

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО"
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО"
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ДИФУЧИН ЮРІЙ МИКОЛАЙОВИЧ

УДК 539.319 : 621.88

ДИСЕРТАЦІЯ

**НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН І МІЦНІСТЬ
ОДНОЗРІЗНИХ БОЛТОВИХ З'ЄДНАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ
ІЗ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ**

05.02.09 – ДИНАМІКА ТА МІЦНІСТЬ МАШИН

ТЕХНІЧНІ НАУКИ

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник доктор технічних наук, професор Рудаков Костянтин
Миколайович

КИЇВ – 2019

АНОТАЦІЯ

Дифучин Ю.М. Напружено-деформований стан і міцність однозрізних болтових з'єднань елементів конструкцій з композиційних матеріалів. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.02.09 – динаміка та міцність машин. – Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", МОН України, Київ, 2019.

Дисертаційна робота присвячена науковому обґрунтуванню модифікацій у методах розрахунків на статичну міцність однозрізних болтових з'єднань (БЗ) елементів конструкцій з шаруватими полімерно-композиційними матеріалами (ПКМ). Основою для обґрунтувань виступають чисельні розрахунки характеристик напружено-деформованого стану методом скінченних елементів. Особливою характеристикою цих розрахунків являються докладний опис пошарової структури ПКМ та врахування величин бічних зазорів болт/отвір в рамках лінійно-пружної моделі матеріалів і контактної взаємодії складових з'єднання з урахуванням тертя.

Нові високоміцні та високомодульні композиційні матеріали (КМ) за питомими показниками міцності і характеристиками жорсткості значно перевершують традиційні матеріали. Завдяки цьому КМ інтенсивно впроваджуються у відповідальних силових елементах космічних і авіаційних конструкцій, в суднобудуванні, на транспорті, тощо. Але механічні властивості КМ значно відрізняються від відповідних характеристик однорідних матеріалів (металів, сплавів), навіть протилежні, наприклад, при розтягуванні та стискуванні, при зсуву в різних площинах, тощо. Крім того, КМ є крихким матеріалом, який руйнується майже миттєво з пружного стану.

Шаруваті КМ за своєю суттю є конструкціями, оскільки "збираються" із окремих шарів – препрегів, які просочуються сполукою та потім остаточно формуються під дією тиску та температури. Саме тому не створюються бази

даних з певними властивостями шаруватих КМ. Фізичні та механічні характеристики визначають і вказують тільки для окремих препрегів або матриць та наповнювачів: ниток, стрічок або тканин. Це – ще одна відмінність КМ від однорідних матеріалів.

Виріб із КМ може бути суцільним або збиратися з окремих деталей. Основним різним механічним з'єднанням деталей з КМ у силових конструкціях, зокрема, авіаційних, є болтове з'єднання (БЗ). БЗ, в якому присутні деталі (пластини) із полімерних шаруватих КМ, будемо позначати як БЗ із ПКМ.

У роботі з вітчизняних та закордонних літературних джерел проведений аналіз існуючих підходів щодо опису напружено-деформованого стану болтових з'єднань елементів конструкцій, виготовлених як із ізотропних матеріалів так і з композитних. Підсумовуючи аналіз вітчизняних та закордонних літературних джерел, визначені такі основні положення:

Для загальних властивостей болтових з'єднань деталей:

- в однозрізних БЗ спостерігається більш значний вигин болтів і пластин, ніж у двозрізних, тобто створюються більш жорсткі умови деформування БЗ, сильніше виявляються тенденції залежності характеристик НДС у зонах отворів при зміні впливових параметрів;
- фактичним стандартом для випробувань БЗ на міцність та утому є БЗ довгих пластин з шириною, що у шість разів перевищує діаметр отворів та містить кількість з'єднуючих болтів, відповідну кількості рядів у реальному БЗ.

В болтових з'єднаннях деталей із однорідних матеріалів (металів):

- методи розрахунків на статичну міцність визначені та стандартизовані, фактично є інженерними, тобто не вимагають складних розрахунків;
- зразки на утому БЗ можуть руйнуватися і по нетто-перерізу пластин, і по бруто-перерізу пластин біля границь суміжних елементів БЗ (під впливом фретінг-корозії), а також втрачати несучу здатність від випереджального руйнування болтів;

- одночасне застосування осевого затягування болтів, радіального натягу в системі болт/отвір, а також зміцнення контактних поверхонь (все – в оговорених межах), є ефективним засобом для збільшення втомної міцності БЗ у декілька разів.

В болтових з'єднаннях деталей із ПКМ:

- внаслідок крихкості ПКМ не можна застосовувати а ні радіального натягу в системі болт/отвір, а ні зміцнення контактних поверхонь та околу отворів у пластині;
- є лише незначна кількість публікацій, в яких БЗ із ПКМ моделюються в контактній взаємодії, причому в них ПКМ зазвичай описують із застосуванням "еквівалентних модулів", і лише зрідка – як пошарову структуру;
- фактично не досліджувалися розподіл контактних зусиль на бічних поверхнях отворів у пластин із ПКМ, вплив тертя, структури композитного матеріалу, бічних зазорів болт/отвір та багатьох інших параметрів БЗ на розподіл зусиль між болтами багаторядних БЗ, на НДС у шарах пластини із ПКМ навколо отворів;
- методи розрахунків на статичну міцність БЗ із ПКМ мають значну невизначеність та фактично не стандартизовані, що призводить до застосування до БЗ із ПКМ методів розрахунків на статичну міцність, обґрунтованих для однорідних матеріалів, з довільними та значно завищеними коефіцієнтами запасу міцності.

Розрахунок БЗ на міцність та (або) втому завжди потребує проведення статичного розрахунку характеристик напружено-деформованого стану (НДС) елементів з'єднання. При цьому класичні формульні підходи, розроблені для однорідних матеріалів (металів), для КМ не дають потрібної точності, вимагають корегування. У світі було проведено багато натурних експериментів з виявлення впливу різних конструкційно-технологічних факторів на міцність БЗ із КМ, але досі немає достатньо повного уявлення

про поведінку КМ та БЗ із ПКМ, задовільних методів розрахунків їх на міцність.

Натурний експеримент не дозволяє "заглянути усередину матеріалу". Для цього можна використати сучасні розрахункові методи, зокрема, метод скінченних елементів (МСЕ). Але для МСЕ характерне породження величезних за розмірами систем алгебраїчних рівнянь (САР), що посилює вимоги до застосовуваних ЕОМ. В умовах потреби у масовості таких розрахунків актуальною є розробка достатньо точних спрощених розрахункових 3D-моделей БЗ із ПКМ, які дозволяють проводити розрахунки не на супер-ЕОМ, а на персональних ЕОМ (ПЕОМ) підвищеної потужності. В результаті можна значно уточнювати розрахункові моделі для ПЕОМ, а саме: переходити до контактних моделей з пошаровим моделюванням ПКМ у зонах отворів, з урахуванням тертя, можливих зазорів при постановці болтів у отвори, зусилля згвинчування болтового з'єднання, температурних деформацій, розшарувань, відколів і інших технологічних дефектів, що допускаються в БЗ із ПКМ.

Внаслідок проведення уточнених розрахунків із застосуванням МСЕ можна виявити особливості, більшість із яких неможливі в БЗ з однорідних матеріалів і які проясняють суть багатьох явищ, характерних для БЗ із ПКМ. Однак великий перелік факторів впливу, а також майже початковий стан таких розрахунків, не дозволив дотепер достатньо повно вивчити, зокрема, характеристики напружено-деформованого та граничного стану основних елементів БЗ із КМ пошарової структури.

Отже, проведення чисельного аналізу характеристик НДС болтових з'єднань елементів конструкцій із ПКМ, з метою запропонування на їх основі модифікованих методів розрахунків їх міцності, є актуальною задачею, що становить науковий і практичний інтерес.

У даній роботі розроблено детальний алгоритм створення ефективних скінченно-елементних моделей для розрахунків БЗ із шаруватими ПКМ (на прикладі зразка однозрізного дворядного болтового з'єднання, який

використовується для випробовувань на утому.), в яких враховано основні впливові фактори: структура ПКМ, величини бічних зазорів в отворах (між болтом та отвором), а також контактний характер взаємодії елементів з'єднання, тертя між елементами БЗ. В моделях, з метою зменшення вимог до комп'ютера, застосували змішані моделі для ПКМ: пошарову в зонах отворів та усереднену на віддаленні від отворів – за теорією "ефективного модуля".

У результаті чисельних розрахунків характеристик НДС методом скінченних елементів було виявлено особливості у розподілах напружень та деформацій у матеріалі болтів та ПКМ. Були змодельовані шість структур ПКМ (одна реальна та п'ять модельних), проаналізовані зміни їх НДС при однаковому навантаженні. Показано, що за наявності згину пластини з ПКМ, підбором структури ПКМ можна значно зменшити максимальні значення розподілених контактних зусиль на поверхні отворів і бічних поверхнях болтів.

Виявлена значна спадна експоненціальна залежність відносної величини площі контакту в отворах від збільшення зазору між бічними поверхнями болтів і отворів. Зміна структури ПКМ майже не впливала на величини вказаної площі.

Обґрунтовано алгоритм обрахування величин зусиль, що сприймаються перетином болтів, з урахуванням тертя в з'єднанні, через долю від повного навантаження.

Виявлено, що існують значні впливи як структури, так і величини зазору між бічними поверхнями болта й отвору на величини значущих (для міцності однозрізного дворядного БЗ) напружень, коефіцієнта вигину та коефіцієнта концентрації напружень. Останній для другого отвору майже вдвічі більше, ніж для першого та своїми значеннями близько корелює з коефіцієнтами, отриманими на металах, якщо враховувати не весь нетто-перетин, а тільки площі шарів з кутом укладання 0 градусів відносно напрямку дії сили, що розтягує зразок.

Запропоновано зміни в критеріях статичної міцності однозрізних БЗ на зминання та розрив, які враховують пошарову структуру ПКМ, величини бічних зазорів болт/отвір та виявлені особливості у напружено-деформованому стані БЗ із ПКМ.

Виявлені особливості та запропоновані зміни в критеріях статичної міцності однозрізних БЗ із ПКМ, які враховують пошарову структуру ПКМ та величини зазорів між болтом та отвором у з'єднаннях можуть застосовуватися у практиці розрахунків відповідних БЗ із ПКМ при проектуванні БЗ силових конструкцій авіаційної, космічної та іншої сучасної техніки.

Ключові слова: композиційні матеріали, багатошарові углепластикові пластини, болтові з'єднання, скінченно-елементні апроксимації, пружні характеристики, напружено-деформований стан, міцність.

SUMMARY

Dyfuchyn Yu.M. Stress-deformed state and strength of single-lap bolted joints of structural elements of composite materials. - Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

The dissertation for the degree of a candidate of technical sciences on the specialty 05.02.09 - dynamics and strength of machines. - National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kiev Polytechnic Institute", Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2019.

The dissertation is devoted to the scientific substantiation of modifications in the methods of calculation for the static strength of single-lap bolted joints (BJ) of structural elements with carbon fibre reinforced plastic (CFRP). The basis for the substantiation is numerical calculations of the characteristics of the stress-deformed state by the finite element method. A special characteristic of these calculations is a detailed description of the layered structure of the CFRP and taking into account the two main influential factors: the layer structure and the size

of the side gaps between the bolt and the hole in the line-elastic model of materials and the contact interaction of the elements of joints, taking into account friction.

New high-strength and high-modular composite materials (CM) with specific strength and rigidity characteristics far outstrip traditional materials. Due to this, the CM is intensively implemented in responsible power elements of space and aviation constructions, shipbuilding, transport, etc. But the mechanical properties of the CM are significantly different from the corresponding characteristics of homogeneous materials (metals, alloys), even the opposite, for example, when stretching and compression, with shear in different planes, and so on. In addition, CM is a fragile material that breaks almost instantaneously from an elastic state.

Layered CM are inherently constructions, because they are "assembled" from separate layers - prepregs, which are impregnated with a compound and then finally formed under the action of pressure and temperature. That is why there are not created databases with certain properties of layered CM. Physical and mechanical characteristics are determined and indicated only for certain prepregs or matrices and fillers: threads, ribbons or fabrics. This is another difference between the CM and homogeneous materials. A CM product may be solid or assembled from individual parts. The main detachable mechanical connection of parts with CM in power structures, in particular, aviation, is a bolted joined (BJ). BJ, which contains the details (plates) of carbon fibre reinforced plastic, will be denoted as BJ with CFRP.

In the work with domestic and foreign literary sources an analysis of existing approaches to describing the stress-deformed state of bolted joints of structural elements made of both isotropic materials and composites. Summarizing the analysis of domestic and foreign literary sources, the following basic provisions are defined:

For general properties of bolted joints of parts:

- in single-lap BJ there is a more significant bending of bolts and plates than in the two-lap, that is, they create more rigid conditions for the deformation of the BJ, and tendencies of the dependence of the characteristics of the stress-deformed

state in the zones of the holes with the change of the influence parameters are stronger manifested;

- the actual standard for the tests of the BJ for strength and fatigue is the BJ of long plates with a width that is six times the diameter of the holes and contains the number of connecting bolts corresponding to the number of rows in the real BJ.

In bolted joints of parts made of homogeneous materials (metals):

- methods of calculations for static strength are defined and standardized; in fact, they are engineering, that is, they do not require complicated calculations;

- samples on the fatigue of the BJ can be destroyed by the net cross-section of the plates, and by the gross-section of the plates near the boundaries of the adjacent elements of the BJ (under the influence of fretting-corrosion), as well as the loss of the bearing capacity from the pre-emptive destruction of the bolts;

- simultaneous application of the axial tightening of bolts, radial tension in the bolt / hole system, and also strengthening of contact surfaces (all within the specified limits), is an effective means to increase the wear strength of the BJ several times.

In bolted joints of parts with CFRP:

- due to the fragility of the CFRP, neither the radial tension in the bolt / hole system nor the strengthening of the contact surfaces of the holes in the plate can be used;

- there is only a small number of publications in which BJ with CFRP are modeled in contact interaction, in which they are usually described by CFRP with the use of "equivalent modules", and only occasionally as a layered structure;

- in fact, not investigated the distribution of contact forces on the side surfaces of the openings in the plates with CFRP, the effect of friction, the structure of the composite material, side bolt / hole clearance and many other parameters of the BJ on the distribution of forces between the bolts of multi-row BJ on the stress-deformed state in the layers of the plate with the CFRP around the holes ;

- the methods for calculating the static strength of the BJ with CFRP have considerable uncertainty and are not actually standardized, which results in the use

of methods for calculating static strength based on homogeneous materials with arbitrary and significantly overestimated strength ratios to the CFRP.

The calculation of the BJ for strength and (or) fatigue always requires a static calculation of the characteristics of the stress-deformed state of the connecting elements. In this case, the classical formula approaches developed for homogeneous materials (metals), for BJ with the CFRP do not give the required accuracy, require correction. In the world, many experiments were carried out to determine the impact of various structural and technological factors on the strength of the BJ with the CM, but there is still no sufficiently complete picture of the behavior of the CM and the BJ with the CFRP, and satisfactory methods of calculating their strength.

A nature experiment does not allow "to look inside the material". To do this, you can use modern calculation methods, in particular, the Finite Element Method (FEM). But for FEM, the production of huge systems of algebraic equations (SAE) is characteristic, which enhances the requirements for used computers. In the conditions of the massive need for such calculations, it is relevant to develop sufficiently precise, simplified calculation 3D models of BJ with CFRP, which allow you to make calculations not on super-computers, but on personal computers (PC) of increased power.

As a result, it is possible to significantly refine the calculation models for a PC, namely: to switch to contact models with layer modeling of CFRP in the zones of holes, taking into account friction, possible bolts/holes gaps, screwing of bolt connection, temperature deformations, stratifications and other technological defects allowed in BJ with the CFRP.

As a result of the refined calculations using FEM, it is possible to identify features, most of which are not possible in the BJ from homogeneous materials and which clarify the nature of many phenomena characteristic of BJ with CFRP.

However, the large list of factors of influence, as well as the almost initial state of such calculations, has not yet allowed to fully study, in particular, the

characteristics of the strained-deformed and boundary state of the main elements of the BJ with the CM-layer structure.

Consequently, carrying out a numerical analysis of the stress-deformed state characteristics of bolted joints of elements of structures with CFRP, in order to offer on their basis modified methods for calculating their strength, is an urgent task that is of scientific and practical interest.

A detailed algorithm for the creation of effective finite element models for calculating BJ with CFRP (for example, a sample of a single-cut, two-row bolted joint used for fatigue testing) has been developed, which takes into account the main influential factors: the structure of CFRP, the size of lateral gaps in the openings (between the bolt and the hole), as well as the contact nature of the interaction of the elements of the connection, friction between the elements of the BJ. In models, in order to reduce the requirements to the computer, mixed models for CFRP were used: the layers in the hole zones and the averaged model in distance from the openings - according to the theory of the "effective module".

As a result of numerical calculations of the characteristics of the stress-deformed state by the finite element method, features were revealed in the distribution of stresses and deformations in the material of bolts and plate of CFRP. Six CFRP structures (one real and five model) were modeled, changes were made in their stress-deformed state at the same load were analyzed. It is shown that if the presence of plate bending, selection of the CFRP structure can significantly reduce the maximum value of distributed efforts on the holes surface and on the side surfaces of bolts.

A significant decreasing exponential dependence of the relative magnitude of the contact area in the holes on the increase in the gap between the side surfaces of the bolts and the holes was found. Changing the structure of the CFRP almost did not affect the size of the specified area.

A sufficiently accurate algorithm for calculating the forces of perceived cross section of bolts, based on friction in the connection, due to the fraction of the full load, is substantiated.

It is revealed that there are significant effects of both the CFRP structure and the size of the gap between the lateral surfaces of the bolt and the hole on the magnitudes of the significant (for the strength of single-lap double row BJ) stresses, bending coefficient and stress concentration factor. Last for the second hole nearly twice that for the first and values its close correlation with coefficients obtained on metals, given not all of the net- section, but section square of stacking layers with an angle of 0 degrees to the direction of the force that stretches the sample.

The changes in the criteria of the static strength of single-gap BJ for the bearing and the tension are considered, taking into account the layered structure of the CFRP, the value of side bolt / hole gaps, and the revealed features in the stress-deformed state of BJ with CFRP.

The peculiarities and proposed changes in the criteria of static strength of single-lap BJ with CFRP, which take into account the layered structure of CFRP and the magnitudes of the gaps between the bolt and the hole in the joints, can be applied in the practice of calculations of the corresponding BJ with CFRP in the design of aircraft structures, space technology and other modern technical structures.

Key words: composite materials, multilayer carbon-plastic plates, bolted joined, finite-element approximations, elastic characteristics, stress-deformed state, strength.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Машинобудування, 2016. – №2(77). – С. 100-107. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus).
2. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 2. Вплив зазорів і структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану болтів / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Машинобудування, 2016. – №3(78). – С. 132-145. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus).
3. Рудаков К.М. Вплив структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану в околі отворів болтових з'єднань з ПКМ / К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин // Технологические системы, 2016. – №4(77). – С. 28-40. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus, Open Academic Journals Index, General Impact Factor та інші).
4. Dyfuchyn Y. Numerical modelling of bolted composite joints. Bolts rigidity effect on normal stresses in the composite layers / Y. Dyfuchyn, K. Rudakov // Mechanics and Advanced Technologies #1 (79), 2017. pp.19-25. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus).
5. Дифучин Ю.Н. Анализ разрывных напряжений и коэффициентов концентрации напряжений в зонах отверстий в пластинах с ПКМ образца болтового соединения / Ю.Н. Дифучин, К.Н. Рудаков // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – 2017. – Вып. 3 (91). – С. 47-60. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus).
6. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на разрывное разрушение ослабленного отверстием сечения композитной пластины / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин // Mechanics and Advanced Technologies #1 (82), 2018. С. 58-66. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus).

7. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на смятие отверстий в пластине из слоистого полимерного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин // *Mechanics and Advanced Technologies* #2 (83), 2018. С. 42-50. (Входит до НМБ РІНЦ, Index Copernicus).

8. Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабиенко // *Mechanics and Advanced Technologies* #1 (85), 2019. С. 41-48. (Входит до НМБ РІНЦ, Index Copernicus).

9. Дифучин Ю.М. Про напружено-деформований стан болтових з'єднань з ПКМ // *Матеріали XVIII МНТК “Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта”*, 2017. С. 46-48.

10. Дифучин Ю.М. Розрахунки болтового з'єднання на зминання отворів в пластині з полімерного композиційного матеріалу // *Матеріали XVIII МНТК “Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта”*, 2018. С. 97-101.

ЗМІСТ

	стор.
Символьні позначення	21
Вступ	23
Розділ 1 Методи розрахунків характеристик напружено-деформованого стану та міцності болтових з'єднань деталей із ПКМ (огляд)	31
1.1 Полімерно-композиційні матеріали в техніці, їхні механічні властивості	31
1.2 Болтові з'єднання деталей із ПКМ. Конструктивні та технологічні фактори, що мають вплив на міцність та утому болтових з'єднань деталей	34
1.2.1 Болтові з'єднання деталей із ПКМ: коротка характеристика	34
1.2.2 Вплив конструктивних та технологічних факторів на статичну міцність та утому болтових з'єднань деталей	36
1.3 Інженерні методи розрахунків статичної міцності елементів болтових з'єднань	42
1.3.1 Болтові з'єднання деталей із однорідних конструкційних матеріалів	42
1.3.2 Болтові з'єднання з пластинами із ортотропних і композиційних матеріалів	47
1.4 Сучасні методи розрахунків характеристик НДС і міцності болтових з'єднань деталей із ПКМ	52
1.5 Висновки та постановка задач дослідження	58
Розділ 2 Методика розрахунків характеристик напружено-деформованого стану та міцності болтових з'єднань деталей, на основі скінченно-елементного моделювання з урахуванням конструкційних і технологічних факторів	61

2.1	Постановка крайової контактної задачі про НДС болтових з'єднань деталей із ПКМ та метод її розв'язування	61
2.1.1	Постановка крайової задачі лінійної пружності	61
2.1.2	Постановка крайової контактної задачі лінійної пружності	63
2.1.3	Основні відомості про метод скінченних елементів	65
2.1.4	Про особливості розв'язування контактної крайової задачі в методі скінченних елементів	69
2.2	Створення розрахункових моделей болтових з'єднань деталей із ПКМ з урахуванням факторів, що аналізуються	70
2.2.1	Моделювання основних впливових факторів виконання болтових з'єднань деталей із ПКМ	70
2.2.1.1	Моделювання конструкції (геометрії) окремих складових болтового з'єднання деталей	70
2.2.1.2	Моделювання наявних площин симетрії геометричної та силової моделі з'єднання деталей	71
2.2.1.3	Моделювання величини зазорів болт-отвір	71
2.2.1.4	Моделювання властивостей матеріалів окремих складових болтового з'єднання деталей	72
2.2.1.5	Моделювання структури ПКМ	72
2.2.1.6	Моделювання моменту скручування болта болтового з'єднання деталей	72
2.2.1.7	Моделювання силового навантаження болтового з'єднання деталей	73
2.2.1.8	Моделювання контактної взаємодії окремих складових з'єднання з урахуванням тертя між ними	74
2.2.2	Створення розрахункових змішаних моделей зразка	

	17
болтового з'єднання з ПКМ	74
2.2.3 Пружні характеристики матеріалів болтового з'єднання .	80
2.3 Загальний алгоритм проведення розрахунків та аналізу характеристик НДС болтових з'єднань деталей МСЕ з урахуванням контактних взаємодій та факторів, що моделювалися	85
2.3.1 Загальний алгоритм	85
2.3.2 Деякі пояснення до застосування створеної програми Info_P_contact	88
2.4 Перевірка якості моделей зразка болтового з'єднання деталей із ПКМ	90
2.4.1 Загальна перевірка якості моделей зразка болтового з'єднання деталей із ПКМ	90
2.4.2 Перевірка впливу заміни гайки "другою голівкою болта" на величину зусилля затягування в болтах	92
2.4.3 Перевірка якості моделей зразка болтового з'єднання деталей із ПКМ з огляду на збіжність результатів.	95
2.4.3.1 Перевірка збіжності результатів у болтах	95
2.4.3.2 Перевірка збіжності результатів у пластині з ПКМ при її згинанні	95
2.4.3.3 Перевірка збіжності результатів у пластині в околі отворів	97
2.5 Висновки до розділу 2	101
Розділ 3 Аналіз характеристик НДС елементів зразка болтового з'єднання пластин із ПКМ з урахуванням впливових факторів, що варіюються.	
3.1 Аналіз характеристик поверхонь контакту та контактного тиску на них в зразку болтового з'єднання пластин із ПКМ.	104

3.2	Аналіз особливостей в розподілу характеристик НДС в болтах зразка болтового з'єднання пластин із ПКМ	112
3.2.1	Напруження в болтах зразка болтового з'єднання пластин із ПКМ	112
3.2.2	Визначення розподілу основного зусилля між болтами зразка болтового з'єднання пластин із ПКМ	117
3.3	Аналіз особливостей в розподілу характеристик НДС в зонах отворів у пластинах із ПКМ зразка болтового з'єднання . . .	123
3.3.1	Загальні міркування щодо впливу деяких конструктивно-технологічних факторів болтового з'єднання пластин та особливостей напруженого стану ПКМ на міцність з'єднання	123
3.3.2	Аналіз особливостей в розподілі характеристик НДС в зонах контактних поверхонь отворів у пластинах із ПКМ зразка болтового з'єднання	129
3.3.2.1	Уточнення сітки скінченних елементів у болтах	129
3.3.2.2	Нормальні напруження в зоні отворів ПКМ від зусиль згвинчування в болтовому з'єднанні . .	130
3.3.2.3	Нормальні напруження в зонах контактних поверхонь отворів ПКМ у залежності від зміни жорсткості болтів	131
3.3.2.4	Нормальні напруження в зонах контактних поверхонь отворів ПКМ тільки від зусилля розтягування зразка N_x	134
3.3.2.5	Висновки	135
3.3.3	Аналіз розривних напружень та коефіцієнтів концентрації напружень в зонах отворів у пластинах із ПКМ зразка болтового з'єднання	136
3.3.3.1	Про розрахунки на міцність болтового з'єднання	

на розрив в зонах отворів у пластинах	136
3.3.3.2 Розривні напруження у пластинах із ПКМ в послаблених отворами перетинах	136
3.3.3.3 Про теоретичний коефіцієнт концентрації напружень у пластинах з ПКМ в послабленому отвором перетині	139
3.3.3.4 Оцінювання окремих складових розривного напруження	142
3.3.3.5 Оцінювання коефіцієнтів концентрації розривного напруження	146
3.3.3.6 Висновки	148
3.4 Висновки до розділу 3	149
 Розділ 4 Аналіз міцності однозрізних дворядних болтових з'єднань із ПКМ з урахуванням факторів, що аналізуються	152
4.1 Особливості розрахунків на міцність болтів болтового з'єднання пластин із ПКМ з урахуванням структури та бічних зазорів болт/отвір	152
4.1.1 Статична міцність болтів	152
4.1.2 Про втомну міцність болтів	155
4.2 Особливості розрахунків на зминання поверхонь отворів у пластині із ПКМ однозрізного болтового з'єднання з урахуванням структури та бічних зазорів болт/отвір	156
4.2.1 Інженерний варіант розрахунку композита на зминання	156
4.2.2 Знаходження зусиль, сприйманих поверхнями отворів	156
4.2.3 Сприйняття шарами ПКМ контактного тиску в отворах	160
4.2.4 Максимальні рівні контактних напружень	162
4.2.5 Вплив величини бічного зазору	165
4.2.6 Варіанти проведення розрахунку болтового з'єднання із	

ПКМ на зминання	168
4.2.7 Висновки до підрозділу 4.2	169
4.3 Розрахунки на статичну міцність ослаблених отворами перетинів болтових з'єднань із шаруватими композитами	170
4.3.1 Проблема статичного розрахунку ослабленого перетину композитної пластини БЗ на розрив	170
4.3.2 Попередня оцінка узагальненого коефіцієнта концентрації напружень в ослабленому перетині пластини із ПКМ	171
4.3.3 Базовий коефіцієнт концентрації розривного напруження	173
4.3.4 Визначення поправочної функції та її залежності від бічного зазору болт/отвір і структури ПКМ для зразка для випробування на утому	181
4.3.5 Алгоритми оцінки статичної міцності БЗ із ПКМ на розрив ослабленого перетину	186
4.3.6 Висновки до підрозділу 4.3	188
4.4 Висновки до розділу 4	189
Загальні висновки	191
Список використаних джерел	194
Додаток А	211
Додаток Б	214
Додаток В	216
Додаток Г	219

Символьні позначення

N	Зусилля, Н
X, Y, Z	Осі декартової системи координат

Грецькі символи

Δ	Осьове переміщення різьби гайки, м
δ	Бічний зазор болт/отвір, мкм
σ	Нормальні напруження, Па
τ	Дотичні напруження, Па
ψ	Функція перерахунку від ККНб до ККНо
ω	Ваговий коефіцієнт

Підстрокові і надстрокові індекси

1, 2	Порядкові номери
<i>Mizes</i>	Мізес – прізвище вченого (критерій)
max	Показник максимального значення

Абревіатури

3D	Трьохвимірний
БЗ	Болтове з'єднання елементів конструкцій (деталей)
ІТ	Інформаційні технології
СЕ	Скінченний елемент
НДС	Напружено-деформований стан
ПКМ	Полимерний композиційний матеріал
ККНб	Коефіцієнт концентрації напружень базовий

ККНо	Коефіцієнт концентрації напружень узагальнений
ККНос	Коефіцієнт концентрації напружень узагальнений для шару
ККНс	Коефіцієнт концентрації напружень для шару, без врахування згину
ПЕОМ	Персональна електронно-обчислювальна машина
ЖЦВ	Життєвий цикл виробу
ТККН	Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень
CALS	Continuous Acquisition and Lifecycle Support – неперервна інформаційна підтримка життєвого циклу продукції
PLM	Product Lifecycle Manufacturing – комп’ютерна технологія управління життєвим циклом виробу, зокрема, оцінки якості спроектованої конструкції
МПа	Мегапаскаль – одиниця вимірювання напружень
Гбт	Гигабайт – одиниця вимірювання кількості даних
КН	Килоньютон – одиниця вимірювання зусиль
КНм	Килоньютон на метр – одиниця вимірювання моменту

ВСТУП

Актуальність теми. Поширене застосування композиційних матеріалів (композитів, КМ) – один із трендів у створенні сучасної техніки, яка повинна стрімко розвиватися. Увага конструкторів спрямована на нові високоміцні та високомодульні КМ, які за питомими показниками міцності і характеристиками жорсткості значно перевершують традиційні матеріали. Завдяки цьому КМ інтенсивно впроваджуються у відповідальних силових елементах космічних і авіаційних конструкцій, в суднобудуванні, на транспорті, тощо. Але механічні властивості КМ значно відрізняються від відповідних характеристик однорідних матеріалів (металів, сплавів), навіть протилежні, наприклад, при розтягуванні та стискуванні, при зсуву в різних площинах, тощо. Крім того, КМ є крихким матеріалом, який руйнується майже миттєво з пружного стану.

Шаруваті КМ за своєю суттю є конструкціями, оскільки "збираються" із окремих шарів – препрегів, які просочуються сполукою та потім остаточно формуються під дією тиску та температури. Саме тому не створюються бази даних з певними властивостями шаруватих КМ. Фізичні та механічні характеристики визначають і вказують тільки для окремих препрегів або матриць та наповнювачів: ниток, стрічок або тканин. Це – ще одна відмінність КМ від однорідних матеріалів.

Виріб із КМ може бути суцільним або збиратися з окремих деталей. Основним різним механічним з'єднанням деталей з КМ у силових конструкціях, зокрема, авіаційних, є болтове з'єднання.

Для скорочення надалі болтове з'єднання елементів конструкцій (деталей) будемо позначати аббревіатурою БЗ або словами "болтове з'єднання". А БЗ, в якому присутні деталі (пластини) із полімерних шаруватих КМ, будемо позначати як БЗ із ПКМ.

БЗ називають і з'єднання, в яких застосовуються заклепки, зокрема, й сучасні, які не вимагають ударних впливів для формування з'єднання.

Розрахунок БЗ на міцність та (або) втому завжди потребує проведення статичного розрахунку характеристик напружено-деформованого стану (НДС) елементів з'єднання. При цьому класичні формульні підходи, розроблені для однорідних матеріалів (металів), для КМ не дають потрібної точності, вимагають корегування. У світі було проведено багато натурних експериментів з виявлення впливу різних конструкційно-технологічних факторів на міцність БЗ із КМ, але досі немає достатньо повного уявлення про поведінку КМ та БЗ із ПКМ, задовільних методів розрахунків їх на міцність.

Натурний експеримент не дозволяє "заглянути усередину матеріалу". Для цього можна використати сучасні розрахункові методи, зокрема, метод скінченних елементів (МСЕ). Але для МСЕ характерне породження величезних за розмірами систем алгебраїчних рівнянь (САР), що посилює вимоги до застосовуваних ЕОМ. В умовах потреби у масовості таких розрахунків актуальним є розробка достатньо точних спрощених розрахункових 3D-моделей БЗ із ПКМ, які дозволяють проводити розрахунки не на супер-ЕОМ, а на персональних ЕОМ (ПЕОМ) підвищеної потужності. В результаті можна значно уточнювати розрахункові моделі для ПЕОМ, а саме: переходити до контактних моделей з пошаровим моделювання ПКМ у зонах отворів, з урахуванням тертя, можливих зазорів при постановці болтів в отвори, зусилля згвинчування болтового з'єднання, температурних деформацій, розшарувань, відколів і інших технологічних дефектів, що допускаються в БЗ із ПКМ.

Внаслідок проведення уточнених розрахунків із застосуванням МСЕ можна виявити особливості, більшість із яких неможливі в БЗ з однорідних матеріалів і які проясняють суть багатьох явищ, характерних для БЗ із ПКМ. Однак великий перелік факторів впливу, а також майже початковий стан таких розрахунків, не дозволив дотепер достатньо повно вивчити, зокрема, характеристики напружено-деформованого та граничного стану основних елементів БЗ із КМ пошарової структури.

Отже, проведення чисельного аналізу характеристик НДС болтових з'єднань елементів конструкцій із ПКМ, з метою запропонування на їх основі модифікованих методів розрахунків їх міцності, є актуальним.

Оскільки кількість параметрів впливу в БЗ значна, то дослідження в даній роботі ведеться стосовно до однозрізних БЗ окремого класу КМ на основі епоксидних матриць, зміцнених довгими високоміцними та високомодульними вуглецевими волокнами – полімерних композиційних матеріалів – ПКМ. В основному вивчається вплив лише двох параметрів БЗ: структури ПКМ та величин бічних зазорів болт/отвір.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана відповідно до плану наукових досліджень, проведених на кафедрі динаміки та міцності машин і опору матеріалів механіко-машинобудівного інституту КПІ ім. Ігоря Сікорського на основі "Соглашения о научно-техническом сотрудничестве между ГП «АНТОНОВ», АО УкрНИИАТ и кафедрой ДПМиСМ НТУУ "КПИ" от 16.02.2014 г." та ініціативної роботи у співпраці з УкрНДІАТ "Вплив технологічних факторів на типові з'єднання металевих сплавів з полімерними композиційними матеріалами", д/р № 0116U006245.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертації є обґрунтування модифікацій у методах розрахунків на статичну міцність однозрізних болтових з'єднань елементів конструкцій з шаруватими полімерно-композиційними матеріалами, на основі чисельних розрахунків характеристик НДС методом скінченних елементів, з докладним описом пошарової структури ПКМ та з врахуванням двох основних впливових факторів: пошарової структури та величин бічних зазорів болт/отвір, в рамках лінійно-пружної моделі матеріалів і контактної взаємодії складових з'єднання.

Для досягнення мети дослідження були поставлені наступні завдання:

- визначитися з постановкою контактної крайової задачі, яка б враховувала основні впливові фактори: реальну геометрію, лінійну пружність, ізотропію болтів та 3D-ортотропію ПКМ, наявність сухого тертя між елементами з'єднання, натяг пакету, силовий вплив, структуру ПКМ, величини бічних зазорів болт/отвір;
- визначитися з методикою побудови розрахункових моделей БЗ при застосуванні апробованого програмного коду, що використовує метод скінченних елементів;
- створити розрахункові моделі БЗ із ПКМ з урахуванням варіативності впливових факторів, що розглядаються, а також ресурсів ПЕОМ та способів зменшення їх потреб без втрати точності результатів;
- створити загальний алгоритм проведення розрахунків та аналізу характеристик НДС складових БЗ методом скінченних елементів з урахуванням контактних взаємодій та факторів, що моделюються;
- провести оцінку якості моделей та алгоритмів; шляхом змін у скінченно-елементних моделях домогтися збіжності результатів, що отримуються;
- провести розрахунки та аналіз їх результатів щодо характеристик НДС і міцності елементів зразка БЗ із ПКМ з урахуванням впливів факторів, що моделювалися;
- запропонувати модифікації у методах розрахунків однозрізних БЗ із ПКМ на статичну міцність.

Об'єкт дослідження: статична міцність однозрізного дворядного болтового з'єднання пластини із полімерно-композиційного матеріалу пошарової структури, з металом (на прикладі зразка для випробування БЗ із ПКМ на втому).

Предмет дослідження: характеристики напружено-деформованого стану основних елементів об'єкта досліджень: болтів та пластини з ПКМ, а також критерії статичної міцності БЗ із ПКМ.

Методи дослідження. Поставлена в дисертації мета досягається застосуванням лінійної теорії анізотропної (для ПКМ) й ізотропної пружності, тривимірного комп'ютерного моделювання, а також методу скінченних елементів, з урахуванням контактної взаємодії елементів об'єкта дослідження; створення допоміжних комп'ютерних програм для аналізу результатів розрахунків. Ці моделі та методи забезпечують адекватний опис ПКМ, конструктивні та технологічні фактори БЗ із ПКМ, а також дозволяють отримати задовільну точність розрахунків.

Достовірність отриманих у дисертації результатів забезпечується застосуванням математичної моделі у вигляді крайової контактної задачі теорії лінійної пружності, для якої доведені теореми про існування та про єдиний розв'язок; сучасного програмного забезпечення, в якому реалізована вказана математична модель із застосуванням методу скінченних елементів, а також проведенням чисельного доказу збіжності результатів розрахунків, їх аналізом та співставленням з відомими літературними даними.

Наукова новизна отриманих результатів:

1) виявлено, що в однозрізному БЗ із ПКМ підбором структури ПКМ можна майже вдвічі зменшити максимальні значення розподілених контактних зусиль на бічних поверхнях болтів (на поверхні отворів у пластинах з ПКМ). Це досягається переміщенням шарів з кутом укладення 0 градусів (відносно напрямку основного навантаження) вглиб пластини з ПКМ;

2) виявлена значна спадна експоненціальна залежність величини площі контакту в отворах, від збільшення зазору між бічними поверхнями болтів і отворів. Зміна структури ПКМ майже не впливала на величини вказаної площі;

3) обґрунтовано достатньо точний алгоритм обрахування величин зусиль, що сприймаються перетином болтів, з урахуванням тертя в з'єднанні, через долю від повного навантаження;

4) виявлено, що існують значні впливи як структури, так і величини зазору між бічними поверхнями болта й отвору, на величини значимих (для міцності однозрізного дворядного БЗ) напружень, коефіцієнта вигину та коефіцієнта концентрації напружень. Останній для другого отвору майже вдвічі більше, ніж для першого та своїми значеннями близько корелює з коефіцієнтами, отриманими на металах, якщо враховувати не весь нетто-перетин, а тільки площі шарів з кутом укладання 0 градусів стосовно сили, що розтягує зразок;

5) запропоновано модифікації в критеріях статичної міцності однозрізних БЗ на зминання та розрив, які враховують пошарову структуру ПКМ, величини бічних зазорів болт/отвір та виявлені особливості у напружено-деформованому стані БЗ із ПКМ.

Практичне значення отриманих результатів полягає в наступному:

1) розроблено детальний алгоритм створення ефективних скінченно-елементних моделей для розрахунків БЗ із шаруватими КМ (на прикладі зразка однозрізного дворядного болтового з'єднання), в яких враховано основні впливові фактори: реальна геометрія, структура ПКМ, величини бічних зазорів в отворах (між болтом та отвором), а також контактний характер взаємодії елементів з'єднання, тертя між елементами БЗ. В моделях, з метою зменшення вимог до комп'ютера, застосували змішані моделі для ПКМ: пошарову в зонах отворів та усереднену вдалі від отворів – за теорією "ефективного модуля";

2) отримані результати проведених чисельних розрахунків створених моделей надають значний обсяг достовірної інформації про характеристики НДС у матеріалах БЗ із ПКМ в зонах отворів;

3) виявлені особливості та запропоновані зміни в критеріях статичної міцності однозрізних БЗ із ПКМ, які враховують пошарову структуру ПКМ та величини зазорів болт/отвір у з'єднаннях, можуть застосовуватися у практиці розрахунків відповідних БЗ із ПКМ при проектуванні БЗ силових конструкцій авіаційної, космічної та іншої сучасної техніки.

Публікації й особистий внесок здобувача. Основні результати опубліковані в 10 наукових працях, з них 8 статей – у фахових наукових виданнях України [1-8] (Додаток А), 2 – тез конференцій. Всі 8 статей є включеними в міжнародні наукометричні бази (РІНЦ, Index Copernicus) [1-8] (Додаток А); 2 тези – у збірниках міжнародних наукових конференцій [9, 10] (Додаток А). Загалом 8 публікацій [1-8] (Додаток А) відповідають вимогам МОН України щодо публікацій результатів дисертаційних робіт у фахових виданнях.

Основні результати дисертаційної роботи отримані автором самостійно. У публікаціях, підготовлених у співавторстві, безпосередньо автору належать формулювання завдань (разом з керівником); розробка математичних моделей і алгоритмів розв’язування крайових задач; проведення обчислювальних експериментів з визначення характеристик НДС елементів болтового з’єднання, обробка та аналіз результатів.

У роботі [1] (Додаток А) автору належить створення скінченно-елементних моделей, проведення усіх розрахунків, оброблення результатів щодо якості моделювання, написання частини статті зі загальним описом об’єкта дослідження.

У роботі [2] (Додаток А) автору належить проведення варіативних розрахунків скінченно-елементних моделей, оброблення результатів, створення таблиць та побудова графіків, а також написання відповідної частини статті.

У роботі [3] (Додаток А) автору належить проведення усіх розрахунків, створення інформативних рисунків, побудування графіків та апроксимація результатів, а також написання відповідної частини статті.

У роботі [4] (Додаток А) автору належить проведення усіх розрахунків, створення інформативних рисунків, побудування таблиць та графіків отриманих результатів, а також написання відповідних частин статті.

У роботі [5] (Додаток А) здобувачем створені інформативні рисунки, побудовані таблиці та графіки отриманих результатів, узагальнених

коефіцієнтів концентрації напружень в зонах отворів в пластинах з ПКМ зразка болтового з'єднання, а також написані відповідні частини статті.

У роботі [6] (Додаток А) автору належить проведення усіх додаткових розрахунків, створення інформативних рисунків, побудування таблиць та графіків отриманих результатів, формулювання двох можливих алгоритмів розрахунків пластини на розрив послабленого отвором перетину пластини з ПКМ, а також написання відповідної частини статті.

У роботі [7] (Додаток А) автору належить проведення усіх додаткових розрахунків, створення інформативних рисунків, побудування таблиць та графіків отриманих результатів, сформульовано два можливих алгоритму розрахунків пластини на зминання поверхні отвору пластини з ПКМ, а також написані відповідні частини статті.

У роботі [8] (Додаток А) автору належить проведення пошуку публікацій, проведення усіх розрахунків, створення інформативних рисунків, побудування таблиць та графіків отриманих результатів, а також написання відповідної частини статті.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи обговорювалися на шостій технічній конференції українського відділення міжнародного товариства з просування матеріалів та технологій (SAMPE), Київ, 17 листопада 2016 р., УкрНДІАТ; на XVIII та XIX Міжнародних науково-технічних конференціях "Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта" (м. Київ, 2017, 2018); на тематичному семінарі кафедри композитних конструкцій та авіаційного матеріалознавства Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут" (м. Харків, 2018); на засіданнях кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів ММІ НТУУ "КПІ імені Ігоря Сікорського" (м. Київ, 2018, 2019).

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, бібліографії з 155 назв і викладена на 186 сторінках машинописного тексту, містить 50 малюнків, 32 таблиці.

РОЗДІЛ 1

МЕТОДИ РОЗРАХУНКІВ ХАРАКТЕРИСТИК НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТА МІЦНОСТІ БОЛТОВИХ З'ЄДНАНЬ ДЕТАЛЕЙ ІЗ ПКМ (ОГЛЯД)

1.1 Полімерно-композиційні матеріали в техніці, їхні механічні властивості

Основна мета створення композитних матеріалів (КМ) – досягнення комбінації властивостей, не притаманних однорідним конструкційним матеріалам. За своїми характеристиками міцності багато КМ істотно виграють порівняно з однорідними матеріалами [3, 35, 37, 38].

Залежно від виду компоненти, що армує, композити ділять на дві основні групи: дисперсно-зміцнені і волокнисті. Армування дисперсно-зміцнених КМ відбувається рівномірним розподіленням дрібнодисперсних частинок іншої речовини. У волокнистих КМ матриця армована високоміцними волокнами, дротом, ниткоподібними кристалами.

Ідея створення волокнисто-армованих структур полягає в тому, щоб при деформуванні матричного матеріалу забезпечувалося навантаження волокон і використовувалася б їх висока міцність. В волокнистих композитах високоміцні волокна сприймають основну частину навантажень і забезпечують жорсткість і міцність композиції в напрямку орієнтації волокон.

Механічні властивості композиту визначаються трьома основними параметрами: високою міцністю волокон, які армують, жорсткістю матриці та міцністю зв'язку на розділенні матриця/волокно. Співвідношення цих параметрів характеризують весь комплекс механічних властивостей матеріалу і механізм його руйнування [8, 15, 16, 23, 24, 37, 38]. Властивості композитних матеріалів можна синтезувати, змінюючи типи матриці і волокон, які армують, та їх об'ємне співвідношення, кількість шарів,

орієнтацію армування відносно діючих навантажень, змішуючи різні типи волокон.

Для армування можуть застосовуватись волокна скла, вуглецю, бору, органічні волокна. В якості металічної основи для композиційних матеріалів, яка працює при температурі до 250...300 °С, застосовуються алюмінієві і магнієві сплави, при більш високих температурах (450...500 °С) – титанові сплави, при ще більш високих – нікелеві сплави. Для роботи КМ у широкому температурному діапазоні в якості основи КМ застосовуються полімерні смоли. Останні КМ називають полімерними – ПКМ.

КМ мають широкий діапазон властивостей, перевершуючи по питомій міцності, жорсткості і опору втомі інші матеріали, зокрема, авіаційні. Це дозволяє знизити масу конструкції, наприклад, літака на 20-30 %. КМ мають дещо знижену чутливість до концентраторів напружень, добру корозійну стійкість, радіопрозорість тощо. Завдяки цим якостям КМ широко використовують в авіації: для виготовлення обшивок крила, фюзеляжів, рулів і елеронів, ступок шасі, перегородок в салонах, обтічників та інших деталей.

Вуглепластики – це ПКМ, в яких наповнювачем є вуглецеві волокна. Вуглецеві волокна отримують з синтетичних і природних волокон на основі целюлози, сополімерів акрилонітрилу, нафтових і кам'яновугільних пеків і т.д. [15, 23, 24, 37]. Для виготовлення вуглепластиків використовуються ті ж матриці, що і для склопластиків – найчастіше – термореактивні і термопластичні полімери. Основними перевагами вуглепластиків в порівнянні з іншими є їх низька питома густина і вищий модуль пружності, тобто вуглепластики – дуже легкі і, в той же час, міцні матеріали. Вуглепластики мають і недоліки: складність розробки та виготовлення, дорожнеча, нестабільність значень характеристик, зменшена міцність при стисканні, невелика міцність при міжшаровому зсуві.

Зазвичай вуглепластикові ПКМ мають шарувату структуру. Шаруваті ПКМ за своєю суттю є конструкціями, оскільки "збираються" із значної кількості окремих шарів – препрегів, які послідовно укладають в різних

напрямках, просочують сполукою та потім остаточно формують при довгому витримуванні під дією тиску та температури. Тобто немає конкретних марок шаруватих ПКМ. Саме тому не створюють бази даних з визначеними властивостями шаруватих ПКМ. Фізичні та механічні характеристики визначають та вказують окремо для наповнювачів, які випускає промисловість у вигляді нитки, стрічки (нитяного полотна з невеликою кількістю скріплюючих нитей в поперечному напрямку) та ткани, а також отверділого епоксидного сполучника (матриці).

Серед регламентованих характеристик для наповнювача вказують, зокрема, модулі пружності в напрямку волокон, модуль зсуву в площині волокон та основний коефіцієнт Пуассона, а також межі міцності у двох основних напрямках (на розтяг та стиск окремо) і при зсуві [29, 30]. Епоксидний сполучник (матриця) вважається ізотропним матеріалом з доволі низькими характеристиками міцності на розтяг, стиск та зсув. Усі ці характеристики дозволяють створювати модель 2D-ортотропного або трансверсально ізотропного шару шаруватого ПКМ як структурної одиниці композита. Для отримання моделі 3D-ортотропного шару шаруватого ПКМ потрібно проводити додаткові випробування [29, 57]: натурні або модельні чисельні.

В різних публікаціях, навіть в одній книзі [34, 37, 57], застосовують декілька різних назв того, в якій послідовності укладають шари КМ з різними кутами орієнтації: схема армування, код схеми армування, структура КМ [13], укладка [54], структура укладки, послідовність укладок, формула КМ, структура (або схема) формування пакета, код орієнтації волокон тощо. Далі будемо користуватися тією, що застосовується в стандарті [13].

Шаруваті ПКМ зазвичай має симетричну відносно середньої площини структуру КМ [2, 14, 25, 52, 54, 77]. Вони формалізуються як 3D-ортотропні [8, 15, 16, 34, 37, 52; 54, 77, 117]. Якщо відомі товщина і механічні властивості тільки одного шару, то усереднені для всіх шарів механічні властивості ПКМ можна визначити з використанням формул однієї з "теорій

еквівалентного модуля" [3, 8, 34, 37, 115, 117] ("еквівалентний модуль" – модуль пружності, усереднений для всієї товщини пластини з КМ, з урахуванням кутів укладання шарів та інших параметрів). Або самостійним застосуванням формул, або за допомогою процедур фірмових програм [27, 46]. Або додатковими випробуваннями: натурними [29, 57] чи модельними чисельними.

1.2 Болтові з'єднання деталей із ПКМ. Конструктивні та технологічні фактори, що мають вплив на міцність та утому болтових з'єднань деталей

1.2.1 Болтові з'єднання деталей із ПКМ: коротка характеристика

Реальні конструкції часто мають функціональні, експлуатаційні та технологічні стики та з'єднання.

Існують такі види з'єднань композитних деталей між собою та з іншими матеріалами: адгезійні (клейові [38, 96]) і механічні, зокрема – болтові [7, 20, 38].

Переваги болтових з'єднань деталей (Bolted Joint, БЗ) в їх технологічності і дешевизні, слабкої чутливості до температурних і атмосферних впливів, можливості розбирання без руйнування та інше. Наприклад, в літаку ІЛ-62 нараховувалося більше 150 тисяч БЗД. Одним з основних недоліків цих з'єднань в крихких анізотропних композитах є істотна складність їх міцнісної поведінки, що тягне за собою труднощі проектування БЗ з необхідним ступенем надійності і, як наслідок, використання завищених коефіцієнтів запасу міцності та зниження вигоди від використання композитів в конструкції. Тим не менше, якщо проаналізувати напружено-деформований стан конкретного БЗ, то можливо оптимізувати його з метою зменшення ваги, без істотного зменшення міцності або обмеження діючого навантаження.

Найчастіше використовують однозрізні (Single-Lap Configuration) та двозрізні (Double-Lap Configuration) багаторядні БЗ.

Елементи авіаційних конструкцій із ПКМ (зазвичай пластинчастого типу), кріпляться до силових елементів, виготовлених з титанового або алюмінієвого сплаву. Власне кріплення (болт, гайка, шайба) традиційно виготовляється з титанового сплаву або легованої сталі (найчастіше 30ХГСА з поверхневим покриттям, оскільки цей матеріал рекомендують для умов низьких і підвищених (до 200°C) температур, значних і знакозмінних навантажень [33]).

Титанові сплави і сталі вважаються ізотропними матеріалами, алюміній – слабо анізотропним (листовий – слабо 2D-ортотропним) [4, 33, 65].

Розрізняють три основні режими роботи БЗ [1]:

- режим поздовжнього утримання. Болт встановлено в отворах з зазорами, перешкоджає нормальному роз'єднанню під дією зусилля N (рис. 1.1-а). Для забезпечення щільності з'єднання потрібно досить значне зусилля стягування;
- штифтовий режим. Болт встановлено в отворах без зазорів або з невеликим натягом, перешкоджає поперечному зсуву деталей, що з'єднуються, сприймає зусилля зрізу Q (рис. 1.1-б). Зусилля стягування може бути невеликим. Таке БЗ часто називають зрізним БЗ;
- режим щільного з'єднання (фрикційний). Болт встановлено в отворах з зазорами, перешкоджає поперечному зсуву деталей, що з'єднуються, на нього діють зусилля зрізу Q (рис. 1.1-в). Зусилля стягування – максимально можливе, щоб зусилля зрізу Q сприймалося силами тертя і створювало дотичні напруження зрізу (τ_{\max}).

Крім основних режимів, може бути фрикційно-штифтовий режим роботи з'єднання.

В різних країнах існують галузеві рекомендації для проектування БЗ з композиційними матеріалами [69, 84, 100, 116, 133, 134]. Вони, зазвичай,

розрізняються в подробицях, але збігаються в головному: БЗ потрібно ретельно проектувати та розраховувати як на статичну міцність, так і на втому. Огляд основних проблем БЗ із КМ наведено, наприклад, у звіті [80].

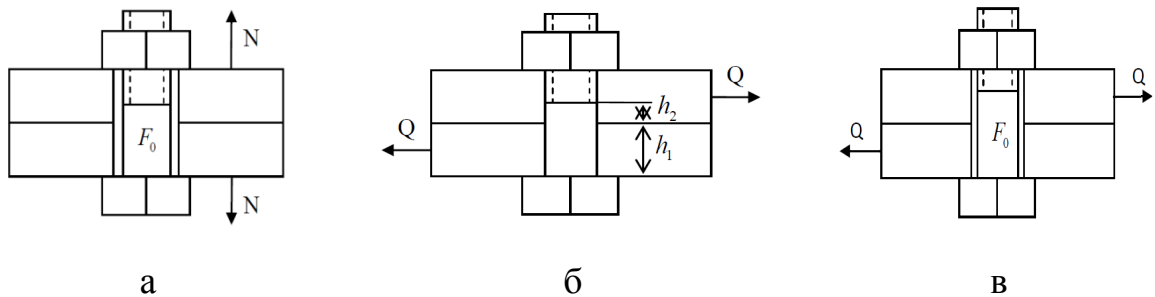


Рис. 1.1 – Основні режими роботи БЗ [1]

1.2.2 Вплив конструктивних та технологічних факторів на статичну міцність та утому болтових з'єднань деталей

Міцність болтових (різьбових) з'єднань деталей залежить від багатьох конструктивно-технологічних параметрів, наприклад, від виду БЗ, матеріалів, співвідношення розмірів, характеру посадки болтів в отвори, точності отворів, сили затягування болтів, характеру та величини навантаження, наявності у отворів зон із залишковими напруженнями стискання (поверхневого зміцнення), інших [11, 41, 42]. Щодо БЗ із композиційними матеріалами, то ситуація значно ускладнюється, оскільки додатково впливає велика кількість чинників, характерних саме для КМ [17, 21, 80].

У залежності від величини навантаження, яке передається, з'єднання БЗ ділять на малонавантажені і високонавантажені. В першу групу, зазвичай, входять однорядні з'єднання, в другу – багаторядні з'єднання. Для багаторядних БЗ відстань між болтами є додатковим геометричним параметром, який слід враховувати при проектуванні.

Ще однією істотною відмінністю між одно- і багаторядними БЗ є розподіл навантаження між болтами. У однорядному з'єднанні усі болти несуть повне навантаження, в той час як зовнішній ряд болтів в багаторядних

з'єднаннях зазвичай передає більше навантаження, ніж внутрішній ряд [43, 70, 83, 94].

Механічні кріплення можуть бути реалізовані або з одним "перетином зрізу", або з двома. Перша схема (однозрізні БЗ) має схильність до вторинних вигинів при навантаженні (див. рис. 1.2).

Руйнування болта зрізного БЗ може відбуватися в результаті виникнення в болті високого рівня дотичних напружень в "перерізі зрізу". Таке пошкодження визначається здатністю болта чинити опір зсувному навантаженню і залежить від геометрії елементів, що з'єднуються (пластини і болта). Внаслідок затягування та вигину болта під дією зсувного навантаження, під головкою болта, а також в різьбі болта теж можуть виникнути небезпечні рівні напружень, що може викликати відрив голівки болта або відрив гайки [41].

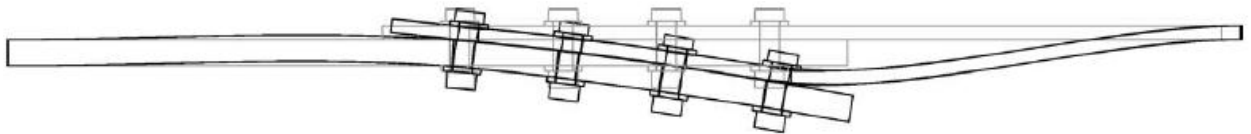


Рис. 1.2 – Схема вторинного вигину в однозрізному БЗ внаслідок ексцентриситету прикладеного навантаження [91]

На рис. 1.3 зображено схеми основних типів руйнування пластин у БЗ, зокрема, і у БЗ із КМ. Це розколювання (Cleavage, рис. 1.3-а), зсув (Shear-out, рис. 1.3-б), зминання (Bearing, рис. 1.3-в) та розрив (Net-tension, рис. 1.3-г) [21, 80, 122]. Можуть реалізуватися змішані схеми, а також вирив болта (bolt pull-through). В пластинах з шаруватих КМ "площини" руйнування зазвичай мають складну геометрію, оскільки в шарах з різними кутами укладання наповнювача реалізуються різні рівні напружень, а також виникають розшарування КМ.

