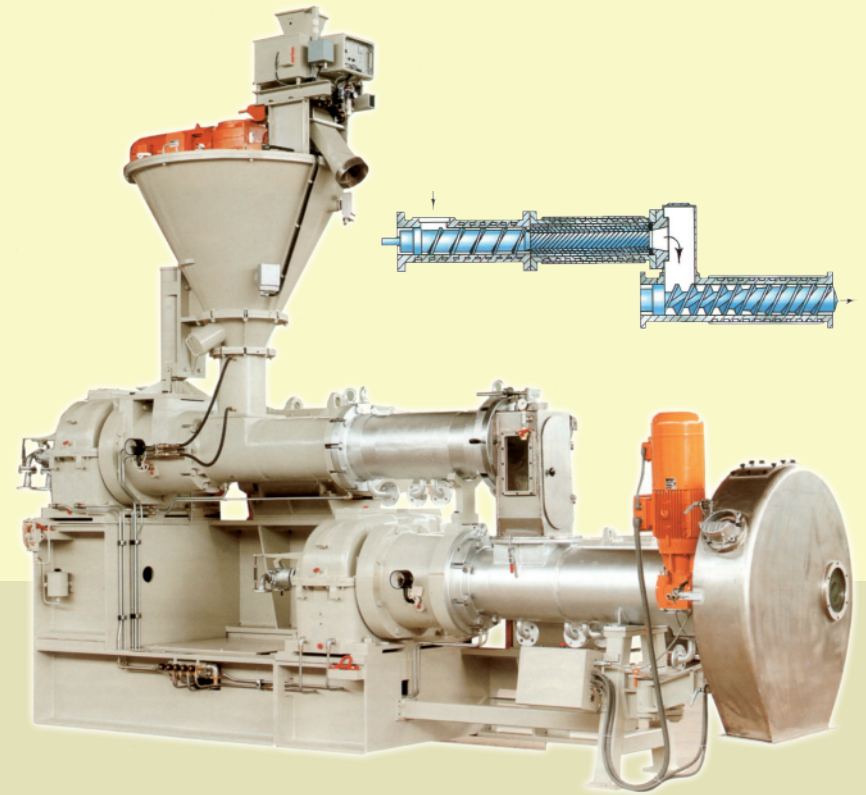


**МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭКСТРУЗИИ И ЭКСТРУДЕРОВ
ПРИ ПЕРЕРАБОТКЕ ПОЛИМЕРОВ**

(Часть 2)



**Киев НТУУ "КПИ"
2016**

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт»

**И. М. Кузьяев, В. А. Свидерский,
А. Д. Петухов**

Моделирование экструзии и экструдеров при переработке полимеров

Часть 2

Монография

Рекомендовано Учёным советом НТУУ «КПИ»

Киев
НТУУ «КПИ»
2016

УДК 678.027.3+678.057.3
ББК 35.71/73
К89

Рекомендовано Учёным советом НТУУ «КПИ»
(Протокол № 5 от 11.04.2016 г.)

***Посвящается «первопроходцам» экструзии и экструдеров
переработки пластмасс***

Рецензенты:
В. П. Мисяц, д-р техн. наук, проф.,
Киевский национальный университет технологий и дизайна
В. Ф. Шумский, д-р хим. наук, проф.,
Институт химии высокомолекулярных соединений НАН Украины

Кузьяев И. М.

К89 Моделирование экструзии и экструдеров при переработке полимеров : монография. В 2 ч. / И. М. Кузьяев, В. А. Сви́дерский, А. Д. Петухов. – Киев : НТУУ «КПИ» Изд-во «Политехника», 2016. – 276 с. – Библиогр. : с. 198–217. – Ч. 2. – 100 экз.

ISBN 978-966-622-764-8 (Общ.)

ISBN 978-966-622-767-9 (Ч. 2)

Изложены теоретические представления об основных экструзионных процессах и оборудовании переработки полимеров в изделия. Построены математические модели с учётом физических и химических свойств перерабатываемых материалов, особенностей технологии их переработки. Приводятся конструкции, типы промышленного оборудования и условия эксплуатации экструдеров. Представлен метод решения задач процессов экструзии для неизотермических условий переработки полимеров с использованием интегрального преобразования Лапласа.

Состоит из двух частей, объединённых общей тематикой и аналогичной структурой представления материала. В первой части рассмотрены конструкции одночервячных, двухчервячных и многочервячных экструдеров и процессы экструзии, их физическое и математическое моделирование. Во второй части эти же вопросы рассмотрены для дисковых, комбинированных, каскадных, центробежных экструдеров и систем гранулирования.

Для инженеров-технологов, работающих в области переработки полимеров, инженеров-механиков, занимающихся конструированием и эксплуатацией перерабатывающего оборудования. Может быть полезна аспирантам, магистрам, специалистам, бакалаврам, специализирующимся в области химической технологии переработки полимерных и композиционных материалов.

Викладено теоретичні погляди про основні екструзійні процеси та обладнання для перероблення полімерів у вироби. Побудовано математичні моделі з урахуванням фізичних і хімічних властивостей матеріалів, що переробляються, особливостей технології їх перероблення. Наведено конструкції, типи промислового обладнання й умови експлуатації екструдерів. Подано метод вирішення завдань процесів екструзії для неізотермічних умов перероблення полімерів з використанням інтегрального перетворення Лапласа.

Складається з двох частин, об'єднаних загальною тематикою й аналогічною структурою подання матеріалу. У першій частині розглянуто конструкції одночерв'ячних, двочерв'ячних і багаточерв'ячних екструдерів і процеси екструзії, їх фізичне й математичне моделювання. У другій частині такі самі питання розглянуто для дискових, комбінованих, каскадних, відцентрових екструдерів і систем гранулювання.

Для інженерів-технологів, які працюють у галузі перероблення полімерів, інженерів-механіків, які здійснюють конструювання і експлуатацію устаткування переробної промисловості. Може бути корисною аспірантам, магістрам, спеціалістам, бакалаврам, які спеціалізуються в галузі хімічної технології перероблення полімерних та композиційних матеріалів.

УДК 678.027.3+678.057.3

ББК 35.71/73

ISBN 978-966-622-764-8 (Общ.)
ISBN 978-966-622-767-9 (Ч. 2)

© И. М. Кузьяев, В. А. Сви́дерский, А. Д. Петухов, 2016
© НТУУ «КПИ» (ХТФ), 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	6
1 Конструктивные особенности и моделирование дисковых, комбинированных и каскадных экструдеров.....	9
1.1 Конструктивные особенности дисковых, комбинированных и каскадных экструдеров.....	9
1.2 Анализ моделей движения жидких сред в дисковых зазорах.....	24
1.2.1 Анализ поведения ньютоновских жидкостей.....	25
1.2.2 Анализ поведения неньютоновских жидкостей.....	33
1.3 Построение математических моделей для процессов, происходящих в экструзионных агрегатах при наличии дисковых элементов.....	44
1.3.1 Постановка задачи.....	44
1.3.2 Анализ процессов для ньютоновской жидкости.....	45
1.3.3 Анализ процессов для вязкоупругой жидкости, которая подчиняется модифицированному реологическому уравнению второго порядка.....	48
1.3.4 Математическое моделирование неизотермических процессов в междисковых зазорах.....	64
2 Разработка конструкций и теоретических основ функционирования центробежных экструдеров.....	72
2.1 Особенности конструктивного оформления центробежных экструдеров	72
2.2 Разработка математических моделей для процессов движения полимерных сред в дисковых и конусных каналах под действием центробежных сил.....	84
2.2.1 Анализ движения жидких сред в дисковых каналах.....	84
2.2.2 Математическое моделирование процессов для жидких полимерных сред, протекающих в конусных каналах с учетом зависимости давления только от радиальной координаты.....	92
2.2.3 Построение математической модели для описания характера движения расплавов и растворов полимеров в конусных каналах в случае наличия градиентов давления вдоль двух осей.....	100
2.2.4 Определение параметров в конусном канале при загрузке в него сыпучего полимерного материала.....	111
2.3 Разработка математических моделей для процессов движения полимерных сред в прямоугольных каналах под действием центробежных сил.....	116
2.4 Моделирование тепловых процессов в дисковых и конусных каналах под действием центробежных сил	130
3 Конструктивные особенности и моделирование работы систем гранулирования полимерных материалов.....	137
3.1 Конструктивное оформление систем гранулирования.....	137
3.2 Моделирование динамических параметров.....	160
3.3 Моделирование процессов охлаждения гранул.....	164

4 Исследование напряженно-деформированного состояния расплавов полимеров методом двойного лучепреломления.....	171
4.1 Постановка задачи и основные направления развития.....	171
4.2 Анализ прохождения света через поляризационную установку с оптически активным элементом.....	179
4.3 Моделирование напряженного состояния в междисковом зазоре червячно-дискового экструдера.....	189
Список литературы.....	198
Приложение А Разработка блоков САПР для моделирования процессов в междисковых зазорах дисковых, комбинированных и каскадных экструдеров.....	218
А.1 Блок САПР-1: расчет системы двух дифференциальных уравнений второго порядка, моделирующих процесс движения ньютоновской жидкости в междисковом зазоре.....	219
А.2 Блок САПР-2: оценка влияния нелинейного члена в дифференциальном уравнении второго порядка, который характеризует поведение радиальной составляющей скорости в междисковом зазоре для ньютоновской жидкости.....	221
А.3 Блок САПР-3: оценка влияния компонентов в нелинейном дифференциальном уравнении второго порядка, которое характеризует поведение радиальной составляющей скорости в междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости при наличии течения только за счет вращения одного из дисков.....	222
А.4 Блок САПР-4: расчет энергосиловых параметров в междисковом зазоре в случае вращения одного из дисков.....	225
А.5 Блок САПР-5 оценка влияния компонентов в нелинейном дифференциальном уравнении второго порядка, которое характеризует поведение радиальной составляющей скорости в междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости при наличии только нагнетательного действия червяка. Расчет компонентов напряжений и мощностей.....	228
А.6 Блок САПР-6: моделирование движения вязкоупругой жидкости в междисковом зазоре с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка.....	232
А.7 Блок САПР-7: моделирование температурного поля в междисковом зазоре при граничных условиях первого рода.....	242
А.8 Блок САПР-8: моделирование температурного поля в междисковом зазоре при граничных условиях второго рода.....	249
Приложение Б Разработка блоков САПР для моделирования процессов в рабочих зонах центробежных экструдеров.....	255
Б.1 Блок САПР-9: расчет параметров в дисковом канале.....	255
Б.2 Блок САПР-10: расчет параметров в конусном канале с учетом зависимости градиента давления только от радиальной координаты.....	257

Б.3 Блок САПР-11: расчет параметров в конусном канале с учетом зависимости градиента давления от радиальной r и угловой θ координат	261
Б.4 Блок САПР-12: расчет температурного поля.....	266
Приложение В Разработка блоков САПР для моделирования процессов в системах гранулирования.....	270
В.1 Блок САПР-13. Моделирование движения гранул в псевдоожиженном пространстве.....	270
В.2 Блок САПР-14. Моделирование охлаждения гранул.....	272

ВВЕДЕНИЕ

Процесс экструзии полимеров – это процесс изготовления из исходных полимерных материалов (в виде гранул, порошка, расплава) погонажных изделий заданного поперечного сечения путем непрерывного выдавливания расплава через формующий инструмент. Методом экструзии производятся разные погонажные полуфабрикаты и изделия, в том числе: стренги, пленки, трубы, листы, профили, полимерные кабельные оболочки.

В настоящее время основным оборудованием для переработки экструзией полимерных материалов в изделия являются: одно- и многочервячные прессы [1], а также дисковые, червячно-дисковые, комбинированные и каскадные экструдеры (последние – на основе дисковых экструдеров и червячных прессов в различных сочетаниях). Начинается внедрение в промышленность переработки полимеров нового перспективного вида экструдеров – центробежного, которые представляются основным парком экструзионного оборудования в этом столетии.

Большая часть экструзионных агрегатов относится к пластицирующим (пластикационным) экструдерам, в которых можно выделить три основных рабочих (функциональных) зоны: зону питания (загрузки); зону плавления (пластикации); зону дозирования (смешения или гомогенизации).

В зоне питания материал находится в сыпучем состоянии (в виде порошка или гранул), по мере продвижения которого вдоль червячного канала уплотняется и превращается в твердую пробку.

В зоне пластикации начинается плавление материала за счет тепла, которое подается извне (в основном через корпус), и тепла, которое выделяется вследствие сдвиговых деформаций (энергии диссипации).

Технологические процессы, связанные с течением жидких сред (расплавов) и определяющие параметры материала на выходе из червячной машины. От соответствующего конструктивного выполнения зоны дозирования зависит качество смешения полимерной или резиновой смеси, стабильность проведения процесса экструзии, энергозатраты и материалоемкость агрегата происходят в зоне дозирования. Кроме того, зона дозирования должна создавать давление, которое необходимо для преодоления гидравлического сопротивления формующего инструмента.

Кроме пластицирующих экструдеров существуют также червячные машины с теплым (горячим) питанием материала. В большинстве случаев такие агрегаты используются для переработки резиновых смесей.

Следует отметить, что размеры функциональных зон зависят в первую очередь от геометрических размеров рабочих органов. Однако даже для одного экструдера границы функциональных зон могут изменяться в зависимости от режимов работы машины и от свойств перерабатываемого материала, то есть они плавающие и редко совпадают с конструкционными зонами, заложенными конструктором.

Сравнения экструдеры с другими машинами для непрерывного формования, как, например, каландрами, насосами для расплава, вальцами, и т.п., становится очевидным преимуществом экструдеров. В то время как выше

упомянутые машины для своей нормальной работы требуют установки дополнительного оснащения для гомогенизации полимерных материалов. Потребность в них отпадает при использовании экструдеров так как процесс гомогенизации происходит непосредственно в аппарате. Кроме того, формирующие инструменты, которые используются с экструдером, просты в эксплуатации и сравнительно дешевые.

В наше время основное положение занимают червячные экструдеры, которые имеют достаточно высокие технологические параметры. Начиная с шестидесятых годов двадцатого столетия, в отечественной и зарубежной практике появился принципиально новый тип машин – дисковый экструдер. В основе действия этих машин заложен эффект Вайссенберга, который возникает вследствие наличия упругих свойств в полимерных жидкостях.

Довольно весомая часть экструзионной техники относится к дисковым и экструдерам на их основе. Данный тип оборудования имеет ряд преимуществ перед одночервячными, а именно: малую энергоемкость и металлоемкость в расчете на единицу массы получаемой продукции; значительно меньшее время пребывания в рабочем объеме, что особенно важно для переработки не термостабильных полимерных материалов; более высокое качество смешения на единицу потребляемой мощности. Отмеченные преимущества в ряде случаев нивелируются их существенным недостатком, а именно, нестабильностью работы дискового экструдера, особенно при несоблюдении необходимых соотношений между технологическими параметрами и геометрическими характеристиками рабочего органа. Данный выбор необходимых параметров может быть осуществлен в результате физического или математического моделирования. Более перспективным является второй способ, поскольку физическое моделирование связано со значительными материальными затратами.

В типовых конструкциях существующих экструзионных машин процессы перемещения полимерного материала в рабочих объемах связаны с движением одной границы рабочего канала или относительного перемещения двух и более границ.

Что касается одночервячных машин, то перемещение перерабатываемого материала осуществляется за счет вращения червяка, т.е. в данном случае с учетом винтового рабочего канала движутся три границы относительно неподвижного корпуса. Однако при моделировании процессов движения в таких агрегатах принимается обратная схема, где движущим элементом является корпус при неподвижном винтовом канале.

В рабочих объемах двухчервячных машин, в зависимости от места пребывания перерабатываемого материала в рабочем объеме, расчетные схемы могут изменяться от аналогичной одночервячному схеме в радиальном зазоре, до схемы, моделирующей процессы в межвалковых зазорах каландров, которые образованы между поверхностью гребня одного червяка и поверхностью сердечника второго червяка.

Движение полимерного материала для дисковых и на их основе экструдеров осуществляется за счет относительного вращения двух дисков. При этом в агрегатах без дополнительных транспортирующих элементов движение

в дисковом зазоре происходит только лишь за счет упругих свойств материала, вызывающих эффект Вайссенберга, формирующий центростремительное движение материала.

Из вышерассмотренных аспектов следует, что главной движущей силой полимерного материала в рабочих каналах существующих экструзионных агрегатов является наличие градиентов скоростей, несмотря на различие конструктивного исполнения рабочих элементов.

Одним из основных типов агрегатов общей химической технологии являются центробежные устройства, перемещение перерабатываемой среды в рабочих каналах которых осуществляется за счет центробежных сил. К таким устройствам, в первую очередь, следует отнести центробежные насосы, которые, однако, в настоящее время не нашли достаточно широкого применения при переработке полимерных сред. При этом необходимо заметить, что транспортировка и создание давления в перерабатываемых материалах требует гораздо меньших затрат энергии в сравнении с процессами перемещения за счет относительного сдвига ограничивающих рабочий канал поверхностей.

Первыми агрегатами, где использован центробежный эффект при переработке полимерных материалов, были дисковые и на их основе экструдеры, в которых достигаются значительные скорости вращения (до 300 об/мин, а в некоторых случаях и больше) при внушительных геометрических формах (диаметр диска до 500 мм). При этом центробежное воздействие используется, как правило, для вторичных целей, а именно, для передачи материала из одной рабочей зоны в другую. Процессы плавления при этом происходили по-прежнему в области сдвиговых деформаций.

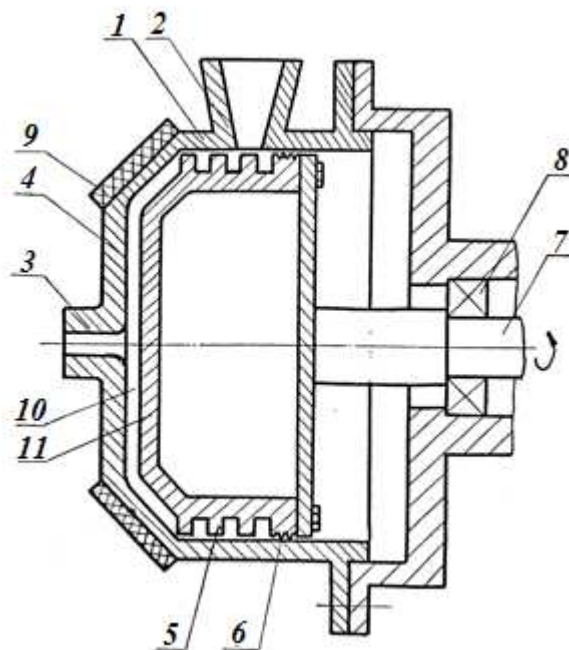
Большой интерес представляют собой процессы движения и плавления полимерных материалов в поле центробежных сил. Разработка соответствующих агрегатов может принести к значительному повышению технико-экономических показателей экструзионной техники. При этом следует соблюдать четкие соотношения между геометрическими и технологическими параметрами, полученными в результате моделирования процессов в рабочих зонах агрегата по полученным математическим моделям.

1 КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКОВЫХ, КОМБИНИРОВАННЫХ И КАСКАДНЫХ ЭКСТРУДЕРОВ

1.1 Особенности конструкции дисковых, комбинированных и каскадных экструдеров

Дисковые, комбинированные и каскадные экструдеры можно классифицировать в соответствии с их конструктивными и технологическими особенностями: по характеру напряжений, которые создаются в рабочей зоне; по системе подачи материала в дисковую зону; по системе выдавливания полимера; по конструктивным особенностям непосредственно дисковой зоны и т.п.

Типовая схема дискового экструдера, принцип работы которого основан на использовании нормальных напряжений в жидких средах за счет наличия высокоэластичных свойств материала представлена на рис. 1.1.



1 – корпус; 2 – загрузочная воронка; 3 – мундштук; 4 – неподвижный диск; 5 – червячная нарезка; 6 – винтовая нарезка; 7 – вал; 8 – подшипник; 9 – нагреватели; 10 – дисковый зазор; 11 – вращающийся диск

Рисунок 1.1 – Схема дискового экструдера

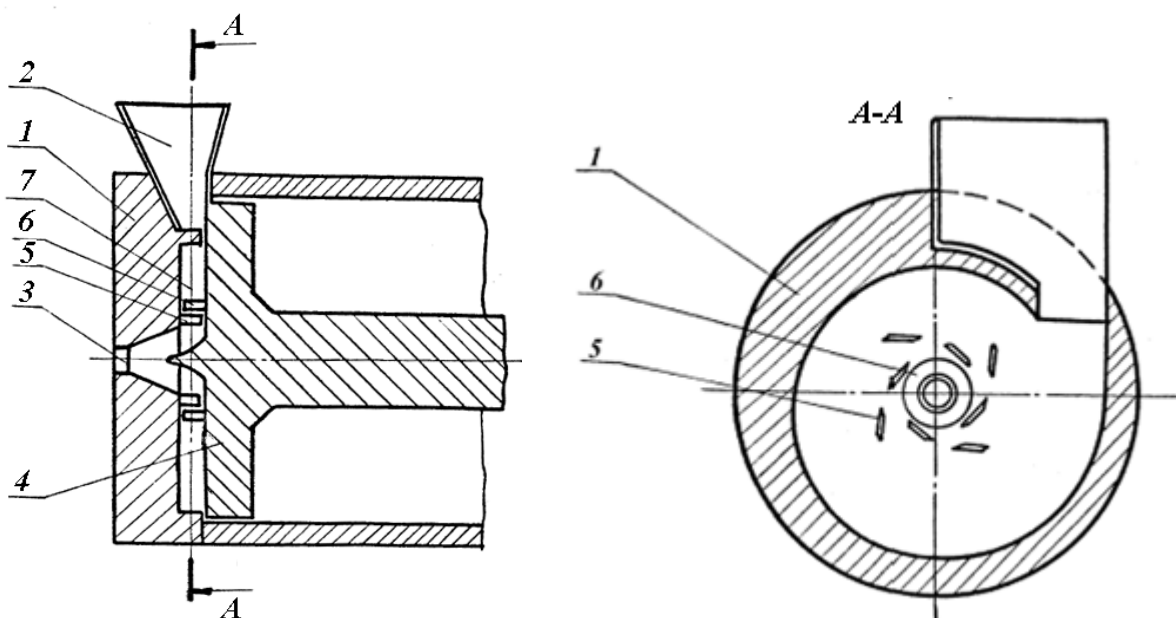
Экструдер работает следующим образом: перерабатываемый материал через загрузочную воронку 2, которая находится в корпусе 1, попадает на червячную нарезку 5, медленно переходящую во вращающийся диск 11. Корпус 1 в свою очередь переходит в неподвижный диск 4, который вместе с вращающимся диском 11 образует дисковый зазор 10. Готовый материал выталкивается через мундштук 3, а для разогрева корпуса используются нагреватели 9. Вследствие вращения диска 11 в рабочем зазоре 10 возникают большие сдвиговые деформации, за счет которых происходит интенсивное плавление и гомогенизация полимерного материала. В результате

процессов деформирования, которые происходят в дисковой зоне, при переработке вязкоупругих жидких материалов, которые в большинстве своем являются расплавами полимеров, наряду с касательными напряжениями возникают и нормальные. Наличие нормальных составляющих напряжений приводит к появлению центростремительных потоков, которые перемещают материал от периферии диска к выходному отверстию мундштука.

С целью улучшения качества смешения многими исследователями в дисковой зоне вводились выступы и впадины разной конфигурации, выполненные как на неподвижном, так и на вращающемся дисках [2–6].

Однако закономерности движения расплавов полимеров в дисковой зоне таких конструкций изучены не в достаточной степени и конкретных рекомендаций в выборе оптимальных параметров нет.

На рис. 1.2 представлен дисковый экструдер Ледокса [7]. В данном экструдере полимерный материал непосредственно из загрузочной воронки 2 попадает в дисковую зону 7, где расположены подвижные 6 и неподвижные 5 лопатки, которые соответственно установлены на вращающемся 4 и неподвижном 1 дисках. Лопатки 6 и 5 установлены таким образом, что образует с траекторией движения расплава определенный угол, который вызывает гидродинамический эффект, улучшающий степень смешения материала и незначительно повышающий давление на выходе из экструдера. Дисковая зона 7 имеет спиралевидную форму, которая оптимизирует вход в нее материала. К недостаткам данного экструдера, прежде всего, необходимо отнести значительные пульсации и невозможность регулирования высоты рабочего зазора между дисками.



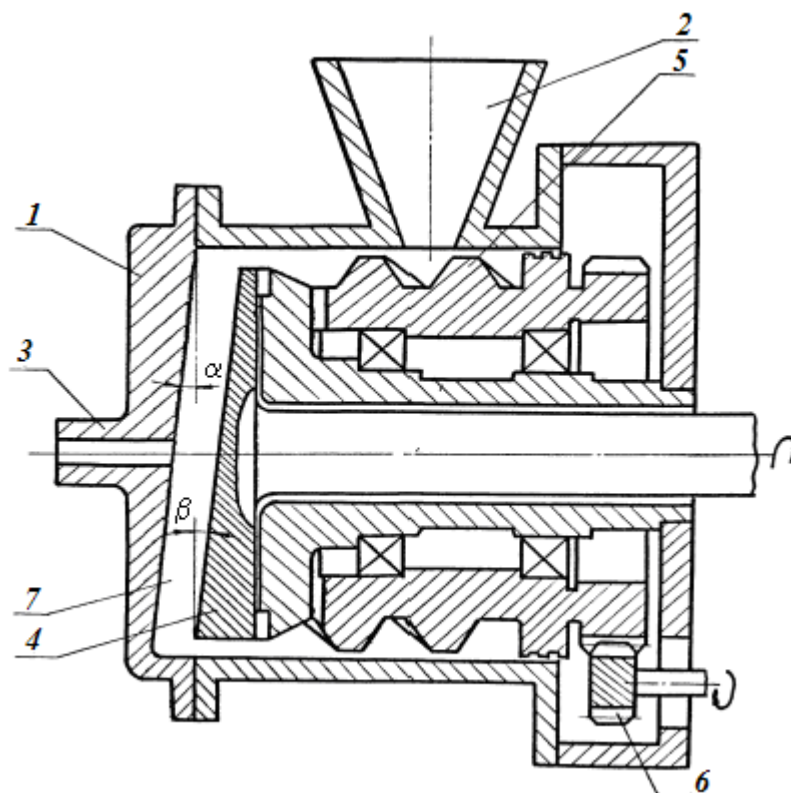
1 – неподвижный диск; 2 – загрузочная воронка; 3 – экструзионное отверстие; 4 – вращающийся диск; 5 – неподвижные лопатки; 6 – подвижные лопатки; 7 – дисковая зона

Рисунок 1.2 – Дисковый экструдер Ледокса

В последнее время в дисковой экструзии появилась тенденция к созданию в рабочей зоне рядом с деформациями сдвига и деформаций

растяжения-сжатия, которые повышают интенсивность процессов дисковой экструзии [8-11].

Дисковый экструдер с наклоненными дисками представлен на рис. 1.3 [8].



1 – неподвижный диск; 2 – бункер; 3 – мундштук; 4 – вращающийся диск; 5 – червяк; 6 – шестеренчатая передача; 7 – рабочая зона

Рисунок 1.3 – Дисковый экструдер с наклоненными дисками

Материал через бункер 2 попадает на червяк 5, с помощью которого он транспортируется в рабочую зону 7. Торцовые поверхности неподвижного 1 и вращающегося 4 дисков наклонены к нормали оси вращения под острыми углами α и β соответственно. Вследствие такого конструктивного выполнения полимер испытывает одновременно сдвиговые деформации и деформации сжатия-растяжения, что приводит к улучшению качества смешения.

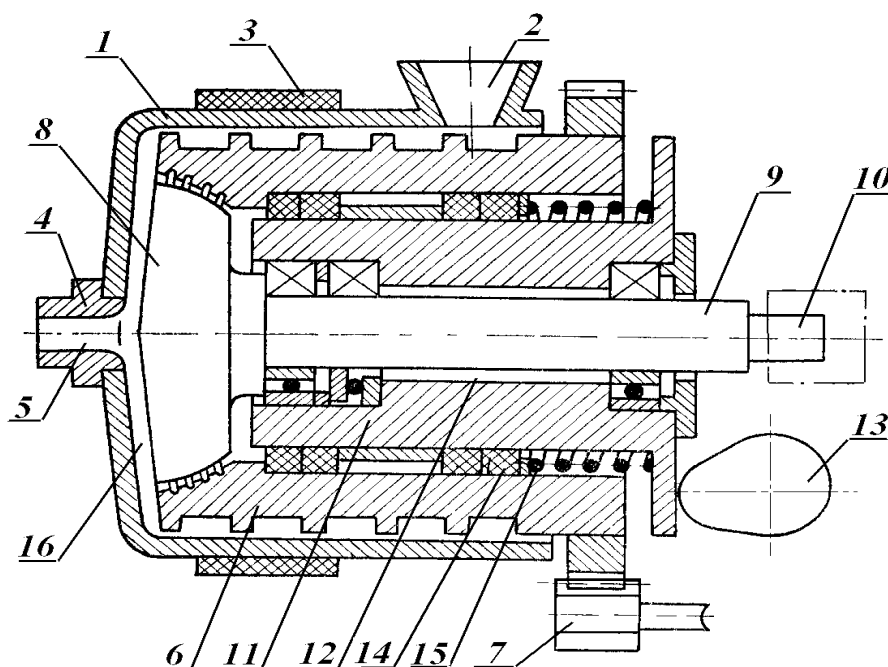
Однако данный экструдер имеет ряд недостатков: во-первых, наличие радиальных колебаний, вследствие неравномерности усилий, которые прикладываются вдоль диаметра диска; во-вторых, невозможность регулирования напряжений растяжения-сжатия вдоль радиуса диска.

На рис. 1.4 представлен червячно-дисковый экструдер с равномерным созданием вдоль радиуса диска напряжений растяжения-сжатия [11].

Материал подается из загрузочной воронки 2 корпуса 1 на транспортирующий червяк 6, перемещающий материал, который подогревается нагревателями 3, в рабочий зазор 16, где под действием деформаций сдвига он плавится, пластицируется и гомогенизируется.

В рабочем зазоре 16 одновременно со сдвиговыми деформациями возникают деформации растяжения-сжатия, которые появляются за счет равномерного изменения высоты рабочего зазора 16, вследствие поступательного движения вращающегося диска 8. Вращательное движение

диска 8 происходит через вал 9 от двигателя 10, а поступательное движение диска 8 создается приводом 13, который, например, может быть выполнен в виде кулачкового механизма. Причем передача возвратно-поступательного движения осуществляется через втулку 11, движущуюся по элементам уплотнения 14.



1 – корпус; 2 – загрузочная воронка; 3 – нагреватель; 4 – мундштук; 5 – отверстие; 6 – червяк; 7 – привод вращения червяка; 8 – вращающийся диск; 9 – вал; 10 – двигатель; 11 – втулка; 12 – осевой канал; 13 – привод; 14 – уплотнение; 15 – пружина; 16 – рабочий зазор

Рисунок 1.4 – Червячно-дисковый экструдер с равномерным созданием вдоль радиуса диска напряжений растяжения-сжатия

Пружина 15 служит для плавности поступательного движения. Количество материала, который подается в рабочий зазор 16, регулируется приводом вращения 7 червяка 6. Для подогрева материала на корпусе 1 смонтирован нагреватель 3. Обработанный материал выходит через отверстие 5 мундштука 4. Частота и амплитуда осевых колебаний диска выбирается в зависимости от величины необходимого рабочего зазора, геометрических размеров диска и свойств перерабатываемого материала.

Одной из основных задач, которые стоят перед творцами дисковых экструдеров, является повышение их производительности. С этой целью разработан ряд машин с несколькими рабочими зонами, так называемые многощелевые экструдеры [12–14].

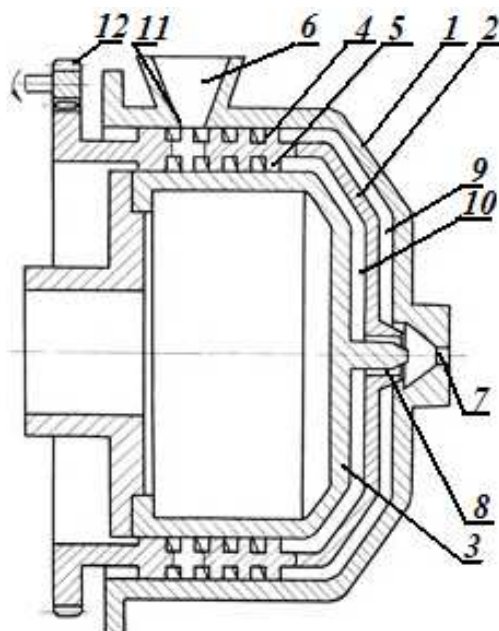
Экструдер с двумя рабочими зонами показан на рис. 1.5[12]. Полимерный материал из загрузочной воронки 6 попадает на внешнюю винтовую нарезку 4, а также через проходные отверстия 11 на внутреннюю винтовую нарезку 5.

Далее материал нарезками 6 и 5 подается в первую 9 и вторую 10 рабочие зоны соответственно, где происходит интенсивное плавление и смешение полимера.

Рабочие зоны 9 и 10 образованы вращающимся диском 2 и, соответственно, неподвижными дисками 1 и 3 и соединяются между собою с

помощью отверстия 8. Основной недостаток данной конструкции заключается в сложности обеспечения стабильного режима в рабочих зазорах.

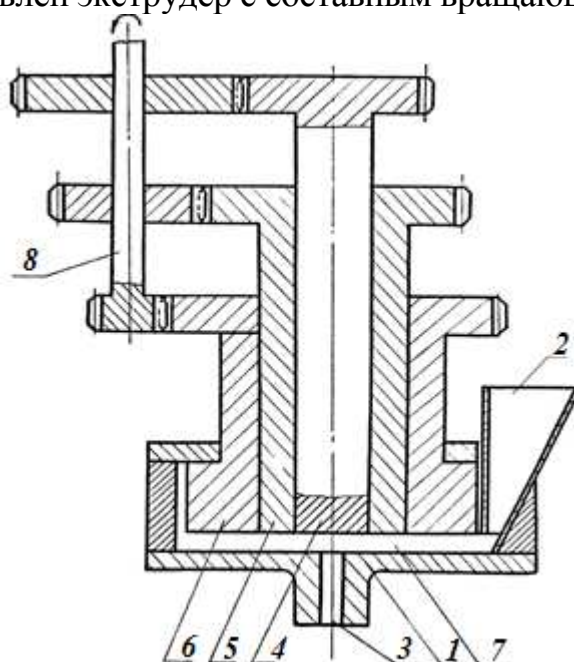
Большое значение для получения полимера необходимого качества имеет возможность регулирования режимов работы экструдера вдоль радиуса диска.



1 – неподвижный внешний диск; 2 – вращающийся диск; 3 – неподвижный внутренний диск; 4 – внешняя винтовая нарезка; 5 – внутренняя винтовая нарезка; 6 – загрузочная воронка; 7 – выходное отверстие; 8 – соединительное отверстие; 9 – первая рабочая зона; 10 – вторая рабочая зона; 11 – проходное отверстие; 12 – шестеренчатая передача

Рисунок 1.5 – Экструдер с двумя рабочими зонами

На рис. 1.6 представлен экструдер с составным вращающимся диском [15].



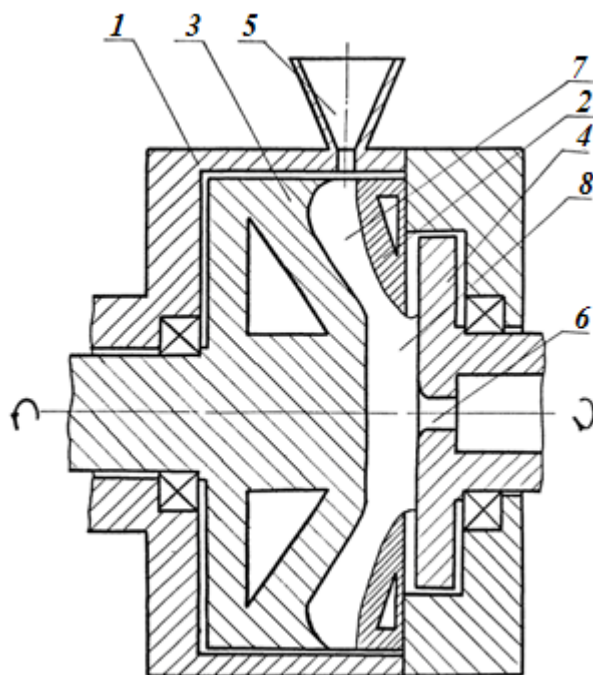
1 – неподвижный диск; 2 – бункер; 3 – выходное отверстие; 4 – центральный вращающийся диск; 5 – промежуточный вращающийся диск; 6 – внешний вращающийся диск; 7 – рабочий зазор; 8 – вал-шестерня

Рисунок 1.6 – Экструдер с составным вращающимся диском

Рабочий зазор 7 по рис. 1.6 образован неподвижным диском 1 и составным вращающимся диском, который включает центральный 4, промежуточный 5 и внешний 6 элементы. Скорости вращения дисков можно изменять, создавая при этом необходимые скорости сдвига на разных участках рабочего зазора. Таким образом, можно выполнять регулирование процессов плавления и гидродинамического режима в дисковом зазоре 7. Однако, данный экструдер является сложным по конструктивному исполнению и требует значительных затрат мощности на преодоление сил трения в уплотнениях.

Дисковый экструдер с двойным диском показан на рис. 1.7[16].

Полимерный материал через загрузочную воронку 5 попадает в рабочую пластикационную зону 7, где происходит интенсивная пластикация полимера. Во время движения материала к выходному отверстию 6 скорость уменьшается. Для выравнивания сдвиговых деформаций вдоль радиуса рабочей зоны 7, центральная часть неподвижного диска 2 заменена дополнительным диском 4. Причем диски 3 и 4 могут вращаться и в противоположных направлениях.



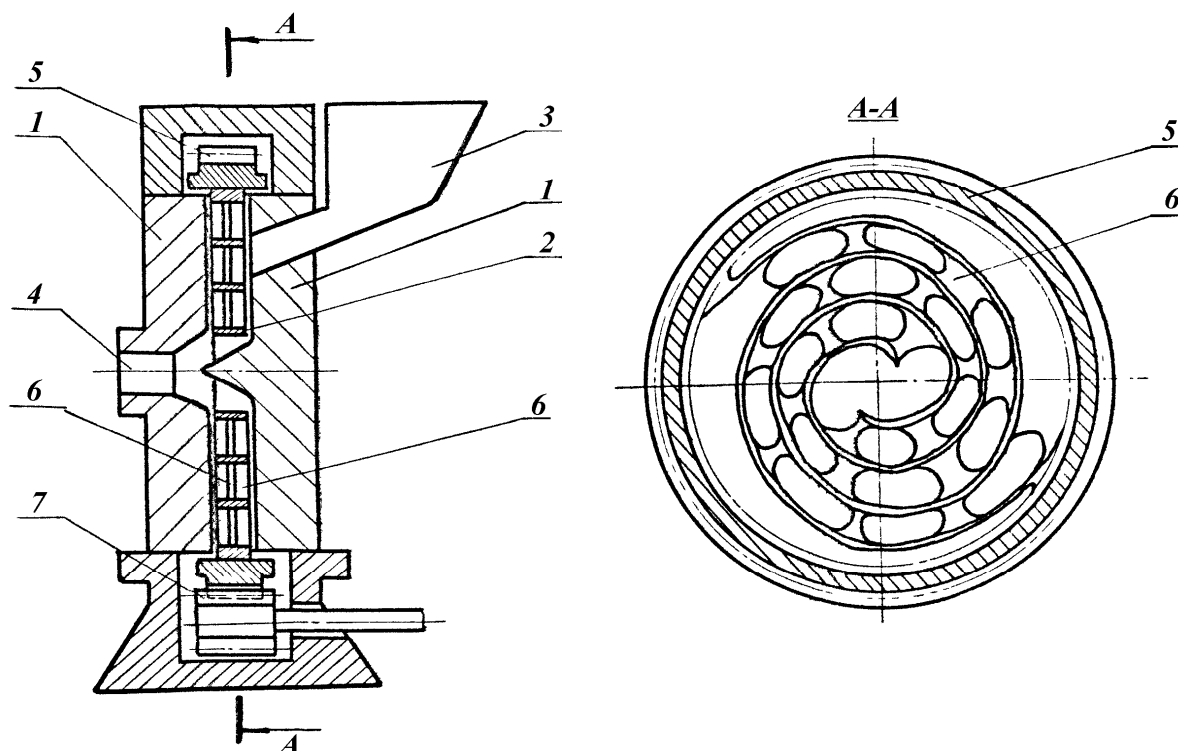
1 – корпус; 2 – неподвижный диск; 3 – главный вращающийся диск; 4 – дополнительный вращающийся диск; 5 – загрузочная воронка; 6 – выходное отверстие; 7 – рабочая пластикационная зона; 8 – рабочая смесительная зона

Рисунок 1.7 – Дисковый экструдер с двойным диском

Основным недостатком дисковых экструдеров является низкое давление, которое создается в расплаве на выходе из рабочего зазора. Предложения по его повышению идут по нескольким направлениям с использованием: первое – спиральных дисков [17–18]; второе – элементов, создающих гидродинамический эффект [19–22]; третье – дополнительных устройств, расположенных на входе или выходе из экструдера [23, 24].

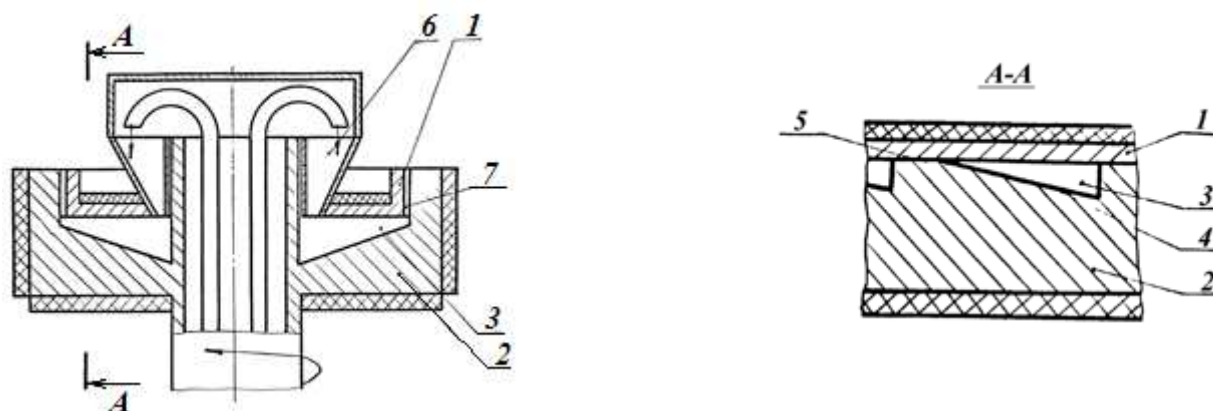
На рис. 1.8 представлен спирально-дисковый экструдер [17]. Материал из бункера 3 попадает в спиральную канавку 6 вращающегося диска 2. Далее, вследствие сдвигового эффекта, который возникает между неподвижными

дисками 1 и вращающимся диском 2, полимер плавится и перемещается к выходному отверстию 4. Правая и левая части спиральной канавки 6 соединены между собою, создавая тем самым вторичные потоки и стабилизируя процесс переработки.



1 – неподвижный диск; 2 – вращающийся диск; 3 – бункер; 4 – выходное отверстие; 5 – зубчатый венец; 6 – спиральная канавка; 7 – шестерня
Рисунок 1.8 – Спирально-дисковый экструдер

Дисковый экструдер с лопастями изображен на рис. 1.9 [19].



1 – неподвижный диск; 2 – подвижный диск; 3 – клинообразный зазор; 4 – лопасти; 5 – кромка; 6 – входное отверстие; 7 – выходное отверстие
Рисунок 1.9 – Дисковый экструдер с лопастями без зазора

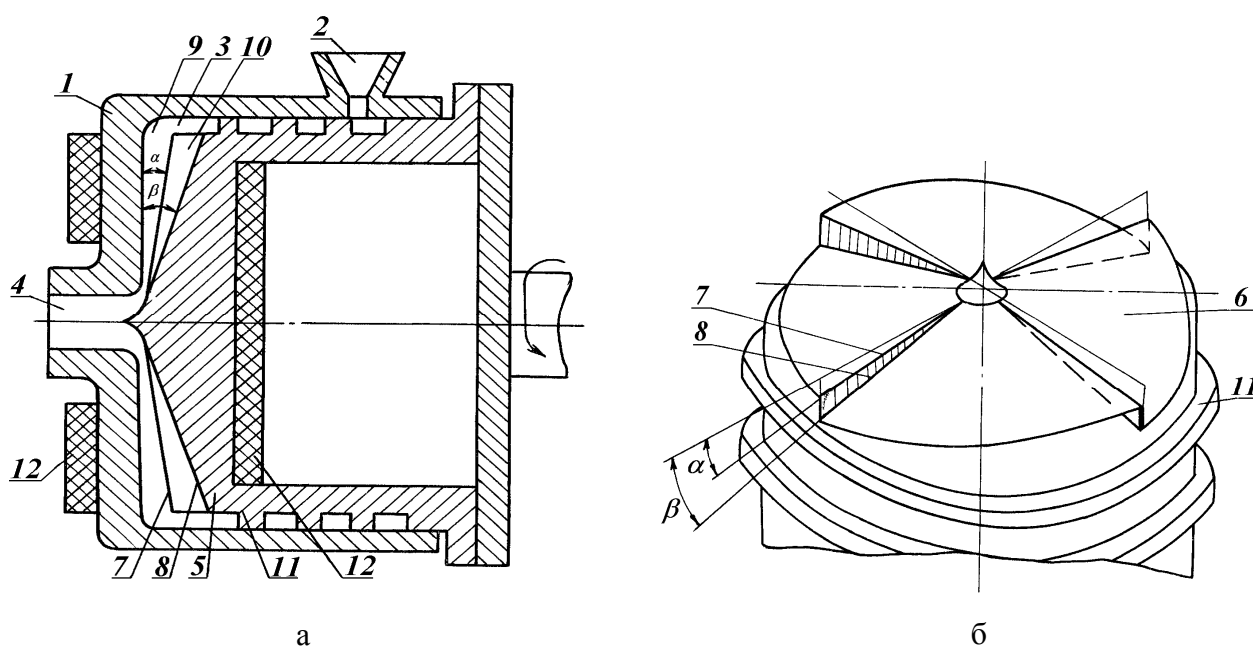
Кромки 5 лопастей 4 по рис. 1.9 контактируют с поверхностью неподвижного диска 1, а сами лопасти 4 выполнены с наклоном в сторону

входного отверстия 6, образуя клинообразный зазор 3. Вследствие наличия клина между неподвижным 1 и подвижным 2 дисками возникает гидродинамический эффект, который позволяет в несколько раз увеличить давление. Однако необходимо заметить, что путь прохождения материала в рабочем зазоре такого экструдера короткий и находится в пределах одной лопасти, что значительно снижает качество смешения расплава полимера.

На рис. 1.10 показан дисковый экструдер, который также имеет лопасти, но путь движения материала здесь более развитый [20].

Полимерный материал через загрузочную воронку 2 подается на червячную нарезку 11, с помощью которой перемещается к входному отверстию 3 и дальше в клинообразный рабочий зазор 10, где происходит нагрев и пластикация полимера за счет сдвиговых деформаций и тепловой энергии от нагревателей 12. Попадая на лопасть 6, материал в радиальном направлении перемещается к центру диска за счет усилий, вызванных эффектом Вайссенберга, а в тангенциальном направлении – в противоположную сторону направления вращения. То есть суммарная траектория движения представляет собой спиральную кривую, которая направлена от периферии к центру диска.

Подойдя к верхней кромке 7, материал, вследствие наличия клинообразного зазора 9 с углом α , перетекает с одной лопасти на другую. При этом на каждой следующей лопасти материал перетекает через сечение, более близкое к центру диска, и в конце выйдет через выходное отверстие 4.



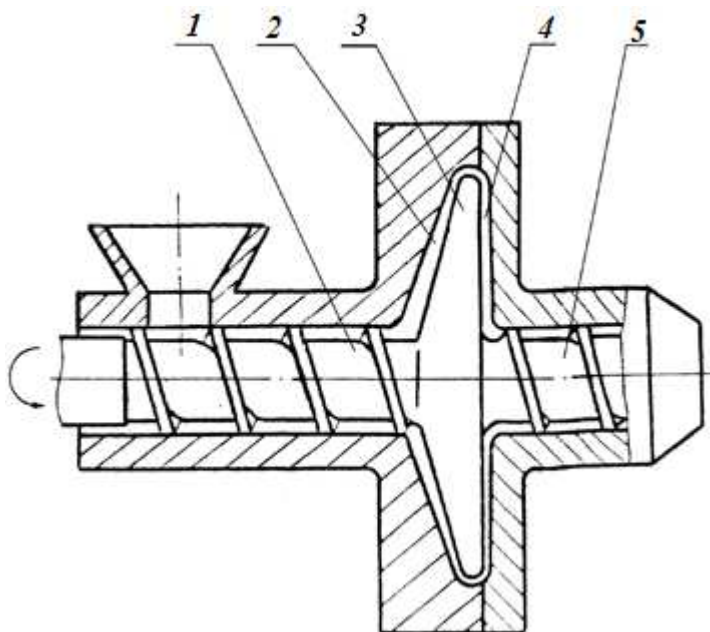
а – общий вид; б – вид с торца вращающегося диска:
 1 – неподвижный диск; 2 – загрузочная воронка; 3 – входное отверстие; 4 – выходное отверстие; 5 – вращающийся диск; 6 – лопасть; 7 – кромка лопасти; 8 – нижняя грань лопасти; 9 – клинообразный зазор; 10 – клинообразный рабочий зазор; 11 – червячная нарезка; 12 – нагреватели

Рисунок 1.10 – Дисковый экструдер с лопастями и наличием зазора

Таким образом, материал проходит по полной траектории, которая охватывает всю поверхность вращающегося диска 5, улучшая тем самым качество смешения.

Особенностью червячно-дискового экструдера представленного на рис. 1.11 является наличие двух червяков, соединенных диском с большим диаметром [25]. Червяк 1 используется для транспортирования, предварительной пластикации и создания необходимого подпора для дисковых зон 2 и 4. Причем первая по ходу движения полимера дисковая зона 2 предназначена для окончательной пластикации, а зона 4 для получения необходимого качества смеси. Червяк 5 определяет окончательную производительность экструдера и давление на выходе. Отношение диаметров диска 3 и червяков 1 и 5 подбирается в зависимости от параметров, которые необходимо получить для полимерного материала.

Эта конструкция является наиболее перспективной, так как она соединяет преимущества дисковых и червячных экструдеров, а именно, высокое качество перерабатываемой полимерной смеси, малое время нахождения в зоне переработки и большое давление на выходе.



1 – первый червяк; 2 – первая дисковая зона; 3 – диск; 4 – вторая дисковая зона; 5 – второй червяк

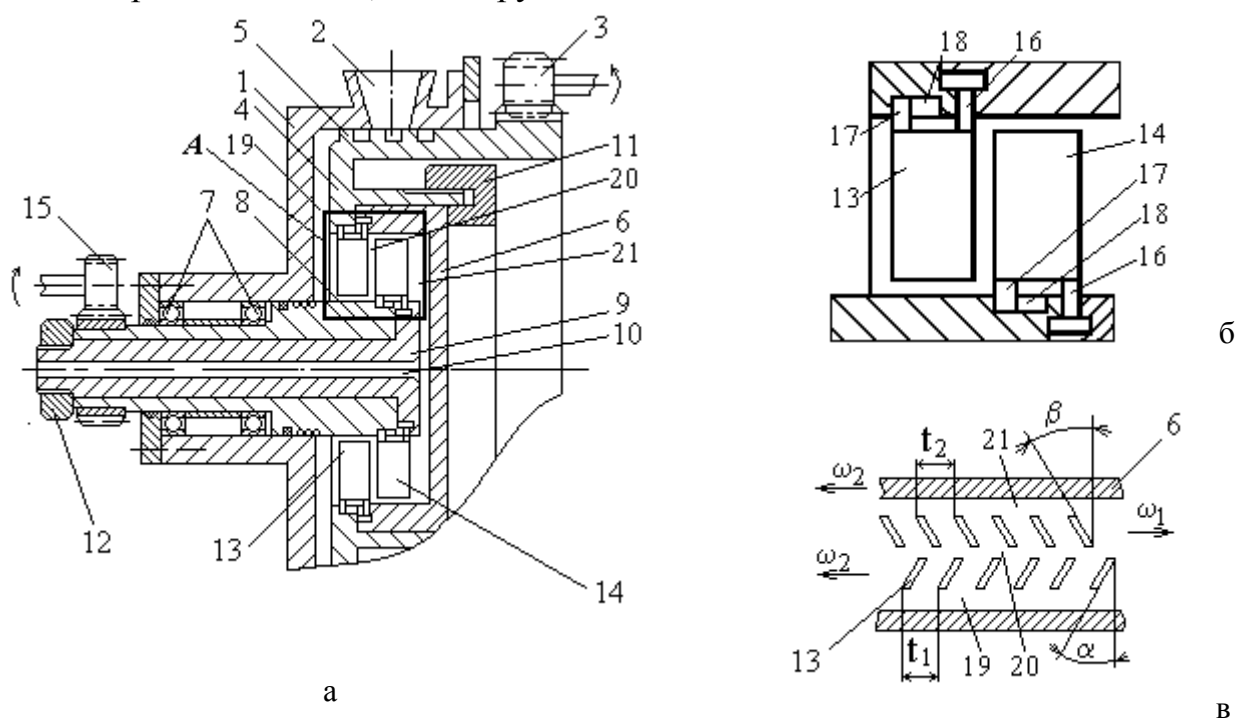
Рисунок 1.11 – Червячно-дисковый экструдер с двумя червяками, между которыми размещен диск большего диаметра

Одно из направлений развития дисковых экструдеров состоит в том, что на торцевой поверхности вращающегося диска встраиваются разного типа смесительные элементы.

На рис. 1.12 представлен дисковый экструдер, на торцевой поверхности которого вмонтированы лопасти со сменным углом наклона [26].

При работе полимерный материал в виде гранул или порошка подается в бункер 2. Потом он с помощью червячной нарезки 5 транспортируется к рабочему каналу 19, где происходит его пластикация. В меру продвижения полимера к центру диска 4 он становится более гомогенным и, подойдя к

лопастям 13, полимер представляет собой однородную по структуре расплавленную массу. Далее материал попадает через зазор между лопастями 13 в вихревой канал 20, где закручивается.



а – главный вид; б – сноска А; в – развертка каналов с рабочим и вихревыми каналами: 1 – корпус; 2 – бункер; 3 – приводная шестерня; 4 – диск; 5 – червячная нарезка; 6 – первая регулировочная втулка; 7 – подшипники; 8 – вал; 9 – вторая регулировочная втулка; 10 – экструзионное отверстие; 11, 12 – гайка; 13, 14 – лопасти; 15 – шестеренчатая передача; 16, 17 – палец; 18 – канавка; 19 – рабочий канал; 20 – первый вихревой канал; 21 – второй вихревой канал

Рисунок 1.12 – Дисковый экструдер, на поверхности которого вмонтированы лопасти со сменным углом наклона

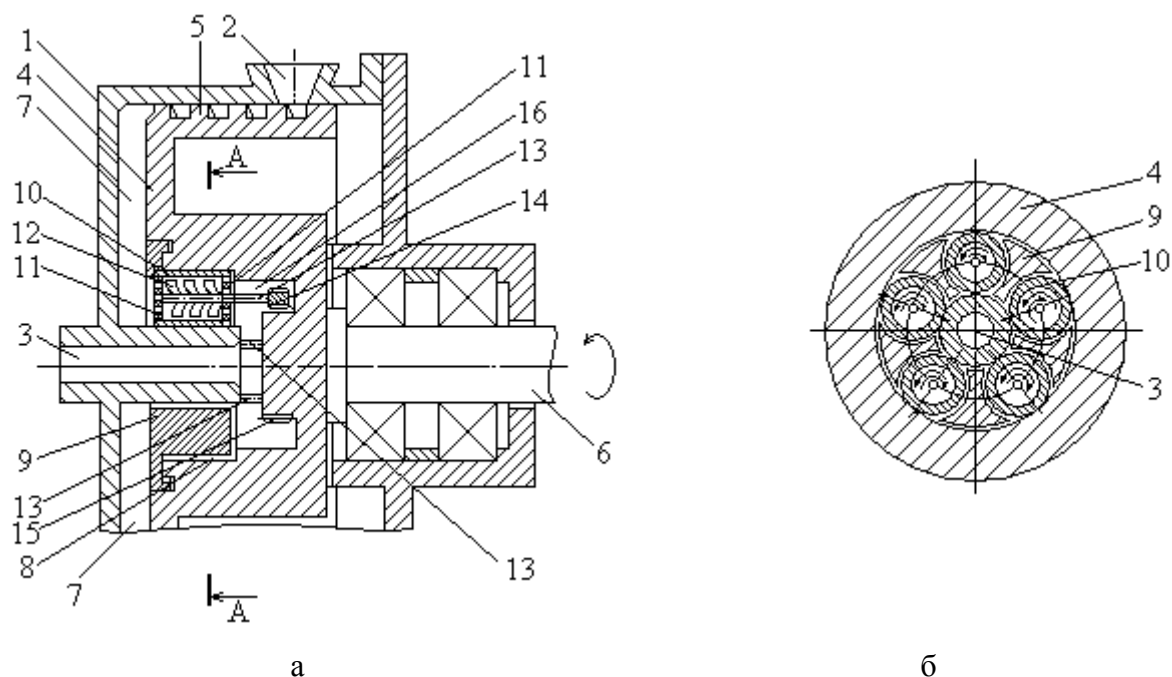
Степень закручивания, а соответственно и смесительный эффект, зависит от величины тангенциальной составляющей скорости потока в канале 20, являющейся функцией угла α наклона лопастей, а также частоты вращения ω_2 и

шага t_1 . Из канала 20 материал попадает через зазор между лопастями 14 в вихревой канал 21, где он также закручивается, но в обратном направлении, так

как частота вращения ω_1 и наклон β лопастей имеет противоположное направление.

Регулирование угла наклона α лопастей 13 происходит следующим образом. Гайкой 11 освобождается регулировочная втулка 6, которая поворачивается на необходимый угол. При этом палец 16 вращается вместе с регулировочной втулкой 6, а палец 17 вращается вокруг своей оси и продвигается вдоль канавки 18. Установив заданный угол α , регулировочная втулка 6 снова фиксируется гайкой 11. Угол β лопастей 14 регулируется аналогичным образом. Подбирая соответствующие значения углов α и β , а также шагов t_1 , t_2 и частоту скоростей ω_1 , ω_2 , можно достичь необходимого качества смешения и степени гомогенизации полимерного материала.

На рис. 1.13 изображен дисковый экструдер с лопастными смесительными элементами [27].



а – общий вид; б – сечение А-А:
 А-А: 1 – корпус; 2 – загрузочное отверстие; 3 – выходное отверстие; 4 – диск; 5 – червячная нарезка; 6 – приводной вал; 7 – рабочий дисковый зазор; 8 – полость диска; 9 – обойма; 10 – ролики; 11 – перфорированные торцовые стенки; 12 – лопастные смесительные элементы; 13 – валы; 14 – шестерни; 15 – зубчатое колесо; 16 – дополнительный зазор
 Рисунок 1.13 – Дисковый экструдер с лопастными смесительными элементами

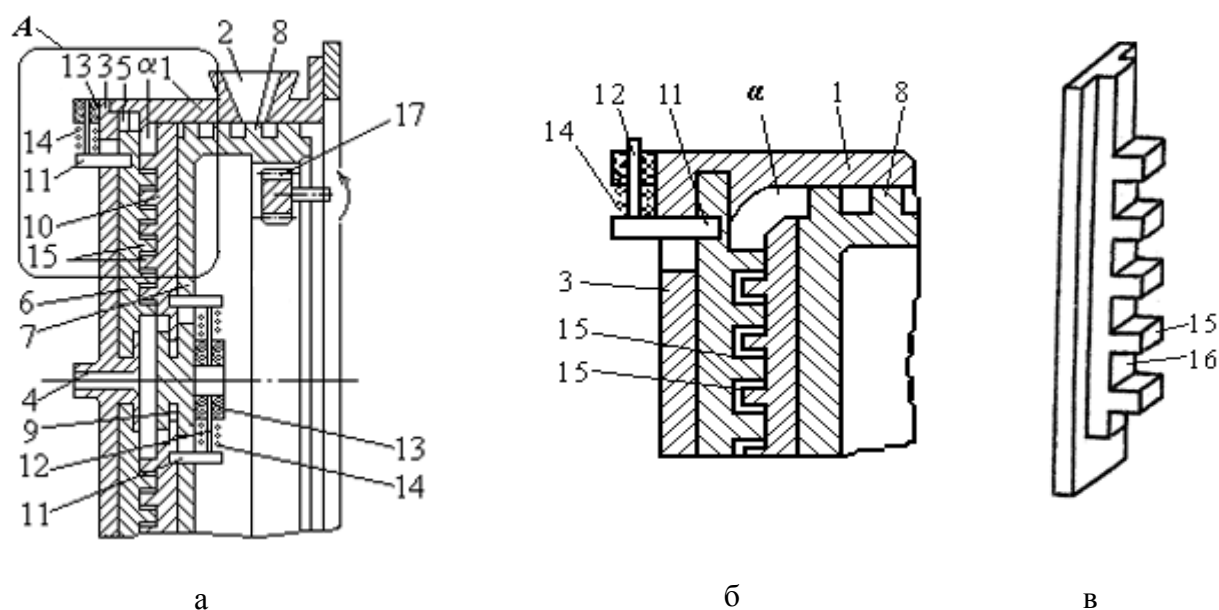
Полимерный материал через загрузочное отверстие 2 подается на червячную нарезку 5, которая транспортирует его к рабочему зазору 7, где происходит пластикация и частичное смешение полимера. Далее расплав через перфорированные стенки 11 поступает в полость роликов 10, где он интенсивно смешивается лопастными элементами 12. После чего материал через дополнительный зазор 16 попадает к выходному отверстию 3. При этом вращение роликов 10 вокруг их осей и элементов 12 происходит в противоположные стороны. Вращение роликов 12 происходит вследствие качения внутренней цилиндрической поверхности полости 8 диска 4 по внешней цилиндрической поверхности роликов 10. Вращение смесительных элементов 12 осуществляется от зубчатого колеса 15 через шестерни 14 и валы 13. Кроме того, ролики 10 также вращаются вместе с обоймой 9 в направлении вращения диска 4.

Дисковый экструдер с радиальными лопастными элементами, которые установлены на неподвижном и вращающемся дисках показан на рис. 1.14 [28].

В процессе работы изображенного на рис. 1.14 дискового экструдера перерабатываемый материал подается из бункера 2 на червячную нарезку 8, с помощью которой транспортируется к рабочему зазору α , где подвергается пластикации и смешению.

При перемещении в рабочем зазоре α , наряду со смесительным воздействием за счет эффекта Вайссенберга, в полимере будут возникать вторичные потоки в тангенциальном и радиальном направлениях. Вторичные потоки в тангенциальном направлении появляются вследствие обтекания полимером выступов 15 лопастей 6 и 10. В особенности значительная турбулентность потоков создается при выходе выступов 15 лопастей 10 из впадин 16 лопастей 6. Вторичные потоки в радиальном направлении создаются за счет радиального перемещения лопастей 6 и 10.

Перемещение лопастей 6 в пазах 5 и лопастей 10 в пазах 9 происходит следующим образом. Включаются электромагниты 13, которые втягивают стержни 12, перемещая пальцы 11, а соответственно с этим, и связанные жестко с ними лопасти 6 и 10. При этом лопасти 6 перемещаются в пазах 5 к периферии неподвижного диска, а лопасти 10 в пазах 9 – к центру вращающегося диска 7, как показано на рис. 1.14,б. Кроме того, лопасти 6 и 10 должны быть разнесены под разными углами. Обратное направление движения лопастей 6 и 10 в радиальном направлении происходит за счет усилий от сжатых пружин 14.



а – общий вид; б – сноска А при другом расположении лопастей 6 и 10; в – лопасть:

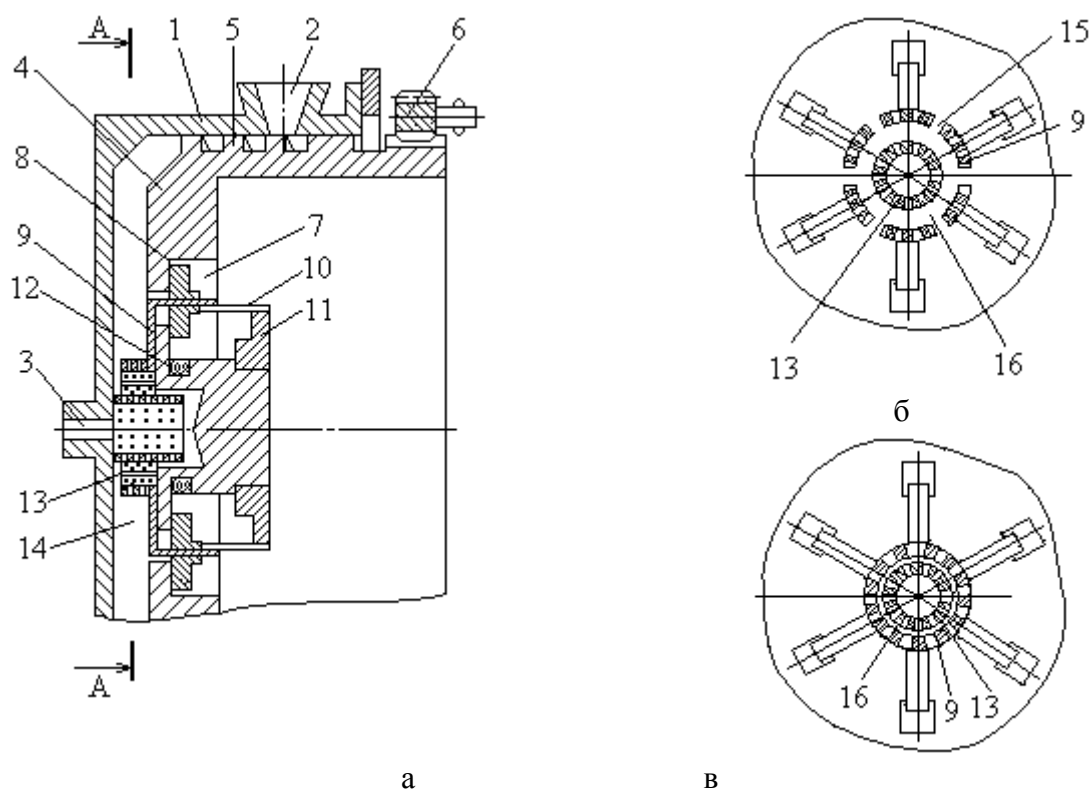
1 – корпус; 2 – бункер; 3 – неподвижный диск; 4 – выходное отверстие; 5 – пазы диска; 6 – лопасти диска 3; 7 – вращающийся диск; 8 – червячная нарезка; 9 – пазы диска; 10 – лопасти диска 7; 11 – пальцы; 12 – стержни; 13 – электромагнитное устройство; 14 – пружины; 15 – выступы; 16 – впадины; 17 – шестеренчатая передача

Рисунок 1.14 – Дисковый экструдер с радиальными лопастными элементами на неподвижном и вращающемся дисках

На рис. 1.15 представлен дисковый экструдер с перфорированными сегментами [29].

При работе дискового экструдера по схеме на рис. 1.15 полимерный материал захватывается червячной нарезкой 5 и транспортируется к рабочему зазору 14, где за счет сдвиговых деформаций и нормальных напряжений происходит пластикация и смешение полимера. По мере движения полимера к

центру диска, расплав полимера проходит через перфорации сегментов 9 и через каналы 15 в зону интенсивного диспергирования.



а – общий вид в разомкнутом положении перфорированных сегментов; б – сечение А-А; в – сечение А-А при сомкнутом положении перфорированных сегментов:

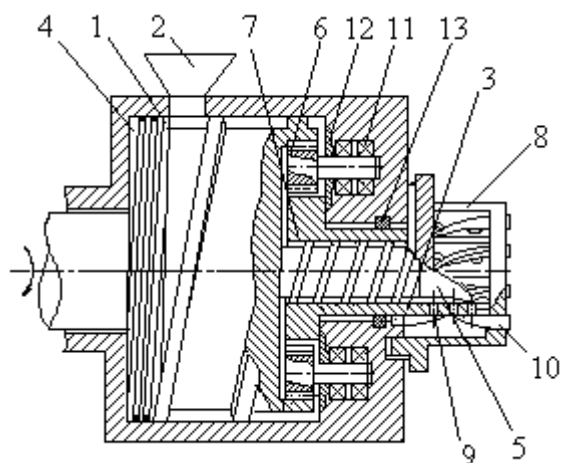
1 – корпус; 2 – бункер; 3 – выходное отверстие; 4 – вращающийся диск; 5 – червячная нарезка; 6 – шестеренчатая передача; 7 – пустота диска; 8 – магнитные элементы; 9 – перфорированные сегменты; 10 – пластинчатые пружины; 11 – опора; 12 – электромагнитные элементы; 13 – кольцо; 14 – рабочий зазор; 15 – каналы; 16 – зона интенсивного диспергирования

Рисунок 1.15 – Дискový экструдер с перфорированными сегментами

Часть расплава полимера, которая удовлетворяет необходимым дисперсным свойствам перерабатываемого материала, проходит через перфорации перепускного кольца 13, а материал с большими размерами остается на внешней поверхности кольца 13. После определенного времени, которое зависит от скорости движения частичек в зоне 16, и ряда других факторов, происходит смыкание сегментов 9, как показано на рис. 1.15,в. При этом расстояние от внутренней поверхности сегментов 9 до внешней поверхности перепускного кольца 13 уменьшается до размеров, удовлетворяющих заданной дисперсности расплава полимера. В это время в зоне 16 происходит интенсивное диспергирование больших частичек за счет значительных сдвиговых деформаций. В разомкнутом положении сегменты 9 фиксируются пластинчатыми пружинами 10. Смыкание сегментов 9 происходит при включении электромагнитных элементов 12, которые притягивают магнитные элементы 9. После отключения электромагнитов 12 упругая сила пластинчатых пружин 10 возвращает сегменты 9 в разомкнутое состояние. Вращение диска 4 происходит за счет шестеренчатой передачи 6.

Диско-червячный экструдер с шестеренчатыми смесительными элементами приведен на рис. 1.16[30].

Полимерный материал из бункера 2 попадает на вращающийся диск 4, где он плавится и перемещается к дисковому зазору, образованному между корпусом 1 и боковой поверхностью смесительных элементов 6.

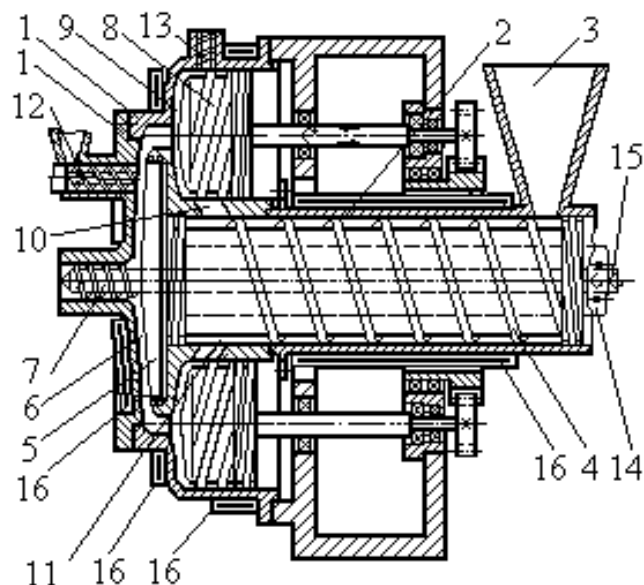


1 – корпус; 2 – бункер; 3 – фильера; 4 – вращающийся диск; 5 – червяк; 6 – шестеренчатые смесительные элементы; 7 – корпус червяка; 8 – ножевая головка; 9 – сквозные отверстия; 10 – ножи; 11 – подшипники; 12 – защитные кольца; 13 – уплотнение

Рисунок 1.16 – Диско-червячный экструдер с шестеренчатыми смесительными элементами

срезается ножами 10. Угол наклона ножей 10 можно изменять, выбирая оптимальный режим срезания гранул для разных видов материала и разных технологических режимов переработки.

На рис. 1.17 изображен экструдер с дисковыми роторами [31] или червячно-диско-червячный экструдер.



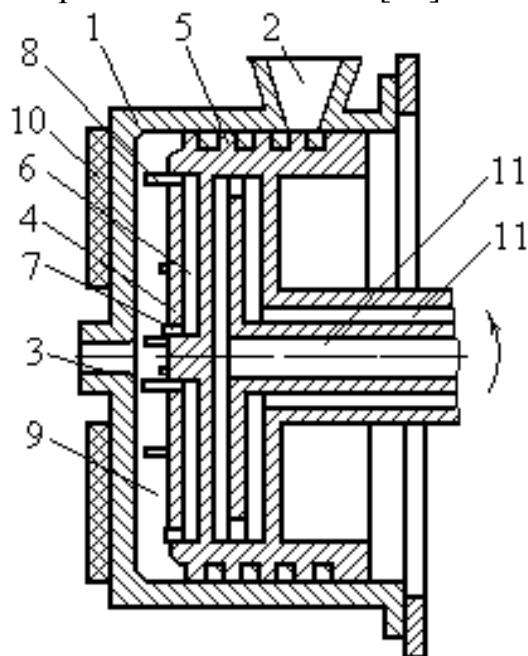
1 – корпус дисков; 2 – корпус червяка; 3 – бункер; 4 – транспортирующий червяк; 5 – вращающийся диск; 6 – основной рабочий зазор; 7 – дозирующий червяк; 8 – дисковые роторы; 9 – дополнительные рабочие зазоры; 10 – каналы; 11 – выходная зона транспортирующего червяка; 12 – загрузочное отверстие для основного рабочего зазора; 13 – загрузочные отверстия дисковых роторов; 14 – полый вал; 15 – приводной вал; 16 – нагреватели

Рисунок 1.17 – Экструдер с дисковыми роторами

Экструдер по схеме на рис. 1.17 работает следующим образом. Полимерный материал с наполнителями или в чистом виде через бункер 3 подается на транспортирующий червяк 4, где подогревается, плавится и транспортируется к каналам 10, через которые попадает в загрузочную зону дисковых роторов 8. Откуда расплавленная масса попадает к дополнительным рабочим зазорам 9, где происходит интенсивное смешение и гомогенизация. Подойдя к центрам зазоров 9, материал попадает в основной рабочий зазор 6.

Загрузочная зона дисков 8 может питаться через загрузочные отверстия 13 наполнителями, которые не смешиваются с основным полимерным материалом. К основному рабочему зазору 6 через загрузочное отверстие 12 может вводиться быстро разлагающийся наполнитель. Окончательное смешение и гомогенизация полимерного материала с наполнителями происходит в основном рабочем зазоре 6, после чего готовая смесь удаляется из экструдера с помощью дозирующего червяка 7.

На рис. 1.18 представлен дисковый экструдер с перепускными каналами на вращающемся диске [32].



1 – корпус; 2 – бункер; 3 – выходное отверстие; 4 – вращающийся диск; 5 – червячная нарезка; 6 – радиальные перепускные каналы; 7, 8 – патрубки; 9 – рабочий зазор; 10 – нагреватели; 11 – каналы для теплоносителя

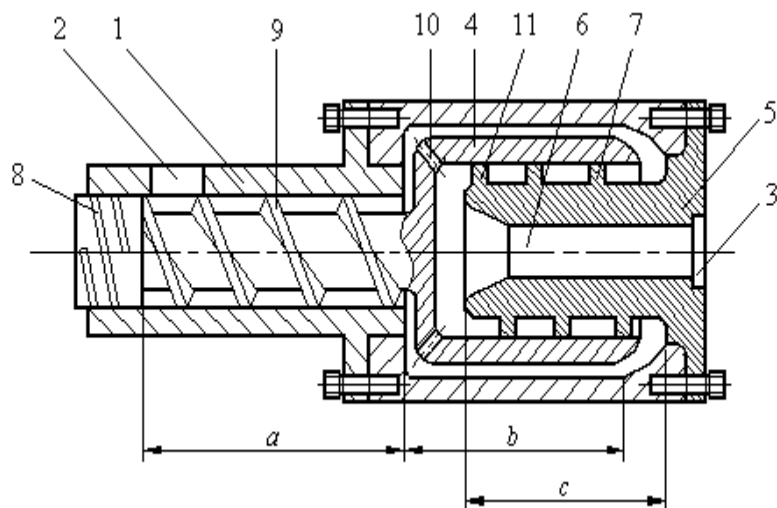
Рисунок 1.18 – Дисковый экструдер с перепускными каналами

В процессе работы экструдера по схеме на рис. 1.18 полимерный материал в виде гранул или порошка подается из бункера 2 на червячную нарезку 5, с помощью которой он транспортируется к рабочему зазору 9, где материал пластицируется и смешивается за счет значительных сдвиговых деформаций. Подходя к центру диска, материал разделяется на два потока: первый, в виде готового материала выходит через выходное отверстие 3, а второй, через патрубки 7 попадает в радиальные каналы 6, вдоль которых он движется к периферии диска и выходит в рабочий зазор 9 через патрубки 8, смешиваясь с новой порцией материала, который подается червячной нарезкой 5. Причем патрубки 7 и 8 выполнены разной высоты. Если материал в центральной зоне входит в каналы 6 через короткие патрубки, то выходит в периферийной зоне через длинные патрубки и наоборот, что позволяет изменить интенсивность

действия сдвиговых деформаций на полимер вдоль глубины рабочего зазора 9.

Для обеспечения заданного температурного режима экструдер содержит нагреватели 10. Кроме того, подавая теплоноситель в каналы 11 с разной температурой, можно регулировать температуру вращающегося диска 4.

Червячно-дисковый экструдер с червячной нарезкой на неподвижном диске представлен на рис. 1.19 [33].



а – зона питания; б – зона плавления; с – зона вытеснения:

1 – корпус; 2 – загрузочное отверстие; 3 – выходное отверстие; 4 – вращающийся диск; 5 – неподвижный диск; 6 – осевой канал; 7 – червячная нарезка; 8 – отбойная нарезка; 9 – основная червячная нарезка; 10 – сквозные отверстия во вращающемся диске; 11 – последний виток червячной нарезки 7

Рисунок 1.19 – Червячно-дисковый экструдер с червячной нарезкой на неподвижном диске:

Перерабатываемый полимерный материал подается через загрузочное отверстие 2 на червячную нарезку 9 и транспортируется вдоль зоны питания *a*, где он уплотняется и образует твердую пробку. Продвигаясь к дискам 4 и 5, твердая пробка начинает плавиться. В зоне *b* происходит окончательное плавление полимерного материала. В зоне *c*, вследствие наличия там червячной нарезки 7, готовый материал поступает к выходному отверстию 3, где может быть установлена формующая головка. Часть расплава полимера, проходя отверстия 10, возвращается к началу зоны пластикации, где, смешиваясь с новой порцией полимера, ускоряет процесс пластикации. При росте давления в головке, например, в случае снижения температуры расплава, количество полимера, который проходит через отверстия 10, также увеличивается. Таким образом, возрастает циркуляция расплава. Вследствие чего среднее время нахождения полимера в экструдере увеличивается, температура полимера возрастает, после чего сопротивление гранулирующей головки снижается, то есть имеет место саморегулирование процесса. Если давление будет падать, то процесс будет происходить в обратном направлении.

Одним из направлений развития экструзионных агрегатов является создание центробежных экструдеров, в которых основные процессы экструзии происходят за счет центробежных сил [34, 35]. Они представлены во втором разделе книги.

1.2 Анализ моделей движения жидких сред в дисковых зазорах

Проблемы течения классической вязкой жидкости в области между вращающимися коаксиальными дисками изучались многими авторами потому, что эти проблемы имеют не только теоретический, но и большой практический интерес. Это вызвано тем, что в большом количестве агрегатов, в том числе и в химической промышленности, рабочие узлы образованы двумя дисками, один из которых или оба могут вращаться.

1.2.1 Анализ поведения ньютоновских жидкостей

Решение уравнения Навье-Стокса для течения возле бесконечно большого вращающегося диска для ньютоновской жидкости впервые дал Карман [36], сведя уравнения Навье-Стокса используя гипотезу о сродстве к обычным нелинейным дифференциальным уравнениям вида

$$\nu \cdot H^{IV} + H \cdot H^{III} + G \cdot G^I = 0; \quad (1.1)$$

$$\nu \cdot G^{II} + H \cdot G^I - H^I \cdot G = 0, \quad (1.2)$$

где ν – кинематическая вязкость; другие безразмерные составляющие уравнений (1.1) и (1.2), а именно H и G и их производные, определяются из уравнений

$$V_z = -H(z); \quad V_r = r/2 \cdot H^I(z); \quad V_\varphi = r/2 \cdot G(z).$$

Решив систему уравнений (1.1) и (1.2), Карман доказал, что на расстоянии от граничного слоя жидкости, который находится вблизи от диска, тангенциальные и радиальные скорости приближаются к нулю при увеличении числа Рейнольдса.

Используя подход Кармана, Бетчелор решил задачу о движении жидкости между двумя дисками, которые вращаются вокруг общей оси, перпендикулярной к ним. Бетчелор преобразовал уравнения Навье-Стокса к такой системе [37]

$$\frac{1}{4} \cdot (h^I)^2 - \frac{1}{2} \cdot h \cdot h^{II} - g^2 = -\left(\frac{\omega^2 + c}{\omega^2}\right) - \frac{1}{2} \cdot h^{III}; \quad (1.3)$$

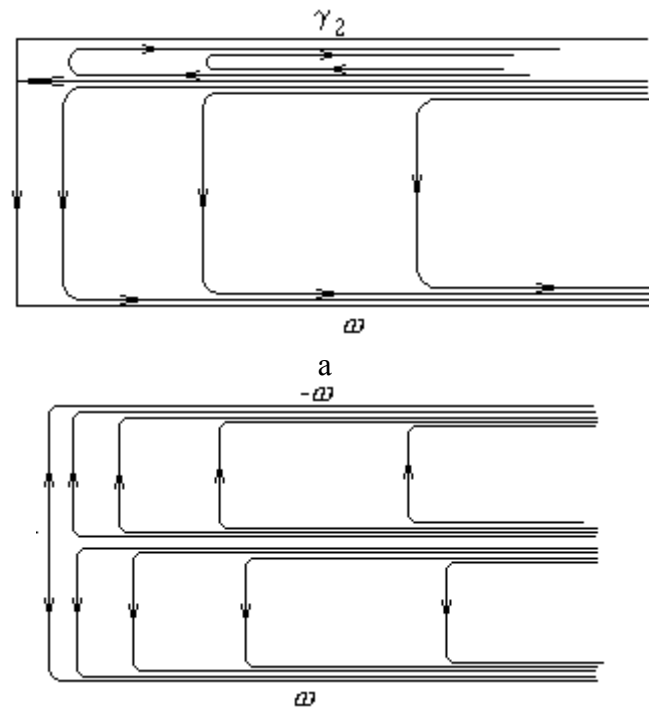
$$-g \cdot h^I + g^I \cdot h = g^{II}, \quad (1.4)$$

где ω – угловая скорость; c – константа;

$$V_z = \sqrt{\nu \cdot \omega} \cdot h(\zeta); \quad V_\varphi = \sqrt{\nu \cdot \omega} \cdot \psi \cdot g(\zeta); \quad r = \sqrt{\nu/\omega} \cdot \psi; \quad z = \sqrt{\nu/\omega} \cdot \zeta.$$

Полученные Бетчелором результаты указывают на то, что при больших числах Рейнольдса основной объем жидкости вращается с постоянной угловой скоростью. Кроме того, возле поверхностей дисков возникают граничные слои. На рис. 1.20 показаны характерные линии потоков, полученные Бетчелор.

Другой результат был получен Стеватсоном [38]. Его данные указывают на то, что в случае движения двух дисков в противоположных направлениях или при одном неподвижном диске, основная масса жидкости, расположенная за пределами граничных слоев дисков, вращаться не будет.



б

а – при разных значениях угловых скоростей дисков ($\gamma_2 < \omega$); б – при одинаковых угловых скоростях дисков

Рисунок 1.20 – Линии потоков для больших значений числа Рейнольдса в случае движения жидкости между двумя вращающимися дисками:

К одной из первых публикаций, где рассматривалась возможность получения нескольких решений, следует отнести работу Меллора с сотрудниками [39]. Они рассматривали задачу, для которой вращался один диск, а второй оставался неподвижным, и нашли две односекционные ветви, одну двухсекционную ветвь и одну трехсекционную ветвь решений. В данном случае секция была определена с помощью параллельных дискам плоскостей, в которых вертикальная скорость приближалась к нулю.

Подтверждение многосекционности решений в пространстве между вращающимися дисками нашло в работе Робертса и Шипмана [40]. Они, кроме уже найденных, нашли еще и пятисекционные решения. Причем первая из односекционных ветвей отвечает системе решений, которую получил Бетчелор. Вторая ветвь при очень больших числах Рейнольдса приводила к решению Кармана, то есть при наличии только одного вращающегося диска.

Возможность существования нескольких решений также установил Нгуен с соавторами [41]. Причем средние значения чисел Рейнольдса давали результат, подобный теории Бетчелора, а большие значения чисел Рейнольдса – теории Стеватсона.

Значительный вклад в этом направлении внесли работы Холодниока, Кубичека и Хлавачека [42–46]. В соответствии с работой [45] система определяющих уравнений имеет вид

$$F^{II} = \sqrt{\text{Re}} \cdot H \cdot F^I + \text{Re} \cdot (F^2 - G^2 + k); \quad (1.5)$$

$$G^{II} = 2 \cdot Re \cdot F \cdot G + \sqrt{Re} \cdot G' \cdot H; \quad (1.6)$$

$$H^I = -2 \cdot \sqrt{Re} \cdot F, \quad (1.7)$$

где k – константа;

Re – число Рейнольдса;

F, G, H – безразмерные функции компонентов скоростей, которые определяются из выражений

$$V_r = r \cdot \omega \cdot F(\xi); V_\varphi = r \cdot \omega \cdot G(\xi); V_z = \sqrt{\nu \cdot \omega} \cdot H(\xi),$$

где ξ – безразмерная координата ($\xi = z/H$).

Число Рейнольдса определяется из выражения

$$Re = \frac{\omega \cdot H^2}{\nu},$$

где H – высота дискового зазора.

Численный метод по способу Ньютона–Рапсона использовался для решения системы уравнений (1.5)–(1.7).

В данной работе было найдено несколько решений в зависимости от числа Рейнольдса. При $Re < 205$ было найдено только одно решение. В случае, когда справедливо соотношение $205 < Re < 330$, то уравнения Навье–Стокса дают три решения. И, наконец, при $Re > 330$ имеем пять решений.

На рис. 1.21 приведены графики зависимостей константы k от числа Рейнольдса, что и характеризует многозначность решений.

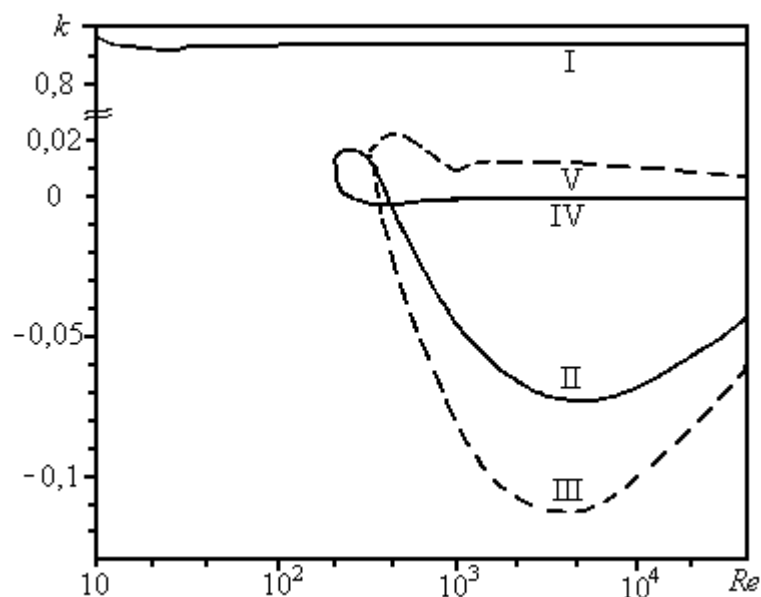
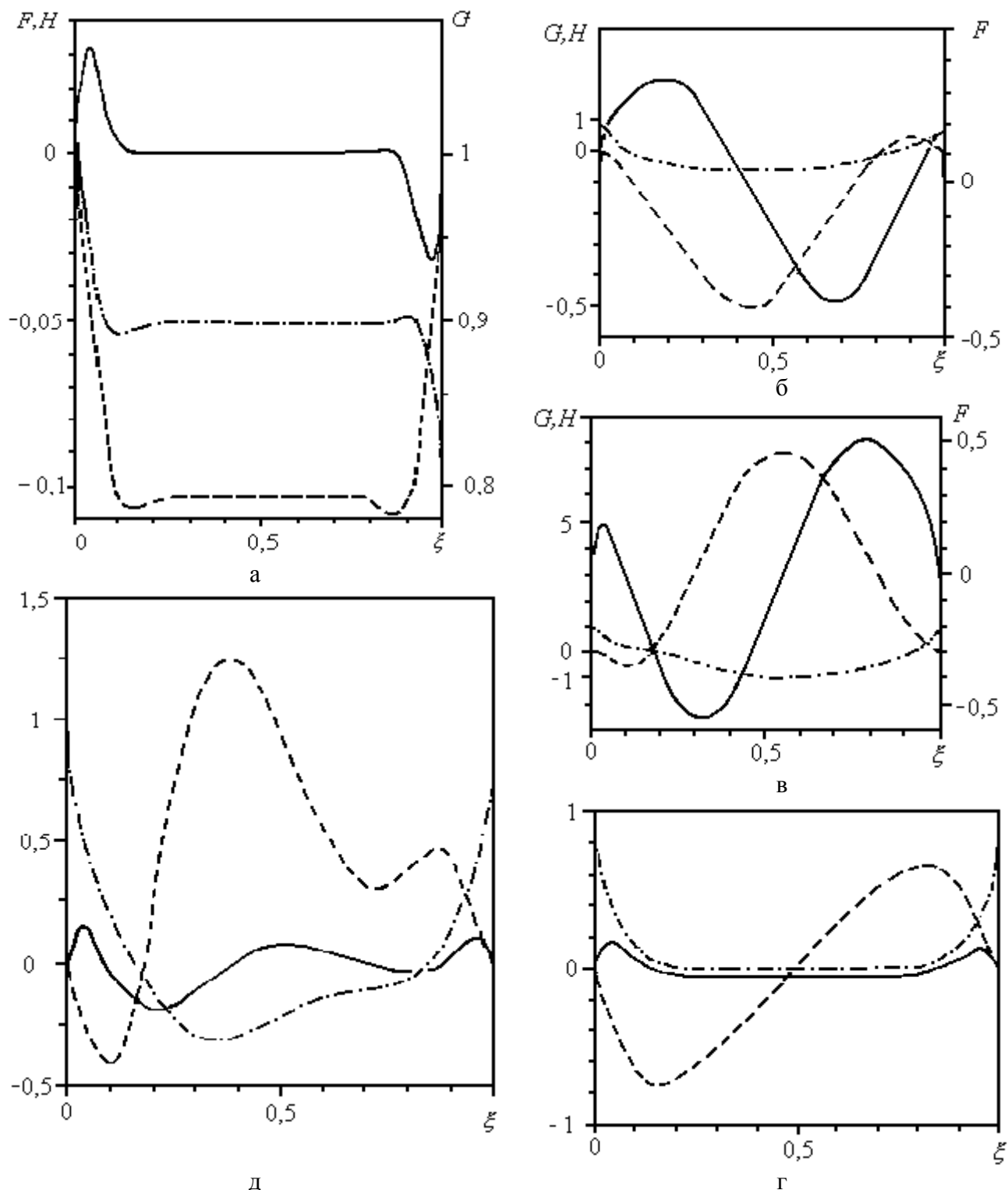


Рисунок 1.21 – Зависимость константы k от числа Рейнольдса

На рис. 1.22 изображены графики безразмерных функций компонентов скоростей вдоль дискового зазора для одного из значений чисел Рейнольдса.



а – первое решение; б – второе решение; в – третье решение; г – четвертое решение; д – пятое решение: — F ; - - - G ; - · - · - H

Рисунок 1.22 – Графики зависимостей F, G, H для $Re = 675$

В работе Дийкстра и ван Хейста [47] рассматривалось поведение жидкости между двумя конечными вращающимися дисками, внешние диаметры которых ограничены цилиндром.

Результаты данной работы в случае, если один диск неподвижный, а второй вращается, совпадают с теорией Бетчелора, то есть значительная часть

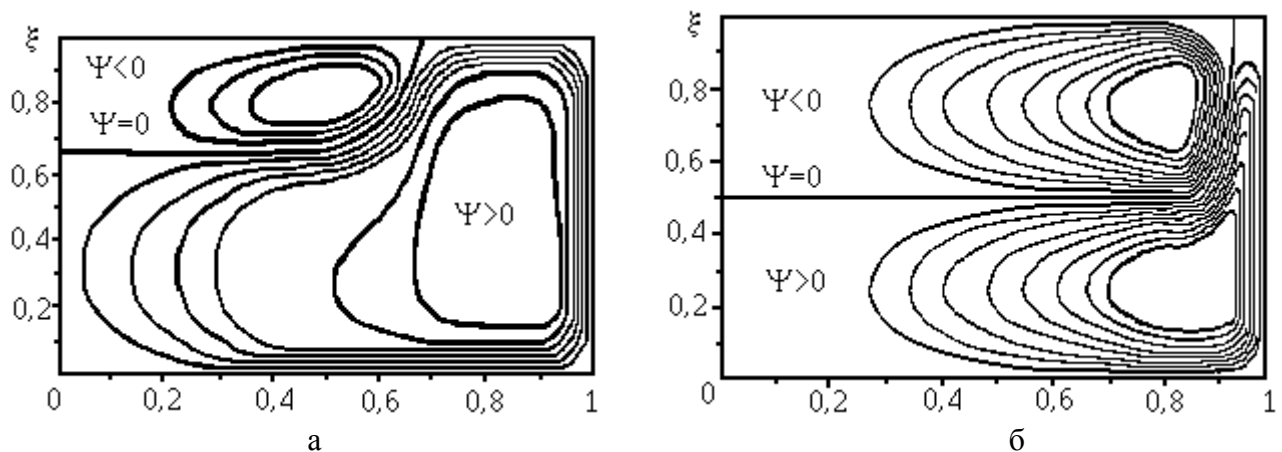
жидкости, которая находится за пределами граничных слоев, вращается как твердое тело.

Если диски вращаются в противоположных направлениях при $s < -0,15$, где $s = \omega_T/\omega_B$ (ω_T и ω_B соответственно угловые скорости верхнего и нижнего дисков), течение в меридиональной плоскости указывает на двухсекционную структуру. Линия потока с нулевым значением, разделяющая две секции, заканчивается возле вращающегося диска, который вращается с меньшей скоростью, определяя, таким образом, застойную точку. По физическому смыслу эта точка соответствует застойному кольцу, которое образуется возле диска с меньшей скоростью. На интервале $-0,15 < s \leq 0$ такое кольцо не наблюдалось.

При уменьшении s вплоть до минус единицы тип потока, который находится на достаточном расстоянии от боковой стенки цилиндра, приобретает двухсекционную симметричную структуру. При этом верхняя и нижняя секции вращаются в том же направлении, что и близлежащие к ним диски, а в средней плоскости скорость в вихре изменяет знак на противоположный. Хотя число Рейнольдса и не очень большое ($Re = 100$), результаты численного метода решения указывают на то, что между двумя секциями существует вязкий переходный слой, который тянется достаточно далеко от оси вращения.

На рис. 1.23 представлены численные расчеты для функции тока ψ в дисковом пространстве (междисковом зазоре), определенные из выражений

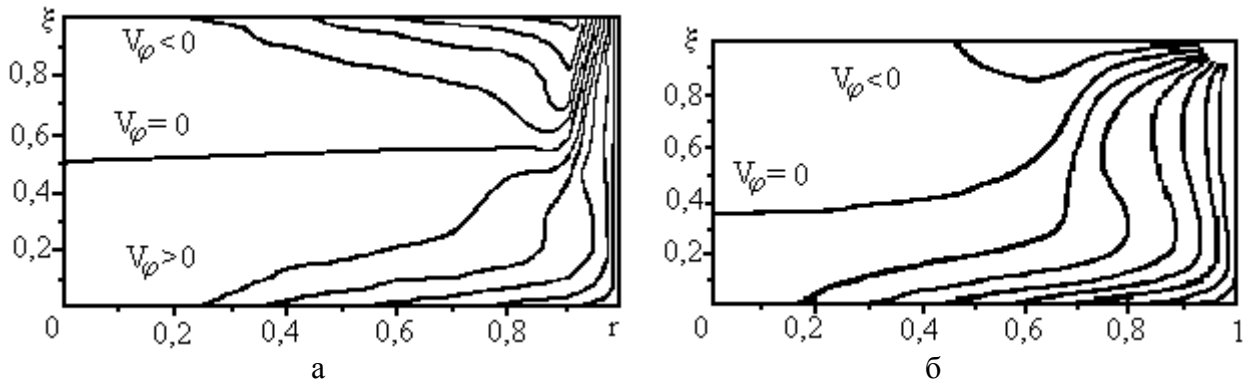
$$V_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad V_z = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (1.8)$$



а – $s = 0,3$; б – $s = -0,825$

Рисунок 1.23 – Зависимости функций тока $\psi \cdot 10^4$ в дисковом пространстве

Графики для тангенциальной составляющей скорости V_φ изображены на рис. 1.24. На двух последних рисунках представлены они в безразмерных координатах.



а – $s = 0,3$; б – $s = -0,825$

Рисунок 1.24 – Зависимости тангенциальной составляющей скорости V_φ в дисковом пространстве

Необходимо выделить следующие работы, где исследовалось поведение жидких сред в дисковом пространстве, используя численные расчеты [48 – 54]. В последних работах при некоторых параметрах проведения процесса подтверждались результаты Бетчелора, а в некоторых случаях приходили к выводам Стеватсона.

Кроме чисто численных методов расчетов течения в дисковом пространстве были предприняты шаги к аналитическому обоснованию расчетов. К таким работам можно отнести [55 – 60]. Последние две работы содержат точный математический подход для асимптотического описания функций, которые введены Карманом в уравнениях (1.1) и (1.2).

В работах [61 – 63] было получено аналитическое решение для описания вязкого течения в узком зазоре между вращающимися дисками, а также получены результаты при использовании численного решения, а именно по методу прогонки [64, 65].

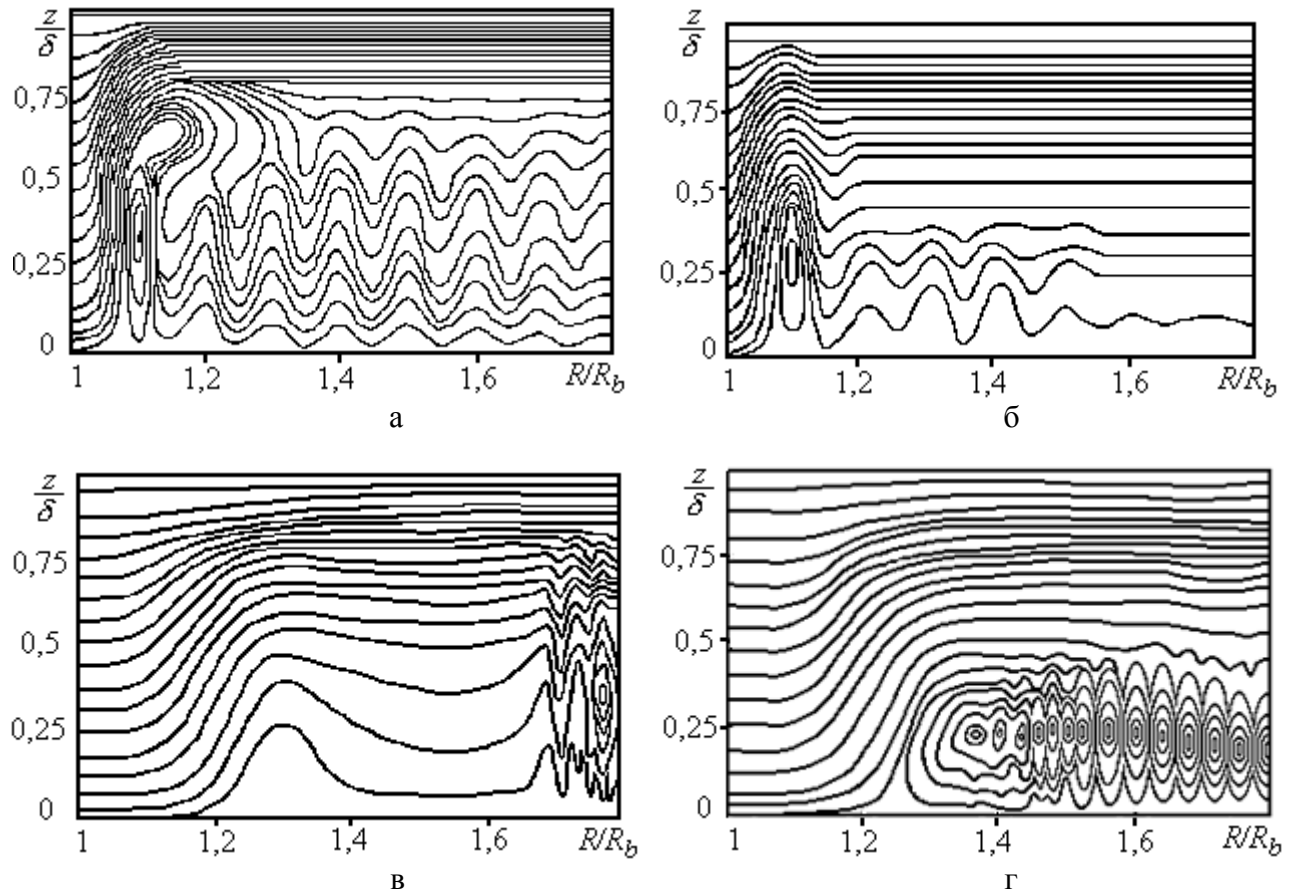
На рис. 1.25 изображены линии потоков для разных параметров дисковой зоны при подаче материала через центральное отверстие в одном из дисков [63]. На двух последних рисунках использованы такие обозначения: $\lambda_\delta = \omega \cdot \delta^2 / \nu$ – число Рейнольдса (ω – угловая скорость вращения дисков; $\delta = H/2$ – половина высоты дискового зазора); $L = q / (2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot H \cdot R_0^2)$ – безразмерный напорный параметр (q – объемная производительность; R_0 – радиус ввода жидкости в дисковое пространство); U_0 – закручивание потока на входном радиусе дискового элемента, который определяется из интеграла

$$U_0 = \int_0^1 V_\varphi(1, z) dz.$$

При увеличении λ_δ в дисковом пространстве возникает замкнутое вихревое движение среды. В результате чего происходит оттеснение основной массы жидкости от оси симметрии канала к поверхности вращающегося диска, то есть в область максимального действия центробежных сил. Интенсивность

вторичного течения существенным образом определяется значением параметра λ_δ и величиной безразмерного напорного параметра L .

