

УДК 539.3

О.В. Максимович

РОЗРАХУНОК ТРАЄКТОРІЙ І ШВИДКОСТІ ПІДРОСТАННЯ КРИВОЛІНІЙНИХ ВТОМНИХ ТРІЩИН У КУСКОВО-ОДНОРІДНІЙ ПЛОЩИНІ

Вступ

Розрахунковим методам дослідження процесу поширення втомних криволінійних тріщин у літературі присвячено відносно небагато публікацій. У монографії М.П. Саврука, П.Н. Осіва і І.В. Прокопчука [1] приймалось, що поширюється тільки одна з вершин тріщини або обидві вершини поширюються симетрично. У статті В.В. Панасюка і О.П. Дацишина [2] задачу руйнування розглянуто стосовно до поширення крайової тріщини в півплощині, причому в процесі циклічного навантаження рухалась одна вершина. У праці [3] авторами запропоновано підхід до дослідження процесу підростання втомних тріщин в однорідних пластинках, коли обидві вершини тріщини поширюються з різними швидкостями і несиметрично. В статтях С.Я. Яреми і А.І. Зборомирського [4, 5] такі дослідження проведено для розтягу нескінченної пластини з круговим отвором і довільно розміщеною початково прямолінійною тріщиною. У статтях [2–5] і в ряді цитованих у них публікацій побудовано траєкторії розвитку підповерхневої довільно орієнтованої у півплощині тріщини, а також системи дво-, три-крайових паралельних та дволанкової тріщин. Загальний випадок задачі про тріщини в кусково-однорідних тілах розглядався також і в статті [6], коли контури спаю тіл криволінійні.

Постановка задачі

Мета даної статті — розглянути задачу про дослідження траєкторій підростання тріщин біля межі розділу в кусково-однорідних площинах.

Вихідні положення

Покладаємо, що пружна нескінченна площа з прямолінійною межею розділу $y = 0$ послаблена системою тріщин, розміщених

вздовж кривих $L_j (j = 1, \dots, I)$. Пластинка розтягується на нескінченності зусиллями $\sigma_x^\infty = p\Theta(\tau)$, $\sigma_y^\infty = q\Theta(\tau)$, зосередженими силами і зусиллями $q_T\Theta(\tau)$, прикладеними до берегів тріщин, які беруться однаковими на протилежних берегах тріщини. Тут $\Theta(\tau)$ — періодична функція, яка описує зміну в часі циклічних навантажень. Покладемо далі, що $\max(\Theta) = 1$, $\min(\Theta) = \mu$, де $0 \leq \mu < 1$.

Для знаходження форми тріщин у процесі руйнування залежно від кількості циклів використаємо кроковий метод [1–3]. У цьому методі процес поширення тріщин розбивається на окремі етапи так, щоб прирости дуг тріщин на них були малими. На кожному з етапів розв'язуються окремо три задачі: описується форма, яку в кінці попереднього етапу набула тріщина; визначаються коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) для цієї тріщини і з використанням критерію локального руйнування — кут відхилення напрямку росту тріщини; з використанням діаграм втомного руйнування знаходиться приріст тріщини за рахунок руху обох вершин [3]. Для описання форми тріщини будемо використовувати, як і в [3], кубічні сплайни, що мають задані кути нахилу дотичних на її кінцях.

При визначенні напруженого стану біля тріщини покладемо, що навантаження в часі змінюється повільно. Тоді напруження в пластинці будуть $\sigma_j\Theta(\tau)$, $\tau_{xy}\Theta(\tau)$, де $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ — напруження, які могли б виникнути у пластинці при $\Theta = 1$. Для знаходження напружень $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ використаємо метод інтегральних рівнянь, в якому забезпечується тотожне виконання умов ідеального контакту півплощин.

Побудова розв'язку задачі

Наведемо спочатку загальний розв'язок, який використовується для однорідних пластинок з тріщинами і записується через комплексні потенціали Колосова–Мусхелішвілі $\Phi(z)$, $\Psi(z)$ [1, 3]:

$$\begin{aligned}\Phi(z) &= \int_L \frac{Q(t)ds}{t-z} + \Phi_c(z), \\ \Psi(z) &= \int_L \left[\frac{\bar{Q}}{t-z} - \frac{\bar{t}Q}{(t-z)^2} \right] ds + \Psi_c(z),\end{aligned}\tag{1}$$

де $\Phi_c(z), \Psi_c(z)$ — комплексні потенціали для суцільної пластинки, які відповідають прикладеному на нескінченності навантаженню і дії зосереджених сил; ds — дугова координата; $L = L_1 + L_2 + \dots + L_j$. Тут невідома функція Q визначається через стрибки вектора переміщень на контурі L :

$$Q = -\frac{Gi}{\pi(\chi + 1)} \frac{d}{ds}([u] + i[v]), \quad (2)$$

де G — модуль зсуву; $\chi = (3 - \nu)/(1 + \nu)$; ν — коефіцієнт Пуассона.

