

УДК 519.7:517.9

Д.А. Крушинський

## ОПТИМІЗАЦІЯ ПОВЕДІНКИ ПІШОХОДА В КЛІТИННО-АВТОМАТНИХ МОДЕЛЯХ РУХУ НАТОВПУ

### Вступ

Рух натовпів пішоходів є досить складним процесом, який відбувається в просторово-часовій області і може включати в себе різноманітні явища [1, 2] – від однорідного спрямованого руху до осциляцій (як щільності розміщення пішоходів, так і напрямку руху) та від ударних хвиль і до хаотичної поведінки на деяких ділянках. Ця складність зумовлена кількома факторами, першим з яких є наявність значної кількості взаємодіючих “агентів”. Різними дослідниками (див., наприклад, [3]) було показано, що навіть системи з простою регулярною структурою і простими правилами взаємодії своїх складових можуть мати досить складну поведінку. Другим фактором є складність поведінки кожного окремого пішохода, який може приймати рішення щодо вибору напрямку руху, виходячи з поточного моменту, досвіду, спостережень за поведінкою людей, що його оточують (“колективний розум”), тощо. Нарешті, на натовп впливають різноманітні зовнішні фактори, які, як правило, неможливо передбачити; особливо це спостерігається під час надзвичайних ситуацій. Через таку складність поведінки натовпу пішоходів, а також через його просторову розподіленість класичні математичні методи виявляються зовсім не ефективним засобом опису таких систем. Тому було запропоновано моделювати поведінку натовпу засобами клітинних автоматів (КА) [4]. Цей підхід виявився досить перспективним [5], зокрема, завдяки подібності просторової структури КА до розподіленої в просторі структури об’єкта моделювання, універсальності КА (здатності моделювати поведінку довільної складності), ефективності в обчисленнях (на відміну від інших розподілених систем, таких, як штучні нейронмережі (ШНМ), локальність зв’язків у КА дає змогу ефективно обчислювати наступні стани), а також зручності візуалізації. При цьому КА-моделі, зазвичай, є мікроскопічними, тобто моделюється кожен пішохід (на відміну від макроскопічних моделей, де моделю-

ються деякі узагальнені характеристики, наприклад щільність), якому відповідає окрема клітина. Отже, сутність побудови КА-моделі руху натовпу полягає в підборі таких правил взаємодії клітин, які б забезпечували відповідність поведінки модельного натовпу поведінці реальних груп людей. Справа в тому, що навіть у досить простих КА-моделях виникають складні явища, притаманні натовпам пішоходів, однак часові масштаби цих явищ не збігаються. Наприклад, якщо розглядати задачу евакуації скінченної кількості пішоходів з деякого приміщення, то можна помітити, що реальні пішоходи зазвичай роблять це в кілька раз швидше, ніж їх модельні аналоги. Тому виникає потреба в ускладненні моделі пішохода в межах клітинного автомата, що має привести до оптимізації його поведінки.

### Постановка задачі

Базовою властивістю класичного КА є локальність всіх взаємодій – як просторової (кожна клітина взаємодіє лише з найближчими сусідами), так і часової (наступний стан системи визначається тільки поточним станом). Однак припущення щодо локальності не завжди є справедливим, коли мова йде про поведінку реальних груп пішоходів, які можуть діставати інформацію про ситуацію поза межами їх безпосереднього околу (візуально або через систему оповіщення), а також на основі цієї інформації прогнозувати розвиток ситуації на кілька кроків вперед. Отже, наступним кроком в оптимізації моделі пішохода є її “делокалізація”, тобто побудова такої системи, яка б займала проміжне місце між повністю локалізованою системою (такою, як КА) і повнозв’язною системою (такою, як ШНМ). Розв’язок цієї задачі і є метою даної статті.

### Короткий опис базової моделі

Нижче наведемо короткий опис моделі, на основі якої було проведено подальше вдосконалення.

В основі базової моделі лежить клітинний автомат, дискретний у просторі і часі. Таким чином, модель є:

- мікроскопічною: кожному пішоходу відповідає окрема клітина;
- стохастичною: правила переходу автомата містять випадкові величини;
- дискретною в просторі і часі.

Модель заснована на таких основних припущеннях:

- динаміка руху пішоходів може бути описана за допомогою КА;
- глобальний маршрут попередньо заданий;
- поведінка пішоходів має раціональний характер;
- жорсткої конкуренції нема, тобто учасники руху не травмують один одного;
- індивідуальні відмінності можна подати за допомогою параметрів, які впливають на поведінку.

Клітинний автомат складається з двох шарів (рис. 1). Перший шар — це шар даних, що містить у собі інформацію про розміщення пішоходів і перешкод. Потужність простору станів кожної клітини тут дорівнює трьом: “вільна”, “перешкода”, “пішохід”. Кожній клітині цього шару можна однозначно поставити у відповідність вектор її координат  $X \in Z^2$ ,  $X = (x_1, x_2)$ . Можна також ввести метрику  $\mu(.,.): Z^2 \times Z^2 \rightarrow Z$ ,  $\mu(X, Y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$ .

У другому шарі міститься векторне поле напрямків і відображається інформація про глобальний маршрут. Це поле напрямків підібране таким чином, щоб мінімізувати час евакуації (довжину шляху) одного окремого пішохода. Якщо в деякій точці існує кілька альтернатив, то вважається, що пішохід вибирає одну з них з однаковими імовірностями.