Картина линий потока жидкости во вращающемся элементе при больших значениях параметра λ_δ становится очень сложной (рис. 1.25,б). В потоке появляются значительные области, где жидкость движется по сложным извилистым и даже замкнутым траекториям.



а – $\lambda_\delta = 20$, $L = 0,015$; б – $\lambda_\delta = 100$, $L = 0,015$; в – $\lambda_\delta = 20$, $L = 0,075$; г – $\lambda_\delta = 30$, $L = 0,075$

Рисунок 1.25 – Линии потока в дисковом пространстве при $U_0 = 1$

Многочисленными расчетами было установлено, что как для входящего потока, так и для выходящего потока, существует некоторое критическое значение произведения $L \cdot \lambda_\delta$, при приближении к которому решение нестационарных уравнений движения с помощью конечно-разностной схемы становится вообще невозможным. Так, например, для радиально выходящего потока, при $L \cdot \lambda_\delta = 1,5$ в дисковом пространстве наблюдается непрерывный процесс дробления больших участков со значительным вихревым движением на более мелкие. При этом расчет на разностной сетке при 100×40 узлов становится некорректным.

Среди работ с аналитическим направлением получения результатов решения уравнений Навье-Стокса следует выделить статью Головина и Малюшенко [66], которыми была получена зависимость для радиальной составляющей скорости в виде

$$V_r = \frac{\omega^2 \cdot r}{K \cdot \nu} \left[\frac{\beta^2}{18} \cdot (z^2 - H \cdot z) + \frac{1}{30} \cdot \left(H \cdot z - \frac{z^6}{H^4} \right) \right], \quad (1.9)$$

где β – коэффициент, который определяется с выражения

$$\int_0^H V_r \cdot dz = 0,$$

откуда $\beta = 1,1335$.

Для определения коэффициента K справедливо равенство

$$K = 0,5 + \sqrt{0,25 + \frac{\omega^2 \cdot r \cdot H^4}{2 \cdot R \cdot \nu^2} \cdot (0,0164 - 0,000765 \cdot \beta^2)},$$

где R – радиус диска.

Приведенный анализ результатов по формуле (1.9) и экспериментальных результатов, полученных Коновером [67], удовлетворительно коррелируют между собою.

Значительный интерес в теоретическом и прикладном плане имеют работы Шери и Адамса [68, 69] применительно их использования при проектировании гидростатических подшипников, торцовых уплотнений, дисков муфт сцепления и вращающихся теплообменников.

Одним из основных вопросов при проектировании гидростатических подшипников является создание необходимого давления между торцовыми поверхностями вала и корпуса, которые образуют дисковое пространство с незначительной высотой по отношению к радиусу.

В работе [69] получено выражение для распределения давления в дисковом зазоре в виде

$$P(r) = P(r_1) + \frac{\eta \cdot \nu \cdot \text{Re}}{H^2} \cdot \Delta \bar{P}(\bar{r}, \bar{r}_1), \quad (1.10)$$

$$\text{где } \Delta \bar{P}(\bar{r}, \bar{r}_1) = \int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}} \frac{d\bar{P}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot d\bar{r};$$

$$\text{Re} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot H}.$$

Для градиента давления получено такое выражение

$$\frac{d\bar{P}(\bar{r})}{d\bar{r}} = \frac{6}{5 \cdot \bar{r}^3} + \frac{\bar{r}}{3 \cdot E^2} - \frac{12}{\bar{r}} + \sum_n \left\{ -\frac{\frac{96}{\pi^2 \bar{r}^2} \cdot X_n \cdot \left(f_n' - \frac{1}{\bar{r}} \cdot f_n \right) - 4 \cdot \pi^2 \cdot n \cdot \left[(-1)^n + 1 \right] \cdot f_n + \frac{\bar{r}}{E^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot g_n^2 - 2 \cdot \frac{(-1)^n}{\pi \cdot n} \cdot g_n \right]}{\bar{r}} \right\} +$$

$$+ \sum_{n,m} Y_{n,m} \cdot \left[\frac{\pi}{\bar{r}} \cdot f_n \cdot f_m - \frac{2 \cdot \pi}{\bar{r}^2} \cdot f_n' \cdot f_m \right]. \quad (1.11)$$

В уравнения (1.9) – (1.11) входят такие величины: \bar{r} – безразмерная радиальная координата; η – динамическая вязкость; ν – кинематическая вязкость; E – число Экмана ($E = \nu / (H^2 \cdot \omega)$); Q – объемная скорость; f_n, f_m, g_n – комплексы, которые характеризуют разложения в ряды функции тока ψ , определяемой из выражений (1.8), и тангенциальной составляющей скорости; $X_n, Y_{n,m}$ – комплексы, которые находятся с выражений

$$X_n = \frac{n \cdot [1 + (-1)^n]}{(n^2 - 1)^2}, \quad \text{если } n \neq 1, X_1 = 0;$$

$$Y_{n,m} = \begin{cases} \pi \cdot (n^2 + 1) & \text{при } n = m; \\ -\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (m \pm 1)^2 & \text{при } n = m \pm 2; \\ 0 & \text{если } n \text{ имеет другие значения.} \end{cases}$$

Полученные теоретические результаты в последней работе были сопоставлены с экспериментальными результатами в работах [70 – 73]. Следует отметить достаточно высокое совпадение теоретических и экспериментальных результатов.

Среди других работ, направленных на теоретическое и экспериментальное исследования процессов для ньютоновских жидкостей в пространстве, ограниченном двумя дисками, один из которых или оба могут вращаться, следует выделить такие [74 – 89].

1.2.2 Анализ поведения неньютоновских жидкостей

Движение жидкости, которая подчиняется степенной модели, между вращающимися и неподвижным дисками было рассмотрено в работе [90]. Для радиальной составляющей скорости получено такое уравнение

$$V_r = -\frac{z \cdot (H - z) \cdot P_m}{2 \cdot R \cdot \mu} \cdot \left(\frac{H}{\omega \cdot r}\right)^{n-1} \cdot \sum_{k=1} \left(\frac{n-1}{2} + \sqrt{\frac{(1-n)^2}{4} + \frac{k^2}{n}} \right) \times \\ \times [\alpha_k \cdot \cos(k \cdot \varphi) + \beta_k \cdot \sin(k \cdot \varphi)] \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n-3}{2} + \sqrt{\frac{(1-n)^2}{4} + \frac{k^2}{n}}}, \quad (1.12)$$

где P_m – разность между максимальным и минимальным давлением на периметре;

α_k, β_k – коэффициенты разложения в ряды Фурье безразмерного давления соответственно по косинусам и синусам.

Для крутящего момента M_k и потребляемой мощности N_g получены такие зависимости

$$M_k = -\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot R^3}{n+3} \cdot \left(\frac{\omega \cdot R}{H}\right)^n; \quad (1.13)$$

$$N_g = \frac{2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot R^3 \cdot \omega}{n+3} \cdot \left(\frac{\omega \cdot R}{H}\right)^n. \quad (1.14)$$

В работе [91] было рассмотрено течение максвелловской жидкости в дисковом пространстве. Доказано, что существуют точные решения в том смысле, что определяющие уравнения можно свести к ряду квадратур в z – координатах для стационарного состояния или к ряду дифференциальных уравнений в частных производных в z – и t – координатах. Рассмотрены три случая: первый – один диск вращается, а второй диск неподвижный; второй – оба диска вращаются; третий – расстояние между дисками бесконечно большое, то есть рассматривается задача для одного вращающегося диска. Для этих случаев получены соответствующие асимптотические уравнения. Кроме того, приведены полные численные решения для чисел Рейнольдса вплоть до 50 и чисел Вайссенберга вплоть до 10. При этом числа Вайссенберга рассчитывались по уравнению

$$W_i = \lambda \cdot (\omega_2 - \omega_1), \quad (1.15)$$

где λ – время релаксации;

ω_1, ω_2 – угловая скорость вращения дисков.

Необходимо заметить, что в отличие от ньютоновской и степенной жидкости максвелловская жидкость при нестационарных режимах работы описывает поведение вязкоупругой жидкости. Для данного класса материалов их поведение в общей мере отличается от неупругих жидкостей, а иногда, в том числе и при движении между двумя дисками, один из которых вращается,

характер движения полностью изменяется. Превалирующее направление движения ньютоновской или степенной жидкости между неподвижным и вращающимися дисками в случае открытой периферийной части определяется центробежным течением. При наличии цилиндрического корпуса, то есть при закрытой периферийной части, возникает максимальное давление на периферии.

Что же касается вязкоупругой жидкости, то в данном случае основное значение имеют центростремительные силы, которые возникают за счет упругих свойств жидкости, то есть вследствие эффекта Вайссенберга.

В работе [92] представлены результаты численного решения для потока жидкости, которая описывается реологическим уравнением состояния по Олдройду с четырьмя постоянными, в дисковом зазоре между вращающимися дисками, а в работе [93] исследуется таким же способом течение жидкости Ривлина-Эриксона, которое в общем виде удовлетворяет такому реологическому уравнению состояния

$$T_{ij} = -P \cdot \delta_{ij} + \eta_0 \cdot d_{ij} + \eta_1 \cdot D_{ij} + \eta_2 \cdot d_{im} \cdot d_{mj}, \quad (1.16)$$

где T_{ij} – тензор напряжений;

d_{ij} – тензор скоростей деформаций;

D_{ij} – тензор скоростей ускорения;

P – изотропное давление;

δ_{ij} – символ Кронекера;

η_0 – ньютоновская вязкость;

η_1, η_2 – коэффициенты, характеризующие вязкоупругие свойства жидкости.

Необходимо, прежде всего заметить, что модель Олдройда с четырьмя - постоянными является более совершенной, чем модель Ривлина-Эриксона, что проверено на разных типах потоках, в том числе и вискозиметрических.

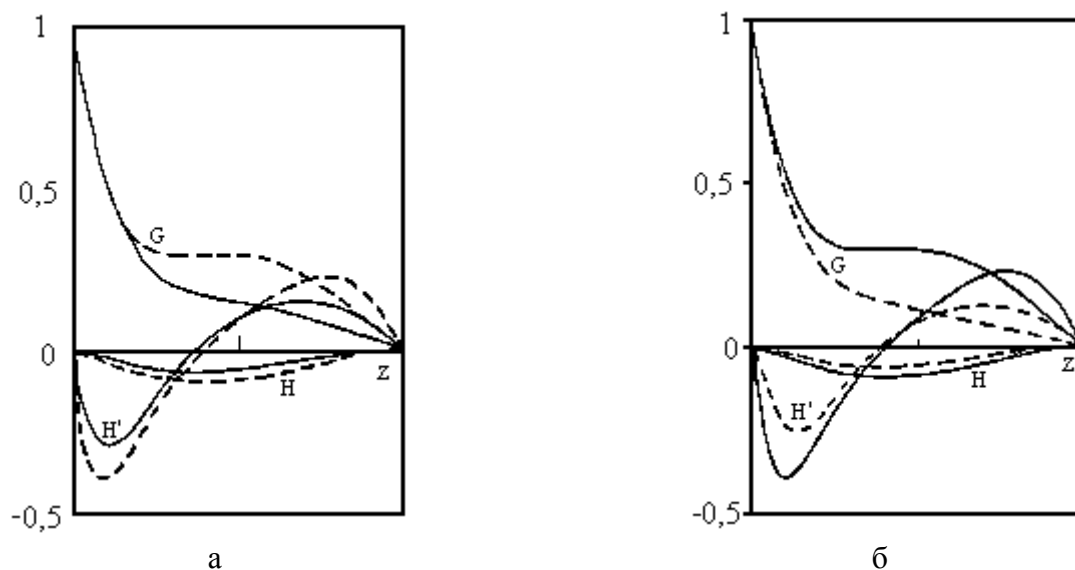
В двух последних работах был использован метод Кармана [36], который был развит в работах Холодниока, Кубечека и Хловачека [42 – 46] для преобразования уравнений Навье-Стокса, но уже с учетом уравнений движения для вязкоупругой жидкости. Для оценки характера течения использовалось число Рейнольдса в виде $Re = \omega \cdot H^2 \cdot \rho / \eta_0$, что практически не отличается от выражения, представленного в системе (1.5)–(1.7).

Кроме того, в последней работе введены безразмерные параметры α и K , характеризующие вязкоупругость жидкости и определяющиеся из уравнений

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\eta_2}{\rho \cdot H^2}, \\ K &= \frac{\eta_1}{\rho \cdot H^2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

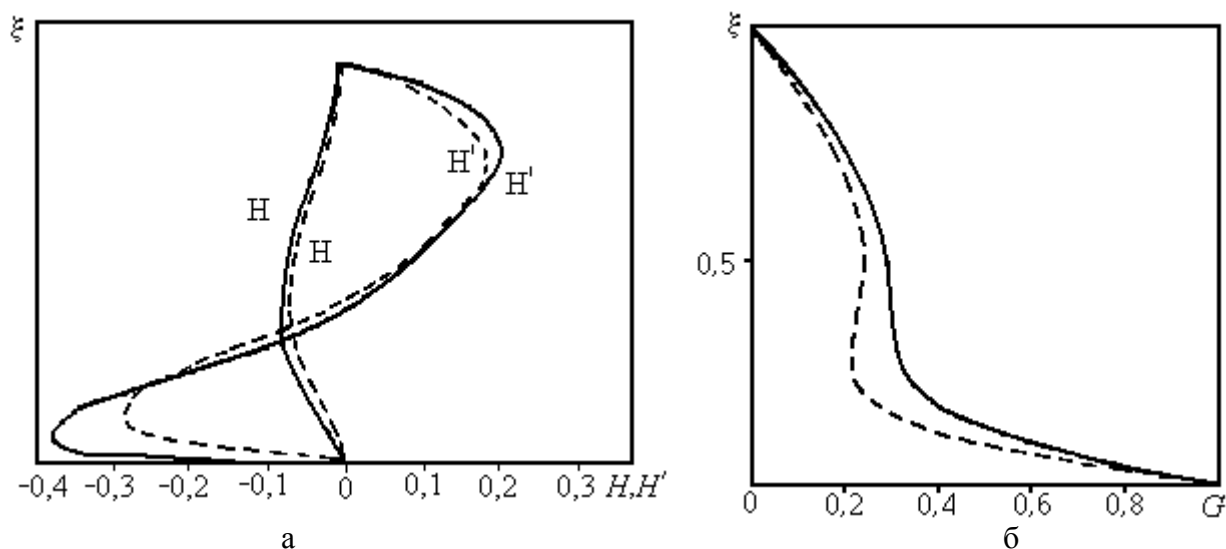
В качестве упругих характеристик использовались параметры λ_1, λ_2 и λ_0 , которые имеют размерность времени [92]

На рис. 1.26 представлены характерные графики из работы [92], а на рис. 1.27 – из работы [93] в дисковом зазоре, который образован вращающимся и неподвижным дисками.



————— — ньютоновская жидкость; — — — — — вязкоупругая жидкость:
а — $\lambda_1 = 0,5$; $\lambda_2 = 0,08$; $\mu_0 = 2,0$; б — $\lambda_1 = 1,5$; $\lambda_2 = 0,25$; $\mu_0 = 0,67$

Рисунок 1.26 – Зависимости функций скоростей G, H, H' при $Re = 100$



————— — ньютоновская жидкость ($\alpha = 0$; $K = 0$);
— — — — — вязкоупругая жидкость ($\alpha = 0,012$; $K = -0,06$):
а – функции скорости H, H' ; б – функции скорости G

Рисунок 1.27 – Зависимости функций скоростей G, H, H' при $Re = 100$

Рассмотрены проблемы течения вязкоупругой жидкости второго порядка в дисковом зазоре [94 – 100]. Использован стандартный подход по Карману и Бетчелору. Причем функции скорости раскладывались в ряды по возрастающим степеням чисел Рейнольдса в виде

$$G = \sum_{n=0}^{\infty} g_n \cdot Re^n.$$

Получены результаты, которые принципиально не отличаются от предшествующих публикаций.

Поведение вязкоупругой жидкости в дисковом зазоре, которое подчиняется модифицированному уравнению второго порядка, было рассмотрено в работах [101 – 104].

Получена зависимость для радиальной составляющей скорости в виде [103]

$$V_r = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot (5-n)}} \int_c^z \left[\frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \psi' \cdot r - \frac{\rho \cdot (\psi' \cdot r)^{3-n}}{\mu_1} \cdot \left(\xi^2 - H \cdot \xi + \frac{H^2}{4} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial P}{\partial r} \cdot \frac{(\psi')^{1-n} \cdot r^{2-n}}{\mu_1} \right] \cdot sh \left[\frac{\sqrt{(5-n) \cdot 2}}{r} \cdot (z - \xi) \right] d\xi, \quad (1.18)$$

где μ_1 – параметр, характеризующий вязкие свойства материала;

μ_2 – параметр, характеризующий упругие свойства материала;

ψ' – первая производная от функции, определяемой из выражения

$$\psi(z) = \frac{V_\varphi}{r}. \quad (1.19)$$

Константа интегрирования C в уравнении (1.18) определяется после интегрирования при таком условии

$$V_r = 0 \quad \text{при} \quad Z = H/2.$$

Эпюры для распределения компонентов тензора напряжений вдоль высоты дискового зазора. При этом радиальная составляющая скорости определена таким образом [104]

$$V_r = \frac{H^2}{8 \cdot K_1} \cdot \left[K_2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H} + \frac{\partial P}{\partial r} \cdot \frac{H^{(n-1)}}{(2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot r)^{(n-1)}} \right] \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right], \quad (1.20)$$

где K_1 , K_2 – параметры, характеризующие соответственно вязкие и упругие свойства материала.

Для определения градиента давления получено такое уравнение с учетом наличия центрального отверстия на неподвижном диске

$$\frac{\partial P}{\partial r} = K_2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H} \right)^n \cdot r^{(n-1)} \cdot \frac{\left(\frac{R_B}{r} - 1 \right)}{\left[1 - \left(\frac{R_B}{r} \right)^{(2-n)} \right]}, \quad (1.21)$$

где R_B – радиус центрального выходного отверстия.

Среди других публикаций, которые можно отнести к общим работам, где исследуются процессы в теоретическом и экспериментальном плане вязкоупругой жидкости в дисковом зазоре, следует выделить [105 – 110].

К отдельной группе публикаций можно отнести работы, которые не в общем описывают процессы для вязкоупругой жидкости в пространстве между двумя дисками, а анализируют рабочие зазоры дисковых и червячно-дисковых агрегатов.

Первая схема дискового экструдера и качественное описание его работы были представлены в работе Максвелла и Скалори [111].

К одним из первых работ по теоретическим и экспериментальным исследованиям процессов, которые происходят в рабочих зазорах дисковых экструдеров, следует отнести статьи Томита и Кото [112, 113], использовавших трех константную модель Олдройда и комбинированную модель Ривлина для деформаций при больших скоростях сдвига с учетом степенной зависимости для эффективной вязкости. Для тангенциальной составляющей скорости принималось линейное распределение вдоль высоты дискового зазора. В данных работах рассматривались два типа течения: первый – без центрального отверстия, то есть в замкнутом дисковом пространстве, которое подобно рабочему объему реогониометра типа диск-диск; второй – с центральным отверстием, то есть при наличии протока с соответствующей производительностью.

Получены такие выражения распределения давления в дисковом зазоре первого типа течения :

– модель Олдройда

$$Z_0 - Z = \frac{3}{2} \cdot \frac{(1 - \lambda^*)}{Ne} \cdot \ln \left(1 + \frac{2}{3} \cdot Ne^2 \cdot (r^*)^2 \right) - \frac{1}{6} \cdot Re \cdot (r^*)^2, \quad (1.22)$$

где $r^* = r/H$; $Re = \rho \cdot \omega \cdot H^2 / \eta$; $Ne = \lambda_1 \cdot \omega$; $Z = \sigma_{zz} / (\eta \cdot \omega)$;

$Z_0 = Z$ при $r^* = 0$, $\lambda^* = \lambda_2 / \lambda_1$ (λ_1 – время релаксации, λ_2 – время запаздывания);

– модель Ривлина

$$Z - Z_0 = \frac{1}{2 \cdot n - m} \cdot Ne \cdot (r^*)^{(2 \cdot n - m)} - \frac{1}{6} \cdot Re \cdot (r^*)^2, \quad (1.23)$$

где $Re = \rho \cdot \omega^{(2-n)} \cdot H^2 / \mu$; $Ne = \mu \cdot \omega^{(n-m)} / G'$; $Z = -\sigma_{zz} / (\mu \cdot \omega^n)$ (μ – коэффициент консистенции с размерностью $Па \cdot c^n$; G' – упругий параметр с размерностью $Па \cdot c^m$).

Выражение для распределения давления в случае модели Ривлина для второго типа течения, то есть при наличии центрального отверстия, получено в таком виде

$$Z_0 - Z = \frac{1}{2 \cdot n - m} \cdot Ne \cdot (r^*)^{(2 \cdot n - m)} + \frac{6}{\pi \cdot (1 - n)} \cdot \frac{Q^*}{(r^*)^{(1-n)}} - \frac{1}{6} \cdot Re \cdot (r^*)^2, \quad (1.24)$$

где $Z = \sigma_{zz} / (\mu \cdot \omega^n)$; $Q^* = Q / (\omega \cdot H^3)$.

Зависимость между объемной производительностью Q и радиальной составляющей скорости в данном случае имеет вид

$$V_r = \frac{3 \cdot Q}{\pi \cdot r \cdot H^3} \cdot (z^2 - H \cdot z). \quad (1.25)$$

Последнее выражение свидетельствует о том, что на радиальную составляющую скорости не влияет ни аномалия вязкости, характеризующаяся показателем степени n и коэффициентом консистенции μ , ни упругие характеристики, а именно μ и m . Такой результат вызывает достаточно большие сомнения в верности функционирования данной математической модели.

Движение в междисковом зазоре дискового экструдера анализировалось с использованием модели Уайта–Метцнера, модифицированной Литвиновым [114 – 119]. Получены зависимости для распределения давления вдоль радиуса диска, а также тангенциальной и радиальной составляющих скорости, причем вид тангенциальной скорости имеет нелинейный характер. Что же касается радиальной скорости, она имеет выражение, аналогичное уравнению (1.25) [115 – 117], а в работе [114] представлена в виде

$$V_r = \frac{(2 \cdot n + 1) \cdot Q}{4 \cdot (n + 1) \cdot \pi \cdot r \cdot H} \cdot \left[1 - \left| \frac{z}{H} \right|^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (1.26)$$

В последнем случае уже учтена аномалия вязкости. Однако упругие характеристики опять отсутствуют.

Много исследований, которые связаны с дисковой и червячно-дисковой экструзией, как в теоретическом, так и в экспериментальном плане, выполнено Кочеровым и Спорягиным [120 – 125].

Описание процессов течения в междисковом зазоре дисковых и комбинированных червячно-дисковых экструдеров осуществляется с использованием модели Уайта–Метцнера в предположении о линейности

распределения тангенциальной скорости вдоль высоты зазора. Получена такая зависимость для радиальной скорости [120]

$$V_r = \frac{3 \cdot Q \cdot (z^2 - z \cdot H) \cdot [3 - 2 \cdot C \cdot f(\varphi) \cdot z]}{\pi \cdot R \cdot H^3 \cdot [C \cdot f(\varphi) \cdot H - 3]}, \quad (1.27)$$

где $f(\varphi) = \partial \sigma_{rz} / \partial z$; $C = \sigma_w / (2 \cdot r^2)$ (σ_w – первая разность нормальных напряжений).

Уравнение (1.27) уже содержит как вязкие, так и упругие характеристики материала. Распределение V_r характеризуется тем, что возле вращающегося диска будет наблюдаться центростремительное движение, а возле неподвижного – центробежное, что будет вызывать вторичные потоки. Однако авторами последних работ не была выполнена оценка нагнетающего действия червячной части на поведение потоков в междисковом зазоре.

Значительный интерес вызывают вопросы переработки полимерных материалов на дисковых агрегатах системы *DISKPACK*. Были найдены зависимости для тангенциальной скорости, которая инициируется как вращением дисков, так и градиентом давления, создаваемым в результате работы агрегата. [126]

Безразмерная тангенциальная скорость за счет вращения дисков найдена в виде

$$\bar{V}_{\varphi d}(\rho, \xi) = 1 - \frac{4 \cdot \beta}{\pi \cdot \rho} \cdot \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot \sin(\lambda, \xi) \cdot [C_1 \cdot I_1(\lambda \cdot \rho) + C_2 \cdot K_1(\lambda \cdot \rho)], \quad (1.28)$$

где $\rho = r/R_s$; $\xi = z/R_s$; $\beta = R_d/R_s$; $\lambda = k \cdot \pi \cdot R_s/H$ (R_d – внутренний радиус корпуса; R_s – радиус вала, на котором смонтирован диск; H – высота междискового зазора).

Величины $I_1(x)$ и $K_1(x)$ представляют собой модифицированные функции Бесселя соответственно первого и второго рода первого порядка.

Справедливы такие соотношения для констант интегрирования

$$C_1 = \left[I_1(\lambda \cdot \beta) - \frac{I_1(\lambda) \cdot K_1(\lambda \cdot \beta)}{K_1(\lambda)} \right]^{-1};$$

$$C_2 = \left[K_1(\lambda \cdot \beta) - \frac{K_1(\lambda) \cdot I_1(\lambda \cdot \beta)}{I_1(\lambda)} \right]^{-1}.$$

Для безразмерной тангенциальной скорости за счет градиента давления будет выполняться выражение

$$\begin{aligned} \bar{\bar{V}}_{\varphi p}(\rho, \xi) = G \cdot \left\{ \frac{\xi}{\rho^2} \cdot (a - \xi) - \frac{8 \cdot a^2}{\pi^3 \cdot \rho} \cdot \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^3} \cdot \sin(\lambda \cdot \xi) \times \right. \\ \left. \times [C_3 \cdot I_1(\lambda \cdot \rho) + C_4 \cdot K_1(\lambda \cdot \rho)] \right\}, \end{aligned} \quad (1.29)$$

где $a = H/R_s$; $G = -dP/d\varphi/(4 \cdot \eta \cdot \pi \cdot N_0)$ (η – коэффициент вязкости; N_0 – частота вращения).

Безразмерные составляющие тангенциальной скорости связаны с размерными таким образом

$$\bar{\bar{V}}_{\varphi d} = \frac{V_{\varphi d}}{2 \cdot \pi \cdot N_0 \cdot r}; \quad \bar{\bar{V}}_{\varphi p} = \frac{V_{\varphi p}}{2 \cdot \pi \cdot N_0 \cdot r}.$$

Константы интегрирования C_3 и C_4 определяются из выражений

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{K_1(\lambda \cdot \beta) - K_1(\lambda)/\beta}{I_1(\lambda) \cdot I_1(\lambda \cdot \beta) \cdot \left[\frac{K_1(\lambda \cdot \beta)}{I_1(\lambda \cdot \beta)} - \frac{K_1(\lambda)}{I_1(\lambda)} \right]}; \\ C_4 &= \frac{I_1(\lambda) - \beta \cdot I_1(\lambda \cdot \beta)}{\beta \cdot [K_1(\lambda \cdot \beta) \cdot I_1(\lambda) - K_1(\lambda) \cdot I_1(\lambda \cdot \beta)]}. \end{aligned}$$

Приводится теория плавления полимерных материалов в дисковых агрегатах системы *DISKPACK*, построенная на базе теории плавления в одночервячных прессах, разработанная Тадмором.[127] Получена зависимость для величины ψ_L , которая по физическому смыслу представляет собой отношение интенсивности плавления на единице поверхности раздела твердая пробка – расплав к локальному потоку нерасплавленного полимера в таком виде

$$\psi_L = \sqrt{\frac{\rho_m \cdot V_0 \cdot U_2 \cdot [2 \cdot \lambda_m \cdot (T_b - T_p) + U_1] \cdot X_T}{4 \cdot [C_{ps} \cdot (T_p - T_s) + \lambda_p + C_{pm} \cdot (T - T_p) \cdot \bar{\theta}]}}. \quad (1.30)$$

По структуре выражение (1.30) совпадает с соответствующей формулой для процесса плавления материала в винтовом канале червячной машины. Основные обозначения в этих выражениях совпадают. Кроме того, в выражении (1.30) учтена зависимость характеристик материала от температуры по закону Аррениуса. При этом можно записать выражения

$$U_1 = 2 \cdot \mu_0 \cdot V_0^{n+1} \cdot \delta^{1-n} \cdot \left[\frac{b'}{1 - \exp(-b')} \right]^{n+1} \cdot \left[\frac{b' - 1 + \exp(-b')}{(b')^2} \right];$$

$$U_2 = 2 \cdot \frac{1 - b' - \exp(-b')}{b' \cdot [\exp(-b') - 1]}; \quad b' = \frac{-\beta_T \cdot (T_0 - T_p)}{n};$$

$$\bar{\theta} = \frac{2}{3} + \frac{Br}{12}; \quad Br = \frac{\mu_0 \cdot V_0^{(3 \cdot n + 1)/2} \cdot \rho_m^{(n-1)/2} \cdot \lambda_p^{(n-1)/2}}{(T_0 - T_p)^{(n+1)/2} \cdot C_{pm}^{(n+1)/2} \cdot W^{(n-1)/2}}.$$

Среди последних публикаций в этом направлении следует выделить [128 – 140], где при расчетах напряженно-деформированного состояния в междисковом зазоре использовалось модифицированное реологическое уравнение для жидкости второго порядка. Выполнена следующая замена компонентов скоростей [128 – 130]

$$V_r(r, z) = F(z)/r; \quad (1.31)$$

$$V_\varphi(r, z) = G(z) \cdot r, \quad (1.32)$$

где $F(z)$, $G(z)$ – функции, которые зависят только от координаты z .

Замена (1.31) и (1.32) приводила к представлению уравнений движения в виде системы дифференциальных уравнений в обычных производных. Причем одно уравнение относительно величины $F(z)$ было третьего порядка, а второе, относительно $G(z)$, было второго порядка. Например, в работе [128] такая система имела вид

$$F''' \cdot C_1 + (F'')^2 \cdot C_2 + F' \cdot C_3 + F' \cdot C_4 + (F')^2 \cdot C_5 + (F')^3 \cdot C_6 + (F')^4 \cdot C_7 + \\ + F \cdot C_8 + F^2 \cdot C_9 + F^3 \cdot C_{10} + F^4 \cdot C_{11} + G'' \cdot C_{12} + 2 \cdot \rho \cdot (F \cdot F' \cdot r^3 + G \cdot G' \cdot r) = 0; \quad (1.33)$$

$$G'' \cdot D_1 + G' \cdot D_2 + (G')^3 \cdot D_3 + 2 \cdot G \cdot F = 0, \quad (1.34)$$

где C_i и D_j – комплексы, которые имеют сложную функциональную зависимость от величин $F(z)$ и $G(z)$.

Например, для комплекса C_1 можно записать такую зависимость

$$C_1 = (F')^2 \cdot K_1 \cdot m \cdot \frac{\Phi^{(m-2)/2}}{r^3} + K_1 \cdot \frac{\Phi^{m/2}}{r} - 2 \cdot F \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \times \\ \times \frac{(F')^2 \cdot (m-1) \cdot \Phi^{(m-3)/2} + \Phi^{(m-1)/2} \cdot r^2}{r^5},$$

где $\Phi = \frac{4 \cdot F^2}{r^4} + \frac{(F')^2}{r^2} + (G')^2 \cdot r^2$.

В работе [133] для функции $G(z)$ принято линейное усреднение в виде

$$G(z) = \frac{\omega}{H} \cdot \left(\frac{H}{2} - z \right), \quad (1.35)$$

что дало возможность получить такое выражение

$$\begin{aligned} F = & \frac{2 \cdot A_3}{A_1^2} - \frac{A_2}{A_1} - \frac{A_4}{A_1} \cdot z + \frac{A_3}{A_1} \cdot z^2 + \frac{A_4}{A_1} \cdot \frac{H}{2} \cdot \frac{sh(\sqrt{A_1} \cdot z)}{sh\left(\sqrt{A_1} \cdot \frac{H}{2}\right)} + \\ & + \left[\frac{A_2}{A_1} - \frac{2 \cdot A_3}{A_1^2} - \frac{A_3}{A_1} \cdot \frac{H^2}{4} \right] \cdot \frac{ch(\sqrt{A_1} \cdot z)}{ch\left(\sqrt{A_1} \cdot \frac{H}{2}\right)}, \end{aligned} \quad (1.36)$$

где $A_1 = \frac{2 \cdot (5-n)}{r^2} + \frac{2 \cdot K_2 \cdot (2 \cdot K_3 - K_2)}{K_1^2 \cdot r^2}$;

$$A_2 = \frac{K_2}{K_1} \cdot G' \cdot r - \frac{\rho \cdot (G' \cdot r)^{3-n} \cdot H^2}{4 \cdot K_1};$$

$$A_3 = \frac{\rho \cdot (G' \cdot r)^{3-n}}{K_1};$$

$$A_4 = \frac{\rho \cdot (G' \cdot r)^{3-n} \cdot H}{K_1};$$

$$G' = -\frac{\omega}{H}.$$

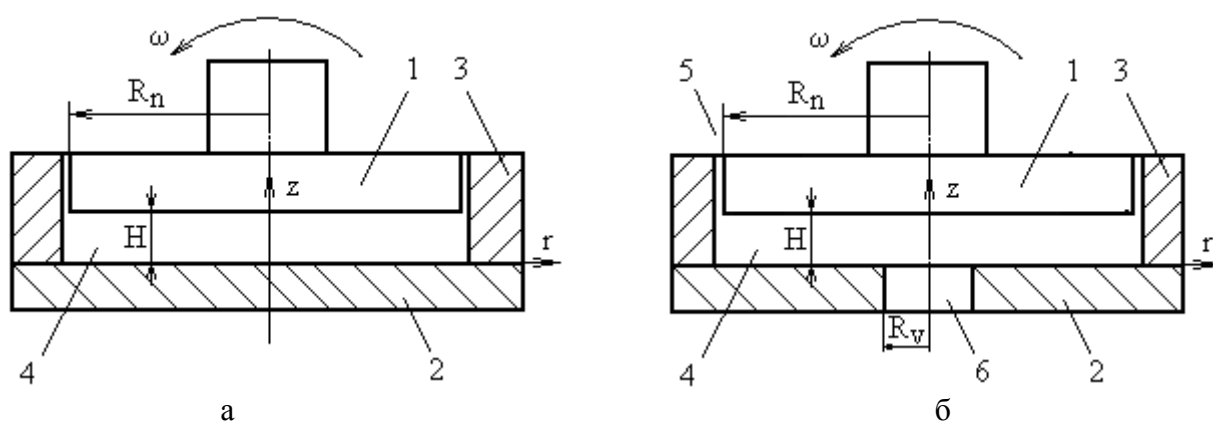
Также были использованы замены (1.31), (1.32) и (1.35) [134, 135]. При этом был выполнен анализ каждого из комплексов типа A_i , что позволило значительно упростить вид для радиальной составляющей скорости. Кроме того, были получены выражения для компонентов скорости с учетом совместного действия от вращения диска и нагнетательного действия червячной части. Также рассмотрены тепловые процессы с учетом диссипативного тепловыделения. Более подробно эти проблемы рассмотрены в следующем разделе.

1.3 Построение математических моделей для процессов, происходящих в экструзионных агрегатах при наличии дисковых элементов

1.3.1 Постановка задачи

Все процессы происходят в междисковых зазорах, то есть в зазорах, которые образуются между вращающимся и неподвижным дисками при переработке полимерных материалов на дисковых экструзионных агрегатах. В некоторых случаях междисковые зазоры могут быть созданы между двумя подвижными дисками, которые вращаются с разными скоростями или с одинаковыми, но в разных направлениях.

Схема рабочего узла дискового экструзионного агрегата представлена на рис. 1.28.



а – при закрытом выходном отверстии; б – при открытом выходном отверстии; 1 – вращающийся диск; 2 – неподвижный диск; 3 – корпус; 4 – междисковый зазор; 5 – радиальный зазор; 6 – выходное отверстие

Рисунок 1.28 – Схема рабочего узла дискового экструзионного агрегата

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, приведенные в разделе 1.2, в междисковом зазоре основное значение имеют две составляющих скорости: радиальная V_r и тангенциальная V_ϕ , что же касается осевой составляющей V_z , то ею вдоль всего объема, за исключением участков входа и выхода из междискового зазора, можно пренебрегать.

Для решения задачи введем такие допущения: жидкость несжимаемая, поток стационарный и осесимметричный относительно оси ϕ , массовые силы пренебрежимо малы по сравнению с вязкими.

С учетом сделанных допущений, а также замечаний относительно компонентов скорости, уравнения движения можно представить в таком виде

$$\rho \cdot \left(V_r \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_\varphi^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r}; \quad (1.37)$$

$$\rho \cdot \left(V_r \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_r \cdot V_\varphi}{r} \right) = \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \cdot \sigma_{r\varphi}; \quad (1.38)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \sigma_{rz}. \quad (1.39)$$

Уравнение неразрывности примет вид

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot V_r) = 0. \quad (1.40)$$

Учитывая последнюю зависимость, для радиальной составляющей будет справедлива зависимость в виде

$$V_r(z, r) = \frac{f(z)}{r}, \quad (1.41)$$

где $f(z)$ – функция радиальной скорости, которая зависит только от координаты z .

По аналогии с уравнением (1.41) и с учетом того, что тангенциальная составляющая скорости уменьшается при уменьшении текущего радиуса r , можно записать такое выражение

$$V_\varphi(z, r) = g(z) \cdot r, \quad (1.42)$$

где $g(z)$ – функция тангенциальной скорости, которая зависит только от координаты z .

Необходимо сделать еще одно замечание: вследствие того, что высота междискового зазора H в дисковых экструдерах, как правило, представляет собой величину второго порядка малости по сравнению с радиусом диска, то градиентом давления вдоль оси z можно пренебрегать. Тогда для определения составляющих скоростей V_r и V_φ или их функций $f(z)$ и $g(z)$ можно воспользоваться только системой уравнений (1.37) и (1.38).

1.3.2 Анализ процессов для ньютоновской жидкости

Если использовать реологическое уравнение состояния для ньютоновской жидкости, то, с учетом принятых допущений и соответствующих зависимостей для компонентов скоростей деформаций в цилиндрической системе координат,

а также выражений (1.41) и (1.42), уравнения (1.37) и (1.38) переписутся так

$$-\rho \cdot \left(\frac{f^2}{r^3} + g^2 \cdot r \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \eta \cdot \frac{\ddot{f}}{r}; \quad (1.43)$$

$$\rho \cdot \frac{2 \cdot f \cdot g}{r} = \eta \cdot r \cdot \ddot{g}, \quad (1.44)$$

где $\ddot{f} = \frac{d^2 f}{dz^2}$; $\ddot{g} = \frac{d^2 g}{dz^2}$.

Таким образом, система уравнений (1.43) и (1.44) представляет собой систему двух дифференциальных уравнений в обычных производных.

Для решения системы уравнений (1.43) и (1.44) необходимо записать граничные условия для функций $f(z)$ и $g(z)$. При размещении системы координат в соответствии с рис. 1.1 граничные условия запишутся в таком виде

$$f=0 \quad \text{при} \quad z=0; f=0 \quad \text{при} \quad z=H; \quad (1.45)$$

$$g=0 \quad \text{при} \quad z=0; g=2 \cdot \pi \cdot \omega \quad \text{при} \quad z=H, \quad (1.46)$$

где ω – частота вращения диска.

Пример решения системы уравнений (1.43) и (1.44) с граничными условиями (1.45) и (1.46) для расплава полиамида приведен в блоке САПР-1.

Следует заметить, что при решении системы уравнений (1.43) и (1.44) на базе блока САПР-1 (приложение А.1), какими бы не были геометрические характеристики междискового зазора, для различных значений $\partial P / \partial r$ и ω , зависимость функции g от координаты z имеет линейный характер. Тогда для выбранного размещения системы координат можно записать такое выражение

$$g(z) = \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H} \cdot z. \quad (1.47)$$

Учитывая выражение (1.47), уравнение (1.43) можно записать в виде

$$\ddot{f} + \frac{\rho}{\eta \cdot r^2} \cdot f^2 + \frac{4 \cdot \rho \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2}{\eta \cdot H^2} \cdot z^2 = \frac{r}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}. \quad (1.48)$$

Уравнение (1.48) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Для оценки влияния второго и третьего слагаемых в левой части на поведение функции f воспользуемся блоком САПР-2 (приложение А.2). Результаты расчетов при разных параметрах дискового зазора приведены в табл. 1.1. Причем в таблице приведены максимальные значения f вдоль высоты междискового зазора с учетом второго слагаемого, обозначенные через f_y , и без учета второго слагаемому, обозначенные через f_δ ,

в левой части уравнения.

Следует заметить, что результаты, которые приведены в табл. 1.1, получены без учета градиента давления. Из приведенных результатов видно, что второе слагаемое в левой части уравнения (1.48) на несколько порядков меньше, чем третье, и тогда вторым слагаемым можно пренебречь. После чего уравнение (1.48) упростится к виду

$$\ddot{f} = -\frac{4 \cdot \rho \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2}{\eta \cdot H^2} \cdot z^2 + \frac{r}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}. \quad (1.49)$$

Таблица 1.1 – Максимальные значения функции f при разных параметрах дисковой зоны

$H = 1 \text{ мм}$						$H = 5 \text{ мм}$					
$\omega = 1 \text{ с}^{-1}$			$\omega = 3 \text{ с}^{-1}$			$\omega = 1 \text{ с}^{-1}$			$\omega = 3 \text{ с}^{-1}$		
$r, \text{ мм}$			$r, \text{ мм}$			$r, \text{ мм}$			$r, \text{ мм}$		
5	50	150	5	50	150	5	50	150	5	50	150
$f_y/f_\delta \cdot 10^{10}, \text{ м}^2/\text{с}$											
$\frac{1,99693}{1,97172}$	$\frac{198,698}{199,668}$	$\frac{1796,92}{1797,07}$	$\frac{17,9724}{17,9471}$	$\frac{1796,1}{1797,07}$	$\frac{16174,9}{16175}$	$\frac{49,6132}{49,2507}$	$\frac{4992,32}{4992,19}$	$\frac{44930,9}{44930,7}$	$\frac{448,998}{449,729}$	$\frac{44930,9}{44930,7}$	$\frac{404378}{404378}$

Последнее уравнение представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка с разделяющимися переменными, решение которого имеет вид

$$f = -\frac{\rho \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2}{3 \cdot \eta \cdot H^2} \cdot z^4 + \frac{r}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} \cdot z^2 + C_1 \cdot z + C_2. \quad (1.50)$$

Для определения констант интегрирования надо воспользоваться граничными условиями (1.45). Окончательно имеем

$$f(z) = \frac{\rho \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2}{3 \cdot \eta \cdot H^2} \cdot (H^3 \cdot z - z^4) + \frac{r}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} \cdot (z^2 - H \cdot z). \quad (1.51)$$

Если выход в центральной части закрыт, то есть течение происходит согласно со схемой на рис. 1.28,а, то производительность через зазор при любом радиусе будет равна нулю. Тогда уравнение неразрывности в интегральной форме будет иметь вид

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^H V_r \cdot r \cdot dz = 0,$$

или

$$0 = \int_0^H f(z) \cdot dz. \quad (1.52)$$

Подставив в последнее выражение уравнение (1.51), после интегрирования получим такое выражение для градиента давления

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{6}{5} \cdot \rho \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r. \quad (1.53)$$

Из уравнения (1.53) видно, что для закрытого дискового пространства, в случае ньютоновской жидкости, градиент давления носит линейный характер вдоль оси r и является положительным.

После разделения переменных и интегрирования в уравнении (1.53) распределение давления определится в соответствии с выражением, при условии, что на входе в дисковую зону давление равно нулю

$$P = \frac{6}{10} \cdot \rho \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2.$$

1.3.3 Анализ процессов для вязкоупругой жидкости, которая подчиняется модифицированному реологическому уравнению второго порядка

Общий вид реологического уравнения второго порядка имеет вид

$$\sigma_{ij} = \eta(I_2) \cdot A_{ij}^{(1)} + \beta(I_2) \cdot \left(A_{ij}^{(1)}\right)^2 - \nu(I_2) \cdot A_{ij}^{(2)}, \quad (1.54)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений;

$\eta(I_2), \beta(I_2), \nu(I_2)$ – материальные функции;

$A_{ij}^{(1)}, A_{ij}^{(2)}$ – компоненты тензоров Ривлина-Эриксона соответственно первого и второго порядка.

При этом справедливы следующие зависимости

$$\begin{aligned} A_{ij}^{(1)} &= 2 \cdot d_{ij}; \\ A_{ij}^{(2)} &= \frac{\partial A_{ij}^{(1)}}{\partial t} + V_k \cdot \frac{\partial A_{ij}^{(1)}}{\partial x_k} + A_{ik}^{(1)} \cdot \frac{\partial V_k}{\partial x_j} + A_{kj}^{(1)} \cdot \frac{\partial V_k}{\partial x_i}; \\ \eta(I_2) &= K_1 \cdot |4 \cdot I_2|^{m/2}; \\ \beta(I_2) &= K_2 \cdot |4 \cdot I_2|^{p/2}; \\ \nu(I_2) &= K_3 \cdot |4 \cdot I_2|^{q/2}, \end{aligned}$$

где d_{ij} – компоненты тензора скоростей деформации;

I_2 – второй инвариант тензора скоростей деформации;

K_1 , K_2 , K_3 , m , p , q – константы материала, которые зависят от типа материала и находятся с помощью вискозиметров.

С учетом последних зависимостей и уравнений (1.41) и (1.42) компоненты тензора Ривлина-Эриксона первого рода в матричной форме можно представить так

$$A_{ij}^{(1)} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{r^2} \cdot f & 0 & \frac{1}{r} \cdot \dot{f} \\ 0 & \frac{2}{r^2} \cdot f & r \cdot \dot{g} \\ \frac{1}{r} \cdot \dot{f} & r \cdot \dot{g} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.55)$$

Второй инвариант тензора скоростей деформаций запишется таким образом

$$I_2 = -\frac{1}{r^4} \cdot f^2 - \frac{1}{4 \cdot r^2} \cdot \left(\dot{f} \right)^2 - \frac{r^2 \cdot \left(\dot{g} \right)^2}{4}. \quad (1.56)$$

Соответствующая подстановка приводит к следующей зависимости в матричной форме, которая определяет компоненты тензора напряжений

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\varphi} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\varphi} & \sigma_{\varphi\varphi} & \sigma_{z\varphi} \\ \sigma_{rz} & \sigma_{z\varphi} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = K_1 \cdot \left| 4 \cdot I_2 \right|^{\frac{(n-1)}{2}} \cdot \begin{bmatrix} \left(-\frac{2}{r^2} \cdot f \right) & 0 & \left(\frac{1}{r} \cdot \dot{f} \right) \\ 0 & \left(\frac{2}{r^2} \cdot f \right) & \left(r \cdot \dot{g} \right) \\ \left(\frac{1}{r} \cdot \dot{f} \right) & \left(r \cdot \dot{g} \right) & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ K_2 \cdot \left| 4 \cdot I_2 \right|^{\frac{(n-2)}{2}} \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{4}{r^4} \cdot f^2 + \frac{1}{r^2} \cdot \dot{f}^2 \right) & \left(\dot{f} \cdot \dot{g} \right) & \left(-\frac{2}{r^3} \cdot f \cdot \dot{f} \right) \\ \left(\dot{f} \cdot \dot{g} \right) & \left(\frac{4}{r^4} \cdot f^2 + r \cdot \dot{g} \right) & \left(\frac{2}{r} \cdot f \cdot \dot{g} \right) \\ \left(-\frac{2}{r^3} \cdot f \cdot \dot{f} \right) & \left(\frac{2}{r} \cdot f \cdot \dot{g} \right) & \left(\frac{1}{r^2} \cdot \dot{f}^2 + r^2 \cdot \dot{g}^2 \right) \end{bmatrix} -$$

$$-K_3 \cdot |4 \cdot I_2|^{\frac{(n-2)}{2}} \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{8}{r^4} \cdot f^2 \right) & 0 & \left(-\frac{4}{r^3} \cdot f \cdot \dot{f} \right) \\ 0 & 0 & \left(\frac{4}{r} \cdot f \cdot \dot{g} \right) \\ \left(-\frac{4}{r^3} \cdot f \cdot \dot{f} \right) & \left(\frac{4}{r} \cdot f \cdot \dot{g} \right) & \left(\frac{2}{r^2} \cdot \dot{f}^2 + 2 \cdot r^2 \cdot \dot{g}^2 \right) \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

Подстановка соответствующих компонентов тензора напряжений из последнего выражения в уравнения движения (1.37) и (1.38) приводит к системе двух нелинейных уравнений второго порядка для искомых величин [101]. Решение такой системы в общем случае дает нелинейное распределение функций f и g вдоль междискового зазора. Однако для упрощения математической модели, что не приводит к изменению характера течения в междисковом зазоре и не вносит значительных погрешностей в результаты расчетов основных параметров проведения процесса, вместо нелинейной зависимости функции g можно воспользоваться линейным приближением [103] в соответствии с выражением (1.47). Если система координат размещена посередине междискового зазора, то вместо выражения (1.47) следует записать такое выражение

$$g(z) = \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H} \cdot \left(z + \frac{H}{2} \right). \quad (1.58)$$

Формула (1.58) соответствует таким граничным условиям

$$g=0 \quad \text{при} \quad z = -\frac{H}{2}; \quad g=2 \cdot \pi \cdot \omega \quad \text{при} \quad z = \frac{H}{2}. \quad (1.59)$$

При использовании одного из уравнений (1.47) или (1.58) выражение для определения функции f можно найти из нелинейного дифференциального уравнения

$$\ddot{f} \cdot \left\{ a_1 \cdot \left[r^2 \cdot |4 \cdot I_2|^{\frac{(n-1)}{2}} + (n-1) \cdot \left(\dot{f} \right)^2 \cdot |4 \cdot I_2|^{\frac{(n-3)}{2}} \right] - \right. \\ \left. - a_2 \cdot \left[(n-2) \cdot f \cdot \left(\dot{f} \right)^2 \cdot |4 \cdot I_2|^{\frac{(n-4)}{2}} + r^2 \cdot f \cdot |4 \cdot I_2|^{\frac{(n-2)}{2}} \right] \right\} -$$

$$\begin{aligned}
& - \left(C1_1 \cdot f^3 + C1_2 \cdot f \cdot \left(\dot{f} \right)^2 + C1_3 \cdot f \right) \cdot |4 \cdot I_2|^{\frac{(n-3)}{2}} - \\
& - \left(C2 \cdot f^4 + C3 \cdot f^2 \cdot \left(\dot{f} \right)^2 + C4 \cdot f^2 + C6 \cdot \left(\dot{f} \right)^4 + C7 \cdot \left(\dot{f} \right)^2 \right) \cdot |4 \cdot I_2|^{\frac{(n-4)}{2}} - \\
& - \left(C5_1 \cdot f^2 + C5_2 \cdot \left(\dot{f} \right)^2 + C5_3 \right) \cdot |4 \cdot I_2|^{\frac{(n-2)}{2}} = \rho \cdot \left[-\frac{f^2}{r^3} - r \cdot g1^2 \cdot z^2 \right] + dPr, (1.60)
\end{aligned}$$

где $a_1 = \frac{K_1}{r^3}$; $a_2 = \frac{2 \cdot (K_2 - K_3)}{r^5}$; $dPr = \frac{\partial P}{\partial r}$; $g1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H}$;

$$C1_1 = -\frac{K_1 \cdot (n-1) \cdot 16}{r^7}; C1_2 = -\frac{K_1 \cdot (n-1) \cdot 6}{r^5}; C1_3 = \frac{K_1 \cdot (n-1) \cdot 2 \cdot g1^2}{r};$$

$$C2 = \frac{32 \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (n-2)}{r^9}; C3 = \frac{4 \cdot (5 \cdot K_2 - 4 \cdot K_3) \cdot (n-2)}{r^7};$$

$$C4 = -\frac{4 \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (n-2) \cdot g1^2}{r^3}; C5_1 = \frac{8 \cdot (2 \cdot K_2 - 3 \cdot K_3)}{r^5};$$

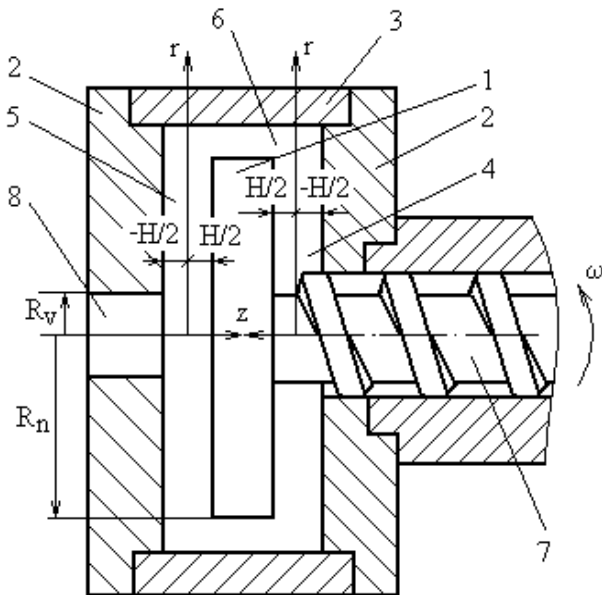
$$C5_2 = \frac{(3 \cdot K_2 - 2 \cdot K_3)}{r^3}; C5_3 = K_2 \cdot r \cdot g1^2;$$

$$C6 = \frac{K_1 \cdot (n-2)}{r^5}; C7 = \frac{K_2 \cdot m_2 \cdot g1^2}{r}.$$

Перед дальнейшим преобразованием уравнения (1.60) необходимо сделать некоторые замечания. Течение в междисковом зазоре для червячно-дискового экструдера происходит за счет двух факторов: первый – вследствие вращения диска; второй – вследствие подачи материала в междисковый зазор червяком. В общем случае будем иметь суммарный поток от этих двух факторов. Общая схема дискового пространства для червячно-дисковых экструдеров изображена на рис. 1.29.

На рис. 1.29. представлено дисковое пространство с двумя междисковыми зазорами: первым 4 и вторым 5. Принципиальной разницы при описании процессов в этих зазорах нет. Однако необходимо учитывать, что для первого зазора по ходу течения материала поток, создаваемый червяком, имеет положительное направление вдоль оси r , а для второго зазора – отрицательный.

Кроме того, необходимо отметить еще и тот факт, что первая дисковая зона может эксплуатироваться в режиме плавления материала на последней стадии общей зоны пластикации, которая начинается в червячной зоне. Но основное функциональное назначение дисковых зон состоит в интенсивном смешении и гомогенизации расплава за счет значительных сдвиговых деформаций.



1 – вращающийся диск, 2 – неподвижные диски; 3 – корпус; 4, 5 – междисковые зазоры; 6 – радиальный зазор; 7 – червяк; 8 – выходное отверстие

Рисунок 1.29 – Схема дискового пространства для червячно-дискового экструдера

в качестве исследуемого материала взят полистирол, имеющий следующие характеристики: $n = 0,31$; $K_1 = 1,73 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$; $K_2 = 1,77 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$; $K_3 = 1,64 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$; $\rho = 970 \text{ кг/м}^3$. Вектор $z^{<1>}$ в данном блоке соответствует функции f , а вектор $z^{<0>}$ – аргументу z .

Используя анализ влияния каждого из членов в уравнении (1.60) на его решение с помощью блока САПР-3, можно сделать вывод, что выражение (1.60) адекватно такому уравнению

$$\ddot{f} \cdot K_1 \cdot r^{(n-2)} \cdot g_1^{(n-1)} - K_2 \cdot r^{(n-1)} \cdot g_1^n = d \text{ Pr}. \quad (1.61)$$

Если воспользоваться граничными условиями

$$f = 0 \text{ при } z = -H/2; \quad f = 0 \text{ при } z = H/2, \quad (1.62)$$

то аналитическое решение уравнения (1.61) можно записать в виде

$$f(z) = \frac{H^2 \cdot r}{8} \cdot \left[\frac{K_2}{K_1} \cdot g_1 + \frac{d \text{ Pr}}{K_1 \cdot (g_1 \cdot r)^{(n-1)}} \right] \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right]. \quad (1.63)$$

При сравнении графиков в блоке САПР-3, которые получены по уравнениям (1.60) и (1.63) видно, что они полностью идентичны. Такое совпадение имеет место и для других реальных геометрических и технологических параметров дисковой зоны.

Таким образом, в одном дисковом зазоре два потока могут иметь одинаковое направление, а в другом зазоре – противоположное, что в суммарном значении при некоторых технологических и геометрических параметрах рабочей зоны может привести к нарушению сплошности потока и, как следствие, к появлению пульсаций, которые отрицательно влияют на качество изделий.

Моделирование процессов с учетом только вращения диска.

Для анализа поведения в междисковом зазоре вязкоупругой жидкости, которая описывается уравнением (1.60), разработан блок САПР-3 (приложение А.3). В

Таким образом, для расчетов параметров процесса в междисковых зазорах для вязкоупругой жидкости можно пользоваться упрощенной формулой (1.63).

Для определения градиента давления в уравнении (1.63) надо воспользоваться уравнением неразрывности в интегральной форме. При отсутствии центрального отверстия по аналогии с выражением (1.52) можно записать

$$0 = \int_{-H/2}^{H/2} f(z) dz .$$

Границы интегрирования в данном случае соответствуют граничным условиям (1.62), по которым была получена формула (1.63).

Если определить градиент давления для схемы с центральным отверстием, то есть в соответствии с рис 1.28,б для второго междискового зазора 5, то следует пользоваться таким уравнением

$$\int_{-H/2}^{H/2} f(z) dz = \int_{-H/2}^{H/2} f(z)_{R_V} dz . \quad (1.64)$$

В левой части последнего выражения записана производительность через текущий радиус, а в правой – через радиус выходного отверстия R_V . При этом величину $f(z)_{R_V}$ следует подставлять из формулы (1.63) при $r = R_V$. Уравнение (1.64) дает

$$d Pr = \frac{\partial P}{\partial r} = K_2 \cdot g 1^n \cdot r^{(n-1)} \cdot \frac{\left(\frac{R_V}{r} - 1 \right)}{\left[1 - \left(\frac{R_V}{r} \right)^{(2-n)} \right]} . \quad (1.65)$$

После подстановки последнего выражения в уравнение (1.63) окончательно получим выражение для функции, характеризующей радиальное направление течения в зазоре между двумя дисками, один из которых вращается

$$f(z) = \frac{K_2 \cdot g 1 \cdot H^2 \cdot r}{8 \cdot K_1} \cdot \left\{ 1 - \frac{\left(1 - \frac{R_V}{r} \right)}{\left[1 - \left(\frac{R_V}{r} \right)^{(2-n)} \right]} \right\} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] . \quad (1.66)$$

Чтобы рассчитать мощность, необходимо взять интеграл от функции диссипации вдоль всего объема междискового зазора или трехкратный интеграл по соответствующим координатным осям, то есть в общем случае можно записать такое выражение

$$N_{ij} = \int_0^{2\pi} \int_{-H/2}^{H/2} \int_{R_V}^{R_n} \sigma_{ij} \begin{pmatrix} A_{ij}^{(1)} & \text{при } i \neq j \\ d_{ij} & \text{при } i = j \end{pmatrix} \cdot r \, dr \, dz \, dy.$$

Вследствие того, что компоненты всех величин, входящих в последнюю формулу, не зависят от координаты φ , то ее можно представить в таком виде

$$N_{ij} = 2 \cdot \pi \cdot \int_{-H/2}^{H/2} \int_{R_V}^{R_n} \sigma_{ij} \begin{pmatrix} A_{ij}^{(1)} & \text{при } i \neq j \\ d_{ij} & \text{при } i = j \end{pmatrix} \cdot r \, dr \, dz. \quad (1.67)$$

Примеры расчетов компонентов тензора напряжений, а также мощности, которая потребляется за счет каждого из компонентов тензора напряжений, приведены в блоке САПР-4 (приложение А.4). Как видно из полученных в этом блоке результатов, основной вклад в общую потребляемую мощность в междисковом зазоре вносит составляющая мощности за счет компонента $\sigma_{\varphi z}$. Другими компонентами можно пренебрегать.

Найдем дальше функцию распределения давления в направлении оси r , используя формулу (1.65). Для этого запишем ее таким образом

$$\frac{\partial P}{\partial r} = K_2 \cdot g 1^n \cdot r^{(n-1)} \cdot \left(\frac{R_V}{r} - 1 \right) \cdot \left[1 - \left(\frac{R_V}{r} \right)^{(2-n)} \right]^{-1}.$$

Соотношение R_V/r всегда меньше единицы (в предельном случае равно единице) и потому выражение, которое стоит в квадратных скобках, можно разложить в биномиальный ряд. Если оставить три члена ряда, то получим

$$\left[1 - \left(\frac{R_V}{r} \right)^{(2-n)} \right]^{-1} = 1 + \left(\frac{R_V}{r} \right)^{(2-n)} + \left(\frac{R_V}{r} \right)^{2(2-n)}.$$

С учетом двух последних выражений для градиента давления можно записать такое уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial r} = K_2 \cdot g 1^n \cdot \left[R_V \cdot r^{(n-2)} + R_V^{(3-n)} \cdot r^{(2 \cdot n - 4)} + R_V^{(5-2 \cdot n)} \cdot r^{(3 \cdot n - 6)} - \right. \\ \left. - r^{(n-1)} - R_V^{(2-n)} \cdot r^{(2 \cdot n - 3)} - R_V^{(4-2 \cdot n)} \cdot r^{(3 \cdot n - 5)} \right]. \end{aligned} \quad (1.68)$$

После разделения переменных и интегрирования в уравнении (1.68) получим выражение для распределения давления

$$\begin{aligned} P(r) = K_2 \cdot g 1^n \cdot \left[\frac{R_V \cdot r^{(n-1)}}{n-1} + \frac{R_V^{(3-n)} \cdot r^{(2 \cdot n - 3)}}{2 \cdot n - 3} + \frac{R_V^{(5-2 \cdot n)} \cdot r^{(3 \cdot n - 5)}}{3 \cdot n - 5} - \right. \\ \left. - \frac{r^n}{n} - \frac{R_V^{(2-n)} \cdot r^{(2 \cdot n - 2)}}{2 \cdot n - 2} - \frac{R_V^{(4-2 \cdot n)} \cdot r^{(3 \cdot n - 4)}}{3 \cdot n - 4} \right] + C_p. \end{aligned}$$

Чтобы найти константу интегрирования C_p , можно воспользоваться граничным условием в таком виде

$$P = P_n \quad \text{при} \quad r = R_n,$$

где P_n – значение давления при входе жидкости в зазор с периферийной части (если нагнетательное действие червяка не учитывается, то это значение можно принять нулевым).

Окончательно для распределения давления можно записать такое выражение

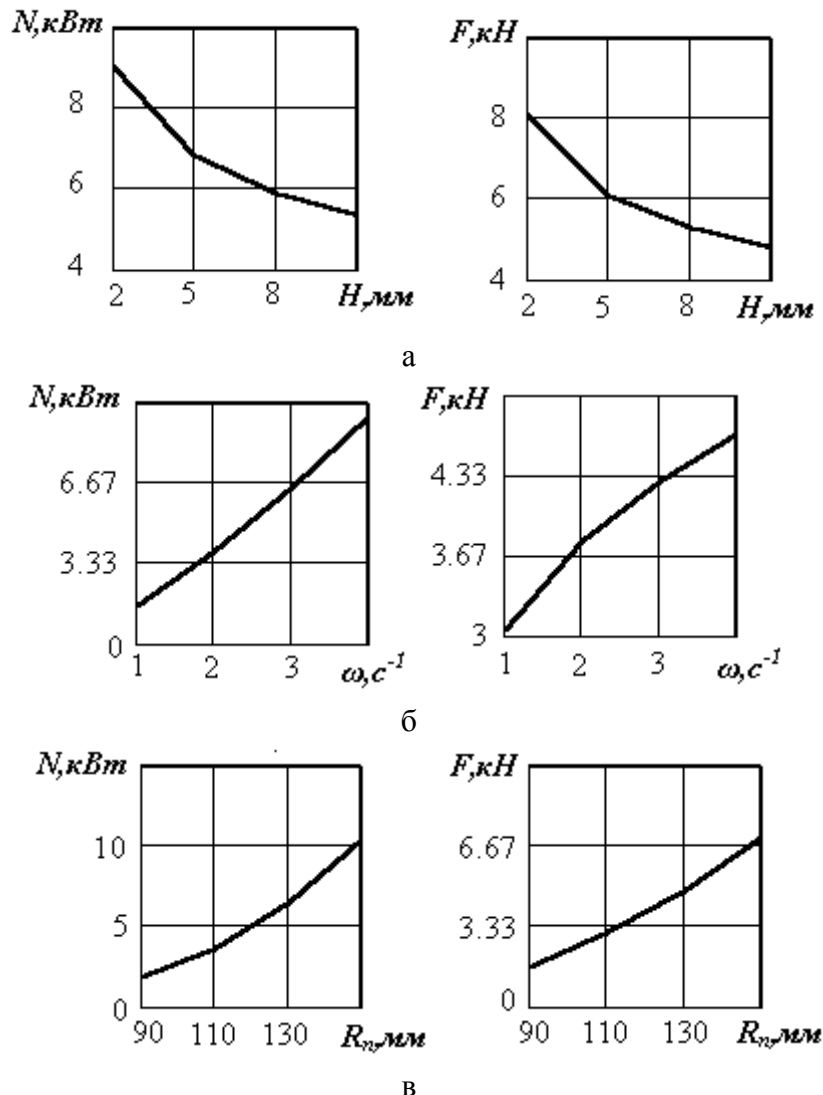
$$\begin{aligned} P(r) = K_2 \cdot (g 1 \cdot R_n)^n \cdot \left[\frac{R_{Vn}}{n-1} \cdot \left(R_{rn}^{(n-1)} - 1 \right) + \frac{R_{Vn}^{(3-n)}}{2 \cdot n - 3} \cdot \left(R_{rn}^{(2 \cdot n - 3)} - 1 \right) + \right. \\ + \frac{R_{Vn}^{(5-2 \cdot n)}}{3 \cdot n - 5} \cdot \left(R_{rn}^{(3 \cdot n - 5)} - 1 \right) - \frac{1}{n} \cdot \left(R_{rn}^n - 1 \right) - \frac{R_{Vn}^{(2-n)}}{2 \cdot n - 2} \cdot \left(R_{rn}^{(2 \cdot n - 2)} - 1 \right) - \\ \left. - \frac{R_{Vn}^{(4-2 \cdot n)}}{3 \cdot n - 4} \cdot \left(R_{rn}^{(3 \cdot n - 4)} - 1 \right) \right] + P_n, \end{aligned} \quad (1.69)$$

где $R_{Vn} = R_V / R_n$; $R_{rn} = r / R_n$.

Для получения осевого усилия F , которое действует на диск, необходимо воспользоваться зависимостью

$$F = 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_n}^{R_V} \left[P(r) - \sigma_{zz} \left(r, \frac{H}{2} \right) \right] \cdot r \, dr. \quad (1.70)$$

Графики распределения мощности и осевого усилия для разных параметров дисковой зоны, которые получены соответственно из уравнений (1.67) и (1.70) приведены на рис. 1.30.



а – $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$; $R_n = 140 \text{ мм}$; б – $H = 6 \text{ мм}$; $R_n = 120 \text{ мм}$; в – $\omega = 2,5 \text{ с}^{-1}$; $H = 7 \text{ мм}$

Рисунок 1.30 – Графики зависимости мощности N и осевого усилия F , которые возникают в междисковом зазоре при $R_V = 45 \text{ мм}$

Причем для определения мощности, базируясь на результатах блока САПР-3, учитывалась только составляющая напряжения $\sigma_{\varphi z}$. Реологические характеристики были взяты для полистирола, то есть такие же, как и в блоке САПР-3.

Моделирование процессов с учетом нагнетательного действия червяков.

Если учитывать только нагнетательное действие червяков, предполагая, что диски неподвижны, то уравнение (1.60) переписывается так

$$\begin{aligned}
& \ddot{f} \cdot \left\{ a_1 \cdot \left[r^2 \cdot |4 \cdot I_2|^{(n-1)/2} + (n-1) \cdot \dot{f}^2 \cdot |4 \cdot I_2|^{(n-3)/2} \right] - \right. \\
& - a_2 \cdot \left[(n-2) \cdot f \cdot \dot{f}^2 \cdot |4 \cdot I_2|^{(n-4)/2} + r^2 \cdot f \cdot |4 \cdot I_2|^{(n-2)/2} \right] \left. \right\} - \\
& - \left(C_{11} \cdot f^3 + C_{12} \cdot f \cdot \dot{f}^2 \right) \cdot |4 \cdot I_2|^{(n-3)/2} - \\
& - \left(C_2 \cdot f^4 + C_3 \cdot f^2 \cdot \dot{f}^2 + C_6 \cdot \dot{f}^4 \right) \cdot |4 \cdot I_2|^{(n-4)/2} - \\
& - \left(C_{51} \cdot f^2 + C_{52} \cdot \dot{f}^2 \right) \cdot |4 \cdot I_2|^{(n-2)/2} = -\rho \cdot \frac{f^2}{r^3} + d \text{Pr}, \quad (1.71)
\end{aligned}$$

где $I_2 = f^2/r^4 + \dot{f}^2/(4 \cdot r)$.

Пример решения уравнения (1.71) приведен в блоке САПР-5 (приложение А.5). Причем исходные данные брались такие же, как и в блоке САПР-3. В данном случае необходимо отметить, что за счет нагнетательного действия червяка градиент давления может иметь как отрицательное значение, так и положительное, исходя из того, какой зазор рассматривается (первый или второй согласно схеме рис. 1.29). Причем, как показали расчеты, в широком интервале геометрических и технологических параметров, уравнение (1.71) для реальных режимов работы экструзионного агрегата адекватно следующему, более простому уравнению

$$\dot{f} = r \cdot \left(\frac{d \text{Pr}}{K_1} \right)^{1/n} \cdot |z|^{1/n}. \quad (1.72)$$

Решение уравнения (1.72) с учетом одного из граничных условий (1.62) будет иметь вид

$$f(z) = r \cdot \left(\frac{d \text{Pr}}{K_1} \right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{H}{2} \right)^{(n+1)/n} \cdot \left[\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right|^{(n+1)/n} - 1 \right]. \quad (1.73)$$

Градиент давления dPr создается за счет нагнетательного действия червяка, то есть будет соответствовать определенной производительности червячной части Q . Тогда можно записать соотношение с учетом симметрии потока относительно координаты $z = 0$ в виде

$$Q = 4 \cdot \pi \cdot \int_0^{H/2} f(z) dz. \quad (1.74)$$

После подстановки уравнения (1.73) в последнее выражение и интегрирования получим зависимость для градиента давления

$$dPr = \pm \frac{2 \cdot K_1}{H^{(2 \cdot n + 1)}} \cdot \left(\frac{Q}{\pi \cdot r} \right)^n \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n} \right)^n. \quad (1.75)$$

Отрицательное значение градиента давления в уравнении (1.75) указывает на уменьшение распределения давления в направлении от центра к периферии. При положительном значении dPr максимальное значение будет возле внешнего радиуса.

Подставляя последнее выражение в уравнение (1.73), получим

$$f(z) = \pm \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H} \cdot \frac{2 \cdot n + 1}{n + 1} \cdot \left[1 - \left| \frac{2 \cdot z}{H} \right|^{(n+1)/n} \right]. \quad (1.76)$$

Знак плюс в уравнении (1.76) соответствует течению в междисковом зазоре, которое происходит от центра к периферии, а минус – наоборот, от внешнего диаметра к внутреннему.

После разделения переменных в уравнении (1.75) и интегрирования для распределения давления имеем такое выражение

$$P(r) = \pm \cdot \frac{2 \cdot K_1}{H^{(2 \cdot n + 1)}} \cdot \left(\frac{Q}{\pi} \right)^n \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n} \right)^n \cdot \frac{1}{1 - n} \cdot r^{(1-n)} + C.$$

Для определения константы интегрирования C в последнем уравнении можно записать такие граничные условия:

– для положительного градиента давления

$$P = P_V \text{ при } r = R_V,$$

– для отрицательного градиента давления

$$P = P_n \text{ при } r = R_n,$$

где P_V, P_n – начальные значения давлений для соответствующих схем течения.

Таким образом, для распределения давления при отрицательном значении градиента давления имеем

$$P_n(r) = -\frac{2 \cdot K_1}{H^{(2 \cdot n + 1)}} \cdot \left(\frac{Q}{\pi}\right)^n \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n}\right)^n \cdot \frac{1}{1 - n} \cdot \left[r^{(1 - n)} - R_n^{(1 - n)}\right] + P_n, \quad (1.77)$$

а для положительного значения можно записать

$$P_p(r) = \frac{2 \cdot K_1}{H^{(2 \cdot n + 1)}} \cdot \left(\frac{Q}{\pi}\right)^n \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n}\right)^n \cdot \frac{1}{1 - n} \cdot \left[r^{(1 - n)} - R_V^{(1 - n)}\right] + P_V. \quad (1.78)$$

В блоке САПР-5 приведены результаты для данного типа течения. Причем взята такая производительность, которая создается при вращении одного из дисков в соответствии с блоком САПР-4. Как видно из полученных графиков, наблюдается увеличение только компонента тензора напряжений σ_{rr} . Что же касается других компонентов тензора напряжений, которые вносят основной вклад в энергосиловые характеристики, то они значительно уменьшаются.

Моделирование процессов с учетом совместного действия вращения дисков и нагнетательного действия червяка.

Используя уравнения (1.61) и (1.72), можно записать такое выражение

$$\ddot{f} = \frac{K_2}{K_1} \cdot r \cdot g_1 + \frac{r^{(2 - n)} \cdot g_1^{(1 - n)}}{K_1} \cdot dPr + \frac{r}{n} \cdot \left| \frac{dPr}{K_1} \right|^{1/n} \cdot |z|^{(1 - n)/n}. \quad (1.79)$$

Решение уравнения (1.79) с учетом граничных условий (1.62) имеет вид

$$f(z) = \left[\frac{K_2}{K_1} \cdot r \cdot g_1 + \frac{r^{(2 - n)} \cdot g_1^{(1 - n)}}{K_1} \cdot dPr \right] \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] + r \cdot \left| \frac{dPr}{K_1} \right|^{1/n} \cdot \frac{n}{n + 1} \cdot \left(\frac{H}{2} \right)^{(1 + n)/n} \cdot \left[\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right|^{(1 + n)/n} - 1 \right]. \quad (1.80)$$

Для определения градиента давления dPr по аналогии с формулами (1.64) и (1.74) можно записать такое выражение

$$Q + 2 \cdot \pi \cdot \int_{-H/2}^{H/2} f_{30}(z)_{R_V} dz = 2 \cdot \pi \cdot \int_{-H/2}^{H/2} f_{44}(z) dz, \quad (1.81)$$

где Q – производительность, которая создается в междисковом зазоре за счет нагнетательного действия червяка;

$f_{30}(z)_{R_V}$ – функция, рассчитываемая по формуле (1.66) при $r = R_V$;

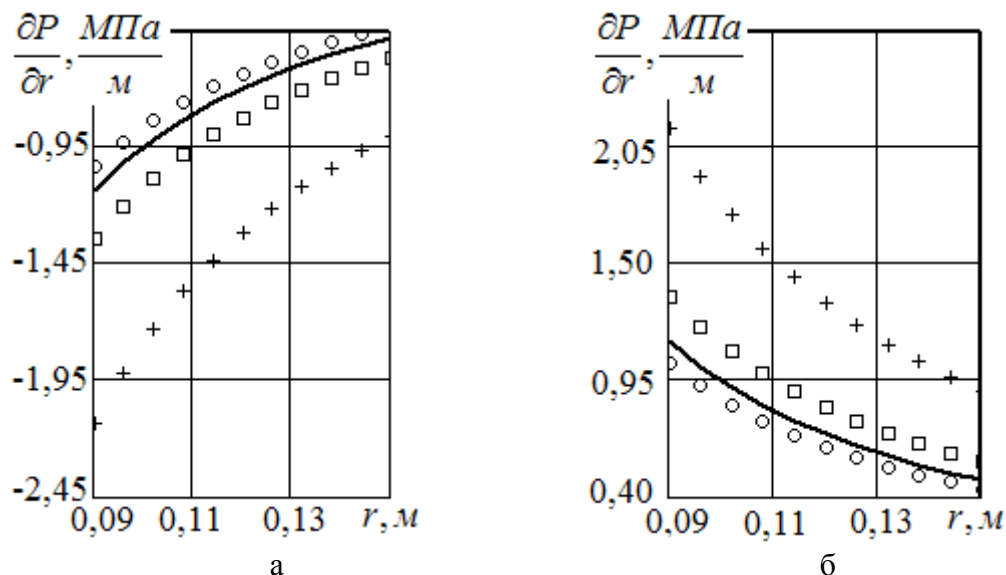
$f_{44}(z)$ – функция, рассчитываемая по формуле (1.80).

Необходимо сделать следующее замечание. Течение за счет вращения диска для вязкоупругой жидкости имеет только центростремительный характер. Течение, которое происходит вследствие нагнетательного действия червяка, может иметь как положительный, так и отрицательный направления. То есть, если считать, что первый междисковый зазор размещен со стороны зоны пластикации, а второй – со стороны формирующей головки, то в формуле (1.81) значение для Q необходимо, соответственно, подставлять со знаком плюс или минус. Исходя из выше сказанного, в первом междисковом зазоре при определенных геометрических и технологических параметрах в общем случае суммарный поток может быть центростремительным, то есть подача к формирующей головке будет остановлена и процесс экструзии нарушится.

На рис. 1.31 приведены графики распределения градиента давления при различных значениях производительности червячной части.

На рис. 1.32 и рис. 1.33 представлены графики распределения радиальной составляющей скорости соответственно в первом и втором междисковых зазорах при различных значениях производительности. При этом обозначения отдельных кривых для различных значений производительности соответствуют обозначениям, приведенным на рис. 1.31.

Общие параметры были выбраны такими: $H = 0,006\text{ м}$; $R_V = 0,09\text{ м}$; $R_n = 0,15\text{ м}$; $\rho = 910\text{ кг/м}^3$; $\omega = 3\text{ с}^{-1}$; $n = 0,31$; $K_1 = 1,73 \cdot 10^4\text{ Па} \cdot \text{с}^n$; $K_2 = 1,77 \cdot 10^4\text{ Па} \cdot \text{с}^n$; $K_3 = 1,64 \cdot 10^4\text{ Па} \cdot \text{с}^n$.

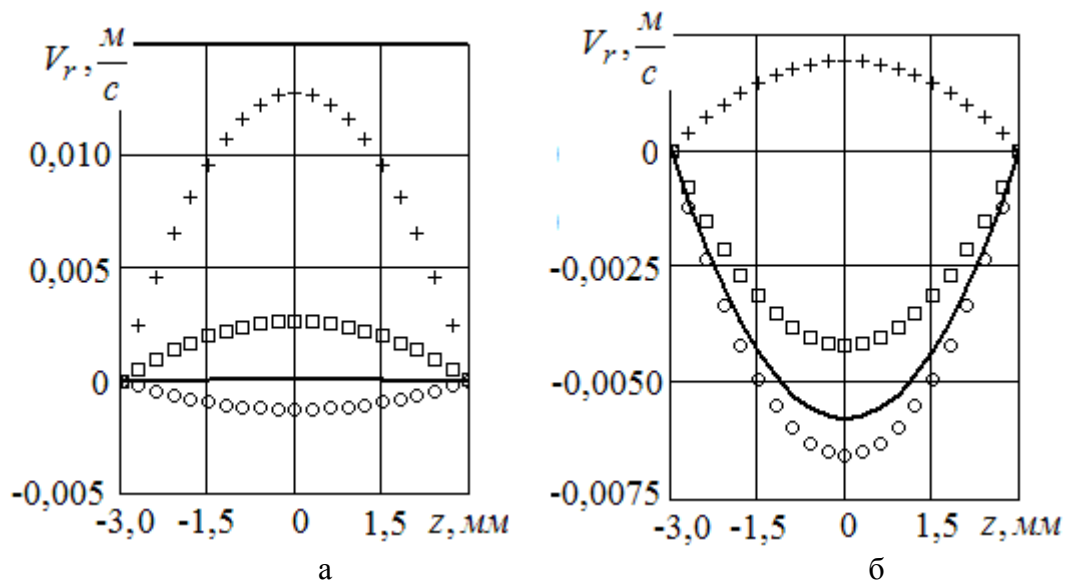


а – первый междисковый зазор; б – второй междисковый зазор:

+++ – $G = 202,59\text{ кг/ч}$; о о о – $G = 97,76\text{ кг/ч}$;

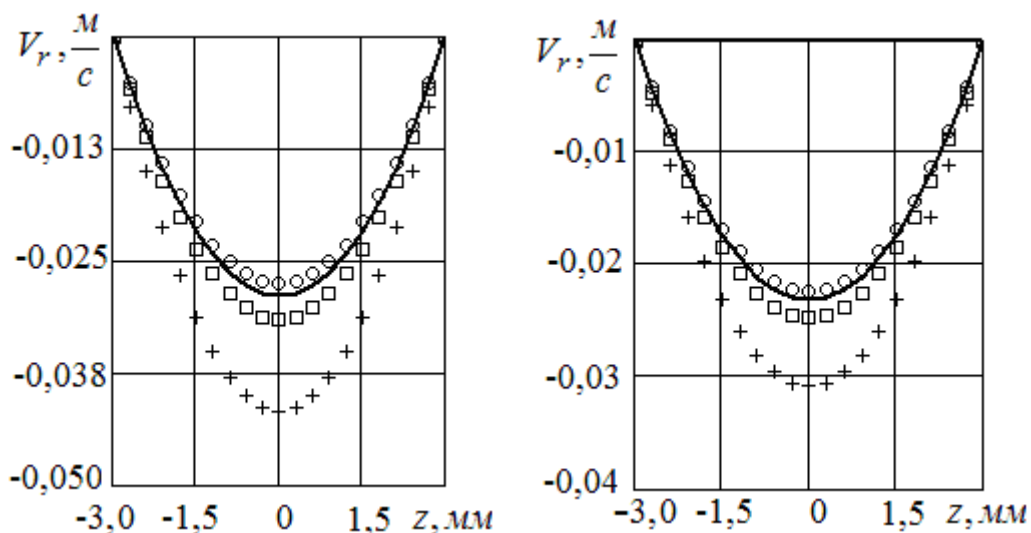
□ □ □ – $G = 127\text{ кг/ч}$; — — — $G = 107,35\text{ кг/ч}$

Рисунок 1.31 – Графики распределения градиента давления при различных значениях производительности



а – при $r = R_V$; б – при $r = R_n$

Рисунок 1.32 – Графики распределения радиальной составляющей скорости в первом междисковом зазоре при различных значениях производительности



а – при $r = R_V$; б – при $r = R_n$

Рисунок 1.33 – Графики распределения радиальной составляющей скорости во втором междисковом зазоре при различных значениях производительности

Как видно из полученных расчетов для варианта 1 (при массовой производительности червячной части $G = 202,59 \text{ кг/ч}$) наблюдается стабильное течение, то есть в первом зазоре наблюдается центробежное направление движения жидкости, а во втором – центростремительное.

Вариант 2 (при массовой производительности червячной части $G = 97,76 \text{ кг/ч}$) характеризуется тем, что в обоих зазорах наблюдается только центростремительное течение, то есть подачи материала через первый дисковый зазор к формующей головке не будет. В данном случае, чтобы устранить разрыв потока, можно пойти несколькими путями: первый – увеличить подачу материала за счет червяков; второй – изменить геометрические размеры дисковой зоны, например, уменьшить высоту

междискового зазора; третий – уменьшить частоту вращения диска; четвертый – изменить температурный режим в дисковой зоне.

При выполнении варианта 3 ($G=127\text{кг/ч}$) в первом дисковом зазоре можно наблюдать переход знака для скорости, то есть при малых значениях радиуса имеет место положительные значения скорости, а при возрастании радиуса наблюдается переход скорости в отрицательную область. Для большей визуализации этого процесса на рис. 1.34 представлен объемный график для радиальной составляющей скорости.

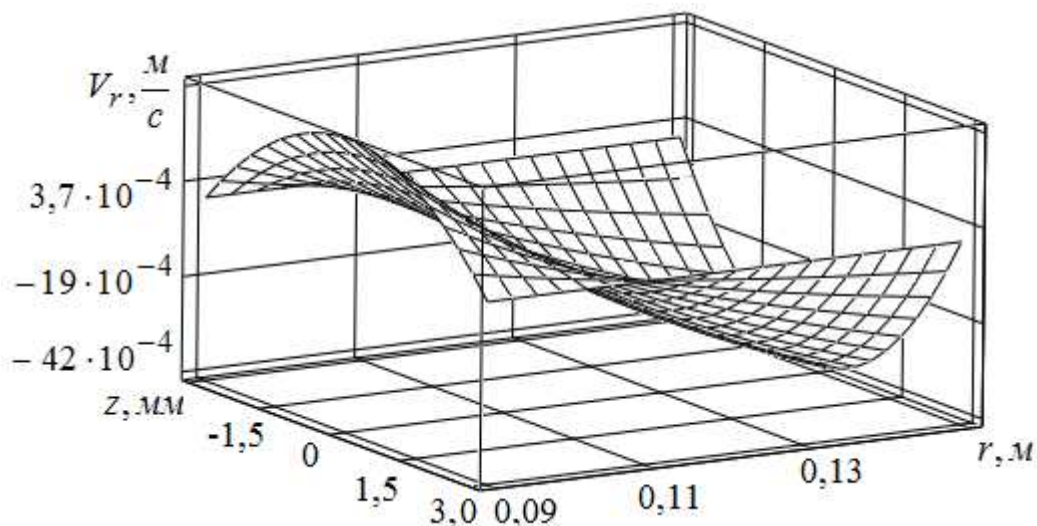


Рисунок 1.34 – Объемный график распределения радиальной составляющей скорости в первом междисковом зазоре при $G = 127\text{кг/ч}$

Что же касается варианта 4 ($G=107,35\text{кг/ч}$), то в данном случае нормального функционирования первой междисковой зоны также обеспечить не возможно. Кроме того, уже при начальном значении радиуса появляются одновременно и положительные, и отрицательные значения скорости, как показано на рис. 1.35.

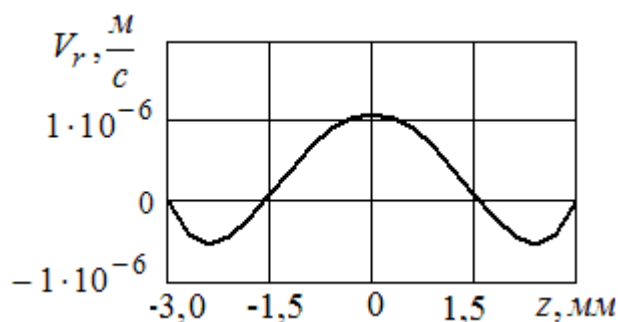


Рисунок 1.35 – График распределения радиальной составляющей скорости в первом междисковом зазоре при $G = 107,35\text{кг/ч}$ и $r = R_V$

Объемные графики для распределения компонентов напряжений вдоль первого междискового зазора при $G = 202,588\text{кг/ч}$ представлены на рис. 1.36.

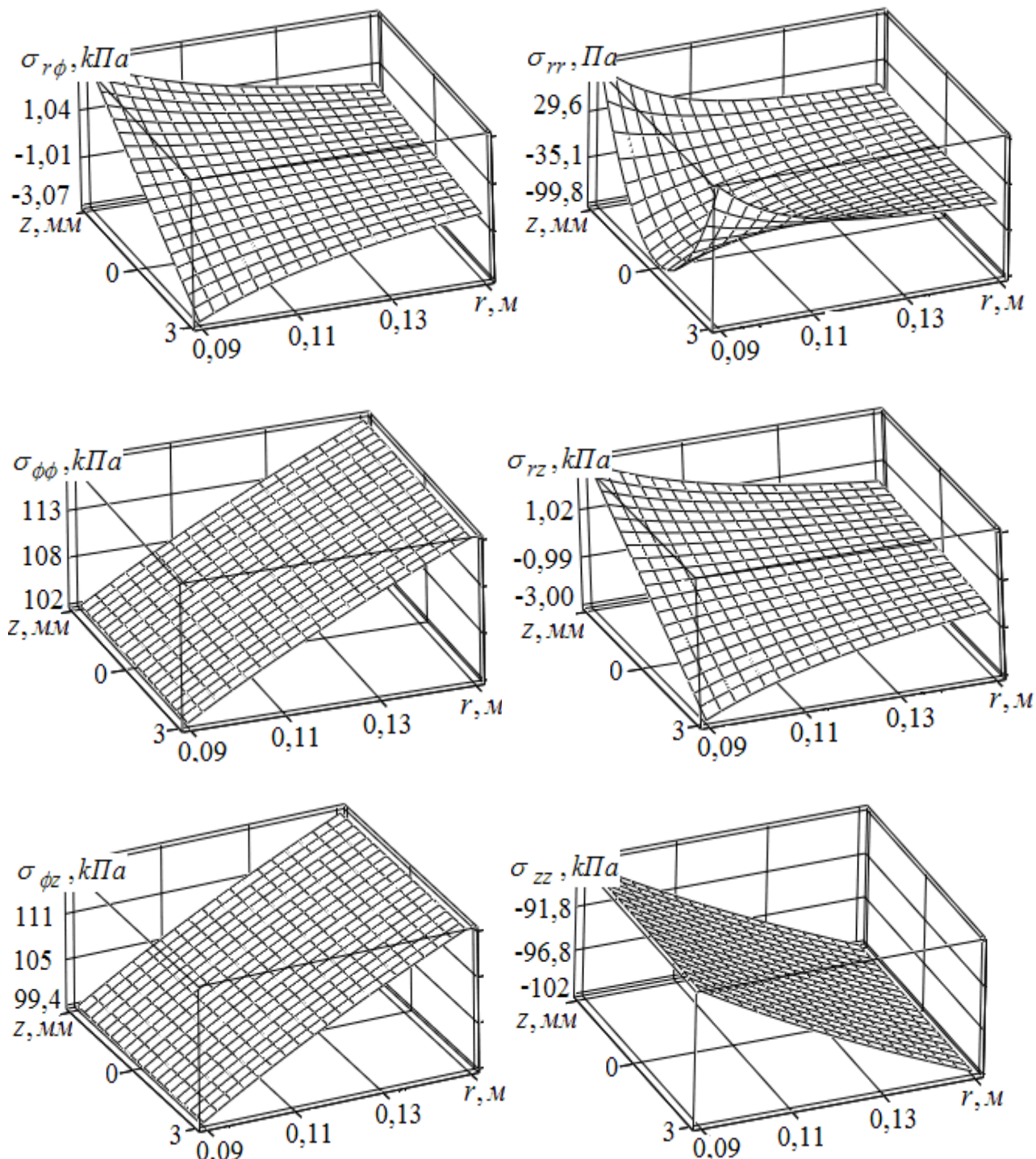


Рисунок 1.36 – Графики для компонентов напряжений в междисковом зазоре при $G = 202,59 \text{ кг/ч}$

Как видно из приведенных графиков, для трех компонентов напряжений, а именно, σ_{rr} , σ_{rz} и $\sigma_{r\phi}$ наблюдается значительные изменения в их поведении. Причем они могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Что же касается трех других компонентов, то характер их изменения менее чувствительный к параметрам междискового зазора. При этом компоненты $\sigma_{\phi\phi}$ и $\sigma_{\phi z}$ имеют только положительные значения, а σ_{zz} – только отрицательные.

Расчеты для данного типа течения приведены в блоке САПР-6 (приложение А.6).

1.3.4 Математическое моделирование неизотермических процессов в междисковых зазорах

Для описания неизотермических процессов в междисковых зазорах кроме уравнений движения и неразрывности, позволяющих определить компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций, необходимо еще учитывать и уравнение сохранения тепловой энергии, которое в общем случае для цилиндрической системы координат имеет вид

$$\begin{aligned} \rho \cdot C_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} + V_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \\ = - \left(\frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial q_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \frac{q_r}{r} \right) + \sigma_{rr} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{r} \cdot \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_r \right) + \sigma_{zz} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} + \\ + \sigma_{r\varphi} \cdot \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi}{r} \right) + \sigma_{\varphi z} \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right) + \sigma_{zr} \cdot \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right). \end{aligned}$$

С учетом сделанных раньше допущений последнее выражение можно записать в таком виде

$$\begin{aligned} \rho \cdot C_p \cdot V_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = - \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot q_r) + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] + \sigma_{rr} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} + \sigma_{\varphi\varphi} \cdot \frac{V_r}{r} + \sigma_{r\varphi} \cdot r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) + \\ + \sigma_{rz} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial z} + \sigma_{\varphi z} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial z}. \end{aligned}$$

Вследствие геометрической конфигурации междискового зазора, где выполняется условие $R_n \gg H$, и возможности регулирования температуры на поверхностях подвижного и неподвижного дисков, перенос тепловой энергии за счет теплопроводности вдоль оси z намного больше, чем вдоль оси r . Поэтому последнее уравнение можно упростить до такого выражения, пользуясь при этом обозначениями из уравнения (1.67)

$$\rho \cdot C_p \cdot V_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = - \frac{\partial q_z}{\partial z} + \sum_{i,j} \sigma_{ij} \begin{vmatrix} A_{ij}^{(1)} & n_{pi} & i \neq j \\ d_{ij} & n_{pi} & i = j \end{vmatrix}.$$

Используя запись компонентов вектора теплового потока через закон Фурье и не учитывая зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, последнее уравнение можно представить таким образом

$$\rho \cdot C_p \cdot V_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + F_{dis}(r, z), \quad (1.82)$$

где $F_{dis}(r, z) = \sum_{i,j} \left| \sigma_{ij} \cdot \begin{pmatrix} A_{ij}^{(1)} & \text{при } i \neq j \\ d_{ij} & \text{при } i = j \end{pmatrix} \right|$.

Для системы координат, которая показана на рис. 1.29, граничные и начальные условия могут быть представлены так

$$T = T_p \text{ при } z = H/2 ; T = T_k \text{ при } z = -H/2, \quad (1.83)$$

$$T = T_n \text{ при } r = R_V(R_n), \quad (1.84)$$

где T_p – температура поверхности подвижного диска;

T_k – температура поверхности корпуса дисковой зоны (неподвижного диска);

T_n – начальная температура жидкости на входе в междисковый зазор.

Для первого междискового зазора в условии (1.84) необходимо брать $r = R_V$, а для второго – $r = R_n$.

Решение уравнения (1.82) будем искать операционным методом. Причем в данном случае преобразование Лапласа будем выполнять по координате r .

Необходимо также заметить, что кроме температуры, по которой будет выполняться преобразование Лапласа, в уравнении (1.82) существует еще две функции, зависящие от координаты r , а именно V_r и F_{dis} . Однако в дальнейшем будем принимать, что функции V_r и F_{dis} будут фиксированными как вдоль координаты r , так и вдоль координаты z . Последнее предположение будет справедливым, если всю дисковую зону разбить сеткой вдоль двух координат.

Тогда уравнение (1.82) можно записать в таком виде

$$\rho \cdot C_p \cdot (V_r)_{i,j} \cdot \frac{\partial T_{i+1,j}}{\partial r_i} = \lambda \cdot \frac{\partial^2 T_{i+1,j}}{\partial z_j^2} + (F_{dis})_{i,j}, \quad (1.85)$$

где i, j – количество элементов разбиений вдоль координат r и z соответственно.

После преобразования уравнения (1.85) по Лапласу можно записать такое выражение

$$\frac{d^2 T_{i+1,j}^L}{dz_j^2} - AV_{i,j} \cdot s_i \cdot T_{i+1,j}^L = -AV_{i,j} \cdot T_{i,j} - \frac{FD_{i,j}}{s_i}, \quad (1.86)$$

где $T_{i+1,j}^L$ – изображение температуры $T_{i+1,j}$;

s_i – переменная интеграла Лапласа;

$T_{i,j}$ – начальное значение температуры (при $i = 0 \rightarrow T_{ij} = T_n$);

AV_{ij} , $FD_{i,j}$ – комплексы, которые находятся из выражений

$$AV_{i,j} = \frac{\rho \cdot C_p \cdot (V_r)_{i,j}}{\lambda};$$

$$FD_{i,j} = \frac{(F_{dis})_{i,j}}{\lambda}.$$

Чтобы записать решение для уравнения (1.86), необходимо иметь в виду, в соответствии с предшествующими разделами, что значения для V_r могут быть как отрицательными, так и положительными. Из этого следует, что и комплексы AV_{ij} могут иметь разные знаки.

Если $(V_r)_{i,j}$ имеет положительные значения, то решение для выражения (1.86) запишется таким образом

$$T_{pi+1,j}^L = \frac{T_{i,j}}{s_i} - \frac{FV_{i,j}}{s_i^2} + C_1 \cdot \sinh(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot z_j) + C_2 \cdot \cosh(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot z_j), \quad (1.87)$$

где $FV_{i,j} = \frac{FD_{i,j}}{AV_{i,j}}.$

В случае отрицательного направления $(V_r)_{i,j}$ решение для выражения (1.86) будет иметь вид

$$T_{ni+1,j}^L = \frac{T_{i,j}}{s_i} - \frac{FV_{i,j}}{s_i^2} + C_3 \cdot \sin(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot z_j) + C_4 \cdot \cos(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot z_j). \quad (1.88)$$

Таким образом, для первого междискового зазора при нормальной работе экструдера (без нарушения сплошности потока) будет справедлива формула (1.88), а для второго – формула (1.87).

Для операторных аналогов граничных условий (1.83) имеем

$$T_{i+1,j}^L = T_p/s_i \text{ при } z_j = H/2; \quad T_{i+1,j}^L = T_k/s_i \text{ при } z_j = -H/2. \quad (1.89)$$

С учетом граничных условий (1.89) решение для уравнения (1.87) можно представить так

$$T_{Pi+1,j}^L = \frac{T_n}{s_i} + \frac{FV_{i,j}}{s_i^2} + \frac{T_p - T_k}{2 \cdot s_i} \cdot \frac{\sinh(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot z_j)}{\sinh(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot H/2)} + \frac{(T_p + T_k - 2 \cdot T_{i,j})}{2 \cdot s_i} \times$$

$$\times \frac{\cosh(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot z_j)}{\cosh(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot H/2)} - \frac{FV_{i,j}}{s_i^2} \cdot \frac{\cosh(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot z_j)}{\cosh(\sqrt{AV_{i,j} \cdot s_i} \cdot H/2)}. \quad (1.90)$$

Уравнение (1.90) описывает распределение в изображениях температурного поля в междисковом зазоре. Для того чтобы перейти от изображения к оригиналу температуры, необходимо отыскать оригиналы каждого из пяти членов в правой части уравнения (1.90) для распределения температуры в рабочем объеме зоны дозирования.

Используя соответствующие преобразования, которые представлены в работах [136 – 140], окончательное уравнение для распределения температуры в дисковой зоне будет иметь такой вид

$$T_{Pi+1,j} = \frac{T_p + T_k}{2} + \frac{T_p - T_k}{2} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{k,i,j}}{2 \cdot \sqrt{r_i}}\right) - \sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{\beta_{k,i,j}}{2 \cdot \sqrt{r_i}}\right) \right] +$$

$$+ \frac{2 \cdot (T_p + T_k - 2 \cdot T_{i,j})}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)} \cdot \cos\left[\frac{z_j \cdot \pi}{H} \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\pi^2}{AV_{i,j} \cdot H^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot r_i\right] - \frac{4 \cdot H^2 \cdot FD_{i,j}}{\pi^3} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)^3} \times$$

$$\times \cos\left[\frac{z_j \cdot \pi}{H} \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \cdot \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\pi^2}{AV_{i,j} \cdot H^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot r_i\right] \right\}, \quad (1.91)$$

где $\alpha_{k,i,j} = \sqrt{AV_{i,j}} \cdot [-z_j + H \cdot (1 + 2 \cdot k)]$;

$\beta_{k,i,j} = \sqrt{AV_{i,j}} \cdot [z_j + H \cdot (1 + 2 \cdot k)]$.

Если подставить граничные условия (1.89) в уравнение (1.88), то будет справедливым следующее уравнение

$$\begin{aligned}
T_n^L = & \frac{T_{i,j}}{s_i} - \frac{FV_{i,j}}{s_i^2} + \frac{T_p - T_k}{2 \cdot s_i} \cdot \frac{\sin(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j)}{\sin(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot H/2)} + \\
& + \frac{(T_p + T_k - 2 \cdot T_{i,j})}{2 \cdot s_i} \cdot \frac{\cos(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j)}{\cos(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot H/2)} + \\
& + \frac{FV_{i,j}}{s_i^2} \cdot \frac{\cos(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j)}{\cos(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot H/2)}. \tag{1.92}
\end{aligned}$$

Выполним следующую замену в третьем члене правой части уравнения (1.92)

$$\sin(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j) = -i \cdot \sinh(i \cdot \sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j).$$

Учитывая отрицательный знак для комплексов $AV_{i,j}$ и нечетность гиперболического синуса можно записать

$$\sin(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j) = i \cdot \sinh(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j).$$

Аналогичное выражение можно записать и для знаменателя в третьем члене уравнения (1.92). Таким образом, третьи члены в уравнениях (1.90) и (1.92) являются одинаковыми.