Для запису інтегрального зображення комплексних потенціалів для кусково-однорідної пластинки з тріщинами, з огляду на вигляд підінтегральних функцій у формулі (1), знайдемо спочатку комплексні потенціали $\Phi_G(z), \Psi_G(z)$ для суцільної кусково-однорідної пластинки, коли ці потенціали мають такі особливості:

$$\Phi_G(z) \approx \Phi_0(z), \Psi_G(z) \approx \Psi_0(z), \quad (3)$$

$$\text{де } \Phi_0(z) = \frac{A}{a-z}; \Psi_0(z) = \frac{\bar{A}}{a-z} - \frac{\bar{a}A}{(a-z)^2}; A \text{ і } a -$$

довільні комплексні сталі. Тут покладено, що спаяні пружні пластинки займають області $y > 0$ і $y < 0$. Пружні сталі і комплексні потенціали для цих півплощин будемо позначати індексами 1 і 2, відповідно.

Потенціали запишемо у вигляді

$$\Phi_G(z) = \Phi_1(z), \Psi_G(z) = \Psi_1(z) \text{ при } \text{Im } z > 0,$$

$$\Phi_G(z) = \Phi_2(z), \Psi_G(z) = \Psi_2(z) \text{ при } \text{Im } z < 0,$$

а умови ідеального механічного контакту при $y = 0$ — у вигляді [7]

$$\Phi_1(x) + \bar{\Omega}_1(x) = \Phi_2(x) + \bar{\Omega}_2(x), \quad (4)$$

$$G_2[\chi_1\Phi_1(x) - \bar{\Omega}_1(x)] = G_1[\chi_2\Phi_2(x) + \bar{\Omega}_2(x)],$$

де G_j — модулі зсуву. Тут введено комплексні функції $\Omega_j(z) = \Phi_0(z) + z\Phi'_j(z) + \Psi_j(z)$.

Задовольняючи умови контакту, при $\text{Im}(a) > 0$ отримаємо

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= \Phi_0(z) + \beta_{21}\bar{\Omega}_0(z), \Phi_2(z) = \alpha_{22}\Phi_0(z), \\ \Omega_1(z) &= \Omega_0(z) + \beta_{22}\bar{\Phi}_0(z), \Omega_2(z) = \alpha_{21}\Omega_0(z), \end{aligned} \quad (5)$$

де $a_1 = G_1(1 + \chi_2)$; $a_2 = G_2(1 + \chi_1)$; $b_1 = G_1 + \chi_1G_2$; $b_2 = G_2 + \chi_2G_1$; $\chi_j = (3 - \nu_j)/(1 + \nu_j)$; ν_j — коефіцієнти Пуассона, $j = 1, 2$; $\Omega_0(z) = \frac{\bar{A}}{a-z} + \frac{A(a-\bar{a})}{(a-z)^2}$.

Аналогічно при $\text{Im}(a) < 0$ матимемо

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= \alpha_{11}\Phi_0(z), \Phi_2(z) = \Phi_0(z) + \beta_{12}\bar{\Omega}_0(z), \\ \Omega_1(z) &= \alpha_{12}\Omega_0(z), \Omega_2(z) = \Omega_0(z) + \beta_{11}\bar{\Phi}_0(z). \end{aligned} \quad (6)$$

Перепишемо знайдені потенціали у вигляді

$$\begin{aligned} \Phi_G(z, a) &= AF_0(z, a) + \bar{A}F_1(z, a), \Psi_G(z, a) = \\ &= AP_0(z, a) + \bar{A}P_1(z, a), \end{aligned} \quad (7)$$

де F_j, P_j — відомі функції, які визначаються через потенціали (5 і 6). Тоді аналогічні потенціалам формули (1) для кусково-однорідної пластинки з тріщинами запишуться так:

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \Phi_c(z) + \int_L [Q(t)F_0(z, t) + \bar{Q}(t)F_1(z, t)]ds, \\ \Psi(z) &= \Psi_c(z) + \int_L [Q(t)P_0(z, t) + \bar{Q}(t)P_1(z, t)]ds, \end{aligned} \quad (8)$$

де $\Phi_c(z), \Psi_c(z)$ — комплексні потенціали для кусково-однорідної пластинки, які відповідають зосередженим силам і прикладеному навантаженню на нескінченності. За структурою у формулі (8) підінтегральні функції мають такі ж особливості, як і в (1). Тому (1) і (8) визначають однакові стрибки переміщень на контурі L . Очевидно, що потенціали (8) автоматично задовольняють умови контакту при $y = 0$.

Для забезпечення умови однозначності переміщень необхідно, щоб $\int_L Qds = 0$ на кожній із тріщин [1].

Підставивши потенціали (8) в умову для знаходження вектора напружень на берегах тріщини при $z \in L$, отримаємо інтегральне рівняння для визначення функції Q . З метою спрощення числового алгоритму розв'язування рівнянь (8) покладемо в них $Q = Q_r + iQ_i$, де Q_r, Q_i — дійсна і уявна частина функції Q . Тоді формула (8) перепишеться в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \Phi_c(z) + \int_L [Q_r(t)\Phi_r(z, t) + Q_i(t)\Phi_i(z, t)]ds, \\ \Psi(z) &= \Psi_c(z) + \int_L [Q_r(t)\Psi_r(z, t) + Q_i(t)\Psi_i(z, t)]ds, \end{aligned} \quad (9)$$

де функції Φ_r, Ψ_r і Φ_i, Ψ_i дорівнюють потенціалам (5), (6) при $A = 1$ і $A = i$, відповідно.

Підставляючи значення (9) в крайові умови на берегах тріщини, отримуємо таке інтегральне рівняння:

$$\int_L [Q_r(t)q_r(z, t) + Q_i q_i(z, t)] ds = q_T(z) - q_c(z), \quad (10)$$

де $q_r(z, t), q_i(z, t)$ — вектори напружень у точці z на кривій L на площині, що лежить на дотичних, які відповідають потенціалам Φ_r, Ψ_r і Φ_i, Ψ_i при $a = t$; вектор $q_c(z)$ — відповідає потенціалам $\Phi_c(z), \Psi_c(z)$. Зазначимо, що вектор напружень $q_j(z)$ через потенціали $\Phi_j(z), \Psi_j(z)$ визначається за формулами

$$q_j(z) = \Phi_j(z) + \bar{\Phi}_j(z) + \exp(-2i\alpha)[z\bar{\Phi}'_j(z) + \bar{\Psi}_j(z)],$$

$$j = r, i, c,$$

де α — кут між нормаллю до кривої L в точці z і віссю Ox .

Для числового розв'язування рівняння (10) використаємо метод механічних квадратур [1, 3]. Застосувавши його, визначимо значення КІН K_I, K_{II} для обох вершин тріщини [1].

За розробленим алгоритмом з метою тестування було проведено розрахунки КІН для прямолинійних тріщин у кусково-однорідній пластинці, які розглянуті у [8]. Отримані результати практично збігаються з даними [8].

Розв'язування третьої задачі в підході — визначення форми тріщини в кінці довільного кроку — проводилось на основі відомих координат вузлових точок на тріщині на початку кроку та припущення, що тріщина підростає вздовж прямолинійних відрізків. При цьому виходили із силового критерію руйнування, згідно з яким тріщина підростає вздовж прямої, нахиленої під кутом θ до дотичної в її вершині, який визначається за формулою [7]

$$\theta = 2 \arctg[(K_I - \sqrt{K_I^2 + 8K_2^2})/4K_{II}], \quad (11)$$

де K_I, K_{II} — КІН. Максимальні нормальні напруження в околі вершини тріщини на цій прямій матимуть вигляд

$$\sigma_{\max} = \sigma_\theta(r, \theta) = K_{\max}/\sqrt{2\pi r}, \quad (12)$$

де $K_{\max} = \cos^3\theta_1(K_I - 3K_{II}\operatorname{tg}\theta_1)$, $\theta_1 = \theta/2$. Зазначимо, що $K_{\max} = K_I$ при $K_{II} = 0$.