Розколювання (рис. 1.3-а) виникає при малих значеннях відношення e/d , що викликає доволі значні розривні напруження.

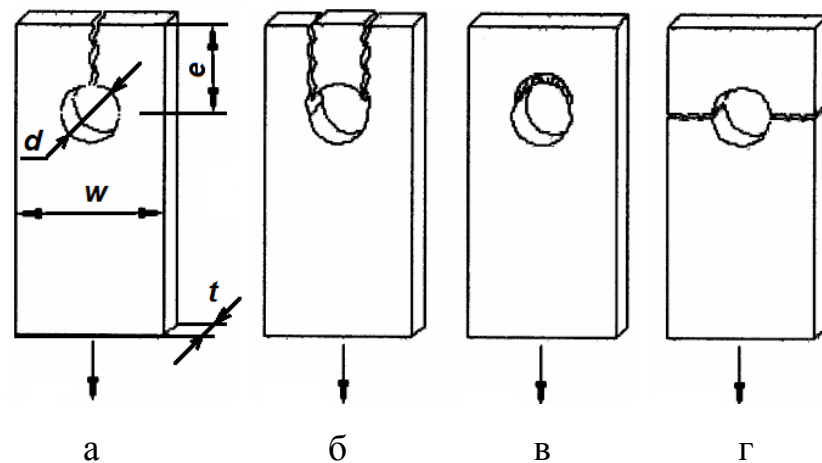


Рис. 1.3 – Схеми основних типів руйнування пластин з КМ [80, 122]

Руйнування зсувом (рис. 1.3-б) викликається дотичними напруженнями, які діють в площинах зрізу на поверхні отвору в напрямку діючої сили. Такий вид пошкодження, зазвичай, виникає, коли відстань e (рис. 1.3-а) від кінця елемента до центру найближчого отвору під болт є невеликою.

Ще руйнування зсувом може виникати в ортотропних шаруватих матеріалах з недостатнім армуванням в поперечному напрямку, тоді таке пошкодження майже не залежить від відстані e .

Руйнування зминанням (рис. 1.3-в), визначається напруженнями, що стискають, які діють на поверхню отвору. Такий вид пошкодження зазвичай відбувається тоді, коли співвідношення w/d та/або t/d є великим.

Розрив робочого перерізу (рис. 1.3-г) викликається концентрованими в перерізі напруженнями повздовжнього напрямку. Такий вид руйнування зазвичай виникає при замалих співвідношеннях w/d (при близько розташованих отворах).

Такі види пошкодження, як руйнування розколюванням, при зсуві або розривом по робочому перерізу, як правило, виникають раптово і тому є катастрофічними. Завдяки тому, що руйнування зминанням зазвичай розвивається повільно, виявляючи безліч ознак до моменту виникнення

остаточного руйнування, воно не є катастрофічним та визнається більш безпечним видом ушкодження для шаруватого матеріалу БЗ.

Також, з огляду на згинальні деформації болтів, контактні напруження на крайках отворів (рис. 1.4) можуть викликати локальні руйнування в верхніх шарах пластин, що з'єднуються.

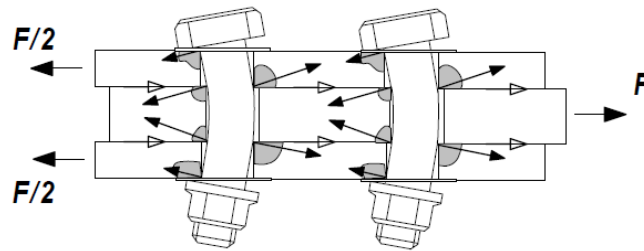


Рис. 1.4 – Схема контактних та фрикційних сил в з'єднанні

Впливовими конструктивними факторами вважають такі відношення: w/d , e/d , t/d (рис. 1.3-а). Наприклад, у статті [122] вивчається вплив w/d та e/d на критичне напруження зминання.

Крім вказаних параметрів впливу на НДС та міцність БЗ, зокрема із КМ, є величини зазорів або натягів болт/отвір, сили затягування болтів, розшарування КМ, відколи на поверхнях КМ, абразивний та інші види зносу контактуючих поверхонь в БЗ, інших (див. початок цього пункту).

Зокрема, у роботі [109] досліджувався вплив чотирьох різних величин зазорів, які були в БЗ з одним болтом, а також зазору, що був варійований в кожному з отворів багатоболтового з'єднання деталей. Виявили, що при збільшенні зазору збільшуються максимальні напруження зминання і радіальні напруження. В [99] зазначено, що в залежності від величини зазору змінюється напрямок максимальних окружних напружень, що може вплинути на міцність. Вплив зазору на величину окружних напружень не такий значний, як на величину радіальних напружень. Перераховані вище фактори призвели до висновку про те, що збільшення зазору призводить до зниження несучої здатності БЗ [71, 104, 105, 107, 109, 123, 132, 138, 139].

Також зі збільшенням зазору був виявлений ефект зменшення жорсткості БЗ з одним болтом і зміна розподілу навантаження в багатоболтовому з'єднанні. Чисельні результати були порівняні з експериментальними і не суперечили їм.

В статтях [94, 109, 125] проводилося порівняння результатів, отриманих в експериментах і при скінчено-елементному аналізі; розкид результатів був в межах (3 – 20) %, що вважається прийнятним для БЗ із КМ. Як виявилось, розрахунки скінчено-елементних моделей БЗ забезпечують розуміння причини ефектів, які спостерігаються в експерименті.

Проведено багато випробувань на втому БЗ із металів, їх результати знайшли відображення в книгах, зокрема [53], а також багатьох статтях.

В статті [10] приведені результати натурних випробуваннях на втому (коефіцієнт асиметрії циклу $r=0.1$) зразків однозрізних та двозрізних болтових з'єднань пластин (всі елементи – з титану ВТ6). Варіювалися величини радіального натягу (бічного зазору болт/отвір), ступень зміцнення контактної поверхні пластини та сили затягування болтів. Виявлено, по-перше, що одночасне застосування осьового затягування болтів, зміцнення контактної поверхні отвору та радіального натягу (все – в оговорених межах), є ефективним засобом для збільшення втомної міцності БЗ у декілька разів. По-друге, зразки на втому БЗ можуть руйнуватися як по нетто-перерізу, так і по бруто-перерізу у границь суміжних елементів БЗ – під впливом фретінг-корозії. По-третє, тріщини втоми на однозрізних трирядних зразках з'являлися в місцях нетто-перерізу з найбільшим вигином. Також виявлено, що, крім втомного руйнування пластин (яке прискорювалося фретінг-корозією), в значній кількості (до 50%) зразків зруйнувалися болти, причому не по механізму зрізання, а по механізму відриву (за думкою авторів, у двозрізному БЗ – від згину болтів).

У статті [50] на основі чисельних тривимірних розрахунків встановлено, що: болт (одnozрізного) БЗ завжди "працює" не тільки на зріз, але і на вигин; в отворі завжди з'являється клиновидний зазор між бічною поверхнею болта і отвором; контактна взаємодія бічної поверхні болта з крайками отворів

викликає в зонах контактів в болті додаткові від'ємні осьові напруження пікового характеру; навіть при знакопостійному циклі основного навантаження в розтягнутому попередньою затяжкою болті може виникнути приповерхнева зона з циклічними знакозмінними осьовими напруженнями, що змінить механізм втомного руйнування із зрізного на розривний, а також прискорить процеси втоми.

Величина крутного моменту при затягуванні болтів має особливе значення, оскільки, маючи значний вплив на несучу здатність БЗ, може легко регулюватися і дотримуватися в реальних умовах виробництва. В ході досліджень було встановлено, що зі збільшенням моменту затягування, зростає несуча здатність пакету [70, 85, 101, 104, 106, 121, 122, 131, 144]. Також цей параметр дозволяє збільшити жорсткість за рахунок зменшення зсувних деформацій в з'єднанні [106]. Однак внаслідок збільшення моменту мають місце контактні ушкодження на зовнішній поверхні пластини [144], що може негативно позначатися на міцності з'єднання деталей. Підмічено, що з підвищенням моменту після певного рівня характеристики міцності і жорсткості з'єднання деталей практично не ростуть навіть при подвоєнні його значення [10, 71]. Таким чином, для конкретної схеми з'єднання величину моменту затягування болтів слід вибирати так, щоб, не перевищити його граничне значення, і тим самим зменшити пошкодження в безпосередній близькості від кріплення.

У роботі [44] зазначено, що в існуючих методах розрахунків довговічності БЗ не достатньо вивчене питання, пов'язане з урахуванням напружень від вигину, що виникають в результаті появи ексцентриситету при передаванні навантаження. Це можливо зробити лише на основі уточнених чисельних розрахунків.

У статті [130] на основі аналізу результатів скінченно-елементних розрахунків показано, що є суттєві різниці між характеристиками напружено-деформованого стану елементів однозрізного та двузрізного болтового з'єднання. Крім того, однозрізне БЗ у порівнянні із двозрізним більш виразно

виявляє особливості НДС у болті та в околі отвору у композиційному матеріалі пластини БЗ.

1.3 Інженерні методи розрахунків статичної міцності елементів болтових з'єднань

Інженерні методи розрахунку на статичну міцність БЗ основані на формулах опору матеріалів (теорії пружності).

1.3.1 Болтові з'єднання деталей із однорідних конструкційних матеріалів

У БЗ із конструкційних матеріалів зазвичай вважається, що елементи з'єднання зроблені з ізотропних матеріалів (металів). Тому умови міцності елементів таких БЗ [7, 17, 38, 83]

– на зрізання i -го болта:

$$\frac{4 |N_i|}{\pi d_i^2} \leq [\tau]_{shear}; \quad (1.1)$$

– на зминання контактної поверхні i -го отвору або i -го болта:

$$\frac{|N_i|}{h d_i} \leq [\sigma]_{bearing}; \quad (1.2)$$

– на зсув смуги до краю від i -го отвору:

$$\frac{|N_i|}{2he} \leq [\tau]_{shear_plate}; \quad (1.3)$$

– на розрив (стиск) смуги в ослабленому i -м отвором перетині:

$$\frac{|N_i| \alpha_i}{h(w - m d_i)} \leq [\sigma]_{tensile}. \quad (1.4)$$

У формулах (1.1) – (1.4) величини:

N_i – сумарне зусилля, сприймане i -м болтом у перетині зрізу;

i – номер болта (отвору);

d_i – номінальний діаметр i -го болта (отвору);

h, w – товщина та ширина пластини в зоні отвору;

e – відстань від центра отвору до краю пластини;

α_i – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН) в i -му отворі;

m – кількість болтів ряду в розглянутому перетині шириною b ;

$[\tau]_{shear}$, $[\sigma]_{bearing}$, $[\tau]_{shear_plate}$ й $[\sigma]_{tensile}$ – допустимі напруження на зсув (для матеріалу болта), зминання, зріз і на розрив (стиск) матеріалу пластини відповідно.

Окрім вказаних, у БЗ, при наявності різьблення, застосовують декілька умов міцності, пов'язаних саме з різьбленням [42, 43]. Але в цій роботі питання міцності різьблень не розглядаються, оскільки це не стосується ПКМ.

Важливо для формули (1.4) вірно призначити теоретичний ККН α_i в отворі. Крім теоретичного ККН застосовують і ефективний ККН_е, який вважається більшим за теоретичний.

Щодо концентрації напружень навколо отвору болтового з'єднання пластини, то концентрація формується дещо інакше порівняно з випадком отвору в розтягнутій пластинці. На рис. 1.5 зображена схема замикання "силових ліній" в пластині з отвором: з ненавантаженим отвором та з отвором, що контактною взаємодією з болтом сприймає силове навантаження.

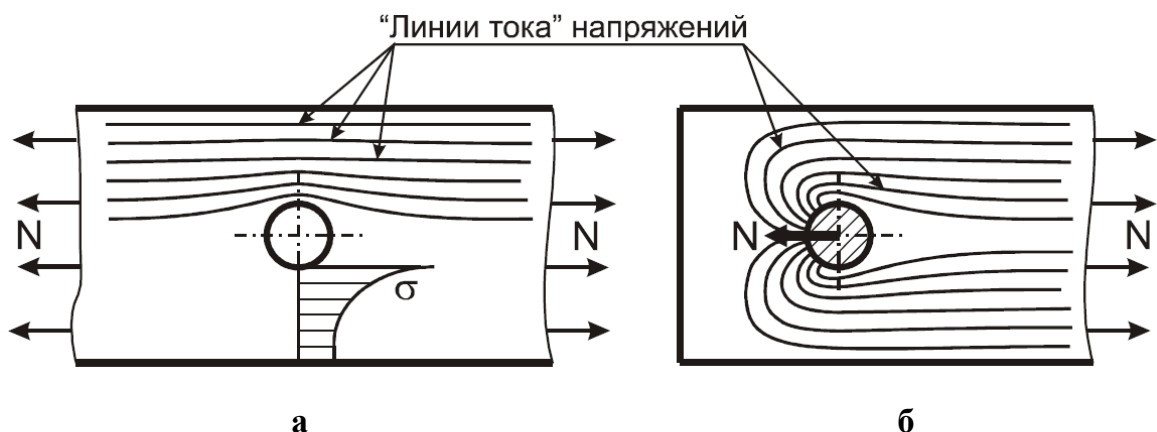


Рис. 1.5 – До формування концентрації напружень біля отвору пластини, що розтягується (а), та отвору болтового з'єднання пластини (б).

Частина рисунку 7 з [7]

Однак, незважаючи на це, при розрахунках на втому [53, 60] величину α_i призначають таку ж, як і в ненавантаженому отворі, спираючись на існуючий аналітичний розв'язок.

Для нескінченної пластини (задача Кірша [51, 63]) ККН біля отвору не залежить від пружних властивостей *ізотропного* матеріалу, причому як номінальне напруження використовується напруження σ , прикладене до пластини на нескінченності. Тобто розглядається перетин без врахування ослаблення отвором – бруто-перетин. Тоді ККН часто позначають буквою K , і в задачі Кірша $K = \alpha = 3$. Якщо пластина має обмежену ширину, то величини K та α змінюються. Наприклад, при співвідношенні ширина/діаметр $w/d = 6$ (фактично стандартне для зразків БЗ при випробуваннях на втому), величина $K \approx 3,12$ [40, 60]. У неширокій пластині при використанні нетто-перетину ККН $\alpha = K \cdot (1 - \zeta)$, де введено позначення $\zeta = d/w$. При $\zeta = 1/6$ маємо $\alpha = K \cdot 0,8(3) = K/1,2$, тобто $\alpha \approx 2,60$.

Методами фотопружності в діапазоні $0 \leq \zeta \leq 1$ отримана апроксимація ККН α , яка, як вважається, має точність у 2% [143, табл.17.1]:

$$\alpha(\zeta) \approx 3,000 - 3,140\zeta + 3,667\zeta^2 - 1,527\zeta^3; \quad 0 \leq \zeta \leq 1. \quad (1.5)$$

При $\zeta = 1/6$ маємо $\alpha(1/6) \approx 2,57$. Через формулу зв'язку між двома коефіцієнтами маємо $K(1/6) = \alpha / (1 - \zeta) \approx 2,57 / (1 - 1/6) \approx 3,08$. Порівняно з $K \approx 3,12$ із [40, 60] відмінність складає біля 1,2%, тобто несуттєва.

Іноді замість розв'язку для навантаженого болтом отвору використовують розв'язок для отвору із заповненим отвором. Але при цьому величина α є дещо меншою, ніж для пластини з вільним отвором.

Задачу про концентрацію напружень у отвору діаметром d у нескінченній ізотропній пластині, який (отвір) контактує із циліндром, розглядали Штаерман [66], Persson [124], Ciavarella з Decuzzi [82]. Зокрема, у розв'язку, запропонованому Persson, циліндр має близький до d діаметр $d_c < d$, до осі циліндра прикладене зосереджене поперечне навантаження,

напружений стан – плоский, тертя відсутнє [18, 124, 143]. Формульна частина містить інтеграл, що "не береться" (запропонована таблиця).

Для ізотропних пластин з обмеженою шириною відомий аналітичний розв'язок Theocaris [135] – при $0.2 \leq \zeta \leq 0.5$. Крім того, у [126] вказано, що у різні роки експериментально (датчики напружень, фотопружність) проблему досліджували Coker й Filon (1931), Schaechterle (1934), Frocht й Hill (1940), Jessop й ін. (1958), Cox й Brown (1964). Використовувані в авіації [98] значення ККН у отвору, що контактує з болтом, [135] (позначили як \underline{K} й $\underline{\alpha}$, а в комплексі – як ККНк), від відношення $d / w = \zeta$, показані в таблиці 1.1. Розглянутий діапазон $0.2 \leq \zeta \leq 0.5$ виводить "праву" асимптоту \underline{K} на рівень приблизно 5.0. Очевидно, що при $\zeta \rightarrow 0$ й збереженні величини $\sigma_{\text{ном}}$, результуюче навантаження, що доводиться на болт, прагне до нескінченності. Саме тому при $\zeta \rightarrow 0$ величини ККНк $\underline{K} = \underline{\alpha} \rightarrow \infty$, тобто "ліва" асимптота для обох характеристик – нескінченність.

Таблиця 1.1

Значення ККНк у отвору, від відношення $d / w = \zeta$

ξ	\underline{K}		$\underline{\alpha}$	
	[98], [135]	[126]	[98], [135]	[126]
1/6	-	7,62	-	6,35
0,2	6,55	6,90	5,24	5,52
0,3	5,25	5,36	3,68	3,75
0,4	4,96	4,75	2,98	2,85
0,5	5,06	5,01	2,53	2,51

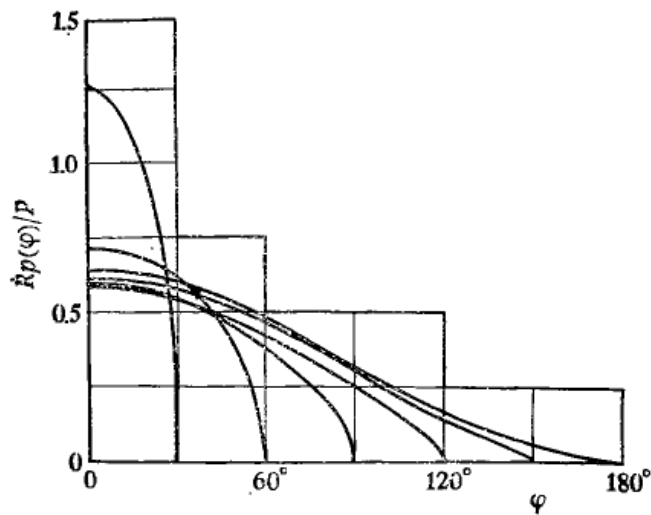


Рис. 1.6 – Залежності (аналітичний розв'язок) відношення величини контактної тиску в отворі пластини при контакті з валом, до величини прикладеного зусилля [18]

величині $\cos \varphi$. Але матеріали розглядалися ізотропними, і ККНк в отворі не підраховувався (з отриманого аналітичного розв'язку це зробити неможливо).

У статті [60, табл.1] для вушка (контактна задача) із застосуванням МСЕ отримано значення $\alpha = 4.37$ при $\zeta = d / w = 6 / 26$, але немає відомостей про характеристики моделі, тобто точність розрахунку цього значення не вказана.

У статтях [44, 60] за допомогою розрахунків у ANSYS виявлено, що в зразках однозрізних (внапуск) БЗ, в якому пластини – з алюмінієвого сплаву Д16, а болти – зі сталі, узагальнений ККН, який ще додатково враховує згин пластини, досягає значення 10 та навіть дещо більшого.

Для двозрізного болтового з'єднання ізотропної пластини є наступна апроксимація (при досить великому видаленні отвору від краю: $e / w \geq 1$, де e – відстань до вільного краю пластини від центра отвору) [126, стор. 358]:

$$\alpha(\zeta) \approx 12.882 - 52.714\zeta + 89.762\zeta^2 - 51.667\zeta^3; \quad 0.15 \leq \zeta \leq 0.75. \quad (1.6)$$

Результати поміщені в таблицю 1.1 у стовпці, позначеному як [126].

У книзі [18] в розділі 5.3 розглядалися проблеми знаходження аналітичних розв'язків для контактних задач при контактуванні погоджених поверхонь (близьких за геометрією). Зокрема, при контакті "вала" з отвором було знайдено розв'язок для розподілу контактної сили, який залежить від кута дуги контакту 2ϕ (див. рис. 1.6, де кут $-\phi \leq \varphi \leq \phi$). Ця залежність приблизно пропорційна

Очевидно, що апроксимація (1.6) не приводить до дуже значних значень при $\varsigma \rightarrow 0$, тобто значення α до "лівої" асимптоти не прагне. Воно не прагне й до "правої" асимптоти, оскільки при значеннях ς поблизу одиниці з (1.6) маємо від'ємні значення. Однак у зазначеному діапазоні $0.15 \leq \varsigma \leq 0.75$, як видно із таблиці 1.1, апроксимація (1.6) дає значення, погоджені з [98, 135].

Важливо, що ККН у навантаженому отворі (контактна взаємодія) є більшими, ніж у ненавантаженому отворі (ізотропний матеріал).

1.3.2 Болтові з'єднання з пластинами із ортотропних і композиційних матеріалів

Аналог розв'язку задачі Кірша для нескінченної пластини з отвором та з 2D-ортотропного матеріалу приведений у главі 4 книги [32, формули (31.1) і (32.15)]. Запишемо ланцюжок формул для обчислення величини ККН в 2D-ортотропному матеріалі, позначимо як \tilde{K} та $\tilde{\alpha}$:

$$k = \sqrt{E_{11} / E_{22}}; m = E_{11} / G_{12} - 2\mu_{12}; n = \sqrt{2k + m}; \tilde{K} = n + 1; \tilde{\alpha} = \tilde{K} \cdot (1 - \varsigma), \quad (1.7)$$

в яких перший напрямок є єдиним як для напрямку дії навантаження, так і для одної з головних осей ортотропії.

З (1.7) очевидно, що ККН $\tilde{\alpha}$ буде збільшуватися, у першу, чергу, при збільшенні відношення модулів у двох головних напрямках: E_{11} / E_{22} . Якщо композит є односпрямованим, то це відношення зазвичай має доволі велике значення. Якщо композит є ламінатом із симетричною структурою, наприклад, [90/45/0/-45], то "еквівалентні" модулі $E_{11} \approx E_{22}$, тому розрахований "еквівалентний" ККН $\tilde{\alpha}$ буде мати таке ж значення, як і в ізотропному матеріалі або близьке до цього. Але очевидно, що в шарах ПКМ, де насправді "еквівалентні" модулі не реалізуються, значення ККН $\tilde{\alpha}$ будуть мати деякі проміжні значення між розв'язками Лехніцького та Кірша, оскільки буде проявлятися ефект взаємовпливу різноспрямованих шарів ламіната.

Формули (1.7) для реальних КМ можуть давати значення, наближені до 10 та навіть вищі, тому застосовуються при розрахунках пластин із КМ з ненавантаженими отворами [17, 75, 83].

У навантаженому болтом отворі (контактна взаємодія) коефіцієнт концентрації напружень повинен бути іншим та вищим за той, що реалізується в отворі без болта.

Виявлено декілька варіантів аналітичних розв'язків для пластини одиничної товщини, через функції комплексного змінного [88, 141, 145]. Через їх складність їхнє практичне застосування є проблематичним. Тому у статті [90] запропонували "полегшений" (наближений) варіант, заснований на теорії зі статті [88]. Контактна задача не розглядається, а на контурі отвору (у зоні контакту) задається синусоїдальний характер розподілу напружень за законом $(4ph/\pi)\sin\theta$ (він близький до того розподілу, що отримують при розв'язуванні контактної задачі). Тоді діюча на отвір (болт) результуюча сила $F = \pi dh$. Розв'язок розглядали як суперпозицію двох розв'язків: перший – про 2D-ортотропну пластину з вільним отвором, розтягнуту на значній відстані розподіленим зусиллям $q/2$; другий – про таку ж пластину з отвором, що контактує (без зазору) з нерухомим твердим стрижнем (pin-loaded hole) і при "потоківому" навантаженні таким же розподіленим зусиллям $q/2$ (див. рис. 1.7). З умови рівноваги $q = p \cdot \zeta$.

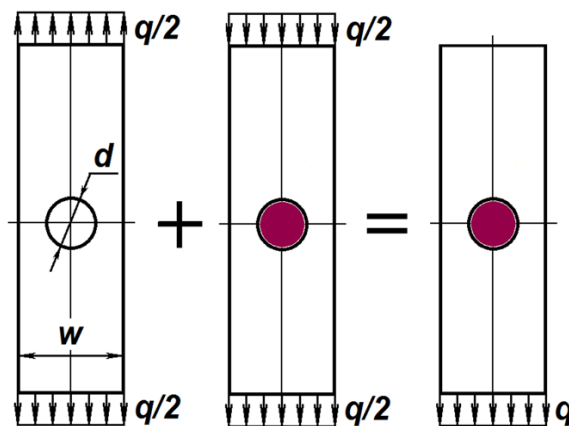


Рис. 1.7 – Схема отримання розв'язку [88, 90] про напружений стан при контакті в отворі пластини

У підсумку [90], максимальне напруження в ослабленому отвором перетині пластини (у наших позначеннях; вісь X – повздовжня, вісь Y – поперечна)

$$\begin{aligned}\sigma_{\max}(\varsigma) &= p \cdot \left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{\sqrt{2 \left(\sqrt{E_{YY} / E_{XX}} - \mu_{YX} \right) + E_{YY} / G_{XY}}}{\sqrt{E_{YY} / E_{XX}}} \right] = \\ &= p \cdot \left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \cdot M \right] = p \cdot S,\end{aligned}\quad (1.8)$$

де символом M замінили дробовий вираз з модулями пружності, а символом S – вираз у квадратних дужках. Номінальне напруження в ослабленому перетині $\sigma_{nom} = phd / (h(w-d)) = pd / (w(1-\varsigma)) = p\varsigma / (1-\varsigma)$, тому вираз для ККНк у навантаженого болтом отвору в ортотропній пластині має вигляд

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha}(\varsigma) &= \frac{\sigma_{\max}(\varsigma)}{\sigma_{nom}} = \frac{1-\varsigma}{\varsigma} \left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{\sqrt{2 \left(\sqrt{E_{YY} / E_{XX}} - \mu_{YX} \right) + E_{YY} / G_{XY}}}{\sqrt{E_{YY} / E_{XX}}} \right] = \\ &= \frac{1-\varsigma}{\varsigma} \left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \cdot M \right] = \frac{1-\varsigma}{\varsigma} \cdot S.\end{aligned}\quad (1.9)$$

З формули (1.9) очевидно, що "ліва" асимптота $\tilde{\alpha}(0) = \infty$, і це є вірним. Що стосується "правої" асимптоти, яка в (1.9) очевидно дорівнює нулю (а це є невірним), то автори [90] обмежили застосування формули (1.9) величинами $\varsigma \leq 0.5$, що для практичного застосування достатньо. Як видно з таблиці 3 статті [90], де розв'язки представлені у формі $\sigma_{\max}(\varsigma) = p \cdot S$ при розглянутих $\varsigma = 0$, $\varsigma = 0.2$ та $\varsigma = 0.4$, погрішності становили від 2.4% до 15%, у середньому – близько 8% (усього дев'ять випадків: для трьох випадків різного ступеня ортотропії (зокрема, і для квазі-ізотропної композитної пластини) і при трьох вказаних вище значеннях ς). У пластині з односпрямованим композитом погрішності склали від 9% до 15%, причому систематично збільшувалися при зменшенні ς . Порівняння проводили з результатами зі статті [88]. Автори статті [90] вважали отриману точність достатньою для практичного застосування.

У статті [87] наведені численні графіки, зокрема й ККНк, для декількох конкретних орієнтацій 2D-ортотропних моношарів ($0, 90, \pm 45$ градусів) і їхніх комбінацій. Розв'язки отримані із застосуванням МСЕ. Навколо отвору застосовували трикутні СЕ другого порядку апроксимації (плоска деформація), уздовж половини дуги окружності використали 28 СЕ, але зі змінним кроком, у підсумку мінімальний відносний розмір СЕ склав приблизно $0.03d$ у зоні концентрації напружень. Зазор і тертя в отворі не задавали. Контакт моделювали як "вузол у вузол", за допомогою коротких (довжиною $0,002d$ СЕ типу Spring (пружина), у частині з них (з появою в них напружень, що розтягують) в ітераціях їхньої жорсткості призначали нульовими, щоб урахувати звуження зони контакту. Тобто, з огляду на рівень розвитку ЕОМ і програм із МСЕ на 1981 рік, задача розв'язувалася в контактній постановці й зі значною точністю.

Підводячи підсумок, можемо констатувати, що саме для важливого в практичному застосуванні випадку пластини обмеженої ширини та з ортотропного матеріалу, проблема визначення ККНк, можливо, не вирішена достатньо точно й у вигляді простих формул, доводиться застосовувати або складні, або разові рішення, одержувані чисельними методами, тому проблема визначення ККНк в таких пластинах є актуальною.

Композиційні матеріали при натурних випробуваннях перед повним руйнуванням руйнуються частково у доволі складному процесі руйнування своїх складових. При цьому апаратура фіксує акти часткового руйнування як у звуковому діапазоні (потріскування), так і на діаграмі деформування (стрибки, розриви) [9]. Але є доволі великий діапазон навантажень, в якому часткових руйнувань ще не спостерігається, і цей діапазон вважають безпечним. Рівень навантажень (напружень), при якому з'являються перші ознаки часткового руйнування, фіксують як характеристику композита з назвою *"початкове навантаження руйнування"*, або *"нижня границя несучої спроможності композита (конструкції)"* [35] (композиційний матеріал

завжди є конструкцією). За межами такої границі розрахунки на міцність потрібно проводити за критеріями механіки тріщин.

Для багатьох конструкцій (авіаційних, космічних, автомобільних тощо) навіть часткове руйнування є неприйнятним. Тому в цій роботі будемо вважати, що ПКМ навантажується лише до межі "*початкового навантаження руйнування*". Тоді для розрахунків БЗ, в яких застосовуються композиційні матеріали, теж використовують умови міцності (1.1) – (1.4) [7, 17, 83]. Але є суттєва різниця: композиційні матеріали є анізотропними (зазвичай вважаються ортотропними) та структурно неоднорідними матеріалами. Тому зазвичай ліву (або праву) частину умов міцності (1.1) – (1.4) помножують на так званий "сукупний фактор виправлення" (cumulative correction factor – CCF), та ще на "фактор припасування" (fitting factor – FF), тобто використовують поправочні функції, які повинні враховувати всі відмінності, що пов'язані із наявністю в БЗ композиційного матеріалу. Щодо CCF та FF, то є вкрай обмежені дані про ці функції.

Є відомості [68], що в практиці проектування літальних та космічних апаратів США (Air Force USA, NASA) використовують програму BJSFM, яка інтегрована у програмний код HyperSizer. Вона перераховує отримані в HyperSizer результати розрахунків 3D MCE-моделі на так звану "загальну мембрану". Для цього BJSFM дозволяє вводити (призначати) різні значення коефіцієнтів впливу (є рекомендації та графіки), які відображають конкретні ситуації БЗ із КМ, щоб наприкінці обчислити CCF та FF. Наприклад, якщо відстань від центра отвору до краю пластини перевищує значення трьох діаметрів отвору, то відповідний коефіцієнт (фактор впливу) дорівнює одиниці, а якщо менше трьох, то його потрібно призначити з діапазону (0.8-0.9). У BJSFM ще є такі фактори впливу: тип голівки болта (що виступає або втоплена), кількість площин зрізування, кількість рядів болтів, композит має стільниковий шар або ні, відношення товщини пластини з КМ до діаметра болта, відносна відстань між болтами, інші. Також призначається критерій обчислення еквівалентних напружень. Ця програма призначена для

прискорення розробок нових конструкцій з БЗ із КМ і інтегрує, в першу чергу, накопичений досвід спостереження за БЗ із КМ.

1.4 Сучасні методи розрахунків характеристик НДС і міцності болтових з'єднань деталей із ПКМ

Створюються нові *аналітичні* методи розрахунків БЗ зі складними схемами розташування отворів. Наприклад, у [129] запропоновані алгоритми та наведені дві великі програми для проектування БЗ з шаруватими композитами. Але на цей час ці програми застарілі. У статті [22] запропонована доволі складна ітераційна процедура визначення розподілу контактних тисків в зонах спряження елементів БЗ. Але вона розроблена тільки для однорідних матеріалів.

Швидко набувають розвитку алгоритми та програмні коди з *чисельних* методів.

З причини важливості даної проблематики в період 2000-2003 років на базі університету Лімерик (Limerick, Ireland), був створений проект BOJCAS (бюджет складав 2.2 Million Euro): болтові з'єднання в композитних авіаційних конструкціях. Основними цілями, проекту були: застосування сучасних чисельних методів моделювання до болтових з'єднань з композитними матеріалами в авіаційних конструкціях, зниження ваги конструкцій, скорочення натурних дорогих випробувань, збільшення частини КМ в основних конструкціях літаків, безпека літаків з КМ. У проекті брали участь великі європейські авіаційні компанії Airbus та SAAB, а також національні аеронавтові лабораторії: CIRA – італійська, FOI – шведська, NRL – нідерландська; а ще DERA – агенція з Великобританії та декілька європейських університетів. Результати проекту представлені в [71, 80, 104, 105, 107 – 114] та багатьох інших публікаціях. Широко вивчалася структура ушкоджених пластин з ПКМ. Для чисельного моделювання застосовували

МСЕ. Декілька рисунків, узятих із архіву проекту BOJCAS на сайті університету (<http://www.smr.ch/>) та зображених на рис. 1.8, рис. 1.9, засвідчує початковий стан застосування 3D-контактних моделей БЗ: моделі дуже спрощені, пошарове моделювання ПКМ не застосовували. Це відповідало рівню розвитку ПЕОМ на той час (суперкомп'ютери не застосовували).

Але така велика проблема не може бути вирішена в одному проєкті, більш того – це не відбудеться ніколи.

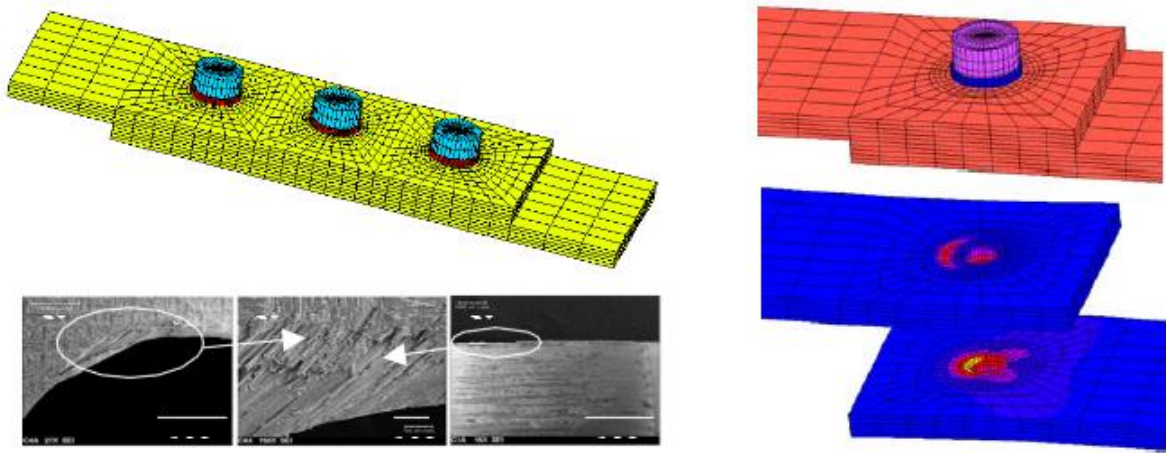


Рис. 1.8 – Зображення з архіву проєкту BOJCAS (<http://www.smr.ch/>)

В роботі [52] зауважено, що традиційні види розрахунків БЗ з металу в застосуванні до з'єднань із елементами з ПКМ не дозволяють врахувати ряд факторів, які є значущими для ПКМ. Наприклад, наявність усіляких відхилень від геометрично ідеальних обрисів (овальність і не перпендикулярність отворів, шорсткість поверхонь), а також незначних пошкоджень, пов'язаних з технологічним процесом створення отворів (відшарування і відколи на краях отворів в деталях із ПКМ). Крім того, відомо, що наявність вигину болта призводить до зменшення площі області контакту, перерозподілу зусиль по області контакту і збільшення їх пікових значень. А надмірне зусилля затяжки болта в поєднанні з його вигином викликає руйнування поверхневих шарів ПКМ [105], а також самого болта в результаті малоциклової втоми. Оцінка ресурсу з'єднання може потребувати врахування тріщини, яка з'явилася в ПКМ.

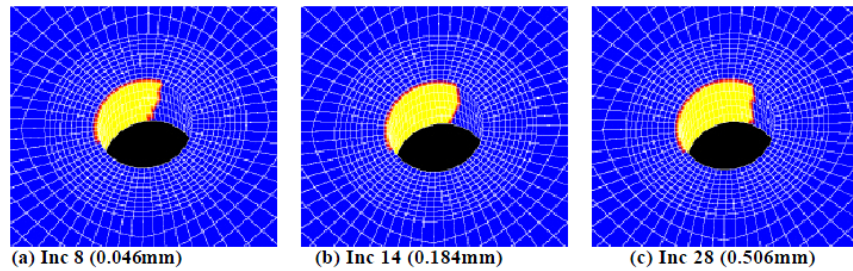


Figure 15 Development of the contact area in the C1 joint

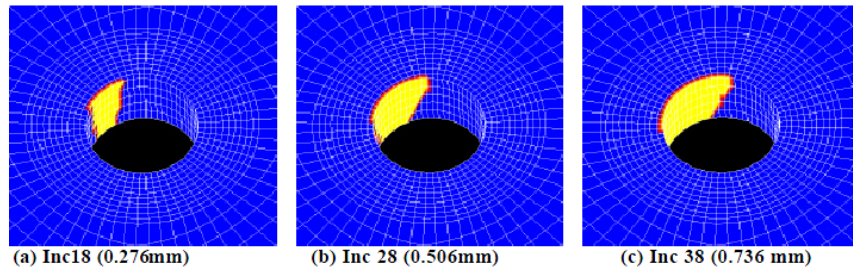


Figure 16 Development of the contact area in the C4 joint

Рис. 1.9 – Контактні поверхні при різних бічних зазорах болт/отвір в пластині з ПКМ, розрахунки МСЕ (програмою MSC.Marc) [114]

Ці, а також інші фактори призводять до необхідності розроблення все більш деталізованих дискретних моделей БЗ із ПКМ на базі МСЕ. При цьому МСЕ породжує великі та дуже великі за розміром системи алгебраїчних рівнянь, які необхідно розв'язувати. Виникає потреба у розробці спрощених моделей, але, бажано, без втрати точності розв'язків.

Відомі варіанти спрощення моделей і зменшення часу розрахунків:

- використання усереднених пружних характеристик ПКМ [46, 70, 79, 91; 102, 103, 127, 140]. Є кілька способів знайти "еквівалентні модулі": теоретичні [3, 8, 15, 34, 64] або експериментальні (натурні й/або чисельні) [13, 29, 57, 74]. Основний недолік застосування усереднених характеристик: не дозволяють вірно оцінювати напруження, міцність та ресурс конструкції в зонах концентрації напружень (біля отворів в елементах БЗ);
- врахування площин симетрії: симетричні частини відкидаються, замінюються умовами обмеження переміщень вузлів у напрямку нормалей до поверхонь розсічення [28, 46, 49, 91, 102, 103]. Переваги: врахування k площин симетрії приблизно в 2^k раз зменшує скінченно-елементну модель, а граничні умови у переміщеннях, що з'явилися, поліпшують обумовленість САР, породжуваної МСЕ;

- спрощення моделей болтів: замість гайки та різьблення моделюється друга голівка болта (болт типу заклепки) [49, 91, 103]. Осьова жорсткість такого "болта" підвищується, але це можна компенсувати при завданні зусилля згвинчування з'єднання;

- застосування змішаних скінченно-елементних моделей. Запропоновано кілька варіантів. В одному з них – методі Arlequin [79, 89], у зонах отворів створюють одночасно й грубу й дрібну (fine) сітку скінченних елементів (СЕ), вводять у варіаційний принцип Лагранжа вагову схему, причому вагові коефіцієнти визначаються як множники Лагранжа. Попереднє рішення, отримане на грубій сітці, уточнюється на дрібній сітці. Метод вимагає висококваліфікованого втручання в код скінченно-елементних програм (що можливо, наприклад, в Abaqus). В іншому варіанті, кожен шар композита моделюється двовимірними СЕ, пов'язаними із сусідніми шарами пружними стрижневими СЕ. Болт і його деформування моделюється за допомогою стрижневої системи [73, 97]. Значно скорочується час розрахунку, але верифікація методу пророблена недостатньо. Ще в одному варіанті, у зонах отворів створюються 3D скінченно-елементні моделі ПКМ для кожного шару ПКМ, а на деякій відстані здійснюється перехід до усередненого моделювання пружних характеристик ПКМ. Перехід здійснюється із застосуванням стрижневих елементів [102], або технології "склеювання" (glued) сіток. Технологія "склеювання" [28, 49, 76] вже добре реалізована в сучасних скінченно-елементних програмах Nastran, Abaqus, ANSYS [48, 67, 72, 119]. При цьому можна використати не погоджені скінченно-елементні сітки (у місцях "склеювання") для переходу від дрібної до великої сітки СЕ. Мінімально-критична відстань місця "склеювання" від отвору необхідно обґрунтовувати декількома додатковими розрахунками [49]. Перевага: не вимагає ні втручання в код програми, ні особливої верифікації тому, що використовує стандартні тривимірні СЕ. Недолік, у порівнянні з попереднім варіантом, – вимагає більш значних ресурсів ЕОМ і часу для розрахунку.

В роботі [120] застосовувалася контактна 3D-модель однозрізного однорядного БЗ (рис. 1.11), з пошаровим описом ПКМ. Вивчався вплив тертя та моменту згвинчування на міцність пластини в зоні отвору. Міцність оцінювалася в коді Abaqus автоматично, із застосуванням призначених для цього критеріїв міцності. Зроблено висновок, що для підвищення статичної міцності БЗ потрібно призначати момент згвинчування з урахуванням коефіцієнтів тертя між складовими БЗ. Виявилося, що результати чисельного моделювання добре узгоджуються з результатами відповідних натурних експериментів, проведених іншими авторами.

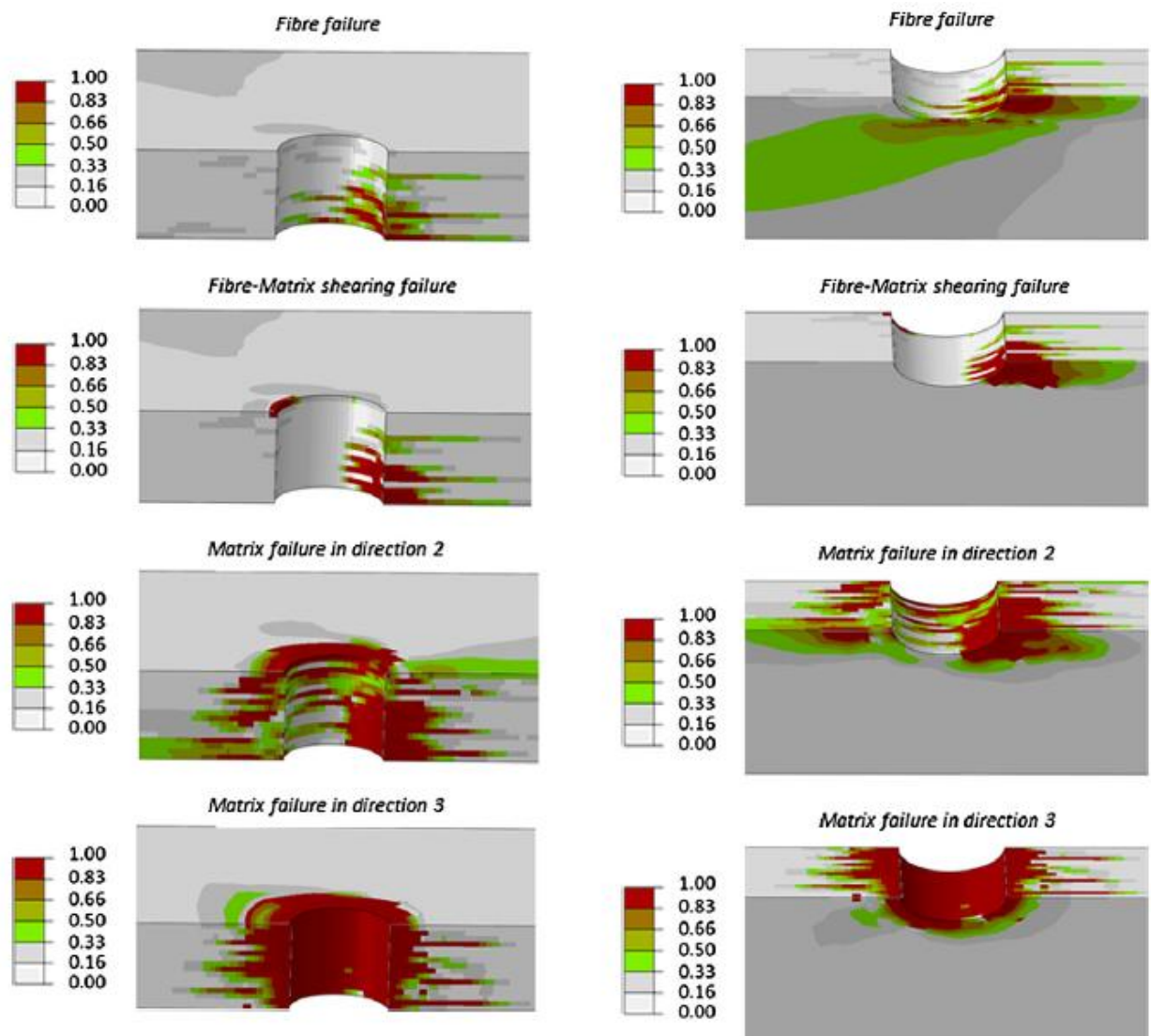


Рис. 1.11 – Розподіл пошкоджень в зоні отвору: результати пошарового моделювання ПКМ болтового з'єднання [120]

З метою визначення величини згинальних напружень в болтових з'єднаннях розглядалася [44] об'ємна скінченно-елементна модель з посадкою кріплення елемента без зазору і натягу. Локальний НДС в навантаженому отворі визначено в результаті рішення контактної задачі в пружній геометрично нелінійній постановці. Встановлено, що місцеві напруження від вигину можуть складати (10...25)% від осевих напружень в залежності від типу болтового з'єднання. Одними з найбільш істотних параметрів, що впливають на довговічність з'єднання, є кількість рядів і крок установки кріплення елемента [44]. За допомогою МСЕ отримано функціональні залежності довговічності з'єднань від розглянутих параметрів.

1.5 Висновки та постановка задач дослідження

Підсумовуючи аналіз літературних джерел, можна коротко визначити такі основні положення.

Загальні властивості болтових з'єднань деталей:

- в однозрізних БЗ спостерігається більш значний вигин болтів і пластин, ніж у двозрізних, що призводить до більшої неоднорідності у характеристиках НДС з'єднання, тобто створюються більш жорсткі умови деформування БЗ, сильніше виявляються тенденції залежності характеристик НДС у зонах отворів при зміні впливових параметрів;

- фактичним стандартом для випробувань БЗ на міцність та утому є БЗ довгих пластин з шириною, що у шість разів перевищує діаметр отворів (болтів) та містить кількість з'єднуючих болтів, відповідну кількості рядів у реальному БЗ.

В болтових з'єднаннях деталей із однорідних матеріалів (металів):

- методи розрахунків на статичну міцність визначені та стандартизовані, фактично є інженерними, тобто не вимагають складних розрахунків;

- зразки на утому БЗ можуть руйнуватися і по нетто-перерізу пластин, і по бруто-перерізу пластин у границь суміжних елементів БЗ (під впливом

фретінг-корозії), а також втрачати несучу здатність від випереджального руйнування болтів;

- одночасне застосування осьового затягування болтів, радіального натягу в системі болт/отвір, а також зміцнення контактних поверхонь (все – в оговорених межах), є ефективним засобом для збільшення втомної міцності БЗ у декілька разів.

В болтових з'єднаннях деталей із ПКМ:

- внаслідок крихкості ПКМ не можна застосовувати а ні радіального натягу в системі болт/отвір, а ні зміцнення контактних поверхонь та околу отворів у пластині;

- є лише незначна кількість публікацій, в яких БЗ із ПКМ моделюються як контактна задача, причому в них ПКМ зазвичай описують із застосуванням "еквівалентних модулів", і лише зрідка – як пошарову структуру;

- фактично не досліджувалися розподіл контактних зусиль на бічних поверхнях отворів у пластин із ПКМ, вплив тертя, бічних зазорів болт/отвір та багатьох інших параметрів БЗ на розподіл зусиль між болтами багаторядних БЗ, на НДС у шарах пластини із ПКМ навколо отворів;

- методи розрахунків на статичну міцність БЗ із ПКМ мають значну невизначеність та фактично не стандартизовані, що призводить до застосування до БЗ із ПКМ методів розрахунків на статичну міцність, обґрунтованих для однорідних матеріалів, з довільними та значно завищеними коефіцієнтами запасу міцності.

Отже, аналіз літературних джерел показав, що актуальним є уточнення методів розрахунків на міцність болтових з'єднань з ПКМ. Це уточнення можна провести лише на основі проведення чисельних розрахунків у вигляді крайових контактних задач, з пошаровим моделюванням шаруватих ПКМ, із врахуванням структури ПКМ, тертя, можливих зазорів, зусиль затягування болтів та інших впливових параметрів, і зі застосуванням сучасних кодів на основі МСЕ, з наступним аналізом отриманих характеристик НДС болтових

з'єднань деталей із ПКМ та формалізацією виявлених впливів параметрів БЗ на його міцність.

Але на міцність БЗ із ПКМ впливає значна кількість конструктивно-технологічних та експлуатаційних параметрів. Тому в дисертаційній роботі доводиться обмежитися аналізом лише декількох основних параметрів.

Розвиток ПЕОМ відбувається настільки швидко, що для масового використання вже доступні у продажу материнські плати з пам'яттю до 128 Гбт, на які можна встановлювати мікропроцесори з 8-ма та більше ядрами, а накопичувачі можуть мати по декілька терабайт дискової пам'яті. Програмні коди теж швидко еволюціонують та на цей час можуть моделювати будь-який варіант моделі БЗ із композитами. Отже, на даний час можна констатувати, що вже є всі можливості для проведення уточнених скінченно-елементних розрахунків, що дозволяють максимально повно враховувати конструктивні, технологічні та експлуатаційні фактори (включаючи зазори, натяги, структуру ПКМ та інші параметри), що впливають на ресурс болтового з'єднання із застосуванням ПКМ.

Все це дозволило сформулювати мету дослідження та шляхи її досягнення. Вони наведені у Вступі.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКІВ ХАРАКТЕРИСТИК НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТА МІЦНОСТІ БОЛТОВИХ З'ЄДНАНЬ ДЕТАЛЕЙ НА ОСНОВІ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛЮВАННЯ З УРАХУВАННЯМ КОНСТРУКЦІЙНИХ І ТЕХНОЛОГІЧНИХ ФАКТОРІВ

2.1 Постановка крайової контактної задачі про НДС болтових з'єднань деталей із ПКМ та метод її розв'язування

При проведенні розрахунків болтових з'єднань деталей із ПКМ вважають, що в елементах з'єднання необоротні деформації відсутні. Тому розглядаємо постановки крайових задач лінійної пружності: звичайної (не контактної) та контактної. Для отримання розв'язків застосували метод скінченних елементів (МСЕ).

2.1.1 Постановка крайової задачі лінійної пружності

При розв'язуванні задачі про НДС болтових з'єднань деталей із ПКМ зазвичай вважають, що об'єкт не має початкових деформацій та початкових напружень, тобто в момент t_0 в кожному елементарному об'ємі об'єкту компоненти вектора переміщення $(u_i)_0 = u_i(\vec{x}, t_0) = 0$, деформації $(\varepsilon_{ij})_0 = \varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0) = 0$, напружень $(\sigma_{mn})_0 = \sigma_{mn}(\vec{x}, t_0) = 0$. Ще нехтують впливом власної ваги. Оскільки задача – лінійно пружна, то історія навантаження не має значення, тому всі навантаження на момент часу t , а саме: $P_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_p , "прикладається" повністю. Тоді для визначення в елементарному об'ємі об'єкта величин: $u_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень, формалізується наступна крайова задача (декартова система координат) [41, 47, 63]:

- статичні рівняння рівноваги елементарного об'єму:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (2.1)$$

• геометричні рівняння Коші для випадку нескінченно малих деформацій і поворотів:

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(\nabla_i u_j + \nabla_j u_i). \quad (2.2)$$

Також вважається, що виконуються рівняння сумісності деформацій, а всі деформації є пружними:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (2.3)$$

• фізичні рівняння. Для лінійно-пружної моделі матеріалу це є закон Гука:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}^e, \quad (2.4)$$

де $E_{mnij} = E_{nmji}$ є симетричним матеріальним тензором модулів пружності, які (модулі) можуть залежати від координат (структурно неоднорідний матеріал).

Крім наведених рівнянь додатково залучаються граничні умови (ГУ) на поверхнях S_U (1-го роду) і S_P (природні):

$$u_i \big|_{S_U} = \hat{u}_i; \quad (2.5)$$

$$\sigma_{mn} v_n \big|_{S_P} = \hat{p}_m, \quad (2.6)$$

Для отримання варіаційної постановки задачі використовують співвідношення (2.1), (2.2) й (2.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і формула Остроградського-Гаусса. Отримують варіаційний функціонал Лагранжа (начало віртуальних переміщень Лагранжа) відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій [6] (при відсутності масового навантаження):

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_P} \hat{p}_m \delta u_m dS = 0. \quad (2.7)$$

Цей функціонал, в поєднанні з кінематичними ГУ (2.5) на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з них, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків між напруженнями й деформаціями.

В даній задачі час застосовується лише для того, щоб розрізнити початковий стан з поточним.

2.1.2 Постановка крайової контактної задачі лінійної пружності

Для крайової *контактної* задачі характерно наявність зон контакту відомої або невідомої (змінної) конфігурації. У цих зонах немає взаємного проникнення поверхонь тіл, а контактні зусилля не можуть бути такими, що розтягують. У відповідності з законом поверхневих взаємодій зусилля контакту в парах контакту на сумісних контактних поверхнях повинні бути рівними за величиною і протилежно спрямованими. Розрізняють силовий контакт без тертя та з тертям.

Отже, при постановці крайової *контактної* задачі про НДС контактуючих об'єктів необхідно до граничних умов (2.5) й (2.6) додати граничні умови та обмеження на поверхні контакту S_K [26, 48].

На спільній поверхні S_K тіл з номерами 1 і 2 повинні бути виконані умови сполучення:

- силові

$$((\sigma_{mn})_{(1)} - (\sigma_{mn})_{(2)})(v_m)_{(j)} = 0, \quad m, n = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2; \quad (2.8)$$

- кінематичні при зчепленні

$$[(x_m + u_m)_{(1)} - (x_m + u_m)_{(2)}](v_m)_{(j)} = 0, \quad m = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2; \quad (2.9)$$

$$[(x_m + u_m)_{(1)} - (x_m + u_m)_{(2)}](\tau_m)_{(j)} = 0, \quad m = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, \quad (2.10)$$

де v_m, τ_m – компоненти векторів, відповідно, зовнішньої нормалі до точки поверхні контакту і дотичної до поверхні, у тій же точці. При прослизанні (із тертям або без тертя) умову (2.10) не використовують. Для визначення τ_m є декілька алгоритмів [26, 45, 81].

Основою для визначення поточної поверхні контакту є умови:

- від'ємних значень нормальних складових контактних зусиль

$$(\sigma_{mn} \nu_m \nu_n)_{(j)} < 0, \quad m, n = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2; \quad (2.11)$$

- взаємного не проникнення тіл

$$g = [(x_m + u_m)_{(1)} - (x_m + u_m)_{(2)}](\nu_m)_{(1)} \leq 0, \quad m = 1, 2, 3, \quad (2.12-a)$$

або

$$g = [(x_m + u_m)_{(2)} - (x_m + u_m)_{(1)}](\nu_m)_{(2)} \leq 0, \quad m = 1, 2, 3, \quad (2.12-б)$$

де розрахункову величину $g > 0$ називають нормальним натягом в суміжній двійці точок контактних поверхонь.

Разом із неконтактними ГУ (2.5) і (2.6) додатково залучають ГУ на поверхні контакту S_K при:

- зчепленні, тобто при $|\sigma_\tau| \leq \beta_{TP} |\sigma_\nu|$:

$$\sigma_\nu = \sigma_{mn} \nu_m \nu_n|_{S_K} = \hat{p}_\nu, \quad m, n = 1, 2, 3; \quad (2.13)$$

$$\sigma^2 = \sum_{n=1}^3 (\sigma_{mn} \nu_m)^2, \quad m = 1, 2, 3; \quad \sigma_\tau = \sqrt{\sigma^2 - \sigma_\nu^2}|_{S_K} = \hat{p}_\tau; \quad (2.14)$$

або

$$u_m|_{S_K} = \hat{u}_m, \quad m = 1, 2, 3; \quad (2.15)$$

- прослизанні, тобто при $|\sigma_\tau| > \beta_{TP} |\sigma_\nu|$:

$$\sigma_\nu = \sigma_{mn} \nu_m \nu_n|_{S_K} = \hat{p}_\nu, \quad m, n = 1, 2, 3; \quad (2.16)$$

або

$$u_\nu = u_m \nu_m|_{S_K} = \hat{u}_\nu, \quad m = 1, 2, 3; \quad (2.17)$$

а також при $\beta_{TP} \neq 0$

$$\sigma_\tau = -|\hat{p}_\tau| \text{sign}(u_\tau), \quad (2.18)$$

де $u_\tau = (u_{m(1)} - u_{m(2)}) \tau_m$, $m = 1, 2, 3$ – дотична до поверхні проекція вектора взаємних переміщень.

