

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Факультет менеджменту та маркетингу**  
**Кафедра математичного моделювання економічних систем**

«На правах рукопису»  
УДК \_\_\_\_\_

«До захисту допущено»  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ В. О. Капустян  
(підпис) (ініціали, прізвище)  
“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2018 р.

**Магістерська дисертація  
на здобуття ступеня магістра**

зі спеціальності 051 «Економіка» спеціалізації «Економічна кібернетика»  
на тему: «Вибір оптимальної стратегії інвестування трейдера у фінансові інструменти»

Виконала: студентка 6 курсу, групи УК-61м  
(шифр групи)

Повх Оксана Василівна \_\_\_\_\_ (підпис)  
(прізвище, ім'я, по батькові)

Керівник: професор, д. т. н. Іваненко В. І. \_\_\_\_\_ (підпис)  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Рецензент: доцент, к.е.н. Черненко Н. О. \_\_\_\_\_ (підпис)  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає  
запозичень з праць інших авторів без  
відповідних посилань.

Студент \_\_\_\_\_ (підпис)

Київ – 2018 року

**Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут  
імені Ігоря Сікорського»**

**Факультет менеджменту та маркетингу**

**Кафедра математичного моделювання економічних систем**

**Рівень вищої освіти – другий (магістерський) за освітньо-науковою**

**Спеціальність 051 «Економіка»**

**Спеціалізація «Економічна кібернетика»**

**ЗАТВЕРДЖУЮ:**

**Завідувач кафедри**

\_\_\_\_\_ **В. О. Капустян**  
(підпис) (ініціали, прізвище)

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 р.

**ЗАВДАННЯ  
на магістерську дисертацію студенту**

**Повх Оксана Василівна**  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації **«Вибір оптимальної стратегії інвестування трейдера у фінансові інструменти»**

науковий керівник дисертації **професор, д. т. н. Іваненко Віктор Іванович,**  
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «10» січня 2018 р. №17-с

2. Термін подання студентом дисертації **15 травня 2018 р.**

3. Об'єкт дослідження **фондовий ринок**

4. Предмет дослідження **облігації та акції як фінансові інструменти**

## 5. Перелік завдань, які потрібно розробити

1. Пошук і аналіз літературних джерел; 2. Постановка проблеми вибору трейдером фінансових інструментів для торгівельної стратегії 3. Аналіз моделей поведінкових фінансів та моделей управління фінансовим портфелем; 4. Побудова математичної моделі; 5. Програмна реалізація обраної моделі; 6. Проведення модельних розрахунків; 7. Аналіз отриманих результатів.

## 6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу презентація роботи

## 7. Перелік публікацій:

Повх О.В. Вибір оптимального портфелю деривативів на основі стохастичної моделі прогнозування, - Актуальні виклики сучасної науки // 36. Наукових праць – Переяслав-Хмельницький, 2016. – Вип. 3, ч.1-126 с.

Повх О.В. Оцінка дохідності цінних паперів з урахуванням поведінкових факторів на фондовому ринку, - Міжнародний науковий журнал «Інтернаука», № IV, - 2018.

8. Дата видачі завдання 10 січня 2018 року

## Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Визначення актуальної теми	10.10.16-20.11.16	
2	Дослідження предметної області	21.11.16-30.12.16	
3	Огляд літератури	03.01.17-03.03.17	
4	Дослідження ринку	03.03.17-30.06.17	
5	Економічна постановка задачі	24.01.17-25.10.17	
6	Побудова математичної моделі	26.10.17-01.12.17	
7	Розв'язок моделі і аналіз результатів	02.12.17-20.03.18	
8	Розробка рекомендацій та висновків	21.03.18-23.03.18	
9	Підготовка презентації	23.03.18-09.05.18	

Студент

\_\_\_\_\_

(підпис)

\_\_\_\_\_

(ініціали, прізвище)

Науковий керівник магістерської дисертації

\_\_\_\_\_

(підпис)

\_\_\_\_\_

(ініціали, прізвище)

## РЕФЕРАТ

На сьогоднішній день інвестування в цінні папери являється одним із найбільш популярних та найскладніших способів інвестування.

Дана робота присвячена вибору стратегії інвестування трейдера у фінансові інструменти. З метою максимізації корисності від активів та зниженню ризиків використано портфельний підхід. Для диверсифікації портфелю у якості фінансових інструментів було обрано ризикові та безризикові цінні папери, акції та облігації відповідно.

Для портфелю обираємо ті цінні папери, які мають найбільшу дохідність. Оцінювання дохідності активів здійснюється на основі моделі CAPM з урахуванням суб'єктивних факторів, які впливають на дохідність активу в майбутньому. Горизонт інвестування обираємо 3 місяці. Управління портфелем здійснюється таким чином, що кожного місяця буде йти перерозподіл коштів між цінними паперами таким чином, щоб вони приносили найбільший прибуток на кожен наступний період.

В даній роботі отримана динамічна модель формування інвестиційного портфелю, що самофінансується. Критерієм якості виступає максимізація очікуваного прибутку.

Досліджується адекватність результатів моделювання на реальних даних.

**Ключові слова:** фондовий ринок, інвестиційний портфель, трейдер, цінні папери, акції, облігації, поведінкові фінанси, CAPM.

## ABSTRACT

Investing in securities is one of the most popular and complicated ways of investing today.

This work is devoted to the choice of a strategy of investing a trader in financial instruments. A portfolio approach is used to maximize asset utilization and risk reduction. In order to diversify the portfolio, risky and risk-free securities, stocks and bonds were selected as financial instruments, respectively.

For a portfolio, we select those securities that have the highest yield. The assessment of asset yields is based on the CAPM model, taking into account the subjective factors that affect the return on assets in the future. We choose the investment horizon for 3 months. Portfolio management is carried out in such a way that each month the securities are selected that will yield the highest yield for each subsequent period.

In this paper we obtain a dynamic model of self-financing investment portfolio formation. The quality criterion is the maximization of expected profits.

The adequacy of simulation results on real data is studied.

**Keywords:** stock market, investment portfolio, trader, securities, stocks, bonds, behavioral finance, CAPM.

## ЗМІСТ

ЗМІСТ .....	6
ВСТУП .....	8
1 ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФУНКЦІОНУВАННЯ ФІНАНСОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ НА ФОНДОВОМУ РИНКУ ТА МЕТОДОЛОГІЯ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ .....	10
1.1 Основні фінансові інструменти та їх види .....	10
1.2 Аналіз літературних джерел щодо методів формування портфеля .....	20
1.3 Огляд моделей оцінювання активів .....	28
1.4 Теорія поведінкових фінансів .....	33
2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ .....	40
2.1 Економічна сутність задачі .....	40
2.2 Постановка економіко-математичної задачі. Опис вхідної та вихідної інформації .....	40
2.3 Апробація авторської моделі розрахунку очікуваної дохідності .....	46
3 ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ .....	72
3.1 Обчислення та порівняльний аналіз отриманих результатів управління портфелем .....	72
3.2 Можливості й напрямки застосування моделі. Перспективи подальших досліджень .....	74
ВИСНОВКИ .....	77
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ: .....	79
ДОДАТОК А Котирування акції .....	84
ДОДАТОК Б Таблиці кореляції .....	92

ДОДАТОК А Лістинг програми .....	96
----------------------------------	----

## ВСТУП

Фондовий ринок на сьогоднішній день являється одним із динамічних сегментів світових фінансових ринків, а інвестування в цінні папери являється одним із найбільш популярних та найскладніших способів інвестування.

Існує безліч різних моделей, які дозволяють оцінити дохідність тих чи інших активів, проте в силу великої невизначеності на ринку моделі не дають точних оцінок, так як переважна більшість з них заснована на раціональності поведінки інвестора.

Реалізація ефектів нераціональності більшістю гравців на ринку капіталу призводить до того, що правила прийняття інвестиційних рішень, і як наслідок, динаміка цін і розподілення дохідності на реальних ринках суттєвим чином відрізняються від моделей ринку, сформованих в рамках класичних теорій. Наприклад, значними характеристиками ринків стають наявність «пам'яті ринків» або ефект зворотного зв'язку, надмірна або недостатня реакція інвесторів на нову інформацію і, як наслідок, висока волатильність ринків.

На основі результатів аналізу поведінкових особливостей прийняття рішення інвесторами та аналізу стану реального ринку капіталу в роботі запропоновано поведінкову модель прогнозування на фінансових ринках.

Портфельний підхід дає змогу максимізувати прибуток та знизити ризики за рахунок диверсифікації. При цьому ключовим та вирішальним моментом є обрана стратегія.

З метою максимізації корисності від активів та зниженню ризиків використано портфельний підхід.

В роботі розглядається стратегія, яка поєднує в собі: акції – обрані ризикові цінні папери, та облігації – безризикові; купівля-продаж акцій та облігацій – здійснювані об'єктом керування операції на ринку, удосконалена модель CAPM – модель за якою оцінюється дохідність цінних паперів. В



роботі застосовується портфельний підхід та ставиться задача керування даним портфелем. Застосовувати запропоновану стратегію можуть як трейдери, що мають безпосередній доступ до ринку, так і інвестори, що хочуть отримати прибуток із вкладеного капіталу.

Об'єктом дослідження являється фондовий ринок.

Предмет дослідження виступають такі цінні папери як акції та облігації.

Метою та завданням роботи є визначення оптимальних пропорцій інвестування в акції та облігації на основі оцінювання дохідності даних цінних паперів за моделлю CAPM із урахуванням суб'єктивних факторів, що впливають на прийняття рішення інвестором. Оптимальним вважається такий склад портфеля, що очікуваний прибуток у момент його реалізації максимальний, при цьому враховується обмеженість початкового капіталу та ліквідність ринку, тобто кількість операцій, які можна провести. Для знаходження оптимального складу портфелю будується модель, що дозволяє звести дану задачу до задачі динамічного програмування та знайти її розв'язок з використанням стандартних прикладних пакетів програм.

Інформаційну базу дослідження складають офіційні статистичні дані, інформаційно-аналітичні матеріали спеціалізованих агентств і аналітичних центрів щодо об'єкту дослідження, опубліковані у періодичних і спеціалізованих виданнях, а також розміщені у мережі Інтернет.

# **1 ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФУНКЦІОНУВАННЯ ФІНАНСОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ НА ФОНДОВОМУ РИНКУ ТА МЕТОДОЛОГІЯ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ**

## **1.1 Основні фінансові інструменти та їх види**

Структура фондового ринку. Один із найважливіших сегментів фінансового ринку - фондовий ринок. Він являє собою невід'ємну частину ринкової економіки. Ступінь державного регулювання діяльності фондового ринку та його різновиди є основними показниками економічного стану тієї чи іншої держави. Займаючи свою нішу в глобальній фінансовій системі, фондовий ринок схильний до впливу не тільки внутрішнього і політичного устрою окремої держави, а й впливу світової фінансової ринку. В рамках ринкової економіки стабільне функціонування фондового ринку, що сприяє саморегулюванню економіки, неможливо переоцінити.

Механізм роботи фондового ринку визначає стара істина - попит породжує пропозицію. Коли у компаній виникла необхідність у зовнішньому фінансуванні їх діяльності, вони зайнялися випуском цінних паперів. Далі, вони зіткнулися з необхідністю пошуку первинної цільової аудиторії, здатної стати кінцевим споживачем в цьому ланцюзі. Так з'явився первинний ринок цінних паперів, суть якого полягала в розміщенні знову випущених цінних паперів.

Фондова біржа являє собою організований і офіційно функціонує ринок, на якому відбувається купівля-продаж цінних паперів. Це не просто один із способів заробити і не аналог черговий торгового майданчика. Фондова біржа являє собою, по суті, унікальний фінансовий інститут, на який історично покладено велику роль в економіки. І значимість цієї ролі тільки зростає з плином часу і розвитком макроекономічних і мікроекономічних відносин.

На сьогоднішній день практично цінності в світовій економіці стали рухомими. Ні, вдома і інша нерухомість стоять на колишніх місцях, але хоч би активу ви не торкнулися, він має якийсь рухомий еквівалент. Золото як лежало, так і лежить в сховищі банку, але будь-хто може придбати собі кілька умовних одиниць золота, не стикаючись з необхідністю ховати справжні матеріальні злитки собі під подушку. На товарній біржі ви можете купити нафту. Але це не означає, що хтось тут же приїде і до вас додому бочку з «чорним золотом».

Фондові біржі надають своїм учасникам практично такий же «рухомий еквівалент», тільки в менш яскраво вираженій формі. Людина набуває акції якоїсь компанії, тим самим купуючи собі частку в ній. Але насправді не претендуючи на реальні активи компанії або «фізичне місце» в ній. Ви можете перебувати на іншому кінці земної кулі, але можна придбати акції придивилася вам корпорації з метою спекуляції або ж довгострокового доходу від дивідендів.

І для розвитку економіки це має колосальне значення. Держави та інші організації активно використовують позики, з'являються все нові і нові види зобов'язань, що приносить обопільну вигоду. Юридична особа отримує необхідне йому фінансування на позикової основі, а інша сторона (фізична або ж теж юридична особа) отримує вигоду від вкладення вільних грошових коштів. Економіка розвивається, всі щасливі.

Все це стає можливим завдяки функціонуванню фондових бірж, що викликає необхідність більш докладно розглянути їх функції.

#### Функції фондової біржі

Перша і основна функція - це організація біржових зборів для проведення публічних торгів. Іншими словами, це має на увазі опрацювання правил біржової торгівлі, матеріально-технічне забезпечення нормального функціонування протягом усього процесу, організацію самих торгів і залучення до цього кваліфікованого персоналу.

Розробка біржових контрактів. Тобто, уніфікація і стандартизація всього, що пов'язано з операціями і контрактами з купівлі-продажу цінних паперів. Наприклад, є компанії, чії акції на біржі не котируються. І на те є свої причини. Зате коли учасник ринку приходить на біржу з метою придбати собі цінні папери (неважливо, з якою метою і на який термін), він може бути впевнений, що раз вони пропонуються до продажу, то вони відповідають певним стандартам і пройшли перевірку. У випадку з товарною біржею ця функція має на увазі ще й нормування поставок товару. Наприклад, хто визначає, що нафтою торгують по одному барель, а не по літру і не по 100 грам? Аналогічно, біржові контракти не дають вам придбати 150 грам бавовни або 1 зернятко пшениці.

Вирішення спорів по операціях. Як би детально не були прописані вимоги, як би добре не був опрацьований процес, спірні моменти неминуче будуть виникати, і хтось повинен взяти на себе відповідальність вирішувати ці проблеми і мати вирішальний голос. В іншому випадку вся торгівля перетвориться з організованим ринком в звичайний базар, де правий той, хто перекричав іншого.

Виявлення і регулювання біржових цін. Є таке поняття, як котирування. Так, вартість цінних паперів природним чином коливається в міру ходу торгів, однак час від часу значення цін фіксуються і надаються як довідкова інформація у вигляді котирувань та індексів. Це потрібно, щоб зовнішні зацікавлені особи могли судити про стан справ в конкретній компанії або галузі, а також для статистичних даних, потенційних інвесторів та ін.

Хеджування - тобто послуги зі страхування учасників угод від несприятливих коливань цін. Можливо окремий висновок хеджованих угод, наприклад, коли учасник йде на високоризиковану угоду і хоче підстрахуватися на випадок великого збитку.

Клірингові послуги - тобто визначення взаємних заборгованостей з цінних паперів, перевірка бухгалтерських документів і здійснення взаєморозрахунків за ним.

Інформаційна діяльність, в яку входить як надання даних по котируваннях паперів, що торгувалися, так і консультаційні послуги для учасників торгів.

В якості окремої функції часто виділяють контроль обороту цінних паперів, спостереження за тим, щоб коректно передавалися і оформлялися права власності після укладення угод та інші юридичні нюанси.

Завдання роботи фондової біржі

Якщо функції - це якийсь набір спеціалізованих дій, виконуваних даним фінансовим інститутом, то завдання - це конкретні результати, на досягнення яких спрямована діяльність даного суб'єкта, і практичне втілення ролі, яку він відіграє в економіці. Саме завданнями і визначається структура фондової біржі, яка буде розглянута далі, тому що структура формується виходячи з того, що необхідно для успішного виконання поставлених завдань.

Надання площадки для проведення торгівлі цінними паперами. Спочатку біржі створювалися для заохочення обороту цінних паперів. Але пройшли ті часи, коли вся діяльність фондових ринків зводилася до банального відома учасників воєдино і дозволених їм домовитися на своїх умовах. В наші дні біржа повністю контролює процес, регулює доступ до біржових торгів, встановлює умови та правила здійснення операцій, стежить за їх виконанням і вирішує спірні ситуації.

Встановлення рівноважної ціни. Біржа зводить в одному місці величезну кількість продавців і покупців, надаючи максимально повну інформацію про продаваних і придбаних цінних паперах. Таким чином, вона викликає максимальну довіру до правдивості та адекватності такої ціни. Уявіть, наприклад, що було б, якби не існувало такого об'єднаного місця, торгівля йшла розрізнено, покупці не були обізнані про всі можливі

пропозиції. І в таких умовах цілком можливо, що десь ціна за одну акцію компанії А дорівнювала б 100 рублів, а в іншому місці - 12 000 рублів.

Акумулявання і перерозподіл грошових коштів - це надзвичайно важлива функція для розвитку економіки. Всі ми знаємо, що гроші повинні працювати, і фондова біржа - один із способів змусити гроші звертатися і приносити дохід. А для економіки критично важливо, щоб вільні грошові кошти не лежали десь під матрацом або в трилітровій банці, а перебували в обороті, забезпечуючи економічне зростання.

Забезпечення гласності та відкритості біржових торгів. Будь-який учасник фондового ринку, будь то великий інвестиційний фонд або просту фізичну особу, що вирішило вкласти свої заощадження, може розраховувати на однаковий рівень відкритості всіх необхідних відомостей. Біржа контролює всі важливі аспекти і надає максимум відомостей про діяльність компанії, як би не намагалися її господарі приховати деякі несприятливі факти.

Арбітраж, тобто неупереджене вирішення спорів. Ще один спосіб зрівняти всіх учасників в правах, адже в разі виникнення конфліктної ситуації керівництво фондового ринку втручається і об'єктивно вирішує спір, не спираючись на те, у кого більше грошей і зв'язків, а на фактичні права і обов'язки сторін при укладанні угоди.

Гарантія виконання угод. Дане завдання реалізується за двома напрямками. По-перше, як уже говорилося раніше, всі цінні папери проходять ретельну перевірку ще на стадії допуску до біржових торгів. Шахраї відсіваються вже на цьому етапі. По-друге, біржа виступає посередником при угоді і тим самим гарантує продавцеві, що його акції будуть оплачені, а покупцеві - що акції будуть передані йому в повне розпорядження, будь то для отримання доходу від них або подальшого перепродажу.

Розробка етичного кодексу і правил біржової торгівлі. Як і в будь-якому іншому специфічному виді діяльності, всі учасники повинні дотримуватися певних норм, щоб процес проходив цивілізовано і з

дотриманням прав, не перетворюючись на хаос і беззаконня. Біржа як раз виступає творцем такого комплексу етичних норм, з дотриманням якого всі учасники торгів погоджуються за замовчуванням, або ж втрачають свою можливість укласти угоди і здійснювати операції.

Необхідністю виконання цих завдань визначаються базові елементи фондового ринку. Іншими словами, організаційна структура та функції Лондонської фондової біржі може відрізнятися від структури Токійської, але при цьому основні підрозділи будуть збігатися в обох закладах.

#### Організаційна структура фондового ринку

Для кращого розуміння схеми всі органи, що входять до складу даного фінансового інституту, можна розділити на три групи:

- органи управління;
- виконавчі підрозділи;
- спеціалізовані підрозділи.

#### Органи управління

Для успішного функціонування біржового майданчика, вона повинна викликати довіру з боку всіх її учасників. Одне з необхідних умов для цього - органи управління, які обираються в демократичному порядку.

Вищим законодавчим органом управління виступає загальні збори членів біржі. У повному складі воно засідає мінімум раз на рік.

Для вирішення менш значущих оперативних питань існує біржова рада - контрольно-розпорядчий орган, який займається питаннями діяльності торговельного майданчика;

Для оперативного керівництва на щоденній основі, а також представлення інтересів фінансового інституту у взаємодії з іншими особами з числа учасників ради обирається правління.

Діяльність всіх перерахованих вище структур строго регламентується статутом біржового майданчика.

Ревізійна комісія також обирається радою біржі. До щорічних зборів вищого законодавчого органу майданчики ця комісія зобов'язана проводити документальну перевірку всіх фінансово-господарських операцій та надавати раді звіт, а також здійснювати поточний контроль за фінансами біржі.

Стаціонарна структура. Якщо органи управління займаються питаннями контролю і управління майданчиком, то стаціонарна структура, в яку входять виконавчі та спеціалізовані підрозділи, відповідає за господарське забезпечення роботи. Від того, наскільки успішно ці підрозділи виконують поставлені перед ними завдання, залежить ефективність роботи всього фінансового інституту.

Виконавчі підрозділи. В даному випадку маються на увазі всі ті відділи, які безпосередньо беруть участь в процесі торгів, так чи інакше забезпечуючи укладання угод і виконання всіх необхідних операцій. Склад підрозділів може різнитися від обсягу операцій на ринку, проте обов'язкова наявність наступних відділів:

- інформаційний відділ;
- відділ лістингу;
- реєстраційне бюро;
- бюро по програмному забезпеченню;
- відділ з організації торгів.
- спеціалізовані підрозділи

У найбільш загальному вигляді їх можна поділити на комісії і комерційні організації. Зупинимося на деяких детальніше.

Арбітражна комісія - займається вирішенням всіх суперечок, які виникають між сторонами в процесі укладання угод і виконання операцій. Виступає від імені біржі і є об'єктивною стороною в конфлікті;

Лістингових комісія - робота цього підрозділу зводиться до недопущення в обіг фінансових активів і цінних паперів ненадійних емітентів;



Котирувальна комісія - співробітники цього відділу ведуть облік цінних паперів, рекомендують їх початкову ціну при першому виставленні на торги, а також фіксують зміни вартості фінансових активів та надають інформацію про котирування в вільний доступ;

Клірингова комісія - відповідає за послеторгової операції, займається взаєморозрахунками, веде облік заборгованості з цінних паперів кожної особи і організує прямі розрахунки між продає і купує стороною.

Інформаційно-видавничий відділ - займається випуском довідників, брошур, рекламних проспектів і інших інформаційних видань;

Відділ технічного забезпечення - несе відповідальність за стабільну роботу всього програмного забезпечення і функціонування інших відділів, своєчасно усуває виниклі неполадки і намагається забезпечити безперебійне здійснення операцій.

Склад сторін в біржовій торгівлі

Інший підхід до організаційної структури фондової біржі - це розглядати її складу з точки зору сторін, що беруть участь в процесі торгів. Члени самого фінансового інституту поділяються на дві категорії:

Повні члени;

Неповні члени.

Обидві категорії мають у своєму розпорядженні певною кількістю голосів на зборах - Загалом біржовому і по окремій секції. Різниця в тому, що повні члени можуть оформляти операції і здійснювати операції по всій біржі, а неповні обмежують свою діяльність окремо взятої секцією.