За допомогою рівняння (11) знайдемо кути нахилу приростів тріщини на n -му кроці для обох вершин відносно відповідних дотичних, які позначимо через θ_n^A, θ_n^B .

Проведені розрахунки показали [1, 3], що в процесі руху біля обох вершин тріщини коефіцієнти $K_{II} \approx 0$, тобто можна вважати, що процес руйнування відбувається за механізмом нормального відриву, для якого в літературі записані рівняння для швидкості підростання втомних тріщин вигляду $V = F(K_{\max}, K_{\min})$, де V — швидкість просування вершини тріщини; K_{\max}, K_{\min} — рівні найбільшого і найменшого значення коефіцієнта K_I при циклічних навантаженнях.

На основі наведених співвідношень знаходимо координати вершин тріщини на новому етапі і час, необхідний для підростання тріщини на даному етапі [1]. Таким чином, послідовно встановлюємо вузлові точки на тріщині в кінці n -го кроку, які є і початковими для $n + 1$ -го кроку. Знайдені вузлові точки і кути нахилу дотичних θ_n^A і θ_n^B дають можливість за допомогою сплайнів будувати рівняння тріщини, далі знаходити КІН і переходити до визначення форми тріщини на новому етапі.

При розгляді конкретних задач для опису всієї ДВР використано формулу Яреми—Микитишина [2]

$$v = v_0 \left(\frac{\Delta K_I - \Delta K_{th}}{\Delta K_{fc} - \Delta K_I} \right)^q \text{ при } \Delta K_{th} \leq \Delta K_I < \Delta K_{fc}, \quad (13)$$

де $\Delta K_{th}, \Delta K_{fc}$ — відповідно пороговий і критичний розмах КІН ΔK_I в даному матеріалі; v_0, q — сталі матеріалу. Зазначимо, що в нашому випадку $\Delta K_I = (1 - \mu)K_I$. На основі (13) отримуємо формулу для обчислення кількості циклів ΔN на довільному кроці, які необхідні для переміщення вершини тріщини на відстань Δl :

$$v_0 \Delta N = \left(\frac{1 - k\eta}{k\eta - \varepsilon} \right)^q \Delta l, \quad (14)$$

де $\varepsilon = \Delta K_{th}/\Delta K_{fc}$; $k = \Delta K_I/\Delta K_0$; $\eta = \Delta K_0/\Delta K_{fc}$; $\Delta K_0 = (1 - \mu)K_{\max}$; K_{\max} — значення коефіцієнта, пропорційного максимальним напруженням для початкової тріщини (12).

Таблиця 1. Значення відносних КІН для прямолінійної тріщини в кусково-однорідній пластинці

$d/(2a)$	$G_2/G_1 = 0,25$		$G_2/G_1 = 4$	
	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}
0,02	1,4824 (1,479)	0,3703 (0,385)	0,7675 (0,767)	-0,1887 (-0,192)
0,05	1,4696 (1,468)	0,2851 (0,286)	0,7882 (0,789)	-0,1444 (-0,145)
0,1	1,4372 (1,437)	0,2313 (0,231)	0,8084 (0,808)	-0,1119 (-0,112)
0,5	1,1972 (1,197)	0,0707 (0,071)	0,8921 (0,892)	-0,0392 (-0,039)
2	1,0225 (1,022)	0,0028 (0,003)	0,9838 (0,984)	-0,0018 (-0,002)

З метою тестування наведеного підходу визначення КІН проведено розрахунки для випадку прямолінійної тріщини півдовжиною a з центром у точці $(0, d)$, паралельної до осі Ox . Значення відносних КІН $F_{I,II} = F_{I,II}/(p\sqrt{\pi a})$ при розтягу пластинки в напрямку осі Oy зусиллями p , $G_2/G_1 = 0,25$ і 4 , $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$ та різних значеннях d наведено в табл. 1.

У табл. 1 в дужках для порівняння наведено відповідні дані з праці [8]. Як видно з даної таблиці, при $d/(2a) \geq 0,05$ отримані різними способами результати практично збігаються. Трохи більше різняться дані при малих відстанях d .