Якщо тертя не враховується (при рівності нулю коефіцієнта тертя β_{TP}) ГУ на S_K спрощуються до

$$\sigma_\nu = \sigma_{mn} \nu_m \nu_n|_{S_K} = \hat{p}_\nu, \quad m, n = 1, 2, 3; \quad \text{або} \quad u_\nu = u_m \nu_m|_{S_K} = \hat{u}_\nu, \quad m = 1, 2, 3. \quad (2.19)$$

Примітка 2.1. Застосована схема сухого тертя Амонтона-Кулона – найпростіша робоча гіпотеза, що дозволяє в першому наближенні обчислити розмір сили тертя. Зазвичай така точність є достатньою.

Оскільки контактна крайова задача містить у крайових умовах нерівності і логічні умови, то задача є нелінійною.

Постановка крайової контактної задачі термопружності відрізняється від постановки крайової неконтактної задачі термопружності наявністю додаткових кінематичних і силових ГУ зони контакту. Тому аналогічно можна отримати такий варіаційний функціонал Лагранжа щодо варіацій переміщень і пов'язаних із ними деформацій [6]:

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_p} \hat{p}_m \delta u_m dS - \int_{S_K} \hat{p}_v v_m \delta u_m dS - \int_{S_K} \hat{p}_\tau \tau_m \delta u_m dS = 0, \quad (2.20)$$

який у поєднанні з кінематичними ГУ (2.5), (2.15) і (2.17), або (2.19) на поверхнях S_U і S_K визначає незліченну множину можливих напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з можливих, але він додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язків між напруженнями та деформаціями.

2.1.3 Основні відомості про метод скінченних елементів

Для розв'язування крайової контактної задачі лінійної пружності застосований метод скінченних елементів (МСЕ).

МСЕ запропоновано Р. Курантом у 1943 р. як варіаційний метод розв'язування двовимірних крайових задач теорії пружності [86]. Щодо сучасності, то він трактується і як варіаційний [86], і як прямий [36], і як апроксимаційний [19], а для стержневих систем – як метод переміщень [146], створений ще у 1920-х роках.

У МСЕ [5, 19, 39, 47, 78, 146] тіло (об'єкт) об'ємом Ω та з поверхнею S представляють комбінацією скінченних елементів (СЕ): об'єктів відносно малих розмірів ("діаметром" δ^e та об'ємом Ω^e , де індекс e – номер СЕ), які

заповнюють об'єм Ω щільно та не перетинаючись. Кожен СЕ має незначну кількість вузлів M_e , на яких він базується. У кожному СЕ майбутній розв'язок апроксимується за допомогою нормованих базисних функцій φ_m^e , де m – номер вузла, причому обов'язкові умови до них [19, 78]:

$$\varphi_m^e(\vec{x}_n) = \begin{cases} 1, & m = n; \\ 0, & m \neq n; \end{cases} \quad \sum_{m=1}^{M_e} \varphi_m^e = 1. \quad (2.21)$$

У МСЕ при розв'язуванні задач про напружено-деформований стан тіл зазвичай використовують матричну форму запису рівнянь [19, 78, 146, 147].

Вектор переміщень будь-якої точці СЕ $\{u\} = \{u_1, u_2, u_3\}^T$ через вектор переміщень вузлів СЕ $\{q\}_e = \{(q_1, q_2, q_3)_1, \dots, (q_1, q_2, q_3)_m, \dots, (q_1, q_2, q_3)_{M_e}\}^T$ дається виразом

$$\{u\} = [\phi] \{q\}_e, \quad (2.22)$$

де блочна матриця базисних функцій $[\phi]$ має M_e блоків:

$$[\phi] = \left[[\phi]_1, [\phi]_2, \dots, [\phi]_{M_e} \right]. \quad (2.23)$$

Рівняння Коші (2.2) $\varepsilon_{ij} = 0.5(\nabla_i u_j + \nabla_j u_i)$ в матричній формі запису

$$\{\varepsilon\} = [B] \{q\}_e, \quad (2.24)$$

де блочна матриця похідних $[B]$ теж має M_e блоків:

$$[B] = \left[[B]_1, [B]_2, \dots, [B]_{M_e} \right]. \quad (2.25)$$

Лінійний закон Гука (2.4) в матричній формі запису

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon^e\}. \quad (2.26)$$

З урахуванням (2.3) та (2.24), з (2.26)

$$\{\sigma\} = [D][B] \{q\}_e. \quad (2.27)$$

Якщо вектори деформацій та напружень мають наповнення $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T$ та $\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}\}^T$, то для ізотропного матеріалу

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

де $2G = E / (1 + \mu)$; $a = (1 - \mu) / (1 - 2\mu)$; $b = \mu / (1 - 2\mu)$; $c = 0.5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Для $3D$ –ортотропного матеріалу зазвичай записують вираз $[D]$ через обернену матрицю $[D]^{-1}$:

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & -\mu_{12}/E_{11} & -\mu_{13}/E_{11} & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{21}/E_{22} & 1/E_{22} & -\mu_{23}/E_{22} & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{31}/E_{33} & -\mu_{32}/E_{33} & 1/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (2.29)$$

для якої значення модулів пружності отримані у головних напрямках $3D$ –ортотропії.

Вираз варіаційного рівняння Лагранжа (2.20), з урахуванням того, що СЕ не перетинаються, отримує вигляд

$$F = \sum_e \left(\int_{\Omega^e} \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \int_{S_P^e} \{\delta u\}^T \{\bar{p}\} dS - \int_{S_K^e} \{\delta u\}^T \bar{p}_v \{v\} dS - \int_{S_K^e} \{\delta u\}^T \bar{p}_\tau \{\tau\} dS \right) = 0. \quad (2.30)$$

Для (2.30) потрібно записати варіації:

$$\{\delta u\} = [\phi] \{\delta q\}_e; \quad \{\delta u\}^T = \{\delta q\}_e^T [\phi]^T; \quad \{\delta \varepsilon\} = [B] \{\delta q\}_e; \quad \{\delta \varepsilon\}^T = \{\delta q\}_e^T [B]^T \quad (2.31)$$

і ввести вектори поверхневих навантажень й напрямних косинусів

$$\{\bar{p}\} = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3\}^T; \quad \{v\} = \{v_1, v_2, v_3\}^T; \quad \{\tau\} = \{\tau_1, \tau_2, \tau_3\}^T. \quad (2.32)$$

Підставивши (2.27), (2.31) та (2.32) у (2.30), спочатку отримують

$$\begin{aligned} F = & \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_P^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\bar{p}\} dS - \\ & - \sum_e \int_{S_K^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T p_v \{v\} dS - \sum_e \int_{S_K^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T p_\tau \{\tau\} dS = 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Оскільки вектор варіацій вузлових переміщень $\{\delta q\}_e^T$ та вектор вузлових переміщень $\{q\}_e$ містять значення, які не залежать від параметрів інтегрування, то ці вектори можна винести за межі інтегралів:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \left(\int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \{q\}_e - \int_{S_p^e} [\phi]^T \{\hat{p}\} dS - \int_{S_K^e} [\phi]^T p_\nu \{\nu\} dS - \int_{S_K^e} [\phi]^T p_\tau \{\tau\} dS \right) = 0. \quad (2.34)$$

Вводяться позначення:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \quad (2.35)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\phi]^T \{\hat{p}\} dS + \int_{S_K^e} [\phi]^T p_\nu \{\nu\} dS + \int_{S_K^e} [\phi]^T p_\tau \{\tau\} dS. \quad (2.36)$$

Тоді (2.34) отримує вигляд

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0. \quad (2.37)$$

Оскільки вектор варіацій вузлових переміщень $\{\delta q\}_e^T$ містить довільні значення, то для виконання умови $F = 0$ потрібно, щоб

$$[K] \{q\} = \{P\}, \quad (2.38)$$

де позначені збірки

$$[K] = \sum_e [K]_e; \quad \{P\} = \sum_e \{P\}_e. \quad (2.39)$$

Матриця $[K]$ зветься матрицею жорсткості тіла, вектор $\{P\}$ – вектором силового навантаження [146].

Оскільки в (2.35) матриця жорсткості СЕ $[K]_e$ конгруентна симетричній матриці $[D]$, то й матриця жорсткості СЕ $[K]_e$ є симетричною, тому симетричною є і матриця жорсткості тіла $[K]$. До того ж вона стає позитивно визначеною, якщо в систему алгебраїчних рівнянь (САР) (2.38) ввести граничні умови 1-го роду.

2.1.4 Про особливості розв'язування контактної крайової задачі в методі скінченних елементів

В Nastran для розв'язування контактних задач є три метода, з них застосовували метод штрафних функцій (Rigid target method), алгоритм якого докладно описаний, наприклад, в [26, 81, 119]. Крім того, в Nastran для всіх методів застосовується дворівневий алгоритм лінеаризації контактних умов [26, 118, 119]. Оскільки для викладання цих алгоритмів потрібно багато місця, а у вказаних публікаціях [26, 118, 119] це докладно зроблено, то тут ці алгоритми повністю не наводимо.

Але зауважимо, що у методі штрафних функцій у випадку невиконання умови взаємного не проникнення тіл (2.12) для точки контактної поверхні "першого" тіла, а саме $g = [(x_m + u_m)_{(1)} - (x_m + u_m)_{(2)}](v_m)_{(1)} \leq 0$, $m = 1, 2, 3$ до функціонала (2.20) додається вираз, який визначається умовою мінімуму квадратичного функціоналу

$$W_m = 0.5(\omega_v g^2 + \omega_\tau s^2), \quad (2.40)$$

де ω_v та ω_τ є параметрами штрафу, а величина відносного зсуву s наближено обчислюється як $s = [(x_m + u_m)_{(1)} - (x_m + u_m)_{(2)}](\tau_m)_{(1)}$, тобто в "дотичному" напрямку з напрямними косинусами $(\tau_m)_{(1)}$. Для "другого" тіла дії – аналогічні. Після того, як вирази для g та s апроксимують за допомогою базисних функцій та через вузлові значення координат та переміщень, з умови мінімізації (2.40), а саме $\partial W_m / \partial \{q\} = 0$, виникають додаткові члени для системи алгебраїчних рівнянь (2.38). Після закінчення ітерацій (отримання розв'язку контактної задачі) виявляється, що ці додаткові члени фактично відповідають прикладенню на поверхнях контакту нормальних та дотичних (при врахуванні тертя) розподілених навантажень, що фігурують в двох останніх членах функціонала (2.20).

У Nastran [119, стор.603], за замовчанням, для контакту CE типу Solid задається значення параметра штрафу ω_v в нормальному до поверхні

контакту напрямку внутрішньою змінною $PENN = 10/L$, а в дотичному напрямку – на порядок менше, тобто $PENT = PENN/10 = 1/L$. Характерний розмір L обчислюється виходячи з довжин ребер контактних поверхонь СЕ зони контакту. Не рекомендують значення $PENN > 10^4$.

2.2 Створення розрахункових моделей болтових з'єднань деталей із ПКМ з урахуванням факторів, що аналізуються

При створенні розрахункових моделей БЗ із ПКМ необхідно моделювати (формалізувати) декілька факторів, типових для такого об'єкта розрахунків.

2.2.1 Моделювання основних впливових факторів виконання болтових з'єднань деталей із ПКМ

Основними факторами, що впливають на напружено-деформований стан елементів БЗ в зонах отворів, вважають [27]:

- конструкція (геометрія) окремих складових БЗ;
- наявні площини симетрії геометричної та силової моделі БЗ;
- величини бічних зазорів в БЗ (між боковими поверхнями болта та відповідного отвору);
- властивості матеріалів окремих складових БЗ;
- структура ПКМ;
- величини моментів скручування БЗ;
- рівень силового навантаження;
- контактна взаємодія окремих складових БЗ з урахуванням тертя між ними.

2.2.1.1 Моделювання конструкції (геометрії) окремих складових болтового з'єднання деталей

Всі геометричні розміри окремих складових БЗ зазвичай моделюють з номінальними їх значеннями. Якщо відхилення деякого розміру від номіналу

має значення для аналізу моделі БЗ (див. п.2.2.1.3), то таке відхилення вводить у геометричну модель у звичайний спосіб.

2.2.1.2 Моделювання наявних площин симетрії геометричної та силової моделі з'єднання деталей

При наявності площини симетрії в МСЕ рекомендують такі дії:

- площиною симетрії відсікти симетричну частину моделі;
- всім вузлам скінченно-елементної сітки, що розташовані на площині відсікання, заборонити переміщення в напрямку, перпендикулярному до площини відсікання.

Такі дії не суперечать крайовій задачі, до того ж дуже корисні, оскільки майже вдвічі зменшують кількість невідомих у системі алгебраїчних рівнянь, що буде породжуватися МСЕ.

2.2.1.3 Моделювання величини зазорів болт-отвір

Величини зазорів δ в БЗ (між боковими поверхнями болта та відповідного отвору) задавали зменшенням діаметрів болтів, а діаметри отворів залишали незмінними (див рис. 2.1-а). Оскільки величини зазорів $\delta = 10, 20$ та 70 мкм відносно номіналу діаметра болта в 5 мм складають відповідно $0.2, 0.4$ та 0.14 відсотка, то вважали, що жорсткість болта при цих зазорах майже не змінюється (про вплив *значних* змін жорсткості болта на НДС пластини з ПКМ див. Розділ 3.2).



Рис. 2.1 – До моделювання бічного зазору (а) та моменту скручування болта болтового з'єднання (б, в)

2.2.1.4 Моделювання властивостей матеріалів окремих складових болтового з'єднання деталей

Болти та гайки БЗ із ПКМ зазвичай виконують з металів. Зокрема, в авіації – зі сплавів титану або нержавіючої сталі. Сплави титану та сталь вважаються ізотропними матеріалами.

Окрім болтів та гайок, зазвичай в з'єднанні присутні шайби. Шайби теж виконують з ізотропних металів, зокрема, зі сплавів титану.

В межах лінійної пружності пружні характеристики ізотропних металів описують двома значеннями: модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона.

ПКМ є шаруватою композицією, окремі шари якої зазвичай вважають 3D-ортотропним матеріалом. Дев'ять пружних характеристик такого матеріалу такі: три модуля Юнга, три модуля зсуву, три коефіцієнта Пуассона. Між ними існують взаємозв'язки. Конкретний приклад – у Розділі 2.2.2.

2.2.1.5 Моделювання структури ПКМ

Структура ПКМ моделюється такими параметрами:

- загальна кількість шарів;
- матеріал шару та його товщина;
- кут орієнтації матеріалу шару відносно основного напрямку;
- блочно-симетрична повторюваність шарів з однаковим набором властивостей;
- усереднені пружні характеристики пластини ПКМ.

Конкретний приклад – у Розділі 2.2.2.

2.2.1.6 Моделювання моменту скручування болта болтового з'єднання деталей

Величини моменту скручування болта БЗ в МСЕ не можна задати в явному вигляді. Для цього в роботах [27, 46] було запропоновано задавати цей момент опосередковано через величину Δ – зміщення опорного торця гайки, що повинна спиратися на шайбу, у напрямку голівки болта (або навпаки: зміщення опорної поверхні голівки болта у напрямку гайки, (див.

рис. 2.1-б), або вкорочування довжини болта при збереженні положення гайки (див. рис. 2.1-в).

Як було показано в тих же роботах, з чисельних розрахунків моделі БЗ **без силового навантаження** та при декількох заданих величинах Δ спочатку будується тарувальний графік залежності осьової сили в болті від величин Δ , тобто графік $N_{pl}(\Delta)$. При цьому величина N_{pl} обраховується через середнє в перерізі болта осьове напруження σ_z , помножене на величину площі A перерізу болта: $N_{pl} = \sigma_z A = \sigma_z \pi d^2 / 4$.

Графік $N_{pl}(\Delta)$ виявляється лінійним, тому апроксимується за формулою

$$N_{pl} = a + b\Delta, \quad (2.22)$$

причому $a \approx 0$.

Необхідні значення N_{pl} в статті [46] обчислювали з регламентованих величин моменту на ключі M_{wrench} :

$$N_{pl} \approx M_{wrench} / [0.5d_2(h / \pi d_2 + f_p) / (1 - f_p h / \pi d_2) + f_T R_T];$$

$$R_T = (D^3 - d_0^3) / [3(D^2 - d_0^2)], \quad (2.23)$$

де:

d_2 – середній діаметр різьблення;

h – крок різьблення;

f_p – коефіцієнт тертя в різьбленні;

f_T – коефіцієнт тертя на торці гайки;

D, d_0 – діаметри плоскої опорної поверхні гайки [42].

Потім визначалися з Δ :

$$\Delta = (N_{pl} - a) / b. \quad (2.24)$$

2.2.1.7 Моделювання силового навантаження болтового з'єднання деталей

Силове навантаження задавали з використанням "стандартних" діалогів препроцесора Femar, в яких призначаються місця та рівні навантажень. А

саме: спочатку обирали геометричну поверхню зразка болтового з'єднання, потім призначали результуюче значення сили N_x у напрямку осі X . Враховано, що препроцесор здійснить розподіл заданої сили у вузли поверхонь скінченних елементів, які асоційовані з обраною геометричною поверхнею.

2.2.1.8 Моделювання контактної взаємодії окремих складових з'єднання з урахуванням тертя між ними

Для моделювання контактної взаємодії окремих складових з'єднання з урахуванням тертя між ними використали такі об'єкти [48]:

- "властивість" (Property) контактної пари поверхонь, основними параметрами якої є коефіцієнт тертя, характерна відстань між поверхнями, на якій буде шукатися контакт, метод моделювання контактної взаємодії;
- список об'єктів (точок, вузлів, ліній, геометричних поверхонь, поверхонь скінченних елементів), що характеризують окремий контактний регіон (Region);
- два контактних регіону, які можуть вступати у контакт (контактні пари, Connectors).

У препроцесорі Femap є можливість "начорно" цю роботу виконати в автоматичному режимі, а потім, при необхідності, провести корегування отриманої контактної моделі.

2.2.2 Створення розрахункових змішаних моделей зразка болтового з'єднання з ПКМ

Для досягнення мети дисертації, сформульованої у Вступі, чисельні експерименти провели на моделях однозрізного дворядного зразка БЗ із ПКМ, оскільки в однозрізних БЗ спостерігається більш значний вигин болтів і пластин, ніж у двозрізних, що призводить до більшої неоднорідності у характеристиках НДС елементів з'єднання, тобто створюються більш жорсткі умови деформування БЗ із ПКМ, сильніше виявляються тенденції залежності

у змінах характеристик НДС ПКМ у зонах отворів при зміні структури ПКМ та інших факторів [130].

Моделювали статичне навантаження зразка однозрізного дворядного БЗ (рис. 2.2), який використовують для випробувань на втому.

Зразок містить дві пластини із ПКМ, які з'єднані болтами зі швелером з алюмінієвого сплаву Д16АТ. У таблиці 2.1 наведені номінальні значення геометричних розмірів зразка.

Таблиця 2.1

Номінальні значення геометричних розмірів зразка болтового з'єднання деталей із ПКМ

Пластина, швелер		Діаметр отворів d , мм	Відстань між центральними болтами, мм	Відстань між болтами на периферії, мм	Висота голівки болта, мм	Розмір "під ключ", мм	Радіус округлення під голівкою болта, мм	Фаска** на входній краї пластини із ПКМ, мм	Діаметри й товщина шайби, мм
Елемент з'єднання	Товщина, ширина* й довжина, мм								
Пластина	5,22; 30; 152	5,0	32	25	2,5	8	0.2	0,2175	8,25; 6; 1
Швелер	6; 46; 112								

* для швелера: 6 мм – це товщина стінки, а 46 мм – висота. Ширина та товщина полки швелера: 28 і 4 мм відповідно, радіус переходу стійка-полка – 3 мм;

** розмір фаски на входній краї отворів у пластини із ПКМ відповідає товщині одного шару ПКМ.

Цей зразок відповідає всім рекомендаціям стандартів та керівництв для зразків БЗ та кріпильних виробів [84, 92, 93, 100] щодо співвідношенню розмірів: діаметр отвору / товщина пластини ≈ 1 ; діаметр отвору / ширина пластини $\approx 1/6$; діаметр отвору / відстань між центрами отворів $\approx 1/5$; діаметр отвору / відстань до краю пластини (дистанція кінця) $\approx 1/3$; бічний зазор болт-отвір / діаметр отвору – не більше 1.5%. Крім того, в роботі [49] було виявлено, що в цій конструкції зразка жорсткості пластини з ПКМ та

швелера майже збалансовані, оскільки викликають близькі значення напружень в околах обох отворів.

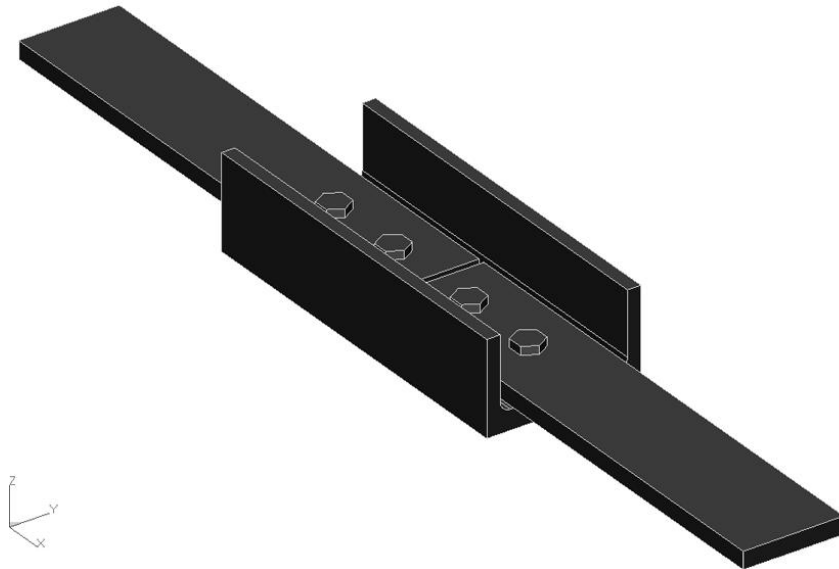


Рис. 2.2 – Повна геометрична модель зразка для випробування на втому болтового з'єднання деталей із ПКМ

Зазор між торцями пластин із ПКМ становив 2 мм. Обриси й розміри болта, гайки й шайби відповідали галузевим авіаційним стандартам України. Однак, з метою скорочення вимог до операційної пам'яті ПЕОМ і часу рахування, різьблення та гайку з моделі видалили, болт "виконали" із двома голівками: як звичайну заклепку, але із шестигранними голівками. Це не повинне вплинути на досягнення поставленої мети роботи. У п. 2.4.2 провели перевірку впливу на величину зусилля затягування в болтах заміни гайки "другою голівкою болта".

Створили моделі зразка болтового з'єднання з такими величинами бічного зазору болт/отвір δ (рис. 2.1-а): 0 мкм й 70 мкм на діаметр (мінімально й максимально припустимі), а також 10 мкм – номінальна проектна величина зазору, 20 мкм – додаткова величина δ . Зазор створювали зменшенням діаметра болта.

Затягування пакета моделювали зменшенням відстані між голівками болта на величину Δ (рис. 2.1-б), яку можна розрахувати відповідно до

методики, викладеної в п.2.2.1.6 [27, 46], але в роботі використали незмінне значення $\Delta=0.08$ мм.

Зразок та його навантаження одночасно мають дві площини симетрії: XZ й YZ , тому розглядали лише одну чверть зразка (рис. 2.3, рис. 2.4-а), а вплив відсічених частин моделювали умовою симетрії (див. п.2.2.1.2): всім вузлам скінченно-елементної сітки на площинах розсічення забороняли рухатися в нормальному до площин напрямках (рис. 2.4-б). У третьому напрямку (вздовж осі z) переміщення моделі обмежували лише в одному вузлі. Навантаження прикладали вздовж двох (верхньої та нижньої) поверхонь пластини із ПКМ на довжині 70 мм від кінця пластини як силу $N_x=2.5$ КН (рис. 2.4-в), тобто загальна сила навантаження на зразок дорівнювала 10 КН.

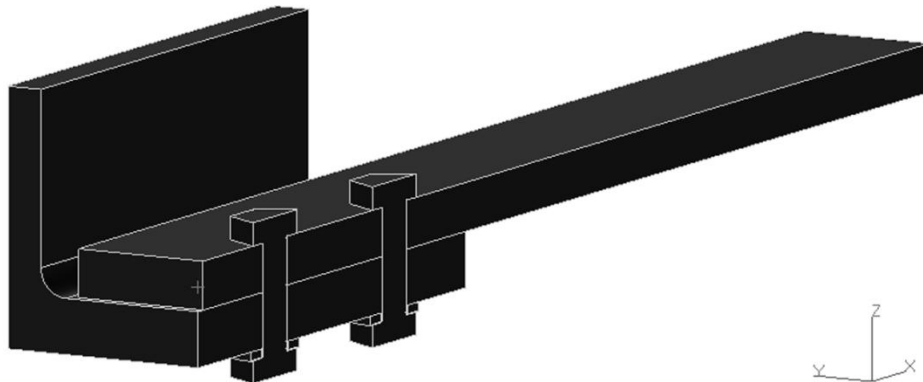


Рис. 2.3 – Розрахункова, у чверть зразка, геометрична модель зразка однозрізного болтового з'єднання деталей із ПКМ

Прийняли, що коефіцієнти тертя пари матеріалів "Д16АТ – Д16АТ" дорівнює 0,7, а всіх інших пар – 0,3. Скінченно-елементні сітки створювали окремими блоками (рис. 2.4-а, рис. 2.5). Більшість скінченних елементів (СЕ) створювали гексагональними (СНЕХА), іноді – призматичними з трикутною основою (СРЕНТА). СЕ болтів створювали тетрагональними (СТЕТРА). Всі СЕ мали другий порядок апроксимації (Solid Parabolic).

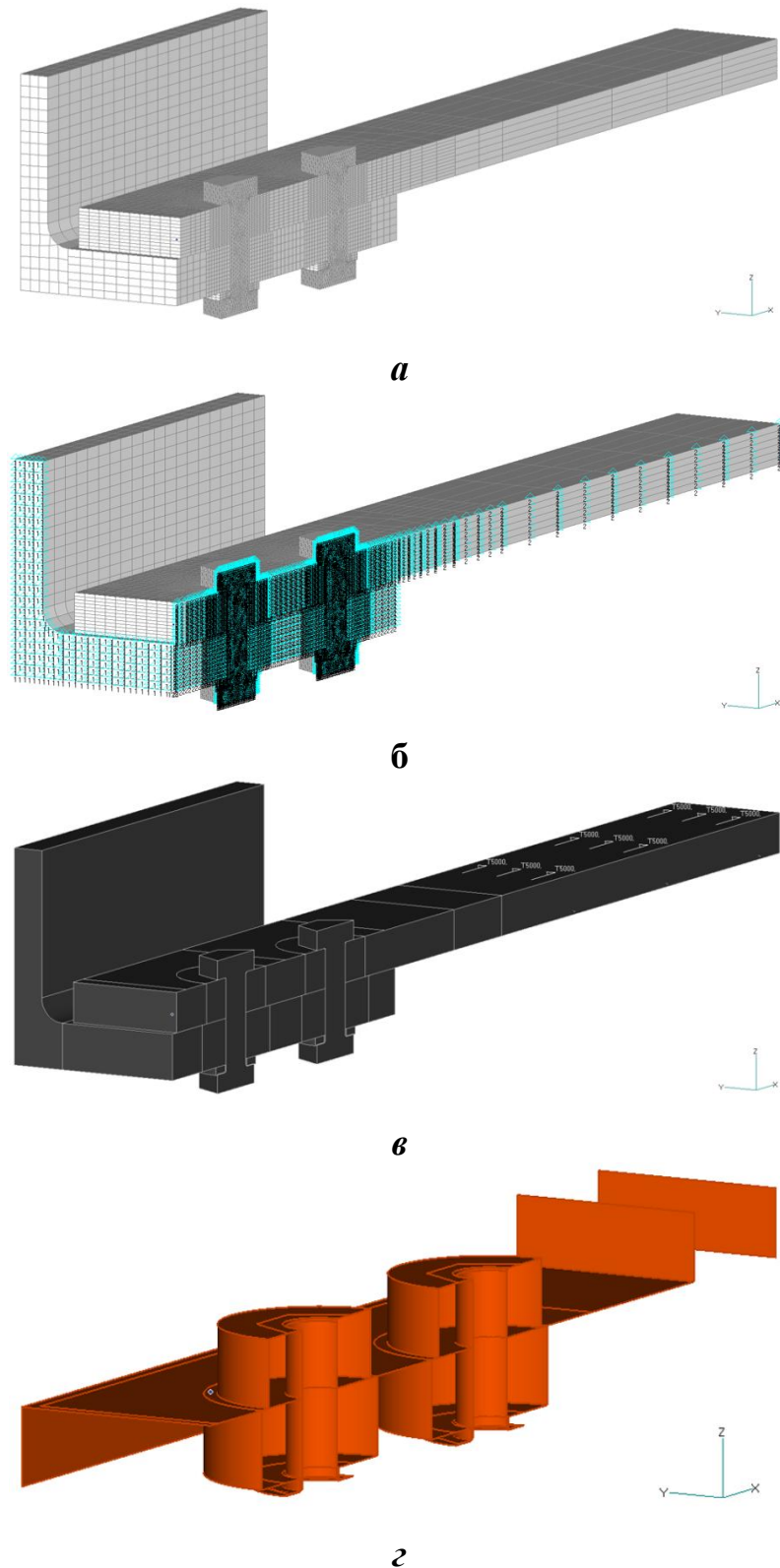


Рис. 2.4 – Змішана скінченно-елементна модель зразка однозрізного болтового з'єднання деталей із ПКМ: а – скінченно-елементна модель; б – умови обмежень переміщень у вузлах; в – силове навантаження; г – призначені поверхні "склеювання" та можливого контакту (Connectors)

Окремі блоки сітки, що належать одній деталі, "склеювалися" (**Glued**) у скінченно-елементній моделі цієї деталі програмою Femap для NX Nastran. Цей метод, добре реалізований в Femap та ANSYS, дозволяє локально створювати сітки будь-якої щільності та якості, не погоджуючи сітки на границі "склеювання" [49, 76]. Як перевірено в окремих чисельних експериментах, описаних у статті [49], зона "склеювання" ізотропного матеріалу практично не вносила додаткової погрішності в результати розв'язків НДС цієї крайової задачі, якщо вона розташовувалася на достатній відстані від отворів, тому для всіх розрахунків застосували однакову скінченно-елементну модель швелера з Д16АТ, але теж змішану в околі отворів, з радіусом "склеювання" $R = 8,5$ мм.

Фактично варіювали лише скінченно-елементні моделі болтів та пластини з ПКМ в зонах отвору. Варіювання скінченно-елементної моделі болтів – дуже незначне, пов'язане з необхідністю змінювати бічний зазор болт/отвір δ . Всі чотири варіанти сітки СЕ болтів мали однаковий максимальний діаметр СЕ (0.40 мм) та однакову поверхневу розмітку сітки, тобто дійсно варіювався лише зазор δ .

Щодо скінченно-елементної моделі пластини с ПКМ в зонах отвору, то на рис. 2.5 показано принцип її побудови (відпрацьований у статті [49]) на прикладі другого отвору (як прийнято, першим вважали болт, ближчий до силового навантаження, тобто правіший на рис. 2.4). Навколо отвору під болт вирізали отвір з радіусом $R = d/2 + s$, де приймали s рівним 5 мм. В залишках пластини створювали скінченно-елементні сітки з СЕ типу СНЕХА та СРЕНТА: спочатку на верхній поверхні пластини створювали поверхневу сітку довільної структури, потім з неї "витягували" (Extrude) стовпці тривимірних СЕ, з рівномірним кроком по товщині пластини (ліва частина рис. 2.5). Ці СЕ мали пружні властивості матеріалу ПКМ з таблиці 2.6, тобто з усередненими характеристиками 3D-ортотропії, обчисленими за ідеєю "еквівалентного" модуля.

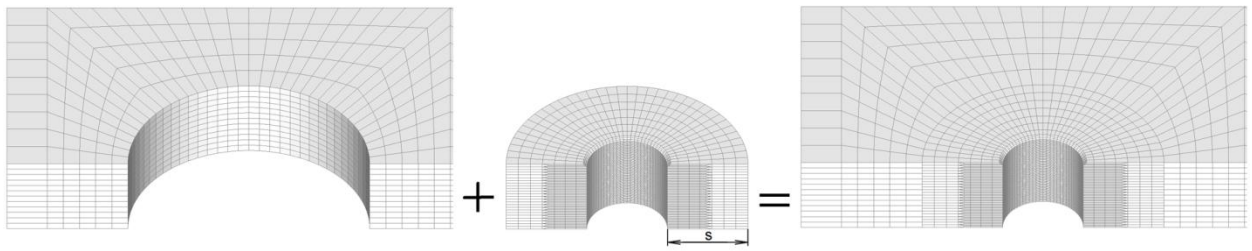


Рис. 2.5 – До створення змішаної скінченно-елементної моделі пластини з ПКМ в зоні другого отвору [49]

Навколо отвору створювали скінченно-елементну сітку впорядкованої структури (середня частина рис. 2.5). Тобто сітка СЕ цієї частини – локальна, з характеристиками 3D-ортотропії для кожного шару, з врахуванням кутів укладання шарів ПКМ. Кожний шар мав на виході на поверхню отвору по три СЕ по товщині та по 36 СЕ в окружному напрямку отвору. В радіальному напрямку перші три СЕ мали крок у 0.17 мм. Тобто розміри СЕ в окружному та радіальному напрямках дорівнювали приблизно 0.22x0.17 мм. В п. 2.4.3 було виявлено, що така сітка СЕ дозволяє отримати розв'язки з достатньою точністю.

Описані два блоки пластини з ПКМ "склеювалися" програмою Femap. Модель зони отвору набувала вигляд, зображений на рис. 2.5, в правій його частині. Аналогічно робили із зоною навколо іншого отвору. В моделі пластини з ПКМ, з метою зменшення розмірів скінченно-елементної моделі, ближче до місця прикладення навантаження застосовували ще дві поверхні "склеювання" (рис. 2.4-г).

Крім поверхонь "склеювання" призначали поверхні можливого контакту. Усі такі поверхні (**Connectors**) зображені на рис. 2.4-г.

У сукупності (рис. 2.4) це й є змішана 3D-модель ПКМ.

Всі 24 створені скінченно-елементні моделі зразка мали приблизно по 100 тис. СЕ й по 320 тис. вузлів.

2.2.3 Пружні характеристики матеріалів болтового з'єднання

В таблиці 2.2 поміщені назви матеріалів – металів і їх пружні характеристики.

Таблиця 2.2

Пружні характеристики металів болтового з'єднання з ПКМ

Елемент з'єднання	Матеріал	Модуль Юнга E , МПа	Коефіцієнт Пуассона μ
Швелер, шайба	Д16АТ	$0.7 \cdot 10^5$	0.3
Болт	ВТ-16	$1.15 \cdot 10^5$	0.3

Пластини ПКМ – з 24-х шарів, скомпонованих з двох вуглецевих стрічок (рос.): УОЛ-300-1А і УТ-900-3А із сполучним матеріалом (рос.) ЭДТ-69н. Прийняті в розрахунках їх 3D-ортотропні пружні характеристики наведено в таблиці 2.3. Відзначимо, що на практиці ці характеристики, які дуже залежать від багатьох параметрів виготовлення композиційних стрічок [54], зазвичай визначаються лише в площині [3; 29, 34, 57], тому значення таблиці 2.3 є наближеними. Але для досягнення мети праці (виявлення тенденцій, підбір структур ПКМ) застосована точність є прийнятною.

Умови 3D-ортотропії [32]:

$$E_{11}\mu_{21} = E_{22}\mu_{12}, E_{22}\mu_{32} = E_{33}\mu_{23}, E_{33}\mu_{13} = E_{11}\mu_{31},$$

$$G_{12} = G_{21}, G_{23} = G_{32}, G_{31} = G_{13}. \quad (2.25)$$

Таблиця 2.3

Пружні характеристики матеріалів окремих шарів

Матеріал (рос.)	Модулі Юнга, МПа			Модулі зсуву, МПа			Коефіцієнти Пуассона		
	E_{11}	E_{22}	E_{33}	G_{12}	G_{23}	G_{13}	μ_{12}	μ_{23}	μ_{13}
УОЛ-300-1А	150000	8000	8000	4400	2700	4400	0.29	0.48	0.29
УТ-900-3А	80000	80000	8500	6000	4800	4800	0.40	0.32	0.32

Тому можемо визначити, наприклад, що для УОЛ-300-1А $\mu_{21} = E_{22}\mu_{12} / E_{11} = 8000 \cdot 0.29 / 150000 \approx 0.015$. Крім того, у вуглецевих однонапрямних стрічках (УОЛ) повинні виконуватися додаткові

співвідношення: $E_{22} = E_{33}$ (тому й $\mu_{32} = \mu_{23}$, $\mu_{12} = \mu_{13}$), $G_{12} = G_{13}$, $G_{23} = E_{22} / (2(1 + \mu_{23}))$, тобто трансверсальної ізотропії. А в вуглецевих тканинах (УТ) – такі: $E_{11} = E_{22}$, $G_{23} = G_{13}$ й $\mu_{31} = \mu_{32}$.

В таблиці 3 перший напрямок – вздовж пластин (1 або X), другий – поперек пластин (2, Y), третій – перпендикулярно площині пластин (3, Z).

Шари з вуглецевої однонапрямної стрічки УОЛ-300-1А товщиною 0.235+0.015 мм в ПКМ укладені під кутами 0 й 90 градусів відносно осі X , а з вуглецевої тканини УТ-900-3А товщиною 0.220+0.020 мм – під ± 45 градусів. Моделювали шість структур: базову ПКМ–0 (реальну), та ще п'ять – модельних (табл.2.4).

Таблиця 2.4

Змодельовані структури ПКМ

Варіант	Структура
ПКМ–0	[-45/0/45/90/-45/0/45/90/-45/0/45/90]s
ПКМ–I	[-45/90/45/0/-45/90/45/0/-45/90/45/0]s
ПКМ–II	[-45/90/45/90/-45/0/45/90/-45/0/45/0]s
ПКМ–III	[-45/45/90/-45/45/90/45/0/-45/0/90/0]s
ПКМ–IV	[-45/90/45/90/-45/90/45/0/-45/0/45/0]s
ПКМ–V	[-45/90/45/90/-45/90/45/0/-45/45/0/0]s

Примітка 2.1. Якщо міняти структуру ПКМ, не змінюючи кількість шарів, викладених під конкретними кутами та не порушуючи симетрію відносно центральної площини пластини, то "еквівалентні" модулі пружності не повинні змінюватися. Тобто всі структури таблиці 2.4 повинні мати однакові "еквівалентні" модулі пружності.

Відомо, що є декілька методів обчислення "еквівалентних" модулів пружності [3, 34], всі вони наближені.

Зокрема, у Femap є інструмент Layups для обчислення "еквівалентних" модулів E_{xx} , E_{yy} , G_{xy} та μ_{xy} , виходячи з аналогічних модулів шарів, тобто

для 2D-ортотропії. Цей інструмент дав такі значення для всіх структур ПКМ: $E_{xx} = E_{yy} \approx 62959$ МПа, $G_{xy} \approx 16486$ МПа та $\mu_{xy} \approx 0.4144$. З умови $E_{xx} = E_{yy}$ маємо, що $\mu_{yx} = \mu_{xy}$.

Для визначення інших "еквівалентних" модулів пружності ПКМ за допомогою МСЕ провели чисельні розрахунки деформування "зразків" з ПКМ під дією відповідних одиничних навантажень. Застосували три моделі.

Модель 1 – "зразок" на поперечне стискування пластини з розмірами у плані 20x20 мм, для визначення модуля E_{zz} та коефіцієнтів Пуассона μ_{zx} й μ_{zy} (табл.2.5). В ту ж таблицю помістили значення коефіцієнтів Пуассона, обчислені за формулами $\mu_{xz} = E_{xx}\mu_{zx} / E_{zz}$ та $\mu_{yz} = E_{yy}\mu_{zy} / E_{zz}$.

Використали наявність трьох площин симетрії в пластині й розглядали восьму її частину. Вузлам трьох поверхонь ($X=0$; $Y=0$; $Z=0$) заборонили рух в перпендикулярних до поверхонь напрямках. Пластину розміром 10x10x2.61 мм заповнили гексагональними скінченними елементами типу SOLID Parabolic з розмірами 0.5x0.5x0.2175 мм (4800 СЕ та 21945 вузлів), тобто кожен з 12 шарів моделювали 20x20x1 СЕ. "Зразок" навантажили розподіленим, нормальним до поверхні $Z = 2.61$ мм, навантаженням (тиском) у 1 МПа.

У композитах присутній ефект вільної кромки [3, 34, 57]. Як відомо [34], він в значному ступені згасає на відстані від вільної кромки, що дорівнює приблизно товщині пластини. За цих обставин значення переміщень, що використовували, брали на відстані, не ближчої 5 мм від бокових кромок, а саме: у вузлах, що лежать на трьох площинах з такими параметрами X, Y, Z : $0 \div 5$; $0 \div 5$; 2,61 мм, 5; $0 \div 5$; $0 \div 2,61$ мм та $0 \div 5$; 5; $0 \div 2,61$ мм. Потім переміщення усереднювали, з них обчислювали деформації та "еквівалентні" модулі пружності (таблиця 2.5).

На більш щільній сітці (у 2 рази в кожному напрямку) було перевірено, що точність результатів була достатньою (середні значення деформацій відрізнялися не більш ніж на 0,3%).

Таблиця 2.5

"Еквівалентні" модулі пружності ПКМ, отримані з чисельного експерименту,
 модель 1-го "зразка"

Деформації $\cdot 10^6$ (середні значення)			$E_{zz} = 1/ \varepsilon_{zz} $, МПа	μ_{zx}	μ_{zy}	μ_{xz}	μ_{yz}
ε_{zz}	ε_{xx}	ε_{yy}					
-108,759	4,58922	4,61663	9195	0,0422	0,0424	0,289	0,290

Для визначення модулів зсуву в натурних експериментах запропоновано декілька методів [57, 74]. Однак більшість з них призначені для випробувань односпрямованих композитів, а також мають недоліки. Для чисельних "експериментів" застосували той метод, що легко реалізується та не має обмежень щодо спрямованості шарів композитної пластини.

Моделі 2 й 3 – "зразки" на чистий зсув "перекошеної" пластини у спосіб "Rail Shear", відповідно до [57, стор.153, рис. 4.3.7-а]. Для визначення модуля зсуву G_{xz} (модель 2) з урахуванням умов симетрії розраховували пластину з розмірами 5x80x2.61 мм. Вузлам поверхні $Z=0$ забороняли рух в перпендикулярному до неї напрямку Z . Всім вузлам на поверхні $Z=2,61$ мм призначали умову однакових значень переміщень U_z : в такий спосіб моделювали жорсткі пластини, між якими в натурному експерименті деформується зразок. На поверхні $Z=2,61$ мм в напрямку осі X задавали силу $Q = \tau A$, де при $\tau = 1$ МПа та площі $A = 5 \cdot 80 = 400$ мм² сила $Q = 400$ Н. Крім того, забороняли переміщення вузлів поверхонь $Y=0$ та $Z=0$ в напрямках осей Y та X відповідно. Після розрахунків зі значення переміщення $U_x = 6,69625 \cdot 10^{-4}$ вузла з координатами $X = 40$ мм, $Y = 0$ мм та $Z = 2,61$ мм підраховували деформацію зсуву $\gamma_{xz} = U_x / 2.61 \approx 2,565613 \cdot 10^{-4}$, після чого визначили, що $G_{xz} = \tau / \gamma_{xz} \approx 3898$ МПа.

Для визначення модуля зсуву G_{yz} проводили аналогічні дії (модель 3) з очевидними замінами напрямків X на Y та навпаки. Отримали $G_{yz} \approx 3897$ МПа. Рівність $G_{yz} \approx G_{xz}$ є наслідком симетричної структури ПКМ.

В 3D-ортотропному матеріалі вважається, що модулі зсуву $G_{xz} = G_{zx}$ й $G_{yz} = G_{zy}$.

В таблиці 2.6 зведені значення характеристик ПКМ всіх структур, прийняті за результатами проведених чисельних експериментів та дещо округлених і скорегованих згідно з вимогами відповідності 3D-ортотропії та симетричної структури ПКМ.

Таблиця 2.6

Значення "еквівалентних" модулів пружності ПКМ, обчислені за результатами чисельних експериментів

Структура ПКМ	Модулі Юнга, МПа			Модулі зсуву, МПа			Коефіцієнти Пуассона		
	E_{xx}	E_{yy}	E_{zz}	G_{xy}	G_{yz}	G_{xz}	μ_{xy}	μ_{yz}	μ_{xz}
Всі варіанти табл.2.4	62960	62960	9200	16490	3900	3900	0.414	0.290	0.290

2.3 Загальний алгоритм проведення розрахунків та аналізу характеристик НДС болтових з'єднань деталей МСЕ з урахуванням контактних взаємодій та факторів, що моделювалися

2.3.1 Загальний алгоритм

Узагальнюючи всі дії, потрібні для отримання розв'язку крайової контактної задачі моделі БЗ із ПКМ [48], сформулювали та використовували такий алгоритм.

А/ Попередня підготовка (збір даних, створення розрахункової схеми).
Визначитися з:

- геометрією БЗ, назвами матеріалів та умовами його навантаження;

- розрахунковою схемою БЗ, враховуючи наявні площини симетрії;
- характеристиками матеріалів БЗ;
- коефіцієнтами тертя між різними елементами болтового з'єднання;
- структурами ПКМ, з яких може бути виконана пластина, що є елементом БЗ;
- "еквівалентними" модулями пружності для частин пластини із ПКМ, віддалених від отворів;
- величинами бічного зазору болт-отвір;
- величинами моментів скручування БЗ;
- планом проведення чисельних розрахунків (комбінаціями параметрів, що варіюються).

Б/ Препроцесорна підготовка (на ПЕОМ):

- створення геометрії БЗ згідно з його розрахунковою схемою та призначеною величиною бічного зазору болт-отвір;
- створення на основі геометричної моделі скінченно-елементної моделі БЗ, з урахуванням структури ПКМ, "еквівалентних" модулів пружності для частин пластини із ПКМ, віддалених від отворів;
- створення на основі геометричної моделі схеми контактної взаємодії елементів болтового з'єднання, з призначенням коефіцієнтів тертя;
- призначення силового навантаження БЗ;
- призначення граничних умов 1-го роду у вигляді заборони переміщень вузлів, що розташовані на поверхнях розсічення моделі у напрямку нормалі до площини розсічення (умови симетрії), а також у ще не забороненому напрямку (якщо це потрібно);

В/ Визначення тарувального графіка $N_{pl}(\Delta)$, тобто залежності осьової сили в болті від величин Δ (на ПЕОМ). Для декількох призначених величин Δ :

- створення завдань на розрахунок з призначеною величиною сили N_x , що навантажує з'єднання, майже рівною нулю (Nastran модель з формально відсутнім силовим навантаженням не розраховує);

- проведення розрахунків;
- визначення величин осьової сили в болті на основі середнього в перерізі болта осьового напруження, та площі перерізу болта;
- побудова тарувального графіка $N_{pl}(\Delta)$, його апроксимування.

Г/ Визначення переліку величин Δ , для яких будуть проведені розрахунки. Для кожного з моментів скручування болтового з'єднання:

- визначення всіх N_{pl} , що відповідають моментам скручування болтового з'єднання;
- визначення переліку величин Δ з тарувального графіка $N_{pl}(\Delta)$.

Д/ Переробка відповідних частин геометричної та скінченно-елементної моделей БЗ для визначених величин Δ (на ПЕОМ):

- при необхідності – проведення вказаної переробки моделей.

Е/ Проведення розрахунків (на ПЕОМ):

- створення завдання на розрахунок з актуальним набором параметрів, що варіюються;
- проведення власне розрахунку.

Ж/ Проведення попереднього аналізу та візуалізації отриманих результатів в середовищі Femap:

- перевірка якості отриманих результатів (візуальна, з "анімацією" та без неї);
- конвертування значень напружень у вузли скінченно-елементної сітки;
- призначення траєкторій, вздовж яких будуть будуватися графіки;
- створення списків вузлів, що містяться на призначених траєкторіях;
- побудова та візуалізація графіків напружень вздовж призначених траєкторій.

З/ Проведення аналізу та візуалізації отриманих результатів в середовищі Excel:

- експортування (з Femap) актуальних результатів у файли текстового формату;
- перетворення актуальних результатів за допомогою створених програм;
- імпортування та побудова таблиць і графіків актуальних результатів в середовищі Excel;

I/ Аналіз та документування результатів:

- проведення пошукового аналізу для виявлення закономірностей у зміні актуальних характеристик при варіюванні параметрів;
- створення таблиць, графіків та рисунків з актуальними результатами, збереження у відповідних форматах;
- створення результуючих (звітних) текстів.

Цей алгоритм дозволив провести всі необхідні розрахунки за темою дисертації та отримати нові результати, що мають наукове та практичне значення, уточнюють уявлення щодо розподілу характеристик напружено-деформованого стану в зонах отворів БЗ із ПКМ, закономірностей їх змін при змінах впливових параметрів БЗ.

2.3.2 Деякі пояснення до застосування створеної програми Info_P_contact

Програма Info_P_Contact (див. Додаток Б) створена для переформатування даних із вузлів окремої поверхні отвору в ПКМ. А саме, вона перетворює їх із формату двох стовпців: номер вузла, вузлове значення величини (створюється програмою Femap стандартною процедурою), у формат двовимірних таблиць – для "розгорток" поверхонь отворів на площину.

Отже, відповідно до загального алгоритму, після закінчення розрахунків процесором Nastran за допомогою постпроцесора Femap спочатку проводиться візуальний аналіз результатів, і, якщо все гаразд, за допомогою

постпроцесора виводяться в текстові файли (окремо для кожного отвору ПКМ) для *всіх вузлів поверхні отвору*, значення:

- координат X , Y та Z ;
- актуальних компонент тензора переміщень u_i ;
- актуальних компонент тензора деформацій ε_{ij} ;
- актуальних компонент тензора напружень σ_{mn} ;
- контактних тисків p_v .

Кожному вузловому значенню компоненти передуює номер вузла, тому у текстовому файлі з Femap створюється два стовпця, відділені комою: номер вузла, потім кома, потім значення компоненти. Такий формат незручний для подальшого використання, тому й створили програму Info_P_Contact.

Крім вказаного переформатування, програма Info_P_Contact підраховує значення відносної частки поверхні з ненульовими контактними тисками, до повної поверхні. А також знаходить максимальне значення кожної величини та проекції результуючого вектора усередненого контактного тиску на горизонтальні осі X та Y .

На рис. 2.6 показано фрагменти текстових файлів з Femap та з Info_P_Contact.

У лівому стовбці двовимірної таблиці поміщені (відсортовано по зростанню – униз) координати Z вузлів, що розташовані на поверхні отвору, а перший її рядок містить довжину дуги по поверхні отвору (відсортовано по убутанню). Перевірка: довжина дуги половини отвору діаметром 5 мм $S = \pi d / 2 = 7.853905... \approx 7.8540$ мм (див. перше число під словом Cont_Press на рис. 2.6-б). Позиція кожного числа у двовимірній таблиці – це позиція відповідного вузла скінченно-елементної сітки. Таблиця Cont_Press – це таблиця контактних тисків у вузлах поверхні. Число, позначене як d_A визначалося відношенням кількості вузлів з ненульовим контактним тиском до загальної кількості вузлів.

100	d_A;	P_max;	P_int_x;	P_int_y;	
1	0.2761;	1228.8;	178.3;	95.8;	
NX NASTRAN Case 1					
0.	Table: Cont_Press				
-1	Z / S;	7.8540;	7.7449;	7.6358;	0.3272;
200	-2.6100;	32.9798;	36.1689;	34.6187;	673.0867;
0	-2.5737;	0.0000;	12.9709;	0.0000;	627.0496;
9000000	-2.5375;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	496.6100;
x	-2.5012;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	446.0348;
280785,38.905403	-2.4650;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	299.2399;
280894,42.679359	-2.4287;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	507.4832;
281025,41.322311	-2.3925;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	806.8466;
281066,40.38121	-2.3562;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1010.9741;
281079,43.049877	-2.3200;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1104.1810;
281194,40.828976	-2.2837;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1208.6407;
281216,41.819984	-2.2475;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1216.0345;
281235,42.429485	-2.2112;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1228.8423;
281253,39.944828	-2.1750;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1067.0080;
281304,39.590607	-2.1387;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1070.2775;
281434,42.183907	-2.1025;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1164.3474;
317459,38.509998	-2.0662;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1132.6932;
319234,43.490002	-2.0300;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1030.1400;
319467,43.269939	-1.9937;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1116.8335;
319496,42.86462	-1.9575;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1117.2417;
319770,38.707703	-1.9212;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1224.2161;
319821,39.089813	-1.8850;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	887.6986;
319823,39.302708	-1.8487;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	1035.6388;
320205,42.55442	-1.8125;	0.0000;	0.0000;	0.0000;	934.9855;
					1098.4673;
					643.0261;
					644.4404;
					628.0204;
					615.0254;
					405.9430;
					305.0604;
					387.9898;
					286.5958;
					181.6624;
					196.5212;
					206.5261;
					221.7289;
					332.6482;
					342.3895;
					330.6746;
					357.8296;
					462.6444;
					437.9299;
					442.6971;
					439.7747;
					381.8713;
					390.6177;
					376.5271;
					387.2265;
					303.8836;
					311.6136;
					294.2839;
					308.0736;
					172.5285;
					127.4582;
					177.7338;
					129.1533;
					75.8394;
					83.6909;
					80.2562;
					87.3407;
					88.6148;
					113.8944;
					90.8255;
					112.7793;
					82.4140;
					80.9015;
					84.5207;
					83.2204;

а

б

в

Рис. 2.6 – Фрагменти текстових файлів з Femap (а) та з Info_P_Contact: (б) – лівий верхній кут; (в) – правий верхній кут таблиці

2.4 Перевірка якості моделей зразка болтового з'єднання деталей із ПКМ

2.4.1 Загальна перевірка якості моделей зразка болтового з'єднання деталей із ПКМ

Оскільки контактна задача розв'язується із застосуванням ітерацій, то за критерій їх зупинення призначили точність в 1% для балансу внутрішніх та зовнішніх робіт. Час отримання результатів на ПЕОМ з достатнім об'ємом операційної пам'яті DDR4-2133 у 32 Гбт, з процесором i5-6500 та "вінчестером" на шині SATA3 з 7200 об/хв., що приблизно дорівнював майже годину, проявив незначну залежність від розміру бічного зазору болт/отвір δ та структури.

Перевірку моделей на відсутність помилок для крайових задач (особливо – для контактних) зручно проводити шляхом перегляду об'єкта розрахунку в zdeформованому стані з накладенням на початковий стан значно збільшених (на вказаний відсоток) деформацій. Для скорочення назвемо це "анімацією".

На рис. 2.7 зображено характерний вигляд частки отриманих результатів: переміщень, напружень та контактної тиску на поверхнях зразка болтового з'єднання (оскільки зображення для кожного з проведених розрахунків – подібні, то немає сенсу приводити їх усі).

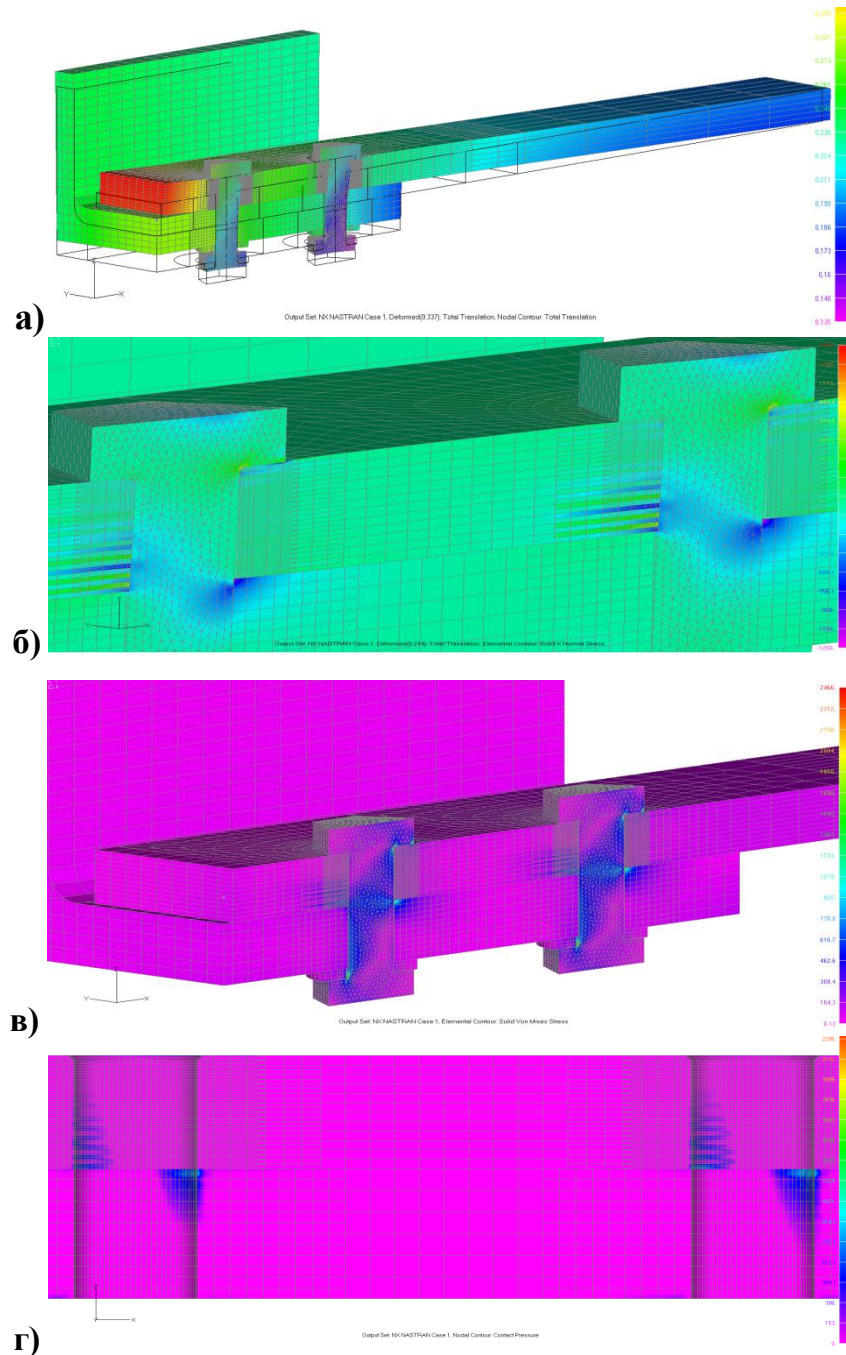


Рис. 2.7 – Здеформований стан моделей зразків болтового з'єднання: а) повні переміщення, мм ($\delta = 0$ мкм, ПКМ-0, "анімація"); б) напруження σ_x , МПа ($\delta = 10$ мкм, ПКМ-II, "анімація"); в) напруження σ_{Mises} , МПа ($\delta = 70$ мкм, ПКМ-III); г) контактний тиск на поверхнях отворів, МПа ($\delta = 20$ мкм, ПКМ-I)

Рис. 2.7-а, який містить "анімацію", показує, що всі компоненти з'єднання "на своїх місцях", пластина, швелер та болти зразка під навантаженням деформуються саме так, як й очікувалося (витягуються та вигинаються), максимальне загальне переміщення у 0.337 мм – невелике та створюється за рахунок вигину довгої пластини з ПКМ. Місця концентрації напружень та їх розподіл теж відповідають уявленням про напружений стан в однозрізному БЗ (рис. 2.7-б,в,г). Висновок: моделювання проведено вірно.

