

РОЗДІЛ 2

МЕТОД ДЗЕРКАЛЬНИХ ЕЛІПСОЇДІВ ОБЕРТАННЯ В ОПТИЦІ СВІТЛОРозсіювальних Середовищ

Даний розділ присвячений розробці методу дзеркальних еліпсоїдів обертання для задач дослідження оптичних властивостей світлорозсіювальних біологічних середовищ. Представлено структурні схеми базових фотометрів з еліпсоїдальними рефлекторами і окреслені особливості їх функціонування. Наведено математичний апарат розрахунку ходу променів в рефлекторі з внутрішньою відбиваючою поверхнею та розглянуто основні траєкторії рухів променів. Представлено алгоритм запропонованого механізму рей-трейсингу та розглянуті особливості його програмної реалізації. Показано результати абераційного аналізу роботи рефлектора обраної конфігурації.

2.1 Типологія вимірювальних систем з еліпсоїдальними рефлекторами

Оптична біомедична діагностика в своєму технічному виконанні використовує весь спектр оптичних систем, енергетичні або візуалізуючі особливості яких в достатній мірі описані і вивчені.

З точки зору об'єкта дослідження оптичної діагностики БС можуть бути класифіковані на оптично непроникні, вивчення яких ведеться у відбитому та розсіяному назад світлі, і оптично проникні, які досліджуються ще й в пропущеному та розсіяному вперед світлі. Слід зазначити, що перша група включає переважно оптично мутні БС, які внаслідок складу, багатошаровості або товщини не пропускають світловий потік певної потужності. Друга група включає оптично прозорі й оптично мутні БС, в яких можна зафіксувати світло, що пройшло в напрямку вперед через середовище. Часто непроникні БС є предметом *in vivo* діагностики.

У загальному випадку, світловий потік, зафіксований фотоприймачем за допомогою оптичної системи певної конфігурації в напрямку назад та/або вперед, містить дві складові. Перша характеризує топографію шорсткої поверхні, на яку потрапляє (з якої виходить) оптичне випромінювання. Друга містить дані про розсіювальні та поглинальні властивості БС.

Систематизуючи оптичні системи, що містять еліпсоїдальні (сфероїдні) рефлектори і використовуються для зазначених цілей, зазначимо, що автори і користувачі окремих з них позиціонують можливість застосування своїх систем тільки для дослідження однієї складової світлового потоку. Але це жодній мірі не може обмежити можливості їх використання в біомедичному застосуванні для сукупного дослідження обох складових.

Рефлектор з поверхнею еліпсоїда обертання 1 (рис. 2.1) призначений для дослідження дифузного відбиття шорсткої поверхні [1]. В одному його фокусі розміщують досліджувану поверхню, а в іншому – приймач випромінювання ПВ (авторами використовувався фотодіод).

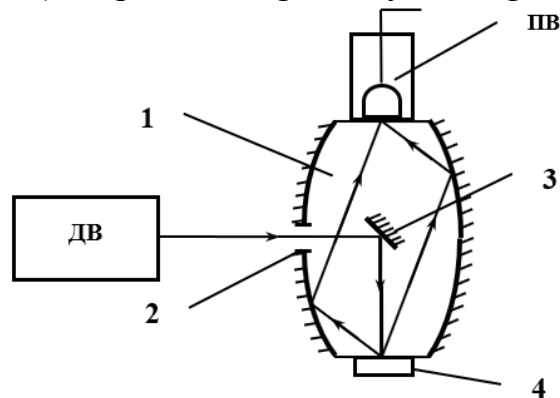


Рис. 2.1 Схема пристосування до спектрофотометру з дзеркальним еліпсоїдом обертання для вимірювання коефіцієнта дифузного відбиття: 1 – еліпсоїдальний рефлектор; 2 – вхідний отвір; 3 – плоске дзеркало; 4 – досліджуваний зразок

Потік оптичного випромінювання через симетрично розташований вхідний отвір 2 потрапляє на плоске дзеркало 3 і, відбившись від нього, падає на поверхню досліджуваного зразка 4. Дифузно відбите об'єктом світло потрапляє на поверхню рефлектора і, відбившись, збирається в другому фокусі. Дзеркальне відбиття екранується плоским дзеркалом.

Модифікацією попередньої системи є дозиметр оптичного випромінювання [2] з еліпсоїдальним рефлектором 1 (рис. 2.2). У даній схемі використовується координатний (матричний) приймач оптичного випромінювання ПВ, світло на який потрапляє за допомогою проектувальної оптичної системи 5 (в експериментальній установці автори [3] застосували лінзо-призмову систему стереомікроскопу МБС-10 і TV адаптера до нього). Використання матричного приймача дозволило отримати просторовий розподіл оптичного випромінювання, розсіяного біологічним середовищем у зворотному напрямку, у фокальній площині еліпсоїдального рефлектора, обмеженою його фокальним параметром.