Таблиця 2. Значення відносних КІН для прямолінійної тріщини в кусково-однорідній пластинці, які отримані при виборі різної кількості вузлових точок

N	$G_2/G_1 = 0,25$		$G_2/G_1 = 4$	
	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}
50	1,4823	0,3688	0,7673	-0,1885
100	1,4824	0,3707	0,7675	-0,1887

У зв'язку з цим з метою оцінки точності наведених даних при $d/(2a) = 0,02$ розраховано значення КІН при виборі 50 і 100 вузлових точок у квадратурних формулах (N), які використовувались при дискретизації інтегральних рівнянь (в табл. 1 наведено дані при $N = 60$). Результати розрахунків наведено в табл. 2, з якої видно, що дані в перших рядках точніші, ніж у [8].

Приклади розрахунку траєкторій руху

Наведемо приклади розрахунків траєкторій підростання і швидкості руху вершин тріщини залежно від механічних характеристик пластинок при розтягу в напрямку осей Ox і

Oy . Зазначимо, що навантаження на нескінченності в пластинці без тріщини у верхній і нижній півплощинах зв'язані співвідношеннями [5]: $\sigma_y^1 = \sigma_y^2 = q$, $E_2\sigma_x^1 - E_1\sigma_x^2 = (E_2\nu_1 - E_1\nu_2)q$.

Розглянемо випадок, коли прямолінійна тріщина з півдовжиною l міститься в нижній півплощині, її центр розміщений у точці $(0, -3l)$, тріщина нахилена під кутом $\alpha = 45^\circ$ до осі Ox . Покладаємо, що пластинка перебуває під дією розтягу вздовж осі Ox , причому $\sigma_x^2 = p$. Сталі, що входять у формулу (14), мають такі значення: $\mu = 0$, $\varepsilon = 0,12$, $q = 1,23$.

На рис. 1, а зліва наведені результати розрахунків траєкторії руху вершин тріщини при $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$ і $E_2/E_1 = 0,1$. При розрахунках у методі простеження вибиралось 40 кроків, та покладалось, що при цьому одна з вершин тріщини підростає на величину $2l$. Крапкам на цих кривих відповідають розміщення вершин тріщини на 10, 20, 30, 40 кроках. На середньому графіку зображено величину $N\nu_0 m/l$, де N – кількість циклів, яка необхідна для підростання тріщини. Кривим 1, 2, 3, 4 відповідають значення параметра η , що характеризує рівень

навантаження $\eta_j = \frac{1-\varepsilon}{4} + \frac{1+\varepsilon}{6} j$ при $j = 0, 1, 2, 3$;

значення параметра m відповідно дорівнюють 1, 1, 10, 100 для кривих 1–4. Наведені на кривих крапки відповідають вказаним вище крапкам на траєкторіях руху вершин тріщини. Відношення значень КІН у процесі руху до K_{\max} зображено на правому рисунку.

Аналогічні результати розрахунків при $E_2/E_1 = 10$ показано на рис. 1, б. З рисунків видно, що тріщини в обох випадках підростають вздовж слабовикривлених траєкторій, які є практично перпендикулярними до напрямку дії прикладеного навантаження. При жорсткішій верхній півплощині швидкість руху ближчої до

границі вершини менша, ніж віддаленої. При $E_2 < E_1$ швидкість наближення ближчої вершини до межі розділу зростає в процесі руйнування. При $E_2 > E_1$ для навантаження, яке відповідає кривій 4, після 10-го кроку має місце процес миттєвого руйнування пластинки. При $E_2 < E_1$ аналогічний процес має місце на 10 кроці для випадку навантаження, що відповідає кривій 4, на 20-му кроці – для кривої 3 і на 30-му кроці – для кривої 2. Значення КІН K_{II} в процесі підростання тріщини практично дорівнює нулю. Зазначимо, що в даному випадку траєкторії підростання тріщини практично однакові для вибраних значень параметра η .

На рис. 2 зображено результати розрахунків для випадку нахиленої тріщини з центром у точці $(0, -1,5l)$ при розтягу в напрямку осі Oy , причому покладалось, що без тріщини в нижній півплощині $\sigma_x = 0$.

З рисунка видно, що обидві вершини тріщини відштовхуються від межі розділу в разі жорсткішої верхньої пластини і наближаються до межі – у протилежному випадку.