Чтобы получить оригиналы четвертого и пятого членов в уравнении (1.92) необходимо использовать такие полюса

$$S_k = \frac{\pi^2}{AV \cdot H^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2.$$

Нетрудно проверить, что подстановка этих полюсов дает такие же результаты, что и для четвертого и пятого членов уравнения (1.90). Из этого следует, что и при отрицательном значении $(V_r)_{i,j}$ будет справедливым выражение (1.91), комплексы AV_{ijj} в данном случае надо подставлять также с положительным знаком.

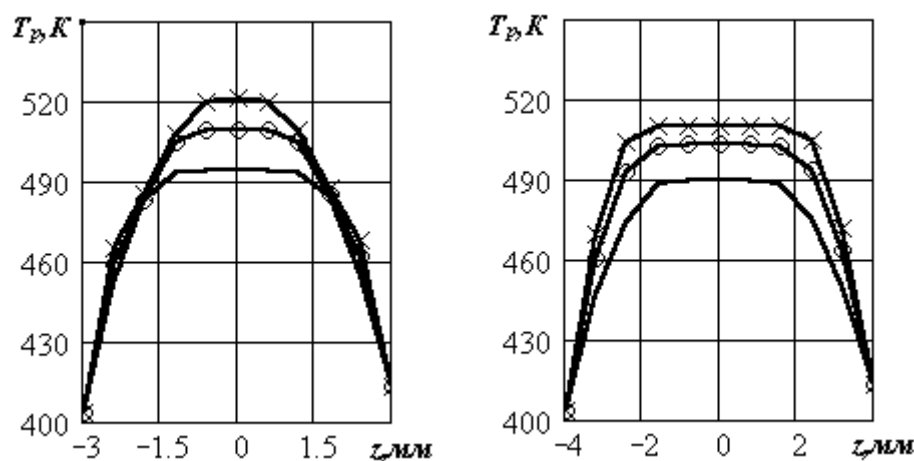
Пример расчета температурного поля по формуле (1.91) приведен в блоке САПР-7 (приложение А.7). На рис. 1.37 представлены графики распределения температурного поля на выходе из второго междискового зазора в зависимости от параметров дисковой зоны, полученные на базе блока САПР-7, для тех же реологических параметров перерабатываемого материала. Температурные параметры были взяты такими: $T_p = 413$ К; $T_k = 403$ К; $T_n = 453$ К.

При реальных условиях работы червячно-дискового экструдера пользоваться на поверхностях дисков, которые контактируют с полимерной жидкостью, граничными условиями первого рода в некоторых случаях не совсем корректно.

Существуют разные конструкции рабочих органов, в которых внешние торцовые поверхности дисков могут иметь системы термостабилизации (охлаждение и подогрев). Тогда для определения температуры на границах, то есть на внутренних торцовых поверхностях дисков, следует использовать граничные условия второго рода, которые можно записать так

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = q_p \text{ при } z = H/2; \quad \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = q_k \text{ при } z = -H/2. \quad (1.93)$$

где q_p , q_k – тепловые потоки, которые подводятся (отводятся) через поверхности дисков, соответственно подвижного и неподвижного.



а – $R_n = 0,1$ м; $H = 8$ мм: — $\omega = 1$ с⁻¹; —○— $\omega = 2$ с⁻¹; —х— $\omega = 3$ с⁻¹;
б – $\omega = 2$ с⁻¹; $H = 6$ мм: — $R_n = 75$ мм; —○— $R_n = 100$ мм; —х— $R_n = 125$ мм

Рисунок 1.37 – Распределение температурного поля в зависимости от параметров дисковой зоны

Знак минус в первом условии (1.93) поставлен потому, что направленный в междисковый зазор тепловой поток имеет обратное направление координате z .

Если принять во внимание линейное распределение температуры через материал дисков, то для тепловых потоков будут справедливы такие уравнения

$$q_p = -\frac{\lambda_{mp}}{H_p} \cdot \left[T\left(\frac{H}{2}, r\right) - T_p(H_p, r) \right]; \quad (1.94)$$

$$q_k = -\frac{\lambda_{mk}}{H_k} \cdot \left[T\left(-\frac{H}{2}, r\right) - T_k(H_k, r) \right], \quad (1.95)$$

где $\lambda_{mp}, \lambda_{mk}$ – коэффициенты теплопроводности материала соответственно для подвижного и неподвижного дисков;

H_p, H_k – толщина стенок соответственно подвижного и неподвижного дисков;

$T_p(H_p, r), T_k(H_k, r)$ – значения температур на внешних поверхностях соответственно подвижного и неподвижного дисков.

В данном случае будет справедливым уравнение теплового баланса (1.85) и его решение в изображениях (1.87). Однако для определения констант интегрирования C_1 и C_2 необходимо воспользоваться операторными аналогами для граничных условий (1.93), которые запишутся в виде

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T^L}{\partial z} = \frac{q_p}{s} \text{ при } z = H/2; \lambda \cdot \frac{\partial T^L}{\partial z} = \frac{q_k}{s} \text{ при } z = -H/2. \quad (1.96)$$

Подстановка граничных условий (1.96) в выражение (1.87) дает такую зависимость

$$\begin{aligned} T_{Pi+1,j}^L = & \frac{T_{i,j}}{s_i} + \frac{FV_{i,j}}{s_i^2} + \frac{(q_k - q_p)}{2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i} \cdot \frac{\sinh(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j)}{\sqrt{s_i} \cdot \cosh(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot H/2)} - \\ & - \frac{(q_k - q_p)}{2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i} \cdot \frac{\cosh(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot z_j)}{\sqrt{s_i} \cdot \sinh(\sqrt{AV_{i,j}} \cdot s_i \cdot H/2)}. \end{aligned} \quad (1.97)$$

По форме уравнение (1.97) принципиально не отличается от соответствующего уравнения для распределения температурного поля в изображениях при моделировании тепловых процессов в твердой пробке материала в зоне плавления [140]. Таким образом, и система перехода от изображения к оригиналу будет аналогичная. Тогда окончательно можно записать такое выражение для распределения температурного поля в междисковом зазоре

$$\begin{aligned} T_{i+1,j} = & T_{i,j} + FV_{i,j} \cdot r_i - \frac{q_{ki}}{\lambda \cdot \sqrt{AV_{i,j}}} \cdot \left(\sum_{k=1,3,5..}^{\infty} B1_{ki,j} + \sum_{k=0,2,4..}^{\infty} B2_{ki,j} \right) - \\ & - \frac{q_{pi}}{\lambda \cdot \sqrt{AV_{i,j}}} \cdot \left(\sum_{k=0,2,4..}^{\infty} B1_{ki,j} + \sum_{k=1,3,5..}^{\infty} B2_{ki,j} \right), \end{aligned} \quad (1.98)$$

$$\text{где } B1_{ki,j} = -b1_{ki,j} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b1_{ki,j}}{2 \cdot \sqrt{r_i}}\right) + 2 \cdot \sqrt{\frac{r_i}{\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(b1_{ki,j})^2}{4 \cdot r_i}\right];$$

$$B2_{k_{i,j}} = -b2_{k_{i,j}} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b2_{k_{i,j}}}{2 \cdot \sqrt{r_i}}\right) + 2 \cdot \sqrt{\frac{r_i}{\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(b2_{k_{i,j}})^2}{4 \cdot r_i}\right];$$

$$b1_{k_{i,j}} = \sqrt{AV_{i,j}} \cdot \left[-z_j + \frac{H}{2} \cdot (2 \cdot k + 1)\right];$$

$$b2_{k_{i,j}} = \sqrt{AV_{i,j}} \cdot \left[z_j + \frac{H}{2} \cdot (2 \cdot k + 1)\right].$$

Пример расчета температурного поля по формуле (1.98) приведен в блоке САПР-8 (приложение А.8).

2 РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРУДЕРОВ

2.1 Особенности конструктивного оформления центробежных экструдеров

В типовых конструкциях существующих экструзионных машин процессы перемещения полимерного материала в рабочих объемах связаны с движением одной границы рабочего канала или относительного перемещения двух и более границ.

Что касается одночервячных машин, то перемещение перерабатываемого материала осуществляется за счет вращения червяка, т.е. в данном случае с учетом винтового рабочего канала движутся три границы относительно неподвижного корпуса. Однако при моделировании процессов движения в таких агрегатах принимается обратная схема, где движущим элементом является корпус при неподвижном винтовом канале.

В рабочих объемах двухчервячных машин, в зависимости от места пребывания перерабатываемого материала в рабочем объеме, расчетные схемы могут изменяться от аналогичной одночервячному схеме в радиальном зазоре, до схемы, моделирующей процессы в межвалковых зазорах каландров, которые образованы между поверхностью гребня одного червяка и поверхностью сердечника второго червяка.

Движение полимерного материала для дисковых экструдеров осуществляется за счет относительного вращения двух дисков. При этом в агрегатах без дополнительных транспортирующих элементов движение в междисковом зазоре происходит только лишь за счет упругих свойств материала, вызывающих эффект Вайссенберга, формирующий центростремительное движение материала.

Из вышерассмотренных аспектов следует, что главной движущей силой полимерного материала в рабочих каналах существующих экструзионных агрегатов является наличие градиентов скоростей, несмотря на различие конструктивного исполнения рабочих элементов.

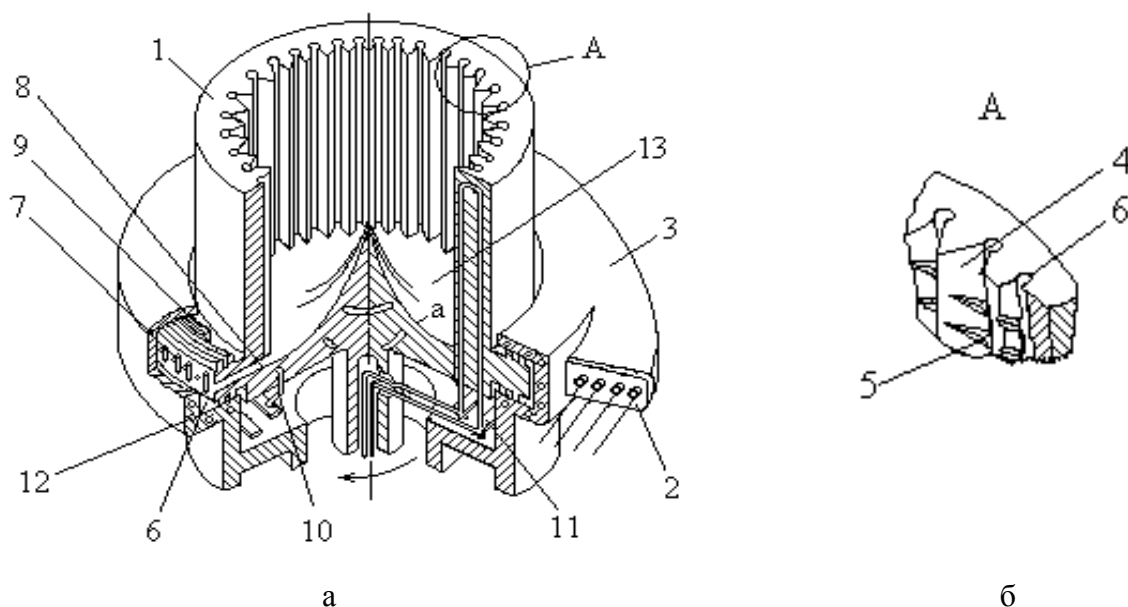
Одним из основных типов агрегатов общей химической технологии являются центробежные устройства, перемещение перерабатываемой среды в рабочих каналах которых осуществляется за счет центробежных сил. К таким устройствам, в первую очередь, следует отнести центробежные насосы, которые, однако, в настоящее время не нашли достаточно широкого применения при переработке полимерных сред. При этом необходимо заметить, что транспортировка и создание давления в перерабатываемых материалах требует гораздо меньших затрат энергии в сравнении с процессами перемещения за счет относительного сдвига ограничивающих рабочий канал поверхностей.

Первыми агрегатами, где использован центробежный эффект при переработке полимерных материалов, были дисковые, комбинированные и

каскадные экструдеры, в которых достигаются значительные скорости вращения (до 300 об/мин, а в некоторых случаях и больше) при внушительных геометрических формах (диаметр диска до 500 мм). При этом центробежное воздействие используется, как правило, для вторичных целей, а именно, для передачи материала из одной рабочей зоны в другую. Процессы плавления при этом происходили по-прежнему в области сдвиговых деформаций.

Среди первых агрегатов, где питание и плавление полимерного материала происходит в поле центробежных сил, можно выделить конструкцию, разработанную в работе [34], схема которой изображена на рис. 2.1.

Работа центробежного экструдера начинается с загрузки полимерного материала непосредственно в центральную полость 13 плавителя 1, где под действием центробежных сил материал прижимается к его нагретой поверхности. Контактирующий слой полимера плавится и под действием центробежных сил сдвигается в направлении дренажных канавок 5 или каналов 6, откуда через каналы 8 отводится в рабочую полость накопителя 3.



а – общий вид; б – сноска А:

1 – плавитель; 2 – фильера; 3 – накопитель; 4 – коллектор; 5 – дренажные канавки; 6 – распределительные каналы; 7 – оребрение; 8 – накопительные каналы; 9 – многозаходная нарезка в виде спирали Архимеда; 10,11 – нагреватели; 12 – охлаждающие каналы; 13 – центральная полость

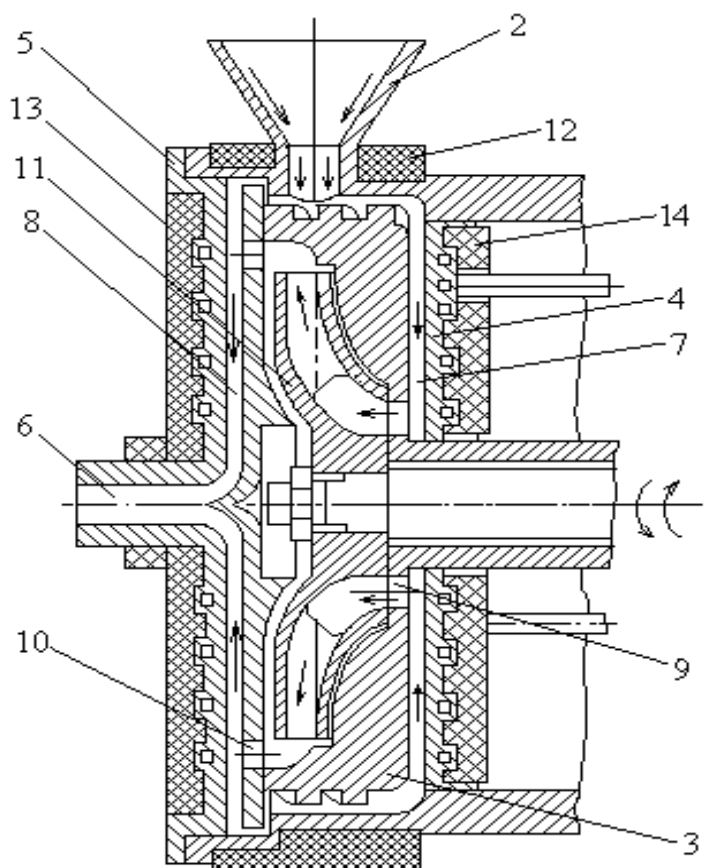
Рисунок 2.1 – Центробежный экструдер для полимеров

Далее расплавленный материал собирается оребрением 7 вращающегося плавителя 1, где он гомогенизируется и перемещается к выходу накопителя 3 и продавливается через фильеру 2.

Экструдер, который объединяет в себе свойства, как дискового экструдера, так и центробежного представлен на рис. 2.2 [35].

Полимерный материал в процессе работы из бункера 2 поступает на радиальную поверхность вращающегося диска 3, откуда с помощью червячной нарезки направляется в первый рабочий канал 7, где под действием сдвиговых деформаций происходит диспергирование, плавление и гомогенизация перерабатываемого материала. Вследствие эффекта Вайссенберга происходит

центростремительное движение материала к проходным окнам 9. Далее материал направляется вглубь вращающегося диска 3, где за счет центробежных сил, которые возникают вследствие вращения крыльчатки 11, подается в проходные окна 10, через которые выходит на периферийную часть второго рабочего канала 8. Насосный эффект работы крыльчатки приводит к возрастанию давления в области проходных окон 10, что соответственно вызывает возрастание градиента давления во втором рабочем канале, где происходит окончательное смещение материала. После чего готовый материал выходит через формующее отверстие 6.



1 – корпус; 2 – бункер; 3 – вращающийся диск; 4,5 – цилиндрические элементы; 6 – формующее отверстие; 7 – первый рабочий канал; 8 – второй рабочий канал; 9,10 – проходные окна; 11 – крыльчатка; 12,13,14 – нагреватели

Рисунок 2.2 – Дисково-центробежный экструдер

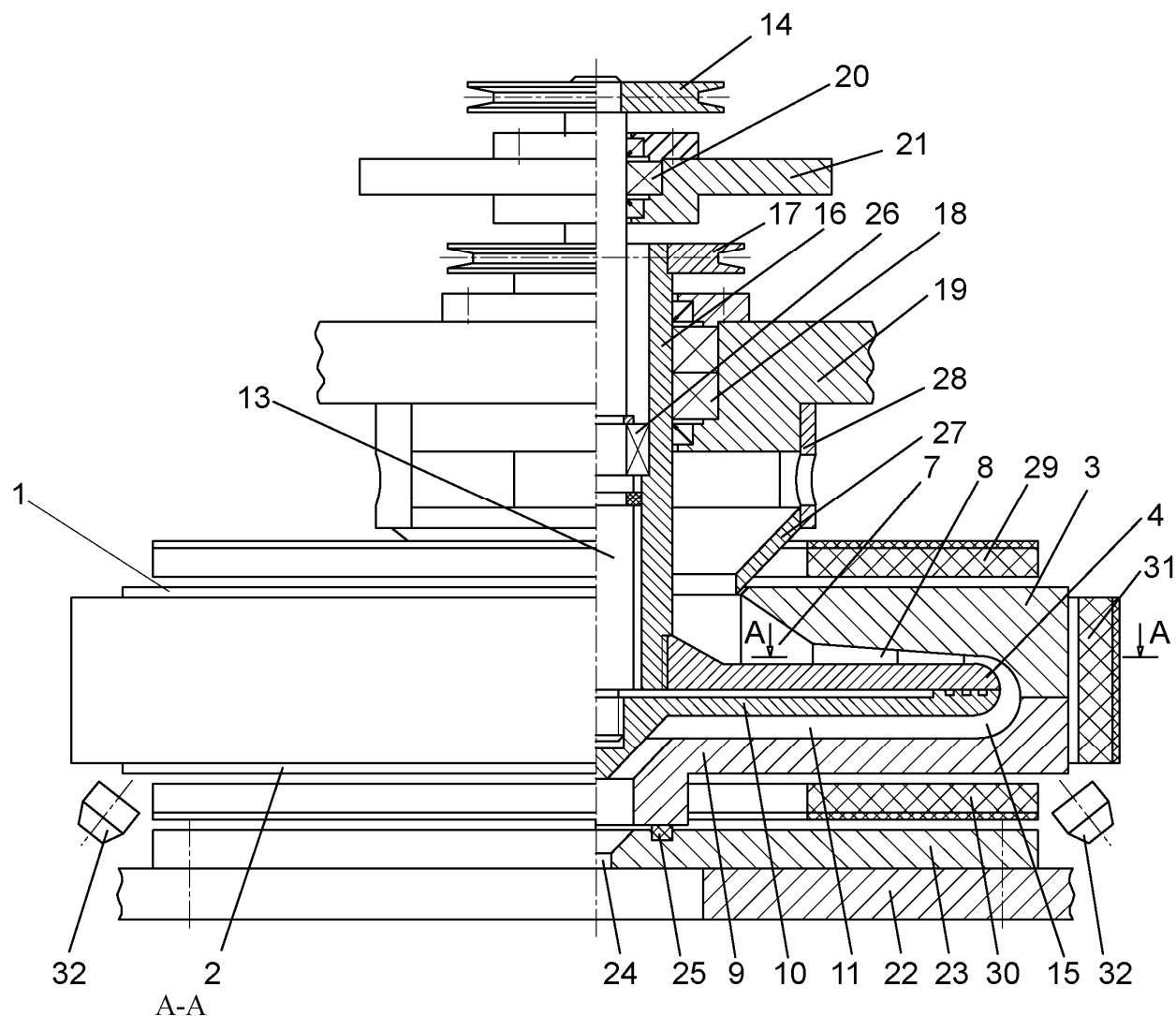
связана с верхней частью плавителя, а верхняя часть накопителя выполнена в виде дискового элемента, который имеет отдельный привод вращения. При этом рабочая зона накопителя имеет дисковую форму, а плавителя – конусную, с двумя участками: загрузки и плавления. Схема данной конструкции приведена на рис. 2.3.

Экструдер работает следующим образом. Включают оба электродвигателя, которые через шкивы 14 и 17 приводят во вращательное движение соответственно вал 13 и втулку 16, что в свою очередь приводит во

К недостаткам данного агрегата следует отнести значительные энергозатраты на плавление полимерного материала, вследствие большого рабочего объема плавителя и проведение процесса плавления только за счет внешнего подвода тепла, а также низкую производительность вследствие не развитой рабочей поверхности накопителя.

Данные недостатки были устранены в работе [141] за счет того, что плавитель выполнен из двух частей, нижней и верхней, которые жестко соединены между собой посредством установочных винтов и зафиксированы между собой с помощью клинообразных выступов, выполненных на нижней части. Накопитель также выполнен из двух частей, причем нижняя часть жестко

вращательное движение и все вращающиеся части плавителя 1 и накопителя 2. Причем угловая скорость всех элементов одинаковая. Далее полимерный материал в виде гранул загружается в бункер 27. Откуда он подается в зону загрузки 7, где возникают значительные центробежные силы вследствие вращения плавителя с большой угловой скоростью (более чем 20 с^{-1}), за счет чего гранулы сжимаются и проталкиваются к зоне плавления 8.



1 – плавитель; 2 – накопитель; 3 – верхняя часть плавителя; 4 – нижняя часть плавителя; 5 – установочные винты; 6 – клинообразные выступы; 7 – конусный участок зоны загрузки; 8 – конусный участок зоны плавления; 9 – нижняя часть накопителя; 10 – верхняя часть накопителя; 11 – рабочая дисковая зона; 12 – винты; 13 – вал; 14 – шкив; 15 – переходная зона; 16 – вращающаяся втулка; 17 – шкив; 18 – подшипники; 19 – нижняя траверса; 20 – подшипники; 21 – верхняя траверса; 22 – станина; 23 – фильера; 24 – формовочное отверстие; 25 – торцевое уплотнение; 26 – подшипник; 27 – бункер; 28 – пластинки; 29, 30, 31 – индукционные нагреватели; 32 – охлаждающие вентиляторы

Рисунок 2.3 – Центробежный экструдер для полимеров с дисковой частью в зоне дозирования

В зоне плавления высота рабочего канала значительно уменьшается, что приводит к смятию гранул и увеличению поверхности теплообмена между

перерабатываемым материалом и стенками канала, вследствие чего происходит интенсивный прогрев полимерного материала и его плавление от нагревателей 29 и 30. Кроме того, процесс плавления будет усиливаться вследствие действия сил трения, которые снова же так вызываются центробежными силами. При этом удельная мощность, которая тратится на осуществление работы за счет трения гранул полимерного материала между собой и с поверхностью рабочего канала, будет на много меньше, чем для червячных и червячно-шестеренчатых экструдеров, где силы трения появляются в результате относительного движения двух поверхностей.

На начальной стадии работы данного агрегата незначительная часть гранул может проскочить в переходную зону 15. Однако движение материала в дисковой зоне 11 в радиальном направлении происходить не будет, так как здесь будут действовать только центробежные силы.

После окончательного прогрева материала переходная зона будет полностью заполнена расплавом. На следующем этапе угловая скорость верхней части 10 накопителя 2 будет уменьшаться, в результате чего верхняя часть 10 и нижняя часть 9 его будут иметь разные угловые скорости. Вследствие чего для вязкоупругой жидкости будут возникать радиостремительные силы за счет эффекта Вайссенберга и расплав полимера придет в движение от периферии к центру и дальше к формовочному отверстию 24.

В дисковом зазоре 11 за счет интенсивных сдвиговых деформаций будут происходить смешительные процессы. Причем качество смешивания и производительность экструдера будут зависеть от соотношения угловых скоростей верхней 10 и нижней 9 частей накопителя 2, а также от расстояния между ними.

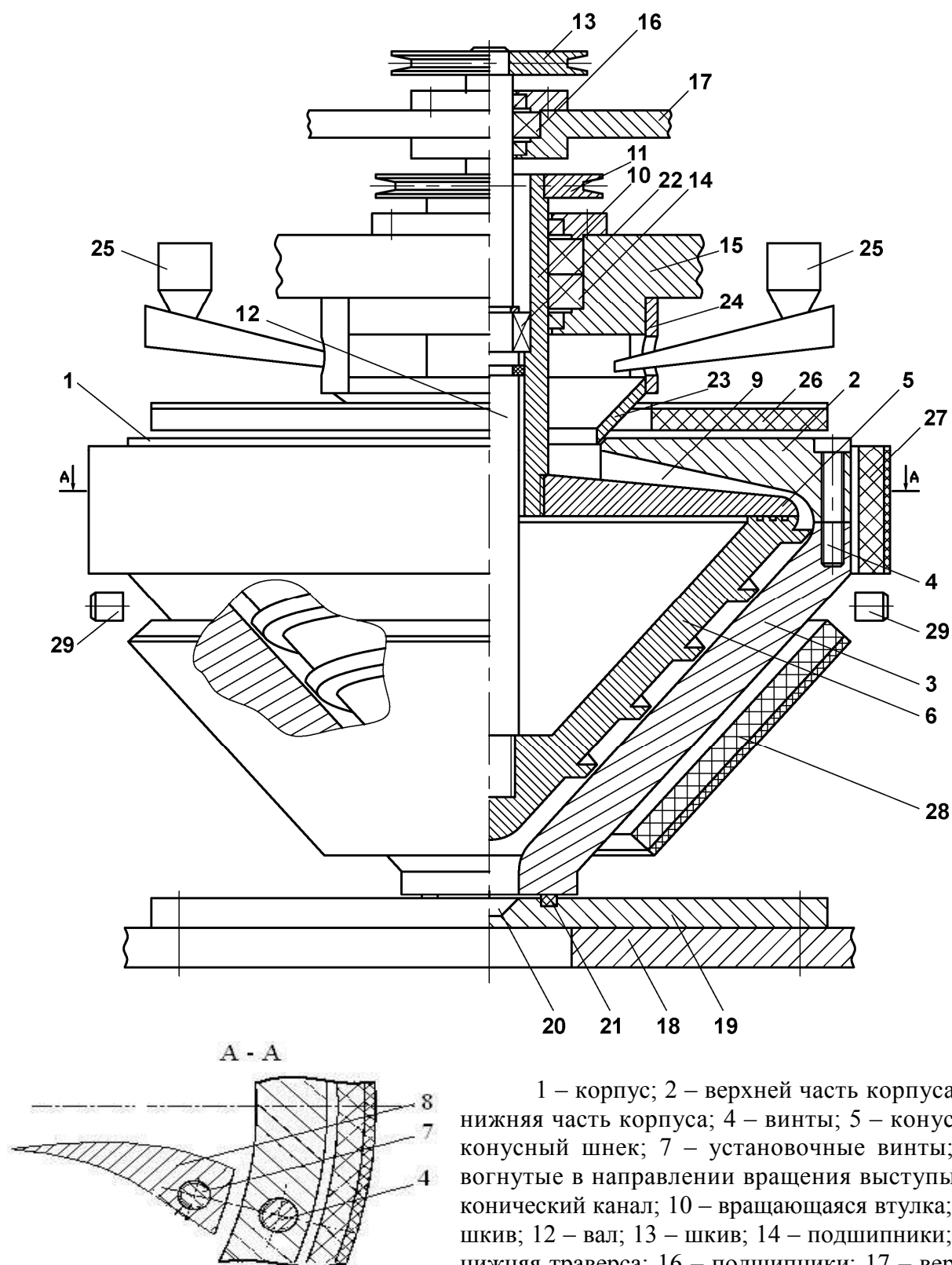
Основным недостатком последней конструкции является невозможность переработки полимерных материалов, расплавы которых не обладают упругими свойствами, в результате чего не возникает эффект Вайссенберга в рабочей дисковой зоне 11.

Данный недостаток устранен в конструкциях, предложенных в работах [142, 143], где вместо дисковой зоны, соответственно, введены коническая червячная зона и спиральная зона.

Схема радиального экструдера с зоной дозирования согласно с работой изображена на рис. 2.4 [142]. Принцип работы данного исполнения радиального экструдера в верхней части практически такой же, как и для предыдущей конструкции.

При переходе перерабатываемого материала в нижнюю часть он захватывается конической червячной нарезкой и транспортируется к формовочному отверстию 20, что вызвано относительной скоростью движения между внутренней поверхностью нижней части 3 корпуса 1 и внешней поверхностью конусного шнека 6.

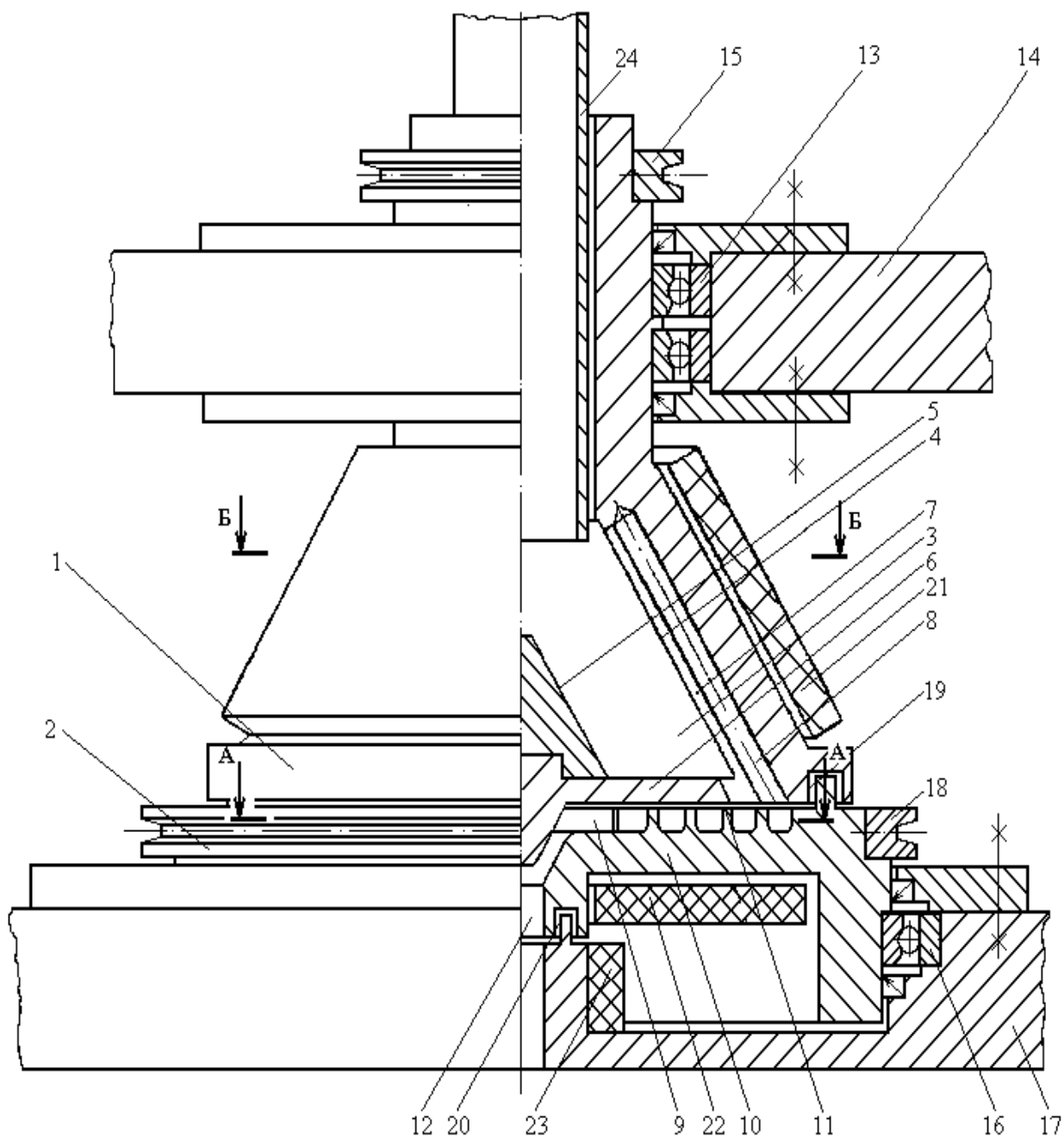
Подбирая соответствующие геометрические параметры конусного шнека 6 (глубину и шаг винтовой нарезки, радиальный зазор между внешним диаметром винтовой нарезки и внутренней поверхности нижней части 3, угол конусности) согласно с необходимой производительностью, можно достичь необходимого качества смешивания. В данном случае вязко-упругие свойства полимерного материала не оказывают существенного воздействия на транспортировку материала в зоне дозирования.



1 – корпус; 2 – верхняя часть корпуса; 3 – нижняя часть корпуса; 4 – винты; 5 – конус; 6 – конусный шнек; 7 – установочные винты; 8 – вогнутые в направлении вращения выступы; 9 – конический канал; 10 – вращающаяся втулка; 11 – шкив; 12 – вал; 13 – шкив; 14 – подшипники; 15 – нижняя траверса; 16 – подшипники; 17 – верхняя траверса; 18 – станина; 19 – фильера; 20 – формовочное отверстие; 21 – уплотнение; 22 – упорный подшипник; 23 – бункер; 24 – пластинки; 25 – питатели; 26, 27, 28 – индукционные нагреватели; 29 – охлаждающие вентиляторы

Рисунок 2.4 – Центробежный экструдер для полимеров с конической червячной частью в зоне дозирования

На рис. 2.5 представлена схема центробежного экструдера со спиральной зоной дозирования согласно с работой [143].



1 – плавитель; 2 – накопитель; 3 – рабочая зона плавителя; 4 – боковая коническая поверхность; 5 – нижний центральный конус; 6 – верхний диск; 7 – дренажные канавки; 8 – периферийные каналы; 9 – рабочая зона накопителя; 10 – нижний диск; 11 – спиральная нарезка; 12 – фильера; 13 – подшипники; 14 – верхняя траверса; 15 – шкив; 16 – подшипники; 17 – нижняя траверса; 18 – шкив; 19, 20 – лабиринтные уплотнения; 21, 22, 23 – нагреватели; 24 – загрузочный патрубок

Рисунок 2.5 – Центробежный экструдер для полимеров со спиральной частью в зоне дозирования

Запуск и первый этап работы данной конструкции принципиально не отличается от предыдущих двух схем.

После достижения соответствующей температуры за счет нагревателя 21, а также вследствие диссипативных выделений за счет трения полимерного материала по поверхности 4, полимерный материал начинает плавиться и через дренажные канавки 7 отводится в периферийные каналы 8. Вследствие того,

что периферийные каналы образуют острый угол с нижней поверхностью плавителя, составляющая центробежной сил будет направлять расплав полимера вдоль периферийных каналов к рабочей зоне накопителя 9.

На втором этапе, когда уже будет достаточная масса расплавленного материала, скорость диска 10 уменьшается (или увеличивается, важна лишь относительная скорость дисков 6 и 10 с учетом направления спиральной нарезки 11), вследствие чего материал будет подаваться в центральную часть и дальше к фильере 12.

Следует отметить один общий недостаток в представленных конструкциях центробежных экструдеров, а именно, существенный расход энергии на подогрев полимерного материала при использовании индукционных нагревателей.

С целью значительного снижения общей мощности на переработку материала в рабочих объемах центробежных агрегатах, в работе [144] разработана конструкция, в которой и вращение рабочих органов, и обогрев материала осуществляется на базе схемы асинхронного двигателя. Данная конструкция представлена на рис. 2.6.

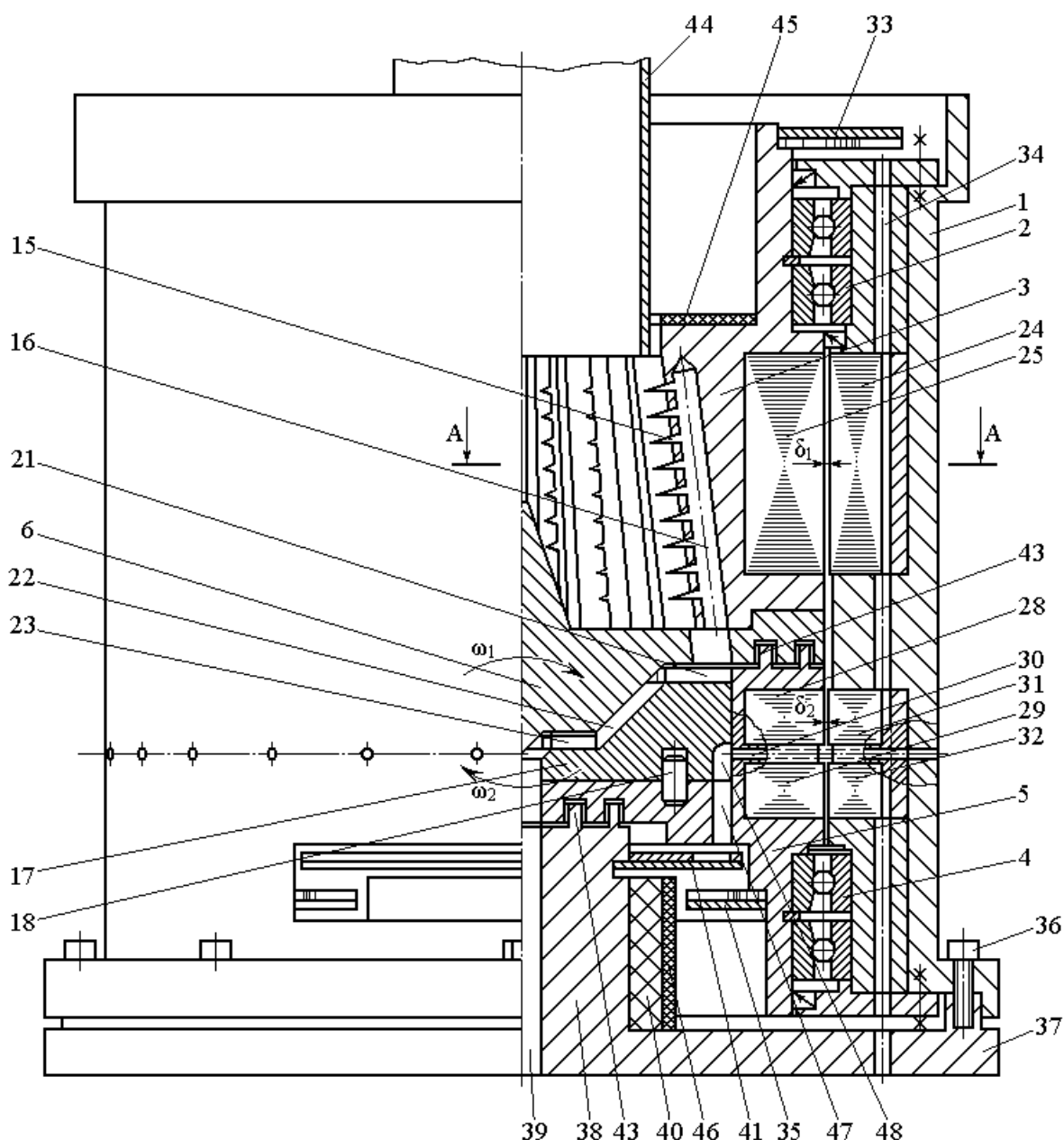


Рисунок 2.6 – Центробежный экструдер для полимеров с совмещенными системами

На рис. 2.7, 2.8 показано сечение А-А по рис. 2.6., изображены отдельные элементы.

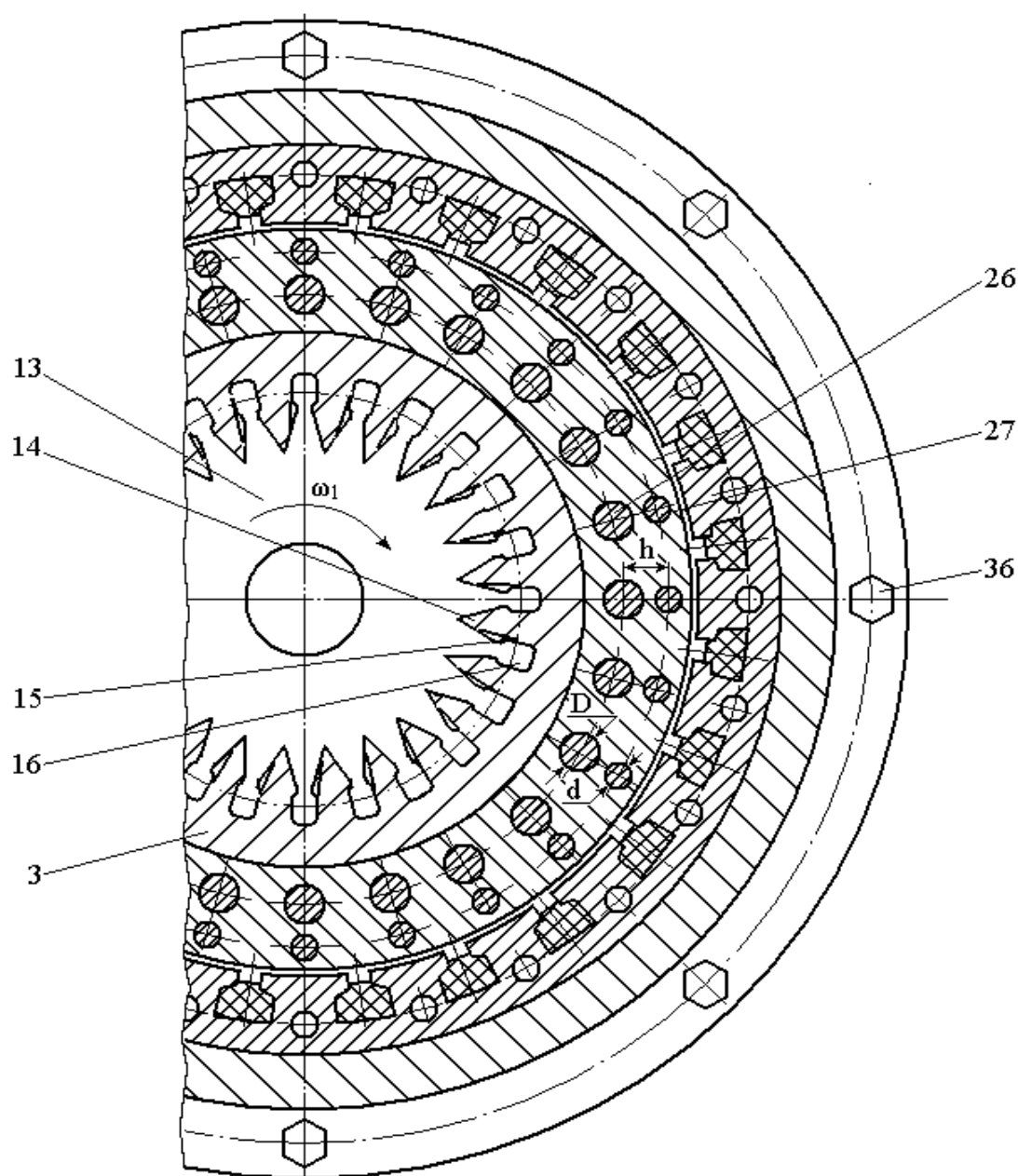
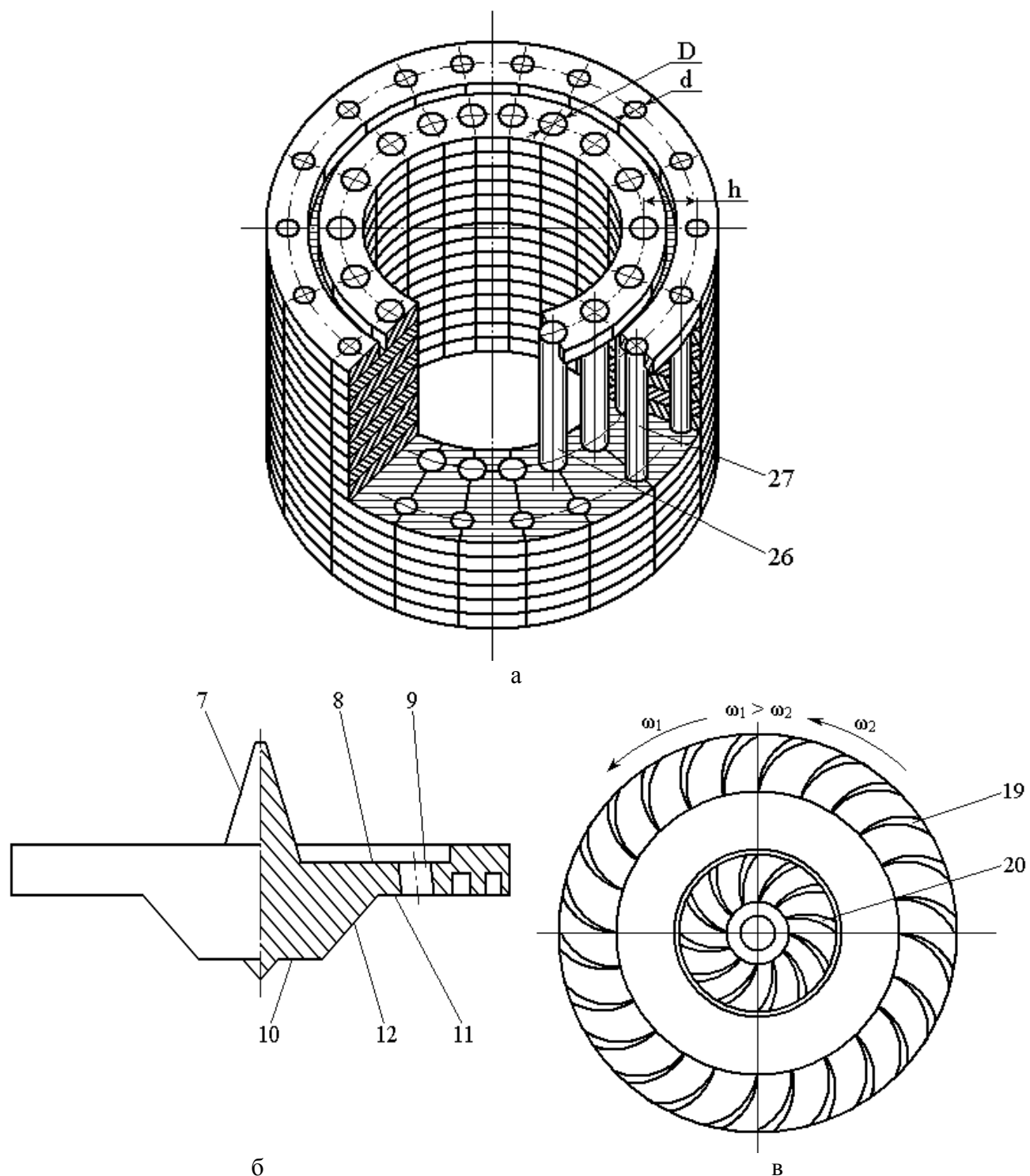


Рисунок 2.7 – Сечение А – А по рис. 2.6

Введены такие обозначения: 1 – общий корпус агрегата; 2 – подшипники корпуса плавителя; 3 – корпус плавителя; 4 – подшипники корпуса накопителя; 5 – корпус накопителя; 6 – дисково-конический рабочий элемент; 7 – центральная коническая поверхность плавителя; 8 – периферийная дисковая поверхность плавителя; 9 – проходные окна; 10 – центральная дисковая поверхность накопителя; 11 – периферийная дисковая поверхность накопителя; 12 – коническая поверхность накопителя; 13 – рабочая полость плавителя; 14 – выступы; 15 – дренажные канавки; 16 – периферийные каналы; 17 – вкладыш; 18 – штифты; 19 – нагнетательные лопасти; 20 – дозирующие лопасти; 21 – периферийный (нагнетательный) дисковый канал; 22 – конический (смесительный) канал; 23 – центральный (дозировочный) дисковый канал; 24 – обмотки статора привода плавителя; 25 – обмотки ротора привода плавителя; 26 – стержни внутренней клетки; 27 – стержни внешней клетки;

28,29 – соответственно верхняя и нижняя части ротора накопителя; 30 – охлаждающие отверстия; 31, 32 – соответственно верхняя и нижняя части обмотки статора накопителя; 33 – крыльчатка корпуса плавителя; 34 – охлаждающие отверстия; 35 – крыльчатка корпуса накопителя; 36 – болты; 37 – плита; 38 – фильера; 39 – выходное отверстие; 40 – нагреватель; 41 – жалюзи; 42, 43 – уплотнительные узлы; 44 – загрузочный патрубок; 45, 46 – теплоизоляционные экраны; 47 – охлаждающие отверстия; 48 – пазы.



а – обмотка ротора с двойной “беличьей клеткой”; б – дисково-конический рабочий элемент; в – вид на рабочую поверхность вкладыша накопителя

Рисунок 2.8 – Элементы экструдера

Привод плавителя состоит из обмотки 24, которая выполнена по аналогии с обмоткой статора асинхронного двигателя, и обмотки 25, которая выполнена по аналогии с обмоткой ротора асинхронного двигателя. Причем обмотка 25 выполнена по схеме для двойной “беличьей клетки” (рис. 2.8,а). Такое выполнение дает возможность, кроме улучшения пусковых характеристик двигателя, регулировать температуру в обмотке, а, следовательно, и в корпусе плавителя 3, за счет подбора соответствующих параметров обмотки.

Основными параметрами являются: диаметры D стержней 26 внутренней клетки, диаметры d стержней 27 внешней клетки, расстояние h между осями стержней, а также величина канала δ_1 между внутренней поверхностью обмотки 24 и внешней поверхностью обмотки 25.

Привод накопителя имеет такую же основную схему, что и для плавителя. Однако, вследствие возможных диссипативных выделений в рабочей зоне накопителя (функциональные каналы 21, 22 и 23), для более интенсивного охлаждения корпуса накопителя 5 и обмоток ротора, последний выполнен из двух частей – верхней 28 и нижней 29, между которыми в корпусе 5 выполнены радиальные охлаждающие отверстия 30. Обмотки статора также имеют верхнюю 31 и нижнюю 32 части.

На корпусе плавителя установлена крыльчатка 33 для постоянного охлаждения обмоток статора 24, 31 и 32, а в корпусе 1 выполнены осевые охлаждающие отверстия 34. Для регулирования охлаждения корпуса накопителя 5 на нем установлена крыльчатка 35.

Недвижимый корпус 1 смонтирован посредством болтов 36 на плите 37, в центральной части которой выполнена фильера 38 с выходным отверстием 39. На внешней поверхности фильеры находится нагреватель 40 и закреплены жалюзи 41.

Для предотвращения выхода перерабатываемого материала из рабочих зон установлены уплотнительные узлы 42 и 43.

В верхнюю часть рабочей полости 13 входит загрузочный патрубок 44, который крепится к неподвижному корпусу 1 (на рисунках не показано).

Установлены теплоизоляционные экраны 45 и 46 для уменьшения тепловых потерь.

Для охлаждения корпуса накопителя в нем выполнены осевые охлаждающие отверстия 47, а на периферийной части вкладыша 17 выполнены пазы 48.

Экструдер работает следующим образом. Подают напряжение на обмотки статоров 24, 31 и 32, в результате чего возникает вращающееся магнитное поле, которое индуцирует электродвижущую силу (ЕДС) в статорной и роторной обмотках. В результате возникновения ЕДС в обмотках роторов 25, 26 и 29 начинают вращаться корпуса плавителя 3 и накопителя 5. Причем, задавая необходимые параметры напряжения и частоты тока, соответственно с параметрами обмоток ротора 25 и роторов 28 и 29, выходят на режим с одинаковыми угловыми скоростями ω_1 и ω_2 и одинаковым направлением вращения. В этот же момент также начинают вращаться крыльчатки 33 и 35. Причем осевые охлаждающие отверстия 34 в корпусе 1 постоянно открыты, что дает возможность для постоянного охлаждения корпуса 1 и подшипников 2 и 4.

Что же касается действия крыльчатки 35, то на начальной стадии работы экструдера она работает вхолостую, так как поток воздуха от нее отражается жалюзи 41, которые в данный момент закрыты.

После достижения необходимой скорости вращения через загрузочный патрубок 44 в рабочую полость 13 подается перерабатываемый материал, который отбрасывается за счет значительных центробежных сил к боковой поверхности. Когда боковая поверхность рабочей полости 13 приобретет температуру, отвечающую температуре плавления полимерного материала, за счет нагревательных свойств обмотки 25, что достигается подбором диаметров D и d , расстояний h и δ_1 , а также соответствующего материала для стержней 26 и 27 (от меди, через латунь и бронзу, к сплавам с большим омическим сопротивлением), полимерный материал начинает плавиться. Расплав полимера через дренажные канавки 15 выдавливается в каналы 16, из которых направляется к проходным окнам 9 и дальше в периферийный дисковый канал 21 рабочей зоны накопителя.

На следующей стадии угловая скорость корпуса накопителя замедляется, т.е. становится справедливым отношение $\omega_2 < \omega_1$. При этом вследствие вогнутости лопастей 19 к направлению вращения, перерабатываемый материал будет подаваться в центр. Необходимо четко следить за данным условием. Если изменить направление вращения, т.е., согласно с рис. 2.8, в осуществить направление вращения по часовой стрелке, то при данной вогнутости материал будет откидываться к периферии. Рабочая зона накопителя может также функционировать и при условии $\omega_2 > \omega_1$, но в данном случае будут большие энергозатраты на переработку материала.

Выходя из лопастей 19, материал попадает в конический канал 22, где происходит его интенсивное перемешивание. После чего он поступает в центральный дисковый канал 23, где происходит стабилизация потока расплава после смесительного канала 22 и создание необходимого давления для преодоления сопротивления выходного отверстия 39. Лопастей 20 в центральном дисковом канале 23 имеют аналогичную конфигурацию с лопастями 19.

При прохождении расплавом полимера через рабочие каналы 21, 22, 23 накопителя могут возникать значительные диссипативные выделения, в результате которых будет повышаться температура. Для предотвращения перегрева полимерного материала, в случае необходимости, т.е. при превышении заданной температуры, жалюзи 41 приоткрываются и поток воздуха от крыльчатки 35 подается в корпус накопителя 5 по следующему пути: осевые охлаждающие отверстия 47 – пазы 48 – радиальные охлаждающие отверстия 31.

Нагреватель 40 используется, как правило, в роли стартового нагревателя, т.е. на начальной стадии работы экструдера. В дальнейшем, после прогревания фильеры 38 и при условии надежности теплоизоляционного экрана 46, нагреватель 40 может быть отключен.

Таким образом, в предложенном экструдере разъединены функциональные возможности плавителя и накопителя, путем применения индивидуальных приводов, что дает возможность отдельного регулирования

режимов плавления в рабочей зоне плавителя и режимов смешивания в рабочей зоне накопителя. Кроме того, совмещены энергетические ресурсы для плавления и перемещения полимерного материала в рабочих зонах центробежного экструдера путем установления обмоток ротора непосредственно на корпусах плавителя и накопителя, что дает возможность одновременно создавать и вращающийся момент, и соответствующую температуру.

В зависимости от конфигурации участков рабочей полости плавителя, геометрическая форма отдельных зон может быть приведена к тем или иным стандартным фигурам, относительно которых и необходимо строить математические модели, описывающие поведение перерабатываемого материала.

2.2 Разработка математических моделей для процессов движения полимерных сред в дисковых и конусных каналах под действием центробежных сил

Разработаны математические модели для анализа процессов переноса полимерных материалов в дисковых и конусных каналах под действием центробежных сил. При этом использовалась соответственно цилиндрическая и сферическая системы координат. [145 –148]

2.2.1 Анализ движения жидких сред в дисковых каналах

Рассмотрим процесс течения жидкой среды в дисковом канале под действием центробежных сил согласно схеме, представленной на рис. 2.9, где высота канала H постоянна, а максимальный радиус составляет R_{max} .

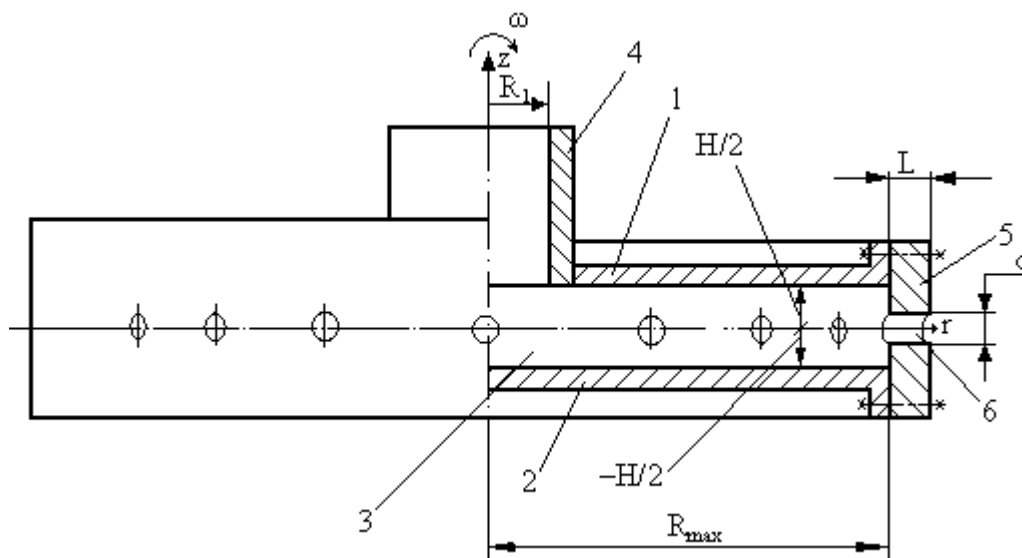


Рисунок 2.9 – Схема рабочей секции с дисковым каналом

Рабочая секция состоит из верхней 1 и нижней 2 пластинок, образующих дисковый канал 3. На верхней пластинке 1 смонтирован загрузочный патрубок 4. Пластины 1 и 2 соединены фильрой 5 с выходными отверстиями 6. Все элементы рабочей секции жестко соединены между собой и вращаются с частотой ω .

Процесс течения в дисковом канале следует рассматривать в цилиндрической системе координат. При этом принимаем следующие условия

$$V_z = 0; V_\varphi = \omega \cdot r; \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0. \quad (2.1)$$

Тогда уравнения движения будут иметь вид

$$\rho \cdot \left(V_r \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_\varphi^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} + F_c; \quad (2.2)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial r}. \quad (2.3)$$

где F_c – центробежная сила, отнесенная к единице объема, которую можно определить из выражения

$$F_c = \rho \cdot \omega^2 \cdot r. \quad (2.4)$$

Рассмотрим поведение жидкости, которая описывается реологическим уравнением состояния для ньютоновской жидкости

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot \eta_0 \cdot d_{ij}. \quad (2.5)$$

С учетом условий (2.1) для компонентов тензора напряжений будут справедливы такие соотношения

$$\sigma_{rr} = 2 \cdot \eta_0 \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r}; \quad \sigma_{rz} = \eta_0 \cdot \frac{\partial V_r}{\partial z}; \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{2 \cdot \eta_0}{r} \cdot V_r.$$

Подставляя последние соотношения в уравнения движения, получаем

$$\rho \cdot \left(V_r \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_\varphi^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + 2 \cdot \eta_0 \cdot \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \eta_0 \cdot \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} + \frac{2 \cdot \eta_0}{r} \cdot \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r} \right) + F_c; \quad (2.6)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \eta_0 \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} \right). \quad (2.7)$$

Уравнения (2.6) и (2.7) представляют собой дифференциальные уравнения в частных производных, решение которых в общем случае вызывает большие трудности. Если воспользоваться уравнением неразрывности в дифференциальной форме, с учетом соотношений (2.1), можно записать

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} = 0. \quad (2.8)$$

Нетрудно заметить, что уравнение (2.8) будет выполняться при следующей подстановке

$$V_r = \frac{f(z)}{r}, \quad (2.9)$$

где $f(z)$ – некоторая функция, зависящая только от координаты z (в отличие от составляющей скорости V_r , которая зависит как от r , так и от z).

Учитывая соотношения (2.1), (2.4) и (2.9) уравнения движения (2.6) и (2.7) преобразуются следующим образом

$$-\rho \cdot \frac{f^2}{r^3} - \rho \cdot \omega^2 \cdot r = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\eta_0}{r} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \rho \cdot \omega^2 \cdot r; \quad (2.10)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\eta_0}{r^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial z}. \quad (2.11)$$

Если предположить, что градиент давления $\partial P / \partial r$ не зависит от координаты z , то уравнение (2.10) можно представить как обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2 f}{dz^2} + \frac{\rho}{\eta_0} \cdot \frac{f^2}{r^2} + \frac{2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2}{\eta_0} - \frac{r}{\eta_0} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = 0. \quad (2.12)$$

Последнее выражение эквивалентно следующему уравнению

$$\left(\frac{df}{dz} \right)^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{\rho}{\eta_0} \cdot \frac{f^3}{r^2} + \left(\frac{2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2}{\eta_0} - \frac{r}{\eta_0} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} \right) \cdot f = C, \quad (2.13)$$

где C – константа интегрирования.

Уравнение (2.13) может быть разрешено в эллиптических функциях [149]. Однако, для реальных режимов работы и геометрических параметров рабочей секции второй член, входящий в уравнения (2.12) и (2.13), гораздо меньше, чем третий, что легко проверить с помощью пакета MathCAD, используя функции rkfixed и sbval [150–152]. Тогда, пренебрегая вторым членом в уравнении (2.12), получаем

$$\frac{d^2 f}{dz^2} + \frac{2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2}{\eta_0} - \frac{r}{\eta_0} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = 0. \quad (2.14)$$

Выражение (2.14) представляет собой дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, решение которого имеет вид

$$f = \frac{r}{\eta_0} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} \cdot \frac{z^2}{2} - \frac{r^2}{\eta_0} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot z^2 + C_1 \cdot z + C_2. \quad (2.15)$$

Константы интегрирования C_1 и C_2 можно определить из граничных условий

$$f = 0 \text{ при } z = \pm H/2.$$

Определив C_1 и C_2 , выражение (2.15) будет иметь вид

$$f = \frac{r \cdot H^2}{\eta_0 \cdot 8} \cdot \left(2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r - \frac{\partial P}{\partial r} \right) \cdot \left[1 - \left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 \right], \quad (2.16)$$

а с учетом (2.9) получаем

$$V_r = \frac{H^2}{8 \cdot \eta_0} \cdot \left(2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r - \frac{\partial P}{\partial r} \right) \cdot \left[1 - \left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 \right]. \quad (2.17)$$

В последнем уравнении остается неизвестным градиент давления $\partial P / \partial r$. Для его определения необходимо уточнить конфигурацию выходных отверстий 6 на рис. 2.9. Предположим, что отверстия имеют круглое поперечное сечение с диаметром d и длиной L , как и показано на рис. 2.9. Кроме того, количество отверстий обозначим через j . Тогда для нормальной работы, т.е. при условии отсутствия разрывов потока, необходимо соблюдение равенства производительностей во всех сечениях дискового канала Q_r и суммарного расхода через все отверстия Q_s . Данное условие может быть представлено через уравнение неразрывности в интегральной форме

$$Q_r = Q_s, \quad (2.18)$$

где

$$Q_r = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \int_{-H/2}^{H/2} V_r dz; \quad Q_s = j \cdot K_0 \cdot \frac{\Delta P}{\eta_0}. \quad (2.19)$$

В последнем соотношении величина ΔP представляет собой перепад давления на выходных отверстиях, а параметр K_0 – коэффициент формы одного выходного отверстия, которое для принятой формы будет иметь вид

$$K_0 = \frac{\pi \cdot d^4}{128 \cdot L}.$$

Общий коэффициент формы обозначим так

$$K_{j0} = j \cdot K_0.$$

Объединяя уравнения (2.17) – (2.19), получаем

$$\frac{\pi \cdot r \cdot H^3}{6} \cdot \left(2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r - \frac{\partial P}{\partial r} \right) = K_{j0} \cdot \Delta P. \quad (2.20)$$

Максимальное давление будет развиваться при $K_0 = 0$, т.е. в случае отсутствия отверстий. Тогда уравнение (2.20) будет иметь вид

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r.$$

Откуда, принимая значение давления равным нулю при $r = 0$, окончательно получаем

$$P = \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2. \quad (2.21)$$

При расчетах поля давлений в рабочих объемах перерабатывающего оборудования принимают избыточное давление, взятое относительно атмосферного. Тогда можно записать

$$\Delta P = P_K, \quad (2.22)$$

где P_K – избыточное давление при $r = R_{max}$.

Перепишем уравнение (2.20) относительно градиента давления

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r - \frac{6 \cdot K_{j0} P_K}{\pi \cdot r \cdot H^3}. \quad (2.23)$$

Решая уравнение (2.23), получаем

$$P = \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 - \frac{6 \cdot K_{j0} \cdot P_K}{\pi \cdot H^3} \cdot \ln(r) + C_3.$$

Константу интегрирования C_3 можно определить из граничного условия

$$P = P_1 \text{ при } r = R_1.$$

Окончательно для распределения давления в дисковом канале будет справедлива следующая зависимость

$$P = \rho \cdot \omega^2 \cdot (r^2 - R_1^2) + \frac{6 \cdot K_{j0}}{\pi \cdot H^3} \cdot \ln\left(\frac{R_1}{r}\right) \cdot P_K + P_1. \quad (2.24)$$

При этом для определения P_1 можно воспользоваться следующей зависимостью

$$P_1 = \rho \cdot \omega^2 \cdot R_1^2. \quad (2.25)$$

Формулой (2.24) можно воспользоваться для определения P_K через параметры дискового канала, подставляя $r = R_{\max}$

$$P_K = \rho \cdot \omega^2 \cdot R_{\max}^2 + \frac{6 \cdot K_{j0}}{\pi \cdot H^3} \cdot \ln\left(\frac{R_1}{R_{\max}}\right) \cdot P_K. \quad (2.26)$$

Чтобы достичь необходимого значения P_K , соответствующего второму условию (2.19) с учетом равенства (2.22), необходим подбор трех параметров, а именно: ω , R_{\max} и H . При этом можно оптимизировать условия работы, исходя из минимизации энергозатрат и металлоемкости, с учетом возможности осуществления технологического процесса при имеющихся комплектующих элементах, в первую очередь – подшипниках.

Если, например, заданы геометрические размеры, то для определения частоты вращения имеем

$$\omega = \frac{1}{R_{\max}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot P_K \cdot \left[1 - \frac{6 \cdot K_{j0}}{\pi \cdot H^3} \cdot \ln\left(\frac{R_1}{R_{\max}}\right) \right]}. \quad (2.27)$$

Следует отметить, что для достижения заданного значения P_K при выбранных геометрических размерах дискового канала может понадобиться очень большая величина для ω . В таком случае необходимо проверить возможность работы при таких режимах элементов данного агрегата, например, тех же подшипников. В случае отсутствия необходимых подшипников качения при данных режимах, следует использовать подшипники скольжения в соответствующем гидродинамическом исполнении. Кроме того, необходимо обязательно выполнить динамический анализ агрегата, определить резонансные зоны.

Расчет дискового центробежного агрегата можно выполнить по следующей схеме.

Первый этап – задать необходимую производительность Q_s .

Второй этап – рассчитать коэффициент формы выходного отверстия K_0 .

Третий этап – определить давление P_K , используя соотношение (2.19) с учетом (2.22).

Четвертый этап – определиться с геометрическими размерами дискового канала (R_{max} , H) и найти ω , используя формулу (2.27), или наоборот, используя формулу (2.26), отыскать значение R_{max} или H при заданном значении ω .

В качестве примера найдем параметры дискового центробежного агрегата с производительностью $Q_s = 100$ кг/час для материала с параметрами: $\rho = 960$ кг/м³; $\eta_0 = 2300$ Па·с. Выходные отверстия имеют следующие параметры: $d = 5$ мм; $L = 5$ мм; $j = 120$. Тогда коэффициент формы будет равен

$$K_{j0} = 120 \cdot \frac{\pi \cdot 3^4}{128 \cdot 5} = 3,682 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3.$$

Для создания необходимой производительности следует создать давление

$$P_K = \frac{Q_s \cdot \eta_0}{\rho \cdot K_{j0}} = \frac{100 \cdot 2300}{960 \cdot 3,682 \cdot 10^{-7}} = 1,808 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Подстановка (2.23) в (2.17) приводит к следующей зависимости

$$V_r = \frac{3}{4} \cdot \frac{K_{j0} \cdot P_K}{\pi \cdot r \cdot H \cdot \eta_0} \cdot \left[1 - \left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 \right]. \quad (2.28)$$

Радиус загрузочного патрубка для всех вариантов, как для дисковых каналов, так и конусных – составляет: $R_1 = 20$ мм.

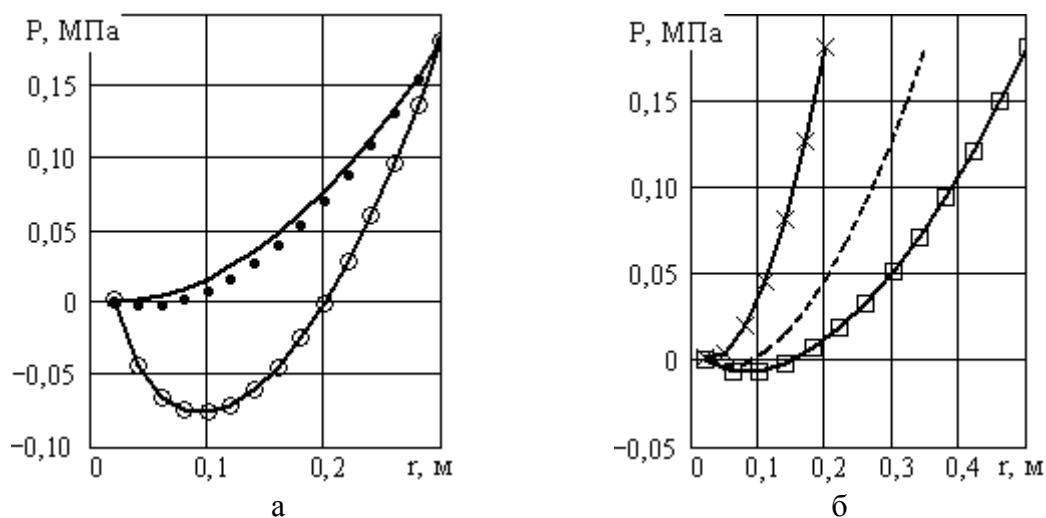
Расчеты по дисковому каналу приведены в приложении Б.1 (блок САПР-9).

Основные характеристики дискового канала, рассчитанные по формулам (2.24)–(2.28), представлены в табл. 2.1 для различных геометрических вариантов. Плоские графики, показывающие распределение давления по

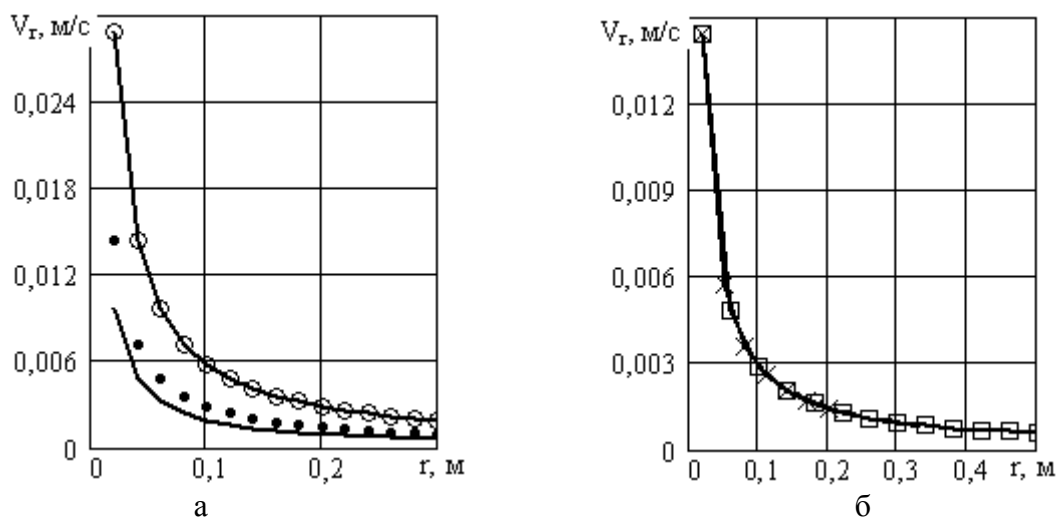
формуле (2.24), представлены на рис. 2.10, а скорости движения полимера, согласно формуле (2.28), при $z=0$ – на рис. 2.11. Объемный график распределения скорости V_r в дисковом канале для варианта D_2 представлен на рис. 2.12.

Таблица 2.1 – Характеристики дисковой зоны при различных геометрических параметрах

№ вар-та	$D1$	$D2$	$D3$	$D4$	$D5$	$D6$
H , мм	12	24	36	24		
R_{max} , мм	300			200	350	500
ω , c^{-1}	66,3	48,8	46,7	72,5	42,0	29,6
P_1 , кПа	1,69	0,91	0,84	2,02	0,68	0,34



а – $R_{max} = 300$ мм: —○— — $H = 12$ мм; •••• — $H = 24$ мм; — — — $H = 36$ мм;
б – $H = 24$ мм: —×— — $R_{max} = 200$ мм; - - - - - $R_{max} = 350$ мм; —□— — $R_{max} = 500$ мм
Рисунок 2.10 – Графики распределения давления в дисковом канале



а – $R_{max} = 300$ мм: —○— — $H = 12$ мм; •••• — $H = 24$ мм; — — — $H = 36$ мм;
б – $H = 24$ мм: —×— — $R_{max} = 200$ мм; - - - - - $R_{max} = 350$ мм; —□— — $R_{max} = 500$ мм
Рисунок 2.11 – Графики распределения скорости V_r в дисковом канале при $z = 0$

Из приведенных результатов можно сделать ряд выводов. Во-первых, увеличение геометрических размеров приводит к уменьшению частоты вращения. Однако влияние роста высоты H на изменение ω менее выражено, чем влияние максимального радиуса дискового канала R_{max} . Кроме того, на графиках для распределения давления при некоторых сочетаниях параметров наблюдаются области с отрицательными давлениями, указывающие на возможность нарушения сплошности потока, что приводит к нестабильной работе рабочего узла.

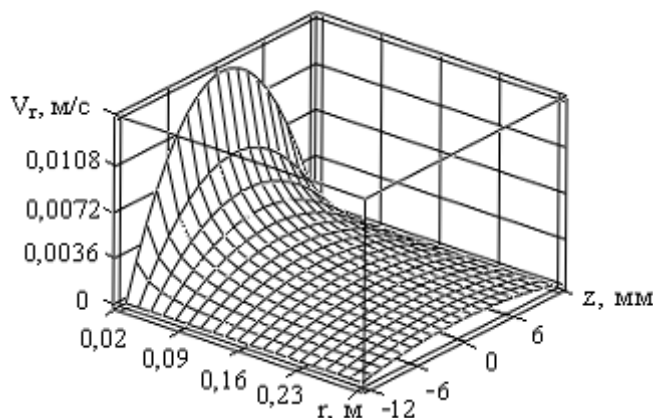


Рисунок 2.12 – График распределения скорости V_r в дисковом канале вдоль осей r и z

2.2.2 Математическое моделирование процессов для жидких полимерных сред, протекающих в конусных каналах, с учетом зависимости давления только от радиальной координаты

Выполним анализ течения жидких сред под действием центробежных сил в конусных каналах по схеме на рис. 2.13.

Представленные элементы на рис. 2.13 отвечают соответствующим элементам на рис. 2.9. При этом, разумеется, рабочий канал 3, который на рис. 1 является дисковым, в данном случае соответствует конусной форме.

Процессы движения материала в конусном канале следует описывать в сферической системе координат (с координатами r , θ , φ). Принятые условия (2.1) в данном случае несколько изменятся.

Во-первых, z – составляющая скорости заменится на θ – составляющую. Во-вторых, в связи с переносом начала координат r в точку пересечения двух наклонных плоскостей, образующих конусный канал, следует уточнить выражение для окружной скорости. Третье условие из (2.1) остается прежним. Тогда условия (2.1) будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} V_{\theta} &= 0; \\ V_{\varphi} &= \omega \cdot r_1; \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} &= 0; \\ r_1 &= r - (R_1 + R_{max}). \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

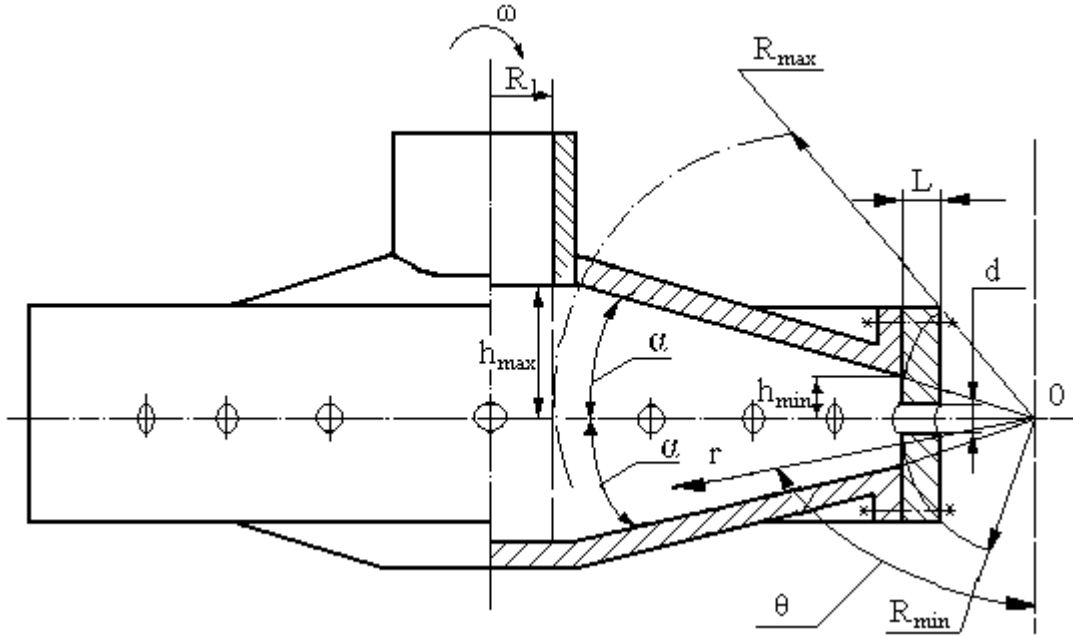


Рисунок 2.13 – Схема рабочей секции с конусным каналом

Уравнения движения в конусном канале с учетом условий (2.29) можно представить таким образом

$$\rho \cdot \left[V_r \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r_1} - \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1 \right] = -\frac{\partial P}{\partial r_1} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r_1} + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} +$$

$$+ \frac{2 \cdot \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r_1} + \frac{\text{ctg}(\theta)}{r_1} \cdot \sigma_{r\theta} + \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1; \quad (2.30)$$

$$- \rho \cdot \text{ctg}(\theta) \cdot \omega^2 \cdot r_1 = -\frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r_1} + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} +$$

$$+ \frac{3 \cdot \sigma_{r\theta}}{r_1} + \frac{\text{ctg}(\theta)}{r_1} \cdot (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}). \quad (2.31)$$

Для составляющих тензора напряжений с учетом принятых условий будут справедливы следующие соотношения (опять же в ньютоновском приближении)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2 \cdot \eta_0 \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r_1}, \\ \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{\varphi\varphi} = 2 \cdot \eta_0 \cdot \frac{V_r}{r_1}, \\ \sigma_{r\theta} &= \eta_0 \cdot \frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \theta}. \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

Уравнение неразрывности в данном случае запишется так

$$\frac{\partial}{\partial r_1} (r_1^2 \cdot V_r) = 0. \quad (2.33)$$

Откуда нетрудно заметить, что выполняется такое соотношение

$$V_r = \frac{g(\theta)}{r_1^2}, \quad (2.34)$$

где $g(\theta)$ – функция, зависящая только от координаты θ .

Учитывая соотношения (2.32) и (2.34), уравнения движения (2.30) и (2.31) переписываются так

$$\begin{aligned} -\rho \cdot \frac{2 \cdot g^2}{r_1^5} - \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1 = -\frac{\partial P}{\partial r_1} + \frac{\eta_0}{r_1^4} \cdot \frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2} + \\ + \eta_0 \cdot \frac{\text{ctg}(\theta)}{r_1^4} \cdot \frac{\partial g}{\partial \theta} + \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1; \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$-\rho \cdot \text{ctg}(\theta) \cdot \omega^2 \cdot r_1 = -\frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{2 \cdot \eta_0}{r_1^4} \cdot \frac{\partial g}{\partial \theta}. \quad (2.36)$$

В предположении о независимости градиента давления $\partial P / \partial r_1$ от координаты θ , а также пренебрегая первым членом в левой части уравнения (2.35) по аналогии с выражением (2.10), уравнение (2.35) можно записать как обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2 g}{d\theta^2} + \text{ctg}(\theta) \cdot \frac{dg}{d\theta} = -\frac{2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^5}{\eta_0} - \frac{\partial P}{\partial r_1} \cdot \frac{r_1^4}{\eta_0}. \quad (2.37)$$

Используя замену

$$G = \frac{dg}{d\theta}, \quad (2.38)$$

переводим последнее выражение в уравнение первого порядка, решение которого имеет вид

$$G = \frac{1}{\sin(\theta)} \cdot \left\{ \frac{\cos(\theta)}{\eta_0} \cdot \left[2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^5 - \frac{\partial P}{\partial r_1} \cdot r_1^4 \right] + C_4 \right\}.$$

Выполнив обратную замену, после разделения переменных и интегрирования получаем

$$g = \frac{\ln|\sin(\theta)|}{\eta_0} \cdot \left[2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^5 - \frac{\partial P}{\partial r_1} \cdot r_1^4 \right] + \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right| \cdot C_4 + C_5.$$

Возвращаясь к замене (2.34), выражение для радиальной составляющей скорости запишется так

$$V_r = \frac{\ln|\sin(\theta)|}{\eta_0} \cdot \left[2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^3 - \frac{\partial P}{\partial r_1} \cdot r_1^2 \right] + \frac{\ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right|}{r_1^2} \cdot C_4 + \frac{C_5}{r_1^2}. \quad (2.39)$$

Константы интегрирования определяются из граничных условий

$$\left. \begin{aligned} V_r &= 0 & \text{при} & \theta_1 = 90^0 - \alpha; \\ V_r &= 0 & \text{при} & \theta_2 = 90^0 + \alpha; \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Тогда имеем

$$C_4 = - \frac{\ln \left| \frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} \right|}{\ln \left| \frac{\operatorname{tg}(\theta_1/2)}{\operatorname{tg}(\theta_2/2)} \right|} \cdot \frac{r_1^4}{\eta_0} \cdot \left(A_r - \frac{\partial P}{\partial r_1} \right);$$

$$C_5 = - \ln |\sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2)| \cdot \frac{r_1^4}{2 \cdot \eta_0} \cdot \left(A_r - \frac{\partial P}{\partial r_1} \right) +$$

$$+ \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_1}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_2}{2} \right) \right| \cdot \frac{\ln \left| \frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} \right|}{\ln \left| \frac{\operatorname{tg}(\theta_1/2)}{\operatorname{tg}(\theta_2/2)} \right|} \cdot \frac{r_1^4}{2 \cdot \eta_0} \cdot \left(A_r - \frac{\partial P}{\partial r_1} \right),$$

где $A_r = 2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1$.

Если конусный канал имеет симметричную форму относительно угла $\theta = 90^0$, как показано на рис. 2.13, то будет справедливо равенство $\sin(\theta_1) = \sin(\theta_2)$. Тогда константы интегрирования C_4 и C_5 преобразуются к виду

$$C_4 = 0; \quad (2.41)$$

$$C_5 = - \ln |\sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2)| \cdot \frac{r_1^4}{2 \cdot \eta_0} \cdot \left(A_r - \frac{\partial P}{\partial r_1} \right). \quad (2.42)$$

Окончательно, выражение для радиальной составляющей скорости с учетом выражений (2.39), (2.41) и (2.42) можно представить таким образом

$$V_r = \left[\ln|\sin(\theta)| - \frac{1}{2} \cdot \ln|\cos^2(\alpha)| \right] \cdot \frac{r_1^2}{\eta_0} \cdot \left(A_r - \frac{\partial P}{\partial r_1} \right). \quad (2.43)$$

В уравнении (2.43) остается по аналогии с уравнением (2.17) неизвестным градиент давления $\partial P / \partial r_1$. Чтобы его отыскать, необходимо поступить таким же образом, как и прежде, т.е. будет справедливо выражение (2.18) и второе из соотношений (2.19). Первое соотношение из (2.19) может быть записано так

$$Q_r = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} r \cdot \theta \cdot V_r d\theta, \quad (2.44)$$

где V_r – радиальная проекция вектора скорости, определенная, разумеется, из выражения (2.43).

Учитывая соотношения (2.18), (2.19), (2.22), (2.43) и (2.44), получаем следующее равенство

$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{r_1^3}{\eta_0} \cdot \left(A_r - \frac{\partial P}{\partial r_1} \right) \cdot I_\theta = \frac{K_{j0} \cdot P_K}{\eta_0}, \quad (2.45)$$

где $I_\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \theta \cdot \left[\ln|\sin(\theta)| - \frac{1}{2} \cdot \ln|\cos^2(\alpha)| \right] d\theta.$

Тогда для градиента давления вдоль радиуса будет справедлива такая зависимость

$$\frac{\partial P}{\partial r_1} = 2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1 - \frac{K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot r_1^3 \cdot I_\theta}. \quad (2.46)$$

Решая последнее уравнение относительно давления и переходя к переменной r , получаем

$$P = \rho \cdot \omega^2 \cdot K1(r) - \frac{K_{j0} \cdot P_K \cdot K2(r)}{2 \cdot \pi \cdot I_\theta} + C_p, \quad (2.47)$$

где $K1(r) = (r^2 - 2 \cdot R_{1m} \cdot r)$; $R_{1m} = R_1 + R_{\max}$;

$$K2(r) = \frac{1}{R_{1m}^3} \cdot \left[-\ln(r) + \ln(r_1) + \frac{R_{1m}}{r_1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{1m}^2}{r_1^2} \right].$$

Используем условие для определения константы интегрирования C_p

$$P = P_1 \text{ при } r = R_{\max}. \quad (2.48)$$

Окончательно выражение для распределения давления в конусном канале с учетом соотношения (2.25) будет иметь вид

$$P = \rho \cdot \omega^2 \cdot [R_1^2 + K1_R(r)] - \frac{K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot I_\theta} \cdot K2_R(r), \quad (2.49)$$

где $K1_R(r) = (r^2 - R_{\max}^2) - 2 \cdot R_{1m} \cdot (r - R_{\max});$

$$K2_R(r) = \frac{1}{R_{1m}^3} \cdot \left[-\ln\left(\frac{r}{R_{\max}}\right) + \ln\left(\frac{r - R_{1m}}{R_{\max} - R_{1m}}\right) + \left(\frac{R_{1m}}{r - R_{1m}} - \frac{R_{1m}}{R_{\max} - R_{1m}}\right) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R_{1m}^2}{(r - R_{1m})^2} - \frac{R_{1m}^2}{(R_{\max} - R_{1m})^2} \right) \right].$$

Рассуждения, представленные для дискового канала после формулы (2.26), и в данном случае будут справедливы. Аналоги уравнений (2.26) и (2.27) для конусного канала соответственно будут иметь вид

$$P_K = \rho \cdot \omega^2 [R_1^2 + K1_R(R_{\min})] - \frac{K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot I_\theta} \cdot K2_R(R_{\min}); \quad (2.50)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{P_K \cdot \left[1 + \frac{K_{j0}}{2 \cdot \pi \cdot I_\theta} \cdot K2_R(R_{\min}) \right]}{\rho \cdot [R_1^2 + K1_R(R_{\min})]}}. \quad (2.51)$$

Подстановка (2.46) в (2.43) приводит к следующему выражению

$$V_r = \left[\ln|\sin(\theta)| - \frac{1}{2} \cdot \ln|\cos^2(\alpha)| \right] \cdot \frac{K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot r_1 \cdot I_\theta \cdot \eta_0}. \quad (2.52)$$

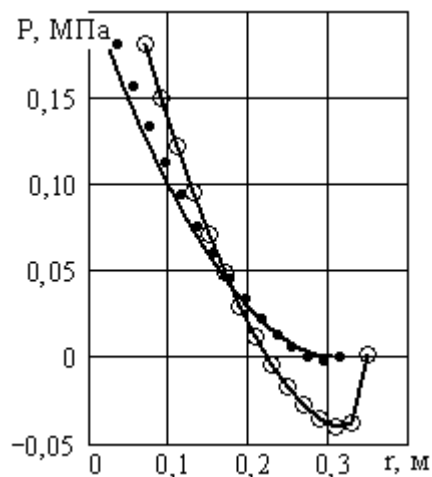
Расчеты по конусному каналу, в случае $\partial P / \partial \theta = 0$, приведены в приложении Б.2 (блок САПР-10).

Основные характеристики конусного канала при различных геометрических вариантах, рассчитанные по формулам (2.49), (2.51) и (2.52),

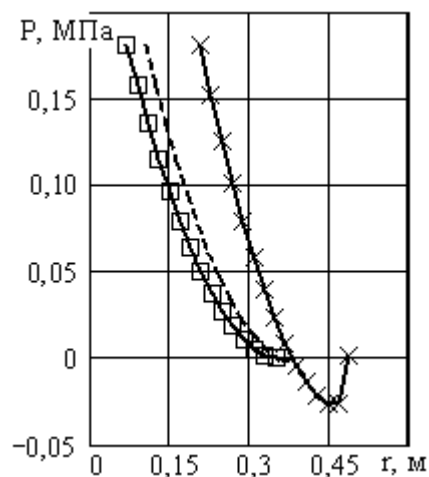
представлены в табл. 2.2. При этом плоские графики, показывающие распределение давления по формуле (2.49), показаны на рис. 2.14, а скорости движения полимера, по формуле (2.52), при $\theta = \pi/2$ – на рис. 2.15. Объемный график распределения скорости V_r в дисковом канале для варианта K8 изображен на рис. 2.16. Параметры материала и характеристики отверстий аналогичны дисковому каналу.

Таблица 2.2 – Характеристики конусной зоны при различных геометрических параметрах при $\partial P / \partial \theta = 0$

№ вар-та	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9
$2 \cdot h_{min}$, мм	12			24			36		
α , град	5	10	15	5	10	15	5	10	15
$2 \cdot h_{max}$, мм	61	111	162	73	123	174	85	135	186
R_{max} , мм	349	314	302	417	348	325	486	382	347
R_{min} , мм	69	34	22	137	68	45	206	102	67
ω , с ⁻¹	52,6	46,8	46,1	51,4	46,6	46,0	50,6	46,6	46,0
P_1 , МПа	1,06	0,84	0,81	1,02	0,84	0,81	0,98	0,83	0,81



а

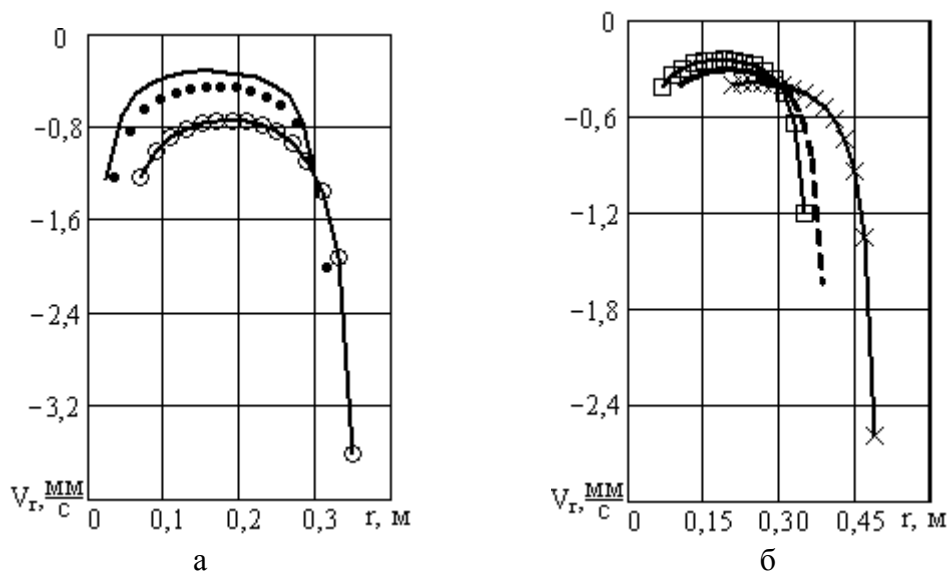


б

а –: —○— – вариант – K1; •••• – вариант – K2; — – вариант – K3;

б –: —×— – вариант – K7; ---- – вариант – K8; —□— – вариант – K9

Рисунок 2.14 – Графики распределения давления в конусном канале (согласно с вариантами из табл. 2.2)



а —: —○— — вариант — K1; •••• — вариант — K2; — — вариант — K3;
 б —: —×— — вариант — K7; ---- — вариант — K8; —□— — вариант — K9
 Рисунок 2.15 – Графики распределения скорости V_r в конусном канале

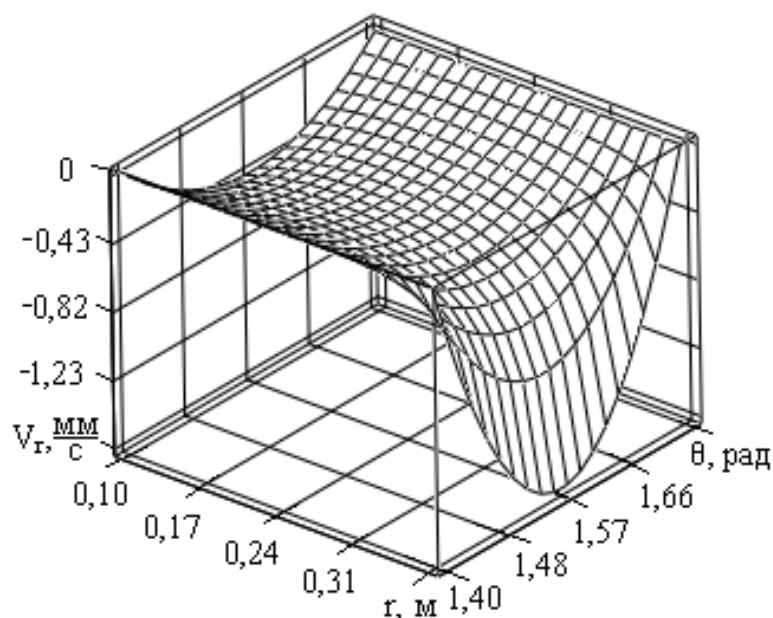


Рисунок 2.16 – Объемный график распределения скорости V_r в конусном канале при $\partial P / \partial \theta = 0$

Принципиальных различий в поведении скорости и давления в двух типах каналов нет. Отрицательное значение скорости подчеркивает тот факт, что движение потока направлено в противоположную координате r сторону. Кроме того, при увеличении конусности канала, даже на относительно небольшую величину (с $\alpha = 5^\circ$ до $\alpha = 10^\circ$) исчезает зона с отрицательными значениями давления.

2.2.3 Построение математической модели для описания характера движения расплавов и растворов полимеров в конусных каналах в случае наличия градиентов давления вдоль двух осей

Проверим далее, какое влияние на процесс оказывает зависимость давления не только от радиальной координаты, но и от угловой координаты θ . В этом случае система уравнений (2.35) и (2.36) будет также справедливой.

Продифференцируем уравнение (2.35) по θ , пренебрегая первым членом в левой части, а уравнение (2.36) – по r_1 , умножив предварительно все члены последнего на r_1 . В результате имеем

$$0 = -\frac{\partial^2 P}{\partial r_1 \cdot \partial \theta} + \frac{\eta_0}{r_1^4} \cdot \frac{\partial^3 g}{\partial \theta^3} + \frac{\eta_0}{r_1^4} \cdot \left[-\frac{1}{\sin^2(\theta)} \cdot \frac{\partial g}{\partial \theta} + \text{ctg}(\theta) \cdot \frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2} \right]; \quad (2.53)$$

$$-2 \cdot \rho \cdot \text{ctg}(\theta) \cdot \omega^2 \cdot r_1 = -\frac{\partial^2 P}{\partial r_1 \cdot \partial \theta} - 6 \cdot \frac{\eta_0}{r_1^4} \cdot \frac{\partial g}{\partial \theta}. \quad (2.54)$$

Избавившись затем от члена с градиентом давления в двух последних уравнениях, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение третьего порядка

$$\frac{d^3 g}{d\theta^3} + \text{ctg}(\theta) \cdot \frac{d^2 g}{d\theta^2} + \frac{dg}{d\theta} \left[6 - \frac{1}{\sin^2(\theta)} \right] - \frac{2 \cdot \rho \cdot \text{ctg}(\theta)}{\eta_0} \cdot \omega^2 \cdot r_1^5 = 0. \quad (2.55)$$

Выполнив замену (2.38), перепишем выражение (2.55) так

$$\frac{d^2 G}{d\theta^2} + \text{ctg}(\theta) \cdot \frac{dG}{d\theta} + G \cdot \left[6 - \frac{1}{\sin^2(\theta)} \right] = \frac{2 \cdot \omega^2 \cdot r_1^5 \cdot \rho}{\eta_0} \cdot \text{ctg}(\theta). \quad (2.56)$$

Найдем вначале решение однородного уравнения, а именно

$$\frac{d^2 G^0}{d\theta^2} + \text{ctg}(\theta) \cdot \frac{dG^0}{d\theta} + G^0 \cdot \left[6 - \frac{1}{\sin^2(\theta)} \right] = 0. \quad (2.57)$$

Выполним в последнем выражении следующую замену

$$\left. \begin{aligned} G^0(\theta) &= Z(\xi), \\ \xi &= \cos(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (2.58)$$

Подстановка (2.58) в (2.57) приводит к уравнению

$$\left(1 - \xi^2\right) \cdot \frac{d^2 Z}{d\xi^2} - 2 \cdot \xi \cdot \frac{dZ}{d\xi} + \left[\nu \cdot (\nu + 1) - \frac{\mu^2}{1 - \xi^2} \right] \cdot z = 0, \quad (2.59)$$

где $\nu = 2$; $\mu = 1$.

