

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ТЕОРЕТИЧНА ТА ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА-3. ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

Методичні вказівки

до виконання практичних занять

для студентів спеціальності

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології,
спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані технології і системи навігації та
керування»

*Рекомендовано вченою радою
приладобудівного факультету
(протокол №6/17 від 26.06.2017)*

Київ
НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського»
2017

Теоретична та прикладна механіка-3. Прикладна механіка: Метод. вказівки до виконання практичних занять для студентів спеціальності 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані технології і системи навігації та керування», денної форми навчання, електронне видання [Текст] / Уклад.: С.О. Цибульник, П.С. Мироненко. – К.: НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», 2017. – 42 с.

Методичні вказівки призначено для студентів спеціальності 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані технології і системи навігації та керування», денної форми навчання. У вказівках розкриваються принципи офіційного визнання відповідності навчальних видань та електронних освітніх ресурсів вимогам стандартів та основні вимоги до таких рукописів.

Навчальне електронне видання

ТЕОРЕТИЧНА ТА ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА-3.

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

Методичні вказівки

до виконання практичних занять

для студентів спеціальності

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології,
спеціалізації «Комп'ютерно-інтегровані технології і системи навігації та
керування»

Укладачі

Цибульник Сергій Олексійович, канд. техн. наук
Мироненко Павло Степанович, канд. техн. наук, доц.

Відповідальний
редактор

Півторак Д.О., канд. техн. наук

Рецензент

Трасковський В.В., канд. техн. наук, доц.

За редакцією укладачів

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
Практична робота №1. Структурний аналіз плоских механізмів.....	5
Практична робота №2. План положень.....	13
Практична робота №3. План швидкостей.....	19
Практична робота №4. План прискорень.....	28
Практична робота №5. Згин.....	34
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	42

ВСТУП

Методичні вказівки складені відповідно до чинної робочої навчальної програми дисципліни «Теоретична та прикладна механіка 3. Прикладна механіка» для студентів приладобудівного факультету, які навчаються за програмою освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавра за спеціальністю 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології (спеціалізація комп'ютерно-інтегровані технології та системи навігації і керування).

Мета даного навчального видання – допомогти студентам в надбанні необхідних практичних навичок класифікації та аналізу плоских важільних механізмів.

Виконання практичних завдань, пов'язаних з визначенням ступеню рухомості механізмів, побудові планів положень, швидкостей, прискорень, епюр поперечної сили та згинального моменту сприятиме закріпленню, поглибленню та узагальненню теоретичних основ курсу, а також сприятиме розвитку навичок самостійної творчої роботи студентів у процесі їх навчання, зокрема при виконанні лабораторних та контрольних робіт з дисципліни «Теоретична та прикладна механіка 3. Прикладна механіка».

Методичні вказівки містять стислі теоретичні відомості, необхідні для виконання конкретних практичних завдань, приклади їх визначення за наведеними методиками, завдання для самостійної роботи студентів.

Практична робота №1

Структурний аналіз плоских механізмів

Мета роботи: ознайомитися зі структурою механізмів, навчитися визначати ступінь рухомості механізмів.

Теоретичні відомості

Структура механізмів

Механізм – система рухомо з'єднаних між собою твердих тіл, призначена для перетворення незалежних рухів одного або декількох з них в необхідний рух інших тіл.

Якщо в перетворенні руху беруть участь рідини або гази, то такі механізми називаються відповідно гідравлічними і пневматичними.

Тверді тіла, з яких складаються механізми, називають ланками. Ланки бувають вхідні та вихідні, ведучі та ведені.

Ведуча ланка – ланка, якій повідомляється незалежний рух.

Ведена ланка – ланка, яка створює необхідний рух. На ведені ланки діють корисні сили опору.

Стійка – нерухома ланка, щодо якої розглядається рух інших ланок.

Кінематична пара – рухоме з'єднання двох дотичних одна з одною ланок. Кінематичні пари обмежують рухливість ланок або накладають умови зв'язку.

Класифікація кінематичних пар:

а) за кількістю умов зв'язку;

- б) за характером дотику елементів;
- в) за характером відносного руху ланок.

Сукупність поверхонь, ліній і точок ланки, по яким вона може доторкатися до іншої ланки, утворюючи кінематичну пару, називається **елементом**.

Механічним зв'язком називають обмеження, що накладаються на координати і швидкості механічної системи, а також повинні виконуватися при будь-якому її русі.

За кількістю умов зв'язку кінематичні пари ділять на 5 класів в залежності від умов зв'язку. Нехай число ступенів свободи – **P**, а число умов зв'язку – **S**, тоді

$$P=6- S.$$

За характером дотику елементів кінематичні пари ділять на:

- а) по лінії або в точці – **вищі кінематичні пари**;
- б) по поверхні – **нижчі кінематичні пари**.

За характером відносного руху механізми поділяються на: плоскі і просторові.

Кінематичні ланцюги – це сукупність ланок, пов'язаних між собою кінематичними парами.

Прості кінематичні ланцюги – ланцюги, в яких кожна ланка входить не більше ніж в 2 кінематичні пари.

Складні кінематичні ланцюги – ланцюги, в яких хоча б одна ланка входить в 3 і більше кінематичні пари.

Розірвані кінематичні ланцюги – це ланцюги, в яких хоча б одна ланка входить тільки в одну кінематичну пару.

Замкнені кінематичні ланцюги – це ланцюги, в яких кожна ланка входить в дві і більше кінематичні пари.

Отже, **механізм** – це кінематичний ланцюг, мінімум одна ланка якого являється стійкою і в якому при заданому русі однієї або декількох ланок всі інші роблять однозначно визначений рух.

Класифікація ланок

Усі ланки можна умовно розділити на п'ять основних груп:

Кривошип – ланка, яка робить обертальний рух щодо стійки на повний оборот.

Шатун – ланка, яка робить складний плоско-поступальний рух, а також не пов'язана ні однією кінематичною парою зі стійкою.

Коромисло – ланка, яка робить обертальний рух щодо стійки на кут менший 360° .

Повзун – ланка, яка робить зворотно-поступальний рух щодо стійки.

Куліса – ланка, яка є направляючою для інших ланок.

Ступінь рухомості механізму

Ступінь рухомості – це параметр, який показує скільком ланкам потрібно задати рух, щоб інші ланки здійснювали цілком визначені рухи, інакше кажучи скільки узагальнених координат має механізм.

Позначимо ступінь рухомості через **W** (**S** – число умов зв'язку (клас механізму), **P** – число ступенів свободи). Нехай у механізмі є **n** рухомих ланок, об'єднаних кінематичними парами. Кожна кінематична пара обмежує число ступенів свободи механізму. Якщо необхідно визначити число ступенів свободи кінематичного ланцюга, то від загального числа ступенів

свободи ланок необхідно відняти число умов зв'язку, що накладаються на рух ланок утвореними кінематичними парами.

Клас кінематичної пари відповідає числу умов зв'язку S . Нехай в кінематичного ланцюга є P_1 пар першого класу, P_2 пар другого класу і так далі. Тоді для загального випадку маємо:

$$W=6*n-P_1-2*P_2-3*P_3-4*P_4-5*P_5.$$

Якщо механізм плоский, то в ньому можуть бути тільки кінематичні пари четвертого і п'ятого класу, а кожна ланка має всього 3 ступеня свободи. Тоді

$$W=3*n-2*P_5-P_4,$$

або інакше: кожна ланка, що не входить у кінематичну пару, у площині має 3 ступеня свободи – обертання навколо осі X і поступальні рухи уздовж осей Y і Z .

Тоді число ступенів свободи рухомих ланок буде

$$(6-3)*n=3*n.$$

Пари п'ятого класу накладають число зв'язків $(5-3)*P_5=2*P_5$ і так далі. Тоді

$$W=(6-3)*n-(5-3)*P_5-(4-3)*P_4-(3-3)*P_3,$$

$$W=3*n-2*P_5-P_4 \text{ – формула Чебишева.}$$

Приклад 1.

Виконати структурний аналіз кривошипно-повзунного механізму (рис. 1).

Розв'язання: Визначимо тип ланок, які входять у механізм, та кількість рухомих ланок. Механізм складається з чотирьох наступних ланок:

0 – стійка;

1 – кривошип;

2 – шатун;

3 – повзун.

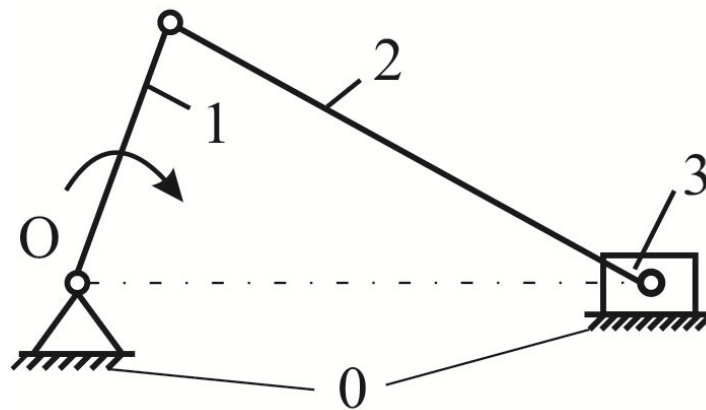


Рисунок 1 – Кривошипно-повзунний механізм

Кількість рухомих ланок $n=3$.

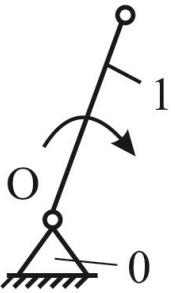
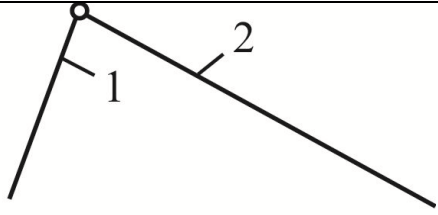
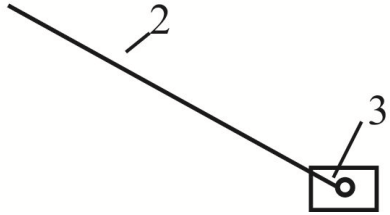
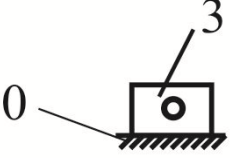
Схема кривошипно-повзунного механізму представляє собою замкнутий кінематичний ланцюг, отже, даний механізм є плоским механізмом. У цьому випадку для визначення ступеню рухомості механізму необхідно знайти коефіцієнти P_5 та P_4 . Для цього занесемо необхідні дані у табл. 1.

З табл. 1 можна зробити висновок, що $P_4=0$, а $P_5=4$. Оскільки механізм плоский, для визначення ступеню рухомості механізму можна скористатися формулою Чебишева:

$$W=3*n-2*P_5-P_4=3*3-2*4-0=9-8=1.$$

Отже, щоб ланки механізму виконували визначені рухи, одній ланці треба задати певний рух, тобто механізм має одну узагальнену координату.

