

Рисунок Б.9 – объемный график изменения температуры в зоне плавления для цилиндрического сердечника при наличии зон расплава со всех сторон твердой пробки с учетом затрат тепла на межфазовый переход

Приложение В

Разработка блоков САПР для моделирования процессов в зоне питания

Перед построением блоков САПР необходимо выбрать тип загрузочного устройства и рассчитать давление на входе в зону питания с учетом типа перерабатываемого материала. Если выбрать простейший вариант, а именно бункер, который показан на рис. 5.7, то надо воспользоваться уравнениями (5.5) – (5.8).

Далее необходимо найти угол транспортирования θ , используя одну из формул, например, (5.11) или (5.12), (5.20), (5.54), или другую.

На следующем этапе ввести блок аппроксимационных зависимостей основных теплофизических характеристик перерабатываемого материала (плотности, коэффициентов теплоемкости и теплопроводности) и коэффициента трения в соответствии с экспериментальными кривыми [188]. Для коэффициента трения можно воспользоваться рис. 5.1 – 5.4.

Следует отметить, что для многих полимерных материалов при реальных условиях проведения процесса в зоне питания, изменения величин λ_s , C_{ps} и ρ_s в зависимости от температуры и давления не приводит к значительным расхождениям для коэффициента температуропроводности a_s , который используется при моделировании температурного поля. Поэтому в первом приближении значения теплофизических характеристик можно принять постоянными. Причем для плотности можно взять среднее значение между ρ_n и ρ_s .

Теплофизические характеристики материала корпуса и червяка имеют незначительное различие, в связи с чем можно записать $\lambda_a = \lambda_b = \lambda_{ct}$.

При пошаговом расчете зоны питания надо весь объем данной зоны, кстати, как и для зон дозирования и плавления, разбить на отдельные отрезки вдоль осей y и z . Лучше все величины представить в виде векторов и тензоров второго ранга.

В приложении В.1 (блок САПР-11) моделируются неизотермические процессы в зоне питания, которые удовлетворяют граничным условиям (5.70) с учетом (5.71) и (5.72), то есть используется температурное поле в виде уравнения (5.79).

Что же касается блока САПР-12 (приложение В.2), то в нем температурное поле моделируется с учетом граничных условий (5.87), то есть, используется температурное поле в виде уравнения (5.102) с учетом выражений (5.94) и (5.97).

Главными частями этих двух блоков САПР является подпрограмма, которая определяет вектор VP , где рассчитываются: температурное поле, мощность и давление, возникающее в зоне питания в соответствии с формулой (5.63), мощность при этом определяется по уравнению (5.65) с учетом выражений (5.66) и (5.67).

Следует отметить, что в подпрограмме *VP* для блока САПР-10 введен программный блок, который оптимизирует граничные температуры, то есть температуру на внешней поверхности корпуса T_b и температуру на внутренней поверхности червяка T_a . Эта оптимизация состоит в том, что находится такое соотношение между T_b и T_a , при котором давление в конце зоны питания будет иметь максимальное значение.

Для блока САПР-12 такой программный блок отсутствует, здесь задаются конкретные значения для T_b и T_a .

Кроме того, следует отметить, что подпрограммы *VP* в обоих блоках САПР имеют также программные блоки для решения систем уравнений, определяющих граничные значения температур на поверхностях твердой пробки полимерного материала, используя при этом уравнения (5.82) и (5.83) для блока САПР-11 и уравнение в матричной форме (5.103) для блока САПР-12. Причем для решения данных систем уравнений используется функция *lsolve*.

В.1 Блок САПР-11: моделирование работы зоны питания при задании на внешних поверхностях разверток корпуса и сердечника граничных условий первого рода

Исходные данные для бункера:

$$\begin{aligned}\delta_T &:= 33 \cdot \text{deg} & f_\omega &:= 0.3 \\ \alpha &:= 45 \cdot \text{deg} & h_1 &:= 40 \cdot \text{mm} \\ \rho_n &:= 595 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & h_0 &:= 200 \cdot \text{mm} \\ h_2 &:= 400 \cdot \text{mm} & D_\delta &:= 400 \cdot \text{mm}\end{aligned}$$

Исходные данные для экструдера:

$$\begin{aligned}D &:= 0.09 \cdot \text{m} & N_0 &:= 2.5 \cdot \text{s}^{-1} \\ S_0 &:= 9 \cdot \text{mm} & h_z &:= 10 \cdot \text{mm} \\ t_0 &:= D & h_a &:= 15 \cdot \text{mm} \\ T_n &:= 303 \cdot \text{K} & T_p &:= 383 \cdot \text{K} & h_b &:= 20 \cdot \text{mm} & G_d &:= 180 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{hr}}\end{aligned}$$

$$\rho_m := 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \lambda_{\text{ct}} := 40 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \lambda_s := 0.356 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad C_{\text{ps}} := 1.9 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Решение:

$$K_\delta := \frac{1 - \sin(\delta_T)}{1 + \sin(\delta_T)} \quad \alpha_1 := \frac{2 \cdot f_\omega \cdot K_\delta}{\tan(\alpha)}$$

$$P_0 := \frac{\rho_n \cdot g \cdot D_\delta}{4 \cdot f_\omega \cdot K_\delta} \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-4 \cdot f_\omega \cdot K_\delta \cdot h_2}{D_\delta}\right) \right)$$

$$P_1 := \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^{\alpha_1} \cdot P_0 + \frac{\rho_n \cdot g \cdot h_1}{\alpha_1 - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^{\alpha_1 - 1} \right]$$

$$P_0 = 1.966 \times 10^3 \text{ Pa} \quad Q_Z := \frac{G_d}{\rho_m}$$

$$P_1 = 2.262 \times 10^3 \text{ Pa} \quad \phi_0 := \text{atan}\left(\frac{t_0}{\pi \cdot D}\right) \quad V_c := \pi \cdot D \cdot N_0 \quad \phi_0 = 17.657 \text{ deg}$$

$$V_c = 0.707 \text{ ms}^{-1} \quad Q_Z = 6.173 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad \Theta := 5 \cdot \text{deg} \quad h_{22} := h_Z \cdot \pi \cdot D \cdot N_0$$

$$\Theta := \text{root}\left[Q_Z - (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) \cdot h_{22} \cdot \frac{\sin(\Theta)}{\sin(\Theta + \phi_0)}, \Theta\right]$$

$$\Theta = 0.032 \quad \Theta = 1.829 \text{ deg} \quad \text{ii} := 0..6 \quad \text{jj} := 0..10$$

$$\text{MTP} := \begin{pmatrix} 293 & 1 \cdot 10^6 \\ 323 & 4 \cdot 10^6 \\ 343 & 7 \cdot 10^6 \\ 373 & 10 \cdot 10^6 \end{pmatrix} \quad \text{fTP} := \begin{pmatrix} 0.55 & 0.5 & 0.45 & 0.375 \\ 0.605 & 0.58 & 0.43 & 0.325 \\ 0.66 & 0.458 & 0.33 & 0.242 \\ 0.45 & 0.18 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$$

$$\text{fv} := \text{pspline}(\text{MTP}, \text{fTP})$$

$$T1 := 293, 313..373 \quad P1 := 1 \cdot 10^6, 3 \cdot 10^6..11 \cdot 10^6$$

$$f(T1, P1) := \text{interp}\left[fv, MTP, fTP, \begin{pmatrix} T1 \\ P1 \end{pmatrix}\right]$$

$$f(303, 5 \cdot 10^6) = 0.538$$

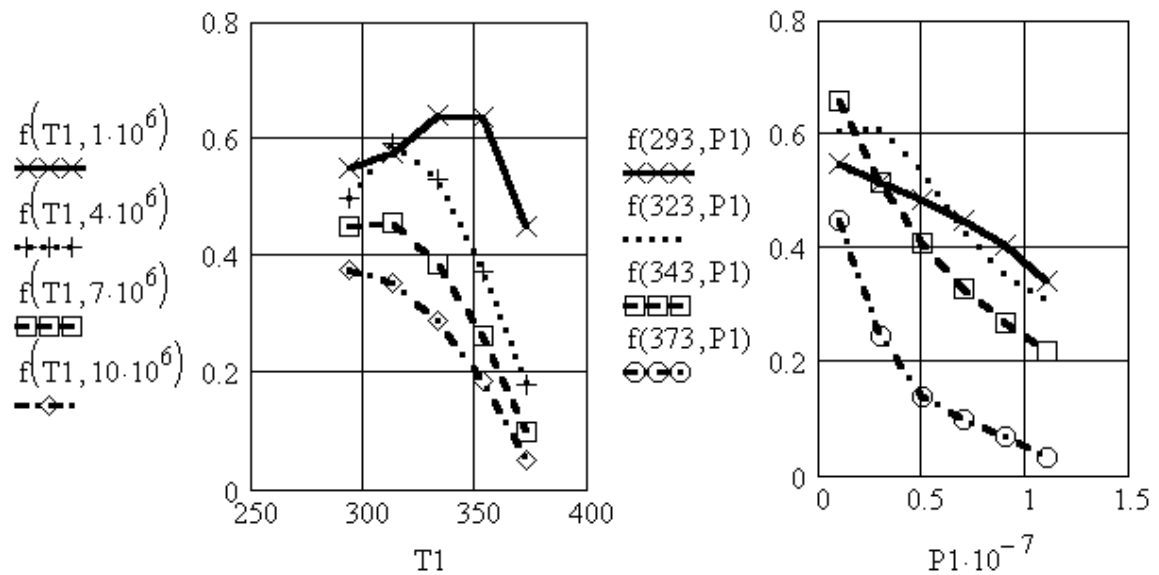


Рисунок В.1 – Графики изменения коэффициента трения от температуры при разных значениях давления (а) и от давления при разных значениях температуры (б) для полиэтилена низкой плотности, полученные после интерполяции

$$n_z := 4 \quad L_z := \frac{n_z \cdot D}{\sin(\phi_0)} \quad L_z = 1.187 \text{ m} \quad W_n := (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0)$$