Уравнение (2.59) получило название присоединенного уравнения Лежандра [149]. С учетом второго выражения из (2.58) справедливо условие

$$|\xi| < 1. \quad (2.60)$$

Тогда решение уравнения (2.59) будет иметь вид

$$Z = \left| \xi^2 - 1 \right|^{1/2} \cdot \frac{dZ_\nu}{d\xi}, \quad (2.61)$$

где Z_ν – решение уравнения Лежандра при $\mu = 0$, которое при условии (2.60) запишется так

$$Z_\nu = C_{\nu 1} \cdot F_{g1} \left(-\frac{\nu}{2}, \frac{1+\nu}{2}, \frac{1}{2}, \xi^2 \right) + C_{\nu 2} \cdot F_{g2} \left(\frac{1-\nu}{2}, 1 + \frac{\nu}{2}, \frac{3}{2}, \xi^2 \right), \quad (2.62)$$

где $F_{g1} \left(-\frac{\nu}{2}, \frac{1+\nu}{2}, \frac{1}{2}, \xi^2 \right)$; $F_{g2} \left(\frac{1-\nu}{2}, 1 + \frac{\nu}{2}, \frac{3}{2}, \xi^2 \right)$ – гипергеометрические ряды, представляемые в общем случае таким образом

$$F_g(\alpha, \beta, \gamma, \xi) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha \cdot (\alpha + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha + k - 1) \cdot \beta \cdot (\beta + 1) \cdot \dots \cdot (\beta + k - 1)}{k! \cdot \gamma \cdot (\gamma + 1) \cdot \dots \cdot (\gamma + k - 1)} \cdot \xi^k. \quad (2.63)$$

С учетом выражения (2.62) для уравнения (2.61) будет справедлива такое выражение (при условии $\nu = 2$)

$$\begin{aligned} Z = & C_{\nu 1} \cdot \left| \xi^2 - 1 \right|^{1/2} \cdot \frac{d}{d\xi} F_{g1} \left(-1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \xi^2 \right) + \\ & + C_{\nu 2} \cdot \left| \xi^2 - 1 \right|^{1/2} \cdot \left[F_{g2} \left(-\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}, \xi^2 \right) + \xi \cdot \frac{d}{d\xi} F_{g2} \left(-\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}, \xi^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Выполнив в последнем уравнении обратную замену по соотношениям (2.58), приходим к зависимости

$$G^0(\theta) = C_{\nu 1} \cdot \varphi_1(\theta) + C_{\nu 2} \cdot \varphi_2(\theta), \quad (2.65)$$

где $\varphi_1(\theta) = -\frac{d}{d\theta} F_{g1} \left[-1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \cos^2(\theta) \right];$

$$\varphi_2(\theta) = \sin(\theta) \cdot F_{g2} \left[-\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}, \cos^2(\theta) \right] - \cos(\theta) \cdot \frac{d}{d\theta} \cdot F_{g2} \left[-\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}, \cos^2(\theta) \right].$$

Решение неоднородного уравнения (2.56) с учетом выражения (2.65) будет иметь вид

$$G = C_{v1} \cdot \varphi_1(\theta) + C_{v2} \cdot \varphi_2(\theta) + \varphi_2(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot K_{r5} \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta - \\ - \varphi_1(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot K_{r5} \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta, \quad (2.66)$$

где $K_{r5} = \frac{2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^5}{\eta_0};$

$$W(\theta) = \varphi_1(\theta) \cdot \frac{d\varphi_2(\theta)}{d\theta} - \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} \cdot \varphi_2(\theta).$$

Используя выражения (2.38) и (2.66), решение уравнения (2.55) можно представить таким образом

$$g(\theta) = C_{v1} \cdot \Phi_{I1}(\theta) + C_{v2} \cdot \Phi_{I2}(\theta) + K_{r5} \cdot [\Omega_{I1}(\theta) - \Omega_{I2}(\theta)] + C_{v3}, \quad (2.67)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{I1}(\theta) &= \int \varphi_1(\theta) d\theta, \\ \Phi_{I2}(\theta) &= \int \varphi_2(\theta) d\theta, \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

$$\Omega_{I1}(\theta) = \int \varphi_2(\theta) \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta d\theta, \quad (2.69)$$

$$\Omega_{I2}(\theta) = \int \varphi_1(\theta) \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta d\theta. \quad (2.70)$$

И, наконец, с учетом замены (2.34) получаем выражение для радиальной составляющей скорости

$$V_r(r, \theta) = \frac{C_{v1}}{r_1^2} \cdot \Phi_{I1}(\theta) + \frac{C_{v2}}{r_1^2} \cdot \Phi_{I2}(\theta) + K_{r3} \cdot [\Omega_{I1}(\theta) - \Omega_{I2}(\theta)] + \frac{C_{v3}}{r_1^2}. \quad (2.71)$$

где $K_{r3} = \frac{2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^3}{\eta_0}.$

Будут справедливы два граничных условия из (2.40) для определения констант интегрирования. Еще одно условие, для определения третьей константы, можно записать в виде интегрального уравнения неразрывности (2.18) с учетом второго соотношения из (2.19) и выражения (2.44). Таким образом, уравнения для определения констант интегрирования будут иметь вид

$$0 = \frac{1}{r_1^2} \cdot C_{v1} \cdot \Phi_{I1}(\theta_1) + \frac{1}{r_1^2} \cdot C_{v2} \cdot \Phi_{I2}(\theta_1) + \\ + K_{r3} \cdot [\Omega_{I1}(\theta_1) - \Omega_{I2}(\theta_1)] + \frac{C_{v3}}{r_1^2}; \quad (2.72)$$

$$0 = \frac{1}{r_1^2} \cdot C_{v1} \cdot \Phi_{I1}(\theta_2) + \frac{1}{r_1^2} \cdot C_{v2} \cdot \Phi_{I2}(\theta_2) + \\ + K_{r3} \cdot [\Omega_{I1}(\theta_2) - \Omega_{I2}(\theta_2)] + \frac{C_{v3}}{r_1^2}; \quad (2.73)$$

$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot r_1 \cdot \left[\frac{C_{v1}}{r_1^2} \cdot I_{\theta 1} + \frac{C_{v2}}{r_1^2} \cdot I_{\theta 2} + K_{r3} \cdot I_{\theta 3} + \right. \\ \left. + \frac{C_{v3}}{r_1^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\theta_2^2 - \theta_1^2) \right] = K_{j0} \cdot P_K, \quad (2.74)$$

где $I_{\theta 1} = \int_{\theta 1}^{\theta 2} \Phi_{I1}(\theta) \cdot \theta \, d\theta;$

$$I_{\theta 2} = \int_{\theta 1}^{\theta 2} \Phi_{I2}(\theta) \cdot \theta \, d\theta;$$

$$I_{\theta 3} = \int_{\theta 1}^{\theta 2} [\Omega_{I1}(\theta) - \Omega_{I2}(\theta)] \cdot \theta \, d\theta.$$

Система (2.72) – (2.74) дает следующие решения для параметров C_{v1} , C_{v2} , C_{v3}

$$\left. \begin{aligned} C_{v1} &= \frac{\Delta_1}{\Delta}, \\ C_{v2} &= \frac{\Delta_2}{\Delta}, \\ C_{v3} &= \frac{\Delta_3}{\Delta}, \end{aligned} \right\} \quad (2.75)$$

где $\Delta_1 = K_{r5} \cdot (K_{\Omega 1} \cdot K_{I\theta 2} + K_{\Omega 2} \cdot K_{I\theta 1} + I_{\theta 3} \cdot K_{\Phi 2}) + B_K \cdot K_{\Phi 2}$;

$\Delta_2 = K_{r5} \cdot (K_{\Omega 1} \cdot K_{\Phi \theta 2} + K_{\Omega 2} \cdot K_{\Phi \theta 1} + I_{\theta 3} \cdot K_{\Phi 1}) + B_K \cdot K_{\Phi 1}$;

$\Delta_3 = K_{r5} \cdot (K_{\Omega 1} \cdot K_{\Phi I 2} + K_{\Omega 2} \cdot K_{\Phi I 1} + I_{\theta 3} \cdot K_{\Phi \Phi}) + B_K \cdot K_{\Phi \Phi}$;

$\Delta = \Phi_{I1}(\theta_1) \cdot K_{I\theta 2} + \Phi_{I1}(\theta_2) \cdot K_{I\theta 1} + I_{\theta 1} \cdot K_{\Phi 2}$;

$K_{r5} = \omega^2 \cdot r_1^5 \cdot 2 \cdot \rho / \eta_0$;

$B_K = \frac{K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot \eta_0} \cdot \frac{r_1^2}{r^2}$;

$K_{\Omega 1} = \Omega_{I1}(\theta_1) - \Omega_{I2}(\theta_1)$;

$K_{I\theta 1} = I_{\theta 2} - 0,5 \cdot (\theta_2^2 - \theta_1^2) \cdot \Phi_{I2}(\theta_1)$;

$K_{I\theta 2} = 0,5 \cdot (\theta_2^2 - \theta_1^2) \cdot \Phi_{I2}(\theta_2) - I_{\theta 2}$;

$K_{\Omega 2} = \Omega_{I1}(\theta_2) - \Omega_{I2}(\theta_2)$;

$K_{\Phi \Phi} = \Phi_{I1}(\theta_1) \cdot \Phi_{I2}(\theta_2) - \Phi_{I1}(\theta_2) \cdot \Phi_{I2}(\theta_1)$;

$K_{\Phi 1} = \Phi_{I1}(\theta_2) - \Phi_{I1}(\theta_1)$;

$K_{\Phi 2} = \Phi_{I2}(\theta_1) - \Phi_{I2}(\theta_2)$;

$K_{\Phi \theta 2} = I_{\theta 1} - 0,5 \cdot (\theta_2^2 - \theta_1^2) \cdot \Phi_{I1}(\theta_2)$;

$K_{\Phi \theta 1} = 0,5 \cdot (\theta_2^2 - \theta_1^2) \cdot \Phi_{I1}(\theta_1) - I_{\theta 1}$;

$K_{\Phi I 2} = \Phi_{I1}(\theta_2) \cdot I_{\theta 2} - I_{\theta 1} \cdot \Phi_{I2}(\theta_2)$;

$K_{\Phi I 1} = \Phi_{I2}(\theta_1) \cdot I_{\theta 1} - I_{\theta 2} \cdot \Phi_{I1}(\theta_1)$.

Нетрудно показать, что для симметричного канала, как и показано на рис. 2.13, будет справедливо равенство $\Delta_2 = 0$.

Подставляя выражения (2.75) в уравнение (2.71), можно найти распределение скорости в конусном канале, задавшись геометрическими размерами и частотой вращения. Если же поставлена задача – определить ω и поле давления, то следует воспользоваться уравнением (2.35) или (2.36), подставив в них выражение (2.67), которое с учетом соотношений (2.75) и входящих в них комплексов может быть представлено для симметричного канала следующим образом

$$g(\theta) = K_{r5} \cdot \left[-\frac{\Delta_{11} \cdot \Phi_{I1}(\theta) + \Delta_{31}}{\Delta} + [\Omega_{I1}(\theta) - \Omega_{I2}(\theta)] \right] + \\ + KP_{\eta} \cdot \frac{r_1}{r} \cdot \frac{K_{\Phi 2} \cdot \Phi_{I1}(\theta) + K_{\Phi \Phi}}{\Delta}, \quad (2.76)$$

где $\Delta_{11} = K_{\Omega 1} \cdot K_{I\theta 2} + K_{\Omega 2} \cdot K_{I\theta 1} + I_{\theta 3} \cdot K_{\Phi 2}$;

$$\Delta_{31} = K_{\Omega 1} \cdot K_{\Phi I 2} + K_{\Omega 2} \cdot K_{\Phi I 1} + I_{\theta 3} \cdot K_{\Phi \Phi};$$

$$KP_{\eta} = \frac{K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot \eta_0}.$$

Первая производная от последнего выражения по координате θ с учетом соотношений (2.68) – (2.70) будет иметь вид

$$\frac{dg(\theta)}{d\theta} = K_{r5} \cdot \left\{ -\frac{\Delta_{11}}{\Delta} \cdot \varphi_1(\theta) + [\varphi_2(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta - \right. \\ \left. - \varphi_1(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta] \right\} + KP_{\eta} \cdot \frac{r_1}{r} \cdot \frac{K_{\Phi 2} \cdot \varphi_1(\theta)}{\Delta}. \quad (2.77)$$

Получаем следующий результат для второй производной

$$\frac{d^2 g(\theta)}{d\theta^2} = K_{r5} \cdot \left\{ -\frac{\Delta_{11}}{\Delta} \cdot \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} + \left[\frac{d\varphi_2(\theta)}{d\theta} \cdot \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} \cdot \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta \right] \right\} + KP_{\eta} \cdot \frac{r_1}{r} \cdot \frac{K_{\Phi 2}}{\Delta} \cdot \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta}. \quad (2.78)$$

Тогда, с учетом двух последних соотношений, из уравнения (2.35) получаем выражение для градиента давления вдоль оси r (без учета первого члена)

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1 + \frac{\eta_0}{r_1^4} \cdot \frac{d^2 g(\theta)}{d\theta^2} + \frac{\eta_0 \cdot \text{ctg}(\theta)}{r_1^4} \cdot \frac{dg(\theta)}{d\theta}. \quad (2.79)$$

После разделения переменных в уравнении (2.79) и интегрирования получим выражение для распределения давления в конусном канале с константой интегрирования, по аналогии с уравнением (2.47). Однако, величина C_p будет константой относительно координаты r , а относительно координаты θ она уже будет функцией $C_p(\theta)$. Используя условие (2.48),

получаем выражение для распределения поля давлений в конусном канале вдоль двух координат

$$P(r, \theta) = \rho \cdot \omega^2 \cdot \left\{ R_1^2 + K1_R(r) \cdot [1 + P1_1(\theta) + P1_2(\theta)] \right\} + P2(r, \theta), \quad (2.80)$$

$$\text{где } P1_1(\theta) = \left\{ -\frac{A_{11}}{\Delta} \cdot \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} + \left[\frac{d\varphi_2(\theta)}{d\theta} \cdot \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} \cdot \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta \right] \right\};$$

$$P1_2(\theta) = \left\{ -\frac{A_{11}}{\Delta} \cdot \varphi_1(\theta) + \left[\varphi_2(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta - \right. \right. \\ \left. \left. - \varphi_1(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta \right] \right\};$$

$$P2(r, \theta) = KP_\alpha \cdot K2_R(r) \cdot \frac{K\varphi_2 \cdot \theta}{\Delta} \cdot \left[\frac{d\varphi_1}{d\theta} + \text{ctg}(\theta) \cdot \varphi_1(\theta) \right].$$

Из уравнения (2.80), с учетом последних соотношений, следует, что давление имеет функциональную зависимость от двух координат, а именно, r и θ , в отличие от уравнения (2.49), где давление зависит только от координаты r .

Численная реализация полученных уравнений также осуществлена с помощью пакета MathCAD. При этом следует помнить, что функцию через определенный интеграл и ее предел в пакете MathCAD можно найти, если в его библиотеке имеется соответствующее табличное значение. В противном случае взять неопределенный интеграл не удастся. Большинство интегралов, входящих в формулы (2.64), (2.66) – (2.68) и (2.77), как раз и не имеют аналитического решения. В таком случае функции можно определять через определенный интеграл, при этом задав нижний предел через скалярную величину, а верхний – через ранжированную переменную, то есть на интервале, как и для аргумента функции. Причем выбор нижнего предела также имеет большое значение. Его следует принимать равным величине, при которой подынтегральная функция после интегрирования обращается в ноль. Можно выбрать и другое значение, но тогда следует к полученной функции добавить константу, соответствующую значению функции в данной точке после интегрирования. Определение таких значений зачастую вызывает значительные трудности. Необходимо также помнить, что имеет место следующая особенность

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} F_{g2}(\dots) \rightarrow -\infty.$$

Использование определенных интегралов для отыскания функциональных зависимостей имеет еще один негативный момент, а именно,

имеет место значительное замедление скорости вычислительного процесса на компьютере. Особенно это относится к вычислению двойных интегралов, которые, кроме того, в составе подынтегральных функций включают производные, например, для функции $W(\theta)$.

С целью устранения неточности в полученных результатах, связанной с неоптимальным выбором нижнего предела, и интенсификации вычислительного процесса можно построить и альтернативный алгоритм. При этом сложная подынтегральная функция, не имеющая аналитического решения при взятии интеграла, аппроксимируется другой, более простой функцией, от которой можно без особых проблем взять интеграл.

В пакете MathCAD такая аппроксимация может быть выполнена с использованием обобщенной регрессии, например, с помощью функции `linfit` [150–152]. Следует помнить, что при выполнении аппроксимации необходимо выбрать рабочий интервал для аргумента, в данном случае координаты θ (общий интервал составляет $\theta = 0 \div 180^\circ$). Реально используемый интервал по аргументу θ может составлять $\theta = 60^\circ \div 120^\circ$. Аппроксимация функциональных комплексов во всем интервале не имеет практического значения и, кроме того, может привести к очень громоздким выражениям.

Ниже приведены функциональные комплексы, входящие в определяющие уравнения, и их аппроксимирующие зависимости

$$\frac{\varphi_1(\theta) \cdot \operatorname{ctg}(\theta)}{W(\theta)} \rightarrow K1_1 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)^2 + K1_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)^4; \quad (2.81)$$

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \operatorname{ctg}(\theta)}{W(\theta)} \rightarrow K2_1 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \exp\left(C \cdot \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right|\right) + \\ + K2_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)^3 \cdot \exp\left(C1 \cdot \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right|\right); \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$\int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \operatorname{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta \rightarrow \frac{K1_1}{3} \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)^3 + \frac{K1_2}{5} \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)^5; \quad (2.83)$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \operatorname{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta \rightarrow \frac{K2_1}{C^2} \cdot \left(C \cdot \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right| - 1\right) \cdot \exp\left(C \cdot \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right|\right) + \\ + \frac{K2_2}{C1^4} \cdot \left(C1^3 \cdot \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right|^3 - 3 \cdot C1^2 \cdot \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right|^2 + \right. \\ \left. + 6 \cdot C1 \cdot \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right| - 6\right) \cdot \exp\left(C1 \cdot \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right|\right); \end{aligned} \quad (2.84)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta &\rightarrow K3_1 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \exp \left(C2 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) + \\ &+ K3_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^3 \cdot \exp \left(C3 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right); \end{aligned} \quad (2.85)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta &\rightarrow K4_1 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \exp \left(C4 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) + \\ &+ K4_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^3 \cdot \exp \left(C5 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right); \end{aligned} \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned} \int \varphi_2(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta d\theta &\rightarrow \frac{K3_1}{C2^2} \cdot \left(C2 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| - 1 \right) \times \\ &\times \exp \left(C2 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) + \frac{K3_2}{C3^4} \cdot \left(C3^3 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right|^3 - 3 \cdot C3^2 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right|^2 + \right. \\ &\left. + 6 \cdot C3 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| - 6 \right) \cdot \exp \left(C3 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right); \end{aligned} \quad (2.87)$$

$$\begin{aligned} \int \varphi_1(\theta) \cdot \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta d\theta &\rightarrow \frac{K4_1}{C4^2} \cdot \left(C4 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| - 1 \right) \times \\ &\times \exp \left(C4 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) + \frac{K4_2}{C5^4} \cdot \left(C5^3 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right|^3 - 3 \cdot C5^2 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right|^2 + \right. \\ &\left. + 6 \cdot C5 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| - 6 \right) \cdot \exp \left(C5 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right); \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_2(\theta)}{d\theta} \cdot \int \frac{\varphi_1(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta &\rightarrow K3_1 \cdot \exp \left(C2 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \times \\ &\times \left[1 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot C2 \cdot \text{sign} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right] + K3_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^2 \times \\ &\times \exp \left(C3 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \cdot \left[3 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot C3 \cdot \text{sign} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right]; \end{aligned} \quad (2.89)$$

$$\frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} \cdot \int \frac{\varphi_2(\theta) \cdot \text{ctg}(\theta)}{W(\theta)} d\theta \rightarrow K4_1 \cdot \exp \left(C4 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[1 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot C4 \cdot \text{sign} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right] + K4_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^2 \times \\ & \times \exp \cdot \left(C5 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \cdot \left[3 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot C5 \cdot \text{sign} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right]; \end{aligned} \quad (2.90)$$

$$\int \varphi_1(\theta) d\theta = -F_{g1} \left[-1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \cos^2(\theta) \right]; \quad (2.91)$$

$$\int \varphi_2(\theta) d\theta = -\frac{K6_1}{2 \cdot (n+1)} \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right|^n \cdot (-2 \cdot \theta + \pi) + K6_2 \cdot \theta, \quad (2.92)$$

где $K1_1 = 0,99$; $K1_2 = -0,73$; $K2_1 = 0,24$; $K2_2 = 16,84$; $K3_1 = -7,44 \cdot 10^{-3}$; $K3_2 = 0,779$;

$K4_1 = -0,213$; $K4_2 = -12,701$; $K6_1 = -2,177$; $K6_2 = 1,002$; $C = -10,8$; $C1 = -8,4$;

$C2 = -10,8$; $C3 = -3,8$; $C4 = -10,8$; $C5 = -8,8$; $n = 1,9$.

С учетом аппроксимирующих зависимостей выражения для определения составляющих давления $P1_1(\theta)$ и $P1_2(\theta)$, входящих в уравнение (2.80), могут быть представлены следующим образом

$$P1_1(\theta) = -\frac{A_{11}}{\Delta} \cdot \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} + [f1_{g2}(\theta) - f2_{g2}(\theta)]; \quad (2.93)$$

$$P1_2(\theta) = \text{ctg}(\theta) \cdot \left\{ -\frac{A_{11}}{\Delta} \cdot \varphi_1(\theta) + [f1_{g1}(\theta) - f2_{g1}(\theta)] \right\}, \quad (2.94)$$

где

$$\begin{aligned} f1_{g1}(\theta) &= K3_1 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \exp \cdot \left(C2 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) + \\ &+ K3_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^3 \cdot \exp \cdot \left(C3 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f2_{g1}(\theta) &= K4_1 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \exp \cdot \left(C4 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) + \\ &+ K4_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^3 \cdot \exp \cdot \left(C5 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right); \end{aligned}$$

$$f1_{g2}(\theta) = K3_1 \cdot \exp \cdot \left(C2 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[1 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot C2 \cdot \text{sign} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right] + K3_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^2 \times \\
& \times \exp \cdot \left(C3 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \cdot \left[3 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot C3 \cdot \text{sign} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right]; \\
f2_{g2}(\theta) = & K4_1 \cdot \exp \left(C4 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \times \\
& \times \left[1 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot C4 \cdot \text{sign} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right] + K4_2 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^2 \times \\
& \times \exp \cdot \left(C5 \cdot \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \cdot \left[3 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \cdot C5 \cdot \text{sign} \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right].
\end{aligned}$$

Можно записать аналоги уравнений (2.50) и (2.51) для уравнения (2.80). Однако, следует помнить, что величины P_K и ω будут зависеть от координаты θ . Для однозначности этих величин можно определить их при $\theta_0 = \pi/2$. Тогда, для определения частоты вращения будет справедливо такое соотношение

$$\omega = \sqrt{\frac{P_K \cdot AP_H}{\rho \cdot \left\{ R_1^2 + K1_R(R_{\min}) \cdot [1 + P1_1(\pi/2) + P1_2(\pi/2)] \right\}}}, \quad (2.95)$$

$$\begin{aligned}
\text{где } AP_H = & 1 - \frac{K_{j0} \cdot \theta}{2 \cdot \pi} \cdot K2_R(R_{\min}) \times \\
& \times \frac{K_{\Phi 2}}{\Delta} \cdot \left[\frac{d}{d\theta} \phi_1(\theta) \Big|_{\theta=\pi/2} + \text{ctg}(\pi/2) \cdot \phi_1(\pi/2) \right].
\end{aligned}$$

Таким образом, получены три основных выражения: для радиальной скорости (2.71); для давления (2.80), зависящего от координат r и θ ; для частоты вращения (2.95). При этом также получены дополнительные уравнения, позволяющие повысить точность расчетов и быстродействие вычислительного процесса.

Расчеты по конусному каналу, в случае $\partial P / \partial \theta \neq 0$, приведены в приложении Б.3 (блок САПР-11).

Значения для частоты вращения и начального давления представлены в табл. 2.3, причем каждому варианту $K\theta$ отвечают те же геометрические размеры канала и параметры материала, что и для соответствующих вариантов K из табл. 2.2.

Как видно из представленных результатов, значение частоты и начального давления, т.е. давления при $r = R_{max}$, незначительно отличаются от

значений из табл. 2.2. Что же касается распределения радиальной скорости по объему конусного канала, то общая картина значительно изменилась, особенно в области выходных отверстий. Здесь появились циркуляционные потоки, о которых свидетельствуют положительные значения скорости, симметрично расположенные вдоль оси $\theta = \pi/2$. Один из вариантов объемного распределения скорости, а именно для варианта $K\theta 8$, представлен на рис. 2.17.

Таблица 2.3 – Характеристики конусной зоны при различных геометрических параметрах при $\partial P / \partial \theta \neq 0$

№ вар-та	$K\theta 1$	$K\theta 2$	$K\theta 3$	$K\theta 4$	$K\theta 5$	$K\theta 6$	$K\theta 7$	$K\theta 8$	$K\theta 9$
$\omega, \text{с}^{-1}$	54,3	45,7	44,7	52,7	45,5	44,5	51,5	45,4	44,5
$P_1, \text{МПа}$	1,13	0,80	0,76	1,07	0,79	0,76	1,01	0,79	0,76

Объемный график для распределения давления (для варианта $K\theta 8$) изображен на рис. 2.18. Последний график свидетельствует о том, что в большей части конусного канала градиент давления вдоль оси θ практически отсутствует. Однако, в области выходных отверстий зависимость давления от угловой оси уже достаточно ощутима.

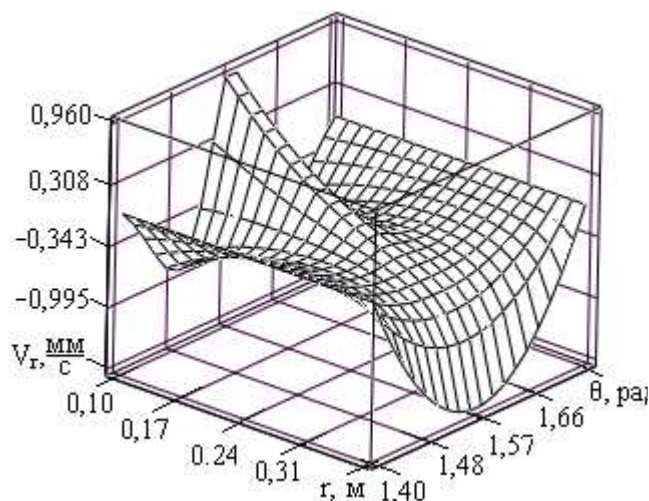


Рисунок 2.17 – Объемный график распределения скорости V_r в конусном канале при $\partial P / \partial \theta \neq 0$

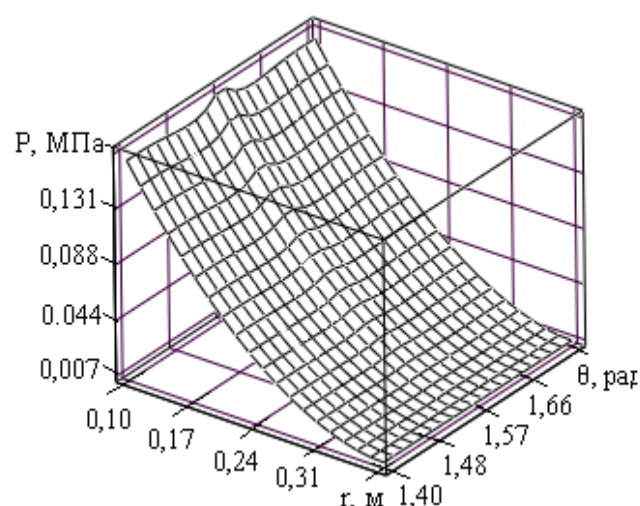


Рисунок 2.18 – Объемный график распределения давления в конусном канале при $\partial P / \partial \theta \neq 0$

2.2.4 Определение параметров в конусном канале при загрузке в него сыпучего полимерного материала

Как показали исследования сыпучих материалов (в виде порошка или гранул), их поведение имеет двойственный характер. С одной стороны они ведут себя как жидкости, принимая форму сосуда, где находятся, и создавая давление на стенки, в результате чего происходит вытекание из отверстий. С другой стороны – это твердые тела, в которых могут возникать напряжения сдвига τ , в большей степени, зависящие от нормальной нагрузки, а не от

скоростей сдвига, как для жидких сред. При этом данная зависимость согласно с [153] может быть представлена так

$$\tau \leq f' \cdot \sigma, \quad (2.96)$$

где f' – коэффициент статического трения между частичками;
 σ – удельные нормальные силы.

Величины σ могут быть приложены к сыпучему материалу до тех пор, пока величина напряжения сдвига τ не достигнет значения, достаточного для того, чтобы началось скольжение одной частички относительно другой. Прежде чем сыпучий материал придет в движение, в его объеме возможно существование ряда равновесных положений, отвечающих определенным значениям насыпной плотности.

Кроме того, в сыпучих веществах возникают силы поверхностного взаимодействия.

В зависимости от создаваемого давления в рабочих каналах оборудования для переработки полимерных материалов могут существовать два типа движения сыпучих материалов: нестесненное (безнапорное) движение при незначительном давлении и пробковое движение в противоположном случае, по аналогии с зоной загрузки червячных экструдеров.

Следует заметить, что при анализе нестесненного движения для гранул рядом авторов использовалась аналогия с жидкими средами, т.е. зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига [154–158]. При этом основная зависимость была предложена Бэгнольдом в виде [158]

$$\tau = \rho_g \cdot f(v) \cdot d_g^2 \cdot \left(\frac{dU}{dy} \right)^2, \quad (2.97)$$

где ρ_g , d_g – соответственно плотность и диаметр гранул;

dU/dy – скорость сдвига;

$f(v)$ – монотонно-изменяющаяся функция, зависящая от содержания твердой фракции в исследуемом потоке (были исследованы четыре варианта: $v = 0,31$; $v = 0,42$; $v = 0,52$; $v = 0,63$).

При выполнении соотношения $v \rightarrow 1$, уравнение (2.97) приводит к значительным погрешностям. В данном случае более приемлемым рассматривать пробковый режим движения, так как силы сцепления между гранулами становятся более значительными, чем сила трения между гранулами и поверхностью канала. Сдвиговый характер движения может только наблюдаться вблизи стенок канала, в результате перераспределения объема материала вдоль угловой координаты φ . Тогда уравнение движения (2.30) может быть представлено так

$$\rho \cdot \left[V_r \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r_1} - \omega^2 \cdot r_1 \right] = -\frac{\partial P}{\partial r_1} - (F_{fr} + F_1) + \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1, \quad (2.98)$$

где F_{fr} – сила трения перерабатываемого материала по поверхностям рабочего канала;

F_1 – сила сопротивления движению материала, вызванная конусностью канала.

Для противодействующих движению сил можно записать следующие выражения

$$F_{fr} = \frac{P}{r_1} \cdot (f_H + f_L); \quad (2.99)$$

$$F_1 = \frac{2 \cdot P}{r_1} \cdot \sin(\alpha), \quad (2.100)$$

где f_H, f_L – коэффициент трения полимерного материала, соответственно, по верхней и нижней границам канала.

Все силы в уравнениях (2.98) – (2.100) отнесены к единице объема.

В уравнении (2.98) содержится одна независимая переменная, а именно, радиальная координата r , т.е. данное уравнение является обыкновенным дифференциальным уравнением, однако, с двумя неизвестными – V_r и P .

С учетом предположения о том, что в каждой точке вдоль оси r_1 перерабатываемый материал находится в состоянии термодинамического равновесия, то, базируясь на уравнении (2.98), можно записать уравнение равновесия сил на ось r

$$\frac{dP}{dr_1} + \frac{f_S}{r_1} \cdot P = \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1. \quad (2.101)$$

Решение последнего уравнения запишется так

$$P = \frac{f_S}{r_1} \cdot \left[\rho \cdot \omega^2 \cdot f_S \cdot \frac{r_1^3}{3} + C_p \right].$$

Константу интегрирования C_p найдем из условия

$$P = \rho \cdot \omega^2 \cdot R_1^2 \text{ при } r = R_{max}.$$

Окончательно для распределения давления, переходя к координате r , имеем

$$P = \frac{\rho \cdot \omega^2}{3} \cdot \left[f_S^2 \cdot (r - R_{1m})^2 + \frac{R_1^3}{(r - R_{1m})} \cdot (f_S^2 - 3) \right]. \quad (2.102)$$

Возвратимся к уравнению (2.98) и решим его относительно радиальной скорости, для чего введем такую замену

$$V_r = U^{1/2}. \quad (2.103)$$

Подстановка (2.103) в (2.98) приводит к выражению

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{dU}{dr_1} = 2 \cdot \omega^2 \cdot r_1 - \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{dP}{dr_1} + \frac{P}{r_1} \cdot f_S \right), \quad (2.104)$$

где $f_S = f_H + f_L + 2 \cdot \sin(\alpha)$;

Разделив переменные в уравнении (2.104) и выполнив интегрирование, с учетом выражения (2.102) получаем

$$U = \omega^2 \cdot r_1^2 \cdot (2 - f_S^2) + C_v.$$

С учетом замены (2.103), переходя к переменной r , имеем

$$V_r = \omega \cdot (r - R_{1m}) \cdot \text{sign}(2 - f_S^2) \cdot \sqrt{|2 - f_S^2|} + C_v.$$

Для определения константы интегрирования C_v можно, в первом приближении, записать следующее условие

$$V_r = 0 \text{ при } r_1 = -R_1 \text{ (или } r = R_{max}).$$

Тогда для радиальной скорости окончательно получаем следующее уравнение

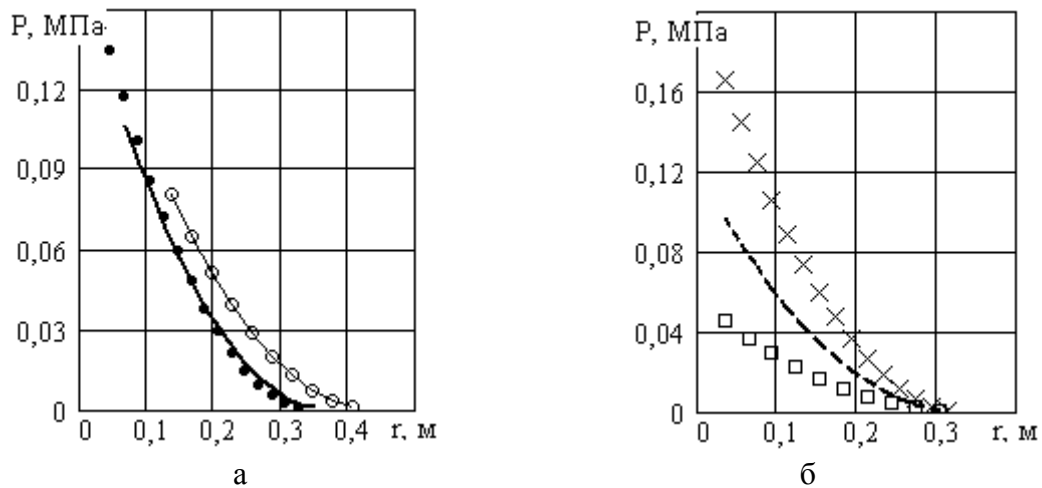
$$V_r = \omega \cdot [(r - R_{1m}) + R_1] \cdot \text{sign}(2 - f_S^2) \cdot \sqrt{|2 - f_S^2|}. \quad (2.105)$$

Как и ранее, движение материала будет совпадать с отрицательным направлением оси r , т.е. значения V_r должны быть отрицательными. А это будет наблюдаться в том случае, если справедливо соотношение

$$f_S < 2^{1/2}. \quad (2.106)$$

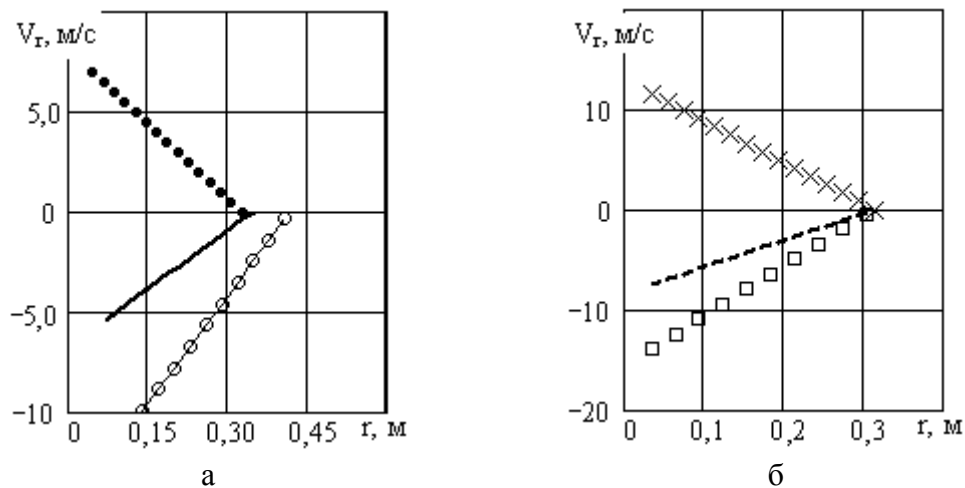
Графики распределения давления вдоль координаты r при различных режимах представлены на рис. 2.19, а на рис. 2.20 – скорости V_r . При этом

общие параметры взяты такими: $\omega = 45 \text{ с}^{-1}$; $h_{\min} = 12 \text{ мм}$; $R_1 = 20 \text{ мм}$; $R_{\max} = R_{\min} + R_1 = 300 \text{ мм}$.



а -: $f_H = f_L = 0,5$: —○— — $\alpha = 5^\circ$; — — — $\alpha = 10^\circ$; —•••— $\alpha = 15^\circ$;
 б -: $\alpha = 20^\circ$: □ □ □ — $f_H = f_L = 0,1$; - - - - - $f_H = f_L = 0,3$; × × × — $f_H = f_L = 0,5$

Рисунок 2.19 – Распределение давления в конусном канале при движении гранулированного материала



а -: $f_H = f_L = 0,5$: —○— — $\alpha = 5^\circ$; — — — $\alpha = 10^\circ$; ••• — $\alpha = 15^\circ$;
 б -: $\alpha = 20^\circ$: □ □ □ — $f_H = f_L = 0,1$; - - - - - $f_H = f_L = 0,3$; × × × — $f_H = f_L = 0,5$

Рисунок 2.20 – Распределение скорости V_r в конусном канале при движении гранулированного материала

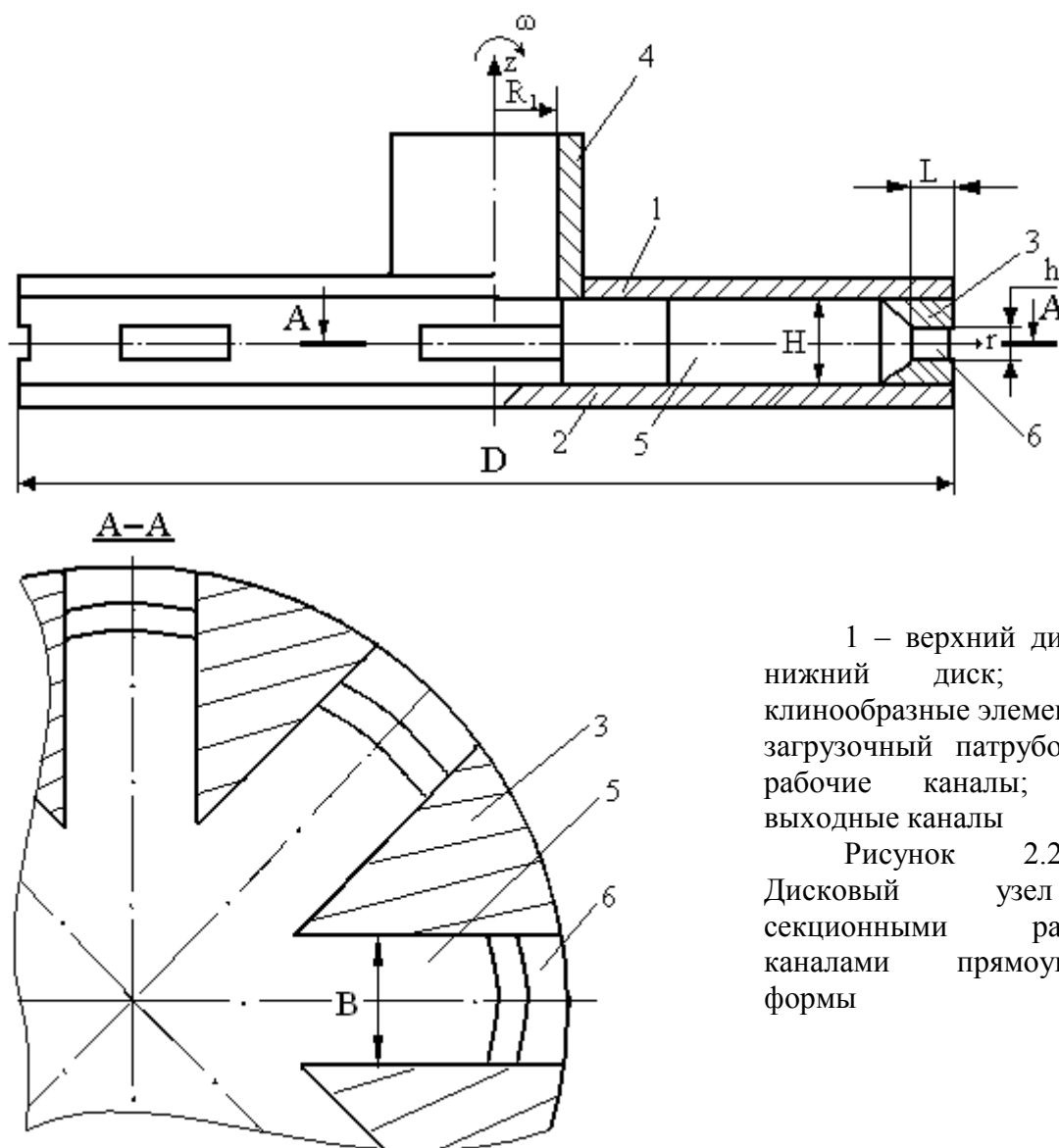
Как видно из последних графиков, третьи варианты на каждом из рисунков свидетельствуют об отсутствии движения материала, так как показатели скорости имеют положительные значения.

Таким образом, разработанные математические модели, описывающие процессы движения полимерных сред в дисковых и конусных каналах, могут быть использованы для оптимизации геометрических и технологических параметров рабочих узлов оборудования, основной движущей силой в которых являются центробежные силы.

2.3 Разработка математических моделей для процессов движения полимерных сред в прямоугольных каналах под действием центробежных сил

В свете особенностей переработки полимерных и эластомерных материалов, связанных с необходимостью оптимизации температурных условий и созданием направленных потоков, в некоторых случаях дисковую зону следует разбить на отдельные каналы, например, прямоугольной или клинообразной формы.

Общий вид дискового узла с секционными рабочими каналами представлен на рис. 2.21. В данном случае поперечное сечение каналов имеет прямоугольное сечение, а перегородки между ними – клинообразной формы (может быть и наоборот).



1 – верхний диск; 2 – нижний диск; 3 – клинообразные элементы; 4 – загрузочный патрубок; 5 – рабочие каналы; 6 – выходные каналы

Рисунок 2.21 – Дисковый узел с секционными рабочими каналами прямоугольной формы

На схеме (2.21), в результате вращения дискового элемента с угловой скоростью ω возникают центробежные силы, которые стремятся отбросить

перерабатываемый материал по рабочим каналам 5 к периферии дискового элемента. При этом на выходе из каналов 5 размещены выходные участки 6, имеющие также прямоугольное поперечное сечение (могут быть использованы выходные участки и круглой формы). Выходные участки создают в рабочих каналах градиент давления вдоль радиуса дискового элемента, который будет оказывать тормозящее действие на движение материала, перераспределяя, таким образом, скоростные потоки.

Расчетная схема рабочего канала прямоугольной формы показана на рис. 2.22.

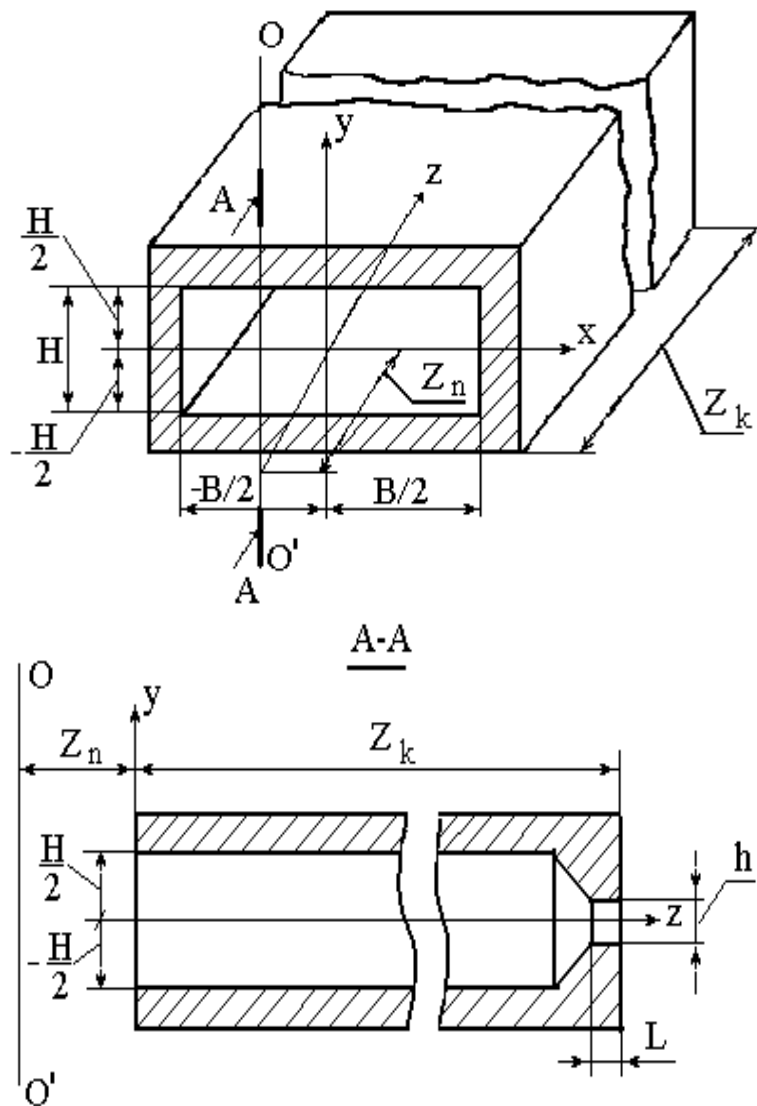


Рисунок 2.22 – Расчетная схема рабочего канала

потока вдоль оси z ; σ_{zx} , σ_{zy} , σ_{zz} – компоненты тензора напряжений; ρ , η – соответственно плотность и коэффициент вязкости перерабатываемого материала.

Подставляя уравнения (2.108) в выражение (2.107) получаем следующее соотношение

Используя стандартный набор допущений, уравнение движения в данном случае можно представить таким образом

$$\rho \cdot V_z \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho \cdot \omega^2 \cdot z. \quad (2.107)$$

В случае моделирования ньютоновской жидкости, реологические уравнения состояния будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zx} &= \eta \cdot \frac{\partial V_z}{\partial x}, \\ \sigma_{zy} &= \eta \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y}, \\ \sigma_{zz} &= \eta \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (2.108)$$

В уравнениях (2.107) и (2.108) введены такие обозначения: V_z – составляющая скорости

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} - \frac{\rho}{\eta} \cdot V_z \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} &= \\ &= \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\rho}{\eta} \cdot \omega^2 \cdot z \end{aligned} \right\}. \quad (2.109)$$

Как видно из последнего уравнения скорость V_z зависит от трех координат. При этом, так как в уравнение входят вторые производные по каждой из координат, то должно быть по два условия для определения констант интегрирования. Следует отметить, что для координат x и y согласно со схемой на рис. 2.22 имеем граничные условия, а для координаты z необходимо решать задачу с начальными условиями.

Граничные условия, которые удовлетворяют схеме на рис. 2.22, будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} V_z(z, x, -H/2) &= 0, \\ V_z(z, x, H/2) &= 0, \\ V_z(z, -B/2, y) &= 0, \\ V_z(z, B/2, y) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.110)$$

Начальные условия, с учетом отсутствия скорости и скорости деформации по оси вращения, можно записать так

$$\left. \begin{aligned} V_z(0, x, y) &= 0, \\ \frac{\partial V_z}{\partial z}(0, x, y) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.111)$$

Рассмотрим вначале гипотетический случай, т. е. не будем учитывать тормозящее действие стенок канала. Тогда производными по координатам x и y можно пренебречь, в соответствии с чем уравнение (2.109) примет вид

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} - \frac{\rho}{\eta} \cdot V_z \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{\rho}{\eta} \cdot \omega^2 \cdot z. \quad (2.112)$$

Уравнение (2.112) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение с начальными условиями, которые по аналогии с (2.111) можно записать так

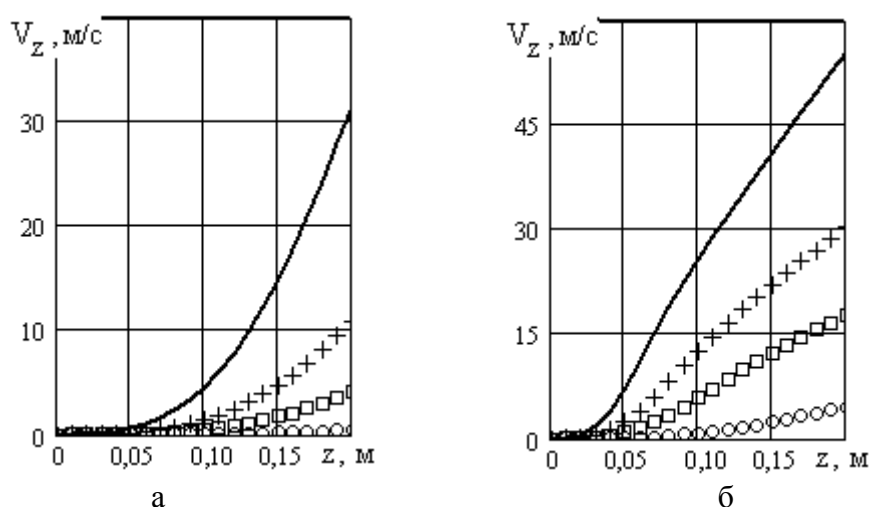
$$\left. \begin{aligned} V_c(0) &= 0, \\ \frac{\partial V_c}{\partial z}(0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.113)$$

Решим уравнение (2.112) с помощью пакета MathCAD, используя при этом функцию `rkfixed` с начальными условиями (2.113). Результаты расчетов для некоторых параметров приведены на рис. 2.23, при этом учтен знак направления оси координат и скорости движения материала.

В случае малой скорости можно пренебречь вторым слагаемым в левой части уравнения (2.112). Тогда решение данного уравнения будет иметь вид (опять же при нулевых начальных условиях и направленности оси координат и скорости)

$$V_z = \rho_\eta \cdot \omega^2 \cdot \frac{z^3}{6}, \quad (2.114)$$

где $\rho_\eta = \rho/\eta$.



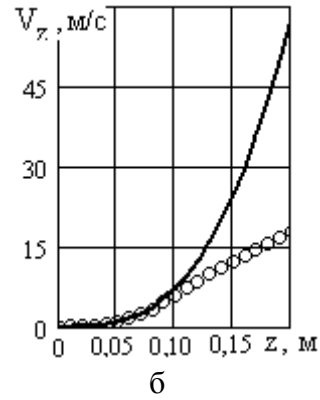
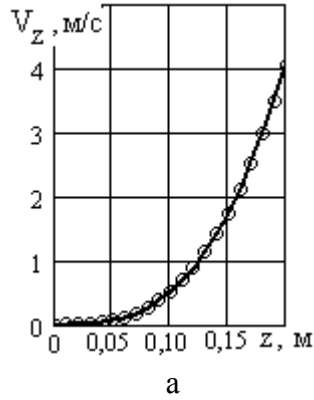
а – $\eta = 2800 \text{ Па} \cdot \text{с}$; б – $\eta = 200 \text{ Па} \cdot \text{с}$:

— $\omega = 282,743 \text{ с}^{-1}$; +++ – $\omega = 157,08 \text{ с}^{-1}$; □ □ □ – $\omega = 94,248 \text{ с}^{-1}$; ооо – $\omega = 31,416 \text{ с}^{-1}$

Рисунок 2.23 – Графики изменения скорости без учета влияния поверхностей канала и градиента давления при $\rho = 980 \text{ кг/м}^3$

Графики, полученные из уравнений (2.112) и (2.114) для разных значений параметра ρ_η при $\omega = 94.248 \text{ с}^{-1}$ показаны на рис. 2.24. Как видно из представленных результатов, действительно при малых скоростях, которые в данном случае характеризуются параметром ρ_η , можно пользоваться упрощенным уравнением (2.114). Однако, с ростом скорости разница в результатах по уравнениям (2.112) и (2.114) становится существенной. Для устранения погрешности, возникающей при использовании уравнения (2.114), выполним интерполяцию результатов, полученных при решении уравнения (2.112), используя при этом функцию `linfit` из пакета MathCAD [151, 152].

Исходя из уравнений (2.112) и (2.114), следует, что скорость движения материала зависит от трех компонентов, а именно, ρ_η , ω и z . При этом данные параметры имеют соответственно первую, вторую и третью степени; следовательно, и аппроксимировать их можно набором полиномов определенных степеней.



а – $\rho_\eta = 0,35 \text{ c/m}^2$ ($\eta = 2800 \text{ Па}\cdot\text{c}$); б – $\rho_\eta = 4,9 \text{ c/m}^2$ ($\eta = 200 \text{ Па}\cdot\text{c}$):

— уравнение (2.114); о о о – уравнение (2.112)

Рисунок 2.24 – Графики изменения скорости, полученные по уравнениям (2.112) и (2.114) при $\omega = 94,248 \text{ c}^{-1}$

Выполнив интерполяцию данных, полученных по уравнению (2.112), в следующем диапазоне параметров: $\rho_\eta = 0.233 \div 4,9 \text{ c/m}^2$; $\omega = 31.416 \div 282.743 \text{ c}^{-1}$; $z = 0 \div 200 \text{ мм}$, получено такое выражение

$$V_c = \left\{ \begin{aligned} &\left[\left(K7_{10} + K7_{11} \cdot \rho_\eta + K7_{12} \cdot \rho_\eta^2 \right) \cdot \omega + \right. \\ &\quad + \left(K8_{10} + K8_{11} \cdot \rho_\eta + K8_{12} \cdot \rho_\eta^2 \right) \cdot \omega^2 + \left. \right] \cdot z^2 + \\ &\quad + \left[\left(K9_{10} + K9_{11} \cdot \rho_\eta + K9_{12} \cdot \rho_\eta^2 \right) \cdot \omega^3 + \right. \\ &\quad + \left[\left(K7_{20} + K7_{21} \cdot \rho_\eta + K7_{22} \cdot \rho_\eta^2 \right) \cdot \omega + \right. \\ &\quad + \left(K8_{20} + K8_{21} \cdot \rho_\eta + K8_{22} \cdot \rho_\eta^2 \right) \cdot \omega^2 + \left. \right] \cdot z^3 + \\ &\quad + \left[\left(K9_{20} + K9_{21} \cdot \rho_\eta + K9_{22} \cdot \rho_\eta^2 \right) \cdot \omega^3 + \right. \\ &\quad + \left[\left(K7_{30} + K7_{31} \cdot \rho_\eta + K7_{32} \cdot \rho_\eta^2 \right) \cdot \omega + \right. \\ &\quad + \left(K8_{30} + K8_{31} \cdot \rho_\eta + K8_{32} \cdot \rho_\eta^2 \right) \cdot \omega^2 + \left. \right] \cdot z^4 \left. \right\}, \end{aligned} \quad (2.115)$$

где $K7_{10} = -0,492$, $K7_{11} = 1,76$, $K7_{12} = -0,622$, $K8_{10} = 9,858 \cdot 10^{-3}$, $K8_{11} = -0,035$, $K8_{12} = 0,012$, $K9_{10} = -2,438 \cdot 10^{-5}$, $K9_{11} = 6,972 \cdot 10^{-5}$, $K9_{12} = -2,031 \cdot 10^{-5}$, $K7_{20} = 16,145$, $K7_{21} = -42,164$, $K7_{22} = 12,684$, $K8_{20} = -0,288$, $K8_{21} = 0,918$, $K8_{22} = -0,212$, $K9_{20} = 6,639 \cdot 10^{-4}$, $K9_{21} = -1,255 \cdot 10^{-3}$, $K9_{22} = 2,53 \cdot 10^{-4}$, $K7_{30} = -32,797$, $K7_{31} = 107,821$, $K7_{32} = -33,379$, $K8_{30} = 0,553$, $K8_{31} = -1,675$, $K8_{32} = 0,377$, $K9_{30} = -5,228 \cdot 10^{-4}$, $K9_{31} = -6,089 \cdot 10^{-4}$, $K9_{32} = 1,808 \cdot 10^{-4}$.

Следует заметить, что аппроксимирующее уравнение (2.115) не будет иметь размерность скорости при подстановке в него величин ρ_η , ω и z с их соответствующими размерностями. Кроме того, слагаемые комплексы также имеют различную размерность, что необходимо учитывать при расчетах.

Далее рассмотрим влияние стенок канала на характер движения материала. При этом для решения (2.109) используем метод замены переменных, а именно запишем

$$V_z(z, x, y) = U(z, x) + W(x, y). \quad (2.116)$$

После подстановки (2.116) в (2.109) получим такое выражение

$$-\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\rho}{\eta} \cdot U \cdot \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\rho}{\eta} \cdot \omega^2 \cdot z. \quad (2.117)$$

Определим функцию W в виде

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\rho}{\eta} \cdot \omega^2 \cdot z. \quad (2.118)$$

Тогда функция U найдется из уравнения

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{\rho}{\eta} \cdot U \cdot \frac{\partial U}{\partial z} = 0. \quad (2.119)$$

Граничные условия для уравнения (2.118) с учетом (2.110) можно записать так

$$\left. \begin{aligned} W(x, \pm H/2) &= 0, \\ W(\pm B/2, y) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.120)$$

Граничные и начальные условия для уравнения (2.119) с учетом (2.110) и (2.120) запишутся так

$$\left. \begin{aligned} U(0, x) &= 0, \\ \frac{\partial U}{\partial z}(0, x) &= 0, \\ U\left(z, \pm \frac{B}{2}\right) &= -W\left(\pm \frac{B}{2}, y\right). \end{aligned} \right\} \quad (2.121)$$

Решим сначала уравнение (2.118), для чего снова выполним замену переменных

$$W(x, y) = W_1(x, y) + W_2(y). \quad (2.122)$$

В соответствии с выражением (2.122) функция $W_2(y)$ зависит только от координаты y . Подстановка (2.122) в (2.118) дает

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_2}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right). \quad (2.123)$$

Если определить функцию $W_2(y)$ как

$$\frac{\partial^2 W_2}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right), \quad (2.124)$$

то функция $W_1(x, y)$ определится из уравнения

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_1}{\partial y^2} = 0. \quad (2.125)$$

Граничные условия для уравнения (2.124) можно записать в виде

$$W_2(\pm H/2) = 0, \quad (2.126)$$

а граничные условия для уравнения (2.125) будут такими

$$\left. \begin{aligned} W_1(x, \pm H/2) &= -W_2(\pm H/2), \\ W_1(\pm B/2, y) &= -W_2(y). \end{aligned} \right\} \quad (2.127)$$

Уравнение (2.124) решается по аналогии с задачей для течения между параллельными пластинками. Тогда решение для (2.124) с учетом граничных условий (2.126) будет иметь вид

$$W_2(y) = \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right) \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right). \quad (2.128)$$

С учетом последнего выражения граничные условия (2.127) переписутся таким образом

$$W_1(x, \pm H/2) = 0;$$

$$W_1(\pm B/2, y) = -\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right) \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right).$$

Выполним очередную замену переменных в виде

$$W_1(x, y) = X(x) \cdot Y(y). \quad (2.129)$$

В данном случае функция $X(x)$ зависит только от координаты x , а $Y(y)$ – от y . Причем в отличие от выражений (2.116) и (2.122) в правой части (2.129) находится уже произведение двух функций. Подстановка (2.129) в (2.125) дает

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \cdot Y + \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} \cdot X = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{X} = -\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{Y}.$$

Как видно из последнего уравнения, левая часть не зависит от координаты y , а права – от x . В связи с этим любая из частей будет величиной постоянной, которую обозначим через λ^2 . Тогда это уравнение можно разложить на два отдельных уравнения

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{X} = \lambda^2; \quad -\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} \cdot \frac{1}{Y} = \lambda^2$$

или в таком виде

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \lambda^2 \cdot X = 0; \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \lambda^2 \cdot Y = 0.$$

Решение двух последних уравнений соответственно имеют вид

$$X(x) = C_1 \cdot ch(\lambda \cdot x) + C_2 \cdot sh(\lambda \cdot x); \quad (2.130)$$

$$Y(y) = C_3 \cdot \cos(\lambda \cdot y) + C_4 \cdot \sin(\lambda \cdot y). \quad (2.131)$$

Необходимо два последних уравнения для определения констант интегрирования подставить в выражение (2.129), а потом его записать с учетом граничных условий. В результате получим систему уравнений

$$0 = [C_1 \cdot ch(\lambda \cdot x) + C_2 \cdot sh(\lambda \cdot x)] \times \\ \times [C_3 \cdot \cos(-\lambda \cdot H/2) + C_4 \cdot \sin(-\lambda \cdot H/2)]; \quad (2.132)$$

$$0 = [C_1 \cdot ch(\lambda \cdot x) + C_2 \cdot sh(\lambda \cdot x)] \times \\ \times [C_3 \cdot \cos(\lambda \cdot H/2) + C_4 \cdot \sin(\lambda \cdot H/2)]; \quad (2.133)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right) \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right) = \\
& = [C_1 \cdot ch(-\lambda \cdot B/2) + C_2 \cdot sh(-\lambda \cdot B/2)] \times \\
& \times [C_3 \cdot \cos(\lambda \cdot y) + C_4 \cdot \sin(\lambda \cdot y)] ; \quad (2.134)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right) \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right) = \\
& = [C_1 \cdot ch(\lambda \cdot B/2) + C_2 \cdot sh(\lambda \cdot B/2)] \times \\
& \times [C_3 \cdot \cos(\lambda \cdot y) + C_4 \cdot \sin(\lambda \cdot y)] . \quad (2.135)
\end{aligned}$$

Из системы уравнений (2.132) –(2.135) имеем

$$C_4 = 0; \quad C_2 = 0.$$

Корме того не трудно также получить

$$\lambda = \frac{i \cdot \pi}{H}, \quad (2.136)$$

где $i = 1, 3, 5, \dots$

Тогда для уравнения (2.129) можно записать такое выражение

$$-\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right) \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right) = C_{13} \cdot ch(\lambda \cdot B/2) \cdot \cos(\lambda \cdot y), \quad (2.137)$$

где $C_{13} = C_1 \cdot C_3$.

Исходя из уравнения (2.137), можно констатировать, что на данном этапе величина C_{13} не является константой, а зависит от координаты y . Чтобы определить C_{13} как константу, следует разложить функцию, которая стоит в левой части уравнения (2.137), в ряд Фурье по косинусам, т.е. можно записать

$$C_{13} = -\frac{2}{H} \cdot \int_{-H/2}^{H/2} \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right) \cdot \cos\left(\frac{i \cdot \pi \cdot y}{H}\right)}{\left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right)^{-1} \cdot ch\left(\frac{i \cdot \pi \cdot B}{2 \cdot H}\right)} dy.$$

После взятия интеграла в последнем выражении, а также учитывая соотношения (2.122), (2.128), (2.129), (2.136) и (2.137), получим

$$W = \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right) \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right) + \frac{4 \cdot H^2}{\pi^3 \cdot \eta} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right) \times$$

$$\times \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^3} \cdot \frac{ch \left[\frac{i \cdot \pi \cdot x}{H} \right]}{ch \left(\frac{i \cdot \pi \cdot B}{2 \cdot H} \right)} \cdot \sin \left[\frac{i \cdot \pi \cdot (H + 2 \cdot y)}{2 \cdot H} \right]. \quad (2.138)$$

Используем интегральное преобразование Лапласа по координате z для решения уравнения (2.119). При этом, учитывая нулевые начальные условия и пренебрегая инерционным членом, получим следующее операторное уравнение

$$\frac{d^2 U^L}{dx^2} + 2 \cdot s \cdot U^L = 0, \quad (2.139)$$

где U^L – изображение Лапласа функции U ; s – переменная Лапласа.

Решение уравнения (2.139) имеет вид

$$U^L = C_{1u} \cdot \sin(\sqrt{2} \cdot s \cdot x) + C_{2u} \cdot \cos(\sqrt{2} \cdot s \cdot x). \quad (2.140)$$

Граничные условия в операторном виде для уравнения (2.140) с учетом выражений (2.121) и (2.138) можно записать следующим образом

$$U^L(\pm B/2, s) = -\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot P \rho_y - \frac{4 \cdot H^2}{\eta \cdot \pi^3} \cdot P \rho_y \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^3} \cdot \sin \left[\frac{i \cdot \pi \cdot (H + 2 \cdot y)}{2 \cdot H} \right],$$

$$\text{где } P \rho_y = \left(s \cdot P^L - \frac{\rho \cdot \omega^2}{s^2} \right) \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right).$$

Определив константы интегрирования в уравнении (2.140) с учетом последнего выражения, получим следующее решение

$$U^L = F_1(s) \cdot F_2(s) + F_3(s) \cdot F_2(s), \quad (2.141)$$

где $F_1(s) = -s \cdot P^L$;

$$F_2(s) = \varphi(y) \cdot \frac{\cos(\sqrt{2} \cdot s \cdot x)}{\cos(\sqrt{2} \cdot s \cdot B/2)}; \quad F_3(s) = \frac{\rho \cdot \omega^2}{s^2};$$

$$\varphi(y) = \frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right) + \frac{4 \cdot H^2}{\eta \cdot \pi^3} \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^3} \cdot \sin \left[\frac{i \cdot \pi \cdot (H + 2 \cdot y)}{2 \cdot H} \right].$$

Воспользуемся теоремой умножения (теоремой Бореля) Для определения оригинала двух слагаемых в правой части уравнения (2.141). Чтобы найти оригинал для $F_2(s)$ следует воспользоваться второй теоремой разложения в виде

$$\frac{A(s)}{B(s)} \leftrightarrow \sum_{j=1}^{\infty} \frac{A(s_j)}{dB(s_j)/ds_j} \cdot \exp(s_j \cdot z), \quad (2.142)$$

где $A(s) = \cos(\sqrt{2} \cdot s \cdot x)$; $B(s) = \cos(\sqrt{2} \cdot s \cdot B/2)$; s_j – полюса.

Для полюсов будет справедливым такое выражение

$$s_j = -\frac{\pi \cdot (2 \cdot j - 1)}{\sqrt{2} \cdot B}, \quad (2.143)$$

где $j = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

Необходимо заметить, что полюсами будут также величины, соответствующие выражению (2.143), но с положительным знаком. Однако в последнем случае экспонента в правой части соотношения (2.142) будет неограниченно возрастать при $j \rightarrow \infty$.

Выполнив необходимые преобразования, получаем такое решение для уравнения (2.119)

$$\begin{aligned} U = \frac{2 \cdot \varphi(y)}{\sqrt{2} \cdot B} \cdot \left\{ -P(z) + \frac{\pi}{\sqrt{2} \cdot B} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1}}{(2 \cdot j - 1)^{-1}} \cdot \cos \left(\pi_j \cdot \frac{x}{B} \right) \times \right. \\ \times \int_0^z P(\xi) \cdot \exp \left[-\frac{\pi_j}{\sqrt{2} \cdot B} \cdot (z - \xi) \right] d\xi + \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot 2 \cdot B^2}{\pi^2} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1}}{(2 \cdot j - 1)^2} \times \\ \left. \times \cos \left(\pi_j \cdot \frac{x}{B} \right) \cdot \left[\frac{\pi_j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{z}{B} - 1 + \exp \left(-\frac{\pi_j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{z}{B} \right) \right] \right\}, \quad (2.144) \end{aligned}$$

где $\pi_j = \pi \cdot (2 \cdot j - 1)$.

Сложив уравнения (2.138) и (2.144), получим окончательное уравнение для определения V_z . При этом следует сделать некоторые замечания.

Во-первых, если выход прямоугольного канала открыт, т. е. поперечное сечение вдоль всего канала одинаково, то градиент давления отсутствует. Тогда

будет справедливым такое выражение для распределения скорости материала в прямоугольном канале под действием центробежной силы

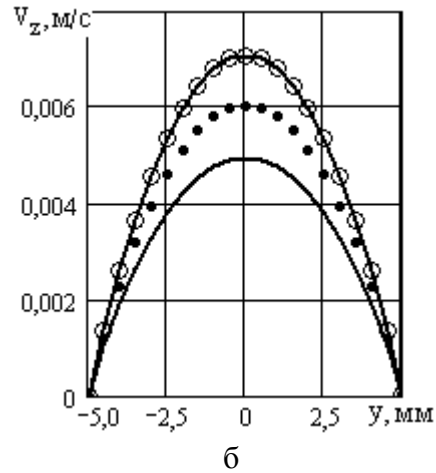
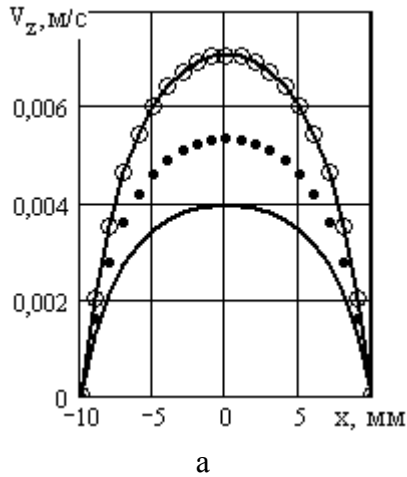
$$\begin{aligned}
 V_z = & -\frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot z}{2 \cdot \eta} \cdot \left(y^2 - \frac{H^2}{4} \right) - \frac{4 \cdot H^2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot z}{\pi^3 \cdot \eta} \times \\
 & \times \sum_{i=1,3,5...}^{\infty} \frac{1}{i^3} \cdot \frac{ch\left[\frac{i \cdot \pi \cdot x}{H}\right]}{ch\left(\frac{i \cdot \pi \cdot B}{2 \cdot H}\right)} \cdot \sin\left[\frac{i \cdot \pi \cdot (H + 2 \cdot y)}{2 \cdot H}\right] + \\
 & + \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot 4 \cdot B \cdot \varphi(y)}{\sqrt{2} \cdot \pi^2} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1}}{(2 \cdot j - 1)^2} \cdot \cos\left(\pi_j \cdot \frac{x}{B}\right) \times \\
 & \times \left[\frac{\pi_j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{z}{B} - 1 + \exp\left(-\frac{\pi_j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{z}{B}\right) \right] \Bigg\}. \tag{2.145}
 \end{aligned}$$

Во-вторых, если поперечное сечение выходного отверстия меньше, чем основного канала, то возникает градиент давления, который препятствует движению материала к выходному отверстию. При этом для реальных условий работы, разумеется, изменения скорости потока вдоль оси z не должно быть, в противном случае будет разрыв потока. Таким образом, градиентом скорости вдоль оси z можно пренебречь и в этом случае уравнение для V_z будет аналогичным уравнению (2.138), которое представим так

$$\begin{aligned}
 V_z = & -\frac{1}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{H^2}{4} \cdot \left\{ \left[1 - \left(\frac{2 \cdot y}{H} \right)^2 \right] - \frac{32}{\pi^3} \cdot \Psi(x, y) \right\} + \\
 & + \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot z}{2 \cdot \eta} \cdot \frac{H^2}{4} \cdot \left\{ \left[1 - \left(\frac{2 \cdot y}{H} \right)^2 \right] + \frac{32}{\pi^3} \cdot \Psi(x, y) \right\}, \tag{2.146}
 \end{aligned}$$

$$\text{где } \Psi(x, y) = \sum_{i=1,3,5...}^{\infty} \frac{1}{i^3} \cdot \sin\left[\frac{i \cdot \pi \cdot (H + 2 \cdot y)}{2 \cdot H}\right] \cdot \frac{ch\left(\frac{i \cdot \pi \cdot x}{H}\right)}{ch\left(\frac{i \cdot \pi \cdot B}{2 \cdot H}\right)}.$$

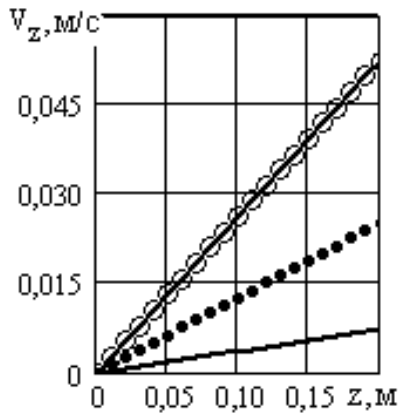
Графики, полученные на базе уравнения (2.145) представлены на рис. 2.25 и 2.26.



а – $V_z \sim x$; б – $V_z \sim y$:

—○—○—○— $y = 0$ ($x = 0$); $y = H/4$ ($x = B/4$); ——— $y = H/3$ ($x = B/3$)

Рисунок 2.25 – Графики изменения скорости вдоль поперечных осей канала, полученные по уравнению (2.145) при $\omega = 94,248 \text{ с}^{-1}$, $\rho = 980 \text{ кг/м}^3$, $\eta = 2800 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $z = 0,2 \text{ м}$, $H = 10 \text{ мм}$, $B = 20 \text{ мм}$



—○—○—○— $H = 30 \text{ мм}$, $B = 40 \text{ мм}$;

..... $H = 20 \text{ мм}$, $B = 30 \text{ мм}$;

——— $H = 10 \text{ мм}$, $B = 20 \text{ мм}$

Рисунок 2.26 – Графики изменения скорости вдоль продольной оси канала, полученные по уравнению (2.145) при $\omega = 94,248 \text{ с}^{-1}$, $\rho = 980 \text{ кг/м}^3$, $\eta = 2800 \text{ Па}\cdot\text{с}$

В последнем уравнении остается неизвестным градиент давления $\partial P / \partial z$. Для его определения необходимо уточнить конфигурацию выходного отверстия б на рис. 2.21. Предположим, что выходное отверстие имеет также прямоугольное поперечное сечение шириной B , высотой h и длиной L , как показано на рис. 2.21 и рис. 2.22. Тогда для нормальной работы, т.е. при условии отсутствия разрывов потока, необходимо соблюдение равенства производительности Q_z в прямоугольном канале с сечением $B \times H$ и производительности Q_{bz} через выходное отверстие с сечением $B \times h$. Данное условие может быть представлено через уравнение неразрывности в интегральной форме

$$Q_z(z) = Q_s, \quad (2.147)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Q_z(z) &= \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-B/2}^{B/2} V_z dx dy, \\ Q_{bz}(z) &= \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-B/2}^{B/2} V_{bz} dx dy. \end{aligned} \right\} \quad (2.148)$$

Выражение для скорости V_{bz} принципиально не отличается от выражения (2.146) для V_z с соответствующей заменой параметра H на h . Кроме того, знак перед градиентом давления следует заменить на положительный, так как максимальное давление будет вначале выходного канала. При этом градиент давления в выходном канале в общем случае будет отличаться от градиента давления в рабочем канале.

Объединяя соответствующие уравнения, получаем

$$\frac{B \cdot H^3}{12 \cdot \eta} \cdot K_k \cdot \left(\rho \cdot \omega^2 \cdot z - \frac{\partial P}{\partial z} \right) = K_B \cdot \frac{B \cdot h^3}{12 \cdot \eta} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_L + \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right], \quad (2.149)$$

$$\text{где } K_k = \left\{ 1 - \frac{192 \cdot H}{\pi^5 \cdot B} \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^5} \cdot th \left(\frac{i \cdot \pi \cdot B}{2 \cdot H} \right) \right\};$$

$$K_B = \left\{ 1 - \frac{192 \cdot h}{\pi^5 \cdot B} \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^5} \cdot th \left(\frac{i \cdot \pi \cdot B}{2 \cdot h} \right) \right\};$$

$\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_L$ – градиент давления в выходном канале.

Перепишем уравнение (2.149) относительно градиента давления в рабочем канале в таком виде

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \cdot \omega^2 \cdot z - \frac{h^3}{H^3} \cdot K_{\Sigma} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_L + \rho \cdot \omega^2 \cdot z \right], \quad (2.150)$$

$$\text{где } K_{\Sigma} = \frac{\left\{ 1 - \frac{192 \cdot h}{\pi^5 \cdot B} \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^5} \cdot th \left(\frac{i \cdot \pi \cdot B}{2 \cdot h} \right) \right\}}{\left\{ 1 - \frac{192 \cdot H}{\pi^5 \cdot B} \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^5} \cdot th \left(\frac{i \cdot \pi \cdot B}{2 \cdot H} \right) \right\}}.$$

Решение уравнения (2.150) с учетом нулевого начального условия будет иметь вид

$$P = \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot z^2}{2} - \frac{h^3}{H^3} \cdot K_{\Sigma} \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_L \cdot z + \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot z^2}{2} \right]. \quad (2.151)$$

В предположении о линейной зависимости градиента давления в выходном канале имеем

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_L \approx \frac{\Delta P}{L}, \quad (2.152)$$

где ΔP – перепад давления на выходном отверстии.

Из уравнения (2.151) можно определить максимально возможное давление, которое будет развиваться на расстоянии $z = Z_p$ ($Z_p = Z_n + Z_k - L$). С учетом равенства $\Delta P = P_K$ (где P_K – избыточное давление при $x = Z_p$) и последнего соотношения имеем следующее выражение для максимально возможного избыточного давления

$$P_K = \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot Z_p^2}{2 \cdot \left(1 + \frac{h^3 \cdot K_{\Sigma} \cdot Z_p}{H^3 \cdot L} \right)} \cdot \left(1 - \frac{h^3 \cdot K_{\Sigma}}{H^3} \right). \quad (2.153)$$

Так, например, получаем $P_K = 0,12$ МПа для комплекса таких параметров: $\rho = 980 \text{ кг/м}^3$; $\omega = 94,248 \text{ с}^{-1}$; $\eta = 2800 \text{ Па}\cdot\text{с}$; $H = 10 \text{ мм}$; $B = 20 \text{ мм}$; $h = 2 \text{ мм}$; $Z_p = 0,2 \text{ м}$.

2.4 Моделирование тепловых процессов в дисковых и конусных каналах под действием центробежных сил

Воспользуемся соответственно рис. 2.9 и рис. 2.13 для построения математических моделей неизотермических процессов в дисковых и конусных каналах под действием центробежных сил.

Основной предпосылкой при определении аналитических зависимостей для расчета температурных полей является полное заполнение объема рабочего канала полимерным материалом в виде гранул или порошка. Исходя из геометрии рабочих каналов, можно пренебречь теплопередачей вдоль осей r и φ . Тогда уравнения баланса тепловой энергии можно представить следующим образом:

– для дискового канала

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}; \quad (2.154)$$

– для конусного канала

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg}(\theta) \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} \right), \quad (2.155)$$

где ρ , C_p , λ – соответственно плотность, коэффициенты теплоемкости и теплопроводности полимерного материала;

T – температура;

t – время;

z , θ – оси координат.

Каждое из представленных уравнений должно иметь одно начальное условие

$$T = T_n \text{ при } t = 0. \quad (2.156)$$

Кроме того, должно присутствовать по два граничных условия. С учетом того, что сдвиговые деформации, действующие на твердую пробку со стороны слоя расплава полимера, который возникает в процессе плавления, незначительны, то можно принять граничные условия первого рода. Тогда будут справедливы системы граничных условий:

– для дискового канала:

$$T = T_1 \text{ при } z = H/2; \quad T = T_2 \text{ при } z = -H/2; \quad (2.157)$$

– для конусного канала

$$T = T_1 \text{ при } \theta = \theta_1; \quad T = T_2 \text{ при } \theta = \theta_2. \quad (2.158)$$

где T_1 , T_2 – температуры на внутренних поверхностях, соответственно, верхней и нижней стенок канала;

H – высота дискового канала;

$\theta_1 = \pi/2 - \alpha$; $\theta_2 = \pi/2 + \alpha$ (α – угол раствора конусного канала).

Решим вначале уравнение (2.154) с граничными условиями (2.157). При этом воспользуемся принципами операционного исчисления (интегрального преобразования Лапласа). Выполнив соответствующие преобразования, получаем следующую систему в изображениях

$$\frac{d^2 T^L}{dz^2} - \frac{s}{a} \cdot T^L = -\frac{T_n}{a}; \quad (2.159)$$

$$T^L = T_1/s \text{ при } z = H/2; \quad T^L = T_2/s \text{ при } z = -H/2, \quad (2.160)$$

где a – коэффициент температуропроводности ($a = \lambda/(\rho \cdot C_p)$);

T^L – изображение температуры T .

Решение уравнения (2.159) имеет вид

$$T^L = \frac{T_n}{s} + C_1 \cdot \cosh\left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot z\right) + C_2 \cdot \sinh\left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot z\right). \quad (2.161)$$

Определив константы интегрирования C_1 и C_2 с учетом соотношений (2.160) и перейдя к оригиналу, используя при этом методику, разработанную ранее, получаем выражение для распределения температуры в дисковом канале в таком виде

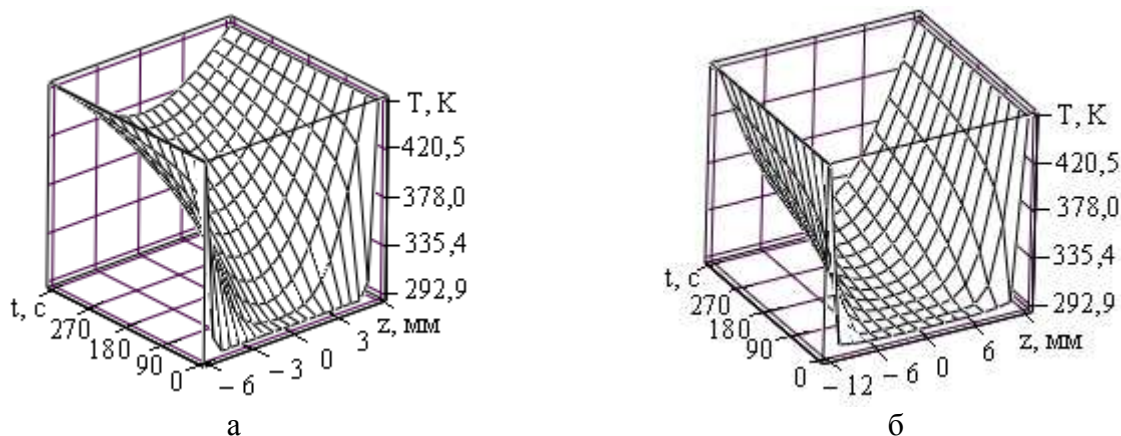
$$\begin{aligned} T(z, t) = & \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{2 \cdot (T_1 + T_2 - 2 \cdot T_n)}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k - 1)} \times \\ & \times \cos\left[\frac{\pi \cdot z}{H} \cdot (2 \cdot k - 1)\right] \cdot \exp\left[-\frac{a \cdot \pi^2}{H^2} \cdot (2 \cdot k - 1)^2 \cdot t\right] + \frac{T_1 - T_2}{2} \times \\ & \times \left[\sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) - \sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{\beta_k}{2 \cdot \sqrt{t}}\right) \right], \end{aligned} \quad (2.162)$$

$$\text{где } \alpha_k = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \left[-z + \frac{H}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right]; \quad \beta_k = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \left[z + \frac{H}{2} \cdot (1 + 2 \cdot k) \right].$$

В качестве примера рассмотрим неизотермический процесс при движении полиэтилена низкой плотности с такими параметрами: $\rho = 810 \text{ кг/м}^3$; $C_p = 2,22 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $\lambda = 0,135 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$. Следует заметить, что теплофизические параметры зависят от температуры. Однако, общая температурная зависимость коэффициента температуропроводности не столь существенна, вследствие чего параметры материала можно усреднить.

Графики распределения температуры в дисковом канале, которые соответствуют геометрическим параметрам для вариантов $D1$ (высота канала $H = 12 \text{ мм}$) и $D2$ (высота канала $H = 24 \text{ мм}$) из табл. 2.1 представлены на рис. 2.27. Граничные и начальные температурные условия взяты такими: $T_1 = T_2 = 463 \text{ К}$; $T_n = 293 \text{ К}$.

Интенсивный рост температуры при высоте канала в 12 мм идет, следовательно, и материал расплавится уже через две минуты (температура плавления для данного типа материала составляет $T_{pl} = 383 \text{ К}$). В случае высоты канала в 24 мм даже при достижении четырех минут температура не превысит величины, соответствующей температуре плавления.



а – $H = 12$ мм; б – $H = 24$ мм

Рисунок 2.27 – Графики изменения температурного поля в дисковом канале

При использовании данного типа каналов в качестве пластикационных рабочих узлов перерабатывающих агрегатов следует сопоставлять время плавления полимерного материала со скоростью его движения и максимальным радиусом рабочей части канала R_{max} . Оптимальный режим работы будет в том случае, если периферийная зона будет заполнена только расплавом полимера. При этом можно воспользоваться формулой (2.28).

Далее рассмотрим порядок моделирования неизоэнтальпических процессов в конусных каналах. Для этого выполним преобразование Лапласа уравнения (2.155) и граничных условий (2.158), после чего получаем

$$\frac{d^2 T^L}{d\theta^2} + \operatorname{ctg}(\theta) \cdot \frac{dT^L}{d\theta} - \frac{r^2}{a} \cdot s \cdot T^L = -\frac{r^2}{a} \cdot T_n; \quad (2.163)$$

$$T^L = T_1/s \text{ при } \theta = \theta_1; \quad T^L = T_2/s \text{ при } \theta = \theta_2. \quad (2.164)$$

Выполним в уравнении (2.163) следующую замену

$$T^L(\theta) = Z(\xi); \quad \xi = \cos(\theta). \quad (2.165)$$

Подстановка (2.165) в (2.163) приводит к уравнению

$$(1 - \xi^2) \cdot \frac{d^2 Z}{d\xi^2} - 2 \cdot \xi \cdot \frac{dZ}{d\xi} + \nu \cdot (\nu + 1) \cdot Z = -\frac{r^2}{a} \cdot T_n. \quad (2.166)$$

Параметр ν следует определять из выражения

$$\nu \cdot (\nu + 1) = -\frac{r^2}{a} \cdot s.$$

Откуда получаем

$$\nu = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{r^2}{a}} \cdot s. \quad (2.167)$$

Уравнение (2.166) представляет собой уравнение Лежандра. С учетом второго выражения из (2.165) справедливо условие $|\xi| < 1$.

Тогда решение уравнения (2.166) будет иметь вид

$$\begin{aligned} Z = & \frac{T_n}{s} + C_1 \cdot F_{g1}\left(-\frac{\nu}{2}, \frac{1+\nu}{2}, \frac{1}{2}, \xi^2\right) + \\ & + C_2 \cdot \xi \cdot F_{g2}\left(\frac{1-\nu}{2}, 1+\frac{\nu}{2}, \frac{3}{2}, \xi^2\right), \end{aligned} \quad (2.168)$$

Используя граничные условия (2.164) и соотношения (2.165) получаем решение для распределения температуры в конусном канале в изображениях в таком виде

$$\begin{aligned} T^L = & \frac{T_n}{s} + \frac{T_1 + T_2 - 2 \cdot T_n}{2} \cdot \frac{F_{g1}(\theta)}{s \cdot F_{g1}(\theta_1)} - \\ & - \frac{T_2 - T_1}{2} \cdot \frac{\cos(\theta) \cdot F_{g2}(\theta)}{s \cdot \cos(\theta_1) \cdot F_{g2}(\theta_1)}. \end{aligned} \quad (2.169)$$

После перехода от изображения к оригиналу получаем

$$\begin{aligned} T(\theta, t, r) = & \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{T_1 + T_2 - 2 \cdot T_n}{2} \times \\ & \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_{g1}\left(-\frac{\nu_k}{2}, \frac{1+\nu_k}{2}, \frac{1}{2}, (\cos(\theta))^{2 \cdot k}\right) \cdot \exp\left(\frac{(1-P_k^2) \cdot a}{4 \cdot r^2} \cdot t\right)}{\frac{P_k^2 - 1}{2 \cdot P_k} \cdot \frac{d}{dP_k} F_{g1}\left(-\frac{\nu_k}{2}, \frac{1+\nu_k}{2}, \frac{1}{2}, (\cos(\theta_1))^{2 \cdot k}\right)}, \end{aligned} \quad (2.170)$$

где $\nu_k = -\frac{1}{2} \pm \frac{P_k}{2}$.

Величина P_k представляет собой нули для функции

$$F_{g1}\left(-\frac{\nu}{2}, \frac{1+\nu}{2}, \frac{1}{2}, (\cos(\theta_1))^{2 \cdot k}\right) = 1 + SI_{\nu_k}, \quad (2.171)$$

$$\text{где } SP_{vk} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=1}^k \left(-\frac{\nu}{2} + i - 1 \right) \cdot \prod_{i=1}^k \left(\frac{1+\nu}{2} + i - 1 \right)}{k! \cdot \prod_{i=1}^k \left(\frac{1}{2} + i - 1 \right)} \cdot (\cos(\theta_1))^{2 \cdot k}.$$

График для определения первых шести нулей данной функции приведен на рис. 2.28.

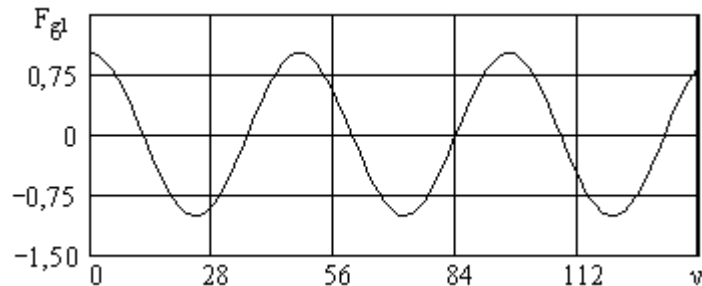


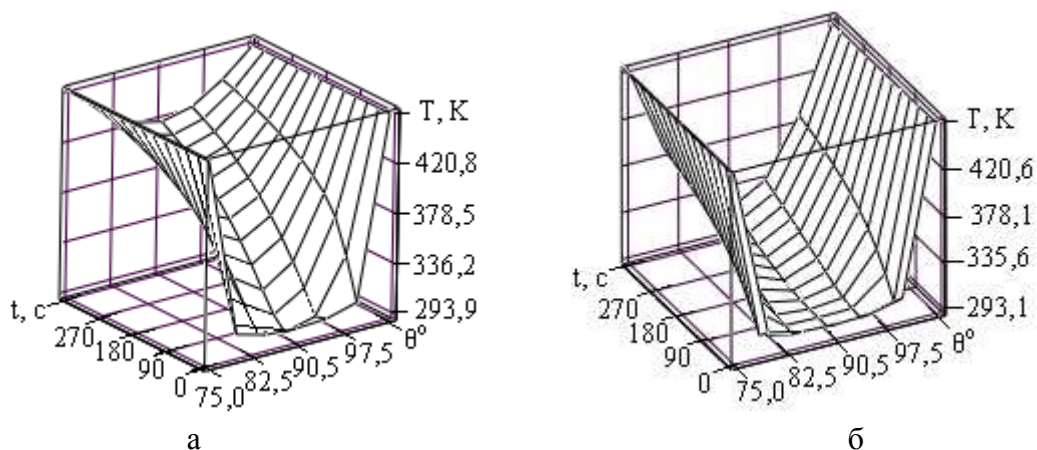
Рисунок 2.28 – График функции F_{g1}

Из приведенного графика следует, что первые шесть нулей соответствуют таким значениям – $P_k = 12; 36; 60; 84; 108; 132$. Нетрудно заметить, что в данном случае гипергеометрический ряд по форме совпадает с тригонометрическим косинусом, но с периодом в $15,279 \cdot \pi$.

Формулой (2.170) можно пользоваться для определения температурного поля в конусном канале для симметричного температурного поля, т. е. при выполнении соотношения $T_1 = T_2$. Для несимметричного варианта следует аналогичным образом найти оригинал третьего члена в правой части уравнения (2.169).

Расчеты температурных полей приведены в приложении Б.4 (блок САПР-12).

Объемные температурные графики, рассчитанные по формуле (2.170) для варианта КЗ из табл. 2.2 представлены на рис. 2.29. При этом граничные температурные условия и материал выбраны такими же, как и для дискового канала.



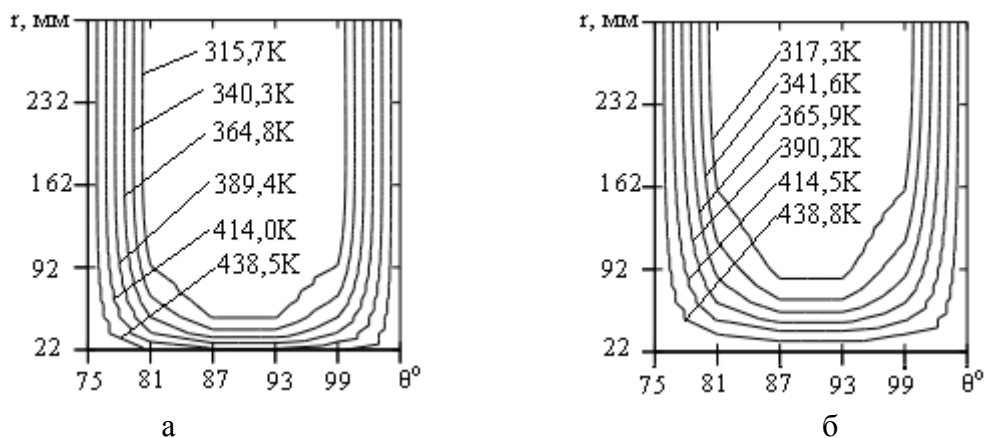
а – $r = 22$ мм; б – $r = 45$ мм

Рисунок 2.29 – Объемные графики распределения температурного поля в конусном канале в зависимости от времени и угловой координаты

Необходимо сделать следующее замечание. При радиусе $r = 22$ мм в данном случае высота канала будет равна $2 \cdot h_{22} = 12$ мм, а при $r = 45$ мм соответственно получаем следующую высоту $2 \cdot h_{22} = 24$ мм, т. е. графики на рис. 2.29 и рис. 2.27 моделируют практически одни и те же температурные условия. Однако, исходя из уравнений, полученных в различных системах координат. Как видно наблюдается достаточно высокая адекватность приведенных результатов.

Контурные температурные графики, рассчитанные также по формуле (2.170) для тех же геометрических размеров, но для осей r и θ при различном времени представлены на рис. 2.30.

Таким образом, разработанные математические модели могут быть использованы для моделирования неизотермических процессов в дисковых и конусных каналах, что с учетом гидродинамических характеристик позволит получить оптимальные соотношения геометрических и технологических параметров центробежных экструдеров.



а – $t = 6$ мин; б – $t = 18$ мин

Рисунок 2.30 – Контурные графики распределения температурного поля в конусном канале в зависимости от радиальной и угловой координаты

3 КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ СИСТЕМ ГРАНУЛИРОВАНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

3.1 Конструктивное оформление систем гранулирования

В наше время наибольшее распространение для промышленного использования приобрели две схемы систем гранулирования: первая – с холодной порезкой стренг из полимерного материала; вторая – с горячей порезкой на фильерной решетке в охлаждающей среде.

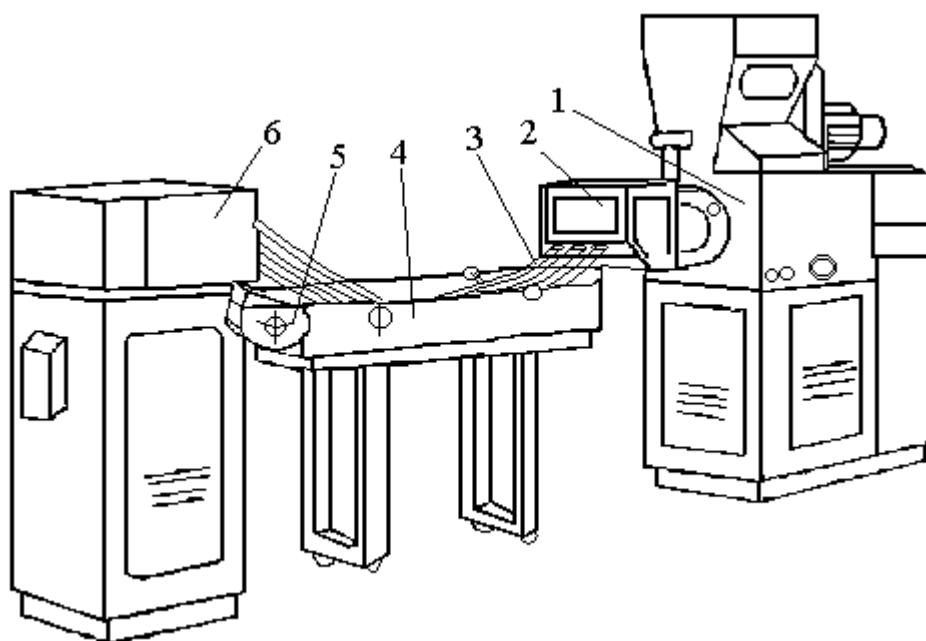
Первая схема в конструктивном исполнении является более простой и используется, как правило, при гранулировании отходов разных производств (технологические отходы при производстве пленок, труб, листов, которые получают экструзионным способом; литниковые системы при формовании изделий на термопластавтоматах и т.п.), а также изделий из полимерных материалов, которые отслужили свой срок (отходы потребления).

При работе гранулирующего агрегата, который представлен на рис. 3.1, перерабатываемый материал подается в загрузочный бункер экструдера в виде измельченной крошки или порошка. Далее он захватывается червяком и подается в гранулирующую головку, соответствующим образом обрабатываясь в рабочем объеме экструдера (в соответствии с теми процессами, которые рассмотрены в предыдущих разделах). Подготовленный расплав полимерного материала продавливается через формующие отверстия гранулирующей головки за счет давления, которое создается экструзионным агрегатом, и попадает в виде стренг в охлаждающую ванну, где он охлаждается за счет конвективного теплообмена с охлаждающей жидкостью, как правило, водой.

После выхода из ванны полимерные стренги подсушиваются воздушной сушилкой и подаются на роторную дробилку, где разрезаются на гранулы определенной длины. В роли режущего инструмента в большинстве случаев используются фрезы с разным типом режущих кромок. Перед режущим инструментом устанавливаются обрезиненные валки, непосредственно тянущие стренги.

Необходимый размер гранул достигается подбором частоты вращения роторов дробилки. Следует отметить, что торцы гранул в данном случае имеют нечеткую форму. К недостаткам схемы с холодной резкой стренг в первую очередь необходимо отнести значительное количество пыли, которая приводит к возникновению сводов в бункерах для переработки пластмасс. В таком грануляте могут быть также мелкие металлические включения, так как резка холодных стренг сопровождается значительным износом режущих кромок.

В большинстве случаев формующие отверстия в гранулирующей головке размещены в один ряд, как показано на рис. 3.2. При этом, чем дальше от оси входного отверстия размещены формующие отверстия, тем больший путь проходит расплав полимера, вследствие чего увеличивается сопротивление движению материала, уменьшая объемную скорость.

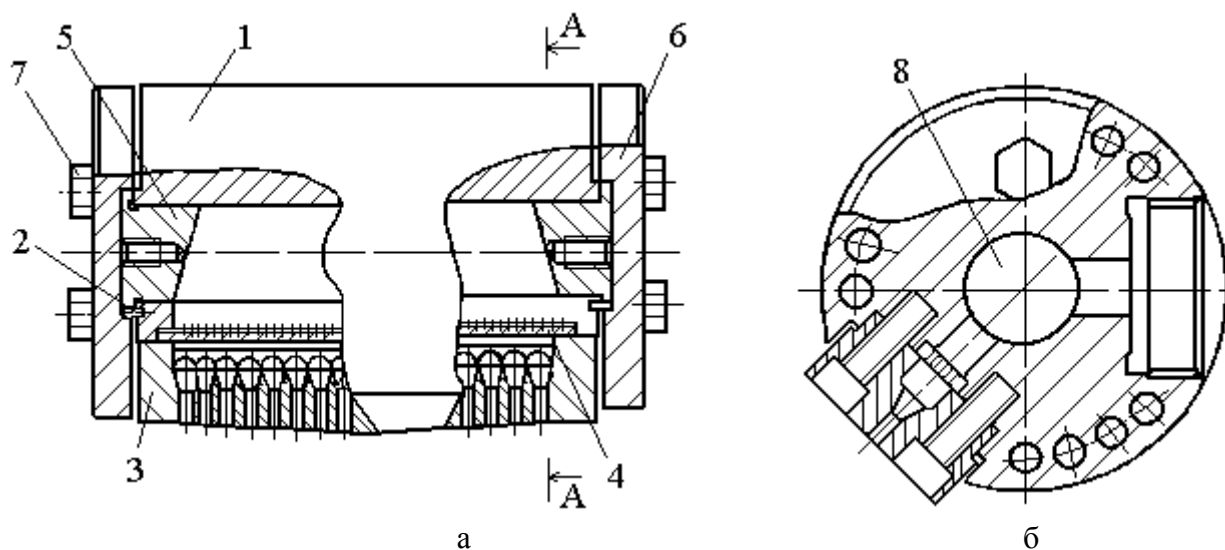


1 – экструдер; 2 – гранулирующая головка; 3 – стренги из полимерного материала; 4 – охлаждающая ванна; 5 – воздушная сушилка; 6 – роторная дробилка

Рисунок 3.1 – Схема агрегата с холодной порезкой стренг

Для уравниваемости объемных скоростей, а значит и линейных скоростей стренг, которые выходят из разных формующих отверстий, выходную поверхность гранулирующей решетки профилируют соответствующим образом. При этом наибольшая ширина гранулирующей решетки (а значит длина формующих отверстий) будет на оси симметрии, а наименьшая – на периферии.

Поддержание теплового режима гранулирующей головки обеспечивается с помощью нагревателей, которые устанавливаются в корпусе головки.



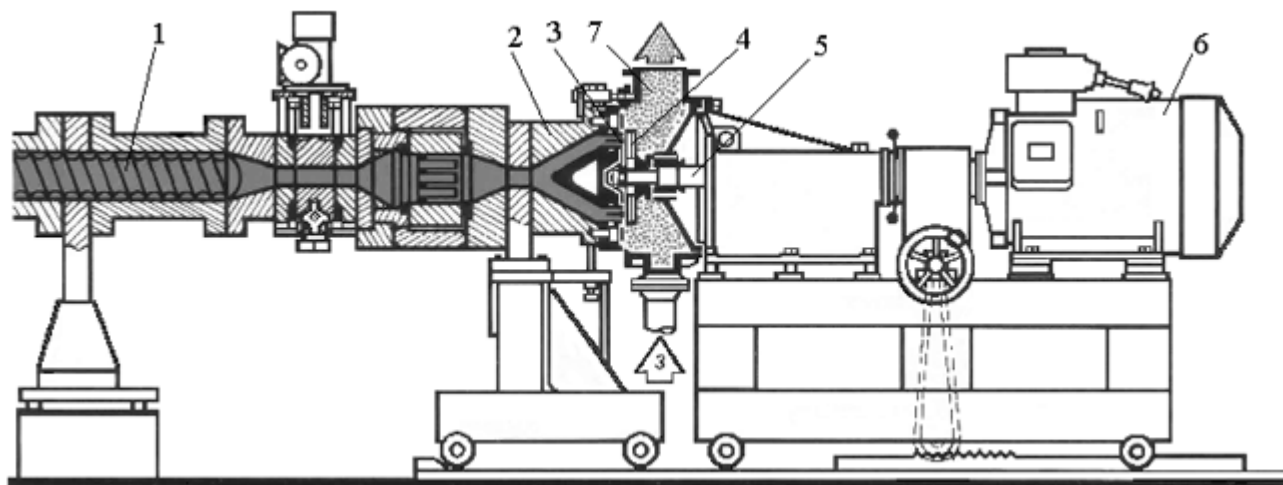
а – общий вид; б – сечение А-А:

1 – корпус; 2 – штифт; 3 – решетка гранулирующая; 4 – решетка фильтрующая; 5 – заглушка; 6 – фланец; 7 – болты; 8 – коллектор

Рисунок 3.2 – Стренговая гранулирующая головка

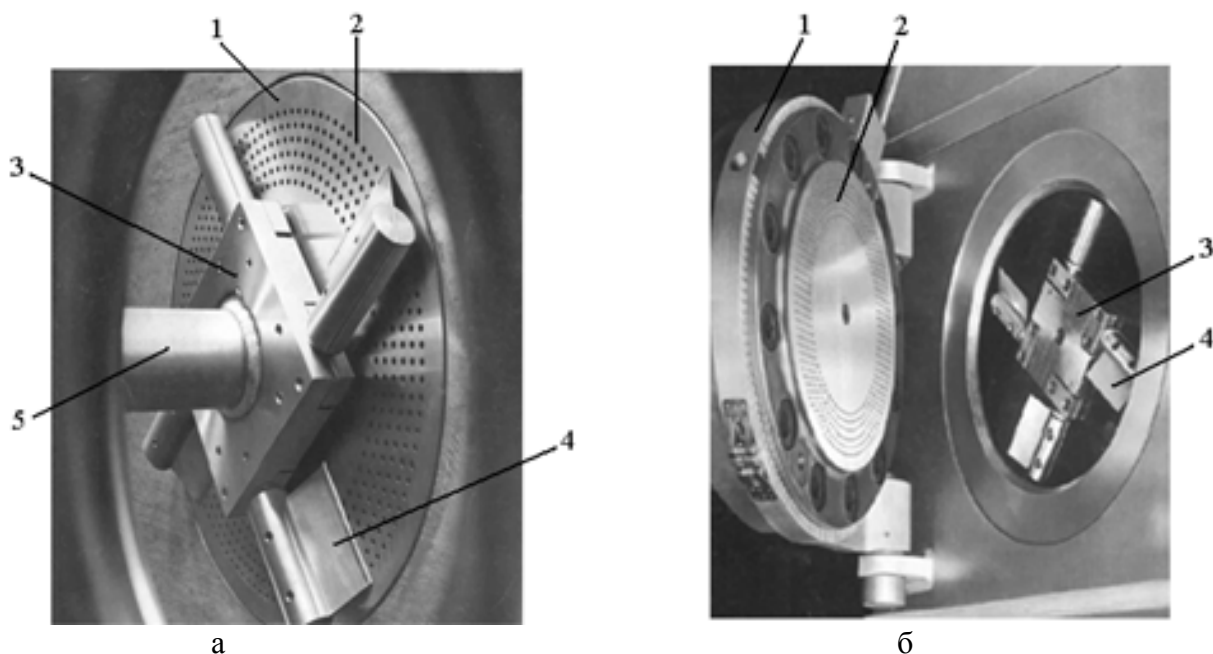
Общий вид агрегата для гранулирования полимерного материала по схеме с горячей порезкой на фильерной решетке представлен на рис. 3.3.