2.4.2 Перевірка впливу заміни гайки "другою голівкою болта" на величину зусилля затягування в болтах

Скінченно-елементна модель кожного болта мала 21,3 тис. скінченних елементів (СЕ) типу TETRA другого порядку наближення із 34,7 тис. вузлами.

Визначилися зі значенням зусилля затягування в болтах. Для цього провели розрахунок з призначеним зусиллям, що розтягує зразок, $N_x \approx 0$. На рис. 2.8 показані графіки зміни (початок відліку – у лінії 3 на рис. 2.9-а) осьового напруження σ_z *вздовж осей болтів* при зближенні голівок кожного болта на $\Delta = 0,08$ мм, яким моделювали затягування пакета (першим вважали болт, ближчий до місця прикладання силового навантаження). Графіки фактично співпали. Вони показують, що в центральній зоні по довжині болтів (приблизно при $z \in [-3, 2]$ мм) осьове напруження $\sigma_z \approx 230$ МПа. В перерізі болта у вузлах на лінії 3 рис. 2.9-а осьові напруження $\sigma_z \approx 230 \pm 1$ МПа. Тому зусилля затягування в болтах з номінальним діаметром 5 мм приблизно дорівнювало 4,5 КН. На обох кінцях осей болтів, як і повинно бути, $\sigma_z \approx 0$ МПа.

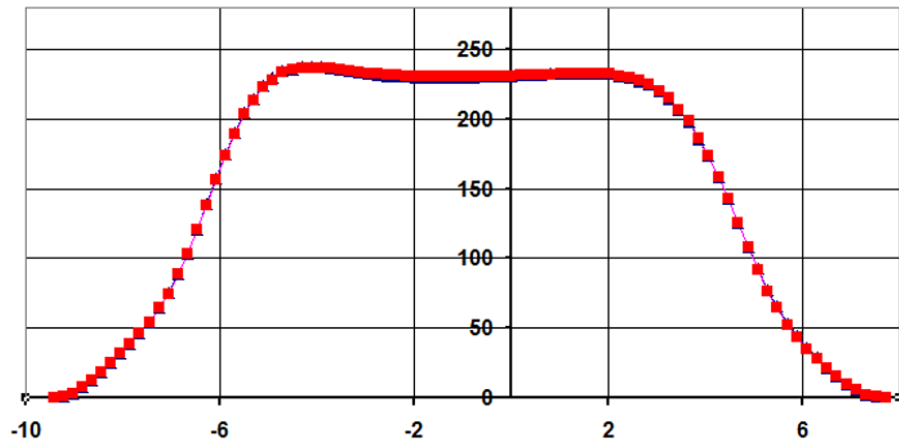


Рис. 2.8 – Графіки поздовжнього напруження σ_z вздовж осей болтів:

▲ – болт 1; ■ – болт 2 ($\delta = 0$ мкм, ПКМ–0)

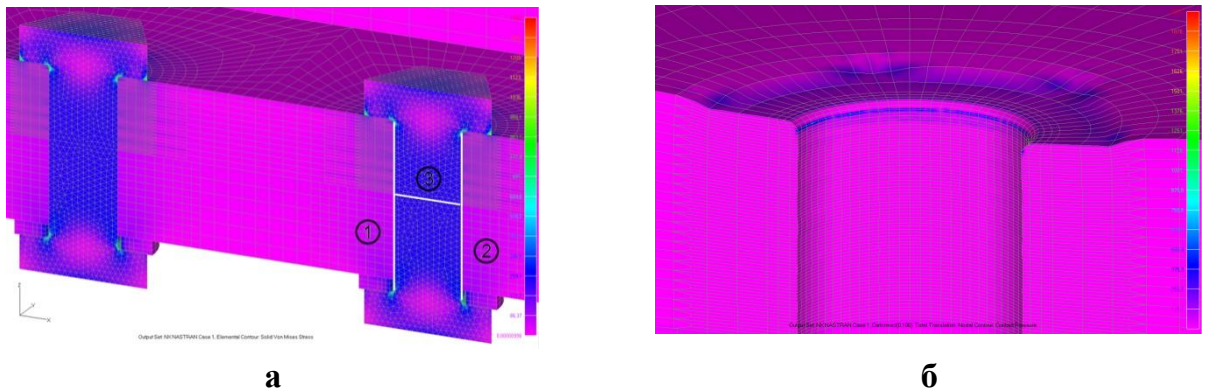


Рис. 2.9 – Напруження σ_{Mises} , МПа, на поверхні розсічення зразка площиною ХZ (а); розподілені контактні зусилля ($N_x = 0$, $\delta = 0$ мкм, ПКМ–0, болт/отвір 1, "анімація") в отворі пластини з ПКМ, МПа, (б)

Для перевірки впливу на величину зусилля затягування в болтах заміни гайки "другою голівкою болта" провели додатковий розрахунок, в якому змоделювали болт з різьбленням та стандартну високу гайку (рис. 2.10-а). Така модель кожного болта з гайкою мала приблизно 41 тис. скінченних елементів типу CTETRA другого порядку наближення (Parabolic) та 61 тис. вузлів, а вся модель зразка – приблизно 122 тис. СЕ та 338 тис. вузлів, що призвело до збільшення часу розв'язування задачі. Виявилося, що в центральній зоні по довжині болтів (приблизно при $z \in [-3, 2]$ мм) і в перерізі болта у вузлах на лінії 3 рис. 2.9-а осьові напруження $\sigma_z \approx 196$ МПа, тому

зусилля затягування в болтах приблизно дорівнювало 3.85 КН. Це майже на 17% менше, ніж в моделі "болта з двома голівками" при зближенні гайки у напрямку голівки болта на $\Delta=0.08$ мм. Зменшення пов'язано з більшою піддатливістю різьбового з'єднання порівняно з суцільною голівкою. Але досягненню мети роботи це заважати не може.

При $z \approx -5$ мм (в зоні, наближеної до переходу геометрії стрижня болта до нижньої голівки) на графіку рис. 2.8 відбувається деяке збільшення напружень. Це збурення пов'язане, вочевидь, зі зменшенням площі опори голівки болта в районі шайби, оскільки в аналогічній зоні, наближеної до переходу стрижня болта до його верхньої голівки (при $z \approx 2$ мм) такого збільшення напруження немає, як і немає шайби. На рис. 2.10-б аналогічне збурення напружень значно сильніше і пов'язано, вочевидь, з наявністю різьблення на болті.

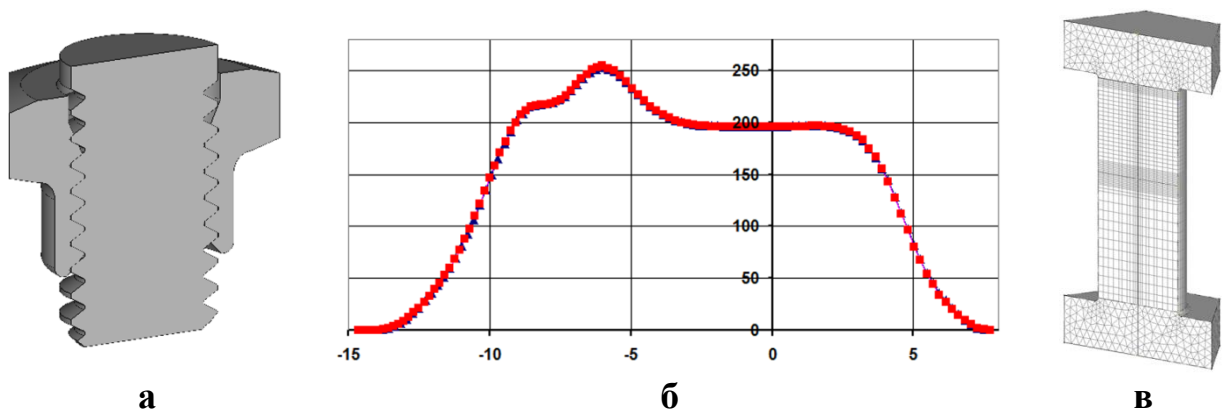


Рис. 2.10 – Геометрична модель стандартної високої гайки MR5 (ОСТ 1 11530-74) з частиною болта – (а); графіки поздовжнього напруження σ_z вздовж осей болтів: ▲ – болт 1; ■ – болт 2 ($\delta=0$ мкм, ПКМ-0) – (б); уточнена скінченно-елементна модель болта – (в)

Оскільки пружні властивості ПКМ в структурах, що розглядалися, не змінюються, то немає сенсу проводити додаткові розрахунки для визначення σ_z та зусилля затягування в болтах: результати теж не зміняться.

Додатково відзначимо таке. На рис. 2.9-б видно, що пластина з ПКМ локально сильно деформувалася голівкою болта під дією сили затягування болта, причому діаметр отвору в пластині у верхньої його частині внаслідок

деформації намагався зменшитися, але боковий зазор був відсутній ($\delta = 0$ мкм), тому на поверхні отвору у верхньої його частині виникли контактні зусилля. При збільшенні зазору δ контактні зусилля у верхньої частині отворів пластини з ПКМ, викликані затягуванням пакета, зникали (такі розрахунки теж проводили).

2.4.3 Перевірка якості моделей зразка болтового з'єднання деталей із ПКМ з огляду на збіжність результатів

2.4.3.1 Перевірка збіжності результатів у болтах

Для перевірки збіжності розв'язку в *болтах* створили скінченно-елементну модель болта з ущільненою сіткою: 33 тис. СЕ (16,4 тис. – типу CHEXA в циліндричній частині, інші – типу STETRA, всі – другого порядку наближення (Parabolic)) із загальною кількістю вузлів у 94,6 тис. (рис. 2.10-в). Час отримання розв'язку задачі значно збільшився (оскільки загальна кількість вузлів досягла 398 тис.), але розв'язок в зонах, що аналізували, майже не змінився. Тому далі застосовували попередню модель болтів, і це не завадило досягнення мети даної роботи.

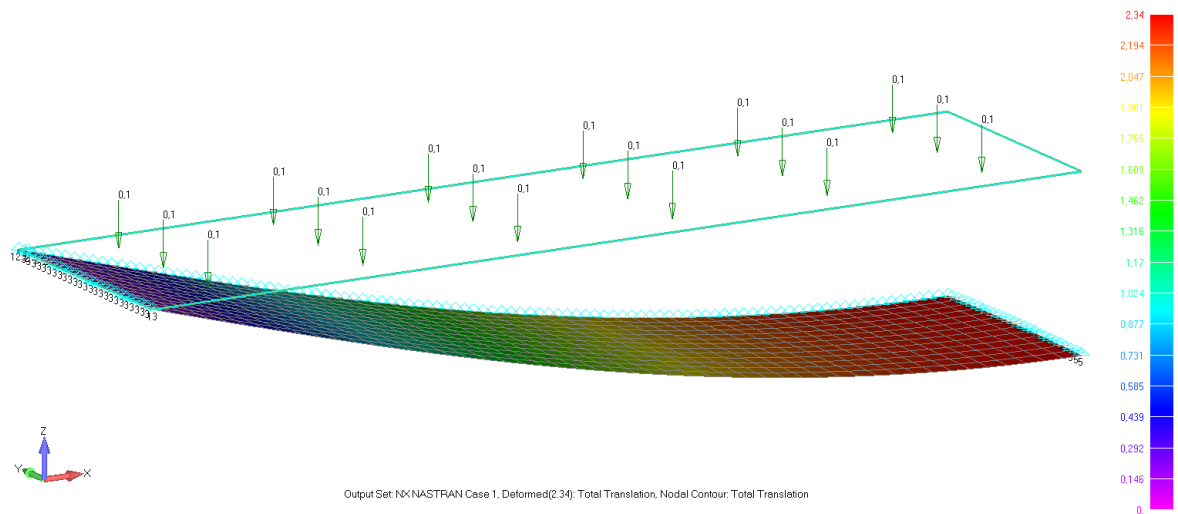
2.4.3.2 Перевірка збіжності результатів у пластині з ПКМ при її згинанні

З результатів проведених розрахунків виявилося, що пластина з ПКМ згинається, хоча й не значно (див. , наприклад, характерний рис. 2.7-а).

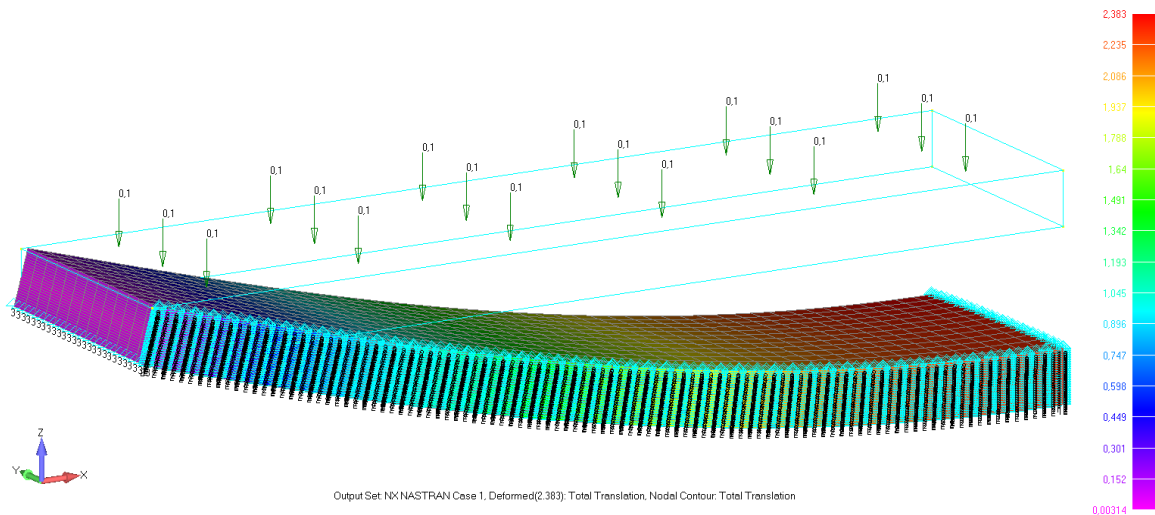
Для перевірки збіжності результатів при згині в залежності від кількості СЕ по товщині пластини провели такі розрахунки. В МСЕ вважається, що модель шаруватої пластини (двовимірний СЕ типу Laminate Parabolic) дає розв'язок, який точно відповідає гіпотезі Кірхгофа з розподілу деформацій по товщині. Тобто розв'язок, отриманий такою моделлю (модель **I**), можна вважати еталонним щодо згину. Друга модель, яку розглянули (модель **II**), містила по товщині пластини *по одному* СЕ типу CHEXA Solid Parabolic на кожний шар пластини, тобто 24 СЕ по повній товщині. Пластина мала

розміри 200x50x5,22 мм, матеріали її шарів та їх пружні характеристики відповідали таблиці 2.3, а її структура – варіанту ПКМ–0 з таблиці 2.4.

Пластину шарнірно опирали по коротким сторонам та навантажували однобічним тиском у 0.1 МПа. Врахували наявність двох площин симетрії, тому розглядали чверть пластини. Пластина під навантаженням отримувала прогин. На рис. 2.11 показано результати розрахунків (повні переміщення фактично відображають прогини) пластини, проведені для обох моделей.



а



б

Рис. 2.11 – Результати розрахунків – повні переміщення, мм:

а) – модель І; б) – модель ІІ

Отримали максимальні величини переміщень (тобто фактично прогинів) 2,340 мм та 2,383 мм. Тобто порівняно з "еталонним" розв'язком модель ІІ,

яка мала по товщині кожного шару *лише один* СЕ, отримала максимальну погрішність прогину у 1,84 %. Тим більше можна вважати достатнім апроксимацію кожного шару пластини ПКМ у зоні отворів *трьома* скінченними елементами типу CNEXA Solid Parabolic, яка використана при моделюванні зразка болтового з'єднання.

2.4.3.3 Перевірка збіжності результатів у пластині в околі отворів.

Для отримання достатньо точних значень контактних зусиль в отворі необхідно мати багато СЕ в окружному напрямку. Оскільки моделі зразка мають відносно незначні зазори болт/отвір, то окружний кут контактування буде наближатися до $\pm 90^\circ$ [18]. У всіх моделях зразка зробили по 18 СЕ на кут 90° , що для досягнення мети дисертації є достатнім, як буде показано нижче.

Найбільш важливим для БЗ є міцність пластини на розрив по ослабленому отвором перетину, який (розрив), на відміну від зминання поверхні отвору, є катастрофічним видом руйнування БЗ. Тому важливо забезпечити достатню точність розрахунку напружень у цьому перетині саме біля поверхні отвору, який є, як відомо, концентратором напружень.

Для вибору розмірів СЕ, які забезпечують отримання з точністю не гірше за 3% значення коефіцієнта концентрації напружень (ККН) в розтягнутій пластині з отворами, провели розрахунки із застосуванням МСЕ, зі згущенням сітки СЕ в зоні концентрації напружень. Знову використали СЕ типу CNEXA Solid Parabolic, але пластину моделювали одним шаром.

Спочатку оцінили можливу точність отримання $\alpha = (\sigma_x)_{\max} / \sigma_{\text{ном}}$ для *ізотропного* матеріалу при розтягуванні пластини з *одним* отвором. Ця задача має теоретичний розв'язок, про який йшлося в п.1.5.1. Зокрема, в неширокій пластині при використанні нетто-перетину ККН $\alpha = K \cdot (1 - d / w)$, де $K \approx 3,12$ (d – діаметр отвору, w – ширина пластини). При відношенні $d / w = 1 / 6$ (наш випадок) маємо $K / \alpha = 1.2$, тобто $\alpha \approx 2,60$.

Аналог розв'язку для задачі Кірша для 2D-ортотропного матеріалу розглядали в п.1.5.2. Обчислення проводяться за формулами (1.7), а саме:

$$k = \sqrt{E_{11} / E_{22}}; m = E_{11} / G_{12} - 2\mu_{12}; n = \sqrt{2k + m}; K = n + 1; \alpha = K \cdot (1 - d / w), \quad (2.26)$$

Для шару матеріалу зі стрічкою УОЛ-300-1А, орієнтованої в напрямку силового навантаження, підставивши значення з таблиці 2.3 $E_{11} = 150000$ МПа, $E_{22} = 8000$ МПа, $G_{12} = 4400$ МПа, $\mu_{12} = 0,29$, одержуємо, що в ослабленому перетині $K \approx 7.50$, а $\alpha \approx 6,25$. Ці значення – для нескінченно широкої пластини. Якщо припустити, що в пластині з кінцевою шириною виправлення на вплив близького краю буде таким же, як й в ізотропному матеріалі, у нашому випадку $(3.12 - 3.00) / 3.12 \approx 0.0385$, тобто приблизно 4%, то одержимо $\alpha \approx 6.25 \cdot 1.0385 \approx 6.49$.

Примітка 2.1. В п.2.2.3 визначені "еквівалентні" модулі пружності для пластини із ПКМ зразка (таблиця 2.6). Отриманий гіпотетичний матеріал теж ортотропний, але в ньому, завдяки структурі, симетричній по кутах укладання шарів, модулі $E_{xx} = E_{yy}$, тому $k = 1$, а інші величини $m \approx 3$, $n \approx 2.236$, $K \approx 3.236$, $\alpha \approx 2.6$. Тобто підрахунок по такому варіанту ортотропії нічого не дає в порівнянні з ізотропним матеріалом.

Отже, при матеріалі, однорідному по товщині пластини, маємо $\alpha \approx 2.60$ й $\alpha \approx 6.49$ для однієї й тієї ж геометрії, але, відповідно, для пластини з ізотропного (та ортотропного з $E_{xx} = E_{yy}$) й ортотропного (зі стрічкою УОЛ-300-1А) матеріалів.

Для перевірки точності розв'язків МСЕ створили скінченно-елементні моделі для пластини ($w = 30$ та $d = 5$) з такими розмірами сторін СЕ в площині ХУ в отворах у зоні концентрації напружень: $0,025 \times 0,025$, $0,25 \times 0,25$, $0,22 \times 0,67$ й $0,22 \times 0,17$ мм, причому остання отримана з моделі зразка видаленням зайвих СЕ й геометрії. Прикладали навантаження, що розтягує пластину, як розподілене, величиною 83.333333 МПа, тобто задавали $(\sigma_{nom})_1 \approx 100$ МПа. Використали два матеріали: зі стрічкою УОЛ-300-1А з

кутом укладання 0° , і ізотропний з модулем Юнга таким, як й E_{11} в УОЛ-300-1А, тобто $E = 1.5 \cdot 10^5$ МПа та близьким коефіцієнтом Пуассона, а саме $\mu = 0.3$. Отримані у *першого* отвору значення α_1 і їхніх погрішностей $\delta\alpha_1$ звели в таблицю 2.7.

Таблиця 2.7

Значення коефіцієнтів концентрації напружень й їхніх погрішностей для різних варіантів матеріалу пластини й розмірів сіток СЕ (отвори – без болтів)

Модель (розмір СЕ, мм x мм)		Варіанти моделі пластини							
		один отвір		два отвори		один отвір		два отвори	
		Ізотропний матеріал				УОЛ-300-1А, кут укладання 0°			
		α_1	$\delta\alpha_1, \%$	α_1	$\delta\alpha_1, \%$	$\tilde{\alpha}_1$	$\delta\tilde{\alpha}_1, \%$	$\tilde{\alpha}_1$	$\delta\tilde{\alpha}_1, \%$
Аналітична		2,60	0	2,60*	0	6,49	0	5,69*	0
I	0,025×0,025	2,59	-0,50	2,55	-1,92	6,51	+0,31	5,72	+0,46
II	0,25×0,25	2,65	+1,92	2,61	+0,32	6,19	-4,63	5,42	-4,75
III	0,22×0,67	2,63	+0,96	2,58	-0,64	5,53	-14,8	4,86	-14,6
IV	0,22×0,17	2,61	+0,38	2,57	-1,15	6,29	-3,08	5,53	-2,81

Міткою * вказали на оціночні значення.

Відстань між центрами отворів у пластині становило 25 мм. Судячи з отриманих в розрахунках картин кольорових рівнів напружень σ_x на поверхні пластини, цієї відстані недостатньо для повного погашення взаємовпливу отворів на розподіл зазначених напружень. Про наявність такого впливу є відомості в книзі [40]. В теорії, наявність близько розташованого (вздовж напрямку дії силового навантаження) другого отвору знижує ККН. В ортотропному матеріалі (зі стрічки УОЛ-300-1А), очевидно, цей вплив виявився сильніше. Тому у випадку ортотропної пластини із двома отворами застосували значення $\tilde{\alpha}_1$, підраховане по МСЕ на сітці

0,025 x 0,025 мм, з виправленням на відсоток, отриманий на моделі з одним отвором.

На рис. 2.12, для наочності, показані графіки напруження σ_{xx} у вузлах послабленого отвором 1 перерізу пластини із стрічки УОЛ-300-1А з двома отворами. Видно, що в моделях I, II і IV розбіжності виникають фактично лише у піковому значенні напруження на поверхні отвору.

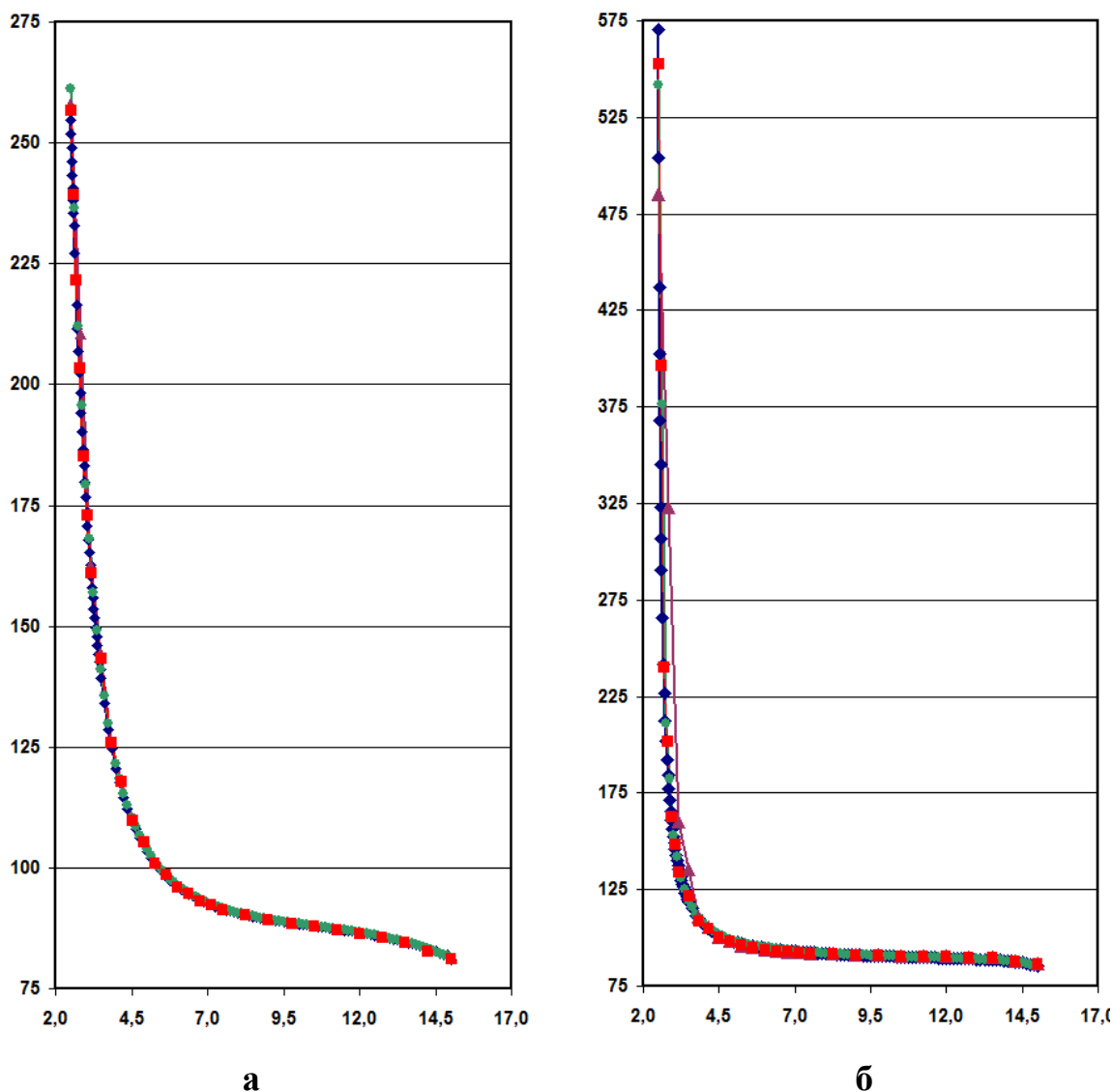


Рис. 2.12 – Графіки напруження σ_x , МПа, у вузлах послабленого отвором №1 перетину. Матеріал пластини: (а) – ізотропний, (б) – зі стрічки УОЛ-300-1А. Моделі: \blacklozenge – I, \bullet – II, \blacktriangle – III, \blacksquare – IV)

Висновки з даних таблиці 2.7 (отвори – без болтів), з урахуванням Примітки 2.1 та рис. 2.12:

- скінченно-елементна модель із розміром сітки 0.025×0.025 мм для випадку одного отвору дала результати, дуже близькі до теоретичних;
- ортотропія матеріалу зі стрічкою УОЛ-300-1А, орієнтованої в напрямку силового навантаження, призводить до значного збільшення ККН α_1 в порівнянні з ізотропним матеріалом;
- похибка розрахунку пікових напружень залежить від розміру СЕ уздовж ослабленого перетину, однак навіть для розміру в 0.67 мм (модель III) погрішності обчислення ККН α_1 та $\tilde{\alpha}_1$ залишилася в прийнятних (для композитів) межах 15%, а для розміру в 0.17 мм (модель IV) погрішність обчислення ККН у 2.8% можна вважати незначною, тому можна прийняти сітку СЕ з розміром СЕ 0.22×0.17 мм як задовільною для досягнення мети роботи і рекомендувати для проведення подальших розрахунків.

Примітка 2.2. Достатня точність отримання значення ККН при відносно великих розмірах СЕ пояснюється порівняно невеликими значеннями теоретичного ККН α_1 та $\tilde{\alpha}_1$ у круглих отворів. Для порівняння: у тріщині з гострою вершиною ККН прагне до нескінченності [41, 63], а МСЕ завжди дає обмежене значення пікових напружень, тобто дуже велику похибку.

2.5 Висновки до розділу 2

У розділі 2:

1. На основі літературних джерел проведена постановка крайової контактної задачі про НДС болтових з'єднань з ПКМ;
2. На основі літературних джерел описано основи методу розв'язування поставленої крайової задачі – методу скінченних елементів;

3. На прикладі зразка для випробування болтового з'єднання пластини із ПКМ на втому описана методика створення розрахункових моделей болтових з'єднань деталей із ПКМ з урахуванням:

- реальних (номінальних) геометричних розмірів окремих складових з'єднання;
- наявних площин симетрії геометричної та силової моделі з'єднання деталей;
- величин зазорів болт/отвір;
- властивостей матеріалів окремих складових болтового з'єднання;
- структури ПКМ;
- моменту скручування болта в болтовому з'єднанні;
- силового навантаження болтового з'єднання деталей;
- контактної взаємодії окремих складових з'єднання та тертя між ними;
- можливості створювати змішані моделі ПКМ (структури та 3D-ортотропний моно-матеріал з "еквівалентними" модулями пружності);

4. На основі описаної методики – створення розрахункових моделей зразка болтового з'єднання деталей із ПКМ з варіюванням таких впливових параметрів, як зазор болт/отвір, структура ПКМ;

5. На основі літературних джерел сформульовано загальний алгоритм проведення розрахунків та аналізу характеристик НДС болтових з'єднань деталей МСЕ з урахуванням контактних взаємодій та факторів, що варіювалися;

6. Наведені пояснення до застосування створеної програми Info_P_contact;

7. На основі попередніх чисельних розрахунків проведено:

- загальну перевірку якості моделей зразка болтового з'єднання пластини із ПКМ;
- перевірку впливу на величину зусилля затягування в болтах при заміні гайки "другою голівкою болта";
- перевірку якості моделей зразка болтового з'єднання пластини із ПКМ з огляду на збіжність результатів.

Всі ці методичні розробки дозволили (див. наступні розділи) отримати розрахункові результати, аналіз яких привів до досягнення мети дисертаційної роботи.

Основний матеріал розділу 2 опубліковано у статтях[148]; [149]; [153].

РОЗДІЛ 3

Аналіз характеристик НДС елементів зразка болтового з'єднання пластин із ПКМ з урахуванням впливових факторів, що варіюються

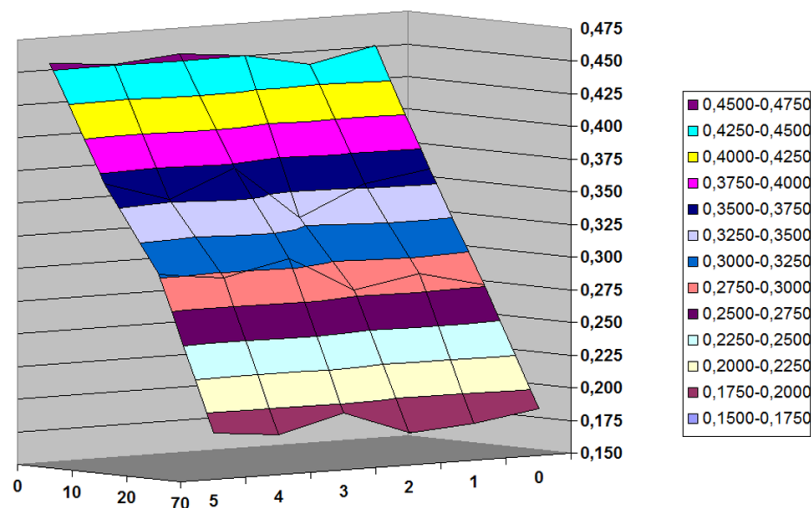
В болтових з'єднаннях пластин силове навантаження передається з пластини на пластину через болти та ще один елемент (в зразку рис. 2.2 це швелер), при цьому між елементами з'єднання формуються поверхні механічного контакту. Їх обриси та розподіл контактних зусиль визначаються як один із результатів розв'язку крайової контактної задачі. Тому, проводячи аналіз характеристик напружено-деформованого стану пластин та болтів, що застосовані в з'єднанні, не можна не розглядати отриману в розрахунках інформацію про обриси контактних поверхонь та розподіл контактних зусиль. Тим більше, що шарувата побудова композиційних пластин вносить в ці характеристики дуже значні зміни порівняно з ізотропним матеріалом.

3.1 Аналіз характеристик поверхонь контакту та контактного тиску на них в зразку болтового з'єднання пластин із ПКМ

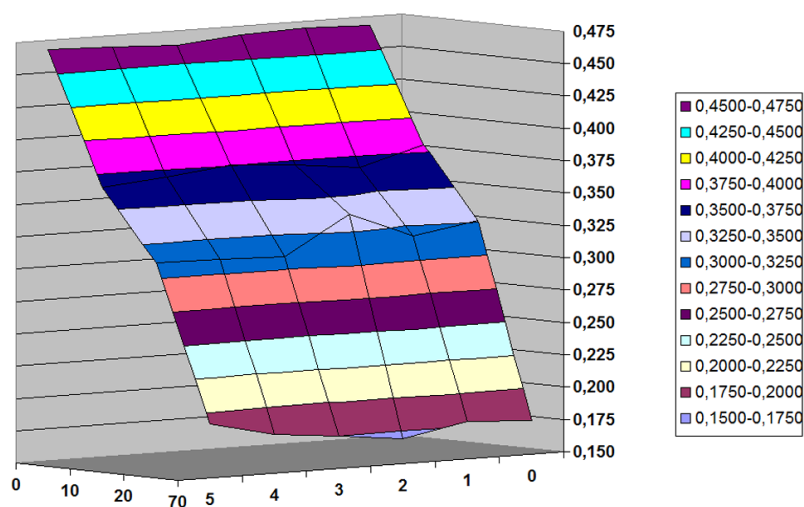
Оскільки болт однозрізного болтового з'єднання завжди "працює" не тільки на зріз, а й на згин, а в отворі завжди з'являється клиновидний зазор між бічною поверхнею болта та отвором [50], то поверхня контакту бічної поверхні болта з отвором є складною за обрисом і надає важливу інформацію щодо "некласичного" розподілу контактного тиску в отворах ПКМ, тому є сенс розглянути це докладно. Зазначимо, що на поверхні болта розподіл тиску є ідентичним з розподілом на поверхні отвору, внаслідок третього закону Ньютона.

Один з результатів розрахунків, що отримуються у Femap, є величини контактного тиску у вузлах контактних поверхонь. Їх можна вивести у текстовий файл "під Excel" для призначеної множини вузлів. Це зробили для

вузлів поверхонь отворів у пластини з ПКМ. Ще створили додаткову програму Info_P_contact (див. п.2.3.2), яка перераховує координати вузлів циліндричної поверхні отвору на площину та одночасно створює двовимірні таблиці вузлових значень декількох параметрів, зокрема, контактного тиску, а також підраховує декілька характеристик контактної поверхні.



а



б

Рис. 3.1 – Частка площі контактної поверхні від загальної площі отвору в ПКМ $\Delta_c = A_c / A$: а – перший отвір; б – другий отвір (вісь 0...70 – бічні зазори δ , мкм; вісь 0...5 – структури ПКМ-0 ... ПКМ-V)

На тривимірних графіках рис. 3.1 зображені гіперповерхні, які вказують на частку площі контактної поверхні A_c від загальної площі A отвору в

ПКМ, тобто $\Delta_c = A_c / A$. Частка визначалася як відношення кількості поверхневих вузлів з ненульовим контактним тиском до загальної кількості вузлів на поверхні отвору в ПКМ.

Відзначимо, що точність розв'язку контактної задачі призначали в 1% для балансу внутрішніх та зовнішніх робіт. Але реальна точність, на якій закінчувалися ітерації, була дещо кращою, а також завжди була різною для різних структур ПКМ та зазорів. До того ж розглянуті структури ПКМ не можна характеризувати монотонною функцією, хоча в них реалізовувалася тенденція до наближення шарів з нульовим кутом укладання до нейтральної поверхні пластини з ПКМ, яка при навантаженні вигинається. З цих двох причин на графіках рис. 3.1 немає повної гладкості поверхонь, але тенденція простежується чітко.

Для виявлення більш точного характеру зміни Δ_c від величини бічного зазору δ провели додаткові розрахунки зразка з проміжними величинами $\delta = 5, 30, 40, 50, 150$ й 250 мкм для структури ПКМ-0. Графіки зображені на рис. 3.2.

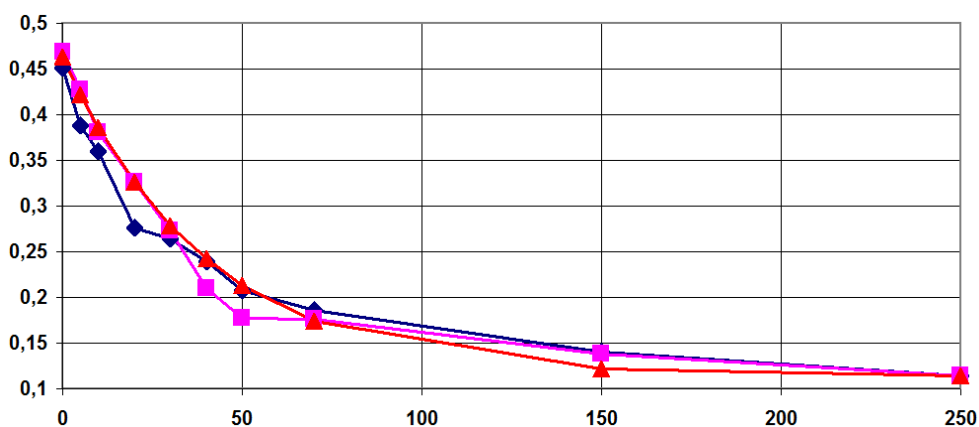


Рис. 3.2 – Графіки залежності від бічного зазору δ частки площі контактної поверхні від загальної площі отвору в ПКМ $\Delta_c = A_c / A$, для структури ПКМ-0

(♦ - отвір 1; ■ – отвір 2, ▲ - апроксимація)

Отримали монотонно-спадний нелінійний характер кривих, які для обох отворів розрізняються, але незначно (можливо, що останнє пов'язано з майже збалансованою відносно розподілу зусиль, що припадають на болти,

жорсткістю зразка). Вочевидь, що при подальшому збільшенні бічного зазору δ десь повинна проявитися асимптота. Але дуже великі бічні зазори не характерні для зрізних болтових з'єднань.

Аналітичною апроксимацією даних рис. 3.2 отримали таке наближення:

$$\Delta_c = a + b \cdot \exp(-c \cdot \delta), \quad (3.1)$$

де коефіцієнти $a=0,1133$, $b=0,35$, $c=0,025$. Значення δ – у мкм.

З цих графіків зробили висновки (діаметр отворів 5 мм та його відношення до товщини пластини з ПКМ $d/h \approx 1$), що значення Δ_c практично не залежать від зміни структури ПКМ, а також, що зі збільшенням початкового бічного зазору в отворі ПКМ δ значення Δ_c систематично зменшуються.

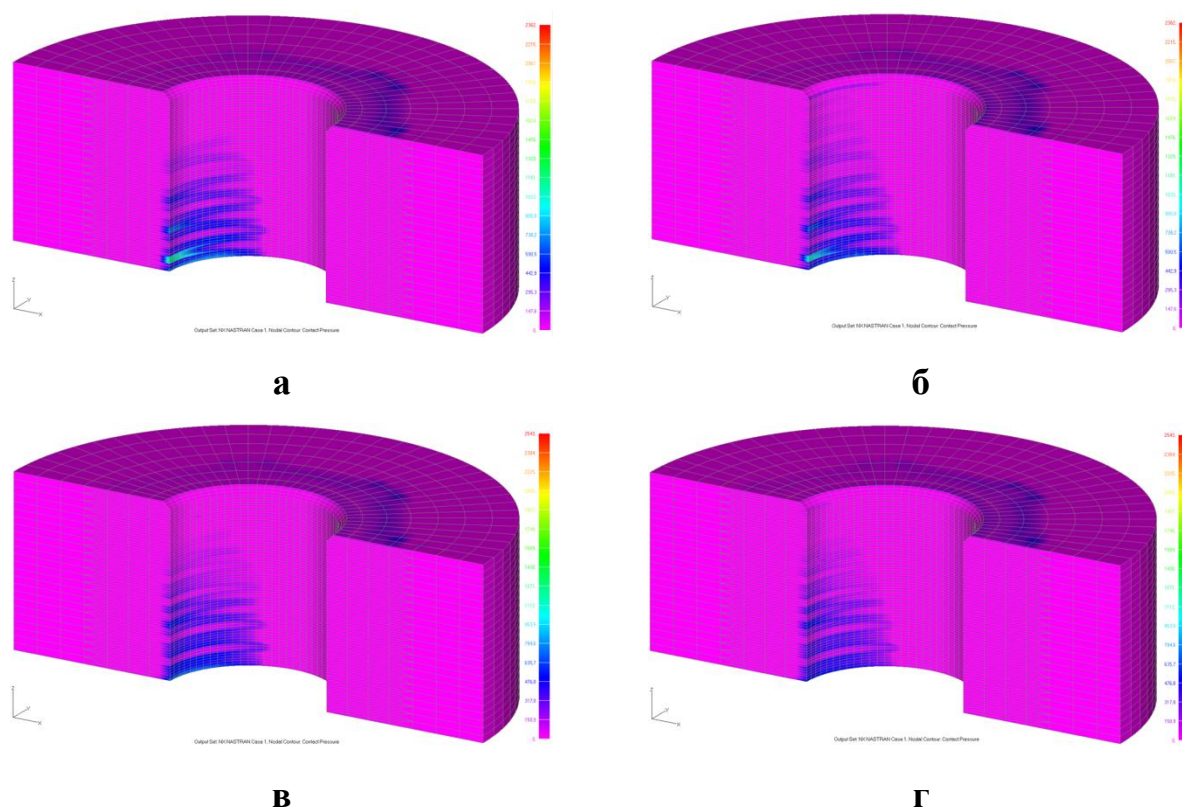
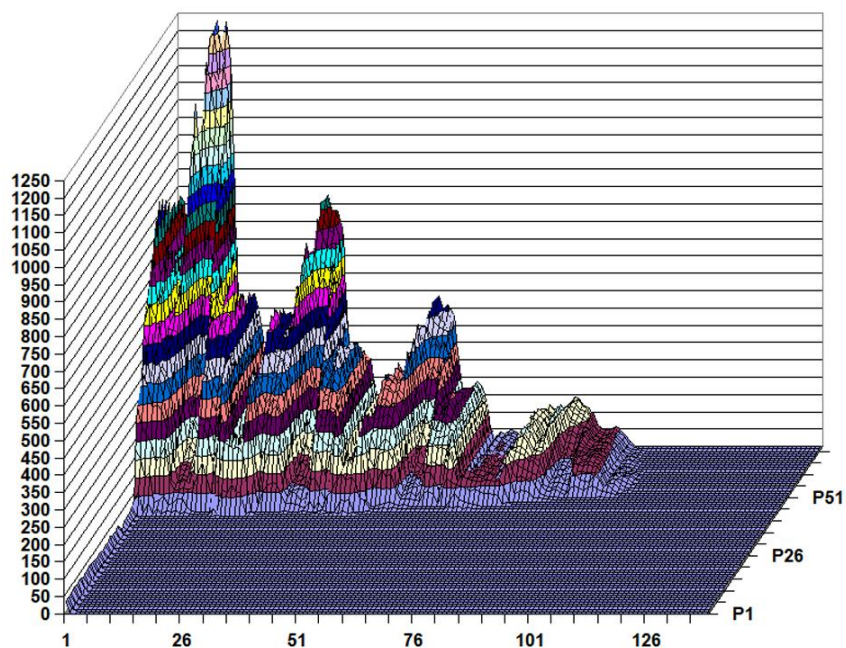
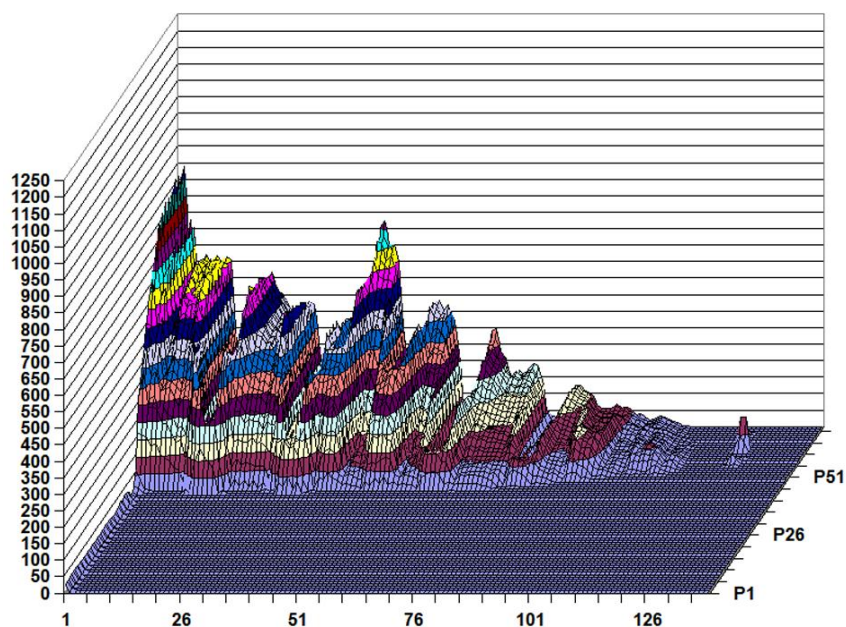


Рис. 3.3 – Характерні обриси контактних поверхонь та рівні контактного розподіленого навантаження, МПа, на поверхнях отвору в зразку болтового з'єднання з ПКМ: а, б – ПКМ-0, $\delta=20$ мкм, отвори 1 і 2; в, г – ПКМ-III, $\delta=20$ мкм, отвори 1 і 2

Всі рис. 3.3 показують, що обриси поверхонь контакту можна назвати "смугастими", вони мають змінну ширину, причому максимум ширини спостерігається біля нижньої крайки отвору. Ще з рис. 3.3 видно, що обриси контактних поверхонь залежать від структур ПКМ.



а



б

Рис. 3.4 – Графіки контактних розподілень зусиль, МПа, на поверхні першого отвору в зразку болтового з'єднання з $\delta = 20$ мкм: а – ПКМ-0; б – ПКМ-III

На тривимірних графіках рис. 3.4 зображені приклади гіперповерхонь з величинами контактних розподілених зусиль на поверхні перших отворів у пластинах ПКМ в зразках зі структурами ПКМ-0 та ПКМ-III при бічному зазорі $\delta = 20$ мкм. На рис. 3.4-а видно, що в отворі зі структурою ПКМ-0 шар з нульовим кутом укладення сприймає дуже великі зусилля порівняно з іншими. А для структури ПКМ-III (рис. 3.4-б) контраст значно менший.

Графіки на рис. 3.5, на яких осі ординат мають однакові діапазони значень, наочно показують залежність отриманих в розрахунках максимальних значень контактних розподілених зусиль на поверхні отворів в зразку від величини зазорів δ та структур.

На рис. 3.5-б при $\delta \approx 0$ мкм, максимальні значення контактних розподілених зусиль поведуться неоднаково.

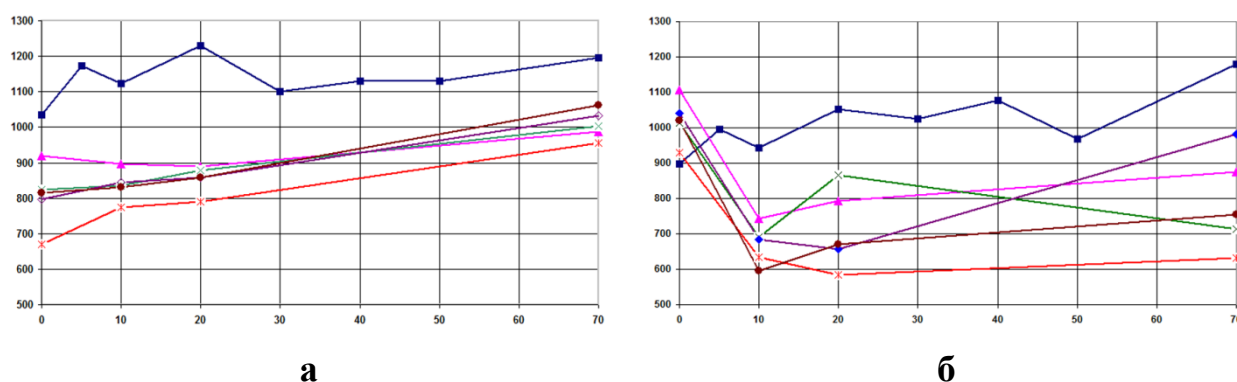


Рис. 3.5 – Максимальні значення контактних розподілених зусиль, МПа, на поверхні отворів в зразку болтового з'єднання з ПКМ: а – перший отвір; б – другий отвір (■ – ПКМ-0; ▲ – ПКМ-I; x – ПКМ-II; ж – ПКМ-III; ♦ – ПКМ-IV; ● – ПКМ-V)

Причина виявилася з рис. 3.6: у структурі ПКМ-0 максимум виникає в другому шарі, а у ПКМ-III – в останньому (на верхньому кінці лінії 1 з рис. 2.9-а, в лівій частині обох рис. 3.6).

У поясненні до рис. 2.9-б відзначалося, що внаслідок локального деформування при затягуванні болта при $\delta = 0$ мкм на поверхні отвору у верхньої його частині виникають контактні зусилля. Просто для всіх структур, крім ПКМ-0, пікові значення цієї зони виявилися більшими, ніж в

інших місцях. Щодо першого отвору, в ньому такий ефект не спостерігався, напевно, внаслідок більшого його (та болта) навантаження від сили N_x .

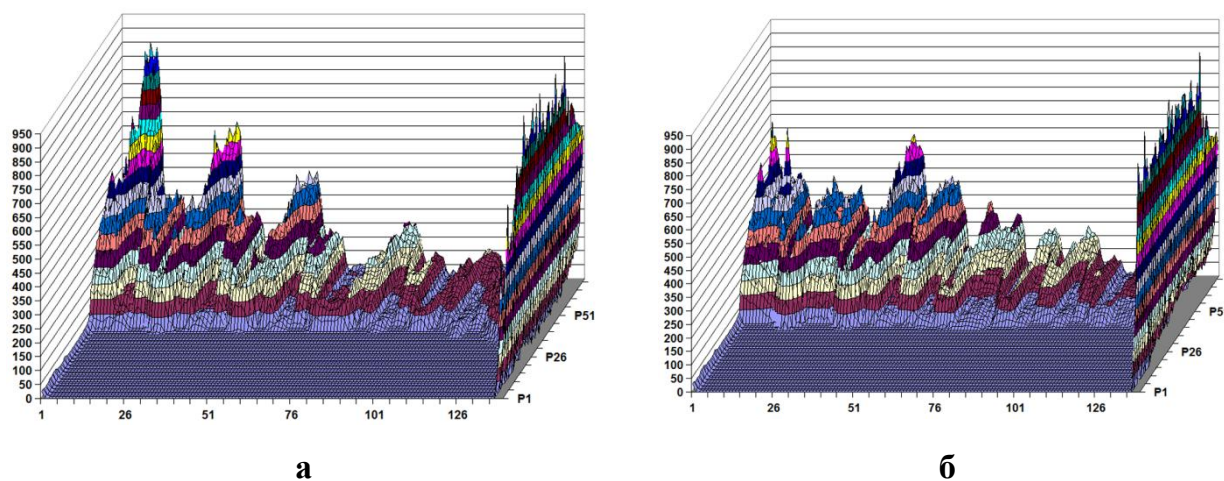


Рис. 3.6 – Графіки контактних розподілених зусиль, МПа, на поверхні другого отвору в зразку болтового з'єднання з $\delta=0$ мкм: а – ПКМ-0; б – ПКМ-III

Для з'ясування питання про відносну частку навантаження на болт (отвір) від сили N_x побудували усереднені значення контактних розподілених зусиль в напрямках осі X (рис. 3.7) та Y (рис. 3.8). Ці значення обчислювали як середнє арифметичне значень у вузлах на *всій* бічній поверхні отвору.

Спадний характер графіків рис. 3.7 вказує на той факт, що при збільшенні бічних зазорів δ до бічних поверхонь болтів та отворів "доходить" все менше навантаження, яке сприймається ними як контактне. Тобто дещо зростає частина, що сприймається за рахунок тертя та згину болта.

Співставлення даних графіків рис. 3.7 виявило, що в напрямку осі X середнє значення відношень контактних розподілених зусиль при однакових величинах бічних зазорів δ , приблизне дорівнювало 1.13. Тобто перший болт (отвір) за рахунок контактних зусиль сприймав приблизно в $k=1,13$ разів більшу частку навантаження N_x , ніж другий.

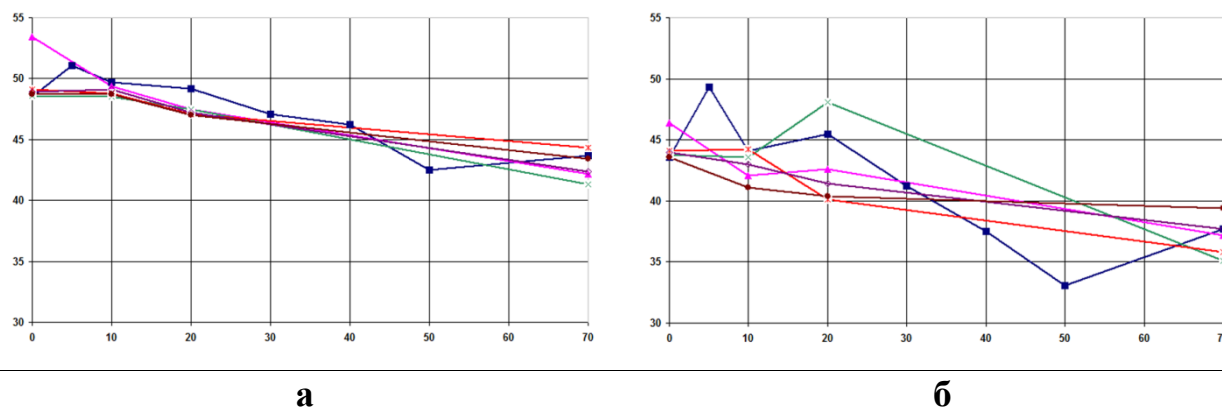


Рис. 3.7 – Усереднені значення контактних розподілених зусиль, МПа, на поверхні отворів в зразку болтового з'єднання з ПКМ, в напрямку осі X : а – перший отвір; б – другий отвір (■ – ПКМ-0; ▲ – ПКМ-I; х – ПКМ-II; ж – ПКМ-III; ♦ – ПКМ-IV; ● – ПКМ-V)

Спадний характер графіків рис. 3.8 вказує на той факт, що поверхні контакту при збільшенні бічних зазорів δ рівномірно звужуються.

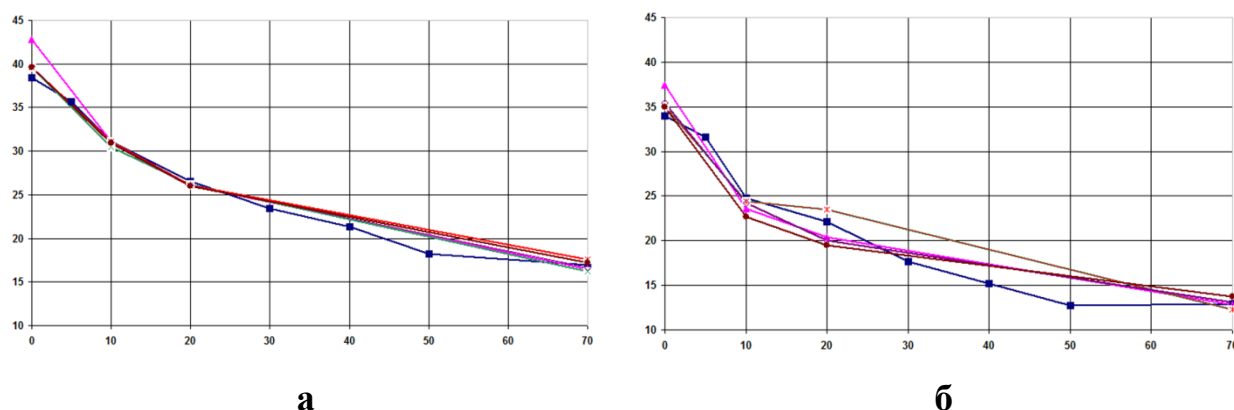


Рис. 3.8 – Усереднені значення контактних розподілених зусиль, МПа, на поверхні отворів в зразку болтового з'єднання з ПКМ, в напрямку осі Y : а – перший отвір; б – другий отвір (■ – ПКМ-0; ▲ – ПКМ-I; х – ПКМ-II; ж – ПКМ-III; ♦ – ПКМ-IV; ● – ПКМ-V)

Висновки з графіків рис. 3.4 - 3.8:

- збільшення зазорів призводить до збільшення максимальних значень контактних розподілених зусиль на поверхні отворів і бічних поверхнях болтів;

- застосування структури ПКМ-0 є таким, що викликає найбільші максимальні значення розподілених контактних зусиль на поверхнях отворів. Найменші значення зафіксовані для структури ПКМ-III;

- підбором структури ПКМ можна зменшити максимальні значення розподілених контактних зусиль на поверхні отворів і бічних поверхнях болтів на чверть або майже вдвічі (структура ПКМ-III відносно ПКМ-0).