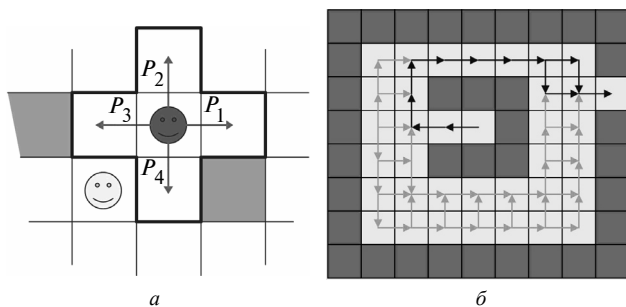


Рис. 1. Структура базової моделі

На кожному кроці для пішохода розраховуються імовірності зміщення у всіх чотирьох напрямках із врахуванням таких принципів:

- якщо в деякому напрямку клітина зайнята (перешкодою або іншим пішоходом), то відповідна імовірність дорівнює 0;
- пішохід намагається притримуватись глобального маршруту, тобто рухатися вздовж наперед заданих напрямків (див. рис. 1, б).

На кожному кроці порядок руху пішоходів вибирається випадковим чином. Пішоходи мають різну максимальну швидкість руху ( $v_i$ ). Для того щоб реалізувати різницю в цих швидкостях, крок розбивається на  $v_{\max} = \max(v_i)$  підкроків  $t_0, \dots, t_{v_{\max}}$  і на кожному  $t_k$ , якщо  $v_i < k$ , пішохід намагається зміститися, у протилежному випадку він залишається на місці.

### “Передбачливі” пішоходи

На основі описаної вище базової моделі можна побудувати модель пішохода, здатного передбачати розвиток ситуації у своєму безпосередньому оточенні і використовувати ці передбачення для оптимізації деякої характеристики натовпу, в розглянутих нижче прикладах — часу евакуації.

Як було сказано вище, на кожному кроці для пішохода розраховуються імовірності його зміщення ( $P_k$ ,  $k = 1, \dots, 4$ ), які залежать тільки від розміщення перешкод у його безпосередньому оточенні. Саме через ці величини можна ввести антисипацію (здатність пішохода коригувати свою поведінку) в модель. Припустимо, що пішоходи прагнуть уникати зіткнень один з одним, тобто пішохід намагається не потрапляти в деяку клітину свого оточення, якщо в наступний момент часу її займе (відповідно до його прогнозу) інший пішохід. Згідно з цією схемою імовірності можна виправити, наприклад, таким чином:

$$P_k \rightarrow P_k(1 - \alpha P_{k,3}), \quad (1)$$

де  $P_{k,3}$  — імовірність того, що  $k$ -а клітина з оточення буде зайнята на наступному кроці одним із сусідів. Природно, що величини  $P_k$  підлягають нормуванню, оскільки їх сума має дорівнювати одиниці (якщо хоча б одна з цих імовірностей більша нуля). Слід зазначити, що при такому способі реалізації антисипації всі пішоходи є рівноправними, і при  $\alpha = 1$  може виникнути ситуація, коли два пішоходи, намагаючись пропустити один одного, залишаться нерухомими і будуть заважати руху всього натовпу. Повністю уникнути цього можна, лише вибираючи значення параметра меншими за 1. Однак кількість таких блокувань можна також зменшити, надаючи одним пішоходам переваг перед іншими. Найбільш природно в цьому напрямку є надання переваги більш швидким

пішоходам, тобто імовірності зміщення будуть мати такий вигляд:

$$P_k \rightarrow P_k \left( 1 - \alpha \left( 1 - \frac{v}{v_{\max}} \right) P_{k,3} \right). \quad (2)$$

При такій поправці учасники руху з найбільшою швидкістю ( $v = v_{\max}$ ) нікого не пропускають, однак їх можна зробити більш “ввічливими”, підставивши в (2) замість  $v_{\max}$  трохи більше значення.

Як було показано вище, антисипація нерозривно пов’язана із здатністю прогнозувати стан системи, тому залишається відкритим питання про методи побудови пішоходами прогнозу, іншими словами – питання про методи обчислення імовірностей  $P_{k,3}$ . В ході дослідження було розглянуто два варіанти. Перший – це прогнозування, яке базується на спостереженнях, тобто на гіпотезі про збереження пішоходами напрямку свого руху: “іду, куди дивлюсь, дивлюсь, куди іду”. При цьому  $P_{k,3}$  можна вважати пропорційною кількості пішоходів, які рухаються (“дивляться”) в бік  $k$ -ї клітини:

$$P_{k,3} = \frac{m}{M}, \quad (3)$$

де  $m$  – кількість пішоходів, які прямують в  $k$ -у клітину;  $M$  – кількість клітин в околі, в даному випадку  $M = 3$ .

Такий метод є найбільш простим і природним, але в той же час найменш точним, оскільки прийнятність гіпотези про збереження напрямку руху істотно залежить від геометрії конкретної задачі (плану приміщення тощо). Тому було розглянуто другий метод – прогнозування, яке базується на моделі пішохода. В цьому випадку кожен пішохід для кожної клітини із свого околу визначає  $P_k$  її сусідів (крім себе самого). Тоді шукана імовірність має вигляд

$$\begin{aligned} P_{k,3} &= \sum_{i=1}^3 P_i - \sum_{i \neq j} P_i P_j + \sum_{i \neq j, j \neq k} P_i P_j P_k = \\ &= \sum_{i=1}^3 P_i - \sum_{i \neq j} P_i P_j + \prod_{i=1}^3 P_i. \end{aligned} \quad (4)$$

Неважко зрозуміти, що такий підхід забезпечує більш точне визначення  $P_{k,3}$ , хоча і є дещо штучним, оскільки для його реалізації кожен учасник руху має знати модель поведін-

ки своїх сусідів, що накладає певні обмеження на гнучкість всієї КА-моделі.