Так само члени даного фінансового інституту мають такими правами:

- брати участь в загальних зборах і мати голос в управлінні справами;
- обирати і бути обраними контролюючі та керуючі підрозділу;
- користуватися майном, інформацією і послугами, що надаються даної майданчиком;

торгувати як від свого імені та за свій рахунок (іншими словами, як дилер), так і за дорученням і за рахунок клієнта (виконуючи обов'язки брокера);

при ліквідації можуть розраховувати на частку в майні або матеріальне її вираження після розділу і продажу.

Хто може брати участь в торгівлі.

Напрямую продавати і купувати фінансові активи можуть тільки три категорії осіб:

Брокер - або простіше кажучи, посередник. Якщо пояснити принцип його роботи просто і схематично, то брокер дає доступ до тих операцій, які недоступні непрофесійним учасникам торгівлі. Будь-яка людина з вулиці не може просто так взяти і купити облігації або інші свідоцтва позики. Тому зацікавлена особа звертається до брокера. Це може бути спеціалізована компанія, сайт або програмне забезпечення, за допомогою якого будь-яка фізична особа може зробити купівлю-продаж фінансового активу. Ви можете не звертатися до брокера безпосередньо, але якщо ви дієте через сайт брокера, то ви працюєте через посередника.

Дилер - це особа не представляє нічийх інтересів, крім своїх власних. Воно не керує чужими грошима, тільки своїми власними, відповідно, всі вигоди і ризики лежать теж виключно на ньому.

Керуючий - фахівець, який входить до керівних органів фондового майданчика і безпосередньо контролює процес скоєння торгів, керує роботою підрозділу або комісії.

В окрему групу збираються непрофесійні учасники, які також активно здійснюють операції, але вже не самотійно, а за допомогою третіх осіб.

Емітент - юридична особа або держава, яка виставляє на фондовий ринок свої цінні папери або боргові зобов'язання, Перший власник активу, який несе відповідальність за здійснення відповідних прав - виплата боргу, перерахування дивідендів, право на голос у раді директорів і ін.

Інвестор - юридична або фізична особа, яка має вільні кошти і бажає вкласти їх з метою отримання доходу. Об'єктом вкладень може стати що завгодно, але як правило, це не пайову участь в бізнесі, а довгострокові вкладення в великі проекти. Швидкі гроші в даному випадку не є метою, навпаки, інвестор вкладає кошти на перспективу - наприклад, якісь значні технологічні та виробничі перетворення можуть стати приводом інвестувати в цю компанію за допомогою акцій, облігацій, опціонів.

Посередник - особа, яка сприяє укладенню угод, підписання контрактів, допомагає продавцю і покупцю знайти один одного. При цьому сам посередник не має ніякого відношення до предмету угоди і отримує винагороду виключно у вигляді комісії.

Маклер - штатний співробітник біржі, на плечі якого лягає документальне оформлення угод, дотримання правил і статуту майданчика.

Вимоги до сторін, які беруть участь в операціях

Якщо фондова біржа створена у форматі некомерційного партнерства, то в торгах беруть участь тільки ті особи, які виступають її безпосередніми членами;

Порядок допуску до здійснення операцій як для емітентів, так і для будь-яких інших осіб проводиться відповідно до правил майданчика і вимагає неухильного їх дотримання;

Не допускається нерівне становище сторін при укладанні контрактів, а також будь-яке обмеження прав;

Обов'язково надання всіх вимог і прозоре розкриття інформації.

Структура Лондонській фондовій біржі

Для найкращого засвоєння матеріалу можна розглянути наведену вище теоретичну інформацію на реально існуючому прикладі.

Лондонський фондовий ринок на сьогоднішній день є одним з найпопулярніших, він сам являє собою акціонерне товариство, і здійснює операції з власними акціями. Крім того, цей фінансовий інститут по праву

вважається самим інтернаціональним, так як саме тут відбувається половина всіх операцій по міжнародній купівлі та продажу акцій.

Ось приблизний список його функцій:

Виконання ролі ринку цінних паперів Великобританії і регулює його роботу;

Виконання ролі міжнародного ринку торгівлі акціями, здійснення частини світового обороту;

Організація лістингу для британських компаній і будь-якого емітента, що виставляє сюди свої активи;

Визначення фондового індексу FTSE, надання даних у відкриті джерела;

Стимулювання руху капіталу і залучення вільних грошових коштів в оборот і інвестування.

## **1.2 Аналіз літературних джерел щодо методів формування портфеля**

Огляд та аналіз зарубіжних, а також вітчизняних теоретичних досягнень у сфері фінансів, передусім тих, які стосуються інвестицій у фінансові інструменти показав, що основними концепціями у цій галузі є:

- Оцінка ризику, бо саме бажання застрахуватися від ризику спонукало до багатьох фінансових інновацій, до яких треба зарахувати нові фінансові інструменти, а також таке теоретичне досягнення, як теорія портфеля;

- Формування ціни цінних паперів, тобто методи оцінювання вартості певного фінансового інструменту, які ґрунтуються на обчисленні вартості грошей у часі.

В теорії фінансів важливим моментом була публікація в «Journal of Finance» Гарі Марковіца публікація у 1952 році. Вона стосувалася теорії портфеля інвестицій. В подальшому, у 1958 році цю теорію розвинув Джеймс

Тобін. Він зміг удосконалити підхід Марковіца таким чином, щоб можна було враховувати активи без ризику можна вважати. Одною із перших методів формування ціни акції, яка спиралася на праці Вільямса, була модель Гордона-Шапіро. У 60-ті роки XX ст. з'явилися такі два фундаментальні досягнення у цій галузі:

Першою можна назвати модель Вільяма Шарпа одного коефіцієнта, у якій з'явився коефіцієнт бета. Він спростив класичний підхід Марковіца, вказавши залежність ставки доходу на акцію від ринкової ставки доходу;

Модель рівноваги фондового ринку, яку називають САМР (Capital Asset Pricing Model). До авторів цієї моделі належать Вільям Шарп, Джон Лінтнер і Ян Моссін. Ця модель дає відповідь на таке запитання: якщо інвестори на фондовому ринку будуть діяти раціонально, керуючись засадами збільшення доходу і зменшення ризику, то як будуть формуватися ставки доходу акцій на ринку? Важливо зазначити, САМР і сьогодні є моделлю, яку найчастіше використовують для моделювання рівноваги фондового ринку.

Конкурентною до попередньої моделі є теорія цінового арбітражу, що розшифровується як АРТ (Arbitrage Pricing Theory), яку запропонував Стефан Росс. У 70-ті роки XX ст. спостерігався черговий бурхливий розвиток фінансів, причиною якого була значна змінність ринкових відсоткових ставок та валютних курсів. З метою страхування від цього ризику і були створені похідні фінансові інструменти, передусім, у 1972 році – фінансові ф'ючерсні контракти, а у 1973 – опціони.

Безсумнівно, найбільшим теоретичним досягненням у галузі похідних фінансових інструментів було створення моделі ціноутворення опціону, відомої у всьому світі як модель Блека-Шоулса. Для оцінки вартості опціонів можна використовувати біноміальну модель, узагальнену вченими С. Россом, М. Рубінштейном і Дж. Коксом.

Основною роботою по портфельному аналізу по праву є робота Г. Марковіца [2], який отримав за неї Нобелівську премію в 1990 році. Г.

Марковіц розглядає проблему формування оптимального портфеля в рамках бюджетного обмеження при двох, взагалі кажучи, суперечливих умовах, одним з яких є приріст капіталу і який максимізує, а другим є ризик можливих збитків, пов'язаний з нестабільністю ринку і коливаннями цін на фінансові інструменти, і який підлягає мінімізації. Безліччю допустимих рішень в задачі двокритеріальної оптимізації є безліч портфелів, тобто комбінацій цінних паперів. Припущення моделі Марковіца:

1) перший критерій (приріст капіталу) моделюється математичним очікуванням прибутковості портфеля, а другий критерій (ризик вкладень) моделюється дисперсією прибутковості портфеля (такий підхід називається mean-variance);

2) трейдеру відомі закони розподілу дохідностей для кожної з цінних паперів, причому в класичній моделі Марковіца передбачається нормальні закони розподілу;

3) частки цінних паперів в портфелі невід'ємні (тобто короткі продажі акцій заборонені). Математично поставлена двокритеріальна задача вирішується методом послідовної оптимізації критеріїв, що призводить або до вирішення завдання квадратичної оптимізації при лінійних обмеженнях:

$$\left\{ \begin{array}{l} D(R) \rightarrow \min \\ M(R) \rightarrow m, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \end{array} \right. \quad (1.1)$$

або до вирішення задачі нелінійної оптимізації з лінійним критерієм:

$$\left\{ \begin{array}{l} M(R) \rightarrow \max \\ D(R) \rightarrow d, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \end{array} \right. , \quad (1.2)$$

де  $x_i$  – доля цінного паперу  $i$  в портфелі,  $M(R), D(R)$  – математичне очікування і дисперсія доходності портфеля. Відзначимо, що в [3] Марковіц вирішував перше завдання.

Ідея підходу Марковіца до вирішення завдання полягає в побудові Парето-оптимальної межі безлічі досяжних значень критеріїв на площині в координатах «дисперсія  $D(R) = \sigma^2$  – математичне очікування портфеля  $M(R) = m$ » (Рис. 1) і відшукування на цьому кордоні оптимального рішення з вирішення допоміжної задачі

$$\begin{cases} a = \sigma^2 - \lambda m \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (1.3)$$

що геометрично відповідає відшукування дотичній до Парето-оптимальної межі, що є кривою, що з'єднує точки  $E_1 - E_2$  (Рис. 1), де  $E_1$  – відповідає портфелю з найменшою дисперсією з усіх доступних портфелів, а  $E_2$  – відповідає портфелю з максимальною прибутковістю з усіх доступних портфелів. У портфельному аналізі парето-оптимальна межа називається також ефективною множиною

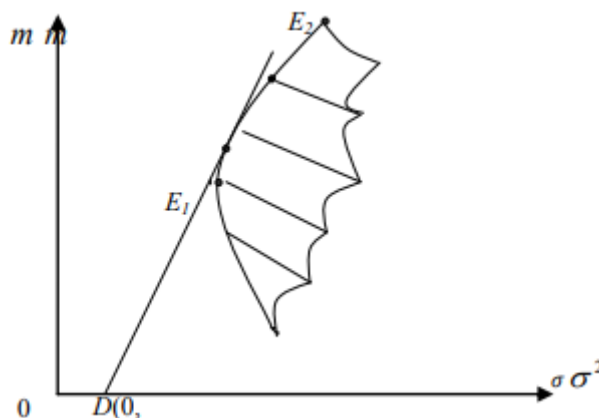


Рисунок 1.1 – Дотичні до ефективної множини

Вектор  $X(\lambda) = (x_1(\lambda), \dots, x_n(\lambda))$ , є рішенням задачі (1), параметрично описує всі портфелі із зазначеної Парето-оптимальної множини при різних  $\lambda \in [0, +\infty)$ .

Марковіцем було доведено, що функції  $x_i(\lambda)$  є кусково-лінійними. Значення  $\lambda$ , при яких похідна хоча б однієї з функцій  $x_i(\lambda)$  терпить розрив, називаються кутовими, а відповідні їм портфелі на Парето-оптимальній межі називаються кутовими портфелями. Марковіцем було також доведено, що кутові портфелі мають наступну властивість: ділянку ефективної безлічі між суміжними кутовими портфелями описується лінійною комбінацією цих портфелів, тому знаходження всіх кутових портфелів досить для визначення всього ефективної безлічі. Вибір конкретного портфеля залежить від уподобань трейдера за значеннями очікуваної прибутковості ( $m$ ) і ризику ( $\sigma^2$ ), пара яких  $(\sigma^2, m)$  визначають точку на Парето-оптимальній кордоні.

Незважаючи на гадану простоту побудови оптимального портфеля цінних паперів за моделлю Марковіца, самої моделі притаманні такі недоліки:

1) використання в моделі як критерії математичного очікування і дисперсії може бути застосовано для нормального закону розподілу дохідностей цінних паперів. Однак, як правило, на реальному ринку закони розподілу прибутковості цінних паперів не є нормальними, отже, для відшукування оптимального портфеля потрібне використання моментів більш високих порядків,

2) очікувана прибутковість і дисперсія цінних паперів розраховуються за статистичними даними минулих періодів, тому для точності обчислень потрібно використовувати спостереження, отримані при стабільному стані фондового ринку,

3) при великому числі розглянутих цінних паперів побудова Парето-оптимальної межі стан вітєся обчислювально трудомістким і витратним за



часом, і часто вирішується за допомогою наближених методів. Незважаючи на математичну обґрунтованість моделі Марковіца, вона, мабуть, не отримала широкого поширення в практиці біржової роботи, зокрема, в силу зазначених недоліків. Проте, робота Марковіца стала основоположною для теоретичних досліджень в області інвестування на фондових ринків. Зокрема, в роботах використовується аналогічна ідея двухкритеріальної оптимізації, але з іншими критеріями, наприклад, середня-напівдисперсія (mean-semivariance) [4], середнє-абсолютне відхилення [5], а також порогові міри ризику - середнє-VaR [6], середнє-CVaR [7] або ймовірність досягнення заданого рівня прибутковості-дисперсія [8]. Однак зазначені вище недоліки моделі Марковіца присутні і в зазначених роботах. Менш відомий критерій підвищеної надійності (Safety-first), розроблений А. Роем в 1952р. [9]. Рой виходив з того, що не всі інвестори ставлять за мету отримання прибутку, і моделював поведінку «обережного» інвестора, який формує портфель так, щоб мінімізувати ймовірність настання «поганого» події, причому під «поганим» подією розуміється зниження очікуваного доходу  $M(W)$  трейдера нижче деякого порогового рівня  $d$ .

Ідея підходу Роя полягає в наступному. Нехай  $m$  і  $\sigma$  - очікуваний дохід і стандартне відхилення доходу  $W$  трейдера до кінця інвестиційного періоду. Тоді можна оцінити верхню межу ймовірності «поганого» події за допомогою нерівності Чебишева:

$$P(W \leq d) \leq \frac{\sigma^2}{(m - d)^2}, \quad (1.4)$$

отже, мінімізацію ймовірності настання «поганого» події можна замінити мінімізацією її верхньої межі  $\frac{\sigma^2}{(m-d)^2}$  або максимізацією так званого коефіцієнта підвищеної надійності Safety-First Ratio  $\frac{m-d}{\sigma}$ .

Геометрично оптимальний з точки зору теорії Роя портфель (тобто портфель  $P$  з мінімальною ймовірністю зниження очікуваного доходу нижче критичного рівня  $d$ ) соответствует точці на Парето-оптимальної границі безлічі доступних портфелів, що має найбільш крутий нахил прямої, проведеної з точки  $D(0, d)$ , що знаходиться на осі ординат.

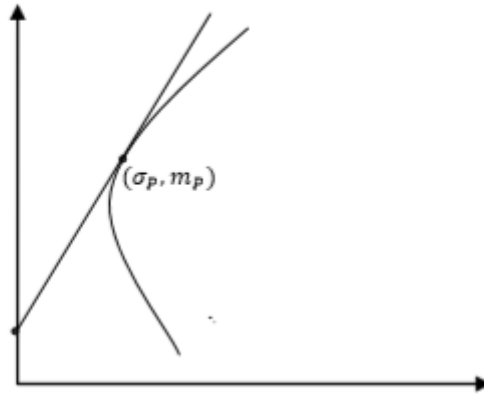


Рисунок 1.2 – Оптимальний портфель в теорії Safety-first.

В теорії Роя передбачається, що трейдер може по Минулого інформації проаналізувати поведінку цін фінансових інструментів і оцінити майбутні вартості  $s_1, \dots, s_n$  і  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$  стандартні відхилення майбутніх цін  $n$  фінансових інструментів, що обертаються на біржі, а також коефіцієнти кореляції  $r_{ij}, i, j = \overline{1, n}$ , між всіма цінними паперами.

Нехай трейдер має в початковий момент часу добробут  $W_0$  і купує цінні папери в кількості  $x_i$ . Тоді  $m = \sum_{i=1}^n x_i s_i$ ,  $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$  і  $W_0 = \sum_{i=1}^n x_i$ . Рой довів, що при нормальному законі розподілу майбутніх вартостей цінних паперів Парето-оптимальну межа є гіперболою, і вивів формули для знаходження в разі нормального розподілу самого «безпечного» портфеля

$$x_i = \frac{\lambda}{\sigma_i} \sum_{j=1}^n \frac{\left(p_j - \frac{d}{W_0}\right) \rho_{ij}}{\sigma_j |R|}, i = \overline{1, n} \quad (1.5)$$

і відповідної цьому портфелю верхньої межі ймовірності зниження очікуваного доходу трейдера нижче критичного рівня  $d$ .

$$P(W \leq d) = \frac{|R|}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\left(p_i - \frac{d}{W_0}\right)}{\sigma_i} \rho_{ij} \frac{\left(p_j - \frac{d}{W_0}\right)}{\sigma_j}}, \quad (1.6)$$

Де  $|R|$  – визначник матриці коефіцієнтів кореляції  $R = (p_{ij})$ ,  $\lambda$  – коефіцієнт нормування, що визначається з умови  $W_0 = \sum_{i=1}^n x_i$ .

Недоліками цього підходу є (також як і для підходу Марковіца):

- 1) використання очікуваних значень і стандартних відхилень вартостей цінних паперів, що виправдано лише в разі нормального закону розподілу,
- 2) необхідність оцінювання очікуваних значень і стандартних відхилень вартостей цінних паперів на основі історичних даних і, відповідно, необхідність наявності стаціонарних рядів історичних цін для їх оцінки,
- 3) обчислювальна складність при використанні інших (відмінних від нормального) законів розподілу вартостей цінних паперів. Крім того, в підході Safety-first ніяк не враховується різна схильність до ризику трейдерів, цей підхід описує поведінку тільки «обережних» інвесторів, що ставлять собі за мету захист своїх вкладень, а не отримання прибутку.

Ідея Роя про мінімізацію ризику виникнення «поганих» для інвестора ситуацій призвели до виникнення концепції «вартості під ризиком» (Value-at-Risk) та інших порогових заходів ризику, які активно використовуються в даний час в ризик-менеджменті. У розвиток цієї моделі запропоновані її модифікації для динамічної задачі управління портфелем [10, 11]; за умови, що ціни моделюються випадковим процесом з можливими стрибками (jump-diffusion process) [12] або їх закони розподілу мають «важкі хвости» [13].

### 1.3 Огляд моделей оцінювання активів

На основі описаних в попередньому пункті моделей управління фінансовими активами були запропоновані моделі ринкової рівноваги, наприклад, модель ціноутворення фінансових активів (Capital Asset Pricing Theory, CAPM) [14], запропонована У. Шарпом, трейнери, Літнер і Моссіна незалежно один від одного в 1960-х роках.

Припущення моделі:

- 1) трейдери раціональні і при складанні портфеля орієнтуються на очікувані прибутковості і стандартні відхилення дохідностей цінних паперів (так само, як і в моделі Марковіца);
- 2) інформація, доступна всім трейдерам, однакова;
- 3) всі трейдери мають один і той же часовий горизонт при плануванні і однаково оцінюють очікувані прибутковості і стандартні відхилення за всіма цінними паперами;
- 4) передбачається відсутність операційних витрат і існування безризикової процентної ставки  $r_f$ , за якою трейдер може взяти в борг грошові кошти і яка однакова для всіх трейдерів (в розрахунках, як правило, використовують ставку банківських вкладів або прибутковість довгострокових облігацій Treasury Bills).

Ідея підходу Шарпа полягає в тому, що оскільки трейдери абсолютно однаково оцінюють безрискову ставку, коваріації, дисперсії і очікувані прибутковості кожного активу, то, слідуючи Марковіцу, всі вони вибирають один і той же портфель, який називається ринковим портфелем. Цей портфель складається з усіх цінних паперів і частка кожної з них відповідає її відносної ринкової вартості.

Оскільки кожен трейдер має власну функцією корисності, то він розподіляє свій капітал між безризиковим активом і ринковим портфелем в такій пропорції, щоб отримати необхідний рівень ризику і прибутковості. В силу однаковості процентної ставки безризикового активу  $r_f$  для всіх

трейдерів (а також вибору усіма ними одного і того ж ринкового портфеля) портфелі, які будуть ефективні з точки зору CAPM, повинні перебувати на одній лінії в координатах ризик-прибутковість, що з'єднує точки  $(0, r_f)$  та  $(\sigma_m, r_m)$ , де  $r_m$  та  $\sigma_m$  – дохідність та стандартне відхилення дохідності ринкового портфеля. Ця лінія називається ринковою лінією (CML - Capital Market Line) і всі портфелі, які не є комбінацією ринкового портфеля і безризикового активу в тій чи іншій пропорції, будуть перебувати нижче ринкової лінії і будуть неефективними (Рис. 3).

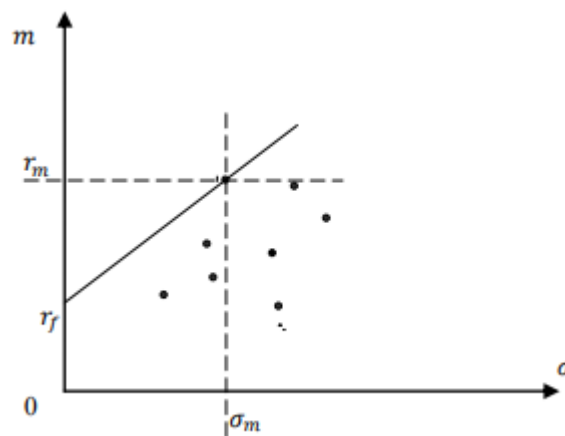


Рисунок 1.3 – Ринкова лінія в моделі CAPM

Рівняння ринкової лінії виглядає наступним чином:

$$M(r_p) = r_f + \frac{M(r_m) - r_f}{\sigma_m} \sigma_p, \quad (1.8)$$

де  $M(r_p)$  та  $\sigma_p$  – математичні очікування дохідності та стандартні відхилення портфеля інвестора,  $M(r_p)$  та  $\sigma_m^2$  – математичні очікування та стандартні відхилення дохідності ринкового портфеля,  $r_f$  – безризикова ставка дохідності.

Шарп вивів для кожного цінного паперу залежність її прибутковості від показників ринкового портфеля і ставки безризикового кредитування у вигляді

$$M(r_i) = r_f + \frac{M(r_m) - r_f}{\sigma_m^2} \sigma_{im} = r_f + \beta_i (M(r_m) - r_f), \quad (1.8)$$

де  $\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$ ,  $r_i$  – дохідність цінного паперу  $i$ ,  $\sigma_{im}$  – коваріація дохідностей  $i$  – го цінного паперу і ринкового портфелю. Таким чином, очікувана премія за ризик  $M(r_i) - r_f$  при вкладенні в цінний папір  $i$  пропорційна середньому значенню премії  $M(r_m) - r_f$ .

Також Шарп запропонував оцінювати «міру чутливості» активу  $i$  до змін на ринку бета-коефіцієнтом акції  $\beta_i$ , який визначає її направленість порівняно з усім ринком. Наприклад, цінний папір з коефіцієнтом  $\beta = 1$  буде зростати і спадати в ціні одночасно і в тій мірі, що і весь ринок, а дохідність цінних паперів з  $\beta = 2$  зростає і спадає в тому ж напрямку але з вдвічі більшою кількістю, ніж весь ринок. Користуючись цією моделлю, можна визначити факт недооцінки або переоцінки цінних паперів за її прибутковості і прийняти рішення про включення її в портфель інвестора. Додавання акцій з  $\beta > 1$  збільшує коефіцієнт всього портфеля і збільшує ризик вкладень, і навпаки – включення в портфель цінних паперів із  $\beta < 1$  знижує ризик.