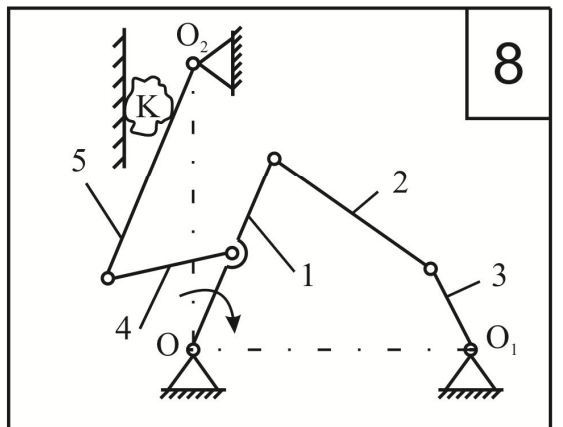
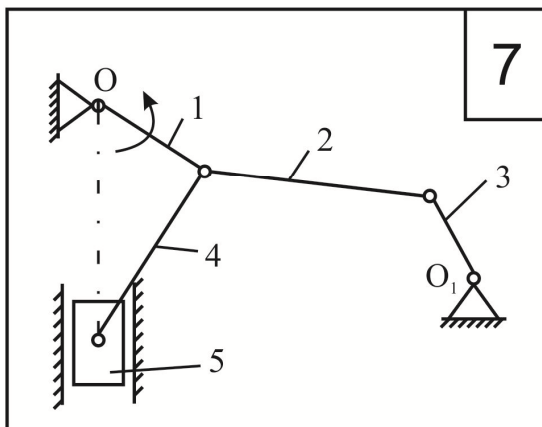
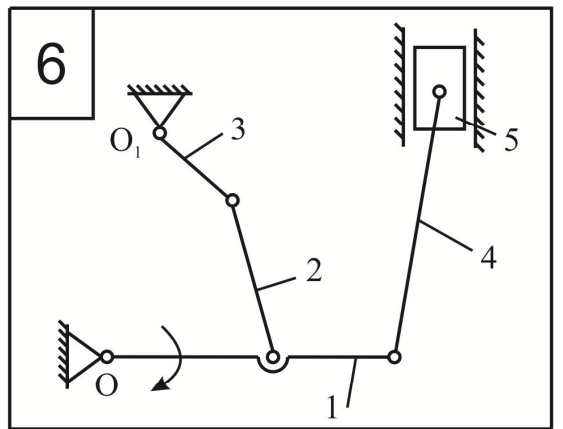
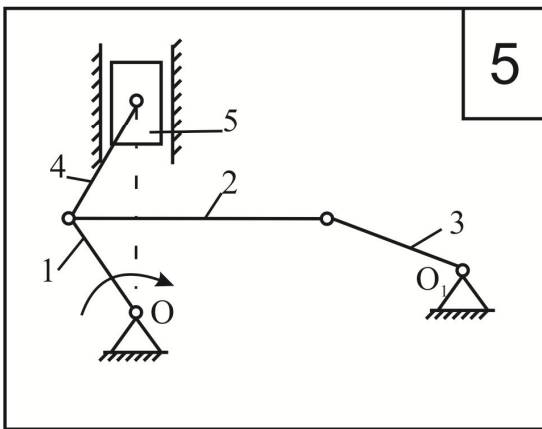
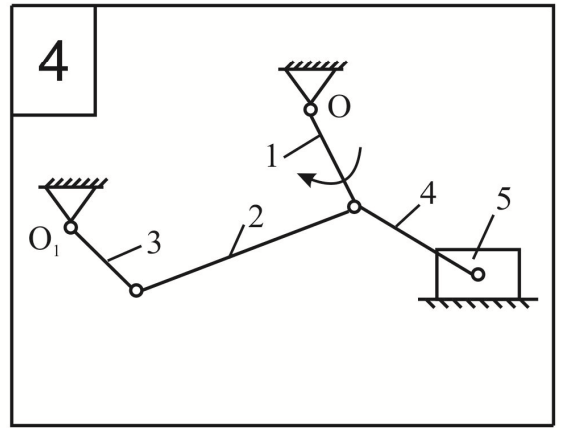
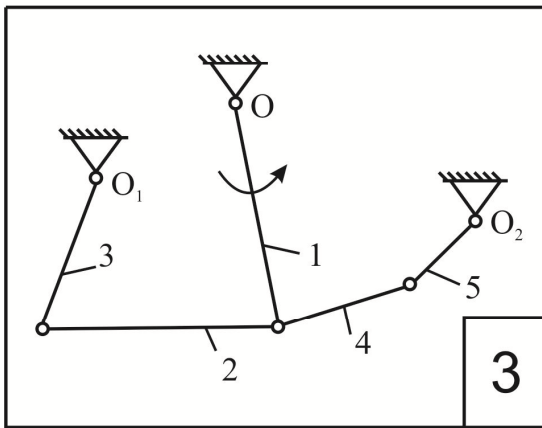
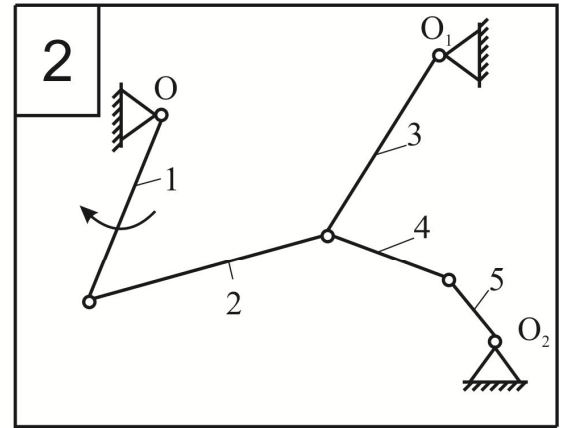
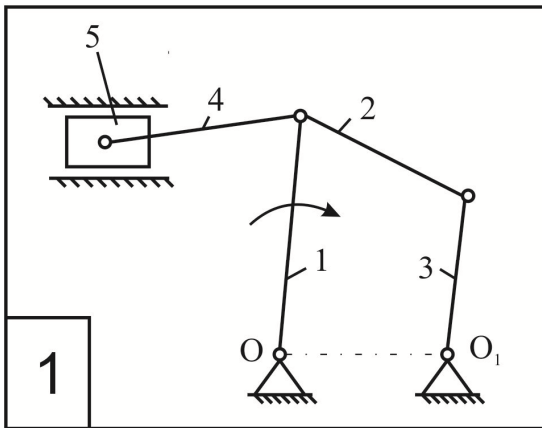
Таблиця 1 – Структурний аналіз механізму

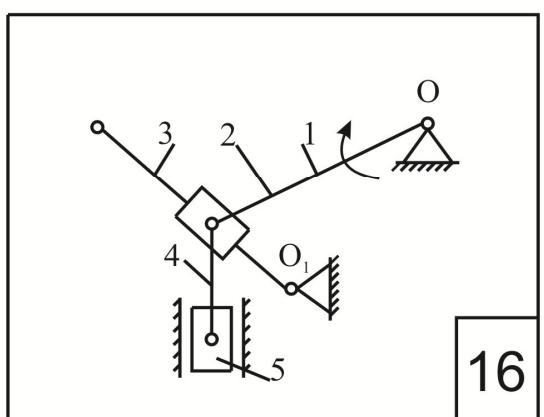
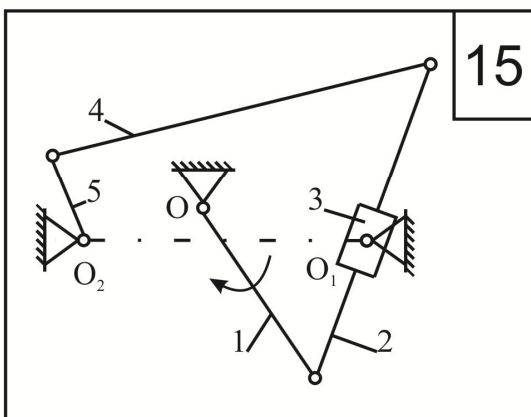
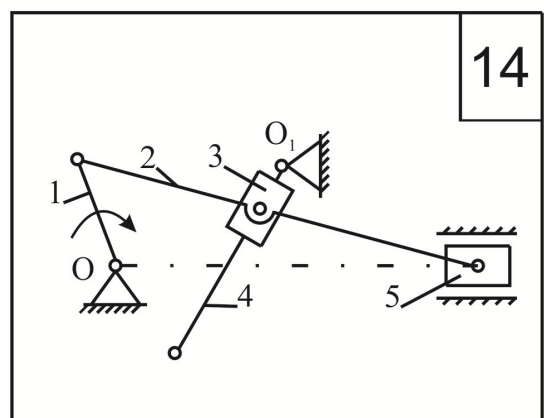
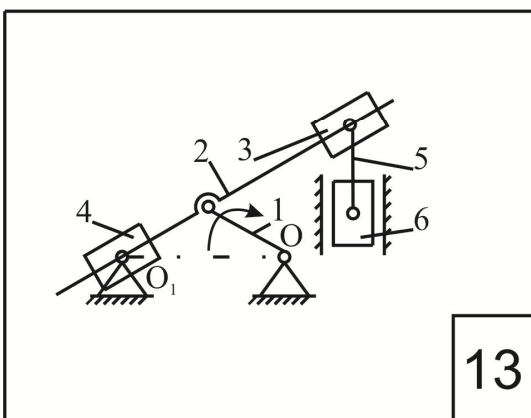
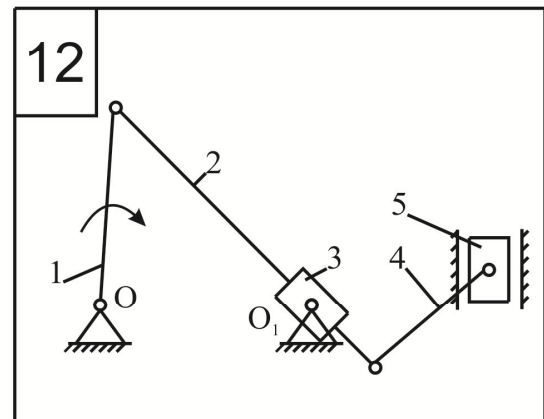
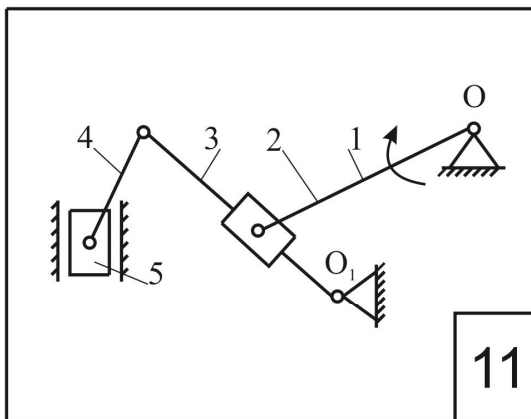
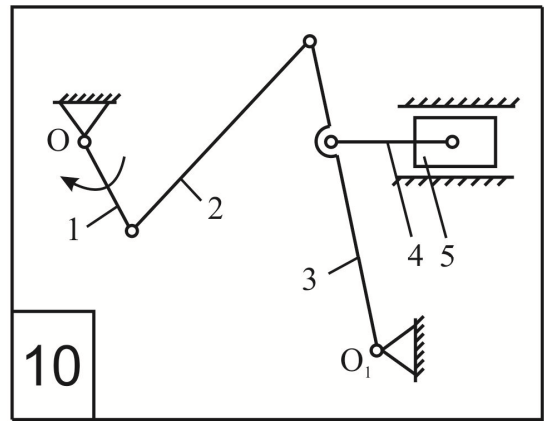
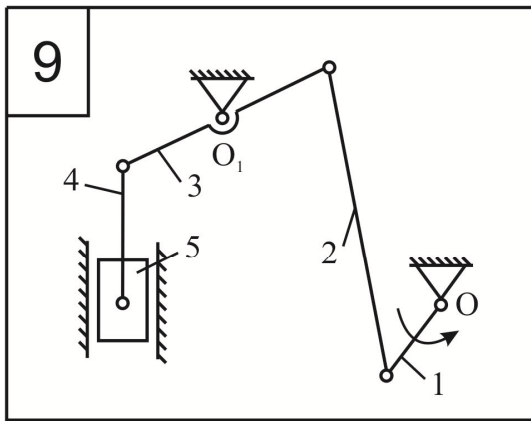
№ кінематичної пари	Номер пари/тип руху	Схема	Клас/рухомість	Вид контакту
1	0-1		5/1	Поверхня (нижча пара)
2	1-2		5/1	Поверхня (нижча пара)
3	2-3		5/1	Поверхня (нижча пара)
4	3-0		5/1	Поверхня (нижча пара)

Відповідь: $W=1$, результат структурного аналізу наведено в табл. 1.

Завдання для самостійної роботи.

Провести структурний аналіз та визначити ступінь рухомості наступних механізмів:





Практична робота №2

План положень

Мета роботи: навчитися будувати план положень механізму.

Теоретичні відомості

Побудова плану положень

Схематичне зображення ланок механізму в певному масштабі без урахування конструктивних форм ланок і кінематичних пар, називається **планом положень** механізму.

Визначення положень ланок і траєкторій руху точок ведеться на кінематичній схемі механізму, яка відображає тільки ті розміри, які визначають відносні положення кінематичних пар.

При кресленні кінематичної схеми механізму необхідно вибрати масштабний коефіцієнт довжин ланок, який позначається літерою μ_l

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB} \left[\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right], \quad (1)$$

де l_{AB} – задана довжина ланки, м; AB – довжина ланки, відкладена на кресленні.

При кресленні плану положень механізму необхідно в першу чергу нанести положення нерухомих центрів обертальних пар і нерухомих направляючих для поступальних пар. Потім для вибраного положення вхідної ланки послідовно визначаються положення кінематичних пар і ланок, приєднаних до вхідної ланки.

Приклад.

Для заданого на рис. 2 механізму побудувати план положень.

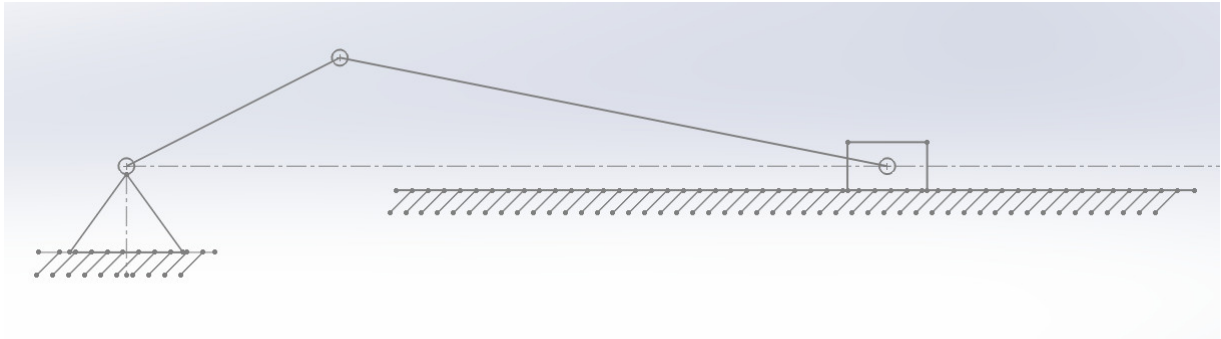


Рисунок 2 – Кривошипно-повзунний механізм

Розглянемо приклад побудови плану положень кривошипно-повзункового механізму, структурна схема якого складається з кривошипа, шатуна і повзуна:

1) Приймаємо масштабний коефіцієнт довжин ланок за відношенням (1).

2) Вибираємо на полі аркуша паперу положення нерухомого центру обертання кривошипа і направляючу для повзуна.

3) Будуємо траєкторію руху центра шарніра обертальної кінематичної пари, окреслив із центру обертання кривошипа коло (рис. 3).

4) За початок відліку положень необхідно прийняти одне із крайніх положень вихідної ланки (повзуна). Найчастіше крайні положення відповідають випадкам, коли кривошип і рухома ланка, з якою він безпосередньо з'єднаний, вишиковуються у одну лінію: у одному випадку їх довжини підсумовуються, а в іншому – віднімаються.

5) Виконуємо розмітку положень вхідної ланки (кривошипа), починаючи від крайнього положення за напрямком обертання, розбивши траєк-

торію рухомого шарніра кривошипа на декілька рівних частин, наприклад, на 12 (через кожні 30° , рис. 4).