З усіма описаними вище варіантами моделі пішохода було проведено чисельні експерименти, результати яких дають можливість зробити висновки про адекватність запропонованих підходів. На рис. 2 наведено чотири криві, які відповідають можливим комбінаціям підходів до запровадження антисипації і методів обчислення прогнозованих значень  $P_{k,3}$ . Криві перетинаються в точці  $\alpha = 0$ , оскільки таке значення параметра відповідає простій неантисипаційній моделі. Так, з наведеного графіка видно, що надання швидким пішоходам переваги призводить до збільшення часу евакуації, а отже, не є прийнятним.

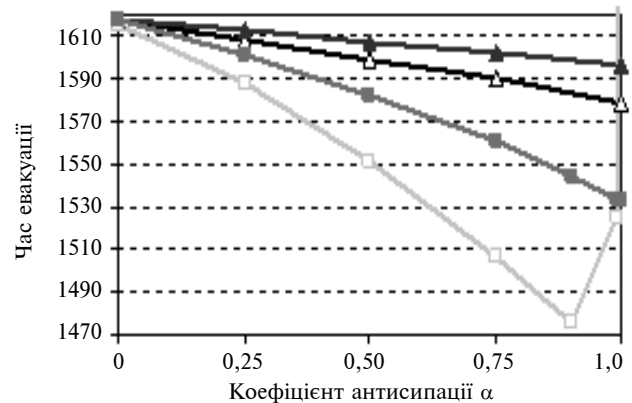


Рис. 2. Результати чисельних експериментів (Е, Р – рівноправність, перевага швидких пішоходів; О, М – передбачення, які базуються на спостереженнях і моделі); —▲— — Е, О; —■— — Р, О; —□— — Е, М; —■— — Р, М

З іншого боку, чим точніше розраховуються поправки в  $P_k$  (нижня крива на рис. 2), тим швидше відбувається евакуація, що свідчить про адекватність самого підходу до запровадження антисипації в модель. Також нижня крива, яка стрімко зростає в околі  $\alpha = 1$ , демонструє описаний вище ефект, коли пішоходи, намагаючись пропустити один одного, гальмують рух усього натовпу.

### “Делокалізація” у просторі

Вище було розглянуто випадок, коли пішохід будував прогноз на основі моделі поведінки своїх сусідів. Але істотним у даному випадку було те, що ця модель була звичайною неантисипаційною моделлю. Звідси виникло бажання уточнити прогноз за рахунок викорис-

тання антисипаційної моделі сусідів. При цьому для кожного з них (в межах околу радіуса 2) виконувалась процедура, описана вище, для цільового пішохода: розрахунок імовірностей  $P_k$ , а також  $P_{k,3}$  (рівняння (4)) і коригування  $P_k$  (рівняння (1)). Неважко помітити, що при розрахунку  $P_{k,3}$  взято клітини, розміщені на відстані 3 від цільового пішохода (від центра околу). При цьому при розрахунку  $P_{k,3}$  для пішоходів на відстані 2 від центра, для пішоходів на відстані 3 застосовувалась неантисипаційна модель. Якщо для останніх теж використовувати антисипаційну модель, то в розрахунки будуть залучатися пішоходи на відстані 4. Таким чином, під час уточнення прогнозу за допомогою антисипаційної моделі все більш віддалених пішоходів окіл розширюватиметься, аж поки "не накриє" все поле автомата (рис. 3). Очевидно, цей процес розширення околу необхідно на деякому кроці перервати, що зумовлено двома причинами (теоретичною і обчислювально-практичною):

- по-перше, з кожним кроком втрачається просторова локалізація моделі, що суперечить гіпотезі про локальну інформованість пішоходів (пішохід не знає, що відбувається за межами його околу);
- по-друге, з розширенням околу зростає обчислювальна складність моделі, що становить  $O(R^2)$  для околу радіуса  $R$ .

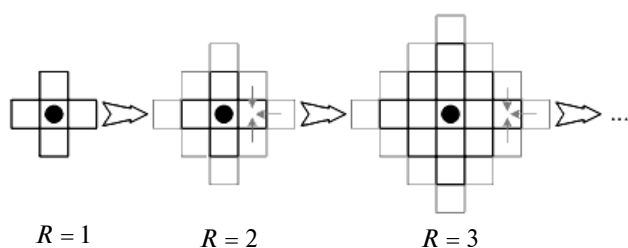


Рис. 3. Розширення околу через використання антисипаційної моделі сусідів

Таким чином, радіус околу необхідно обмежити деякою фіксованою величиною, зміною значення якої можна моделювати різний ступінь інформованості пішоходів. З погляду на модель це можна інтерпретувати таким чином: всі сусіди всередині околу визначеного радіуса вважатимуться антисипуючими, а на межі та поза нею — неантисипуючими. З точки зору пішохода найбільш природною буде така інтерпретація: всі пішоходи всередині околу та

на його межі є передбачуваними і їх розміщення відоме; про пішоходів поза окомом нічого невідомо і вважається, що їх там просто нема (в цьому випадку для пішоходів на межі околу виконується умова  $P_{k,3} = 0$ ). Цю схему можна реалізувати за допомогою такого ітераційного алгоритму, який пристосований для використання в межах КА:

1) ініціалізація околу: заповнення околу радіуса  $R$  навколо цільового пішохода даними з відповідної області поля автомата; повторити  $N$  разів;

2) обчислення  $P_{k,3}$  для всіх пустих клітин:

$$P_{k,3} = \sum_{i=1}^4 P_i - \sum_{i \neq j} P_i P_j + \sum_{i \neq j \neq k} P_i P_j P_k - \sum_{i \neq j \neq k \neq l} P_i P_j P_k P_l; \quad (5)$$

3) коригування  $P_k$  для всіх пішоходів:

$$P'_{k,3} = \frac{P_{k,3} - P_k}{1 - P_k}, \quad (6)$$

$$P_k = P_k (1 - \alpha P'_{k,3}). \quad (7)$$

Неважко зрозуміти, що при  $R = 2$  і  $N = 1$  отримаємо модель, розглянуту вище (нижня крива на рис. 2). При подальшому зростанні кількості ітерацій ( $N$ ) алгоритму з'являється залежність між віддаленими пішоходами, причому легко показати, що ця залежність має обернено експоненційний характер і спадає із зменшенням відстані між пішоходами, що є досить природним. Також слід зазначити, що вибирати  $N < [(R+1)/2]$  немає сенсу, оскільки інформація поширюється із "швидкістю" двох клітин за ітерацію. В цей же час теоретичними засобами неможливо виявити, чи буде подальше збільшення  $N$  мати позитивний вплив. Для відповіді на це питання було проведено ряд чисельних експериментів (рис. 4, 5).

Як показали результати експериментів, найбільший внесок в оптимізацію поведінки пішоходів (зменшення часу їх евакуації) роблять перші кілька ітерацій, тому на практиці значення  $N = 5-7$  забезпечують найкращий компроміс між обчислювальною складністю та ефективністю моделі.

Також було визначено залежність між  $N$  і оптимальним значенням параметра  $\alpha$ , що визначає вплив антисипації (див. рис. 5). На

рис. 6 відображено загальний ефект від збільшення радіуса  $R$  околу.

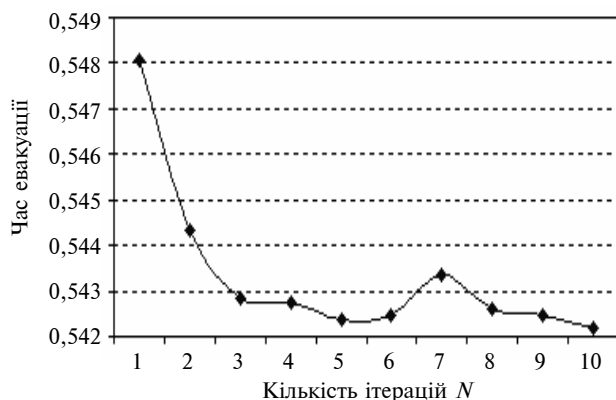


Рис. 4. Типова залежність часу евакуації від кількості ітерацій алгоритму (час евакуації подано у відносній шкалі, де 1,0 відповідає 150 часовим крокам)

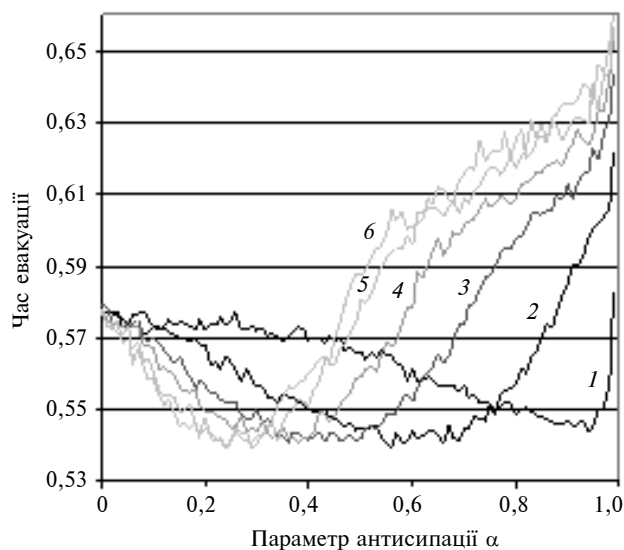


Рис. 5. Залежність часу евакуації від  $\alpha$  для різних значень  $N$ : 1 –  $N = 1$ ; 2 –  $N = 3$ ; 3 –  $N = 5$ ; 4 –  $N = 7$ ; 5 –  $N = 9$ ; 6 –  $N = 10$