$$im := 10 \quad jm := 20 \quad iy := 0..im \quad jz := 0..jm \quad dy := \frac{h_z}{im} \quad dz := \frac{L_z}{jm}$$

$$z_{jz} := dz \cdot jz \quad y_{iy} := \frac{-h_z}{2} + dy \cdot iy \quad V_p := \frac{Q_z}{W_n \cdot h_z} \quad V_p = 0.08 \text{ m s}^{-1}$$

$$\rho_{sn} := \frac{\rho_n + \rho_m}{2} \quad \Theta_s := \text{atan}\left[\left(\frac{V_c \cdot W_n \cdot h_z \cdot \rho_{sn}}{Q_z \cdot \rho_m \cdot \sin(\phi_0)} - \cot(\phi_0)\right)^{-1}\right] \quad \Theta_s = 0.045$$

$$a := \frac{\lambda_s}{C_{ps} \cdot \rho_{sn}} \quad \alpha_v := \sqrt{\frac{V_p}{a}} \quad \alpha_v = 547.587 \text{ m}^{-0.5} \quad kk := 19 \quad k := 0..kk$$

$$b1_{iy,k} := \alpha_v \cdot \left[-y_{iy} + \frac{h_z}{2} \cdot (2 \cdot k + 1)\right] \quad b2_{iy,k} := \alpha_v \cdot \left[y_{iy} + \frac{h_z}{2} \cdot (2 \cdot k + 1)\right]$$

$$a2 := \frac{\lambda_{ct}}{h_b \cdot 2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v} \quad a1 := \frac{\lambda_{ct}}{h_a \cdot 2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v} \quad k1 := 1, 3..kk \quad k2 := 0, 2..kk$$

$$\text{TMz}_{iy,jz} := 2 \cdot \left[\sum_{k1} \left[-b1_{iy,k1} \cdot \left(\text{if} \left(z_{jz} = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{b1_{iy,k1}}{2 \cdot \sqrt{z_{jz}}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \text{if} \left[z_{jz} = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_{jz}}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(b1_{iy,k1})^2}{4 \cdot z_{jz}} \right] \right] \right. \\ \left. + \sum_{k2} \left[-b2_{iy,k2} \cdot \left(\text{if} \left(z_{jz} = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{b2_{iy,k2}}{2 \cdot \sqrt{z_{jz}}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \text{if} \left[z_{jz} = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_{jz}}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(b2_{iy,k2})^2}{4 \cdot z_{jz}} \right] \right] \right] \right]$$

$$\text{TPz}_{iy,jz} := 2 \cdot \left[\sum_{k2} \left[-b1_{iy,k2} \cdot \left(\text{if} \left(z_{jz} = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{b1_{iy,k2}}{2 \cdot \sqrt{z_{jz}}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \text{if} \left[z_{jz} = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_{jz}}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(b1_{iy,k2})^2}{4 \cdot z_{jz}} \right] \right] \right. \\ \left. + \sum_{k1} \left[-b2_{iy,k1} \cdot \left(\text{if} \left(z_{jz} = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{b2_{iy,k1}}{2 \cdot \sqrt{z_{jz}}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \text{if} \left[z_{jz} = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_{jz}}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(b2_{iy,k1})^2}{4 \cdot z_{jz}} \right] \right] \right] \right]$$

$$ja := 0..80$$

$$jb := 0..80$$

$$T_{b_{jb}} := 293 \cdot K + jb \cdot K$$

$$T_{a_{ja}} := 293 \cdot K + ja \cdot K$$

$$\text{VP} := \left| \begin{array}{l} \text{ip} \leftarrow 0 \\ P_{z_1} \leftarrow P_1 \cdot Pa^{-1} \\ F_{b_1} \leftarrow 0 \cdot K \cdot m^{-0.5} \oplus F_{s_1} \leftarrow 0 \cdot K \cdot m^{-0.5} \\ \text{for } iy \in 0..im \\ \quad T1_{z_{iy,0}} \leftarrow Tn \\ \text{for } ja \in 0..80 \\ \quad \text{for } jb \in 0..80 \\ \quad \quad \text{for } jz \in 1..jm \\ \quad \quad \quad MT_{0,0} \leftarrow -a1 \cdot TMz_{0,jz} - 1 \oplus MT_{0,1} \leftarrow -a2 \cdot TPz_{0,jz} \\ \quad \quad \quad MT_{1,0} \leftarrow -a1 \cdot TMz_{im,jz} \oplus MT_{1,1} \leftarrow -(a2 \cdot TPz_{im,jz} + 1) \\ \quad \quad \quad V_0 \leftarrow -[Tn + (a1 \cdot T_{a_{ja}} + F_{s_{jz}}) \cdot TMz_{0,jz} + (a2 \cdot T_{b_{jb}} + F_{b_{jz}}) \cdot TPz_{0,jz}] \end{array} \right|$$

```

V1 ← -[ Tn + (a1·Taja + Fsjz)·TMZim,jz + (a2·Tbjb + Fbjz)·TPZim,jz ]
Tgr ← lsolve(MT,V)
T0jz ← Tgr0·K-1 ⊕ Timjz ← Tgr1·K-1
fbjz+1 ← f(Timjz,Pzjz) ⊕ fbjz+1 ← if(fbjz+1 ≤ 0,0,fbjz+1)
fsjz+1 ← f(T0jz,Pzjz) ⊕ fsjz+1 ← if(fsjz+1 ≤ 0,0,fsjz+1)
psjz+1 ←  $\frac{[W_n \cdot (f_{b_{jz+1}} \cdot \cos(\Theta_s + \phi_0) - f_{s_{jz+1}}) - 2 \cdot h_z \cdot f_{s_{jz+1}}]}{h_z \cdot W_n} \cdot dz$ 
Pzjz+1 ← Pzjz·exp(psjz+1) ⊕ ΔP ← Pzjz + Pzjz+1
Ngjz+1 ← Vp·Pzjz+1·Pa·dz·[ fbjz+1·Wn + fsjz+1·(Wn + hz) ]
Fbjz+1 ←  $\frac{V_p \cdot f_{b_{jz+1}}}{4 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot \Delta P \cdot Pa$  ⊕ Fsjz+1 ←  $\frac{V_p \cdot f_{s_{jz+1}}}{4 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot \Delta P \cdot Pa$ 
for iy ∈ 0..im
    T1ziy,jz ← T0jz·K if iy = 0
    T1ziy,jz ← Timjz·K if iy = im
    T1ziy,jz ←  $\left[ Tn + \left[ a1 \cdot (T_{a_{ja}} - T0_{jz} \cdot K) + F_{s_{jz}} \right] \cdot TMZ_{iy,jz} \dots \right. \\ \left. + \left[ a2 \cdot (T_{b_{jb}} - Tim_{jz} \cdot K) + F_{b_{jz}} \right] \cdot TPZ_{iy,jz} \right]$  otherwise
Pmip ← Pzjm+1
Pmax ← Pm0 if ip = 0
if Pmip ≥ Pmax
    VP0 ← Pz
    VP1 ← T1z·K-1
    VP2 ←  $\sum_{jz=1}^{jm} Ng_{jz} \cdot W^{-1}$  ⊕ VP3 ← Taja·K-1 ⊕ VP4 ← Tbjb·K-1
    Pmax ← Pmip
ip ← ip + 1

```

VP

$$VP = \begin{pmatrix} \{22,1\} \\ \{11,21\} \\ 731.719 \\ 304 \\ 349 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{lll} P1_z := VP_0 \cdot Pa & T_z := VP_1 \cdot K & Ng := VP_2 \cdot W \\ Ng = 731.719 W & T_a := VP_3 \cdot K & T_b := VP_4 \cdot K \\ T_b = 349 K & T_a = 304 K & \end{array}$$

$$P_{\max} := \max(P1_z) \quad P_{\max} = 3.205 \times 10^5 Pa$$

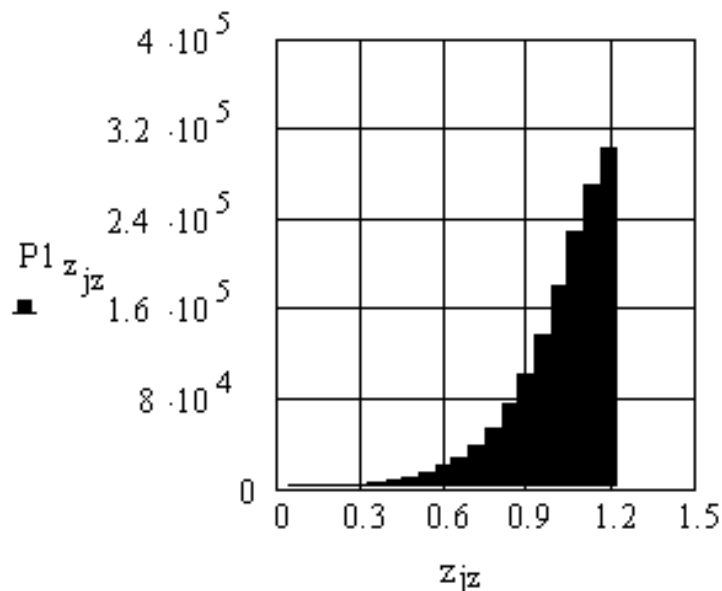


Рисунок В.2 – График изменения давления вдоль винтового канала в зоне питания при задании на внешних поверхностях разверток корпуса и сердечника граничных условий первого рода