Недоліки моделі CAPM:

- 1) передумови про раціональність трейдерів, однаковому володінні інформацією і однаковою оцінкою дохідності та ризику цінних паперів нереалістичні;
- 2) не враховуються багато факторів, що впливають на прибутковість цінних паперів, розглядається тільки залежність від ринкового портфеля;

3) емпірична перевірка моделі показує значні відхилення між фактичними і розрахунковими даними і нестійкість значень  $\beta$  в часі [33].

Незважаючи на зазначені недоліки, в практиці модель Шарпа широко використовується і значення показника  $\beta$  для різних цінних паперів розраховуються на основі лінійної регресії  $r_i = a_i + \beta_i r_m + \varepsilon_i$  за статистичними даними по місячних прибутковостях цінних паперів. У ролі бенчмарка для визначення  $r_m$  можуть виступати значення фондових індексів.

Ще один з класичних підходів до складання портфеля інвестицій - арбітражна теорія розрахунків (Arbitrage pricing theory, APT) [15], запропонована С. Россом.

Ідея його підходу полягає в використанні багатofакторної моделі залежності прибутковості цінного паперу від різних факторів для прогнозу майбутньої прибутковості:

$$r_i = a_i + b_{i1}F_1 + \dots + b_{ik}F_k + \varepsilon_i \quad (1.9)$$

Факторами  $F_j$  в моделі АРТ можуть бути значення фондового індексу (як показник стану фінансового ринку), рівень процентних ставок, рівень інфляції, темпи зростання ВВП, і ін. Коефіцієнти  $b_{ij}$  відображають чутливість прибутковості фінансового інструмента  $i$  до фактору  $F_j$ .

Росс розглядає завдання трейдера про складання портфеля  $(x_1 \dots x_n)$ , який не потребує додаткових ресурсів трейдера, не чутливий до жодного фактору і має позитивну прибутковість. Такий портфель, називається арбітражним (арбітраж - це отримання безризиковою прибутку за рахунок операцій з однаковими цінними паперами, але з різною ціною):

$$\sum_{i=1}^n x_i = 0, \quad (1.9)$$

$$b_{pj} = \sum_{i=1}^n x_i b_{ij} = 0, j = \overline{1, k}, \quad (1.10)$$

$$m_p = \sum_{i=1}^n x_i m_i > 0, \quad (1.11)$$

де  $b_{pj}$  – чутливість портфеля інвестора до фактору  $j$ ,  $m_p$  – дохідність портфеля,  $m_i$  – дохідність  $i$ -го цінного паперу.

За допомогою асимптотичного аналізу доведено, що при  $n \rightarrow \infty$  шляхом складання арбітражного портфеля можна витягти позитивний прибуток при відсутності ризику і при нульовому початковому капіталі. Звідси випливає, що (оскільки в умовах рівноважного ринку арбітраж неможливий) можливість арбітражу на ринку відсутня, якщо виконується така умова: при досить великому числі активів, що залучаються до створення портфеля цінних паперів, «більшість» їх має бути таке, щоб між коефіцієнтами  $a_i, b_{i1}, \dots, b_{ik}$  має бути виконано «майже лінійне» співвідношення [22]

$$M(r_i) = a_i \approx \lambda_0 + \sum_{j=1}^k \lambda_j b_{ij} \quad (1.12)$$

Виходячи з цього співвідношення, Росс вивів формулу очікуваної прибутковості цінного паперу:

$$M(r_i) = r_f + b_{i1}(\delta_1 - r_f) + \dots + b_{ik}(\delta_k - r_f) \quad (1.13)$$

де кожне  $\delta_j$  рівне очікуваній прибутковості портфеля акцій, який має чутливість  $b_{pj}$  до фактору  $j$ , що дорівнює одиниці, і чутливістю до решти чинників, що дорівнює нулю.

Недоліки моделі АРТ:

1) висновки моделі справедливі лише в разі великого значення, тобто для дуже великих ринків;



2) необхідність визначення складу і кількості факторів, що впливають на прибутковість цінного паперу, для прогнозування її прибутковості (відсутність значущих чинників і включення незначущих факторів в регресію спотворює отримані результати).

#### **1.4 Теорія поведінкових фінансів**

В основі більшості сучасних фінансових теорій і моделей лежить принцип про раціональну поведінку учасників ринку. Раціональна поведінка має на увазі:

- використання учасниками ринку релевантної та доступної для всіх інформації;
- використання однакових методів обробки та оцінки цієї інформації;
- усвідомлення учасниками ринку своїх цілей, які є ідентичними (якщо говорити про інвесторів, то мова йде про максимізації прибутку і мінімізації витрат);
- в умовах невизначеності, учасники ринку надходять відповідно до принципу максимізації очікуваної корисності.

Однак безліч проведених досліджень і спостережень довели, що в умовах ризику або економічної невизначеності інвестори приймають рішення під впливом стереотипів, що склалися, ілюзій сприйняття, упереджених думок, помилок в аналізі інформації і простих емоцій. Отже, їх поведінку на ринку не є раціональним. Даний факт ставить під сумнів ефективність і об'єктивність багатьох сучасних економічних теорій та моделей поведінки учасників ринку.

Вважається, що наука «Поведінкові фінанси» виникла в 1985 р, коли в журналі «Journal of Finance» були опубліковані дві роботи, присвячені дослідженню впливу психологічних факторів на рух біржових котирувань і одержувану інвесторами прибутковість:

1. Вернер Де Бондт і Річард Тейлор в своїй статті «надмірно чи реакція фондового ринку» стверджували, що інвестори часто занадто 300 гостро реагують на нову інформацію, незалежно від того, погана вона чи хороша. Результатом такої надмірної реакції є не виправдано високий зростання котирувань, коли інформація позитивна, і не виправдано низьке падіння, коли інформація негативна.

2. Херш Шефрін і Міер Статман, автори статті «Схильність до занадто швидкий продаж виграла акцій і занадто довгого утримання тих, хто програв: теорія і докази», відзначали ефект схильності - характерною для інвесторів тенденції занадто довго тримати в своїх портфелях акції, які не приносять прибутку, і занадто швидко продавати акції, які дають прибуток [17].

На ринку досить часто виникають ситуації, які передбачити або дуже складно, або ж взагалі неможливо. Такі ситуації, насамперед, виникають на фондових біржах. Навіть враховуючи безліч вже існуючих різноманітних математичні моделей, а також складність їх математичного апарату на сьогодні не існує конкретної моделі, яка б дозволила передбачити з високою точністю ціну того чи іншого активу на фондовому ринку.

В класичній теорії фінансів прийнято вважати, що агент (учасник ринку) являється раціональним та приймає рішення максимізуючи свою корисність. При цьому практично у всіх моделях пошуку оптимальної стратегії інвестування, починаючи з класичної моделі Марковіца, вважається (предполагается), що трейдеру відомий закон розподілу майбутньої ціни фінансового інструменту. Безумовно, ці моделі, являються дуже корисними, але обмеженими, оскільки в реальності це далеко не так. Людина – істота нерациональна. Приймаючи рішення в умовах невизначеності люди зазвичай помиляються, і помиляються, навіть якщо вони вивчали статистику та теорію ймовірності. Всі ці помилки піддаються певним психологічним закономірностям, які виявлені та експериментально підкріплені, зокрема основоположниками психологічної економічної теорії та поведінкових

фінансів А. Тверскі та Д. Канеман. Американський вчений Р. Шиллер допускає ймовірність значної та довгострокової переоцінки або недооцінки фінансових активів під впливом ірраціональних факторів. Переоцінка активів, тобто надмірний оптимізм на «бичачих ринках», призводить до росту цін на активи, формуванню спекулятивних «бульбашок», бумів, ейфорії та фінансових пірамід. [18].

Одною із ключових проблем прийняття рішень трейдером про купівлю або продаж цінного паперу є проблема адекватної оцінки поведінки її майбутньої вартості. Для виявлення у трейдера здатності вірно визначати поведінку ринку чи конкретні фінансові інструменти в правильному напрямку можна скористатися схемою Бернулі. Для цього потрібно провести серію з трьох випробувань, в кожному з яких певна подія, вірний напрямок руху ціни конкретного фінансового інструмента наступний момент часу, відбувається з деякою ймовірністю. [19].

Таким чином, виконавши попередній крок можна вважати, що у трейдера наявні припущення про закон розподілу майбутніх цін на фінансові інструменти.

При розгляданні задачі пошуку оптимальної стратегії вважатимемо, що трейдер володіє певним портфелем цінних паперів. Трейдер стоїть перед вибором об'ємів покупки цінних паперів із множини, відносно яких трейдер очікує збільшення їх вартості, та об'ємів продажу цінних паперів, відносно яких трейдер зменшує прибутки.

При цьому трейдер повинен враховувати обмеження такого вигляду:

- умови невід'ємності обсягів покупок / продажів цінних паперів;
- обсяг продажу цінних паперів у кількості з власного портфеля цінних паперів не може перевищувати наявний у нього обсяг;
- обмеження по величині доступного позикового капіталу при використанні маржинальних кредитів з кредитним плечем за умови

нестачі власного капіталу для покупки цінних паперів або при відкритті короткої позиції;

– ліквідність ринку.

Також трейдер може, наприклад, враховувати умову існування деякого порогу, щодо якого трейдер визначає критичний момент зупинки своєї торгівлі на біржі.

Задача оптимальної стратегії трейдера в конкретний момент часу, тобто оптимального перерозподілення його портфеля, при вказаних припущеннях зводиться до задачі лінійного програмування, рішення якого можна знайти за допомогою сучасних математичних пакетів.

Отже, не враховуючи поведінкові аспекти, існуючі моделі не дають можливості розробляти ефективні фінансово-інвестиційні стратегії. Західна фінансова наука вирішує це питання, використовуючи концептуальні положення теорії поведінкових фінансів, а в сучасній вітчизняній економічній літературі питання аналізу та обліку поведінкових факторів ще не знайшли достатнього відображення.

Поведінкові фінанси (BF - Behavioral Finance) - це найяскравіше напрямок в «ірраціональних фінансах». Поведінкові фінанси - це політична течія, в рамках якого розглядається синтез класичних теорій і нових концепцій аналізу, моделювання і прогнозування динаміки ринку капіталу, враховують непередбачувані прояви ірраціональності на фондовому ринку [20; 21].

Свій розвиток Behavioral Finance отримали порівняно недавно: перші емпіричні дослідження з'явилися на початку 1980-х рр., а перші теоретичні роботи, які роблять спробу пояснити їх, – лише до середині 1990-х рр. Початком розвитку теорії вважається «Теорія перспектив: аналіз прийняття рішення в умовах ризику», авторами якої є Деніел Канеман і Амос Тверські (1979 г.) [22; 25].

Особливість напрямки дослідження полягає в його міждисциплінарному характері, що дозволяє розглядати інвестора і фондовий ринок у взаємозв'язку з іншими науками [27].

Необхідно усвідомлювати той факт, що в області фінансів люди приймають рішення і діють під впливом стереотипів, упереджень, помилок в аналізі інформації і самих звичайних емоцій є основним досягненням поведінкових фінансів полягає в тому, що дозволяють виявити ці помилки, систематизувати їх, кажуть про джерела виникнення відхилень у поведінці і до чого призводить таке нераціональне поведінку, таким чином, поведінкові фінанси - це своє роду рекомендація для учасників ринку про те, як поводитися основна маса інвесторів і чого слід побоюватися і як себе вести для того, щоб максимізувати свій виграш, збільшити дохід [28].

Узагальнюючи результати робіт різних дослідників, отримані за багато років вивчення ними даної проблеми, можна зробити висновок, що всі суб'єктивні чинники, що визначають нераціональну поведінку учасників ринку, можна розділити на дві групи (одна з численних класифікацій) [3; 4; 6; 7; 8]:

- фактори невірної оцінки наявної інформації;
- емоційні (психологічні) чинники.

На практиці обидві групи факторів викликають цілий ряд так званих «ефектів», що лежать в основі нераціональних дій учасників ринку в умовах невизначеності і ризику. Можна виділити самі значущі з них:

1) Ефект оформлення. Полягає в різному сприйнятті економічними суб'єктами ситуації, якщо вона написана в різних формулюваннях.

2) Ефект ізоляції. Спрощуючи вибір між різними перспективами, економічні суб'єкти ігнорують загальні риси, зосереджуючи увагу на відмінностях.

3) Ілюзія контролю - схильність до більшого ризику в ситуації, що здається можливістю впливу на результат операції.

4) Ефект компетентності. Економічні суб'єкти схильні до більшого ризику в тих областях, де більш компетентні, незалежно від того, чи може їх обізнаність і професіоналізм будь-яким чином вплинути на ймовірність того чи іншого результату.

5) Ефект інформаційного каскаду. Схильність економічних суб'єктів впливу стороннього думки.

6) Ефект капкана. Характеризує стан, коли економічний суб'єкт вклав гроші, час, зусилля в будь-якої інвестиційний проект і приймає рішення продовжувати його заради своїх первинних вкладень, хоча перспективи серйозно погіршилися.

7) Ефект консерватизму. Виявляється в уповільненому зміні суб'єктами своїх переконань під впливом нової інформації.

8) Ефект визначеності. Перевага індивідами меншого доходу, але «напевно», більшого доходу, але з деякою меншою ймовірністю отримання.

9) Ефект готівки. Більшість економічних суб'єктів не здатне правильно оцінити вплив інфляційних процесів, оскільки їх сприйняття засноване на абсолютних величинах готівки грошових сум.

10) Ефект схильності. Характерна для інвесторів тенденція довго тримати в своїх портфелях акції, які не приносять прибутку, і занадто швидко продавати акції, які дають прибуток.

11) Ефект віддзеркалення. Полягає в тому, що в позитивних перспективах індивідууми є індивідуумами уникають ризик, а в негативних - навпаки.

12) Ефект «надреакції» - гостра реакція на нову інформацію про корпоративні цінні папери, незалежно від того, погана вона чи хороша.

13) Ілюзія значущості - підсвідоме прагнення економічного суб'єкта в процесі прийняття фінансових рішень виділити і використовувати для аналізу саме ту інформацію, яка прямо або побічно підтверджує раніше склалося у нього думка про який-небудь фінансовий інструмент або суб'єкти фінансових відносин.



## 2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

### 2.1 Економічна сутність задачі

Інвестор має певний початковий капітал, який бажає вкласти в цінні папери із визначеним горизонтом інвестування. Він передає свої кошти у повне розпорядження трейдеру для формування портфеля. З метою максимізації корисності від активів та зниженню ризиків трейдер використовує портфельний підхід. Нехай портфель складається з ризикових та безризикових цінних паперів, акцій та облігацій відповідно, причому частка капіталу, вкладена в безризикові активи, має становити не менше, ніж це буде зазначено інвестором. Дана сума буде визначати схильність інвестора до ризику. Для диверсифікації портфелю обираються такі цінні папери, які мають низький ступінь кореляції між собою. Для покупки цінних паперів у трейдер може витратити суму коштів, що не перевищує початковий капітал. Критерієм оптимальності є максимізація очікуваного прибутку – тобто прибутку від продажу цінних паперів, що містяться в портфелі, на момент закінчення інвестування.

### 2.2 Постановка економіко-математичної задачі. Опис вхідної та вихідної інформації

Нехай інвестор має певний капітал  $K$ , який він бажає інвестувати. Для цього він передає свої кошти у розпорядження трейдеру терміном на  $T$  періодів, тобто маємо горизонт інвестування  $T$ . З метою зменшення ризиків інвестором визначається певна мінімальна сума коштів  $V'' \geq 20\%$  від  $K$ , яка буде вкладена у безризикові активи.



Розглянемо ринковий портфель, який буде складатися складається із  $n$  облігацій та  $m$  акцій. При цьому зазначимо, що акції повинні мати невисокий ступінь кореляції між собою, тобто  $|r| \leq 0,5$ . Коефіцієнт кореляції між двома змінними дорівнює коваріації двох змінних, або сумі добутків відхилень, поділених на добуток їх стандартних відхилень. Будемо розраховувати коефіцієнт кореляції за формулою:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})(y_i - \tilde{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \tilde{x})^2 * \sum (y_i - \tilde{y})^2}} \quad (2.1)$$

де  $x = (x_1, \dots, x_n)$  та  $y = (y_1, \dots, y_n)$  – значення котирувань акцій,  $\tilde{x}, \tilde{y}$  – середні значення  $x$  та  $y$ . Значення коефіцієнта кореляції може набувати значень від -1 до 1. Це означає, що значення наближені до +1 мають дуже сильний взаємозв'язок. Якщо ж значення коефіцієнта кореляції приймають значення близькі до -1, то між цінами акцій існує обернений взаємозв'язок.

Для того, щоб можна було реагувати на ситуацію на ринку, поставимо задачу управління портфелем. Позначимо об'єми вкладень в момент часу  $t$  в облігації як  $V_i'(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$  та акції –  $V_j''(t)$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Тобто вартість інвестиційного портфелю в момент часу  $t$  рівна:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n V_i'(t) + \sum_{j=1}^m V_j''(t). \quad (2.2)$$

Зазначимо, що доля вкладу в  $i$ -ий опціон в момент часу  $t$  рівна  $x_i(t) = \frac{V_i'(t)}{V(t)}$ , а в  $i$ -ту акцію:  $x_j(t) = \frac{V_j''(t)}{V(t)}$ . Управління полягає в перерозподілі капіталу між цінними паперами таким чином, щоб очікуваний прибуток від портфеля був максимальним.

Динаміку капіталу, що вкладена в облігації в дискретному часі можна описати рівнянням:

$$V_i'(t+1) = [1 + R_i(t)](V_i'(t) + u_i(t)), i = 1 \dots n. \quad (2.3)$$

Тут  $u_i(t)$  – капітал, який вкладається в покупку облігацій ( $u_i(t) > 0$ ) або виручений від продажів облігацій ( $u_i(t) < 0$ ).  $R_i$  – очікувана дохідність, яку буде перераховуватися в кожний момент часу

$$V_j''(t+1) = [1 + R_i(t)](V_j''(t) + u_i(t)), i = 1 \dots n. \quad (2.4)$$

Задамо вектори  $y = (V_1' \dots V_n'; V_1'' \dots V_m'')^T$ . Тоді рівняння вище можна переписати у вигляді:

$$y = A(t)y(t) + B(t)u(t), \quad (2.5)$$

де  $A(t)$  – діагональна матриця розмірності  $(n + m + 1) \times (n + m + 1)$  з елементами

$$A_{ii} = 1 + R_i, i = 1, \dots, n; \quad (2.6)$$

Матриця  $B(t)$  розмірності  $(n + m + 1) \times (n + m)$  має структуру

$$B(t) = \begin{pmatrix} A_{11}(t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_{22}(t) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & A_{n+m}(t) \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Критерієм оптимальності є максимізація очікуваного доходу від реалізації портфелю:

$$J = \sum_{i=1}^n V(t) \rightarrow \max. \quad (2.8)$$

Варто пам'ятати про ліквідність ринку, яка визначається попитом та пропозицією продавців і покупців. Тобто, кількість здійснюваних контрактів, які одночасно можуть бути куплені та продані – обмежена величина. Обмеження можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_i \leq w_i, \\ p_j &\leq x_j \leq w_j, \\ \sum x_j &\geq q, \\ \sum u_i + \sum u_j &\leq V, \\ V &\geq K \end{aligned} \quad (2.10)$$

де  $W_i, W_j$  – верхні межі числа акції та облігацій, які можна продати та купити.

Реалізація ефектів нерациональності більшістю гравців на ринку капіталу призводить до того, що правила прийняття інвестиційних рішень, і як наслідок, динаміка цін і розподілення дохідності на реальних ринках суттєвим чином відрізняються від моделей ринку, сформованих в рамках класичних теорій. Наприклад, значними характеристиками ринків стають наявність «пам'яті ринків» або ефект зворотного зв'язку, надмірна або недостатня реакція інвесторів на нову інформацію і, як наслідок, висока волатильність ринків.

На основі результатів аналізу поведінкових особливостей прийняття рішення інвесторами та аналізу стану реального ринку капіталу запропонуємо поведінкову модель прогнозування на фінансових ринках.

Сформуємо модель визначення дохідності активів:

$$R_{pr} = CAPM + A_{irr} \quad (2.11)$$

Де  $R_{pr}$  – прогнозоване значення дохідності активу

$CAPM$  – дохідність активу, що отримана на основі моделі  $CAPM$

$IRR$  – оцінка суб'єктивної складової; суб'єктивізм, якому піддані інвестори при прийнятті рішень.

Одною з передумов побудови моделі являється взяття за основу моделі дохідності активів, що розраховується на основі  $CAPM$ , в силу того, що дана модель часто використовується, широко відома учасникам ринку та проста в реалізації.

Розглянемо більш детально модель  $CAPM$ .

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f), \quad (2.12)$$

Де  $E(R_i)$  – очікувана ставка дохідності на довгостроковий актив.

$R_f$  – безризикова ставка дохідності (ставка по цінних паперах, гарантованих державою).

$\beta_i$  – коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $R_m$ , що виражений як коваріація дохідності активу  $R_i$  з дохідністю всього ринку  $R_m$  по відношенню до дисперсії дохідності всього ринку  $\delta^2(R_m)$ , що рівний  $\beta_i \frac{cov(R_i, R_m)}{\delta^2(R_m)}$ . Даний коефіцієнт для ринку в цілому завжди дорівнює одиниці.

$E(R_m)$  – очікувана дохідність ринкового портфеля.

$E(R_m) - R_f$  – премія за ризик вкладання в акції, рівна різниці ставок ринкової та безризикової дохідності.

Бета-коефіцієнт акції являється мірою ринкового ризику акції, показуючи мінливість прибутковості акції до прибутковості на ринку в середньому (застосовується для оцінки ризику вкладень в цінні папери).

Нехай  $CAPM$  – об'єктивна складова поведінкової моделі.

Опираючись на ряд опрацьованої літератури, історичні факти та емпіричний досвід, суб'єктивну складову будемо розраховувати на основі факторів, які на думку автора найбільше впливають на прийняття рішення інвестором. До цих факторів належать:

- 1) Майбутня дохідність компанії
- 2) Інвестиційна привабливість компанії
- 3) Інвестиційна привабливість галузі
- 4) Привабливість бренду

Давайте розглянемо кожен із цих факторів.

Майбутню дохідність компанії будемо оцінювати на основі експертних оцінок. Ці оцінки будемо брати із річних звітів компанії (annual reports). Дана оцінка вказує на прибуток, який очікує сама компанія отримати в кінці наступного звітного року. Для розрахунку доходності візьмемо співвідношення

$$\frac{\text{EPS next Y}}{\text{EPS(ttm)}} \quad (2.13)$$

Показник **EPS(ttm)** – earnings per share trailing twelve month означає прибуток за акцію за останні 12 місяців. Ці 12 місяців не обов'язково являють собою останній календарний чи фінансовий рік. Наприклад, якщо ви переглядаєте цей показник в липні, то він відображатиме загальний прибуток з липня минулого року.