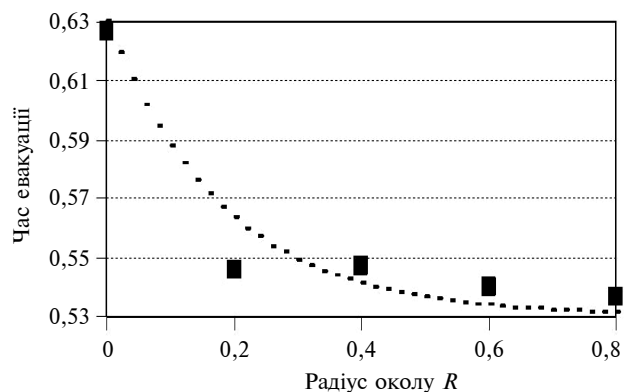


Рис. 6. Вплив розширення околу на час евакуації пішоходів

Згідно з результатами чисельних експериментів, підвищення поінформованості пішоходів (розширення околу взаємодії) в межах згаданої вище моделі має позитивний вплив на їх поведінку, що свідчить про адекватність запропонованого підходу. При цьому характер спадання часу евакуації добре узгоджується з обернено експоненційним характером впливу віддалених пішоходів. Загалом просторова делокалізація моделі дала можливість оптимізувати загальні показники натовпу, сприяючи, отже, оптимізації траєкторій руху окремих пішоходів. Проте кількісні зміни не є досить значними, хоч наявність у пішохода інформації про розширений окіл дає змогу проводити подальше вдосконалення його поведінки, наприклад, побудовою багатокрокових прогнозів. Отже, наступним кроком в оптимізації поведінки пішохода є втрата локальності моделі в часі через побудову багатокрокових прогнозів.

#### “Делокалізація” в часі

Описаний вище підхід дає змогу пішоходам використовувати додаткову інформацію про їх оточення в межах трохи більшого, ніж елементарний, околу радіуса  $R$  ( $R$  – довільний параметр). При цьому порівняно з неантисипаційною моделлю кожен пішохід отримує два типи додаткової інформації: про розміщення більш віддалених сусідів та про модель поведінки інших пішоходів.

Неважко зрозуміти, що пішохід, описаний у попередньому пункті, не використовує цієї інформації повною мірою, оскільки прогнозує поведінку сусідів тільки на один крок вперед, хоч має можливість, виходячи з тієї ж інформації, будувати більш довгострокові прогнози, а отже, знаходити оптимальніші траєкторії руху.

Реалізувати багатокрокову антисипацію можна різними способами, найпростіший з яких – це вважати всі варіанти розвитку подій рівноімовірними і будувати вичерпне дерево сценаріїв (висота дерева дорівнює горизонту прогнозування, кожній вершині відповідає деякий стан розширеного околу) та шукати в ньому оптимальну траєкторію (шлях від кореня до одного із станів). Однак такий підхід має два істотних недоліки. По-перше, він призводить до швидкого розростання дерева сценаріїв, що робить подальшу його обробку практично неможливою, а по-друге, в даному випадку ніяк не використовується модель поведінки пішоходів. Цих недоліків можна уникнути ви-

даленням з дерева гілок, які відповідають мало-імовірним переходам. У граничному випадку – можна залишити в дереві тільки ті переходи, які мають максимальну імовірність. Пошук таких переходів можна сформулювати у вигляді задачі про призначення, що є відомою задачею комбінаторної оптимізації і для якої існують ефективні методи розв'язання. Справді, є дві скінченні множини (клітин і пішоходів) і кожен пішохід може перейти до однієї з не більш як чотирьох клітин або залишитися на місці (всього не більше п'яти альтернатив). Знаючи модель поведінки пішоходів, можна знайти імовірності всіх таких переходів. Задача полягає в пошуку такої множини переходів, яка б задовольняла такі умови:

1) кожен пішохід переходить до однієї клітини;

2) у кожному клітині може потрапити не більше одного пішохода;

3) сума імовірностей переходів має бути максимальною.

Побудувавши дерево сценаріїв, кожне ребро в якому відповідає розв'язку задачі про призначення, пішохід повинен якимось чином вилучити з цього дерева інформацію, яка допоможе вибрати напрямку руху на поточному кроці. Така інформація може мати вигляд оптимальної, в певному розумінні, траєкторії – простого шляху від кореня до одного із станів. Однак цей шлях містить трохи надлишкової інформації, оскільки пішохода цікавить більш вузьке питання: яке з ребер, інцидентних кореню, належить оптимальній траєкторії.

Нижче розглянуто два підходи до вирішення цього питання.

### Пошук оптимальних шляхів у дереві сценаріїв

Дерево сценаріїв, строго кажучи, не є деревом, оскільки його гілки (сценарії розвитку) можуть перетинатися, а являє собою орієнтований граф  $G(T)$  з деякими спеціальними властивостями:

1)  $G(T)$  містить одну вершину  $s$ , що не має вхідних ребер;

2)  $G(T)$  містить не більше  $((T+1)^2 + T^2)^K$  вершин  $t_i$ , які не мають вихідних ребер і знаходяться на відстані  $T$  від вершини  $s$ ;

3)  $G(T)$  має пошарову організацію, вершини кожного шару не зв'язані між собою, а

зв'язані лише з вершинами сусіднього шару; всього шарів  $T+1$ ;

4) кожна вершина, крім  $s$ , має не менше одного і не більше  $5^K$  вхідних ребер;

5) кожна вершина, крім  $t_i$ , має не менше одного і не більше  $5^K$  вихідних ребер.

На множині вершин  $V$  (станів розширеного околу) можна визначити функціонал  $q(v)$  ( $v \in V$ ), який буде відігравати роль критерію оптимальності (якості). Зрозуміло, що  $q(\cdot)$  можна визначити різними способами.

Введемо допоміжне відображення  $C(\cdot)$  ( $C: V \rightarrow Z^2$ ), яке описує координати цільового пішохода. Тоді критерій оптимальності можна записати так:

$$q(v) = -\min_i [\mu(C(v), X_{exit}^i)], \quad (8)$$

де  $X_{exit}^i$  – координати  $i$ -го виходу.