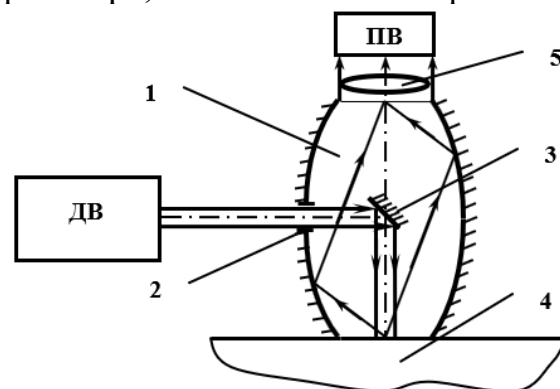


Рис. 2.2 Дозиметр оптичного випромінювання:
1 – еліпсоїдальний рефлектор; 2 – вхідний отвір; 3 – плоске дзеркало;
4 – досліджуваний зразок; 5 – проектувальна оптична система

Концептуальне рішення пристрою для визначення оптичних властивостей, запропоноване в [4], містить ЕР 1 (рис. 2.3), в приймальній фокальній площині якого розміщено напівпрозорий координатний пристрій сканування 6. Спільна робота сканера і матричного приймача випромінювання із застосуванням спеціалізованого обчислювального алгоритму вирішує завдання визначення дискретних напрямків розсіяного світла.

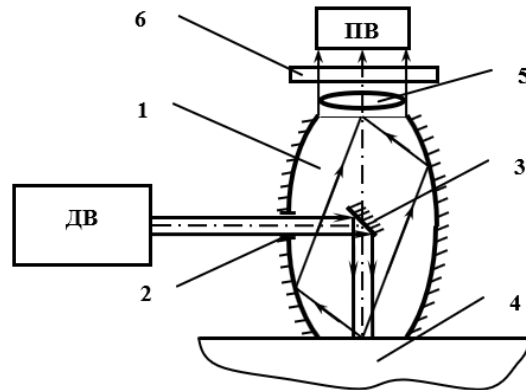


Рис. 2.3 Пристрій для визначення оптичних властивостей:
1 – еліпсоїдальний рефлектор; 2 – вхідний отвір; 3 – плоске дзеркало;
4 – досліджуваний зразок (ДЗ); 5 – проектувальна оптична система;
6 – пристрій сканування

Розглянемо конструкцію еліпсоїдальної фотометричної головки (рис. 2.4), яка використана в дозиметрі оптичного випромінювання [5]. Особливістю даної системи, в порівнянні з попередньою, є використання асферичного дзеркала 3, яке розміщене на бічній поверхні еліпсоїда обертання 1 на одній осі з вхідним вікном 2. Потік оптичного випромінювання від джерела світла направляється на асферичне дзеркало 3 і, відбившись від нього, потрапляє в перший фокус еліпсоїдального дзеркала 1, в якому розміщене досліджуване БС 4. У результаті взаємодії світла з середовищем при використанні зазначеної конфігурації ЕР, світло в напрямку назад має дзеркальну складову, яка виводиться з еліпсоїда обертання через вхідне вікно 2, і дифузну складову, яка потрапляє на приймач оптичного випромінювання ПВ.

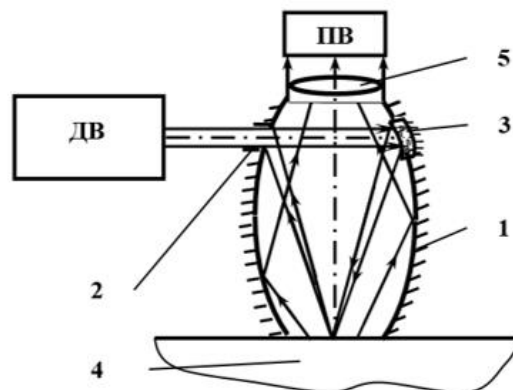


Рис. 2.4 Дозиметр оптичного випромінювання: 1 – ЕР; 2 – вхідний отвір;
3 – асферичне дзеркало; 4 – ДЗ; 5 – проектувальна оптична система