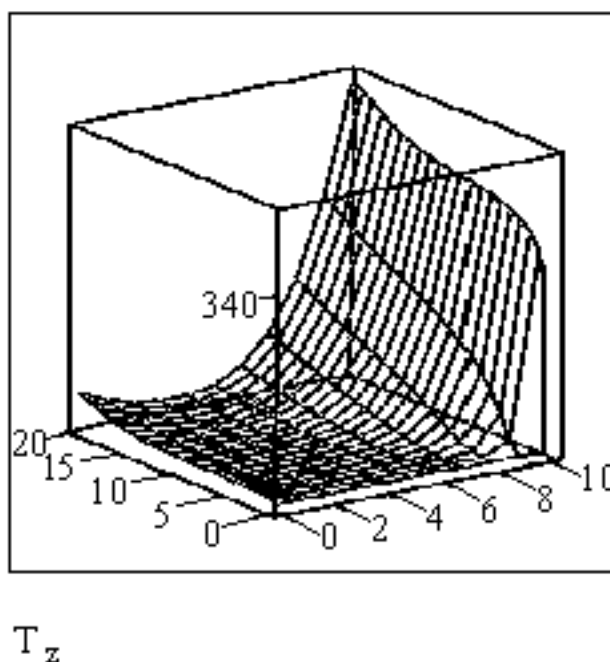


Рисунок В.3 – Объемный график изменения температуры в зоне питания при задании на внешних поверхностях разверток корпуса и сердечника граничных условий первого рода

В.2 Блок САПР-12: моделирование работы зоны питания при задании на внешних поверхностях разверток корпуса и сердечника граничных условий третьего рода (конвективный теплообмен)

Исходные данные для бункера:

$$\begin{aligned}\delta_T &:= 33 \cdot \text{deg} & f_\omega &:= 0.3 & \alpha &:= 45 \cdot \text{deg} & h_0 &:= 200 \cdot \text{mm} \\ h_1 &:= 40 \cdot \text{mm} & h_2 &:= 400 \cdot \text{mm} & D_\delta &:= 400 \cdot \text{mm} & \rho_n &:= 595 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\end{aligned}$$

Исходные данные для экструдера:

$$\begin{aligned}D &:= 0.09 \cdot \text{m} & N_0 &:= 2.0 \cdot \text{s}^{-1} & S_0 &:= 9 \cdot \text{mm} & t_0 &:= D & h_a &:= 20 \cdot \text{mm} \\ T_n &:= 303 \cdot \text{K} & T_p &:= 383 \cdot \text{K} & h_g &:= 10 \cdot \text{mm} & h_b &:= 18 \cdot \text{mm} \\ G_d &:= 180 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{hr}} \\ \rho_m &:= 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & \lambda_s &:= 0.356 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \\ \lambda_{ct} &:= 46.5 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} & C_{ps} &:= 1.9 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\end{aligned}$$

Решение:

$$K_\delta := \frac{1 - \sin(\delta_T)}{1 + \sin(\delta_T)} \qquad \alpha_1 := \frac{2 \cdot f_\omega \cdot K_\delta}{\tan(\alpha)}$$

$$P_0 := \frac{\rho_n \cdot g \cdot D_\delta}{4 \cdot f_\omega \cdot K_\delta} \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-4 \cdot f_\omega \cdot K_\delta \cdot h_2}{D_\delta}\right) \right) \qquad P_0 = 1.966 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$P_1 := \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^{\alpha_1} \cdot P_0 + \frac{\rho_n \cdot g \cdot h_1}{\alpha_1 - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^{\alpha_1 - 1} \right] \qquad P_1 = 2.262 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\phi_0 := \text{atan}\left(\frac{t_0}{\pi \cdot D}\right) \quad V_c := \pi \cdot D \cdot N_0$$

$$Q_z := \frac{G_d}{\rho_m} \quad ii := 0..6$$

$$\phi_0 = 17.657 \text{ deg} \quad V_c = 0.565 \text{ ms}^{-1}$$

$$Q_z = 6.173 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad jj := 0..10$$

$$\text{MTP} := \begin{pmatrix} 293 & 1 \cdot 10^6 \\ 323 & 4 \cdot 10^6 \\ 343 & 7 \cdot 10^6 \\ 373 & 10 \cdot 10^6 \end{pmatrix} \quad \text{fTP} := \begin{pmatrix} 0.55 & 0.5 & 0.45 & 0.375 \\ 0.605 & 0.58 & 0.43 & 0.325 \\ 0.66 & 0.458 & 0.33 & 0.242 \\ 0.45 & 0.18 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$$

$$\text{fv} := \text{pspline}(\text{MTP}, \text{fTP})$$

$$P1 := 1 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa}, 3 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa}.. 11 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} \quad T1 := 293\text{K}, 313\text{K}.. 373\text{K}$$

$$f(T1, P1) := \text{interp}\left[\text{fv}, \text{MTP}, \text{fTP}, \begin{pmatrix} T1 \\ P1 \end{pmatrix}\right]$$

$$n_z := 4 \quad L_z := \frac{n_z \cdot D}{\sin(\phi_0)} \quad L_z = 1.187 \text{ m} \quad W_n := (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0)$$

$$im := 10 \quad iy := 0..im \quad jm := 20 \quad jz := 0..jm$$

$$dy := \frac{h_g}{im} \quad dz := \frac{L_z}{jm}$$

$$y_{iy} := \frac{-h_g}{2} + dy \cdot iy \quad z_{jz} := dz \cdot jz$$

$$V_p := \frac{Q_z}{W_n \cdot h_g} \quad V_p = 0.08 \text{ ms}^{-1} \quad \rho_{sn} := \frac{\rho_n + \rho_m}{2}$$

$$\Theta_s := \operatorname{atan}\left[\left(\frac{V_c \cdot W_n \cdot h_g \cdot \rho_{sn}}{Q_z \cdot \rho_m \cdot \sin(\phi_0)} - \cot(\phi_0)\right)^{-1}\right] \quad \Theta_s = 0.058 \quad \Theta_s = 3.351 \text{ deg}$$

$$a := \frac{\lambda_s}{C_{ps} \cdot \rho_{sn}} \quad \alpha_v := \sqrt{\frac{V_p}{a}} \quad \alpha_v = 547.587 \text{ m}^{-0.5} \quad \alpha_{ck} := 3.549 \cdot 10^3 \cdot \frac{W}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\alpha_{cs} := \alpha_{ck} \quad kk := 19 \quad k := 0..kk$$

$$D1_{iy,k} := \alpha_v \cdot \left[-\left(y_{iy} - \frac{h_g}{2} \right) + h_g \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$$

$$D2_{iy,k} := \alpha_v \cdot \left[\left(y_{iy} - \frac{h_g}{2} \right) + h_g \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$$

$$D3_{iy,k} := \alpha_v \cdot \left[-\left(y_{iy} + \frac{h_g}{2} \right) + h_g \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$$

$$D4_{iy,k} := \alpha_v \cdot \left[\left(y_{iy} + \frac{h_g}{2} \right) + h_g \cdot (2 \cdot k + 1) \right]$$

$$a_s := \frac{\lambda_{ct} \cdot \alpha_{cs}}{\lambda_s \cdot \alpha_v \cdot (\lambda_{ct} + \alpha_{cs} \cdot h_a)}$$

$$a_b := \frac{\lambda_{ct} \cdot \alpha_{ck}}{\lambda_s \cdot \alpha_v \cdot (\lambda_{ct} + \alpha_{ck} \cdot h_b)}$$

$$a_{ck} := \left(1 - \frac{\alpha_{ck} \cdot h_b}{\lambda_{ct} + \alpha_{ck} \cdot h_b} \right) \cdot \frac{\alpha_{ck}}{\lambda_s \cdot \alpha_v}$$

$$a_{cs} := \left(1 - \frac{\alpha_{cs} \cdot h_a}{\lambda_{ct} + \alpha_{cs} \cdot h_a} \right) \cdot \frac{\alpha_{cs}}{\lambda_s \cdot \alpha_v}$$

$$a_s = 7.206 \text{ m}^{-0.5} \quad a_b = 7.669 \text{ m}^{-0.5}$$

$$a_{ck} = 7.669 \text{ m}^{-0.5} \quad a_{cs} = 7.206 \text{ m}^{-0.5}$$

$$T_{cs} := 303 \cdot \text{K} \quad T_{ck} := 363 \cdot \text{K}$$

$$EX_{1_{iy,jz}} := \left[\sum_k \left[-D1_{iy,k} \cdot \left(\text{if} \left(z_{jz} = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{D1_{iy,k}}{2 \cdot \sqrt{z_{jz}}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \text{if} \left[z_{jz} = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_{jz}}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(D1_{iy,k})^2}{4 \cdot z_{jz}} \right] \right] \right] \\ + \sum_k \left[-D2_{iy,k} \cdot \left(\text{if} \left(z_{jz} = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{D2_{iy,k}}{2 \cdot \sqrt{z_{jz}}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \\ \left. + \text{if} \left[z_{jz} = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_{jz}}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(D2_{iy,k})^2}{4 \cdot z_{jz}} \right] \right] \right] \right]$$

$$EX_{2_{iy,jz}} := \left[\sum_k \left[-D3_{iy,k} \cdot \left(\text{if} \left(z_{jz} = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{D3_{iy,k}}{2 \cdot \sqrt{z_{jz}}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \text{if} \left[z_{jz} = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_{jz}}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(D3_{iy,k})^2}{4 \cdot z_{jz}} \right] \right] \right] \\ + \sum_k \left[-D4_{iy,k} \cdot \left(\text{if} \left(z_{jz} = 0, 1, \text{erfc} \left(\frac{D4_{iy,k}}{2 \cdot \sqrt{z_{jz}}} \right) \right) \right) \dots \right] \dots \\ \left. + \text{if} \left[z_{jz} = 0, 0, 2 \cdot \sqrt{\frac{z_{jz}}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(D4_{iy,k})^2}{4 \cdot z_{jz}} \right] \right] \right] \right]$$