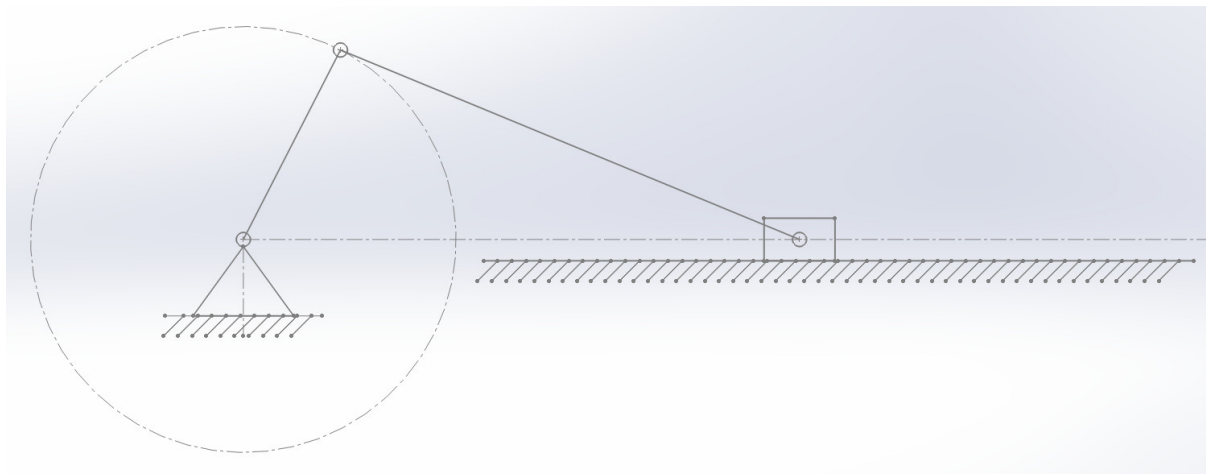


Рисунок 3 – Кривошипно-повзунний механізм з траєкторією руху шарніра кривошипа

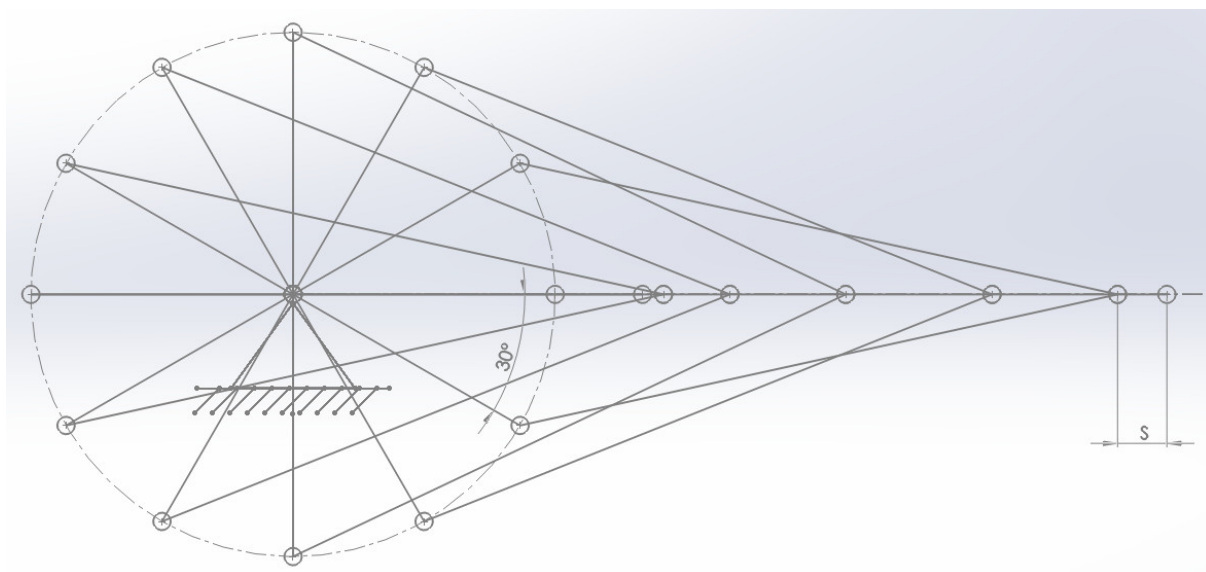


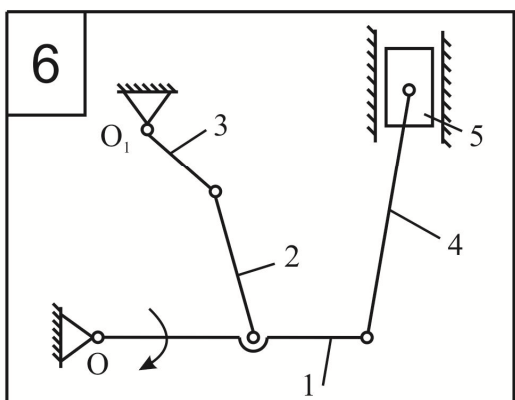
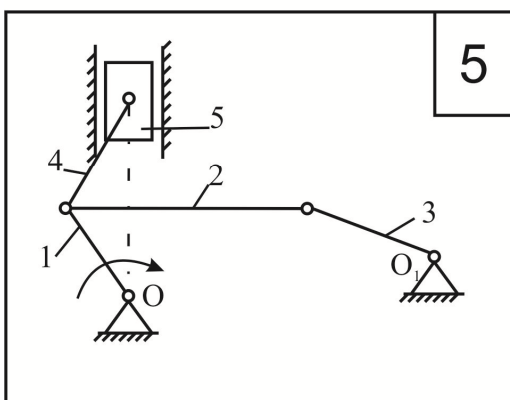
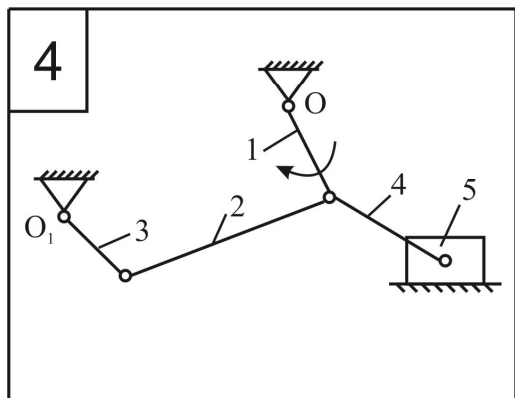
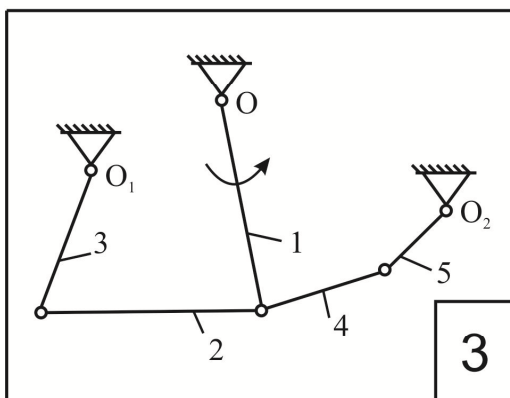
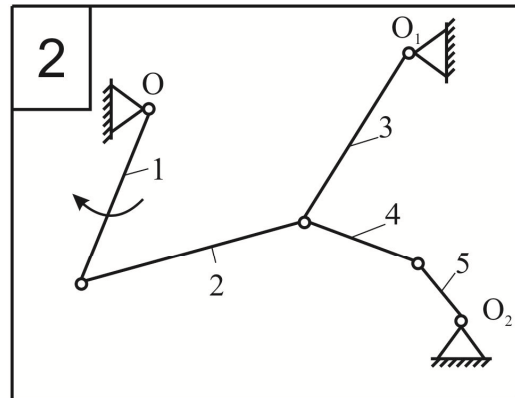
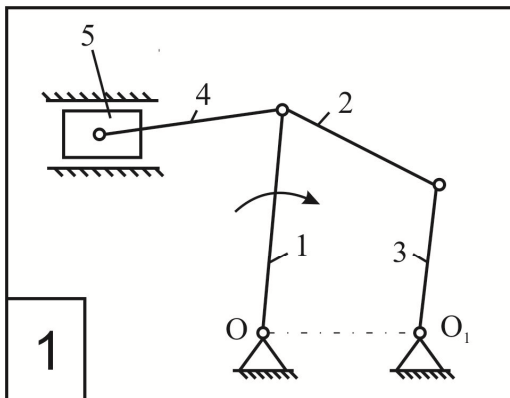
Рисунок 4 – План положень

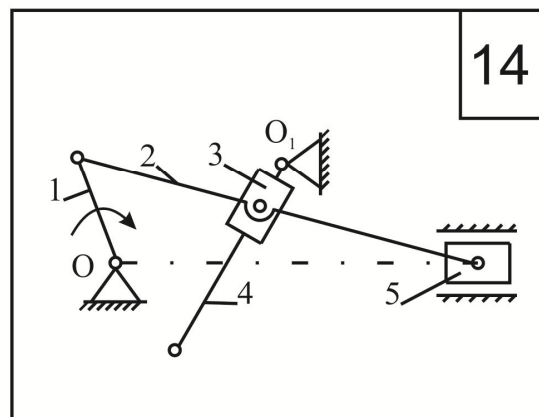
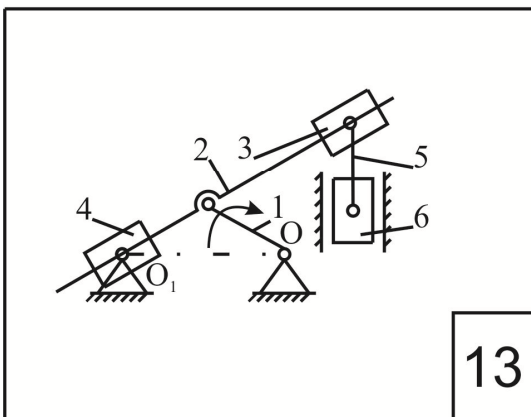
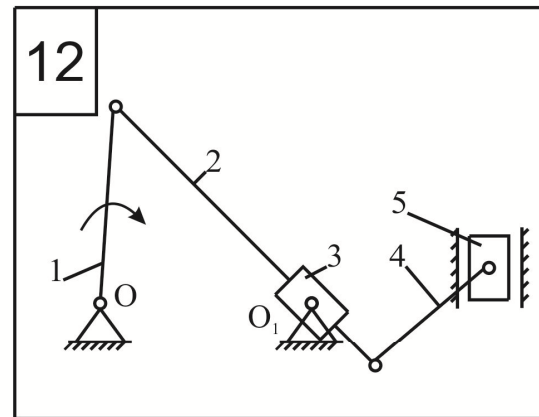
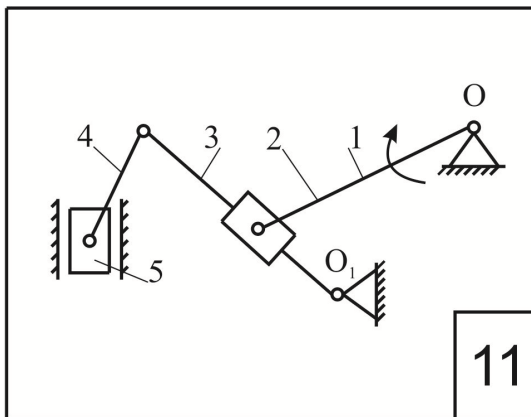
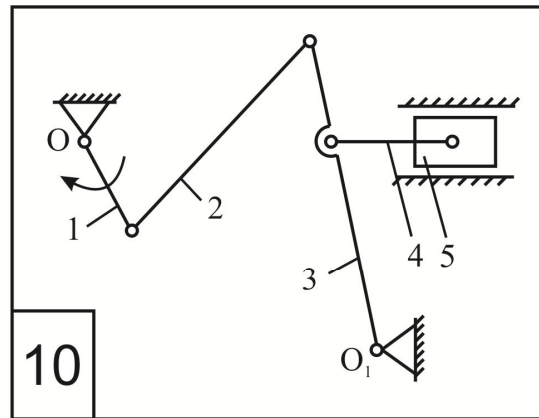
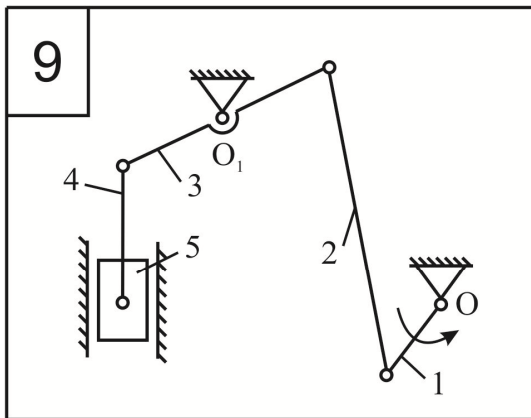
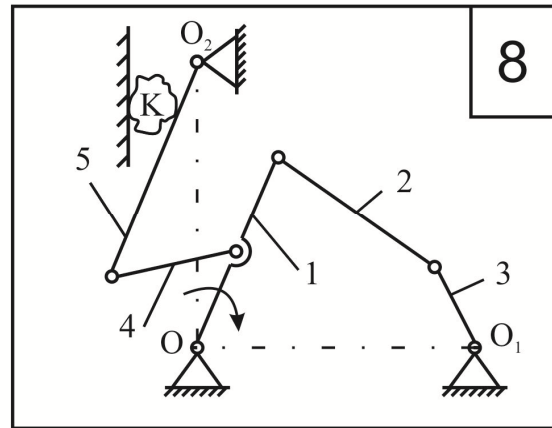
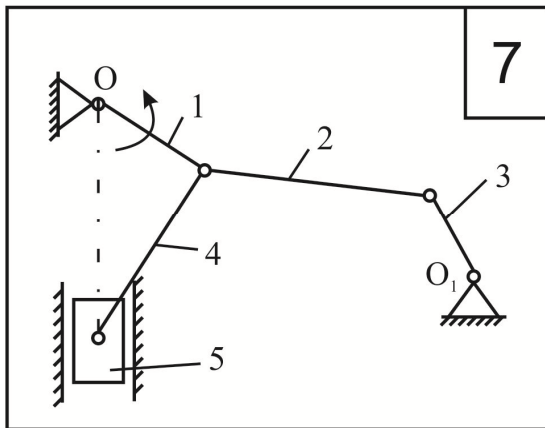
б) За допомогою циркуля, знаючи довжину всіх ланок механізму, знаходимо відповідні положення їх шарнірів і шарніра вихідної ланки.