Показник **EPS next Y** – earnings per share next ear означає оцінку показника прибуток за акцію на наступний рік

Даний фактор являється чи не одним із найважливіших причин, чому інвестор вкладає гроші в ту чи іншу компанію. Історія підтверджує той факт, що низькі значення показника майбутнього прибутку за акцію можуть призвести до ситуації, коли компанія опиняється на межі банкрутства. Таким яскравим прикладом є компанія LinkedIn. У 2016 році компанія анонсувала

свій звіт за минулий фінансовий рік з не дуже втішними прогнозами на майбутнє. За оцінками експертів прибуток компанії за наступний рік мав знизися. Новина про це сколихнула інвесторів та змусила бити на сполох. Як наслідок акції LinkedIn дуже низько впали. Згодом компанія Microsoft анонсувала про придбання цієї компанії.

Фактор інвестиційна привабливість компанії також являється не менш значним при прийнятті рішень інвестором. Даний фактор ми будемо оцінювати за показником швидкості зростання лінійного тренду за останні 50 торгових днів.

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ y' &= a. \end{aligned} \tag{2.14}$$

Аналогічним чином будемо визначати і оцінювати фактор інвестиційної привабливості галузі. Варто зазначити, що тут ми будемо використовувати значення індексів для відповідних галузей.

Привабливість бренду будемо визначати на основі такого показника як вартість бренду, а якщо більш точно, то зміну вартості бренду. Тут мається на увазі, що при прийнятті рішення інвестор швидше за все віддасть перевагу на користь тої компанії, ім'я якої він добре знає, або ж воно «на слуху»

### 2.3 Апробація авторської моделі розрахунку очікуваної дохідності

Одне із найголовніших правил портфельного підходу це те, що він має бути добре диверсифікований, тобто портфель має містити в собі такі цінні папери, які мають низький ступінь кореляції. Було обрано 27 акції, які потенційно можуть входити в склад портфелю. Для цих акції було попарно пораховано коефіцієнт кореляції (Додаток Б) та було обрано ті, які мають

низькі ступені кореляції між собою. В результаті було відібрано наступних компаній

**PG** – акції компанії Procter & Gamble. Це американська всесвітньо відома транснаціональна корпорація, яка виробляє споживацькі товари. Компанії належить ряд торгових марок, таких як Always, Ariel, Pampers, Tide, Gillette, Oral-B, Pantene Pro-V. Компанія має регіональні представництва в більш ніж вісімдесяти країнах. В сорока п'яти країнах компанія виробляє свою власну продукцію. Понад 300 торгових марок компанії продається у 140 країнах світу, а річний обіг становить 76,5 мільярдів доларів США. Компанія має понад один мільйон акціонерів та майже 150 000 працівників.

**TSLA** – акції компанії Tesla. Це американська автомобільна компанія, яка виникла як стартап із Кремнієвої долини. Орієнтована на дизайн, виробництво та продаж електромобілів та компонентів до них.

**DIS** – акції The Walt Disney Company. Одна з найбільших корпорацій індустрії розваг у світі.

Заснована 16 жовтня 1923 братами Волтером і Роєм Діснеями як невелика анімаційна студія, станом на червень 2015 року є однією з найбільших голлівудських студій, власником 11-ти тематичних парків і двох аквапарків, а також декількох мереж телерадіомовлення, до числа яких відноситься Американська телерадіомовна компанія (Ей-Бі-Сі). Компанія Волта Діснея входить в промисловий індекс Доу-Джонса.

**IBM** – акції компанії International Business Machines Corporation. американська електронна корпорація, один із найбільших світових виробників усіх видів комп'ютерів і програмного забезпечення, один з найбільших провайдерів глобальних інформаційних мереж. Корпорація посідає шосте місце в списку найбільших компаній світу. Штаб-квартира розташована у Армонку, штат Нью-Йорк, США. Історія починається з 19 століття. IBM виробляє та продає апаратне та програмне забезпечення, послуги (хостинг, консалтинг) у сферах від мейнфреймів до нанотехнологій.

**КО** – акції компанії The Coca-Cola Company. Це американська харчова компанія, найбільший у світі виробник і постачальник концентратів, сиропів і безалкогольних напоїв. Найвідомішим продуктом компанії є напій Coca-Cola. Компанія є однією із найбільших у США, її акції допущені до торгівлі на майданчику NYSE і входять в індекси DJI і S&P 500. Основний бізнес компанії — безалкогольні напої. Компанія продає концентрати, сиропи і напої більш ніж в 200 країнах. Концентрати і сиропи продаються компаніям, що безпосередньо виготовляють напої.

**NKE** – акції компанії Nike. американська компанія, виробник спортивних товарів. Штаб-квартира у західному передмісті Портланда Бівертоні, Орегон. «Nike» — один з найбільших виробників спортивних товарів у світі. Продукція випускається під марками «Nike», «Air Jordan», «Total 90», «Nike Golf», «Team Starter» та ін. Також «Nike» контролює компанії, які випускають товари під брендами «Bauer», «Cole Haan», «Converse», й «Hurley International»

**GS** – акції компанії «Goldman Sachs». одна з найбільших інвестиційних компаній у США та світі. Заснована в 1869 році зі штаб-квартирою на Мангеттені в Нью-Йорку. На 2006 р. компанія глобально має 26 500 працівників. Прибуток склав 9,54 млрд дол.

Головний виконавчий офіцер — Ллойд Бленкфейн.

Компанія продає зараз головні американські трасти закордонним інвесторам.

- Бізнес компанії розділений на три головних підрозділи:
- Інвестиційний банк
- Торгівля цінними паперами, валютою, товарами, капіталами.
- Керування капіталами; реєстрація та оперування цінними паперами компаній.

**CVX** – акції компанії «Chevron Corporation». друга після ExxonMobil інтегрована енергетична компанія США, одна з найбільших корпорацій в світі. Компанія займає 5 місце в Fortune Global 500



(січень 2009). Входить в список Fortune 1000 за підсумками 2005 року (3-є місце). Компанія веде видобуток нафти в різних регіонах світу. Їй належить низка нафтопереробних підприємств, а також велика мережа автозаправних станцій.

Дані по кореляціях для цих компаній наведені в таблиці нижче (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Коефіцієнти кореляції

	PG	TSLA	DIS	IBM	KO	NKE	GS	CVX
PG	1,00	0,16	-0,29	-0,39	0,43	0,34	0,47	0,56
TSLA	0,16	1,00	-0,56	-0,87	0,80	-0,03	-0,33	-0,05
DIS	-0,29	-0,56	1,00	0,55	-0,62	0,19	-0,24	-0,41
IBM	-0,39	-0,87	0,55	1,00	-0,87	-0,04	0,20	-0,14
KO	0,43	0,80	-0,62	-0,87	1,00	0,33	0,10	0,39
NKE	0,34	-0,03	0,19	-0,04	0,33	1,00	0,55	0,49
GS	0,47	-0,33	-0,24	0,20	0,10	0,55	1,00	0,90
CVX	0,56	-0,05	-0,41	-0,14	0,39	0,49	0,90	1,00

Розрахуємо оцінку дохідності акцій на січень 2018 року. Як було сказано в попередній главі, модель визначення дохідності активів має вигляд:

Розрахуємо дохідність за моделлю *CAPM*:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f), \quad (2.14)$$

Безризикову ставку  $R_f$  дохідності будемо брати як ставка по цінних паперах, гарантованих державою. За основу візьмемо ставку по 10-річних облігаціях (бондах) США.

$R_f = 2,75\%$ . Дана ставка буде використовуватися для розрахунків дохідності всіх наступних акцій.

$\beta_i$  – коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $R_m$ , що виражений як коваріація дохідності активу  $R_i$  з дохідністю всього ринку  $R_m$  по відношенню до дисперсії дохідності всього ринку  $\delta^2(R_m)$ , що рівний  $\beta_i \frac{cov(R_i, R_m)}{\delta^2(R_m)}$ . Даний коефіцієнт для ринку в цілому завжди дорівнює одиниці. Бета-коефіцієнт акції являється мірою ринкового ризику акції, показуючи мінливість прибутковості акції до прибутковості на ринку в середньому (застосовується для оцінки ризику вкладень в цінні папери).

$E(R_m)$  – очікувана дохідність ринкового портфеля.

Розрахуємо дохідність за моделлю CAPM для компанії Procter & Gamble (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Розрахунок дохідності за моделлю CAPM для компанії Procter & Gamble.

Дата	Індекс S&P500	PG	r_S&P500	r_PG
1	2	3	4	5
01.01.2017	2278,87	83,53		
01.02.2017	2363,64	87,53	3,65%	4,68%
01.03.2017	2362,72	86,35	-0,04%	-1,36%
01.04.2017	2384,2	83,93	0,91%	-2,84%
01.05.2017	2411,8	85,31	1,15%	1,63%
01.06.2017	2423,41	84,40	0,48%	-1,07%
01.07.2017	2470,3	87,95	1,92%	4,12%
01.08.2017	2471,65	90,06	0,05%	2,37%
01.09.2017	2519,36	88,80	1,91%	-1,41%
01.10.2017	2575,26	84,27	2,19%	-5,24%
01.11.2017	2584,84	88,49	0,37%	4,89%
01.12.2017	2673,61	90,35	3,38%	2,08%

Безризикова ставка  $R_f = 2,75$ . Коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $\beta = 0,88$ . Очікувана дохідність ринкового портфеля  $E(R_m) = 1,45\%$ . Дохідність за моделлю CAPM має значення  $E(R) = 1,45\%$ .

Розрахунок дохідності моделі за моделлю CAPM для компанії Tesla (табл. 2.3).

Таблиця 2.3 – Розрахунок дохідності за моделлю CAPM для компанії Tesla.

Дата	Індекс S&P500	TSLA	r_S&P500	r_TSLA
01.01.2017	2278,87	251,93		
01.02.2017	2363,64	249,99	3,65%	-0,77%
01.03.2017	2362,72	278,3	-0,04%	10,73%
01.04.2017	2384,2	314,07	0,91%	12,09%
01.05.2017	2411,8	341,01	1,15%	8,23%
01.06.2017	2423,41	361,61	0,48%	5,87%
01.07.2017	2470,3	323,47	1,92%	-11,15%
01.08.2017	2471,65	355,9	0,05%	9,55%
01.09.2017	2519,36	341,1	1,91%	-4,25%
01.10.2017	2575,26	331,53	2,19%	-2,85%
01.11.2017	2584,84	308,85	0,37%	-7,09%
01.12.2017	2673,61	311,35	3,38%	0,81%

Безризикова ставка  $R_f = 2,75$ . Коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $\beta = 1,24$ . Очікувана дохідність ринкового портфеля  $E(R_m) = 1,45\%$ . Дохідність за моделлю CAPM має значення  $E(R) = 1,14\%$ .

Розрахунок дохідності моделі за моделлю CAPM для компанії The Walt Disney Company (табл. 2.4).

Таблиця 2.4 – Розрахунок дохідності за моделлю CAPM для компанії The Walt Disney Company.

Дата	Індекс S&P500	DIS	r_S&P500	r_DIS
01.01.2017	2278,87	108,96		
01.02.2017	2363,64	108,41	3,65%	-0,51%
01.03.2017	2362,72	111,65	-0,04%	2,94%
01.04.2017	2384,2	113,83	0,91%	1,93%
01.05.2017	2411,8	106,29	1,15%	-6,85%
01.06.2017	2423,41	104,62	0,48%	-1,58%
01.07.2017	2470,3	108,25	1,92%	3,41%
01.08.2017	2471,65	100,39	0,05%	-7,54%
01.09.2017	2519,36	97,78	1,91%	-2,63%
01.10.2017	2575,26	97,03	2,19%	-0,77%
01.11.2017	2584,84	103,98	0,37%	6,92%
01.12.2017	2673,61	106,65	3,38%	2,54%

Безризикова ставка  $R_f = 2,75$ . Коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $\beta = 0,67$ . Очікувана дохідність ринкового портфеля  $E(R_m) = 1,45\%$ . Дохідність за моделлю CAPM має значення  $E(R) = 1,88\%$ .

Розрахунок дохідності моделі за моделлю CAPM для компанії International Business Machines Corporation (табл. 2.5.).

Таблиця 2.5 – Розрахунок дохідності за моделлю CAPM для компанії International Business Machines Corporation.

Дата	Індекс S&P500	IBM	r_S&P500	r_IBM
1	2	3	4	5
01.01.2017	2278,87	166,37		
01.02.2017	2363,64	171,42	3,65%	2,99%

Кінець таблиці 2.5

1	2	3	4	5
01.03.2017	2362,72	167,32	-0,04%	-2,42%
01.04.2017	2384,2	154,01	0,91%	-8,29%
01.05.2017	2411,8	146,65	1,15%	-4,90%
01.06.2017	2423,41	149,25	0,48%	1,76%
01.07.2017	2470,3	140,36	1,92%	-6,14%
01.08.2017	2471,65	138,77	0,05%	-1,14%
01.09.2017	2519,36	142,24	1,91%	2,47%
01.10.2017	2575,26	151,05	2,19%	6,01%
01.11.2017	2584,84	146,2	0,37%	-3,26%
01.12.2017	2673,61	151,92	3,38%	3,84%

Безризикова ставка  $R_f = 2,75$ . Коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $\beta = 0,55$ . Очікувана дохідність ринкового портфеля  $E(R_m) = 1,45\%$ . Дохідність за моделлю CAPM має значення  $E(R) = 2,04\%$ .

Розрахунок дохідності моделі за моделлю CAPM для компанії Coca-Cola (табл. 2.6).

Таблиця 2.6 – Розрахунок дохідності за моделлю CAPM для компанії Coca-Cola.

Дата	Індекс &P500	KO	r_S&P500	r_KO
1	2	3	4	5
01.01.2017	2278,87	41,57		
01.02.2017	2363,64	41,96	3,65%	0,93%
01.03.2017	2362,72	42,44	-0,04%	1,14%
01.04.2017	2384,2	43,15	0,91%	1,66%
01.05.2017	2411,8	45,47	1,15%	5,24%
01.06.2017	2423,41	44,85	0,48%	-1,37%

Кінець таблиці 2.6

1	2	3	4	5
01.07.2017	2470,3	45,84	1,92%	2,18%
01.08.2017	2471,65	45,55	0,05%	-0,63%
01.09.2017	2519,36	45,01	1,91%	-1,19%
01.10.2017	2575,26	45,98	2,19%	2,13%
01.11.2017	2584,84	45,77	0,37%	-0,46%
01.12.2017	2673,61	45,88	3,38%	0,24%

Безризикова ставка  $R_f = 2,75$ . Коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $\beta = 0,58$ . Очікувана дохідність ринкового портфеля  $E(R_m) = 1,45\%$ . Дохідність за моделлю CAPM має значення  $E(R) = 2,00\%$ .

Розрахунок дохідності моделі за моделлю CAPM для компанії Nike (табл. 2.7.).

Таблиця 2.7 – Розрахунок дохідності за моделлю CAPM для компанії Nike.

Дата	Індекс &P500	NKE	r_S&P500	r_NKE
1	2	3	4	5
01.01.2017	2278,87	52,05		
01.02.2017	2363,64	56,24	3,65%	7,74%
01.03.2017	2362,72	54,83	-0,04%	-2,54%
01.04.2017	2384,2	54,69	0,91%	-0,26%
01.05.2017	2411,8	52,3	1,15%	-4,47%
01.06.2017	2423,41	58,23	0,48%	10,74%
01.07.2017	2470,3	58,48	1,92%	0,43%
01.08.2017	2471,65	52,3	0,05%	-11,17%
01.09.2017	2519,36	51,52	1,91%	-1,50%
01.10.2017	2575,26	54,64	2,19%	5,88%

Кінець таблиці 2.7

1	2	3	4	5
01.11.2017	2584,84	60,04	0,37%	9,42%
01.12.2017	2673,61	62,15	3,38%	3,45%

Безризикова ставка  $R_f = 2,75$ . Коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $\beta = 0,59$ . Очікувана дохідність ринкового портфеля  $E(R_m) = 1,45\%$ . Дохідність за моделлю CAPM має значення  $E(R) = 1,98\%$ .

Розрахунок дохідності моделі за моделлю CAPM для компанії Goldman Sachs (табл. 2.8.).

Таблиця 2.8 – Розрахунок дохідності за моделлю CAPM для компанії Goldman Sachs.

Дата	Індекс &P500	GS	r_S&P500	r_GS
01.01.2017	2278,87	225,83		
01.02.2017	2363,64	244,29	3,65%	7,86%
01.03.2017	2362,72	226,82	-0,04%	-7,42%
01.04.2017	2384,2	220,97	0,91%	-2,61%
01.05.2017	2411,8	208,59	1,15%	-5,77%
01.06.2017	2423,41	219,83	0,48%	5,25%
01.07.2017	2470,3	223,23	1,92%	1,53%
01.08.2017	2471,65	221,66	0,05%	-0,71%
01.09.2017	2519,36	235,79	1,91%	6,18%
01.10.2017	2575,26	241,04	2,19%	2,20%
01.11.2017	2584,84	246,17	0,37%	2,11%
01.12.2017	2673,61	254,05	3,38%	3,15%

Безризикова ставка  $R_f = 2,75$ . Коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $\beta = 0,84$ . Очікувана дохідність ринкового портфеля  $E(R_m) = 1,45\%$ . Дохідність за моделлю CAPM має значення  $E(R) = 1,66\%$ .

Розрахунок дохідності моделі за моделлю CAPM для компанії Chevron Corporation (табл. 2.9).

Таблиця 2.9 – Розрахунок дохідності за моделлю CAPM для компанії Chevron Corporation.

Дата	Індекс S&P500	CVX	r_S&P50 0	r_CV X
01.01.2017	2278,87	106,04		
01.02.2017	2363,64	107,13	3,65%	1,02%
01.03.2017	2362,72	103,23	-0,04%	-3,71%
01.04.2017	2384,2	102,58	0,91%	-0,63%
01.05.2017	2411,8	99,49	1,15%	-3,06%
01.06.2017	2423,41	101,33	0,48%	1,83%
01.07.2017	2470,3	106,05	1,92%	4,55%
01.08.2017	2471,65	104,52	0,05%	-1,45%
01.09.2017	2519,36	115,26	1,91%	9,78%
01.10.2017	2575,26	113,68	2,19%	-1,38%
01.11.2017	2584,84	116,72	0,37%	2,64%
01.12.2017	2673,61	123,96	3,38%	6,02%

Безризикова ставка  $R_f = 2,75$ . Коефіцієнт чутливості активу до змін ринкової дохідності  $\beta = 0,73$ . Очікувана дохідність ринкового портфеля  $E(R_m) = 1,45\%$ . Дохідність за моделлю CAPM має значення  $E(R) = 1,80\%$ .

Бета-коефіцієнт кожної компанії показує міру ринкового ризику акції, показуючи мінливість прибутковості акції до прибутковості на ринку в середньому (застосовується для оцінки ризику вкладень в цінні папери).

Впорядкувавши акції за дохідністю отримаємо наступну таблицю



Таблиця 2.10 – Дохідність компаній за моделлю CAPM.

№п/п	Компанія	Дохідність
1	IBM	2,04%
2	KO	2,00%
3	NKE	1,98%
4	DIS	1,88%
5	CVX	1,80%
6	GS	1,66%
7	SAP	1,61%
8	TSLA	1,14%

Розрахуємо значення суб'єктивної складової моделі. Оцінимо фактор «Майбутня дохідність компанії» (табл. 2.11).

Таблиця 2.11 – Дохідність за акцію за EPS.

Компанія	EPS next year	EPS (ttm)	Річна дохідність	Місячна дохідність
PG	4,47	3,98	12,31%	1,03%
TSLA	1,89	-6,22	291,73%	24,31%
DIS	7,5	5,7	31,58%	2,63%
IBM	14,11	13,66	3,29%	0,27%
KO	2,27	1,89	20,11%	1,68%
NKE	2,69	2,31	16,45%	1,37%
GS	24,39	19,2	27,03%	2,25%
CVX	7,09	3,43	106,71%	8,89%

Тобто оцінити даний фактор ми можемо по значенню останнього стовпця таблиці вище.

Порахуємо значення показників для оцінки фактору «Інвестиційна привабливість компанії». Як вже згадувалося вище, даний фактор ми будемо оцінювати за показником швидкості зростання лінійного тренду за останні 50 торгових днів. Розглянемо компанію Procter & Gamble. Дані про котирування акцій даної компанії можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будемо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.1). Як бачимо, швидкість зростання тренду для компанії  $a = 0,0781$ , що вказує на тенденцію зростання.

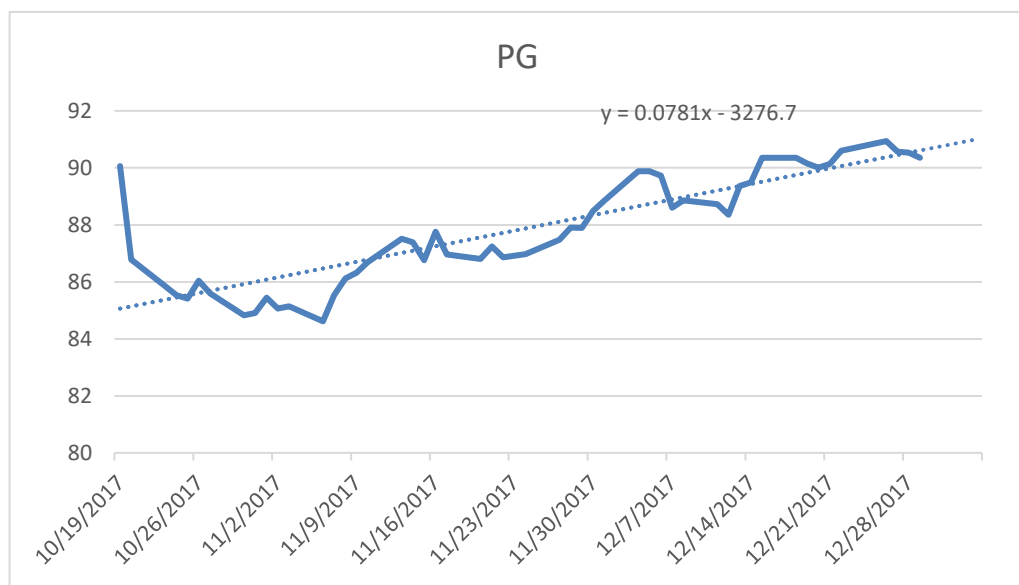


Рисунок 2.1. – Тренд котирувань ціни акції компанії Procter & Gamble

Аналогічним чином розрахуємо швидкість зростання тренду і для інших компаній. Розглянемо компанію The Walt Disney. Дані про котирування акцій даної компанії можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будемо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.2). Як бачимо, швидкість зростання тренду для компанії  $a = 0,1922$ , що вказує на тенденцію зростання, причому якщо порівняти цей показник із показником попередньої компанії, то можна помітити, що тенденція до зростання у компанії The Walt Disney значно

вища. Це свідчить про те, що її інвестиційна привабливість вища, ніж для компанії Procter & Gamble.