$$\begin{array}{l} VP := \left| \begin{array}{l} ip \leftarrow 0 \\ P_{z_1} \leftarrow P_1 \cdot Pa^{-1} \\ F_{b_1} \leftarrow 0 \cdot K \cdot m^{-0.5} \oplus F_{s_1} \leftarrow 0 \cdot K \cdot m^{-0.5} \\ \text{for } iy \in 0..im \\ \quad T1_{z_{iy,0}} \leftarrow Tn \\ \text{for } jz \in 1..jm \\ \quad \left| \begin{array}{l} MT_{0,0} \leftarrow a_s \cdot EX_{1_{0,jz}} - 1 \oplus MT_{0,1} \leftarrow -a_b \cdot EX_{2_{0,jz}} \\ MT_{1,0} \leftarrow a_s \cdot EX_{1_{im,jz}} \oplus MT_{1,1} \leftarrow -(a_b \cdot EX_{2_{im,jz}} + 1) \\ V_0 \leftarrow -Tn + \left(a_{cs} \cdot T_{cs} + F_{s_{jz}} \right) \cdot EX_{1_{0,jz}} \dots \\ \quad + \left(-a_{ck} \cdot T_{ck} + F_{b_{jz}} \right) \cdot EX_{2_{0,jz}} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{aligned}
& V_1 \leftarrow -Tn + \left(a_{cs} \cdot T_{cs} + F_{s_{jz}} \right) \cdot EX_{1_{im,jz}} \dots \\
& \quad + \left(-a_{ck} \cdot T_{ck} + F_{b_{jz}} \right) \cdot EX_{2_{im,jz}} \\
& Tgr \leftarrow \text{lsolve}(MT, V) \\
& T0_{jz} \leftarrow Tgr_0 \cdot K^{-1} \oplus Tim_{jz} \leftarrow Tgr_1 \cdot K^{-1} \\
& f_{b_{jz+1}} \leftarrow f(Tim_{jz}, P_{z_{jz}}) \oplus f_{s_{jz+1}} \leftarrow f(T0_{jz}, P_{z_{jz}}) \\
& f_{b_{jz+1}} \leftarrow \text{if}(f_{b_{jz+1}} \leq 0, 0, f_{b_{jz+1}}) \\
& f_{s_{jz+1}} \leftarrow \text{if}(f_{s_{jz+1}} \leq 0, 0, f_{s_{jz+1}}) \\
& ps_{jz+1} \leftarrow \frac{\left[W_n \cdot (f_{b_{jz+1}} \cdot \cos(\Theta_s + \phi_0) - f_{s_{jz+1}}) - 2 \cdot h_g \cdot f_{s_{jz+1}} \right]}{h_g \cdot W_n} \cdot dz \\
& P_{z_{jz+1}} \leftarrow P_{z_{jz}} \cdot \exp(ps_{jz+1}) \oplus \Delta P \leftarrow P_{z_{jz}} + P_{z_{jz+1}} \\
& Ng_{jz+1} \leftarrow V_p \cdot P_{z_{jz+1}} \cdot Pa \cdot dz \cdot \left[f_{b_{jz+1}} \cdot W_n + f_{s_{jz+1}} \cdot (W_n + h_g) \right] \\
& F_{s_{jz+1}} \leftarrow \frac{V_p \cdot f_{s_{jz+1}}}{2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot \Delta P \cdot Pa \oplus F_{b_{jz+1}} \leftarrow \frac{V_p \cdot f_{b_{jz+1}}}{2 \cdot \lambda_s \cdot \alpha_v} \cdot \Delta P \cdot Pa \\
& \text{for } iy \in 0..im \\
& \quad \left| \begin{aligned}
& T1_{z_{iy,jz}} \leftarrow T0_{jz} \cdot K \text{ if } iy = 0 \\
& T1_{z_{iy,jz}} \leftarrow Tim_{jz} \cdot K \text{ if } iy = im \\
& T1_{z_{iy,jz}} \leftarrow Tn - \left(a_{cs} \cdot T_{cs} - a_s \cdot T0_{jz} \cdot K + F_{s_{jz}} \right) \cdot EX_{1_{iy,jz}} \dots \text{ otherwise} \\
& \quad + \left(a_{ck} \cdot T_{ck} - a_b \cdot Tim_{jz} \cdot K - F_{b_{jz}} \right) \cdot EX_{2_{iy,jz}}
\end{aligned} \right. \\
& NS \leftarrow \sum_{jz=1}^{jm} Ng_{jz} \\
& \left(P_z \quad \frac{T1_z}{\text{UnitsOf}(T1_z)} \quad \frac{NS}{\text{UnitsOf}(NS)} \right)^T \\
& VP = \begin{pmatrix} \{22,1\} \\ \{11,21\} \\ 905.33 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$P_z := VP_0 \cdot Pa$$

$$T_z := VP_1 \cdot K$$

$$N_g := VP_2 \cdot W$$

$$N_g = 905.33 \text{ W}$$

$$P_{\max} := \max(P_z)$$

$$P_{\max} = 2.853 \times 10^5 \text{ Pa}$$

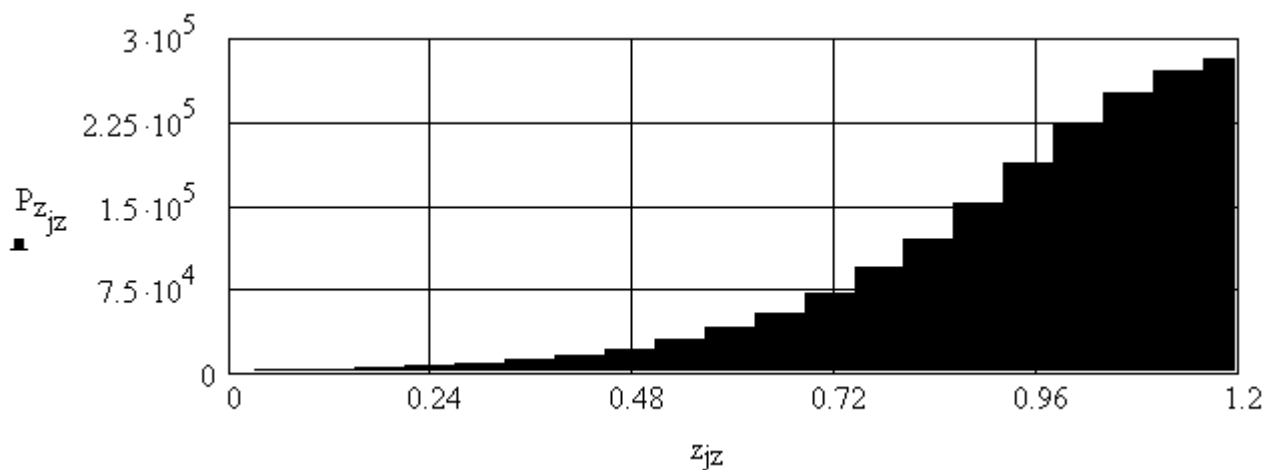
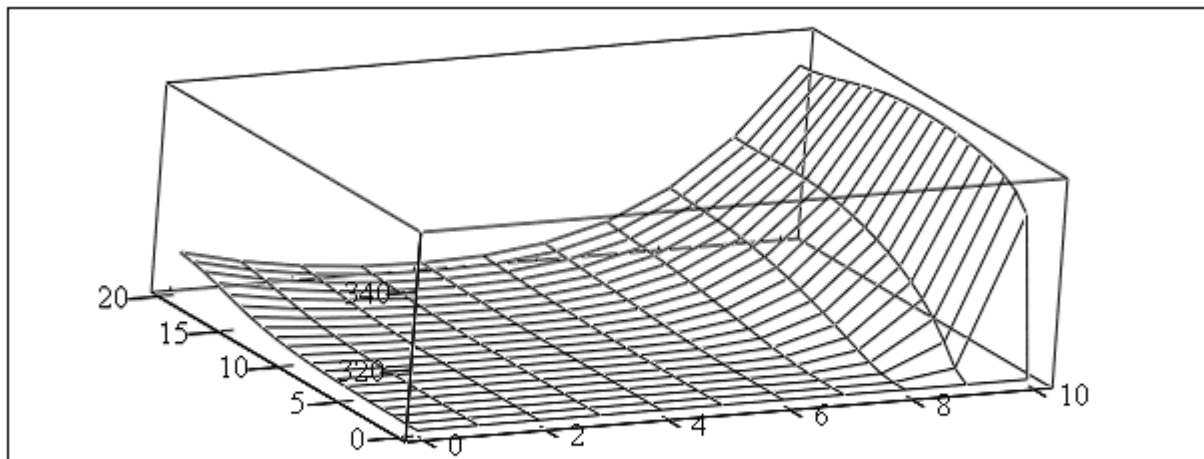


Рисунок В.4 – График изменения давления вдоль винтового канала в зоне питания при задании на внешних поверхностях разверток корпуса и сердечника граничных условий третьего рода



T_z

Рисунок В.5 – Объемный график изменения температуры в зоне питания при задании на внешних поверхностях разверток корпуса и сердечника граничных условий третьего рода

Приложение Г

Разработка блока САПР для моделирования процессов в рабочих зазорах двухчервячных экструдеров

В данном приложении приведена программа для моделирования процессов переработки только в валковых зазорах двухчервячных экструдеров.

При построении блока САПР-13 (приложение Г.1), как и для любого другого блока САПР, необходимо выбрать исходные данные, в том числе и координату выхода $x_k(\psi_k)$. После чего следует определить координату входа $x_n(\psi_n)$, используя уравнения (6.109) и (6.110).

Пакет *Mathcad* имеет встроенные программные блоки, которые могут без дополнительного программирования решать трансцендентные уравнения типа (6.109) и (6.110). Однако в данном случае при решении таких уравнений появляется особенность при $\psi = \pm \psi_k$, то есть деление на нуль. В таком случае оптимальным вариантом является построение графика зависимости $f(\psi) \sim \psi$, где $f(\psi)$ задается левой частью уравнений (6.109) и (6.110), которую можно назвать условной функцией распределения давления. Причем верхняя граница задается на интервале $\psi = \psi_k \dots -\psi p_n$, где ψp_n – предварительное значение координаты входа, которое в первом приближении, с учетом неполного заполнения C-образных секций перерабатываемым материалом, можно принять таким $\psi p_n = 10 \cdot \psi_k$. После графического определения координаты входа ψ_n (которое обозначено для гребня ψ_g , а для сердечника ψ_0) можно, если есть необходимость более точного определения этого параметра, использовать функцию *root*.