Результати цього підрозділу опубліковано у статтях [149]; [150].

3.2 Аналіз особливостей в розподілі характеристик НДС в болтах зразка болтового з'єднання пластин із ПКМ

3.2.1 Напруження в болтах зразка болтового з'єднання пластин із ПКМ

На рис. 3.9 наведено характерний вигляд кольорового зображення розподілу напружень на поверхні розсічення елементів зразка площиною XZ при дії на зразок зусилля, що розтягує, величиною $N_x = 10$ КН. Оскільки зображення для кожного з проведених розрахунків – подібні, то немає сенсу приводити їх усі.

Наведені на рис. 3.9 зображення, по-перше, вказують на s -подібний характер деформування осей болтів в однозрізному болтовому з'єднанні, причому вигинаються не тільки циліндричні частини болтів, а й голівки болтів перестають бути перпендикулярними осі болтів.

По-друге, навіть при відсутності початкового бічного зазору ($\delta = 0$ мкм, рис. 3.9-а), з'являються клиноподібні бічні зазори. По-третє, при наявності початкового бічного зазору пластина з ПКМ і болти в отворах зміщуються в напрямок дії сили N_x і "вибираються" бічні зазори: в отворах пластини з ПКМ – ліві від болтів, а в отворах швелера – праві (на це вказує "анімація": зображення болтів перекривають частини матеріалу пластини з ПКМ і

швелера). По-четверте, zdeформовані отвори перестають бути циліндричними. Аналогічні висновки зроблено раніше в статті [50], але для з'єднання металів.

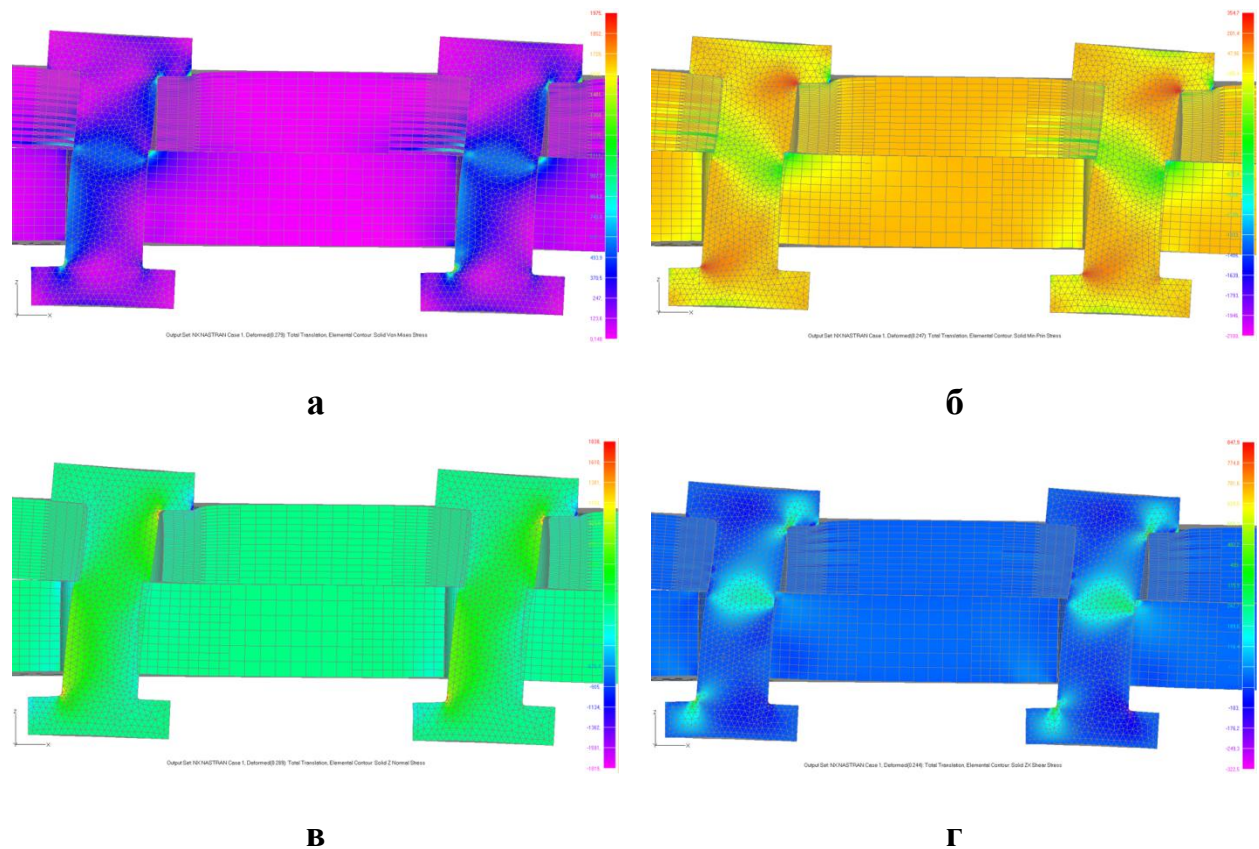


Рис. 3.9 – Напруження, МПа, на поверхні розсічення площиною XZ болта зразка, "анімація": а – σ_{Mises} ($\delta=0$ мкм, ПКМ–0); б – σ_{min} ($\delta=20$ мкм, ПКМ–II); в – σ_z ($\delta=70$ мкм, ПКМ–III); г – τ_{zx} ($\delta=10$ мкм, ПКМ–V)

На рис. 2.9-а позначені лінії 1, 2 й 3, вздовж яких на рис. 3.10, рис. 3.11 і рис. 3.12 наведені графіки напружень, що є сенс аналізувати. Початок координати Z на графіках ліній 1 і 2 – в точці, де починається ПКМ (на так званій "площині зрізу").

На рис. 3.12 зобразили графіки напружень на лінії, позначеної на рис. 2.9-а як 3 (на лінії "зрізу" в болті).

Для інших величин зазорів, а також для другого болта з'єднання, розподіли напружень вздовж траєкторій 1, 2 й 3 значною мірою подібні, тому їх не приводимо.

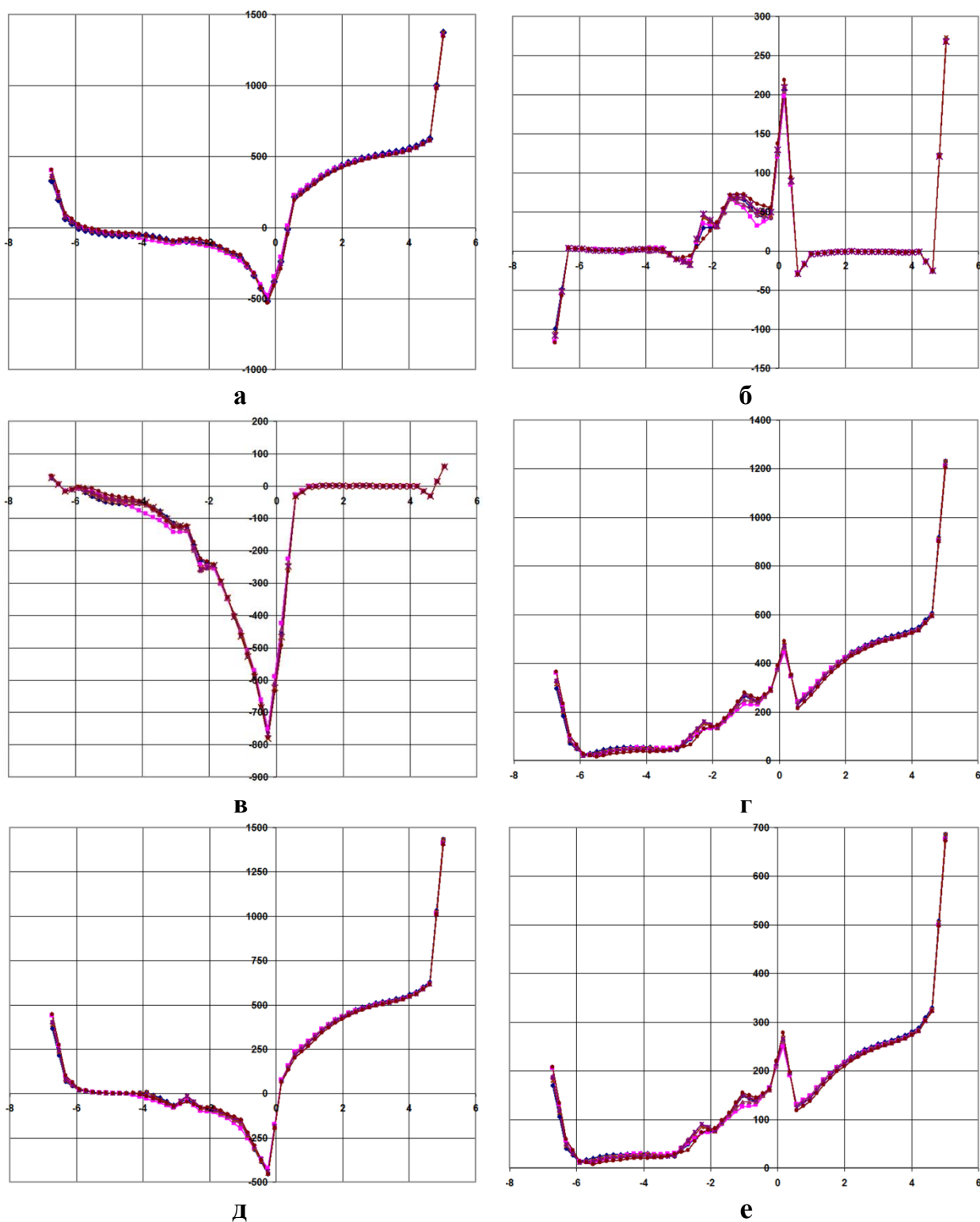


Рис. 3.11 – Графіки напружень, МПа, вздовж лінії 2 (рис. 2.9-а) для першого болта, $\delta=10$ мкм: σ_z – (а), τ_{zx} – (б), σ_{\min} – (в), σ_{Mizes} – (г), σ_{\max} – (д), τ_{\max} – (е)

(■ – ПКМ-0; ▲ – ПКМ-I; x – ПКМ-II; ж – ПКМ-III; ◆ – ПКМ-IV;

● – ПКМ-V)

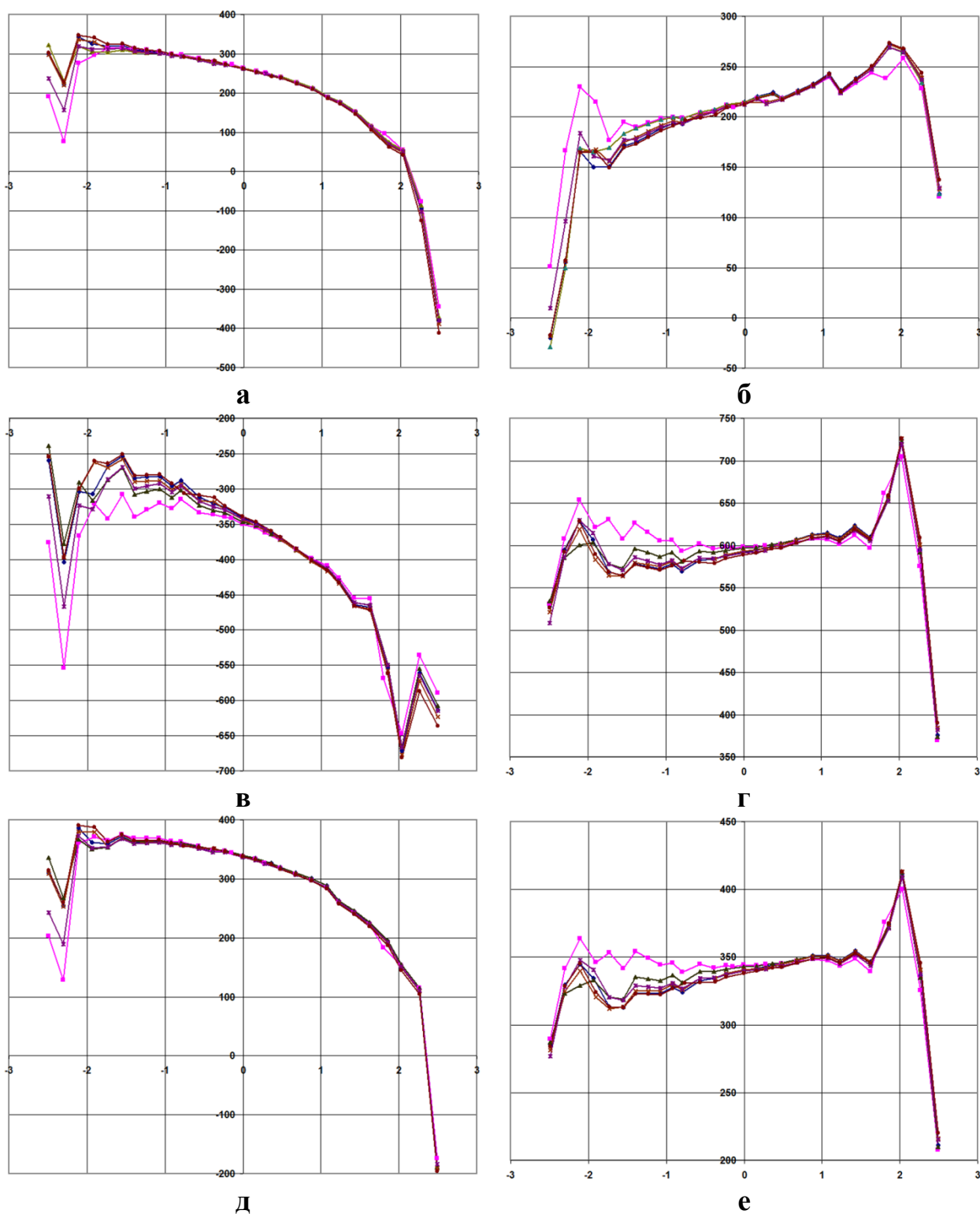


Рис. 3.12 – Графіки напружень, МПа, вздовж лінії 3 (рис. 2.9-а) для першого болта, $\delta=10$ мкм: σ_z – (а), τ_{zx} – (б), σ_{\min} – (в), σ_{Mises} – (г), σ_{\max} – (д), τ_{\max} – (е)
 (■ – ПКМ-0; ▲ – ПКМ-I; x – ПКМ-II; ж – ПКМ-III; ◆ – ПКМ-IV;
 ● – ПКМ-V)

Наведені графіки вказують, що всі напруження в нижній частині болта ($Z = -6.72 \dots 0$ мм) практично не змінюються при зміні структури ПКМ. Це тому, що в цій частині болт знаходиться в отворі швелера. Щодо напружень в частині болта на лінії 1 із $Z = 0 \dots 5.02$ мм, то σ_z і σ_{\max} близькі до нуля (рис. 3.10-а,д), σ_{Mises} і τ_{\max} при зміні структури ПКМ змінюються незначно та швидко зменшуються з ростом Z (рис. 3.10-г). Напруження τ_{zx} та σ_{\min} значно залежать від структури ПКМ лише при $Z \approx 0 \dots 3$ мм (рис. 3.10-б,в).

Піковими значеннями напружень на лінії 1 при $Z \approx -6.7$ мм потрібно нехтувати, оскільки в цьому місці повинен існувати перехід до різьби, а не до голівки.

Напруження на лінії 2 (див. рис. 2.9-а) практично не залежать від структури ПКМ (рис. 3.11). Пікові напруження при $Z \approx 5$ мм пов'язані з округленим переходом (галтель) до голівки болта. Це відомий та добре вивчений факт концентрації напружень [43], тому тут його не розглядаємо. Відмітимо, що на графіках рис. 3.10 (лінія 1) концентрація напружень під верхньою голівкою болта не спостерігається внаслідок його вигину (див. рис. 3.9).

3.2.2 Визначення розподілу основного зусилля між болтами зразка болтового з'єднання пластин із ПКМ

Для застосування умов міцності болтів (див. розділ 1.5.1, формули (1.1) й (1.2)) потрібно визначитися з величинами силового навантаження на болти N_i , тобто з перерозподілом зусиль між болтами зразка.

Незначне силове навантаження не призводить до вибирання бічного зазору в отворі, оскільки його сприймають сили тертя між пластинами, що обумовлені початковим затягуванням пакета. Є деяке "критичне" значення навантаження N_x^* на з'єднання, коли внаслідок прослизання та/або деформування бічні зазори вибираються, і в отворах виникають контактні поверхні. Для моделі зразка зі структурою ПКМ-III та бічним зазором $\delta = 10$ мкм провели додаткові розрахунки з різними величинами сили навантаження

зразка N_x , і виявили, що "критичне" значення навантаження N_x^* дещо менше 6 КН (оскільки частка контактної поверхні $\Delta_c \approx 0,015 > 0$), тобто склало приблизно 60% від повної $N_x = 10$ КН.

Без сумніву, відсоток залежить від декількох параметрів: сили затягування пакета, бічного зазору δ , коефіцієнта тертя між контактними поверхнями, структури ПКМ тощо. Після виникнення контакту бічної поверхні болта з отвором цей відсоток повинен швидко зменшуватися. Для визначення відповідної функції потрібно провести значну кількість додаткових розрахунків. Але це не стосується мети даної роботи.

Позначимо як $N_x^\# = N_x - (N_1 + N_2)$ силу, що сприймається силами тертя (тобто не контактними поверхнями в отворах), тоді на контактні поверхні розподіляється сила $(N_x - N_x^\#)$. Якщо як ω позначити долю контактного силового навантаження на зразок, яка сприймається першим болтом, то доля другого болта буде $(1 - \omega)$. Для формул (1.1) й (1.2) на перший болт маємо навантаження

$$N_1 = \omega \cdot (N_x - N_x^\#), \quad (3.2)$$

а на другій

$$N_2 = (1 - \omega)(N_x - N_x^\#). \quad (3.3)$$

Відносні характеристики перерозподілу сил на болти:

$$k = N_1 / N_2; \quad \omega = k / (1 + k). \quad (3.4)$$

У розділі 3.1 при співставленні даних графіків рис. 3.7 дійшли висновку, що в напрямку осі X середнє значення відношень контактних розподілених зусиль при однакових величинах бічних зазорів δ , мало приблизне значення 1,13. Тобто перший болт (отвір) за рахунок контактних зусиль сприймав приблизно в $k = 1,13$ разів більшу частку навантаження N_x , ніж другий. З цього можна легко отримати, що $\omega \approx 0,53$.

Варіант 1 визначення N_i , $i=1,2$. Якщо усереднені значення контактних розподілених зусиль на поверхні отворів, в напрямку осі X (див. рис. 3.7-а), помножити на A_{CM} , то отримаємо наближені величини зусиль N_i , що сприймалися отворами в напрямку цієї осі. Наприклад, для структури ПКМ-ІІ при $\delta=10$ мкм, величина $N_1=48,8 \cdot 26,1 \approx 1274$ Н, $N_2=44,2 \cdot 26,1 \approx 1154$ Н, тому $N_1 + N_2 = 2428$ Н, що становить біля 24% від *повного* навантаження $N_x = 10$ КН.

Відсоток є несподівано малим. Вочевидь, дуже великою була похибка при знаходженні усередненого значення контактних розподілених зусиль на поверхнях отворів. Дійсно, піковий характер розподілу цих зусиль (див. рис. 3.4 та рис. 3.6) не сприяє отриманню точних значень.

Варіант 2 визначення N_i , $i=1,2$. Розглянули врівноваження частини зразка в перерізах болтів, що відповідають лінії 3 на рис. 2.9-а. В цих перерізах силу N_x врівноважують дотичні напруження τ_{xy} й τ_{xz} , а ще до них додаються сили тертя між поверхнею ПКМ та швелера. Далі відомості про τ_{xy} не наводимо, оскільки їх значення були порівняно незначними (лише одиниці МПа).

Склали додаткову програму, яка за методом трапецій інтегрує значення вказаних напружень в перерізах болтів 1 і 2, потім усереднює на переріз: $\int_{A_i} \tau_{xz} dA = ((\tau_{xz})_m)_i \cdot A$. Тут $A = \pi d^2 / 4$ – площа перерізу болта; d – діаметр болта; $((\tau_{xz})_m)_i$ – середнє в перерізі (в площині зрізу i -го болта) дотичне напруження, обчислене зі застосуванням методу трапецій. Як виявилось, ці значення практично співпали зі значеннями τ_{xz} в перерізі болта на його осі.

Отримані на основі τ_{xz} значення наведені в таблиці 3.1. Очевидно, що

$$N_i = ((\tau_{xz})_m)_i \cdot A = \int_{A_i} \tau_{xz} dA, \quad i=1,2. \quad (3.5)$$

З першої формули (3.4) та з (3.5) маємо, що

$$k = ((\tau_{xz})_m)_1 / ((\tau_{xz})_m)_2. \quad (3.6)$$

Середні значення напружень перерахували на сумарну силу, що зрізує (табл.3.1) болти (номінальна площа їх перерізу 19.635 мм^2). Отримали (див. останній стовпчик таблиці 3.1), що напруження τ_{xz} при збільшенні величини зазору δ врівноважує приблизно 68...80 відсотків від N_x (у середньому $\approx 75\%$). Тому за рахунок тертя між поверхнями пластини з ПКМ та швелера врівноважувалося приблизно 20...30 залишковими відсотками від повного значення сили N_x (у середньому $\approx 25\%$).

З даних таблиці 3.1 вираховували $k = k(\delta)$, $\omega = \omega(\delta)$, середні значення k_m й ω_m , звели їх в таблицю 3.2.

Отримали, що значення функцій $k = k(\delta)$ й $\omega = \omega(\delta)$ майже незмінні. Більш точний характер функцій $k = k(\delta)$ й $\omega = \omega(\delta)$ з даних таблиці встановити неможливо, та й не потрібно.

Висновок: визначення співвідношень між N_1 та N_2 , надійніше визначати варіантом 2, тобто через середні значення в перерізі (в площині зрізу i -го болта) дотичних напружень $((\tau_{xz})_m)_i$. Це тому, що графіки напружень $(\tau_{xz})_i$ зазнають менших змін, ніж графіки змін контактних зусиль (див. рис. 3.12-г та рис. 3.4 й рис. 3.6). При цьому "автоматично" враховуються сили тертя.

Всі погрішності, що тут існують, але скриті, можна пояснити загальним накопиченням погрішностей обчислення (розв'язку задачі, конвертування значень напружень до вузлів, інтегрування тощо).

Ще провели додатковий розрахунок зразка зі структурою ПКМ-0 при $\delta = 0$ (немає бічного зазору в отворах) та при відсутності тертя між поверхнями пластини з ПКМ та швелера. Значення $(\tau_{xz})_m$ у болтах підвищилися до величин 277 й 245 МПа, що дало результуючу силу в перерізах у $1.025 N_x$, тобто було досягнуто повне врівноваження N_x (з не очікувано незначною погрішністю лише у 2.5%).

Таблиця 3.1

Середні значення дотичного напруження $(\tau_{xz})_m$ в перерізах болтів та похідні від них величини

Варіант структури	$(\tau_{xz})_m$, МПа								$((\tau_{xz})_m)_1 / ((\tau_{xz})_m)_2$				$\chi = (N_x)_\tau / N_x$				Діапазон значень $\chi = (N_x)_\tau / N_x$
	Зазор δ , мкм, Болт 1				Зазор δ , мкм, Болт2				Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм				
	0	10	20	70	0	10	20	70	0	10	20	70	0	10	20	70	
ПКМ–0	202	210	217	224	180	174	183	186	1,12	1,21	1,18	1,20	0,75	0,75	0,79	0,80	0,68 ... 0,80
ПКМ–I	199	202	202	212	176	167	170	185	1,14	1,21	1,19	1,15	0,74	0,72	0,73	0,77	
ПКМ–II	182	201	202	207	162	167	175	183	1,12	1,20	1,15	1,13	0,68	0,72	0,74	0,77	
ПКМ–III	185	202	201	215	169	169	169	182	1,09	1,20	1,19	1,18	0,69	0,73	0,73	0,78	
ПКМ–IV	182	199	200	211	164	167	169	187	1,11	1,20	1,18	1,13	0,68	0,72	0,72	0,78	
ПКМ–V	181	200	198	216	162	164	168	178	1,12	1,22	1,18	1,22	0,68	0,71	0,72	0,78	

Таблиця 3.2

Величини (функції), що визначають перерозподіл зусиль між болтами зразка

Вариант структуры	$k(\delta)$				$\omega(\delta)$				k_m	ω_m
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70		
ПКМ–0	1,12	1,21	1,18	1,20	0,53	0,55	0,54	0,54	1,17	0,54
ПКМ–I	1,14	1,21	1,19	1,15	0,53	0,55	0,54	0,53		
ПКМ–II	1,12	1,20	1,15	1,13	0,53	0,55	0,54	0,53		
ПКМ–III	1,09	1,20	1,19	1,18	0,52	0,55	0,54	0,54		
ПКМ–IV	1,11	1,20	1,18	1,13	0,53	0,55	0,54	0,53		
ПКМ–V	1,12	1,22	1,18	1,22	0,53	0,55	0,54	0,55		

Отже, перший болт (отвір) зразка болтового з'єднання з ПКМ за рахунок напружень τ_{xz} сприймає у середньому приблизно в $k=1.17$ разів більшу частку навантаження від N_x , ніж другий. При зміні геометричних параметрів болтового з'єднання можна очікувати інші значення $k=k(\delta)$ й $\omega=\omega(\delta)$.

Таким чином, визначилися, що сили, що припадають на кожний болт, можна підрахувати за формулами

$$N_1 = N_x \chi \omega; \quad N_2 = N_x \chi (1 - \omega). \quad (3.7)$$

Величини $\chi = \chi(\delta)$ можна знайти в таблиці 3.1, а величини $\omega = \omega(\delta)$ – в таблиці 3.2, причому там же є їхні середні значення.

Основні матеріали цього підрозділу опубліковано у статті [149], частина – у статті [150].

3.3 Аналіз особливостей в розподілу характеристик НДС в зонах отворів у пластинах із ПКМ зразка болтового з'єднання

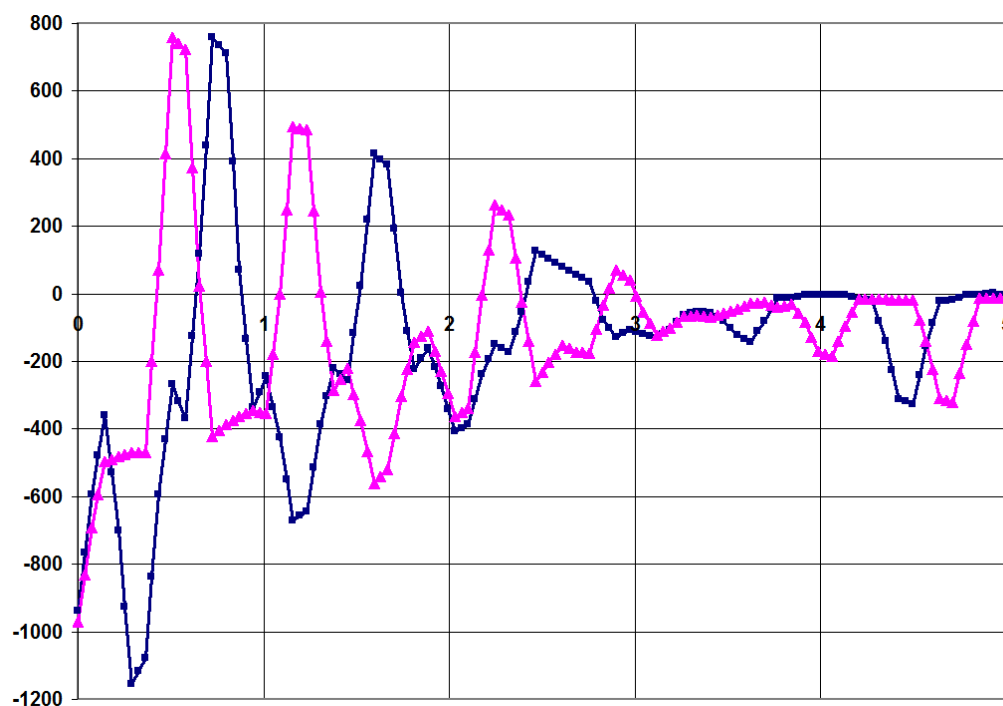
3.3.1 Загальні міркування щодо впливу деяких конструктивно-технологічних факторів болтового з'єднання пластин та особливостей напруженого стану ПКМ на міцність з'єднання

Відомо, що наявність зазору між болтом та отвором призводить до нерівномірності розподілу контактних напружень по поверхні отвору й появи місцевих руйнувань композиційного матеріалу (зминання крайки, викришування матриці); що збільшення зазору посилює ці негативні прояви [105].

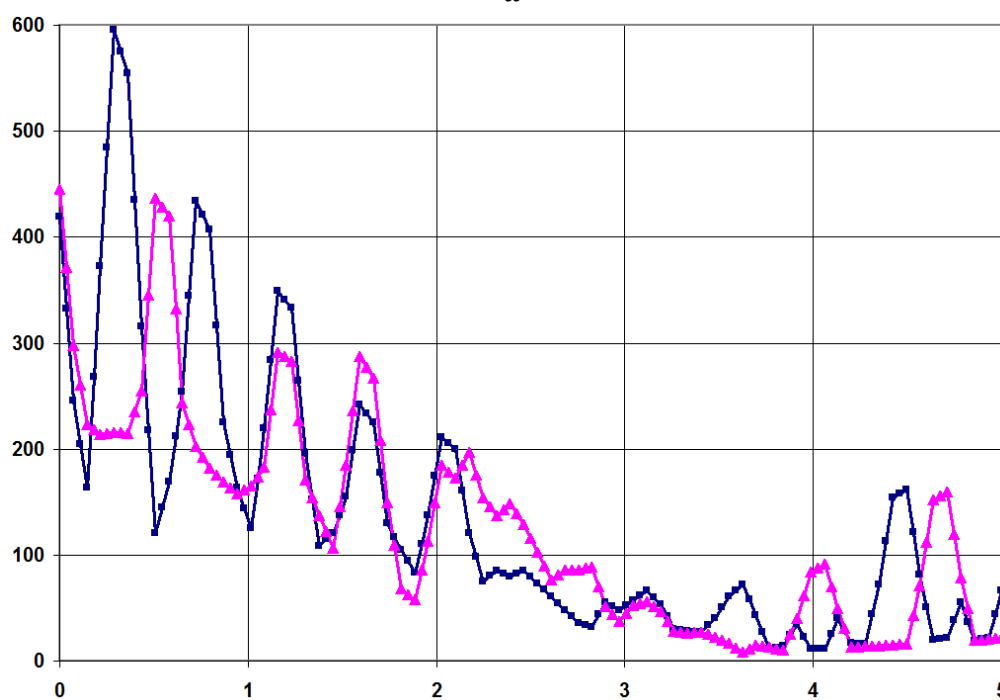
Все, що виявлено на поверхнях контакту болтів з бічними поверхнями отворів у ПКМ (обриси, контактний тиск, пікові значення тощо – див. підрозділ 3.1), бажано враховувати в методиці розрахунку БЗ із ПКМ на міцність.

Відзначимо, що ефект вільної кромки [34] та розшарування в отворах пластини з ПКМ у болтовому з'єднанні докладно аналізувати не має сенсу [12], оскільки стягування пластини болтами з достатньо великими зусиллями зазвичай гарантує відсутність небезпечних значень напружень σ_z , які розтягують композицію в напрямку, перпендикулярному до площин укладення шарів. Наявність стягування призводить до значного підвищення втомної міцності болтового з'єднання [95]. Критерій розшарування Хашіна-Ротема [31], окрім цього напруження σ_z , ще враховує напруження зсуву τ_{yz} й τ_{zx} . Але й ці напруження в проведених розрахунках були незначними.

Щодо інших компонент напружень, графіки рис. 3.13, побудовані на основі розрахунків зразка БЗ із ПКМ, показують наявність стрибків напружень, що є результатом розривів в значеннях напружень σ_x (рис. 3.13-а) та τ_{max} (рис. 3.13-б) в сусідніх шарах ПКМ.



а



б

Рис. 3.13 – Графіки напружень (МПа) вздовж лінії 1 (рис. 2.9-а) для першого отвору в ПКМ, $\delta = 20$ мкм, (■ – ПКМ-0; ▲ – ПКМ-III): а – σ_x ; б – τ_{\max}

В структурі ПКМ-0 амплітуда розривів σ_x досягла майже 1200 МПа, а τ_{\max} – майже 500 МПа, що дуже небезпечно. В структурі ПКМ-III розриви ϵ ,

але їх амплітуди значно менші. Для інших зазорів, структур та другого отвору ситуація аналогічна.

До рис. 3.13-а є декілька важливих пояснень. По-перше, для виводу значень напружень у вигляді графіків у Femap потрібно проводити операцію "конвертування" напружень з точок чисельного інтегрування (усередині скінченних елементів, СЕ) у вузли скінченно-елементної сітки. При цьому значення у вузлах, що входять до декількох СЕ, усереднюються. Саме тому на графіках рис. 3.13 фактично розривів напружень немає, а є дуже швидкі їх зміни. Оскільки в отворах по товщині шарів застосували по три СЕ, то пікові значення збереглися й після "конвертування". У Femap "неконвертовані" напруження побачити можна, але у вигляді кольорових градацій напружень на поверхнях об'єкта, що розраховувався.

На рис. 3.14 зі значною "анімацією" показані зображення не "конвертованих" напружень σ_x в ПКМ в зонах контакту (зазор болт/отвір $\delta = 0$ мкм) для структур ПКМ-0 й ПКМ-III. Зображення наочно показують, що розриви напружень σ_x дійсно є й великі, що в шарах з кутом укладання 90 градусів навіть стискальні контактні напруження не перевищують напружень розтягу, оскільки ці шари залишаються розтягнуті. Розтяг цих шарів виникає під дією зусилля затягування пакета та від зчеплення з сусідніми шарами внаслідок значних відмінностей у напрямках укладки та в пружних модулях (Юнга й коефіцієнтах Пуассона) застосованих моделей 3D-ортотропії матеріалів шарів (див. таблицю 2.3).

Стрічка УОЛ-300-1А має такі границі міцності на розтяг та стиск: не менш ніж 1600 МПа та 700 МПа відповідно [29]. Саме цю стрічку укладено під кутами 0 й 90 градусів. Ткань вуглецева УТ-900-3А має приблизно в 1.5 разів меншу границю міцності на стиск, ніж на розтяг: приблизно 480 й 760 МПа по основі та вутку [29]. Ця тканина укладена в ПКМ під кутами ± 45 градусів. Тобто для обох матеріалів стиск вздовж нитей є більш небезпечним, ніж розтяг.

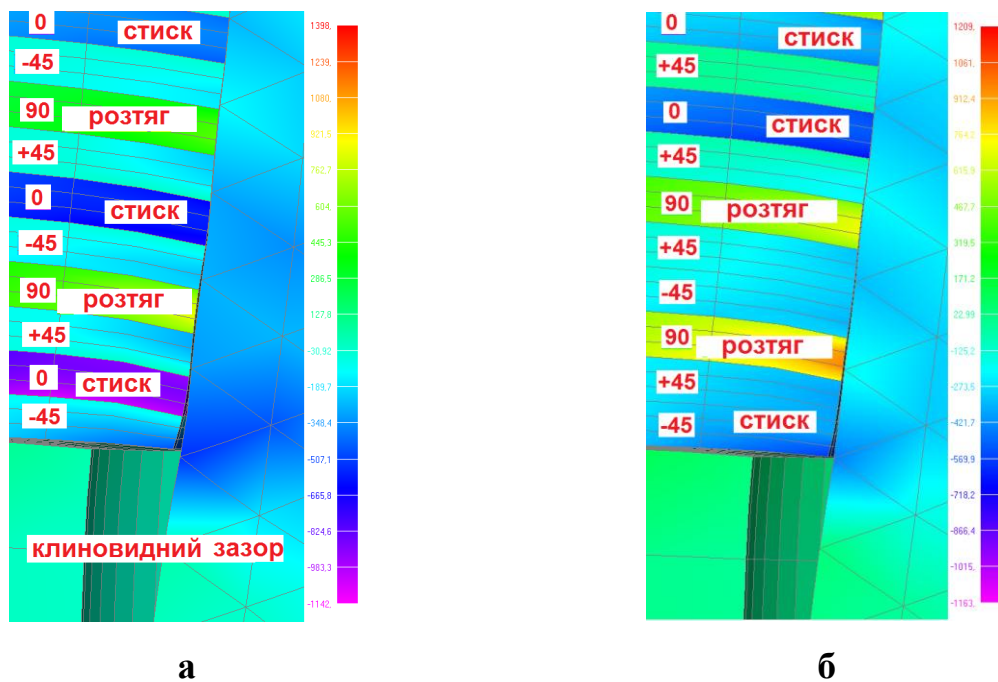


Рис. 3.14 – Напруження σ_x (МПа) в ПКМ в зонах контакту, зазор болт/отвір $\delta = 0$ мкм: а – ПКМ-0; б – ПКМ-III

Для композиційних матеріалів розроблено декілька критеріїв статичної міцності: максимальних деформацій, максимальних напружень, Хілла, Цая-Хілла, Цая-Ву, Хашіна, Хоффмана, інші. Їх огляд можна знайти в [31, 61]. Ще для композиційних матеріалів в околі отворів рекомендують [80] критерій розшарування Ямада, який є фактично критерієм Цая-Ву [137], застосований для об'ємів матеріалу під поверхнею контакту на деякій відстані [142], що визначається за формулою, обґрунтованою для алюмінієвого сплаву. Але рис. 3.14 показує, що для ПКМ уявлення, що під поверхнею контакту обов'язково повинна бути зона *всебічного* стискання, не відповідає дійсності: у отвору, що контактує з болтом, це не так.

З аналізу критеріїв міцності композиційних матеріалів, а також означених вище властивостей міцності композитних стрічок, можна зробити висновок, що в першу чергу потрібно аналізувати найбільші за модулем напруження стискання (критерій максимальних напружень, приблизно 23% застосування в практиці розрахунків [115]).

По-друге, зазначимо, що зображений на рис. 3.13-а й рис. 3.14-а розподіл напружень, що виведені програмою Femap під назвою σ_x , у дійсності є

розподілом напружень у напрямках *головних осей анізотропії матеріалу*, тобто напружень σ_{11} в ПКМ. Програма Femap, "за замовчанням", так робить мабуть тому, що саме ці напруження повинні фігурувати в критеріях міцності ПКМ. На рис. 3.15-а показані "конвертовані" напруження σ_x з того ж розрахунку, але після додаткового перерахування напружень у всіх шарах ПКМ до геометричних осей зразка (вісь X спрямована уздовж зразка, а вісь Z – вертикально). При перерахуванні змінилися значення напружень у шарах з кутами укладання ± 45 й 90 градусів. У зв'язку із цим, після перерахування напружень на глобальну вісь X , у порівнянні з рисунком 3.13 змінилися графіки напружень σ_x у відповідних шарах, про що свідчить рис. 3.15. Вже немає позитивних значень σ_x , "стрибки" напружень зменшилися, але присутні.

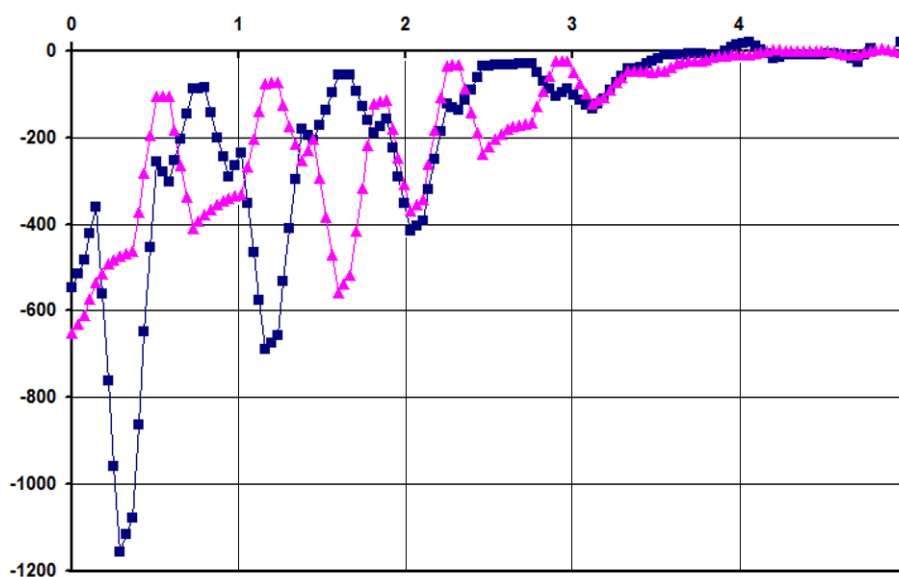


Рис. 3.15 – Графіки напружень σ_x (МПа) вздовж лінії 1 (рис. 2.9-а) для першого отвору в ПКМ, зазор болт/отвір $\delta = 20$ мкм, $N_x = 10$ кН (■ – ПКМ-0; ▲ – ПКМ-III)

Щодо "неконвертованих" напружень σ_x , то зображення їх розподілу у шарах ПКМ у площині розсічення $Y=0$, порівняно з "неконвертованими" напруженнями σ_{11} рис. 3.14, наведені на рис. 3.16.

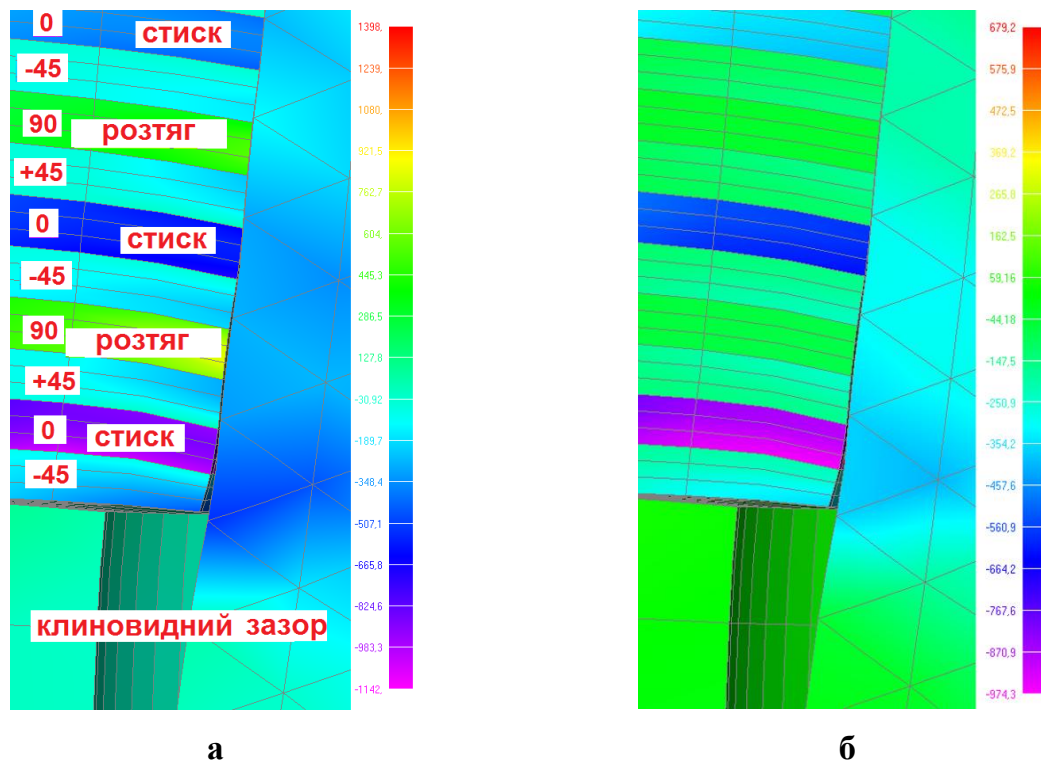


Рис. 3.16 – Напруження (МПа) в зоні контакту , зазор болт/отвір $\delta = 0$ мкм, ПКМ-0, "анімація": а – σ_{11} (див. рис. 3.13-а); б – σ_x , після перерахунку на глобальні осі

По-третє, нагадаємо, що навіть у скінченних елементах (СЕ) із квадратичною апроксимацією переміщень, напруження моделюються лінійними функціями, причому обчислюються в точках інтегрування Гауса-Лежандра, розташованих усередині скінченних елементів. Для виведення результатів розрахунків на монітор або на графіки ці напруження перераховуються у вузли СЕ теж за лінійним законом, тобто будь-які нелінійності відсікаються. Тому замість нульового значення напруження на вільній поверхні можна побачити ненульове.

По-четверте, давно відомим фактом в композиційних матеріалах є так званий крайовий ефект [34], коли на краях пластин під дією навантажень виникають локальні збудження напруженого стану. Прояви такого ефекту можуть бути різноманітними, оскільки залежать від характеру навантаження й структури композита. Також в композитах давно виявлено розриви значень напружень на границях шарів [34]. В отворах це має особливе значення [73,

109, 127, 132]. Зрозуміло, що при використанні в розрахунках усереднених характеристик композита розриви не спостерігаються [91], тому для більш-менш точних розрахунків модель ПКМ в зонах отворів повинна бути пошаровою.

3.3.2 Аналіз особливостей в розподілі характеристик НДС в зонах контактних поверхонь отворів у пластинах із ПКМ зразка болтового з'єднання

Дотепер досить актуальною є розробка критеріїв міцності механічних з'єднань композиційних матеріалів, зокрема й болтових [7, 17]. Однак для цього ще необхідно якнайкраще усвідомити ступені впливу різних факторів на характеристики НДС композитів у зоні отворів.

Очевидно, що напруження в шарах виникають під дією зусиль затягування пакета й основного навантаження N_x , а також від зчеплення із сусідніми шарами внаслідок значних відмінностей напрямків укладання й модулів пружності матеріалів шарів із тривимірною ортотропією (див. таблицю 2.3). Однак, як буде показано в цьому підрозділі, ці фактори мають різний ступінь впливу, до того ж впливає й жорсткість болтів.

Розглянули питання впливу жорсткості болтів на величини напружень σ_x , σ_y і σ_z в ПКМ під поверхнею контакту болта з отвором.

Для цього провели додаткові чисельні розрахунки.

3.3.2.1 Уточнення сітки скінченних елементів у болтах

Для зменшення можливих факторів впливу переробили сітку СЕ в болтах: створили більш щільну, ніж застосовувалася для розрахунків у розділах 3.1 та 3.2, до того ж із гексагональних СЕ типу Parasolid CHEXA. Нова сітка погоджена із сіткою СЕ в отворі у ПКМ: у початковому стані кожному вузлу поверхні отвору протистоїть вузол бічної поверхні болта. Тому точність розв'язку в зоні контакту болт-отвір повинна стати найкращою з можливих. Як виявилось, результати розрахунків майже не змінилися в

порівнянні з отриманими на більш грубій сітці зі СЕ типу Parasolid CTETRA в розділах 3.1 та 3.2.

3.3.2.2 Нормальні напруження в зоні отворів ПКМ від зусиль згинчування в болтовому з'єднанні

Розрахунок з $N_x=0$ показав (див. рис. 3.17), що ситуації з напруженнями в нижній і верхній частинах пластини із ПКМ в околі отвору різні. Будемо аналізувати тільки нижню частину, де вплив голівки болта виражено слабше.

Одержали (див. рис. 3.17-а,в), що в шарах ПКМ зі стрічки (з кутами укладання 0 й 90 градусів) тільки від затягування болтів (тобто при $N_x=0$) на виході шару в отвір, коли волокна стрічки *дотичні* до поверхні отвору, виникають спрямовані уздовж волокон напруження розтягу. Це зона 1 (і не позначені ідентичні), де дотичними до поверхні отвору є волокна стрічки з кутом укладання 90 градусів (отут $\sigma_x \approx 0$, а $\sigma_y \approx (30 \div 50)$ МПа), і зона 2, де дотичними до поверхні отвору є волокна стрічки з кутом укладання 0 градусів ($\sigma_x \approx (30 \div 40)$ МПа, $\sigma_y \approx 0$). Невеликі відмінності викликані, очевидно, різною довжиною пластини із ПКМ у цих двох напрямках. У зоні 3 дотичними до поверхні отвору є частина волокон тканини з кутом укладання +45 градусів, у ній спостерігаються напруження $\sigma_x \approx \sigma_y \approx (5 \div 15)$ МПа. Позитивні значення вказують на збільшення діаметра отвору.

На рис. 3.17-б,г показані зображення розподілів напружень σ_z (спрямовані вертикально). Тут розподіли напружень майже осесиметричні (щодо осі отвору), але є й помітні аналогічні по розташуванню (див. рис. 3.17-а,в) зони 3 локальними невеликими збудженнями напружень стиску, причому в нижній частині отвору $\sigma_z \approx -(40 \div 45)$ МПа.

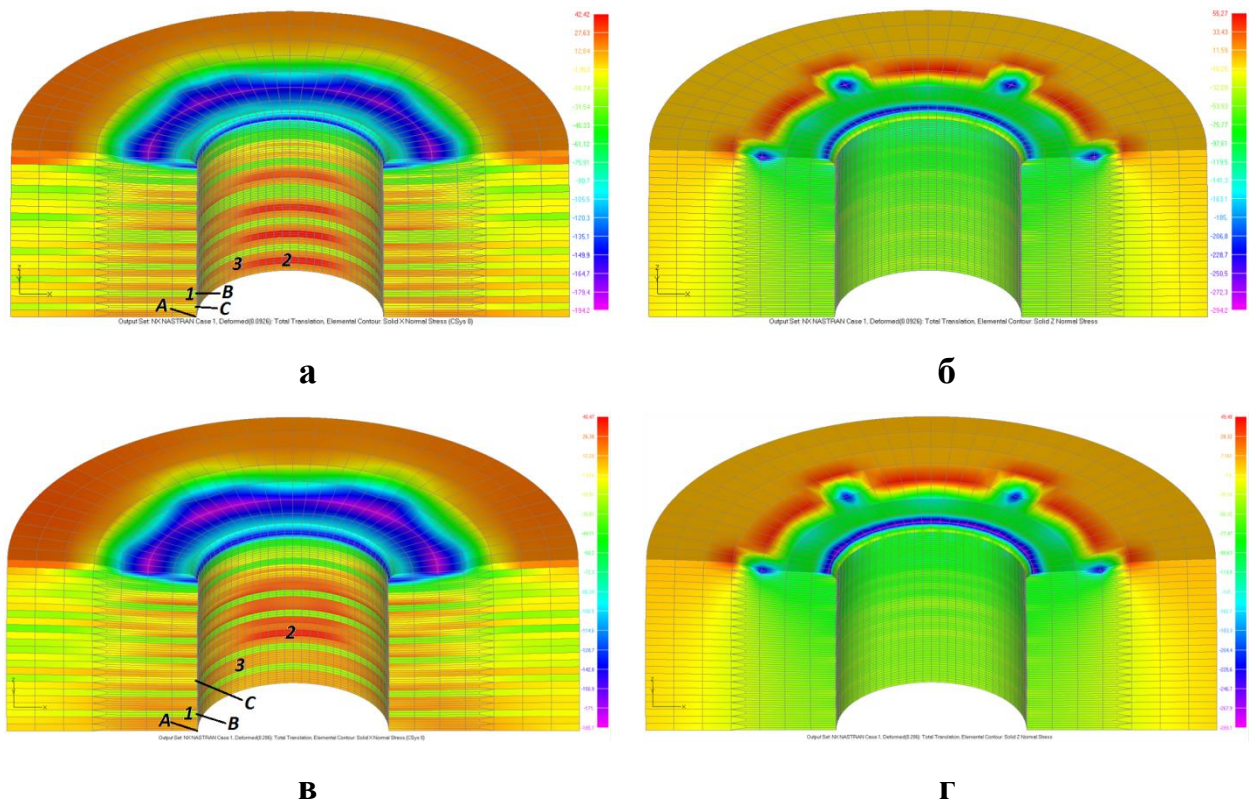


Рис. 3.17 – Напруження σ_x (а, в) й σ_z (б, г), МПа, на поверхнях і в площині $Y=0$ розсічення пластини з ПКМ при $N_x=0$ (зазор болт/отвір $\delta=0$ мкм, ПКМ-0 (а, б), ПКМ-III (в, г), "анімація").

Кути укладання: т. В – 90° , т. С – 0°

3.3.2.3 Нормальні напруження в зонах контактних поверхонь отворів ПКМ у залежності від зміни жорсткості болтів

У статті [50] розрахунками було доведено, що болт однозрізного болтового з'єднання завжди "працює" не тільки на зріз, але й на вигин. Крім того, було виявлено, що завжди з'являється клиноподібний зазор між бічною поверхнею болта й отвором, навіть при відсутності початкового зазору болт/отвір, тобто й при $\delta=0$ мкм. Про це свідчать і рис. 3.14 й рис. 3.16. На цих рисунках ще можна побачити, що й поверхня отвору не залишається циліндричною. Рисунок 3.3 свідчить, що поверхні контакту болт-отвір мають "хвилястий" вигляд. Це тому, що в контакті шари ПКМ із кутом укладання 0 градусів роблять жорсткіший контактний вплив на болти, чим шари з іншими кутами.

Очевидно, що такі геометричні зміни, а також і напруження, повинні залежати від жорсткості болтів на згин.

Щоб виявити залежність нормальних напружень у шарах ПКМ від величин жорсткості (вигину) болтів, у чисельних розрахунках штучно підвищували жорсткість болтів. Реалізували схеми, зображені на рис. 3.18. Швелер видалили, а його дію на пластину із ПКМ змодельовали доданим тиском P_L на нижню поверхню пластини із ПКМ на всій поверхні контакту (поле тиску було перенесене з попереднього розрахунку за допомогою інструментів програми Femap). Спочатку болти жорстко закріпили в напрямку осі X у нижніх їхніх частинах, тобто на нижніх голівках (а), потім їхню довжину двічі зменшували знизу, і теж аналогічно закріплювали (б, в). Потім болти додатково жорстко закріпили в напрямку осі X у верхніх їхніх частинах, тобто на верхніх голівках (г). І, нарешті, додатково модуль Юнга матеріалу болтів збільшили в 10 разів (д). Отримані значення нормальних напружень в околі точок B й C рис. 3.17-а,в помістили в таблицю 3.3 (структура ПКМ-0) і таблицю 3.4 (структура ПКМ-III) як функції, залежної від $s = u_B - u_A$ – величини горизонтального відносного зсуву точок, позначених на рис. 3.17 як A й B . Цей відносний зсув фактично однозначно пов'язаний із жорсткістю моделі "болтів" при вигині. Виміри провели тільки для першого болта, для якого всі ефекти проявляються найбільш виразно.

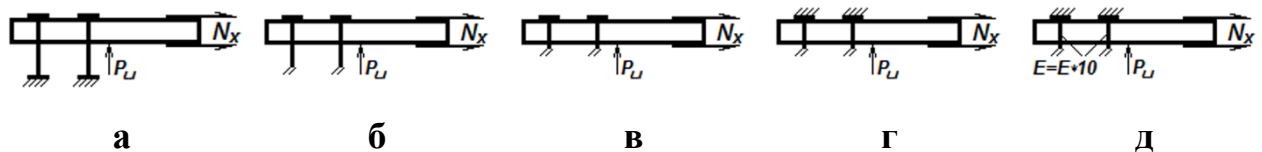


Рис. 3.18 – Схеми зміни жорсткості болтів зразка: а – повна геометрія болтів; б – болти без нижніх голівок; в – максимально вкорочені болти; г – як (в), але з додатково закріпленими верхніми голівками; д – як (г), але з додатково підвищеним в 10 разів модулем Юнга матеріалу болтів

Таблиця 3.3

Нормальні напруження в околі точок B й C (рис. 3.17-а) пластини із ПКМ при $N_x = 10$ кН й $\delta = 0$, структура ПКМ-0

Варіант (рис. 3.18)	s - відносний горизонтальний зсув точок B й A , мм	Напруження в т, B , МПа			Напруження в т, C , МПа		
		$\sigma_x = \sigma_{22}$	$\sigma_y = \sigma_{11}$	σ_z	$\sigma_x = \sigma_{11}$	$\sigma_y = \sigma_{22}$	σ_z
а	0,0214	-113	570	-80	-1735	-25	-104
б	0,0189	-101	534	-66	-1578	-22	-91
в	0,0084	-51	401	-3	-894	5	-33
г	0,0053	-43	362	-16	-654	4	-41
д	0,0012	-41	328	-29	-539	-1	-45
д, але без p_c	0,0005	-28	261	-3	-516	7	-6

Таблиця 3.4

Нормальні напруження в околі точок B й C (рис. 3.17-а) пластини із ПКМ при $N_x = 10$ кН й $\delta = 0$, структура ПКМ-III

Варіант (рис. 3.18)	s - відносний горизонтальний зсув точок B й A , мм	Напруження в т, B , МПа			Напруження в т, C , МПа		
		$\sigma_x = \sigma_{22}$	$\sigma_y = \sigma_{11}$	σ_z	$\sigma_x = \sigma_{11}$	$\sigma_y = \sigma_{22}$	σ_z
а	0,0448	-157	772	-116	-698	-17	-93
б	0,0295	-141	716	-95	-672	-12	-79
в	0,0165	-77	522	-24	-566	3	-4
г	0,0098	-58	441	-1	-406	-1	4
д	0,0014	-53	379	-27	-484	-3	-23
д, але без p_c	0,0011	-37	303	-6	-483	4	-9

На рис. 3.19 показані графіки зміни напружень залежно від $s = u_B - u_A$ (жорсткості болта), що ілюструють найбільш важливі дані табл.3.3 і табл.3.4.