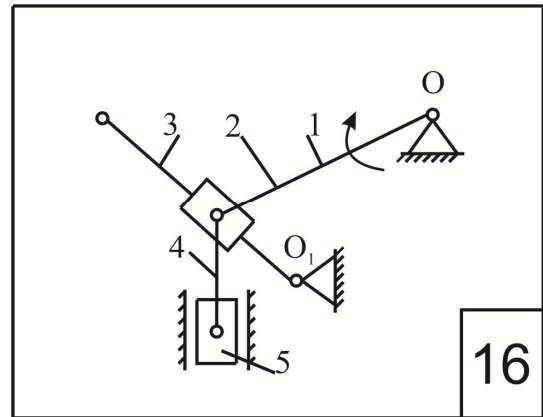
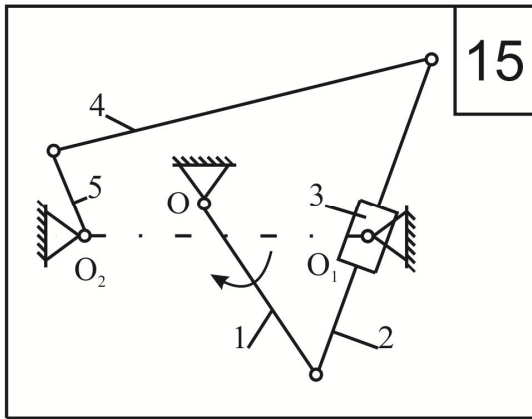
7) Маючи відповідні положення шарніра вихідної ланки (повзуна), від початкового крайнього положення, яке приймається за нуль, будуюмо графік його переміщень за цикл. Величина переміщень S_i для кожного положення шарніра вихідної ланки визначається від крайнього.

Завдання для самостійної роботи.

Побудувати плани положень наступних механізмів:







Практична робота №3

План швидкостей

Мета роботи: навчитися будувати план швидкостей механізму.

Теоретичні відомості

Складний плоский рух

Під складним плоским розуміється такий рух, за якого будь-яка пряма, будучи проведеною в рухомому тілі, не залишається собі паралельною, а всі точки тіла при цьому описують різні за видом траєкторії, які розміщені в одній чи деяких, але паралельних, площинах.

Складний плоский рух твердого тіла визначається рухом відрізка прямої, яка з'єднує дві довільні точки цього тіла, які рухаються в одній площині.

Миттєвий абсолютний плоский рух вільного твердого тіла в загальному випадку (рис. 5) складається з двох рухів: поступального руху разом з довільною точкою A цього тіла, названою полюсом, і обертального руху навколо осі, яка проходить через цю точку A (саме так можна розглядати переміщення тіла на площині від положення A_0B_0 через проміжне положення AB' у положення AB).

Якщо в механізмі нерухому систему координат зв'язати зі стійкою, а рухому – з полюсом ланки, то поступальний рух буде переносним рухом, а обертальний – відносним рухом. Рух же ланки відносно нерухомої системи координат називається абсолютним рухом.

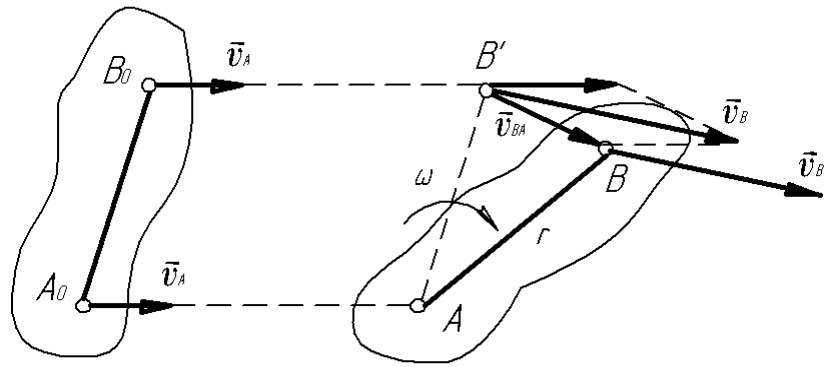


Рисунок 5 – Розкладення складного руху тіла

Розглянутий метод розкладання складного плоского руху в реальних механізмах застосовується до шатунів (рис. 6).

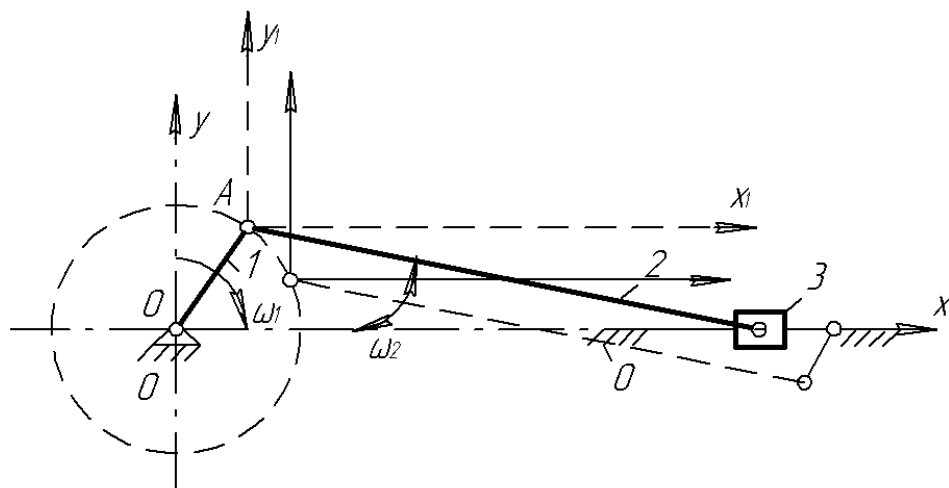


Рисунок 6 – Розкладання складного руху шатуна

Наприклад, точки шатуна кривошипно-повзункового механізму роблять складний рух по відношенню до стійки O . Але коли розглянути рух точок шатуна по відношенню до системи відліку, яка рухається поступально з шарніром кривошипа A , то це буде просте обертання їх відносно шарніра, у свою чергу, рух системи координат, скріпленої з шарніром також простий – це поступальний круговий рух.

Так складний рух шатуна можна розглядати як складений з двох простих рухів: обертального навколо шарніра кривошипа і поступального кругового (колового) руху системи координат, зв'язаної з шарніром.

Користуючись поняттями абсолютного, переносного і відносного руху, розглянемо наступні величини.

Абсолютна швидкість \vec{v}_a будь-якої точки ланки, яка робить складний плоский рух, дорівнює геометричній сумі переносної \vec{v}_e і відносної \vec{v}_r швидкостей:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r.$$

Стосовно точки B ланки 2, це векторне рівняння можна записати у наступному вигляді

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA},$$

де \vec{v}_B – швидкість точки B у абсолютному русі ланки; \vec{v}_A – швидкість точки B у переносному русі ланки, яка дорівнює абсолютній швидкості точки A ; \vec{v}_{BA} – швидкість точки B у відносному (обертальному) русі ланки відносно осі, яка проходить через точку A (поліус).

Крім шатуна складний плоский рух у механізмах проводять також кулісні камені, тобто повзуни, які переміщуються в рухомих напрямних (кулісах) (рис. 7).

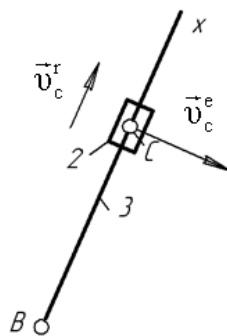


Рисунок 7 – Розкладання складного руху каменя на прості рухи

У цьому випадку складний плоский рух каменя 2 розкладається на переносний обертальний разом з кулісою Bx і відносний – поступальний по відношенню до куліси:

$$\vec{v}_{C_2} = \vec{v}_{C_3} + \vec{v}_{C_2C_3},$$

де \vec{v}_{C_2} – швидкість точки C каменя в абсолютному русі; \vec{v}_{C_3} – швидкість точки C каменя в переносному русі, що означає – абсолютна швидкість тієї точки куліси 3, яка в цю мить співпадає з точкою C каменя 2; $\vec{v}_{C_2C_3}$ – швидкість точки C каменя в поступальному русі по кулісі, або швидкість відносного руху точки C каменя 2 відносно точки C куліси 3.

Побудова плану швидкостей

Визначення лінійних швидкостей точок і кутових швидкостей ланок методом планів швидкостей застосовується для плоских механізмів. Планом швидкостей називається векторне зображення швидкостей характерних точок ланок механізму для заданого його положення.

Приклад.

Відомо: l_{OA} ; l_{AB} ; l_{BC} ; l_{AC} ; $\omega_1 = \text{const}$. Необхідно визначити швидкість характерних точок ланок і кутову ω_2 швидкість ланки 2 (рис. 8).

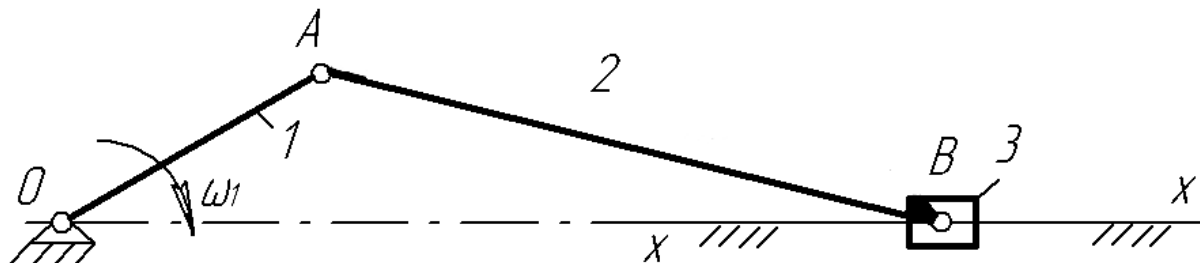


Рисунок 8 – Кривошипно-повзунний механізм

1) Побудову плану швидкостей починаємо з визначення швидкості точки A . Кривошип A обертається навколо нерухомої осі, яка проходить через точку O , через це швидкість точки A чисельно дорівнює:

$$v_A = \omega_1 l_{OA} [\text{м/с}].$$

Направлена швидкість точки A перпендикулярно до \overline{OA} в сторону обертання кривошипу.

Вибираємо положення полюса плану швидкостей – точку P_v (рис. 9).

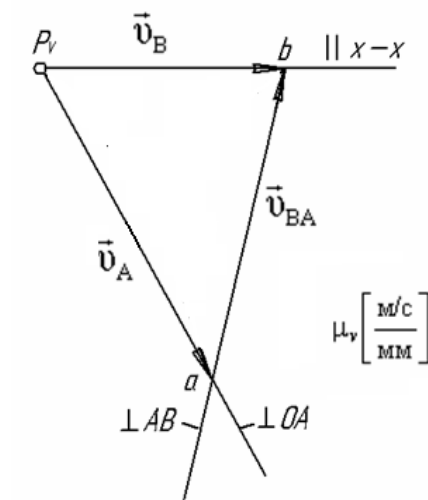


Рисунок 9 – План швидкостей

2) Вибравши відрізок $(\overline{P_v a})$ (мм), який зображує швидкість точки A , вирахуємо масштабний коефіцієнт плану швидкостей μ_v :

$$\mu_v = \frac{V_A}{(P_v a)} = \frac{\omega_1 (OA) \mu_l}{(P_v a)} \left[\frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right]. \quad (2)$$

Довжину відрізка $(P_v a)$ вибираємо довільно (в межах 50...100 мм), але таку, щоб μ_v одержати у вигляді числа, зручного для рахування (кратне 2, 4, 5).

3) Із полюсу швидкостей P_v проводимо перпендикулярно (\overline{OA}) в сторону обертання відрізок довжиною $(P_v a)$.

4) Визначаємо швидкість точки B . Для визначення абсолютної швидкості точки B у відповідності з теоремою 1 розглянемо рух ланки 2 (шатуна) як суму поступального переносного руху разом з полюсом (за полюс приймаємо точку, параметри руху якої відомі) – точкою A і відносного обертального навколо осі, яка проходить через полюс A .

Векторне рівняння, яке визначає абсолютну швидкість точки B , має вигляд:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}. \quad (3)$$

У цьому рівнянні вектори, які відомі за модулем і напрямком, підкреслені двічі, а вектори, для яких відома тільки лінія дії, підкреслені один раз.

Для графічного розв'язання цього рівняння із точки a плану швидкостей, яка зображує кінець вектора \vec{v}_A , проводимо лінію дії вектора швидкості точки B в обертальному русі ланки 2 навколо полюсу A , тобто $v_{BA} \perp \overline{AB}$, а через полюс P_v плану – лінію дії \vec{v}_B паралельно напрямній «х-х» повзуна 3. Річ в тому, що точка B належить і ланці 3, лінія дії швидкості якої відома і паралельна (\parallel) напрямній «х-х». Точка b перетину цих ліній дії визначає відрізок $(\overline{P_v b})$, відображуючий вектор \vec{v}_B ; згідно з векторним рівнянням напрям цього вектора від точки a до точки b .