Розглянемо випадок пластинки з прямолінійною тріщиною з півдовжиною l і центром у точці $(0, -l)$, яка міститься в нижній півплощині паралельно до осі Ox . Покладаємо, що пластинка перебуває під дією розтягу вздовж осі Oy . На рис. 3 наведені результати розрахун-

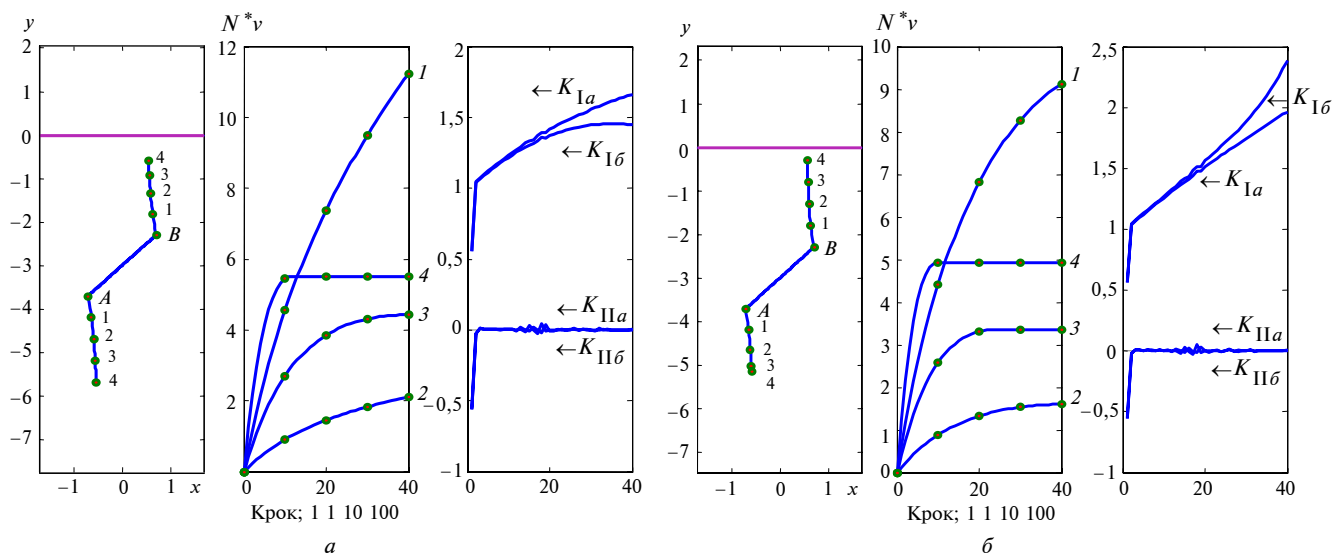


Рис. 1. Розтяг вздовж осі Ox ; а – $E_2/E_1 = 0,1$; б – $E_2/E_1 = 10$

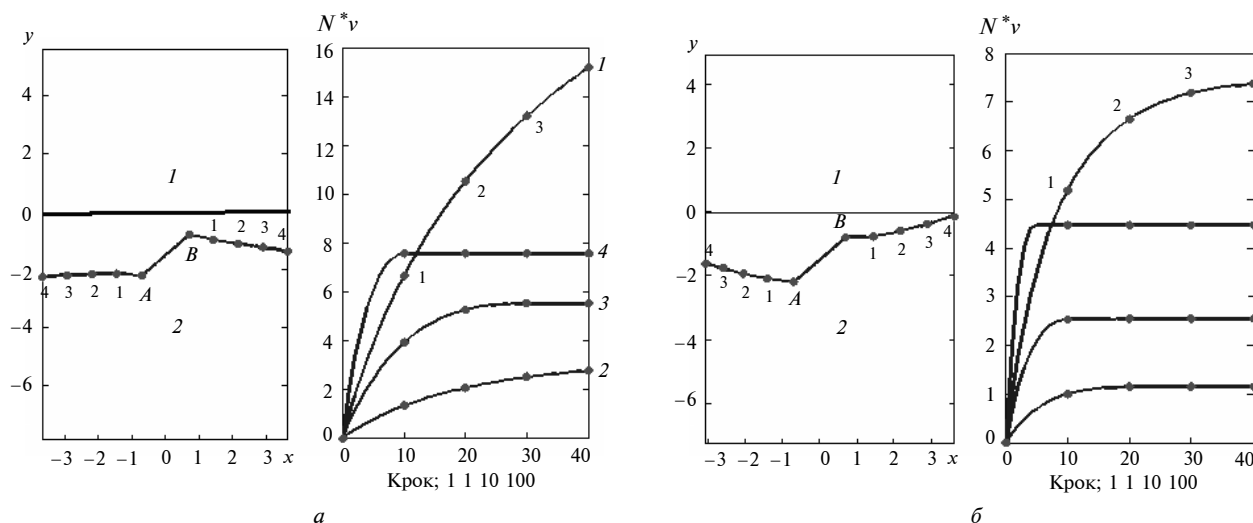


Рис. 2. Розтяг вздовж осі Oy ; а – $E_2/E_1 = 0,1$; б – $E_2/E_1 = 10$

ків траєкторій руху вершин тріщини залежно від відношення модулів пружності. З рисунка видно, що в цьому випадку вершини тріщини рухаються вздовж слабовикривлених ліній.