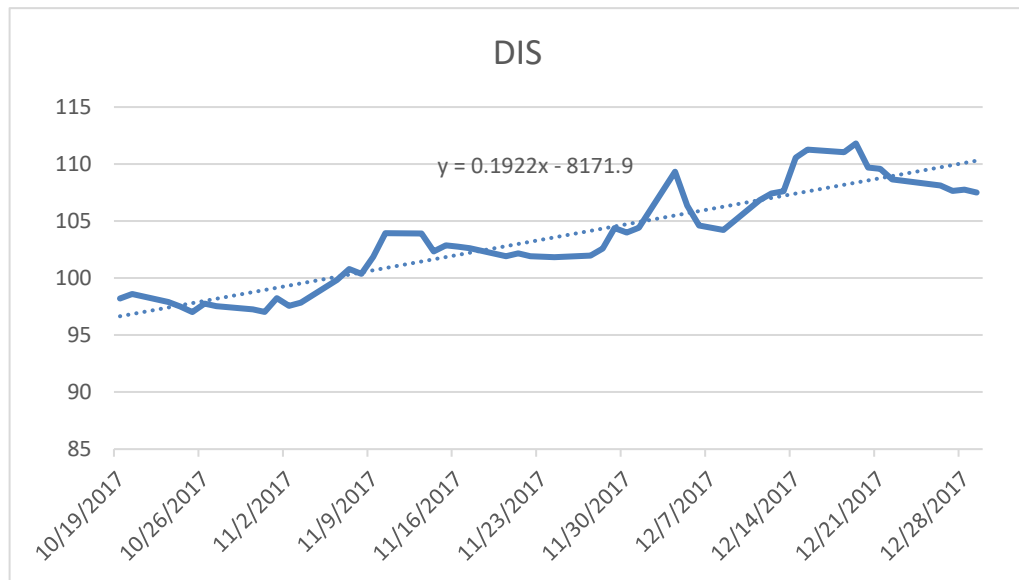


Рисунок 2.2. – Тренд котирувань ціни акції компанії The Walt Disney Company

Розглянемо компанію International Business Machines Corporation. Ми всі її більше знаємо по аббревіатурі IBM. Дані про котирування акцій даної компанії можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будемо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.3).. Як бачимо, швидкість зростання тренду для компанії  $a = 0,0109$ , що вказує на тенденцію зростання, проте дуже незначну. Якщо порівняти дане значення критерію з іншими компаніями, то можна помітити, що воно досить низьке. Серед трьох розглянутих компаній, дана являється найменш привабливою в силу своєї низької тенденції до зростання.

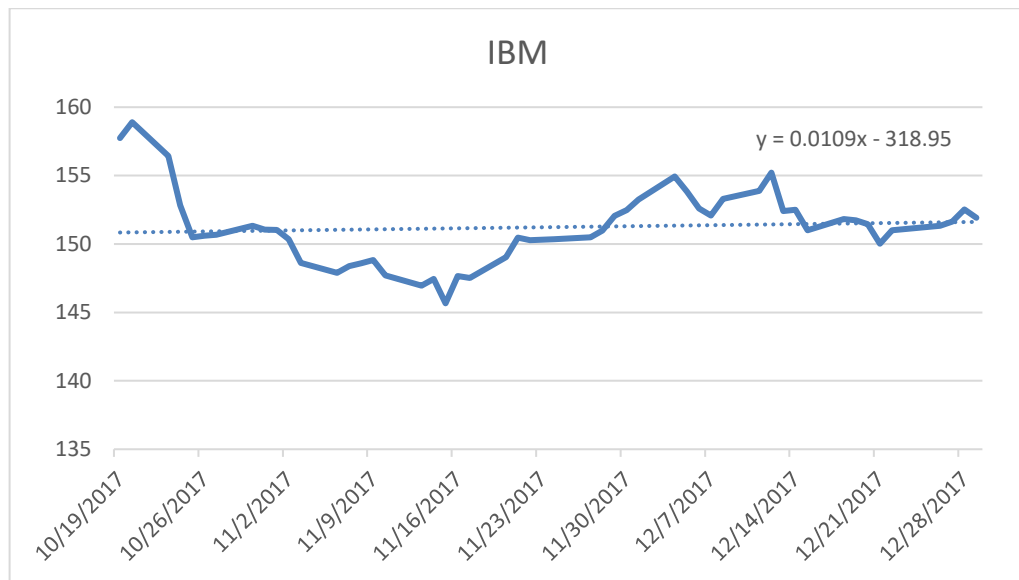


Рисунок 2.3. – Тренд котирувань ціни акції компанії International Business Machines Corporation

Розглянемо компанію Tesla. Дані про котирування акцій даної компанії можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будуємо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.4).. Як бачимо, швидкість зростання тренду для компанії  $a = 0,0067$ , що вказує на дуже низьку тенденцію зростання. Якщо порівняти дане значення із значеннями для іншими компаніями, очевидно, що дана компанія має найменше значення показника. А отже, і найменшу привабливість.

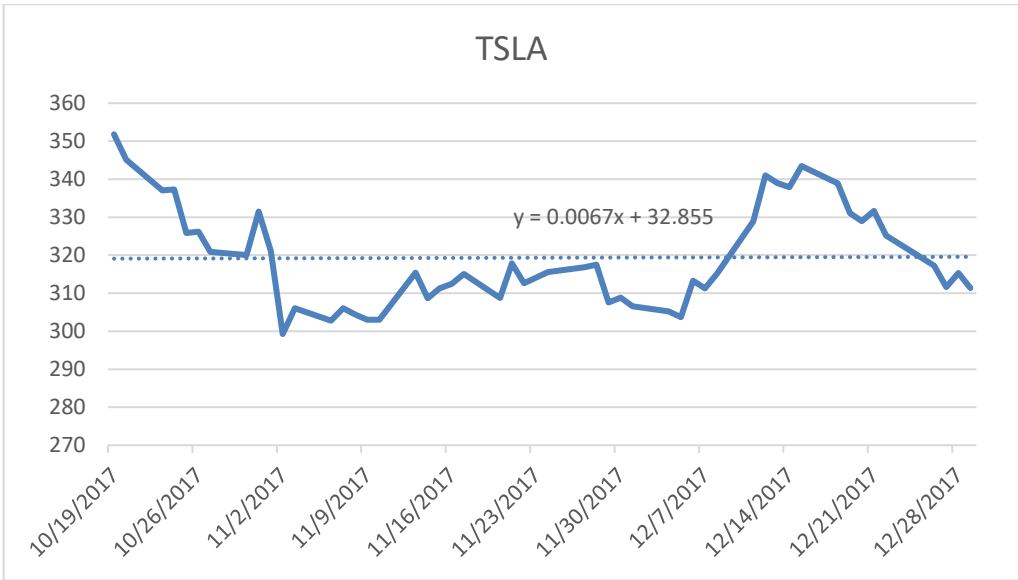


Рисунок 2.4. – Тренд котирувань ціни акції компанії Tesla

Розглянемо компанію Coca-Cola. Дані про котирування акцій даної компанії можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будуємо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.5). Як бачимо, швидкість зростання тренду для компанії  $a = -0,0068$ , що вказує на тенденцію до спадання.

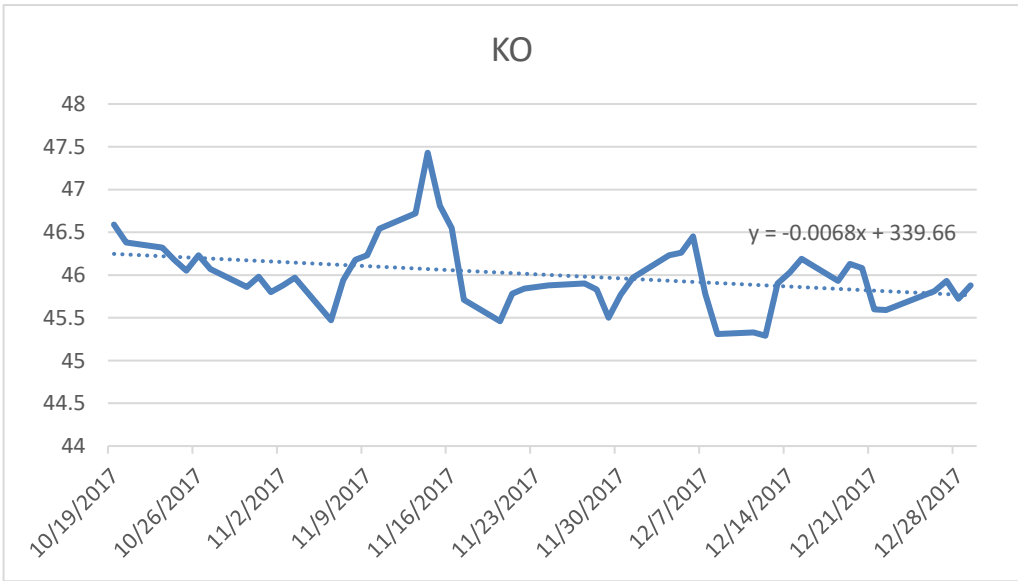


Рисунок 2.5. – Тренд котирувань ціни акції компанії Coca-Cola

Розглянемо компанію Nike. Дані про котирування акцій даної компанії можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будуємо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.6). Як бачимо, швидкість зростання тренду для компанії  $a = 0,1665$ , що порівняно з іншими компаніями, вказує на високу тенденцію до зростання.

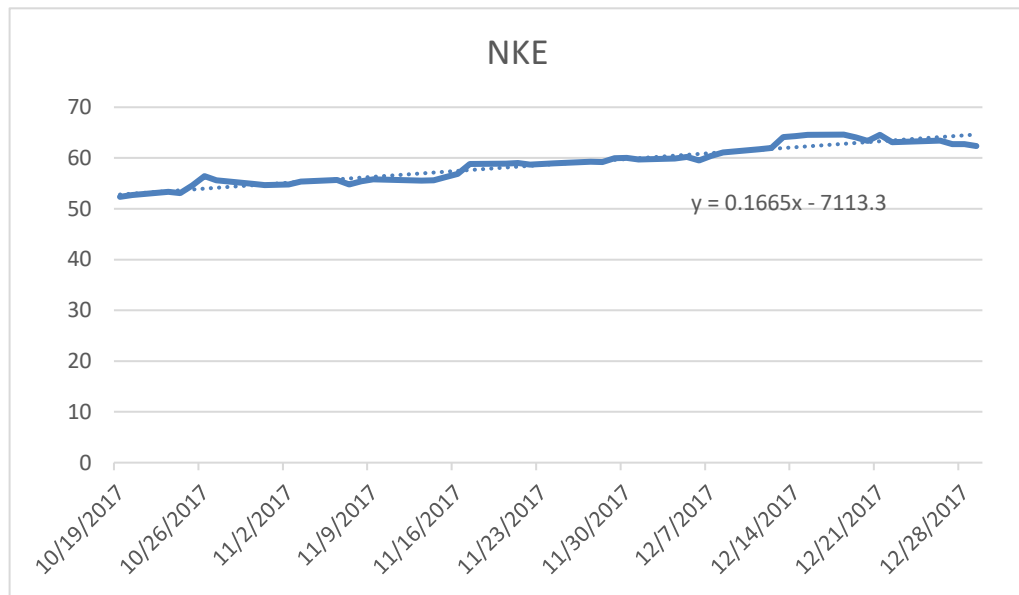


Рисунок 2.6. – Тренд котирувань ціни акції компанії Nike

Розглянемо компанію Goldman Sachs. Дані про котирування акцій даної компанії можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будуємо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.7). Як бачимо, швидкість зростання тренду для компанії  $a = 0,2803$ , що вказує на дуже високу тенденцію до зростання. Якщо порівняти цей показник із показниками для інших компаній, то бачимо, що для Goldman Sachs він найвищий.

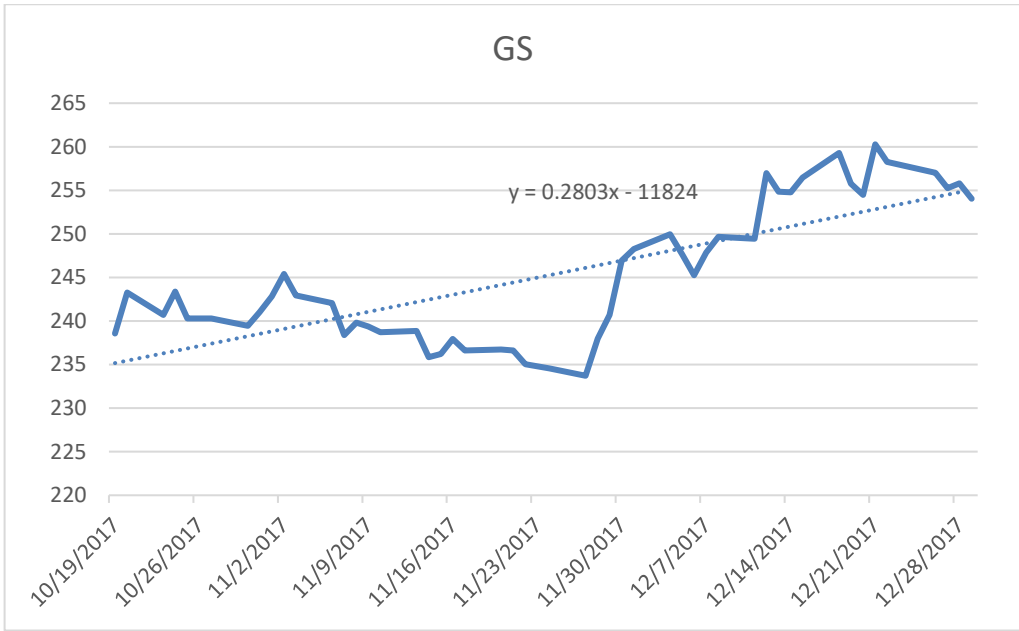


Рисунок 2.7. – Тренд котирувань ціни акції компанії Goldman Sachs

Розглянемо компанію Chevron Corporation. Дані про котирування акцій даної компанії можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будуємо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.8). Як бачимо, швидкість зростання тренду для компанії  $a = 0,1278$ , що вказує на дуже тенденцію до зростання.

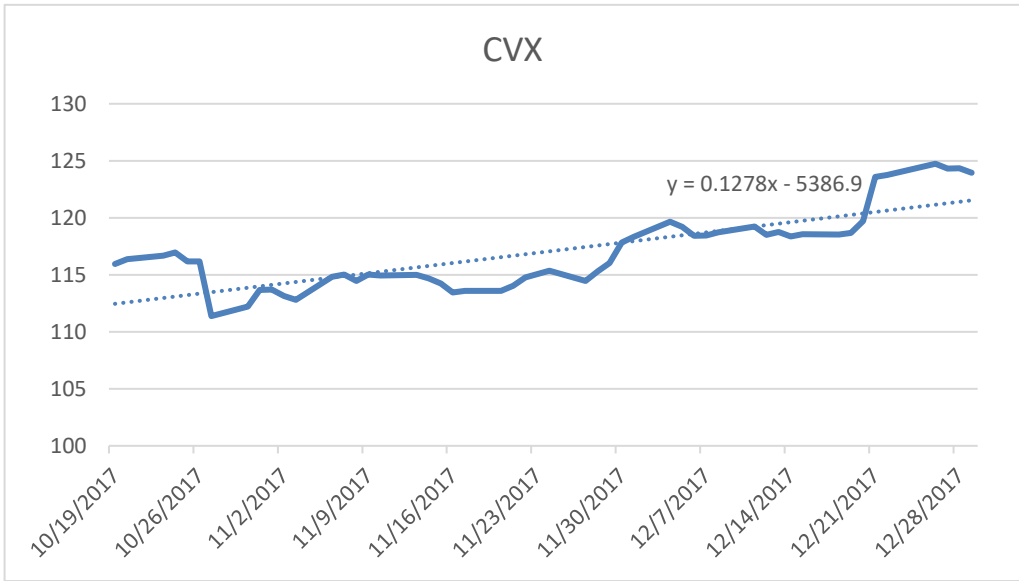


Рисунок 2.8. – Тренд котирувань ціни акції компанії Chevron Corporation

Порівняємо отримані значення для оцінки фактору «Інвестиційна привабливість компанії». Маємо, що найбільш привабливими є компанії Goldman Sachs та Nike, а найменш привабливими являються Coca-Cola та IBM.

Оцінимо фактор «Інвестиційна привабливість компанії». Кожна компанія належить якійсь конкретній галузі. Як вказувалося вище, даний показник будемо оцінювати по швидкості зростання тренду галузевого індексу, в який входить дана компанія. В таблиці нижче наведено дані про те, який індекс ми використовуємо для компаній (табл. 2.12).

Таблиця 2.12 – Приналежність компанії до галузі

Компанія	Індекс галузі
PG	Consumer Staples Select Sector SPDR ETF (XLP)
TSLA	ARK Industrial Innovation ETF (ARKQ)
DIS	Consumer Discret Sel Sect SPDR ETF (XLY)
IBM	Technology Select Sector SPDR ETF (XLK)
KO	Consumer Staples Select Sector SPDR ETF (XLP)
NKE	Consumer Staples Select Sector SPDR ETF (XLP)
GS	SPDR S&P Bank ETF (KBE)
CVX	Energy Select Sector SPDR ETF (XLE)

Розглянемо XLP. До цієї галузі входить найбільше число з нами обраних компаній. Дані про котирування для даного індексу можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будемо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.9). Як бачимо, швидкість зростання тренду для галузі  $a = 0,0704$ , що вказує на тенденцію до зростання.



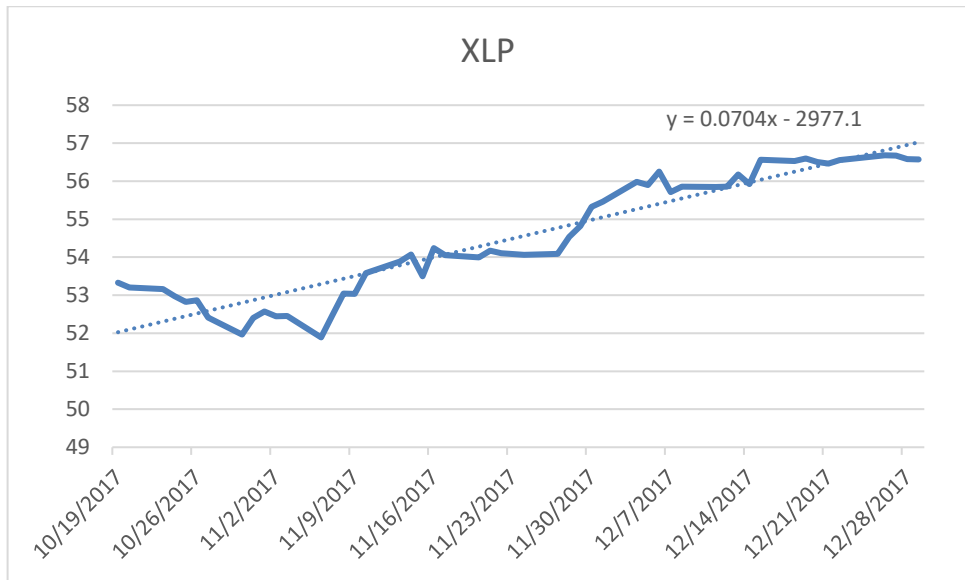


Рисунок 2.9. – Тренд котирувань ціни акції галузі XLP

Розглянемо ARKQ. Дані про котирування для даного індексу можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будуємо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.10). Як бачимо, швидкість зростання тренду для галузі  $a = 0,0204$ , що вказує на тенденцію до зростання. Проте нищу, ніж для попередньої галузі.

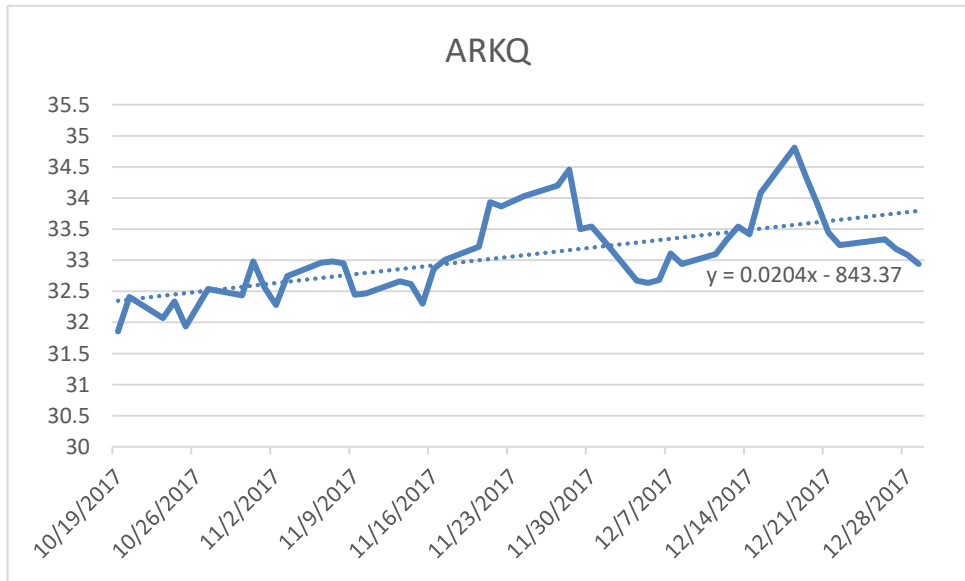


Рисунок 2.10. – Тренд котирувань ціни акції галузі ARKQ

Розглянемо XLY. Дані про котирування для даного індексу можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будемо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.11). Як бачимо, швидкість зростання тренду для галузі  $a = 0,1402$ , що вказує на високу тенденцію до зростання і робить компанії цієї галузі привабливими для інвестування.

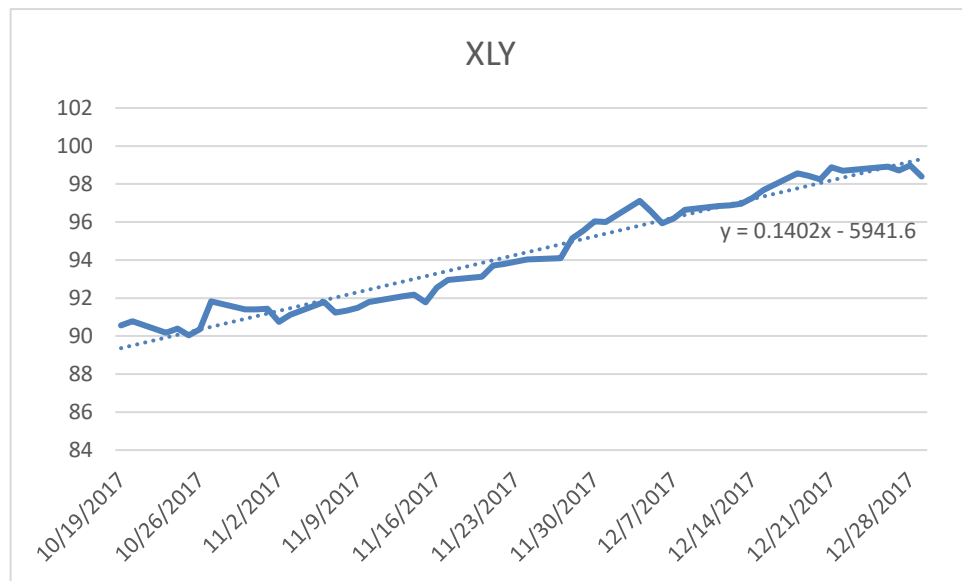


Рисунок 2.11. – Тренд котирувань ціни акції галузі XLY

Розглянемо XLK. Дані про котирування для даного індексу можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будемо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.12). Як бачимо, швидкість зростання тренду для галузі  $a = 0,0426$ , що вказує на тенденцію до зростання.