Векторний трикутник $P_v ab$ – графічне розв'язання початкового рівняння (3); модулі знайдених векторів швидкостей:

$$v_B = (\overline{P_v b})\mu_v; \quad v_{BA} = (\overline{ab})\mu_v.$$

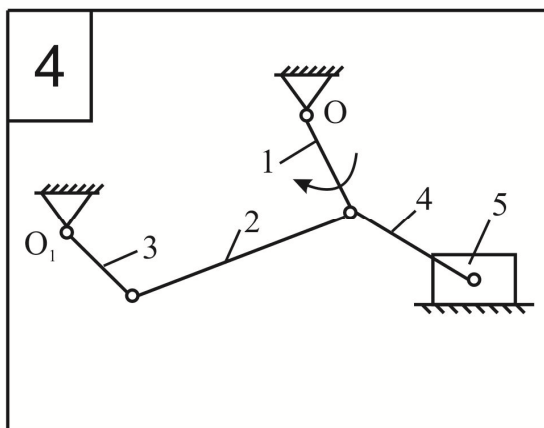
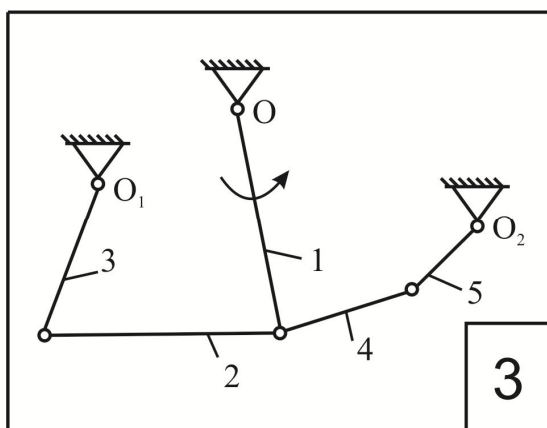
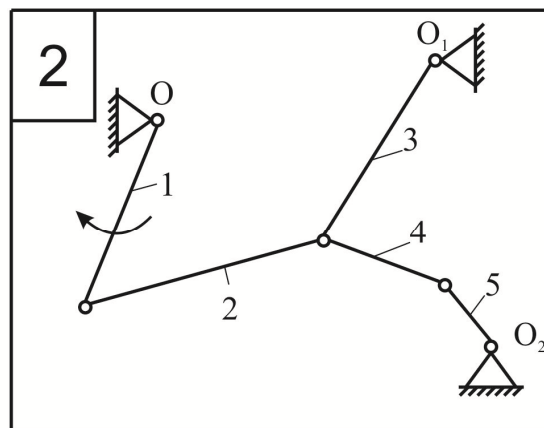
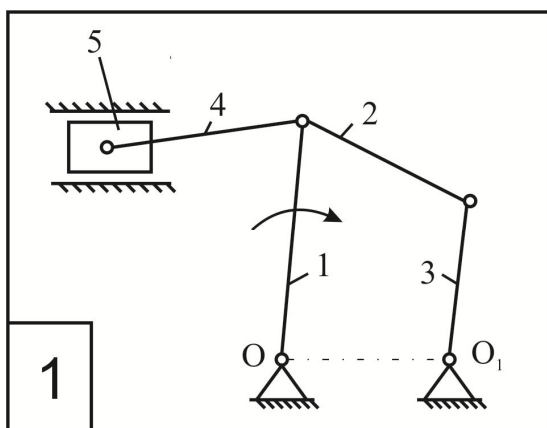
6) Визначаємо кутову швидкість ланки 2 в його русі відносно точки A :

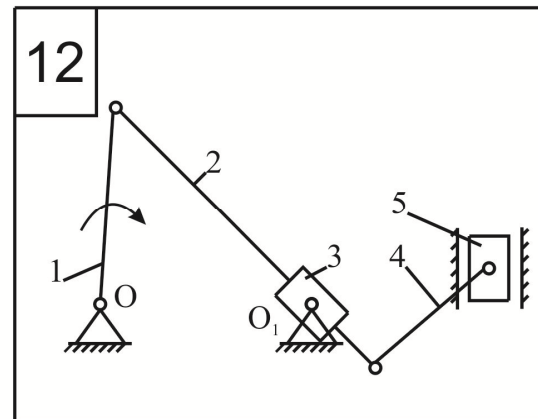
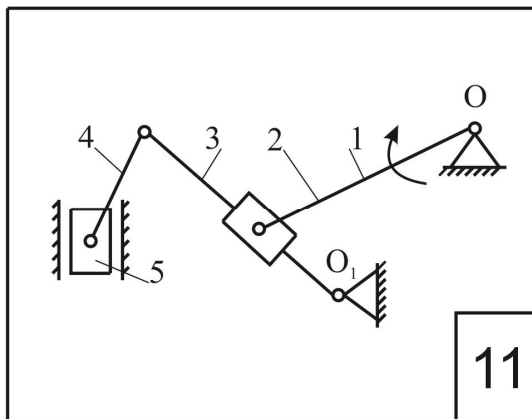
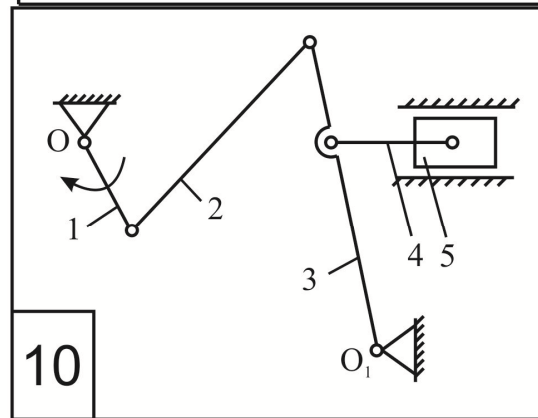
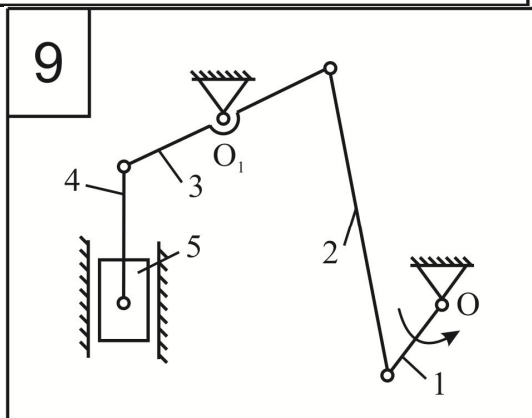
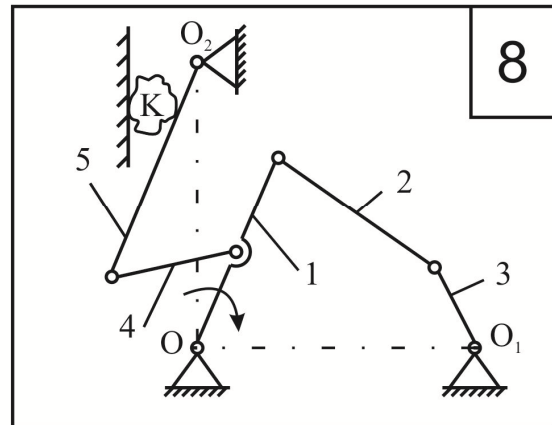
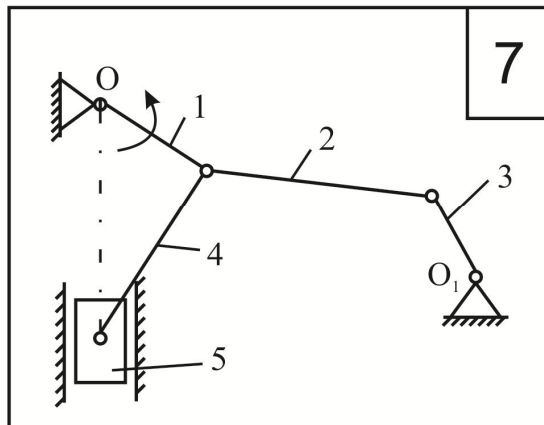
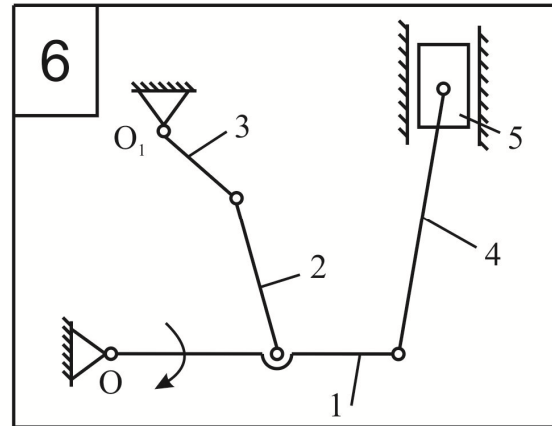
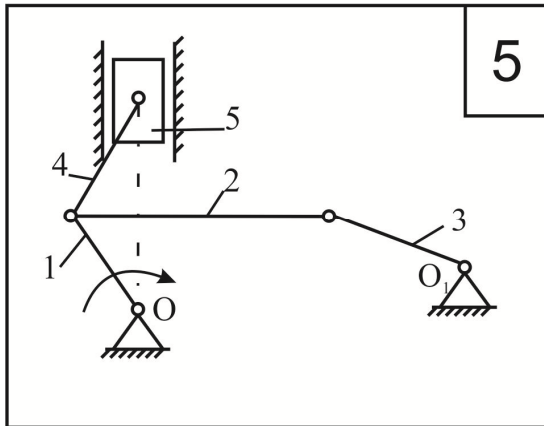
$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{AB}}.$$

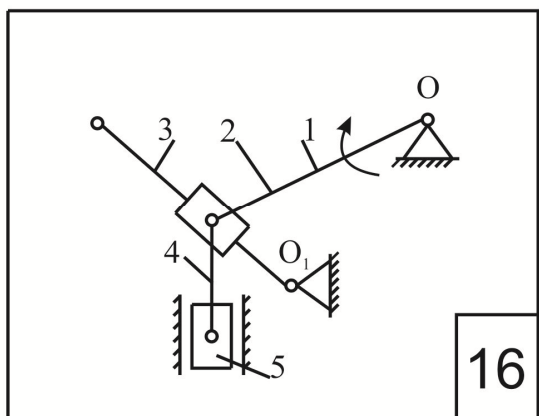
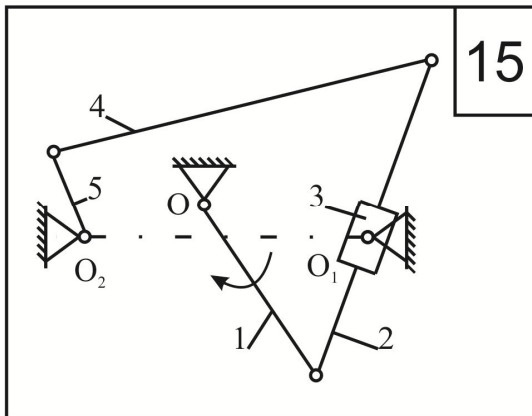
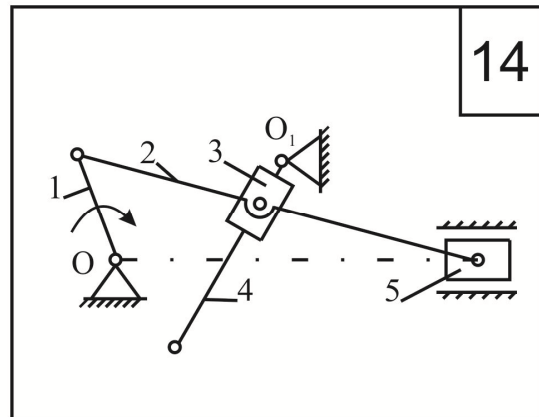
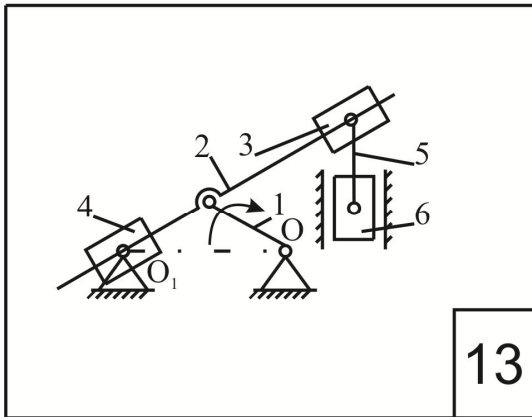
Для визначення напрямку кутової швидкості ω_2 вектор \overline{ab} переносимо подумки з плану швидкостей на план механізму в точку B і бачимо, що ланка 2 обертається відносно точки A проти годинникової стрілки.

Завдання для самостійної роботи.

Побудувати плани швидкостей наступних механізмів:







Практична робота №4

План прискорень

Мета роботи: навчитися будувати план прискорень механізму.

Теоретичні відомості

Побудова плану прискорень

Приклад.

Відомо: l_{OA} ; l_{AB} ; l_{BC} ; l_{AC} ; $\omega_1 = \text{const}$. Необхідно визначити швидкість характерних точок ланок і кутову ω_2 швидкість ланки 2 (рис. 8)

Визначити прискорення характерних точок механізму і ланок, якщо відомі швидкості (рис. 10).

1) Механізм розкладається на групу 1-го класу, утворену ланкою 1 і стійкою O , і групу 2-го класу, утворену ланками 2 і 3.

Отже, відносячи точку A до ланки 1, знаходимо її прискорення \vec{a}_{A_1} , яке направлене по AO_1 , а його модуль:

$$a_{A_1} = \omega_1^2 l_{O_1A} = \omega_1^2 (O_1A) \mu_l \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right]$$

2) Приймаємо масштабний коефіцієнт прискорень μ_a .