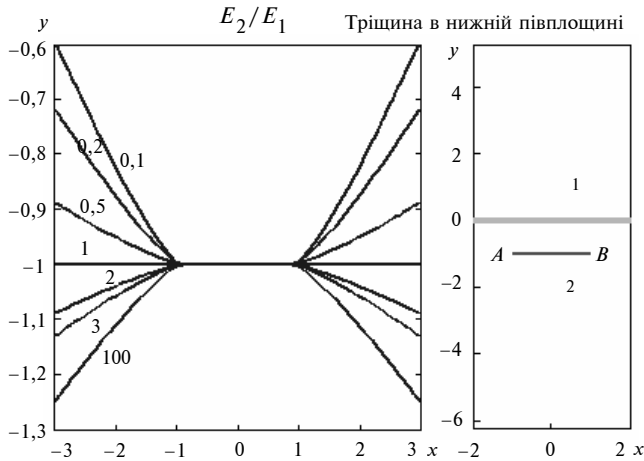
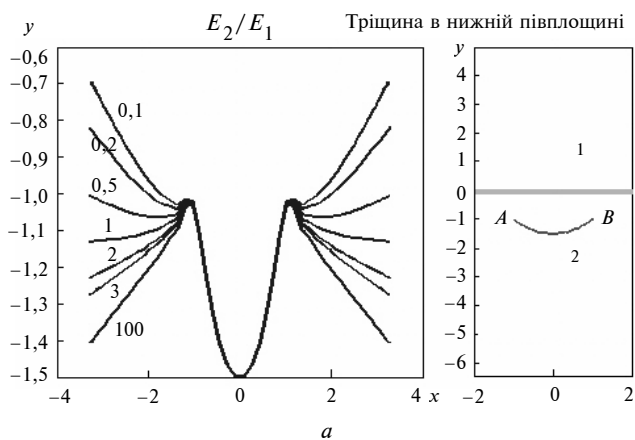
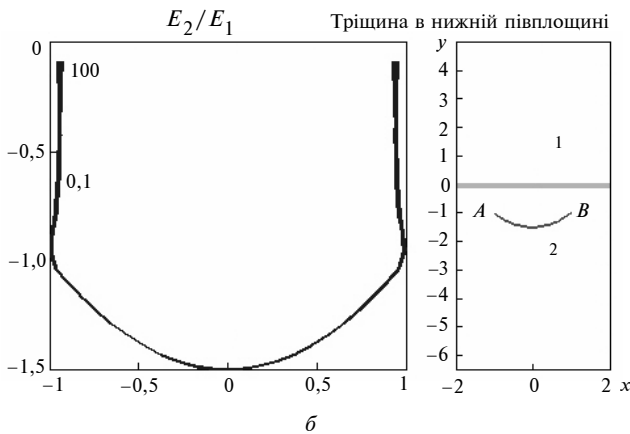


Рис. 3. Розтяг вздовж осі Oy ; $E_2/E_1 = 0,1, 0,2, 0,5, 1, 2, 3, 100$



а



б

Рис. 4. Траєкторії руху вершин параболічної тріщини; а – розтяг вздовж осі Oy ; б – вздовж осі Ox

При $E_2 < E_1$ (жорсткість нижньої півплощини більша) вершини тріщини рухаються вздовж кривих, які трохи відхиляються від перпендикуляра до напрямку дії навантаження в напрямку верхньої півплощини. При цьому чим менша жорсткість верхньої півплощини, тим кут між траєкторією поширення тріщини і напрямком дії навантаження зменшується. При $E_1 < E_2$ (жорсткість нижньої півплощини менша за жорсткість верхньої) вершини тріщини рухаються у протилежному напрямку – “відштовхуються” від верхньої півплощини. При $E_1 = E_2$ (випадок однорідної пластини) тріщина поширюється перпендикулярно до напрямку дії прикладеного навантаження.