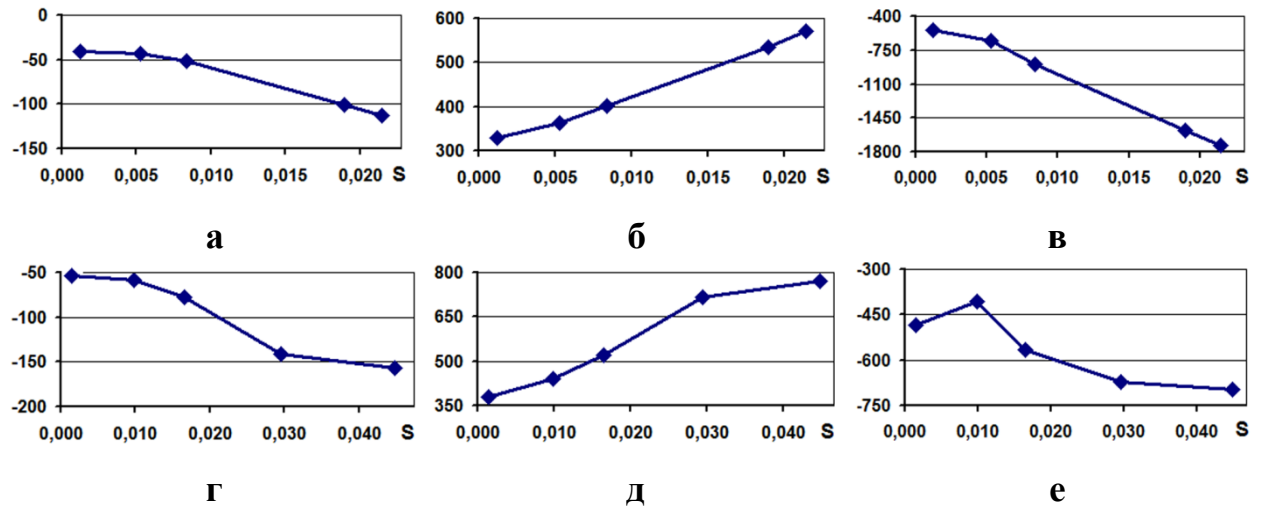


Рис. 3.19 – Нормальні напруження σ_x (а, в, г, е) і σ_y (б, д), МПа, залежно від $s = u_B - u_A$, мм, в околі точки В (а, б, г, д) і точки С (в, е) рис. 3.17-а (ПКМ-0) і рис. 3.17-в (ПКМ-III) пластини із ПКМ, при $N_x = 10$ КН, $\delta = 0$ мкм

Ці розрахункові дані показали на значну, але лише часткову залежність нормальних напружень від жорсткості болта: при збільшенні жорсткості напруження змінювалися у два й більше рази, але значень, отриманих тільки від зусилля згвинчування, не досягали (ліва частина графіків на рис. 3.19). Напруження σ_z негативні й несуттєві.

Залишилася лише одна можливість: залежність нормальних напружень від величини навантаження N_x . Можна навіть не проводити розрахунків, оскільки ясно, що при зменшенні величини N_x ці напруження плавно зміняться від відповідного значення таблиці 3.3 до колись отриманих величин при $N_x = 0$.

3.3.2.4 Нормальні напруження в зонах контактних поверхонь отворів ПКМ тільки від зусилля розтягування зразка N_x

Ще провели розрахунок зразка при відсутності зусилля попереднього зтягування пакета для схеми (д), тобто для схеми (д) прийняли, що тиск від швелера відсутній: $P_{\text{ш}} = 0$. Отримані нормальні напруження поміщені в останні рядки таблиць 3.3 й 3.4.

Оскільки для схем (д) з P_c й без P_c різність отриманих напружень $\Delta\sigma_x = -41 - (-28) = -13 \neq 0$ МПа, а $\Delta\sigma_y = 328 - 261 = 67 \neq 50$ МПа (структура ПКМ-0), то можна зробити висновок, що три силові фактори: дві сили згвинчування пакета (від двох болтів) и сила N_x , впливали на величини нормальних напружень в точці B рис. 3.17-а нелінійно, хоча й слабо-нелінійно. Це природно, оскільки нелінійність – звична ситуація для контактних задач, навіть з тілами з лінійно пружних матеріалів.

3.3.2.5 Висновки

За результатами чисельного моделювання п.3.3.2 можна сформулювати наступні висновки:

- силові лінії в пластині із ПКМ формуються так, що в зоні околів точки B (кут укладання 90°) на рис. 3.17-а,в (і в подібних зонах) при всіх розглянутих випадках навантаження й будь-якої реальної жорсткості болта завжди будуть реалізовуватися напруження $\sigma_y = \sigma_{11} > 0$, а сама точка B контактує з бічною поверхнею болта з незначним зусиллям (див. рис. 3.16 і величини напружень $\sigma_x = \sigma_{22} < 0$ у табл.3.3 і табл.3.4);
- величини нормальних напружень в околі точки B на рис. 3.17-а,в (і в подібних зонах) слабо-нелінійно залежать від силових факторів, що діють на зразок, причому значною мірою визначаються композиційним характером структури пластини;
- при зміні жорсткості болта (табл.3.3, табл.3.4) всі величини σ_z під впливом сили згвинчування залишаються негативними, тому зусилля згвинчування потрібно контролювати, щоб вони не були надмірними.

3.3.3 Аналіз розривних напружень та коефіцієнтів концентрації напружень в зонах отворів у пластинах із ПКМ зразка болтового з'єднання

3.3.3.1 Про розрахунки на міцність болтового з'єднання на розрив в зонах отворів у пластинах

Окрім зони контакту, де нормальні напруження σ_x від'ємні (див. п. 3.3.2), навколо отворів в пластині є ще зони з нормальними напруженнями $\sigma_x \gg 0$ – це зони з мінімальними перетинами пластини, послабленими отворами. В моделі зразка БЗ із ПКМ, який аналізується, таких перетинів два: у першого та другого отвору. З'єднання (матеріал пластини) в ослабленому отвором перетині розраховують на розрив (див. підрозділ 1.5), причому в "інженерному" критерії міцності (див. формулу (1.4)) застосовується теоретичний коефіцієнт концентрації напружень:

$$\frac{N_i \tilde{\alpha}_i}{h(w - md_i)} \leq [\sigma]_{tensile}. \quad (3.8)$$

У формулі (3.8), яка є повторенням формули (1.4):

N_i – зусилля, що сприймає перетин, ослаблений i -м отвором;

i – номер отвору, $i = 1, 2$;

h, w – товщина та ширина пластини в зоні отвору;

m – кількість болтів ряду в перетині шириною w . Тут $m = 1$;

d_i – номінальний діаметр i -го отвору;

$\tilde{\alpha}_i$ – результуючий (значок дуги над α) коефіцієнт концентрації напружень у i -му навантаженому контактними силами (підкреслення) отвору з ортотропного композиційного (значок тильди над α) матеріалу;

$[\sigma]_{tensile}$ – напруження, що допускаються, на розрив матеріалу.

3.3.3.2 Розривні напруження у пластинах із ПКМ в послаблених отворами перетинах

Рисунок 3.20 містить характерні зображення напружень σ_{11} та σ_x на поверхні отвору 1.

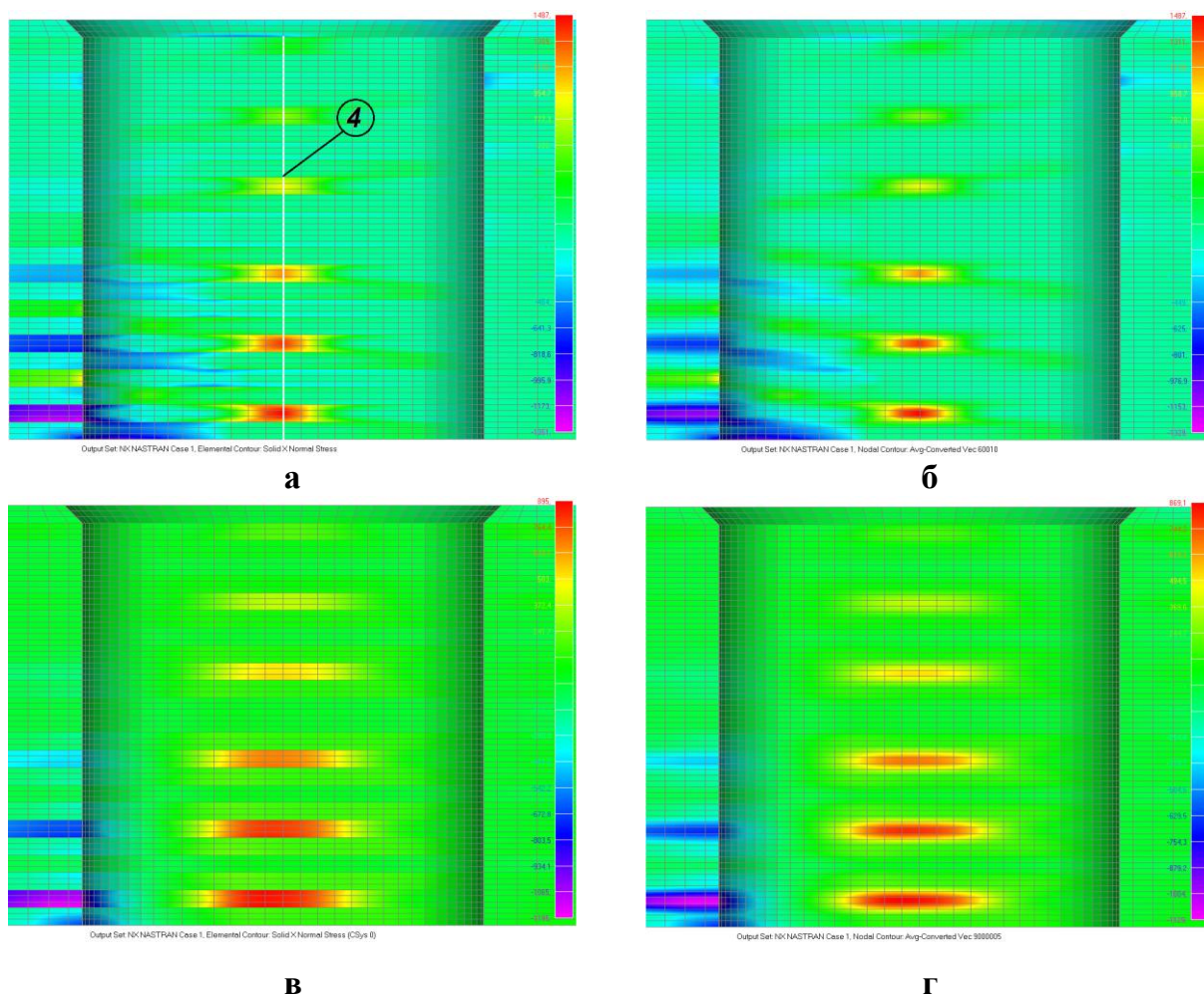


Рис. 3.20 – Напруження (МПа) на поверхні отвору 1, структура ПКМ-0, $\delta = 10$ мкм: а, б – σ_{11} ; в, г – σ_x ; а, в – неконвертовані, б, г – конвертовані у вузли

Оскільки пікові значення напруження σ_x повинні реалізовуватися на поверхні отвору вздовж утворюючої циліндричної поверхні, то аналізували графіки σ_{11} (рис. 3.21) вздовж лінії, позначеної на рис. 3.20-а як лінія 4.

На жаль, у Femap неможливо створити графіки напружень без конвертування у вузли. Крім того, як свідчать рис. 3.20 і графіки рис. 3.21-аб, у Femap з невідомих причин значення σ_{11} після перерахунків у σ_x дуже змінюють свої значення в шарі з кутом укладання 0 градусів, де не повинні зовсім змінюватися. Саме тому подальший аналіз провели тільки для максимального значення $\sigma_x = \sigma_{11}$ шару ПКМ з кутом укладання 0 градусів. Порівняння рис. 3.21-а з рис. 3.21-в, зроблених для найбільш контрастних структур, вказує на подібність ситуації для цих шарів.

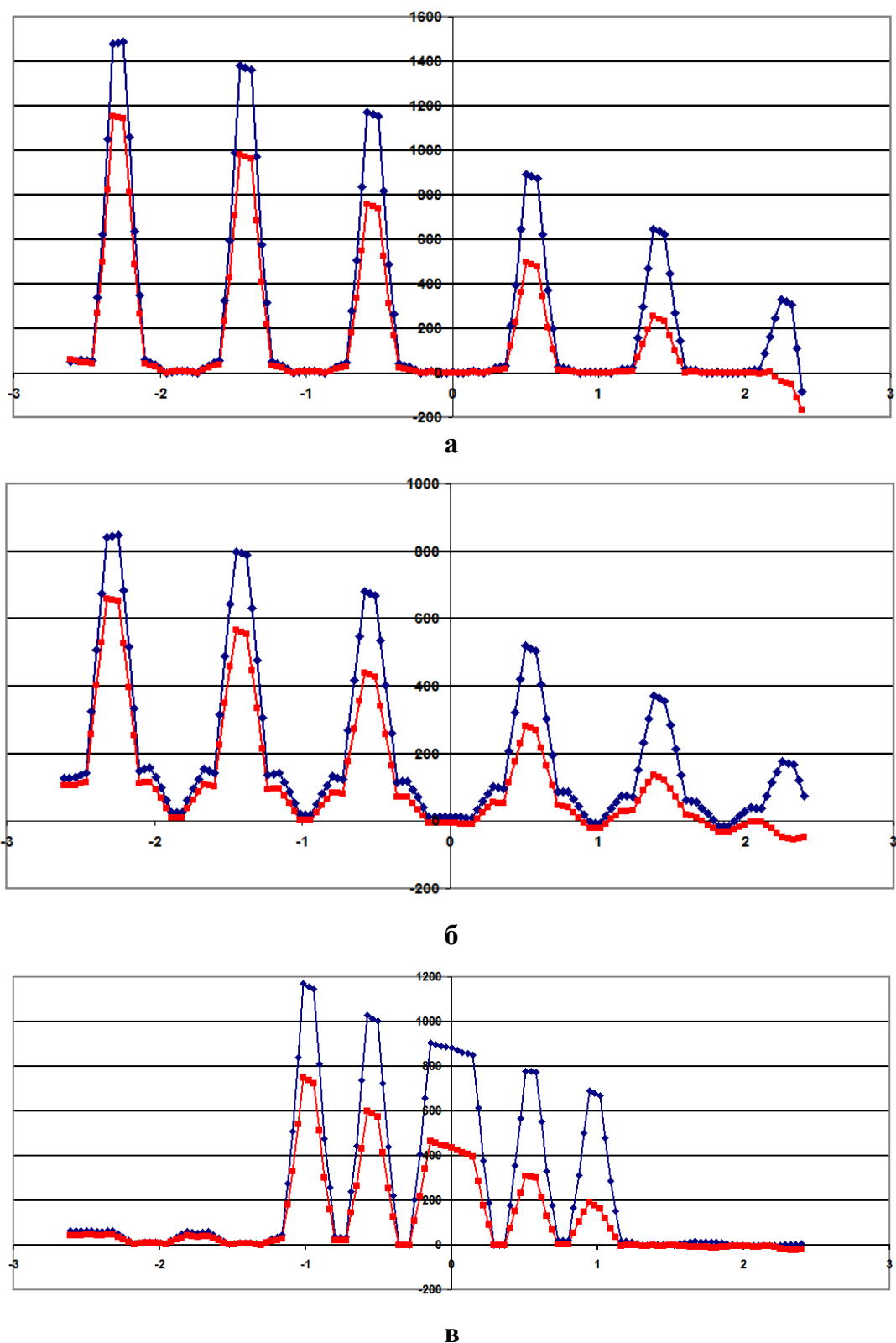


Рис. 3.21 – Конвертовані у вузли напруження (МПа) на поверхні отворів, структура ПКМ-0, $\delta = 10$ мкм: **а** – σ_{11} , **б** – σ_x ; структура ПКМ-III, $\delta = 70$

мкм: **в** – σ_{11} , (\blacklozenge – отвір 1, \blacksquare – отвір 2)

Отримані дані поміщено в таблицю 3.5.

Таблиця 3.5

Максимальні значення напружень $((\sigma_x)_{\max})_i$, $i = 1, 2$ у отворів, МПа

Варіант структури	$((\sigma_x)_{\max})_1$				$((\sigma_x)_{\max})_2$				Середні значення $((\sigma_x)_{\max})_1$	Середні значення $((\sigma_x)_{\max})_2$
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70		
ПКМ–0	1558	1487	1476	1334	1158	1154	1100	979	1464	1098
ПКМ–I	1549	1529	1493	1334	1131	1118	1117	992	1476	1090
ПКМ–II	1465	1453	1414	1264	1048	1027	986	913	1399	994
ПКМ–III	1355	1334	1294	1170	922	884	847	750	1288	851
ПКМ–IV	1340	1310	1308	1161	920	874	927	777	1280	875
ПКМ–V	1365	1337	1299	1182	940	938	904	801	1296	896

Значення таблиці 3.5 вказують на наявність впливу як структури, так і величини зазору між бічними поверхнями болта та отвору, на величини максимальних напружень σ_x вздовж вертикальної лінії 4 рис. 3.20-а.

3.3.3.3 Про теоретичний коефіцієнт концентрації напружень у пластинах з ПКМ в послабленому отвором перетині

Як відомо, теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН) – коефіцієнт, який характеризує місцеве підвищення напружень у порівнянні з номінальними, у припущенні пружного деформування матеріалу. Для нормальних напружень:

$$\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} > 1, \quad (3.9)$$

де σ_{\max} й σ_{nom} – найбільші та номінальні значення місцевих напружень. Розглядаються напруження σ_x в пластині з ортотропного матеріалу, тому для формули (3.8)

$$\hat{\alpha}_i = \frac{((\sigma_x)_{\max})_i}{((\sigma_x)_{\text{nom}})_i} > 1, \quad i = 1, 2. \quad (3.10)$$

Щодо $((\sigma_x)_{nom})_i$, то з (3.8) при (гіпотетичному) $\hat{\alpha}_i = 1$

$$((\sigma_x)_{nom})_i = \frac{N_i}{h(w - md_i)}, \quad i = 1, 2. \quad (3.11)$$

Оскільки в зразку болтового з'єднання, що аналізується, $m = 1$ та $d_1 = d_2 = d$, то з (3.11)

$$((\sigma_x)_{nom})_i = \frac{N_i}{h(w - d)}, \quad i = 1, 2. \quad (3.12)$$

Сила, яку сприймає перетин у найближчого до зовнішньої сили отвору, $N_1 = N_x$ й, згідно з (3.7), $N_2 = N_2 = N_x \chi(1 - \omega)$, тому з (3.12)

$$((\sigma_x)_{nom})_1 = \frac{N_x}{h(w - d)}; \quad ((\sigma_x)_{nom})_2 = \frac{N_x \chi(1 - \omega)}{h(w - d)}. \quad (3.13)$$

Отримані для різних структур ПКМ та зазорів значення номінальних напружень звели до таблиці 3.6.

Таблиця 3.6

Значення номінальних напружень $((\sigma_x)_{nom})_i$, $i = 1, 2$, МПа

Вариант структуры	$((\sigma_x)_{nom})_1$				$((\sigma_x)_{nom})_2$				Середні значення $((\sigma_x)_{nom})_1$	Середні значення $((\sigma_x)_{nom})_2$
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70		
ПКМ–0	76.6				27	26	28	28	76.6	26
ПКМ–I					27	25	26	28		
ПКМ–II					25	25	26	28		
ПКМ–III					25	25	26	28		
ПКМ–IV					25	25	25	28		
ПКМ–V					25	25	25	27		

Щодо концентрації напружень навколо отвору болтового з'єднання, то вона формується дещо інакше порівняно з випадком отвору в розтягнутій пластинці: див. рис. 1.5. Але рис. 3.22 й рис. 1.5-а свідчать, що графіки напружень σ_x в послабленому отвором перетині ззовні є подібними, а

максимальні значення напруження σ_x реалізуються в послабленому отвором перетині на поверхні отвору

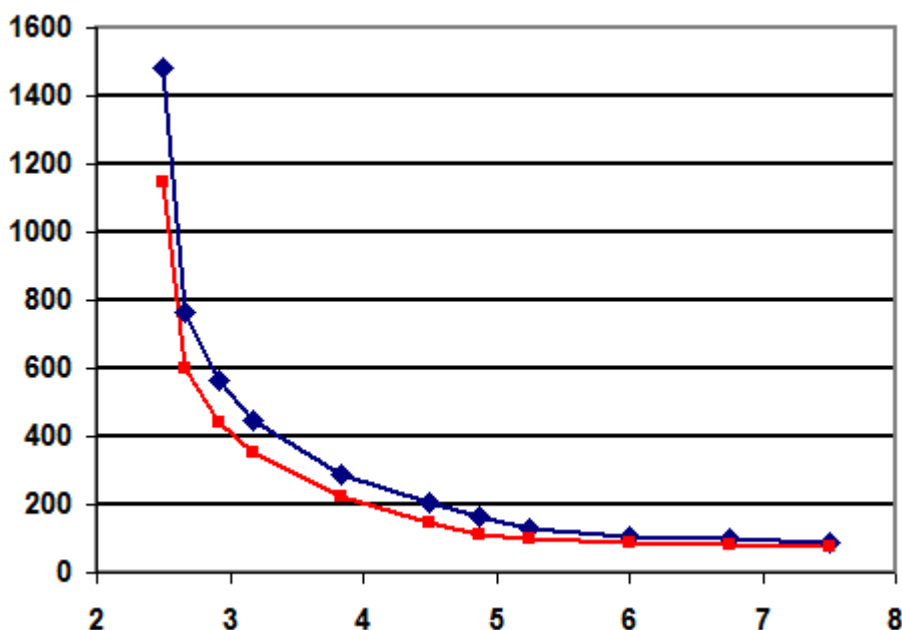


Рис. 3.22 – Графіки (концентрація) напружень σ_x (МПа) у отворів (♦ – отвір 1, ■ – отвір 2) у ПКМ болтового з'єднання, ПКМ-0, $\delta = 10$ мкм, у вузлах СЕ шару з максимальним напруженням на поверхнях отворів, в поперечному напрямку пластини (вздовж осі Y)

З теоретичного розв'язку для пластини з не навантаженим отвором, із *ізотропного* матеріалу та з відношенням $w/d = 30/5 = 6$, теоретичний коефіцієнт концентрації нормальних напружень $\alpha \approx 2.6$ (див. підрозділ 1.3 й рис. 1.5-а), і це його верхня межа. В пункті 2.4.3 для шару матеріалу зі стрічкою УОЛ-300-1А, орієнтованої в напрямку силового навантаження, на основі теоретичного розв'язку (1.7) з деякою поправкою на відносну ширину ортотропної пластини, отримали для *ненавантаженого* отвору $\tilde{\alpha} \approx 6.5$. Якщо це так було б і для випадку болтового з'єднання, що аналізується, то, відповідно до значень номінальних напружень з таблиці 3.6, максимальні напруження σ_x в отворах пластини з ПКМ БЗ, що аналізується, не повинні перевищувати 500 МПа та 170 МПа відповідно.

Для пластини з того ж *ортотропного* матеріалу, з навантаженим болтом отвором з наближеного теоретичного розв'язку (1.9) маємо $\tilde{\alpha} \approx 14.2$.

Тоді, відповідно до значень номінальних напружень з таблиці 3.6, максимальні напруження σ_x в отворах пластини з ПКМ БЗ, що аналізується, не повинні перевищувати 1093 МПа та 370 МПа відповідно. Але останнє не узгоджується з розрахунковими даними, наведеними на графіках рис. 3.21 і рис. 3.22 та у таблиці 3.5.

Одну з причин пояснюють ті ж графіки рис. 3.21: зусилля N_i сприймають, в основному, шари ПКМ з кутом укладання 0 градусів, значно менше – шари з кутами укладання ± 45 градусів, а шари з кутом укладання 90 градусів – фактично не сприймають. Тобто площа перетину, яка створює активний спротив зусиллю N_i – значно менша, ніж розрахункова у формулах (3.12). Другою причиною є вигин пластини з ПКМ, що викликає збільшення максимальних значень напружень в лівій частині графіків рис. 3.21.

З даних графіків рис. 3.22 маємо, що узагальнений коефіцієнт концентрації напружень (ККНо) у першого та другого отворів досягав значень приблизно у 18.8 та 14.6 одиниць. Якщо $((\sigma_x)_{\max})_i$ узяти з графіків рис. 3.22, а $((\sigma_x)_{\text{ном}})_i$ – з таблиці 3.6, то ККНо у першого та другого отворів досягне значень приблизно у 19.5 та 44 одиниць.

Отже, в болтовому з'єднанні ситуація з $(\sigma_x)_{\max}$ в послаблених отворами пластинах з ПКМ дуже відрізняється від "класичних" уявлень і потребує додаткового аналізу.

3.3.3.4 Оцінювання окремих складових розривного напруження

У напруженнях σ_x , зображених на графіках рис. 3.21, можна виділити три складові: від зусилля згвинчування, позначимо їх як $\bar{\sigma}_x$, від розтягування пластини силою N_x , позначимо їх як $\underline{\sigma}_x$, та від згинання пластини тією ж силою N_x , позначимо їх як $\underline{\sigma}_x$. Розглянемо ці складові окремо, причому з лінійності властивостей матеріалу

$$\sigma_x = \bar{\sigma}_x + \underline{\sigma}_x + \underline{\sigma}_x. \quad (3.14)$$

Контактної складової на поверхні отвору немає, оскільки ці зони отворів у ПКМ не є зонами контакту, про що свідчить рис. 3.3. Під поверхнею отворів "відгомони" контактних напружень можуть проявлятися, але ними нехтуємо.

В поясненні до рис. 3.17-б вказано, що тільки від згинчування з'єднання максимальне значення в точці 2 (тобто на лінії 4 рис. 3.20-а) $\sigma_x \approx (30 \div 40)$ МПа, тобто не перевищують 3% від максимальних значень σ_x від повного навантаження (див. рис. 3.21). Тому приймемо, що $\bar{\sigma}_x \approx 35$ МПа.

При оцінюванні напружень від згину, тобто $\underline{\sigma}_x$, використовуються результати розрахунків та коефіцієнт згину, у даному випадку це буде формула

$$k_u = \frac{\sigma_u}{\underline{\sigma}_x} = \frac{\sigma_u}{\sigma_0 - \bar{\sigma}_x}, \quad (3.15)$$

де амплітудні напруження згину σ_u та середні напруження σ_0 обчислюються за формулами

$$\sigma_u = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}, \quad \sigma_0 = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad (3.16)$$

а розрахункові напруження σ_{\max} та σ_{\min} беруться з графіків напружень $\sigma_x = \sigma_{11}$ (див. рис. 3.21-а) по товщині пластини в ослабленому отвором перетині, тобто на лінії 4, зображеної на рис. 3.20-а. Інакше кажучи, з цих графіків потрібно виділити складову напружень розтягу без напружень згину, а також згинальну складову, причому можливою нелінійністю графіків останньої нехтують.

У таблицю 3.5 були поміщені максимальні пікові значення напружень $((\sigma_x)_{\max})_i$, $i=1,2$ в отворах, які відповідають крайньому лівому піку рис. 3.21-а. Це є значення для σ_{\max} у формулах (3.16). А в таблицю 3.7 помістили аналогічні пікові значення $((\sigma_x)_{\max})_i$, $i=1,2$ в отворах, які відповідають

крайньому правому піку рис. 3.21-а. Це є значення для σ_{\min} у формулах (3.16).

Таблиця 3.7

Мінімальні значення пікових напружень $((\sigma_x)_{\max})_i$, $i = 1, 2$ у отворів,
МПа

Вариант структуры	$((\sigma_x)_{\max})_1$				$((\sigma_x)_{\max})_2$				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$((\sigma_x)_{\max})_1$	$((\sigma_x)_{\max})_2$
ПКМ–0	404	309	296	210	38	-53	-63	-365	305	-111
ПКМ–I	565	473	466	397	138	82	1	62	475	71
ПКМ–II	720	614	591	537	271	216	193	80	616	190
ПКМ–III	829	757	729	670	388	292	284	165	746	282
ПКМ–IV	798	715	710	657	354	244	272	179	720	262
ПКМ–V	805	717	699	672	360	314	317	218	723	302

Таблиця 3.8

Значення напружень $(\sigma_u)_i$, $i = 1, 2$ у отворів, МПа

Вариант структуры	$(\sigma_u)_1$				$(\sigma_u)_2$				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\sigma_u)_1$	$(\sigma_u)_2$
ПКМ–0	577	589	590	562	560	604	582	672	580	604
ПКМ–I	492	528	514	469	497	518	558	465	501	509
ПКМ–II	373	420	412	364	389	406	397	417	392	402
ПКМ–III	263	289	283	250	267	296	282	293	271	284
ПКМ–IV	271	298	299	252	283	315	328	299	280	306
ПКМ–V	280	310	300	255	290	312	294	292	286	297

Розраховані згідно з (3.16) та (3.15) значення σ_u , σ_0 та k_u поміщено в таблицях 3.8, 3.9 та 3.10 відповідно.

Таблиця 3.9

Значення напружень розтягу $(\bar{\sigma}_x)_i$, $i = 1, 2$ у отворів, МПа

Вариант структуры	$(\bar{\sigma}_x)_1$				$(\bar{\sigma}_x)_2$				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\bar{\sigma}_x)_1$	$(\bar{\sigma}_x)_2$
ПКМ–0	946	863	851	737	563	516	484	272	849	459
ПКМ–I	1022	966	945	831	600	565	524	492	941	545
ПКМ–II	1058	999	968	866	625	587	555	462	972	557
ПКМ–III	1057	1011	977	885	620	553	531	423	982	532
ПКМ–IV	1034	978	974	874	602	524	565	443	965	533
ПКМ–V	1050	992	964	892	615	591	576	475	975	564

Таблиця 3.10

Значення коефіцієнта згину $(k_u)_i$, $i = 1, 2$ у отворів

Вариант структуры	$(k_u)_1$				$(k_u)_2$				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(k_u)_1$	$(k_u)_2$
ПКМ–0	0,610	0,683	0,693	0,763	0,995	1,171	1,203	2,471	0,687	1,460
ПКМ–I	0,481	0,547	0,544	0,564	0,828	0,917	1,065	0,945	0,534	0,939
ПКМ–II	0,352	0,420	0,425	0,420	0,622	0,691	0,715	0,902	0,404	0,733
ПКМ–III	0,249	0,286	0,289	0,282	0,431	0,535	0,531	0,692	0,277	0,547
ПКМ–IV	0,262	0,304	0,307	0,288	0,470	0,601	0,580	0,675	0,290	0,582
ПКМ–V	0,267	0,313	0,311	0,286	0,472	0,528	0,510	0,614	0,294	0,531

Як і очікувалося, найбільші значення коефіцієнта згину $(k_u)_i$, $i = 1, 2$ на поверхнях отворів реалізуються в структурі ПКМ-0, а найменші – в структурі

ПКМ-III (у таблиці 3.10 виділені сірим фоном). При цьому значення коефіцієнта згину для другого отвору виявилось приблизно вдвічі більшим, ніж для першого отвору.

3.3.3.5 Оцінювання коефіцієнтів концентрації розривного напруження

Залишилося оцінити коефіцієнт концентрації напружень шару (ККНс) $\bar{\sigma}_x$, тобто тільки від "чистого" розтягу, а також узагальнений коефіцієнт концентрації напружень σ_x шару (ККНос).

Коефіцієнти концентрації напружень шару ККНс $(\tilde{\alpha}_{(\bar{\sigma}_x)})_i, i=1,2$ підраховуються як результат ділення значень напружень $\bar{\sigma}_x$ з таблиці 3.9 на відповідні їм значення номінальних напружень $(\sigma_x)_{nom}$ таблиці 3.6. Результати поміщено у таблицю 3.11.

Таблиця 3.11

Значення коефіцієнтів концентрації напружень шару (ККНс)

$(\tilde{\alpha}_{(\bar{\sigma}_x)})_i, i=1,2$ на поверхні отворів пластини з ПКМ

Вариант структуры	$(\tilde{\alpha}_{(\bar{\sigma}_x)})_1$				$(\tilde{\alpha}_{(\bar{\sigma}_x)})_2$				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\tilde{\alpha}_{(\bar{\sigma}_x)})_1$	$(\tilde{\alpha}_{(\bar{\sigma}_x)})_2$
ПКМ–0	12,3	11,2	11,1	9,6	20,9	19,8	17,3	9,7	11,0	16,9
ПКМ–I	13,3	12,5	12,3	10,8	22,2	22,6	20,2	17,6	12,2	20,6
ПКМ–II	13,7	13,0	12,6	11,2	25,0	23,5	21,3	16,5	12,6	21,6
ПКМ–III	13,7	13,1	12,7	11,5	24,8	22,1	20,4	15,1	12,8	20,6
ПКМ–IV	13,4	12,7	12,6	11,4	24,1	21,0	22,6	15,8	12,5	20,9
ПКМ–V	13,6	12,9	12,5	11,6	24,6	23,6	23,0	17,6	12,7	22,2

Узагальнені коефіцієнти концентрації напружень шару (ККНос) $(\tilde{\alpha}_{(\sigma_x)})_i, i=1,2$ підраховуються діленням значень максимальних напружень $(\sigma_x)_{max}$ з

таблиці 3.5 на відповідні їм значення "класичних" номінальних напружень $(\sigma_x)_{nom}$ таблиці 3.6. Результати поміщено у таблицю 3.12.

Таблиця 3.12

Значення узагальнених коефіцієнтів концентрації напружень шару

ККНос $(\tilde{\alpha}_{(\sigma_x)})_i, i=1,2$ на поверхні отворів пластини з ПКМ

Вариант структуры	$(\tilde{\alpha}_{(\sigma_x)})_1$				$(\tilde{\alpha}_{(\sigma_x)})_2$				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\tilde{\alpha}_{(\sigma_x)})_1$	$(\tilde{\alpha}_{(\sigma_x)})_2$
ПКМ–0	20,2	19,3	19,2	17,3	42,9	44,4	39,3	35,0	19,0	40,4
ПКМ–I	20,1	19,9	19,4	17,3	41,9	44,7	43,0	35,4	19,2	41,2
ПКМ–II	19,0	18,9	18,4	16,4	41,9	41,1	37,9	32,6	18,2	38,4
ПКМ–III	17,6	17,3	16,8	15,2	36,9	35,4	32,6	26,8	16,7	32,9
ПКМ–IV	17,4	17,0	17,0	15,1	36,8	35,0	37,1	27,8	16,6	34,1
ПКМ–V	17,7	17,4	16,9	15,4	37,6	37,5	36,2	29,7	16,8	35,2

Для другого отвору коефіцієнти ККНс і ККНос більші, ніж для першого, оскільки послаблений перетин у першого отвору передає повне навантаження, а у другого – тільки ту частину навантаження, яку сприймає другий болт. Це призводить до значно менших номінальних напружень у другому перетині, ніж у першому, при тому, що максимальні напруження в перетинах близькі за значеннями.

У статті [44] узагальнені коефіцієнти концентрації напружень мали асимптотичне обмеження приблизно у 11 одиниць. У ній аналізувалося однорядне однозрізне болтове з'єднання металів (а не КМ), а також варіювалися не структури та зазори, а зусилля згвинчування та навантаження.

Варто відзначити, що якщо для підрахунку номінальних напружень використати площу не повного нетто-перетину, а лише частину його, заповнену шаром з кутом укладання 0 градусів, то розрахункова площа зменшиться вчетверо, тому вчетверо збільшаться номінальні напруження

таблиці 3.6 і вчетверо зменшаться коефіцієнти концентрації напружень таблиць 3.11 й 3.12. Тоді їхні значення будуть порівнянні зі значеннями, отриманими в [44] для однорідного матеріалу. До речі, стандарт пропонує обов'язково обмовляти, який перетин використався для розрахунку номінальних напружень.

Навіщо потрібен будь-який ККН, коли відоме $(\sigma_x)_{\max}$? Не потрібен. Але коли значення $(\sigma_x)_{\max}$ не відоме, то простий алгоритм обчислення потрібного ККН звільняє від складних розрахунків. Його потрібно знайти.

3.3.3.6 Висновки

За результатами чисельного моделювання можна сформулювати наступні основні висновки з аналізу розривних напружень та коефіцієнтів концентрації напружень в зонах отворів у пластинах з ПКМ зразка болтового з'єднання показано, що:

- існують значні впливи як структури, так і величини зазору між бічними поверхнями болта та отвору, на величини максимальних (пікових) напружень вздовж лінії 4 рис. 3.20-а;
- найбільші значення коефіцієнта згину на поверхнях отворів реалізуються в структурі ПКМ-0, а найменші – в структурі ПКМ-III. При цьому значення коефіцієнта згину для другого отвору приблизно вдвічі більше, ніж для першого отвору;
- коефіцієнт концентрації напружень шару, ККНс, досягав значення у майже 14 одиниць для першого отвору, та 25 одиниці – для другого отвору;
- узагальнений коефіцієнт концентрації напружень шару, ККНос, досягав значення у 20 одиниць для першого отвору, та майже 45 одиниць – для другого отвору.

3.4 Висновки до розділу 3

З проведеного аналізу особливостей в розподілу характеристик НДС в зонах отворів у пластинах із ПКМ зразка БЗ зробили такі основні висновки:

- для поверхонь контакту:
 - обриси поверхонь контакту можна назвати "хвилястими", внаслідок згину болтів вони мають змінну ширину, причому максимум ширини спостерігається у нижній крайки отвору;
 - частка площі контактної поверхні від загальної площі поверхні отвору в ПКМ $\Delta_c = A_c / A$ майже не залежить від структури ПКМ та є спадною експоненціальною функцією (3.1) від величини бічного зазору болт/отвір;
 - збільшення зазорів призводить до збільшення максимальних значень контактних розподілених зусиль на поверхні отворів і бічних поверхнях болтів;
 - підбором структури ПКМ можна зменшити максимальні значення розподілених контактних зусиль на поверхні отворів і бічних поверхнях болтів на чверть або майже вдвічі (структура ПКМ-III відносно ПКМ-0);
- для болтів:
 - підтверджені висновки щодо s -подібного характеру деформування (та наслідків з цього) осей болтів в однозрізному болтовому з'єднанні, зроблені раніше в статті [50], але для з'єднання металів;
 - сили N_i , що припадають на кожний болт, з результатів скінченно-елементних розрахунків надійніше визначати з умови врівноваження частини зразка в перерізах болтів шляхом порівняння рівнодіючих сил, що відповідають дотичним (зрізним) напруженням τ_{xz} . При цьому "автоматично" враховуються сили тертя;

- розрахунки підтвердили наявність ефекту, виявленого в роботі [50], що при віднульовому циклі навантаження N_x в точці бічної поверхні болта, яка контактує з крайкою отвору в ПКМ, реалізується майже симетричний цикл змін осьового напруження σ_z . Це може змінити характер втомного руйнування болта: відрив замість зрізу;
- для поверхонь отвору в пластині з ПКМ:
 - в шарах ПКМ зі стрічки (з кутами укладання 0 й 90 градусів) тільки від затягування болтів (тобто при $N_x = 0$) на виході шару в отвір, коли волокна стрічки дотичні до поверхні отвору, виникають спрямовані уздовж волокон незначні напруження розтягу (величиною приблизно у $30 \div 50$ МПа у змодельованому випадку);
 - є значна, але лише часткова залежність нормальних напружень σ_x та σ_y на поверхні отвору, від жорсткості болта: при збільшенні жорсткості на порядок напруження змінювалися у два й більше рази;
 - при зміні жорсткості болта всі величини σ_z під впливом сили згвинчування залишаються негативними, тому зусилля згвинчування не повинне бути надмірним;
 - існує значні впливи як структури, так і величини зазору між бічними поверхнями болта та отвору, на величини максимальних (пікових) розривних напружень σ_x вздовж лінії 4 рис. 3.20-а;
 - найбільші значення коефіцієнта згину на поверхнях отворів реалізуються в структурі ПКМ-0, а найменші – в структурі ПКМ-III. При цьому значення коефіцієнта згину для другого отвору приблизно вдвічі більше, ніж для першого отвору;
 - коефіцієнт концентрації напружень шару (ККНс) досягав значення у 13.7 одиниць для першого отвору, та 25 одиниці – для другого отвору;

- узагальнений коефіцієнт концентрації напружень шару (ККНос) досягав значення у 20.2 одиниць для першого отвору, та 44.7 одиниць – для другого отвору.

Матеріали розділу 3 опубліковано у статтях [149]; [150]; [152]; [153].

РОЗДІЛ 4

Аналіз міцності однозрізних дворядних болтових з'єднань із ПКМ з урахуванням факторів, що аналізуються

4.1 Особливості розрахунків на міцність болтів болтового з'єднання пластин із ПКМ з урахуванням структури та бічних зазорів болт/отвір

В болтових з'єднаннях пластин із ПКМ зазвичай застосовують інженерні методики розрахунків, розглянуті у розділі 1.3.

З розділу 3.2.1 логічно випливає, щодо розрахунків болтів на міцність, що ситуація дещо відрізняється від "класичної", коли з'єднуються ізотропні матеріали.

Зазвичай, статична міцність болта в болтовому з'єднанні визначається зонами різьби та переходу циліндричної частини болта до голівки (не розглядаємо), а для циліндричної частини болта – умовами зрізу (в площині зрізу) та зминання (на бічній поверхні болта) [42, 43].

Циклічна (втомна) міцність оцінюється перерахунком амплітудних та середніх значень напружень на симетричний цикл навантаження стандартного зразка з цього матеріалу. В цій процедурі вагоме місце відводиться на обчислення еквівалентних напружень, причому враховуються лише "основні" напруження: осьові від згину, а також ті, що зминають поверхню [56].

4.1.1 Статична міцність болтів

Титановий сплав з високою міцністю ВТ-16, з якого виготовлений болт, має $\alpha + \beta$ фази, тому він помірно пластичний (відносне подовження при руйнуванні 5-6%) після загартування, та пластичний після відпускання [4, 25, 65]. Сплав вважається ізотропним. Тобто на статичну міцність болт можна розраховувати за енергетичним критерієм [55], що використовує еквівалентне напруження σ_{Mises} , графіки якого для БЗ з ПКМ наведено на рис.

3.10-г – рис. 3.12-г. На відміну від аналітичних розв’язків, при застосуванні програм, що використовують метод скінченних елементів, зазвичай значення σ_{Mizes} обчислюються відразу у всіх скінченних елементах як відома комбінація всіх компонент тензора напружень. Тому не виникає потреби в сортуванні напружень на впливові та не дуже впливові, якими можна знехтувати.

Максимальне значення σ_{Mizes} реалізувалося в місці з округленим переходом до верхньої голівки болта (у галтелі), а саме на лінії 2 (див. рис. 2.9-а) при $Z \approx 5$ мм (рис. 3.11-г), причому його значення фактично не залежало від обраної структури ПКМ. Це – пікове значення (тут приблизно 1200 МПа), і воно може бути "зрізане" внаслідок пластичного деформування при першому ж навантаженні з’єднання. Нагадаємо, що піковими значеннями на лінії 1 (див. рис. 2.9-а) при $Z \approx -6.7$ мм нехтуємо, оскільки в цьому місці повинен існувати перехід до різьби, а не до голівки.

При $N_x = 0$ (відсутності зовнішнього навантаження) напруження σ_{Mizes} під голівкою верхнього болта дорівнювало приблизно 800 МПа (від затягування). Тобто після прикладення сили $N_x = 10$ КН величина σ_{Mizes} під голівкою верхнього болта зросла майже у 1.5 разів. Це є наслідком S – подібного вигину болта.

"Сплеск" σ_{Mizes} під поверхнею бічної поверхні болта (при $Z = 0$ й $X \approx -2$ мм та $X \approx 2$ мм на рис. 3.12-г) не є випадковим: він пов’язаний з контактним характером взаємодії цієї поверхні з крайкою отвору в швелері. Як відомо ще з теорії контакту Герца [18, 55], при контакті неузгоджених поверхонь максимум інтенсивності напружень реалізується під поверхнею контакту. При контакті узгоджених поверхонь максимум інтенсивності напружень реалізується теж під поверхнею контакту [66], але зона контакту зазвичай значно більша, тому й максимум зменшений, але присутній. Вказані вище два пікові значення з величинами приблизно 650 МПа й 725 МПа, що виникли внаслідок контактної взаємодії, і це *принципово важливе*, можуть

бути зниженими лише частково, тобто не можуть бути "зрізаними" пластичними деформаціями (зминанням) поверхні. При цьому найбільше значення у 725 МПа ($X \approx 2$ мм на рис. 3.12-г) практично не залежить від обраної структури ПКМ.

Щодо не пікових розподілів σ_{Mizes} з великими значеннями, то фактично незалежно від застосованої структури ПКМ, маємо величини від 600 МПа до 700 МПа при $Z \approx -3 \dots -1$ мм (рис. 3.10-г).

В "інженерному" підході умова міцності "на зрізання" для i -го болта (див. пункт 1.5.1) дається формулою (1.1), а саме

$$\tau_i = \frac{N_i}{A} \leq [\tau]_{shear}; i = 1, 2, \quad (4.1)$$

де у нашому випадку площа перерізу болта $A = \pi d^2 / 4 \approx 19.6 \text{ мм}^2$ ($d = 5$ мм), а умова міцності на зминання контактної поверхні болта – формулою (1.2), а саме

$$(\sigma_{CM})_i = \frac{|N_i|}{A_{CM}} \leq [\sigma]_{bearing-bolted}; i = 1, 2, \quad (4.2)$$

де приведена площа зминання $A_{CM} = hd = 26.1 \text{ мм}^2$ (товщина пластини із ПКМ $h = 5.22$ мм).

Щодо величин силового навантаження на болти N_i ; $i = 1, 2$, то вони були визначені в пункті 3.2.2.

Ще один висновок зробимо з даних, наведених в пункті 3.2.2: "інженерні" підходи дозволяють отримувати оцінки міцності болтів у болтовому з'єднанні з ПКМ, але з підвищеними похибками. В правих частинах формул (4.1) та (4.2) присутні допустимі напруження, в яких криються відповідні коефіцієнти запасу на міцність. Згідно з частковим врівноваженням N_x силами тертя, коефіцієнти запасу на міцність в цих формулах є завищеними приблизно на 20...30 відсотків. Там, де йде боротьба за вагу (авіація, космонавтика тощо), це може бути важливим. Але при наявності вібрації величина сили N_x^* , що сприймається за рахунок тертя, може значно знижуватися, це теж треба мати на увазі.

Підсумовуючи, можемо констатувати, що статична міцність болта залежить від напружень, що виникають під голівкою болта та в різьбленні, зрізують та зминають ("класичні" уявлення, але з поправкою на вплив сил тертя), а також і під бічною поверхнею болта на рівні "площини зрізу" (від контакту з крайкою отвору), і вздовж тієї бічної поверхні болта, яка розтягується при його згинанні.

4.1.2 Про втомну міцність болтів

В книзі [53] наведений докладний аналіз цього питання стосовно авіаційних конструкцій.

За новітньою методикою, що рекомендована для оцінювання втомної міцності зрізних болтів у з'єднаннях елементів авіаційних конструкцій з композиційним матеріалами [56], необхідно мати амплітуди повздовжнього напруження й напружень зминання на бічній поверхні болта (при $Z \approx 0$ мм в нашому випадку), а також коефіцієнт асиметрії циклу напружень, що реалізується в робочому циклі навантаження-розвантаження. Комбінація розрахункових величин порівнюється з характеристиками втомної міцності матеріалу згідно з залежністю Герберера та після приведення до кривої втоми симетричного циклу навантаження.

На рис. 3.12-а при $X \approx 2.5$ мм (на бічній поверхні болта) при наявності зусилля, що розтягує, величиною $N_x = 10$ КН, реалізовувалися від'ємні значення $\sigma_z \approx -(350 \dots 400)$ МПа. А при $N_x = 0$ (див рис. 2.8) $\sigma_z \approx 230$ МПа. Це означає, що при віднульовому циклі навантаження $N_x \in [0 \rightleftharpoons 10]$ КН в цій точці бічної поверхні болта реалізується майже симетричний цикл змін осьового напруження σ_z . Ефект був виявлений в роботі [50], і в наших розрахунках він знову підтверджується. Цей ефект дуже негативний, оскільки при циклічному навантаженні симетричний цикл є найбільш руйнівним. До того ж це може змінити характер втомного руйнування болта: відрив замість зрізу. Для докладного вивчення цього питання потрібно проводити ґрунтовні та великі дослідження, що не є темою даної роботи.

4.2 Особливості розрахунків на зминання поверхонь отворів у пластині із ПКМ однозрізного болтового з'єднання з урахуванням структури та бічних зазорів болт/отвір

В практиці розрахунків болтових з'єднань пластин з ПКМ зазвичай застосовують інженерні методики розрахунків, розглянуті у підрозділі 1.3.

З пункту 3.2.2 логічно випливає, щодо розрахунків поверхонь отворів на зминання, що ситуація дещо відрізняється від "класичної".

4.2.1 Інженерний варіант розрахунку композита на зминання

Розрахунок на зминання контактних поверхонь отворів у пластині із ПКМ можна проводити по класичній формулі (1.2), в яку додатково введена функція впливу декількох параметрів:

$$\frac{|N_i|}{h_i d_i} \cdot F(q_1, q_2, \dots) \leq [\sigma]_{bearing-hole}; \quad i = 1, 2, \quad (4.3)$$

де N_i – сумарне зусилля, сприймане i -м отвором (болтом); h_i – товщина пластини навколо i -го отвору; d_i – номінальний діаметр i -го отвору; $F(q_1, q_2, \dots)$ – функція, що враховує вплив параметрів БЗ: вихідної величини зазору δ_i (на діаметр) між бічними поверхнями i -го болта й отвору в пластині із ПКМ, структури шаруватого ПКМ, вигину й т.д.; $[\sigma]_{bearing-hole}$ – довідкове напруження, що допускається, на зминання найбільш навантаженого шару матеріалу пластини із ПКМ.

4.2.2 Знаходження зусиль, сприйраних поверхнями отворів

В підрозділі 3.2 одержали, що приблизно (20-30)% зусилля, прикладеного до зразка, сприймалася силою тертя між поверхнями пластини із ПКМ і швелера й не передавалася через контакти в отворах. У зв'язку із цим ввели коефіцієнт $\chi < 1$, що визначає ту частину від сили N_x , що сприймається болтами, тоді $N_1 + N_2 = \chi N_x$. Ще в підрозділі 3.2 одержали, що відношення середніх (в перетинах болтів, що перерізують) дотичних

напружень мають незначну залежність від зазорів і структури. Сили, сприймані болтами (і отворами), підраховували по формулі

$$N_i = (\tau_{xz})_m)_i \cdot A_i; \quad i = 1, 2, \quad (4.4)$$

де $A_i = \pi d_i^2 / 4$ – площі поперечних перерізів кожного болта. Позначили, що $N_1 / N_2 = k$. Тепер сили, які сприймали отвори, виразили такими формулами (див. формули (3.7))

$$N_1 = N_x \chi \omega; \quad N_2 = N_x \chi (1 - \omega), \quad (4.5)$$

де коефіцієнт $\omega = k / (1 + k)$.

Для подальшого аналізу частину потрібних даних з таблиці 3.1 помістили у відповідні частини таблиці 4.1, туди ж помістили значення ω для різних структур і зазорів, а також середнє для всіх варіантів зазорів і структур значення ω_m .

З таблиці 4.1 маємо, що середньоквадратичне відхилення величин ω від середнього ω_m склало не більше 3.2%, тому в (4.5) замість конкретного для структури та величини зазору значення ω можна використати середнє для всіх значення ω_m .

Помножили значення $((\tau_{xz})_m)_i$ таблиці 4.1 на площу поперечного перерізу болта $A \approx 19.635 \text{ мм}^2$, одержали значення $N_i, i = 1, 2$. Оскільки задавали $N_x = 10 \text{ КН}$, то можна підрахувати значення $\chi = (N_1 + N_2) / N_x$. Результати помістили в таблицю 4.2. Природно, що величини $\omega = N_1 / (\chi N_x) = 1 - N_2 / (\chi N_x)$, а також ω_m , будуть такими ж, як у таблиці 4.1, тобто знов їх обчислювати не потрібно.

Величини $(p)_i = |N_i| / (h_i d_i)$ у формулі (4.3) фактично є усередненими значеннями контактного тиску в проекції профілю отвору на площадку, перпендикулярну напрямку дії сили.

Якби матеріал пластини був ізотропним, то саме $(p)_i$ порівнювали б зі значенням $[\sigma]_{\text{bearing-hole}}$. Для пластин з композиційного матеріалу цього робити не можна.

Таблиця 4.1

Середні значення дотичних напружень $(\tau_{xz})_m$ у перетинах болтів, величини k , ω і ω_m

Варіант структури	$(\tau_{xz})_m$, МПа								$k = ((\tau_{xz})_m)_1 / ((\tau_{xz})_m)_2$				ω				ω_m
	Зазор δ , мкм								Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм				
	Болт 1				Болт2												
	0	10	20	70	0	10	20	70	0	10	20	70	0	10	20	70	
ПКМ–0	202	210	217	224	180	174	183	186	1,12	1,21	1,18	1,20	0,528	0,548	0,541	0,545	0,540
ПКМ–I	199	202	202	212	176	167	170	185	1,14	1,21	1,19	1,15	0,533	0,548	0,544	0,535	
ПКМ–II	182	201	202	207	162	167	175	183	1,12	1,20	1,15	1,13	0,528	0,545	0,535	0,531	
ПКМ–III	185	202	201	215	169	169	169	182	1,09	1,20	1,19	1,18	0,521	0,545	0,544	0,541	
ПКМ–I	182	199	200	211	164	167	169	187	1,11	1,20	1,18	1,13	0,526	0,545	0,541	0,531	
ПКМ–V	181	200	198	216	162	164	168	178	1,12	1,22	1,18	1,22	0,528	0,550	0,541	0,550	

Таблиця 4.2

Значення зусиль, що створюють тиски в отворах; величини χ

Варіант структури	N_i , Н								$\chi = (N_1 + N_2) / N_x$			
	Зазор δ , мкм								Зазор δ , мкм			
	Отвір 1				Отвір 2							
	0	10	20	70	0	10	20	70	0	10	20	70
ПКМ–0	3966	4123	4261	4398	3534	3416	3593	3652	0,750	0,754	0,785	0,805
ПКМ–I	3907	3966	3966	4163	3456	3279	3338	3632	0,736	0,725	0,730	0,780
ПКМ–II	3574	3947	3966	4064	3181	3279	3436	3593	0,675	0,723	0,740	0,766
ПКМ–III	3632	3966	3947	4222	3318	3318	3318	3574	0,695	0,728	0,726	0,780
ПКМ–I	3574	3907	3927	4143	3220	3279	3318	3672	0,679	0,719	0,725	0,781
ПКМ–V	3554	3927	3888	4241	3181	3220	3299	3495	0,673	0,715	0,719	0,774

4.2.3 Сприйняття шарами ПКМ контактної тиску в отворах

Розрахунками було отримано (див. підрозділ 3.1), що розподіл контактної тиску в отворі пластини із ПКМ є дуже нерівномірним – див. рис. 4.1 (повторення рис. 3.4-а).

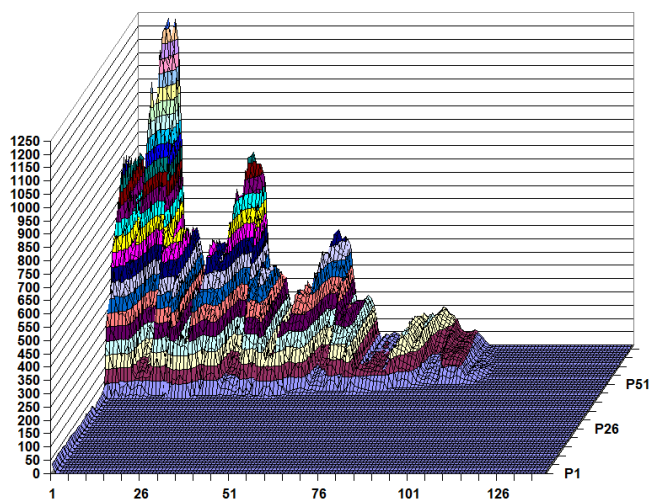


Рис. 4.1 – Графік контактних тисків, МПа, на поверхні першого отвору в зразку болтового з'єднання з $\delta=20$ мкм, ПКМ-0

кутом укладання 0°) жорсткість бічної поверхні, то саме ці шари в шаруватому КМ повинні змінатися в першу чергу.

Оцінимо частку від загального зусилля N_i , сприйману шарами з кутом укладання 0° . Припустимо, що ця частка дорівнює частці в "еквівалентному" модулі Юнга, що приходить на шар. Скористаємося формулою Фойгта, що застосовується для підрахунку "еквівалентних" пружних модулів односпрямованого композита й дає верхню оцінку [3]:

$$E_{ekv} = (\sum V_i h_i E_i) / h_\Sigma, \quad (4.6)$$

де V_i – вагова частина i -го шару в односпрямованому композиті; E_i – модуль пружності; h_i – номінальна товщина шару; h_Σ – сумарна товщина шарів. Для характерної підструктури композита $[45/0/-45/90]$ формулу (4.6) перепишемо як

$$(E_{11})_{ekv} = [h_L(E_{11})_0 + h_L(E_{22})_{90} + \lambda 2h_T(E_{11})_{\pm 45}] / h_\Sigma, \quad (4.7)$$

Максимуми відповідають шарам з укладкою уздовж дії сили N_i , тобто з кутом укладання 0° , а мінімуми (але не нулі) – поперечно розташованим шарам (з кутом укладання 90°). Оскільки таких шарів – невелика кількість, то й локальних максимумів і мінімумів – небагато. Якщо болт буде мати порівнянну (із шарами КМ із

де коефіцієнт приведення λ при відомому значенні $(E_{11})_{ekv}$ дозволяє (при необхідності) перерахувати внесок модулів пружності шарів, покладених під кутами $\pm 45^\circ$ до основного напрямку. З виразу (4.7) маємо, що

$$\lambda = \frac{h_\Sigma(E_{11})_{ekv} - h_L((E_{11})_0 + (E_{22})_{90})}{2h_T(E_{11})_{\pm 45}}. \quad (4.8)$$

З (4.7) також маємо формули для оцінки відносних внесків шарів з різними кутами укладання в опір деформуванню в основному напрямку:

$$\begin{aligned} \eta_0 &= h_L((E_{11})_0) / (h_\Sigma(E_{11})_{ekv}); \quad \eta_{90} = h_L((E_{22})_0) / (h_\Sigma(E_{11})_{ekv}); \\ \eta_{\pm 45} &= \lambda 2h_T(E_{11})_{\pm 45} / (h_\Sigma(E_{11})_{ekv}). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Використовуючи значення модулів з табл.2.3 і табл.2.6 підрозділу 2.2, товщини шарів 0.235 мм (УОЛ-300-1А) і 0.220 мм (УТ-900-3А), одержимо, що $\lambda \approx 0.5865$, і (у числах)

$$(E_{11})_{ekv} = 38736 + 2066 + 22158 = (0.615252 + 0.032813 + 0.351935) \cdot 62960 = 62960.$$

Таким чином, маємо відносні внески шарів з різними кутами укладання в опір деформуванню в основному напрямку: $\eta_0 = 38736 / 62960 \approx 0.6153$; $\eta_{90} \approx 0.0328$; $\eta_{\pm 45} \approx 0.3519$. Якби шари пручалися однаково, то внески всіх були б обернено пропорційні кількості шарів. У цьому випадку підструктура має чотири шари з різними кутами укладання, тому введемо відповідний показник $s = 1/4 = 0.25$. Розділивши на s значення η_0 , η_{90} і $\eta_{\pm 45}$, одержимо, у скільки разів змінюється величина розрахункового середнього тиску $((p_X)_i)_m = N_i / (h_i d_i)$ при перерахунку на шар:

$$\beta_0 = \eta_0 / s \approx 2.461; \quad \beta_{90} = \eta_{90} / s \approx 0.1313; \quad \beta_{\pm 45} = \eta_{\pm 45} / s \approx 1.408. \quad (4.10)$$

Отримане значення β_0 перевірили в чисельному експерименті із застосуванням МСЕ. Змодельовали розтяг вузької пластини з ПКМ, з розмірами перетину, як і в зразку, що аналізується (табл.2.1). Отримали, що $\beta_0 \approx 2.439$, тобто від значення (4.10) відрізнялося лише на 0.9 %.