3) З іншої сторони, для визначення прискорення точки A , маємо два векторних рівняння:

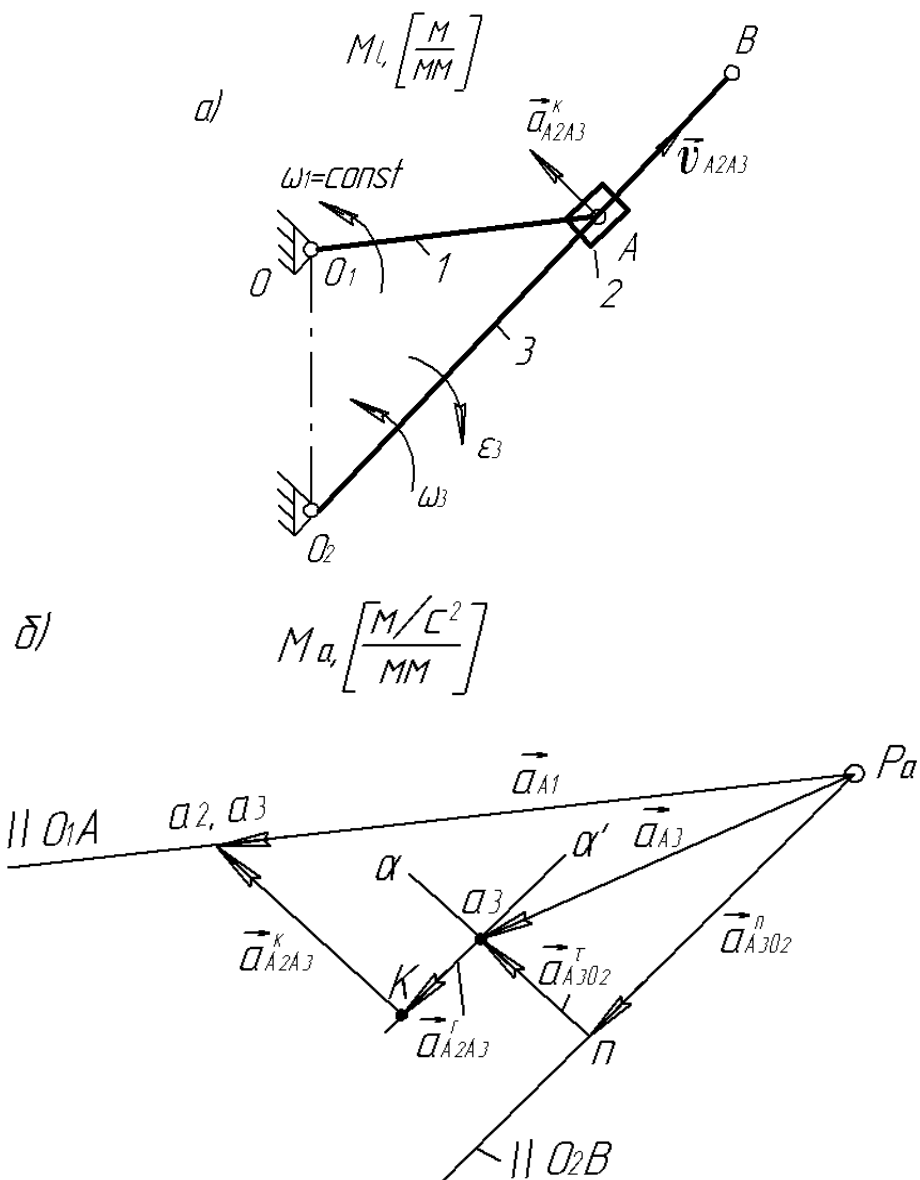


Рисунок 10 – План положення кулісного механізму і відповідний план прискорень

$$\begin{aligned} \vec{a}_{A_2} &= \vec{a}_{A_3} + \vec{a}_{A_2A_3}^{\kappa} + \vec{a}_{A_2A_3}^r \\ \vec{a}_{A_3} &= \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{A_3O_2}^n + \vec{a}_{A_3O_2}^{\tau} \end{aligned} \quad (4)$$

Перше рівняння системи (4) одержали, відносячи точку A до ланки 2 і розглядаючи її рух складений із рухів: переносного обертального разом із

ланкою 3 (\vec{a}_{A_3}) і відносного поступального по відношенню до ланки 3 ($\vec{a}_{A_2A_3}^r$).

Друге рівняння системи (4) одержали відносячи точку A до ланки 3, у якого $\vec{a}_{O_2} = 0$.

Отже маємо

$$\vec{a}_{A_2} = \vec{a}_{A_1} = \vec{a}_{A_3O_2}^n + \vec{a}_{A_3O_2}^\tau + \vec{a}_{A_3} + \vec{a}_{A_2A_3}^\kappa + \vec{a}_{A_2A_3}^r. \quad (5)$$

У цьому рівнянні $a_{A_3O_2}^n = \omega_3^2 l_{O_2A} = \omega_3^2 (O_2A) \mu_l$, а його напрям співпадає з $\overline{O_2B}$; вектор $\vec{a}_{A_2A_3}^\kappa$ одержав обертання на 90° по відношенню до вектора $\vec{v}_{A_2A_3}$ в сторону обертання ланки 3, а його модуль $a_{A_2A_3}^\kappa = 2\omega_3 v_{A_2A_3}$; вектор $\vec{a}_{A_3O_2}^r \perp O_2B$, а вектор $\vec{a}_{A_2A_3}^r \parallel O_2B$, але невідомі за модулем.

Таким чином, із багатокутника прискорень необхідно знайти модулі векторів $\vec{a}_{A_3O_2}^r$ і $\vec{a}_{A_2A_3}^r$.

Із полюсу P_a (рис.7) відкладаємо вектор $\overline{P_a a_1} = \vec{a}_{A_1}$, потім із того ж полюсу відкладаємо вектор $\overline{P_a n} = \vec{a}_{A_3O_2}^n$ і через точку n проводимо пряму $na \perp O_2B$, вздовж якої буде направлений вектор $\vec{a}_{A_3O_2}^\tau$. Оскільки модуль цього вектора, а отже, і кінець a_3 , відображуючий його, невідомий, то наступне додатне $\vec{a}_{A_2A_3}^r$ обходимо і до кінця вектора $(\overline{P_a a_1})$ добудовуємо вектор $\overline{ka_1} = \vec{a}_{A_2A_3}^\kappa$. Тепер із початку «к» цього вектора проводимо лінію $ka' \parallel O_2B$, тобто $\parallel \vec{a}_{A_2A_3}^r$. Точка перетину a_3 прямих na і ka' є кінцем вектора $\overline{na_3} = \vec{a}_{A_3O_2}^\tau$ і початком вектора $\overline{a_3k} = \vec{a}_{A_2A_3}^r$. При цьому $a_{A_3O_2}^\tau = (na_3) \mu_a$; $a_{A_2A_3}^r = (a_3k) \mu_a$; $a_{A_3} = (P_a a_3) \mu_a$.

Кутове прискорення куліси 3 знайдемо за формулою:

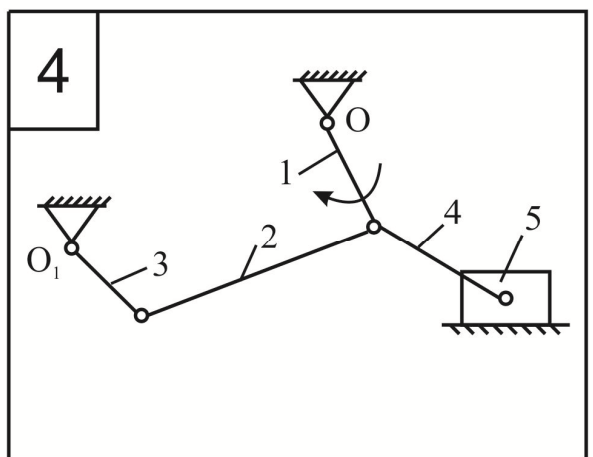
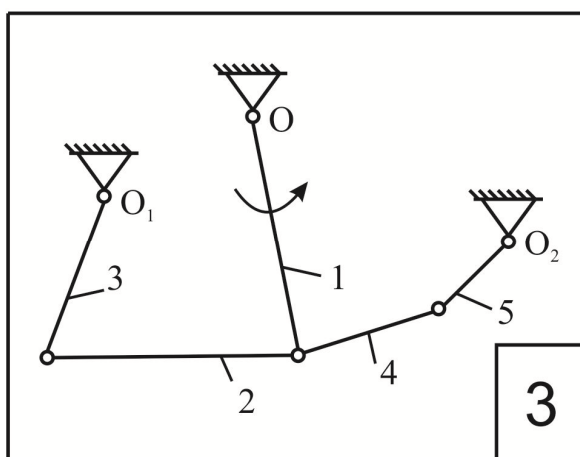
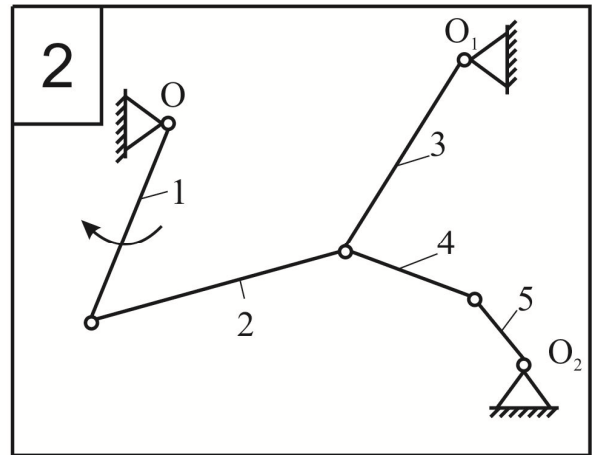
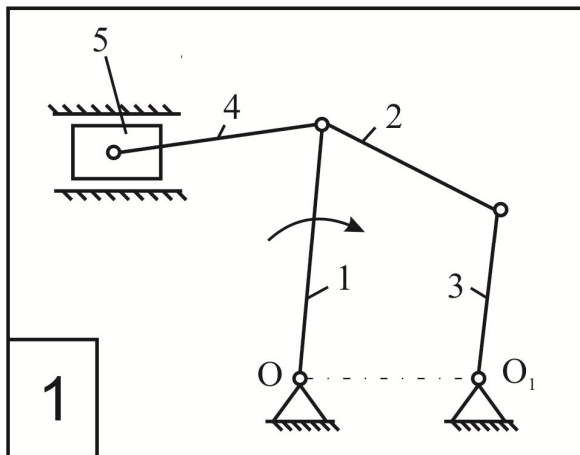
$$\varepsilon_3 = \frac{a_{A_3O_2}^r}{l_{O_2A}} = \frac{(na_3)\mu_a}{(O_2A)\mu_l}$$

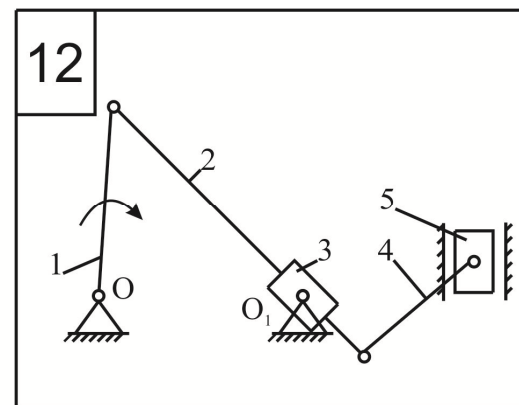
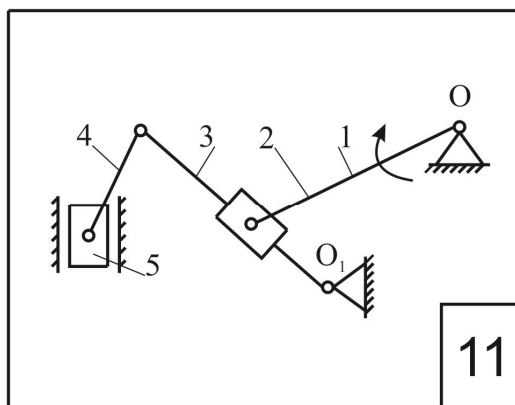
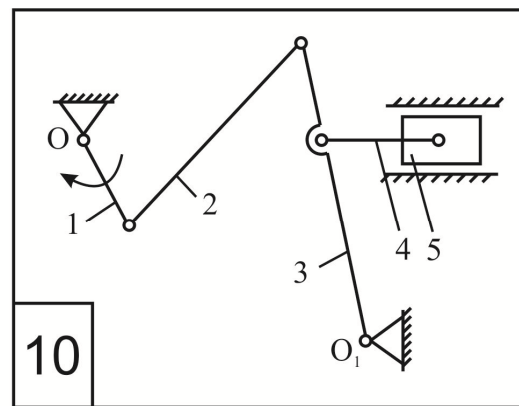
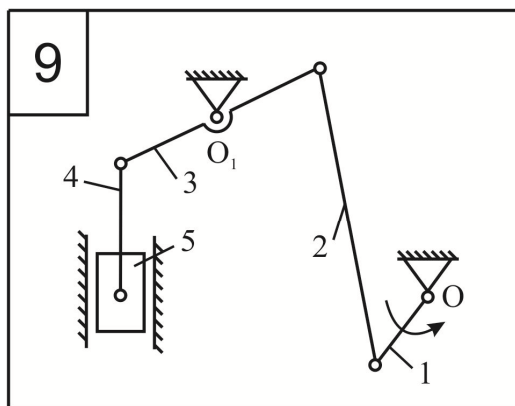
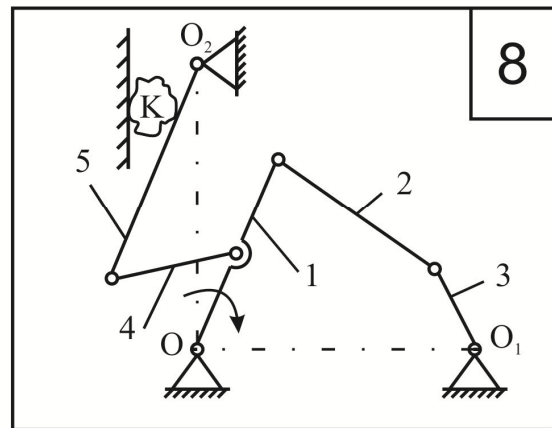
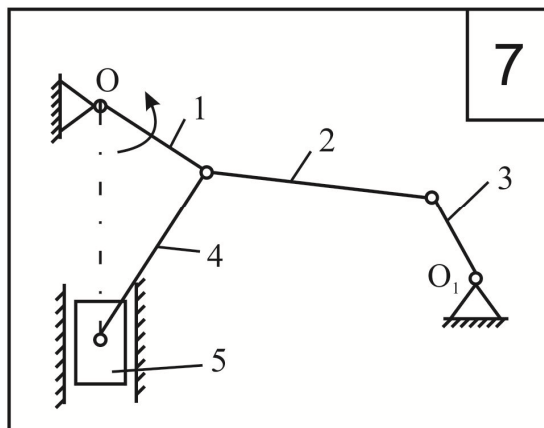
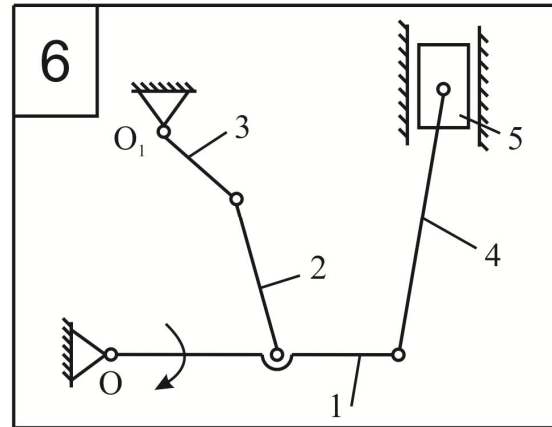
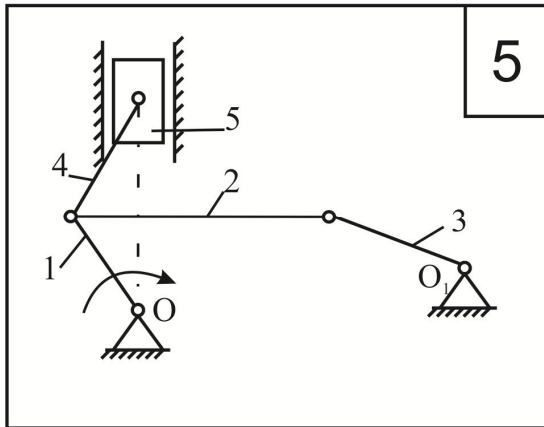
Напрямок прискорення ε_3 , визначимо, якщо вектор $\vec{a}_{A_3O_2}^r$ перенесемо з плану прискорень в точку A куліси на плані механізму.