Кроме того, при взятии интегралов в уравнениях (6.109) и (6.110), процесс вычисления может сильно осциллировать и не будет достигнута достаточная сходимость, в результате чего интегралы могут быть не найдены. Поэтому в данном случае интегралы лучше выразить через суммы.

На следующем этапе определяется температурное поле по формуле (6.100) и средняя температура. Потом рассчитывается распорное усилие по формулам (6.107) и (6.108) на базе уравнений для градиентов скорости (6.105) и (6.106). И, наконец, используя формулу (6.113), находится мощность, которая расходуется в валковом зазоре.

Следует помнить, что в интегралах, которые входят в формулы (6.107) и (6.108), появляется особенность при $\psi = \pm \psi_k$, то есть подынтегральное выражение в этом случае приближается к бесконечности. Поэтому при разработке блока САПР необходимо ввести условия, которые разрешают обойти эти точки.

В блоке САПР-13 используется встроенная в пакет *Mathcad* функция *medsmooth*, которая выполняет сглаживание некоторых полученных массивов. Это необходимо делать в тех случаях, если появляются в различных точках пиковые значения. В данном случае такие значения могут появляться в точках сингулярности, а именно, при $\psi = \pm \psi_k$.

В приложении Г.2 (блок САПР-14) приведены расчеты температурного поля и мощности в С-образных секциях двухчервячного экструдера по соотношениям, приведенным в разделе 6.5.

Г1 Блок САПР-13: моделирование неизотермических процессов в валковых зазорах двухчервячных экструдеров

Исходные данные:

$$N_0 := 2 \cdot s^{-1} \quad n := 0.513$$

$$\mu_0 := 9.8 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot s^n \quad \beta := 0.0165 \cdot K^{-1}$$

$$T_n := 413 \cdot K \quad T_0 := 413 \cdot K$$

$$T_1 := 413 \cdot K \quad T_2 := 413 \cdot K$$

$$R_1 := 0.045 \cdot m \quad R_2 := 0.041 \cdot m$$

$$\delta_{r0} := 0.3 \cdot mm \quad l := 6 \cdot mm$$

$$U_1 := 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot N_0 \quad U_2 := 2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot N_0$$

$$U_1 = 0.565 \text{ ms}^{-1} \quad U_2 = 0.515 \text{ ms}^{-1}$$

$$\rho := 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad c_p := 2.22 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot K} \quad \lambda := 0.135 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot K} \quad R_{cv} := \frac{R_1 + R_2}{2}$$

$$\delta_{rc} := \frac{\delta_{r0}}{2} \quad f := \frac{U_1}{U_2} \quad f = 1.098$$

Решение:

$$x_k := 0.32 \cdot \sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}} \quad x_k = 1.149 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$j\psi := 50 \quad j := 0..j\psi \quad R_{cv} = 0.043 \text{ m}$$

$$\psi_k := \frac{x_k}{\sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}}} \quad \psi_k = 0.32 \quad \psi p_n := -10 \cdot \psi_k$$

$$d\psi_1 := \frac{(\psi_k - \psi_{p_n})}{j\psi}$$

$$\psi_{u_j} := \psi_k - j \cdot d\psi_1$$

$$d\psi_1 = 0.07$$

$$nn := \frac{2 \cdot n + 1}{n}$$

$$n11 := (n - 1)$$

$$\phi_{u_j} := -nn \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi_{u_j})^2] + (f - 1) \cdot [1 + (\psi_{u_j})^2]$$

$$\phi_{u1_j} := [nn \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi_{u_j})^2] + (f - 1) \cdot [1 + (\psi_{u_j})^2]]$$

$$\phi_{a_j} := \text{if} \left[|\phi_{u_j}| > 10^{-5}, (|\phi_{u_j}|)^{n11} \cdot \frac{\psi_k^2 - (\psi_{u_j})^2}{[1 + (\psi_{u_j})^2]^{2 \cdot n + 1}}, 0 \right]$$

$$\phi_{a1_j} := \text{if} \left[|\phi_{u1_j}| > 10^{-5}, (|\phi_{u1_j}|)^{n11} \cdot \frac{\psi_k^2 - (\psi_{u_j})^2}{[1 + (\psi_{u_j})^2]^{2 \cdot n + 1}}, 0 \right]$$

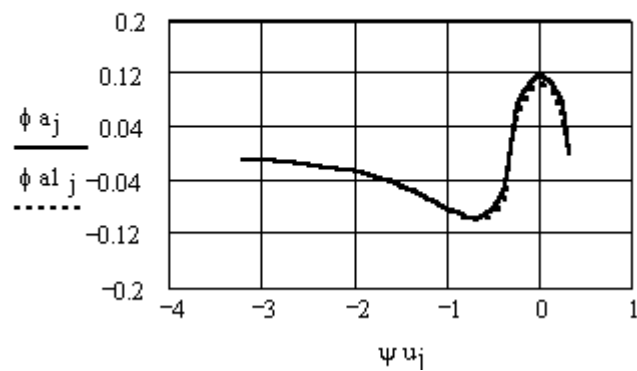


Рисунок Г.1 – Графики условных функций распределения давления

$$\phi_b := \text{medsmooth}(\phi_a, 3)$$

$$\phi_t := \text{medsmooth}(\phi_{a1}, 7)$$

$$\psi b_n := \left| \begin{array}{l} S_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 0..j\psi \\ \quad \left| \begin{array}{l} S_{j+1} \leftarrow S_j + \frac{\phi b_{j+1} + \phi b_j}{2} \cdot d\psi 1 \\ \text{break if } S_{j+1} < 0 \end{array} \right. \\ \psi u_j \leftarrow \psi_k - (j+1) \cdot d\psi 1 \end{array} \right.$$

$$\psi t_n := \left| \begin{array}{l} S_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 0..j\psi \\ \quad \left| \begin{array}{l} S_{j+1} \leftarrow S_j + \frac{\phi t_{j+1} + \phi t_j}{2} \cdot d\psi 1 \\ \text{break if } S_{j+1} < 0 \end{array} \right. \\ \psi u_j \leftarrow \psi_k - (j+1) \cdot d\psi 1 \end{array} \right.$$

$$\psi b_n = -1.088 \qquad \psi t_n = -0.877$$

$$\psi_c := \frac{\psi b_n + \psi t_n}{2} \qquad \psi_c = -0.982$$

$$im := 19 \qquad jm := 19$$

$$j := 0..jm \qquad i := 0..im$$

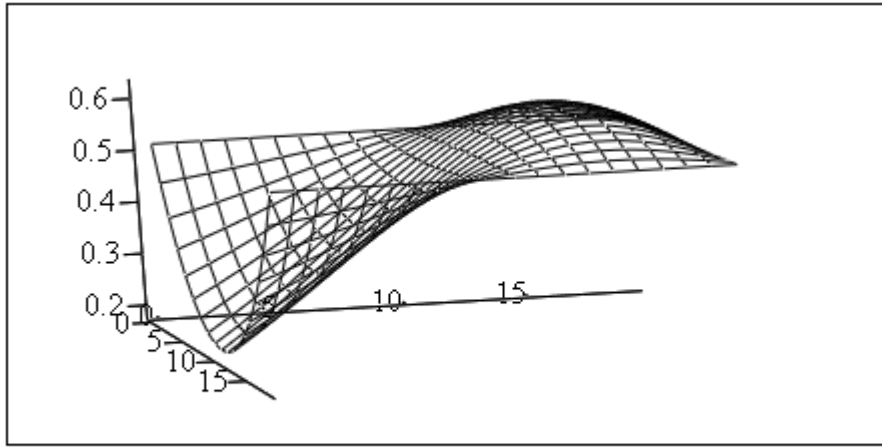
$$d\xi := \frac{2}{im} \qquad d\psi := \frac{\psi_k - \psi_c}{jm}$$

$$\psi_j := 0 + j \cdot d\psi \qquad \xi_i := -1 + i \cdot d\xi$$

$$\psi a_j := \psi_j + \psi_c \qquad \psi s_j := \psi_j + d\psi$$

$$hR_j := 1 + (\psi a_j)^2$$

$$V_{i,j} := U_2 \cdot \left[f + \frac{3 \cdot (1+f)}{4} \cdot \frac{[\psi_k^2 - (\psi a_j)^2]}{hR_j} \cdot [1 - (\xi_i)^2] + \frac{f-1}{2} \cdot (\xi_i - 1) \right]$$