В данном случае подготовка полимерного материала также происходит в экструдере, откуда он подается в гранулирующую головку. В отличие от гранулирующей головки с холодной порезкой в данном случае формующие отверстия расположены, как правило, по concentрическим кругам в несколько рядов, как показано на рис. 3.4.



1 – экструдер; 2 – экструзионная головка; 3 – фильера; 4 – ножевая головка; 5 – приводной вал; 6 – привод режущего инструмента; 7 – охлаждающая камера

Рисунок 3.3 – Общий вид агрегата для гранулирования полимерных материалов с горячей порезкой на фильерной решетке



а – в рабочем положении; б – при отведенной ножевой головке;

1 – фильера; 2 – формующие отверстия; 3 – ножевая головка; 4 – ножи; 5 – приводной вал
Рисунок 3.4 – Узел фильеры с ножевой головкой

В процессе работы гранулирующего агрегата по схеме на рис. 3.3 расплавленная масса полимера, для выравнивания потоков, рассекателем направляется в конусный кольцевой конвергентный канал. Откуда перерабатываемый материал непосредственно подается в формующие каналы, размещенные в фильере, и дальше выдавливается в охлаждающую камеру в виде цилиндрических стержней, где вращается ножевая головка. Ножи, размещенные в ножевой головке, в соответствии с рис. 3.4, должны двигаться со скоростью, которая обеспечивает отрезание гранул необходимой длины. При этом скорость выдавливания гранул определяется производительностью экструдера. Таким образом, частота вращения ножевой головки должна синхронизироваться со скоростью вращения и геометрическими параметрами червяка.

Количество формующих отверстий в зависимости от производительности бывает в пределах $40 \div 2000$, при этом их оптимальный диаметр составляет $2,2 \div 3$ мм.

Во избежание застойных зон перед входом в формующие отверстия, входные отрезки последних выполнены конусными. Причем больший диаметр конуса выбирается таким образом, чтобы пересекающиеся стенки конусов образовывали на входе правильные шестигранники, как показано на рис. 3.5.

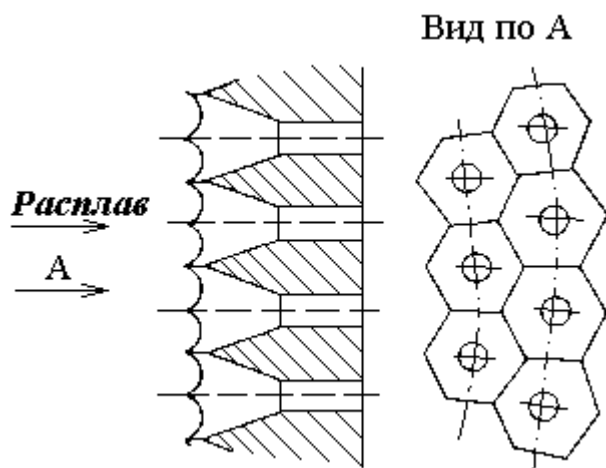


Рисунок 3.5 – Фильера гранулятора

Таким образом, внутренняя поверхность фильеры, направленная навстречу потоку расплава, имеет вид наподобие сот.

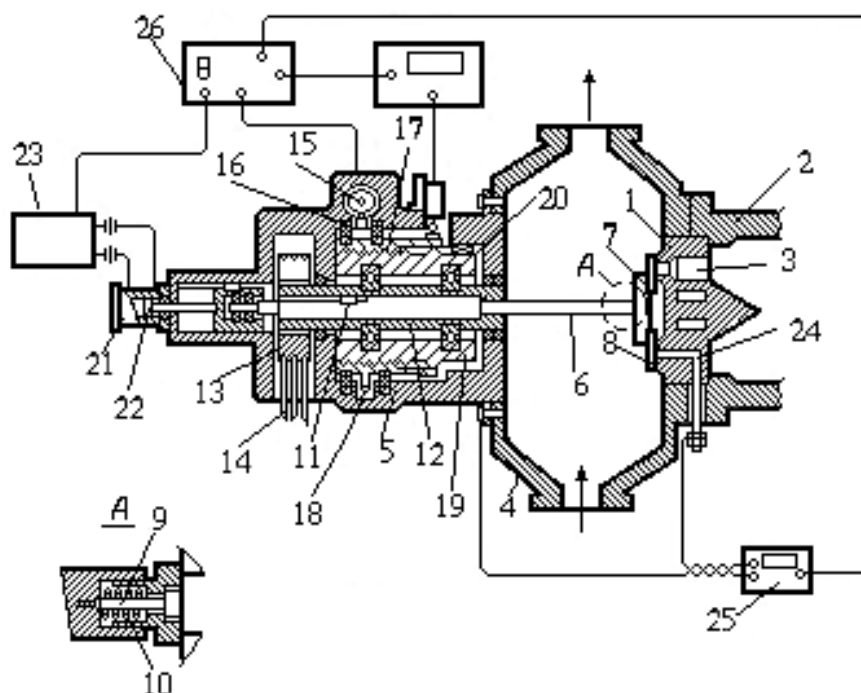
Как правило, при подведении ножевой головки к фильере существует два режима: быстрый (грубый) и медленный (тонкий). При тонком режиме необходимо обеспечить оптимальное усилие поджатия ножей к рабочей поверхности фильеры. С одной стороны большое усилие поджатия дает уверенность в том, что ножи будут постоянно находиться в контакте с фильерой и не возникнет режима смятия и размазывания полимерного материала по поверхности. Но с другой стороны большое усилие поджатия дает более интенсивный износ, как ножей, так и поверхности фильеры.

В связи с вышеуказанными факторами, одним из направлений модернизации грануляторов с горячей порезкой является конструктивное

оформление именно системы тонкого режима подведения ножевой головки к поверхности фильеры.

Конструктивное оформление системы горячего гранулирования с фиксацией ножей на фильерной решетке с помощью электрода с системой обратной связи изображено на рис. 3.6 [159].

В процессе работы изображенной на рис. 3.6 системы гранулирования быстрый подвод ножевой головки происходит от гидроцилиндра 21. Фиксация положения ножей 8 относительно рабочей поверхности фильеры 1 происходит при помощи электрода 24, сигнал от которого идет на регистрирующий элемент 25 и дальше на блок управления 26. При этом на некотором интервале усилие поджатия уравнивается пружиной 10. Если усилие поджатия ножей опустится до минимально возможного значения, то электрическая цепь в системе нож-электрод нарушится и через регистрирующий элемент в блок управления будет подан соответствующий сигнал. После чего подается сигнал на привод червячной передачи 15, которая является первым кольцом в системе тонкого регулирования ножевой головки. При вращении червячного колеса 18 происходит возвратно-поступательное движение втулки 19 вследствие наличия винтовой передачи, являющейся вторым кольцом в системе тонкого регулирования ножевой головки.



1 – фильера; 2 – корпус экструдера; 3 – питающие каналы; 4 – приемная камера; 5 – корпус узла подвода ножевой головки; 6 – приводной вал; 7 – ножевая головка; 8 – ножи; 9 – шток; 10 – пружина; 11 – шпонка; 12 – вращающая втулка; 13 – шкив; 14 – клиноременная передача; 15 – червячная передача; 16 – подшипники; 17 – винтовая передача; 18 – червячное колесо; 19 – втулка с винтовой нарезкой; 20 – подшипники; 21 – гидроцилиндр; 22 – поршень; 23 – гидросистема управления гидроцилиндром; 24 – электрод; 25 – регистрирующий элемент; 26 – блок управления

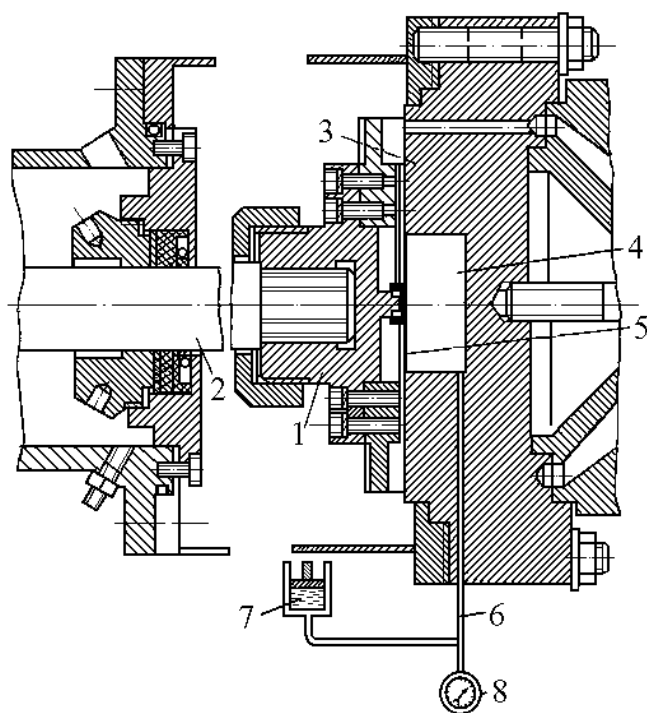
Рисунок 3.6 – Схема гранулирования с горячей порезкой и тонким регулированием поджатия ножей с помощью электрода с системой обратной связи

Таким образом, происходит поджатие ножей к поверхности фильеры за счет системы обратной связи: ножи – электрод – регистрирующий элемент – блок управления – червячная передача – винтовая передача – подшипники – приводной вал – ножевая головка – ножи. К недостаткам данной системы необходимо отнести тот факт, что контролировать положение ножей можно только при остановке процесса грануляции, иначе вода замкнет контакты и, независимо от величины усилия поджатия ножей к электроду, ток в электрической цепи будет определяться проводимостью воды в приемной камере.

Разработана конструкция системы фиксации ножей на фильерной решетке, которая устраняет выше упомянутый недостаток. Схема системы гранулирования с такой фиксацией ножей представлена на рис. 3.7 [160].

Перед пуском гранулятора, изображенного на рис. 3.7, следует выполнить его предварительную отладку, состоящую в определении ненагруженного контакта ножей и фильеры и фиксации этой нулевой точки по манометру 8.

Потом, отводя ножевую головку 1 и повышая давление в замкнутой полости 4 к моменту контакта центра мембраны с ножевой головкой, с помощью микрометрического индикатора выполняют тарировку манометра 8 под шкалу зазоров. Таким образом, предложенная система позволяет осуществлять пуск и функционирование гранулятора как с зазором, так и при отсутствии последнего.



1 – ножевая головка; 2 – приводной вал; 3 – фильера; 4 – замкнутая полость; 5 – мембрана; 6 – соединительная трубка; 7 – гидравлический пресс; 8 – манометр

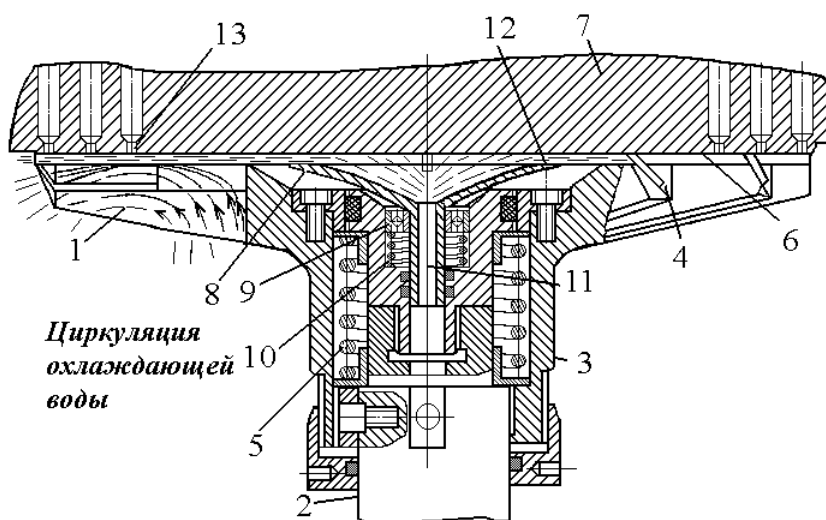
Рисунок 3.7 – Схема гранулирования с горячей порезкой и тонкой регулировкой поджатия ножей с помощью мембраны

Вследствие изнашивания ножей, что влияет на ухудшение качества гранул, ножевую головку подводят к фильере; при этом давление на мембрану

возрастает. Однако манометр будет показывать рост давления только до тех пор, пока ножи не прикоснутся к рабочей поверхности фильеры, после чего они начнут воспринимать нагрузки. Эта точка и является нулевой точкой. Повышая давление прессом 7 и отводя ножевую головку на такую величину, чтобы стрелка манометра 8 возвратилась на новую нулевую точку, можно снова установить любой необходимый зазор, величина которого определяется по отклонению стрелки манометра 8 от нулевой точки.

При работе грануляторов с горячей порезкой на фильере необходимо интенсивное охлаждение отрезанных гранул, требующих как можно более быстрой подачи гранул в охлаждающую среду, то есть непосредственно возле выходных отверстий в фильере. Однако, если вода будет попадать на рабочую поверхность фильеры, то она будет ее охлаждать, что может привести к закупориванию формующих отверстий и нарушению нормальной работы гранулирующего устройства. Во избежание переохлаждения гранул разработано много разного рода приспособлений.

Устройство для гранулирования термопластов с диффузором для подачи воздуха изображено на рис. 3.8 [161].



1 – охлаждающая среда; 2 – приводной вал; 3 – ножевая головка; 4 – ножи; 5 – пружина; 6 – рабочая поверхность фильеры; 7 – фильера; 8 – диффузор; 9 – подшипник; 10 – пружина; 11 – отверстие для подачи воздуха; 12 – радиальные втулки; 13 – формующие отверстия

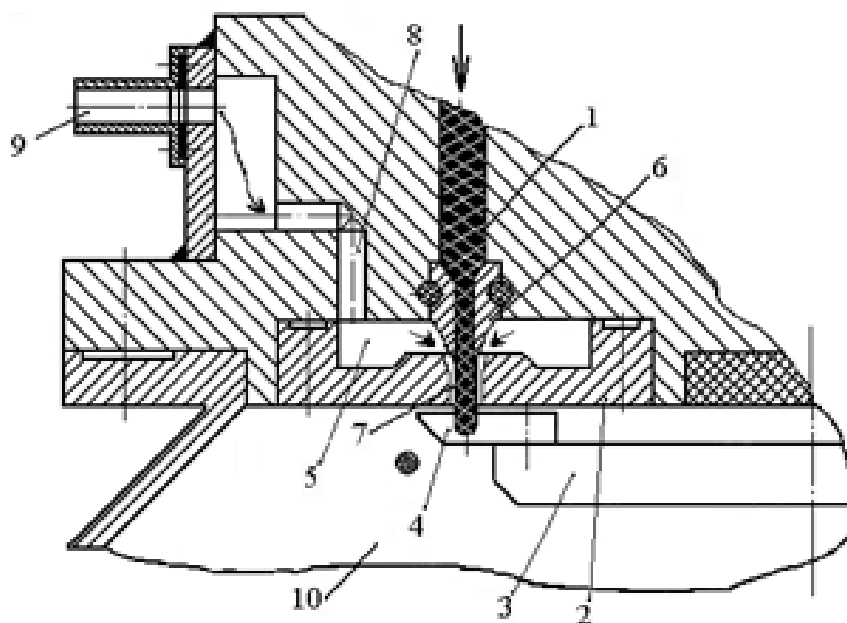
Рисунок 3.8 – Устройство для гранулирования термопластов с диффузором для подачи воздуха

Работа гранулятора на рис. 3.8 состоит в продавливании полимерного материала через формующие отверстия 13 с последующим срезанием порций материала ножами 4, размещенными в ножевой головке 3 и вращающимися в охлаждающей среде (воде). При этом через осевое отверстие 11 диффузора 8, который остается неподвижным при вращении приводного вала 2 с ножевой головкой 3, подается воздух, выходящий из узкой щели между диффузором 8 и рабочей поверхностью 6. Воздух оттесняет воду от плоскости фильеры и образует воздушную прослойку, которая мешает интенсивному охлаждению фильеры. При изнашивании ножей ножевая головка приближается

к фильере, а диффузор занимает постоянное положение вследствие наличия пружины 10.

Устройство для гранулирования полимеров с защитным экраном для предупреждения переохлаждения фильеры изображено на рис. 3.9 [162].

В процессе работы изображенного на рис. 3.9 устройства для гранулирования расплав полимера, выходя из формующих отверстий 6, проходит проходные отверстия 7, выполненные соосно с отверстиями 6, где он обволакивается паровой оболочкой и тянется ею к охлаждающей камере 10.



1 – фильера; 2 – защитный экран; 3 – ножевая головка; 4 – ножи; 5 – полость экрана; 6 – формующие отверстия фильеры; 7 – проходные отверстия защитного экрана; 8 – система каналов для подачи энергоносителя; 9 – входной патрубок; 10 – охлаждающая камера

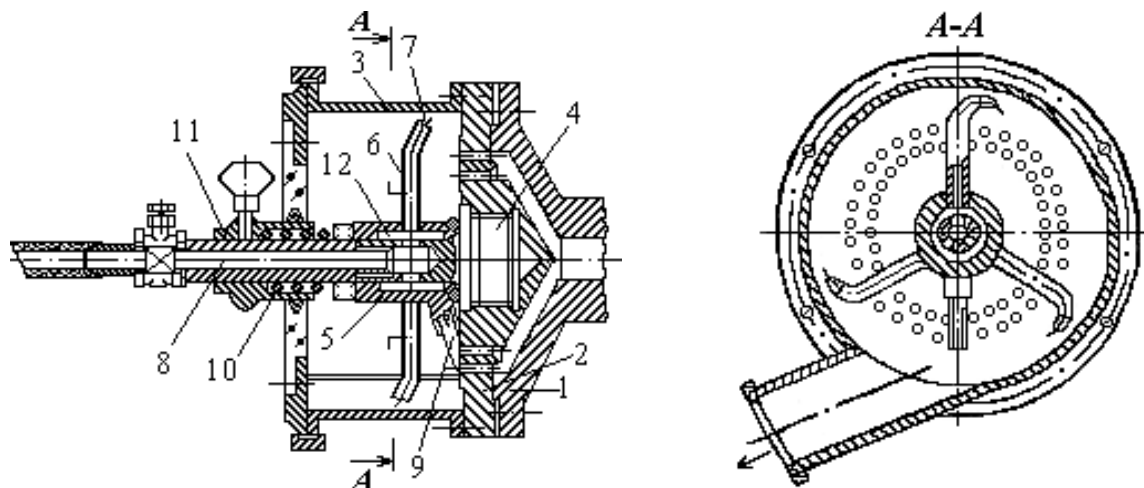
Рисунок 3.9 – Устройство для гранулирования с защитным экраном

При этом рабочая поверхность фильеры не имеет непосредственного контакта с водой в охлаждающей камере 10. Таким образом, происходит разделение основных функций фильеры, а именно, формования и гранулирования гранул. При этом формование гранул происходит на выходе из отверстий 6, а гранулирование – на выходе из отверстий 7.

Еще одна конструктивная разработка, позволяющая уменьшить переохлаждение фильеры, представлена на рис. 3.10 [163].

При работе устройства согласно с рис. 3.10 охлаждающую среду (воду или сжатый газ) под избыточным давлением подают в осевой канал 8. Далее вода через радиальные патрубки 6 подается в отогнутые концы 7 и вытекает в охлаждающую камеру, приводя во вращение ножевую головку с ножами 9. Ножи срезают стренги расплава, выходящие из фильеры 2. Создаваемый вращательный поток охлаждающей среды за счет реактивной силы потока, который вытекает из отогнутых концов 7, уносит срезанные гранулы, одновременно охлаждая их.

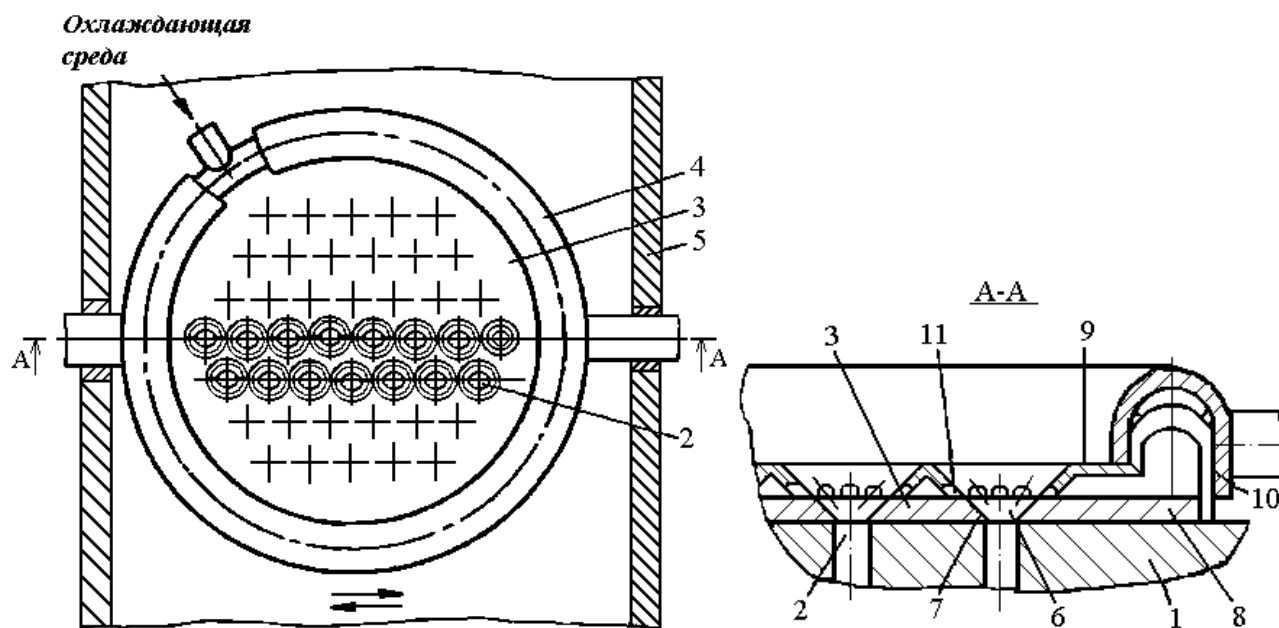
Регулирование скорости вращения ножевой головки осуществляют посредством изменения давления или расхода охлаждающей среды.



1 – корпус формирующей головки; 2 – фильера; 3 – охлаждающая камера; 4 – вал; 5 – втулка; 6 – радиальные патрубки; 7 – отогнутые концы; 8 – осевой канал; 9 – ножи; 10 – пружина; 11 – узел регулирования поджатия ножей к рабочей поверхности фильеры; 12 – полость втулки

Рисунок 3.10 – Устройство для гранулирования с радиальными патрубками на ножевой головке

Устройство для гранулирования с распределительным коллектором представлено на рис. 3.11 [164].



1 – фильера; 2 – формирующие отверстия; 3 – режущий диск; 4 – рама; 5 – кожух; 6 – конусные отверстия; 7 – режущая кромка; 8 – охлаждающий диск; 9 – распределительный коллектор; 10 – упругий элемент; 11 – каналы для энергоносителя

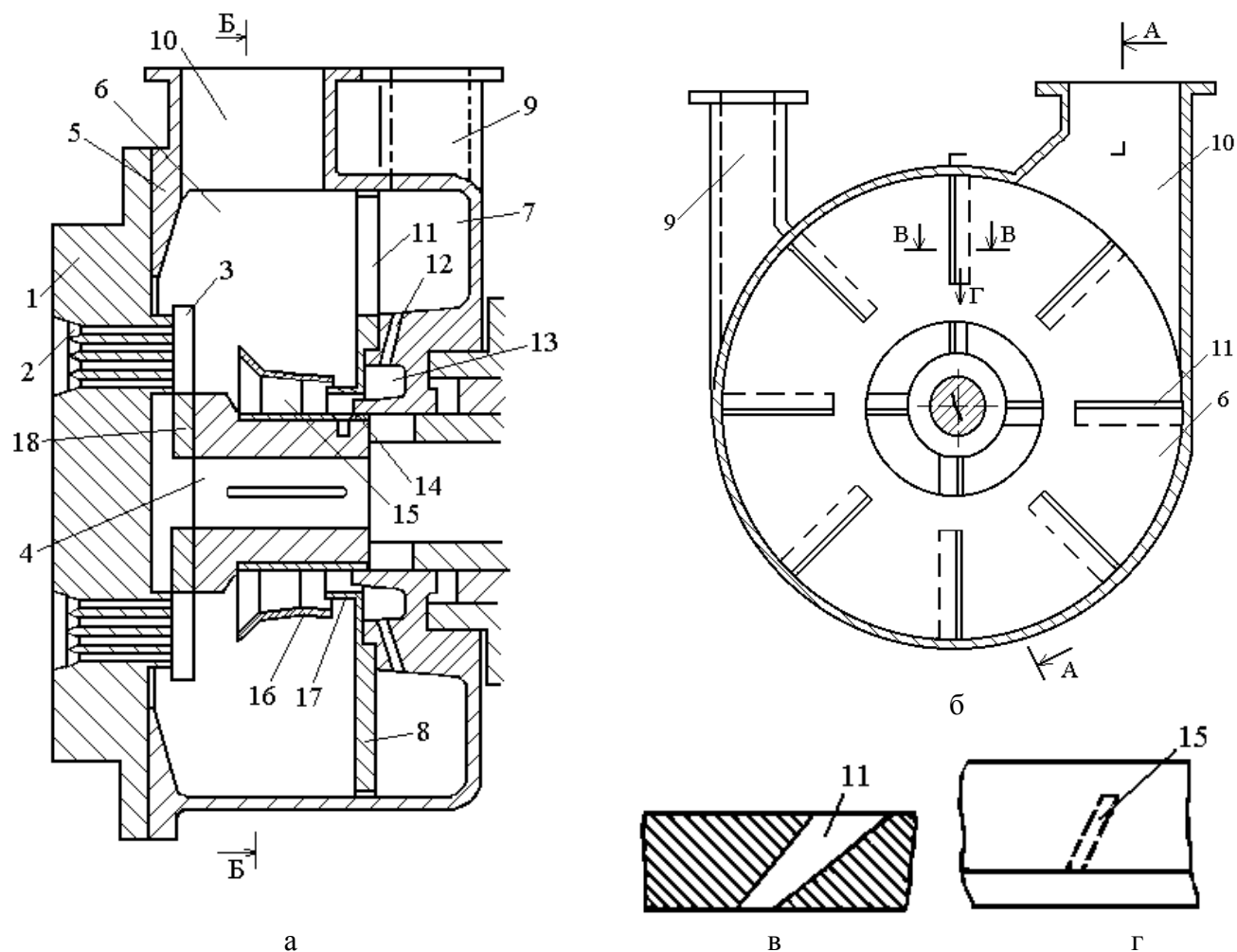
Рисунок 3.11 – Устройство для гранулирования с распределительным коллектором:

Работает устройство для гранулирования в соответствии с рис. 3.11 таким образом. При совпадении конусных отверстий 6 режущего диска 3 с формирующими отверстиями 2 фильеры 1 из них выдавливаются стренги перерабатываемого материала, поверхность которых орошается охлаждающей средой из каналов 11, подающейся под давлением из распределительного коллектора 9. Режущий диск осуществляет импульсные или непрерывные возвратно-поступательные перемещения вдоль поверхности фильеры 1, в

результате чего стренги разрезаются на гранулы режущими кромками. Срезанная гранула отделяется от поверхности фильеры с помощью конусных отверстий 6, которые выполнены под определенным углом к поверхности режущего инструмента.

Перемещение режущего инструмента происходит на величину шага между формующими отверстиями 2. Как только отверстия 6 займут новые положения, через них будут выдавливаться стренги перерабатываемого материала из других формующих отверстий 2. При обратном движении снова же так происходит отрезание гранул режущими кромками, но обратной стороной. Усилие поджатия режущего диска 3 к поверхности фильеры регулируется изменением давления рабочей среды, которое подается в тороидальную оболочку упругого элемента 10.

Устройство для гранулирования термопластов с двумя камерами для охлаждающей среды приведено на рис. 3.12 [165].



а – сечение А-А на рис. 3.12,б; б – сечение Б-Б на рис. 3.12,а; в – сечение В-В на рис. 3.12,б; г – вид Г на рис. 3.12,б:

1 – фильера; 2 – формующие отверстия; 3 – ножи; 4 – приводной вал; 5 – корпус; 6 – камера для приема гранулята; 7 – камера для подвода охлаждающей среды; 8 – перегородка; 9 – входной патрубок; 10 – выходной патрубок; 11 – наклонные шлицы; 12 – соединительные каналы; 13 – кольцевидная распределительная камера; 14 – лопасть венец; 15 – направляющие лопасти; 16 – торцовый выступ; 17 – кольцевой штуцер; 18 – ножевая головка

Рисунок 3.12 – Устройство для гранулирования термопластов с двумя камерами для охлаждающей среды

После выхода стренг перерабатываемого материала из формующих отверстий 2 они разрезаются ножами 3 на гранулы, которые отводятся во вращающийся поток охлаждающей среды и дальше транспортируются через выходной патрубок 10.

Вследствие аэрогидродинамической конструкции ножевой головки 18 и внешнего кольца лопастного венца 14, охлаждающая среда, проходящая через лопасти 15, не попадает непосредственно на рабочую поверхность фильеры 1, что не приводит к переохлаждению последней, таким образом, устраняя режим закупоривания формующих каналов.

Работа устройства по рис. 3.12 включает следующие этапы. Охлаждающая среда, как правило, вода, подается через входной патрубок 9 в камеру 7, где разделяется на две части. Большая часть направляется через шлицы 11, а меньшая – через каналы 12, распределительную камеру 13 и лопастной венец 14 в камеру для приема гранулята 6.

Вследствие значительного перепада давления между камерами 6 и 7 и определенного отношения проходной площади шлицев 11 к площади проекции камеры 7 на плоскость перегородки 8, охлаждающая среда поступает в камеру 6 за малый промежуток времени.

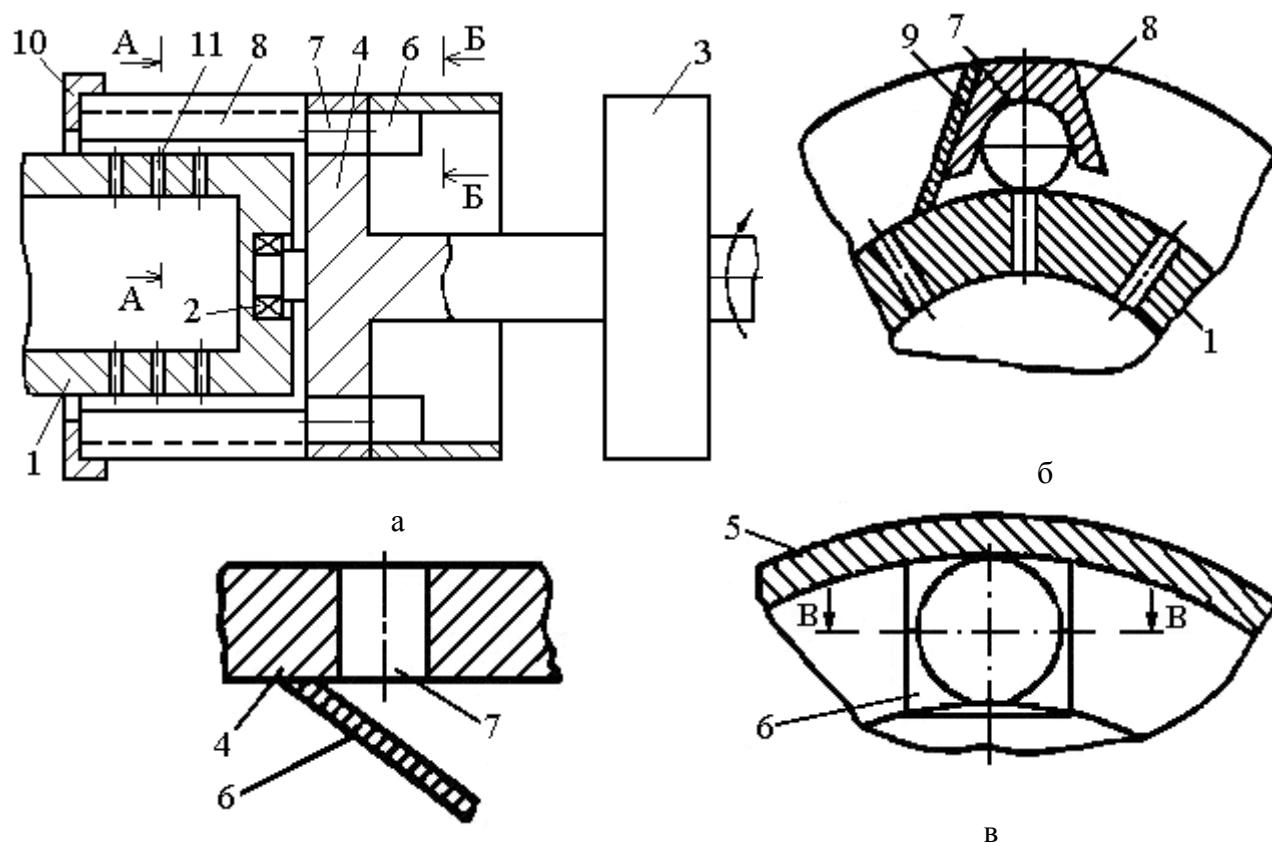
Благодаря наклонному выполнению шлицев 11 относительно направления вращения ω ножевой головки 18 и направляющим лопастям 15, которые смонтированы под таким же углом, охлаждающая среда вращается также в данном направлении.

Кроме фильеры с плоской рабочей поверхностью, сделаны также гранулирующие устройства с фильерой, которая имеет цилиндрические рабочие поверхности.

Гранулирующее устройство с цилиндрической фильерой представлено на рис. 3.13 [166].

В процессе работы стренги перерабатываемого материала выдавливаются через формующие каналы 11. При вращении диска 4 ножи 8 своими лезвиями 9 отрезают гранулы. Струя воздуха, входящего в защитный кожух 5, воздушно заборными лопастями 6 направляется в отверстия 7 диска 4. Входя во внутреннюю полость ножей 8, ограниченной на торцевой поверхности диска 10, воздух имеет возможность выйти через зазор между фильерой 1 и ножами 8, что устраняет появление циркуляционных струй, которые оказывают содействие заносу гранул полимера во внутренние полости ножей 8.

Выход воздуха из полостей ножей 8 приводит к появлению воздушных струй, которые совпадают с направлением центростремительной силы, в результате чего задержка частичек в воздушных завихрениях за ножами 8 устраняется и уменьшается возможность слипания полученных гранул с образованием больших по размерам частичек.



а – общий вид; б – сечение А-А на рис. 3.13,а; в – сечение Б-Б на рис. 3.13,а; г – сечение В-В на рис.3.13,в:

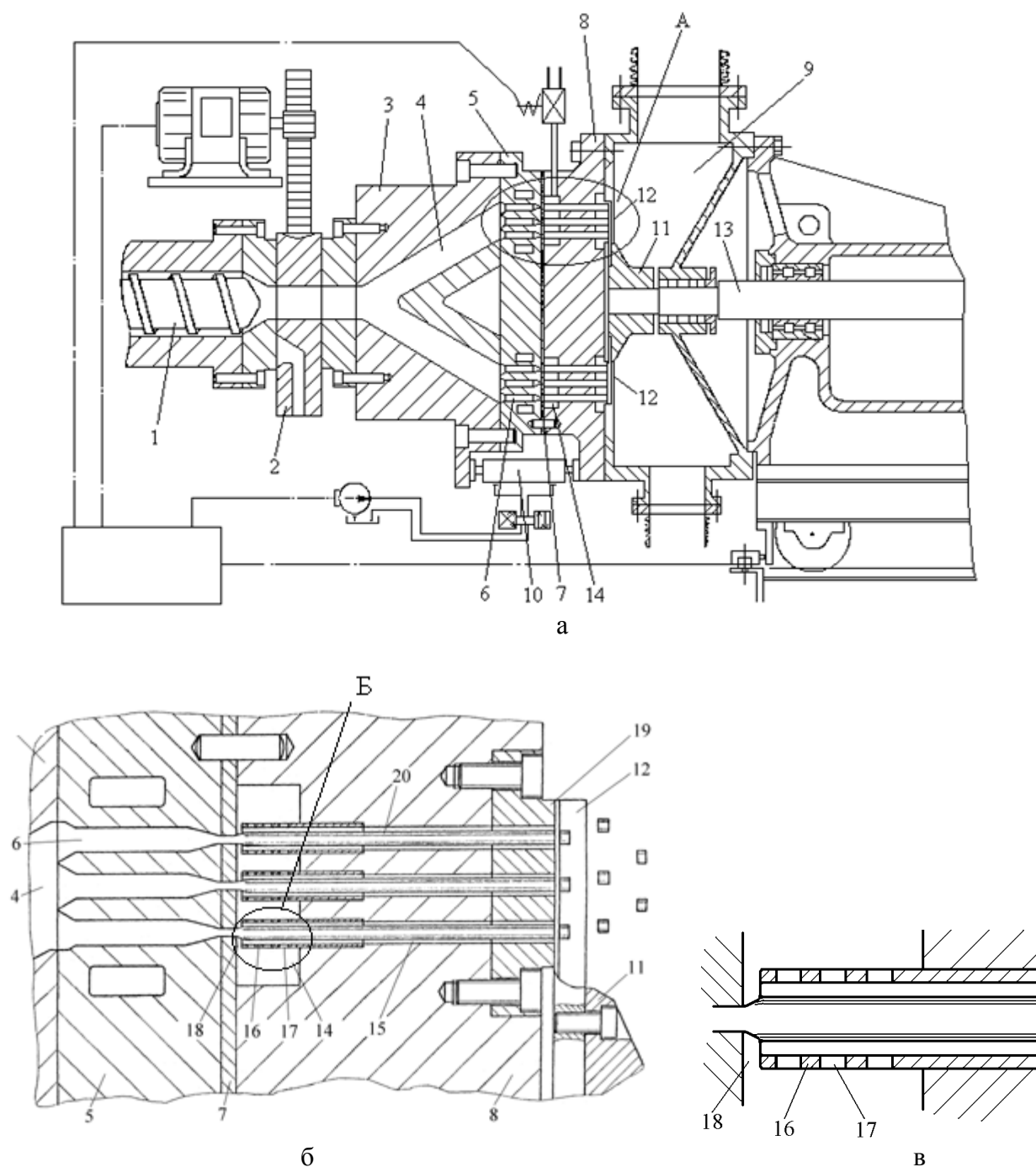
1 – цилиндрическая фильера; 2 – подшипник; 3 – опора; 4 – диск; 5 – защитный кожух; 6 – воздушно заборные лопасти; 7 – соединительные отверстия; 8 – ножи; 9 – лезвия; 10 – диск для увеличения жесткости; 11 – формующие каналы

Рисунок 3.13 – Гранулирующее устройство с цилиндрической фильерой

На рис. 3.14 изображено устройство для гранулирования полимерных материалов, содержащее дополнительную охлаждающую плиту, и соединяет в себе элементы двух систем гранулирования, как с холодной порезкой стренг, так и с горячей порезкой на фильерной решетке [167].

Работает устройство для гранулирования таким образом. Подготовленный полимерный материал червячным экструдером 1 через переходную плиту 2 подается в подводный канал 4 формующей головки 3. Далее расплав равномерно заполняет формующие каналы 6 в фильере 5, откуда он выдавливается через отверстия в изоляционной прокладке 7 в охлаждающую полость 14, где размещены направляющие втулки 16.

После выхода полимерной стренги 20 из отверстий изоляционной прокладки 7 она сразу же попадает в пространственно ограниченный поток охлаждающей жидкости, скорость которой превышает скорость подачи стренги. Этот поток равномерно охлаждает полимерную стренгу и подает ее через охлаждающие каналы 15, расположенные в охлаждающей плите 8, в зону режущих ножей 12. Транспортирующая жидкость, как правило, вода окружает полимерную стренгу и охлаждает ее настолько, чтобы перерабатываемый материал достигал оптимальной температуры резания.



а – общий вид; б – выноска А на общем виде; в – выноска Б на рис. 3.14,б:

1 – червячный экструдер; 2 – переходная плита; 3 – формующая головка; 4 – подводящий канал; 5 – фильера; 6 – формующие каналы; 7 – изоляционная прокладка; 8 – охлаждающая плита; 9 – охлаждающая камера; 10 – гидросистема; 11 – ножевая головка; 12 – ножи; 13 – приводной вал; 14 – охлаждающая полость; 15 – охлаждающие каналы; 16 – направляющие втулки; 17 – входные отверстия; 18 – кольцевой зазор; 19 – износостойчивая вставка; 20 – полимерная стренга

Рисунок 3.14 – Устройство для гранулирования полимерных материалов с дополнительной охлаждающей плитой

Степень охлаждения определяется температурой и скоростью потока воды, которая заходит в направляющие втулки 16 как через кольцевой зазор 18, так и через входные отверстия 17, радиально просверленные в направляющих втулках 16 на участке охлаждающей полости 14.

Струи воды через отверстия 17 позволяют центрировать полимерную стренгу 20 в охлаждающих каналах 15. Таким образом, структура узла охлаждающей плиты является многофункциональной, обеспечивающей не только надежное отделение зоны горячего формования от охлаждающей жидкости, которая протекает в камере 9, но и создает направленное движение охлаждающей стренги через плиту 8 в камеру 9.

Между фильерой 5 и охлаждающей плитой 8 установлена изоляционная прокладка 7, которая закрывает торцовые поверхности обеих плит таким образом, что только отверстия для прохождения полимерной стренги остаются открытыми.

Прокладка 7 должна сдерживать процессы теплопередачи от поверхности фильеры к охлаждающей полости 14, чтобы не возникало переохлаждение формующих отверстий 6 и затвердевания в них полимерного материала. Вследствие чего материал прокладок 7 должен иметь соответствующие теплоизоляционные характеристики и в то же время быть изнosoустойчивым, например, изготовленный из оксида циркония, фенилона и т.п.

Охлажденная полимерная стренга отрезается ножами 12 после выхода с охлаждающих каналов 15 плиты 8. При этом нет необходимости подводить ножи вплотную к торцовой поверхности вставки 19. Процесс резания при максимально возможном зазоре существенным образом повышает долговечность ножей 12.

Гидросистема 10 предназначена для отвода охлаждающей плиты 8 от фильеры 5 перед пуском гранулирующего устройства.

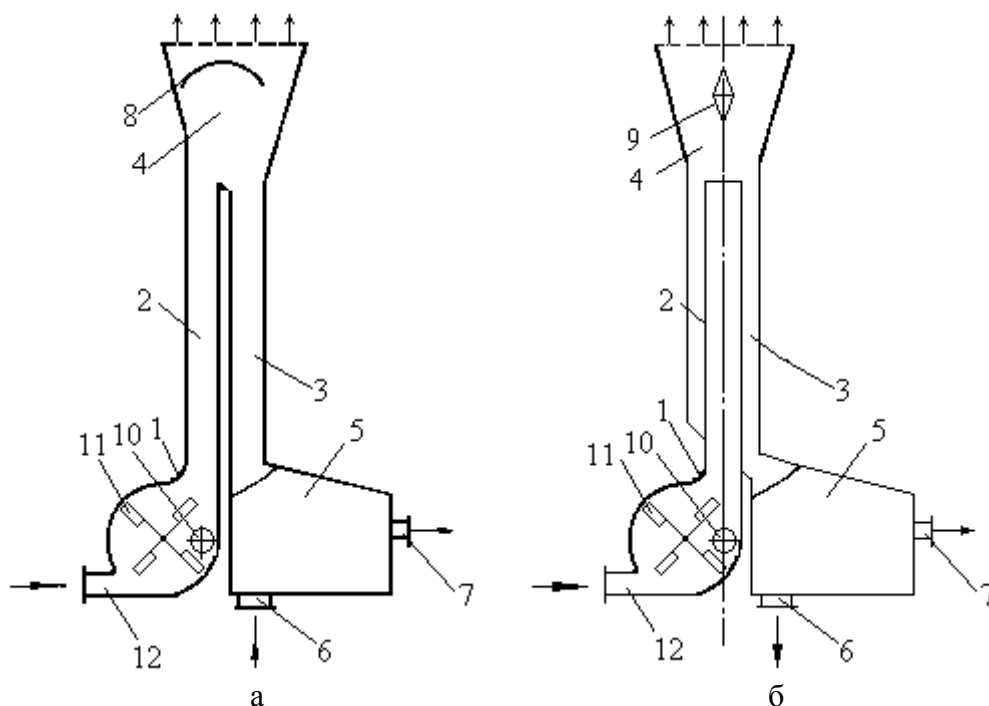
Все рассмотренные выше системы гранулирования с горячей порезкой на фильере имеют охлаждающую камеру, где происходит охлаждение гранул энергоносителем, который находится, как правило, в жидком состоянии (в большинстве случаев используют воду). Но охлаждение гранул может также осуществляться воздухом и воздушно-водяной смесью.

Предпочтение охлаждения воздухом состоит в том, что не надо тратить энергетические ресурсы на сушку гранул от воды. К недостаткам использования в качестве охлаждающей среды воздуха следует отнести низкую теплоотдачу между полимером и воздухом, что связано с большим временем на проведение процесса охлаждения. Для устранения эффекта прилипания гранул между собою с образованием агломератов больших размеров, процесс охлаждения воздухом проводят в псевдоожигенном слое. Одна из таких конструкций изображена на рис. 3.15. Данная конструкция может иметь два варианта размещения подъемной и спускной труб: параллельное и концентрическое [168].

В процессе работы устройства для гранулирования на рис. 3.15 охлаждающую среду подают в гранулятор 1 и охладитель 5 через патрубки, соответственно, 12 и 6. Нагретый до вязко-текучего состояния полимерный материал продавливается через фильеру 10 и разрезается на гранулы ножами 11, которые вращаются относительно своей оси. Из гранулятора отрезанные гранулы подхватываются охлаждающей средой и направляются через подъемную трубу 2 в сепарационное пространство. Расширение сепарационного пространства 4 приводит к уменьшению скорости

охлаждающей среды и переходу гранул через вертикальную спускную трубу 3 в охладитель 5 псевдоожигенного слоя.

Охлажденные гранулы удаляются через патрубок 7. Наличие отбойной пластины 8 для схемы на рис. 3.15,а или отклоняющего конуса 9 для схемы на рис. 3.15,б в сепарационном пространстве 4 позволяет изменять направление движения гранул, выводя их из ядра потока охлаждающей среды в подъемной трубе, что дает возможность значительно уменьшить объем сепарационного пространства 4.



а – параллельное размещение подъемной и спускной труб; б – концентрическое размещение подъемной и спускной труб;

1 – гранулятор; 2 – подъемная труба; 3 – спускная труба; 4 – сепарационное пространство; 5 – охладитель псевдоожигенного слоя; 6 – патрубок ввода охлаждающей среды (воздуха); 7 – патрубок отвода охлажденных гранул; 8 – отбойная пластина; 9 – отклоняющий конус; 10 – фильера; 11 – ножи; 12 – патрубок ввода охлаждающей среды

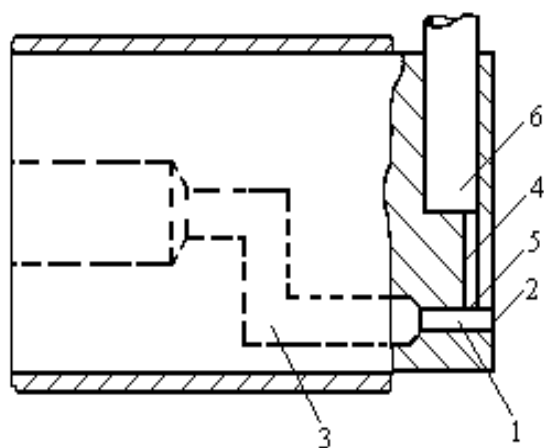
Рисунок 3.15 – Устройство для гранулирования полимерных материалов с использованием псевдоожигенного слоя для охлаждения гранул

В последние годы (начиная с восьмидесятых годов двадцатого столетия) начал развиваться новый способ гранулирования полимерных материалов, заключающийся в выталкивании гранул с помощью газообразного (как правило, сжатого воздуха) или жидкостного (как правило, воды) энергоносителя.

Одной из первых работ в данном направлении является патент Риччи и Катарелли [169]. Конструктивное исполнение данного способа получения гранул изображено на рис. 3.16. Следует отметить, что все элементы рабочего узла на рис. 3.16 находятся в стационарном положении, а формование гранул происходит вследствие давления, которым обладает воздух или вода. При этом подготовленный полимерный материал подается через питающий канал 3 в формующий канал 1. Подготовка материала может быть осуществлена на

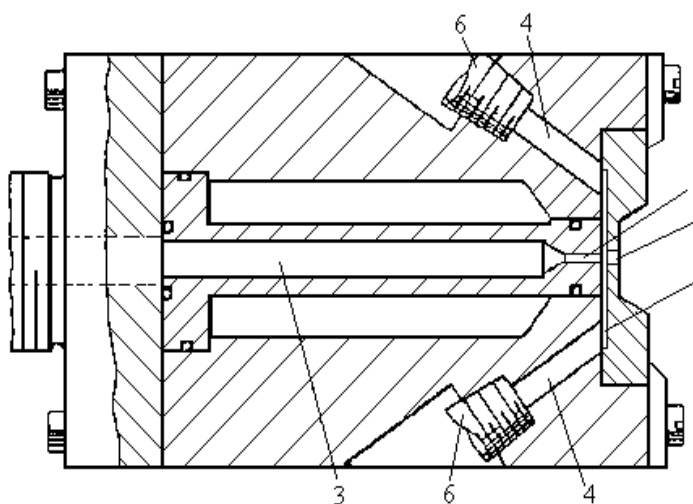
любом существующем оборудовании: прессах, термопластавтоматах, экструдерах и других агрегатах. В тот момент, когда полимерный материал приблизится к выходному отверстию 2, в канал высокого давления 4 через патрубок 6 подается сжатый воздух или вода при определенном давлении, за счет чего в зоне пережимного отверстия 5 происходит отделение конечной части полимерного материала и выталкивание ее из формующего канала. После чего давление в канале 4 сбрасывается и полимер снова полностью заполняет формующий канал 1. Далее цикл повторяется, то есть возрастает давление в канале 4, полимер отделяется и удаляется.

Один из вариантов данной схемы представлен на рис. 3.17. В данном случае основной отличительной особенностью конструктивного оформления является наличие кольцевого пережимного отверстия, что дает возможность отрезать гранулу одновременно по всей цилиндрической поверхности. Такая система, во-первых, ускоряет процесс гранулирования; во-вторых, улучшает качество формы гранул за счет того, что торцы гранулы принимают более четкий вид, а также уменьшается возможность появления так называемых "хвостов".



1 – формующий канал; 2 – выходное отверстие; 3 – питающий канал; 4 – канал высокого давления; 5 – пережимное отверстие; 6 – патрубок для подвода энергоносителя

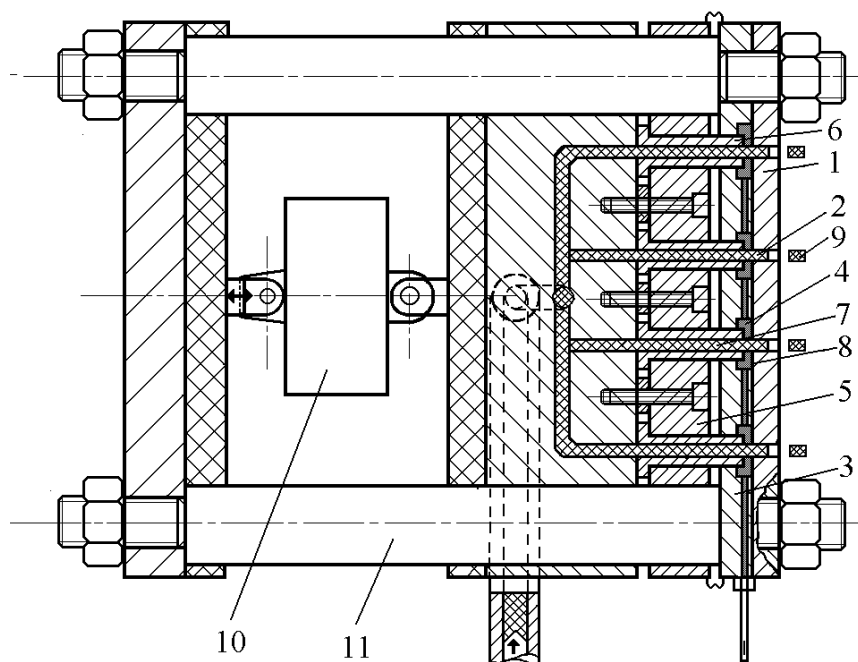
Рисунок 3.16 – Схема формования гранул по методу Риччи и Катарелли с пережимным отверстием



1 – формующий канал; 2 – выходное отверстие; 3 – питающий канал; 4 – каналы высокого давления; 5 – пережимное кольцевое пространство; 6 – патрубки для подвода энергоносителя

Рисунок 3.17 – Схема формования гранул по методу Риччи и Катарелли с пережимным кольцевым пространством

Некоторую модификацию конструктивного исполнения вышеприведенного способа выполнил в своей работе Михаэль Рейнгард [170]. Общая конструкция устройства в соответствии с последней работой приведена на рис. 3.18.



1 – фильера; 2 – формующие каналы; 3 – распределительная плита; 4 – полость высокого давления; 5 – опорная плита; 6 – патрубок для подвода материала; 7 – питающий канал; 8 – плоскость размыкания; 9 – гранула; 10 – привод; 11 – направляющие колонки

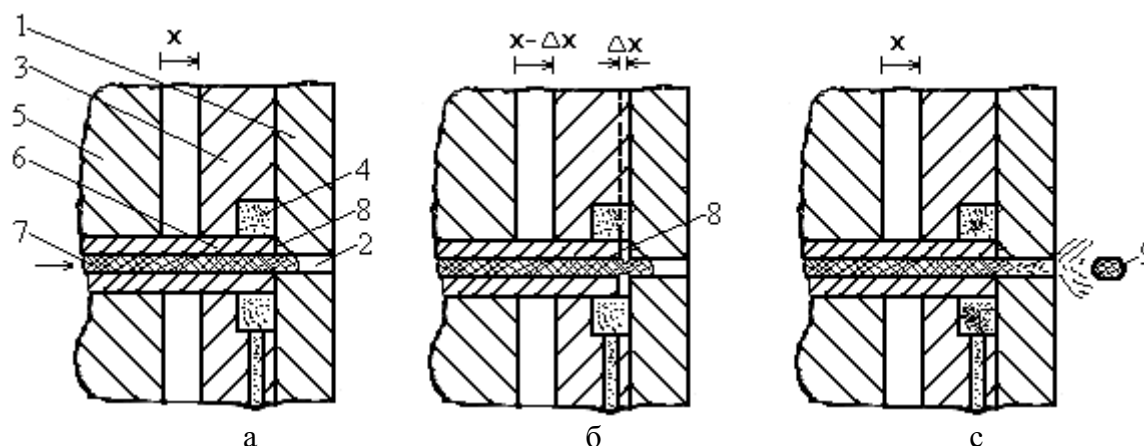
Рисунок 3.18 – Общий вид устройства для формования гранул согласно с разработкой Рейнгарда

Рабочий узел для данной схемы имеет уже кроме неподвижных элементов также и детали, которые осуществляют поступательное движение за счет привода 10. При возвратно-поступательном движении опорной плиты 5 с патрубками 6 для центрирования всех плит они установлены на направляющих колонках 11.

Схема работы гранулятора Рейнгарда на базе одной секции изображена на рис. 3.19 (обозначение соответствует рис. 3.18). В соответствии с рис. 3.19 расплавленная масса полимерного материала поступает через питающий канал 7, выполненный в патрубке 6. После заполнения перерабатываемым материалом определенного участка формующего канала, соответствующего длине гранул, опорная плита 5 вместе с патрубком 6 перемещается на расстояние Δx , размыкая плоскость размыкания 8 между торцовыми поверхностями патрубка 6 и фильеры 1, таким образом, открывая кольцевой канал между полостью высокого давления 4 и поверхностью полимерного материала.

В результате значительного перепада давления цилиндрическая поверхность расплава полимера сжимается и перерезается. На следующей стадии опорная плита 5 с патрубком 6 занимает свое начальное положение, замыкая плоскость размыкания 8. При этом воздух, находящийся между основной массой материала, которая размещена в питающем канале 7, и отрезанной частью материала, которая находится в формующем канале 2, за счет избыточного давления выталкивает материал из формующего канала 2 в виде гранулы 9. В качестве энергетического агента для удаления материала

может также служить и вода. При этом давление для выталкивания гранулы будет усиливаться за счет агрегатного перехода воды в пар.

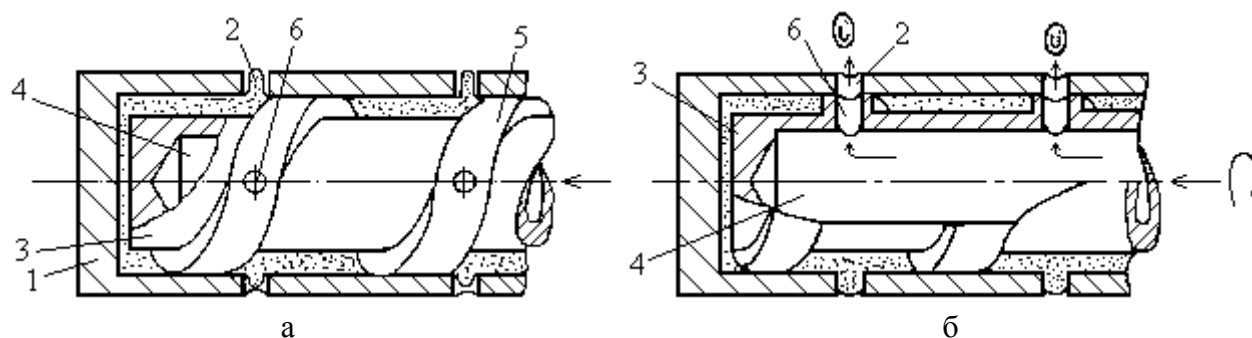


а – стадия заполнения формующего канала; б – стадия отделения порции материала; с – стадия выталкивания гранулы

Рисунок 3.19 – Схема работы гранулятора Рейнгарда

Разработана конструкция системы пневмогранулирования полимерных материалов на червячных экструдерах. Схема данной системы представлена на рис. 3.20 [171].

В процессе работы в соответствии с рис. 3.20 полимерный материал транспортируется винтовой нарезкой 5, создавая при этом определенное давление, за счет которого полимерный материал вдавливаясь в формующие отверстия 2. При перекрытии гребнями винтовой нарезки 5 формующих отверстий 2, подача материала в последние завершается. Последняя фаза цикла происходит при совмещении отверстий 2 и 6, в результате чего происходит выталкивание гранул сжатым воздухом, как показано на рис. 3.20,б. При этом следует заметить, что при удалении материала из формующих отверстий одного ряда, формующие отверстия остальных рядов заполняются перерабатываемым материалом (на рис. 3.20 показано два ряда формующих отверстий).



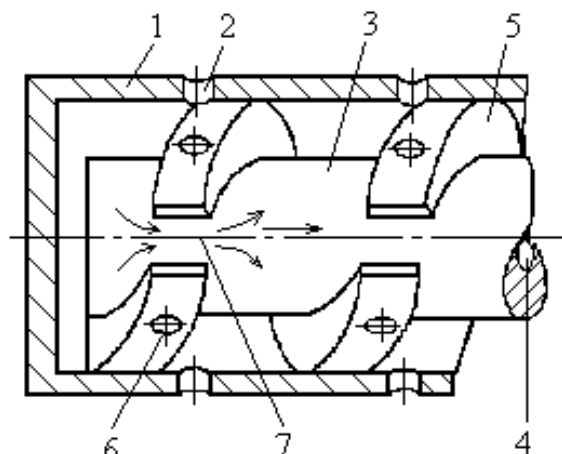
а – общий вид; б – фаза выталкивания;

1 – корпус; 2 – формующие отверстия; 3 – червяк; 4 – осевой канал; 5 – гребни винтовой нарезки; 6 – радиальные отверстия

Рисунок 3.20 – Система пневмогранулирования на базе червячного экструдера

Необходимо заметить, что в результате движения материала вдоль винтовой нарезки возникает перепад давления. Этот перепад приводит к разной

объемной скорости материала через формующие отверстия, которые размещены вдоль одного ряда. С целью уменьшения градиента давления в работе [172] предложено в гребнях нарезки выполнять продольные пазы, как показано на рис. 3.21.



1 – корпус; 2 – формующие отверстия; 3 – червяк; 4 – осевой канал; 5 – гребни винтовой нарезки; 6 – радиальные отверстия; 7 – продольный паз

Рисунок 3.21 – Система пневмогранулирования с продольными пазами в гребнях винтовой нарезки

Разработана конструкция гранулятора с пневмоформованием гранул, которая позволяет полностью избежать перепада давления в формующих отверстиях и, таким образом, уменьшить разброс в гранулометрическом составе продукта. Схема данной конструкции показана на рис. 3.22 [173].

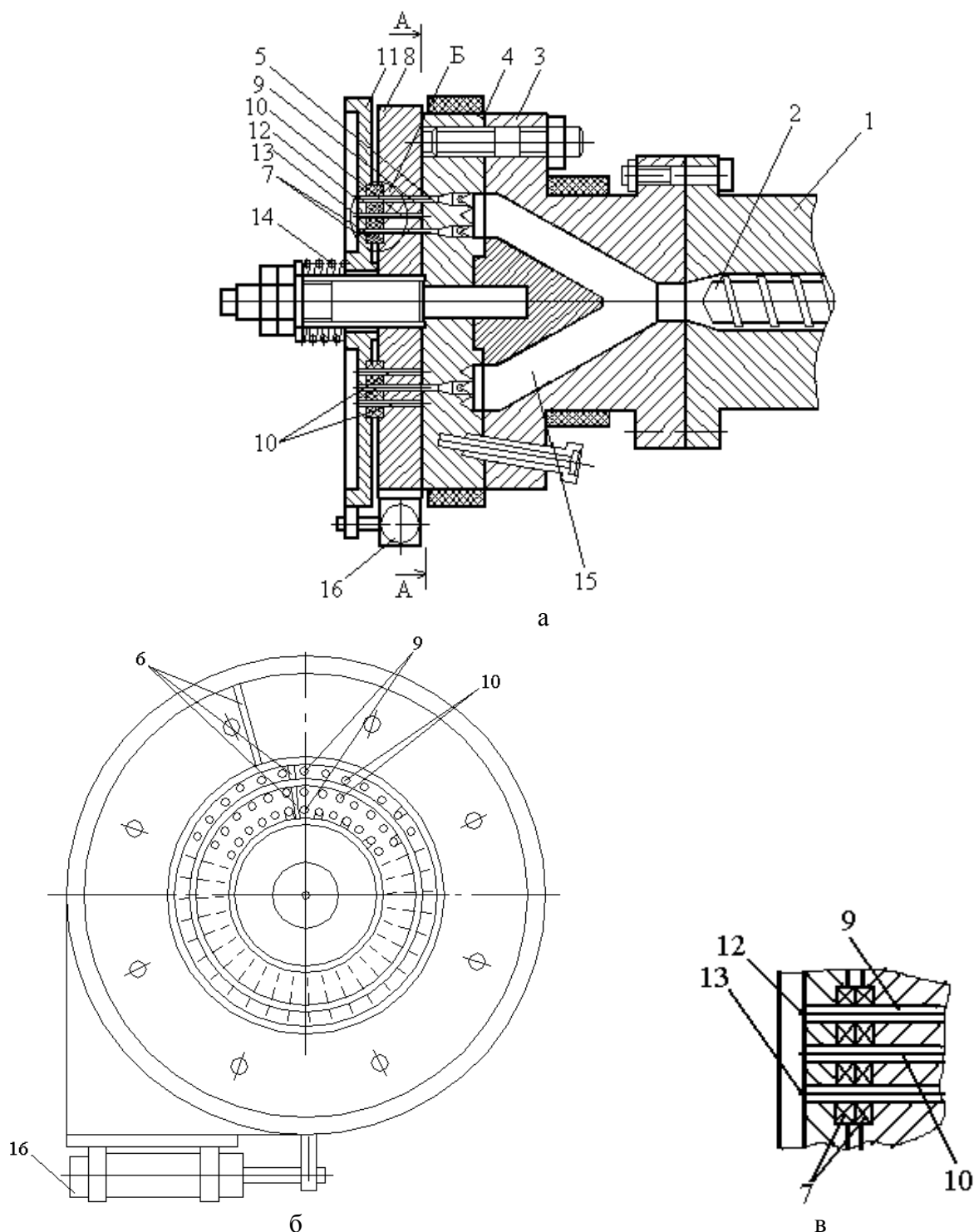
В процессе работы гранулятора в соответствии с рис. 3.22 экструдер 1 с помощью червяка 2 подает расплав полимера в рабочий объем 15 головки 3. Откуда через питающие каналы 5, размещенные в фильере 4, полимер поступает в переходные каналы 9, выполненные в неподвижном элементе 8. Последним отрезком пути расплава являются формующие отверстия 12 и 13, размещенные в поворотном фланце 11. В неподвижном элементе 8 выполнены также каналы для сжатого воздуха (радиальные 6 и осевые 10), предназначенные для удаления порций материала в виде гранул из формующих отверстий 12.

Следует отметить, что переходные каналы 9 и осевые каналы 10 для энергоносителя в неподвижных элементах 8 размещены поочередно по концентрическим кругам, как показано на рис. 3.22,б.

После заполнения расплавом полимера отверстий 12 в поворотном фланце 11, привод 16 поворачивает фланец относительно оси на определенный угол, который зависит от количества отверстий в концентрических кругах, в результате чего происходит отсечение порций материала в формующих отверстиях, определяющих длину гранул.

В результате поворота фланца 11 заполненные материалом отверстия 12 совмещаются с осевыми каналами 10 и происходит выталкивание материала в виде гранул цилиндрической формы. В это же время формующие отверстия 13 совмещаются с переходными каналами 9 и отверстия 13 начинают заполняться материалом. После заполнения отверстий 13 фланец 11 возвращается в

начальное положение. Пружина 14 предназначена для плотного поджатия фланца 11 к неподвижному элементу 8. Для уменьшения коэффициента трения при колебательном движении фланца 11 и увеличения износостойкости используются антифрикционные кольца 7.



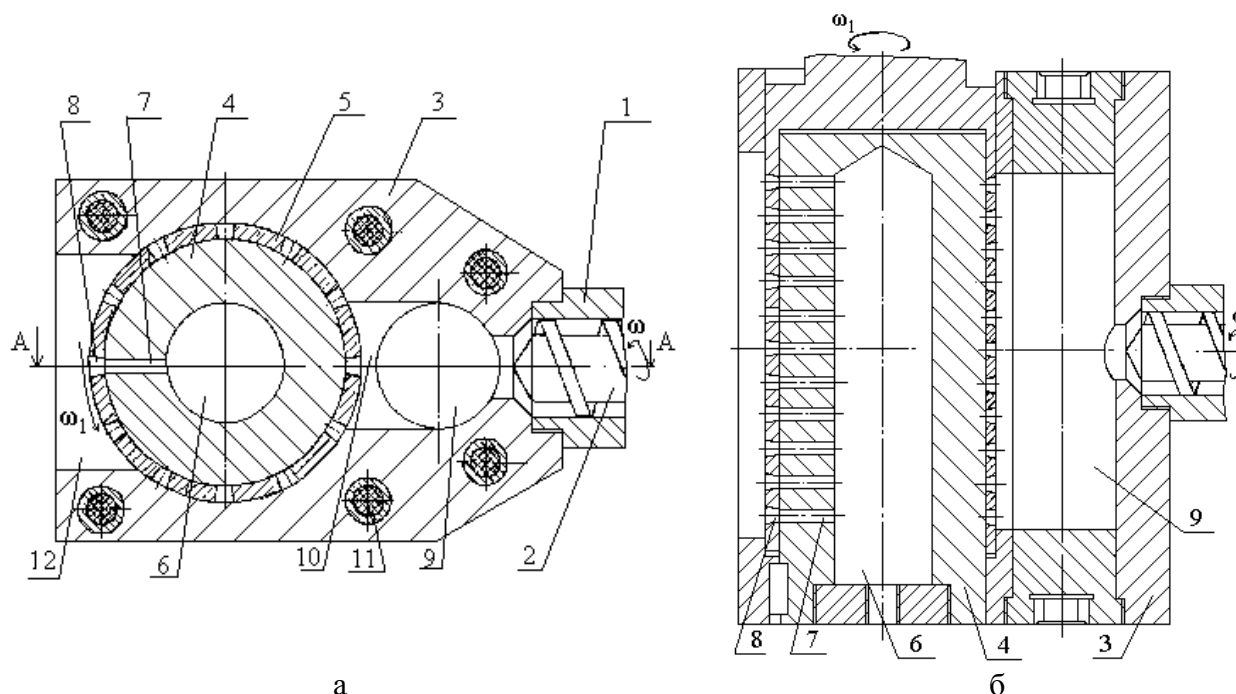
а – общий вид; б – разрез А-А; в – выноска Б:

1 – экструдер; 2 – червяк; 3 – головка; 4 – фильера; 5 – питающие каналы; 6 – радиальные каналы для сжатого воздуха; 7 – антифрикционные кольца; 8 – неподвижный элемент; 9 – переходные каналы; 10 – осевые каналы для сжатого воздуха; 11 – поворотный фланец; 12, 13 – формующие отверстия; 14 – пружина; 15 – рабочий объем головки; 16 – привод

Рисунок 3.22 – Гранулятор с концентрическим размещением формующих отверстий

Основным недостатком вышеприведенных конструкций для пневмоформования гранул является жесткие условия по согласованию работы систем нагнетания перерабатываемого материала, а также формования и выталкивания гранул. При незначительном нарушении такой согласованности появляется резкий разброс в гранулометрическом составе, а при значительном возрастании давления на входе в формующие отверстия расплав полимера может выйти за пределы последних и налипнуть на внешние поверхности гранулирующих устройств, что приводит к нарушению всего технологического процесса.

Устранение вышеупомянутых недостатков было осуществлено в работе [174], где были разъединены система нагнетания и формования гранул с системой выталкивания гранул. Конструкция данного агрегата представлена на рис. 3.23.



а – общий вид; б – разрез А-А:

1 – корпус экструдера; 2 – червяк; 3 – корпус гранулятора; 4 – мундштук; 5 – формующий элемент; 6 – осевая полость для подвода сжатого воздуха; 7 – радиальные каналы для сжатого воздуха; 8 – формующие отверстия; 9 – коллектор; 10 – питающий канал; 11 – нагреватели; 12 – внешняя среда

Рисунок 3.23 – Устройство для пневмоэкструзионного гранулирования полимеров с разделенными системами формования и выталкивания гранул

В процессе работы в соответствии с рис. 3.23 полимерный материал червяком 2, который вращается с угловой скоростью ω , подается сначала в коллектор 9, а потом через питающий канал 10 попадает на внешнюю поверхность формующего элемента 5 и заполняет формующие отверстия 8. Если последние выходят из зоны питающего канала 10, то порции расплава, которые находятся в формующих отверстиях, отсекаются внутренней поверхностью корпуса 3. В момент времени, когда внешняя поверхность

формирующих отверстий откроется и начнет контактировать с внешней средой 12, происходит предварительное охлаждение гранул. Кроме того, при значительной скорости ω_1 ротора возникают центробежные силы, которые стараются оторвать гранулы от поверхности формирующего канала, что позволяет уменьшить давление энергоносителя при выталкивании гранул в момент совпадения формирующих отверстий 8 с радиальными каналами 7 для подвода сжатого воздуха. В данной конструкции система формирования гранул, которая содержит питающий канал 10 и формирующие отверстия 8, не связана с внешней средой 12 и, таким образом, пульсации давления расплава не влияют на размеры гранул, которые при любых параметрах остаются постоянными.

Следует отметить, что последняя конструкция имеет два существенных недостатка.

Первый, связанный с тем, что возникают значительные потери материала вследствие увлечения его перфорированным ротором и выносу за границы формирующего канала через зазоры между внешней поверхностью ротора и внутренней поверхностью полости в корпусе.

Также необходимо учитывать, что снижение этих потерь путем простого уменьшения зазора между этими поверхностями к желательному результату не приведет, так как уменьшение зазора вызывает увеличение сил трения, которое приведет к интенсивному изнашиванию сопряженных поверхностей и, как следствие, снова же таки – к увеличению зазора.

Второй недостаток вызван появлением значительных энергозатрат, которые расходуются на перемещение полимерного материала в формирующих отверстиях вращающегося ротора на значительное расстояние от зоны заполнения к зоне выталкивания, вследствие трения полимерного материала по двум неподвижным поверхностям, а именно, корпуса и мундштука.

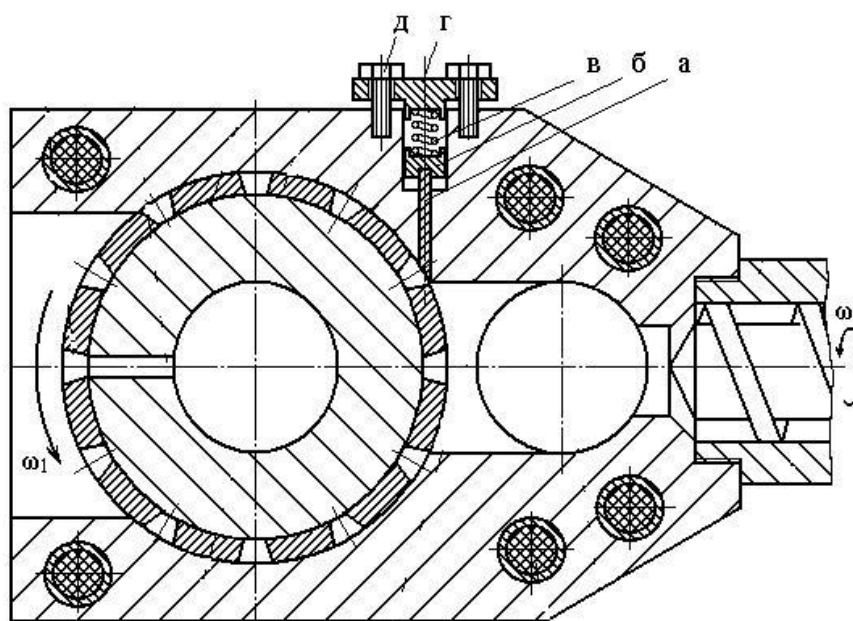
Первый недостаток устранен в конструкции, предложенной в патенте [175], за счет того, что в корпусе, на границе формирующего канала, вдоль всей рабочей длины перфорированного ротора со стороны выхода его из рабочей полости установлен уплотняющий ножевой элемент с системой поджима к внешней поверхности перфорированного ротора. Кроме того, на поверхности полости за пределами формирующего канала выполнены винтовые нарезки, причем по разные стороны формирующего канала винтовые нарезки имеют разное направление в зависимости от вращения перфорированного ротора. Данная конструкция приведена на рис. 3.24.

Устранение второго недостатка достигнуто за счет выполнения в роторе периферийных осевых полостей, количество которых совпадает с количеством рядов формирующих отверстий. При этом в периферийных осевых полостях установлены плунжеры с возможностью осевого перемещения, в которых выполнены радиальные соединительные отверстия [176]. Последняя конструкция представлена на рис. 3.25.

Следует отметить, что на рис. 3.24 показаны только дополнительные элементы. Что же касается базовых элементов, то они остаются такими же, как и на рис. 3.23.

Устройство за рис. 3.25 работает таким образом. Расплав полимерного материала с помощью червяка, который вращается с частотой ω , подается через

коллектор 17 и формирующий канал 18 к внешней поверхности ротора 1, вращающийся с частотой ω_1 .



а – уплотняющий ножевой элемент; б – ножевой держатель; в – пружина; г – нажимная планка; д – регулировочные болты

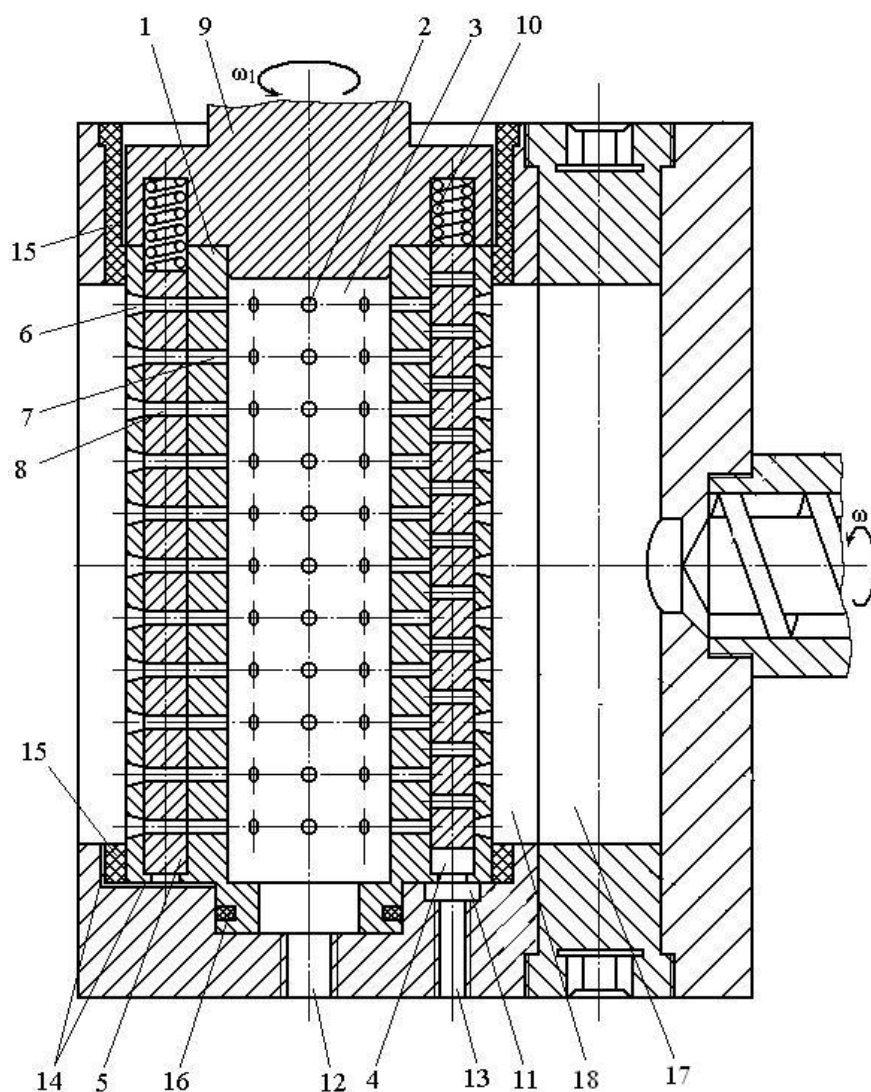
Рисунок 3.24 – Устройство для пневмоэкструзионного гранулирования полимеров с уплотняющими ножевыми элементами

За счет давления, создаваемого в формирующем канале 18, материал заполняет формирующие отверстия 6. В этот момент, за счет подвода сжатого воздуха через отверстие 13 в полукольцевую проточку 11, плунжеры 5 преодолевают усилие пружины 10 и прижимаются к приводному валу 9, разъединяя, таким образом, формирующие отверстия 6 с соединительными отверстиями 8.

Когда формирующие отверстия 6 выходят из зоны формирующего канала 18, полимерный материал отсекается внутренней поверхностью корпуса.

При вращении ротора наступает такой период, который отвечает выходу полости 4 из зоны действия полукольцевой проточки 11. Этот период цикла вращения ротора также совпадает с моментом выхода внешней поверхности ротора 1 из полости корпуса.

В этот момент остатки сжатого воздуха отводятся через пазы 14, тем самым, снижая давление до атмосферного. При этом за счет усилия от пружины плунжер 5 перемещается в обратном направлении, соединяя все три типа радиальных отверстий, а именно, формовочные отверстия 6, отверстия 7, соединительные отверстия 8 с осевой центральной пустотой 3, где всегда находится сжатый воздух под определенным давлением. В этот момент и происходит выталкивание порций материала.



1 – вращающийся ротор; 2 – радиальные отверстия; 3 – центральная пустота; 4 – периферийные осевые пустоты; 5 – плунжеры; 6 – формовочные отверстия; 7 – выжимные отверстия; 8 – соединительные отверстия; 9 – приводной вал; 10 – пружины; 11 – полукольцевая проточка; 12, 13 – отверстия для подведения сжатого воздуха; 14 – пазы; 15 – подшипники скольжения; 16 – уплотняющий элемент; 17 – коллектор; 18 – формовочный канал

Рисунок 3.25 – Устройство для пневмоэкструзионного гранулирования полимеров с периферийными осевыми пустотами и установленными в них плунжерами

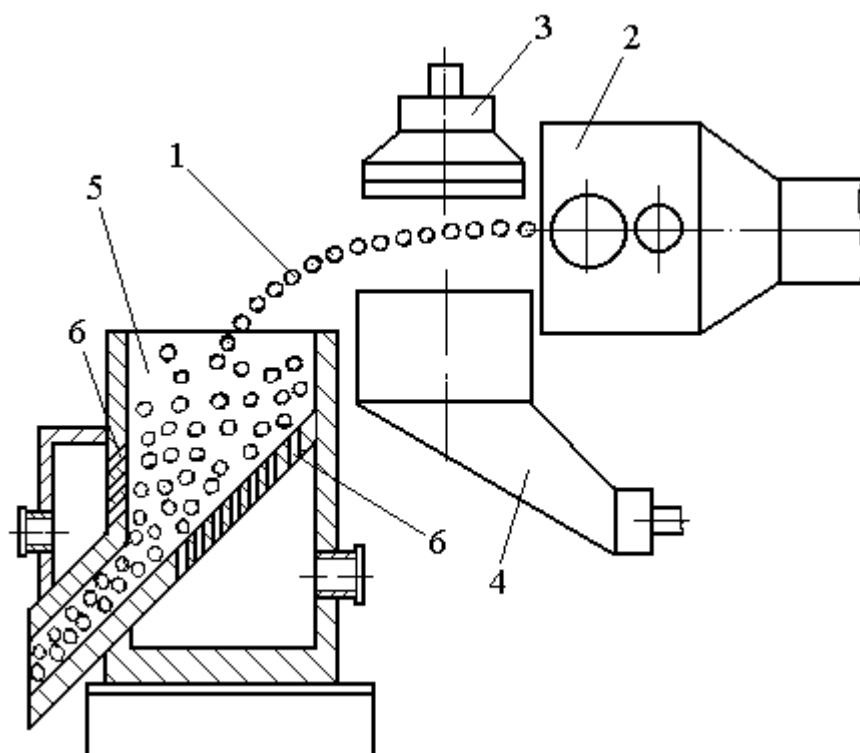
При дальнейшем вращении ротора, пустота 4 выходит из зоны действия пазов 14 и входит в зону действия проточки 11, в результате чего плунжер снова отесняется к приводному валу 9 и цикл повторяется.

3.2 Моделирование динамических параметров

Технологический процесс гранулирования полимерных материалов занимает весомое место в технологической цепочке при получении и переработке полимерных материалов. Из анализа современного состояния проблем гранулирования полимерных материалов, который был выполнен в предыдущем разделе, видно, что наибольшее применение в промышленности нашли две схемы систем гранулирования: первая – с холодным резанием стренг из полимерного материала; вторая – с горячим резанием на фильерной решетке в охлаждающей среде. Вместе с этими системами в последние тридцать лет, как видно из патентного обзора, начал развиваться новый способ гранулирования полимерных материалов, который состоит в выталкивании гранул с помощью сжатого воздуха или воды. Для такого способа гранулирования разрабатываются специальные приемные устройства. В качестве такого

приемного устройства гранул для системы, представленной на рис. 3.20, можно использовать устройство в виде вращающегося водного кольца. Что же касается пневмоэкструзионной системы в соответствии с рис. 3.23, то в данном случае можно использовать любое приемное устройство; от обычной водной ванны охлаждения с дальнейшей сушкой в разных сушилках, до использования аппаратов с псевдоожиженным слоем. Причем в последнем случае можно регулировать скорость падения гранул в зависимости от их скорости охлаждения. Кроме того, процесс охлаждения можно вести при определенных параметрах прямотока (за счет гранул) и противотока (за счет теплоносителя).

В качестве теплоносителя может быть использована как вода, так и воздух или их смесь. Одна из схем охлаждающего устройства показана на рис. 3.26 [177].



1 – гранулы; 2 – пневмоэкструзионное устройство; 3 – узел орошения; 4 – устройство для приема охлаждающего агента; 5 – бункер; 6 – отверстия

Рисунок 3.26 – Схема охлаждающего устройства

Установка, представленная на рис. 3.26, функционирует следующим образом. После формования в пневмоэкструзионном устройстве 2, гранулы 1 перемещаются в пространстве интенсивного охлаждения, которое образуется между узлом орошения 3 и устройством 4 для приема охлаждающего агента, как пример, воды. В этом пространстве за счет конвективной теплоотдачи идет интенсивное охлаждение поверхностных слоев гранул. Далее материал попадает в бункер 5, где он окончательно охлаждается за счет потоков воздуха, которые выходят через отверстия 6, находящиеся на дне и корпусе бункера. Для создания необходимого аэродинамического режима подбирается соответствующее количество отверстий и их наклон к вертикальной оси бункера.

Если оси формирующих отверстий совпадают с горизонтальной плоскостью, то на выходе из пневмоэкструзионного устройства 2 гранулы

имеют только горизонтальную составляющую скорости V_x . По мере движения гранул к бункеру 5 появляется также и вертикальная составляющая скорости V_y за счет гравитационных сил. Причем, при приближении к бункеру V_x будет уменьшаться, а V_y – увеличиваться.

Движение гранул в пространстве бункера можно описать таким образом [178]

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \xi \cdot Fm \cdot (U_b - V) \cdot |U_b - V| - m \cdot g \cdot \sin(\alpha), \quad (3.1)$$

где V – вектор скорости движения гранул;

U_b – вектор скорости воздуха;

ρ – плотность материала гранул;

ξ – коэффициент аэродинамического сопротивления;

Fm – площадь миделевого сечения;

m – масса гранулы;

g – вектор ускорения свободного падения;

α – угол между направлением движения потока и действием силы веса (при вертикальном движении потока $\sin(\alpha) = 1$).

В случае подачи воздуха в вертикальном направлении (снизу вверх), движение материала в бункере 5 на рис. 3.26 можно представить, базируясь на уравнении (3.1), через такую систему уравнений

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{\rho \cdot \xi \cdot Fm}{2m} \cdot \left(\frac{dx}{dt} \right) \cdot \left| \frac{dx}{dt} \right|, \quad (3.2)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\rho \cdot \xi \cdot Fm}{2m} \cdot \left(U_b - \frac{dy}{dt} \right) \cdot \left| U_b - \frac{dy}{dt} \right| - g, \quad (3.3)$$

где $V_x = dx/dt$, $V_y = dy/dt$.

Коэффициент аэродинамического сопротивления ξ зависит от критерия Рейнольдса Re и для его определения предложено много выражений [178–180]. В соответствии с В.И. Муштаевым и В.М. Ульяновым можно записать [179]

$$\xi = K_1 \cdot K_2 \cdot \left(0,462 \cdot K_3 + \frac{30}{Re} \right), \quad (3.4)$$

где K_1 – коэффициент, учитывающий влияние плотности движения гранул (степени их концентрации) на характер обтекания;

K_2 – коэффициент, учитывающий влияние стенок бункера и режим обтекания;

K_3 – коэффициент, учитывающий влияние формы гранул.

Для коэффициентов K_1 , K_2 , K_3 можно записать такие выражения

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \varepsilon^{-4,75}, \\ K_2 &= M^{-2}, \\ K_3 &= 11 - \frac{10}{f}, \end{aligned} \right\}$$

где ε – порозность объема бункера, то есть относительный объем пустоты;

M – поправочный коэффициент, зависящий от отношения размеров гранул к размеру бункера и от режима обтекания;

f – коэффициент формы (справедливость формулы выполняется для $f = 1 \div 1,5$).

Для критерия Рейнольдса можно записать такое выражение

$$\text{Re} = \frac{\omega \cdot d_e \cdot \rho_b}{\mu_b},$$

где ω – относительная скорость движения гранулы;

d_e – эквивалентный диаметр гранулы (для сферы $d_e = d$);

ρ_b – плотность воздуха;

μ_b – динамическая вязкость воздуха.

Относительная скорость может быть представлена через такую зависимость

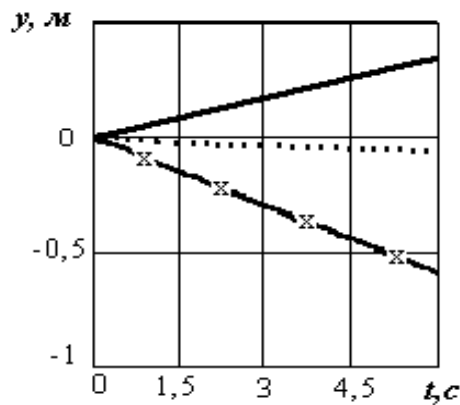
$$\omega = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(U_b - \frac{dy}{dt}\right)^2}.$$

Система уравнений (3.2) и (3.3) решалась с помощью пакета MathCAD при $K_1 = K_2 = 1$, $\varepsilon = 1$ для гранул в виде сферы.

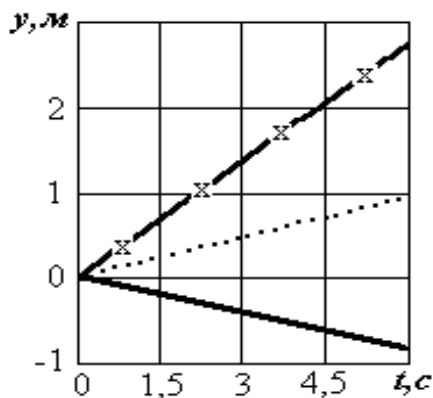
Решение динамических характеристик по формулам (3.2) и (3.3) приведено в приложении В.1, а именно в блоке САПР-13.

Зависимости для координаты y при разных значениях диаметра d и скоростях U_b представлены на рис. 3.27, а для скорости V_y на рис. 3.28.

Могут наблюдаться разные типы движения, а именно, нисходящий или восходящий в зависимости от скорости воздуха U_b и диаметра гранул d как видно из приведенных графиков. Регулируя режимы движения гранул в бункере, можно влиять и на процессы окончательного охлаждения гранул.



а

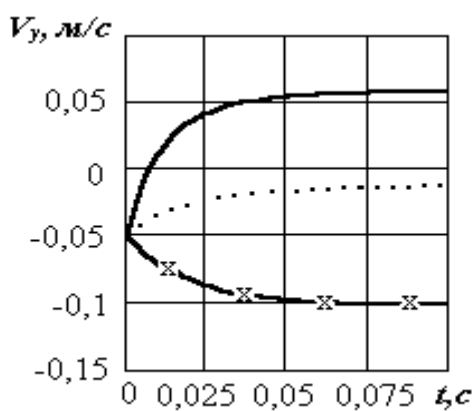


б

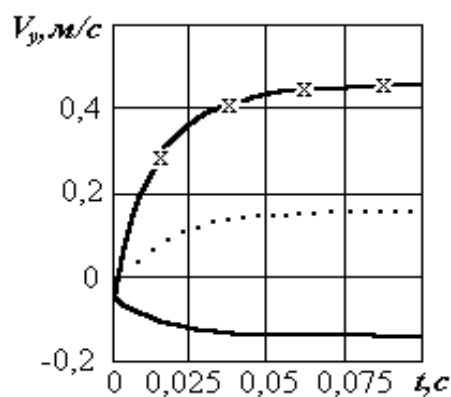
а – — — $d=3$ мм, $U_b=0,2$ м/с; — · — $d=5$ мм, $U_b=0,2$ м/с; — x — $d=8$ мм, $U_b=0,2$ м/с;

б – — — $d=6$ мм, $U_b=0,1$ м/с; — · — $d=6$ мм, $U_b=0,4$ м/с; — x — $d=6$ мм, $U_b=0,7$ м/с

Рисунок 3.27 – Зависимости для координаты y



а



б

а – — — $d=3$ мм, $U_b=0,2$ м/с; — · — $d=5$ мм, $U_b=0,2$ м/с; — x — $d=8$ мм, $U_b=0,2$ м/с;

б – — — $d=6$ мм, $U_b=0,1$ м/с; — · — $d=6$ мм, $U_b=0,4$ м/с; — x — $d=6$ мм, $U_b=0,7$ м/с

Рисунок 3.28 – Зависимости для скорости движения V_y

3.3 Моделирование процессов охлаждения гранул

В предыдущем разделе была разработана математическая модель динамики движения гранул после выталкивания их из формующих отверстий с помощью сжатого воздуха. Однако для того, чтобы подобрать скоростные режимы при движении гранул к месту контакта с приемным устройством, существенную роль играют тепловые процессы, которые протекают в гранулах. В данном разделе и будут рассмотрены вопросы моделирования температурного поля в гранулах при разных режимах обтекания гранул охлаждающей средой.

Форму гранулы можно представить как цилиндр, теплообмен которого с окружающей средой осуществляется через боковую цилиндрическую поверхность. Если пренебречь теплообменом через торцовые поверхности, с учетом симметрии относительно угловой координаты, то уравнение теплового баланса может быть представлено так

$$\rho_m \cdot C_{pm} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_m \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right), \quad (3.5)$$

где ρ_m , C_{pm} , λ_m – соответственно плотность и коэффициенты теплоемкости и теплопроводности материала гранулы;

t – время;

r – радиальная координата;

T – температура.

Решение уравнения (3.5) будем искать операционным методом [181]. Выполняя преобразования Лапласа по времени, получим операторный аналог уравнения (3.5) в виде

$$\frac{d^2 T^L}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dT^L}{dr} - \frac{s}{a_m} \cdot T^L = -\frac{T_n}{a_m}, \quad (3.6)$$

где T^L – изображение температуры T ;

s – переменная преобразования Лапласа;

a_m – коэффициент температуропроводности для материала гранулы;

T_n – начальная температура в объеме гранулы.

Решение уравнения (3.6) имеет такой вид

$$T^L = \frac{T_n}{s} + C_1 \cdot J_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot i \cdot r \right) + C_2 \cdot Y_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot i \cdot r \right), \quad (3.7)$$

где i – мнимая единица; C_1 и C_2 – константы интегрирования.

Для действительных аргументов последнее уравнение переписывается так

$$T^L = \frac{T_n}{s} + C_1 \cdot I_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot r \right) + C_2 \cdot K_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot r \right), \quad (3.8)$$

В последние два выражения входят функции Бесселя J_0 , Y_0 , I_0 , K_0 , соответственно, первого рода нулевого порядка, второго рода нулевого порядка или функция Вебера, модифицированная первого рода нулевого порядка, модифицированная второго рода нулевого порядка или функция Макдональда.

С учетом того, что температура должна быть ограничена при $r \rightarrow 0$, то $C_2 = 0$. Тогда последнее уравнение упрощается до выражения

$$T^L = \frac{T_n}{s} + C_1 \cdot I_0 \left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot r \right). \quad (3.9)$$

Воспользуемся в первом приближении граничным условием первого рода для определения константы C_I

$$T = T_R \text{ при } r = R, \quad (3.10)$$

где T_R – температура внешней поверхности цилиндра;

R – внешний радиус цилиндра.

Операторный аналог соотношения (3.10) запишется так

$$T^L = \frac{T_R}{s} \text{ при } r = R. \quad (3.11)$$

С учетом последнего выражения уравнение (3.9) можно представить в виде

$$T^L = \frac{T_n}{s} + \frac{T_R - T_n}{s} \cdot \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot r\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot R\right)}. \quad (3.12)$$

Чтобы найти оригинал второго слагаемого в уравнении (3.12), следует воспользоваться второй теоремой разложения в виде

$$\frac{A(s)}{s \cdot B(s)} \leftrightarrow \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A(s_k)}{s_k \cdot B'(s_k)} \cdot \exp(s_k \cdot z), \quad (3.13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A(s) &= (T_R - T_n) \cdot I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot r\right), \\ B(s) &= I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot R\right). \end{aligned} \right\}$$

Функция $B(s)$ имеет бесконечное количество полюсов s_k , которые можно представить так

$$s = 0, \quad s_k = -a_m \cdot \left(\frac{P_k}{R}\right)^2, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (3.14)$$

где P_k – нули для функции Бесселя J_0 .

Окончательно для оригинала температурного поля в теле гранулы можно записать такое уравнение

$$T = T_n + (T_R(t) - T_n) \cdot \left[1 - 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{J_0\left(P_k \cdot \frac{r}{R}\right)}{P_k \cdot J_1(P_k)} \cdot \exp\left(-a_m \cdot \frac{P_k^2}{R^2} \cdot t\right) \right], \quad (3.15)$$

где J_1 – функция Бесселя первого рода первого порядка.

В уравнении (3.15) температура $T_R(t)$ на данном этапе четко не определенная. В грубом приближении ее можно принять равной температуре среды. Однако в этом случае не будет учтен конвективный теплообмен с охлаждающей гранулу средой и тип этой среды. Для более четкого учета взаимодействия гранулы с окружающей средой необходимо записать граничное условие третьего рода в таком виде [182]

$$\lambda_c \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha_c \cdot (T_R - T_C) \text{ при } r = R, \quad (3.16)$$

где λ_c – коэффициент теплопроводности охлаждающей среды;

T_C – температура охлаждающей среды;

α_c – коэффициент теплоотдачи, определяемый из уравнения

$$\alpha_c = \frac{Nu \cdot \lambda_c}{2 \cdot R},$$

где Nu – критерий Нуссельта.

Если не учитывать направление теплового потока, при равенстве температур окружающей среды и граничного слоя, то при свободном движении жидкости и газов в большом объеме будут справедливы такие зависимости [183]:

– при $(Gr \cdot Pr) = 10^{-3} \div 500$

$$Nu = 1,18 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,125};$$

– при $(Gr \cdot Pr) = 500 \div 2 \cdot 10^7$

$$Nu = 0,54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25};$$

– при $(Gr \cdot Pr) > 2 \cdot 10^7$

$$Nu = 0,135 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,33}.$$

В последних выражениях величины Gr и Pr представляют критерии, соответственно, Грасгофа и Прандтля, которые определяются из выражений

$$Gr = \frac{g \cdot (2 \cdot R)^3 \cdot \rho_c^2}{\eta_c^2} \cdot \beta_c \cdot \Delta T; \quad Pr = \frac{C_{pc} \cdot \eta_c}{\lambda_c},$$

где g – ускорение свободного падения;

ρ_c, C_{pc} – соответственно плотность и коэффициент теплоемкости охлаждающей среды;

η_c – вязкость охлаждающей среды;

β_c – коэффициент объемного расширения для материала охлаждающей среды;

ΔT – разность температур поверхности стенки и охлаждающей среды.

Операторный аналог условия (3.16) будет иметь вид

$$\frac{dT^L}{dr} = \frac{\alpha_c}{\lambda_c \cdot s} \cdot (T_R - T_C), \quad \text{при } r = R. \quad (3.17)$$

Необходимо продифференцировать уравнение (3.9) по координате r для того, чтобы определить константу интегрирования C_I в уравнении (3.9) при условии (3.17). Тогда выражение для изображения температуры с учетом соотношений (3.9) и (3.17) будет иметь вид

$$T^L = \frac{T_n}{s} + \frac{\alpha_c}{\lambda_c \cdot s} \cdot (T_R - T_C) \cdot \frac{\sqrt{a_m}}{\sqrt{s}} \cdot \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot r\right)}{I_1\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot R\right)}. \quad (3.18)$$

Используя соотношения между бесселевыми функциями

$$I_1(x) = \frac{x}{2} \cdot [I_0(x) - I_2(x)],$$

формулу (3.18) можно представить таким образом

$$T^L = \frac{T_n}{s} + \frac{2 \cdot \alpha_c \cdot a_m}{\lambda_c \cdot s^2 \cdot R} \cdot (T_R - T_C) \cdot \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot r\right)}{\left[I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot R\right) - I_2\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot R\right)\right]}. \quad (3.19)$$

Чтобы получить оригинал второго слагаемого в правой части последнего уравнения, представим его в виде произведения двух функций $f_1(s); f_2(s)$,

$$\text{где } f_1(s) = \frac{2 \cdot \alpha_c \cdot a_m}{\lambda_c \cdot s \cdot R} \cdot (T_R - T_C);$$

$$f_2(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot r\right)}{\left[I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot R\right) - I_2\left(\sqrt{\frac{s}{a_m}} \cdot R\right)\right]}.$$

Оригинал функции $f_1(s)$ определяется просто, а для определения оригинала функции $f_2(s)$ можно также воспользоваться второй теоремой разложения, то есть выражением (3.13). Тогда общий оригинал произведения двух изображений может быть определен из теоремы умножения (теоремы Бореля) или теоремы об интегрировании оригинала. При этом полюса также будут определяться соотношением (3.14). Однако в данном случае величины P_k будут представлять собой нули для выражения $[J_0(P_k) - J_2(P_k)]$.