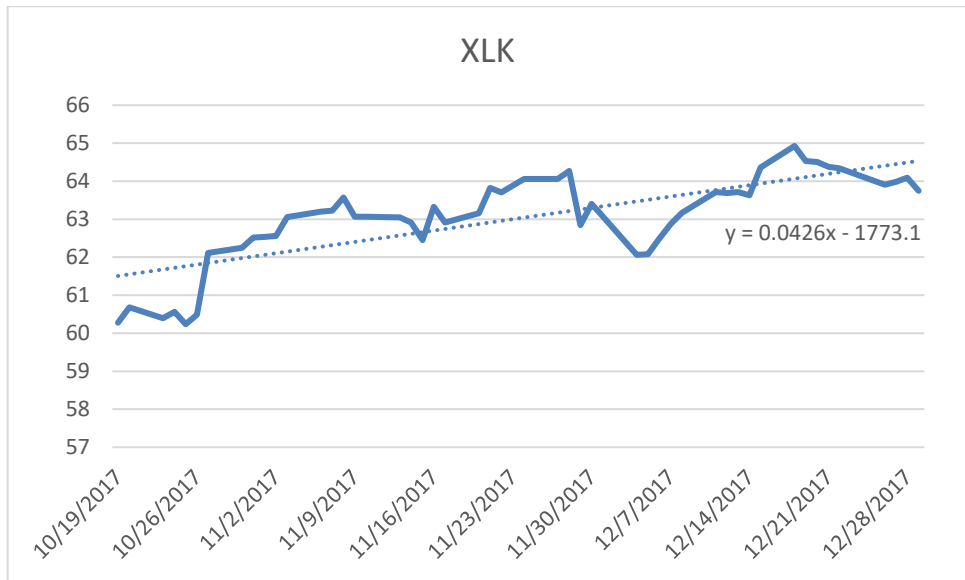


Рисунок 2.12. – Тренд котирувань ціни акції галузі XLK

Розглянемо KBE. Дані про котирування для даного індексу можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будуємо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.13). Як бачимо, швидкість зростання тренду для галузі  $a = 0,051$ , що вказує на тенденцію до зростання.

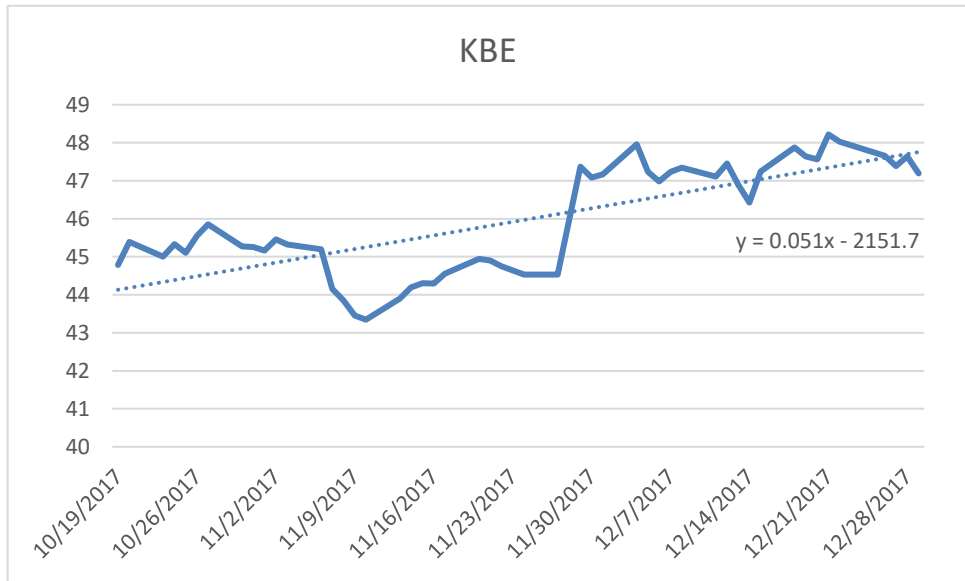


Рисунок 2.13. – Тренд котирувань ціни акції галузі KBE

Розглянемо XLE. Дані про котирування для даного індексу можна знайти в додатку А. За допомогою програмного пакету MS Excel будемо графік котирувань акцій та додаємо на графік лінійну функцію тренду (рис 2.14). Як бачимо, швидкість зростання тренду для галузі  $\alpha = 0,0556$ , що вказує на високу тенденцію до зростання і робить компанії цієї галузі привабливими для інвестування.

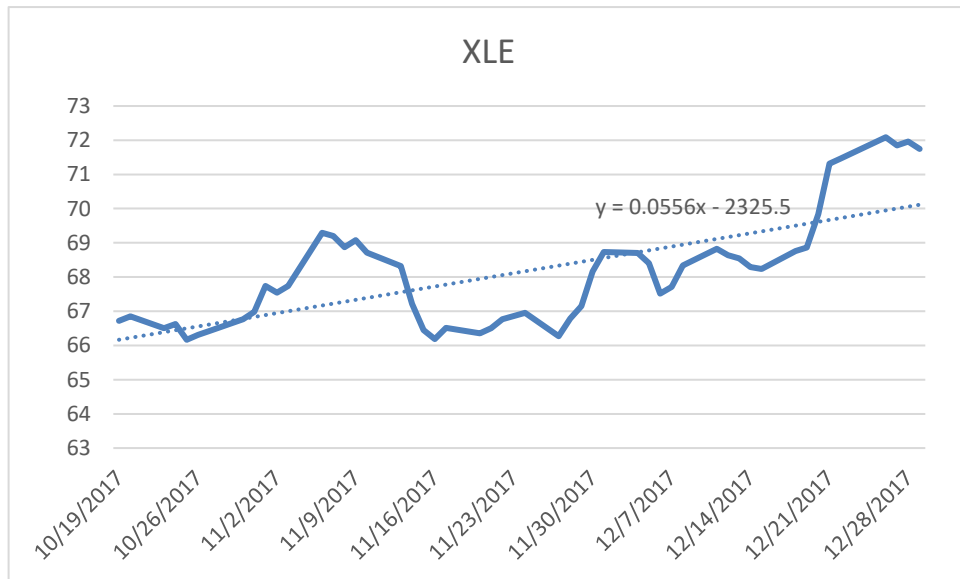


Рисунок 2.14. – Тренд котирувань ціни акції галузі XLE

Після порохованих показників можна зробити висновок, що найбільшу привабливість мають галузі XLY та XLP, тобто компанії PG, KO, NKE та DIS.

Оцінимо фактор **«Привабливість бренду»**. Привабливість бренду будемо визначати на основі такого показника як вартість бренду, а якщо більш точно, то зміну вартості бренду. Дані дослідження проводять багато маркетингових компаній, але роблять вони це не для всіх брендів, а для найбільш цікавих і відомих, так об'єм роботи тоді буде являтися дуже громіздким. Варто відзначити, що бажано брати дані по всіх компаніях із одного ресурсу, так як маркетингові компанії оцінюють цей показник

різними методами. В силу того, що компанії в нашому портфелі дуже відомі, проблем із пошуком значень даного показника не виникало (тал. 2.13).

Таблиця 2.13 – Зміна вартості бренду

Компанія	Зміна вартості бренду
PG	-5,00%
TSLA	5,00%
DIS	5,00%
IBM	-11,00%
KO	-5,00%
NKE	8,00%
GS	2,67%
CVX	-5,00%

По цих показниках відразу можна помітити, що багато із компаній мають зниження вартості бренду. Найбільше зниження має компанія IBM, що становить аж 11% протягом останнього року, на противагу такі компанії як Nike, Tesla та Coca-Cola мають позитивні зрушення в 8%, 5% та 5% відповідно.

Усереднивши всі ці 4 фактори вище маємо наступні результати (табл. 2.14).

Таблиця 2.14 – Оцінка дохідності за моделлю CAPM+IRR

Компанія	Дохідність
PG	-2,75%
TSLA	13,87%
DIS	8,53%
IBM	-9,46%
KO	-2,42%

NKE	10,77%
GS	5,94%
CVX	0,07%

Тепер можна порівняти значення із фактичної дохідності із тими результатами, які ми отримали за моделлю CAPM та авторською моделлю CAPM+IRR (табл. 2.15).

Таблиця 2.15 – Порівняння дохідності за різними моделями із фактичними значеннями за січень 2018 року

<b>Компанія</b>	<b>Дохідність за моделлю CAPM, %</b>	<b>Дохідність за моделлю CAPM+IRR, %</b>	<b>Фактична дохідність, %</b>
PG	1,61	-4,38	-6,03
TSLA	1,14	12,74	13,80
DIS	1,88	1,88	1,89
IBM	2,04	2,47	5,53
KO	2,00	5,80	3,73
NKE	1,98	4,40	9,43
GS	1,66	2,29	5,15
CVX	1,80	-1,71	0,12

Як бачимо модель CAPM+IRR більш точно оцінює дохідність, в порівнянні із моделлю CAPM по відношенню до фактичних даних. Найкраща дохідність за першою моделлю належить до показників По цих показниках відразу можна помітити, що багато із компаній мають зниження вартості бренду. Найбільше зниження має компанія IBM, що становить аж 11% протягом останнього року, на противагу такі компанії як Nike, Tesla та Coca-Cola мають позитивні зрушення в 8%, 5% та 5% відповідно.



### 3 ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### 3.1 Обчислення та порівняльний аналіз отриманих результатів управління портфелем

Нехай інвестор має капітал  $K = 20000$ , який він бажає інвестувати. Для цього він передає свої кошти у розпорядження трейдеру терміном на  $T = 3$  місяці. З метою зменшення ризиків інвестором визначається певна мінімальна сума коштів  $V'' \geq 4000$ , яка буде вкладена у безризикові активи. Дата формування портфеля – перший торговий день року 4 січня 2018 року.

Розглянемо ринковий портфель, який буде складатися складається із  $n = 1$  облігацій та  $m = 8$  акцій. При цьому зазначимо, що більшість акцій мають невисокий ступінь кореляції між собою, тобто  $|r| \leq 0,5$ .

Для того, щоб можна було реагувати на ситуацію на ринку, поставимо задачу управління портфелем. Позначимо об'єми вкладень в момент часу  $t$  в облігації як  $V_i'(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$  та акції –  $V_j''(t)$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Визначимо дохідності  $R_i$  за моделлю CAPM+IRR для кожного  $i$  паперу (табл. 3.1).

Таблиця 2.15 – Дохідність за моделлю CAPM+IRR на січень 2018 року

Компанія	Дохідність за моделлю CAPM+IRR, %
1	2
PG	-4,38
TSLA	12,74
DIS	1,88
IBM	2,47
KO	5,80



Кінець таблиці 2.15

1	2
NKE	4,40
GS	2,29
CVX	-1,71

Отже, вхідний вектор дохідностей для акцій матиме вигляд:

$$R(0) = (-4,38; 12,74; 1,88; 2,47; 5,80; 4,40; 2,29; -1,71)$$

Для облігацій

Сформуємо наш інвестиційний портфель відповідно до формули 2.2 з критерієм якості 2.8. Обмеження по ринку для кожного цінного паперу будуть мати вигляд:

При обмеженнях:

$w_i = 20\%$  – верхня межа можливої долі  $i$ -ої акції

$w_i = 20\%$  – верхня межа можливої долі  $j$ -ої облігації

$p_j = 5\%$  – нижня межа долі  $j$ -ої облігації

$q = 20\%$  – доля вкладу в облігації

Для того, щоб визначити оптимальне керування напишемо програму на мові програмування C#. Скористаємося методом динамічного програмування для пошуку оптимального керування. Критерієм оптимізації буде виступати максимізація доходу при заданих вище обмеженнях. Отримаємо, що при наступному управлінні очікуваний прибуток буде максимальний:

$$u_{i_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4000 \\ 0 \\ 0 \\ 4000 \\ 4000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_{i_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 265 \\ 4265 \\ 0 \\ -4000 \\ 265 \\ 0 \\ 4265 \end{pmatrix} \quad u_{i_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 56 \\ -4265 \\ 1 \\ 4321 \\ 56 \\ 0 \\ -4265 \end{pmatrix}$$

$$u_{i_1} = \begin{pmatrix} 4000 \\ 4000 \end{pmatrix} \quad u_{i_2} = \begin{pmatrix} -2933 \\ -802 \end{pmatrix} \quad u_{i_3} = \begin{pmatrix} 3254 \\ 1123 \end{pmatrix}$$

Порівняємо динаміку прибутку (рис. 3.1), який отриманий при використанні різних моделей. Бачимо, що при використанні авторської моделі ми отримаємо більший прибуток, ніж при використанні CAPM.

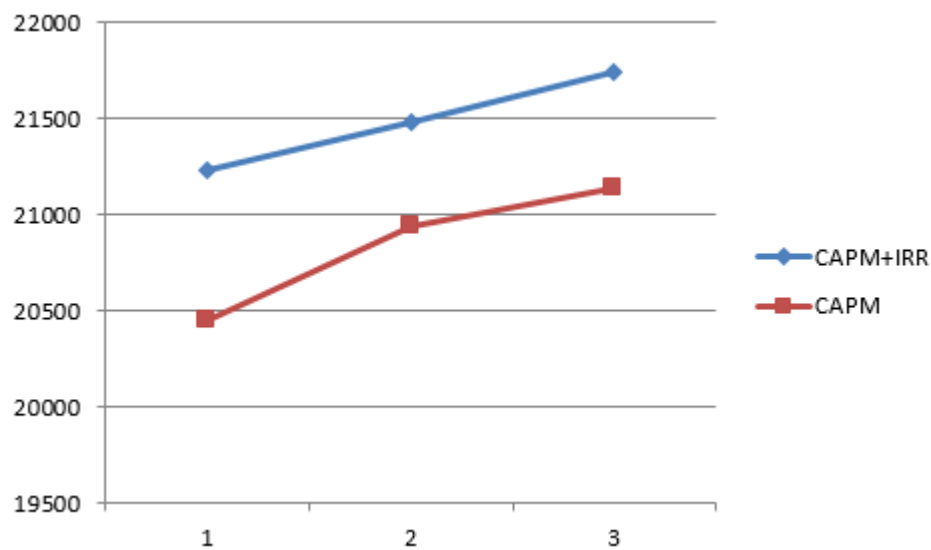


Рисунок 3.1 – Порівняння результатів за моделями

Отримані результати показують, що модель дає досить хороші результати, порівняно з моделлю CAPM незважаючи на похибку в прогнозуванні.

### 3.2 Можливості й напрямки застосування моделі. Перспективи подальших досліджень

Безліч проведених досліджень і спостережень довели, що в умовах ризику або економічної невизначеності інвестори приймають рішення під впливом стереотипів, що склалися, ілюзій сприйняття, упереджених думок, помилок в аналізі інформації і простих емоцій. Отже, їх поведінку на ринку не є раціональним. Даний факт ставить під сумнів ефективність і

об'єктивність багатьох сучасних економічних теорій та моделей поведінки учасників ринку.

Проте незважаючи на це все в основі більшості сучасних фінансових теорій і моделей лежить принцип про раціональну поведінку учасників ринку. Раціональна поведінка має на увазі:

- використання учасниками ринку релевантної та доступної для всіх інформації;
- використання однакових методів обробки та оцінки цієї інформації;
- усвідомлення учасниками ринку своїх цілей, які є ідентичними (якщо говорити про інвесторів, то мова йде про максимізації прибутку і мінімізації витрат);
- в умовах невизначеності, учасники ринку надходять відповідно до принципу максимізації очікуваної корисності.

На ринку досить часто виникають ситуації, які передбачити або дуже складно, або ж взагалі неможливо. Такі ситуації, насамперед, виникають на фондових біржах. Навіть враховуючи безліч вже існуючих різноманітних математичні моделей, а також складність їх математичного апарату на сьогодні не існує конкретної моделі, яка б дозволила передбачити з високою точністю ціну того чи іншого активу на фондовому ринку.

В класичній теорії фінансів прийнято вважати, що агент (учасник ринку) являється раціональним та приймає рішення максимізуючи свою корисність. При цьому практично у всіх моделях пошуку оптимальної стратегії інвестування, починаючи з класичної моделі Марковіца, вважається (предполагается), що трейдеру відомий закон розподілу майбутньої ціни фінансового інструменту. Безумовно, ці моделі, являються дуже корисними, але обмеженими, оскільки в реальності це далеко не так. Людина – істота нерациональна. Приймаючи рішення в умовах невизначеності люди зазвичай помиляються, і помиляються, навіть якщо вони вивчали статистику та теорію ймовірності. Всі ці помилки піддаються певним психологічним

закономірностям, які виявлені та експериментально підкріплені, зокрема основоположниками психологічної економічної теорії та поведінкових фінансів. Проаналізувавши отримані результати за моделлю CAPM+IRR, було підтверджено, що обрані суб'єктивні фактори справді впливають на прийняття рішення інвестором при виборі компанії щодо вкладу інвестицій. В даній моделі припущено, що фактор рівноважним чином впливають на майбутню ціну, проте на практиці це далеко не так. Перспективою майбутніх досліджень є побудова нових удосконалених моделей, що будуть визначати, в якій мірі кожен фактор впливає на ціну. Для вирішення цієї задачі можна скористатися побудовою нейронної мережі, що буде визначати ваги впливу кожного з факторів, навчаючись на історичних даних

Застосовувати запропоновану стратегію можуть як трейдери, що мають безпосередній доступ до ринку, так і інвестори, що хочуть отримати прибуток із вкладеного капіталу

## ВИСНОВКИ

Фондовий ринок на сьогоднішній день являється одним із динамічних сегментів світових фінансових ринків, а інвестування в цінні папери являється одним із найбільш популярних та найскладніших способів інвестування.

Існує безліч різних моделей, які дозволяють оцінити дохідність тих чи інших активів, проте в силу великої невизначеності на ринку моделі не дають точних оцінок, так як переважна більшість з них заснована на раціональності поведінки інвестора.

Реалізація ефектів нераціональності більшістю гравців на ринку капіталу призводить до того, що правила прийняття інвестиційних рішень, і як наслідок, динаміка цін і розподілення дохідності на реальних ринках суттєвим чином відрізняються від моделей ринку, сформованих в рамках класичних теорій. Наприклад, значними характеристиками ринків стають наявність «пам'яті ринків» або ефект зворотного зв'язку, надмірна або недостатня реакція інвесторів на нову інформацію і, як наслідок, висока волатильність ринків.

На основі результатів аналізу поведінкових особливостей прийняття рішення інвесторами та аналізу стану реального ринку капіталу в роботі запропоновано поведінкову модель прогнозування на фінансових ринках.

Портфельний підхід дає змогу максимізувати прибуток та знизити ризики за рахунок диверсифікації. При цьому ключовим та вирішальним моментом є обрана стратегія.

З метою максимізації корисності від активів та зниженню ризиків використано портфельний підхід.

В роботі розглядається стратегія, яка поєднує в собі: акції – обрані ризикові цінні папери, та облігації – безризикові; купівля-продаж акцій та

облігацій – здійснювані об'єктом керування операції на ринку, удосконалена модель CAPM – модель за якою оцінюється дохідність цінних паперів. В роботі застосовується портфельний підхід та ставиться задача керування даним портфелем. Застосовувати запропоновану стратегію можуть як трейдери, що мають безпосередній доступ до ринку, так і інвестори, що хочуть отримати прибуток із вкладеного капіталу.

Отримані результати показують, що авторська модель дає досить хороші результати, порівняно із стандартною моделлю CAPM, навіть незважаючи на похибку в оцінці, а портфельний підхід дає можливість отримати прибутки з мінімальними ризиками

Застосовувати запропоновану стратегію можуть як трейдери, що мають безпосередній доступ до ринку, так і інвестори, що хочуть отримати прибуток із вкладеного капіталу.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ:

1. Іващук Н. Л. Ринок деривативів: економіко-математичне моделювання процесів ціноутворення / Н. Л. Іващук. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2008. – 472 с.
2. Вайн Саймон Опционы. Полный курс для профессионалов / Саймон Вайн – М.: Альпина Паблишер, 2003 – 416 с.
3. Козак Ю. Г. / Міжнародні питання у питаннях та відповідях/ Ю. Г. Козак – Київ: ЦУЛ, 2003 – 294 с.
4. Первозванский А. А. Финансовый рынок: расчет и риск / А. А. Первозванский, Т. Н. Первозванская – М.: Инфра-М, 1994 г. -192 с.
5. Де Гроот М. Н. Оптимальные статистические решения / М. Н. Де Гроот – М.: Мир, 1974. – 496 с.
6. В.І. Іваненко, теорія прийняття рішень і нестохастична випадковість, Springer, Нью-Йорк, 2010.
7. А.Н. Колмогоров А. Н. Про логічне фундаменти теорії ймовірностей, теорії ймовірностей і математичної статистики,
8. Г. Марковіц, Вибір портфеля та ефективної диверсифікації інвестицій, Wiley, Нью-Йорк 1959.
9. Росс, простий підхід до оцінки ризикових пар, Дж Бізнес 51 (3) (1978), 453 175.
10. Роман Корнилюк для РЕ. Мічені Нобелем-2013: Юджин Фама, Ларс Хансен і Роберт Шиллер., 2013
11. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010.
12. Ващенко Т.В., Лисицына Е.В Поведенческие финансы — новое направление финансового менеджмента. История возникновения и развития// Финансовый менеджмент. 2006. №1.
13. Гладченко А. Поведенческие финансы. О том, почему человек далеко не всегда принимает рациональные решения.

14. Грэхем Б. Разумный инвестор. М.: Изд. дом «Вильямс», 2009; с.38.
15. Кохен Д. Страх, алчность и паника на фондовом рынке. М.: СмартБук, 2009.
16. Миркин Я. Традиционные ценности населения и фондовый рынок. М.: Рынок ценных бумаг, №7, 2000.
17. Рудык Н.Б. Поведенческие финансы или между страхом и алчностью. М.: Дело, 2004. 272 с.
18. Kahneman D., Tversky A. Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk // *Econometrica*. — 1979. — vol. 47. — P. 263—291.
19. Роберт Шиллер. Иррациональный оптимизм: Как безрассудное поведение управляет рынками. – М.: Альпина Паблишер, 2017. – 418 с.
20. Д. Канеман, П. Словик, А. Тверски. Принятие решений в неопределенности: Правила и предубеждения. – Харьков: Издательство Институт прикладной психологии «Гуманитарный Центр», 2005. – 632 с.
21. <http://www.mycreditcard.ru/analysis/114-classic.html>
22. <http://library.if.ua/book/93/6442.html>
23. [https://studme.com.ua/19240701/investirovanie/investitsionnyy\\_portfel\\_metody\\_formirovaniya\\_upravleniya.htm](https://studme.com.ua/19240701/investirovanie/investitsionnyy_portfel_metody_formirovaniya_upravleniya.htm)
24. Boness, A. J. “Elements of a theory of stock-option value,” *The Journal of Political Economy*, 72 , 163 – 175; 1964.
25. Borel, E. “Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques,” *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 27, 247-271; 1909.
26. Bowie, J.; Carr, P. “Static simplicity,” *Risk* 7 (August), 44 – 49; 1994.
27. Boyle, P. P.; Lau, S. H. “Bumping up against the barrier with the binomial method,” *Journal of Derivatives* 1, 6 – 14; 1994.
28. Boyle, P. P.; Turnbull, S. M. “Pricing and hedging capped options,” *Journal of Futures Markets* 9 (January), 41-54; 1989.
29. Broadie, M.; Detemple, J. “American capped call options and dividend-paying assets,” *Review of Financial Studies* 8 (Spring), 161 – 191; 1995.