V

Рисунок Г.2 – Объемный график изменения скорости

$$A_{i,j} := \frac{\rho \cdot c_p \cdot U_2}{\sqrt{2R_{cv} \cdot \delta_{rc}}} \cdot \left[f + \frac{3 \cdot (1 + f)}{4} \cdot \frac{[\psi_k^2 - (\psi a_j)^2]}{hR_j} \cdot [1 - (\xi_i)^2] + \frac{f - 1}{2} \cdot (\xi_i - 1) \right]$$

$$B_j := \frac{\lambda}{[\delta_{rc} \cdot (hR_j)]^2}$$

$$A1_{i,j} := \frac{A_{i,j}}{B_j}$$

$$Er1_{i,j} := \sum_{k=0}^{10} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{A1_{i,j}}{\psi s_j}} \cdot \frac{[-\xi_i + (2 \cdot k + 1)]}{2} \right]$$

$$Er2_{i,j} := \sum_{k=0}^{10} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{A1_{i,j}}{\psi s_j}} \cdot \frac{[\xi_i + (2 \cdot k + 1)]}{2} \right]$$

$$T3_{i,j} := \frac{T1 - T2}{2} \cdot (Er1_{i,j} - Er2_{i,j})$$

$$km := 100 \quad k := 1 .. km$$

$$KK_k := \frac{(-1)^k}{\left(k - \frac{1}{2}\right)}$$

$$PK_k := \frac{\pi}{2} \cdot (2 \cdot k - 1)$$

$$T41_{i,j} := \sum_{k=1}^{km} KK_k \cdot \cos(PK_k \cdot \xi_j) \cdot \exp\left[-(A1_{i,j})^{-1} \cdot (PK_k)^2 \cdot \psi_j\right]$$

$$T12 := T1 + T2$$

$$n1 := n + 1$$

$$D1_{i,j} := \frac{\mu_0}{A_{i,j}} \cdot \left(\frac{U_2}{2 \cdot \delta_{rc}}\right)^{n1} \cdot \left[\left| -\frac{nn \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi a_j)^2]}{(hR_j)^2} \cdot \xi_i + \frac{f - 1}{hR_j} \right| \right]^{n1}$$

$$T5_{i,j} := \frac{2}{\pi} \cdot \frac{D1_{i,j}}{(A1_{i,j})^{-1}} \cdot \sum_{k=1}^{km} \frac{KK_k}{(PK_k)^2} \cdot \cos(PK_k \cdot \xi_j) \cdot \left[1 - \exp\left[\frac{-(PK_k)^2}{A1_{i,j}} \cdot \psi_j\right] \right]$$

$$T1v_{0,0} := \left| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..jm \\ \quad \text{for } i \in 0..im \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} Tx_{i,0} \leftarrow Tn \\ Tb_{i,j} \leftarrow \exp[-\beta \cdot (Tx_{i,j} - T0)] \\ Tx_{i,j+1} \leftarrow \left[\frac{T12}{2} - Tb_{i,j} \cdot T5_{i,j} + T3_{i,j} + \frac{(T12 - 2 \cdot Tx_{i,j})}{\pi} \cdot T41_{i,j} \right] \\ Tr_{i,j} \leftarrow Tx_{i,j} \end{array} \right. \\ \quad \quad \quad Tr \end{array} \right|$$

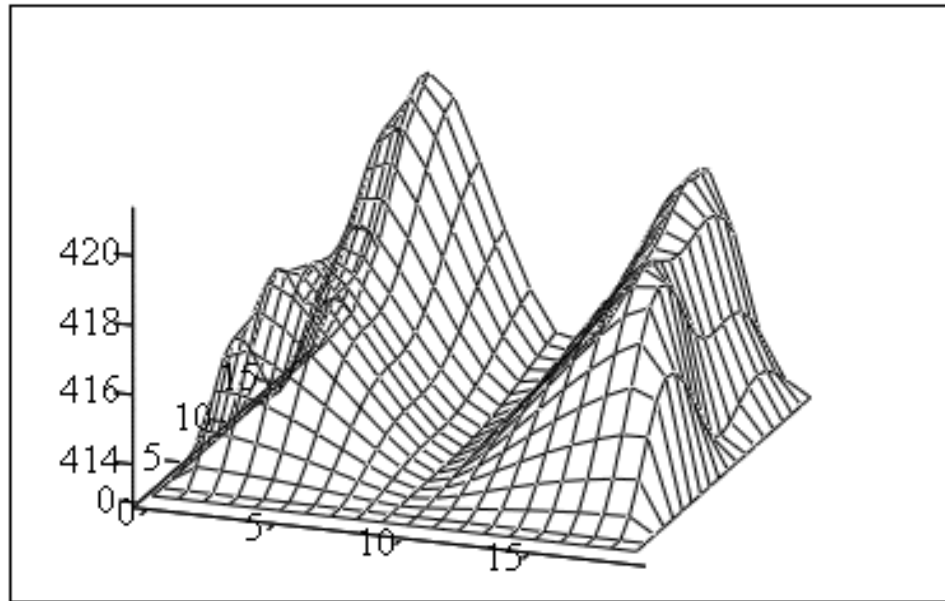
$$T1_{cp} := \text{mean}(T1v_{0,0}) \quad T1_{cp} = 415.115 \text{ K}$$

$$T1_{max} := \text{max}(T1v_{0,0}) \quad T1_{max} = 421.151 \text{ K}$$

$$j := 0..j\psi \quad d\psi b := \frac{\psi_k - \psi b_n}{j\psi}$$

$$d\psi b := \frac{\psi_k - \psi b_n}{j\psi} \quad d\psi t := \frac{\psi_k - \psi t_n}{j\psi}$$

$$\psi ub_j := \psi_k - j \cdot d\psi b \quad \psi ut_j := \psi_k - j \cdot d\psi t$$



T1v_{0,0}

Рисунок Г.3 – Объемный график изменения температуры

$$\phi_{ubj} := -nn \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi_{ubj})^2] + (f - 1) \cdot [1 + (\psi_{ubj})^2]$$

$$\phi_{utj} := [nn \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi_{utj})^2] + (f - 1) \cdot [1 + (\psi_{utj})^2]]$$

$$\phi_{b1j} := \text{if} \left[|\phi_{ubj}| > 10^{-5}, (|\phi_{ubj}|)^{n11} \cdot \frac{\psi_k^2 - (\psi_{ubj})^2}{[1 + (\psi_{ubj})^2]^{2 \cdot n + 1}}, 0 \right]$$

$$\phi_{t1j} := \text{if} \left[|\phi_{utj}| > 10^{-5}, (|\phi_{utj}|)^{n11} \cdot \frac{\psi_k^2 - (\psi_{utj})^2}{[1 + (\psi_{utj})^2]^{2 \cdot n + 1}}, 0 \right]$$

$$\phi_b := \text{medsmooth}(\phi_{b1}, 3)$$

$$\phi_t := \text{medsmooth}(\phi_{t1}, 19)$$

$$\mu_{Ub} := \mu_0 \cdot \exp[-\beta \cdot (T1_{cp} - T0)] \cdot \left(\frac{U_2}{2} \right)^n \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \delta_{rc} \cdot R_{cv}}}{\delta_{rc}^{n1}} \cdot nn \cdot (1 + f)$$

$$\phi_{bj\psi+1} := \phi_{bj\psi}$$

$$\psi b := \left| \begin{array}{l} S_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 0..j\psi \\ \quad \left| \begin{array}{l} S_{j+1} \leftarrow S_j + \frac{\phi b_{j+1} + \phi b_j}{2} \cdot d\psi b \\ S_{rj} \leftarrow S_{j+1} \end{array} \right. \\ \quad S_r \end{array} \right|$$

$$Pb_j := \mu U b \cdot \psi b_j$$

$$Pbm := \max(Pb) \quad Pbm = 5.104 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$\mu U t := \mu_0 \cdot \exp[-\beta \cdot (T1_{cp} - T0)] \cdot \left(\frac{U_2}{2}\right)^n \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \delta_{rc} \cdot R_{cv}}}{\delta_{rc}^{n1}} \cdot nn \cdot (1 + f)$$

$$\phi t_{j\psi+1} := \phi t_{j\psi}$$

$$\psi t := \left| \begin{array}{l} S_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 0..j\psi \\ \quad \left| \begin{array}{l} S_{j+1} \leftarrow S_j + \frac{\phi t_{j+1} + \phi t_j}{2} \cdot d\psi t \\ S_{rj} \leftarrow S_{j+1} \end{array} \right. \\ \quad S_r \end{array} \right|$$

$$Pt_j := \mu U t \cdot \psi t_j \quad Ptm := \max(Pt) \quad Ptm = 4.02 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$Pb_{j\psi+1} := Pb_{j\psi}$$

$$Fpb := \left| \begin{array}{l} S_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 0..j\psi \\ \quad S_{j+1} \leftarrow S_j \cdot Pa + \frac{Pb_{j+1} + Pb_j}{2} \cdot d\psi b \\ \quad S_{j+1} \end{array} \right|$$

$$Fb1 := Fpb \cdot l \cdot \sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}} \quad Fb1 = 78.274 \text{ N}$$

$$Pt_{j\psi+1} := Pt_{j\psi}$$

$$\text{Fpt} := \left| \begin{array}{l} S_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 0..j\psi \\ \quad S_{j+1} \leftarrow S_j \cdot Pa + \frac{Pt_{j+1} + Pt_j}{2} \cdot d\psi t \\ S_{j+1} \end{array} \right|$$

$$\text{Ft1} := \text{Fpt} \cdot l \cdot \sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}}$$

$$\text{Ft1} = 52.841 \text{ N}$$

$$F_c := \frac{Fb1 + Ft1}{2} \quad F_c = 65.557 \text{ N}$$

$$\xi 1 := 0, \frac{d\xi}{2} .. 1$$

$$\psi 1 := \psi_k, \left(\psi_k - \frac{d\psi}{2} \right) .. \psi_c$$

$$\text{hr}(\psi 1) := 1 + (\psi 1)^2$$

$$\mu U2 := 2 \cdot l \cdot \delta_{rc} \cdot \sqrt{2 \cdot R_{cv} \cdot \delta_{rc}} \cdot \mu_0 \cdot \exp[-\beta \cdot (T1_{cp} - T0)] \cdot \left(\frac{U2}{2 \cdot \delta_{rc}} \right)^{n1}$$

$$N\phi 1(\psi 1, \xi 1) := -nn \cdot (1 + f) \cdot [\psi_k^2 - (\psi 1)^2] \cdot \xi 1$$

$$N\phi 2(\psi 1) := (f - 1) \cdot \text{hr}(\psi 1)$$

$$N\phi 3(\psi 1) := (\text{hr}(\psi 1))^{2 \cdot n+1}$$

$$N\phi(\psi 1, \xi 1) := (|N\phi 1(\psi 1, \xi 1) + N\phi 2(\psi 1)|)^{n1} \cdot \frac{1}{N\phi 3(\psi 1)}$$

$$N1_{\text{dis}} := \mu U2 \cdot \left| \int_{\psi_k}^{\psi_c} \int_0^1 N\phi(\psi 1, \xi 1) d\xi 1 d\psi 1 \right|$$

$$N1_{\text{dis}} = 3.552 \text{ W}$$

Г.2 Блок САПР-14: расчет температурного поля в С-образных зонах

Исходные данные:

$$\begin{aligned}
 D &:= 0.09 \cdot \text{m} & \delta_r &:= 0.22 \cdot \text{mm} & \Delta P &:= 15 \cdot 10^6 \cdot \text{Pa} & I_d &:= 10 & h &:= 8 \cdot \text{mm} \\
 t_0 &:= D & \beta_T &:= 0.0165 \cdot \text{K}^{-1} & n &:= 0.513 & S_0 &:= 8 \cdot \text{mm} & N_0 &:= 2 \cdot \text{s}^{-1} \\
 T_b &:= 443 \cdot \text{K} & T_s &:= 433 \cdot \text{K} & T_n &:= 423 \cdot \text{K} & T_0 &:= 413 \cdot \text{K} \\
 \mu_{0T} &:= 9.8 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n & \lambda &:= 0.135 \cdot \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} & \rho &:= 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & C_p &:= 2.22 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}
 \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 \phi_0 &:= \text{atan}\left(\frac{t_0}{\pi \cdot D}\right) & \phi_0 &= 17.657 \text{ deg} & W_n &:= (t_0 - S_0) \cdot \cos(\phi_0) \\
 V_{c\phi} &:= \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \sin(\phi_0) & V_{cz} &:= \pi \cdot D \cdot N_0 \cdot \cos(\phi_0) & L &:= I_d \cdot D \\
 Z_d &:= \frac{L}{\sin(\phi_0)} & dP_z &:= \frac{\Delta P}{Z_d} & dP_l &:= \frac{\Delta P}{L} \\
 R_N &:= \frac{D}{2} & R_B &:= R_N - h & R_\delta &:= R_N - \delta_r \\
 dr &:= \frac{R_N - R_B}{10} & dr_1 &:= \frac{R_N - R_\delta}{10} & r &:= R_B, (R_B + dr) .. R_N \\
 r_1 &:= R_\delta, (R_\delta + dr_1) .. R_N & \eta_{0T} &:= \mu_{0T} \cdot \left(\frac{\sqrt{V_{c\phi}^2 + V_{cz}^2}}{h} \right)^{n-1} \\
 \eta_{0T} &= 1.232 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s} & IN_1 &:= V_{c\phi} \cdot \frac{R_N^4 - 3 \cdot R_N^2 \cdot R_B^2 + 2 \cdot R_B^3 \cdot R_N}{3 \cdot (R_N^2 - R_B^2)} \\
 IN_2 &:= V_{c\phi} \cdot \frac{R_N^4 - 3 \cdot R_N^2 \cdot R_\delta^2 + 2 \cdot R_\delta^3 \cdot R_N}{3 \cdot (R_N^2 - R_\delta^2)}
 \end{aligned}$$

$$IN_3 := \frac{R_N^3}{3} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) - \frac{R_N^3 - R_B^3}{9} - \frac{R_N^5 - 3 \cdot R_N^3 \cdot R_B^2 + 2 \cdot R_N^2 \cdot R_B^3}{3 \cdot (R_N^2 - R_B^2)} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)$$

$$IN_1 = 2.987 \times 10^{-5} \frac{m^3}{s} \quad IN_2 = 8.483 \times 10^{-7} \frac{m^3}{s} \quad IN_3 = -8.512 \times 10^{-8} m^3$$

$$IN := \frac{IN_1 - IN_2}{IN_3} \quad IN = -340.96 \text{ Hz}$$

$$Q_{R1} := \pi \cdot V_{cz} \cdot \left(R_N^2 - \frac{R_N^2 - R_B^2}{2 \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \right)$$

$$Q_{R2} := \frac{\pi}{8 \cdot \eta_{0T}} \cdot dPl \cdot \left[R_N^4 - R_B^4 - \frac{(R_N^2 - R_B^2)^2}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \right] \cdot \sin(\phi_0)$$

$$Q_{R1} = 5.914 \times 10^{-4} \frac{m^3}{s} \quad Q_{R2} = 4.513 \times 10^{-5} \frac{m^3}{s}$$

$$Q_R := Q_{R1} - Q_{R2} \quad Q_R = 5.463 \times 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

$$a := \frac{\lambda \cdot W_n \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot Q_R} \quad a = 8.591 \times 10^{-8} m$$

$$im := 10 \quad jm := 12 \quad i := 0..im \quad j := 1..jm$$

$$rr_i := R_B + i \cdot \frac{R_N - R_B}{im} \quad y_i := \frac{-h}{2} + i \cdot \frac{h}{im} \quad z_j := j \cdot \frac{Z_d}{jm}$$

$$dz := \frac{Z_d}{jm} \quad jj := 1, 3..13 \quad yy := 0, \frac{h}{10}..h \quad x := 0, \frac{W_n}{10}..W_n$$

$$F_1(r) := IN \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{r}{R_B}\right) - \frac{R_N^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) \cdot \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right) \right]$$

$$F_2(r) := -V_{c\phi} \cdot \frac{R_N}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right)$$

$$F_3(r) := \text{IN} \cdot \left[r \cdot \ln\left(\frac{r}{R_B}\right) - \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \frac{R_N^2}{r} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) \right]$$

$$F_4(r) := -V_{c\phi} \cdot \frac{R_N}{r} \cdot \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \quad R_{cp} := \frac{R_N + R_B}{2}$$

$$F_5(r) := \frac{1}{4} \cdot dP_z \cdot \left(2 \cdot r - \frac{R_N^2 - R_B^2}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \cdot \frac{1}{r} \right)$$

$$F_6(r) := \frac{V_{cz}}{r} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)}$$

$$F3_{3_i} := F_3(rr_i) \quad F1_{1_i} := F_1(rr_i)$$

$$F2_{2_i} := F_2(rr_i) \quad F6_{6_i} := F_6(rr_i)$$

$$F4_{4_i} := F_4(rr_i) \quad F5_{5_i} := F_5(rr_i) \quad x := 0, 0.1 \dots 560$$

$$fJ(x) := J0\left(\frac{R_N}{R_{cp}} \cdot x\right) \cdot Y0\left(\frac{R_B}{R_{cp}} \cdot x\right) - J0\left(\frac{R_B}{R_{cp}} \cdot x\right) \cdot Y0\left(\frac{R_N}{R_{cp}} \cdot x\right)$$

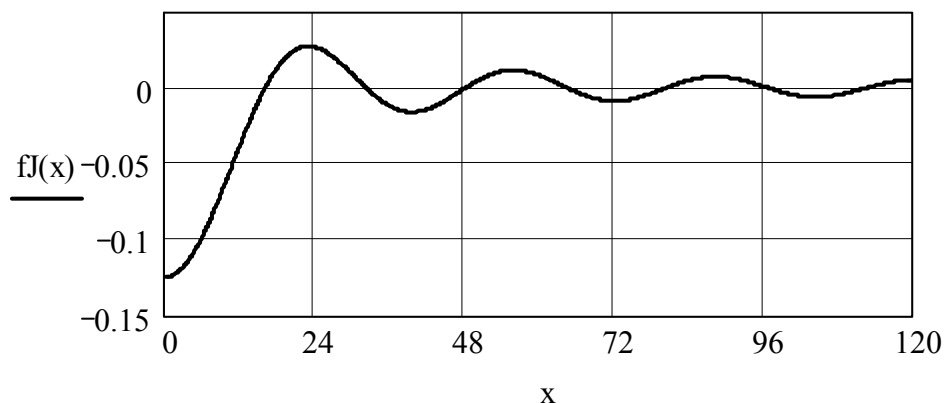


Рисунок Г.4 – График, характеризующий поведение комплекса $fJ(x)$

$$x1 := (16 \ 32 \ 48 \ 65 \ 80 \ 96 \ 112 \ 128 \ 144 \ 161 \ 177 \ 193)^T$$

$$x2 := (209 \ 225 \ 242 \ 258 \ 274 \ 290 \ 306 \ 322 \ 338 \ 354 \ 370 \ 386)^T$$

$$x := \text{stack}(x1, x2)$$

$$P := \begin{array}{|l} i \leftarrow 0 \\ \text{for } xp \in x \\ \quad \left| \begin{array}{l} xt \leftarrow \text{root}(fJ(xp), xp) \\ xc_i \leftarrow xt \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \quad xc \end{array}$$

$$p^T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \hline 0 & 16.09 & 32.2 & 48.3 & 64.39 & 80.5 & 96.6 & 112.7 & 128.81 & 144.91 & 161.01 & 177.11 \\ \hline \end{array}$$

$$p^T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 \\ \hline 0 & 225.41 & 241.51 & 257.61 & 273.71 & 289.81 & 305.91 & 322.01 & 338.11 & 354.21 & 370.31 & 386.42 \\ \hline \end{array}$$

$$k := 0..23$$

$$JY_{sn_k,i} := J0\left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}}\right) \cdot Y0\left(P_k \cdot \frac{rr_i}{R_{cp}}\right) - Y0\left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}}\right) \cdot J0\left(P_k \cdot \frac{rr_i}{R_{cp}}\right)$$

$$JY_{bn_k,i} := Y0\left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}}\right) \cdot J0\left(P_k \cdot \frac{rr_i}{R_{cp}}\right) - J0\left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}}\right) \cdot Y0\left(P_k \cdot \frac{rr_i}{R_{cp}}\right)$$

$$JY_{qk,i} := \left[\begin{array}{l} \left(Y0\left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}}\right) - Y0\left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}}\right) \right) \cdot J0\left(P_k \cdot \frac{rr_i}{R_{cp}}\right) \dots \\ + \left(J0\left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}}\right) - J0\left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}}\right) \right) \cdot Y0\left(P_k \cdot \frac{rr_i}{R_{cp}}\right) \end{array} \right] \quad E_k := a \cdot \frac{(P_k)^2}{R_{cp}^2}$$