Окончательно для оригинала распределения температурного поля в теле гранулы в соответствии с граничными условиями (3.16) можно записать такую зависимость

$$T(r, t) = T_n + \frac{8 \cdot \alpha_c \cdot R}{\lambda_c} \cdot [T_R(t) - T_C] \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{J_0\left(P_k \cdot \frac{r}{R}\right)}{P_k^3 \cdot [J_1(P_k) + J_3(P_k)]} \times \\ \times \left[\exp\left(-a_m \cdot \frac{P_k^2}{R^2} \cdot t\right) + a_m \cdot \frac{P_k^2}{R^2} \cdot t - 1 \right]. \quad (3.20)$$

Подставляя в последнее уравнение равенство $r = R$ и решая его относительно функции распределения температуры на внешней поверхности гранулы, получим такое уравнение

$$T_R(t) = T_C \cdot \frac{\frac{T_n}{T_C} - \frac{8 \cdot \alpha_c \cdot R}{\lambda_c} \cdot SJ(t)}{1 - \frac{8 \cdot \alpha_c \cdot R}{\lambda_c} \cdot SJ(t)}, \quad (3.21)$$

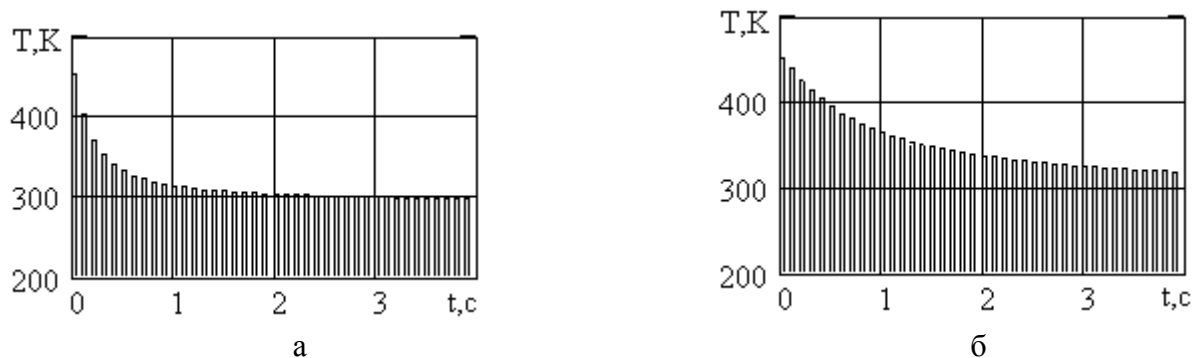
$$\text{где } SJ(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{J_0\left(P_k \cdot \frac{r}{R}\right)}{P_k^3 \cdot [J_1(P_k) + J_3(P_k)]} \cdot \left[\exp\left(-a_m \cdot \frac{P_k^2}{R^2} \cdot t\right) + a_m \cdot \frac{P_k^2}{R^2} \cdot t - 1 \right].$$

Решение тепловой задачи при охлаждении полимерных гранул приведено в приложении В.2, а именно, в блоке САПР-14.

При решении уравнений (3.15) и (3.21) в качестве охлаждающей среды использовались воздух и вода.

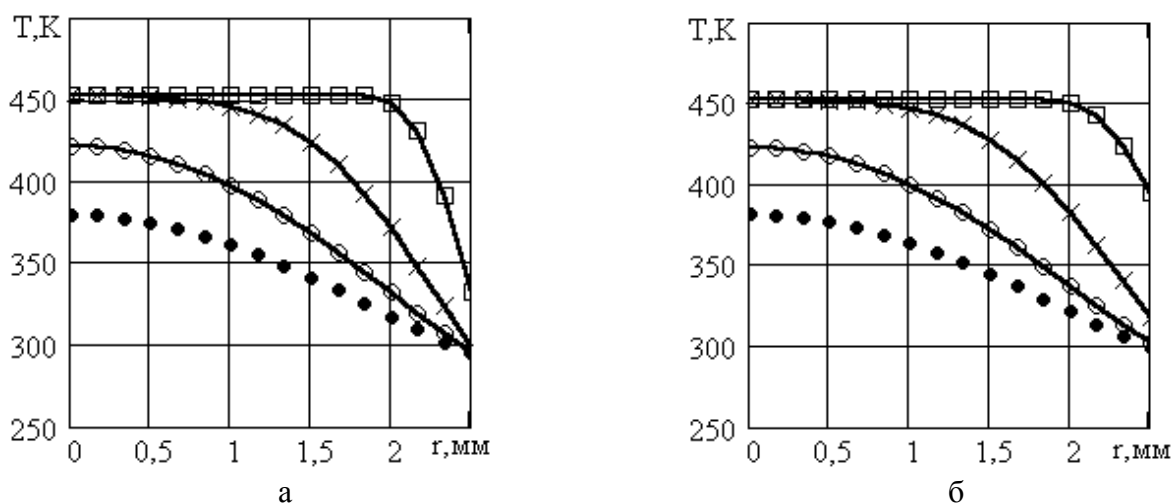
Графики изменения температуры на поверхности гранулы представлены на рис. 3.29, а на рис. 3.30 в теле гранулы при разном времени.

В качестве полимерного материала был выбран полиэтилен низкого давления с начальной температурой $T_n = 453$ К. Температура охлаждающей среды составляла $T_C = 293$ К.



а – для воды; б – для воздуха

Рисунок 3.29 – Графики изменения температуры на поверхности гранул



а – для воды; б – для воздуха: \square – 0,5 с; \times – 4 с; \diamond – 12 с; \bullet – 20 с

Рисунок 3.30 – Графики изменения температуры в теле гранулы в зависимости от времени

Использование разных энергоносителей существенным образом влияет на скорость охлаждения гранул. Однако, хотя охлаждение с помощью воздуха занимает несколько больше времени, но по энергоемкости процесса и по конструктивному исполнению охлаждающих устройств, воздушное охлаждение может быть более оптимальным, в особенности при недостатке водных ресурсов. При этом использование воздушного энергоносителя не требует сушки гранул, которая является обязательной в водной среде. Кроме того, чтобы уменьшить габариты охлаждающего аппарата с псевдоожиженным слоем, следует подобрать определенную скорость движения гранул в соответствии с методикой, изложенной в разделе 3.2.

4 ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО–ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РАСПЛАВОВ ПОЛИМЕРОВ МЕТОДОМ ДВОЙНОГО ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ

4.1 Постановка задачи и основные направления развития

Явление двойного лучепреломления наблюдается в оптически активных материалах. Его использование для анализа напряженно-деформированного состояния началось с твердых полимерных материалов, на которых моделировались упругие свойства металлических изделий. Эта ветвь научно-технического направления получила название фотоупругость [184–188]. Одним из основных материалов, который использовался в данном случае, являлась затвердевшая эпоксидная смола. В дальнейшем явление двойного лучепреломления начали использовать и для анализа материалов, которые рядом с упругими характеристиками имели также пластические и вязкоупругие свойства [189–191].

Для обоих этих направлений исследования методом двойного лучепреломления можно выполнять как в статическом, так и в динамическом режимах.

Что же касается третьего направления, а именно исследования процессов в жидких средах, то метод двойного лучепреломления будет работать только при движении жидкости. Это объясняется тем, что двойное лучепреломление в потоке представляет собой оптическую анизотропию, которая возникает при действии гидродинамического поля на частички жидкой среды, которая в большинстве случаев при статическом положении является изотропной. Следует заметить, что оптическая анизотропия присуща как некоторым ньютоновским жидкостям, так и вязкоупругим. К числу последних относятся большинство расплавов полимеров, для которых имеется возможность исследовать распределение напряженно-деформированного состояния в рабочих камерах оборудования для переработки полимерных материалов, в том числе и экструзионных агрегатов.

Использование данного оптического явления в жидких средах развивалось по двум ветвям: первая – исследование молекулярной структуры и ее влияния на поведение материала в процессе переработки; вторая – исследование процессов течения материалов в каналах разной геометрической конфигурации, которые образуют рабочие объемы в агрегатах и приборах для переработки полимерных материалов. В связи с этим и происходило построение молекулярной [192–196] и феноменологической [197, 198] теорий двойного лучепреломления в потоках жидких сред. Следует отметить, что феноменологический подход позволяет оценить только напряженно-деформированное состояние движущейся жидкости как сплошной среды. Молекулярная теория позволяет определить не только молекулярную структуру полимерных жидкостей, но и дать полное представление о напряжениях, возникающих в потоках жидких материалов.

Феноменологическая теория базируется на теории Максвелла, которая предусматривает распределение света в веществе в виде электромагнитных волн. Краеугольным камнем молекулярной теории является уравнение Лорентц-Лоренца, которое связывает поляризуемость с показателем преломления [199]

$$n_{ij} = \frac{2 \cdot \pi}{9} \cdot \frac{(n_{cp}^2 + 2)^2}{n_{cp}} \cdot \sum_{mf} (\beta_{mf})_{ij} \cdot \frac{N_a \cdot C_{mf}}{M_{mf}}, \quad (4.1)$$

где n_{ij} – компоненты тензора показателей преломления;

mf – количество фракций;

N_a – число Авогадро;

C_{mf}, M_{mf} – соответственно концентрация и молекулярный вес фракции mf ;

$(\beta_{mf})_{ij}$ – компоненты тензора поляризуемости;

n_{cp} – средний показатель преломления;

i, j – индексы, которые характеризуют систему координат (для трехмерной системы координат $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$).

Параметр n_{cp} определяется из такого соотношения

$$n_{cp} = \frac{1}{3} \cdot (n_{11} + n_{22} + n_{33}) \quad (4.2)$$

Используя метод двойного лучепреломления, можно получить экспериментальные данные для разностей нормальных компонентов тензора показателей преломления ($n_{11} - n_{22}$, $n_{22} - n_{33}$, $n_{33} - n_{11}$), а также их касательные компоненты. Причем n_{11} соответствует направлению просвечивания, а n_{22} – перпендикулярному направлению относительно просвечивания.

Как известно [200], компоненты тензоров, которые характеризуют напряженно-деформированное состояние, например, тензоры напряжений, скоростей деформаций и т.п., зависят от ориентации рассматриваемой площадки, то есть от размещения системы координат. Причем для любого элемента среды существуют так называемые главные направления, где нормальные компоненты экстремальны (один максимальный, а один минимальный), а касательные отсутствуют. На главных направлениях действуют главные компоненты тензора.

Величина n_{ij} также имеет тензорное происхождение, откуда вытекает справедливость утверждений, касающихся напряжений и деформаций. При этом для главных компонентов тензора показателей преломления можно ввести обозначения n_1, n_2, n_3 . Тогда для плоского элемента одно из главных направлений может быть определено из уравнения

$$\chi_{n1} = \frac{1}{2} \cdot \arctg \left(\frac{2 \cdot n_{12}}{n_{11} - n_{22}} \right). \quad (4.3)$$

Второе главное направление повернуто под 90° к первому. Для объемного объекта существует и третье направление, которое соответственно совпадает с третьей координатой в трехмерной декартовой системе координат.

По аналогии с выражением (4.3) можно записать соотношения для главного направления, которое связано с тензором напряжений

$$\chi_{\sigma 1} = \frac{1}{2} \cdot \arctg \left(\frac{2 \cdot \sigma_{12}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} \right), \quad (4.4)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений.

Уравнения (4.3) и (4.4) позволяют связать экспериментальные данные, полученные методом двойного лучепреломления (компоненты тензора показателей преломления), с характеристиками напряженного состояния в объекте (компонентами тензора напряжения). Причем для адекватности результатов необходимо выполнить соотношение

$$\chi_{n1} = \chi_{\sigma 1}. \quad (4.5)$$

Первым справедливость последнего уравнения доказал Лодж. Он также получил такую зависимость для простой сдвиговой деформации [199]

$$\frac{n_{11} - n_{22}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} = \frac{n_{11} - n_{22}}{\sigma_{12}} \cdot \sin(2 \cdot \chi_{n1}) = C_\sigma, \quad (4.6)$$

где C_σ – оптический коэффициент напряжения.

Лоджем было доказано, что параметр C_σ не зависит от скорости сдвига, концентрации полимерного раствора и профиля распределения его молекул вдоль молекулярной цепи. При этом этот коэффициент может быть определен из такой формулы

$$C_\sigma = \frac{2 \cdot \pi}{45 \cdot K \cdot T} \cdot \frac{(n_{cp}^2 + 2)^2}{n_{cp}} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2), \quad (4.7)$$

где K – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; α_1 , α_2 – поляризуемость соответственно вдоль и поперек цепи.

Выражение (4.6) представляет линейный динамооптический закон, который для главных направлений может быть представлен так

$$n_1 - n_2 = C_\sigma \cdot (\sigma_1 - \sigma_2), \quad (4.8)$$

или

$$\Delta n = C_\sigma \cdot \Delta \sigma, \quad (4.9)$$

где $\Delta n = n_1 - n_2$; $\Delta \sigma = \sigma_1 - \sigma_2$.

Янишитц-Кригл в своей монографии [201] выделил два замечания, которые ограничивают использование линейного динамооптического закона.

Первое из них определяется верхней границей для напряжений, а второе связано со временем установления внутреннего термодинамического равновесия.

Одним из первых, кто проверил линейность динамооптического закона на растворах полимеров, был Филиппофф [202–206]. В своих работах Филиппофф работал со сдвиговыми потоками, используя модифицированные ротационные и капиллярные вискозиметры. Проведенными исследованиями было подтверждено предположение Вайссенберга о существовании упругой энергии в струях растворов полимерных жидкостей, а также идентичность углов между направлениями тензоров напряжения и показателей преломления.

Целый ряд работ был посвящен изучению методом двойного лучепреломления процессов течения полимерных материалов в конвергентных каналах. Одной из первых работ в этом направлении следует считать работу Адамса с коллегами [207]. Исследуемая ими жидкость представляла собой раствор полистирола в смеси хлорированных углеводородов. Теоретическое обоснование экспериментальных данных базировалось на теории Колемана-Нолла для жидкости второго порядка [208, 209]. Авторами было показано, что наблюдается достаточно приемлемая сходимость между экспериментальными и теоретическими результатами.

Исаев и Упадхьяй в своей работе [210] использовали пять разных типоразмеров рабочих ячеек, а в качестве рабочей среды взяли полиизобутилен, который при комнатной температуре представляет собой жидкость. В основе теоретических расчетов взято реологическое уравнение состояния по Леонову [211]. Анализ теоретических и экспериментальных данных показал наличие значительных расхождений, которые дал метод двойного лучепреломления для напряжений при конвергентных и дивергентных потоках. Причем при постоянной скорости течения двойное лучепреломление меньше для дивергентного потока, чем для конвергентного. Кроме того, чем большая скорость потока, тем больше становится различие. Наблюдалась достаточная адекватность между теоретическими и экспериментальными результатами.

В работах Хана [212–215] для исследования напряженного состояния в конвергентных каналах был впервые использован расплав полимера. Экспериментальные результаты сравнивались с теоретическими, полученными на базе модифицированного уравнения для жидкости второго порядка. Была получена достаточно большая сходимость теоретических и экспериментальных профилей напряжений. Причем разброс в величинах не превышал одного порядка. Однако, как отмечали авторы, наибольшее совпадение наблюдалось для ньютоновской жидкости. По мнению авторов, полученные результаты

вызваны ограниченными значениями для объемных расходов рассматриваемых каналов, которые связаны с невозможностью создания высоких скоростей сдвига. На рис. 4.1 изображены изохроматические полосы для расплава полистирола, который течет через конвергентный канал с углом входа в 60° . При этом анализировалось влияние выходного участка. Если течение в конвергентном канале происходит без плоскощелевого канала (рис. 4.1,а), то наблюдается значительное разбухание экструдата и появляются большие остаточные напряжения.

Значительную степень разбухания можно объяснить тем, что при приближении к выходу из канала струя расплава полимера приобретает ускорение, которое увеличивает упругую составляющую деформации, реализующуюся после выхода материала из канала. Последовательное соединение плоскощелевого канала на выходе с конвергентным приводит к рассеянию упругой энергии вследствие релаксационных процессов.



а – при отсутствии плоскощелевого выходного канала ($Q = 2,5 \cdot 10^{-9} \cdot \text{м}^3/\text{с}$);
 б – при наличии плоскощелевого выходного канала ($Q = 7,217 \cdot 10^{-8} \cdot \text{м}^3/\text{с}$)

Рисунок 4.1 – Фотографии изохроматических полос при течении полистирола в конвергентных каналах

Приведены исследования слабого раствора вязко- эластичной жидкости, втекающей в канал с острыми кромками [216]. Экспериментальные величины напряжений сдвига, которые получили авторы, совпали в достаточной мере с величинами, которые рассчитаны на базе реогониометрических данных Вайссенберга. Но для нормальных напряжений было выявлено значительное расхождение. При этом авторами было определено, что переходная область находилась в пределах одного диаметра канала, соответственно большего на входе и меньшего на выходе. В данной работе была предпринята попытка теоретического описания процессов течения с использованием упрощенного выражения для БКЗ (Бернстайн, Керсли, Запас) теории [217]. Однако полученные результаты полностью совпадают только для геометрической оси потока.

Исследованию процессов, которые происходят при течении полимеров через каналы с прямоугольным поперечным сечением, посвящена работа [218], где в роли объектов исследования были выбраны полибутадиены и полиизопрены. Зависимость $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ от σ_{12} при увеличении напряжений сдвига значительно отличается от квадратичной, причем ее показатель степени медленно уменьшается. Что же касается полимеров с узким молекулярно-

масовым распределением, то при приближении к значениям напряжений сдвига, которые соответствуют срыву потока, то есть многократного увеличения объемных расходов при данном напряжении сдвига, показатель степени зависимости разности нормальных напряжений от напряжений сдвига начинает возрастать и может достичь величины больше двух.

Большой комплекс исследований по изучению двойного лучепреломления в расплавах полимеров при их движении в разных каналах был проведен в работе [199]. Здесь были определены оптические коэффициенты напряжений для многих полимерных жидкостей. Найдено, что C_σ для расплавов полистирола имеет наибольшее значение по абсолютной величине в сравнении с расплавами других полимеров.

Причем для полистирола C_σ имеет отрицательный знак, в то время как для других полимеров оптический коэффициент напряжений имеет положительное значение. Последний факт обусловлен тем, что поляризуемость каркаса цепочки молекулы полистирола является наиболее низкой в направлении этой цепочки. Кроме того, следует заметить, что очень полезным свойством при проведении экспериментальных работ с помощью метода двойного лучепреломления является независимость оптического коэффициента напряжений расплава полистирола от температуры, при этом численное значение составляет $C_\sigma = (-4,1 \div -5,2) \cdot 10^{-9} \cdot \text{Па}^{-1}$

В 80-ые годы двадцатого века был разработан новый рабочий узел для исследования методом двойного лучепреломления, который базировался на принципе соударения двух взаимно перпендикулярных потоков [219–221]. При этом в качестве теоретического подтверждения экспериментальных данных было выбрано реологическое уравнение состояния для вязкоупругой нелинейной жидкости, разработанное в работе [222].

Определенное время считалось, что линейный динамооптический закон справедлив только для стабилизированного движения жидкостей. Однако в серии работ [223–226] показано, что существование взаимосвязи между тензором напряжений и оптическим тензором справедливо и для нестационарных режимов течения расплавов полимеров.

Следует также выделить работы Петэрлина [227–229], в которых рассматривается теория двойного лучепреломления колеблющегося потока, акустического двойного лучепреломления и динамической вязкости.

Во всех рассмотренных работах метод двойного лучепреломления использовался при исследовании двумерных потоков с помощью проходящего светового потока.

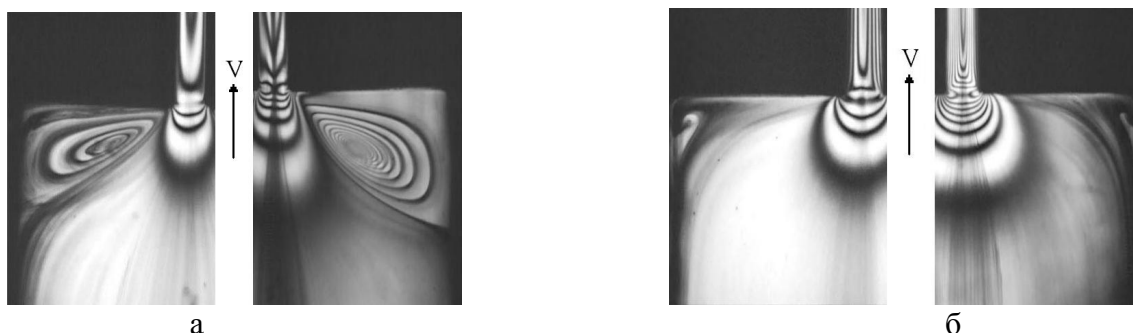
Применение проходящего света для анализа трехмерных потоков жидких сред в большинстве случаев не дает полного представления о процессах, которые происходят в рабочих объемах. Поэтому лучше использовать метод двойного лучепреломления для рассеянного света. Однако последний метод не нашел достаточного освещения в литературе и среди немногих исследований в этом направлении следует отметить работу [230], в которой исследовался раствор желтого красителя.

Среди других работ, которые заслуживают внимания, можно выделить [231–237].

Плоскощелевые каналы являются одним из основных типов каналов при производстве листов и в вискозиметрах с рабочим каналом в виде плоской щели, в связи с чем большое количество работ было посвящено исследованиям процессам в таких каналах [238–243]. При этом были проведены эксперименты как с различными типами материалов, так и с разными геометрическими и технологическими параметрами.

Фотографии изохроматических полос, полученные при течении полиэтилена низкой плотности (EXP 2184) на участке входа в плоскощелевой канал при 473 К и разных значениях скоростей сдвига, а на рис. 4.2,б – при тех же технологических параметрах, но для полиэтилена высокой плотности (5050 ЕА) представлены на рис. 4.2,а [240].

Количество полос четко зависит от скорости сдвига в потоке; с ее увеличением очередной номер полосы возрастает. Однако большое влияние также оказывает и тип материала. Для полиэтилена низкой плотности возникают значительные циркуляционные потоки в области кромок, перпендикулярных направлению потока движущейся массы полимерной среды. Что же касается полиэтилена высокой плотности, то здесь циркуляционные потоки менее выражены.



а – полиэтилен низкой плотности; б – полиэтилен высокой плотности

Рисунок 4.2 – Изохроматические полосы для полиэтилена (слева: скорость сдвига – 255 с^{-1} ; справа – скорость сдвига – 600 с^{-1})

Расположение интерференционных полос возле входа в канал имеет разный вид для используемых полимерных систем. Однако внутри канала прямоугольного сечения на некотором расстоянии от входа характер полос для разных материалов оказывается идентичным. Это подтверждает тот факт, что в полностью развитом потоке напряжения сдвига изменяются только в направлении, перпендикулярном стенкам щели.

Среди работ, которые описывают поведение жидких сред при течении через ступенчатые плоскощелевые каналы в последние годы появилось большое количество работ, в которых наряду с экспериментальными результатами приведены данные, полученные при числовой реализации расчетного алгоритма (в большинстве случаев с помощью метода конечных элементов) [244–251].

Фотография изохроматических полос при течении полимерной среды в ступенчатом плоскощелевом канале в допущении плоского течения (2D-моделирование) и при общем случае объемного течения (3D-моделирование) при различных скоростях сдвига представлена на рис. 4.3 [251].



а – скорость сдвига $6,2 \text{ с}^{-1}$; б – скорость сдвига $24,8 \text{ с}^{-1}$

Рисунок 4.3 – Картина распределения напряженного состояния при движении полимерной жидкой среды в ступенчатом плоскощелевом канале с учетом пространственной системы координат (левая часть – 2D – модель; правая часть – 3D – модель)

На достаточном отдалении от выступа наблюдается постоянный тип течения, что в принципе соответствует характеру распределения и для плоскощелевых каналов. Возле выступов происходит значительное возмущение потока, что влияет на перераспределение напряженно деформированного состояния в потоках и, как следствие, на энергосиловые характеристики оборудования.

Течение жидких сред в плоскощелевых каналах, что также можно отнести и к каналам любого другого поперечного сечения, во многих работах связано с оценкой потери стабилизационного процесса течения, т.е. нарушению плавного истечения среды из насадок различной геометрической формы. Данный эффект приводит к нарушению формы получаемого изделия, что, естественно, снижает качество продукта. Среди работ такого направления выделим следующие: [252–259].

В последней выполнен анализ влияния шероховатости стенок канала на характер отклонения формы экструдата от геометрической конфигурации поперечного сечения выходного канала. На рис. 4.4 представлены изохроматические полосы, полученные при течении расплава полиэтилена низкой плотности через канал с такими параметрами: ширина – 1,16 мм; высота – 15 мм; длина – 7,51 мм. При этом скорость сдвига составляла 13 с^{-1} , а температура переработки – 453 К. Внутренние поверхности стенок канала обработаны до шероховатости $Ra = 125 \text{ мкм}$. Как видно из приведенного рисунка, данное соотношение геометрических и технологических параметров, с учетом степени обработки поверхностей стенок канала, приводит к значительным искажениям формы экструдата. Если выполнить более чистовую обработку сопрягаемых с полимером поверхностей, то нестабильность истечения можно значительно снизить или убрать полностью (в данном случае это можно сделать при $Ra = 0,5 \text{ мкм}$).

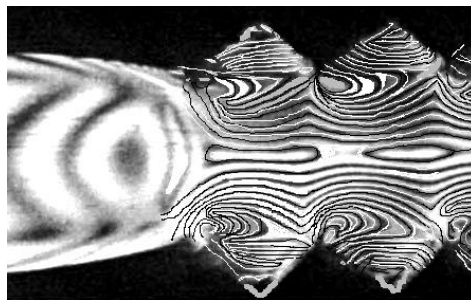
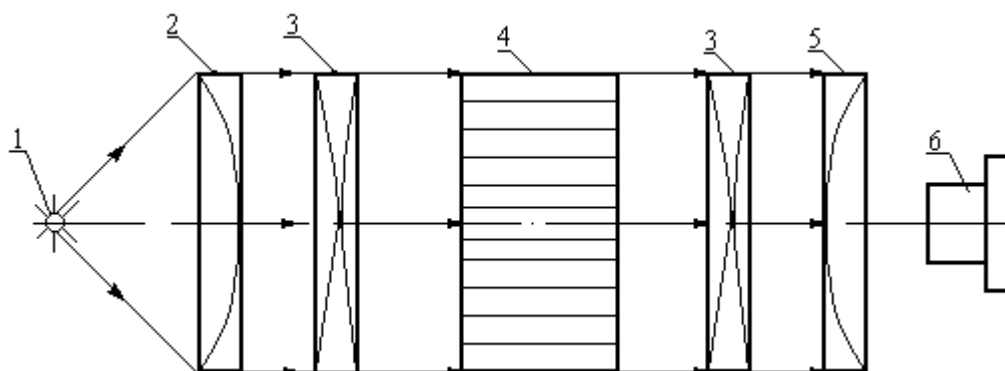


Рисунок 4.4 – Картина изохроматических полос при течении полиэтилена низкой плотности через плоскощелевой канал в случае отклонения от стабильного режима истечения

4.2 Анализ прохождения света через поляризационную установку с оптически активным элементом

Простейшая поляризационная установка при использовании проходящего света изображена на рис. 4.5. Все основные элементы, а именно 2, 3, 4 и 5, должны быть изготовлены из оптически анизотропных материалов. Причем каждый элемент играет свою роль. Исследуемый элемент 4 может быть сделан из твердого материала в виде пластинки, или представлять собой канал некоторой формы, через который проходит поток жидкой среды.

Во многих случаях при исследовании процессов в рабочих объемах агрегатов или в модельных установках нет возможности использовать схему по рис. 4.5, то есть схему проходящего света. Такие условия могут встретиться тогда, когда между входным и выходным окошками в рабочий объем размещены непрозрачные для света элементы, например, червяк в червячном экструдере. Тогда более приемлемым будет схема с наклонным падением света и отраженным световым потоком или так называемая *V*-образная схема.

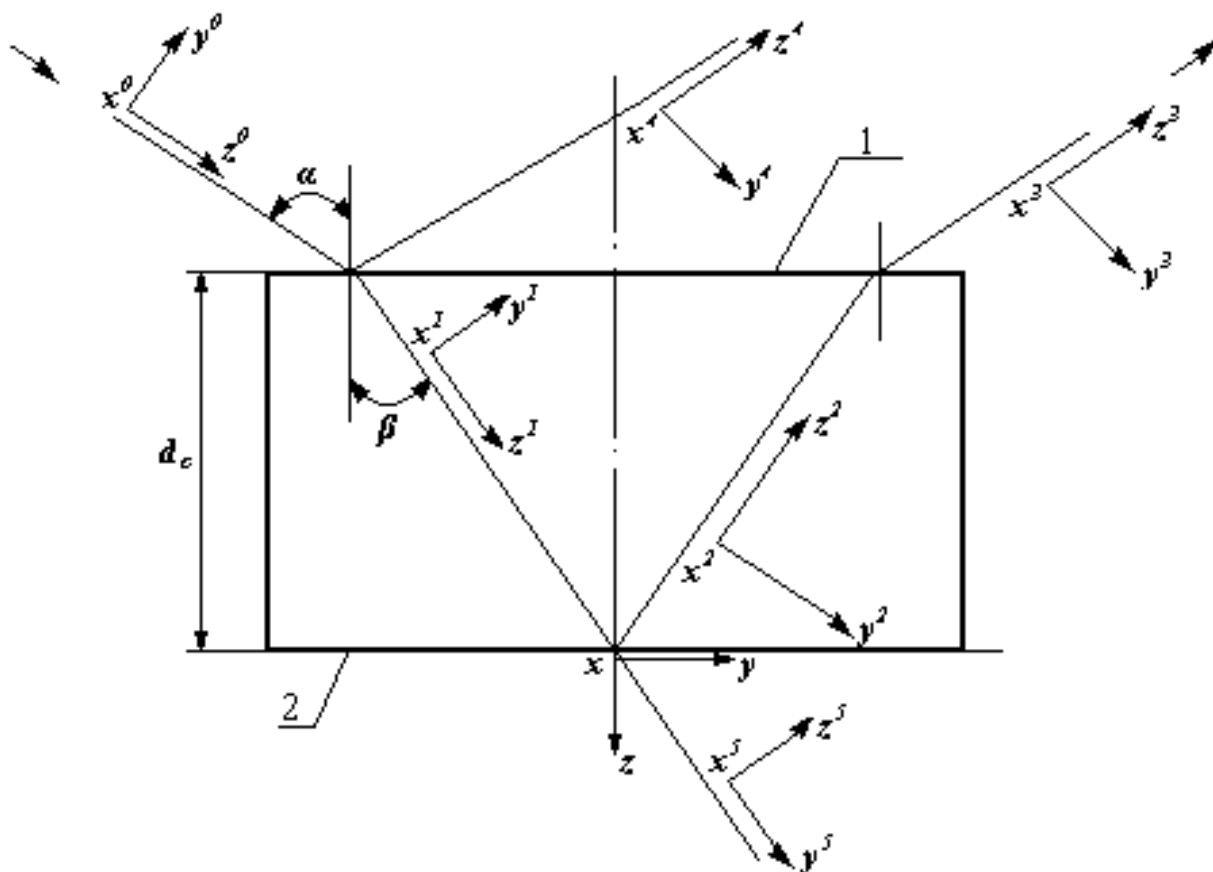


1 – источник света; 2 – поляризатор; 3 – пластинка в четверть волны; 4 – исследуемый элемент; 5 – анализатор; 6 – фиксирующий инструмент

Рисунок 4.5 – Поляризационная установка при использовании проходящего света

Рассмотрим общий случай движения светового потока в оптически анизотропной пластинке для случая, когда свет падает на поверхность пластины под каким-то углом α , как показано на рис. 4.6.

В качестве основной системы координат принята декартова система координат x, y, z , ось z которой перпендикулярна задней поверхности (задняя и передняя поверхности параллельны между собою), а ось x перпендикулярна площади падения, то есть площади $y-z$. Для большей конкретизации введены дополнительные системы координат x^i, y^i, z^i ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$), которые связаны с последовательным ходом луча света. При этом ось z^0 совпадает с направлением луча, который падает на пластинку; ось z^1 – луча, полученного в результате преломления в оптически анизотропной среде; ось z^2 – отраженного луча от задней поверхности; ось z^3 – луча, который вышел из пластинки; ось z^4 – отраженного луча от передней пластинки; ось z^5 – луча, который прошел заднюю пластинку и вышел из пластинки.



1 – передняя поверхность; 2 – задняя поверхность

Рисунок 4.6 – Схема прохождения света в оптически анизотропном элементе при наклонном падении света

Необходимо заметить, что согласно схеме (для проходящего света или отраженного) надо удовлетворить определенным требованиям к отражающим способностям поверхностям раздела исследуемого элемента. При этом для передней пластинки в обеих схемах отражающая способность должна быть минимальной (тогда отраженным лучом в системе x^4, y^4, z^4 можно пренебречь). Для задней поверхности наблюдается принципиальное различие для двух схем.

Отражающая способность задней поверхности для проходящего света должна также быть минимальной, то есть основным световым потоком будет луч в системе x^5, y^5, z^5 , а лучом в системе x^2, y^2, z^2 можно пренебречь. Что же касается схемы с отраженным световым потоком, то здесь задняя пластина должна иметь высокий коэффициент отражения, который в предельном случае должен приближаться к единице, то есть к зеркальной поверхности. Тогда основным потоком будет луч в системе x^2, y^2, z^2 , а лучом в системе x^5, y^5, z^5 можно пренебречь.

Прохождения световых лучей в оптически анизотропной среде для дальнейшего анализа будем рассматривать вариант с минимальной отражающей способностью передней пластины (отраженным лучом в системе x^4, y^4, z^4 будем пренебрегать) и максимальной отражающей способностью задней пластины (проходным лучом в системе x^5, y^5, z^5 будем пренебрегать). Математическое представление принципов прохождения светового потока согласно схеме на рис. 4.6 выполним по материалам работы Р. Войнара [260].

Прежде всего, следует заметить, что все процессы, которые происходят при прохождении света в некотором оптически прозрачном материале, базируются на теории Максвелла. Данная теория предполагает распределение света в веществе в виде электромагнитных волн, которые обусловлены векторами \vec{E} и \vec{H} напряженности соответственно электрического и магнитного полей. В соответствии с этой теорией, свет (белый или монохроматический) представляет собой совокупность световых волн с разными направлениями поперечных колебаний, которые в беспорядке перемещаются друг относительно друга.

Поскольку значения обоих векторов \vec{E} и \vec{H} связаны между собою, то можно при решении многих задач рассматривать для упрощения один из них, как правило \vec{E} .

Свет, в котором направления колебаний упорядочены каким-нибудь образом, называется поляризованным. Если колебание вектора \vec{E} происходит в одной плоскости, то свет носит название плоско поляризованным.

Для изображения составляющих электрического вектора \vec{E} на отдельных отрезках направления луча будем использовать ту систему координат, ось z^i которой совпадает с направлением луча на данном отрезке.

Если воспользоваться матричным методом Джонса [261] для описания процесса прохождения вектора \vec{E} в оптически анизотропной среде, то на любом i -м отрезке можно записать такое соотношение

$$E^i = \begin{vmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{vmatrix}. \quad (4.10)$$

Чтобы оценивать состояние изменения поляризации светового луча после преломления и отражения, можно воспользоваться формулами Френеля, при этом следует ввести такие матрицы поляризации

$$M_{\Pi}^i = \begin{vmatrix} \Pi_x^i & 0 \\ 0 & \Pi_y^i \end{vmatrix}, \quad (4.11)$$

где $i = 1, 2, 3$,

$$\begin{aligned} \Pi_x^1 &= \frac{2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)}; & \Pi_y^1 &= \frac{2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}; \\ \Pi_x^2 &= \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}; & \Pi_y^2 &= -\frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}; \\ \Pi_x^3 &= \frac{2 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)}; & \Pi_y^3 &= \frac{2 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}. \end{aligned}$$

Связь между углами падения светового потока α и преломления β можно определить из такой зависимости

$$n_{\alpha\beta} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}, \quad (4.12)$$

где $n_{\alpha\beta}$ – средний коэффициент преломления оптически анизотропного материала относительно воздуха.

В качестве предельных случаев для матрицы (4.11) являются матрицы, которые описывают действие идеальных поляризующих фильтров, пропускающих соответственно составляющую E_x или E_y . Эти матрицы можно представить так

$$\begin{aligned} M_{\Pi}(0) &= \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \\ M_{\Pi}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

В случае внутреннего отражения под углом β , отвечающему условию Брюстера, будет справедливым следующее соотношение

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{1}{n_{\alpha\beta}}. \quad (4.14)$$

Необходимо заметить, что при отражении под углом Брюстера, происходит полная поляризация света. При этом один из основных элементов в

экспериментальной установке (анализатор или поляризатор) можно не использовать.

Базируясь на формулах (4.12) и (4.14) можно записать следующие выражения

$$\sin(\beta) = \frac{1}{\sqrt{1+n_{\alpha\beta}^2}}; \quad \sin(\alpha) = \frac{n_{\alpha\beta}}{\sqrt{1+n_{\alpha\beta}^2}} = n_{\alpha\beta} \cdot \sin(\beta),$$

откуда выходит

$$\operatorname{tg}(\alpha) = n_{\alpha\beta}. \quad (4.15)$$

Кроме полученных результатов можно показать, что также будут справедливы зависимости, которые включают комплексы для компонентов Π_x^i и Π_y^i

$$\begin{aligned} \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} &= 0; & \cos(\beta) &= \frac{n_{\alpha\beta}}{\sqrt{1+n_{\alpha\beta}^2}}; & \cos(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{1+n_{\alpha\beta}^2}}; \\ \sin(\alpha - \beta) &= \frac{n_{\alpha\beta}^2 - 1}{n_{\alpha\beta}^2 + 1}; & \sin(\alpha + \beta) &= 1; & \cos(\alpha - \beta) &= \frac{2 \cdot n_{\alpha\beta}}{n_{\alpha\beta}^2 + 1}. \end{aligned}$$

Таким образом, для компонентов M_{Π}^i с учетом условия (4.12) и полученных компонентов относительно углов α и β можно записать такие выражения

$$M_{\Pi}^{1b} = \begin{vmatrix} \frac{2}{n_{\alpha\beta}^2 + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_{\alpha\beta}} \end{vmatrix}; \quad (4.16)$$

$$M_{\Pi}^{2b} = \begin{vmatrix} \frac{n_{\alpha\beta}^2 - 1}{n_{\alpha\beta}^2 + 1} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad (4.17)$$

$$M_{\Pi}^{3b} = \begin{vmatrix} \frac{2 \cdot n_{\alpha\beta}^2}{n_{\alpha\beta}^2 + 1} & 0 \\ 0 & n_{\alpha\beta} \end{vmatrix}. \quad (4.18)$$

В соответствии со свойствами отображения под углом Брюстера матрицы M_{Π}^{ib} , действуя на компонент вектора E^1 , оставляют в крайнем случае составляющую в направлении оси x^2 , которая отличается от нуля.

Влияние двойного лучепреломления пластинки с параллельными поверхностями на состояние поляризации светового луча можно оценить с помощью матриц Джонса:

– относительного сдвига по фазе на угол φ_c

$$T_0^i(\varphi_c) = \begin{vmatrix} \exp(i \cdot \varphi_c / 2) & 0 \\ 0 & \exp(-i \cdot \varphi_c / 2) \end{vmatrix}; \quad (4.19)$$

– поворота на угол ψ_c вокруг оси z^i

$$R^i(\psi_c) = \begin{vmatrix} \cos(\psi_c) & \sin(\psi_c) \\ -\sin(\psi_c) & \cos(\psi_c) \end{vmatrix}. \quad (4.20)$$

При прохождении света через оптически анизотропный элемент, несмотря на то, какие элементы проходит свет, или поляроидные пластинки (анализатор, поляризатор или пластинки в четверть волны), или исследуемый образец, в результате преломления светового луча на границе раздела двух сред будут образованы два луча. Плоскость поляризации одного из них совпадает с оптической осью оптически анизотропного элемента и составляет с проекцией луча, который падает на поверхность, соответствующий угол. Второй луч будет поляризован в направлении, перпендикулярном поляризации первого луча. При этом первый луч получил название обыкновенного луча, а второй – необыкновенного луча, скорость прохождения которых будет различаться.

Используя две последних матрицы, можно записать выражение, которое описывает действие пластинки из оптически анизотропного материала на ход двух поляризованных лучей

$$T_{\varphi}^i(\varphi_c) = R^i(-\psi_c) \cdot T_0^i(\varphi_c) \cdot R^i(\psi_c), \quad i = 1, 2. \quad (4.21)$$

Плоскость поляризации более быстрого луча при этом образует с плоскостью $x^i - z^i$ угол ψ_c , тогда как между быстросходным и тихосходным лучами создается разность фаз φ_c

$$\varphi_c = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_c} \cdot l_c \cdot (n_2 - n_1), \quad (4.22)$$

где λ_c – длина волны света в воздухе;

n_1, n_2 – коэффициенты преломления соответственно быстросходного и тихосходного лучей;

$$l_c - \text{длина отрезка, пройденная лучом в пластинке толщиной } d_c, \\ l_c = \frac{d_c}{\cos(\beta)}.$$

Особым случаем оптически анизотропной пластинки является пластинка в четверть волны (пластинка 3 на рис. 4.2). Для такой пластинки на луч, который движется в направлении z^0 , если ее первый азимут образует с плоскостью $x^0 - z^0$ угол χ , может быть по аналогии с (4.21) записана такая зависимость

$$Q(\chi) = R^0(-\chi) \cdot T_0^0\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot R^0(\chi). \quad (4.23)$$

Проанализируем далее, каким образом будут изменяться компоненты вектора напряженности электрического поля при прохождении в исследуемом элементе, изображенном на рис. 4.6, при использовании условия (4.14).

Рассмотрим первый вариант, когда луч, падающий на переднюю поверхность, является поляризованным в плоскости падения. При этом плоскость падения совпадает с плоскостью $y^0 - z^0$ и для первичного луча можно записать

$$E^0 = \begin{vmatrix} E_x^0 \\ E_y^0 \end{vmatrix}. \quad (4.24)$$

В модельном элементе луч поочередно подвергается действию поляризатора в соответствии со второй формулой (4.13), сдвигу по фазе в соответствии с формулой (4.21) при $i = 1$, отражению под углом Брюстера в соответствии с формулой (4.17), сдвигу по фазе по формуле (4.21) при $i = 2$ и, наконец, преломлению по формуле (4.18). Тогда можно записать такие выражения для вектора E на каждом этапе

$$E^1 = M_{II}^{1b} \cdot M_{II}\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot E^0 = \begin{vmatrix} 0 \\ \Pi_y^{1b} \cdot E_y^0 \end{vmatrix}; \quad (4.25)$$

$$E^2 = M_{II}^{2b} \cdot T_{\varphi}^1(\varphi_c) \cdot E^1 = \begin{vmatrix} E_x^2 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad (4.26)$$

$$E^3 = M_{II}^{3b} \cdot T_{\varphi}^2(\varphi_c) \cdot E^2 = \\ = \begin{vmatrix} \Pi_x^{3b} \cdot \left[\exp(i \cdot \varphi_c / 2) \cdot \cos^2(\psi_c) + \exp(-i \cdot \varphi_c / 2) \cdot \sin^2(\psi_c) \right] \\ \Pi_y^{3b} \cdot i \cdot \sin(\varphi_c / 2) \cdot \sin(2 \cdot \varphi_c) \end{vmatrix} \cdot E_x^2. \quad (4.27)$$

Интенсивность светового потока сразу же после отражения под углом Брюстера определяется из выражения

$$I_1^{(2)}(\varphi_c, \psi_c) = E^2 \times E^{2*} = \left(\Pi_x^{2b} \cdot \Pi_y^{1b} \cdot E_y^0 \right)^2 \cdot \sin^2(\varphi_c/2) \cdot \sin^2(2 \cdot \psi_c) \quad (4.28)$$

где (*) – обозначает операцию сопряжения.

Если использовать схему для проходящего светового потока, то выражение (4.28) перепишется так

$$I_1^{(5)}(\varphi_c, \psi_c) = \left(E_x^1 \right)^2 \cdot \sin^2(\varphi_c/2) \cdot \sin^2(2 \cdot \psi_c). \quad (4.29)$$

То есть два последних выражения отличаются с точностью до постоянных коэффициентов.

Интенсивность света на выходе из пластины определяется из такого выражения

$$\begin{aligned} I_1^{(3)}(\varphi_c, \psi_c) &= E^3 \times E^{3*} = E_x^2 \cdot E_x^{2*} \cdot \left\{ \left(\Pi_x^{3b} \right)^2 \cdot \left[\cos^4(\psi_c) + \right. \right. \\ &+ 2 \cdot \cos(\varphi_c) \cdot \sin^2(\psi_c) \cdot \cos^2(\varphi_c) + \sin^4(\psi_c) \left. \right] + \left(\Pi_y^{3b} \right)^2 \cdot \sin^2(\varphi_c/2) \cdot \sin^2(2 \cdot \psi_c) \left. \right\} = \\ &= I_1^{(2)}(\varphi_c, \psi_c) \cdot \left\{ \left(\Pi_x^{3b} \right)^2 + \left[\left(\Pi_y^{3b} \right)^2 - \left(\Pi_x^{3b} \right)^2 \right] \cdot \sin^2(\varphi_c/2) \cdot \sin^2(2 \cdot \psi_c) \right\}. \quad (4.30) \end{aligned}$$

Если сравнить три последних выражения, то видно, что ход экстремумов для всех функций $I_1^{(i)}(\varphi_c, \psi_c)$ будет одинаковым. Причем максимумы и минимумы образуют поле интерференционных полос, вследствие чего изображение модели на фиксирующем инструменте будет покрыто системой темных и светлых полос. Причем для выражений (4.28) и (4.29) для темных полос будем иметь $I_1 = 0$.

В тех местах, где направление одной из главных осей тензора показателей преломления совпадает с направлением плоскости поляризации ($\psi_c = \pi/2$ или $\psi_c = 0$), интенсивность света в соответствии с формулами (4.28–4.30) будет равна нулю. Темные линии в соответствующих зонах модели получили название изоклинных интерференционных полос или просто изоклин. Из этого следует, что изоклина представляет собой геометрическое место точек модели, где главные показатели преломления, а, следовательно, с учетом уравнения (4.4) и главные напряжения параллельны. При этом угол наклона одного из главных напряжений к горизонтали носит название параметра изоклины.

Для определения главных направлений тензора показателей преломления следует выполнить синхронное вращение поляризатора и анализатора, сохраняя

при этом прямой угол между их осями. При таком вращении изоклины будут перемещаться пропорционально повороту поляризатора и анализатора.

Что касается второго множителя, аргумент которого также приводит к изменению значения I_1 , а именно параметра $(\varphi_c/2)$, то нулевое значение наблюдается при условии

$$\varphi_c = 2 \cdot \pi \cdot n, \quad (4.31)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$

Таким образом, если сдвиг фаз будет определяться из ряда $[0, (2 \cdot \pi), (4 \cdot \pi), \dots]$, то интенсивность в этих точках будет равна нулю. Полосы, которые удовлетворяют условию (4.31), получили название изохроматических интерференционных полос, или просто полос. Для каждой полосы можно записать такое равенство

$$\delta_x = n \cdot \psi_c, \quad (4.32)$$

где δ_x – оптическая разность хода;

n – порядок полосы ($n = 1, 2, 3, \dots$), устанавливаемый подсчетом количества затемнений, которые прошли через исследуемую точку.

Для второго варианта, если падающий на пластинку луч – перпендикулярно поляризованный к плоскости падения, формулы (4.25)–(4.27) соответственно переписутся так

$$E^1 = M_{II}^{1b} \cdot M_{II}(0) \cdot E^0 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \cdot \Pi_x^{1b} \cdot E_x^0; \quad (4.33)$$

$$E^2 = M_{II}^{2b} \cdot T_{\varphi}^1(\varphi_c) \cdot E^1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \cdot E_x^2; \quad (4.34)$$

$$E^3 = M_{II}^{3b} \cdot T_{\varphi}^2(\varphi_c) \cdot E^2. \quad (4.35)$$

Различие в трех последних формулах, по сравнению с выражениями (4.25)–(4.27), состоит в том, что при определении E^1 была использована матрица $M_{II}(0)$. Тогда для интенсивности светового потока можно записать такое выражение

$$I_2^{(2)}(\varphi_c, \psi_c) = E^2 \times E^{2*} = \left(\Pi_x^{2b} \cdot \Pi_x^{1b} \cdot E_x^0 \right)^2 \cdot \left[1 - \sin^2(\varphi_c/2) \cdot \sin^2(2 \cdot \psi_c) \right]. \quad (4.36)$$

Если сравнить уравнения (4.28) и (4.36), то можно заметить, что экстремумов будет одинаковое количество. Но, если для уравнения (4.28) будут наблюдаться максимумы, то для уравнения (4.36) – минимумы и наоборот.

На выходе из пластины интенсивность светового луча можно представить так

$$I_2^{(3)}(\varphi_c, \psi_c) = E^3 \times E^{3*} =$$

$$= I_2^{(2)} \cdot \left\{ \left(\Pi_x^{3b} \right)^2 + \left[\left(\Pi_y^{3b} \right)^2 - \left(\Pi_x^{3b} \right)^2 \right] \cdot \sin^2(\varphi_c/2) \cdot \sin(2 \cdot \psi_c) \right\}. \quad (4.37)$$

Таким образом, различие в формулах (4.30) и (4.37) имеет такую же природу, как и между формулами (4.28) и (4.36).

Кроме того, следует заметить, что составляющая $(\Pi_x^{3b})^2$ в несколько раз больше, чем комплекс $[(\Pi_y^{3b})^2 - (\Pi_x^{3b})^2]$, например, для $n_{\alpha\beta} = 1,5$ соответственно будем иметь 1,92 и 0,33.

И, наконец, рассмотрим, третий вариант, когда луч, падающий на пластинку, подвергается круговой поляризации. В этом случае будем иметь

$$E^1 = M_{\Pi}^{1b} \cdot Q\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot M_{\Pi}^0 \cdot E^0 = \begin{vmatrix} E_x^1 \\ E_y^1 \end{vmatrix}; \quad (4.38)$$

$$E^2 = M_{\Pi}^{2b} \cdot T_{\varphi}^1(\varphi_c) \cdot E^1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \cdot E_x^2; \quad (4.39)$$

$$E^3 = M_{\Pi}^{3b} \cdot T_{\varphi}^2(\varphi_c) \cdot E^2. \quad (4.40)$$

И в этом случае основное различие связано с записью для составляющей E^1 , которая соответственно входит и в E^2 , и в E^3 . Тогда для интенсивностей светового потока будут справедливыми выражения

$$I_3^{(2)}(\varphi_c, \psi_c) = E^2 \times E^{2*} =$$

$$= \left(\Pi_x^{2b} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot E_x^0 \right)^2 \cdot \left\{ \left(\Pi_x^{1b} \right)^2 + \left[\left(\Pi_y^{1b} \right)^2 - \left(\Pi_x^{1b} \right)^2 \right] \cdot \sin^2(\varphi_c/2) \cdot \sin^2(2 \cdot \psi_c) - \right.$$

$$\left. - \Pi_x^{1b} \cdot \Pi_y^{1b} \cdot \sin(\varphi_c/2) \cdot \sin(2 \cdot \psi_c) \right\}; \quad (4.41)$$

$$I_3^{(3)}(\varphi_c, \psi_c) = E^3 \times E^{3*} =$$

$$= I_3^{(2)}(\varphi_c, \psi_c) \cdot \left\{ \left(\Pi_x^{3b} \right)^2 + \left[\left(\Pi_y^{3b} \right)^2 - \left(\Pi_x^{3b} \right)^2 \right] \cdot \sin^2(\varphi_c/2) \cdot \sin^2(2 \cdot \psi_c) \right\}. \quad (4.42)$$

Как видно из формулы (4.41) зависимость для интенсивности светового потока имеет более сложный характер, чем для уравнений (4.28) и (4.36). Если опять предположить, что $n_{\alpha\beta} = 1,5$, то после соответствующих преобразований формулу (4.41) можно привести к виду

$$I_3^{(2)}(\varphi_c, \psi_c) = \left(\Pi_x^{2b} \cdot E_x^0 \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \sin(\varphi_c) \cdot \sin(2 \cdot \psi_c) \right]. \quad (4.43)$$

Таким образом, из последнего уравнения выходит, что величина интенсивности светового потока имеет линейную зависимость от синуса параметра изоклины ψ_c , а не квадратичную, как для уравнений (4.28) и (4.36). Таким образом, в случае круговой поляризации изоклина становится менее контрастной, чем изохроматическая полоса.

Если взять пластину, для которой будет справедливым соотношение $\sin(2 \cdot \psi_c) = 1$, то из выражения (4.43) получим

$$I_3^{(2)}(\varphi_c) = \left(\Pi_x^{2b} \cdot E_x^0 \right)^2 \cdot \sin^2(\varphi_c/2 - \pi/4). \quad (4.44)$$

Как видно из последнего выражения интенсивность светового потока уже не будет зависеть от параметра изоклины, то есть на поле исследуемого образца не будут наблюдаться изоклины, что дает возможность с большей точностью снять поле изохроматических полос. Таким образом, введение пластинок в четверть волны, то есть пластинок с параметром $\lambda_c/4$, дает возможность получить свет круговой поляризации, характеризующийся отсутствием изоклинных полос (это пластинки 3 на рис. 4.2).

4.3 Моделирование напряженного состояния в междисковом зазоре червячно-дискового экструдера

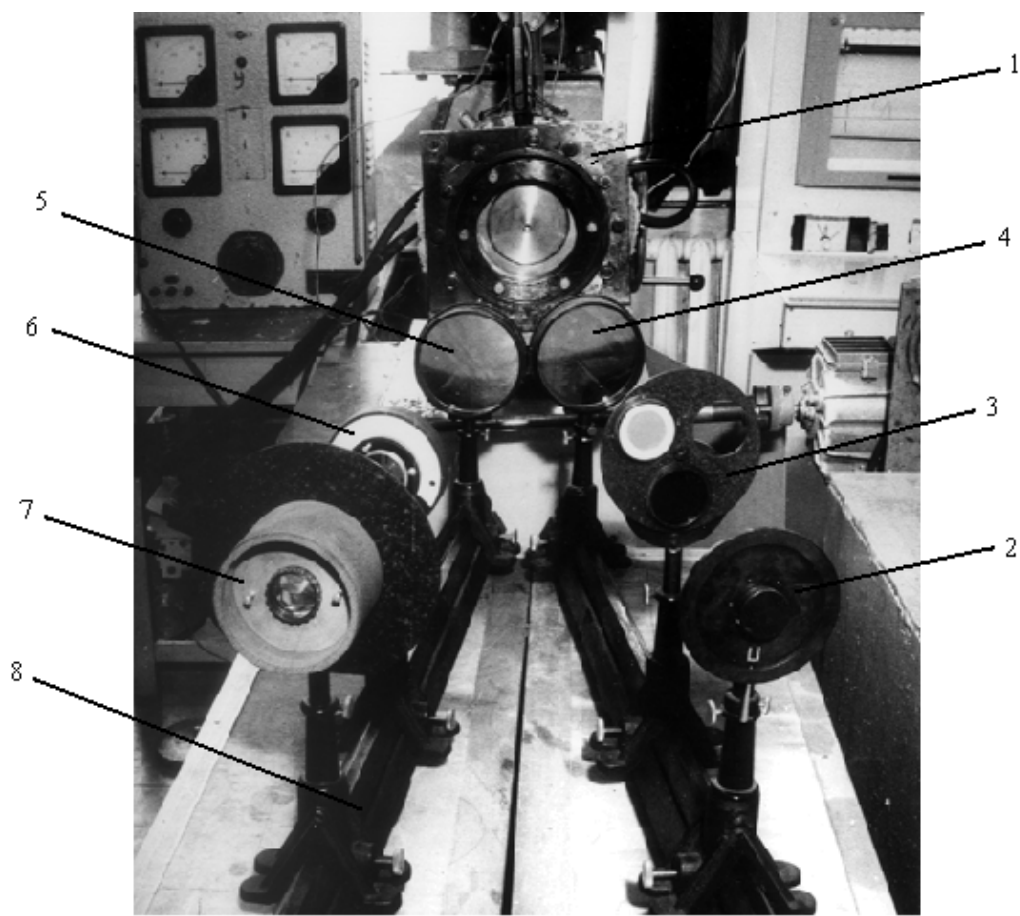
Исследование процессов, которые происходят в дисковых зонах, с помощью метода двойного лучепреломления были проведены в работах [262–267]. При этом использовался вариант отраженного от поверхности вращающегося диска поляризованного света.

В качестве базового агрегата был использован дисковый экструдер для гранулирования полимерных материалов с возможностью регулирования частоты вращения и высоты междискового зазора. Общий вид экспериментальной установки представлен на рис. 4.7.

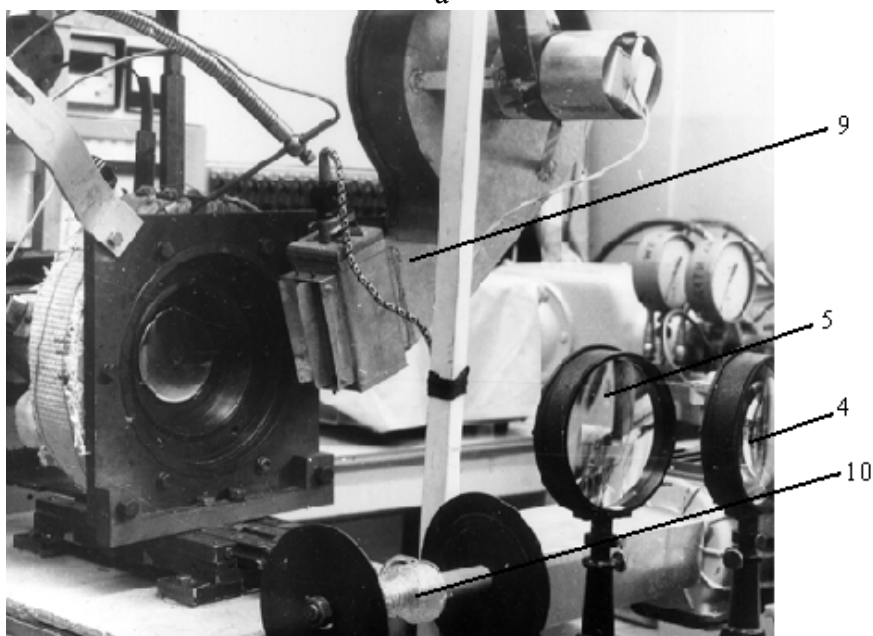
Исследования напряженного состояния в междисковом зазоре методом двойного лучепреломления выбрана *V*-образная схема с использованием отраженного светового потока. Эта схема в данном случае является наиболее приемлемой, так как использование проходящего света здесь не представляется возможным вследствие сложности конфигурации рабочих зон и невозможности изготовления рабочих подвижных деталей из прозрачного для света материала с учетом температурного режима (рис. 4.7).

Одним из компромиссных вопросов при использовании *V*-образной схемы является угол падения светового луча на переднюю поверхность исследуемого элемента. Кроме того, на пути светового потока стоит еще один

прозрачный элемент, а именно стекло, которое ограничивает рабочую зону и имеет свой коэффициент преломления, что надо учитывать в расчетах.



а



б

а – вид спереди; б – вид сбоку: 1 – червячно-дисковый экструдер; 2 – поляризатор, с пластинкой в четверть волны; 3 – светофильтр; 4, 5 – линзы; 6 – анализатор с пластинкой в четверть волны; 7 – конденсор; 8 – направляющие; 9 – тепловой вентилятор; 10 – намоточное устройство

Рисунок 4.7 – Общий вид экспериментальной установки

Некоторые преимущества при экспериментальных исследованиях как было показано в подразделе (4.2) можно достичь, когда угол падения светового луча будет соответствовать отражению при угле Брюстера. Но это условие не является обязательным. Во многих случаях при исследовании по *V*-образной схеме используют достаточно малый угол α , что связано с ограничением геометрических размеров каркасов оптических элементов.

Следует дать некоторые замечания по оптической системе, изображенной на рис. 4.7. Назначение и принадлежность основных элементов системы, а именно: поляризатора, анализатора и пластинок в четверть волны было рассмотрено в подразделе 4.2. Следует напомнить только, что поляризатор превращает световой поток из обычного состояния в поляризованное, в котором имеют место два луча: обыкновенный и необыкновенный.

Пластинки в четверть волны выполняют над плоско поляризованным светом круговую поляризацию, в результате чего исчезают изоклинные изохроматические полосы. Светофильтр 3 предназначен для отделения луча с конкретной длиной волны от всего светового спектра. В большинстве случаев, в том числе и данном случае, используется красный светофильтр с длиной волны $\lambda_c = 0,64$ мкм. В случае использования обычного света будет получена цветная картинка интерференционных полос, которая более яркая, но и более сложная для обработки экспериментальных данных.

Линза 4 предназначена для преобразования расходящегося пучка света в параллельный, который попадает непосредственно в исследуемый элемент. Линза 5 выполняет обратную роль, то есть превращает параллельный световой луч, который отражается от диска, в сходящийся.

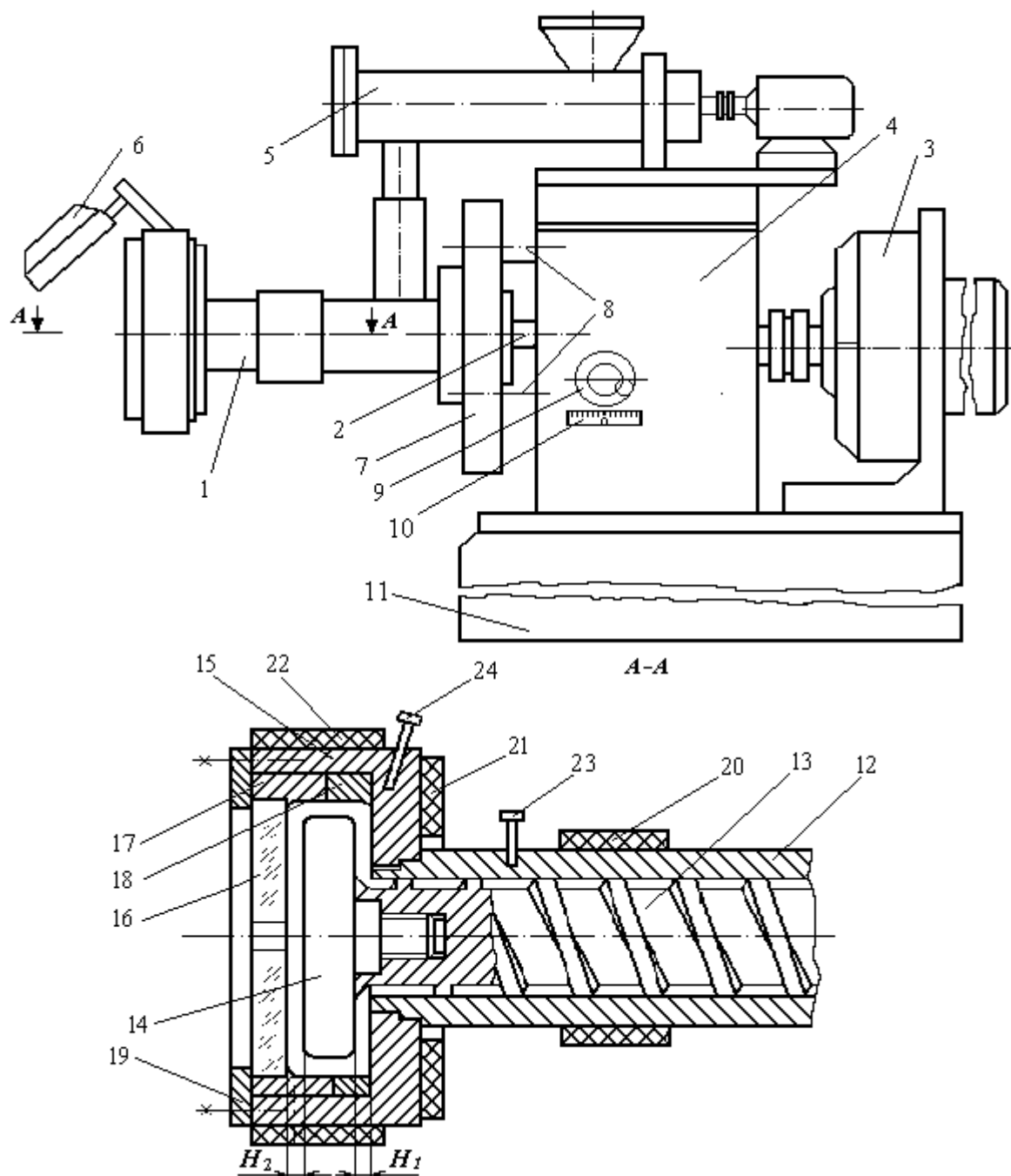
Конденсор 7 предназначен для фокусировки светового потока на регистрирующий элемент, например фотокамеру или кинокамеру.

Схема экспериментального червячно-дискового экструдера изображена на рис. 4.8, основным элементом которого является рабочий узел. Рабочий узел состоит из двух частей: подвижной, куда входит червяк 13 и вращающийся диск 14, и неподвижной, основными элементами которой являются: материальный цилиндр 12, корпус диска 15 и неподвижный диск 16.

Вращательное движение подвижной части осуществляется с помощью привода 3 через приводной вал 2. Причем привод состоит из планетарного редуктора и электродвигателя постоянного тока, который дает возможность медленно изменять количество оборотов вращающегося диска.

Материальный цилиндр 12 через фланец 7 и направляющие колонки 8 связан с механизмом регулировки высоты междисковых зазоров, который представляет собой червячно-винтовую передачу. Регулирование высоты междисковых зазоров выполняется непосредственно вращением штурвала 9, а отсчет значений берется по шкале 10.

Рассмотренная система регулировки рабочих зазоров при изменении одного из зазоров приводит к синхронному изменению другого зазора, в частности уменьшение зазора H_1 приводит к увеличению на такую же величину зазора H_2 .



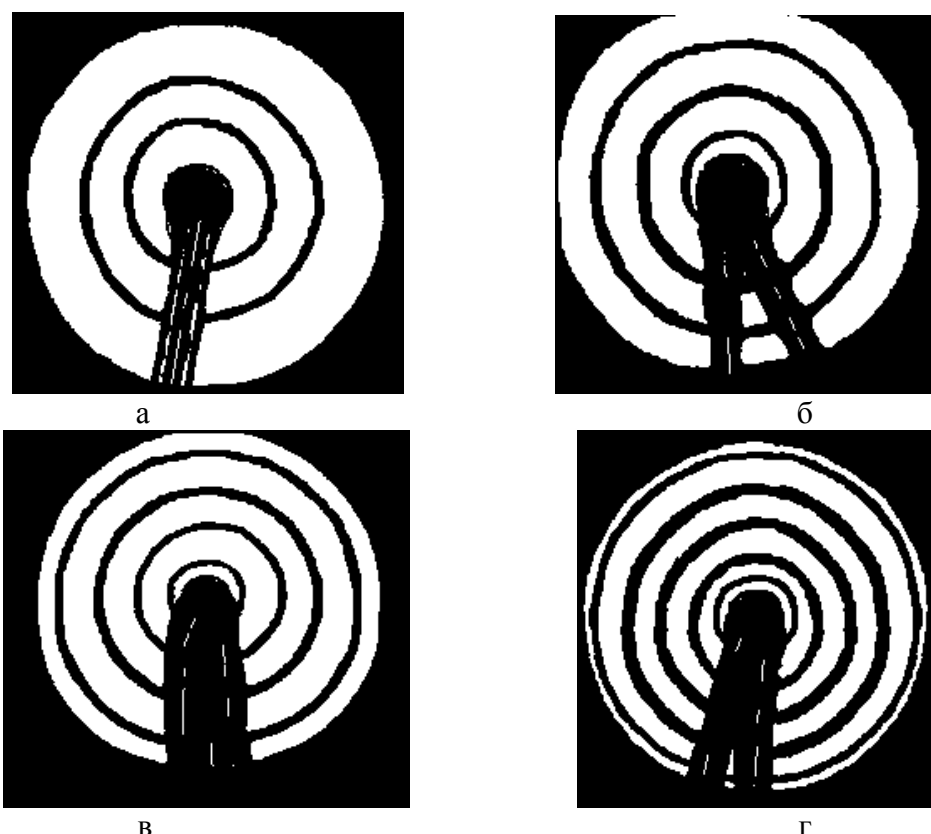
1 – рабочий узел; 2 – приводной вал; 3 – привод; 4 – корпус; 5 – загрузочно-дозировующее устройство; 6 – тепловой вентилятор; 7 – фланец; 8 – направляющие колонки; 9 – штурвал управления механизмом регулировки высоты междисковых зазоров H_1 и H_2 ; 10 – шкала измерения высоты междисковых зазоров; 11 – станина; 12 – материальный цилиндр; 13 – червяк; 14 – подвижный диск; 15 – корпус диска; 16 – неподвижный диск; 17, 18 – вставки; 19 – фланец; 20, 21, 22 – нагреватели; 23, 24 – термодпары

Рисунок 4.8 – Схема экспериментального червячно-дискового экструдера

Чтобы добиться независимости регулирования рабочих зазоров, наряду с использованием механизма регулировки можно проводить замену вставок 17 и 18 с выбором соответствующей толщины.

Для визуализации напряженного состояния в междисковом зазоре методом двойного лучепреломления неподвижный диск выполнен из стекла, причем вследствие значительных температурных градиентов использовано кварцевое стекло.

Фотографии интерференционных полос, которые сняты с помощью экспериментальной установки, изображенной на рис. 4.7 и рис. 4.8, представлены на рис. 4.9 и рис. 4.10. Причем для получения картины полос на рис. 4.9 был использован поляризованный свет круговой поляризации, а на рис. 4.10 – плоской поляризации. То есть на рис. 4.9 изображены только изохроматические полосы, или просто полосы, а на рис. 4.10 – изохроматические и изоклинные полосы, или просто изоклины. При этом следует отметить, что изохроматические полосы, которые представляют собой разность нормальных напряжений, изображены на двух последних рисунках в виде концентрических кругов, что указывает на симметричное распределение напряжений в междисковом зазоре.



а – $N_0 = 0,25 \cdot c^{-1}$; $H = 9$ мм; б – $N_0 = 0,54 \cdot c^{-1}$; $H = 9$ мм;
в – $N_0 = 1,3 \cdot c^{-1}$; $H = 9$ мм; г – $N_0 = 1,3 \cdot c^{-1}$; $H = 6$ мм

Рисунок 4.9 – Фотографии изохроматических полос при течении полистирола в междисковом пространстве при таких параметрах – $R_v = 5$ мм; $R_n = 60$ мм

Исключением может служить фотография, которая представлена на рис. 4.10,г, где наблюдается разное количество полос вдоль горизонтальной оси, по левую сторону и по правую сторону от выходного отверстия. Но это очень просто объяснить. Кроме междискового зазора с плоскопараллельным размещением дисков, при исследовании напряженного состояния с помощью метода двойного лучепреломления, использовались также рабочие зазоры, в которых торцовая поверхность одного из дисков или двух была установлена под наклоном к оси червяка.

На рис. 4.10,г как раз и была использована схема с наклонным расположением неподвижного диска.



а



б



в



г

а – $N_0 = 0,02 \cdot \text{с}^{-1}$; $H = 9 \text{ мм}$; б – $N_0 = 0,54 \cdot \text{с}^{-1}$; $H = 9 \text{ мм}$;

в – $N_0 = 1,3 \cdot \text{с}^{-1}$; $H = 9 \text{ мм}$; г – $N_0 = 1,3 \cdot \text{с}^{-1}$; $H = 6 \div 9 \text{ мм}$

Рисунок 4.10 – Фотографии изохроматических и изоклинных полос при течении полистирола в междисковом пространстве при таких параметрах – $R_v = 5 \text{ мм}$; $R_n = 60 \text{ мм}$

Характерным признаком поля изоклин является его крестообразная форма, которая в особенности выражена при неразвитом напряженном состоянии, возникающем при малых скоростях вращения диска, в соответствии с рис. 4.10,а. При этом следует отметить, что при увеличении частоты вращения диска, которое приводит к возрастанию различия в области выходного отверстия происходит перекручивание изоклин в пределах 90° . Причем, при дальнейшем увеличении количества изохроматических полос, что свидетельствует о возрастании разности нормальных напряжений, форма изоклин остается неизменной.

Такое поведение изоклин можно объяснить следующими причинами. Во-первых, при малых скоростях вращения диска выполняется в полном объеме предположение об отсутствии осевой составляющей скорости в междисковом зазоре. При увеличении частоты вращения в области выходного отверстия уже появляется осевое направление движения жидкости, приводящее к перераспределению касательных напряжений, которые и представляют собой механический аналог изоклин. Во-вторых, кроме касательных напряжений, которые возникают в плоскости диска (в плоскости $r - \varphi$), на распределение

изоклин в области выходного отверстия оказывают влияние также и другие касательные напряжения (в плоскостях $r - z$ и $\varphi - z$).

Для того чтобы расшифровать интерференционные полосы следует использовать линейный динамо оптический закон (4.8) с учетом выражения (4.6) и результатов двух предыдущих подразделов, а именно 4.1 и 4.2. При этом, в случае использования V -образной схемы с отраженным световым потоком, можно записать такие зависимости для определения разности нормальных и касательного напряжений

$$\sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{\lambda_c}{2 \cdot C_\sigma \cdot l_c} \cdot n \cdot \cos(2 \cdot \psi_c); \quad (4.32)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\lambda_c}{4 \cdot C_\sigma \cdot l_c} \cdot n \cdot \sin(2 \cdot \psi_c). \quad (4.33)$$

Два последних уравнения указывают на то, что расшифровка интерференционных картин происходит в декартовой системе координат. Чтобы сравнить экспериментальные результаты с теоретическими, по полученным зависимостям из первого раздела книги, необходимо выполнить преобразование уравнений (4.32) и (4.33) из декартовой системы координат в цилиндрическую. При этом будут справедливыми следующие зависимости

$$\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{\lambda_c}{2 \cdot C_\sigma \cdot l_c} \cdot n \cdot \cos[2 \cdot (\psi_c - \varphi)]; \quad (4.34)$$

$$\sigma_{r\varphi} = \frac{\lambda_c}{4 \cdot C_\sigma \cdot l_c} \cdot n \cdot \sin[2 \cdot (\psi_c - \varphi)]. \quad (4.35)$$

Приведем анализ двух последних уравнений в сочетании с фотографиями на рис. 4.10. Первое замечание, на которое следует обратить внимание, это соотношение между параметром изоклины ψ_c и угловой координатой φ . В случае их равенства получим экстремальные значения разности нормальных напряжений и нулевые значения касательных напряжений. Такое распределение напряжений справедливо для главных направлений, где действуют главные напряжения.

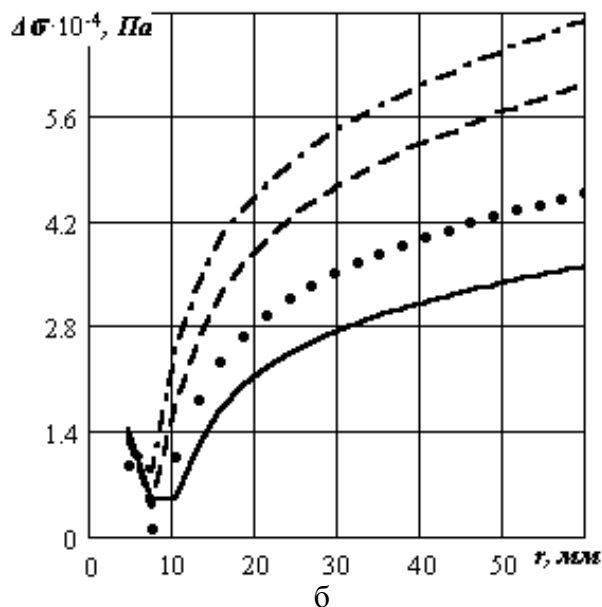
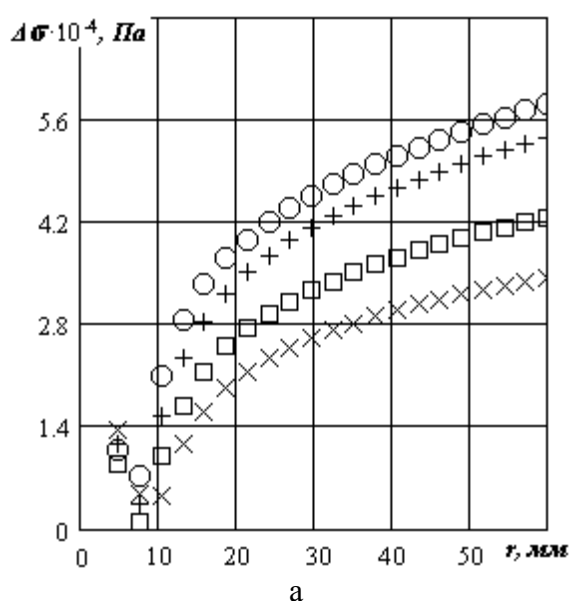
Изоклины образуются, как было определено в предыдущем подразделе, при скрещенных осях поляризатора и анализатора. Причем значение нулевой изоклины ($\psi_c = 0$) соответствует вертикальному расположению оси поляризатора и, соответственно, горизонтальному направлению оси анализатора. При этом угловая координата φ также равна нулю. Фотографии, изображенные на рис. 4.10, именно и отвечают нулевому параметру изоклины. Чтобы получить изоклины с другими параметрами, следует одновременно вращать на одинаковый угол поляризатор и анализатор. При этом, как нетрудно увидеть из приведенных фотографий, при повороте поляроидных пластинок на 90° изоклины снова же так займут начальное положение. Следует также указать, что при повороте поля изоклин и фиксации параметра изоклины,

значение координаты φ будет изменяться с таким же шагом. Откуда выходит, что разность $(\psi_c - \varphi)$ будет всегда равна нулю. То есть в цилиндрической системе координат на достаточном расстоянии от выходного отверстия все направления в междисковом пространстве будут главными.

В непосредственной близости возле выходного отверстия, как это видно из приведенных фотографий, если брать горизонтальное или вертикальное направления, параметр изоклины проходит от одного нулевого значения к другому. А это свидетельствует о том, что в размещенной возле выходного отверстия зоне касательные напряжения проходят через максимум, а разность нормальных (главных) – через нуль.

Графики расшифровки экспериментальных данных для разности нормальных напряжений представлены на рис. 4.11,а, а результаты теоретических расчетов по формулам (1.21) представлены на рис. 4.11,б. Как видно из приведенных графиков наблюдается удовлетворительная адекватность экспериментальных и теоретических результатов. При этом имеет место явно выраженная овражистая зона, то есть зона с резким изменением градиентов разности напряжений возле выходного отверстия.

Из приведенных на последнем рисунке графиков можно также наблюдать некоторое расхождение в абсолютных значениях величин. Причем, чем большая скорость вращения, тем больше это расхождение. Это можно объяснить двумя причинами. Первая связана с ростом диссипативных процессов в междисковом пространстве за счет вязкого трения при увеличении угловой скорости. Вторая причина вызвана неоднозначностью выбора оптического коэффициента напряжений (в данном случае было использовано значение $C_\sigma = 4,4 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$).



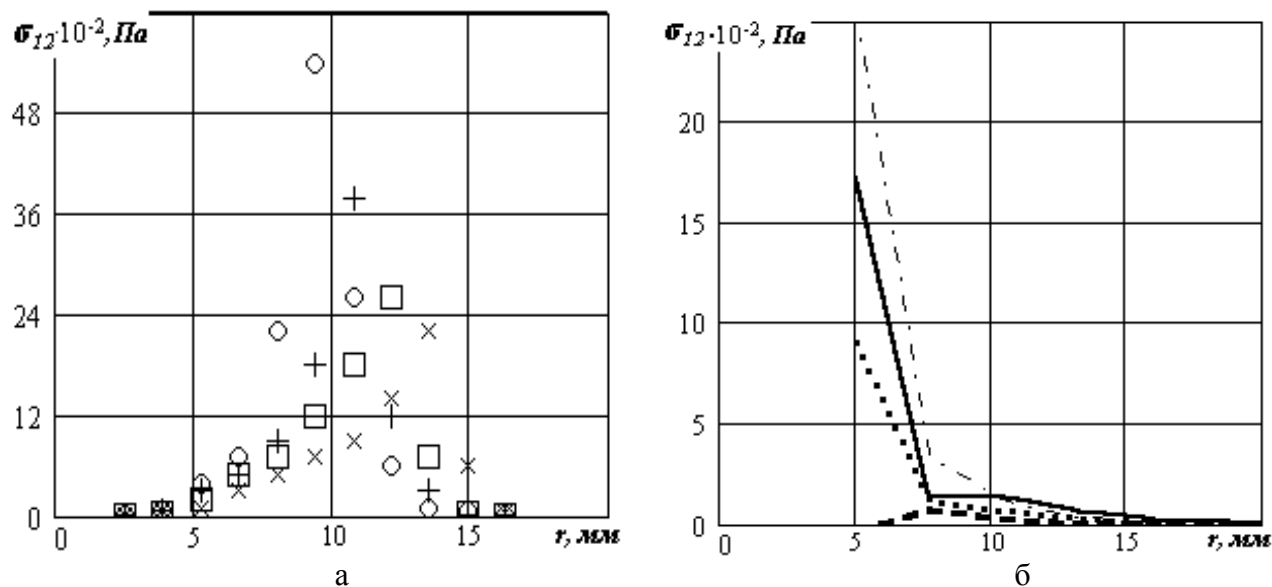
а – экспериментальные кривые; —х— – вариант “а”; — \circ — – вариант “б”; —+— – вариант “в”; — \square — – вариант “г”;

б – теоретические кривые; ——— – вариант “а”; – вариант “б”; — · — · — – вариант “в”; — · — · — – вариант “г”

Рисунок 4.11 – Распределение разности нормальных напряжений вдоль радиуса междискового пространства в соответствии с вариантами на рис. 4.6

Экспериментальные и теоретические кривые для касательных напряжений приведены на рис. 4.12. При этом также за базу были взяты экспериментальные результаты, представленные на рис. 4.9.

Как видим из приведенных результатов, в данном случае наблюдается значительное расхождение в результатах в зоне выходного отверстия, полученных экспериментально и с учетом соответствующих аналитических зависимостей. При этом адекватность поведения графиков наблюдается только для варианта “в”. Для других вариантов теоретические значения касательных напряжений имеют максимальные значения непосредственно на расстоянии радиуса выходного отверстия.



а – экспериментальные кривые; —х— – вариант “а”; —○— – вариант “б”; —+— – вариант “в”; —□— – вариант “г”;
б – теоретические кривые; ——— – вариант “а”; – вариант “б”; — — — – вариант “в”; — · — · — вариант “г”

Рисунок 4.12 – Распределение касательных напряжений вдоль радиуса междискового пространства в соответствии с вариантами на рис. 4.6

Последние замечания можно объяснить двумя причинами. Первая – при теоретических расчетах брался во внимание только компонент тензора напряжений $\sigma_{r\varphi}$. В то время как было указано раньше, в зоне выходного отверстия возникают и другие касательные напряжения, которые суммируются соответствующим образом и оказывают влияние на экспериментальные данные. Вторая – вследствие использования V -образной схемы с учетом отражения светового потока, конец изоклины, который связан с выходным отверстием, может быть смещенным (что тяжело определить из реальной картины).

Такое смещение приводит к отклонению значений касательных напряжений от нулевой отметки. Во всем другом пространстве междискового зазора, составляющем большую часть, теоретические и экспериментальные результаты полностью совпадают. То есть касательные напряжения $\sigma_{r\varphi}$ равны нулю. При этом следует отметить, что графики на рис. 4.12 изображены только на небольшом отрезке вдоль оси r , а именно при $r = 20$ мм (на рис. 4.11 представлены графики вдоль всего радиуса междискового зазора $r = Rn = 60$ мм).

Среди последних работ, в которых использованы методы и принципы двойного лучепреломления, можно выделить [268–275].

Список литературы

1. *Weissenberg, K.* A continuum theory of rheological phenomena [Text] / *K.A. Weissenberg* // *Nature*. – 1947. – V.159, March 1. – P.310–311.
2. А.с. 410370 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *Н.К. Жук, П.Я. Костина, В.Л. Кочеров* и др. (СССР) – №1768511/23-5; Заявл. 04.06.72; Оpubл. 16.01.74, Бюл. №2 – 2 с.
3. А.с. 418337 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Дисковый экструдер [Текст] / *Ю.Г. Остапчук* (СССР) – №1830995/23-5; Заявл. 22.09.72; Оpubл. 05.03.74, Бюл. №9. – 2 с.
4. А.с. 488724 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Дисковый экструдер [Текст] / *М.Л. Язловицкий, Ю.Г. Остапчук* (СССР) – №2023226/40-23; Заявл. 12.05.74.; Оpubл. 25.10.75., Бюл. №39. – 2 с.
5. А.с. 526518 СССР, МКИ В29F3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *В.Л. Кочеров* (СССР). – №1970917/05; Заявл. 23.11.73; Оpubл. 30.08.76, Бюл. №32. – 4 с.
6. А.с. 973386 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *И.М. Кузьев* (СССР).– № 3255175/23-05; Заявл. 26.02.81.; Оpubл. 15.11.82., Бюл. №422. – 4 с.
7. Пат. 341211 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Дисковый экструдер по переработке полимерных материалов [Текст] / *К. Леду, Е. Невиль* (Франция); Продюн Шимик Пешинэ – Сен-Гобэн (Франция). – №1269498/23-5; Заявл. 6.09.68.; Оpubл.5.06.72, Бюл. №18: Приоритет 14.09.67, №120998, Франция. – 4 с.
8. А.с. 514725 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Червячно-дисковый экструдер [Текст] / *Н.К. Жук, В.Л. Кочеров, Ю.Е. Лукач* и др. (СССР) – №2105317/23-5; Заявл. 27.11.74.; Оpubл. 25.05.76, Бюл. №19. – 3 с.
9. А.с. 582984 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Червячно-дисковый экструдер [Текст] / *В.Н. Бондаренко, Н.К. Жук, В.Л. Кочеров, Ю.Е. Лукач* и др. (СССР) – №2354983/23-05; Заявл. 03.05.76; Оpubл. 05.12.77, Бюл. №45. – 3 с.
10. А.с. 764999 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *К.Р. Балтага, Л.И. Цыфир* (СССР). – №2642435/23-05; Заявл. 10.07.78; Оpubл. 23.09.80, Бюл. №35.-4 с.
11. А.с. 852611 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Червячно-дисковый экструдер [Текст] / *В.А. Успенский, И.М. Кузьев* (СССР). – №2772193/23-5; Заявл. 30.05.79; Оpubл. 07.08.81, Бюл. №29. – 3 с.
12. А.с. 522964 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *К.К. Бачинский, Ю.Е. Лукач, Ю.Г. Остапчук, А.Д. Петухов* и др. (СССР) – №1982845/23-05; Заявл. 03.01.74. Оpubл. 30.07.76, Бюл. №28. – 3 с.
13. А.с. 651973 СССР, МКИ В 29 f 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *К.К. Бачинский, В.Л. Кочеров, Ю.Е. Лукач, А.Д. Петухов* и др. (СССР) – №2542383/23-05; Заявл. 10.11.71; Оpubл. 15.03.79, Бюл. №10. – 3 с.

14. А.с. 1171347 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / Ю.Е. Лукач, В.А. Сенатос, А.Д. Петухов, В.Н. Бондаренко (СССР) – №3670846/23-05; Заявл. 15.09.83; Оpubл. 07.08.85, Бюл. №29. – 4 с.
15. Пат. 3079635 США, НКИ 261-176. Serewless extruder with multiple speed rotating disc [Text] / E.L. Adams (USA); Owens-Illinois Glass Company (USA) – №73784; Заявл. 05.12.66; Оpubл. 05.03.63 – 5 p.
16. Пат. 3262154 США, МКИ В 29 d 23/04. Feed system [Text] / B. Maxwell (USA); USM Corporation, Boston (USA). – №75544; Заявл. 25.09.70; Оpubл. 23.01.73 – 14 p.
17. Пат. 1032523 ФРГ, МКИ В 29 f 3/05. Kontinuierlich arbeitende plastifizier – und mischmaschine [Text] / K. Hartmann (DBP) – №26867; Заявл. 25.04.56; Оpubл. 19.06.58. – 4 s.
18. Пат. 1144233 ФРГ, МКИ В 01 f 3/01. Vorrichtung zum Kueten, mischen und homogenisieren zähflüssiger stoffe, insbesondere zum anfbereiten und presessen von thermoplasten [Text] / A. Retting (DBP); Badische Anilin – Aktiengesellschaft, Soda – Fabrik Zudwigshafen – Phein (DBP) – №49086; Заявл. 29.05.58; опубл. 28.02.63. – 4s.
19. А.с. 642198 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / В.А. Сенатос, Г.И. Ведь (СССР) – №2437256/23-05; Заявл. 03.01.77; Оpubл. 15.01.79. – Бюл. №27. – 2 с.
20. А.с. 960037 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / И.М. Кузьяев, В.А. Успенский, С.Г. Голунов (СССР) – 2992685/23-05; Заявл. 08.10.80; Оpubл. 23.09.82, Бюл. №35 – 4 с.
21. А.с. 1016191 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / И.М. Кузьяев (СССР). – № 3328305/23-05; Заявлено 18.06.81; Оpubл. 07.05.83, Бюл. № 17. – 3 с.
22. А.с. 1065233 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / Ю.А. Кузнецов, В.А. Успенский, И.М. Кузьяев (СССР). – № 3441208/ 23-05; Заявл. 24.05.82; Оpubл. 07.01.84, Бюл. № 1. – 3 с.
23. А.с. 385739 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для преработки полимерных материалов [Текст] / Ю.Е. Лукач, В.Н. Ненно, В.А. Сенатос, А.Д. Петухов и др. (СССР) – №1678433/23-05; Заявл. 05.07.71; Оpubл. 14.06.73, Бюл. №26. – 2 с.
24. А.с. 679415 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисково-червячный экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / М.Л. Язловицкий, Н.К. Жук (СССР) – № 2575435/23-05; Заявл. 06.02.78; Оpubл. 15.08.79, Бюл. №30. – 2 с.
25. Пат. 1079816 Великобритания, НКИ В5А. Improvements or relating to plasticising apparatus [Text] / P.F. Harrison (GB) – №4577/65; Заявл. 31.06.66; Оpubл. 16.08.67. – 4 p.

26. А.с. 1016191 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *И.М. Кузьяев* (СССР) – № 3328305/23-05; Заявл. 18.06.81; Оpubл. 07.05.83, Бюл. № 17. – 4 с.
27. А.с. 939268 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *И.М. Кузьяев, В.А. Успенский, С.Г. Голунов* (СССР). – № 3231580/23-05; Заявлено 04.12.80; Оpubл. 30.06.82, Бюл. № 24. – 3 с.
28. А.с. 975431 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *И.М. Кузьяев* (СССР). – № 3301162/23-05; Заявлено 11.06.81; Оpubл. 23.11.82, Бюл. № 43. – 4 с.
29. А.с. 937203 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер [Текст] / *И.М. Кузьяев, С.В. Портненко, Ю.А. Кузнецов* и др. (СССР). – № 3225180/23-05; Заявлено 26.12.80; Оpubл. 23.06.82, Бюл. № 23. – 4 с.
30. А.с. 1634527 СССР, МКИ В 29 С 47/52. Устройство для переработки полимерных материалов [Текст] / *О.В. Кондратюк, В.М. Голуб, А.Я. Малкин* и др. (СССР). – № 4612013/05; Заявлено 02.12.88; Оpubл. 15.03.91, Бюл. № 10. – 3 с.
31. А.с. 764999 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *К.Р. Балтага, Л.И. Цыфир* (СССР). – № 2642435/23-05; Заявлено 10.07.78; Оpubл. 23.09.80, Бюл. № 35. – 3 с.
32. А.с. 973386 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *И.М. Кузьяев* (СССР). – № 3255175/23-05; Заявлено 26.02.81; Оpubл. 15.11.82, Бюл. № 42. – 4 с.
33. Пат. 2003466 Россия, МКИ В 29 С 47/52. Экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *В.Б. Думенко, В.Л. Зайцев, О.Е. Зелинский* и др. (Россия). – № 5017685/05; Заявлено 20.12.91; Оpubл. 30.11.93, Бюл. № 43-44. – 4 с.
34. А.с. 765000 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Центробежный экструдер для полимеров [Текст] / *Н.М. Климашевич, Ю.И. Пушкарев* (СССР). – № 2673572/23-05; Заявлено 16.10.78; Оpubл. 23.09.80, Бюл. № 35. – 3 с.
35. А.с. 1065233 СССР, МКИ В 29 F 3/012. Дисковый экструдер для переработки полимерных материалов [Текст] / *Ю.А. Кузнецов, В.А. Успенский, И.М. Кузьяев* (СССР). – № 3441208/23-05; Заявлено 24.05.82; Оpubл. 07.01.84, Бюл. № 1. – 3 с.
36. *Kármán, T.V.* Über laminare und turbulente Reibung [Text] / *T.V. Kármán* // Z. Andew.Math. Mech.– 1921. – №1. – P.232-252.
37. *Batchelor, G.K.* Note on a class of solutions of the Navier-Stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow [Text] / *G.K. Batchelor* // J. Mech. Appl. Math. – 1951. – №4. – P.29-41.
38. *Stewartson, K.* On the flow between two rotating coaxial disks [Text] / *K. Stewartson* // Proc. Cambridge Philos. Soc. – 1953. – №49. – P.333-341.
39. *Mellor, G.L.* On the flow between a rotating and a stationary disk [Text] / *G.L. Mellor, P.J. Chapple, V.K. Stokes* // J. Fluid Mech. – 1968. – №31. – P.95-112.

40. *Roberts, S.M.* Computation of the flow between a rotating and a stationary disk [Text] / *S.M. Roberts, J.S. Shipman* // *I. Fluid Mech.* – 1976. – №73 – P.53-63.
41. *Nguyen, N.D.* Multiple solutions for flow between coaxial disks [Text] / *N.D. Nguyen, J.P. Ribault, P. Florent* // *J. Fluid Mech.* – 1975. – №68. – P.369-388.
42. *Kubiček, M.* Evaluation of branching points based on the differentiation with respect to boundary conditions [Text] / *M. Kubiček, V. Hlaváček* // *Chem. Enging Sci.* – 1975. – №30. – P.1439-1446.
43. *Kubiček, M.* Calculations of flow between two rotating coaxial disks by differentiation with respect to an actual parameter [Text] / *M. Kubiček, M. Holodniok, V. Hlaváček* // *Comp. Fluids.* – 1976. – №4. – P.59-68.
44. *Kubiček, M.* Problem of a flow of an incompressible viscous fluid between two rotating disks solved by one – parameter imbedding techniques [Text] / *M. Kubiček, M. Holodniok, V. Hlaváček* // *Sb. VSCHT.* – Praha, 1977. – P.47-70.
45. *Holodniok, M.* Computation of the flow between two rotating coaxial disks [Text] / *M. Holodniok, M. Kubiček, V. Hlaváček* // *I. Fluid Mech.* – 1977. – №81. – P.689-699.
46. *Holodniok M.* Computation of the flow between two rotating coaxial disks: multiplicity of steady – state solutions [Text] / *M. Holodniok, M. Kubiček, V. Hlaváček* // *I. Fluid Mech.* – 1981. – №108. – P.227-240.
47. *Dijkstra, D.* The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder [Text] / *D. Dijkstra, G.J. Van Heijst* // *J. Fluid Mech.* . – 1983. – №128. – P.123-154.
48. *Lance, G.N.* The axially symmetric flow of a viscous fluid between two infinite rotating disks [Text] / *G.N. Lance, M.H. Rogers* // *Proc. Roy. Soc. London.* – 1962. – Ser.A 266. – P.109-121.
49. *Pearson, C.E.* Numerical solutions for the time – dependent viscous flow between two rotating coaxial disks [Text] / *C.E. Pearson* // *J. Fluid. Mech.* – 1965. – №21. – P.623-633.
50. *Tam, K.K.* A note on the asymptotic solution of the flow between two oppositely rotating infinite plane disks [Text] / *K.K. Tam* // *SIAMJ. Appl. Math.* – 1969. – №17. – P.1305-1310.
51. *Rasmussen, H.* High Reynolds number flow between two infinite rotating disks [Text] / *H. Rasmussen* // *J. Austral. Math. Soc.* – 1971. – №12. – P.483-501.
52. *Greenspan, D.* Numerical studies of flow between rotating coaxial disks [Text] / *D. Greenspan* // *J. Inst. Math. Appl.* – 1972. – №9. – P.370-377.
53. *Matkowsky B.J.* The flow between counter-rotating disks at high Reynolds numbers [Text] / *B.J. Matkowsky, W.L. Siegmann* // *SIAMJ. Appl. Math.* – 1976. – №30. – P.720-727.
54. *Wilson, L.O.* Flow between a stationary and a rotating disk with suction [Text] / *L.O. Wilson, N.L. Schryer* // *J. Fluid Mech.* – 1978. – №85. – P.479-496.
55. *Hastings, S.P.* On existence theorems for some problems from boundary layer theory [Text] / *S.P. Hastings* // *Arch. Rational Mech. Anal.* – 1970. – №38. – P.308-316.

56. *McLeod, J.B.* On the flow between two counter-rotating infinite plane disks [Text] / *J.B. McLeod, S.V. Parter* // Arch. Rational Mech. Anal. – 1974. – №54. – P.301-327.
57. *Elcrat, A.R.* On the swirling flow between rotating coaxial disks [Text] / *A.R. Elcrat* // J. Diff. Equations. – 1975. – №18. – P.423-430.
58. *McLeod, J.B.* The non-monotonicity of solutions in swirling flow [Text] / *J.B. McLeod, S.V. Parter* // Proc. Roy. Soc. Edinburgh. – 1977. – A 76. – P.161-182.
59. *Kreiss, H.O.* On the swirling flow between rotating coaxial disks, asymptotic behaviour, I [Text] / *H.O. Kreiss, S.V. Parter* // Proc. Roy. Soc. of Edinburgh. – 1981. – A90 – P.293-316.
60. *Kreiss, H.O.* On the swirling flow between rotating coaxial disks, asymptotic behaviour, II [Text] / *H.O. Kreiss, S.V. Parter* // Proc. Roy. Soc. of Edinburgh. – 1981. – A90 – P.317-346.
61. *Горин, А.В.* Ламинарное течение жидкости между вращающимися дисками [Текст] / *А.В. Горин, М.И. Шилев* // Изв. АН СССР МЖГ. – 1976. – №2. – С.60-66.
62. *Шилев, М.И.* Начальный гидродинамический участок течения жидкости между вращающимися дисками [Текст] / *М.И. Шилев, В.Н. Арбузов* // Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1977. – С.56-68.
63. *Шилев, М.И.* Гидродинамика и устойчивость ламинарного течения жидкости между вращающимися дисками [Текст] / *М.И. Шилев, В.Н. Арбузов*. – Томск: 1983. – 46с. Деп. в ВИНТИ 23.02.83г., №2307-83.
64. *Дорфман, Л.А.* Численные методы в газодинамике турбомашин [Текст] / *Л.А. Дорфман* – Л.: Энергия, 1974. – 272 с.
65. *Браиловская, И.Ю.* Решение уравнений пограничного слоя разностным методом [Текст] / *И.Ю. Браиловская, Л.А. Чудов* // Вычислительные методы и программирование. – М.: Изд. МГУ, 1962. – С.167-182.
66. *Головин, В.А.* Ламинарное течение вязкой жидкости в зазоре между вращающимся диском и неподвижной стенкой при отсутствии протечек [Текст] / *В.А. Головин, В.В. Малюшенко* // Изв. высш. учебн. завед. Энергетика. – 1981. – №5. – С.74-79.
67. *Коновер, Р. А.* Ламинарное течение между вращающейся и параллельной неподвижной стенкой при наличии расхода в направлении от периферии к центру и без него [Текст] / *Р.А. Коновер* // Труды АОИМ, сер. Д, №3. – М.: Мир, 1968. – С.8-17.
68. *Szeri, A.Z.* Source flow between a stationary and rotating disk [Text] / *A.Z. Szeri, M.L. Adams* // Mech. Res. Comm. – 1976 – №3 – P.231-232.
69. *Szeri, A.Z.* Laminar through flow between closely spaced rotating disks [Text] / *A.Z. Szeri, M.L. Adams* // J. Fluid Mech. – 1978. – №86 – P.1-14.
70. *Coombs, J.A.* An experimental investigation of the effects of lubricant inertia in hydrostatic thrust bearings [Text] / *J.A. Coombs, D. Dowson* // Proc. Inst. Mech. Engrs. – 1965. – №179(3). – P.96-108.
71. *Osterle, J.F.* Inertia induced cavitation in hydrostatic thrust bearing [Text] / *J.F. Osterle, W.F. Hughes* // Wear. – 1957. – №4. – P.228-233.