З іншого боку,  $q(v)$  можна визначити у вигляді

$$q(v) = \mu(C(v), C(s)). \quad (9)$$

Перевагою такого визначення є те, що пішоходу не обов'язково знати розміщення виходів (відстані до них).

Критерій оптимальності  $Q(p)$  довільного шляху вигляду  $p = \{s, \dots, t_i\}$  можна визначити як деяку функцію від критеріїв оптимальності його вершин, наприклад:

$$Q(p) = \alpha_0 q(s) + \alpha_1 q(v_1) + \dots + \alpha_{T-1} q(v_{T-1}) + \alpha_T q(t_i), \quad (10)$$

$$v_k \in p, \alpha_k \in IR, k = 0, \dots, T.$$

**Потоковий підхід.** Утворимо граф  $G_k(T)$  з такими властивостями:

1) множина вершин  $G_k(T)$  збігається з множиною вершин  $G(T)$ ;

2) множина ребер  $G_k(T)$  збігається з множиною ребер  $G(T)$ ;

3) кожному ребру  $e = (v_i, v_j)$  ставимо у відповідність пропускну здатність

$$c(e) = q(v_j) - q(v_i) + 2 \quad (11)$$

(двійка забезпечує додатність  $c(e)$ , оскільки  $|q(v_j) - q(v_i)| \leq 1$ );

4) ребра виду  $(s, v_j)$  мають нульову пропускну здатність при  $j \neq k$ , нескінченно (достатньо) велику – при  $j = k$ .

5) додамо вершину  $t$  (стік) та ребра виду  $(t_i, t)$ , причому

$$c(t_i, t) = q(t_i) - q(s) + T. \quad (11a)$$

У побудованому таким чином графі найбільш вагомій переходи (ребра) матимуть найбільшу пропускну здатність. Для отриманого графа можна розв'язати задачу про знаходження максимального потоку (наприклад, за допомогою алгоритму Форда–Фалкерсона). Зрозуміло, що ребра, які належать оптимальним шляхам, будуть мати найбільшу пропускну здатність, отже, вони будуть забезпечувати максимальний потік. Однак побудований таким чином граф  $G_k(T)$  має одну негативну властивість: кількість ребер зростає від шару до шару, в той час як пропускні здатності ребер мають один порядок  $c(e) \in \{1, 2, 3\}$  для всіх  $e = (v_i, v_j) \in G_k(T)$ . Таким чином, чим ближче деяке ребро до витоків  $s$ , тим швидше воно буде насичуватися, отже, значення максимального потоку буде визначатися в основному ребрами, близькими до  $s$ , при цьому пропускні здатності віддалених ребер практично не будуть впливати на величину потоку. Щоб виправити цей недолік, пропускні здатності  $c(v_i, v_j)$  можна збільшити на фіксовану величину  $\sum_l c(t_l, t)$ ,  $v_i, v_j \neq t_l \forall (t_l, t) \in G_k(T)$ . Тоді пропускна здатність довільного ребра матиме вигляд (із врахуванням рівняння (11))

$$c(v_i, v_j) = q(v_j) - q(v_i) + 2 + \sum_l c(t_l, t). \quad (12)$$

Неважко зрозуміти, що максимальний потік  $f_{\max}$  у такому графі буде задовольняти нерівність

$$\min_i c(t_i, t) \leq f_{\max} \leq \sum_i c(t_i, t). \quad (13)$$

Враховуючи (11a), маємо

$$\begin{aligned} \min_i (q(t_i) - q(s)) + T &\leq f_{\max} \leq \\ &\leq \sum_i (q(t_i) - q(s) + T); \end{aligned} \quad (13a)$$

тоді  $f_{\max}$  можна подати у вигляді

$$f_{\max} = \alpha_0 q(s) + \sum_i \alpha_i q(t_i), \quad (14)$$

де  $\alpha_0, \alpha_i \in IR$ .

Порівнюючи (14) і (10) і покладаючи у (10)  $\alpha_1, \dots, \alpha_k = 0$ , значення максимального потоку можна записати у вигляді

$$f_{\max} = \sum_i Q(p_i), \quad (15)$$

де  $p_i$  – всі прості шляхи вигляду  $(s, \dots, t)$  у графі  $G_k(T)$ .

Таким чином, значення максимального потоку є адекватним критерієм сукупної оптимальності простих шляхів у графі  $G_k(T)$ .

Обчисливши значення максимального потоку для всіх (не більше чотирьох)  $f_{k, \max}$ , отримаємо кількісну міру “вигідності” переміщення цільового пішохода в  $k$ -му напрямку: чим більше значення  $f_{k, \max}$ , тим більше в пішохода можливостей дотримуватися оптимальної (принаймні, на найближчі  $T$  кроків) для нього траєкторії.

Введемо допоміжну величину  $Q_k \in [0; 1)$ , яка буде використана для коригування імовірностей  $P_k$ :

$$Q_k = 1 - \frac{f_{k, \max} - \min_i (f_{i, \max}) + 1}{\max_i (f_{i, \max}) - \min_i (f_{i, \max}) + 1}. \quad (16)$$

Тепер можна скоригувати імовірності  $P_k$  відповідно до описаної вище схеми (див. рівняння (1)):

$$P_k \rightarrow P_k (1 - \alpha Q_k). \quad (17)$$

**Нейромережевий підхід.** Наявність у дерева сценаріїв  $G(T)$  особливої пошарової структури дає можливість поставити йому у відповідність багатoshаровий персептрон і використовувати для його обробки нейромережеві алгоритми.