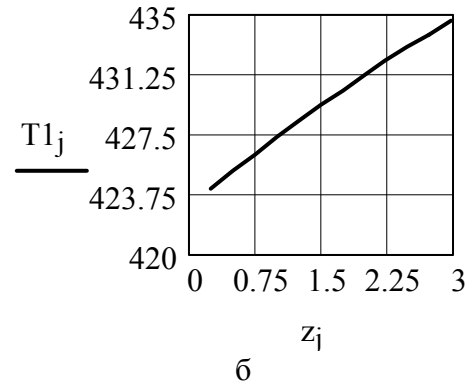
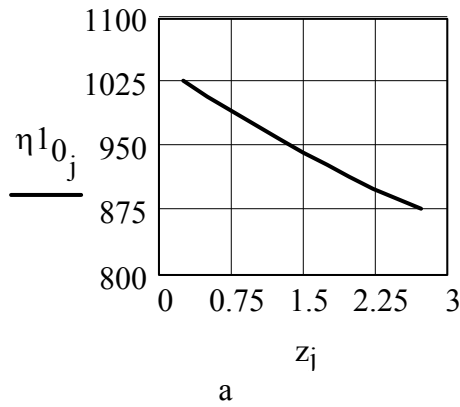
$$JY_{zn_k,i} := -J1\left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}}\right) \cdot Y0\left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}}\right) \cdot R_N - J0\left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}}\right) \cdot Y1\left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}}\right) \cdot R_B \dots \\ + J1\left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}}\right) \cdot Y0\left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}}\right) \cdot R_B + J0\left(P_k \cdot \frac{R_B}{R_{cp}}\right) \cdot Y1\left(P_k \cdot \frac{R_N}{R_{cp}}\right) \cdot R_N$$

$$\begin{aligned}
& \text{Vect1} := \left| \begin{array}{l}
T_{t0} \leftarrow T_n \\
\text{for } j \in 1..jm \\
\left| \begin{array}{l}
\eta_{0_{j-1}} \leftarrow \eta_{0T} \cdot \exp[-\beta_T \cdot (T_{t_{j-1}} - T_0)] \\
\text{In1} \leftarrow \int_{R_B}^{R_N} \left[(F_1(r) + F_2(r)) - (F_3(r) + F_4(r)) \cdot r^{-1} \right]^2 \cdot r \, dr \\
\text{In2} \leftarrow \int_{R_B}^{R_N} \left[F_5(r) \cdot (\eta_{0_{j-1}})^{-1} + F_6(r) \right]^2 \cdot r \, dr \oplus N_{1_{j-1}} \leftarrow \eta_{0_{j-1}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot dz \cdot (\text{In1} + \text{In2}) \\
\text{for } i \in 0..im \\
q_{dis_i} \leftarrow \eta_{0_{j-1}} \cdot \left[\left[(F_{11_i} + F_{22_i}) - \frac{F_{33_i} + F_{44_i}}{rr_i} \right]^2 + \left(\frac{F_{55_i}}{\eta_{0_{j-1}}} + F_{66_i} \right)^2 \right] \\
q_{cp} \leftarrow \text{mean}(q_{dis}) \oplus F_q \leftarrow \frac{q_{cp}}{\lambda} \oplus FH \leftarrow F_q \cdot 2 \cdot a \cdot R_{cp} \\
\text{for } i \in 0..10 \\
\left| \begin{array}{l}
T_{1i} \leftarrow -2 \cdot R_{cp} \cdot (T_s - T_n) \cdot \sum_k \frac{JYsn_{k,i}}{P_k \cdot JYzn_{k,i}} \cdot (1 - \exp(-E_k \cdot z_j)) \\
T_{2i} \leftarrow -2 \cdot R_{cp} \cdot (T_b - T_n) \cdot \sum_k \frac{JYbn_{k,i}}{P_k \cdot JYzn_{k,i}} \cdot (1 - \exp(-E_k \cdot z_j)) \\
T_{3i} \leftarrow FH \cdot \sum_k \frac{JYq_{k,i}}{P_k \cdot JYzn_{k,i}} \cdot \left[z_j - \frac{1}{E_k} \cdot (1 - \exp(-E_k \cdot z_j)) \right] \\
Th_i \leftarrow T_n + F_q \cdot a \cdot z_j + T_{1i} + T_{2i} + T_{3i}
\end{array} \right| \\
T_{tj} \leftarrow \text{mean}(Th)
\end{array} \right. \\
K1 \leftarrow \sum_{kk=0}^{jm-1} N_{1_{kk}} \\
\left(\begin{array}{ccc}
\frac{K1}{\text{UnitsOf}(K1)} & \frac{T_t}{\text{UnitsOf}(T_t)} & \frac{\eta_0}{\text{UnitsOf}(\eta_0)}
\end{array} \right)^T
\end{array} \right.
\end{aligned}$$

$$N_1 := \text{Vect}1_0 \cdot W \quad T1 := \text{Vect}1_1 \cdot K$$

$$\text{Vect}1 = \begin{pmatrix} 3.803 \times 10^4 \\ \{13,1\} \\ \{12,1\} \end{pmatrix}$$

$$N_1 = 38.026 \text{ kW} \quad \eta_{10} := \text{Vect}1_2 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}$$



а – изменение вязкости; б – изменение температуры

Рисунок Г.5 – Графики изменения параметров течения для полиэтилена низкого давления в С-образных зонах

$$T1_0 = 423 \text{ K} \quad T1_{jm} = 434.548 \text{ K}$$

$$T_b = 443 \text{ K} \quad T_s = 433 \text{ K}$$

$$\frac{T_b + T_s}{2} = 438 \text{ K}$$

$$T_{cp} := \text{mean}(T1) \quad T_{cp} = 429.071 \text{ K}$$

$$\eta_{cp} := \text{mean}(\eta_{10})$$

$$\eta_{\delta} := \eta_{cp} \quad \eta_{\delta} = 953.64 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\gamma_a := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r^3}{12}$$

$$\gamma_b := \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_r \cdot S_0}{2} + \frac{\pi^2 \cdot D^2 \cdot \delta_r^3}{4 \cdot h^2} \cdot \sin(\phi_0) \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{h}\right) \cdot \left(1 - \frac{S_0}{\pi \cdot D \cdot \tan(\phi_0)}\right)$$

$$Q_b := \frac{\gamma_a}{\eta_\delta} \cdot dPl + \gamma_b \cdot N_0$$

$$Q_b = 5.038 \times 10^{-7} \frac{m^3}{s}$$

$$Q_R := Q_R - Q_b$$

$$Q_R = 5.458 \times 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

$$N_2 := \frac{\eta_\delta \cdot \pi^2 \cdot D^2 \cdot N_0^2 \cdot L \cdot S_0 \cdot \cos(\phi_0)}{\delta_r}$$

$$N_2 = 9.51 \times 10^3 W$$

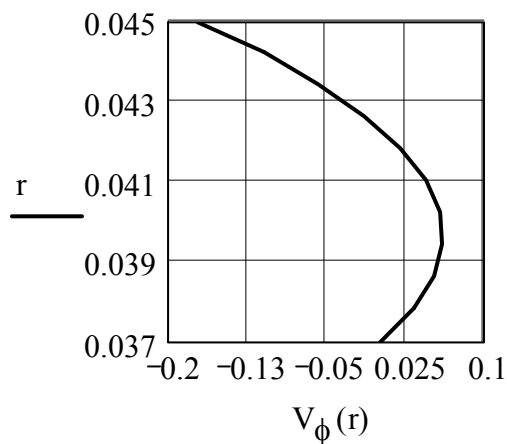
$$N1 := N_1 + N_2$$

$$N1 = 47.536 kW$$

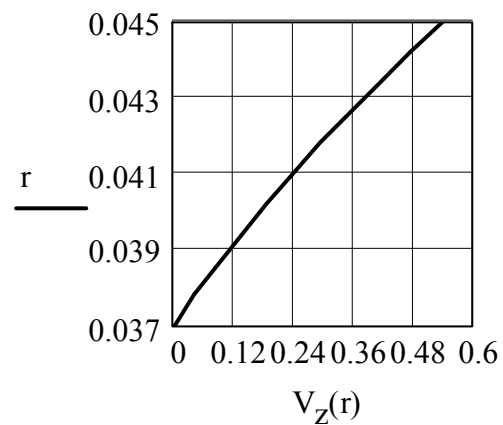
$$V_\phi(r) := IN \cdot \left[r \cdot \ln\left(\frac{r}{R_B}\right) - \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)} \cdot \frac{R_N^2}{r} \cdot \ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right) \right] \dots$$

$$+ (-1) \cdot V_{c\phi} \cdot \frac{R_N}{r} \cdot \frac{r^2 - R_B^2}{(R_N^2 - R_B^2)}$$

$$V_z(r) := \frac{1}{4 \cdot \eta_{cp}} \cdot dPz \cdot \left[(r^2 - R_B^2) - (R_N^2 - R_B^2) \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{R_B}\right)}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)} \right] + V_{cz} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{R_B}\right)}{\ln\left(\frac{R_N}{R_B}\right)}$$



а



б

а – окружная составляющая скорости; б – осевая составляющая скорости

Рисунок Г.6 – Графики изменения скорости для полиэтилена низкого давления вдоль радиальной координаты в С-образных зонах

Наукове видання

Кузяєв Іван Михайлович
Свідерський Валентин Анатолійович
Пєтухов Аркадій Дем'янович

Моделювання екструзії та екструдерів для перероблення полімерів

Частина 1

Монографія

(Російською мовою)

В авторській редакції
Надруковано з оригінал-макета замовника

Темплан 2016 р., поз. 3-1-013

Підп. до друку 18.05.2016. Формат 60×84¹/₁₆. Папір офс. Гарнітура Times.
Спосіб друку – ризографія. Ум. друк. арк. 23,95. Обл.-вид. арк. 39,82. Наклад 100 пр.
Зам. № 16-80.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут» Видавництво «Політехніка»
Свідоцтво ДК № 1665 від 28.01.2004 р.
03056, Київ, вул. Політехнічна, 14, корп. 15
тел. (44) 204-81-78