30. Brown, L. M.; Pais, A.; Sir Brian Pippard (editors). "Twentieth Century Physics." Vol. I. Page 604. New York, NY: American Institute of Physics Press; 1995.
31. Brown R., Rulkov N.F., Tracy E.R. Modeling and synchronizing chaotic systems from time-series data. *Phys. Rev. E* 49, 3784 (1994).
32. Ravindran, K. "Option pricing: An offspring of the secretary problem?," *Mathematica Japonica*, 38 , 905 – 912; 1993.
33. Rich, D. R. "The mathematical foundations of barrier options," *Advances in Futures and Options Research*, 7, 267 – 311; 1994
34. . Ritchken, P. "On pricing barrier options," *Journal of Derivatives* 3, 19 – 28; 1995. Roberts, H. V. "Stock market patterns and financial analysis: Methodological suggestions," *Journal of Finance* 14, 1-10; 1959.
35. Rubinstein, M.; Reiner, E. "Breaking down the barriers," *Risk* 4 (September), 28-35; 1991.
36. Samuelson, P. "Rational theory of warrant pricing," *Industrial Management Review*, 6 (Spring), 13 – 32; 1965.
37. Samuelson, P. A.; Merton, R. C. "A complete model of warrant pricing that maximizes utility," *Industrial Management Review* 10 (Spring), 17-46; 1969.
38. Schnabel, J. A.; Wei, J. Z.. "Valuing takeover-contingent foreign exchange call options," *Advances in Futures and Options Research* 7, 223 – 236; 1994.
39. Schrödinger, E. "Zur Theorie der Fall- und Steigversuche an Teilchen mit Brownscher Bewegung," *Physikalische Zeitschrift* 16, 289-295; 1915.
40. Smith, C. W. "Option pricing: a review," *Journal of Financial Economics*, 3 (January-March), 3-52; 1976.
41. Smithson, C. "Wonderful life" in *From Black-Scholes to black holes*, ed. R. Jacobs. Pages 23-31. London: Risk Finex; 1992.
42. Von Smoluchowski, M. "Zur kinetischen Theorie der Brownschen Molekularbewegung und der Suspensionen," *Annalen der Physik* 21, 756-780; 1906.

43. Von Smoluchowski, M. "Experimentell nachweisbare der üblichen Thermodynamik widersprechende Molekularphänomene," *Physikalische Zeitschrift* 13, 1069-1080; 1912.
44. Von Smoluchowski, M. "Molekulartheoretische Studien über Umkehr thermodynamisch irreversibler Vorgänge und über Wiederkehr abnormaler Zustände," *Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse*, 124, 339-368; 1915.
45. Von Smoluchowski, M. "Drei Vorträge über Diffusion, Brownsche Molekularbewegung und Koagulation
46. Von Kolloidteilchen," *Physikalische Zeitschrift* 17, 557-571 and 585-599; 1916. Page 15 of 19 *Stochastic Modeling of Stock Prices* © Montgomery Investment Technology, Inc. / Sorin R. Straja, Ph.D., FRM May 1997
47. Sprenkle, C. M. "Warrant prices as indicators of expectations and preferences," *Yale Economic Essays* 1, 178 – 231; 1961.
48. Sprenkle, C. M. "Warrant prices as indicators of expectations and preferences," in *The random character of stock market prices*, ed. P. H. Cootner. Pages 412 – 474.
49. Cambridge, MA: MIT Press; 1964. Stratonovich, R. L. "A new form of notation for stochastic integrals and equations" (in Russian), *Bulletin of Moscow University, Mathematical and Mechanical Series* 1, 3-12; 1964.
50. Stratonovich, R. L. "A new representation for stochastic integrals and equations," *SIAM Journal of Control*, 4, 362-371; 1966.
51. Thorp, E. O.; Kassouf, S. T. *Beat the market*. New York, NY: Random House; 1967. Treloar, A. E. "Outline of Biometric Analysis." Minneapolis, MN: Burgess Publishing; 1935.
52. Trippi, R. R.; Chance, D. M. "Quick valuation of the Bermuda capped option," *Journal of Portfolio Management* 20 (Fall), 93 – 99; 1993.
53. Wiener, N. "The average of an analytic functional," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 7, 253-260; 1921a.

54. Wiener, N. "The average of an analytic functional and the Brownian movement," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 7, 294-298; 1921b.
55. Wiener, N. "Differential-space," *Journal of Mathematics and Physics* Massachusetts Institute of Technology, 2, 131-174; 1923.
56. Wilmott P.; Howison, S.; Dewynne, J. *The mathematics of financial derivatives*. Cambridge, MA: Cambridge University Press; 1997.
57. Zhang, P. G. "A unified formula for outside barrier options," *Journal of Financial Engineering*, 4 , 335 – 349; 1995

## ДОДАТОК А

### Котирування акції

Таблиця А.1 – Котирування акцій компаній Procter & Gamble (PG), Tesla (TSLA), Walt Disney (DIS), International Business Machines Corporation (IBM) за період з 19.10.2017 по 30.04.2018 за даними NYSE та Nasdaq

Date	PG	TSLA	DIS	IBM
1	2	3	4	5
19.10.2017	90.063797	351.809998	98.219879	156.022461
20.10.2017	86.779457	345.100006	98.606766	157.157013
23.10.2017	85.845291	337.019989	97.912346	154.713409
24.10.2017	85.530624	337.339996	97.505623	151.154648
25.10.2017	85.412621	325.839996	97.019539	148.846786
26.10.2017	86.041946	326.170013	97.773468	148.943787
27.10.2017	85.589615	320.869995	97.525459	149.021347
30.10.2017	84.832443	320.079987	97.257622	149.680725
31.10.2017	84.901276	331.529999	97.029449	149.389816
01.11.2017	85.442116	321.079987	98.239716	149.360733
02.11.2017	85.068451	299.260010	97.565140	148.701355
03.11.2017	85.137283	306.089996	97.852829	146.985016
06.11.2017	84.616112	302.779999	99.836868	146.267441
07.11.2017	85.530624	306.049988	100.799133	146.761978
08.11.2017	86.120621	304.390015	100.372559	146.975311
09.11.2017	86.317284	302.989990	101.860588	147.200562
10.11.2017	86.690956	302.989990	103.943832	146.084061
13.11.2017	87.516953	315.399994	103.904152	145.339722
14.11.2017	87.389130	308.700012	102.346680	145.819641
15.11.2017	86.759789	311.299988	102.862534	144.066559
16.11.2017	87.762794	312.500000	102.773247	146.044876
17.11.2017	86.956451	315.049988	102.614525	145.897980
20.11.2017	86.799118	308.739990	101.930031	147.406219
21.11.2017	87.241623	317.809998	102.178040	148.816528
22.11.2017	86.858124	312.600006	101.920113	148.640259
24.11.2017	86.976112	315.549988	101.820908	148.708786
27.11.2017	87.477623	316.809998	101.969711	148.845901
28.11.2017	87.910294	317.549988	102.584770	149.325806
29.11.2017	87.890617	307.540009	104.400162	150.383545
30.11.2017	88.490456	308.850006	103.983513	150.794876
01.12.2017	88.854294	306.529999	104.410080	151.568573
04.12.2017	89.886803	305.200012	109.340424	153.233536
05.12.2017	89.876968	303.700012	106.364365	152.146423
06.12.2017	89.729469	313.260010	104.618401	150.922195

Продовження таблиці А.1

1	2	3	4	5
07.12.2017	88.598625	311.239990	104.420006	150.403122
08.12.2017	88.864128	315.130005	104.230003	151.617538
11.12.2017	88.726463	328.910004	106.830002	152.205170
12.12.2017	88.352791	341.029999	107.430000	153.507767
13.12.2017	89.365623	339.029999	107.610001	150.736115
14.12.2017	89.483627	337.890015	110.570000	150.824249
15.12.2017	90.358795	343.450012	111.269997	149.355179
18.12.2017	90.348961	338.869995	111.029999	150.168076
19.12.2017	90.152306	331.100006	111.809998	150.070129
20.12.2017	90.004799	328.980011	109.690002	149.795898
21.12.2017	90.142464	331.660004	109.570000	148.375809
22.12.2017	90.594803	325.200012	108.669998	149.355179
26.12.2017	90.938972	317.290009	108.120003	149.678391
27.12.2017	90.565300	311.640015	107.639999	149.972198
28.12.2017	90.535805	315.359985	107.769997	150.863419
29.12.2017	90.348961	311.350006	107.510002	150.256210
02.01.2018	89.139465	320.529999	111.800003	151.069092
03.01.2018	89.031296	317.250000	112.279999	155.221664
04.01.2018	89.660637	314.619995	112.230003	158.365463
05.01.2018	89.719635	316.579987	111.620003	159.139175
08.01.2018	90.191635	336.410004	110.019997	160.098969
09.01.2018	89.532799	333.690002	109.940002	160.451538
10.01.2018	88.962463	334.799988	109.470001	160.794312
11.01.2018	88.647797	337.950012	110.989998	160.813919
12.01.2018	88.116791	336.220001	112.470001	159.775772
16.01.2018	88.716629	340.059998	110.690002	160.471146
17.01.2018	89.680298	347.160004	111.970001	165.172134
18.01.2018	89.352928	344.570007	110.419998	165.632446
19.01.2018	90.234764	350.019989	110.589996	159.021652
22.01.2018	91.047241	351.559998	111.099998	159.246918
23.01.2018	88.233292	352.790009	110.410004	162.821640
24.01.2018	87.500076	345.890015	110.500000	161.959778
25.01.2018	87.529800	337.640015	110.550003	162.057724
26.01.2018	86.925400	342.850006	112.190002	163.889160
29.01.2018	86.063377	349.529999	111.540001	163.360291
30.01.2018	86.152550	345.820007	110.110001	160.245865
31.01.2018	85.548141	354.309998	108.669998	160.324219
01.02.2018	85.062637	349.250000	110.489998	159.051025
02.02.2018	83.477310	343.750000	108.699997	155.750534
05.02.2018	80.316566	333.130005	104.699997	149.384567
06.02.2018	81.624458	333.970001	106.169998	152.136627

Продовження таблиці А.1

1	2	3	4	5
07.02.2018	81.089409	345.000000	104.760002	150.677353
08.02.2018	79.484276	315.230011	101.349998	145.969604
09.02.2018	79.187019	310.420013	103.089996	147.868530
12.02.2018	80.584091	315.730011	103.389999	149.737778
13.02.2018	80.752533	323.660004	104.120003	149.094910
14.02.2018	79.940056	322.309998	104.599998	153.060883
15.02.2018	81.654190	334.070007	105.180000	154.297165
16.02.2018	81.842445	335.489990	106.529999	154.465286
20.02.2018	80.593994	334.769989	105.980003	153.456497
21.02.2018	79.504089	333.299988	105.050003	152.269684
22.02.2018	80.098579	346.170013	105.239998	151.498230
23.02.2018	80.306664	352.049988	107.250000	153.812546
26.02.2018	80.881340	357.420013	109.809998	156.838959
27.02.2018	79.801338	350.989990	104.870003	154.831238
28.02.2018	77.799858	343.059998	103.160004	154.119141
01.03.2018	77.978210	330.929993	102.570000	152.121323
02.03.2018	78.770874	335.119995	102.989998	152.793854
05.03.2018	79.553635	333.350006	103.410004	155.226837
06.03.2018	79.286102	328.200012	104.940002	154.010345
07.03.2018	78.433998	332.299988	103.589996	156.581818
08.03.2018	79.236565	329.100006	104.029999	154.494980
09.03.2018	79.553635	327.170013	104.730003	157.560928
12.03.2018	79.127579	345.510010	105.169998	158.500504
13.03.2018	78.988861	341.839996	103.730003	157.570831
14.03.2018	78.275459	326.630005	103.900002	156.384003
15.03.2018	77.948486	325.600006	103.239998	157.857635
16.03.2018	78.245735	321.350006	102.870003	158.500504
19.03.2018	77.938583	313.559998	101.480003	155.622467
20.03.2018	77.591789	310.549988	101.349998	154.485077
21.03.2018	76.333435	316.529999	101.820000	154.969696
22.03.2018	75.709221	309.100006	100.599998	150.420197
23.03.2018	75.213806	301.540009	98.540001	147.255341
26.03.2018	75.709221	304.179993	100.650002	151.686142
27.03.2018	77.076561	279.179993	99.360001	150.242188
28.03.2018	78.116928	257.779999	98.540001	150.845490
29.03.2018	78.552895	266.130005	100.440002	151.745483
02.04.2018	76.690140	252.479996	98.660004	148.422394
03.04.2018	77.740410	267.529999	99.419998	148.204803
04.04.2018	78.325005	286.940002	100.949997	152.427917
05.04.2018	78.077301	305.720001	102.110001	152.338898
06.04.2018	77.710693	299.299988	100.349998	148.916901
09.04.2018	77.443169	289.660004	99.699997	151.013626

Кінець таблиці А.1

10.04.2018	77.651245	304.700012	101.370003	153.683975
11.04.2018	77.552155	300.929993	100.800003	153.654297
12.04.2018	77.076561	294.079987	100.389999	156.334564
13.04.2018	77.651245	300.339996	100.349998	154.989487
16.04.2018	77.889038	291.209991	100.239998	156.156525
17.04.2018	77.710693	287.690002	102.169998	159.143372
18.04.2018	77.482796	293.350006	101.209999	147.156433
19.04.2018	74.949997	300.079987	100.889999	146.078400
20.04.2018	73.800003	290.239990	100.239998	143.309143
23.04.2018	73.000000	283.369995	100.150002	144.258606
24.04.2018	72.500000	283.459991	99.459999	143.961899
25.04.2018	72.300003	280.690002	101.150002	144.337723
26.04.2018	72.750000	285.480011	99.839996	145.109161
27.04.2018	72.809998	294.079987	99.230003	144.871796
30.04.2018	72.339996	293.899994	100.330002	143.368484

Таблиця А.2 – Котирування акцій компанії Chevron Corporation (CVX) за період з 19.10.2017 по 30.04.2018 за даними NYSE

Date	KO	NKE	GS	CVX
1	2	3	4	5
19.10.2017	46.590000	52.357216	238.568512	115.949524
20.10.2017	46.380001	52.724880	243.280426	116.381149
23.10.2017	46.320000	53.321091	240.695847	116.665634
24.10.2017	46.180000	53.082607	243.389771	116.959923
25.10.2017	46.049999	54.593006	240.278320	116.184959
26.10.2017	46.230000	56.451199	240.288269	116.184959
27.10.2017	46.070000	55.606564	240.278320	111.378258
30.10.2017	45.860001	54.920921	239.463165	112.212067
31.10.2017	45.980000	54.642693	241.043762	113.683510
01.11.2017	45.799999	54.722187	242.813202	113.693321
02.11.2017	45.880001	54.771866	245.417694	113.134178
03.11.2017	45.970001	55.358143	242.952377	112.800644
06.11.2017	45.470001	55.686058	242.047775	114.811615
07.11.2017	45.939999	54.801682	238.389572	115.007805
08.11.2017	46.180000	55.407825	239.821045	114.448654
09.11.2017	46.230000	55.775490	239.363770	115.007805
10.11.2017	46.540001	55.735744	238.727554	114.948952
13.11.2017	46.720001	55.556881	238.846848	114.998001
14.11.2017	47.430000	55.626438	235.834808	114.693893
15.11.2017	46.810001	56.272335	236.202606	114.232841
16.11.2017	46.549999	56.868546	237.952164	113.440735

## Продовження таблиці А.2

1	2	3	4	5
17.11.2017	45.709999	58.816162	236.610168	113.579353
20.11.2017	45.459999	58.875786	236.719528	113.589256
21.11.2017	45.779999	59.014900	236.610168	114.034813
22.11.2017	45.840000	58.696922	235.029587	114.767525
24.11.2017	45.880001	58.945343	234.552429	115.361610
27.11.2017	45.900002	59.253387	233.717407	114.450676
28.11.2017	45.830002	59.203701	237.991943	115.302200
29.11.2017	45.500000	59.978779	240.684387	116.025009
30.11.2017	45.770000	60.038391	246.946808	117.817162
01.12.2017	45.970001	59.699421	248.253128	118.332039
04.12.2017	46.230000	59.918755	249.948364	119.648926
05.12.2017	46.259998	60.237789	247.634872	119.203369
06.12.2017	46.450001	59.539906	245.261536	118.431053
07.12.2017	45.779999	60.417248	247.864227	118.450851
08.12.2017	45.310001	61.115135	249.649216	118.737999
11.12.2017	45.330002	61.723297	249.429840	119.233070
12.12.2017	45.290001	61.982513	256.958679	118.500366
13.12.2017	45.900002	64.106094	254.844635	118.747902
14.12.2017	46.029999	64.335396	254.764847	118.351845
15.12.2017	46.189999	64.594612	256.450134	118.549873
18.12.2017	45.930000	64.614548	259.292145	118.520164
19.12.2017	46.130001	64.046272	255.762070	118.658783
20.12.2017	46.080002	63.398232	254.465683	119.698441
21.12.2017	45.599998	64.574669	260.279388	123.589699
22.12.2017	45.590000	63.099136	258.245087	123.748131
26.12.2017	45.810001	63.458054	256.998596	124.738274
27.12.2017	45.930000	62.760162	255.233536	124.312508
28.12.2017	45.720001	62.760162	255.781998	124.342209
29.12.2017	45.880001	62.361366	254.046860	123.956055
02.01.2018	45.540001	63.298534	254.954330	126.322502
03.01.2018	45.439999	63.288563	252.580978	127.243324
04.01.2018	46.080002	63.248684	256.111053	126.847275
05.01.2018	46.070000	63.787056	254.804749	126.639343
08.01.2018	46.000000	64.355339	251.105133	127.263130
09.01.2018	46.230000	63.896721	253.229172	126.579933
10.01.2018	46.070000	64.026337	253.618073	127.391853
11.01.2018	46.040001	64.096123	254.415848	131.263321
12.01.2018	46.150002	64.474976	256.310516	132.283173
16.01.2018	46.529999	63.228745	257.736511	130.708832
17.01.2018	46.820000	63.617569	252.939972	131.055389
18.01.2018	46.880001	63.916664	250.267487	130.292969
19.01.2018	47.160000	67.007317	255.403061	130.005829
22.01.2018	47.380001	66.189789	260.787933	131.253403



## Продовження таблиці А.2

1	2	3	4	5
23.01.2018	47.450001	66.937523	259.361938	129.728592
24.01.2018	47.830002	67.794930	264.936310	130.094940
25.01.2018	47.840000	67.505806	268.276917	129.362228
26.01.2018	48.529999	67.834816	267.389435	129.896912
29.01.2018	47.700001	67.376198	271.717285	127.213623
30.01.2018	47.410000	67.126953	268.187195	123.995667
31.01.2018	47.590000	68.014267	267.140137	124.114479
01.02.2018	47.450001	67.445992	271.467987	124.332306
02.02.2018	46.730000	67.017288	259.312103	117.411209
05.02.2018	44.889999	64.195816	248.412689	111.509956
06.02.2018	44.669998	65.023315	257.975861	116.025009
07.02.2018	44.560001	65.432076	256.380341	114.153633
08.02.2018	43.099998	62.301552	245.660416	111.193108
09.02.2018	43.130001	65.292503	248.602158	112.381279
12.02.2018	43.970001	65.781029	252.451355	112.856552
13.02.2018	44.189999	65.671356	254.814713	112.173347
14.02.2018	44.099998	67.755051	261.844971	112.509995
15.02.2018	44.779999	68.084061	266.930695	112.529999
16.02.2018	44.980000	68.094032	266.870880	112.139999
20.02.2018	43.990002	67.286469	264.148529	110.980003
21.02.2018	43.340000	66.847801	262.662689	109.059998
22.02.2018	43.520000	66.927551	260.698181	109.889999
23.02.2018	44.040001	67.954453	266.023254	112.589996
26.02.2018	44.029999	69.439957	270.500702	114.599998
27.02.2018	43.619999	67.824844	267.179993	113.610001
28.02.2018	43.220001	66.827858	262.929993	111.919998
01.03.2018	43.430000	66.119995	256.779999	112.040001
02.03.2018	43.720001	65.889999	258.119995	111.639999
05.03.2018	43.889999	65.050003	263.119995	113.150002
06.03.2018	43.930000	65.239998	266.929993	113.650002
07.03.2018	43.820000	64.169998	265.350006	113.839996
08.03.2018	44.450001	65.110001	266.339996	113.349998
09.03.2018	44.820000	66.300003	270.769989	117.220001
12.03.2018	44.529999	66.820000	273.380005	116.790001
13.03.2018	44.570000	66.169998	268.529999	116.459999
14.03.2018	43.779999	66.199997	264.429993	115.129997
15.03.2018	43.669998	66.389999	266.609985	115.580002
16.03.2018	43.459999	65.910004	267.600006	115.400002
19.03.2018	43.259998	65.709999	262.529999	113.889999
20.03.2018	43.160000	66.800003	263.190002	114.500000
21.03.2018	43.000000	66.349998	261.850006	117.040001
22.03.2018	42.759998	64.419998	252.600006	113.699997
23.03.2018	42.330002	64.629997	245.259995	112.980003

Кінець таблиці А.2

1	2	3	4	5
26.03.2018	42.689999	65.900002	254.880005	115.349998
27.03.2018	42.889999	66.169998	247.259995	114.660004
28.03.2018	43.320000	65.440002	249.369995	112.099998
29.03.2018	43.430000	66.440002	251.860001	114.040001
02.04.2018	42.669998	64.120003	247.350006	112.239998
03.04.2018	43.380001	66.699997	250.580002	114.830002
04.04.2018	44.240002	68.419998	252.619995	114.480003
05.04.2018	44.400002	69.589996	255.809998	117.290001
06.04.2018	43.919998	67.550003	249.970001	114.760002
09.04.2018	43.830002	67.180000	252.190002	115.980003
10.04.2018	43.990002	67.000000	256.570007	118.849998
11.04.2018	43.990002	66.830002	252.940002	119.250000
12.04.2018	44.029999	67.769997	259.589996	119.230003
13.04.2018	44.509998	67.250000	255.919998	119.919998
16.04.2018	44.680000	67.059998	257.880005	120.699997
17.04.2018	44.880001	67.510002	253.630005	121.459999
18.04.2018	44.509998	66.199997	254.000000	123.820000
19.04.2018	44.310001	65.730003	254.169998	123.709999
20.04.2018	43.740002	66.089996	251.960007	122.309998
23.04.2018	43.980000	66.879997	246.669998	123.580002
24.04.2018	43.070000	66.970001	242.490005	122.540001
25.04.2018	42.430000	66.669998	239.229996	122.720001
26.04.2018	42.750000	68.050003	240.089996	124.220001
27.04.2018	43.310001	69.559998	239.800003	126.620003
30.04.2018	43.209999	68.389999	238.330002	125.110001

Таблиця А.3 – Котирування галузевих індексів за період з 19.10.2017 по 29.12.2017 за даними NYSE та NASDAQ

Дата	XLP	ARKQ	XLY	XLK	KBE	XLE
1	2	3	4	5	6	7
19.10.2017	53,33184	31,855473	90,56422	60,275982	44,78336	66,71757
20.10.2017	53,20352	32,407085	90,78283	60,683186	45,38868	66,84579
23.10.2017	53,16403	32,070206	90,16675	60,395164	45,00168	66,50056
24.10.2017	52,97649	32,338135	90,38535	60,564003	45,32914	66,62879
25.10.2017	52,82843	31,934273	90,03757	60,236256	45,10091	66,16521
26.10.2017	52,86791	32,239628	90,35555	60,48455	45,54746	66,30329
27.10.2017	52,41385	32,535133	91,81626	62,113365	45,85507	66,42165
30.10.2017	51,96967	32,436634	91,39892	62,252407	45,2696	66,76688
31.10.2017	52,40398	32,978394	91,40885	62,520565	45,25968	66,98388
01.11.2017	52,57179	32,564686	91,43865	62,530495	45,16044	67,74338
02.11.2017	52,44347	32,27903	90,75302	62,560295	45,45814	67,54611