Розглянемо приклад такого дерева  $G(2)$  (рис. 7). Надавши ребрам деяких ваг, можна розглядати персептрон як багатoshаровий. Позначивши вихід  $i$ -го нейрона  $j$ -го шару  $X_i^j$ , функціонування мережі запишемо у вигляді

$$X_i^j = \sigma \left( \sum_k w_{ik} X_k^{j-1} \right), \quad (18)$$

де  $X_1^0$  — довільний вхід мережі;  $\sigma(\cdot)$  — деяка сигмоїдальна функція.

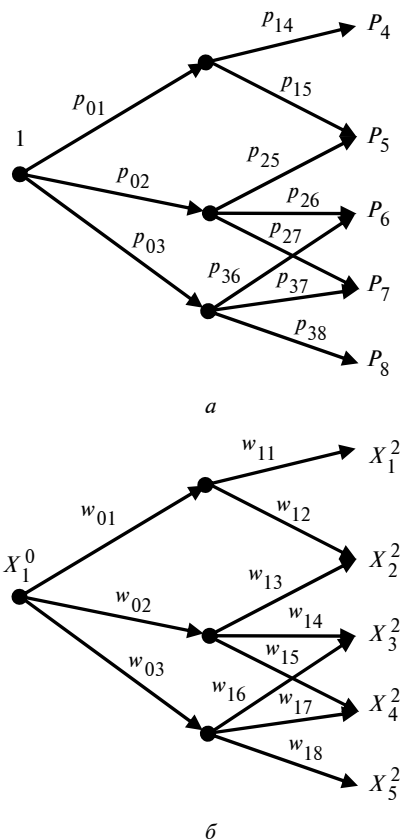


Рис. 7. Приклад дерева сценаріїв (а) та персептрона (б), що йому відповідає

Нехай є деяка стохастична система, еволюція якої може бути подана у вигляді графа, зображеного на рис. 7; вершини відповідають станам, ваги ребер  $w_{ij}$  — імовірностям переходу між відповідними станами — отже, вони повинні задовольняти умову

$$\sum_j w_{ij} = 1 \quad \forall j: (i, j) \in G. \quad (19)$$

Позначимо  $X_i^j$  імовірність того, що система після  $j$  кроків опиниться в  $i$ -му стані. Тоді матиме місце такий вираз:

$$\sum_i X_i^j = 1. \quad (20)$$

Крім того, отримаємо

$$X_i^j = \sum_k w_{ik} X_k^{j-1}, \quad (21)$$

де  $X_1^0 = 1$  — поточний стан системи, визначений і відомий.

Враховуючи, що  $X_i^j \in [0; 1]$ , з (21) маємо

$$0 \leq \sum_k w_{ik} X_k^{j-1} \leq 1. \quad (22)$$

Визначивши сигмоїдальну функцію  $\sigma(\cdot)$  у вигляді

$$\sigma(x) = \begin{cases} x, & x \in [0; 1], \\ 0, & x < 0, \\ 1, & x > 1, \end{cases} \quad (23)$$

отримаємо, що (18) і (21) еквівалентні. Отже, вихід побудованої таким чином нейромережі  $X^T$  (в даному випадку  $T=2$ ) можна інтерпретувати як вектор імовірностей попадання системи у відповідні стани.

З іншого боку, нехай задано деякий бажаний розподіл імовірностей  $X^T$  і треба знайти такий набір імовірностей переходу на першому кроці, які б забезпечили заданий остаточний розподіл. У термінах нейромереж можна сформулювати задачу: підібрати значення ваг  $w_{0k}$ , які б забезпечували перетворення заданого входу мережі ( $X_1^0 = 1$ ) в заданий вихід ( $X^J$ ), тобто виникає задача навчання нейромережі, для розв'язання якої було розроблено певну кількість методів, найбільш відомим з яких є BackPropagation.

**Зауваження.** Алгоритм BackPropagation вимагає, щоб  $\sigma(\cdot)$  була диференційованою, що в даному випадку (див. рівняння (23)) не відбувається. Тому необхідно або довизначити похідну кусково-лінійної  $\sigma(\cdot)$  в точках 0,0 і 1,0, або апроксимувати кусково-лінійну  $\sigma(\cdot)$  деякою диференційованою функцією із заданою точністю. Апроксимація також має сенс, оскільки за кінцеву кількість кроків BackPropagation дає лише деяке наближення до розв'язку.

Повернемося до задачі про знаходження оптимального шляху в дереві сценаріїв  $G(T)$ .

Щоб реалізувати описаний вище нейромережний підхід, необхідно надати ребрам вагові коефіцієнти, які відповідають імовірностям переходів. Імовірність переходу із стану  $i$  в стан  $j$  має вигляд



$$p_{ij} = \prod_{l=1}^K \sum_{k=0}^4 P_k^l \delta_{k,d(l)}, \quad (24)$$

де  $K$  – кількість пішоходів;  $P_k^l$  – імовірність того, що  $l$ -й пішохід прямує в  $k$ -му напрямку;  $d(l)$  – напрямок  $l$ -го пішохода при переході околу із стану  $i$  в стан  $j$ .