Цікавим технічним рішенням є схема дзеркального пристрою, запропонована в [6], в якому передбачена можливість роздільної реєстрації дзеркальної і дифузійної складових, а також компоненти об'ємного розсіяння, яка дозволяє ідентифікувати різні дефекти на поверхні та всередині об'єкту дослідження (рис. 2.5). Пристрій містить джерело випромінювання (лазер), еліпсоїдальний рефлектор 1 з входним 2 та вихідним 3 вікнами і вікном для розміщення досліджуваного зразка, які розміщені в площині падіння. Фотоприймач ПВ1 розміщений на осі дзеркальної компоненти відбитого світла в камері 5. Фотоприймачі ПВ2 і ПВ3 розміщені в другому фокусі еліпсоїдального рефлектора. Перший фокус еліпсоїда пов'язаний з оптичною віссю лазерного пучка і розміщений в області отвору для досліджуваного зразка 4. Дифузна компонента реєструється ПВ2. Наявність на досліджуваній поверхні дефектів (або неоднорідностей всередині біологічної структури) призводить до перерозподілу інтенсивності дифузійної та дзеркальної компоненти. Індикатриса відбиття при цьому розширюється і частина випромінювання потрапляє на приймач ПВ3, наявність сигналу на якому свідчить про наявність вкраплень в області контролю. Співвідношення величин сигналів з приймачів ПВ1, ПВ2 і ПВ3 дозволяє проводити оцінку розмірів і форми вкраплень.

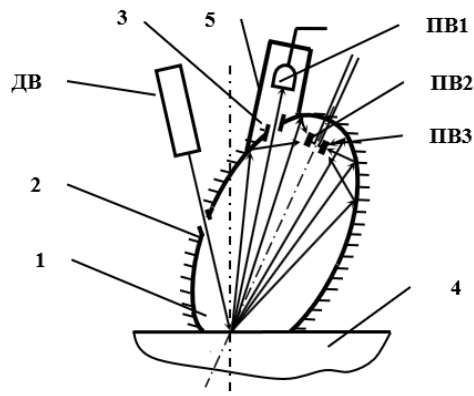


Рис. 2.5 Пристрій для контролю шорсткої поверхні: 1 – еліпсоїдальний рефлектор; 2 – входний отвір; 3 – вихідний отвір; 4 – досліджуваний зразок; 5 – камера

Аналогічний принцип роботи покладено в основу роботи іншого варіанту використання еліпсоїдального рефлектора в рефлектометрії (рис. 2.6), запропонований авторами [6]. Цей пристрій, на відміну від попереднього, містить напів-еліпсоїд обертання 1, усічений по великій осі. Це дозволило спростити конструкцію розміщення приймачів ПВ2 і ПВ3. Отвір для робочого зразка 4 виконано в світло-поглинальній пластині 6, прикріпленій до країв напів-еліпсоїда, паралельно його великій осі. До пластини 6 у другому фокусі напів-еліпсоїда кріпляться фотоприймачі ПВ2 і ПВ3.

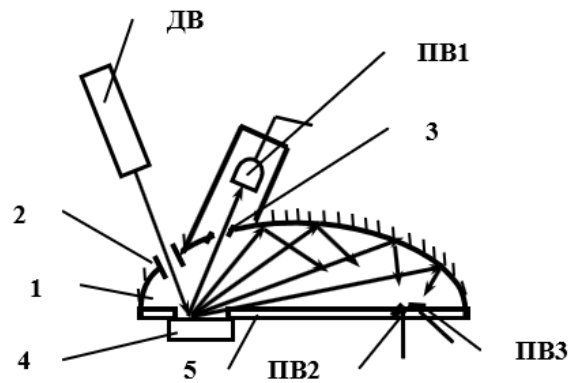


Рис. 2.6 Пристрій для контролю шорсткої поверхні:
1 – еліпсоїдальний рефлектор; 2 – входний отвір; 3 – вихідний отвір;
4 – досліджуваний зразок; 5 – світло-поглинальна пластина

У приладі для вимірювання оптичного розсіяння (рис. 2.7) авторами [7] був запропонований механізм визначення повного зворотного розсіяння в межах тілесного кута 2π . Світло від джерела за допомогою формуючої оптичної системи вводиться в порожнину еліпсоїдального рефлектора 1 через входне вікно 2. Дзеркальна компонента виводиться за межі рефлектора через вихідне вікно 3. При цьому зареєстрований фотоприймачем ПВ (фото-помножувачем) світловий потік містить дві компоненти. Перша є випромінюванням, розсіяним зразком 4 в межах апертурного кута, обмеженого фокальним параметром еліпсоїда. Ця складова безпосередньо потрапляє в приймальне вікно фото-помножувача. Друга складова є випромінюванням, розсіяним поверхнею 4 в межах тілесного кута, що перевищує апертуру, обмежену фокальним параметром, і тому потрапляє на фотодетектор після однократного відбиття від стінок еліпсоїда.