Кінець таблиці А.3

1	2	3	4	5	6	7
03.11.2017	52,45334	32,741989	91,12067	63,056881	45,31921	67,74338
06.11.2017	51,8907	32,958691	91,78645	63,195927	45,20014	69,29197
07.11.2017	52,47308	32,978394	91,23992	63,225719	44,14828	69,2032
08.11.2017	53,04559	32,948845	91,33929	63,573338	43,85058	68,86784
09.11.2017	53,03571	32,446484	91,47841	63,066814	43,45366	69,07497
10.11.2017	53,57861	32,466183	91,78645	63,066814	43,3445	68,71002
13.11.2017	53,8846	32,663189	92,09449	63,046947	43,9002	68,31547
14.11.2017	54,07214	32,613937	92,17398	62,917831	44,1979	67,21074
15.11.2017	53,49964	32,298733	91,77651	62,451046	44,30705	66,45125
16.11.2017	54,23995	32,860191	92,54164	63,325035	44,29713	66,18493
17.11.2017	54,0524	33,007942	92,94906	62,917831	44,55513	66,51042
20.11.2017	53,99318	33,214798	93,12792	63,156197	44,94214	66,3526
21.11.2017	54,17085	33,933861	93,70426	63,821632	44,90244	66,50056
22.11.2017	54,10176	33,86491	93,79369	63,702446	44,75359	66,76688
24.11.2017	54,06228	34,03236	94,03217	64,05999	44,53529	66,95429
27.11.2017	54,09189	34,199818	94,10172	64,05999	44,53529	66,27371
28.11.2017	54,53607	34,455921	95,1451	64,268562	45,97415	66,78661
29.11.2017	54,82233	33,50045	95,55251	62,848312	47,37332	67,15157
30.11.2017	55,32573	33,539852	96,03941	63,404495	47,08555	68,15765
01.12.2017	55,46392	33,333	95,99966	63,076744	47,16493	68,72974
04.12.2017	55,98708	32,673035	97,11259	62,063705	47,95879	68,70015
05.12.2017	55,89824	32,633636	96,55612	62,083565	47,23439	68,40424
06.12.2017	56,25359	32,682888	95,93011	62,480835	46,98631	67,51651
07.12.2017	55,71069	33,106445	96,17853	62,868176	47,23439	67,71379
08.12.2017	55,85876	32,938992	96,63562	63,16613	47,34355	68,3352
11.12.2017	55,84889	33,096592	96,84429	63,712379	47,10539	68,82838
12.12.2017	55,85876	33,333	96,88404	63,692513	47,4527	68,64097
13.12.2017	56,17462	33,543793	96,96354	63,712379	46,897	68,54233
14.12.2017	55,92785	33,417709	97,26164	63,632923	46,43061	68,29574
15.12.2017	56,56229	34,081612	97,6824	64,35865	47,24106	68,23418
18.12.2017	56,53245	34,810528	98,55981	64,926872	47,87905	68,76044
19.12.2017	56,60206	34,347569	98,4302	64,52813	47,6398	68,85973
20.12.2017	56,50262	33,904308	98,24075	64,508186	47,56005	69,8328
21.12.2017	56,46285	33,441353	98,87888	64,378593	48,21798	71,31226
22.12.2017	56,55234	33,244347	98,68944	64,338715	48,02858	71,46121
26.12.2017	56,68162	33,333	98,90878	63,910057	47,65974	72,08675
27.12.2017	56,67167	33,18	98,70937	63,979839	47,39059	71,84845
28.12.2017	56,58218	33,09	98,97858	64,089493	47,6398	71,95767
29.12.2017	56,57223	32,939999	98,40029	63,750557	47,19122	71,74916

## ДОДАТОК Б

### Таблиці кореляції

Таблиця Б.1 – Попарні коефіцієнти кореляцій

	SAP	AAPL	PG	GOOG	GS	MS	BA
SAP	1	0,927298	0,468116	0,9210588	0,36122475	0,7532391	0,8872964
AAPL	0,927298	1	0,545308	0,8974425	0,41049526	0,74838494	0,8616807
PG	0,468116	0,545308	1	0,4188187	0,47105168	0,59014532	0,668946
GOOG	0,921059	0,897442	0,418819	1	0,36644415	0,76176027	0,8811332
GS	0,361225	0,410495	0,471052	0,3664442	1	0,81298139	0,615719
MS	0,753239	0,748385	0,590145	0,7617603	0,81298139	1	0,9309981
BA	0,887296	0,861681	0,668946	0,8811332	0,615719	0,9309981	1
TSLA	0,694746	0,64239	0,157623	0,6230243	-0,3317288	0,21798513	0,4347906
CSCO	0,569508	0,69571	0,549041	0,6329435	0,82646773	0,78628479	0,7083538
INTC	0,637826	0,626314	0,287648	0,7420377	0,78274487	0,83078863	0,7729232
MSFT	0,901036	0,844798	0,482143	0,9309799	0,59370369	0,8850988	0,9517623
AXP	0,879706	0,8474	0,549977	0,8445802	0,73666898	0,95443483	0,960355
CAT	0,86848	0,854423	0,555248	0,9103288	0,66234852	0,92783002	0,9618562
CVX	0,569325	0,638436	0,555051	0,6285661	0,89519986	0,91556532	0,8289372
DIS	-0,60339	-0,51486	-0,29268	-0,551946	-0,2449627	-0,53792106	-0,591493
DWDP	0,862928	0,850833	0,52558	0,8562291	0,67420423	0,89853371	0,9315764
GE	-0,88401	-0,829	-0,50802	-0,904221	-0,6536705	-0,89898519	-0,945842
HD	0,830633	0,897184	0,479573	0,8869055	0,65482667	0,84517887	0,8699583
IBM	-0,73357	-0,65161	-0,39296	-0,69756	0,19867507	-0,35408851	-0,623623
JNJ	0,967241	0,900645	0,497116	0,9184941	0,44252951	0,81842701	0,9026175
JPM	0,818965	0,799866	0,557428	0,7743332	0,82145433	0,95922181	0,9217988
KO	0,905356	0,811055	0,432949	0,9092737	0,10448167	0,62568377	0,8108664
MSD	0,977989	0,911411	0,506866	0,9670034	0,37221203	0,79483151	0,9287309
MMM	0,946622	0,909011	0,421165	0,9384898	0,5480543	0,8201852	0,8928701
MRK	-0,55455	-0,46474	-0,03949	-0,598062	-0,6547411	-0,65957179	-0,611715
NKE	0,497932	0,461625	0,336594	0,4131976	0,55137719	0,57792742	0,5065132
PFE	0,79242	0,886529	0,595052	0,7565824	0,74698504	0,86889531	0,8608227
TRV	0,851179	0,769602	0,354234	0,8697759	0,58973662	0,82607696	0,8431427

Таблиця Б.2 – Попарні коефіцієнти кореляцій

	TSLA	CSCO	INTC	MSFT	AXP	CAT	CVX
1	2	3	4	5	6	7	8
SAP	0,6947463	0,569508	0,637826	0,901036	0,879706	0,86848	0,569325
AAPL	0,6423899	0,69571	0,626314	0,844798	0,8474	0,854423	0,638436

Кінець таблиці Б.2

1	2	3	4	5	6	7	8
PG	0,1576233	0,549041	0,287648	0,482143	0,549977	0,555248	0,555051
GOOG	0,6230243	0,632943	0,742038	0,93098	0,84458	0,910329	0,628566
GS	-0,331729	0,826468	0,782745	0,593704	0,736669	0,662349	0,8952
MS	0,2179851	0,786285	0,830789	0,885099	0,954435	0,92783	0,915565
BA	0,0537522	0,71432	0,830789	0,896159	0,863317	0,838641	0,783269
TSLA	1	-0,04026	0,006147	0,41759	0,33732	0,373707	-0,05149
CSCO	-0,040258	1	0,819195	0,734151	0,778917	0,780362	0,835825
INTC	0,0061474	0,819195	1	0,882492	0,863093	0,873803	0,879616
MSFT	0,4175901	0,734151	0,882492	1	0,958229	0,977668	0,802414
AXP	0,3373197	0,778917	0,863093	0,958229	1	0,964966	0,876491
CAT	0,3737067	0,780362	0,873803	0,977668	0,964966	1	0,870163
CVX	-0,051485	0,835825	0,879616	0,802414	0,876491	0,870163	1
DIS	-0,556865	-0,12939	-0,387	-0,5672	-0,59284	-0,5423	-0,40559
DWDP	0,3811564	0,765332	0,856187	0,950333	0,964243	0,926968	0,82759
GE	-0,353672	-0,752	-0,89532	-0,98823	-0,96758	-0,98662	-0,84099
HD	0,3228708	0,876339	0,860019	0,911163	0,904184	0,942241	0,832705
IBM	-0,873408	-0,03089	-0,12403	-0,54927	-0,45613	-0,5102	-0,14119
JNJ	0,6137331	0,628668	0,691176	0,912419	0,896748	0,880794	0,610008
JPM	0,2082793	0,833225	0,870366	0,914944	0,984963	0,938271	0,903759
KO	0,7983943	0,331318	0,47591	0,802557	0,712495	0,762808	0,391848
MSD	0,6771314	0,578481	0,68385	0,938068	0,888324	0,916101	0,62334
MMM	0,4803022	0,737315	0,83147	0,955234	0,93173	0,929864	0,717402
MRK	0,0545348	-0,67328	-0,92224	-0,78299	-0,74391	-0,73277	-0,71523
NKE	-0,025328	0,607968	0,484099	0,493655	0,566134	0,543555	0,494836
PFE	0,2817031	0,881768	0,777201	0,836069	0,913968	0,855586	0,836008
TRV	0,3178837	0,703702	0,836123	0,904386	0,882545	0,891039	0,708308

Таблиця Б.3 – Попарні коефіцієнти кореляцій

	DIS	DWDP	GE	HD	IBM	JNJ	DIS
1	2	3	4	5	6	7	8
SAP	-0,60339	0,86292813	-0,88401	0,830633	-0,73357	0,967241	-0,60339
AAPL	-0,51486	0,85083267	-0,829	0,897184	-0,65161	0,900645	-0,51486
PG	-0,29268	0,52557993	-0,50802	0,479573	-0,39296	0,497116	-0,29268
GOOG	-0,55195	0,85622913	-0,90422	0,886906	-0,69756	0,918494	-0,55195
GS	-0,24496	0,67420423	-0,65367	0,654827	0,198675	0,44253	-0,24496
MS	-0,53792	0,89853371	-0,89899	0,845179	-0,35409	0,818427	-0,53792
BA	-0,45812	0,91361762	-0,87907	0,76383	-0,29683	0,804802	-0,45812
TSLA	-0,55687	0,38115642	-0,35367	0,322871	-0,87341	0,613733	-0,55687
CSCO	-0,12939	0,76533178	-0,752	0,876339	-0,03089	0,628668	-0,12939
INTC	-0,387	0,85618699	-0,89532	0,860019	-0,12403	0,691176	-0,387
MSFT	-0,5672	0,95033313	-0,98823	0,911163	-0,54927	0,912419	-0,5672

Кінець таблиці Б.3

1	2	3	4	5	6	7	8
AXP	-0,59284	0,96424266	-0,96758	0,904184	-0,45613	0,896748	-0,59284
CAT	-0,5423	0,92696793	-0,98662	0,942241	-0,5102	0,880794	-0,5423
CVX	-0,40559	0,82758961	-0,84099	0,832705	-0,14119	0,610008	-0,40559
DIS	1	-0,6688463	0,558761	-0,35211	0,551677	-0,5752	1
DWDP	-0,66885	1	-0,93347	0,869195	-0,47884	0,876698	-0,66885
GE	0,558761	-0,9334748	1	-0,92245	0,493207	-0,89203	0,558761
HD	-0,35211	0,86919496	-0,92245	1	-0,39977	0,833353	-0,35211
IBM	0,551677	-0,4788358	0,493207	-0,39977	1	-0,64369	0,551677
JNJ	-0,5752	0,87669813	-0,89203	0,833353	-0,64369	1	-0,5752
JPM	-0,48892	0,92345812	-0,9401	0,901169	-0,3266	0,850954	-0,48892
KO	-0,61855	0,7107882	-0,76513	0,665578	-0,87273	0,90077	-0,61855
MSD	-0,62609	0,87626892	-0,91803	0,84828	-0,76472	0,962306	-0,62609
MMM	-0,53081	0,91721245	-0,95319	0,932437	-0,53398	0,94672	-0,53081
MRK	0,237896	-0,7231999	0,788206	-0,72502	0,028963	-0,5732	0,237896
NKE	0,189529	0,37299873	-0,54803	0,616373	-0,04168	0,564233	0,189529
PFE	-0,4708	0,92391367	-0,836	0,899017	-0,33829	0,809291	-0,4708
TRV	-0,36388	0,80418184	-0,9182	0,880678	-0,41555	0,90015	-0,36388

Таблиця Б.4 – Попарні коефіцієнти кореляцій

	JPM	KO	MSD	MMM	MRK	NKE	PFE
1	2	3	4	5	6	7	8
SAP	0,818965	0,905356	0,977989	0,946622	-0,55455	0,497932	0,79242
AAPL	0,799866	0,811055	0,911411	0,909011	-0,46474	0,461625	0,886529
PG	0,557428	0,432949	0,506866	0,421165	-0,03949	0,336594	0,595052
GOOG	0,774333	0,909274	0,967003	0,93849	-0,59806	0,413198	0,756582
GS	0,821454	0,104482	0,372212	0,548054	-0,65474	0,551377	0,746985
MS	0,959222	0,625684	0,794832	0,820185	-0,65957	0,577927	0,868895
BA	0,830152	0,569034	0,764121	0,834209	-0,8145	0,317634	0,818294
TSLA	0,208279	0,798394	0,677131	0,480302	0,054535	-0,02533	0,281703
CSCO	0,833225	0,331318	0,578481	0,737315	-0,67328	0,607968	0,881768
INTC	0,870366	0,47591	0,68385	0,83147	-0,92224	0,484099	0,777201
MSFT	0,914944	0,802557	0,938068	0,955234	-0,78299	0,493655	0,836069
AXP	0,984963	0,712495	0,888324	0,93173	-0,74391	0,566134	0,913968
CAT	0,938271	0,762808	0,916101	0,929864	-0,73277	0,543555	0,855586
CVX	0,903759	0,391848	0,62334	0,717402	-0,71523	0,494836	0,836008
DIS	-0,48892	-0,61855	-0,62609	-0,53081	0,237896	0,189529	-0,4708
DWDP	0,923458	0,710788	0,876269	0,917212	-0,7232	0,372999	0,923914
GE	-0,9401	-0,76513	-0,91803	-0,95319	0,788206	-0,54803	-0,836
HD	0,901169	0,665578	0,84828	0,932437	-0,72502	0,616373	0,899017
IBM	-0,3266	-0,87273	-0,76472	-0,53398	0,028963	-0,04168	-0,33829
JNJ	0,850954	0,90077	0,962306	0,94672	-0,5732	0,564233	0,809291

Кінець таблиці Б.2

1	2	3	4	5	6	7	8
JPM	1	0,613275	0,817792	0,898782	-0,757	0,661548	0,917021
KO	0,613275	1	0,943922	0,811045	-0,34354	0,327052	0,563553
MSD	0,817792	0,943922	1	0,940433	-0,56134	0,455424	0,76979
MMM	0,898782	0,811045	0,940433	1	-0,73442	0,566606	0,863777
MRK	-0,757	-0,34354	-0,56134	-0,73442	1	-0,48348	-0,61279
NKE	0,661548	0,327052	0,455424	0,566606	-0,48348	1	0,504564
PFE	0,917021	0,563553	0,76979	0,863777	-0,61279	0,504564	1
TRV	0,881923	0,755786	0,864547	0,93727	-0,75749	0,741576	0,747558

## ДОДАТОК В

### Лістинг програми

```

using System;
using System.Collections.Generic;
using System.IO;
using System.Linq;
using Microsoft.SolverFoundation.Services;

namespace DynamicProg
{
    class Program
    {
        static void Main(string[] args)
        {
            const string resultsPath = @"Results.txt";
            int K = 20000;

            // constraints
            const decimal wMaxB = 0.20m; // Max percent of 1 equity in portfolio
            const decimal p = 0.05m;     // Min percent of 1 bond in portfolio
            const decimal q = 0.20m;     // Min percent of all bonds in portfolio

            // model
            //List<decimal[]> u = new List<decimal[]>();
            //List<decimal[]> v = new List<decimal[]>();
            //List<decimal[]> x = new List<decimal[]>();
            //decimal[][] r = new decimal[3][];

            //r[0] = new decimal[8] { -4.38m, 12.74m, 1.88m, 2.47m, 5.8m, 4.40m, 2.29m, -1.71m };
            //r[1] = new decimal[8] { 1.17m, 10.79m, 5.26m, -1.3m, 0.68m, 5.29m, 2.81m, 4.83m };
            //r[2] = new decimal[8] { 0.85m, 10.36m, 4.68m, -1.64m, 0.35m, 4.89m, 2.48m, 3.87m };

            List<Equity> eqs = new List<Equity>()
            {
                new Equity("PG",-4.38,0,0,0, "Stock"),
                new Equity("TSLA" , 12.74 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
                new Equity("DIS" , 1.88 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
                new Equity("IBM" , 2.47 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
                new Equity("KO" , 5.8 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
                new Equity("NKE" , 4.4 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
                new Equity("GS" , 2.29 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
                new Equity("CVX" , -1.72 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
                new Equity("OBL_GE", 2.75 , 0 , 0 , 0 , "Bond"),
                new Equity("OBL_USA", 3.42 , 0 , 0 , 0 , "Bond")
            };

            var res = GetSolve(eqs, K, Convert.ToDouble(K * wMaxB), Convert.ToDouble(K * p),
            Convert.ToDouble(q));

            foreach (var item in res)
            {
                Console.WriteLine(item.Key.Ticker + '\t' + item.Value);
            }
        }
    }
}

```



```

Console.ReadKey();
Console.WriteLine();

eqs = new List<Equity>()
{
    new Equity( "PG" , 1.17 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "TSLA" , 8.79 , 4000 , 0 , 4000 , "Stock"),
    new Equity( "DIS" , 5.26 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "IBM" , -1.3 , 4000 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "KO" , 0.68 , 0 , 0 , 4000 , "Stock"),
    new Equity( "NKE" , 5.29 , 0 , 0 , 4000 , "Stock"),
    new Equity( "GS" , 2.81 , 0 , 0 , 4000 , "Stock"),
    new Equity( "CVX" , 4.83 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "OBL_GE" , 2.75 , 2603 , 0 , 4000 , "Bond"),
    new Equity( "OBL_USA" , 3.42 , 4000 , 0 , 4000 , "Bond"),
};

K = 21325;
res = GetSolve(eqs, K, Convert.ToDouble(K * wMaxB), Convert.ToDouble(K * p),
Convert.ToDouble(q));

foreach (var item in res)
{
    Console.WriteLine(item.Key.Ticker + '\t' + item.Value);
}

Console.ReadKey();
Console.WriteLine();

eqs = new List<Equity>()
{
    new Equity( "PG" , 0 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "TSLA" , 12.74 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "DIS" , 1.88 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "IBM" , 2.47 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "KO" , 5.8 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "NKE" , 4.4 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "GS" , 2.29 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "CVX" , -1.72 , 0 , 0 , 0 , "Stock"),
    new Equity( "OBL_GE" , 2.75 , 0 , 0 , 0 , "Bond"),
    new Equity( "OBL_USA" , 3.42 , 0 , 0 , 0 , "Bond")
};
K = 21606;

res = GetSolve(eqs, K, Convert.ToDouble(K * wMaxB), Convert.ToDouble(K * p),
Convert.ToDouble(q));

foreach (var item in res)
{
    Console.WriteLine(item.Key.Ticker + '\t' + item.Value);
}
Console.ReadKey();
}

static private Dictionary<Equity, double> GetSolve(List<Equity> eqs, int K, double wMaxB, double
p, double q)

```

```

{
    var solver = SolverContext.GetContext();
    solver.ClearModel();
    var model = solver.CreateModel();
    var decisions = eqs.Select(
        it => new Decision(Domain.IntegerNonnegative, it.Ticker));
    model.AddDecisions(decisions.ToArray());

    var objective = new SumTermBuilder(decisions.Count());
    foreach (var eq in eqs)
    {
        var stockDecision = model.Decisions.First(
            it => it.Name == eq.Ticker);
        objective.Add(stockDecision * eq.Yield);
    }
    model.AddGoal("Profit", GoalKind.Maximize, objective.ToTerm());

    var budgetComponents = new SumTermBuilder(decisions.Count());
    foreach (var eq in eqs)
    {
        var stockDecision = model.Decisions.First(
            it => it.Name == eq.Ticker);
        budgetComponents.Add(stockDecision);
    }

    var budgetConstraint = budgetComponents.ToTerm() <= K;
    model.AddConstraint("BuyingPower", budgetConstraint);

    foreach (var eq in eqs)
    {
        var weightComponents = new SumTermBuilder(decisions.Count());
        var stockDecision = model.Decisions.First(
            it => it.Name == eq.Ticker);
        weightComponents.Add(stockDecision);
        var weightConstraint = weightComponents.ToTerm() <= wMaxB;
        model.AddConstraint("WeightStocks" + eq.Ticker, weightConstraint);
    }

    foreach (var eq in eqs.Where(a=>a.Type=="Bond"))
    {
        var weightComponents = new SumTermBuilder(decisions.Count());
        var stockDecision = model.Decisions.First(
            it => it.Name == eq.Ticker);
        weightComponents.Add(stockDecision);
        var weightConstraint = weightComponents.ToTerm() >=p ;
        model.AddConstraint("WeightOptions" + eq.Ticker, weightConstraint);
    }

    var weightComponentsBond = new SumTermBuilder(decisions.Count());

    foreach (var eq in eqs.Where(a => a.Type == "Bond"))
    {
        var stockDecision = model.Decisions.First(
            it => it.Name == eq.Ticker);
        weightComponentsBond.Add(stockDecision);
    }
}

```

```

var weightConstraintBond = weightComponentsBond.ToTerm() >= q;
model.AddConstraint("WeightTotalBond", weightConstraintBond);

var solution = solver.Solve();

var orders = new Dictionary<Equity, double>();
if (solution.Quality == SolverQuality.Optimal)
{
    foreach (var eq in eqs)
    {
        var stockDecision = model.Decisions.First(it => it.Name == eq.Ticker);
        orders.Add(eq, stockDecision.ToDouble());
    }
}
return orders;
}
}

public class Equity
{
    public Equity()
    {

    }

    public Equity(string ticker, double yield, double volume, double part, double management, string
type)
    {
        Ticker = ticker;
        Yield = yield;
        Volume = volume;
        Part = part;
        Management = management;
        Type = type;
    }

    public string Ticker { get; set; }
    public double Yield { get; set; } // R
    public double Volume { get; set; } // V in USD
    public double Part { get; set; } // percent
    public double Management { get; set; } // u in USD
    public string Type { get; set; }
};
}

```