72. *Jackson, J.D.* The pressure distribution in a hydrostatic thrust bearing [Text] / *J.D. Jackson, G.R. Symmons* // Int. J. Mech. Sci. – 1965. – №7 – P.239-242.
73. *Jackson, J.D.* An investigation of laminar radial flow between two parallel discs [Text] / *J.D. Jackson, G.R. Symmons* // Appl. Sci. Res. – 1965. – A15. – P.59-75.
74. *Wimmer, M.* Die zähe strömung im spalt zwischen einer rotierender scheibe und einem ruhenden gehäuse [Text] / *M. Wimmer* // ZAMM. – 1979. – №5. – S.350-353.
75. *Bloor, M.I.* Axially symmetric boundary layers on a finite disk [Text] / *M.I. Bloor, D.B. Ingham* // Phys. Fluids – 1977. – Vol. 20. – №8. – P.1228-1233.
76. *Harada, I.* On there kinds of solutions of a flow between two rotating disks [Text] / *I. Harada* // J. Phys. Soc. Japan. – 1978. – Vol. 45. – №2. – P.721-722.
77. *Chattopadhyay, A.K.* Radial flow of incompressible fluids between two parallel disks [Text] / *A.K. Chattopadhyay* // Indian J. Technol. – 1981. – Vol. 19. №6. – P.217-223.
78. *Bodonyi, R.J.* On rotationally symmetric flow above an infinite rotating disk [Text] / *R.J. Bodonyi* // J. Fluid Mech. – 1975. – №67. – P.657-662.
79. *Cooper, P.* Turbulent flow between a rotating disk and a parallel wall [Text] / *P. Cooper, E. Reshotko* // AIAAJ. – 1975. – №13. – P.573-577.
80. *Evans, D.J.* The rotationally symmetric flow of a viscous fluid in the presence of an infinite rotating disk with uniform suction [Text] / *D.J. Evans* // Quart. J. Mech. Appl. Math. – 1969. – №22. – P.467-471.
81. *Goswami, B.* Oscillating radial flow between two parallel rotating disks [Text] / *B. Goswami, R.S. Nanda* // Acta Mech. – 1979. – Vol.31. – №3-4. – P.221-230.
82. *Kreith, F.* Laminar source flow between two parallel coaxial disks rotating at different speeds [Text] / *F. Kreith, H. Vaviand* // J. Appl. Mech. – 1967. – №34. – P.541-547.
83. *Elkouch, A.F.* Oscillating radial flow between parallel plates [Text] / *A.F. Elkouch* // Appl. Sci. Res. – 1975. – № 30. – P.401-417.
84. *Ценумис, Я.В.* О разрешимости краевой задачи, возникшей при изучении движения жидкости между двумя вращающимися дисками [Текст] / *Я.В. Ценумис* // Латв. матем. ежегодник. – Рига, 1981. – №25. – С.102-108.
85. *Адамс, Р.* Экспериментальное исследование течения между совместно вращающимися дисками [Текст] / *Р. Адамс, В. Райс* // Прикладная механика. – 1970. – Т.37. №3. – С.272-277.
86. *Мисюра, В.И.* Экспериментальное исследование течения несжимаемой жидкости между вращающимися дисками [Текст] / *В.И. Мисюра* // Изв. вузов, Энергетика. – 1977. – № 5. – С.103-107.
87. *Бойд, К.* Ламинарное течение жидкости между вращающимися дисками при подводе несжимаемой жидкости с периферии [Текст] / *К. Бойд, В. Райс* // Прикладная механика. – 1968. – Т.35. – № 2. – С.22-31.
88. *Патер, Л.* Определение режима течения между совместно вращающимися дисками [Текст] / *Патер Л., Краутер Е., Райс В.* // Теор. основы инж. расчетов. – 1974. – № 1. – С.122-128.

89. *Шановалов, В.М.* Течение и теплообмен anomalно вязкой жидкости в зазоре между вращающимися и неподвижным дисками при неоднородном давлении по периметру [Текст] / *В.М.Шановалов, Н.В. Тябин, Л.М. Бедер* // Инж. – физ. журнал. – 1985. – Т.49. – № 5. – С.745-751.
90. *Phan-Thien, N.* Coaxial-disk flow and flow about a rotating disk of a Maxwellian fluid [Text] / *N. Phan-Thien* // *J. Fluid Mech.* – 1983. – № 128. – С.427-442.
91. *Bhatnagar, R.K.* Numerical solutions for flow of an Oldroyd fluid confined between coaxial rotating disks [Text] / *R.K. Bhatnagar, G.N. Perera* // *J.Rheol.* – 1982. – Vol.26. – № 1. – P.19-41.
92. *Bhatnagar, R.K.* Numerical investigations of flow of a viscoelastic fluid between rotating coaxial disks [Text] / *R.K. Bhatnagar, J.V. Zago* // *Rheol. Acta.* – 1978. – Vol.17. – № 6. – P.557-567.
93. *Rajagopal, K. R.* Flow and stability of second grade fluids between two parallel rotating plates [Text] / *K. R. Rajagopal, A. S. Gupta* // *Arch. Mech.* – 1981. – Vol.33. – № 5. – P.663-674.
94. *Sharma, S.K.* Flow of a second-order fluid over an enclosed rotating disc [Text] / *S.K. Sharma, H.G. Sharma* // *Appl. Sci. Res.* – 1965. – Vol. A15. – P.272-277.
95. *Sharma H.G.* Flow of a non-Newtonian second-order fluid between two enclosed rotating discs [Text] / *H.G. Sharma, D.S. Gupta* // *Indian J. Pure Appl. Math.* – 1981. – Vol.12. – № 9. – P.1146-1159.
96. *Rajagopal, K.R.* Flow and stability of a second grade fluid between two parallel plates rotating about non-coincident axes [Text] / *K.R. Rajagopal, A.S. Gupta* // *Intl. J. Eng. Science.* – 1981. – № 19. – P.1401-1409.
97. *Rajagopal, K.R.* The flow of a second order fluid between rotating parallel plates [Text] / *K.R. Rajagopal* // *J. of Non-Newt. Fluid Mech.* – 1981. – № 9. – P.185-190.
98. *Rajagopal, K.R.* On the flow of a simple fluid in an orthogonal rheometer [Text] / *K.R. Rajagopal* // *Arch. Ration. Mech. Anal.* – 1982. – Vol.79. – № 1. – P.39-47.
99. *Sharma, H.G.* Forced flow of a second – order fluid between two infinite discs [Text] / *H.G. Sharma, D.S. Gupta* // *Indian J. Techn.* – 1984. – Vol.22. – № 6. – P.201-206.
100. *Кузьяев, И.М.* Ламинарное течение вязкоупругой жидкости между двумя неподвижными дисками [Текст] / *И.М. Кузьяев, И Г. Плошенко.* – Днепропетровск: 1984. – 13с. Деп. В Укр НИИНТИ 04.04.84г., № 737 Ук. – 84.
101. *Кузьяев, И.М.* Течение вязкоупругой жидкости между двумя вращающимися дисками [Текст] / *И.М. Кузьяев, И Г. Плошенко.* – Днепропетровск: 1984. – 12с. Деп. в УкрНИИНТИ 14.06.84г., № 1389 Ук. – 84.
102. *Кузьяев, І.М.* Моделювання процесів, що відбуваються при течії в'язкопружних рідин в просторі між двома дисками [Текст] / *І.М. Кузьяев, В.І. Ситар* // *Системні технології.* – 2001. – № 2 (13). – С.76-80.

103. Кузяев, I.M. Розрахунок деформаційно-напруженого стану розплавів полімерів при течії між двома дисками, один з яких обертається [Текст] / I.M. Кузяев // Вопр. химии и хим. технол. – 2001. – № 6. – С.146-151.
104. Plan-Thien, N. Coaxial- disk flow of an Oldroyd –B fluid: exact solution and stability [Text] / N. Plan-Thien // J. of Non – Newt. Fluid Mech. – 1983. – Vol.13. – № 3. – P.325-340.
105. Williams, R.W. On the secondary flow induced by spheres and disks rotating in elasto-viscous liquids [Text] / R.W. Williams // Rheol. Acta. – 1980. – Vol.19. – № 5. – P.548-573.
106. Nirschl, J.P. Computation of viscoelastic flow in a cylindrical tank with a rotating lid [Text] / J.P. Nirschl, W.E. Stewart // J. of Non-Newt. Fluid Mech. – 1984. – Vol.16. – № 1. – P.233-250.
107. Leider, P.J. Squeezing flow between parallel disks. I. Theoretical analysis [Text] / P.J. Leider, B. Bird // Ind. Eng. Chem. Fundam. – 1974. – Vol.13. – № 4. – P.336-341.
108. Hill, C.T. Nearly viscometric flow of viscoelastic fluids in the disk and cylinder system. II. Experimental [Text] / C.T. Hill // Trans. Soc. Rheol. – 1972. – Vol.16. – № 2. – P.213-246.
109. Huilgol, R.R. Flow of viscoelastic fluids between rotating disks : part I [Text] / R.R. Huilgol, H.B. Keller // J. of Non- Newt. Fluid Mech. – 1985. – Vol.18. – № 1. P.101-110.
110. Теоретическое и экспериментальное исследование движения упруговязкой жидкости в зазоре между двумя вращающимися дисками [Текст] / А.И. Леонов, Э.Х. Липкина, Е.Д. Пасхин, А.Н. Прокунин / Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа. – 1976. – № 2. – С.25-30.
111. Maxwell, B. The elastic melt extruder works without screw [Text] / B. Maxwell, A. Scalora // Modern plastics. – 1959. – № 10. – P.107-210.
112. Tomita, Y. A study on the elastodynamic pump, 1st report normal stress effect [Text] / Y. Tomita, H. Kato // Bull. ISME. – 1967. – Vol.10. – № 39. – P.507-515.
113. Kato, H. A study on the elastodynamic pump , II [Text] / H. Kato // Bull. ISME. – 1967. – Vol.10. – № 39. – P.516-523.
114. Ремнев, В.П. Распределение скоростей и давлений при течении вязко-упругой жидкости в зазоре дискового экструдера [Текст] / В.П. Ремнев, Н.В. Тябин // Механика полимеров. – 1971. – № 3. – С.515-521.
115. Jekimov, A.G. Zur modellierung des mishprozesses viscoelastischer polymer lösungen und schmelzen im sheibenextruderspalt. II [Text] / A.G. Jekimov, E.O. Reher, W.W. Bogdanov // Plaste und Kautschuk. – 1976. – Bd. 23. – № 9. – S.561-564.
116. Jekimov, A.G. Zur modellierung des mishprozesses viscoelastischer polymer lösungen unt schemelzen im scheibenextruderpalt. I [Text] / A.G. Jekimov, E.O. Reher // Plaste und Kautschuk. – 1976. – Bd. 23. – № 7. – S.513-517.
117. Петухов, А.Д. Теоретическая оценка температурной гомогенности расплава полимера в червячном и червячно-дисковом экструдере [Текст] / А.Д. Петухов, Л.Б. Радченко, А.И. Рог, В.А. Сенатос. – Киев: 1984. – 7с. Деп. в УкрНИИТИ, № 1946 – 84.

118. *Литвинов, В.Г.* Течение вязкоупругой полимерной жидкости в цилиндрических каналах [Текст] / *В.Г. Литвинов* // *Механика полимеров.* – 1968. – № 6. – С.1103-1111.
119. *Литвинов, В.Г.* К исследованию течения некоторых полимеров в цилиндрических каналах [Текст] / *В.Г. Литвинов* // *Механика полимеров.* – 1966. – № 3. – С.421-428.
120. *Кочеров, В.Л.* Вторичные течения в зазоре между вращающимися и неподвижным дисками [Текст] / *В.Л. Кочеров, Ю.Е. Лукач, Э.А. Спорягин* // *Хим. машиностр.: Республ. межведомств. научно-техн. сб.* – К: Техніка, 1971. – № 14. – С.89-93.
121. *Кочеров, В.Л.* Диссипативные параметры процесса дисковой экструзии (плоскопараллельный рабочий зазор) [Текст] / *В.Л. Кочеров, Ю.Е. Лукач, Э.А. Спорягин* // *Хим. машиностр.: Республ. межведомств. научно-техн. сб.* – К.: Техніка, 1972. – № 16. – С.41-45.
122. Математическая модель неизометрического процесса дисковой экструзии [Текст] / *В.Л. Кочеров, И.В. Коваленко, Ю.Е. Лукач, Э.А. Спорягин* // *Хим. машиностр.: Республ. межведомств. научно-техн. сб.* – К: Техніка, 1973. – № 18. – С.35-41.
123. *Кочеров, В.Л.* О поведении расплавов полимеров в ротационных трубах типа “плоскость-плоскость” и “конус-плоскость” [Текст] / *В.Л. Кочеров, Ю.Е. Лукач, Э.А. Спорягин* // *Инж.–физ. журнал.* – 1974. – Т. XXVI. – № 2. – С.280-284.
124. *Кочеров, В.Л.* Динамика червячно-дисковой экструзии // *Теория мех. переработки полимерных материалов : Тез. докл. третьего Всесоюз. Симн* [Текст] / *В.Л. Кочеров.* – Пермь, 1985. – С.105.
125. Flow of melts in a disk- type extruder [Text] / *V.L. Kocherov, Y.L. Lukach, E.A. Sporyagin, G.V. Vinogradov* // *Polym. Eng. Sci.* – 1973. – № 13. – P.194-201.
126. *Edelist, I.* Velocity profiles in corotating disk processors [Text] / *I. Edelist, Z. Tadmor* // *Polym. Proc. End.* – 1983. – Vol.1. – № 1. – P.1-36.
127. *Mekkaoni, A.M.* Enhancement of melling through coratating disk processors [Text] / *A.M. Mekkaoni, L.N. Vilsamis* // *Polym. Eng. Sci.* – 1984. – Vol.24. – № 16. – P.1260-1269.
128. *Кузьяев, И.М.* Исследование течения расплавов полимеров в междисковом зазоре червячно-дискового экструдера [Текст] / *И.М. Кузьяев, В.С. Ким* // *Констр. и расчет полим. оборудов.* – Ярославль. – 1988. – С.44-53.
129. *Kusjaev, I.M.* Untersuchung der mischgüte von polimerschmelzen im scherscheibenextrudur [Text] / *I.M. Kusjaev, V.S. Kim, I.G. Ploshenko* // *Plaste und Kautschuk.* – 1990. – Bd.37. – № 9. – S.308-312.
130. *Кузьяев, И.М.* теоретическое исследование напряженного состояния расплавов полимеров между дисками [Текст] / *И.М. Кузьяев, И.Г. Плошенко* // *Труды Всесоюзн. научно-техн. конф. “Процессы и аппараты производства полимерных материалов, методы и оборудования для переработки их в изделия”.* – М.: МИХМ. – 1986. – С.27.
131. *Кузьяев, И.М.* Построение алгоритма расчета червячно-дискового экструдера [Текст] / *И.М. Кузьяев, В.С. Ким, Ю.А. Агнеткин* // *Труды*

- научно-техн. конф. “Современное оборудование и процессы переработки полимерных материалов”. – К.: ЦИОНТ ПИК ВИНТИ. – 1988. – С.25.
132. Кузьяев, И.М. Теоретический анализ движения неньютоновской упругой жидкости между двумя дисками [Текст] / И.М. Кузьяев, И.Н. Пистунов, И.Г. Плошенко // Труды III Всесоюзн. симп. “Теория механической переработки полимерных материалов”. – Пермь: ИМСС Уральского научн. центра АН СССР. – 1985. – С.111
133. Кузьяев, И.М. Расчет технологических параметров экструзионных агрегатов при наличии дисковых смесительных элементов [Текст] / И.М. Кузьяев // Вопр. химии и хим. технол. – 2000. №1. – С.313-316.
134. Кузьяев, И.М. Моделювання процесів, які відбуваються у дисковому зазорі черв'ячно-дискових екструдерів [Текст] / И.М. Кузьяев // Вопр. химии и хим. технол. – 2002. – №6. – С.145-149.
135. Кузьяев, И.М. Анализ диссипативных процессов, развивающихся в пространстве между вращающимся и неподвижным дисками, с учетом внутреннего и внешнего трения [Текст] / И.М. Кузьяев // Трение и износ. – 2002. – Vol.23. – №6. – С.635-639.
136. . Математичне моделювання процесів у міждискових зазорах черв'ячно-дискових екструдерів. Частина 1: Розрахунок енергосилових характеристик [Текст] / И.М. Кузьяев, И.И. Начовний, Є.О. Богуцька, М.С. Хорольський // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць. Ін-т геотехнічної механіки НАН України. – Дніпропетровськ, 2003. – Вип. 46. – С.47-59.
137. Математичне моделювання процесів у міждискових зазорах черв'ячно-дискових екструдерів. Частина 2: Розрахунок температурного поля [Текст] / И.М. Кузьяев, И.И. Начовний, Є.О. Богуцька, М.С. Хорольський // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць. Ін-т геотехнічної механіки НАН України. – Дніпропетровськ, 2003. – Вип. 46. – С.60-73.
138. Кузьяев, И.М. Моделирование процессов гидродинамики и теплообмена в агрегатах с рабочими пространствами между двумя дисками при переработке жидких сред [Текст] / И.М. Кузьяев // Промышленная теплотехника. – 2003. – Vol.25. – № 5. – С.17-24
139. Кузьяев, И.М. Анализ тенденций развития дисковых и червячно-дисковых экструдеров [Текст] / И.М. Кузьяев // Вопросы химии и химической технологии. – 2007. – № 4. – С. 172–181.
140. Кузьяев, И.М. Основополагающие аспекты моделирования процессов в дисковых зазорах при течении через них жидких сред [Текст] / И.М. Кузьяев // Вопросы химии и хим. технологии. – 2007. – № 2. – С. 188–203.
141. Пат. 76553 Україна, МКИ В 29 С 47/36. Відцентровий екструдер для переробки полімерів [Текст] / И.М. Кузьяев. – № 20040705277; Заявл. 01.07.2004; Опубл. 15.08.2006. Бюл. № 8. – 3 с.
142. Пат. 74451 Україна, МКИ В 29 С 47/36. Екструдер для переробки полімерів [Текст] / И.М. Кузьяев. – № 20041008788; Заявл. 27.10.2004; Опубл. 15.02.2006. Бюл. № 2. – 3 с.

143. Пат. 77325 Україна, МПК (2006) В 29 С 47/36. Відцентровий екструдер для переробки полімерів [Текст] / *І.М. Кузяєв, С.І. Кузяєва*. – № а200500844; Заявл. 31.01.2005; Опубл. 15.11.2006. Бюл. № 11. – 3 с.
144. Пат. 77333 Україна, МПК (2006) В 29 С 47/36. Відцентровий екструдер для переробки полімерів [Текст] / *І.М. Кузяєв, С.І. Кузяєва*. – № а200501964; Заявл. 03.03.2005; Опубл. 15.11.2006. Бюл. № 11. – 4 с.
145. *Кузяев, И.М.* Моделирование процессов движения полимерных сред в дисковых и конусных каналах под действием центробежных сил [Текст] / *И.М. Кузяев* // *Вопр. химии и хим. технологии* – 2006. – № 5. – С.212-227.
146. *Кузяев, И.М.* Анализ процессов плавления полимерных материалов в дисковых и конусных каналах с учетом воздействия центробежных сил [Текст] / *И.М. Кузяев* // *Вопр. химии и хим. технологии* – 2006. – № 6. – С.181-186.
147. *Кузяев, И.М.* Разработка математической модели для моделирования движения полимерных сред в прямоугольных каналах под действием центробежных сил [Текст] / *И.М. Кузяев* // *Вопросы химии и химической технологии*. – 2007. – № 5. – С. 202-208.
148. *Кузяев, И.М.* Центробежные экструдеры – новое направление в развитии экструзионной техники [Текст] / *И.М. Кузяев* // *Вопросы химии и хим. технологии*. – Днепропетровск. – 2008. – № 1. – С.163–172.
149. *Камке, Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст] / *Э. Камке* Пер. с нем. Под ред. С.Ф. Фомина. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
150. *Кириянов, Д.* Самоучитель MathCAD 2001 [Текст] / *Д. Кириянов* – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 544 с.
151. *Дьяконов, В.* MathCAD 2001: учебный курс [Текст] / *В. Дьяконов* – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
152. *Ситар, В.І.* Побудова елементів САПР при моделюванні обладнання хімічної промисловості за допомогою пакета MathCAD: навч. посібн. [для студ. вищ. навч. закл.] [Текст] / *В.І. Ситар, М.В. Бурмістр, І.М. Кузяєв* – Дніпропетровськ, УДХТУ, 2005. – 306 с.
153. *Craig, K.* An experimental study of the rapid flow of dry cohesionless metal powders [Text] / *K. Craig, B.H. Buckholz, G. Domoto* // *Journal of Applied Mechanics*. – 1986. – Vol.53. – P.935 – 942.
154. *Savage, S.B.* Shear stress developed during rapid shear of dense concentrations of large spherical particles between concentric cylinders [Text] / *S.B. Savage, S. Mckeown* // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1983. – Vol.127. – P.453 – 472.
155. *Hanes, D.M.* Observations of rapid flowing granular-fluid flow [Text] / *D.M. Hanes, D.L. Inman* // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1985. – Vol.150. – P.357 – 380.
156. *Campbell, C.S.* The stress tensor for simple shear flow of a granular material [Text] / *C.S. Campbell* // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1989. – Vol.203. – P.449 – 473.
157. *Hsiau, S.S.* Transport property measurements in sheared granular flows [Text] / *S.S. Hsiau, S.C. Yang* // *Chemical Engineering Science*. – 2005. – Vol.60. – P.187 – 199.

158. *Bagnold, R.A.* Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear [Text] / *R.A. Bagnold* // Proceeding of the Royal Society. – 1954. – Series A 225. – P.49 – 63.
159. Пат. 538654 СССР, МКИ В 29 В 1/02. Устройство для гранулирования полимерных материалов [Текст] / *Масхо Нагахара, Масатэру Тацудан, Ёсихиро Хидака* (Япония); Джапан Стил Воркс. – № 2097839/05; Заявлено 07.01.75; Оpubл. 05.12.76, Бюл. № 45. – 5 с.
160. А.с. 634959 СССР, МКИ В 29 В 1/02. Устройство для гранулирования полимерных материалов в водной среде [Текст] / *Л.В. Ромушкевич, И.В. Скрипко* (СССР). – № 2437258/23-05; Заявлено 03.01.77; Оpubл. 30.11.78, Бюл. № 44. – 3 с.
161. А.с. 514707 СССР, МКИ В 29 В 1/02. Устройство для гранулирования термопластов [Текст] / *Г.А. Гавриленко, Г.В. Головизнин, Е.В. Матвиенко* и др. (СССР). – № 2042665/23-05; Заявлено 11.07.74; Оpubл. 25.05.76, Бюл. № 19. – 3 с.
162. А.с. 552202 СССР, МКИ В 29 В 1/02. Устройство для гранулирования термопластов в водяной среде [Текст] / *И.В. Скрипко, В.С. Ким* (СССР). – № 2159053/05; Заявлено 16.07.75; Оpubл. 30.03.77, Бюл. № 12. – 2 с.
163. А.с. 614956 СССР, МКИ В 29 В 1/02. Устройство для гранулирования термопластичных полимерных материалов [Текст] / *И.В. Скрипко* (СССР). – № 2441145/23-05; Заявлено 05.01.77; Оpubл. 15.07.78, Бюл. № 26. – 2 с.
164. А.с. 882753 СССР, МКИ В 29 В 1/02. Устройство для гранулирования полимерных материалов [Текст] / *Ю.Б. Скробин, А.В. Ильин, В.Г. Кондратович* (СССР). – № 2865182/23-05; Заявлено 07.01.80; Оpubл. 23.11.81, Бюл. № 43. – 3 с.
165. А.с. 952622 СССР, МКИ В 29 В 1/02. Устройство для гранулирования термопластов [Текст] / *Ханс Яраут, Герхард Панцнер* (ГДР). – № 7770198/23-05; Заявлено 25.07.78; Оpubл. 23.08.82, Бюл. № 31. – 5 с.
166. А.с. 1242386 СССР, МКИ В 29 В 9/06. Гранулирующее устройство [Текст] / *В.И. Ермаков, Г.М. Кошелев, У.А. Мамедов* и др. (СССР). – № 3849003/23-05; Заявлено 28.01.85; Оpubл. 07.07.86, Бюл. № 25. – 2 с.
167. Пат. DE 2814113 С 2 ФРГ, МКИ В 29 В 1/02. Vorrichtung zum granulieren von kunststoffsträngen [Text] / *Friedrich Lambertus* (Германия); Werner & Pfleiderer, 7000 Stuttgart. – № Р 2814113.1-16; Заявл. 01.04.78; Оpubл. 04.10.79. – 9 с.
168. А.с. 1087343 СССР, МКИ В 29 В 1/02. Устройство для гранулирования и охлаждения полимерных материалов [Текст] / *З.Я. Камыс* (ПНР). – № 3528160/23-05; Заявлено 29.12.82; Оpubл. 23.04.84, Бюл. № 15. – 4 с.
169. Заявка 2160814 Великобритании, МКИ В 29 В 9/06. Pellestising device [Text] / *Marc Anthony Rizzi, James Cutarelli* (США); USM Corporation. – № 8515616; Заявл. 20.06.85; Оpubл. 02.01.86. – 6 с.
170. Заявка W 088/06961 РСТ, МКИ В 29 В 9/06. Device for granulation melted and softened materials [Text] // *Michael Reinhard* (Германия); Heinz Bardehle. – № Р 3708695.2; Заявл. 18.03.87; Оpubл. 22.09.88. – 17 с.

171. А.с. 1528551, МКИ В 01 J 2/20. Гранулятор [Текст] / *В.В. Немков, В.Ф. Гулин, В.Е. Максюта, И.М. Кузьяев* (СССР). – № 4334681/23-26; Заявлено 30.11.87; Оpubл. 15.12.89, Бюл. № 46. – 2 с.
172. А.с. 1632482, МКИ В 01 J 2/20. Гранулятор [Текст] / *В.В. Немков, В.Ф. Гулин, В.Е. Максюта, И.М. Кузьяев* (СССР). – № 4684780/26; Заявлено 15.03.89; Оpubл. 07.03.91, Бюл. № 9. – 2 с.
173. Пат. 17138А Україна, МКИ В 29 В 9/06. Гранулятор [Текст] / *І.М. Кузьяєв, А.М. Семенюк, І.Г. Плошенко та ін.* (Україна). – № 96072870; Заявл. 17.07.96; Оpubл. 31.10.97, Бюл. № 5. – 2 с.
174. Пат. 50309А Україна, МКИ В 29 В 9/06. Пристрій для пневмоекструзійного гранулювання полімерів [Текст] / *І.М. Кузьяєв* (Україна). – № 2001128773; Заявл. 18.12.01; Оpubл. 15.10.02, Бюл. № 10. – 3 с.
175. Пат. 78843 Україна, МПК⁷ В 29 В 9/06. Пристрій для пневмоекструзійного гранулювання полімерів [Текст] / *Кузьяєв І.М., Кузьяєва С.І.*, заявник і патентовласник Український державний хіміко-технологічний університет. – № а200502014; заявл. 04.03.05; опубл. 18.04.07, Бюл. № 4.
176. Пат. 77850 Україна, МПК⁷ В 29 В 9/02. Пристрій для пневмоекструзійного гранулювання полімерів [Текст] / *Кузьяєв І.М., Кузьяєва С.І.*, заявник і патентовласник Український державний хіміко-технологічний університет. – № а200502455; заявл. 18.03.05; опубл. 15.01.07, Бюл. № 1.
177. *Кузьяєв, І.М.* Розробка систем для пневмоекструзійного гранулювання полімерів [Текст] / *І.М. Кузьяєв* // *Вопр. химии и хим. технологии.* – 2002. – №1. – С.112-116.
178. *Муштаев, В.И.* Я. Конструирование и расчет аппаратов со взвешенным слоем [Текст] / *В.И. Муштаев, А.С. Тимонин, В. Лебедев* – М.: Химия, 1991. – 344 с.
179. *Бабуха, Г.Л.* Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках [Текст] / *Г.Л. Бабуха, А.А. Шрайбер.* – К.: Наук. думка, 1972. – 176 с.
180. *Шрайбер, А.А.* Гидромеханика двух-компонентных потоков с твердым полидисперсным веществом [Текст] / *А.А. Шрайбер, В.Н. Милютин, В.П. Яценко* – К.: Наук. думка, 1980. – 247 с.
181. *Лаврентьев, М.А.* Методы теории функций комплексного переменного [Текст] / *М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат* – М.: Наука, 1973. – 736 с.
182. *Кузьяев, И.М.* Моделирование охлаждения гранул при пневмоэкструзионном гранулировании полимеров [Текст] / *И.М. Кузьяев, В.И. Сытар, В.К. Кулинич* // *Вопр. химии и хим. технологии.* – 2004. – №1. – С.191-197.
183. *Павлов, К.Ф.* Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии [Текст] / *К.Ф. Павлов, П.Г. Романков, А.А. Носков* – Л.: Химия, 1970. – 624 с.
184. *Фрохт, М.М.* Фотоупругость. Том 1 [Текст] / *М.М. Фрохт* Пер. с англ. Под ред. Н.И. Пригоровского. – М.: ОГИЗ, 1948. – 432 с.

185. *Александров, А.Я.* Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела [Текст] / *А.Я. Александров, М.Х. Ахметзянов.* – М.: Наука, 1973. – 576 с.
186. *Лисицин, А.И.* Моделирование процессов обработки металлов давлением [Текст] / *А.И. Лисицин, В.Я. Остренко.* – К.: Техніка, 1976. – 208 с.
187. *Абен, Х.К.* Интегральная фотоупругость [Текст] / *Х.К. Абен.* – Таллин: Валгус, 1975. – 218 с.
188. *Воронцов, В.К.* Фотопластичность [Текст] / *В.К. Воронцов, П.И. Полухин.* – М.: Металлургия, 1969. – 400 с.
189. *Губкин, С.И.* Фотопластичность [Текст] / *С.И. Губкин, С.И. Добровольский, Б.Б. Бойко* – Минск: Изд-во АН БССР, 1957. – 166 с.
190. *Kuske, A.* Photoelastic stress analysis [Text] / *A. Kuske.* – N.-Y.: Wiley, 1974. – 515 p.
191. *Kuhn, W.* Beziehungen zwischen konstanten und dehnungsdoppelbrechung hochelastischer starrer [Text] / *W. Kuhn, F. Grün* // Kolloid. – Z. – 1942. – Bd. 101. – № 3. – S.248-271.
192. *Zimm, B.H.* Dynamics of polymer molecules in dilute solution: viscoelasticity, flow birefringence and dielectric loss [Text] / *B.H. Zimm* // I. Chem. Phys. – 1956. – Vol.24. – № 2. – P.269-278.
193. *Janeschitz-Kriegl, H.* Flow birefringence of elastico-viscous polymer systems [Text] / *H. Janeschitz-Kriegl* // Adv. in Polym. Sci. – 1969. – Vol.6. – № 2. – P.170-317.
194. *Peterlin, A.* Optical effects in flow [Text] / *A. Peterlin* // Ann. Rev. Fluid Mech. – 1976. – № 9. – P.35-55.
195. *Цветков, В.Н.* Жесткоцепные полимерные материалы [Текст] / *В.Н. Цветков.* – Л.: Наука, 1986. – 379 с.
196. *Rivlin, R.S.* Birefringence in viscoelastic materials [Text] / *R.S. Rivlin, C.F. Smith* // Zeid angew. Math. Phys. – 1971. – № 22. – P.325-339.
197. *Coleman, B.D.* A phenomenological theory of streaming birefringence [Text] / *B.D. Coleman, E.N. Dill, R.A. Tonpin* // Arch. Ration. Mech. Anal. – 1970. – № 39. – P.358-399.
198. *Wales, J.L.S.* The application of flow birefringence to rheological studies of polymer melts [Text] / *J.L.S. Wales* – Delft Univer. Press, 1976. – 111 p.
199. *Lodge, A.S.* Variation of flow birefringence with stress [Text] / *A.S. Lodge* // Nature. – 1955. – Vol.176. – P.838-839.
200. *Лодж, А.* Эластичные жидкости [Текст] / *А. Лодж* – М.: Наука, 1969. – 464 с.
201. *Janeschitz-Kriegl, H.* Polimer melt rheology and flow birefringence [Text] / *H. Janeschitz-Kriegl* – N. – Y.: Springer-Verlag, 1983. – 524 p.
202. *Philippoff, W.* On normal stresses, flow curves, flow birefringence and normal stresses of polyisobutylene solutions. Part I. Fundamental principles [Text] / *W. Philippoff* // Trans. Soc. Rheol. – 1957. – Vol.1. – № 1. – P.95-107.
203. *Philippoff, W.* Flow birefringence and stress. V. Correlation of recoverable sheare strocins with other rheological properties of polymer solutions [Text] / *W. Philippoff, F.H. Gaskins, J.G. Brodnyan* // J. Appl. Phys. – 1957. – Vol.28. – № 10. – P.1118-1123.

204. *Philippoff, W.* Elastic stresses and birefringence in flow [Text] / *W. Philippoff* // Trans. Soc. Rheol. – 1961. – Vol.5. – № 1. – P.163-191.
205. *Philippoff, W.* Experimental tests of symmetry conditions in laminar flow [Text] / *W. Philippoff* // Trans. Soc. Rheol. – 1961. – Vol.5. – № 1. – P.149-162.
206. *Philippoff, W.* Correlation of the elastic properties in steady-state flow and vibrational experiments [Text] / *W. Philippoff* // J. Appl. Phys. – 1965. – Vol.36. – № 10. – P.3033-3038.
207. *Adams, E.B.* Stresses in viscoelastic fluid in converging and diverging flow [Text] / *E.B. Adams, J.C. Whitehead, D.C. Bogue* // AIChE Journal. – 1965. – Vol.11. – № 6. – P.1026-1032.
208. *Coleman, B.D.* Kinematical concepts with applications in the mechanics and thermodynamics of incompressible viscoelastic fluids [Text] / *B.D. Coleman* // Arch. Ration. Mech. Anal. – 1962. – № 9. – P.273-300.
209. *Noll, W.* A mathematical theory of the mechanical behavior of continues media [Text] / *W. Noll* // Arch. Ration. Mech. Anal. – 1958. – № 2. – P.197-226.
210. *Isayev, A.I.* Two-dimensional viscoelastic flows: experimentation and modeling [Text] / *A.I. Isayev, R.K. Upadhyay* // J. Non-Newton. Fluid Mech. – 1985. – Vol.9. – № 12. – P.135-160.
211. О теоретическом и экспериментальном исследовании сдвиговых деформаций в упругих полимерных жидкостях [Текст] / *А.И. Леонов, Э.Х. Липкина, Е.Д. Пасхин, А.Н. Прокурин.* – Изв. АН СССР, МЖГ. – 1975. – № 3. – С.3-13.
212. *Хан, Ч.Д.* Реология в процессах переработки полимеров [Текст] / *Ч.Д. Хан* Пер. с англ. под ред. Г.В. Виноградова и М.П. Фридмана. – М.: Химия, 1979. – 366 с.
213. *Han, C.D.* Studies of converging flows of viscoelastic polymeric melts. III. Stress and velocity distributions in the entrance region of atapered slit die [Text] / *C.D. Han, L.M. Drexler* // J. Appl. Polym. Sci. – 1973. – Vol.17. – № 8. – P.2369-2394.
214. *Han, C.D.* Studies of converging flows of viscoelastic polymeric melts. I. Stress-birefringent measurements in the entrance region of a sharp-edged slit die [Text] / *C.D. Han, L.M. Drexler* // J. Appl. Polym. Sci. – 1973. – Vol.17. – № 8. – P.2329-2354.
215. *Han, C.D.* Flow of viscoelastic polymeric melts through converging ducts. Part I. Measurement of stress-birefringent patterns in a converging channel [Text] / *C.D. Han* // Rheol. Acta. – 1975. – Vol.14. – № 2. – P.173-181.
216. *Fields, T.R.* Stress-birefringent patterns of viscoelastic fluid at a sharpedged entrance [Text] / *T.R. Fields, D.C. Bogue* // Trans. Soc. Rheol. – 1968. – Vol.12. – № 1. – P.39-55.
217. *Bernsten, B.* A study of stress relaxation with finite strain [Text] / *B. Bernsten, E.A. Kearsley, L.I.A. Zapas* // Trans. Soc. Rheol. – 1963. – Vol.7. – № 1. – P.391-410.
218. Применение метода двойного лучепреломления для измерения нормальных и касательных напряжений при течении полимеров [Текст] /

- В.И. Бризицкий, А.И. Исаев, Ю.Я. Подольский, Г.В. Виноградов // Инж. физ. журнал. – 1975. – Т.XXIX. – № 6. – С.977-984.*
219. *Van Aken, J.A.* New apparatus for the simultaneous measurement of stress and flow birefringence in biaxial extension of a polymer melts [Text] / *J.A. Van Aken, H. Janeschitz-Kriegl // Rheol. Acta. – 1980. – Vol.19. – № 6. – P.744-752.*
 220. *Van Aken, J.A.* Simultaneous measurement of transient stress and flow birefringence in one-sided compression (biaxial extension) of a polymer melt [Text] / *J.A. Van Aken, H. Janeschitz-Kriegl // Rheol. Acta. – 1981. – Vol.20. – № 5. – P.419-432.*
 221. *Macosko, C.W.* Steady planar extension with lubricated dies [Text] / *C.W. Macosko, M.A. Oransey, H.H. Winter // J. Non-Newton. Fluid Mech. – 1982. – Vol.11. – № 3-4. – P.301-316.*
 222. A non-linear viscoelastic model with structure-depended relaxation times. I. Basis formulation / *P. Acierno, F.P. La Mantia, G. Marrucci, G. Titomanlio // J. Non-Newton. Fluid Mech. – 1976. – Vol.1. – № 1. – P.125-146.*
 223. *Gortemaker, F.H.* Flow birefringence of polymer melts: calculation of velocity and temperature profiles in a cone – and plate apparatus [Text] / *F.H. Gortemaker, B. De Cindio, H. Janeschitz-Kriegl // Rheol. Acta. – 1976. – Vol.15. – № 9. – P.479-486.*
 224. Transient birefringence of polymer melts in intermittent shear flow: model analysis of the non-linear viscoelastic behaviour / *B. De Cindio, D. Acierno, F.H. Gortemaker, H. Janeschitz-Kriegl // Rheol. Acta. – 1977. – Vol.16. – № 5. – P.484-489.*
 225. *Gortemaker, F.H.* Birefringence build-up and relaxation in a sheared polymer melt: range of validity of Logge's rubberlike liquid theory [Text] / *F.H. Gortemaker, H. Janeschitz-Kriegl, K. Te Nijenhuis // Rheol. Acta. – 1976. – Vol.15. – № 9. – P.487-500.*
 226. *Laun, H.M.* Model analysis of non-linear viscoelastic behaviour by use of a single integral constitutive equation, stresses and birefringence of a polystyrene melt in intermittent shear flows [Text] / *H.M. Laun, M.H. Wagner, H. Janeschitz-Kriegl // Rheol. Acta. – 1979. – Vol.18. – № 5. – P.615-622.*
 227. *Peterlin, A.* Non-newtonian intrinsic viscosity and streaming birefringence of polymer solutions [Text] / *A. Peterlin // J. Polym. Sci. – 1966. – № 15. – P.337-346.*
 228. *Thurston, C.B.* Influence of number of chain segments, hydrodynamic interaction and internal viscosity on intrinsic birefringence and viscosity of polymer solutions on oscillating laminar flow field [Text] / *C.B. Thurston, A. Peterlin // J. Chem. Phys. – 1967. – Vol.46. – № 12. – P.4881-4885.*
 229. *Munk, R.* Streaming birefringence. IX. Invariant expressions for chain molecules [Text] / *R. Munk, A. Peterlin // Rheol. Acta. – 1970. – Vol.9. – № 2. – P.288-293.*
 230. *Funatsu, K.* Normal stress measurement and flow visualization by flow birefringence technique [Text] / *K. Funatsu // Polym. Eng. Rev. – 1984. – Vol.4. – № 1-2. – P.1-34.*
 231. Некоторые результаты исследования реологических потоков аналитическим методом [Текст] / *[Е.М. Хабахнашева, В.И. Попов, И.М.*

Груздева и др.] // Реодинамика и тепломассообмен. – Новосибирск, 1979. – С.63-99.

232. *Pike, R.D.* Evaluation of the Higashitani and Pritchard analysis of the hole pressure using flow birefringence [Text] / *R.D. Pike, D.G. Bsird* // *J. Non-Newton. Fluid Mech.* – 1984. – № 16. – № 3. – P.211-231.
233. *Checker, N.* On the flow of molten polymer into, within and out of ducts [Text] / *N. Checker, M.R. Mackley, D.M. Mead* // *Phil. Trans. Roy. Society of London.* – 1983. – Vol.A308. – № 1504. – P.451-477.
234. *Fuller, G.G.* Flow birefringence of concentrated polymer solutions in two-dimensional flows [Text] / *G.G. Fuller, L.G. Leal* // *J. Polym. Science Polym. Phys. Edition.* – 1981. – № 19. – P.557-587.
235. *Talbott, W.H.* Streaming birefringence in extensional flow of polymer solutions [Text] / *W.H. Talbott, J.D. Goddard* // *Rheol. Acta.* – 1979. – Vol.18. – P.505-517.
236. *Arai, T.* Elastic gel birefringence method as applied to the stress analysis of hole ressure error [Text] / *T. Arai* // *Rheology.* – 1980. – Vol.2. – P.65-70.
237. Numerical evaluation of extinction angle and birefringence in various directions as a function of velocity gradient [Text] / *R. Cressely, R. Hocquar, T. Wydro, J.P. Decruppe* // *Rheol. Acta.* – 1985. – Vol.24. – № 4. – P.419-426.
238. *Tremblay, B.* Visualisation of the flow of low density polyethylene/polystyrene blends through a planar step contraction [Text] / *B. Tremblay* // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 1994. – Vol.52. – P.323–331.
239. *Tremblay, B.* Visualisation of the flow of linear low density polyethylene/low density polyethylene blends through sudden contractions [Text] / *B. Tremblay* // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 1992. – Vol.43. – P.1–29.
240. *Martyn, M.T.* Flow visualisation of polymer melts in abrupt contraction extrusion dies: quantification of melt recirculation and flow patterns [Text] / *M.T. Martyn, C. Nakason, P.D. Coates* // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 2000. – Vol.91. – P.109–122.
241. *Piau, J.-M.* Measurement and modelling of friction in polymer melts during macroscopic slip at the wall [Text] / *J.-M. Piau, N. El. Kissi* // *J. Non-Newt. Fluid Mech.* – 1994. – Vol.54. – P.121–142.
242. *Doelder, C.F.J. den* Quantitative modelling of HDPE spurt experiments using wall slip and generalized Newtonian flow [Text] / *C.F.J. den Doelder, R.J. Koopmans, J. Molenaar* // *J. Non-Newt. Fluid Mech.* – 1998. – Vol.79. – P.503–514.
243. *Robert, L.* Flow birefringence study of the stick–slip instability during extrusion of high-density polyethylenes [Text] / *L. Robert, B. Vergnes, Y. Demay* // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 2003. – Vol.112. – P.27–42
244. Birefringence studies in die flows of an HDPE-melt [Text] / *J. Park., D.G. Kiriakidis, E. Mitsoulis, K.J. Lee.* // *J. Rheol.* – 1992. – Vol.36. – № 8. – P.1563–1583.
245. *Ahmed, R.* The experimental-observation and numerical prediction of planar entry flow and die swell for molten polyethylenes [Text] / *R. Ahmed, R.F Liang, M.R. Mackley* // *J. Non-Newton Fluid Mech.* – 1995. – Vol.59. – P.129–153.

246. A finite element method for computing the flow of multi-mode viscoelastic fluids: comparison with experiments [Text] / [C. B'eraudo, A. Fortin, T. Coupez and others] // J. Non-Newton Fluid Mech. – 1998. – Vol.75. – P.1–23.
247. Mompean, G. Unsteady finite volume simulation of Oldroyd-B fluid through a three-dimensional planar contraction [Text] / G. Mompean, M. Deville // J. Non-Newton Fluid Mech. – 1997. – Vol.72. – P.253–279.
248. Xue, S.C Three dimensional numerical simulations of viscoelastic flows through planar contractions [Text] / S.C Xue, N. Phan-Thien, R.I. Tanner // J. Non-Newton Fluid Mech. – 1998. – Vol.74. – P.195–245.
249. Verbeeten, W.M.H. Differential constitutive equations for polymer melts: the extended Pom–Pom model [Text] / W.M.H. Verbeeten, G.W.M. Peters, F.P.T. Baaijens // J. Rheol. – 2001. – Vol.45. – № 4. – P. 823–843.
250. Clemeur, N Numerical simulation of abrupt contraction flows using the double convected Pom–Pom model [Text] / N. Clemeur, R.P.G. Rutgers, B. Debbaut // J. Non-Newton Fluid Mech. – 2004. . – Vol.117. – P.193–209.
251. Clemeur, N. Numerical evaluation of three dimensional effects in planar flow birefringence [Text] / N. Clemeur, R.P.G. Rutgers, B. Debbaut // J. Non-Newton Fluid Mech. – 2004. – Vol.123. – P.105–120.
252. Denn, M.M. Extrusion instabilities and wall slip [Text] / M.M. Denn // Ann. Rev. Fluid Mech. – 2001. – Vol.33. – P.265–287.
253. Legrand, F. Spatially resolved stress birefringence and flow visualization in the flow instabilities of a polydimethylsiloxane extruded through a slit die [Text] / F. Legrand, J.-M. Piau // J. Non-Newt. Fluid Mech. – 1998. – Vol.77. – P. 123–150
254. Wang, S.Q. Molecular transitions at polymer/wall interfaces: origins of flow instabilities and wall slip [Text] / S.Q. Wang // Adv. Polym. Sci. – 1999. – Vol.138. – P.227–275.
255. Yang, X. Wall slip and absence of interfacial flow instabilities in capillary flow of various polymer melts [Text] / X. Yang, H. Ishida, S.Q. Wang // J. Rheol. – 1998. – Vol.42. – №1. – P.63–80.
256. Wang, S.Q. Molecular instabilities in capillary flow of polymer melts: interfacial stick-slip transition, wall slip and extrudate distortion [Text] / S.Q. Wang, P.A. Drda // Macromol. Chem. Phys. – 1997. – Vol.198. – P.673–701.
257. Barone, J.R. Interfacial molecular instability mechanism for sharkskin phenomenon in capillary extrusion of linear polyethylenes [Text] / J.R. Barone, N. Plucktaveesak, S.Q. Wang // J. Rheol. – 1998. – Vol.42. – №4. – P.813–832.
258. Arda, D.R. The effect of die exit curvature, die surface roughness and a fluoropolymer additive on sharkskin extrusion instabilities in polyethylene processing [Text] / D.R. Arda, M.R. Mackley // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2005. – Vol.126. – P.47–61
259. Rutgers, R.P.G. The effect of channel geometry and wall boundary conditions on the formation of extrusion surface instabilities for LLDPE [Text] / R.P.G. Rutgers, M.R. Mackley // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2001. – Vol.98. – P.185–199.

260. *Wojnar, R.* Zastosowanie wewnętrznego odbicia and pod kątem Brewstera do rozdzielania napreżen elastooptyce [Text] / *R. Wojnar* // Mech. Teoretyc. Stosowana. – 1985. – Vol.2. – № 23. – P.255-265.
261. *Jones, R.* A new calculus for the treatment of optical systems [Text] / *R. Jones* // J. Opt. Soc. Am. – 1941. – Vol.41. – P.488-493.
262. *Кузяев, И.М.* Применение поляризационно-оптического метода при исследовании напряженного состояния в потоках полимерных жидкостей [Текст] / *И.М. Кузяев, А.Л. Гашко, И.Г. Плошенко* // Вопр. химии и химич. технол. – Харьков: Выща шк., 1988. – Вып.88. – С.91-94.
263. *Кузяев, И.М.* Переробка полімерних композитів за допомогою черв'ячно-дискової екструзії [Текст] / *И.М. Кузяев, О.І. Буря, О.І. Пилипенко* // Вісник УДТУ. – 1999. – № 9. – С.79-85.
264. *Кузяев, И.М.* Исследование поля напряжений в потоках расплава полимеров между двумя дисками методом двойного лучепреломления [Текст] / *И.М. Кузяев, А.Л. Гашко* // Труды Всесоюз. научно-техн. конф. "Процессы и аппараты производства полимерных материалов, методы и оборудование для переработки их в изделия". – М.: МИХМ. – 1986. – С.61.
265. *Кузяев, И.М.* Исследование методом двойного лучепреломления процессов смешения неньютоновских жидкостей между вращающимся и неподвижным дисками [Текст] / *И.М. Кузяев, А.Л. Гашко, С.М. Гринман* // Труды 5-ой Всесоюз. конф. "Теория и практика перемешивания в жидких средах". – Л.: АН СССР. – 1986. – С.34-35.
266. *Kim, V.S.* Experimental and theoretical analys of polymer composites mixing in a screw-modified elastodynamic extruder / *V.S. Kim, I.M. Kuzjaev, V.A Samoilov* // Korea-Russia Joint Seminar on Composite Technology, May 26-27. – Changwon: Korea Inst. of Mashinery & Materials, 1997. – P.261-278.
267. *Kim, V.S.* Experimentelle und theoretische untersuchungen von Kombinierten einschnecken-schercheibenextruder [Text] / *V.S. Kim, V.A. Samoilov, I.M. Kuzjaev* // Technomer 97,15. Fachtagung über Verarbeitung and Anwendung von Polymeren. – Chemnitz: Vortag A20, 1997. – S.1-13.
268. *Полушин, С.Г.* Электрическое двойное лучепреломление в расплаве полистирола [Текст] / *С.Г. Полушин, В.Б. Рогожин, А.В. Захряпа, Е.И. Рюмцев* // Доклады Академии Наук, 2011.– Т. 438, №1. – С. 59-61.
269. *Janeschitz-Kriegl, H.* Polymer Melt Rheology And Flow Birefringence [Text] / *H. Janeschitz-Kriegl*. – Springer-Verlag Berlin And Heidelberg New York, 2011. – 546 p.
270. *Tagaya A.* Compensation and control of the birefringence of polymers for photonics [Text] / *A. Tagaya, Y. Koike* // Polymer Journal. – 2012. – № 44. – P. 306-314.
271. *Tojo, Y.* Synthesis of high refractive index and low-birefringence acrylate polymers with a tetraphenylethane skeleton in the side chain [Text] / *Y. Tojo, Y. Arakwa, J. Watanabe, K. Gen-ichi* // Polym. Chem. – 2013. – № 4. – P. 3807-3812.

272. Павлов, Г.М. Двойное лучепреломление в пленках трифениламин содержащего полигетероариленa [Текст] / [Г.М. Павлов, Н.А. Михайлова, Н.А. Соловская и др.] // Оптический журнал. – 2014. – Т. 81, № 2. – С. 67-72.
273. Beppu, S. Design and synthesis of zero-zero-birefringence polymers using N-methylmaleimide [Text] / [S. Beppu, S. Iwasaki, H. Shafiee et al.] // Journal of Applied Polymer Science. – 2014. – Vol. 131, № 12. – P. 1 – 9.
274. Hossain, F. Stress Analysis to Device Design [Text] / F. Hossain, H.P. Chan. – LAP, Lambert Academic Publishing, 2014. – 188 p.
275. Budaszewski, D. Birefringence measurement of polymer photonic crystal fibers infiltrated with liquid crystals by depolarization of light effect [Text] / D. Budaszewski, A.W. Domański // Photonics letters of Poland. – 2014. – Vol. 6, № 4. – P. 148 – 150.

Приложение А

Разработка блоков САПР для моделирования процессов в междисковых зазорах дисковых, комбинированных и каскадных экструдеров

При моделировании процессов в междисковых зазорах во многих блоках САПР необходимо решить дифференциальное уравнение или систему дифференциальных уравнений. В пакете MathCAD для решения дифференциальных уравнений с начальными условиями существуют несколько функций, которые могут быть использованы в зависимости от свойств дифференциального уравнения. Наиболее распространенной из этих функций следует считать функцию `rkfixed`, которая в большинстве случаев дает удовлетворительные результаты.

Если решается задача с граничными условиями на двух границах, то перед использованием функции `rkfixed` необходимо найти те начальные условия (условия на первой границе), которых недостает, но известны граничные условия на второй границе, используя функцию `sbval` [259–261]. При этом вводятся дополнительные функции `load` и `score`.

В приложении А.1 (блок САПР-1) решается система дифференциальных уравнений (1.43) и (1.44), которая моделирует процесс движения ньютоновской жидкости в междисковом пространстве и представляет собой задачу с граничными условиями, то есть используются функции `rkfixed` и `sbval`. Следует отметить, что при решении данной системы дифференциальных уравнений не конкретизируются условия на конечных участках вдоль оси r , то есть движению жидкости не мешает ни корпус 3 в соответствии с рис. 1.29, ни условие $r \rightarrow 0$.

Также в данном блоке решается уравнение (1.51), которое описывает функцию радиальной скорости для междискового зазора в случае закрытого дискового пространства. При этом учитывается выражение (1.53).

Блок САПР-2 (приложение А.2) предназначен для оценки влияния нелинейного члена от искомой величины, находящегося в дифференциальном уравнении (1.48). Все основные функции, которые были использованы в предыдущем блоке САПР, здесь также имеют место.

В приложении А.3 (блок САПР-3) опять же анализируется дифференциальное уравнение второго порядка, но с большей нелинейной зависимостью, а именно, уравнение (1.60), которое моделирует течение вязкоупругой жидкости в дисковом пространстве. Причем это течение происходит за счет вращения одного из дисков.

Анализ влияния каждого из членов в уравнении (1.60) с помощью данного блока позволил упростить достаточно сложное уравнение (1.60) и привести его к аналитическому виду (1.63), которое потом было трансформировано в выражение (1.66).

Последнее выражение для функции радиальной скорости является базовым для решения основных энергосиловых параметров в междисковом зазоре, а именно: напряжений, мощности, давления, распорного усилия. Это

выражение было рассчитано для конкретных геометрических и технологических параметров в приложении А.4 (блок САПР-4).

Блок САПР-5 (приложение А.5) подобный блоку САПР-3, где также анализируется нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, моделирующее процесс течения в дисковом пространстве, но только за счет нагнетательного действия червяка. То есть анализируется уравнение (1.71).

Кроме того, по аналогии с блоком САПР-4 для данного случая рассчитываются компоненты тензора напряжений, а также составляющие мощности, которые им отвечают.

В блоке САПР-6 (приложение А.6) моделируется процесс движения вязкоупругой жидкости в междисковом зазоре с учетом совместного действия от вращения одного из дисков, а также нагнетания жидкости червяком. При этом для определения градиента давления используется уравнение (1.81) и встроенная в MathCAD функция root, которая предназначена для решения трансцендентных уравнений.

И, наконец, два последних блока в этом приложении моделируют неизотермические процессы в междисковых зазорах. Причем в блоке САПР-7 (приложение А.7) для определения температурного поля используется уравнение (1.91), а в блоке САПР-8 (приложение А.8) – уравнение (1.98).

А.1 Блок САПР-1: расчет системы двух дифференциальных уравнений второго порядка, моделирующих процесс движения ньютоновской жидкости в междисковом зазоре

Исходные данные:

$$\begin{aligned} \omega &:= 2 \cdot \text{s}^{-1} & r &:= 0.1 \cdot \text{m} & H &:= 0.01 \cdot \text{m} & \eta_0 &:= 4600 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s} \\ \rho &:= 910 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & dPr &:= -5 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{Pa}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Решение:

$$V := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{load}(z1, V) := \begin{pmatrix} 0 \\ V_0 \\ 0 \\ V_1 \end{pmatrix} \quad D(z, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ dPr \cdot r - \frac{\rho}{\eta_0} \cdot \frac{(y_0)^2}{r^2} - \frac{\rho}{\eta_0} \cdot (y_2)^2 \cdot r^2 \\ y_3 \\ \frac{\rho}{\eta_0} \cdot \frac{2 \cdot y_0 \cdot y_2}{r^2} \end{bmatrix}$$

$$\text{score}(z2, y) := \begin{pmatrix} y_0 - 0 \\ y_2 - 2 \cdot \pi \cdot \omega \end{pmatrix}$$

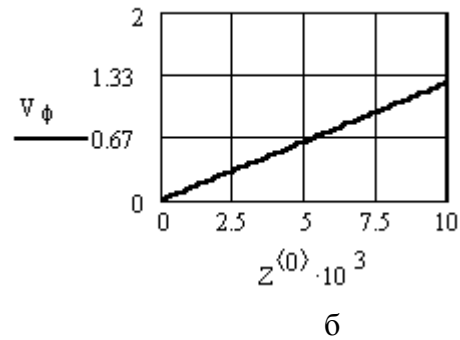
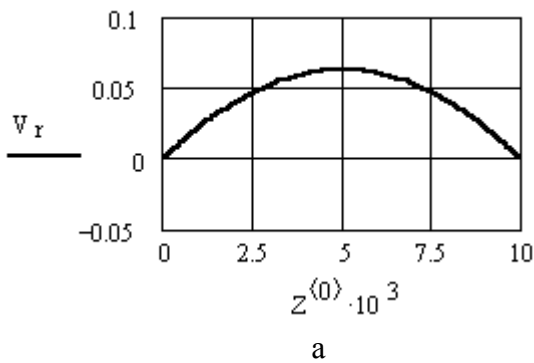
$$S := \text{sbval}(V, 0, H \cdot m^{-1}, D, \text{load}, \text{score})$$

$$S = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 1.257 \times 10^3 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \\ S_0 \\ 0 \\ S_1 \end{pmatrix}$$

$$Z := \text{rkfixed}(y, 0, H \cdot m^{-1}, 100, D)$$

$$V_r := \frac{Z^{\langle 1 \rangle}}{r}$$

$$V_\phi := Z^{\langle 3 \rangle} \cdot r$$



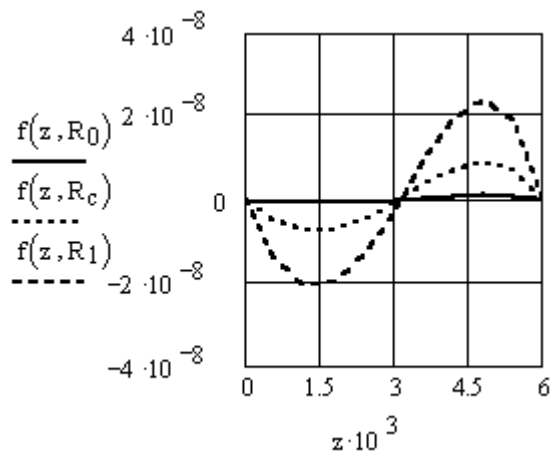
а – радиальная составляющая; б – угловая составляющая

Рисунок А.1 – Графики для распределения составляющих скоростей ньютоновской жидкости в междисковом зазоре

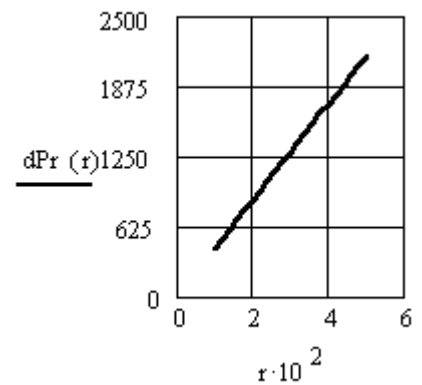
$$\begin{aligned} R_0 &:= 10 \cdot \text{mm} & R_1 &:= 50 \cdot \text{mm} & dr &:= \frac{R_1 - R_0}{20} & r &:= R_0, R_0 + dr .. R_1 \\ H &:= 6 \cdot \text{mm} & dL &:= \frac{H}{10} & z &:= 0, dL .. H & R_c &:= \frac{R_0 + R_1}{2} \end{aligned}$$

$$f(z, r) := \frac{\rho \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r}{\eta_0} \cdot \left[\frac{3}{5} \cdot r \cdot (z^2 - H \cdot z) - \frac{r}{3 \cdot H^2} \cdot (z^4 - H^3 \cdot z) \right]$$

$$dPr(r) := \frac{6}{5} \cdot \rho \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r$$



а



б

Рисунок А.2 – Графики для распределения функции радиальной скорости (а) и градиента давления (б) в междисковом зазоре для ньютоновской жидкости

А.2 Блок САПР-2: оценка влияния нелинейного члена в дифференциальном уравнении второго порядка, который характеризует поведение радиальной составляющей скорости в междисковом зазоре для ньютоновской жидкости

Исходные данные:

$$\eta := 180 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s} \quad H := 5 \cdot \text{mm} \quad r := 50 \text{mm} \quad \omega := 1 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho := 925 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Решение:

$$V_0 := 1 \quad \text{load}(z1, V) := \begin{pmatrix} 0 \\ V_0 \end{pmatrix} \quad D(z, f) := \begin{bmatrix} f_1 \\ -\frac{\rho \cdot (f_0)^2}{\eta \cdot r^2} - \frac{4 \cdot \rho \cdot (\pi \cdot \omega \cdot r \cdot z)^2}{\eta \cdot H^2} \end{bmatrix}$$

$$\text{score}(z2, f) := f_0 - 0 \quad S := \text{sbval}(V, 0, H \cdot \text{m}^{-1}, D, \text{load}, \text{score}) \quad S_0 = 0.00021$$

$$dH := \frac{H}{100} \quad Z := \text{rkfixed}\left[\begin{pmatrix} 0 \\ S_0 \end{pmatrix}, 0, H \cdot \text{m}^{-1}, 100, D\right]$$

$$f_y := \max(Z^{(1)})$$

$$f_y = 4.99232 \times 10^{-7}$$

$$V_0 := 1$$

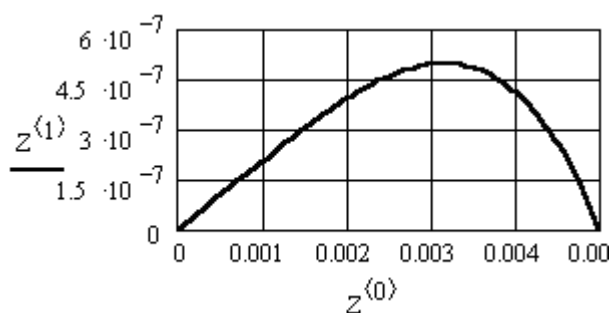
$$\text{load}(z1, V) := \begin{pmatrix} 0 \\ V_0 \end{pmatrix}$$

$$D(z, f) := \begin{bmatrix} f_1 \\ -\frac{4 \cdot \rho \cdot (\pi \cdot \omega \cdot r \cdot z)^2}{\eta \cdot H^2} \end{bmatrix}$$

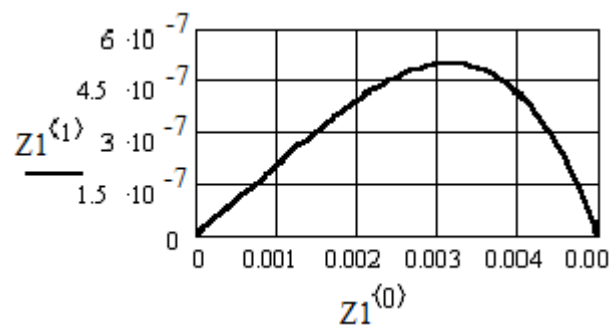
$$\text{score}(z2, f) := f_0 - 0 \quad S := \text{sbval}(V, 0, H \cdot \text{m}^{-1}, D, \text{load}, \text{score}) \quad S_0 = 0.00021$$

$$dH := \frac{H}{100}$$

$$Z1 := \text{rkfixed} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ S_0 \end{pmatrix}, 0, H \cdot \text{m}^{-1}, 100, D \right]$$



а



б

а – с учетом второго слагаемого; б – без учета второго слагаемого

Рисунок А.3 – График, характеризующий вклад второго слагаемого в дифференциальном уравнении (1.48)

А.3 Блок САПР-3: оценка влияния компонентов в нелинейном дифференциальном уравнении второго порядка, который характеризует поведение радиальной составляющей скорости в междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости при наличии течения только за счет вращения одного из дисков

Исходные данные:

$$n := 0.31 \quad R_v := 0.09 \cdot \text{m} \quad R_n := 0.15 \cdot \text{m} \quad \omega := 3 \cdot \text{s}^{-1} \quad H := 0.006 \cdot \text{m}$$

$$K_3 := 1.64 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_1 := 1.73 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_2 := 1.77 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

$$\rho := 910 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad R_c := \frac{R_n + R_v}{2} \quad dPr := 0.5 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{Pa}}{\text{m}} \quad r := R_c$$

Решение:

$$m_1 := n - 1$$

$$m_2 := n - 2$$

$$mm := 2 - n$$

$$n_3 := \frac{n - 3}{2}$$

$$n_4 := \frac{n - 4}{2}$$

$$n_1 := \frac{n - 1}{2}$$

$$n_2 := \frac{n - 2}{2}$$

$$a_1 := \frac{K_1}{r^3}$$

$$g_1 := \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H}$$

$$\Phi := r \cdot g_1$$

$$a_2 := \frac{2 \cdot (K_2 - K_3)}{r^5}$$

$$C_{11} := \frac{-K_1 \cdot (n - 1) \cdot 16}{r^7}$$

$$C_{12} := \frac{-K_1 \cdot (n - 1) \cdot 6}{r^5}$$

$$C_{13} := \frac{K_1 \cdot (n - 1) \cdot 2 \cdot g_1^2}{r}$$

$$C_2 := 32 \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot \frac{(n - 2)}{r^9}$$

$$C_3 := 4 \cdot (5 \cdot K_2 - 4 \cdot K_3) \cdot \frac{(n - 2)}{r^7}$$

$$C_4 := -4 \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (n - 2) \cdot \frac{g_1^2}{r^3}$$

$$C_{51} := \frac{8}{r^5} \cdot (2 \cdot K_2 - 3 \cdot K_3)$$

$$C_{52} := \frac{(3 \cdot K_2 - 2 \cdot K_3)}{r^3}$$

$$C_{53} := K_2 \cdot g_1^2 \cdot r$$

$$C_6 := \frac{K_2 \cdot (n - 2)}{r^5}$$

$$C_7 := -K_2 \cdot (n - 2) \cdot \frac{g_1^2}{r}$$

$$V_0 := 1$$

$$\text{load}(z_1, V) := \begin{pmatrix} 0 \\ V_0 \end{pmatrix}$$

$$Dc_1(z, f) := \left[C_{11} \cdot (f_0)^3 + C_{12} \cdot (f_1)^2 \cdot f_0 + C_{13} \cdot f_0 \right] \cdot \left[\frac{4 \cdot (f_0)^2}{r^4} + \frac{(f_1)^2}{r^2} + \Phi^2 \right]^{n_3}$$

$$Dc_2(z, f) := \left[C_2 \cdot (f_0)^4 + C_3 \cdot (f_0)^2 \cdot (f_1)^2 \dots \right. \\ \left. + C_4 \cdot (f_0)^2 + C_6 \cdot (f_1)^4 + C_7 \cdot (f_1)^2 \right] \cdot \left[\frac{4 \cdot (f_0)^2}{r^4} + \frac{(f_1)^2}{r^2} + \Phi^2 \right]^{n_4}$$

$$Dc_3(z,f) := \left[C5_1 \cdot (f_0)^2 + C5_2 \cdot (f_1)^2 + C5_3 \right] \cdot \left[\frac{4 \cdot (f_0)^2}{r^4} + \frac{(f_1)^2}{r^2} + \Phi^2 \right]^{n2}$$

$$Dc_4(z,f) := \rho \cdot \left[-(f_0)^2 \cdot r^{-3} - (\Phi \cdot z)^2 \cdot r^{-1} \right]$$

$$Dz_1(z,f) := a_1 \cdot \left[r^2 \cdot \left[\frac{4 \cdot (f_0)^2}{r^4} + \frac{(f_1)^2}{r^2} + \Phi^2 \right]^{n1} \dots \right. \\ \left. + m_1 \cdot (f_1)^2 \cdot \left[\frac{4 \cdot (f_0)^2}{r^4} + \frac{(f_1)^2}{r^2} + \Phi^2 \right]^{n3} \right]$$

$$Dz_2(z,f) := a_2 \cdot \left[-m_2 \cdot f_0 \cdot (f_1)^2 \cdot \left[\frac{4 \cdot (f_0)^2}{r^4} + \frac{(f_1)^2}{r^2} + \Phi^2 \right]^{n4} \dots \right. \\ \left. + (-1) \cdot r^2 \cdot \left[\frac{4 \cdot (f_0)^2}{r^4} + \frac{(f_1)^2}{r^2} + \Phi^2 \right]^{n2} \cdot f_0 \right]$$

$$D(z,f) := \left(\frac{f_1}{\frac{Dc_1(z,f) + Dc_2(z,f) + Dc_3(z,f) + Dc_4(z,f) + dPr}{Dz_1(z,f) + Dz_2(z,f)}} \right)$$

$$score(z2,f) := f_0 - 0 \quad S := sbval(V,0,H \cdot m^{-1},D,load,score) \quad S_0 = -1.775$$

$$f := \begin{pmatrix} 0 \\ S_0 \end{pmatrix} \quad Z := rkfixed(f,0,H \cdot m^{-1},100,D)$$

$$dH := \frac{H}{100} \quad i := 0..100$$

$$Q := 2 \cdot \pi \cdot \sum_i Z_{i,1} \cdot dH \cdot m^2 \cdot s^{-1} \quad Q = -6.664 \times 10^{-5} \frac{m^3}{s}$$

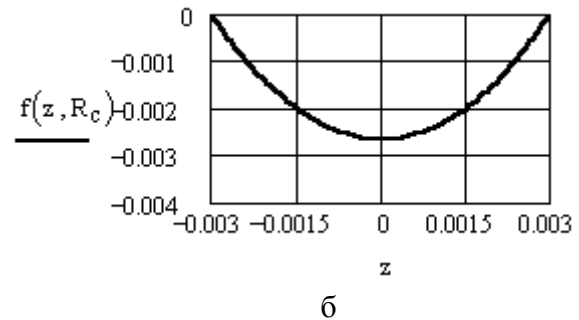
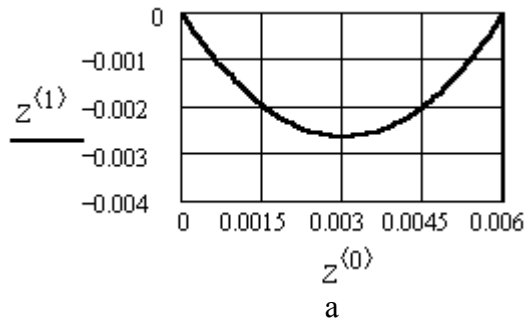
$$G := Q \cdot \rho \quad G = -218.324 \frac{kg}{hr}$$

$$dR := \frac{R_n - R_v}{10}$$

$$r := R_v, (R_v + dR) .. R_n$$

$$z := \frac{-H}{2}, \left(\frac{-H}{2} + dH \right) .. \frac{H}{2}$$

$$f(z, r) := \frac{H^2 \cdot r}{8} \cdot \left[\frac{K_2}{K_1} \cdot g1 + \frac{dPr}{K_1 \cdot (g1 \cdot r)^{m_1}} \right] \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right]$$



а – с использованием полного уравнения (1.60);

б – с использованием упрощенного уравнения (1.63)

Рисунок А.4 – Графики для распределения функции радиальной скорости в междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости при наличии течения только за счет вращения одного из дисков

А.4 Блок САПР-4: расчет энергосиловых параметров в междисковом зазоре в случае вращения одного из дисков

Исходные данные:

$$n := 0.31 \quad R_v := 0.09 \cdot m \quad R_n := 0.15 \cdot m \quad H := 0.006 \cdot m \quad \omega := 3 \cdot s^{-1}$$

$$K_1 := 1.73 \cdot 10^4 \cdot Pa \cdot s^n \quad K_2 := 1.77 \cdot 10^4 \cdot Pa \cdot s^n \quad K_3 := 1.64 \cdot 10^4 \cdot Pa \cdot s^n$$

$$\rho := 910 \cdot \frac{kg}{m^3}$$

Решение:

$$m_1 := n - 1$$

$$m_2 := n - 2$$

$$mm := 2 - n$$

$$n3 := \frac{n - 3}{2}$$

$$n4 := \frac{n - 4}{2}$$

$$n1 := \frac{n - 1}{2}$$

$$n2 := \frac{n - 2}{2}$$

$$g1 := \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H}$$

$$dH := \frac{H}{20}$$

$$dR := \frac{R_n - R_v}{10}$$

$$z := \frac{-H}{2}, \left(\frac{-H}{2} + dH \right) .. \frac{H}{2} \quad r := R_v, (R_v + dR) .. R_n$$

$$f(z, r) := \frac{K_2 \cdot g_1 \cdot H^2 \cdot r}{8 \cdot K_1} \cdot \left[1 - \frac{1 - \frac{R_v}{r}}{\left[1 - \left(\frac{R_v}{r} \right)^{2-n} \right]} \right] \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right]$$

$$f_l(z, r) := \frac{d}{dz} f(z, r) \quad V_r(z, r) := \frac{f(z, r)}{r} \quad H_2 := \frac{H}{2} \quad \Phi(r) := g_1 \cdot r$$

$$B(z, r) := \frac{4}{r^4} \cdot f(z, r)^2 + \frac{f_l(z, r)^2}{r^2} + \Phi(r)^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r\phi}(z, r) &:= K_2 \cdot (|B(z, r)|)^{n_2} \cdot f_l(z, r) \cdot g_1 \\ \sigma_{rr}(z, r) &:= -K_1 \cdot (|B(z, r)|)^{n_1} \cdot 2 \cdot f(z, r) \cdot r^{-2} \dots \\ &\quad + K_2 \cdot (|B(z, r)|)^{n_2} \cdot f_l(z, r)^2 \cdot r^{-2} \dots \\ &\quad + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z, r)|)^{n_2} \cdot 4 \cdot f(z, r)^2 \cdot r^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rz}(z, r) &:= K_1 \cdot (|B(z, r)|)^{n_1} \cdot f_l(z, r) \cdot r^{-1} \dots \\ &\quad + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z, r)|)^{n_2} \cdot 2 \cdot f(z, r) \cdot f_l(z, r) \cdot r^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\phi\phi}(z, r) &:= K_1 \cdot (|B(z, r)|)^{n_1} \cdot 2 \cdot f(z, r) \cdot r^{-2} \dots \\ &\quad + K_2 \cdot (|B(z, r)|)^{n_2} \cdot (4 \cdot f(z, r)^2 \cdot r^{-4} + \Phi(r)^2) \end{aligned}$$

$$\sigma_{\phi z}(z, r) := K_1 \cdot (|B(z, r)|)^{n_1} \cdot g_1 \cdot r + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z, r)|)^{n_2} \cdot 2 \cdot f(z, r) \cdot g_1 \cdot r^{-1}$$

$$\sigma_{zz}(z, r) := (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z, r)|)^{n_2} \cdot (f_l(z, r)^2 \cdot r^{-2} + \Phi(r)^2)$$

$$d_{rr}(z, r) := \frac{d}{dr} V_r(z, r) \quad N_{rr} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H_2}^{H_2} |\sigma_{rr}(z, r) \cdot d_{rr}(z, r)| \cdot r \, dz \, dr$$

$$d_{\phi\phi}(z, r) := \frac{V_r(z, r)}{r} \quad N_{\phi\phi} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H_2}^{H_2} |\sigma_{\phi\phi}(z, r) \cdot d_{\phi\phi}(z, r)| \cdot r \, dz \, dr$$

$$A_{rz}(z, r) := \frac{d}{dz} V_r(z, r) \quad N_{rz} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{rz}(z, r) \cdot A_{rz}(z, r)| \cdot r \, dz \, dr$$

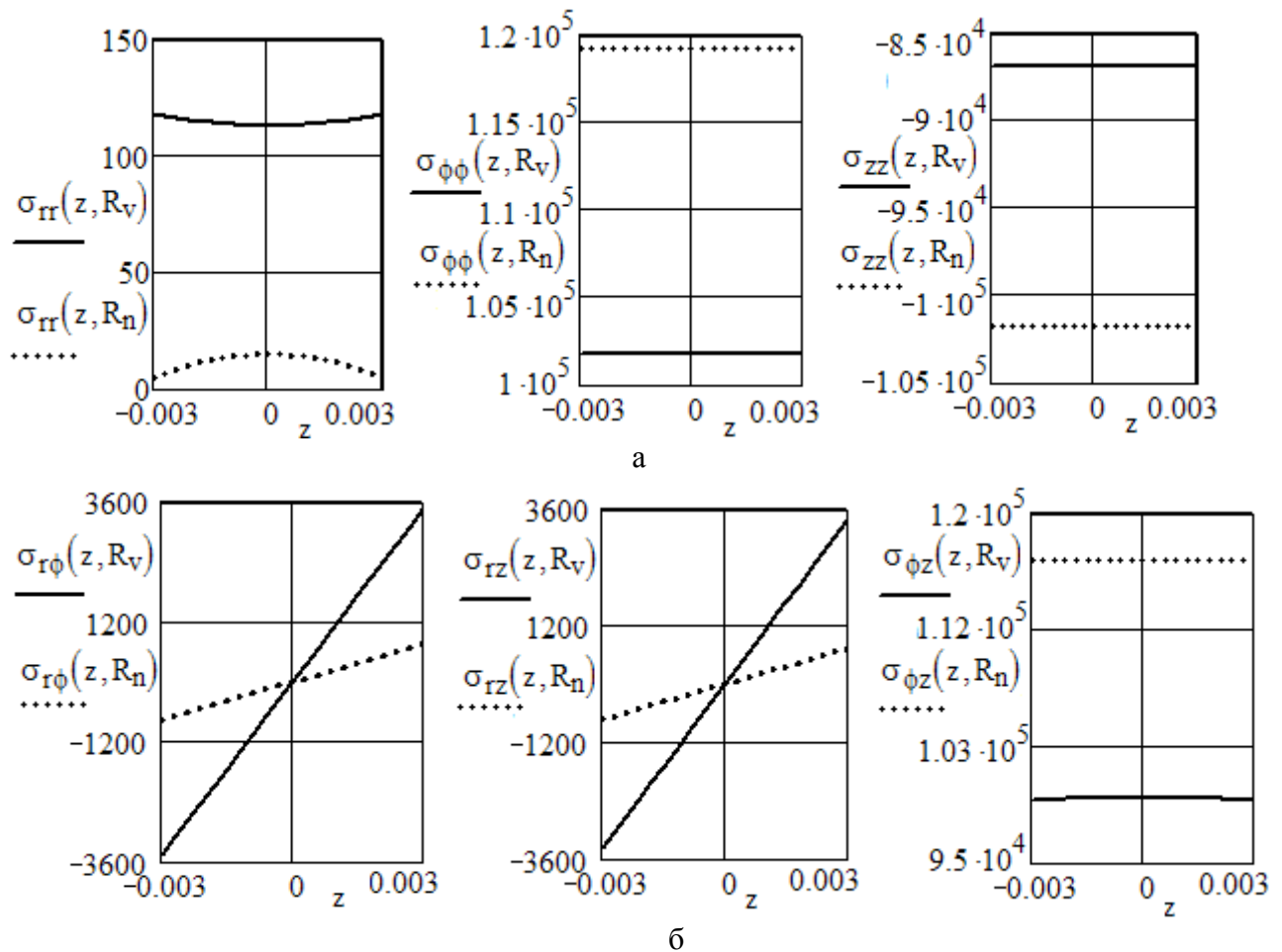
$$A_{\phi z}(r) := g1 \cdot r \quad N_{\phi z} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{\phi z}(z, r) \cdot A_{\phi z}(r)| \cdot r \, dz \, dr$$

$$N_{rr} = 9.904 \times 10^{-5} \text{ W}$$

$$N_{rz} = 0.302 \text{ W}$$

$$N_{\phi\phi} = 0.852 \text{ W}$$

$$N_{\phi z} = 1.149 \times 10^4 \text{ W}$$



а – нормальные напряжения; б – касательные напряжения

Рисунок А.5 – Эпюры для компонентов тензора напряжений при наличии течения только за счет вращения одного из дисков

$$dPr(r) := K_2 \cdot g1^n \cdot r^{m1} \cdot \frac{\frac{R_v}{r} - 1}{\left[1 - \left(\frac{R_v}{r}\right)^{2-n}\right]} \quad r0(r) := \frac{1}{n} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R_n}\right)^n\right]$$

$$r1(r) := \left(\frac{R_v}{R_n} \right)^{2-n} \cdot \frac{1}{2 \cdot n - 2} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R_n} \right)^{2 \cdot n - 2} \right]$$

$$r2(r) := \left(\frac{R_v}{R_n} \right)^{4-2 \cdot n} \cdot \frac{1}{3 \cdot n - 4} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R_n} \right)^{3 \cdot n - 4} \right]$$

$$r3(r) := \left(\frac{R_v}{R_n} \right) \cdot \frac{1}{n - 1} \cdot \left[\left(\frac{r}{R_n} \right)^{n-1} - 1 \right]$$

$$r4(r) := \left(\frac{R_v}{R_n} \right)^{3-n} \cdot \frac{1}{2 \cdot n - 3} \cdot \left[\left(\frac{r}{R_n} \right)^{2 \cdot n - 3} - 1 \right]$$

$$r5(r) := \left(\frac{R_v}{R_n} \right)^{5-2 \cdot n} \cdot \frac{1}{3 \cdot n - 5} \cdot \left[\left(\frac{r}{R_n} \right)^{3 \cdot n - 5} - 1 \right]$$

$$P(r) := K_2 \cdot g_1^n \cdot R_n^n \cdot (r0(r) + r1(r) + r2(r) + r3(r) + r4(r) + r5(r))$$

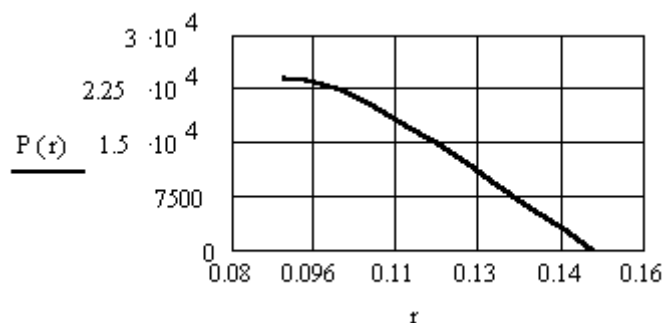


Рисунок А.6 – График распределения давления в междисковом зазоре при наличии течения только за счет вращения одного из дисков

А.5 Блок САПР-5: оценка влияния компонентов в нелинейном дифференциальном уравнении второго порядка, который характеризует поведение радиальной составляющей скорости в междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости при наличии только нагнетательного действия червяка. Расчет компонентов напряжений и мощностей

Исходные данные:

$$R_n := 0.15 \cdot m \quad R_v := 0.09 \cdot m \quad r := R_c \quad n := 0.31 \quad H := 0.006 \cdot m$$

$$K_2 := 1.77 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_1 := 1.73 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_3 := 1.64 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

$$dPr := 1.5 \cdot 10^7 \cdot \frac{\text{Pa}}{\text{m}} \quad \rho := 910 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad R_c := \frac{R_n + R_v}{2}$$

Решение:

$$n3 := \frac{n-3}{2} \quad n4 := \frac{n-4}{2} \quad n1 := \frac{n-1}{2} \quad n2 := \frac{n-2}{2}$$

$$m_2 := n-2 \quad m_1 := n-1$$

$$a_2 := \frac{2 \cdot (K_2 - K_3)}{r^5} \quad a_1 := \frac{K_1}{r^3} \quad C1_1 := \frac{-K_1 \cdot (n-1) \cdot 16}{r^7}$$

$$C1_2 := \frac{-K_1 \cdot (n-1) \cdot 6}{r^5} \quad C6 := \frac{K_2 \cdot (n-2)}{r^5} \quad C5_2 := \frac{(3 \cdot K_2 - 2 \cdot K_3)}{r^3}$$

$$C2 := 32 \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot \frac{(n-2)}{r^9} \quad C3 := 4 \cdot (5 \cdot K_2 - 4 \cdot K_3) \cdot \frac{(n-2)}{r^7}$$

$$C5_1 := \frac{8}{r^5} \cdot (2 \cdot K_2 - 3 \cdot K_3) \quad V_0 := 1 \quad \text{load}(z1, V) := \begin{pmatrix} 0 \\ V_0 \end{pmatrix}$$

$$\text{score}(z2, f) := f_0 - 0 \quad S := \text{sbval}(V, 0, H \cdot \text{m}^{-1}, D, \text{load}, \text{score})$$

$$S_0 = -2.536 \quad dH := \frac{H}{100} \quad i := 0..100$$

$$Z := \text{rkfixed} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ S_0 \end{pmatrix}, 0, H \cdot \text{m}^{-1}, 100, D \right]$$

$$Q := 2 \cdot \pi \cdot \sum_i Z_{i,1} \cdot dH \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad G := Q \cdot \rho$$

$$Q = -5.498 \times 10^{-5} \text{m}^3 \text{s}^{-1} \quad G = -180.102 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

$$dR := \frac{R_n - R_v}{10}$$

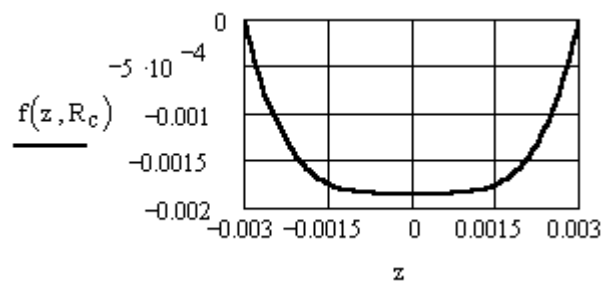
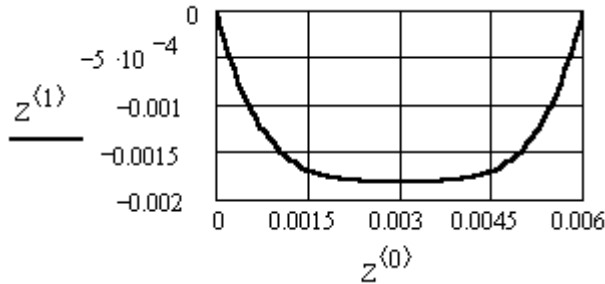
$$r := R_v, (R_v + dR) .. R_n$$

$$z := \frac{-H}{2}, \left(\frac{-H}{2} + dH \right) .. \frac{H}{2}$$

$$nz := \frac{1}{n}$$

$$np := \frac{n+1}{n}$$

$$f(z, r) := r \cdot \left(\frac{dPr}{K_1} \right)^{nz} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{H}{2} \right)^{np} \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{np} - 1 \right]$$



а – с использованием полного уравнения (1.71);

б – с использованием упрощенного уравнения (1.73)

Рисунок А.7 – Графики для распределения функции радиальной скорости в междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости при наличии течения только за счет нагнетательного действия червяка

$$dH := \frac{H}{20}$$

$$dR := \frac{R_n - R_v}{10}$$

$$z := \frac{-H}{2}, \left(\frac{-H}{2} + dH \right) .. \frac{H}{2}$$

$$r := R_v, (R_v + dR) .. R_n$$

$$Q := -5.498 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$G := Q \cdot \rho$$

$$G = -180.114 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

$$na := \frac{1}{n}$$

$$nn := \frac{n+1}{n}$$

$$f(z) := \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H} \cdot \frac{2 \cdot n + 1}{n + 1} \cdot \left[1 - \left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{nn} \right] \quad fl(z) := \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H} \cdot \frac{2 \cdot n + 1}{n} \cdot \left(\frac{2}{H} \right)^{nn} \cdot (|z|)^{na}$$

$$B_n(z, r) := \left| 4 \cdot f(z)^2 \cdot r^{-4} + fl(z)^2 \cdot r^{-2} \right|$$

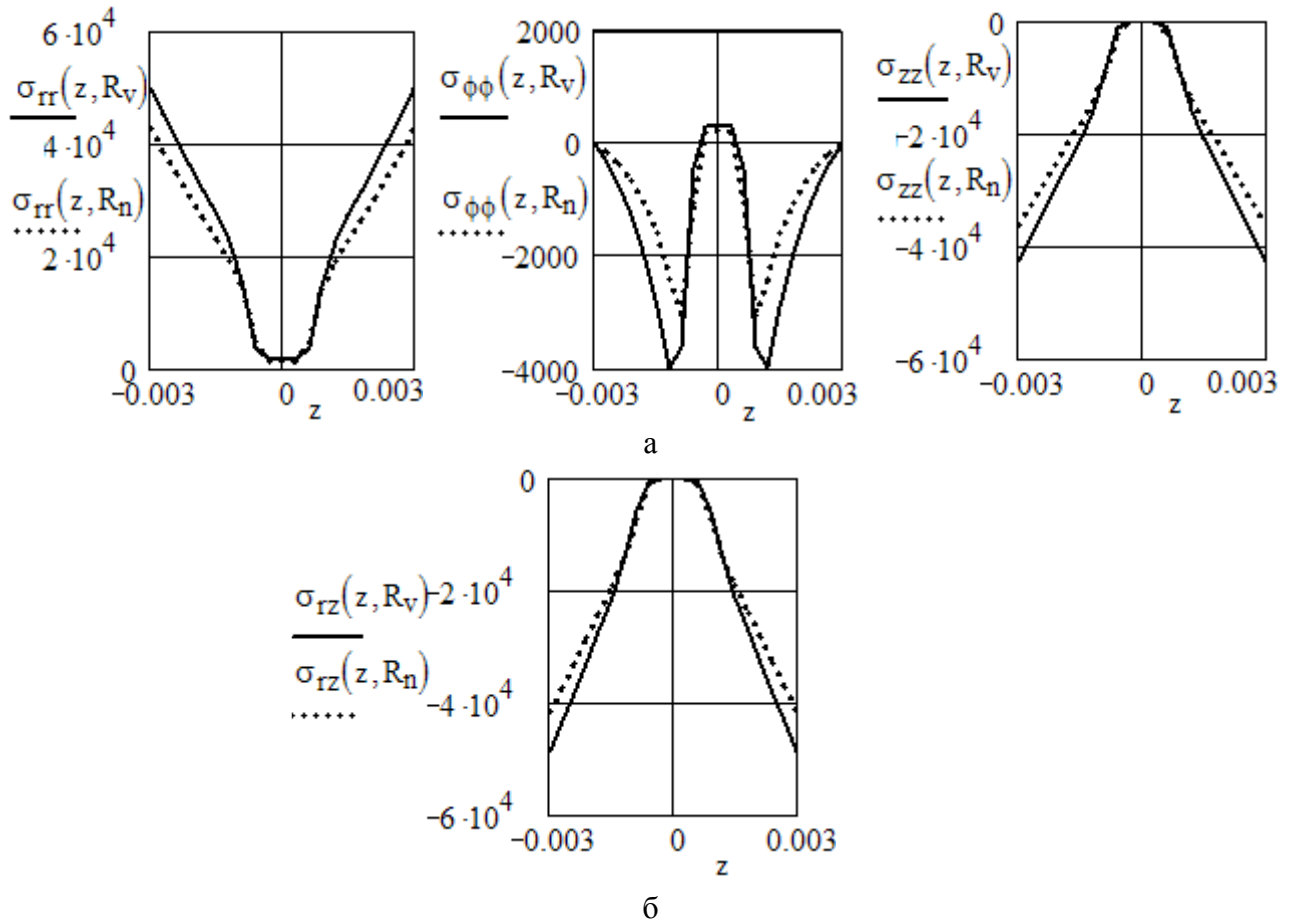
$$\sigma_{rr}(z, r) := -K_1 \cdot B_n(z, r)^{n1} \cdot 2 \cdot f(z) \cdot r^{-2} + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot B_n(z, r)^{n2} \cdot 4 \cdot (f(z)^2 \cdot r^{-4}) \dots \\ + K_2 \cdot B_n(z, r)^{n2} \cdot (fl(z)^2 \cdot r^{-2})$$

$$\sigma_{rz}(z,r) := K_1 \cdot B_n(z,r)^{n1} \cdot \frac{f1(z)}{r} \dots$$

$$+ (-1) \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot B_n(z,r)^{n2} \cdot 2 \cdot (f(z) \cdot f1(z) \cdot r^{-3})$$

$$\sigma_{\phi\phi}(z,r) := K_1 \cdot B_n(z,r)^{n1} \cdot 2 \cdot f(z) \cdot r^{-2} + K_2 \cdot B_n(z,r)^{n2} \cdot 4 \cdot (f(z)^2 \cdot r^{-4})$$

$$\sigma_{zz}(z,r) := (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot B_n(z,r)^{n2} \cdot (f1(z)^2 \cdot r^{-2})$$



а – нормальные напряжения; б – касательные напряжения

Рисунок А.8 – Эпюры для компонентов тензора напряжений при наличии течения только за счет нагнетательного действия червяка

$$V_r(z,r) := \frac{f(z)}{r} \quad d_{zz} := 0$$

$$d_{rr}(z,r) := \frac{d}{dr} V_r(z,r) \quad d_{\phi\phi}(z,r) := \frac{V_r(z,r)}{r} \quad d_{rz}(z,r) := \frac{d}{dr} V_r(z,r)$$

$$d_{r\phi} := 0 \quad d_{\phi z} := 0 \quad n12 := 2 \cdot n + 1 \quad n11 := 1 - n$$

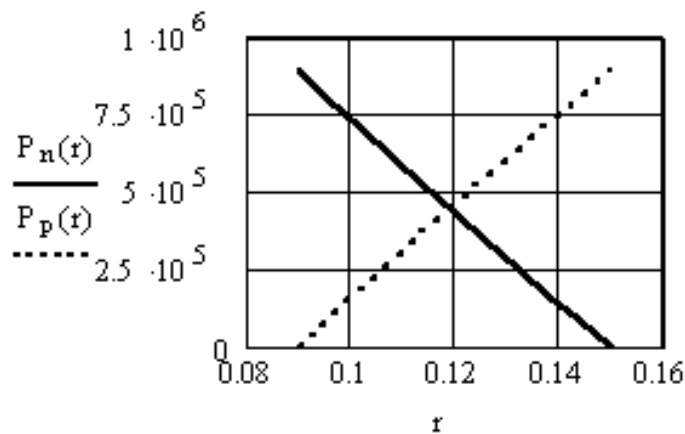
$$N_{rr} := 4 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_0^{\frac{H}{2}} \left| \sigma_{rr}(z, r) \cdot d_{rr}(z, r) \right| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{rr} = 0.543 \, \text{W}$$

$$N_{\phi\phi} := 4 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_0^{\frac{H}{2}} \left| \sigma_{\phi\phi}(z, r) \cdot d_{\phi\phi}(z, r) \right| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{\phi\phi} = 0.042 \, \text{W}$$

$$N_{rz} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_0^H \left| \sigma_{rz}(z, r) \cdot d_{rz}(z, r) \right| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{rz} = 8.463 \, \text{W}$$

$$P_n(r) := -2 \cdot \frac{K_1}{H^{n12}} \cdot \left(\left| \frac{Q}{\pi} \right| \right)^n \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n} \right)^n \cdot \frac{1}{1 - n} \cdot \left(r^{n11} - R_n^{n11} \right)$$

$$P_p(r) := 2 \cdot \frac{K_1}{H^{n12}} \cdot \left(\left| \frac{Q}{\pi} \right| \right)^n \cdot \left(\frac{2 \cdot n + 1}{n} \right)^n \cdot \frac{1}{1 - n} \cdot \left(r^{n11} - R_v^{n11} \right)$$



— при отрицательном значении градиента давления по формуле (1.77);

..... при положительном значении градиента давления по формуле (1.78)

Рисунок А.9 – Графики изменения давления при наличии течения только за счет нагнетательного действия червяка

$$P_n(R_v) = 8.952 \times 10^5 \, \text{Pa}$$

А.6 Блок САПР-6: моделирование движения вязкоупругой жидкости в междисковом зазоре с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка

Исходные данные:

$$n := 0.31 \quad \omega := 3 \cdot s^{-1} \quad R_v := 0.09 \cdot m \quad R_n := 0.15 \cdot m \quad H := 0.006 \cdot m$$

$$\rho := 910 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad K_1 := 1.73 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_2 := 1.77 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_3 := 1.64 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

Решение:

$$g1 := \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H} \quad nb := \frac{1}{n} \quad nc := \frac{n+1}{n} \quad n1 := \frac{n-1}{2}$$

$$n2 := \frac{n-2}{2} \quad na := 1-n \quad m1 := n-1$$

$$dH := \frac{H}{20} \quad dR := \frac{R_n - R_v}{10} \quad r := R_v, (R_v + dR) .. R_n$$

$$z := \frac{-H}{2}, \left(\frac{-H}{2} + dH \right) .. \frac{H}{2} \quad Hn := \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{H}{2} \right)^{nc} \quad \Phi(r) := g1 \cdot r$$

$$Q := 6.184 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad G := Q \cdot \rho$$

$$G = 202.588 \frac{\text{kg}}{\text{hr}} \quad dPr := 10^6 \cdot \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

Первый междисковый зазор

$$dPr1_1(r) := \text{root} \left[2 \cdot \pi \cdot \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left[\left(\frac{K_2}{K_1} \cdot \Phi(r) \quad \dots \right) \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots \right] \right. \\ \left. + \frac{r}{K_1} \cdot \Phi(r)^{na} \cdot dPr \right. \\ \left. + r \cdot \left(\left| \frac{dPr}{K_1} \right| \right)^{nb} \cdot Hn \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{nc} - 1 \right] \right] dz \dots, dPr \\ + (-1) \cdot Q - 2 \cdot \pi \cdot \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \frac{K_2 \cdot g1 \cdot H^2 \cdot r}{8 \cdot K_1} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] dz$$

$$fl_1(z, r) := \left(\frac{K_2}{K_1} \cdot \Phi(r) + \frac{r}{K_1} \cdot \Phi(r)^{na} \cdot dPr1_1(r) \right) \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots$$

$$+ r \cdot \left(\left| \frac{dPr1_1(r)}{K_1} \right| \right)^{nb} \cdot Hn \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{nc} - 1 \right]$$

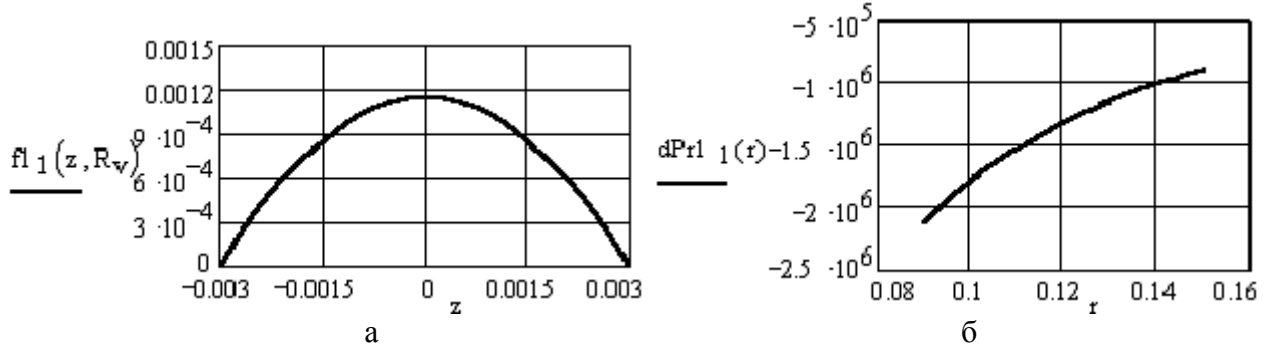


Рисунок А.10 – Графики для распределения функции радиальной скорости (а) и градиента давления (б) в первом междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка ($G = 202,588 \text{ кг/час}$)

$$fp1_1(z, r) := \frac{d}{dz} fl_1(z, r) \quad V_r(z, r) := \frac{fl_1(z, r)}{r} \quad H2 := \frac{H}{2}$$

$$fp1_1(z, r) := \left(\frac{K_2}{K_1} \cdot \Phi(r) \dots \right) \cdot z + r \cdot \left(\left| \frac{dPr1_1(r)}{K_1} \right| \right)^{nb} \cdot [(|z|)^{nb}]$$

$$+ \frac{r}{K_1} \cdot \Phi(r)^{na} \cdot dPr1_1(r)$$

$$B(z, r) := \frac{4}{r^4} \cdot fl_1(z, r)^2 + \frac{fp1_1(z, r)^2}{r^2} + \Phi(r)^2$$

$$\sigma_{r\phi}(z, r) := K_2 \cdot (|B(z, r)|)^{n2} \cdot fp1_1(z, r) \cdot g1$$

$$\sigma_{rr}(z, r) := -K_1 \cdot (|B(z, r)|)^{n1} \cdot 2 \cdot fl_1(z, r) \cdot r^{-2} \dots$$

$$+ K_2 \cdot (|B(z, r)|)^{n2} \cdot fp1_1(z, r)^2 \cdot r^{-2} \dots$$

$$+ (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z, r)|)^{n2} \cdot 4 \cdot fl_1(z, r)^2 \cdot r^{-4}$$

$$\sigma_{rz}(z, r) := K_1 \cdot (|B(z, r)|)^{n1} \cdot fp1_1(z, r) \cdot r^{-1} \dots$$

$$+ (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z, r)|)^{n2} \cdot 2 \cdot fl_1(z, r) \cdot fp1_1(z, r) \cdot r^{-3}$$

$$\sigma_{\phi\phi}(z,r) := K_1 \cdot (|B(z,r)|)^{n1} \cdot 2 \cdot f1_1(z,r) \cdot r^{-2} \dots \\ + K_2 \cdot (|B(z,r)|)^{n2} \cdot (4 \cdot f1_1(z,r)^2 \cdot r^{-4} + \Phi(r)^2)$$

$$\sigma_{\phi z}(z,r) := K_1 \cdot (|B(z,r)|)^{n1} \cdot g1 \cdot r + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z,r)|)^{n2} \cdot 2 \cdot f1_1(z,r) \cdot g1 \cdot r^{-1}$$

$$\sigma_{zz}(z,r) := (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z,r)|)^{n2} \cdot (f1_1(z,r)^2 \cdot r^{-2} + \Phi(r)^2)$$

$$N_{r\phi} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{r\phi}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{r\phi} = 59.557 \, W$$

$$N_{rz} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{rz}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{rz} = 58.205 \, W$$

$$N_{\phi\phi} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{\phi\phi}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{\phi\phi} = 1.175 \times 10^4 \, W$$

$$N_{\phi z} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{\phi z}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{\phi z} = 1.148 \times 10^4 \, W$$

$$N_{zz} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{zz}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{zz} = 1.003 \times 10^4 \, W$$

$$N_{rr} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{rr}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{rr} = 1.848 \, W$$

$$N_{\Sigma} := N_{r\phi} + N_{rz} + N_{\phi\phi} + N_{\phi z} + N_{zz} + N_{rr}$$

$$N_{\Sigma} = 3.338 \times 10^4 \, W$$

$$\sigma_{r\phi} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{r\phi}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

$$\sigma_{rr} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{rr}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

$$\sigma_{rz} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{rz}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

$$\sigma_{\phi\phi} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{\phi\phi}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

$$\sigma_{\phi z} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{\phi z}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

$$\sigma_{zz} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{zz}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