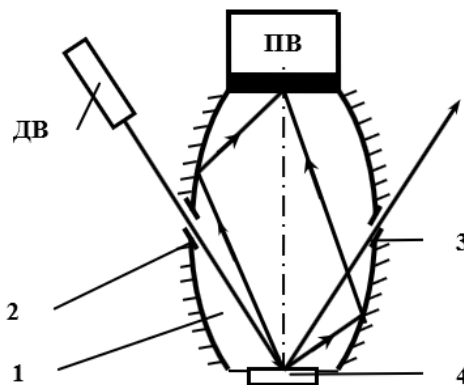


Рис. 2.7 Пристрій для вимірювання оптичного розсіяння:
1 – еліпсоїдальний рефлектор; 2 – входний отвір; 3 – вихідний отвір;
4 – досліджуваний зразок

Технічні рішення, представлені на рис. 2.1 – рис. 2.7, ілюструють застосування еліпсоїдальних рефлекторів для дослідження непроникних біологічних середовищ. У рамках даної роботи були розроблені схеми і прилади для дослідження світлорозсіяння біологічними середовищами в світлі, що пройшло, і у відбитому світлі (рис. 2.8.а – рис. 2.8.в), як

модифікації деяких розглянутих вище систем. На рис. 2.8.г – рис. 2.8.е представлені запропоновані схематичні рішення інших систем. На рис. 2.8 штрихами позначені відповідні компоненти фотометричної головки (нижньої) для реєстрації розсіяного вперед випромінювання, аналогічні компонентам фотометричної головки (верхньої) для реєстрації розсіяного назад випромінювання.

Типологія інформаційно-вимірювальних пристроїв, розглянута та систематизована в даному пункті, дозволяє виділити характерні риси для задач конструювання фотометрів з еліпсоїдальними рефлекторами, незалежно від їх розмірів та параметрів. При цьому система обробки зареєстрованої інформації, що несе дані про розсіювальні та поглинальні властивості досліджуваного середовища, а також характеризує структуру поверхні, функціонально може бути реалізована за прикладом робіт авторів [2, 4, 5] для систем, що працюють у відбитому світлі або на основі досліджень [8 – 11] для систем, що працюють одночасно з пропущеним та відбитим оптичним випромінюванням.