Оскільки дерево сценаріїв містить не всі можливі переходи, а лише найбільш імовірні, то при  $w_{ij} = p_{ij}$  співвідношення (19) може не виконуватися, тому вагові коефіцієнти треба визначити так:

$$w_{ij} = \frac{p_{ij}}{\sum_k p_{ik}}. \quad (25)$$

На вхід мережі подається 1 ( $X_1^0 = 1$ ). Вихід являє собою розподіл імовірностей попадання околу в різні кінцеві стани. Природно, що чим більше значення критерію оптимальності  $q(t_i)$  деякого кінцевого стану  $t_i$ , тим більше має бути відповідна імовірність. Тому бажаний вихід можна визначити таким чином:

$$X_i^T = \frac{q(t_i) - \min_j (q(t_j))}{\sum_k [q(t_k) - \min_j (q(t_j))]}, \quad (26)$$

де  $T$  – номер останнього прошарку нейромережі (графа  $G(T)$ ).

Виконавши навчання нейромережі, отримаємо шукані імовірності зміщення на першому кроці  $p_{0j} = w_{0j}$ , із врахуванням яких тепер можна скоригувати значення або відповідно до розглянутої вище схеми

$$P_k \rightarrow P_k (1 - \alpha (1 - p_{0k})) \quad (27)$$

з наступним нормуванням ( $\sum P_k = 1$ ), або

$$P_k \rightarrow (1 - \alpha) P_k + \alpha p_{0k}. \quad (28)$$

## Висновки

Основним наслідком введення антисипації в клітинно-автоматну модель руху пішоходів є

покращення загальних показників натовпу (в даному випадку зменшення часу евакуації), яке викликане більш оптимальною поведінкою окремих учасників руху. Цей результат досить природний, оскільки в реальному житті істотний вплив мають ментальні властивості пішоходів, які дають можливість останнім пішоходам на основі передбачення ситуації, набутого раніше досвіду вибирати найбільш вигідні траєкторії переміщення. При цьому, як показали наведені вище результати експериментів, запропонований підхід до запровадження антисипації в модель дійсно приводить до очікуваної оптимізації поведінки, що свідчить про його адекватність.

Слід зазначити, що за розробленим підходом можна моделювати різний ступінь інформованості пішохода вибором значень таких параметрів, як радіус околу взаємодії та горизонт прогнозування. І хоч тут наведено результати експериментів для різних значень радіуса околу, чисельне дослідження впливу горизонту прогнозування залишається відкритим питанням. Зокрема, особливий інтерес викликає поведінка моделі в граничному випадку – коли пішохід має повну інформацію про оточення, тобто радіус досить великий, щоб окіл “накривав” все поле автомата, а горизонт прогнозування – достатньо великий для того, щоб кожен пішохід міг передбачати ситуацію до того моменту, як він досягне виходу. Вочевидь, бажано, щоб у такому випадку досягався теоретично можливий час евакуації для заданого початкового розміщення пішоходів та перешкод. Однак, швидше за все, в рамках запропонованого підходу цього не відбудеться, оскільки кожен пішохід явно намагається оптимізувати лише свій показник (див. рівняння (8) і (9)), в той час як скоординовані дії груп пішоходів можуть привести до подальшого покращання загального показника натовпу. Отже, в подальшому доцільно розглянути засоби введення в модель колективної взаємодії, спрямованої на покращання загального результату.

Д.А. Крушинский

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОВЕДЕНИЯ ПЕШЕХОДА В  
КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНЫХ МОДЕЛЯХ ДВИЖЕ-  
НИЯ ТОЛПЫ

Рассмотрена задача оптимизации правил движе-  
ния пешехода в рамках клеточно-автоматной мо-  
дели движения толпы, которые минимизируют  
время эвакуации из помещения произвольной  
геометрии путем учета ментальных качеств пе-  
шехода, в частности антисипации – способности  
корректировать свое поведение на основе прог-  
ноза ситуации в некоторой окрестности. Приве-  
дены результаты вычислительных эксперимен-  
тов, подтверждающих адекватность предложен-  
ного подхода, и перспективы дальнейших иссле-  
дований.

D.A. Krushinsky

OPTIMIZATION OF PEDESTRIAN BEHAVIOR IN  
CELLULAR AUTOMATA MODELS OF CROWD  
MOVEMENT

The issue under consideration is optimization of  
pedestrian movement rules within cellular automata  
models of crowd movement. This approach can  
minimize the evacuation time from premises of arbi-  
trary geometry by taking into account pedestrians'  
mental states such as anticipation – an ability to ad-  
just the behavior to the anticipated situation in  
some vicinity. We also demonstrate the results of  
computational experiments that prove the validity of  
the proposed approach. In addition, we suggest  
perspectives for future research.

1. *Navin P.D., Wheeler R.J.* Pedestrian flow characteristics // *Traffic Engineering*. – 1969. – **39**. – P. 31–36.
2. *Bierlaire M., Antonini G., Weber M.* Behavioral dynamics for pedestrians // *Axhausen K. (ed) Moving through nets: physical and social dimensions of travel*. – Elsevier. – 2003. – 20 p.
3. *Wolfram S.* A new kind of science. – Wolfram Media Inc., USA, 2002. – 1280 p.
4. *Burstedde C., Klauck K., Schadschneider A., Zittarz J.* Simulation of pedestrian dynamics using a 2-dimensional cellular automata // *Physica A*. – 2001. – **295A**. – P. 507–525.
5. *Goldengorin B., Makarenko A., Smilianec N.* Some applications and prospects of cellular automata in traffic problems // *Proc. Int. Conf. ACRI'06*. – Springer: LNCS, 2006. – **4173**. – P. 532–537.

Рекомендована Радою  
Навчально-наукового комплексу  
“Інститут прикладного системного  
аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
6 липня 2009 року