Коефіцієнти β_0 , β_{90} та $\beta_{\pm 45}$ не повністю, але в значній мірі й прямо характеризують вплив структури ПКМ на перерозподіл контактних тисків,

що виникають від сили N_i . Оскільки $\beta_0 > 1$, то на нього необхідно помножити чисельник формули (4.3), тобто тепер можна прийняти, що для найбільш навантаженого шару параметр $q_1 = \beta_0$, тоді функція впливу

$$F(q_1, q_2, \dots) = \beta_0 \cdot f_q(q_2, q_3, \dots). \quad (4.11)$$

У таблицю 4.3 помістили величини тисків, підраховані з даних таблиці 4.2, по формулі (4.3) без функції впливу, а також помножені на β_0 , тобто при $f_q(q_2, q_3, \dots) = 1$ у формулі (4.11). Урахували, що в зразку $h_i d_i = 26.1 \text{ мм}^2$.

Таблиця 4.3

Значення усереднених контактних тисків в отворах, МПа

Варіант струк- тури	$(p)_i = N_i / h_i d_i$								$(\tilde{p})_i = (p)_i \cdot \beta_0$							
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм			
	Отвір 1				Отвір 2				Отвір 1				Отвір 2			
	0	10	20	70	0	10	20	70	0	10	20	70	0	10	20	70
ПКМ-0	152	158	163	169	135	131	138	140	374	389	402	415	333	322	339	344
ПКМ-I	150	152	152	159	132	126	128	139	368	374	374	393	326	309	315	343
ПКМ-II	137	151	152	156	122	126	132	138	337	372	374	383	300	309	324	339
ПКМ-III	139	152	151	162	127	127	127	137	343	374	372	398	313	313	313	337
ПКМ-IV	137	150	150	159	123	126	127	141	337	368	370	391	304	309	313	346
ПКМ-V	136	150	149	162	122	123	126	134	335	370	367	400	300	304	311	330

Якби не було вигину болтів, то значення $(\tilde{p})_i$, можливо, збіглися би з розрахунковими.

4.2.4 Максимальні рівні контактних напружень

Вигин болта формує різні рівні контактних напружень, сприйманих шарами з кутом укладання 0° (див. рис. 4.1). З результатів розрахунку для структур ПКМ-0 і ПКМ-III склали таблицю значень цих напружень (таблиця 4.4). У ній як Z позначили координату серединної площини шару, відлічену від серединної площини пластини із ПКМ.

Причина появи ненульового тиску на верхньому виході з першого отвору ($Z=2.284$ мм) при зазорі $\delta=0$ обговорювалася в підрозділі 3.1. Вона не пов'язана з вигином болта, тому це (116 МПа) значення можна проігнорувати (викреслити).

Таблиця 4.4

Максимальні значення контактних тисків у шарах з кутом укладання 0° ,
МПа

Варіант струк- тури	Z, мм	Зазор δ , мкм. Отвір 1				Зазор δ , мкм. Отвір 2			
		0	10	20	70	0	10	20	70
ПКМ-0	2,284	0	0	0	0	116	0	3	0
	1,414	0	0	0	0	93	51	55	0
	0,544	148	129	119	120	176	172	180	165
	-0,544	371	356	370	381	337	346	359	412
	-1,414	608	629	655	672	465	544	594	658
	-2,284	963	1053	1133	1148	777	867	962	1093
ПКМ-III	0,979	67	35	39	17	161	116	101	68
	0,544	117	105	106	117	151	155	148	158
	0,109	185	173	178	204	203	206	205	220
	-0,109	217	219	226	260	214	235	239	254
	-0,544	338	325	327	363	309	327	332	354
	-0,979	552	548	553	613	464	506	507	546

На основі даних таблиці 4.4 для цих двох структур підраховали середні значення $(p_m)_i$ від максимальних значень контактних тисків p_{\max} у шарах з кутом укладання 0° , усереднену згинальну складову $(p_u)_i$, а також коефіцієнти згину $(k_u)_i$:

$$(p_m)_i = \frac{1}{6} \sum_{n=1}^6 (p_{\max})_n; \quad (p_u)_i = 0.5(p_{\max} - p_{\min});$$

$$(k_u)_i = (p_u)_i / (p_m)_i; \quad i=1,2, \quad (4.12)$$

де в якості p_{\max} й p_{\min} приймали максимальні й мінімальні значення зі стовпців таблиці 4.4.

Результати розрахунків помістили в таблицю 4.5.

Таблиця 4.5

Середні значення (від максимальних) контактних тисків у шарах з кутом укладання 0° , МПа; коефіцієнти згину

Варіант структури	Характеристика	Отвір 1. Зазор δ , мм				Отвір 2. Зазор δ , мм			
		0	10	20	70	0	10	20	70
ПКМ-0	p_m , МПа	348	361	380	387	308	330	359	388
	k_u	1,38	1,46	1,49	1,48	1,26	1,31	1,34	1,41
ПКМ-III	p_m , МПа	246	234	238	262	250	258	255	267
	k_u	0,99	1,10	1,08	1,14	0,61	0,76	0,80	0,90

Як і очікувалося, структура ПКМ-III має найменший коефіцієнт згину. Крім того, вона має й менші рівні середнього тиску на шари з кутом укладання 0° . Це – результат розташування шарів з кутом укладання 0° ближче до серединної площини пластини.

Якщо тепер підрахувати пікові значення контактних тисків по формулі

$$(\tilde{p}_{\max})_i = (\tilde{p})_i (1 + k_u); \quad i=1,2, \quad (4.13)$$

те одержимо величини, близькі до максимальних значень контактних тисків таблиці 4.4, що видно з даних таблиці 4.6.

Множником $(1 + k_u)$ фактично ввели ще один параметр функції впливу, тобто $q_2 = k_u$ й одержали її у вигляді

$$F(q_1, q_2, \dots) = \beta_0 \cdot (1 + k_u) \cdot f_q(q_3, q_4, \dots). \quad (4.14)$$

Таблиця 4.6

Порівняльні дані максимальних контактних тисків у шарах з кутом укладання 0°

Варіант структури	Характеристика	Отвір 1. Зазор δ , мм				Отвір 2. Зазор δ , мм			
		0	10	20	70	0	10	20	70
ПКМ-0	$p_{\sim \max}$, МПа	890	957	1001	1029	753	744	793	829
	p_{\max} , МПа	963	1053	1133	1148	777	867	962	1093
	$\delta_{p_{\max}}$, %	7,6	9,1	11,7	10,4	3,1	14,2	17,6	24,2
ПКМ-III	$p_{\sim \max}$, МПа	683	785	774	832	504	551	563	640
	p_{\max} , МПа	552	548	553	613	464	506	507	546
	$\delta_{p_{\max}}$, %	-23,7	-43,2	-40,0	-35,7	-8,6	-8,9	-11,0	-17,2

4.2.5 Вплив величини бічного зазору

Дані таблиці 4.6 показали наявність неврахованого впливу бічного зазору на величини максимальних контактних тисків у шарах з кутом укладання 0° , хоча частково ці впливи було враховано при обчисленні сил N_i , що діють на болт (отвір).

Для одержання виразів функції впливу величини δ розглянули такі можливості та обставини.

1. Незначність впливу бічного зазору. Судячи з даних таблиці 4.5, за винятком випадку нульового зазору, можна з хорошою точністю нехтувати таким впливом на величини коефіцієнта згину k_u . А нульовий зазор на практиці не реалізується.

2. Хоча для різних структур одержали різні величини коефіцієнта згину k_u , він не повною мірою відповідає вимогам до поправочних функцій, оскільки для різних структур й отворів розрахункові відхилення виявляються або позитивними, або негативними;

3. Момент вигину. Сила N_x створює щодо площини зрізу момент вигину, рівний $N_x h_z / 2$. Частина цього моменту сприймається контактними тисками поверхонь контакту голівки болта із пластиною із ПКМ, а інша частина – контактними тисками на бічних поверхнях отворів у пластині із ПКМ. При вигині балки із ПКМ величина $\sigma_{\max} = M z_{\max} / J_Y$, де M – згинальний момент, що доводиться на перетин балки в актуальному перетині; z_{\max} – віддалення шару ПКМ, у якому реалізується σ_{\max} , від нейтрального шару балки; $(J_Y)_i$ – момент інерції перетину, що сприймає вигин, відносно осі Y . Якщо прийняти, що й у пластині формула дає досить точний розв’язок, а при зміні структури ПКМ величини згинального моменту M не змінюються, то вплив структури на σ_{\max} можна визначити відношенням цих напружень для різних структур. Наприклад, $z^* = (\sigma_{\max})_{ПКМ-III} / (\sigma_{\max})_{ПКМ-0} = (z_{\max} / J_Y)_{ПКМ-III} / (z_{\max} / J_Y)_{ПКМ-0}$. Оскільки ширина пластини в обох випадках однакова, то $z^* = ((z_{\max})_{ПКМ-0} / (z_{\max})_{ПКМ-III})^2$. Але підстановка з таблиці 4.4 значень z_{\max} дає надмірно великі величини z^* . Тобто найпростіша функція впливу z^* може мати вигляд $f_{z^*} = 1 + \alpha \cdot z^*$, де необхідно мати алгоритм визначення коефіцієнта $0 < \alpha < 1$. Це дуже ускладнює розрахунки.

4. Площі контакту в отворах. Як показали розрахунки болтових з’єднань у тривимірній контактній постановці, болт, передаючи навантаження через однозрізне БЗ, *s-подібно* вигинається. І завжди в однозрізному болтовому з’єднанні вигинається пластина із ПКМ і з’являється бічний клиноподібний зазор між боковою поверхнею болта й поверхнею отвору (див. підрозділи 3.2, 3.3 та статтю [50] (рис. 3.9 в підрозділі 3.2, рис. 3.14 й рис. 3.16 в підрозділі 3.3, рис. 11 в [50])). Це призводить до зменшення площі реальної контактної поверхні. Зі збільшенням зазору болт-отвір ця площа стає все менше (див. підрозділи 3.2, 3.3).

У підрозділі 3.1 наведені розрахункові дані про величини $\Delta_c = A_c / A$, тобто про відношення площ бічних поверхонь отворів, навантажених контактним тиском, до повної площі бічної поверхні отвору. Ці дані апроксимували єдиною для всіх структур спадаючою експоненціальною функцією від величини зазору на діаметр δ (див. рис. 3.2). Вплив зазору є істотним. Але в підрозділі 3.1 A – загальна площа бічної поверхні отвору, а при розгляді питання про змінання матеріалу поверхні потрібна тільки половина, з контактними тисками. Тому отримані в підрозділі 3.1 значення потрібно збільшити у два рази. Отже, можна ввести функцію впливу величини зазору

$$f_\delta(\delta_i) = \mu + \nu \exp(-\chi \delta_i); \quad f_\delta(0) = (\mu + \nu) < 1. \quad (4.15)$$

Отримані в підрозділі 3.1 значення μ й ν збільшили у два рази, одержали для функції (4.15) $\mu = 0.227$, $\nu = 0.70$, $\chi = 0.025$ при зазорі δ_i (на діаметр), вираженому в мікрометрах. Значення $f_\delta(0) < 1$ пояснюється тим, що частина силового навантаження сприймається БЗ за рахунок тертя між його елементами. Якщо ж тертя буде відсутнє (або ж "зніматися" вібрацією), то функція $f_\delta(0) \approx 1$, що перевірено розрахунком (див. підрозділ 3.1). Зменшення значення функції $f_\delta(\delta)$ зі збільшенням величини зазору δ викликається збільшенням вигину болта.

Однак напряду ввести (4.15) у коригувальну функцію $F(q_1, q_2, q_3, \dots) = \beta_0 \cdot (1 + k_u) \cdot f_\delta(\delta_i) \cdot f_q(q_4, q_5, \dots)$ неможливо, оскільки, як це видно з даних таблиці 4.4 і рис. 3.2 з підрозділу 3.1, вплив зміни Δ_c на пікові величини контактних тисків не настільки значний, до того ж він частково врахований формулами (4.4) і (4.5).

4.2.6 Варіанти проведення розрахунку болтового з'єднання із ПКМ на зминання

Проведений вище аналіз дозволяє запропонувати два варіанти алгоритму перевірочних розрахунків на контактну міцність (зминання отвору) болтового з'єднання із шаруватим композитом.

Варіант 1 – уточнена оцінка:

1. Проведення скінченно-елементного моделювання характерної ділянки болтового з'єднання, з максимально можливим згущенням сітки СЕ в зоні отворів і моделюванням кожного шару композита мінімум трьома СЕ по товщині (інакше пікові значення будуть повністю зрізані при відображенні результатів). Для зменшення розміру породжуваної системи рівнянь можна застосовувати змішану модель композита, обґрунтовану в статті [49]. Задачу формулювати як контактну, з урахуванням тертя, а також з урахуванням зазорів й інших конструктивно-технологічних факторів [27, 46];

2. Проведення розрахунків моделі (достатньо персональної ЕОМ зі збільшеним розміром оперативної пам'яті);

3. Одержання з результатів розрахунків пікових значень контактних тисків $(p_{\max})_i$ в отворах і порівняння їх з напруженням, що допускаються на зминання для матеріалу даного шару: $(p_{\max})_i \leq [\sigma]_{\text{bearing-hole}}$, що за змістом відповідає "класичній" інженерній формулі $|N_i| / (h_i d_i) \leq [\sigma]_{\text{bearing-hole}}$; $i = 1, 2$.

Варіант 2 – експрес-оцінка:

1. Проведення (яким-небудь методом, зокрема, одиничним розрахунком як у варіанті 1, з подальшим застосуванням формул (4.4) і (4.5)) оцінки величини зусилля, що доводиться на i -й отвір болтового з'єднання;

2. Підрахунок величини наведеного тиску в отворі $(p_m)_i = |N_i| / (h_i d_i)$, що фігурує в лівій частині інженерної формули $|N_i| / (h_i d_i) \leq [\sigma]_{\text{bearing-hole}}$;

3. Підрахунок величини "еквівалентного" модуля пружності $(E_{11})_{\text{ekv}}$ ПКМ;

4. Оцінка внеску шарів ПКМ, покладених під кутом 0° до основного напрямку дії навантаження, тобто величини η_0 , використовуючи першу

формулу (4.9) або іншу з аналогічним призначенням. Підрахунок по формулі $(p_m)_i = (p_m)_i \cdot \eta_0 / s$ величини наведеного тиску, що доводиться на шари з кутом укладання 0° ;

5. Оцінка коефіцієнта згину k_u в пластині проведенням одиничного уточненого розрахунку (як у варіанті 1) або яким-небудь іншим способом;

6. Підрахунок максимального значення контактного тиску в отворі, по формулі (4.13), тобто $(p_{\max})_i = (\tilde{p}_m)_i \cdot (1 + k_u)$, $i = 1, 2$ і порівняння їх з напруженням, що допускають на зминання для матеріалу даного шару: $(p_{\max})_i \leq [\sigma]_{\text{bearing-hole}}$.

Зазначимо, що обидва варіанти потребують проведення розрахунків із застосуванням МСЕ.

4.2.7 Висновки до підрозділу 4.2

Результати аналізу розрахункових даних дозволили зробити наступні загальні висновки:

1. Уточнені перевіірочні розрахунки БЗ на контактну міцність (зминання отвору) неможливі без застосування чисельних моделей із застосування МСЕ й у контактній постановці;

2. З тією же метою, у якості наближеної (експрес) оцінки можна використати формулу (4.3) з поправочною функцією (4.14) при $f_q(q_3, q_4, \dots) \approx 1$, тобто $F(q_1, q_2, \dots) \approx \beta_0 \cdot (1 + k_u)$, що підтверджено величинами погрішностей, наведеними у таблиці 4.6, з якими можна погодитися;

3. Ланцюжок формул (4.6) ... (4.10) дозволяє з точністю до 1% визначити величину β_0 ;

4. Для кращого визначення поправочної функції $F(q_1, q_2, \dots)$ необхідно проводити додаткові дослідження – натурні й чисельні.

4.3 Розрахунки на статичну міцність ослаблених отворами перетинів болтових з'єднань із шаруватими композитами

4.3.1 Проблема статичного розрахунку ослабленого перетину композитної пластини БЗ на розрив

Інженерний ("класичний") розрахунок на розрив ортотропної пластини на міцність в ослабленому i -м отвором перетині проводиться за формулою (1.4), а саме

$$\frac{|\underline{N}_i| \underline{\alpha}_i}{h(w - md_i)} \leq [\sigma]_{tensile_hole}; \quad i=1, 2, \quad (4.16)$$

де \underline{N}_i – зусилля, сприймане перетином, ослабленим i -м отвором; $\underline{\alpha}_i$ – узагальнений коефіцієнт концентрації напружень у i -го отвору (ККНо); h , w – товщина й ширина пластини в зоні отвору; m – кількість болтів ряду в перетині шириною w (тут $m=1$); $[\sigma]_{tensile_hole}$ – допустиме напруження на розрив матеріалу. Без врахування впливу згину ККНо $\underline{\alpha}_i$ вироджується у звичайний ККНк $\tilde{\alpha}_i$.

Очевидно, що величина \underline{N}_1 для перетину, найближчого до силового навантаження N_x , практично дорівнює цьому навантаженню, тобто $\underline{N}_1 \approx N_x$. Точніше за все оцінити величину \underline{N}_2 можна через отримане з результатів розрахунків значення середнього зсувного напруження $(\tau_{zx})_m$ в площі зрізу другого болта (див. підрозділ 3.2 та формулу (3.7)), тобто як

$$\underline{N}_2 \approx ((\tau_{zx})_m)_2 \cdot A_2, \quad (4.17)$$

де $A_2 = \pi d_2^2 / 4$; d_2 – номінальний діаметр другого болта.

Отже, у застосуванні формули (4.16) для БЗ із ПКМ є лише одна проблема: з величиною ККНо $\underline{\alpha}_i$ для нетто-перетину.

4.3.2 Попередня оцінка узагальненого коефіцієнта концентрації напружень в ослабленому перетині пластини із ПКМ

У підрозділі 3.3.3.5 вдалося отримати значення коефіцієнта концентрації напружень у отворів в пластині із ПКМ для *максимально навантаженого шару* (ККНо шару, або ККНос), з урахуванням бічного зазору болт/отвір і структури ПКМ. Якщо вдасться оцінити частку від загального зусилля \underline{N}_i , сприйману в ПКМ цим шаром, то можна буде користуватися формулою (4.16), тобто (1.4), без змін, фактично перейшовши до методу розрахунку за локальним напруженим станом.

Як і в підрозділі 4.2, знов припустили, що ця частка дорівнює частці, що доводиться на шар, в "еквівалентному" модулі Юнга в напрямку дії силового навантаження. Як і у підрозділі 4.2, скористалися формулою Фойгта (4.6), застосовуваної для підрахунку "еквівалентних" пружних модулів композита, яка дає верхню оцінку [3], а також формулами (4.7) ... (4.9). Знов отримали, що відносні внески шарів з різними кутами укладання в опір деформуванню в основному напрямку: $\eta_0 \approx 0.6153$, $\eta_{90} \approx 0.0328$, $\eta_{\pm 45} \approx 0.3519$. З них максимальний внесок у першого отвору $\eta_1 = \eta_0$. Тепер, якщо ми візьмемо максимальне значення ККНос з таблиці 3.12 для поверхні ПКМ у першого отвору, а саме $\underline{\tilde{\alpha}}_1 \approx 20.2$ (структура ПКМ-0, зазор $\delta = 0$ мкм), то

$$|\underline{N}_1| \underline{\tilde{\alpha}}_1 = |\underline{N}_1| \eta_1 \underline{\tilde{\alpha}}_1 \approx |\underline{N}_1| \cdot 0.6153 \cdot 20.2 \approx |\underline{N}_1| \cdot 12.4, \quad (4.18)$$

тобто можемо вважати, що в перерахуванні від шару з кутом укладання 0 градусів, для формули (4.16), реалізувалося значення ККНо $\underline{\alpha}_i = 12.4$. Для порівняння: в [44], як гранично можливі (рис. 9), отримані значення, трохи менші 11 одиниць (табличних даних немає, є лише графіки), причому на металах і при варіюванні іншими параметрами болтового однозрізного болтового з'єднання.

Оцінимо ситуацію біля другого отвору. У таблиці 3.12 значення ККНос для ПКМ у другого отвору дорівнює 42.9 для структури ПКМ-0 та відсутності зазору. При цьому, відповідно до таблиці 3.6, відношення

номінальних напружень у перетинах у отворів 2 й 1, $\zeta = 26/77 \approx 0.3377$. Оскільки ослаблені перетини мають однакову площу, то й $\underline{N}_2 = \zeta \underline{N}_1 \approx 0.3377 \underline{N}_1$. Аналогічно (4.18) маємо

$$|\underline{N}_2| \tilde{\alpha}_2 = |\underline{N}_2| \eta_2 \tilde{\alpha}_2 = |\underline{N}_1| \zeta \eta_2 \tilde{\alpha}_2 \approx |\underline{N}_1| \cdot 0.3377 \cdot 0.6153 \cdot 42.9 \approx |\underline{N}_1| \cdot 8.90, \quad (4.19)$$

тобто небезпечна зона перетину у другого отвору завантажена менше, ніж у першого, незважаючи на більше значення ККНос для ПКМ у цього отвору.

Примітка 4.1. МСЕ, як метод апроксимації розв'язків, має декілька недоліків, один із яких – неможливість отримання точних пікових значень напружень. Для цього є причини. Головна: у МСЕ збирається система алгебраїчних рівнянь (САР) щодо переміщень, потім вони один раз диференціюються – знаходяться деформації й, через закон пружності, визначаються напруження. Тобто навіть для СЕ другого порядку апроксимації переміщень (у розповсюджених скінченно-елементних кодах більш високий порядок не використовується) розподіл деформацій і напружень у межах кожного СЕ – лінійний. Друга важлива причина: для документування результатів (графіки, таблиці), у кожному СЕ значення напружень з Гаусових точок інтегрування, за лінійним законом, екстраполюються у вузли СЕ, де додатково усереднюються, якщо вузол має входження в кілька СЕ. Тому точне значення ККНо $\underline{\alpha}_1$ повинне бути дещо більше отриманого виразом (4.18) значення ККНо $\underline{\alpha}_1 \approx 12,4$. Очевидно, що для інших структур ПКМ і зазорів, а також матеріалів шарів ПКМ значення ККНо будуть іншими.

На рис. 4.2 зображена кольорова гама отриманих в розрахунках рівнів напружень σ_{11} , тобто в напрямку головної осі ортотропії матеріалу, при пошаровому моделюванні ПКМ і при використанні "еквівалентних" модулів пружності в ПКМ, узятих з таблиці 2.6.

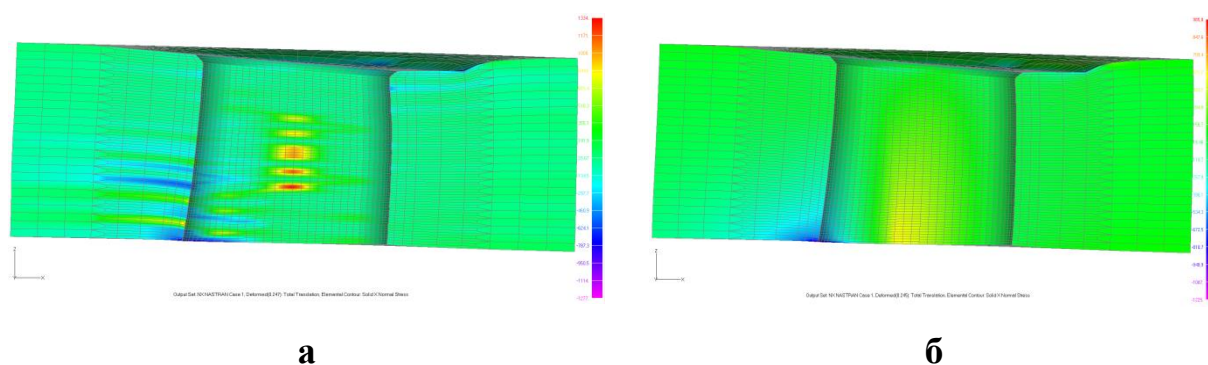


Рис. 4.2 – Моделі зразка, напруження σ_{11} (МПа) на поверхнях у 1-го болта, $\delta = 10$ мкм, анімація: (а) – пошарове моделювання, ПКМ-III; (б) – ПКМ із "еквівалентними" модулями пружності

На рисунках видно, що зміна геометрії практично ідентична, але розподіл напружень й їхні максимальні величини (1334 МПа й 528 МПа) – дуже різні. Висновок: у відсутності аналітичних рішень розрахунки напружень в найбільш навантажених шарах ПКМ за МСЕ неминучі, і вони повинні здійснюватися на пошарових, уточнених моделях.

4.3.3 Базовий коефіцієнт концентрації розривного напруження

В розділі 1.3.2 приведена наближена формула (1.9), отримана в роботі [90]. В ній $\zeta = d / w$, де d – діаметр отвору, а w – ширина пластини. Ця формула отримана теоретично для 2D-ортотропної пластини одиничної товщини, з навантаженим болтом отвором, при відсутності тертя та бічного зазору болт/отвір. З неї для шару БЗ з УОЛ-300-1А маємо теоретичний ККНк $\tilde{\alpha}(1/6) \approx 16.3$. Оскільки в таблиці 2.3 для УОЛ-300-1А немає коефіцієнта μ_{yx} , то його обчислювали, згідно з першою формулою із (2.25), як $\mu_{yx} = \mu_{21} = E_{22}\mu_{12} / E_{11}$.

В пункті 4.3.2 для структури ПКМ-0 без зазорів болт/отвір отримали значення ККНо $\underline{\alpha}_1 = 12,4$ та $\underline{\alpha}_2 = 8,9$. Очевидно, що ККНк $\tilde{\alpha}(\zeta)$ з (1.9) та ККНо $\underline{\alpha}_i$ не повинні обов'язково співпадати, оскільки вираз для $\tilde{\alpha}(\zeta)$ у (1.9) є теоретичним, для пластини одиничної товщини, без вигину, тертя та зазорів болт/отвір. Реальні ККНо у отворів повинні бути одночасно зменшеними, ніж теоретичні ККНк, внаслідок впливу сусідніх шарів, а також збільшеними

внаслідок наявності тертя та згину пластини в однозрізному БЗ. Невизначеним є вплив сусіднього отвору, причому він може бути навантаженим болтом або без болта (з якої причини – не важливо). Отже, факторів впливу багато, тому потрібні додаткові дослідження.

Для перевірки формули (1.9) провели розрахунки з використанням МСЕ, зі згущенням сітки СЕ у зоні концентрації напружень. Знову використали СЕ типу CNEXA Solid Parabolic, але пластину моделювали одним шаром.

Раніше, в пункті 2.4.3 провели перевірку якості моделей зразка болтового з'єднання з ПКМ з огляду на збіжність результатів. Зокрема, прийшли до висновку, що скінченно-елементна модель пластини із розміром сітки 0.025×0.025 мм для випадку одного отвору дала результати, дуже близькі до теоретичних (отвір – не навантажений, пластина мала в плані ті ж розміри, що й пластина в зразку, матеріал пластини – ізотропний або ортотропний). З погляду на це будемо вважати, що і для навантаженого болтом отвору та ж скінченно-елементна модель пластини із розміром сітки 0.025×0.025 мм для випадку одного отвору дасть результати, дуже близькі до теоретичних.

Отже, аналогічно з п.2.4.3, створили скінченно-елементні моделі для пластини ($w=30$ і $d=5$) з такими розмірами сторін СЕ в площині ХУ у зоні концентрації напружень у отвору: $0,025 \times 0,025$ й $0.22 \times 0,17$ мм, причому остання отримана з моделі зразка БЗ (рис. 2.4-а) видаленням зайвих СЕ й геометрії. Прикладали навантаження, що розтягує пластину, як розподілене на торці пластини, величиною $83,333333$ МПа, щоб мати $(\sigma_{nom})_1 \approx 100$ МПа.

У моделях в отвори *без зазорів* вставляли короткі циліндри із властивостями сплаву ВТ-16 (див. таблицю 2.2), які фіксували за умовами симетрії розв'язку щодо площини ХZ.

В одній з моделей, для перевірки формули (1.9), змодельовали лише перший отвір, матеріал пластини – стрічка УОЛ-300-1А з кутом укладання 0° , тертя в контактній парі отвір-болт не задавали. Ця модель дала ККНк

$\tilde{\alpha}_1(1/6)_{MCE} \approx 16,0$. Порівняно з ККНк $\tilde{\alpha}(1/6) \approx 16,3$, отриманим за формулою (1.9), відхилення склало лише приблизно -1,8%. До того ж пікове значення, отримане за допомогою МСЕ, і повинне бути дещо меншим, ніж отримане аналітичним розв'язком. Тобто можна зробити висновок, що формула (1.9) та розв'язок МСЕ дали фактично однаковий результат для ККНк $\tilde{\alpha}(1/6)$. Але формула (1.9) не враховує тертя, зазор, згин, вплив сусідніх шарів та інші фактори, присутні в реальних болтових з'єднаннях.

Ще в одній з моделей, для перевірки впливу близького (13,5 мм) від отвору краю пластини, змодельовали лише другий отвір (тобто прибили отвір до краю пластини), тертя в контактній парі отвір-болт не задавали. Ця модель за МСЕ дала ККНк $\tilde{\alpha}_2(1/6)_{MCE} \approx 21,4$, тобто вплив близького краю пластини є, до того ж – значний. На тих же двох моделях, але при заданому коефіцієнті тертя 0.3 між болтом та отвором отримали відповідно $\tilde{\alpha}_1(1/6)_{MCE} \approx 17,4$ та $\tilde{\alpha}_2(1/6)_{MCE} \approx 23,0$. Тобто, врахування тертя підвищило ККНк у отворів на 8,6% та 7,5% відповідно.

Крім цих чотирьох розрахунків, провели розрахунки для пластини з двома отворами, в яких або були обидва болти, або одного з них не було. Для порівняння були задіяні моделі зі збільшеним розміром СЕ в зоні концентрації напружень.

Для пластини використали два матеріали: зі стрічкою УОЛ-300-1А з кутом укладання 0° , а також ізотропний з модулем Юнга таким, як й E_{11} в УОЛ-300-1А, тобто $E = 1.5 \cdot 10^5$ МПа й близьким коефіцієнтом Пуассона: $\mu = 0.3$.

Отримані у найбільш навантаженого отвору значення α_1 , α_2 , $\tilde{\alpha}_1$ або $\tilde{\alpha}_2$ й їхніх погрешностей звели в таблиці 4.7 та 4.8. В них **I** – модель з розміром СЕ у зоні концентрації 0.025×0.025 мм, а **IV** – 0.22×0.17 мм (як і у пп.2.4.3.3).

Таблиця 4.7

Значення коефіцієнтів концентрації напружень й їхніх погрішностей для різних варіантів матеріалу пластини, розмірів сіток СЕ та наявності болтів у отворах (контактна задача, коефіцієнт тертя 0.3, зазор відсутній)

Модель	Варіанти моделі пластини											
	Ізотропний матеріал						УОЛ-300-1А, кут укладання 0°					
	1-ий болт		2-ий болт		обидва болти		1-ий болт		2-ий болт		обидва болти	
	$\underline{\alpha}_1$	$\delta\underline{\alpha}_1, \%$	$\underline{\alpha}_2$	$\delta\underline{\alpha}_2, \%$	$\underline{\alpha}_1$	$\delta\underline{\alpha}_1, \%$	$\tilde{\alpha}_1$	$\delta\tilde{\alpha}_1, \%$	$\tilde{\alpha}_2$	$\delta\tilde{\alpha}_2, \%$	$\tilde{\alpha}_1$	$\delta\tilde{\alpha}_1, \%$
I	6,99	0	7,29	0	5,69	0	18,0	0	22,5	0	15,2	0
IV	6,72	-2,43	7,09	-2,74	5,43	-4,57	17,8	-1,11	22,6	+0,44	14,8	-2,63

Таблиця 4.8

Значення коефіцієнтів концентрації напружень й їхніх погрішностей для різних варіантів матеріалу пластини, розмірів сіток СЕ та наявності болтів у отворах (контактна задача, коефіцієнт тертя 0, зазор відсутній)

Модель	Варіанти моделі пластини											
	Ізотропний матеріал						УОЛ-300-1А, кут укладання 0°					
	1-ий болт		2-ий болт		обидва болти		1-ий болт		2-ий болт		обидва болти	
	$\underline{\alpha}_1$	$\delta\underline{\alpha}_1, \%$	$\underline{\alpha}_2$	$\delta\underline{\alpha}_2, \%$	$\underline{\alpha}_1$	$\delta\underline{\alpha}_1, \%$	$\tilde{\alpha}_1$	$\delta\tilde{\alpha}_1, \%$	$\tilde{\alpha}_2$	$\delta\tilde{\alpha}_2, \%$	$\tilde{\alpha}_1$	$\delta\tilde{\alpha}_1, \%$
I	5,95	0	6,25	0	4,92	0	16,6	0	21,0	0	13,7	0
IV	5,87	-1,34	6,22	-0,48	4,86	-1,22	16,5	-0,60	21,3	+1,43	13,9	+1,46

На рис. 4.3 наведені деякі результати, коли моделі мають обидва болти й задача є контактною. На рис. 4.3-а зображення нахилено під незначним кутом, а також застосована "анімація": накладення значно збільшених переміщень. Кут зоні контакту дійсно близький до 90 градусів. Графіки рис. 4.3-б показують, що основні відмінності значень $\sigma_{11} = \sigma_x$ в послабленому отвором перетині пластини спостерігаються у поверхні отвору (ліва частина

графіків), причому при збільшенні розміру сітки СЕ насамперед зменшуються пікові значення напружень.

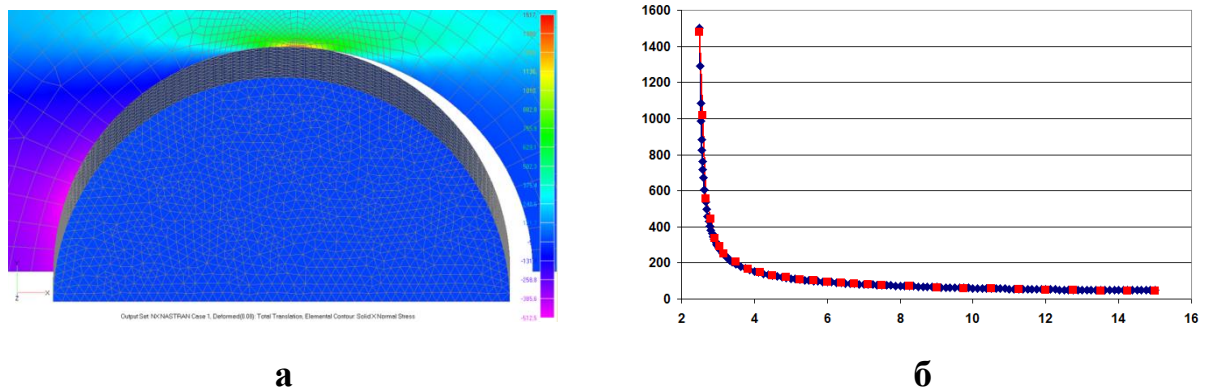


Рис. 4.3 – Напруження $\sigma_{11} = \sigma_x$ (МПа) у отвору 1: (а) – на поверхнях одношарової моделі I, анімація; (б) – у вузлах ослабленого перетину (♦ – модель I; ■ – модель IV)

Висновки з даних таблиці 4.7 та 4.8 (отвори навантажені болтами, контактна задача):

- аналогічні висновкам з таблиці 2.7, крім першого, оскільки порівнювали не з теоретичними розв'язками, а з розв'язками, отриманими на більш щільних СЕ моделях;
- є, хоча і незначний, взаємний вплив близько розташованих отворів (25 мм між їх центрами), оскільки при відсутності другого отвору на СЕ сітці тієї ж щільності отримали ККНк $\tilde{\alpha}_1(1/6)_{MCE} \approx 16.0$, а не 16.6 (приблизно 4% різниці);
- відсутність (з якої-небудь причини) одного з болтів призводить до підвищення ККНк у іншого отвору, причому відсутність 1-го болта, по відношенню до варіанту наявності обох болтів, підвищує ККНк на третину, оскільки $(22.5-15.2)/22.5=0.324$. А відсутність 1-го болта по відношенню до варіанту відсутності другого болта, підвищує ККНк на 20%, оскільки $(22.5-18.0)/22.5=0.2$;
- у таблиці 3.11 значення ККН у 1-го отвору (модель БЗ із двома болтами) у відсутності зазору (самий лівий стовпець) й тільки від розтягування пластини, при наявності тертя, отримані в межах 12,3...13,7, а в таблиці 4.7 на цій же сітці й теж у відсутності вигину та при наявності тертя

– близьке їм значення 14,8. Деяке зниження значень (у таблиці 3.11) можна пояснити впливом сусідніх шарів пакета в повних моделях.

При наявності обох болтів та врахуванні тертя в контакті болт/отвір з коефіцієнтом тертя 0,3 дало підвищення ККН на 0,8 та 1,5 пунктів (моделі IV та I відповідно). У БЗ, що працюють в умовах присутності вібрації, можна тертям нехтувати. Це стосується, насамперед, авіаційної техніки.

Для задачі згину тонкої пластини з ізотропного матеріалу й з відносно малим отвором, відомо [136] такий вираз для згинального ККН у отворі:

$$\alpha_b = (5 + 3\mu) / (3 + \mu), \quad (4.20)$$

де μ – коефіцієнт Пуассона, причому за номінальне береться напруження, середнє в ослабленому перетині. При $\mu=0,3$ маємо $\alpha_b \approx 1,80$.

З книги [143] маємо іншу формулу для оцінки згинального ККН у отворі під дією на пластину з ізотропного матеріалу розподіленого згинального моменту \underline{m} :

$$\alpha_b(\zeta, \varsigma) = f_\zeta(\zeta) \cdot f_\varsigma(\varsigma) = (1.793 + 0.131\zeta + 2.052\zeta^2 - 1.019\zeta^3)(1 - 1.04\varsigma + 1.22\varsigma^2), \quad (4.21)$$

де $\zeta = h/d$, а h – товщина пластини, причому $\sigma_{nom} = 6mw / [(w-d)h^2]$. У нашому випадку $\zeta = 5.22/5 = 1.044$, $w=30$, $\varsigma = 1/6$, тому $\alpha_b \approx 2,60$, причому $f_\zeta(1.044) \approx 3,01$, а $f_\varsigma(1/6) \approx 0,86$ одиниць.

Функція $f_\zeta(\zeta)$ є поліномом третьої степені, асимптотичні значення якої, як відомо, є нескінченності, тому її застосування повинне обмежуватися деякими межами. Очевидно, що ліва межа параметра $\zeta = h/d$ – це $\zeta = 0$, тобто безмежно тонка пластина. Від $\zeta = 0$ до $\zeta \approx 1,3737$ функція $f_\zeta(\zeta)$ зростає до величини $f_\zeta(1.374) \approx 3,204$, після чого починає швидко спадати: $f_\zeta(2) \approx 1,8$, а вже $f_\zeta(3) \approx -6,9$. Від’ємні значення цієї функції неприпустимі. Тобто ця функція обмежена в застосуванні незначним діапазоном зміни відносної товщини пластини, приблизно до $\zeta \leq 1,6$ (величина $f_\zeta(1,6) \approx 3,08$).

Межі застосування функції $f_{\zeta}(\zeta)$ визначає діапазон $\zeta = d / w$ від 0 до 1 (від безмежної ширини пластини до повного "зникнення" її перетину у отвору. Але в цьому діапазоні вираз $f_{\zeta}(\zeta) = 1 - 1,04\zeta + 1,22\zeta^2$ має мінімум $f_{\zeta}(0.2623) \approx 0.77836$ та два максимальних значення $f_{\zeta}(0) = 1$ й $f_{\zeta}(1) = 1,18$.

У книзі [141] вказано такі діапазони застосування формули (4.21): $1/7 \approx 0,143 \leq \zeta = h / d \leq 1$ (відносна тонка пластина) та $0 \leq \zeta = d / w \leq 0,3$.

З двох формул: (4.20) та (4.21), остання є більш новою, враховує відносні ширину та товщину пластини, тому її можна вважати більш надійною. Але в обох випадках ці формули – для ізотропного матеріалу. Для ортотропного матеріалу аналогічного аналітичного розв'язку не виявлено.

У будь-якому разі, концентрація напружень у отвору проявляється й при згині, але меншої мірою, ніж при розтяганні пластини з отвором.

У багатошаровій композитній пластині однозрізного БЗ згин пластини завжди присутній. Апроксимації, аналогічної (4.21), для таких пластин не буде ніколи (нескінченна кількість варіантів), але можлива поява, з часом, аналітичного розв'язку. Питання залишаємо відкритим.

Для розрахунку впливу згину на значення ККНос у послабленому отвором перетині не можна використати підхід, пов'язаний з коефіцієнтом згину, введеним формулою (3.15) та використаним у формулі (4.14). А саме такий: в актуальній точці знайти значення середнього напруження $(\sigma_x)_{CP}$, а також коефіцієнту згину k_u цього БЗ, тоді максимальне напруження у цій точці $(\sigma_x)_{\max} = (\sigma_x)_{CP}(1 + k_u)$. Це тому, що значення $(\sigma_x)_{CP}$ не є значенням номінального напруження в послабленому отвором перерізі. Тому величина ККНо, обчисленого, наприклад, за формулою (1.9), помножена на $(1 + k_u)$, не може дати шуканого значення ККНос.

Крім того, для визначення коефіцієнту згину k_u потрібно проводити додаткові розрахунки. Бажано знайти інший параметр.

Побудували графіки (рис. 4.4) залежності $\sigma_u(z_0^*)$, де σ_u – амплітудні напруження згину (див. формулу (3.16) та таблицю 3.8); z_0^* – відстань середини найбільш віддаленого від серединної поверхні пластини з ПКМ шару з кутом укладання 0 градусів $z_{0\max}$, поділена на половину товщини h цієї пластини, тобто $z_0^* = z_{0\max} / (h / 2)$. Для структур, що аналізуються, маємо такі значення $z_{0\max}$: 2,28375 у ПКМ-0, 1,84875 у ПКМ-I, 1,41375 у ПКМ-II, 0,97875 у ПКМ-III, ПКМ-IV та ПКМ-V. На графіках додана (для наочності) ліва асимптота $\sigma_u(0) = 0$, а права асимптота (при $z_0^* = 1$) не регламентується.

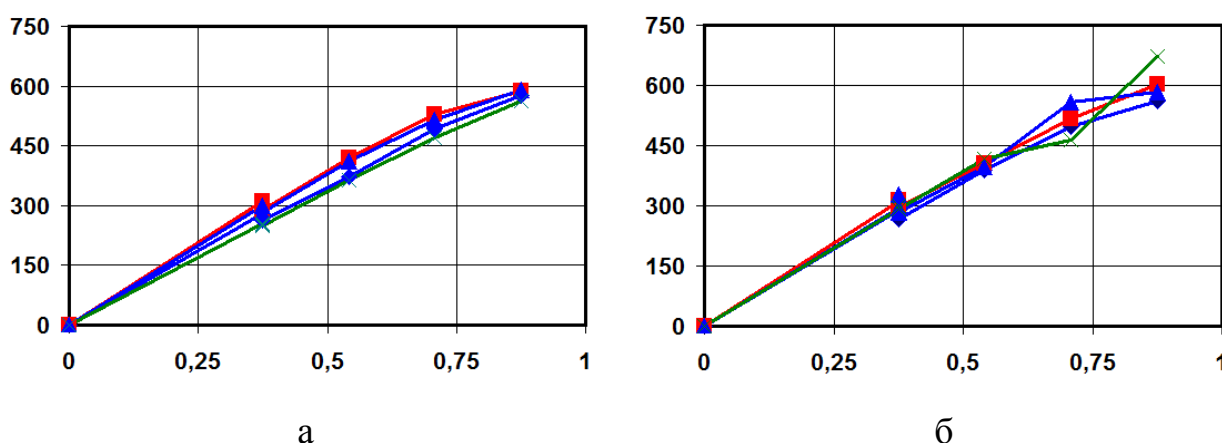


Рис. 4.4 – Графіки функції $\sigma_u(z_0^*)$ для першого (а) й другого (б) отворів.

Величини бічного зазору болт/отвір δ (мкм): \blacklozenge – 0, \blacksquare – 10, \blacktriangle – 20, \times – 70

З отриманих графіків можна зробити висновок, що амплітудні напруження згину σ_u майже лінійно залежать від z_0^* , тобто й від відстані $z_{0\max}$, і майже не залежать від величини бічного зазору δ .

Оскільки напруження σ_u безпосередньо характеризують вторинний вигин пластини з ПКМ (при $\sigma_u = 0$ його не повинно бути), то можна вважати, що функція $\sigma_u(z_0^*)$ враховує не тільки вплив структури ПКМ на вторинний вигин, а й сам вигин, а також, що вона в першому наближенні є лінійною. А

параметр z_0^* можна застосовувати для розрахунку впливу згину на значення ККНс у послабленому отвором перетині.

4.3.4 Визначення поправочної функції та її залежності від бічного зазору болт/отвір і структури ПКМ для зразка для випробування на утому

У формулі (1.9) враховані реальна ортотропія матеріалу, контакт отвору з болтом, хоча і без тертя, а також відносна ширина пластини, і ці фактори є найважливішими для БЗ з ПКМ, особливо перші два. У зв'язку із цим є сенс цю формульну оцінку ККНк $\tilde{\alpha}$ у навантаженому циліндром (болтом) отворі вважати *базовою* оцінкою (ККНб). Вона не потребує складних обчислень. Для БЗ з багат шаровими пластинами із ПКМ введемо узагальнену поправочну функцію $\underline{\psi}_i$, яка додатково буде враховувати всі інші (крім пружних характеристик, контактної взаємодії болт/отвір та відносної ширини) присутні фактори впливу, як то: згин пластини, тертя, структуру, залежність від величини зазору болт/отвір, тощо.

Для конкретного БЗ – зразка для випробування на утому, який аналізується в роботі, можна отримати залежність $\underline{\psi}_i$ від структури ПКМ та бічного зазору болт/отвір, якщо скористатися даними, наведеними у таблицях підрозділу 3.3.

Поправочну функцію $\underline{\psi}_i$ введемо як відношення між ККНс $\tilde{\alpha}$ шару БЗ з ПКМ до ККНб $\tilde{\alpha}$, підрахованого для *ортотропної*, однорідної по товщині пластини, без згину, тобто отриманим відповідно до формули (1.9).

Таблиця 4.9 містить отримані у вказаний спосіб значення $\underline{\psi}_i$, $i=1,2$ в залежності від структури та бічного зазору болт/отвір. Їх вираховували з даних таблиці 3.12 за формулами (4.18) й (4.19) відповідно для першого та другого отвору, з наступним діленням на ККНб, тобто на $\tilde{\alpha}(1/6) \approx 16,3$.

Таблиця 4.9

Значення $\underline{\psi}_i$, $i = 1, 2$ на поверхні отворів пластини з ПКМ зразка БЗ

Варіант структури	$\underline{\psi}_1$				$\underline{\psi}_2$				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\underline{\psi}_1)_{cp}$	$(\underline{\psi}_2)_{cp}$
ПКМ–0	0,763	0,729	0,725	0,653	0,547	0,566	0,501	0,446	0,717	0,515
ПКМ–I	0,759	0,751	0,732	0,653	0,534	0,570	0,548	0,451	0,724	0,526
ПКМ–II	0,717	0,713	0,695	0,619	0,534	0,524	0,483	0,416	0,686	0,489
ПКМ–III	0,664	0,653	0,634	0,574	0,470	0,451	0,416	0,342	0,631	0,420
ПКМ–IV	0,657	0,642	0,642	0,570	0,469	0,446	0,473	0,354	0,628	0,436
ПКМ–V	0,668	0,657	0,638	0,581	0,479	0,478	0,461	0,379	0,636	0,449

Значення $\underline{\psi}_i$, $i = 1, 2$ можна представити у вигляді функції:

$$\underline{\psi}_i(\delta) = \psi_i^* \cdot f_i(\delta), \quad (4.22)$$

де у якості функції ψ_i^* обрали значення $(\underline{\psi}_i)_{\delta=0}$. З таблиці 4.9 та рис. 4.5, на якому зображені графіки функцій $f_i(\delta)$, видно, що для всіх структур ці функції мають спадний характер, причому їх залежності від величин зазорів близькі до лінійних й коефіцієнти пропорційності будуть близькими. Тому можемо записати, що

$$f_i(\delta) \approx 1 - \beta_i \cdot \delta, \quad \underline{\psi}_i = \psi_i^* \cdot (1 - \beta_i \cdot \delta). \quad (4.23)$$

Спадний характер функції $f_i(\delta)$ можна пояснити зменшенням кута контактування болта з отвором при збільшенні бічного зазору болт/отвір.

Як виявилось, для формули (4.23) усереднене значення коефіцієнта $\beta \approx \beta_1 \approx \beta_2 \approx 0,002$, якщо величину бічного зазору δ підставляти у мікрометрах. Оскільки 70 мкм при діаметрі 5 мм фактично є граничною величиною зазору, що може бути дозволеним в БЗ із ПКМ, то можна вважати, що формула (4.23) діє на всьому можливому діапазоні зазорів у БЗ із ПКМ.

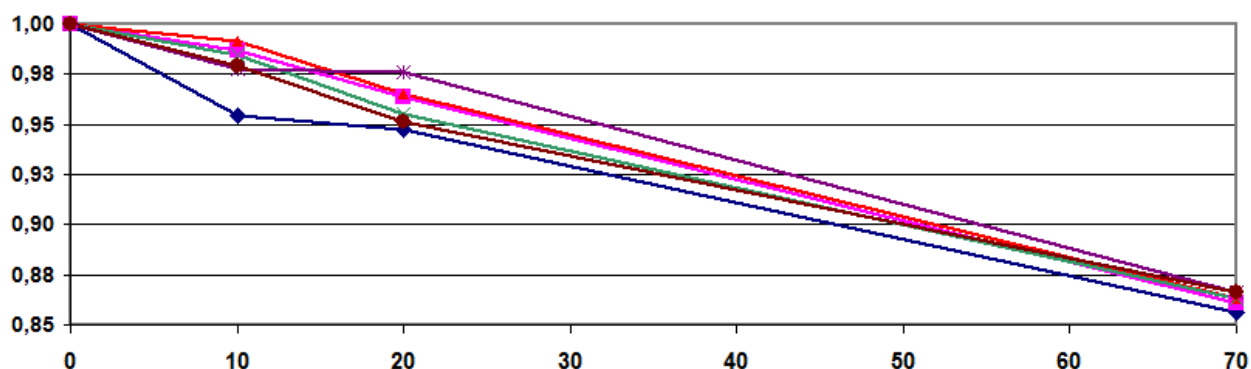


Рис. 4.5 – Графіки функції $\psi_1(\delta)$ для різних структур: \blacklozenge – ПКМ-0,

\blacksquare – ПКМ-I, \blacktriangle – ПКМ-II, \times – ПКМ-III, \star – ПКМ-IV, \bullet – ПКМ-V

Дані таблиці 4.9 перерахували шляхом ділення на значення функції $f_i(\delta)$, тобто отримали значення функції ψ_i^* . Результати звели у таблицю 4.10.

Таблиця 4.10

Значення ψ_i^* , $i = 1, 2$ на поверхні отворів пластини з ПКМ зразка БЗ

Варіант структури	ψ_1^*				ψ_2^*				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\psi_1^*)_{cp}$	$(\psi_2^*)_{cp}$
ПКМ–0	0,763	0,743	0,755	0,759	0,547	0,578	0,522	0,519	0,755	0,541
ПКМ–I	0,759	0,767	0,763	0,759	0,534	0,581	0,571	0,525	0,762	0,553
ПКМ–II	0,717	0,728	0,624	0,720	0,534	0,535	0,503	0,483	0,722	0,514
ПКМ–III	0,664	0,666	0,661	0,667	0,470	0,460	0,433	0,397	0,665	0,440
ПКМ–IV	0,657	0,655	0,668	0,663	0,469	0,455	0,493	0,412	0,661	0,457
ПКМ–V	0,668	0,670	0,665	0,676	0,479	0,488	0,481	0,440	0,670	0,472

Середні відхилення значень ψ_i^* від $(\psi_i^*)_{cp}$, $i = 1, 2$, не перевищили 0.4% та 1.5% відповідно, що прийнятно.

Як було виявлено в п.4.3.3, оскільки напруження згину проявляються на фоні напружень від затягування пакета (останні відносно малі) та від основного навантаження, що розтягує зразок, а ПКМ як матеріал вважається

лінійно-пружним, то функція впливу структури на величину ККН буде мати у першому наближенні вигляд лінійної функції

$$f_i^*(z_0^*) \approx 1 + \gamma_i \cdot (z_0^* - z_0^*), \quad (4.24)$$

де γ_i – коефіцієнт апроксимації для i -го отвору; z_0^* – значення z_0^* для "базової" структури, відносно якої проводиться порівняння, щоб $f_i^*(z_0^*) = 1$.

Створили дві таблиці. За "базову" узяли структуру з найбільшим значенням $z_0^* = 0.875$, це структура ПКМ-0. Тому усі значення рядків таблиці 4.10 поділили на відповідні (зазору δ) значення рядка структури ПКМ-0, отримали таблицю 4.11.

Таблиця 4.11

Значення $(z_0^* / z_0^*)_i$, $i = 1, 2$ на поверхні отворів пластини з ПКМ зразка БЗ

Варіант структури	$(z_0^* / z_0^*)_1$				$(z_0^* / z_0^*)_2$			
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм			
	0	10	20	70	0	10	20	70
ПКМ–0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
ПКМ–I	0,995	1,031	1,010	1,000	0,977	1,007	1,094	1,011
ПКМ–II	0,941	0,979	0,958	0,948	0,977	0,926	0,964	0,931
ПКМ–III	0,871	0,896	0,875	0,879	0,860	0,797	0,830	0,766
ПКМ–IV	0,861	0,881	0,885	0,873	0,858	0,788	0,944	0,794
ПКМ–V	0,876	0,902	0,880	0,890	0,876	0,845	0,921	0,849

Потім дані таблиці 4.11 апроксимували функцією (4.24) і отримали, що $\gamma_1 \approx \gamma_2 = \gamma \approx 0.275$. Після чого усі значення рядків таблиці 4.10 поділили на значення функції (4.24), відповідні структурі, й отримали таблицю 4.12, для якої додатково обрахували середні значення невизначеної частини функції впливу ψ_i , $i = 1, 2$.

Отже, отримали функцію впливу величин бічних зазорів болт/отвір δ та структури пластини з ПКМ, вираженої через відносні відстані шарів з кутом укладання 0 градусів, яка одночасно враховує вплив вторинного вигину:

$$\underline{\psi}_i = f_i(\delta) \cdot f_i^*(z_0^*) \approx (1 - \beta_i \cdot \delta) \cdot [1 + \gamma_i \cdot (z_0^* - \underline{z}_0^*)]. \quad (4.25)$$

Таблиця 4.12

Значення ψ_i , $i = 1, 2$ на поверхні отворів пластини з ПКМ зразка БЗ

Варіант структури	ψ_1				ψ_2				Середні значення	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм				$(\psi_1)_{cp}$	$(\psi_2)_{cp}$
	0	10	20	70	0	10	20	70		
ПКМ–0	0,763	0,743	0,755	0,759	0,547	0,578	0,522	0,519	0,77	0,54
ПКМ–I	0,794	0,802	0,798	0,794	0,559	0,608	0,597	0,549		
ПКМ–II	0,783	0,795	0,790	0,786	0,583	0,584	0,549	0,528		
ПКМ–III	0,756	0,758	0,751	0,759	0,535	0,524	0,492	0,452		
ПКМ–IV	0,747	0,745	0,760	0,754	0,534	0,518	0,560	0,469		
ПКМ–V	0,760	0,762	0,756	0,769	0,545	0,555	0,547	0,501		

В таблиці 4.12 немає значень ψ_i , $i = 1, 2$, більших за одиницю. Тобто у БЗ з ПКМ, що аналізується, реальний ККН у отворів є меншим, ніж визначені за формулою (1.9) ККНб у 16,3 одиниці для одного шару. Очевидно, це тому, що в пакеті проявляються впливи сусідніх шарів, які значно *знижують* реальну концентрацію напружень. Але, якщо за яких-то причин один із болтів буде відсутнім або ненавантаженим, то найбільші значення ψ_i гарантовано підвищаться. Оскільки загальна формульна оцінка впливу згину пластини на реальний ККН на цей час відсутня, то немає сенсу подальшого аналізу впливу на ККН структури ПКМ пластини.

Відзначимо, що завищена приблизно на чверть оцінка ККНб у першого отвору, що обрахована за формулою (1.9), буде консервативною, тобто буде компенсувати всі невизначеності. У другого отвору така оцінка завищена майже вдвічі.