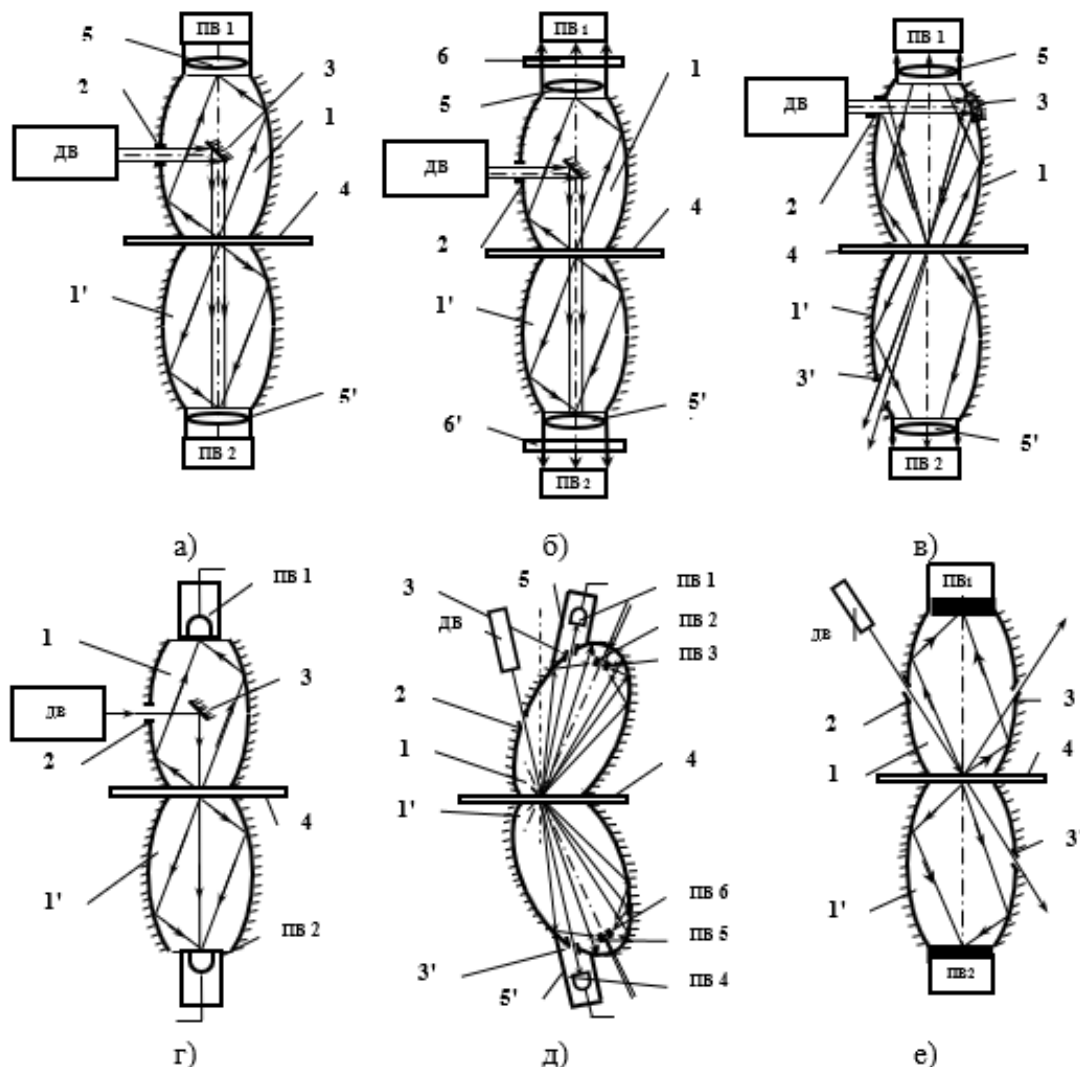


Рис. 2.8 Пристрої для вимірювання оптичного розсіяння у відбитому та пропущеному світлі (позначення аналогічне рис. 2.1 – рис. 2.7; штрихами позначені і компоненти фотометричної системи для реєстрації розсіяного вперед світла)

Слід зазначити, що незалежно від обраної конфігурації вимірювального засобу з ЕР для дослідження світлорозсіювальних властивостей біологічних середовищ, ключовими є моменти вибору параметрів еліпсоїдів обертання, що напряду визначаються прогнозованим ступенем розсіяння в середині БС, а також особливості розрахунку ходу променів в середині рефлектора.

2.2 Вихідні положення для трасування променів при фотометрії еліпсоїдальними рефлекторами

Еліпсоїдальний рефлектор належить до оптичних елементів з асферичною поверхнею і є фігурою обертання в тривимірному просторі, сформованою при обертанні еліпса навколо однієї з його осей. При цьому або внутрішня або зовнішня поверхня еліпсоїда є дзеркалом. Як видно з розглянутої типології (п. 2.1) у даній роботі розглядаються особливості побудови фотометрів з ЕР з внутрішньою відбиваючою поверхнею.

З оптичної точки зору для будь-якої з представлених в п. 2.1 конфігурацій еліпсоїдальних рефлекторів розрахунок ходу променів (рейтрейсинг або трасування променів) є типовою й однозначною задачею, що залежить від розміщення площини предметів та площини зображень. Проте функціонально розглядати роботу ЕР потрібно не як елемента, що формує зображення, а такого, що збирає та переносе розсіяне випромінювання до фотоприймальної площини. З іншого боку, оскільки у якості базової конструкції фотометру було обрано рішення, представлене на рис. 2.8.а, то дана термінологічна неточність вважатиметься виправленою шляхом використання відповідної фокальної площини дзеркального еліпсоїда обертання.

Еліпсоїдальним рефлекторам (рис. 2.9), що переважно застосовуються для переносу зображення в оптичних системах з кільцевою апертурою або проєкційних фотометричних системах, властиво, що всі промені, котрі виходять з площини, що містить перший фокус F_1 , потрапляють у площину, що містить другий фокус F_2 , у відповідності до особливостей поширення променів та методів подальшого фотометричного аналізу.

Суто математично еліпсоїд обертання можна отримати з окружності, стискаючи її по одній координаті (осі), коли інша залишається без зміни. Тоді, виходячи з [12] оперують коефіцієнтом стискання m . При проектуванні ЕР обраної конфігурації (рис. 2.9) фіксованою віссю є вісь, ортогональна утвореним фокальним площинам, що містять точки фокусів F_1 та F_2 .

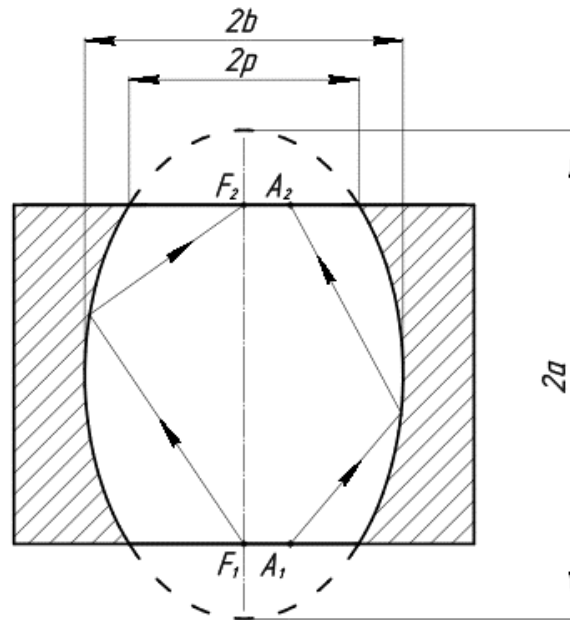


Рис. 2.9 Еліпсоїдальний рефлектор:
 $2a$ - велика вісь, $2b$ - мала вісь, $2p$ – фокальний параметр