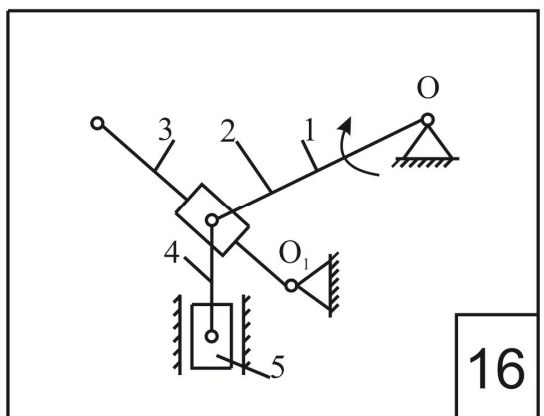
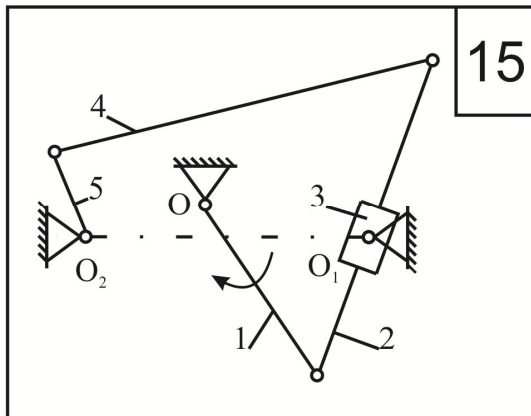
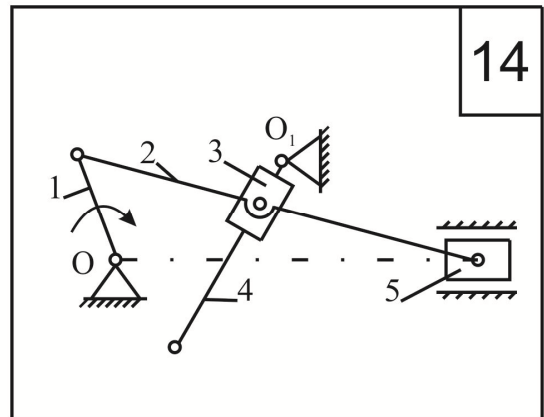
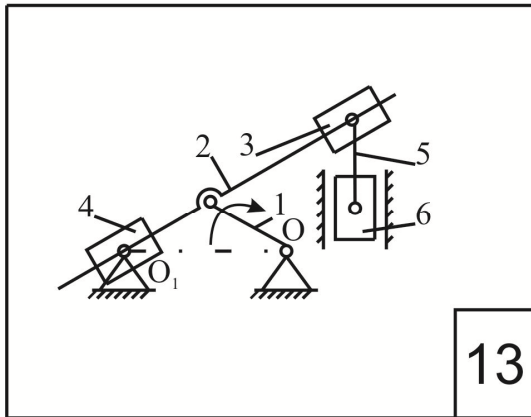
Можемо зробити висновок, що ланка 3 рухається прискорено, оскільки співпадають напрямки ω_3 і ε_3 .

Завдання для самостійної роботи.

Побудувати плани прискорень наступних механізмів:







Практична робота №5

Згин

Мета роботи: ознайомитися з деформаціями згину, навчитися будувати епюри поперечних сил, а також згинальних моментів.

Теоретичні відомості

Згин

Згин – це такий вид деформації бруса, при якому в його поперечних перерізах виникають згинальні моменти. У більшості випадків одночасно зі згинальними моментами виникають і поперечні сили, такий згин називають поперечним; якщо поперечні сили не виникають, згин називають чистим.

З геометричної точки зору згин характеризується тим, що вісь бруса, прямолінійна до деформації, при згині стає кривою лінією.

Деформація згину виникає при навантаженні бруса силами, що діють у площинах, які проходять через його поздовжню вісь, перпендикулярних до цієї осі, і парами сил, діючими в тих же площинах. У тому випадку, коли всі навантаження і реакції зв'язків діють в одній площині, згин називають плоским.

Обмежимося розглядом брусів, поперечні перерізи яких мають хоча б одну вісь симетрії. Вісь симетрії і перпендикулярна їй центральна вісь являються головними центральними осями перерізу.

Площину, що проходить через повздовжню вісь бруса і одну з головних центральних осей його поперечного перерізу, називають головною площиною бруса.

У випадку, коли силова площина, тобто площина дії навантажень, співпадає з однією з головних площин має місце прямий згин бруса. Лінію перетину силової площини з площиною поперечного перерізу бруса називають силовою лінією. Таким чином, при прямому згині силова лінія співпадає з однією з головних центральних осей поперечного перерізу.

При прямому згині деформація відбувається в силівній площині, тобто в цій площині розташовується вісь зігнутого бруса.

Якщо силова площина не співпадає з однією з головних площин бруса, або те ж саме, що силова площина не співпадає ні з однією з головних центральних осей його поперечного перерізу, згин називають косим.

У загальному випадку прямого згину в поперечних перерізах бруса виникає два внутрішніх силових фактори: поперечна сила Q_y та згинальний момент M_x .

У тому випадку, коли і поперечна сила Q_y , і згинальний момент M_x не рівні нулю, згин називається поперечним прямим.

При згині брус деформується таким чином, що частина його волокон розтягується, а частина стискається. Волокна розташовані в опуклій частині зігнутого бруса розтягуються, а в вигнутій стискаються. Границями між областями розтягування та стискання є шар волокон, який лиш викривляється, не відчуваючи при цьому ні розтягування, ні стискання – нейтральний шар. Лінія перетину нейтрального шару з площиною поперечного перерізу бруса називається нейтральною віссю або нульовою лінією.

Бруси, що працюють на прямий згин, називають балками.

Основні типи балок:

- двоопорна балка з однією консоллю;

- двоопорна балка без консолей;
- двоопорна балка з двома консолями.

Відстань між опорами балок називають прольотом, а довжину балки, закріплену одним кінцем, іноді називають вильотом. Консоль – частина балки, розташована по один бік від опори.

Розв’язок задач на тему «Деформація згинання» рекомендується виконувати в такій послідовності:

- 1) Скласти розрахункову схему навантаження балки.
- 2) Визначити реакції опор балки (для визначення реакцій рекомендується використовувати два рівняння суми моментів усіх сил відносно кожної опори балки) і обов’язково перевірити правильність визначених реакцій, використовуючи рівняння суми проекцій усіх сил на вісь перпендикулярну до осі балки.
- 3) Побудувати епюру поперечних сил Q_y .
- 4) Побудувати епюру згинальних моментів M_x (для побудови епюр доцільно використовувати метод побудови епюр по характерним точкам).
- 5) По епюрі згинальних моментів визначити «небезпечний» переріз балки і максимальний згинальний момент M_x^{\max} .

Епюри поперечної сили та згинального моменту слід будувати, використовуючи наступні правила:

- 1) Якщо на ділянці відсутнє рівномірно розподілене навантаження q , то епюра поперечної сили Q_y буде прямою, паралельною базовій лінії, а епюра згинальних моментів M_x буде змінюватися по лінійному закону.
- 2) Якщо на ділянці присутнє рівномірно розподілене навантаження q , то епюра поперечної сили Q_y буде змінюватися по лінійному закону, а епюра згинальних моментів M_x буде параболою, випуклість якої завжди напрямлена в той же бік, що і розподілене навантаження q .

3) Якщо на ділянці присутнє розподілене навантаження q , яке змінюється за лінійним законом, то епюра поперечної сили Q_y буде параболою, а епюра згинальних моментів M_x буде змінюватись по закону кубічної параболи.

4) У перерізі, де поперечна сила Q_y дорівнює нулю епюра згинальних моментів M_x матиме екстремум (мінімум чи максимум).

5) У перерізі, де прикладене зовнішнє зосереджене навантаження F , яке перпендикулярне до осі бруса, на епюрі поперечної сили Q_y буде стрибок на величину i в напрямку цієї сили, а епюра згинальних моментів M_x матиме злам.

6) У перерізі, де прикладений зовнішній зосереджений момент, епюра згинальних моментів M_x матиме стрибок на величину i в напрямку дії цього моменту. Зосереджений момент ніяк не впливає на епюру поперечної сили Q_y .

7) У перерізі, де починається чи закінчується розподілене навантаження q (при умові, що в цих місцях не прикладено зосереджене навантаження F), епюра згинальних моментів M_x не матиме зламу (пряма і парабола у цих точках матимуть одну і ту ж дотичну).

Приклад.

Для заданого бруса побудувати епюри: а) поперечної сили Q , б) згинальних моментів M . Схема навантаження зображена на рис. 21, $F=120\text{кН}$, $l=2\text{м}$, $M=45\text{кНм}$.

Розв'язання:

Визначимо реакції опор, використовуючи рівняння моментів відносно точок закріплення А та В:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 8a \cdot R_A - 6a \cdot F + M + 3a \cdot F = 0;$$

$$R_A = \frac{6a \cdot F - M - a \cdot 3F}{8a} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 120 - 45 - 3 \cdot 2 \cdot 120}{8 \cdot 2} = 42,19(\kappa H).$$

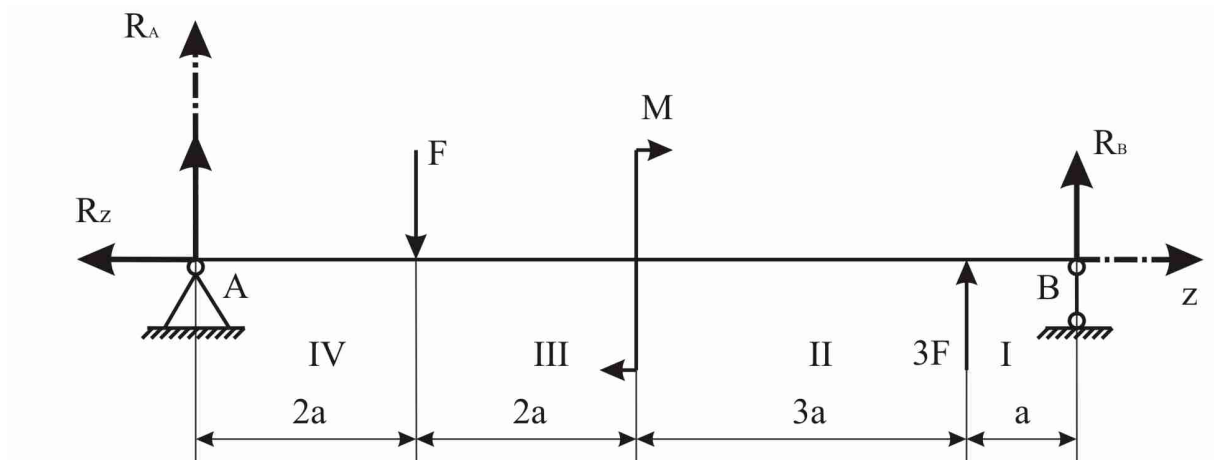


Рисунок 21 – Схема навантаження

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -8a \cdot R_B - 3F \cdot 7a + M + 2a \cdot F = 0;$$

$$R_B = \frac{2a \cdot F + M - 7a \cdot 3F}{8a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 120 + 45 - 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 120}{8 \cdot 2} = -282,19(\kappa H).$$

Оскільки шарнірно нерухома опора має також горизонтальну реакцію, для її визначення скористаємося рівнянням сил в проекції на вісь «z»:

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -R_z = 0 \Rightarrow R_z = 0;$$

Для перевірки правильності визначення реакцій опор доцільно використовувати рівняння сил:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - F + 3F + R_B = 0;$$

$$42,19 - 120 + 360 - 282,19 = 0.$$

Отже, реакції опор визначені правильно.