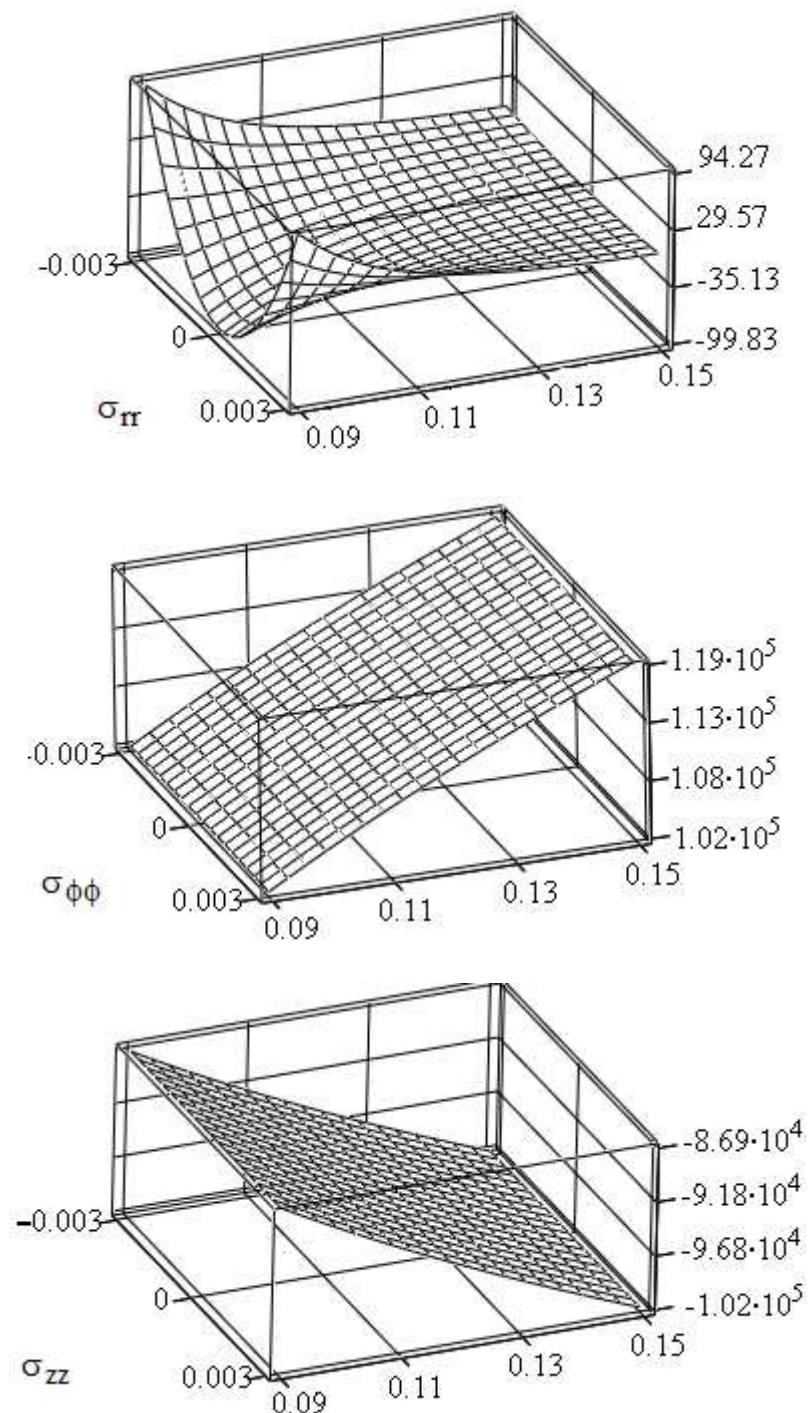


Рисунок А.11 – Объемные графики распределения нормальных компонентов тензора напряжений в первом междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка

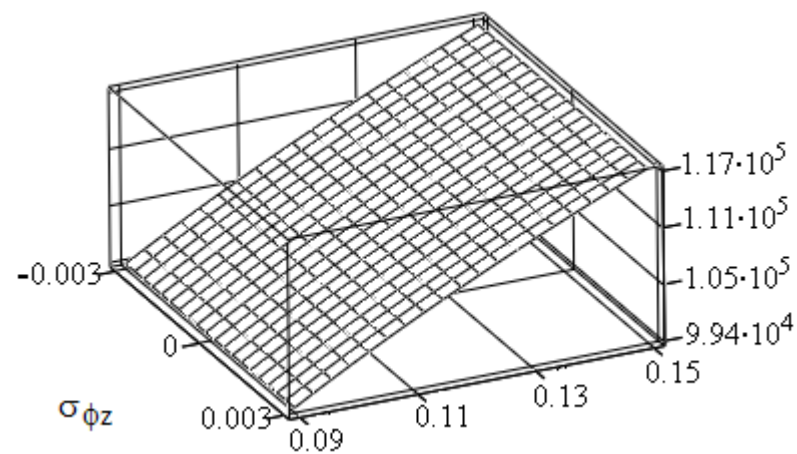
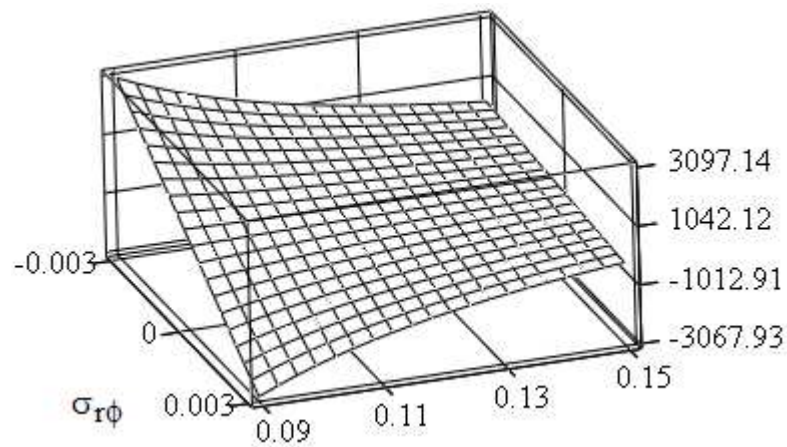
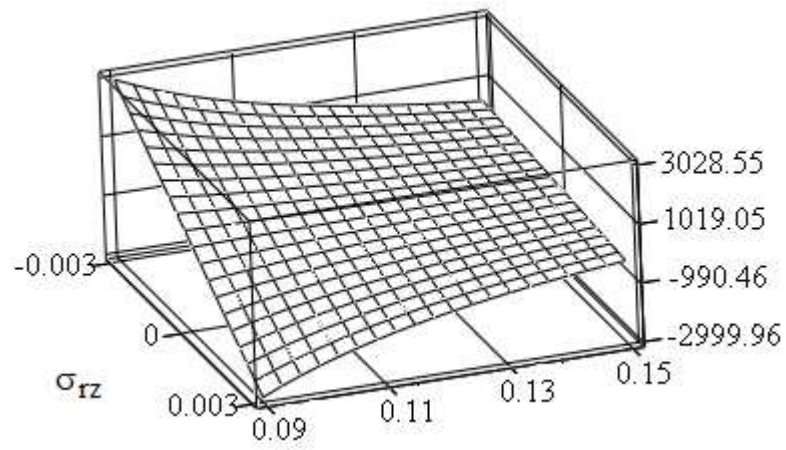
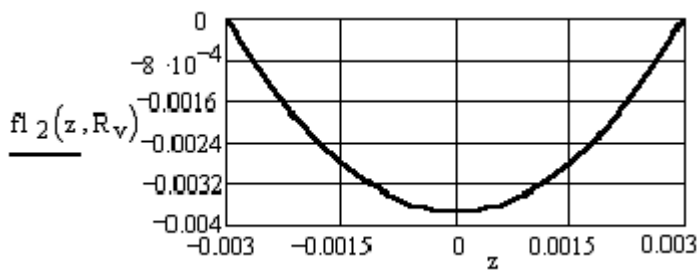


Рисунок А.12 – Объемные графики распределения касательных компонентов тензора напряжений в первом междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка

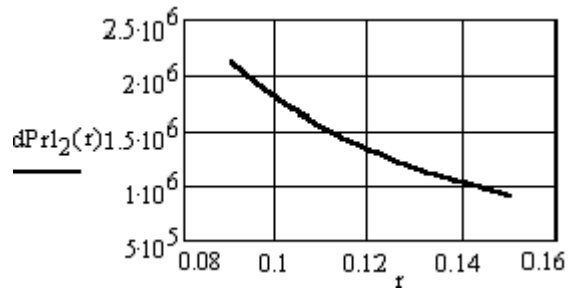
Второй междисковый зазор

$$dPr_{12}(r) := \text{root} \left[2 \cdot \pi \cdot \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left[\left(\frac{K_2}{K_1} \cdot \Phi(r) + \frac{r}{K_1} \cdot \Phi(r)^{na} \cdot dPr \right) \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] + r \cdot \left(\left| \frac{dPr}{K_1} \right| \right)^{nb} \cdot Hn \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{nc} - 1 \right] \right] dz \dots, dPr \right. \\ \left. + (1) \cdot Q - 2 \cdot \pi \cdot \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \frac{K_2 \cdot g1 \cdot H^2 \cdot r}{8 \cdot K_1} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] dz \right]$$

$$fl_2(z, r) := \left(\frac{K_2}{K_1} \cdot \Phi(r) + \frac{r}{K_1} \cdot \Phi(r)^{na} \cdot dPr_{12}(r) \right) \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots \\ + r \cdot \left(\left| \frac{dPr_{12}(r)}{K_1} \right| \right)^{nb} \cdot Hn \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{nc} - 1 \right]$$



а



б

Рисунок А.13 – Графики для распределения функции радиальной скорости (а) и градиента давления (б) во втором междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка ($G = 202,588 \text{ кг/час}$)

$$fp_{12}(z, r) := \frac{d}{dz} fl_2(z, r)$$

$$V_r(z, r) := \frac{fl_2(z, r)}{r}$$

$$H_2 := \frac{H}{2}$$

$$\text{fp1}_2(z,r) := \left(\begin{array}{l} \frac{K_2}{K_1} \cdot \Phi(r) \dots \\ + \frac{r}{K_1} \cdot \Phi(r)^{\text{na}} \cdot \text{dPr1}_2(r) \end{array} \right) \cdot z + r \cdot \left(\left| \frac{\text{dPr1}_2(r)}{K_1} \right| \right)^{\text{nb}} \cdot [(|z|)^{\text{nb}}]$$

$$B(z,r) := \frac{4}{r^4} \cdot \text{fl}_2(z,r)^2 + \frac{\text{fp1}_2(z,r)^2}{r^2} + \Phi(r)^2$$

$$\sigma_{r\phi}(z,r) := K_2 \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n2}} \cdot \text{fp1}_2(z,r) \cdot g1$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(z,r) := & -K_1 \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n1}} \cdot 2 \cdot \text{fl}_2(z,r) \cdot r^{-2} \dots \\ & + K_2 \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n2}} \cdot \text{fp1}_2(z,r)^2 \cdot r^{-2} \dots \\ & + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n2}} \cdot 4 \cdot \text{fl}_2(z,r)^2 \cdot r^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rz}(z,r) := & K_1 \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n1}} \cdot \text{fp1}_2(z,r) \cdot r^{-1} \dots \\ & + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n2}} \cdot 2 \cdot \text{fl}_2(z,r) \cdot \text{fp1}_2(z,r) \cdot r^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\phi\phi}(z,r) := & K_1 \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n1}} \cdot 2 \cdot \text{fl}_2(z,r) \cdot r^{-2} \dots \\ & + K_2 \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n2}} \cdot (4 \cdot \text{fl}_2(z,r)^2 \cdot r^{-4} + \Phi(r)^2) \end{aligned}$$

$$\sigma_{\phi z}(z,r) := K_1 \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n1}} \cdot g1 \cdot r + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n2}} \cdot 2 \cdot \text{fl}_2(z,r) \cdot g1 \cdot r^{-1}$$

$$\sigma_{zz}(z,r) := (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B(z,r)|)^{\text{n2}} \cdot (\text{fp1}_2(z,r)^2 \cdot r^{-2} + \Phi(r)^2)$$

$$N_{r\phi} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{r\phi}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{r\phi} = 351.716 \, \text{W}$$

$$N_{rr} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{rr}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{rr} = 26.347 \, \text{W}$$

$$N_{rz} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{rz}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{rz} = 344.377 \, \text{W}$$

$$N_{\phi\phi} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H2}^{H2} |\sigma_{\phi\phi}(z,r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{\phi\phi} = 1.173 \times 10^4 \, \text{W}$$

$$N_{\phi Z} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H/2}^{H/2} |\sigma_{\phi Z}(z, r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{\phi Z} = 1.149 \times 10^4 \text{ W}$$

$$N_{ZZ} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_v}^{R_n} \int_{-H/2}^{H/2} |\sigma_{ZZ}(z, r) \cdot (G1 \cdot r)| \cdot r \, dz \, dr \quad N_{ZZ} = 1.003 \times 10^4 \text{ W}$$

$$N_{\Sigma} := N_{r\phi} + N_{rZ} + N_{\phi\phi} + N_{\phi Z} + N_{ZZ} + N_{rr} \quad N_{\Sigma} = 3.397 \times 10^4 \text{ W}$$

$$\sigma_{r\phi} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{r\phi}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

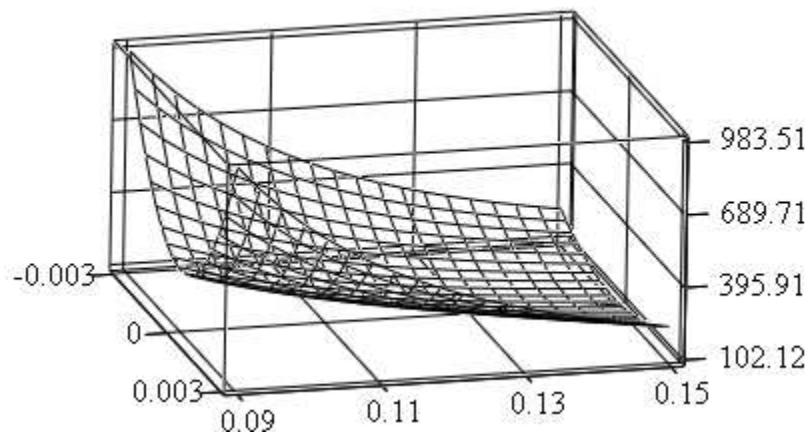
$$\sigma_{rr} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{rr}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

$$\sigma_{rZ} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{rZ}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

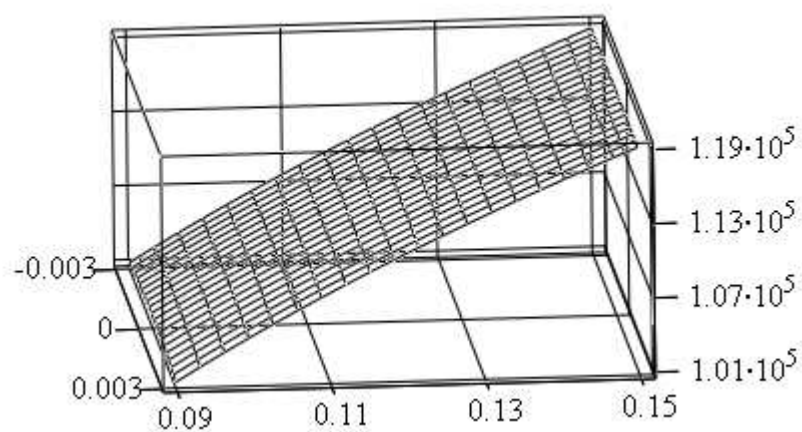
$$\sigma_{\phi\phi} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{\phi\phi}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

$$\sigma_{\phi Z} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{\phi Z}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$

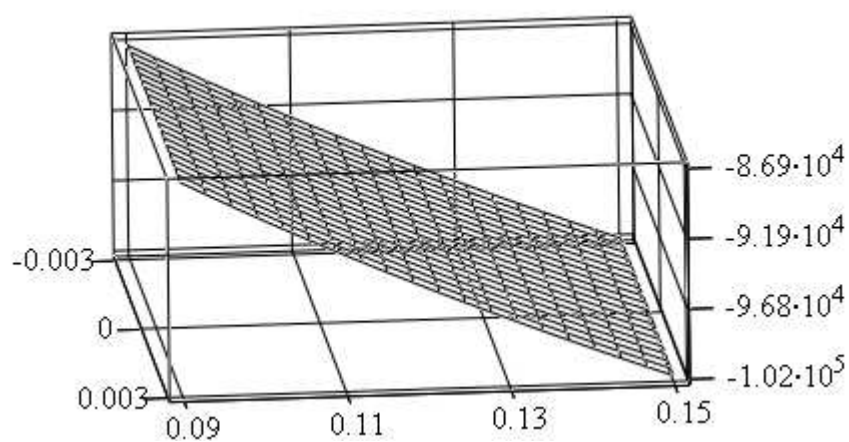
$$\sigma_{ZZ} := \text{CreateMesh}\left(\sigma_{ZZ}, \frac{-H}{2}, \frac{H}{2}, R_v, R_n, 20\right)$$



σ_{rr}

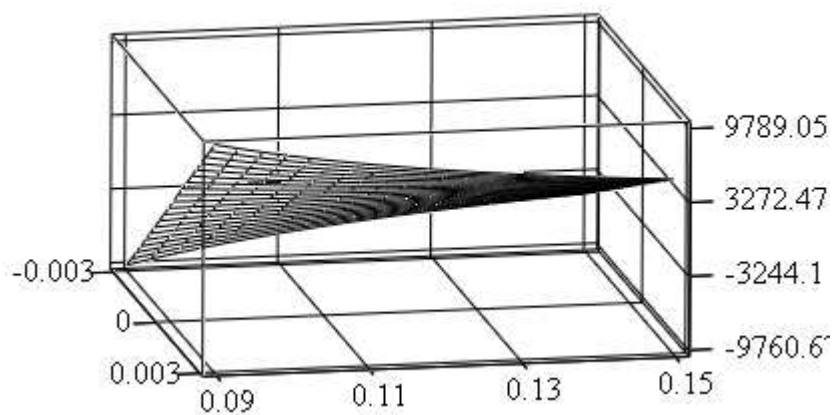


$\sigma_{\phi\phi}$

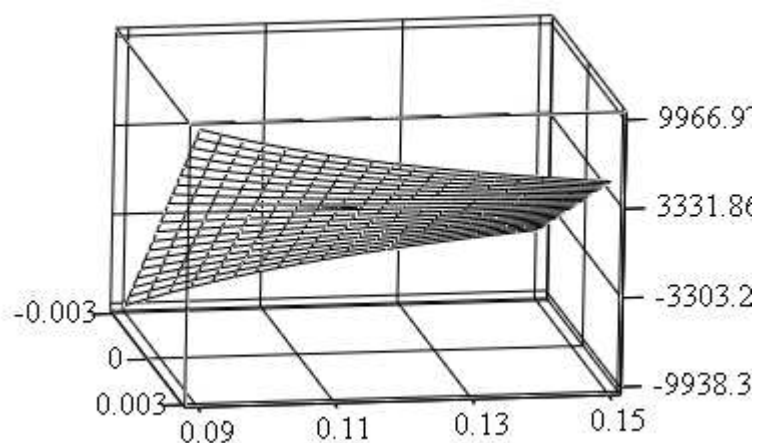


σ_{zz}

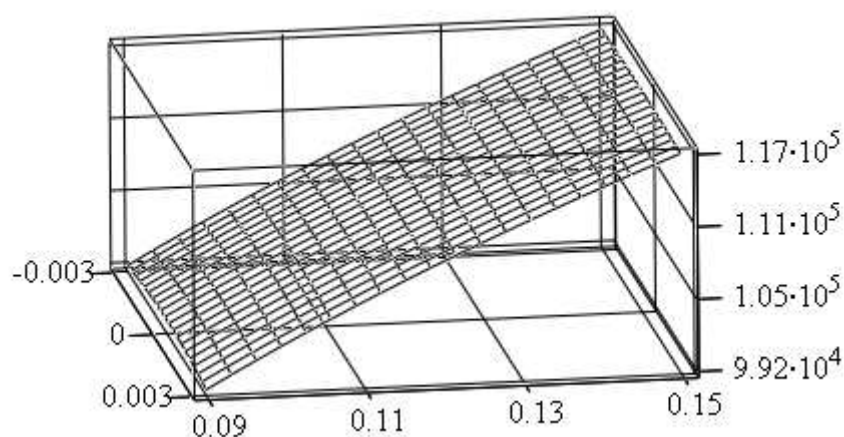
Рисунок А.14 – Объемные графики распределения нормальных компонентов тензора напряжений во втором междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка



σ_{rz}



$\sigma_{r\phi}$



$\sigma_{\phi z}$

Рисунок А.15 – Объемные графики распределения касательных компонентов тензора напряжений во втором междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка

А.7 Блок САПР-7: моделирование температурного поля в междисковом зазоре при граничных условиях первого рода

Исходные данные:

$$n := 0.38 \quad R_v := 0.025 \cdot \text{m} \quad R_n := 0.1 \cdot \text{m} \quad H := 0.008 \cdot \text{m} \quad \omega := 2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\beta := 0.049 \cdot \text{K}^{-1} \quad T_0 := 463 \cdot \text{K} \quad T_p := 433 \cdot \text{K} \quad T_K := 423 \cdot \text{K} \quad T_n := 463 \cdot \text{K}$$

$$K_{10} := 1.18 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_{20} := 2.02 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_{30} := 1.74 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

$$C_p := 2.82 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \lambda := 0.203 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \rho := 810 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Решение:

$$g1 := \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H} \quad nb := \frac{1}{n} \quad nc := \frac{n+1}{n} \quad n1 := \frac{n-1}{2} \quad n2 := \frac{n-2}{2}$$

$$na := 1 - n \quad m1 := n - 1 \quad im := 20 \quad jm := 10$$

$$dH := \frac{H}{jm} \quad Hn := \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^{nc} \quad dR := \frac{R_n - R_v}{im}$$

$$z := \frac{-H}{2}, \left(\frac{-H}{2} + dH\right) .. \frac{H}{2} \quad r := R_v, (R_v + dR) .. R_n$$

$$\Phi(r) := g1 \cdot r \quad i := 0 .. im \quad j := 0 .. jm$$

$$Q := 7 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad G := Q \cdot \rho$$

$$G = 204.12 \frac{\text{kg}}{\text{hr}} \quad dPr := 10^6 \cdot \frac{\text{Pa}}{\text{m}} \quad H2 := \frac{H}{2}$$

Первый междисковый зазор

$$dPr1_1(r) := \text{root} \left[2 \cdot \pi \cdot \int_{-H2}^{H2} \left[\left(\frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi(r) \dots \right) \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots \right] dz \dots, dPr \right]$$

$$+ \frac{r}{K_{10}} \cdot \Phi(r)^{na} \cdot dPr$$

$$+ r \cdot \left(\left| \frac{dPr}{K_{10}} \right| \right)^{nb} \cdot Hn \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{nc} - 1 \right]$$

$$+ (-1) \cdot Q - 2 \cdot \pi \cdot \int_{-H2}^{H2} \frac{K_{20} \cdot g1 \cdot H^2 \cdot r}{8 \cdot K_{10}} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] dz$$

$$z_j := \frac{-H}{2} + dH \cdot j \quad r_i := R_v + dR \cdot i \quad \Phi_i := \Phi(r_i) \quad dPr1_{1_i} := dPr1_1(r_i)$$

$$\text{fl}_{1_{i,j}} := \left[\frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi_i + \frac{r_i}{K_{10}} \cdot (\Phi_i)^{\text{na}} \cdot \text{dPr1}_{1_i} \right] \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z_j}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots$$

$$+ r_i \cdot \left(\left| \frac{\text{dPr1}_{1_i}}{K_{10}} \right| \right)^{\text{nb}} \cdot \text{Hn} \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z_j}{H} \right| \right)^{\text{nc}} - 1 \right]$$

$$\text{fp1}_{1_{i,j}} := \left[\left[\frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi_i + \frac{r_i}{K_{10}} \cdot (\Phi_i)^{\text{na}} \cdot \text{dPr1}_{1_i} \right] \cdot z_j + r_i \cdot \left(\left| \frac{\text{dPr1}_{1_i}}{K_{10}} \right| \right)^{\text{nb}} \cdot \left[(|z_j|)^{\text{nb}} \right] \right]$$

$$\text{B}_{i,j} := \left[\frac{4}{(r_i)^4} \cdot (\text{fl}_{1_{i,j}})^2 + \frac{(\text{fp1}_{1_{i,j}})^2}{(r_i)^2} + (\Phi_i)^2 \right]$$

$$\text{V}_{r_{i,j}} := \frac{\text{fl}_{1_{i,j}}}{r_i}$$

$$\text{AV}_{i,j} := \frac{\rho \cdot C_p \cdot \text{V}_{r_{i,j}}}{\lambda}$$

$$\text{AV}_c := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{im} \\ \text{AV}_{c_i} \leftarrow \frac{1}{\text{jm}} \cdot \sum_{j=0}^{\text{jm}} \text{AV}_{i,j} \\ \text{AV}_c \end{array} \right|$$

$$\text{AV}_{c_0} = 3.425 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{AV}_{c_{10}} = 7.498 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$$

$$k1 := 1..10$$

$$\text{TS2}_{d_{i,j}} := \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)} \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot z_j}{H} \cdot (2 \cdot k1 - 1) \right] \cdot \exp \left[\frac{-\pi^2}{|\text{AV}_{c_i}| \cdot H^2} \cdot (2 \cdot k1 - 1)^2 \cdot r_i \right]$$

$$\text{TS3}_{d_{i,j}} := \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)^3} \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot z_j}{H} \cdot (2 \cdot k1 - 1) \right] \cdot \left[\exp \left[\frac{-\pi^2}{|\text{AV}_{c_i}| \cdot H^2} \cdot (2 \cdot k1 - 1)^2 \cdot r_i \right] - 1 \right]$$

$$\text{ER1}_{i,j} := \sum_{k=0}^{10} \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{|\text{AV}_{c_i}|}{r_i}} \cdot \frac{\left[-z_j + H \cdot \left(\frac{1}{2} + k \right) \right]}{2} \right]$$

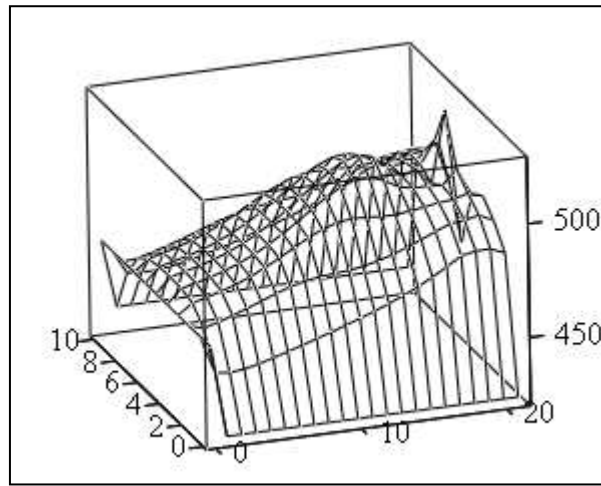
$$ER2_{i,j} := \sum_{k=0}^{10} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{|AV_{c_i}|}{r_i}} \cdot \frac{\left[z_j + H \cdot \left(\frac{1}{2} + k \right) \right]}{2} \right]$$

$$T_d := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0..im \\ \quad \text{for } j \in 0..jm \\ \quad \quad T_{d_{i,j}} \leftarrow T_n \text{ if } i = 0 \\ \quad \quad E\beta \leftarrow \exp \left[-\beta \cdot (T_{d_{i,j}} - T_0) \right] \\ \quad \quad K_1 \leftarrow K_{10} \cdot E\beta \oplus K_2 \leftarrow K_{20} \cdot E\beta \oplus K_3 \leftarrow K_{30} \cdot E\beta \\ \quad \quad \sigma_{\phi z} \leftarrow \left[K_1 \cdot (|B_{i,j}|)^{n1} \cdot g1 \cdot r_i \right] \dots \\ \quad \quad \quad + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B_{i,j}|)^{n2} \cdot 2 \cdot fl_{1_{i,j}} \cdot g1 \cdot (r_i)^{-1} \\ \quad \quad F_{dis,j} \leftarrow \sigma_{\phi z} \cdot g1 \cdot r_i \\ \quad \quad FD_j \leftarrow \frac{F_{dis,j}}{\lambda} \\ \quad F_{dis} \leftarrow \operatorname{mean}(F_{dis}) \oplus N_{\phi Z_1} \leftarrow F_{dis} \cdot r_i \oplus FD_c \leftarrow \operatorname{mean}(FD) \\ \quad \text{for } j \in 0..jm \\ \quad \quad T1_d \leftarrow \frac{T_p - T_K}{2} \cdot (ER1_{i,j} - ER2_{i,j}) \\ \quad \quad T2_d \leftarrow 2 \cdot \frac{(T_p + T_K - 2 \cdot T_{d_{i,j}})}{\pi} \cdot TS2_{d_{i,j}} \\ \quad \quad T3_d \leftarrow \frac{4 \cdot H^2 \cdot FD_j}{\pi^3} \cdot TS3_{d_{i,j}} \\ \quad \quad T_{d_{i+1,j}} \leftarrow \frac{T_p + T_K}{2} + T1_d + T2_d + T3_d \end{array}$$

T_d

$$T_c := \operatorname{mean}(T_d)$$

$$T_c = 472.096 \text{ K}$$



T_d

Рисунок А.16 – Объемный график распределения температуры в первом междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка при граничных условиях первого рода

$$z := \frac{-H}{2}, \left(\frac{-H}{2} + dH \right) .. \frac{H}{2} \quad r := R_v, (R_v + dR) .. R_n \quad \Phi(r) := g1 \cdot r$$

Второй междисковый зазор

$$dPr2_1(r) := \text{root} \left[2 \cdot \pi \cdot \int_{-H2}^{H2} \left[\left(\frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi(r) \dots \right) \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots \right] dz \dots, dPr \right]$$

$$+ \frac{r}{K_{10}} \cdot \Phi(r)^{na} \cdot dPr$$

$$+ r \cdot \left(\left| \frac{dPr}{K_{10}} \right| \right)^{nb} \cdot Hn \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{nc} - 1 \right]$$

$$+ (1) \cdot Q - 2 \cdot \pi \cdot \int_{-H2}^{H2} \frac{K_{20} \cdot g1 \cdot H^2 \cdot r}{8 \cdot K_{10}} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] dz$$

$$z_j := \frac{-H}{2} + dH \cdot j \quad r_i := R_v + dR \cdot i$$

$$dPr2_{1_i} := dPr2_1(r_i) \quad \Phi_i := \Phi(r_i)$$

$$\text{fl}_{1_{i,j}} := \left[\frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi_i + \frac{r_i}{K_{10}} \cdot (\Phi_i)^{\text{na}} \cdot \text{dPr}_{21_i} \right] \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z_j}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots$$

$$+ r_i \cdot \left(\left| \frac{\text{dPr}_{21_i}}{K_{10}} \right| \right)^{\text{nb}} \cdot \text{Hn} \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z_j}{H} \right| \right)^{\text{nc}} - 1 \right]$$

$$\text{fp}_{1_{i,j}} := \left[\left[\frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi_i + \frac{r_i}{K_{10}} \cdot (\Phi_i)^{\text{na}} \cdot \text{dPr}_{21_i} \right] \cdot z_j + r_i \cdot \left(\left| \frac{\text{dPr}_{21_i}}{K_{10}} \right| \right)^{\text{nb}} \cdot \left[(|z_j|)^{\text{nb}} \right] \right]$$

$$B_{i,j} := \left[\frac{4}{(r_i)^4} \cdot (\text{fl}_{1_{i,j}})^2 + \frac{(\text{fp}_{1_{i,j}})^2}{(r_i)^2} + (\Phi_i)^2 \right]$$

$$V_{r_{i,j}} := \frac{\text{fl}_{1_{i,j}}}{r_i}$$

$$\text{AV}_{i,j} := \frac{\rho \cdot C_p \cdot V_{r_{i,j}}}{\lambda}$$

$$\text{AV}_c := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{im} \\ \text{AV}_{c_i} \leftarrow \frac{1}{\text{jm}} \cdot \sum_{j=0}^{\text{jm}} \text{AV}_{i,j} \\ \text{AV}_c \end{array} \right|$$

$$\text{AV}_{c_0} = -1.174 \times 10^6 \text{ m}^{-1} \quad \text{AV}_{c_{10}} = -4.133 \times 10^5 \text{ m}^{-1} \quad k1 := 1.. 10$$

$$\text{TS}_{2_{d_{i,j}}} := \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)} \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot z_j}{H} \cdot (2 \cdot k1 - 1) \right] \cdot \exp \left[\frac{-\pi^2}{|\text{AV}_{c_i}| \cdot H^2} \cdot (2 \cdot k1 - 1)^2 \cdot r_i \right]$$

$$\text{TS}_{3_{d_{i,j}}} := \sum_{k1} \frac{(-1)^{k1}}{(2 \cdot k1 - 1)^3} \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot z_j}{H} \cdot (2 \cdot k1 - 1) \right] \cdot \left[\exp \left[\frac{-\pi^2}{|\text{AV}_{c_i}| \cdot H^2} \cdot (2 \cdot k1 - 1)^2 \cdot r_i \right] - 1 \right]$$

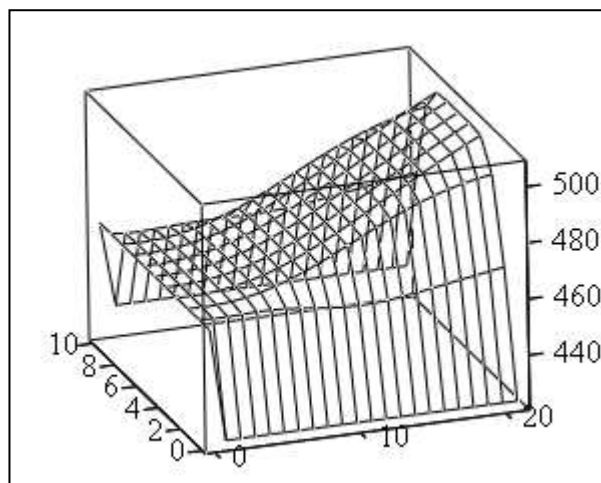
$$\text{ER}_{1_{i,j}} := \sum_{k=0}^{10} \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{|\text{AV}_{c_i}|}{r_i}} \cdot \frac{\left[-z_j + H \cdot \left(\frac{1}{2} + k \right) \right]}{2} \right]$$

$$ER2_{i,j} := \sum_{k=0}^{10} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{|AV_{c_i}|}{r_i}} \cdot \frac{\left[z_j + H \cdot \left(\frac{1}{2} + k \right) \right]}{2} \right]$$

$$T_d := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0..im \\ \quad \text{for } j \in 0..jm \\ \quad \quad T_{d,i,j} \leftarrow T_n \text{ if } i = 0 \\ \quad \quad E\beta \leftarrow \exp \left[-\beta \cdot (T_{d,i,j} - T_0) \right] \\ \quad \quad K_1 \leftarrow K_{10} \cdot E\beta \oplus K_2 \leftarrow K_{20} \cdot E\beta \oplus K_3 \leftarrow K_{30} \cdot E\beta \\ \quad \quad \sigma_{\phi z} \leftarrow \left[K_1 \cdot (|B_{i,j}|)^{n1} \cdot g1 \cdot r_i \right] \dots \\ \quad \quad \quad + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B_{i,j}|)^{n2} \cdot 2 \cdot fl_{1,i,j} \cdot g1 \cdot (r_i)^{-1} \\ \quad \quad F_{dis,j} \leftarrow \sigma_{\phi z} \cdot g1 \cdot r_i \\ \quad \quad FD_j \leftarrow \frac{F_{dis,j}}{\lambda} \\ \quad F_{dis} \leftarrow \operatorname{mean}(F_{dis}) \oplus N_{\phi z_i} \leftarrow F_{dis} \cdot r_i \oplus FD_c \leftarrow \operatorname{mean}(FD) \\ \quad \text{for } j \in 0..jm \\ \quad \quad T1_d \leftarrow \frac{T_p - T_K}{2} \cdot (ER1_{i,j} - ER2_{i,j}) \\ \quad \quad T2_d \leftarrow 2 \cdot \frac{(T_p + T_K - 2 \cdot T_{d,i,j})}{\pi} \cdot TS2_{d,i,j} \\ \quad \quad T3_d \leftarrow \frac{4 \cdot H^2 \cdot FD_j}{\pi^3} \cdot TS3_{d,i,j} \\ \quad \quad T_{d_{i+1,j}} \leftarrow \frac{T_p + T_K}{2} + T1_d + T2_d + T3_d \end{array}$$

$$T_c := \operatorname{mean}(T_d)$$

$$T_c = 467.393 \text{ K}$$



T_d

Рисунок А.17 – Объемный график распределения температуры во втором междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка при граничных условиях первого рода

А.8 Блок САПР-8: моделирование температурного поля в междисковом зазоре при граничных условиях второго рода

Исходные данные:

$$n := 0.31 \quad R_v := 0.04 \cdot \text{m} \quad R_n := 0.12 \cdot \text{m} \quad H := 0.004 \cdot \text{m} \quad H_p := 10 \cdot \text{mm}$$

$$\omega := 1.5 \cdot \text{s}^{-1} \quad \beta := 0.069 \cdot \text{K}^{-1} \quad T_0 := 433 \cdot \text{K} \quad T_n := 473 \cdot \text{K} \quad H_k := 10 \cdot \text{mm}$$

$$K_{10} := 1.73 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_{20} := 1.77 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n \quad K_{30} := 1.64 \cdot 10^4 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^n$$

$$\rho := 960 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad C_p := 2.14 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \lambda := 0.192 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \lambda_{\text{ct}} := 40 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Решение:

$$g1 := \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{H} \quad nb := \frac{1}{n} \quad nc := \frac{n+1}{n} \quad n1 := \frac{n-1}{2} \quad n2 := \frac{n-2}{2}$$

$$na := 1 - n \quad m1 := n - 1 \quad im := 40 \quad jm := 20$$

$$dH := \frac{H}{jm} \quad dR := \frac{R_n - R_v}{im} \quad Hn := \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{H}{2} \right)^{nc}$$

$$z := \frac{-H}{2}, \left(\frac{-H}{2} + dH \right) .. \frac{H}{2}$$

$$r := R_n, (R_n - dR) .. R_v$$

$$\Phi(r) := g1 \cdot r \quad i := 0 .. im$$

$$j := 0 .. jm$$

$$Q := 6.184 \cdot 10^{-5} \cdot m^3 \cdot s^{-1}$$

$$G := Q \cdot \rho$$

$$G = 213.719 \frac{kg}{hr}$$

$$dPr := 10^6 \cdot \frac{Pa}{m}$$

$$H2 := \frac{H}{2}$$

Первый междисковый зазор

$$dPr1_1(r) := \text{root} \left[-2 \cdot \pi \cdot \int_{-H2}^{H2} \left[\left(\frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi(r) \dots \right) \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{r}{K_{10}} \cdot \Phi(r)^{na} \cdot dPr \right. \right. \\ \left. \left. + r \cdot \left(\left| \frac{dPr}{K_{10}} \right| \right)^{nb} \cdot Hn \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z}{H} \right| \right)^{nc} - 1 \right] \right. \right. \\ \left. \left. + (-1) \cdot Q + 2 \cdot \pi \cdot \int_{-H2}^{H2} \frac{K_{20} \cdot g1 \cdot H^2 \cdot R_v}{8 \cdot K_{10}} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z}{H} \right)^2 - 1 \right] dz \right. \right. \\ \left. \left. \right. \right] dz \dots, dPr$$

$$Pr1_1(r) := \int_r^{R_n} dPr1_1(r) dr$$

$$z_j := \frac{-H}{2} + dH \cdot j$$

$$r_i := R_n - dR \cdot i$$

$$V_{\omega_i} := 2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot r_i$$

$$dPr1_{1_i} := dPr1_1(r_i)$$

$$\Phi_i := \Phi(r_i)$$

$$Pr1_{1_i} := Pr1_1(r_i)$$

$$fl_{1_{i,j}} := \left[\frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi_i + \frac{r_i}{K_{10}} \cdot (\Phi_i)^{na} \cdot dPr1_{1_i} \right] \cdot \frac{H^2}{8} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot z_j}{H} \right)^2 - 1 \right] \dots \\ + r_i \cdot \left(\left| \frac{dPr1_{1_i}}{K_{10}} \right| \right)^{nb} \cdot Hn \cdot \left[\left(\left| \frac{2 \cdot z_j}{H} \right| \right)^{nc} - 1 \right]$$

$$fp1_{1_{i,j}} := \left[\left[\begin{array}{c} \frac{K_{20}}{K_{10}} \cdot \Phi_i \dots \\ + \frac{r_i}{K_{10}} \cdot (\Phi_i)^{na} \cdot dPr1_{1_i} \end{array} \right] \cdot z_j + r_i \cdot \left(\left| \frac{dPr1_{1_i}}{K_{10}} \right| \right)^{nb} \cdot [(|z_j|)^{nb}] \right]$$

$$B_{i,j} := \left[\frac{4}{(r_i)^4} \cdot (fl_{1_{i,j}})^2 + \frac{(fp1_{1_{i,j}})^2}{(r_i)^2} + (\Phi_i)^2 \right]$$

$$V_{r_{i,j}} := \frac{fl_{1_{i,j}}}{r_i} \quad AV_{i,j} := \frac{\rho \cdot C_p \cdot V_{r_{i,j}}}{\lambda}$$

$$AV_c := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..im \\ \\ AV_{c_i} \leftarrow \frac{1}{jm} \cdot \sum_{j=0}^{jm} AV_{i,j} \\ \\ AV_c \end{array} \right.$$

$$AV_{c_{10}} = -2.781 \times 10^5 \text{ m}^{-1} \qquad AV_{c_0} = -2.309 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$$

$$k1 := 1..10$$

$$fT := \left(\begin{array}{c} 1.04 \\ 1 \\ 0.92 \\ 0.65 \\ 0.18 \\ 0.04 \end{array} \right) \qquad MT := \left(\begin{array}{c} 293 \\ 333 \\ 373 \\ 413 \\ 453 \\ 493 \end{array} \right) \cdot K$$

$$ft := pspline(MT,fT)$$

$$T1 := 293K,313K..493K$$

$$f(T1) := interp(ft,MT,fT,T1)$$

$$kk := 19 \qquad k := 0..kk$$

$$K2 := \frac{\lambda_{ct}}{H_p \cdot \lambda \cdot \sqrt{|AV_c|}}$$

$$K1 := \frac{\lambda_{ct}}{H_k \cdot \lambda \cdot \sqrt{|AV_c|}}$$

$$k1 := 1, 3 \dots kk$$

$$k2 := 0, 2 \dots kk$$

$$H1_{k1} := \frac{H}{2} \cdot (2 \cdot k1 + 1)$$

$$H2_{k2} := \frac{H}{2} \cdot (2 \cdot k2 + 1)$$

$$f(T_n) = 0.051$$

$$B1k1_{i,j} := \sum_{k1} \left[\sqrt{|AV_{c_i}|} \cdot (-z_j + H1_{k1}) \cdot \left[\operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{|AV_{c_i}|} \cdot (-z_j + H1_{k1})}{2 \cdot \sqrt{r_i}} \right] - 1 \right] \dots \right. \\ \left. + 2 \cdot \sqrt{\frac{r_i}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-|AV_{c_i}| \cdot (-z_j + H1_{k1})^2}{4 \cdot r_i} \right] \right]$$

$$B1k2_{i,j} := \sum_{k2} \left[\sqrt{|AV_{c_i}|} \cdot (-z_j + H2_{k2}) \cdot \left[\operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{|AV_{c_i}|} \cdot (-z_j + H2_{k2})}{2 \cdot \sqrt{r_i}} \right] - 1 \right] \dots \right. \\ \left. + 2 \cdot \sqrt{\frac{r_i}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-|AV_{c_i}| \cdot (-z_j + H2_{k2})^2}{4 \cdot r_i} \right] \right]$$

$$B2k1_{i,j} := \sum_{k1} \left[\sqrt{|AV_{c_i}|} \cdot (z_j + H1_{k1}) \cdot \left[\operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{|AV_{c_i}|} \cdot (z_j + H1_{k1})}{2 \cdot \sqrt{r_i}} \right] - 1 \right] \dots \right. \\ \left. + 2 \cdot \sqrt{\frac{r_i}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-|AV_{c_i}| \cdot (z_j + H1_{k1})^2}{4 \cdot r_i} \right] \right]$$

$$B2k2_{i,j} := \sum_{k2} \left[\sqrt{|AV_{c_i}|} \cdot (z_j + H2_{k2}) \cdot \left[\operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{|AV_{c_i}|} \cdot (z_j + H2_{k2})}{2 \cdot \sqrt{r_i}} \right] - 1 \right] \dots \right. \\ \left. + 2 \cdot \sqrt{\frac{r_i}{\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-|AV_{c_i}| \cdot (z_j + H2_{k2})^2}{4 \cdot r_i} \right] \right]$$

$$S1_{i,j} := B1k1_{i,j} + B2k2_{i,j}$$

$$S2_{i,j} := B1k2_{i,j} + B2k1_{i,j}$$

$$TH_{K_i} := 433 \cdot K$$

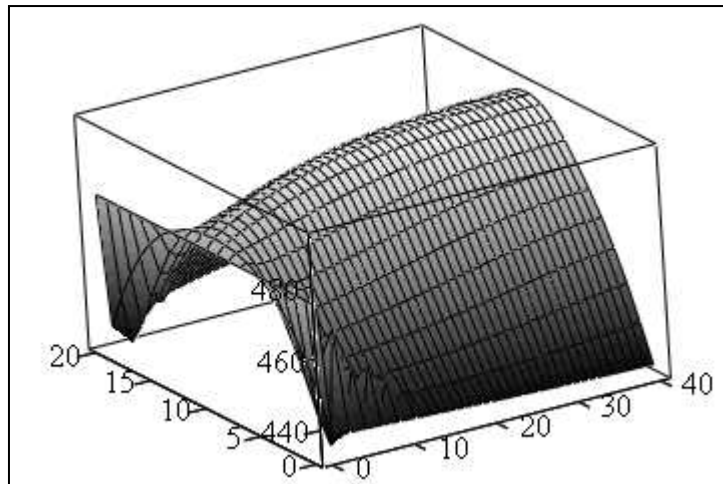
$$TH_{p_i} := 433 \cdot K$$

$$\begin{aligned}
\text{VO} := & \left| \begin{aligned}
& F_{D_1} \leftarrow V_{\omega_0} \cdot f(T_n) \cdot \frac{\text{Pr}1_{1_0}}{\lambda \cdot \sqrt{|AV_{\mathbf{c}_0}|}} \oplus T_{0,0} \leftarrow T_n \oplus T_{0,jm} \leftarrow T_n \\
& \text{for } i \in 1..im \\
& \quad \left| \begin{aligned}
& \text{for } j \in 0..jm \\
& \quad \left| \begin{aligned}
& T_{i-1,j} \leftarrow T_n \text{ if } i = 1 \\
& E\beta \leftarrow \exp[-\beta \cdot (T_{i-1,j} - T_0)] \\
& K_1 \leftarrow K_{10} \cdot E\beta \oplus K_2 \leftarrow K_{20} \cdot E\beta \oplus K_3 \leftarrow K_{30} \cdot E\beta \\
& \sigma_{\phi_{Z_{i,j}}} \leftarrow K_1 \cdot (|B_{i,j}|)^{n1} \cdot g1 \cdot r_i \dots \\
& \quad + (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot (|B_{i,j}|)^{n2} \cdot 2 \cdot fl_{1_{i,j}} \cdot g1 \cdot (r_i)^{-1} \\
& F_{dis_{i,j}} \leftarrow \sigma_{\phi_{Z_{i,j}}} \cdot g1 \cdot r_i \oplus FD_{i,j} \leftarrow \frac{F_{dis_{i,j}}}{\lambda} \oplus FV_{i,j} \leftarrow \frac{FD_{i,j}}{|AV_{\mathbf{c}_i}|}
\end{aligned}
\right. \\
& MT_{0,0} \leftarrow 1 + K1_i \cdot S1_{i,0} \oplus MT_{0,1} \leftarrow K2_i \cdot S2_{i,0} \\
& MT_{1,0} \leftarrow K1_i \cdot S1_{i,jm} \oplus MT_{1,1} \leftarrow 1 + K2_i \cdot S2_{i,jm} \\
& Ck_0 \leftarrow T_{i-1,0} + FV_{i,0} \cdot r_i + K1_i \cdot TH_{K_i} \cdot S1_{i,0} \dots \\
& \quad + (K2_i \cdot TH_{p_i} + F_{D_i}) \cdot S2_{i,0} \\
& Ck_1 \leftarrow T_{i-1,jm} + FV_{i,jm} \cdot r_i + K1_i \cdot TH_{K_i} \cdot S1_{i,jm} \dots \\
& \quad + (K2_i \cdot TH_{p_i} + F_{D_i}) \cdot S2_{i,jm} \\
& Tgr \leftarrow \text{lsolve}(MT, Ck) \\
& T_{i,0} \leftarrow Tgr_0 \oplus T_{i,jm} \leftarrow Tgr_1 \oplus f_{d_{i+1}} \leftarrow f(T_{i,jm}) \\
& f_{d_{i+1}} \leftarrow \text{if}(f_{d_{i+1}} \leq 0, 0, f_{d_{i+1}}) \oplus F_{D_{i+1}} \leftarrow V_{\omega_i} \cdot f_{d_{i+1}} \cdot \frac{\text{Pr}1_{1_i}}{\lambda \cdot \sqrt{|AV_{\mathbf{c}_i}|}} \\
& \text{for } j \in 1..jm - 1 \\
& \quad \left| \begin{aligned}
& T_{i,j} \leftarrow (T_{i-1,j} + FV_{i,j} \cdot r_i) - K1_i \cdot (T_{i,0} - TH_{K_i}) \cdot S1_{i,j} \dots \\
& \quad + [-K2_i \cdot (T_{i,jm} - TH_{p_i}) + F_{D_i}] \cdot S2_{i,j}
\end{aligned}
\right. \\
& \left(\begin{array}{ccc} T & & F_{dis} \\ \hline \text{UnitsOf}(T) & f_d & \text{UnitsOf}(F_{dis}) \end{array} \right)^T
\end{aligned}
\right.
\end{aligned}$$

$$VO = \begin{pmatrix} \{41,21\} \\ \{42,1\} \\ \{41,21\} \end{pmatrix} \quad F_{\text{dis}} := VO_2 \cdot \frac{W}{m^3}$$

$$T_p := VO_0 \quad f_d := VO_1$$

$$T_c := \text{mean}(T_p) \quad T_c = 467.502$$



T_p

Рисунок А.18 – Объемный график распределения температуры в первом междисковом зазоре для вязкоупругой жидкости с учетом совместного действия от вращения одного из дисков и нагнетательного действия червяка при граничных условиях второго рода

$$Ng := 2 \cdot \pi \cdot \left[\sum_i \sum_j (F_{\text{dis}})_{i,j} \cdot r_i \cdot dH \cdot dR \right]$$

$$Ng = 0.607 \text{ kW}$$

Приложение Б

Разработка блоков САПР для моделирования процессов в рабочих зонах центробежных экструдеров

Программа имеет четыре раздела: Б.1, Б.2, Б.3 и Б.4.

В приложении Б.1 (блок САПР-9) представлен процесс движения полимерной среды в дисковом канале под действием центробежных сил для нескольких вариантов геометрических размеров.

В приложениях Б.2 и Б.3 (блоки САПР-10 и САПР-11) моделируются процессы течения в конусных каналах, соответственно при зависимости радиальной составляющей скорости от одной координаты r и от двух – r и θ .

В приложении Б.4 (блок САПР-12) приведены расчеты температурного поля в дисковом и конусном каналах, которые позволяют оценить неизоэнтальпические процессы под действием центробежных сил, в том числе и процессы плавления.

Б.1 Блок САПР-9: расчет параметров в дисковом канале

Исходные данные:

$$\eta_0 := 2300 \cdot \text{Pa} \cdot \text{s} \quad R_1 := 20 \text{ mm} \quad d := 5 \text{ mm}$$

$$L := 5 \text{ mm} \quad j := 120$$

$$\rho := 960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad Q_m := 100 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

$$H := (12 \ 24 \ 36)^T \cdot \text{mm} \quad R_{\max} := (200 \ 350 \ 500)^T \cdot \text{mm}$$

Решение:

$$P_K := \frac{Q_v \cdot \eta_0}{K_{j0}} \quad Q_v := \frac{Q_m}{\rho} \quad K_0 := \frac{\pi \cdot d^4}{128 \cdot L}$$

$$P_K = 1.808 \times 10^5 \text{ Pa} \quad Q_v = 2.894 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$K_{j0} := j \cdot K_0 \quad K_{j0} = 3.682 \times 10^{-7} \text{ m}^3$$

$$k_{\max} := 30 \quad i_{\max} := 20$$


```

VD :=
  for kR ∈ 0..2
  |
  |   
$$dr \leftarrow \frac{R_{\max_{kR}} - R_1}{k_{\max}}$$

  |   for iH ∈ 0..2
  |   |
  |   |   
$$\omega_{kR,iH} \leftarrow \frac{1}{R_{\max_{kR}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot P_K \cdot \left[ 1 - \frac{6 \cdot K_{j0}}{\pi \cdot (H_{iH})^3} \cdot \ln \left( \frac{R_1}{R_{\max_{kR}}} \right) \right]}$$

  |   |   
$$dH \leftarrow \frac{H_{iH}}{i_{\max}}$$

  |   |   for k ∈ 0..kmax
  |   |   |
  |   |   |   
$$r_{k,kR} \leftarrow R_1 + k \cdot dr$$

  |   |   |   
$$P_{k,iH} \leftarrow \rho \cdot (\omega_{kR,iH})^2 \cdot (r_{k,kR})^2 + \frac{6 \cdot K_{j0}}{\pi \cdot (H_{iH})^3} \cdot \ln \left( \frac{R_1}{r_{k,kR}} \right) \cdot P_K$$

  |   |   |   for i ∈ 0..imax
  |   |   |   |
  |   |   |   |   
$$z_i \leftarrow \frac{-H_{iH}}{2} + i \cdot dH$$

  |   |   |   |   
$$V_{1i,k} \leftarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{K_{j0} \cdot P_K}{\pi \cdot r_{k,kR} \cdot H_{iH} \cdot \eta_0} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2 \cdot z_i}{H_{iH}} \right)^2 \right]$$

  |   |   |   
$$V_{r_{iH}} \leftarrow \frac{V_1}{\text{UnitsOf}(V_1)}$$

  |   |   
$$P_{1kR} \leftarrow \frac{P}{\text{UnitsOf}(P)}$$

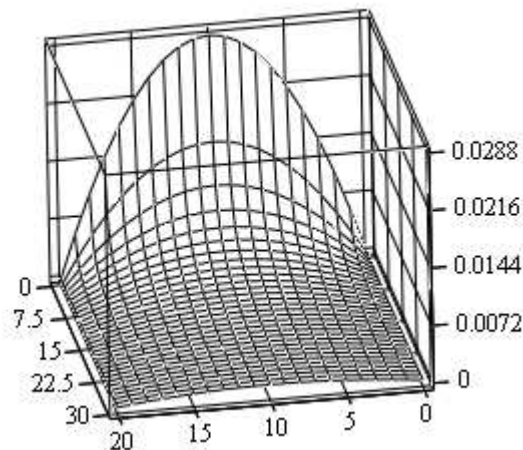
  |   |
  |   |   
$$VD \leftarrow \begin{pmatrix} \frac{\omega}{\text{UnitsOf}(\omega)} \\ P_1 \\ V_r \\ \frac{r}{\text{UnitsOf}(r)} \end{pmatrix}$$

  |   VD

```

$$VD = \begin{pmatrix} \{3,3\} \\ \{3,1\} \\ \{3,1\} \\ \{31,3\} \end{pmatrix} \quad VD_0 = \begin{pmatrix} 95.489 & 72.518 & 69.792 \\ 57.683 & 41.963 & 40.043 \\ 41.71 & 29.606 & 28.102 \end{pmatrix}$$

$$VD_1 = \begin{pmatrix} \{31,3\} \\ \{31,3\} \\ \{31,3\} \end{pmatrix} \quad VD_2 = \begin{pmatrix} \{21,31\} \\ \{21,31\} \\ \{21,31\} \end{pmatrix}$$



$$(VD_2)_0$$

Рисунок Б.1 – Объемный график распределения скорости V_r в дисковом канале вдоль осей r и z

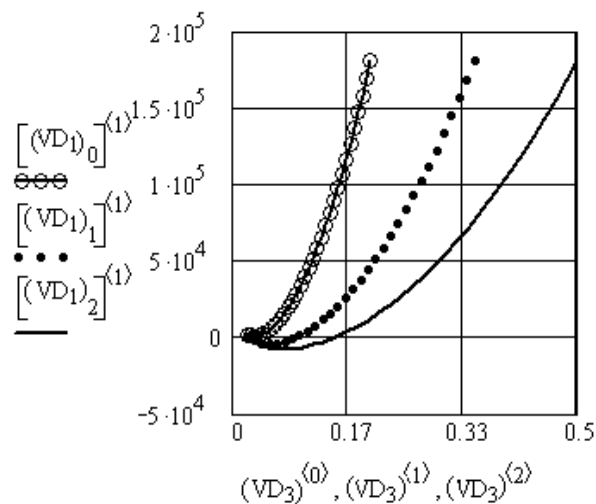


Рисунок Б.2 – Плоские графики распределения давления в дисковом канале

Б.2 Блок САПР-10: расчет параметров в конусном канале с учетом зависимости градиента давления только от радиальной координаты

Исходные данные:

$$R_W := 300\text{mm}$$

$$k_{\max} := 25$$

$$n_{\max} := 40$$

$$i_{\max} := 15$$

$$k := 0..kmax \quad i := 0..imax \quad n := 0..nmax$$

$$\alpha := (5 \ 10 \ 15)^T \cdot \text{deg} \quad h_{\min} := (6 \ 12 \ 24)^T \cdot \text{mm}$$

$$ih := 0..2 \quad k\alpha := 0..2$$

Решение:

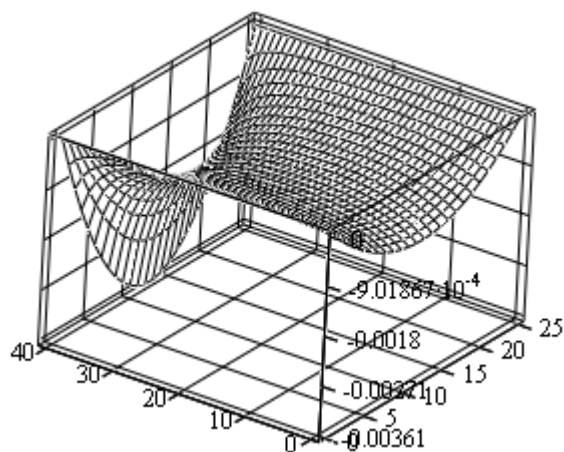
$$\begin{aligned} \text{VK} := & \begin{array}{|l} \text{for } ih \in 0..2 \\ \quad \text{for } k\alpha \in 0..2 \\ \quad \quad R_{\min} \leftarrow \frac{h_{\min, ih}}{\tan(\alpha_{k\alpha})} \oplus R_{\max} \leftarrow R_W + R_{\min} - R_1 \\ \quad \quad h_{\max} \leftarrow R_{\max} \cdot \tan(\alpha_{k\alpha}) \oplus R_{1m} \leftarrow R_1 + R_{\max} \\ \quad \quad \theta_1 \leftarrow \frac{\pi}{2} - \alpha_{k\alpha} \oplus \theta_2 \leftarrow \frac{\pi}{2} + \alpha_{k\alpha} \oplus d\alpha \leftarrow \frac{\theta_2 - \theta_1}{kmax} \\ \quad \quad dr \leftarrow \frac{R_{\max} - R_{\min}}{nmax} \\ \quad \quad KR_1 \leftarrow R_1^2 + \left[\left(R_{\min}^2 - R_{\max}^2 \right) - 2 \cdot R_{1m} \cdot (R_{\min} - R_{\max}) \right] \\ \quad \quad KR_2 \leftarrow \frac{1}{R_{1m}^3} \cdot \left[-\ln\left(\frac{R_{\min}}{R_{\max}}\right) + \ln\left(\frac{R_{\min} - R_{1m}}{R_{\max} - R_{1m}}\right) \dots \right. \\ \quad \quad \quad \left. + \left[\frac{R_{1m}}{(R_{\min} - R_{1m})} - \frac{R_{1m}}{(R_{\max} - R_{1m})} \right] \dots \right. \\ \quad \quad \quad \left. + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{R_{1m}^2}{(R_{\max} - R_{1m})^2} - \frac{R_{1m}^2}{(R_{\min} - R_{1m})^2} \right] \right] \\ \quad \quad \theta_2 \leftarrow \theta_1, (\theta_1 + 1\text{deg}).. \theta_2 \\ \quad \quad I_{\theta} \leftarrow \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(\ln(|\sin(\theta_2)|) - \frac{1}{2} \cdot \ln(|\cos(\alpha_{k\alpha})^2|) \right) \cdot \theta_2 \, d\theta_2 \\ \quad \quad \omega_{k\alpha, ih} \leftarrow \sqrt{\frac{P_K \cdot \left(1 + \frac{K_{j0}}{2 \cdot \pi \cdot I_{\theta}} \cdot KR_2 \right)}{\rho \cdot KR_1}} \end{array} \end{aligned}$$

		for $n \in 0..nmax$
		$r_{11_{n,k\alpha}} \leftarrow R_{min} + n \cdot dr$ $K2_R_n \leftarrow \frac{1}{R_{1m}^3} \cdot \left[-\ln\left(\frac{r_{11_{n,k\alpha}}}{R_{max}}\right) + \ln\left(\frac{r_{11_{n,k\alpha}} - R_{1m}}{R_{max} - R_{1m}}\right) \dots \right.$ $\left. + \left[\frac{R_{1m}}{(r_{11_{n,k\alpha}} - R_{1m})} - \frac{R_{1m}}{(R_{max} - R_{1m})} \right] \dots \right.$ $\left. + \frac{-1}{2} \cdot \left[\frac{R_{1m}^2}{(r_{11_{n,k\alpha}} - R_{1m})^2} - \frac{R_{1m}^2}{(R_{max} - R_{1m})^2} \right] \right]$ $P_{n,k\alpha} \leftarrow \rho \cdot (\omega_{k\alpha,ih})^2 \cdot \left[R_1^2 + \left[\left[(r_{11_{n,k\alpha}})^2 - R_{max}^2 \right] - 2 \cdot R_{1m} \cdot (r_{11_{n,k\alpha}} - R_{max}) \right] \right] \dots$ $+ \frac{-K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot I_\theta} \cdot K2_R_n$
		for $k \in 0..kmax$
		$\theta_k \leftarrow \theta_1 + k \cdot d\alpha$ $V11_{r_{k,n}} \leftarrow \frac{\left(\ln(\sin(\theta_k)) - \frac{1}{2} \cdot \ln(\cos(\alpha_{k\alpha})^2) \right) \cdot K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot r_{11_{n,k\alpha}} \cdot (r_{11_{n,k\alpha}} - R_{1m}) \cdot I_\theta \cdot \eta_0}$
		$Vr1_{k\alpha} \leftarrow \frac{V11_r}{UnitsOf(V11_r)}$
		$P1_{ih} \leftarrow \frac{P}{UnitsOf(P)} \oplus rr_{ih} \leftarrow \frac{r_{11}}{UnitsOf(r_{11})}$
		$Vr_{ih} \leftarrow Vr1$
VK		$\left(\begin{array}{c} \frac{\omega}{UnitsOf(\omega)} \\ P1 \\ Vr \\ rr \end{array} \right)$
VK		

$$VK = \begin{pmatrix} \{3,3\} \\ \{3,1\} \\ \{3,1\} \\ \{3,1\} \end{pmatrix} \quad VK_0 = \begin{pmatrix} 52.552 & 51.419 & 50.014 \\ 46.753 & 46.644 & 46.487 \\ 46.054 & 46.029 & 45.991 \end{pmatrix}$$

$$VK_1 = \begin{pmatrix} \{41,3\} \\ \{41,3\} \\ \{41,3\} \end{pmatrix} \quad VK_2 = \begin{pmatrix} \{3,1\} \\ \{3,1\} \\ \{3,1\} \end{pmatrix}$$

$$VK_3 = \begin{pmatrix} \{41,3\} \\ \{41,3\} \\ \{41,3\} \end{pmatrix} \quad (VK_2)_0 = \begin{pmatrix} \{26,41\} \\ \{26,41\} \\ \{26,41\} \end{pmatrix}$$



$$[(VK_2)_0]_0$$

Рисунок Б.3 – Объемный график распределения скорости V_r в конусном канале при нулевом градиенте давления вдоль оси θ

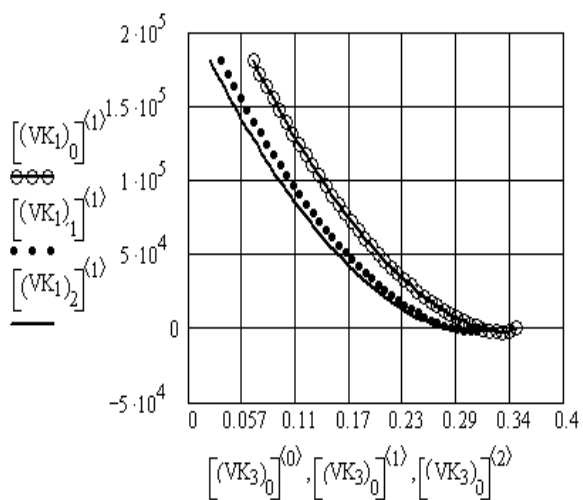


Рисунок Б.4 – Плоские графики распределения давления в конусном канале при нулевом градиенте давления вдоль оси θ

Б.3 Блок САПР-11: расчет параметров в конусном канале с учетом зависимости градиента давления от радиальной r и угловой θ координат

Исходные данные:

$$\begin{aligned}
 K1_1 &:= 0.99 & K1_2 &:= -0.73 & K2_1 &:= 0.24 \\
 K2_2 &:= 16.84 & K3_1 &:= -7.44 \cdot 10^{-3} & K6_1 &:= -2.177 \\
 K6_2 &:= 1.002 & K3_2 &:= 0.779 & K4_1 &:= -0.213 \\
 K4_2 &:= -12.701 \\
 c3 &:= -3.8 & c4 &:= -10.8 & c5 &:= -8.8 & n &:= 1.9 \\
 c &:= -10.8 & c1 &:= -8.4 & c2 &:= -10.8 & v &:= 2
 \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 KP_\eta &:= \frac{K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi \cdot \eta_0} & KP_\alpha &:= \frac{K_{j0} \cdot P_K}{2 \cdot \pi} & \theta_\pi &:= \frac{\pi}{2} \\
 \theta_{1\min} &:= \frac{\pi}{2} - 15\text{deg} & \theta_{2\max} &:= \frac{\pi}{2} + 15\text{deg} & d\theta &:= \frac{\theta_{2\max} - \theta_{1\min}}{30} \\
 \theta_1 &:= \theta_{1\min}, (\theta_{1\min} + d\theta) .. \theta_{2\max} \\
 F_{g1}(\theta_1) &:= \text{fhyper}\left(\frac{-v}{2}, \frac{1+v}{2}, \frac{1}{2}, \cos(\theta_1)^2\right) \\
 \phi_1(\theta_1) &:= -\left(\frac{d}{d\theta_1} F_{g1}(\theta_1)\right) & \Phi_{I1}(\theta_1) &:= -F_{g1}(\theta_1) \\
 \Phi_{I2}(\theta_1) &:= \frac{-K6_1}{2 \cdot (n+1)} \cdot \left(|\theta_1 - \theta_\pi|\right)^n \cdot (-2 \cdot \theta_1 + \pi) + K6_2 \cdot \theta_1
 \end{aligned}$$

$$\Omega_{I1}(\theta_1) := \frac{K3_1}{c2^2} \cdot (c2 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi| - 1) \cdot \exp(c2 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi|) \dots$$

$$+ \frac{K3_2}{c3^4} \cdot \left[c3^3 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|)^3 - 3 \cdot c3^2 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|)^2 \dots \right] \cdot \exp(c3 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi|)$$

$$\left[+ 6 \cdot c3 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|) - 6 \right]$$

$$\Omega_{I2}(\theta_1) := \frac{K4_1}{c4^2} \cdot (c4 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi| - 1) \cdot \exp(c4 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi|) \dots$$

$$+ \frac{K4_2}{c5^4} \cdot \left[c5^3 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|)^3 - 3 \cdot c5^2 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|)^2 \dots \right] \cdot \exp(c5 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi|)$$

$$\left[+ 6 \cdot c5 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|) - 6 \right]$$

$$f1_{g1}(\theta_1) := K3_1 \cdot (\theta_1 - \theta_\pi) \cdot \exp(c2 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi|) \dots$$

$$+ K3_2 \cdot (\theta_1 - \theta_\pi)^3 \cdot \exp(c3 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi|)$$

$$f2_{g1}(\theta_1) := K4_1 \cdot (\theta_1 - \theta_\pi) \cdot \exp(c4 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi|) \dots$$

$$+ K4_2 \cdot (\theta_1 - \theta_\pi)^3 \cdot \exp(c5 \cdot |\theta_1 - \theta_\pi|)$$

$$f1_{g2}(\theta_1) := K3_1 \cdot \exp[c2 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|)] \cdot [1 + (\theta_1 - \theta_\pi) \cdot c2 \cdot \text{sign}(\theta_1 - \theta_\pi)] \dots$$

$$+ K3_2 \cdot (\theta_1 - \theta_\pi)^2 \cdot \exp[c3 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|)] \cdot [3 + (\theta_1 - \theta_\pi) \cdot c3 \cdot \text{sign}(\theta_1 - \theta_\pi)]$$

$$f2_{g2}(\theta_1) := K4_1 \cdot \exp[c4 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|)] \cdot [1 + (\theta_1 - \theta_\pi) \cdot c4 \cdot \text{sign}(\theta_1 - \theta_\pi)] \dots$$

$$+ K4_2 \cdot (\theta_1 - \theta_\pi)^2 \cdot \exp[c5 \cdot (|\theta_1 - \theta_\pi|)] \cdot [3 + (\theta_1 - \theta_\pi) \cdot c5 \cdot \text{sign}(\theta_1 - \theta_\pi)]$$

$$d\phi_1(\theta_1) := \frac{d}{d\theta_1} \phi_1(\theta_1)$$

$$kmax := 25 \quad \quad \quad imax := 15 \quad \quad \quad nmax := 40$$

$$\alpha := (5 \ 10 \ 15)^T \cdot \text{deg} \quad \quad \quad h_{min} := (6 \ 12 \ 24)^T \cdot \text{mm}$$

$$k := 0..kmax \quad \quad \quad i := 0..imax \quad \quad \quad n := 0..nmax$$

$$ih := 0..2$$

$$k\alpha := 0..2$$

VK := for ih ∈ 0..2

for kα ∈ 0..2

$$R_{\min} \leftarrow \frac{h_{\min,ih}}{\tan(\alpha_{k\alpha})} \oplus R_{\max} \leftarrow R_W + R_{\min} - R_1$$

$$h_{\max} \leftarrow R_{\max} \cdot \tan(\alpha_{k\alpha}) \oplus R_{1m} \leftarrow R_1 + R_{\max}$$

$$\theta_1 \leftarrow \frac{\pi}{2} - \alpha_{k\alpha} \oplus \theta_2 \leftarrow \frac{\pi}{2} + \alpha_{k\alpha} \oplus d\alpha \leftarrow \frac{\theta_2 - \theta_1}{k_{\max}}$$

$$dr \leftarrow \frac{R_{\max} - R_{\min}}{n_{\max}}$$

$$\theta_2 \leftarrow \theta_1, (\theta_1 + d\alpha) .. \theta_2$$

$$I_{\theta 1} \leftarrow \int_{\theta_1}^{\theta_2} \Phi_{I1}(\theta_2) \cdot \theta_2 \, d\theta_2 \oplus I_{\theta 2} \leftarrow \int_{\theta_1}^{\theta_2} \Phi_{I2}(\theta_2) \cdot \theta_2 \, d\theta_2$$

$$I_{\theta 3} \leftarrow \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\Omega_{I1}(\theta_2) - \Omega_{I2}(\theta_2)) \cdot \theta_2 \, d\theta_2$$

$$K_{I\theta 1} \leftarrow I_{\theta 2} - \Phi_{I2}(\theta_1) \cdot (\theta_2^2 - \theta_1^2) \cdot 0.5 \oplus K_{I\theta 2} \leftarrow (\theta_2^2 - \theta_1^2) \cdot 0.5 \cdot \Phi_{I2}(\theta_2) - I_{\theta 2}$$

$$K_{\Omega 1} \leftarrow \Omega_{I1}(\theta_1) - \Omega_{I2}(\theta_1) \oplus K_{\Omega 2} \leftarrow \Omega_{I1}(\theta_2) - \Omega_{I2}(\theta_2)$$

$$K_{\Phi I1} \leftarrow I_{\theta 1} \cdot \Phi_{I2}(\theta_1) - \Phi_{I1}(\theta_1) \cdot I_{\theta 2} \oplus K_{\Phi I2} \leftarrow \Phi_{I1}(\theta_2) \cdot I_{\theta 2} - I_{\theta 1} \cdot \Phi_{I2}(\theta_2)$$

$$K_{\Phi \Phi} \leftarrow \Phi_{I1}(\theta_1) \cdot \Phi_{I2}(\theta_2) - \Phi_{I1}(\theta_2) \cdot \Phi_{I2}(\theta_1) \oplus K_{\Phi 2} \leftarrow \Phi_{I2}(\theta_1) - \Phi_{I2}(\theta_2)$$

$$\Delta \leftarrow \Phi_{I1}(\theta_1) \cdot K_{I\theta 2} + \Phi_{I1}(\theta_2) \cdot K_{I\theta 1} + I_{\theta 1} \cdot K_{\Phi 2} \oplus \Delta_{12} \leftarrow K_{\Phi 2} \oplus \Delta_{32} \leftarrow K_{\Phi \Phi}$$

$$\Delta_{11} \leftarrow K_{\Omega 1} \cdot K_{I\theta 2} + K_{\Omega 2} \cdot K_{I\theta 1} + I_{\theta 3} \cdot K_{\Phi 2}$$

$$\Delta_{31} \leftarrow K_{\Omega 1} \cdot K_{\Phi I2} + K_{\Omega 2} \cdot K_{\Phi I1} + I_{\theta 3} \cdot K_{\Phi \Phi}$$

$$K1_{R_{\min}} \leftarrow (R_{\min}^2 - R_{\max}^2) - 2 \cdot R_{1m} \cdot (R_{\min} - R_{\max})$$

$$K2_{R_{\min}} \leftarrow \frac{1}{R_{1m}^3} \cdot \left[-\ln\left(\frac{R_{\min}}{R_{\max}}\right) + \ln\left(\frac{R_{\min} - R_{1m}}{R_{\max} - R_{1m}}\right) \dots \right. \\ \left. + \left[\frac{R_{1m}}{(R_{\min} - R_{1m})} - \frac{R_{1m}}{(R_{\max} - R_{1m})} \right] \dots \right. \\ \left. + \frac{-1}{2} \cdot \left[\frac{R_{1m}^2}{(R_{\min} - R_{1m})^2} - \frac{R_{1m}^2}{(R_{\max} - R_{1m})^2} \right] \right]$$

$$\omega_{k\alpha, ih} \leftarrow \left[\begin{array}{c} P_K \cdot \left[1 + \frac{-K_{j0} \cdot \theta_\pi}{2 \cdot \pi} \cdot K2_R_{\min} \cdot \frac{K_{\Phi 2}}{\Delta} \cdot \left(d\phi_1(\theta_\pi) \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \cot(\theta_\pi) \cdot \phi_1(\theta_\pi) \right) \right] \\ \rho \cdot \left[R_1^2 \dots \right. \\ \left. + K1_R_{\min} \cdot \left[1 + \left[-\frac{\Delta_{11}}{\Delta} \cdot d\phi_1(\theta_\pi) + (f1_{g2}(\theta_\pi) - f2_{g2}(\theta_\pi)) \right] \dots \right] \right. \\ \left. + \cot(\theta_\pi) \cdot \left[-\frac{\Delta_{11} \cdot \phi_1(\theta_\pi)}{\Delta} \dots \right. \right. \\ \left. \left. + (f1_{g1}(\theta_\pi) - f2_{g1}(\theta_\pi)) \right] \right] \end{array} \right]$$

for $n \in 0..nmax$

$$r11_n \leftarrow R_{\min} + n \cdot dr$$

$$r1_n \leftarrow r11_n - R_{1m}$$

$$K1_R_n \leftarrow \left[(r11_n)^2 - R_{\max}^2 \right] - 2 \cdot R_{1m} \cdot (r11_n - R_{\max})$$

$$K2_R_n \leftarrow \frac{1}{R_{1m}^3} \cdot \left[-\ln\left(\frac{r11_n}{R_{\max}}\right) + \ln\left(\frac{r11_n - R_{1m}}{R_{\max} - R_{1m}}\right) \dots \right. \\ \left. + \left[\frac{R_{1m}}{(r11_n - R_{1m})} - \frac{R_{1m}}{(R_{\max} - R_{1m})} \right] \dots \right. \\ \left. + \frac{-1}{2} \cdot \left[\frac{R_{1m}^2}{(r11_n - R_{1m})^2} - \frac{R_{1m}^2}{(R_{\max} - R_{1m})^2} \right] \right]$$

$$K_{r5_n} \leftarrow \frac{(\omega_{k\alpha, ih})^2 \cdot (r1_n)^5 \cdot 2 \cdot \rho}{\eta_0} \oplus K_{r3_n} \leftarrow \frac{(\omega_{k\alpha, ih})^2 \cdot (r1_n)^3 \cdot 2 \cdot \rho}{\eta_0}$$

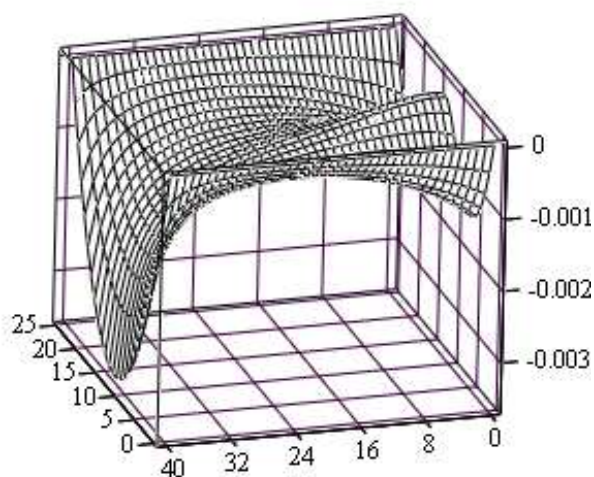
for $k \in 0..kmax$

$$\theta_k \leftarrow \theta_1 + k \cdot d\alpha$$

$$P1_1 \leftarrow -\frac{\Delta_{11}}{\Delta} \cdot d\phi_1(\theta_k) + (f1_{g2}(\theta_k) - f2_{g2}(\theta_k))$$

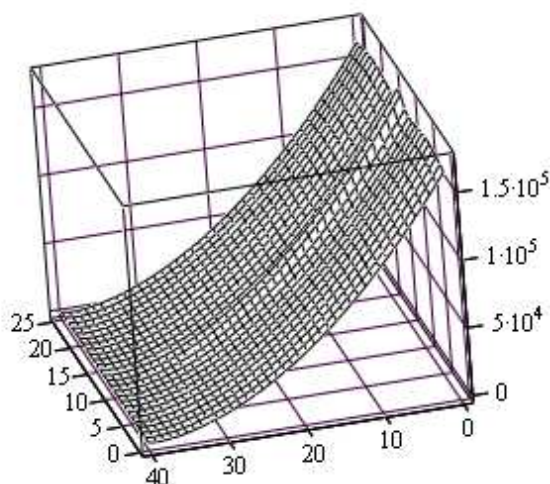
$$P1_2 \leftarrow \cot(\theta_k) \cdot \left[-\frac{\Delta_{11} \cdot \phi_1(\theta_k)}{\Delta} + (f1_{g1}(\theta_k) - f2_{g1}(\theta_k)) \right]$$

$$P2 \leftarrow KP_\alpha \cdot K2_R_n \cdot \frac{K_{\Phi 2} \cdot \theta_k}{\Delta} \cdot (d\phi_1(\theta_k) + \cot(\theta_k) \cdot \phi_1(\theta_k))$$



$$\left[(VK_2)_0 \right]_0$$

Рисунок Б.5 – Объемный график распределения скорости V_r в конусном канале в случае наличия градиента давления вдоль оси θ



$$\left[(VK_1)_0 \right]_2$$

Рисунок Б.6 – Объемный график распределения давления в конусном канале в случае наличия градиента давления вдоль оси θ

Б.4 Блок САПР-12: расчет температурного поля

Исходные данные:

$$\rho := 860 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$C_p := 2.62 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\lambda := 0.135 \cdot \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}}$$

$$\alpha := 15 \text{deg}$$

$$\theta_1 := \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\theta_2 := \frac{\pi}{2} + \alpha$$

$$v1(P_k) := \frac{-1}{2} + \frac{P_k}{2} \quad P_k := 0, \frac{\pi}{2} .. 45 \cdot \pi$$

Решение:

$$\alpha1(P_k) := \frac{-v1(P_k)}{2} \quad \beta1(P_k) := \frac{1 + v1(P_k)}{2} \quad \gamma1 := \frac{1}{2}$$

$$fl_g(P_k) := 1 + \sum_{k=1}^{25} \frac{\prod_{i=1}^k (\alpha1(P_k) + i - 1) \cdot \prod_{i=1}^k (\beta1(P_k) + i - 1)}{k! \cdot \prod_{i=1}^k (\gamma1 + i - 1)} \cdot \cos(\theta_1)^{2 \cdot k}$$

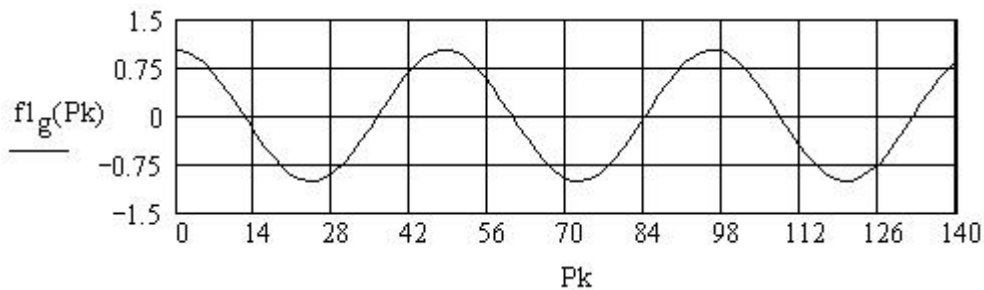


Рисунок Б.7 – График функции $fl_g(P_k)$

$$P_k := (11 \ 34 \ 58 \ 81 \ 105 \ 128)^T$$

$$P := \left| \begin{array}{l} ij \leftarrow 0 \\ \text{for } P_p \in P_k \\ \quad \left| \begin{array}{l} xt \leftarrow \text{root}(fl_g(P_p), P_p) \\ xc_{ij} \leftarrow xt \\ ij \leftarrow ij + 1 \end{array} \right. \\ xc \end{array} \right.$$

$$P^T = (11.96 \ 35.99 \ 59.99 \ 83.99 \ 107.99 \ 132) \quad v1(pp) := \frac{-1}{2} + \frac{pp}{2}$$

$$dP(pp) := \frac{pp^2 - 1}{2 \cdot pp} \cdot \frac{d}{dpp} \left[1 + \sum_{k=1}^{25} \frac{\prod_{i=1}^k \left(\frac{-v1(pp)}{2} + i - 1 \right) \cdot \prod_{i=1}^k \left(\frac{1 + v1(pp)}{2} + i - 1 \right)}{k! \cdot \prod_{i=1}^k (\gamma1 + i - 1)} \cdot \cos(\theta_1)^{2 \cdot k} \right]$$

$$T_1 := 463K \quad T_2 := 463K \quad T_n := 293K \quad R_W := 300mm \quad R_1 := 20mm$$

$$T_s := \frac{T_1 + T_2 - 2 \cdot T_n}{2} \quad a := \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \quad t_{\min} := 1000s \quad t_{\max} := 4000s$$

$$ir_{\max} := 20 \quad j\theta_{\max} := 5 \quad i\theta_{\max} := 5 \quad it_{\max} := 3$$

$$dt := \frac{t_{\max} - t_{\min}}{it_{\max}} \quad d\theta := \frac{\theta_2 - \theta_1}{i\theta_{\max}} \quad h_{\min} := \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

```

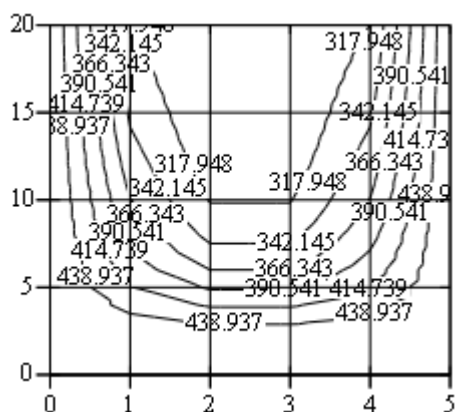
T := | for kh ∈ 0..1
      | |
      | |   h_min_kh
      | |   R_min ← —————
      | |   tan(α)
      | |
      | |   R_max ← R_W + R_min - R_l
      | |
      | |   R_max - R_min
      | |   dr ← —————
      | |   ir_max
      | |
      | |   for it ∈ 0..it_max
      | |   |
      | |   |   t_it ← t_min + dt · it
      | |   |
      | |   |   for ir ∈ 0..ir_max
      | |   |   |
      | |   |   |   r_ir ← R_min + ir · dr
      | |   |   |
      | |   |   |   for iθ ∈ 0..iθ_max
      | |   |   |   |
      | |   |   |   |   θ_iθ ← θ_1 + iθ · dθ
      | |   |   |   |
      | |   |   |   |   for iP ∈ 0..5
      | |   |   |   |   |
      | |   |   |   |   |
      | |   |   |   |   |   T_GP,iθ ← ∑_{k=1}^{25} \frac{\prod_{i=1}^k (\alpha_1(P_{iP}) + i - 1) \cdot \prod_{i=1}^k (\beta_1(P_{iP}) + i - 1)}{k! \cdot \prod_{i=1}^k (\gamma_1 + i - 1)} \cos(\theta_{i\theta})^{2 \cdot k}
      | |   |   |   |   |
      | |   |   |   |   |   T_1_kθ,ir ← \frac{T_1 + T_2}{2} + T_s \cdot \sum_{iP=0}^5 \frac{(1 + T_{GP,i\theta})}{dP(P_{iP})} \cdot \exp \left[ \frac{[1 - (P_{iP})^2] \cdot a}{4 \cdot (r_{ir})^2} \cdot t_{it} \right]
      | |   |   |   |   |
      | |   |   |   |   |   T_it,kh ← \frac{T_{11}}{\text{UnitsOf}(T_{11})}
      | |   |   |   |
      | |   |   |
      | |   |
      | |
      |
      T

```

$$T = \begin{pmatrix} \{6,21\} & \{6,21\} \\ \{6,21\} & \{6,21\} \\ \{6,21\} & \{6,21\} \\ \{6,21\} & \{6,21\} \end{pmatrix}$$

$$T_{3,1} =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	463.002	463.013	463.03	463.048	463.065	463.079	463.09	463.099
1	461.173	452.153	437.451	421.842	407.84	396.014	386.077	377.53
2	460.059	445.537	421.867	396.743	374.269	355.577	340.569	328.771
3	460.059	445.537	421.867	396.743	374.269	355.577	340.569	328.771
4	461.173	452.153	437.451	421.842	407.84	396.014	386.077	377.53
5	463.002	463.013	463.03	463.048	463.065	463.079	463.09	463.099



$T_{3,0}$

Рисунок Б.7 – Контурный график распределения температурного поля в конусном канале в зависимости от радиальной и угловой координаты

Приложение В

Разработка блоков САПР для моделирования процессов в системах гранулирования

В данном приложении представлены два блока САПР для систем гранулирования, использующих метод пневмоформования гранул с дальнейшим охлаждением в воздушно-водной охлаждающей среде.

Блок САПР-13 (приложение В.1) создан для моделирования динамики движения гранул в псевдоожиженном слое после их выталкивания из формирующих отверстий. При этом используется система дифференциальных уравнений (3.2) и (3.3).

Порядок построения этого блока и основные функции и операторы для решения данной задачи такие же, как и в блоке САПР-1 для междискового зазора. То есть основная функция для решения системы дифференциальных уравнений – это функция `rkfixed`. Однако в данном случае решается задача с начальными условиями, то есть, нет потребности в использовании функции `sbval`.

Используя блок САПР-13, можно подбирать необходимые значения скорости для охлаждающей среды с целью поддержания псевдоожиженного слоя при соответствующих размерах гранул.

В блоке САПР-14 (приложение В.2) рассматриваются тепловые процессы, которые происходят в гранулах при их прохождении через охлаждающую среду. При этом для распределения температурного поля в теле гранулы используются формулы (3.15), (3.20) и (3.21).

Для определения нулей P_k функций Бесселя введены программные блоки, которые содержат функции `root`. Для более точного задания начальных приближений при использовании функции `root` строятся графики $f(x) \sim x$.

Данный блок может моделировать процессы охлаждения с разными типами охлаждающих сред при разных параметрах конвективного теплообмена.

В.1 Блок САПР-13: моделирование движения гранул в псевдоожиженном пространстве

Исходные данные:

$$\rho_b := 1 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad U_b := 0.2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \mu := 21.1 \cdot 10^{-6} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}$$

$$d := 3 \cdot \text{mm} \quad f := 1$$

Решение:

$$A_2 := \frac{30 \cdot \mu}{d \cdot \rho_b} \quad A_1 := 0.462 \cdot \left(11 - \frac{10}{f} \right)$$

$$x := (0 \quad 0.1 \quad 0 \quad -0.05) \quad x := x^T$$

$$D(t, x) := \begin{bmatrix} x_1 \\ \frac{-3}{4 \cdot d} \cdot \left[A_1 + A_2 \cdot \left[(x_1)^2 + (x_3 - U_b)^2 \right]^{-0.5} \right] \cdot x_1 \cdot |x_1| \\ x_3 \\ \frac{-3}{4 \cdot d} \cdot \left[A_1 + A_2 \cdot \left[(x_1)^2 + (x_3 - U_b)^2 \right]^{-0.5} \right] \cdot (x_3 - U_b) \cdot |x_3 - U_b| - g \end{bmatrix}$$

$$X := \text{rkfixed}(x, 0, 6, 1000, D)$$

$$X^T =$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	$6 \cdot 10^{-3}$	0.012	0.018	0.024	0.03
1	0	$5.482 \cdot 10^{-4}$	$1.008 \cdot 10^{-3}$	$1.398 \cdot 10^{-3}$	$1.735 \cdot 10^{-3}$	$2.029 \cdot 10^{-3}$
2	0.1	0.083	0.07	0.06	0.052	0.046
3	0	$-1.568 \cdot 10^{-4}$	$-1.188 \cdot 10^{-4}$	$3.15 \cdot 10^{-5}$	$2.492 \cdot 10^{-4}$	$5.089 \cdot 10^{-4}$
4	-0.05	$-6.913 \cdot 10^{-3}$	0.017	0.032	0.04	0.046

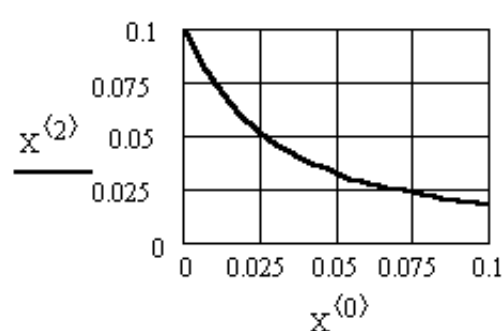
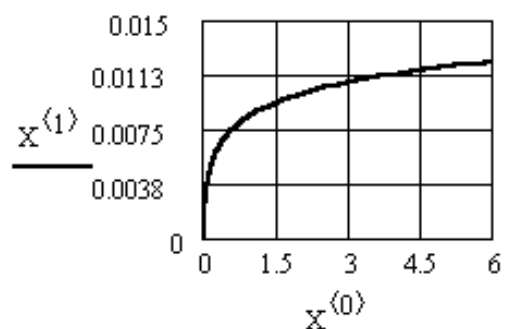
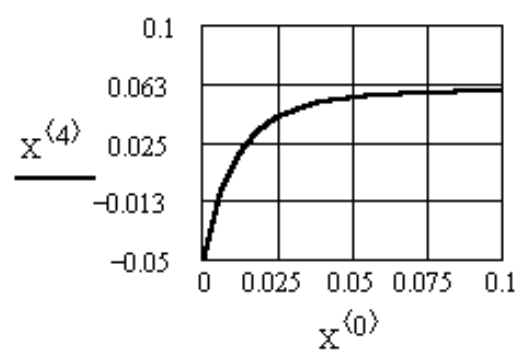
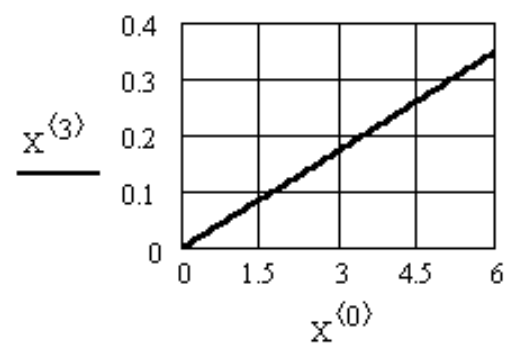


Рисунок В.1 – Графики динамического поведения гранул при пневмогранулировании по схеме на рис. 3.26, полученные на базе уравнений (3.2) и (3.3)

В.2 Блок САПР-14: моделирование охлаждения гранул

Исходные данные:

$$\rho_c := 983 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad C_{pc} := 4.18 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \lambda_c := 0.659 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta T := 333\text{K} \quad T_n := 453\text{K} \quad T_c := 293\text{K}$$

$$\beta_c := 5.2 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1} \quad \lambda_m := 0.257 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad C_{pm} := 5.024 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$R_n := 2.5\text{mm} \quad \eta_c := 0.47 \cdot 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s} \quad \rho_m := 870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Решение:

$$\text{Pr} := \frac{C_{pc} \cdot \eta_c}{\lambda_c} \quad \text{Pr} = 2.98 \quad \text{Gr} := \frac{g \cdot (2 \cdot R_n)^3 \cdot \rho_c^2}{\eta_c^2} \cdot \beta_c \cdot \Delta T \quad \text{Gr} = 9.29 \times 10^5$$

$$\text{PG} := \text{Pr} \cdot \text{Gr} \quad \text{PG} = 2.77 \times 10^6 \quad \text{Nu} := 0.54 \cdot (\text{Pr} \cdot \text{Gr})^{0.25} \quad \text{Nu} = 22.03$$

$$\alpha_c := \frac{\text{Nu} \cdot \lambda_c}{2 \cdot R_n} \quad \alpha_c = 2.9 \times 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \quad a_m := \frac{\lambda_m}{\rho_m \cdot C_{pm}} \quad a_m = 5.88 \times 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$x := 0, 0.1 \dots 120 \quad fJ(x) := J_0(x) + J_n(2, x)$$

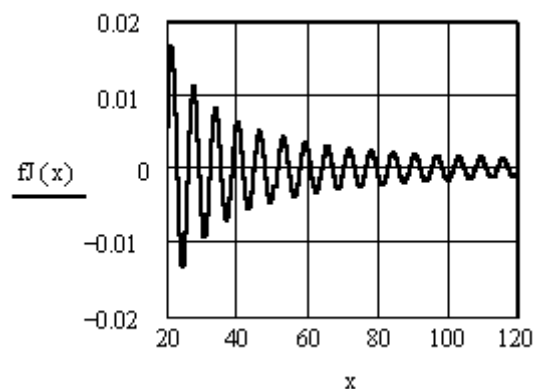
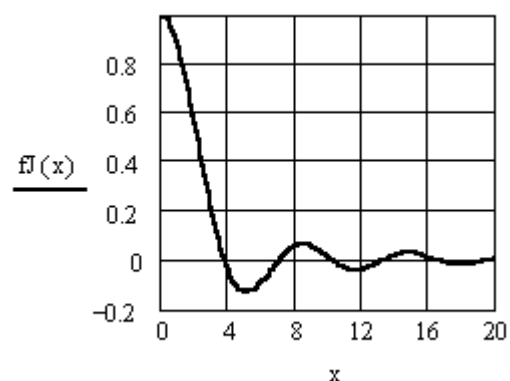


Рисунок В.2 – График функции $fJ(x)$

$$x1 := (4 \ 6.9 \ 10 \ 13.8 \ 16.4 \ 19 \ 23.4 \ 24.6 \ 28.5 \ 31.5 \ 34.6 \ 37.6)^T$$

$$x2 := (42 \ 44.5 \ 48 \ 51 \ 54 \ 57 \ 61 \ 64 \ 66.5 \ 70 \ 73 \ 76)^T$$

$$x3 := (79.5 \ 82.5 \ 85 \ 89 \ 92 \ 95 \ 98 \ 101 \ 104 \ 107 \ 111 \ 114)^T$$

$$x := \text{stack}(\text{stack}(x1, x2), x3)$$

$$P := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{for } xp \in x \\ \quad \left| \begin{array}{l} xt \leftarrow \text{root}(fJ(xp), xp) \\ xc_i \leftarrow xt \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ xc \end{array} \right.$$

$$t := 0s, 0.1s .. 60s \quad r := 0, \frac{R_n}{50} .. R_n$$

$$SJ(t) := \sum_{k=0}^{35} \frac{J0(P_k)}{(P_k)^3 \cdot (J1(P_k) + Jn(3, P_k))} \cdot \left[\exp \left[-a_m \cdot \frac{(P_k)^2}{R_n^2} \cdot t \right] + a_m \cdot \frac{(P_k)^2}{R_n^2} \cdot t - 1 \right]$$

$$T_R(t) := T_c \cdot \frac{\frac{T_n}{T_c} - 8 \cdot \frac{\alpha_c}{\lambda_c} \cdot R_n \cdot SJ(t)}{1 - 8 \cdot \frac{\alpha_c}{\lambda_c} \cdot R_n \cdot SJ(t)}$$

$$x := 0, 0.1 .. 120 \quad fJ(x) := J0(x)$$

$$x1 := (2.5 \ 5.6 \ 8.5 \ 12 \ 15.4 \ 18 \ 21.4 \ 24.2 \ 27.5 \ 30.5 \ 34.6 \ 36.6)^T$$

$$x2 := (40 \ 43.6 \ 46.5 \ 49 \ 53 \ 56 \ 59 \ 62.2 \ 65.5 \ 68.5 \ 71.6 \ 74.6)^T$$

$$x3 := (78 \ 81 \ 84 \ 87 \ 90.2 \ 93.6 \ 97 \ 100 \ 103 \ 106 \ 108.5 \ 112)^T$$

$$x4 := (116 \ 118 \ 122 \ 124 \ 128 \ 130 \ 134 \ 137 \ 141 \ 144 \ 147 \ 150)^T$$

$$x := \text{stack}(\text{stack}(x1, x2), \text{stack}(x3, x4))$$

```

P := | i ← 0
      | for xp ∈ x
      |   | xt ← root(fJ(xp), xp)
      |   | xci ← xt
      |   | i ← i + 1
      | xc

```

$$P^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	2.4	5.52	8.65	11.79	14.93	18.07	21.21	24.35	27.49

$$P^T =$$

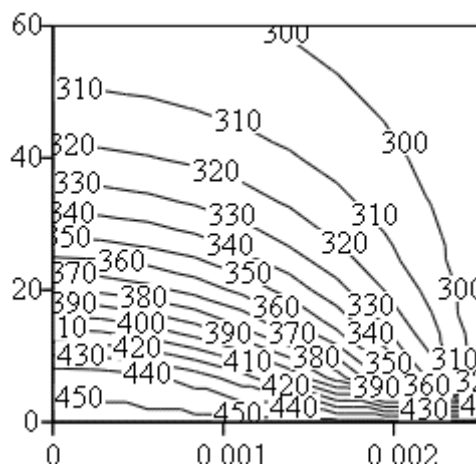
	39	40	41	42	43	44	45	46	47
0	124.88	128.02	131.17	134.31	137.45	140.59	143.71	146.87	150.01

$t_{\max} := 60s$ $t := 0s, 1.5s.. t_{\max}$

$r := 0, \frac{R_n}{15} .. R_n$

$$T(r, t) := T_n + (T_R(t) - T_n) \cdot \left[1 - 2 \cdot \sum_{k=0}^{47} \left[\frac{J_0\left(P_k \cdot \frac{r}{R_n}\right)}{P_k \cdot J_1(P_k)} \cdot \exp\left[-a_m \cdot \frac{(P_k)^2}{R_n^2} \cdot t\right] \right] \right]$$

$TO := \text{CreateMesh}(T, 0, R_n, 0, t_{\max}, 10)$



ТО

Рисунок В.3 – Контурный график изменения температуры в теле гранулы

Наукове видання

Кузяєв Іван Михайлович
Свідерський Валентин Анатолійович
Пєтухов Аркадій Дем'янович

**Моделювання екструзії
та екструдерів для перероблення
полімерів**

Частина 2

Монографія

(Російською мовою)

*В авторській редакції
Надруковано з оригінал-макета замовника*

Темплан 2016 р., поз. 3-1-014

Підп. до друку 18.05.2016. Формат 60×84¹/₁₆. Папір офс. Гарнітура Times.
Спосіб друку – ризографія. Ум. друк. арк. 10,23. Обл.-вид. арк. 17,01. Наклад 100 пр.
Зам. № 16-81.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут» Видавництво «Політехніка»
Свідоцтво ДК № 1665 від 28.01.2004 р.
03056, Київ, вул. Політехнічна, 14, корп. 15
тел. (44) 204-81-78