У загальному, алгоритм трасування променів [13] є механізмом побудови зображення шляхом відстеження ходу променів (фотонів) від предмету і моделювання взаємодії цих променів з об'єктом. Причому, завдяки можливості врахування таких оптичних ефектів, як заломлення та дзеркальне відбиття, а також суворе дотримання закону збереження енергії, алгоритм рей-тресингу у випадку фотометрії з ЕР є більш прийнятним за алгоритми Scanline [14] та Ray Casting [15], що доволі поширені при рендеринзі. Поряд зі значною обчислювальною потужністю, що супроводжуються Монте-Карло моделюванням поширення оптичного випромінювання в БС, часові втрати на трасування променів в ЕР вказують на головний недолік «БС+ЕР» рей-тресингу. З іншого боку, належний підбір параметрів, що описують потужність та профіль падаючого пучка променів, а також чутливість та геометричні розміри матричного приймача випромінювання, дозволяє суттєво оптимізувати час моделювання.

Еліпсоїдальний рефлектор є тривимірною поверхнею, отриманою геометричною деформацією сфери з внутрішнім дзеркалом вздовж трьох взаємно-перпендикулярних осей (рис. 2.10). Така просторова конфігурація еліпсоїда, який ще називають витягнутим сфероїдом, отримана шляхом зрівняння двох малих напів-осей (a і c) і визначення у якості осі обертання великої напів-осі (b). При цьому малі напів-осі утворюють площину, паралельно якій знаходяться фокальні площини (перша, що містить фокус $Ft1$ ($Fb1$), та друга, що містить фокус $Ft2$ ($Fb2$)), вздовж яких відраховується фокальний параметр p , а вздовж осі b відраховується фокальна відстань f . Робоча частина ЕР, що використовуються в фотометрах, має вигляд ортогонально (по відношенню до великої напів-осі) усіченого в фокальних

площинах еліпсоїда (рис. 2.9) і може бути виготовлена, наприклад, методом траєкторного копіювання [16].