Траєкторії підростання параболічної тріщини з центром у точці $(0, -1,5l)$ і вершинами в точках $(\pm l, -l)$ при аналогічних даних зображено на рис. 4.

При розтягу в напрямку осі Oy в цілому характер траєкторій аналогічний встановленому вище для прямолінійної тріщини. При розтягу в напрямку осі Ox (рис. 4, б) жорсткість з'єднаних пластин практично не впливає на траєкторію підростання тріщини – при $E_2/E_1 = 100$ та при $E_2/E_1 = 0,1$ вони практично однакові, при цьому вершини тріщини підростають у перпендикулярному напрямку до границі з'єднання півплощин.

Висновки

Виконані дослідження вказують на істотний вплив механічних властивостей пластинки, розміщення і початкової форми тріщини та прикладеного навантаження на траєкторії і швидкості поширення втомних тріщин. Наведені приклади розрахунку траєкторій руху вершин тріщин у пластинках із різними механічними характеристиками дають можливість проводити розрахунок процесу втомних руйнувань кусково-однорідних пластинок.

Отримані результати можуть бути використані для оцінки довговічності композитних пластинчастих елементів конструкцій, які перебувають в умовах циклічних навантажень. Зокрема, ці результати дають можливість прогнозувати напрямки та траєкторії підростання втомних тріщин, що виникають біля межі розділу різнорідних матеріалів та розраховувати час (кількість циклів), за який тріщина досягне критичних розмірів.

О.В. Максимович

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ И СКОРОСТИ ПОДРАСТАНИЯ КРИВОЛИНЕЙНЫХ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ПЛОСКОСТИ

По методу прослеживания исследованы траектории подрастания усталостных трещин возле границы раздела в кусочно-однородных пластинках в процессе циклического нагружения. Описание формы трещины осуществлено кубическими сплайнами. Для исследования напряженного состояния возле трещин использован метод граничных интегральных уравнений. Изменение направления подрастания вершин найдено с применением силового критерия разрушения. Приведены примеры расчета траекторий движения вершин трещин в пластинках с различными механическими характеристиками.

O.V. Maksymovych

CALCULATION OF TRAJECTORY AND SPEED OF GROWTH OF CURVILINEAR FATIGUE CRACKS IN THE PIECE-HOMOGENEOUS PLATE

By using the tracing method, we investigate the trajectories of fatigue cracks growth near the boundary of the section in piece-homogeneous plates in the process of cyclic loading. We describe the form of the crack by means of cubic splines. We also employ the method of boundary integral equations to study the tense state near the cracks. The power fracture criterion is used to detect the change of direction of tops extension. Moreover, we suggest some calculation examples of trajectories motion of the crack tops in plates with various mechanical properties.

1. Саврук М.П., Осив П.Н., Прокопчук И.В. Численный анализ в плоских задачах теории трещин. — К.: Наук. думка, 1989. — 248 с.
2. Дацишин О.П., Панасюк В.В., Пришляк Р.Є., Терлецкий А.Б. Траєкторії розвитку крайових тріщин у тілах кочення за умов граничного змащування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2001. — 37, № 3. — С. 5–12.
3. Божидарнік В.В., Максимович О.В., Максимович Я.В. Алгоритм та комплекси програм для розрахунку траєкторій та швидкості розповсюдження втомних тріщин у пластинках // Механічна втома металів: Пр. міжнар. колоквиуму, Тернопіль, 25–28 вересня 2006. — Тернопіль: Тернопільський держ. техн. ун-т ім. Пулюя, 2006. — С. 456–461.
4. Ярема С. А., Зборомирский А.И. Аналитическое исследование роста усталостной трещины, произвольно ориентированной в двухосном неравномерном поле напряжений // Физ.-хим. механика материалов. — 1984. — 20, № 6. — С. 54–62.
5. Ярема С.Я. Распространение криволинейных трещин в пластинах // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. — 1988. — № 2. — С. 156–163.
6. Саврук М.П., Кузник Н.В. Розв'язування плоских задач про тріщини в кусково-однорідних тілах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 1989. — № 4. — С. 80–89.
7. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966. — 708 с.
8. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах / Под ред. Ю. Мураками. — М.: Мир, 1990. — Т. 1. — 448 с.

Рекомендована Радою
Механіко-машинобудівного інституту
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
30 квітня 2009 року