Для побудови епюр скористаємося методом перерізів. Приймемо наступні правила знаків для визначення характерних точок: поперечна сила \$Q\$ вважається додатною, якщо вона намагається повернути відсічену частину балки за годинниковою стрілкою; згинаючий момент \$M\$ вважається

додатним, якщо стиснуті волокна балки знаходяться зверху, а розтягнуті – знизу.

Визначимо величину поперечних сил в перерізах балки:

$$Q_I = R_A = 42,19; \quad Q_{II} = R_A - F = 42,19 - 120 = -77,81; \quad Q_{III} = Q_{II} = -77,81;$$

$$Q_{IV} = Q_{III} + 3F = -77,81 + 360 = 282,19.$$

Визначимо величину згинаючих моментів в перерізах балки:

$$M_I = 2a \cdot R_A = 42,19 \cdot 2 \cdot 2 = 168,76;$$

$$M_{II} = 4a \cdot R_A - 2a \cdot F = 42,19 \cdot 4 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 120 = -142,48;$$

$$M_{III} = 7a \cdot R_A - 5a \cdot F + M = 42,19 \cdot 7 \cdot 2 - 5 \cdot 2 \cdot 120 + 45 = -564,34;$$

$$M_{IV} = 8a \cdot R_A - 6a \cdot F + M + 3F \cdot a = 42,19 \cdot 8 \cdot 2 - 6 \cdot 2 \cdot 120 + 45 + 3 \cdot 120 \cdot 2 \approx 0.$$

За відомими правилами побудуємо епюри (рис. 22).

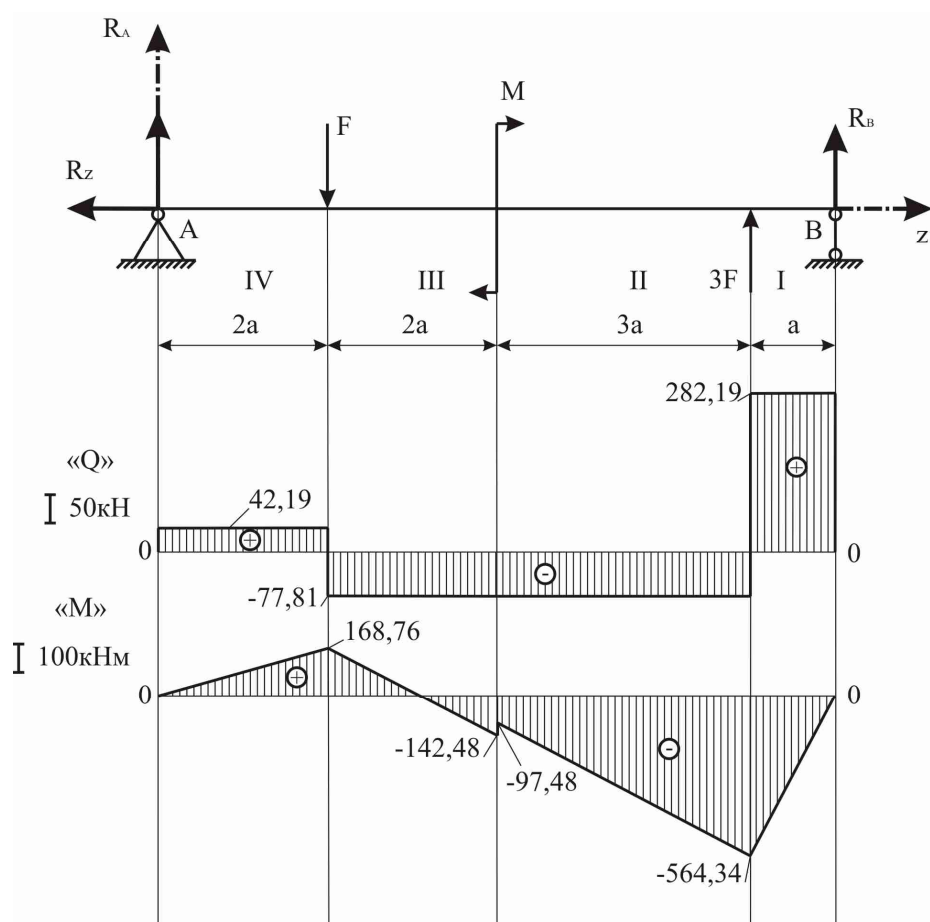
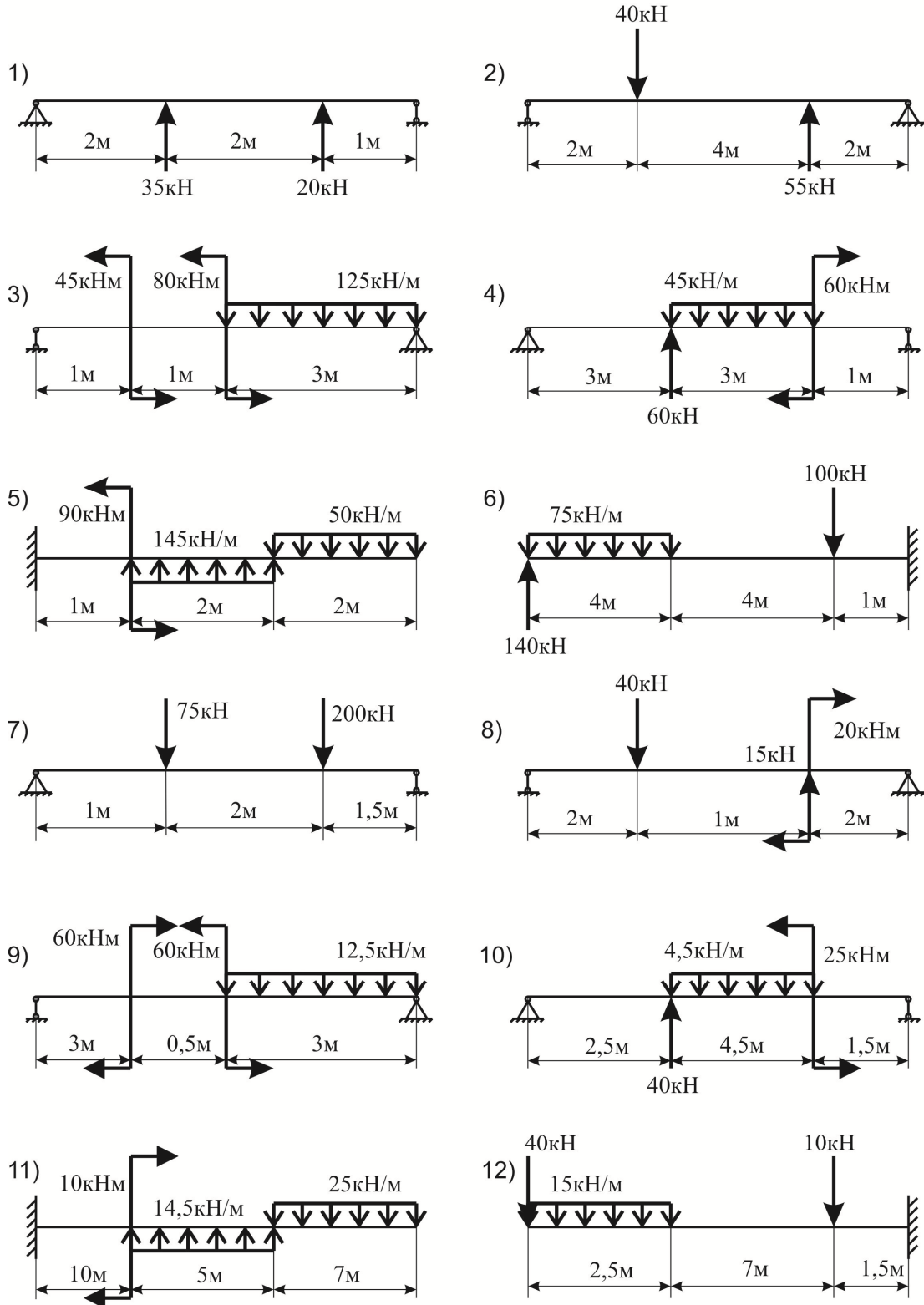
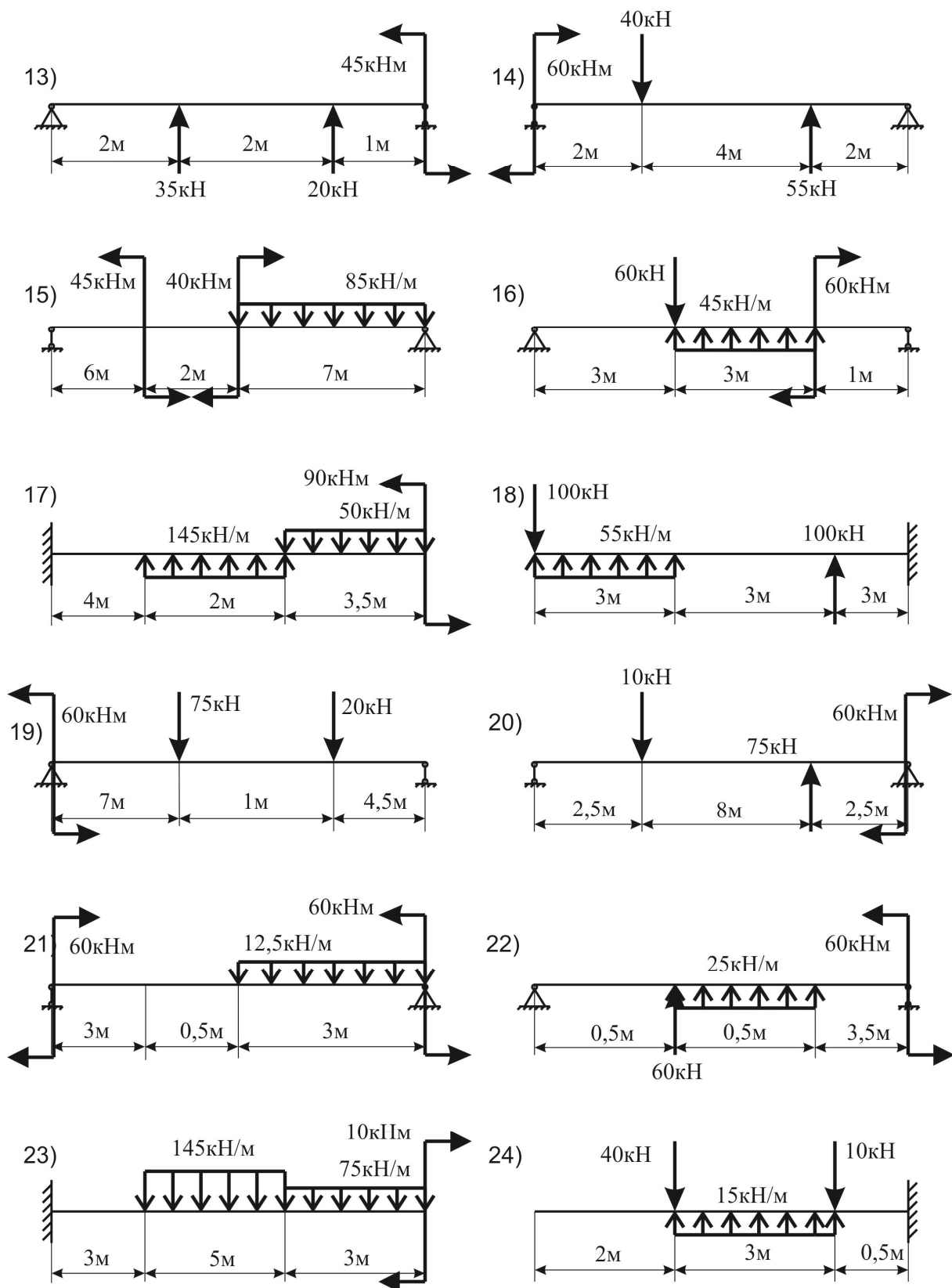


Рисунок 22 – Схема навантаження

Завдання для самостійної роботи.

Для заданої балки побудувати епюри: а) поперечної сили Q , б) згинальних моментів M . Схеми навантаження зображені нижче.





СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Писаренко Г.С. Опір матеріалів / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський. – К.: Вища школа, 1993. – 655 с.
2. Посацький С.Л. Опір матеріалів / С.Л. Посацький. – Львів: Львів. унів., 1973. – 403 с.
3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учебник для ВТУЗов / В.И. Феодосьев. – М.: Наука, 1986. – 512 с.
4. Сборник задач по сопротивлению материалов / под ред. В.К. Качурина. – М.: Наука, 1970. – 432с.
5. Миролубов И.Н. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. Учебное пособие для техн вузов / И.Н. Миролубов и другие. – М.: Высшая школа, 1985. – 399 с.
6. Мироненко П.С. Методичні вказівки для виконання практичних робіт з курсу «Прикладної механіки» / П.С. Мироненко, П.М. Бондар. – К.: КПІ, 1995.
7. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
8. Кореняко О.С. Теорія механізмів і машин / О.С. Кореняко. – К.: Вища школа, 1987. – 206 с.
9. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: учебное пособие / А.И. Смелягин. – М.: ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 263 с.
10. Теория механизмов и машин / под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. школа, 1987. – 496 с.