4.3.5 Алгоритми оцінки статичної міцності БЗ із ПКМ на розрив ослабленого перетину

Узагальнюючи результати досліджень [7, 17, 44, 59, 60] та цієї роботи, можна констатувати наявність двох варіантів алгоритмів розрахунку на статичну міцність (на розрив) ослабленого отвором перетину в пластині із ПКМ (розрахунок по локальному напруженому стану).

Варіант 1 – *уточнена оцінка*:

1. Провести скінченно-елементне моделювання характерної ділянки болтового з'єднання, з максимальним згущенням сітки СЕ в зоні концентрації напружень і моделюванням кожного шару композита мінімум трьома СЕ по товщині (інакше пікові значення будуть повністю зрізані при відображенні результатів). Для зменшення розміру породжуваної системи рівнянь застосовувати змішану модель композита, обґрунтовану в статті [49]. Задачу формулювати як контактну, з урахуванням тертя (див. підпункт 2.2.1.8), а також з урахуванням зазорів й інших конструктивно-технологічних факторів;

2. Провести розрахунки моделі (достатньо застосування персональної ЕОМ зі збільшеним розміром операційної пам'яті);

3. Отримати з результатів розрахунків значення $(\sigma_x)_{\max}$ і порівняти його з напруженням, що допускають на розрив для матеріалу даного шару: $(\sigma_x)_{\max} \leq [\sigma]_{\text{tensile}}$ (це відповідає формулі (4.16) та критерію міцності по максимальним напруженням). Оскільки скінченно-елементні розрахунки дають всі компоненти напружень, то можна застосувати будь-який з інших критеріїв міцності.

Варіант 2 – *експрес-оцінка*.

Експрес-оцінка статичної міцності БЗ із ПКМ на розрив ослабленого перетину, заснована на безпосереднім застосуванні формули (4.16), тобто в рамках підходу до цієї проблеми, що використовується нині [7], а також базової оцінки ККН, тобто ККНб, за формулою (1.9):

1. Прийняти $\underline{N}_1 = N_x$;

2. Підрахувати теоретичний ККНк у навантаженого болтом отвору в пластині з ортотропного матеріалу за формулою (1.9), а саме

$$\tilde{\alpha}(\varsigma) = \frac{\sigma_{\max}(\varsigma)}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{1-\varsigma}{\varsigma} \left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{\sqrt{2 \left(\sqrt{E_{YY} / E_{XX}} - \mu_{YX} \right) + E_{YY} / G_{XY}}}{\sqrt{E_{YY} / E_{XX}}} \right]$$

(як базової оцінки, ККНб, що враховує вплив на розглянутий коефіцієнт реальних пружних характеристик матеріалу, контакту з болтом та відносну ширину пластини з ПКМ), в якій необхідно використати характеристики матеріалу з найбільшим значенням $E_{xx} = E_{11}$ у напрямку дії силового навантаження (з кутом укладання 0 градусів). Завищена на чверть оцінка ККНб, що обрахована за вказаною формулою (1.9), буде консервативною, тобто буде компенсувати всі невизначеності, зокрема, й "відсутність" другого болта;

3. Підрахувати величину відносного внеску обраного шару в опір деформуванню шаруватого композита в основному напрямку, тобто η_0 , відповідно до формул (4.7) – (4.9). Прийняття $\eta_1 = \eta_0$;

4. Для врахування впливу бічного зазору болт/отвір та/або впливу структури ПКМ визначитися з величинами коефіцієнтів β та/або γ , що входять до відповідних формул. Якщо якийсь із впливів враховуватися не буде, то відповідний коефіцієнт призначити нульовим;

5. Для врахування впливу структури ПКМ оцінити величину z_0^* – відстань середини найбільш віддаленого від серединної поверхні пластини з ПКМ шару з кутом укладання 0 градусів (відносно напрямку основного навантаження) $z_{0\max}$, поділену на половину товщини h цієї пластини, тобто $z_0^* = z_{0\max} / (h / 2)$;

6. Підрахувати ККН для першого отвору

$$\alpha_1 = \tilde{\alpha} \cdot \eta_1 \cdot (1 - \beta \cdot \delta) \cdot [1 + \gamma \cdot (z_0^* - z_0^*)] \cdot \psi_1, \quad (4.26)$$

де невизначену частину поправочної функції ψ_1 (враховує взаємний вплив шарів пластини з ПКМ) взяти з діапазону $\psi_i \in [0.75...0.8]$ при повній відсутності даних, або обґрунтувати в експерименті (натурному або чисельному);

7. Провести оцінку міцності за формулою (4.16).

Зазначимо, що обидва варіанти потребують проведення розрахунків із застосуванням МСЕ.

4.3.6 Висновки до підрозділу 4.3

Результати аналізу розрахункових даних дозволили зробити наступні загальні висновки:

1. При деформуванні однорідної по товщині пластини без згину, значення коефіцієнтів концентрації напружень (ККН) у отворів з болтами (контактна задача з тертям), значно перевищують аналогічні значення при відсутності болтів у отворах;

2. У статичному розрахунку міцності болтового з'єднання на розрив пластини із ПКМ в ослабленому отвором перетині, у якості базової оцінки можна прийняти значення теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\tilde{\alpha}$ у навантаженого болтом отвору в пластині з *ортотропного* матеріалу, підрахованого за формулою (1.9);

3. Для всіх структур функції $f_i(\delta)$ впливу величини бічного зазору болт/отвір на коефіцієнт концентрації напружень мають спадний характер, причому ця залежність майже лінійна, може бути апроксимована виразом (4.23);

4. Для всіх структур функції $f_i^*(z_0^*) \approx 1 + \gamma_i \cdot (z_0^* - z_0^*)$ впливу структури ПКМ на коефіцієнт концентрації напружень мають зростаючий характер, причому ця залежність майже лінійна, може бути апроксимована виразом (4.24);

5. Відсутність аналітичних розв'язків з питань взаємовпливу ортотропних шарів ПКМ, не дозволяє отримати задовільний вираз для

отримання узагальненого ККН у отвору з болтом. Проте розрахунками встановлено факт зниження величини узагальненого ККН в шаруватій пластині з ПКМ саме завдяки взаємовпливу шарів. Тому при нехтуванні такого взаємовпливу похибка йде у запас статичної міцності послабленої отвором пластини БЗ. Уточнені значення функції впливу ψ_i необхідно одержувати в додаткових дослідженнях (натурних або чисельних);

Додамо, що тільки проведення натурних або чисельних досліджень дозволить створити базу даних для невизначеної функції ψ_i для актуальних у галузі варіантів силових болтових з'єднань з композитами.

4.4 Висновки до розділу 4

З проведеного аналізу особливостей в розподілу характеристик НДС в зонах отворів у пластинах із ПКМ зразка БЗ зробили такі основні висновки:

1. Розрахунками підтверджено, що при віднульовому циклі силового навантаження $N_x \in [0 \rightleftharpoons (N_x)_{\max}]$ в точці бічної поверхні болта, що контактує з ребром отвору, реалізується майже симетричний цикл змін осьового напруження σ_z . Цей ефект дуже негативний, оскільки при циклічному навантаженні симетричний цикл є найбільш руйнівним. До того ж це може змінити характер втомного руйнування болта: відрив замість зрізу.

2. Уточнені перевіірочні розрахунки БЗ на контактну міцність (зминання отвору) та на розрив послабленого отвором перетину пластини з ПКМ неможливі без застосування чисельних моделей МСЕ й у контактній постановці;

3. З тією же метою, за наближену (експрес) оцінку можна використати формулу (4.3) з поправочною функцією (4.14) при $f_q(q_3, q_4, \dots) \approx 1$, тобто $F(q_1, q_2, \dots) \approx \beta_0 \cdot (1 + k_u)$, що підтверджено величинами погрішностей, наведеними у таблиці 4.6, з якими можна погодитися;

4. Для кращого визначення поправочної функції $F(q_1, q_2, \dots)$ необхідно проводити додаткові дослідження – натурні й чисельні;

5. У статичному розрахунку міцності болтового з'єднання на розрив пластини із ПКМ в ослабленому отвором перетині, за базову оцінку можна прийняти значення теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\tilde{\alpha}$ у навантаженого болтом отвору в пластині з *ортотропного* матеріалу, підрахованого за формулою (1.9);

6. Для всіх структур функції $f_i(\delta)$ впливу величини бічного зазору болт/отвір на коефіцієнт концентрації напружень єдина, має спадний та практично лінійний характер, може бути апроксимована виразом (4.23);

7. Для всіх структур функції $f_i^*(z_0^*) \approx 1 + \gamma_i \cdot (z_0^* - \underline{z}_0^*)$ впливу структури ПКМ на коефіцієнт концентрації напружень мають зростаючий характер, причому ця залежність майже лінійна, може бути апроксимована виразом (4.24);

8. Для отримання узагальненого коефіцієнта концентрації напружень $\tilde{\alpha}_i$, що враховує контактну взаємодію отвору в ПКМ із болтом, значення базової оцінки $\tilde{\alpha}$, отриманої за формулою (1.9), необхідно масштабувати в залежності від параметрів, які відсутні як фактори впливу в цієї формулі. Уточнені значення функцій впливу необхідно одержувати в додаткових дослідженнях (натурних або чисельних).

Результати цього розділу опубліковано у статтях [153]; [154]; [155].

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Основні наукові та практичні результати, отримані в дисертаційній роботі на прикладі зразка для випробування болтового з'єднання пластини із шаруватого полімерного композиційного матеріалу (ПКМ) на втому (далі – зразка БЗ), полягають у наступному.

Наукові.

Завдяки систематичному чисельному моделюванню однозрізного дворядного болтового з'єднання пластини з ПКМ (БЗ) з варіюванням величини бічного зазору та структури встановлено, що:

1) зі збільшенням величини зазору болт/отвір відносна величина площі контактної поверхні $\Delta_c = A_c / A$ зменшується за експонентою (3.1), яка є єдиною для різних структур пластини з ПКМ;

2) при розрахунках на міцність послабленого отвором перетину пластини з ПКМ для всіх структур функція впливу величини бічного зазору болт/отвір $f_i(\delta)$ на коефіцієнт концентрації напружень єдина, має спадний та практично лінійний характер, може бути апроксимована виразом (4.23);

3) за наближену (експрес) оцінку БЗ на контактну міцність (зминання отвору) можна використати формулу (4.3) з поправочною функцією $F(q_1, q_2, \dots) \approx \beta_0 \cdot (1 + k_u)$;

4) у статичному розрахунку міцності болтового з'єднання на розрив пластини із ПКМ в ослабленому отвором перетині за базову оцінку можна прийняти значення теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\tilde{\alpha}$ у навантаженого болтом отвору в пластині з *ортотропного* матеріалу, підрахованого за формулою (1.9). Уточнення експрес-оцінки можна проводити використанням запропонованих поправочних функцій.

Практичні:

1) удосконалена методика створення розрахункових моделей болтових з'єднань деталей із ПКМ з урахуванням: реальних геометричних розмірів,

площин симетрії геометричної та силової моделей БЗ, величин зазорів болт/отвір, властивостей матеріалів окремих складових БЗ, структури ПКМ, моменту скручування болта в БЗ, силового навантаження БЗ, контактної взаємодії окремих складових БЗ та тертя між ними, можливості створювати змішані моделі ПКМ (пошарове моделювання структури та 3D-ортотропний моно-матеріал з "еквівалентними" модулями пружності);

2) за наявності згину пластини з ПКМ, підбором структури ПКМ можна значно зменшити максимальні значення розподілених контактних зусиль на поверхні отворів і бічних поверхнях болтів;

3) розподіл сил, що сприймають болти БЗ, з великою точністю можна обчислити за величинами дотичних напружень, що виникають у центрі площини зрізу болтів. При цьому "автоматично" враховуються сили тертя;

4) підтверджено, що при віднульовому циклі силового навантаження $N_x \in [0 \rightleftharpoons (N_x)_{\max}]$ в точці бічної поверхні болта, що контактує з ребром отвору, реалізується майже симетричний цикл змін осьового напруження σ_z . Цей ефект дуже негативний, оскільки при циклічному навантаженні симетричний цикл є найбільш руйнівним. До того ж це може змінити характер втомного руйнування болта: відрив замість зрізу.

Для кращого визначення поправочних функцій необхідно проводити додаткові дослідження – натурні й чисельні. Для отримання більш точних оцінок потрібно проводити чисельні розрахунки із застосуванням методу скінченних елементів та розробленої удосконаленої методики (див. п.1 практичних результатів).

Методики числового моделювання, що розроблені в дисертаційній роботі, а також експрес-оцінки міцності болтових з'єднань ПКМ, прийняті для використання при розробці проектної та конструкторської документації на нові вироби космічної та авіаційної техніки, про що є відповідні акти від АТ УкрНДІАТ та ДП "КБ "Південне", наведені у Додатку Г.

Отримані в результаті виконання дисертаційної роботи результати можна кваліфікувати як вирішення важливого науково-технічного завдання, що полягає у вивченні закономірностей розподілу напружень та в розробці достовірних методик розрахунків на міцність однозрізних дворядних болтових з'єднань з шаруватими полімерними композиційними матеріалами.

Ці методики є універсальними для аналогічних об'єктів авіаційного, космічного та іншого призначення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В 3-х т. Т2. – М. : Машиностроение, 1979. – 560 с.
2. Астанін В.В., Глоба О.В., Шевченко О.А. Експлуатаційні пошкодження елементів конструкцій літальних апаратів із композиційних матеріалів і методи їх ремонту // Технологические системы, 2011. – № 4(57). – С. 64-68.
3. Болотин В.В. Механика многослойных конструкций / В.В. Болотин, Ю.Н. Новичков. – М. : Машиностроение, 1980. – 375 с.
4. Болтон У. Конструкционные материалы: металлы, сплавы, полимеры, керамика, композиты. Карманный справочник / Пер. с англ. – М. : Изд. дом "Додэка-XXI", 2004. – 320 с.
5. Бреславський Д.В. Препроцесорні програми для підготовки скінченноелементних сіток у випадку великих деформацій // Д.В. Бреславський, М.В. Коновалов, О.А. Татарінова / Динаміка і міцність машин. Вісник НТУ "ХПІ", 2016. – № 46 (1218). – С. 16-20. DOI: <http://dx.doi.org/10.20998/2078-9130.2016.46.88044> .
6. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / Пер. с англ. В.В. Кобелева и А.П. Сейраняна под ред. Н.В. Баничука. – М. : Мир, 1987. – 542 с.
7. Василевский Е.Т. Система экспериментального обеспечения расчета на прочность механических соединений деталей из композитов / Е.Т. Василевский, А.З. Двейрин, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ "ХАИ", 2010. – № 47. – С. 42-52.
8. Васильев В.В. Механика конструкций из композитных материалов. – М. : Машиностроение, 1988. – 269 с.
9. Вильдеман В.Э. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов / В.Э. Вильдеман, Ю.В. Соколкин,

А.А. Ташкинов // Под ред. Ю.В. Соколкина. М. : Наука – Физматлит, 1997. – 288 с.

10. Гребеников А.Г. Исследование влияния радиального натяга, осевой затяжки болтов и поверхностного упрочнения элементов срезного соединения из титанового сплава ВТ6 на их усталостную долговечность / А.Г. Гребеников, В.Н. Клименко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ "ХАИ", 2006. – № 31. – С.41-54.

11. Гребеников А.Г. Проектирование срезных болтовых соединений элементов самолетных конструкций из титанового сплава ВТ6 с учетом усталостной долговечности / А.Г. Гребеников, В.Н. Клименко, А.Ю. Ефремов, С.В. Трубаев // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ "ХАИ", 2007. – № 34. – С.60-70

12. Гризовський М.І. Про вплив розшарування та формули шарів ПКМ при навантаженні зразків болтового з'єднання / М.І. Гризовський, К.М. Рудаков // Всеукраїнська науково-технічна конференція молодих вчених та студентів "Інновації молоді – машинобудуванню", секція "Динаміка і міцність машин". – Київ, НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського", 2017. – С. 9-10.

13. ГОСТ 25602-80. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания на сжатие при нормальной, повышенной и пониженной температурах. – М.: Из-во стандартов, 1980. – 17 с.

14. Громашев А.Г. Комплексная автоматизация создания интегральных конструкций из полимерных композиционных материалов / А.Г. Громашев, Ю.М. Тарасов // Технологические системы, 2007. – № 2(38). – С. 5-11.

15. Гузь А.Н., Хорошун Л.П., Ванин Г.А. и др. Механика композитных материалов и элементов конструкций. Том 1: Механика материалов / Киев: Наук. думка, 1982. – 368 с.

16. Гузь А.Н., Григоренко Я.М., Бабич И.Ю. и др. Механика композитных материалов и элементов конструкций. Том 2: Механика элементов конструкций / Киев: Наукова думка, 1983. – 464 с.

17. Двейрин А.З. Обзор и анализ состояния проблемы расчетно-экспериментального обеспечения проектирования агрегатов самолета из полимерных композитов с механическими соединениями деталей / А.З. Двейрин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2014. – № 66. – С. 5-19.

18. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510 с.

19. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган // Пер. с англ. Б.И. Квасова; Под ред. Н.С. Бахвалова. – М.: Мир, 1986. – 318 с.

20. Карпов Я.С. Соединения деталей и агрегатов из композиционных материалов / Я.С. Карпов. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2006. – 359 с.

21. Киркач А.Б. Проблема прочности болтовых соединений на основе слоистых композиционных пластиков / А.Б. Киркач // Вестник ХПИ. Серия "Динамика и прочность машин". – 2011. – № 63. – С. 45-54.

22. Клименко В.Н. Метод определения влияния конструктивно-технологических параметров односрезного болтового соединения на распределение контактных давлений в зоне сопряжения его элементов / В.Н. Клименко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ "ХАИ", 2006. – № 33. – С.178-205.

23. Композиционные материалы. Справочник / Под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.

24. Композиционные материалы. Справочник / Л.Р. Вишняков, Т.В. Грудина, В.Х. Кадыров, Д.М. Карпинос, В.И. Олейник, А.Б. Сапожникова, Л.И. Тучинский. – К.: Наукова думка, 1984. – 592 с.

25. Конструкционные материалы: Справочник / Б.Н. Арзамасов, В.А. Брострем, Н.А. Буше и др.; Под общ. ред. Б.Н. Арзамасова. – М.: Машиностроение, 1990. – 688 с.

26. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 262 с.

27. Кривов Г.А. Моделирование болтовых соединений, содержащих детали из ПКМ, в среде FEMAP/NASTRAN / Кривов Г.А., Матвиенко В.А., Рудько А.Н., Рудаков К.Н., Шукаев С.Н., Негода С.П. // Технологические системы. – К.: УкрНИИАТ, 2013. – №1(62). – С. 90-102.

28. Кривов Г.А. Численные исследования напряженно-деформированного состояния высоконагруженных соединений элементов конструкций планера самолета / Г.А. Кривов, В.А. Матвиенко, А.Н. Рудько, Е.Т. Василевский, Г.Н. Романович, К.Н. Рудаков, С.Н. Шукаев, А.А. Добронравов // Технологические системы. – К.: УкрНИИАТ, 2013. – №4(65). – С. 7-16.

29. Кучер Н.К. Деформирование и прочность слоистых углепластиков при статическом термомеханическом нагружении / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский, Е.Л. Данильчук // Механика композитных материалов, 2012. – Т. 48, № 6. – С. 963-980.

30. Кучер Н.К. Особенности определения характеристик упругости и прочности слоистых углепластиков, армированных тканями / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский, Е.Л. Данильчук // Проблемы прочности, 2016. – №3. – С.25-34.

31. Лепихин П.П. Методы и результаты анализа напряженно-деформированного состояния и прочности многослойных толстостенных анизотропных цилиндров при динамическом нагружении (обзор). Сообщение 3. Феноменологические критерии прочности / П.П. Лепихин, В.А. Ромащенко // Проблемы прочности, 2013. – №3. – С. 24-41.

32. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. Изд. 2-е. М.: Главная редакция физ-мат. лит-ры изд-ва "Наука", 1977. – 415 с.

33. Марочник сталей и сплавов. 2-е изд., доп. и исп. / А.С. Зубченко, М.М. Колосков, Ю.В. Каширский и др. Под общей ред. А.С. Зубченко. – М. : Машиностроение, 2003. – 784 с.

34. Межслойные эффекты в композитных материалах // Под ред. Н. Пейгано / Пер. с англ. – М. : Мир, 1993. – 346 с.

35. Немировский Ю.В. Прочность элементов конструкций из композитных материалов / Ю.В. Немировский, Б.С. Резников. – Новосибирск : Наука, 1986. – 166 с.

36. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Пер. с англ. А.М. Васильева; Под ред. Э.И. Григолюка – М.: Мир, 1976. – 464 с.

37. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов / М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.

38. Проектирование и конструирование изделий из композиционных материалов. Теория и практика: учебник / П.М. Гагауз, Ф.М. Гагауз, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда; под общ. ред. Я.С. Карпова – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского "Харьк. авиац. ин-т", 2015. – 672 с.

39. Проектування та розробка скінченноелементного програмного забезпечення : монографія / Д.В. Бреславський, Ю.М., Коритко, О.А., Татарінова ; Нац. техн. ун-т “Харків. політехн. ін-т”. – Харків : Підручник НТУ “ХПІ”, 2017. – 231 с.

40. Прочность, устойчивость, колебания: справ. в трех томах. Том 2. // Под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 463 с.

41. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела: Учеб. пособие для вузов / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1988. – 712 с.

42. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. – М. : Машиностроение, 1979. – 702 с.

43. Резьбовые и фланцевые соединения / И.А. Биргер, Г.Б. Иосилевич. – М. : Машиностроение, 1990. – 365 с.

44. Решетникова Р.Ю. Влияние осевого натяга на локальное напряженное состояние в односрезных болтовых соединениях / Р.Ю. Решетникова // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 1 (73). – Х., 2013. – С. 87-99.

45. Рудаков К.М. Алгоритм визначення напрямку переміщення або дотичного навантаження на контактній поверхні / К.М. Рудаков, В.А. Колодежний // Вестник НТУУ "КПИ", сер. Машиностроение. – Вып. 39, 2000. – С. 45-47.

46. Рудаков К.Н. Моделирование болтовых соединений из ПКМ в программном комплексе FEMAP/NX NASTRAN / К.Н. Рудаков, С.Н. Шукаев // Вісник національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут", сер. Машинобудування №67. – 2013. – С. 199-206.

47. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник / К.М. Рудаков. – К.: НТУУ "КПИ", 2007. – 379 с.

48. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций / К.Н. Рудаков – К., 2011. – 317 с.

49. Рудаков К.М. Чисельне обґрунтування застосування змішаних 3D-моделей ПКМ при розрахунках болтових з'єднань / К.М. Рудаков, А.С. Шандура // Вісник НТУУ "КПИ". Сер. Машинобудування, 2015. – №2(74). – С. 67–76.

50. Рудаков К.М. Про вплив величини зазору між болтом та отвором на напружений стан болта однозрізного болтового з'єднання в зоні "зрізу" / К.М. Рудаков, О.А. Добронравов // Вісник НТУУ "КПИ". Сер. Машинобудування, 2013. – №3(69). – С. 62-71.

51. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий / Г.Н. Савин. – К. : Наук. думка, 1968. – 888 С.

52. Серенсен С.В., Зайцев Г.П. Несущая способность тонкостенных конструкций из армированных пластиков с дефектами. – К. : Наук, думка, 1982. – 296 с.

53. Сопротивление усталости элементов конструкций / А.З. Воробьев, Б.И. Олькин, В.Н. Стебнев, Т.С. Родченко. – М. : Машиностроение, 1990. – 199 с.

54. Справочник по композиционным материалам. В 2-х кн. Кн. 1 / Под ред. Дж. Любина; Пер. с англ. А.Б. Геллера, М.М. Гельмонта; Под ред. Б.Э. Геллера. – М. : Машиностроение, 1988. Кн.1. – 448 с., Кн.2. – 584 с..

55. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Отв. ред. Писаренко Г.С. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев : Наук. думка, 1988. – 736 с.

56. Стрижиус В.Е. Метод расчета на усталость срезных болтов в металло-композитных соединениях элементов авиаконструкций / В.Е. Стрижиус // Научный вестник МГТУ ГА. – 2014. – № 199(1). – С.52–61.

57. Тарнопольский Ю.М. Методы статических испытаний армированных пластиков. 3-е изд. / Ю.М. Тарнопольский, Т.Я. Кинцис. – М. : Химия, 1981. – 271 с.

58. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий // Изд. 2-е. М. : Главная редакция физ-мат. лит-ры изд-ва "Наука", 1977. – 416 с.

59. Фомичев П.А. Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Сообщение 3. Учет градиентов напряжений и деформаций / П.А. Фомичев // Проблемы прочности: междунар. науч.-техн. журнал, 2000. – № 4. – С. 12–21.

60. Фомичев П.А. Учет концентрации напряжений в расчете долговечности элементов конструкций по номинальным напряжениям / П.А. Фомичев, Т.С. Бойко // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", 2009. – Вып. 4 (60). – С.53-63.

61. Формостабильные и интеллектуальные конструкции из композиционных материалов / Г.А. Молодцов, В.Е. Биткин, В.Ф. Симонов, Ф.Ф. Урмансов. – М. : Машиностроение, 2000. – 352 с.

62. Халилаева Р.Ю. Исследование напряжений от изгиба в двух- и трехрядных соединениях внахлест и их влияние на долговечность / Р.Ю. Халилаева // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", 2009. – Вып. 2 (58). – С. 32 – 38.

63. Хан Х. Теория упругости: Основы линейной теории и ее применения / Х. Хан Пер. с нем. Е.А. Когана; Под ред. Э.И. Григолюка. – М. : Мир, 1988. – 344 с.

64. Хорошун Л.П., Маслов Б.П. Методы автоматизированного расчета физико-механических постоянных композиционных материалов. – К: Наукова думка, 1980. –143 с.

65. Чечулин Б.Б. Титановые сплавы в машиностроении // Б.Б. Чечулин, С.С. Ушков, И.Н. Разуваева и др. / Л. : Машиностроение, 1977. – 248 с.

66. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. М.; Л. : Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1949. – 270 с.

67. Abaqus Theory Manual. – USA. Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc., 2000. – 841 p.

68. Ainsworth, J., Collier, C., Yarrington, P. and Lucking, R. (2011), Automated Analysis and Failure Load Prediction of Bolted Composite Joints. Society for the Advancement of Material and Process Engineering. Collier Research Corporation, Hampton, VA.

69. “Aluminium Design Manual – Specifications and Guidelines for Aluminium Structures”, The Aluminium Association. Inc., 2000.

70. Amit P. Wankhade and Kiran K. Jadhaio (2014), “Design and Analysis of Bolted Joint in Composite Laminated”, Journal of Modern Engineering Research (JMERE), no. 4 (3), pp. 20-24.

71. Amit Yeole (2006), Experimental investigation and analysis for bearing strength behavior of composite laminates. B.E., R.I.T Shivaji University. 67 p.
72. ANSYS, Inc. Theory. Release 5.7. Edited by Peter Kohnke, Ph.D
73. Askri, R., Bois, C., Wagnier, H. and Lecomte, J. (2015), “Reduced Bolted Joint Model using Multi-Connected Rigid Surfaces and Continuum Shell Elements”, 20-th International Conference On Composite Materials (ICCM20), Copenhagen, 19-24-th July 2015.
74. ASTM D 5379, Standard Test Method for Shear Properties of Composite Materials by the V-Notched Beam Method.
75. ASTM D6742/D6742M-07 Standard Practice for Filled-Hole Tension and Compression Testing of Polymer Matrix Composite Laminates. – 7 p.
76. Ávila, Jorge Kraemer (2012), 3D Detailed FE Parametric Model for a Composite Bolted Joined Test under Shear-Tension Interaction / Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI) Ingeniero Industrial. Universidad Pontificia ICAI ICADE Comillas, Madrid.
77. Baker A.A. Composite Materials for Aircraft Structures. – Eurospan, 2004. – 400 p.
78. Bathe K.J. Finite Element Procedures. – Prentice Hall, 1996. – 1037 p.
79. Binqi Chen, Mingbo Tong, Yiding Wang and Fangli Wang (2015), “Numerical Analysis of Composite Bolted Joints using the Arlequin Method”, 3-rd International Conference on Material, Mechanical and Manufacturing Engineering (IC3ME 2015), pp. 2051-2055.
80. Broughton W.R., Crocker L E., Gower M. R. L. Design Requirements for Bonded and Bolted Composite Structures // NPL Materials Centre. National Physical Laboratory. Teddington, Middlesex, UK. 2002. 46 p.
81. Chaudhary A.B., Bathe K.-J. A solution method for static and dynamic analysis of three dimensional contact problems with friction // Computers & Structures, 1986. – V. 24. – pp. 855-873.
82. Ciavarella, M. and Decuzzi P. (2001), "The state of stress induced by the plane frictionless cylindrical contact. I. The case of elastic similarity". International

journal of solids and structures. vol.38. pp. 4507–4520. "The state of stress induced by the plane frictionless cylindrical contact. II. The general case (elastic dissimilarity)". International Journal of Solids and Structures. vol.38. pp. 4525–4558.

83. Collings, T.A. (1977), The Strength of Bolted Joints in Multi-Directional CFRP Laminates. // Procurement executive, ministry of defence. Aeronautical research council current papers. London. C.P. No. 1380.

84. Composites Engineering Handbook”, Editor Mallick, P.K., Marcel Dekker, 1997.

85. Counts, W.A. and Johnson, W.S. (2002), Experimental study on clamping effects on the tensile strength of composite plates with a bolt-filled hole / International journal of Fatigue. 24.

86. Courant R. Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations // Bull. Amer. Math. Soc., 1943. – v.49. – pp. 1-23.

87. Crews, John H., Hong, Jr.C.S. and Raju, I.S. (1981), Stress-Concentration Factors for Finite Orthotropic Laminates With a Pin-Loaded Hole. NASA Technical Paper 1862.

88. De Jong, T. (1977), Stresses around pin-loaded holes in elastically orthotropic or isotropic plates. J. Compos. Mater. vol.11. pp. 313–331.

89. Dhia, H.B. (1998), Multi-scale mechanical problems: the Arlequin method, C.R. Acad. Sci. II b **326**, pp. 899–904.

90. Echavarría, C., Haller, P. and Salenikovich, A. (2007), Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates. Composite Structures. vol.79. pp. 107–112. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038>.

91. Ekh, J., Schön, J. and Melin, G. (2005), “Secondary bending in multi fastener, composite-to-aluminium single shear lap joints”, Composites. Part B: Engineering, no. 36, pp. 195-208.

92. EUROCOMP Design Code and Handbook : Structural design of polymer composites. (1-nd edition 1996, 2-nd edition 2003), Edited by John L. Clarke. Published: New York by E & FN Spon, and imprint of Chapman & Hall, London. UK.

93. ESA PSS-03-203. Issue 1. Structural Materials Handbook. Volume 1 – Polymer Composites. (1994), Structures and Mechanisms Division. European Space Research and Technology Centre. Noordwijk, The Netherlands
94. Gary, L. and Cloud, P.E. (2000), 3-D Experimental and FEA Investigations of Thick Single-lap Bolted Joints / Mechanical Engineering Dept., Michigan State University, East Lansing, MI, 48824, USA.
95. Garbo S.P., Ogonowski J.M. Effect of Variances and Manufacturing Tolerances on the Design Strength and Life of Mechanically Fastened Composite Joints. Volume I - Methodology Development and Data Evaluation. McDonnell Douglas Corporation April 1981.
96. Gleich, D.M. (2002), Stress Analysis of Structural Bonded Joints / Delft : Delft University Press, Netherlands.
97. Gray, P.J. and McCarthy, C.T. (2011), “A highly efficient user-defined finite element for load distribution analysis of large-scale bolted composite structures”, Compos. Sci. Technol., no. 71, pp. 1517–1527.
98. Grover, H.J. (1966), NAVAIR 01-1A-13. Fatigue of Aircraft Structures. NAVAL Air Systems Command Department of the NAVY.
99. Hyer, M.W., Klang, E.C. and Cooper, D.E. (1985), Contact stresses in a pin-loaded orthotropic plate. Int. J. Solids Structures Vol. 21, No.9. pp. 957-975.
100. Joint Aviation Requirements – JAR-25 – Large Aeroplanes, 1994.
101. Karlsson, K. (2012) An experimental study of rotation in a composite single bolted joint. Teknisk-naturvetenskaplig fakultet UTH – enheten.
102. Kelly, G. and Hallström, S. (2004), Bearing strength of carbon fibre/epoxy laminates: effects of bolt-hole clearance. – Composites. Part B: Engineering, – 35. – pp. 331-343.
103. Kelly, G. (2006), Quasi-static strength and fatigue life of hybrid (bonded/bolted) composite single-lap joints. Composite Structures. – 72. – pp. 119-129.
104. Lawlor, V.P., McCarthy, M.A. and Stanley, W.F. (2002), Experimental study on the effects of clearance on single-bolt, single-shear, composite bolted

joint / Journal of Plastics Vol. 31, No. 9, pp. 405-411.

105. Lawlor, V.P., Stanley, W.F. and McCarthy, M.A. (2002), Characterisation of damage development in single-shear bolted composite joints. Journal of Plastics, Rubber and Composites. The Institute of Materials, London, UK, Vol. 31, No. 3, pp. 126-133.

106. Manalo, A.C., Mutsuyoshi, H., Asamoto, S. and Matsui, T. (2008) Mechanical behavior of hybrid FRP composites with bolted joints. In: 20th Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials (ACMSM 20): Futures in Mechanics of Structures and Materials , 2-5 Dec 2008, Toowoomba, Australia.

107. McCarthy, M.A., Lawlor, V.P., Stanley, W.F. and McCarthy, C.T. (2002), Bolt-hole clearance effects and strength criteria in single-bolt, single-lap, composite bolted joints. Composites Science and Technology. 62. pp.1415–1431.

108. McCarthy, M. (2001), BOJCAS: Bolted Joints in Composite Aircraft Structures. Air & Space Europe. vol.3, No 3/4, pp. 1-4.

109. McCarthy, M.A. and McCarthy, C.T. (2002), Finite element analysis of the effects of clearance on single-shear, composite bolted joints. Journal of Plastics, Rubber and Composites, The Institute of Materials, London, UK, Vol. 32, No.2. pp. 1–11.

110. McCarthy, C.T., McCarthy, M.A. and Padhi, G.S. (2001), Automated Three-Dimensional Finite Element Modelling of Composite Aircraft Bolted Joints – Modelling Issues. Reference No. 2001-40. Composites Research Centre Mechanical & Aeronautical Engineering Department University of Limerick, Limerick. Rep. of Ireland. 13 S.

111. McCarthy, M.A., Lawlor, V.P., Stanley, W.F. and McCarthy C.T. (2002), Bolt-hole clearance effects and strength criteria in single-bolt, single-lap, composite bolted joints. Composites Science and Technology, v. 62. pp.1415–1431.

112. McCarthy, M.A., McCarthy, C.T., Lawlor, V.P. and Stanley, W.F. Three-dimensional finite element analysis of single-bolt, single-lap composite

bolted joints: Part I – Model development and validation. *Composite Structures*, 71:140–158, 2005.

113. McCarthy, M.A. and McCarthy, C.T. Three-dimensional finite element analysis of singlebolt, single-lap composite bolted joints: Part II - Effects of bolt-hole clearance. *Composite Structures*, 71:159–175, 2005.

114. McCarthy, M.A., McCarthy, C.T. and Padhi G.S. A simple method for determining the effects of bolt-hole clearance on load distribution in single-column multi-bolt composite joints. *Composite Structures*, 2005.

115. *Mechanics of composite structures* / L.P. Kollar, G.S. Springer. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003. – 480 p.

116. *Military Handbook. Polymer Matrix Composites, Volume 3 Design and Analysis*. MIL-HDBK-17-1E, 1994.

117. Milton G.W. *The Theory of Composites*. – Cambridge University Press, 2004. – 719 s.

118. Nour-Omid B., Wriggers P. A two-level iteration method for solution of contact problems // *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 1986. – V. 54. – pp. 131-144.

119. *NX Nastran User's Guide*. Siemens PLM Software Inc. (2016).

120. Olmedo, A. and Santiuste, C. (2012), On the prediction of bolted single-lap composite joints / *Composite structures*. Vol.94. No 6. pp. 2110-2117.

121. Pakdil, M., Sen, F. and Sayman O. Damage development in bolted composites with clearance subjected to preload. *International Journal of Engineering and Applied Sciences (IJEAS)*, Vol.1, Issue 4, 2009, pp. 52-66.

122. Pakdil, M. (2009), Failure analysis of composite single bolted-joints subjected to bolt pretension / *Indian J. Eng. Mat. Sc.* Vol. 16. pp. 79-85.

123. Padhi, G.S., McCarthy, M.A. and McCarthy C.T. (2002), BOLJAT: a tool for designing composite bolted joints using three-dimensional finite element analysis. *Composites Research Centre, Department of Mechanical and Aeronautical Engineering, University of Limerick, Limerick, Ireland.*

124. Persson, A. (1964), "On the stress distribution of cylindrical elastic bodies in contact. Ph.D. dissertation". Chalmers Tekniska Hogskola. Goteborg, Sweden.
125. Pierron, F., Cerisier, F. and Grédiac M. (1999), Numerical modelling of composite pin-joints and experimental validation. 12-th International Conference on Composite Materials, Paris, ICCM12/TCA.
126. Pilkey, W.D. and Pilkey, D.F. (2008), Peterson's Stress Concentration Factors. Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, Canada.
127. Qian Zhang, Songwei Wang, Xiaoquan Cheng, Jiayi Qi, Gaofeng Dong (2015), Effect Factors Study on the Pin Load Distribution of Multi-Countersunk Bolt Composite Laminate Joints / 20-th International Conference On Composite Materials (ICCM20), Copenhagen, 19-24-th July 2015.
128. Raju, Shruthi Salimath, Apoorv Kalra, Nithya Narayan and Abhishek Singh (2014), "Numerical analysis of metal-composite hybrid joint subjected to static loading", QuEST Born to Engineer, Lightweight Technology, 12 p.
129. Ramkumar, R.L., Seather, E.S. and Cheng, D. (1986), Design Guide for Bolted Joints in Composite Structures. Final Report. Of Wright Aeronautical Laboratories.
130. Rudakov K. Finite element analysis of the effect of technological factors on the strength of composite bolted joins / K. Rudakov, S. Shukaev, G. Krivov, V. Matvienko // Mechanotronic Systems and Materials 2014. Selected Papers. Opole University of Technology 2015, pp.103-108.
131. Sen, F., Sayman, O., Ozcan, R. and Siyankoc, R. (2010), Failure response of single bolted composite joints under various preload. Indian Journal of Engineering & Materials Sciences Vol. 17, February 2010, pp. 39-48.
132. Stocchi, C., Robinson, P. and Pinho, S.T. (2011), A Detailed Finite Element Investigation of Composite Bolted Joints with Countersunk Fasteners / 18-th International Conference On Composite Materials (ICCM18).
133. Structural Design of Polymer Composites, EUROCOMP Design Code and Handbook. Editor Clarke, J.L., Chapman and Hall. 1996.

134. Structural Materials Handbook, Volume 1 - Polymer Composites, Section III - Design Calculation Methods. European Space Agency, ESA PSS-03-203 Issue 1, 1994.
135. Theocaris, P.S. (1957), "Stress Concentration Produced in Perforated Strips Under Tension", Proceedings of the SESA, vol. XIV, No. 2.
136. Timoshenko S. and Woinowsky-Krieger S. (1959), Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York Toronto London: McGRAWHILL BGGK COMPANY, Inc.
137. Tsai S.W., Wu E.M. A General Theory of Strength for Anisotropic Materials // J. Compos. Mater. – 1971. – 5. – pp. 58-80.
138. Tong, L. (2006), Bearing failure of composite bolted joints with non-uniform bolt-to-washer clearance. Department of Aeronautical Engineering, University of Sydney, Sydney, NSW 2006, Australia.
139. Umran, E., Ayse, O. (2011), Comparison of bolted joints with two different clearance types. Indian Journal of Engineering & Material Sciences, Vol 18, August 2011, pp. 283-292.
140. Wankhade, P. and Kiran K. Jadhao (2014), "Design and Analysis of Bolted Joint in Composite Laminated", Journal of Modern Engineering Research (IJMER), no. 4 (3), pp. 20-24.
141. Waszczak, J.P. and Cruse, T.A. (1971), Failure mode and strength predictions of anisotropic bolt bearing specimens. J. Compos. Mater. vol. 5. pp. 421–425.
142. Whitney J.M., Nuismer, R.J. Stress Fracture Criteria for Laminated Composite Containing Stress Concentrations. Journal of Composite Materials, Vol. 8, 1974, pp. 253-264.
143. Young, W.C. and Buynas, R.G. (2002), Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition. McGraw-Hill. 852 p.
144. Younis, N. (2012), Experimental Strain Investigation of Bolt Torque Effect in Mechanically Fastened Joints. Engineering, 2012, 4, 359-367 doi:10.4236/eng.2012.47047 Published Online July 2012

(<http://www.SciRP.org/journal/eng>).

145. Zhang, K. and Ueng, C. (1985), Stresses around a pin-loaded hole in orthotropic plates with arbitrary loading direction. *Compos. Struct.* Vol. 3. pp.119–

146. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The Finite Element Method. Volume 1: The Basis.* – Oxford: BH, 2000. – 689 p.

147. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The Finite Element Method. Volume 2: Solid Mechanics.* – Oxford: BH, 2000. – 459 p.

148. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Машинобудування, 2016. – №2(77). – С. 100-107.

149. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 2. Вплив зазорів і структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану болтів / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Машинобудування, 2016. – №3(78). – С. 132-145.

150. Рудаков К.М. Вплив структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану в околі отворів болтових з'єднань з ПКМ / К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин // Технологические системы, 2016. – №4(77). – С. 28-40.

151. Dyfuchyn Y. Numerical modelling of bolted composite joints. Bolts rigidity effect on normal stresses in the composite layers / Y. Dyfuchyn, K. Rudakov // *Mechanics and Advanced Technologies* #1 (79), 2017. pp.19-25.

152. Дифучин Ю.Н. Анализ разрывных напряжений и коэффициентов концентрации напряжений в зонах отверстий в пластинах с ПКМ образца болтового соединения / Ю.Н. Дифучин, К.Н. Рудаков // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – 2017. – Вып. 3 (91). – С. 47-60.

153. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на разрывное разрушение ослабленного отверстием сечения композитной пластины / К.Н.

Рудаков, Ю.Н. Дифучин // *Mechanics and Advanced Technologies* #1 (82), 2018. С. 58-66.

154. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на смятие отверстий в пластине из слоистого полимерного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин // *Mechanics and Advanced Technologies* #2 (83), 2018. С. 42-50.

155. Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабиенко // *Mechanics and Advanced Technologies* #1 (85), 2019. С. 41-48.

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації

1. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Машинобудування, 2016. – №2(77). – С. 100-107. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем створені скінченно-елементні моделі, проведені всі розрахунки, оброблені результати щодо якості моделювання, написана частина статті зі загальним описом об'єкта дослідження.*
2. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 2. Вплив зазорів і структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану болтів / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Машинобудування, 2016. – №3(78). – С. 132-145. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем проведені варіативні розрахунки скінченно-елементних моделей, оброблені результати, створені таблиці та побудовані графіки, а також написані відповідні частини статті.*
3. Рудаков К.М. Вплив структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану в околі отворів болтових з'єднань з ПКМ / К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин // Технологические системы, 2016. – №4(77). – С. 28-40. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus, Open Academic Journals Index, General Impact Factor та інші). *Здобувачем проведені всі розрахунки, створені інформативні рисунки, побудовані графіки та апроксимація результатів, а також написані відповідні частини статті.*
4. Dyfuchyn Y. Numerical modelling of bolted composite joints. Bolts rigidity effect on normal stresses in the composite layers / Y. Dyfuchyn, K. Rudakov // Mechanics and Advanced Technologies #1 (79), 2017. pp.19-25. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем проведені всі*

розрахунки, створені інформативні рисунки, побудовані таблиці та графіки отриманих результатів, а також написані відповідні частини статті.

5. Дифучин Ю.Н. Анализ разрывных напряжений и коэффициентов концентрации напряжений в зонах отверстий в пластинах с ПКМ образца болтового соединения / Ю.Н. Дифучин, К.Н. Рудаков // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – 2017. – Вып. 3 (91). – С. 47-60. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем створені інформативні рисунки, побудовані таблиці та графіки отриманих результатів, узагальнених коефіцієнтів концентрації напружень в зонах отворів в пластинах з ПКМ зразка болтового з'єднання, а також написані відповідні частини статті.*

6. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на разрывное разрушение ослабленного отверстием сечения композитной пластины / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин // Mechanics and Advanced Technologies #1 (82), 2018. С. 58-66. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем проведені всі додаткові розрахунки, створені інформативні рисунки, побудовані таблиці та графіки отриманих результатів, сформульовано два можливих алгоритму розрахунків пластини на розрив послабленого отвором перетину пластини з ПКМ, а також написані відповідні частини статті.*

7. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на смятие отверстий в пластине из слоистого полимерного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин // Mechanics and Advanced Technologies #2 (83), 2018. С. 42-50. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем проведені всі додаткові розрахунки, створені інформативні рисунки, побудовані таблиці та графіки отриманих результатів, сформульовано два можливих алгоритму розрахунків пластини на зминання поверхні отвору пластини з ПКМ, а також написані відповідні частини статті.*

8. Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного

композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабієнко // Mechanics and Advanced Technologies #1 (85), 2019. С. 41-48. (Входить до НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем проведено пошук публікацій, зроблені всі розрахунки, створені інформативні рисунки, побудовані таблиці та графіки отриманих результатів, а також написані відповідні частини статті.*

Наукові праці, що засвідчують апробацію матеріалів дисертації

9. Дифучин Ю.М. Про напружено-деформований стан болтових з'єднань з ПКМ // Матеріали XVIII МНТК "Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта", 2017. С. 46-48.

10. Дифучин Ю.М. Розрахунки болтового з'єднання на зминання отворів в пластині з полімерного композиційного матеріалу // Матеріали XVIII МНТК "Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта", 2018. С. 97-101.

ДОДАТОК Б

ЛІНІЙНА АПРОКСИМАЦІЯ ТАБЛИЧНОЇ ФУНКЦІЇ

Маємо таблицю

$$f_n(x_n), n = 1, \dots, N > 2, \quad (\text{ДБ.1})$$

отриману в експерименті. Потрібно її апроксимувати лінійною функцією

$$f(x) = A + Bx. \quad (\text{ДБ.2})$$

Застосуємо метод найменших квадратів [47].

В кожній точці маємо деяке відхилення

$$R_n = A + Bx_n - f_n. \quad (\text{ДБ.3})$$

Згідно з методом, складаємо функціонал

$$F = \sum_{n=1}^N R_n^2 = \sum_{n=1}^N (A + Bx_n - f_n)^2 \Rightarrow \min. \quad (\text{ДБ.4})$$

Умови його мінімізації:

$$\partial F / \partial A = 0, \quad \partial F / \partial B = 0. \quad (\text{ДБ.5})$$

Тому

$$\partial F / \partial A = \partial \sum_{n=1}^N (A + Bx_n - f_n)^2 / \partial A = 2 \sum_{n=1}^N (A + Bx_n - f_n) = 0; \quad (\text{ДБ.6})$$

$$\partial F / \partial B = \partial \sum_{n=1}^N (A + Bx_n - f_n)^2 / \partial B = 2 \sum_{n=1}^N [(A + Bx_n - f_n) \cdot x_n] = 0. \quad (\text{ДБ.7})$$

Це є система з двох лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих A та B :

$$\begin{bmatrix} N & \sum_{n=1}^N x_n \\ \sum_{n=1}^N x_n & \sum_{n=1}^N x_n^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^N f_n \\ \sum_{n=1}^N (f_n x_n) \end{pmatrix}, \quad (\text{ДБ.8})$$

або для скорочення подальших записів

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{ДБ.9})$$

За схемами Крамера та Гаусса отримаємо, що

$$B = (a_{11}b_2 - a_{12}b_1) / (a_{11}a_{22} - a_{12}^2); \quad A = (b_1 - a_{12}B) / a_{11}. \quad (\text{ДБ.10})$$

Щоб побачити графік функції $f(x) = A + Bx$, достатньо обрати дві точки, наприклад, $x = 0$ та $x = \xi$, де $\xi = \max\{x_n\}$, обчислити $f(0) = A$ та $f(\xi) = A + B\xi$ проставити ці значення на графіку та провести через них пряму лінію. Це буде найкраще наближення табличних даних (ДБ.1) лінійною функцією.

ДОДАТОК В

ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНА АПРОКСИМАЦІЯ ТАБЛИЧНОЇ ФУНКЦІЇ

Маємо таблицю

$$f_n(x_n), n = 1, \dots, N > 3, \quad (\text{ДВ.1})$$

отриману в експерименті. Потрібно її апроксимувати спадною експоненціальною функцією

$$f(x) = A + B \exp(-Cx). \quad (\text{ДВ.2})$$

Застосуємо метод найменших квадратів [47].

В кожній точці маємо деяке відхилення

$$R_n = A + B \exp(-Cx_n) - f_n. \quad (\text{ДВ.3})$$

Згідно з методом, складаємо функціонал

$$F = \sum_{n=1}^N R_n^2 = \sum_{n=1}^N (A + B \exp(-Cx_n) - f_n)^2 \Rightarrow \min. \quad (\text{ДВ.4})$$

Умови його мінімізації:

$$\partial F / \partial A = 0, \quad \partial F / \partial B = 0, \quad \partial F / \partial C = 0. \quad (\text{ДВ.5})$$

Тому

$$\begin{aligned} \partial F / \partial A &= \partial \left\{ \sum_{n=1}^N [A + B \exp(-Cx_n) - f_n]^2 \right\} / \partial A = \\ &= 2 \sum_{n=1}^N [A + B \exp(-Cx_n) - f_n] = 0; \end{aligned} \quad (\text{ДВ.6})$$

$$\begin{aligned} \partial F / \partial B &= \partial \left\{ \sum_{n=1}^N [A + B \exp(-Cx_n) - f_n]^2 \right\} / \partial B = \\ &= 2 \sum_{n=1}^N \{ [A + B \exp(-Cx_n) - f_n] \cdot \exp(-Cx_n) \} = 0; \end{aligned} \quad (\text{ДВ.7})$$

$$\begin{aligned} \partial F / \partial C &= \partial \left\{ \sum_{n=1}^N [A + B \exp(-Cx_n) - f_n]^2 \right\} / \partial C = \\ &= -2 \sum_{n=1}^N \{ [A + B \exp(-Cx_n) - f_n] \cdot B C \exp(-Cx_n) \} = 0. \end{aligned} \quad (\text{ДВ.8})$$

Це є система з трьох нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих A , B та C , не рівних нулю:

$$NA + B \sum_{n=1}^N [\exp(-Cx_n)] - \sum_{n=1}^N f_n = 0;$$

$$A \sum_{n=1}^N \exp(-Cx_n) + B \sum_{n=1}^N \exp(-2Cx_n) - \sum_{n=1}^N [f_n \exp(-Cx_n)] = 0; \quad (\text{ДВ.9})$$

$$A \sum_{n=1}^N \exp(-Cx_n) + B \sum_{n=1}^N \exp(-2Cx_n) - \sum_{n=1}^N [f_n \exp(-Cx_n)] = 0.$$

Але третє рівняння є повторенням другого, тобто маємо лише два рівняння відносно трьох невідомих. Третє рівняння отримуємо із застосуванням (ДВ.3) при умові $x_n = 0$, тобто з відхилень

$$R_n = A + B - f_n(0). \quad (\text{ДВ.10})$$

Збираємо новий функціонал

$$\bar{F} = \sum_{n=1}^{N_0} R_n^2 = \sum_{n=1}^{N_0} (A + B - f_n)^2 \Rightarrow \min, \quad (\text{ДВ.11})$$

де N_0 – кількість точок з $x_n = 0$. Умови його мінімізації:

$$\partial \bar{F} / \partial A = 0, \quad \partial \bar{F} / \partial B = 0. \quad (\text{ДВ.12})$$

Тому

$$\partial \bar{F} / \partial A = \partial \left[\sum_{n=1}^{N_0} (A + B - f_n)^2 \right] / \partial A = \sum_{n=1}^{N_0} (A + B - f_n) = NA + NB - \sum_{n=1}^{N_0} f_n = 0,$$

$$\partial \bar{F} / \partial B = \sum_{n=1}^{N_0} (A + B - f_n) = N_0(A + B) - \sum_{n=1}^{N_0} f_n = 0, \quad (\text{ДВ.13})$$

тобто маємо однакові вирази, але це й є додатковий вираз до перших двох з (ДВ.9). Для скорочення подальших записів позначимо:

$$\begin{aligned} \bar{C} &= \sum_{n=1}^N \exp(-Cx_n); \quad \bar{\bar{C}} = \sum_{n=1}^N \exp(-2Cx_n); \\ \underline{f} &= \sum_{n=1}^{N_0} f_n; \quad \bar{f} = \sum_{n=1}^N f_n; \quad \bar{\bar{f}} = \sum_{n=1}^N [f_n \exp(-Cx_n)]. \end{aligned} \quad (\text{ДВ.14})$$

Система (ДВ.9), (Д.13) приймає вигляд:

$$\begin{aligned} NA + B\bar{C} - \bar{f} &= 0; \\ A\bar{C} + B\bar{\bar{C}} - \bar{\bar{f}} &= 0; \\ N_0(A + B) - \underline{f} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{ДВ.15})$$

Оскільки рівнянь у системі усього три, можна застосувати метод релаксації [47]. Для k -й ітерації:

$$\begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix}^{(k+1)} = \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix}^{(k)} - \tau \begin{Bmatrix} NA^{(k)} + B^{(k)}\bar{C}^{(k)} - \bar{f} \\ A^{(k)}\bar{C}^{(k)} + B^{(k)}\bar{\bar{C}}^{(k)} - \bar{\bar{f}}^{(k)} \\ N_0(A^{(k)} + B^{(k)}) - \underline{f} \end{Bmatrix}; \quad k=0,1,\dots \quad (\text{ДВ.16})$$

де $0 < \tau < 1$ – розмір "кроку", а для початкової ітерації можна прийняти, враховуючи незначну спадність функції, що наближується та максимальний порядок значень x_n :

$$A^{(0)} = B^{(0)} = \frac{1}{2N_0} \sum_{n=1}^{N_0} f_n; \quad C^{(0)} = 0.01, \quad (\text{ДВ.17})$$

де N_0 – кількість точок при $x_n = 0$.

Щоб побачити графік функції $f(x) = A + B \exp(-Cx)$, достатньо обрати $M+1$ точку (трьох буде замало): $x=0$, $x=\xi_m$, $m=1,2,\dots,M$, де $\xi_M = \max\{x_n\}$, обчислити $f(0) = A + B$ та $f(\xi_m) = A + B \exp(-C\xi_m)$, проставити ці значення на графіку та провести через них криву. Це буде найкраще наближення табличних даних (ДВ.1) експоненціальною функцією.

Приклад: наближення для формули (3.1)

З двох отворів маємо таблицю

δ_n	0	0	5	5	10	10	20	20	30	30
$(\Delta_c)_n$	0.4507	0.4681	0.3881	0.4269	0.3603	0.3804	0.2761	0.3262	0.2639	0.2723
δ_n	40	40	50	50	70	70	150	150	250	250
$(\Delta_c)_n$	0.2393	0.2101	0.2072	0.1775	0.1862	0.1764	0.1399	0.1385	0.1138	0.1142

Обрані початкові значення: $A^{(0)} = B^{(0)} = \frac{1}{2N_0} \sum_{n=1}^{N_0} f_n \approx 0.230$; $C^{(0)} = 0.01$.

ДОДАТОК Г
АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ

«Затверджую»

Голова правління – Генеральний
директор АТ УкрНДІАТ
д.т.н., професор



Г.О. Кривов

2019 р.

А К Т

впровадження результатів дисертаційної роботи
Дифучина Юрія Миколайовича, виконаної на тему
«Напружено-деформований стан і міцність однозрізних болтових з'єднань
елементів конструкцій із ПКМ»

Даний акт складений про те, що результати дисертаційної роботи
Дифучина Юрія Миколайовича використовуються АТ УкрНДІАТ при
призначенні технологічних параметрів багаторядних болтових з'єднань, що
містять шаруваті полімерно-композитні матеріали.

Заступник директора інституту,
кандидат техн. наук


В.А. Матвієнко

Науковий співробітник

А.М. Рудько

«Узгоджено»

Проректор з наукової роботи
КПІ ім. Ігоря Сикорського
Академік НАН України


_____ М.Ю. Ільченко
« 12 » 04 2019 р.

«Затверджую»

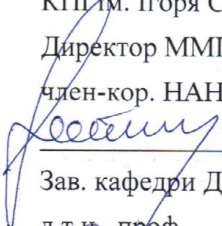
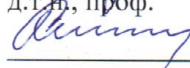
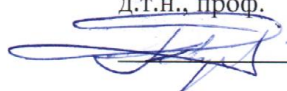
Головний конструктор і
начальник проектно-
конструкторського бюро
космічних апаратів, систем та
комплексів ДП «КБ «Південне»
ім. М.К. Янгеля»
к.т.н.


_____ В.М. Маслей
« 09 » 04 2019 р.

А К Т

впровадження результатів дисертаційної роботи
Дифучина Юрія Миколайовича, виконаної на тему
«Напружено-деформований стан і міцність однозрізних болтових з'єднань
елементів конструкцій із композиційних матеріалів»

Даний акт складений про те, що результати дисертаційної роботи
Дифучина Ю.М. прийняті до відому в КБ-3 ДП «КБ «Південне» й при нагоді
будуть використовуватися при конструюванні болтових з'єднань, що містять
шаруваті полімерні композиційні матеріали, а також при призначенні
технологічних параметрів виготовлення таких болтових з'єднань.

Від
КПІ ім. Ігоря Сикорського
Директор ММІ,
член-кор. НАН України
 М.І. Бобир
Зав. кафедри ДММіОМ
д.т.н., проф.
 Пискунов С.О.
Професор кафедри ДММіОМ
д.т.н., проф.
 Рудаков К.М.

Від
ДП «КБ «Південне» ім. М.К. Янгеля»
Заст. Головного конструктора і
начальника
проектно-конструкторського бюро
космічних апаратів, систем та
комплексів
 Ю.А. Шовкопляс
Начальник відділу
 О.В. Чернявська