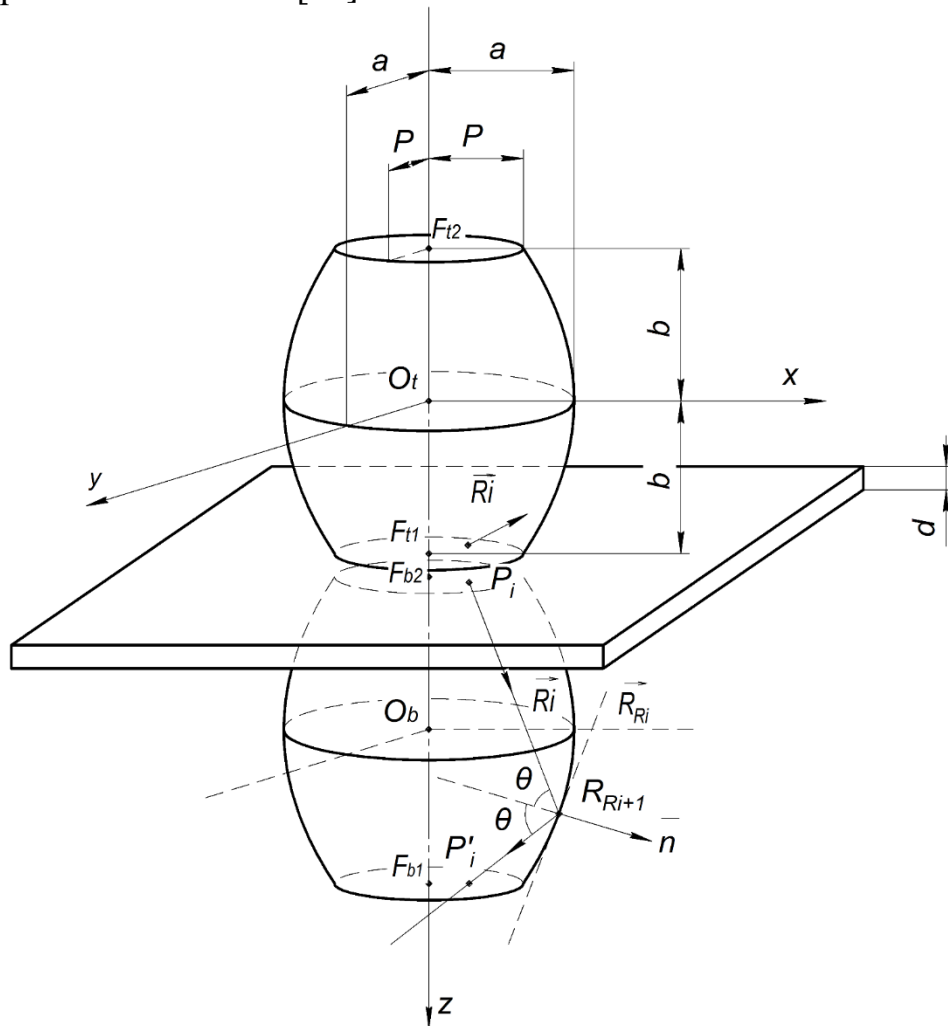


Рис. 2.10 Трасування променів в еліпсоїдальних рефлекторах: основні параметри та конфігурація

З огляду на властивості еліпса, позначимо граничні умови трасування променів в ЕР:

- 1) вісь обертання Oz еліпсоїдів співпадає з віссю променя, що падає на БС;
- 2) промені з довільними направляючими косинусами, що виходять з одного фокуса, відбиваються еліпсоїдом обертання і збираються у другому фокусі;
- 3) промені з довільними направляючими косинусами, що виходять з будь-яких точок першої фокальної площини поза точки першого фокусу, відбиваються еліпсоїдом обертання і потрапляють до другої фокальної площини поза точки другого фокусу;
- 4) взаємодія променів зі стінками еліпсоїда підпорядковується закону дзеркального відбиття.

Таким чином, охарактеризувати роботу ЕР можна так. Оптичне випромінювання після взаємодії з плоским зразком БС виходить з нього в

прямому та/або зворотному, по відношенню до падаючого, напрямку у вигляді набору променів з довільними направляючими косинусами. Плоский зразок БС суміщений своїми сторонами з однією з фокальних площин верхнього та/або нижнього еліпсоїду. Пляма розсіяння, утворена на сторонах БС за допомогою ЕР сформується в його іншій фокальній площині та матиме подібний до оригіналу просторовий розподіл та дещо зменшену інтенсивність. Для здійснення фотометрії отриманий просторовий розподіл потрапляє на матричний приймач випромінювання, який може розміщуватись безпосередньо в приймальній площині ЕР (його розміри повинні бути не меншими за подвійний фокальний параметр p) або бути оптично спряженим з проектуючою оптичною системою (об'єктивом ПЗЗ-камери).

Процедуру здійснення рей-трейсингу в ЕР доцільно забезпечити шляхом алгоритмізації, що буде розглянута в наступному пункті.

2.3 Рей-трейсинг в дзеркальному еліпсоїді обертання

Оскільки механізм трасування передбачає відстеження траєкторії та фізичних процесів, що відбуваються з окремим променем, розглянемо алгоритм взаємодії променя (фотону), що вийшов з БС, з ЕР (рис. 2.11).

На рис. 2.10 показаний один з можливих варіантів виходу фотона з БС, тобто зустрічі з першою фокальною площиною ЕР. Велика напів-ось еліпсоїда b співпадає з віссю Oz Декартової системи координат, напів-осі a і c співпадають з осями Ox та Oy відповідно, а центр верхнього еліпсоїда O_t знаходиться в початку системи координат. Центр нижнього еліпсоїда O_b відстає від центру верхнього на величину $(2f+d)$, де d – товщина досліджуваного зразку.

Вхідними даними для трасування променів є координати точки виходу з біологічного середовища $P(x_p, y_p, z_p)$, а також направляючі косинуси $C_i(\cos \alpha_{R_i}, \cos \beta_{R_i}, \cos \gamma_{R_i})$, котрі отримуються після симуляції блукання фотона в модельованому БС методом Монте-Карло, при цьому промінь (направляючий вектор) позначено $\overline{R_i}$. Практична реалізація запропонованого алгоритму здійснюється у відповідності до [17] і полягає у наступному. Спочатку знаходять точку перетину променю $\overline{R_i}$ з першою фокальною площиною $Ft1$ верхнього еліпсоїда (якщо $\cos \gamma < 0$) або другою фокальною площиною $Fb2$ нижнього еліпсоїда (якщо $\cos \gamma > 0$). фотони, що не потрапили до цих фокальних площин не беруть участі у подальшому рей-трейсингу, а їх вага записується в окремий масив, що характеризує ефективність застосування ЕР з обраним фокальним параметром для фотометрії досліджуваного зразка. Далі визначають точку перетину променю з ЕР.

