

УДК 519.766.2

Р.С. Семенюк, аспірант, к.т.н., доцент, професор Яремчук Н.А.

КПІ ім. І. Сікорського

ПОБУДОВА ФУНКЦІЇ ПРИНАЛЕЖНОСТІ ЛІНГВІСТИЧНОЇ ЗМІННОЇ З УРАХУВАННЯМ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ

Анотація. Проведено аналіз способів урахування невизначеності результатів вимірювання, що використовуються в системах з обчисленнями на основі нечіткої логіки. Невизначеність результатів вимірювання враховується або при встановленні функцій приналежності терм-множини лінгвістичної змінної, або при використанні операторів, що змінюють індекс нечіткості встановленої функції приналежності. В якості критерія адекватності ефекту від врахування невизначеності обрано індекс нечіткості підмножини або його збільшення від врахування невизначеності.

Ключові слова: невизначеність вимірювання, функція приналежності, індекс нечіткості.

ВСТУП ТА КОРОТКИЙ ОГЛЯД ПОПЕРЕДНІХ РОБІТ

В інтелектуальних вимірювальних системах результати вимірювання використовуються при нечітких обчисленнях. Для переходу від даних, поданих за метричними шкалами, до нечітких категоризованих даних формується шкала з нечіткою лінгвістичною змінною (ЛЗ). При встановленні шкали з нечіткою ЛЗ використовується семантичне правило, яке ставить у відповідність кожному елементу терм-множини $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ нечітку підмножину з області визначення вимірюваної величини. Семантичне правило може бути обчислювальною операцією, що встановлює функцію приналежності (ФП) або включати оператори, що змінюють індекс нечіткості встановленої ФП. Так як результати вимірювання супроводжуються невизначеністю, є необхідність в аналізі способів урахування невизначеності вимірювання при встановленні ФП терм-множини лінгвістичної змінної.

За думками спеціалістів, що працюють в області нечіткої логіки, найбільш уразливим для критики питанням в теорії нечітких множин є питання про методи побудови головної характеристики нечіткої множини – функції приналежності [1]. Основною складністю, що заважає інтенсивному застосуванню теорії нечітких множин при вирішенні практичних задач є те, що функція належності може бути задана без теоретичного обґрунтування і не може бути таким чином перевірена на адекватність засобами цієї теорії. В кожному відомому методі побудови функції приналежності формулюються свої вимоги і обґрунтування до вибору саме такої побудови [2]. Якщо для побудови шкали лінгвістичної змінної визначена кількість термів множини [3,4], то виникає питання про вибір форми функції приналежності за адекватністю індексу нечіткості і відносною розширеною невизначеністю вимірювання.

РЕЗУЛЬТАТИ АНАЛІЗУ ЗВ'ЯЗКУ МІЖ ІНДЕКСОМ НЕЧІТКОСТІ І НЕВИЗНАЧЕНОСТЮ ВИМІРЮВАННЯ ДЛЯ ТРАПЕЦІЄПОДІБНОЇ ФУНКЦІЇ ПРИНАЛЕЖНОСТІ

Трапецієподібну ФП обрано як модель для дослідження тому що для її визначення потрібний малий об'єм даних, така форма ФП відрізняється простотою модифікації параметрів (модальних значень) ФП на основі вимірюваних значень вхідних і вихідних величин систем, для такої форми ФП

легко забезпечується виконання умови розбиття одиниці (у відповідності з якою сума ступенів приналежності для будь-якого елемента області визначення повинна дорівнювати 1) [5].

Зв'язок між індексом нечіткості I і відносною розширеною невизначеністю $U_{\text{відн}} = \pm \delta$ розглянуто для першого терма множини «значення величини мале». Якщо границі терму задані чітко, наприклад, за встановленими нормами, тоді функція приналежності виначається як:

$$\mu_{T_1}(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } 0 \leq x \leq a \\ 0, & \text{якщо } x > a \end{cases}$$

де a - верхня границя терму T_1 .

Якщо врахувати невизначеність вимірювання, то ФП стає нечіткою, а саме:

$$\mu_{T_1}(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } 0 \leq x \leq a(1-\delta) \\ \frac{a(1+\delta)-x}{2a\delta}, & \text{якщо } a(1-\delta) \leq x \leq a(1+\delta) \\ 0, & \text{якщо } x > a(1+\delta) \end{cases} \quad (1)$$

Лінійний індекс нечіткості неперервної множини з функцією приналежності $\mu_A(x)$ визначається за формулою [1]:

$$I_A^L = \frac{2}{b-a} \int_a^b |\mu_{\bar{A}}(x) - \mu_{\underline{A}}(x)| dx \quad (2)$$

де $\mu_{\bar{A}}(x)$ - звичайна множина, найближча до нечіткої.

У відповідності з (1) і (2) індекс нечіткості терма множини «значення величини мале» з урахуванням відносної невизначеності δ набуває вигляду:

$$I_A^L = \frac{2}{a(1+\delta)} \left[\int_0^a |\mu_{T_1}(x) - 1| dx + \int_a^{a(1+\delta)} |\mu_{T_1}(x)| dx \right] = \frac{\delta}{1+\delta} \quad (3)$$

Квадратичний індекс нечіткості (за Евклідовою відстанню) становить

$$I_A^E = \sqrt{\frac{2\delta}{3(1-\delta)}} \quad (4)$$

Отримані співвідношення (3) і (4) дозволяють обчислити відповідний внесок невизначеності вимірювання в індекс нечіткості трапецієподібної ФП і можуть служити мірою адекватності обраної ФП з урахуванням невизначеності вимірювання. Якщо вихідна терм-множина ЛЗ є нечіткою, то збільшення її нечіткості з урахуванням невизначеності вимірювання можна отримати з використанням операторів $DIL(A)$ (для неперервної множини) і оператора нечіткості K (для дискретної множини) [1].

УРАХУВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ПРИ ФОРМУВАННІ ФУНКЦІЇ ПРИНАЛЕЖНОСТІ

При урахуванні невизначеності вимірювання індекс нечіткості або нечіткого числа (що є результатом вимірювання), або термів нечіткої ЛЗ (тобто шкали квазіпорядку) повинен збільшуватись. Для збільшення індекса нечіткості

неперервної множини може бути використаний оператор розтягування $DIL(A) = A^{1/N}$, де $N > 1$.

Говорять, за певних умов, що « $A^{1/N}$ більш нечітке, ніж A » [1]. При урахуванні невизначеності вимірювання обирають N на основі адекватного збільшення індекса нечіткості від внеску невизначеності в загальний індекс нечіткості. Якщо індекс нечіткості ФП раніше встановленого терма ЛЗ значний, тоді при малій невизначеності вимірювання її внеском можна знехтувати. Критерієм служить співвідношення між індексом нечіткості ФП терма ЛЗ і його можливим збільшенням від урахування невизначеності вимірювання.

Якщо терм ЛЗ задано дискретною чіткою або нечіткою множиною, тоді для врахування внеску невизначеності можна використати оператор нечіткості K [1]. Оператор нечіткості K використовується для перетворення звичайних множин в нечіткі і для збільшення нечіткості нечітких множин. Для дискретної універсальної множини оператор представляють як матрицю, що взаємодіє з кожним елементом множини. Як приклад, для чотирьох членів множини оператор K має вигляд:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}$$

Взаємодія оператора K з множиною A , що складається з чотирьох членів

$$A = \sum_{i=1}^4 \mu_A(i) / i,$$

де сума означає тільки формальний перелік, відображається наступним рівнянням [1]:

$$KA = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (\mu_A(j) \cdot K_{ij}) / i,$$

де друга сума – це об'єднання нечітких множин, в даному випадку за правилом логічної конорми.

Якщо вихідна нечітка множина, що відповідає терму ЛЗ становить

$$A = 1/a_1 + 0,66/a_2 + 0,33/a_3 + 0/a_4$$

$$I_A^L = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n |\mu_{\bar{A}}(x_i) - \mu_A(x_i)| = 0,33$$

з лінійним індексом, то після взаємодії з оператором нечіткості K , що дорівнює

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,9 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,8 & 0 \end{bmatrix}$$

і означає «більше або менше» [1], отримаємо $KA = 1/a_1 + 0,9/a_2 + 0,59/a_3 + 0,26/a_4$ з індексом нечіткості $I_{KA}^L = 0,39$.

Таким чином, збільшення індексу нечіткості становить

$$I_{KA}^L - I_A^L = 0,06.$$

З огляду на адекватність збільшення індексу нечіткості і значенням розширеної невизначеності, вплив якої враховується, за моделлю (1) отримуємо $\delta = 6,4\%$. Але спеціалісти з використання операторів нечіткої логіки застерігають щодо адекватності дій оператора нечіткості, тому що не завжди дія оператора K на нечіткі множини приводить до збільшення її нечіткості. Тому завжди потрібна перевірка індексу нечіткості множин A і KA .

ВИСНОВКИ

В роботі розглянуто питання побудови функцій приналежності терм-множини лінгвістичної змінної з урахуванням невизначеності вимірювання при переході від даних, поданих за метричними шкалами, що є результатами вимірювання з невизначеністю, до нечітких категоризованих даних, які використовуються потім при нечітких обчисленнях, при вирішенні задач керування процесами, при об'єднанні різнорідних даних, тощо.

З використанням моделі трапецієподібної функції приналежності знайдено аналітичний зв'язок між індексом нечіткості функції приналежності і значенням відносної розширеної невизначеності, яке було враховано при побудові даної функції приналежності. Отримані співвідношення було використано як критерії адекватності при застосуванні різних операторів збільшення нечіткості з метою урахування можливого внеску невизначеності вимірювання при формуванні функцій приналежності терм-множини лінгвістичної змінної.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Коньшева Л.К., Незаров Д.М. Основы теории нечетких множеств: Учебное пособие. – СПб.: Питер, 2011. – 192с.
2. И.Гудмэн. Нечеткие множества как классы эквивалентности случайных множеств. В книзі «Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: Пер. с англ./ Под ред. Р.Р.Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 408с.
3. W.I.Tastle, M.I.Wierman. An information theoretic measure for the evaluation of ordinal scale data // Behavior Research Methods, 2006, 38(3), 487-494.
4. Семенюк Р.С. «Способы определения терм-множества лингвистической переменной с неопределенностью измерений». 15-й Міжнародний науково-технічний семінар «Неопределенность измерений: научные, нормативные и методические аспекты» UM-2018, Созополь 10 сентября 2018.
5. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление / А.Пегат; пер. с англ. – М.: Бином. Лаборатория знаний. 2009. – 798с.

Наук. керівник - к.т.н., доцент, професор Яремчук Н.А.