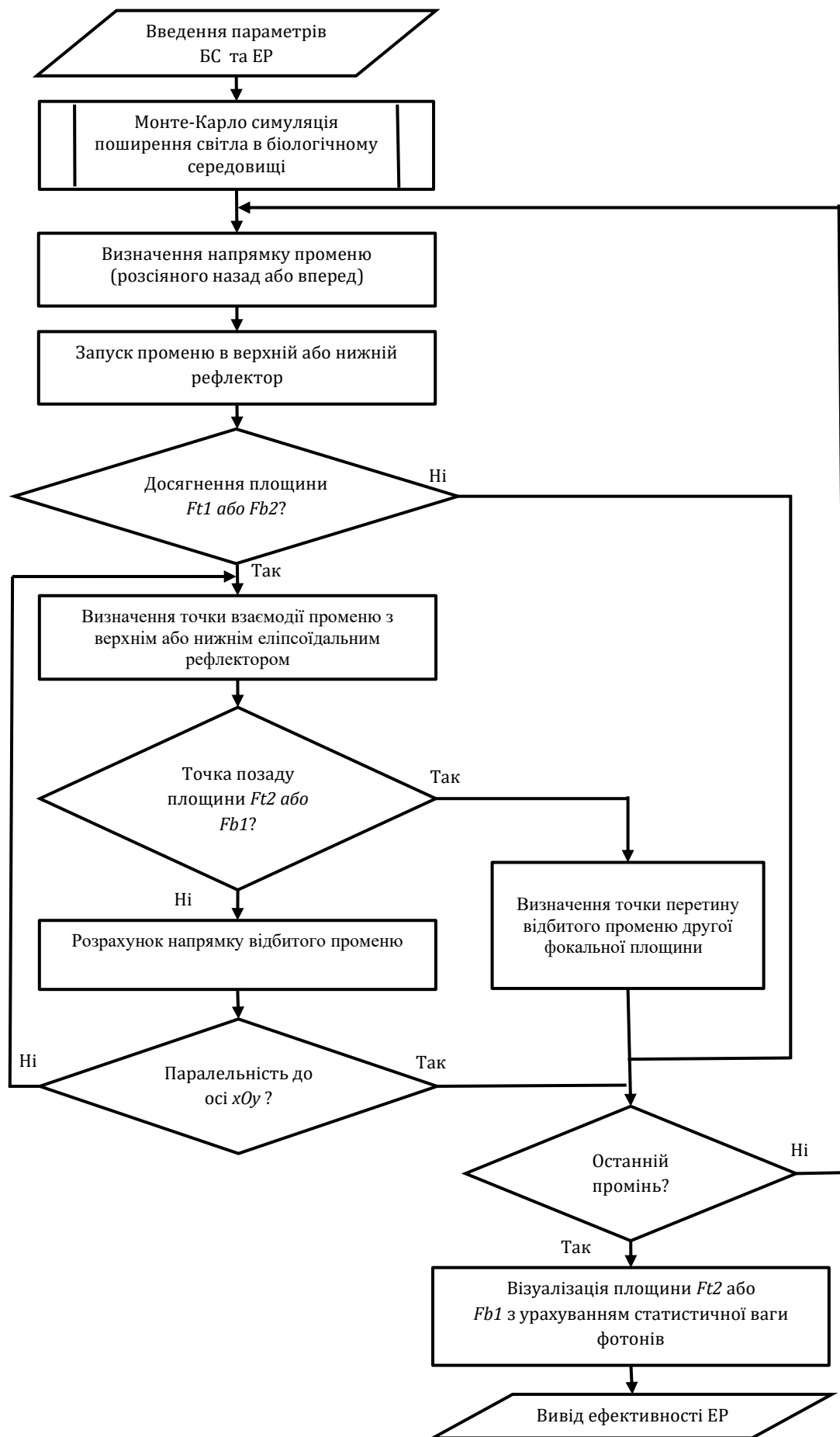


Рис. 2.11 Загальний алгоритм трасування променів в ЕР

Якщо координата точки перетину по осі Oz перевищує подвійну фокальну відстань еліпсоїда, то здійснюють пошук координат точки перетину променю з другою фокальною площиною верхнього $Ft2$ або нижнього $Fb2$ еліпсоїдів. В іншому випадку рей-трейсинг продовжується доки промінь не перетне одну з фокальних площин $Ft2$ або $Fb2$ або доки не будуть досягнуті умови паралельності переміщення променю до осі xOy .

2.3.1 Визначення точки взаємодії променю з еліпсоїдальним рефлектором

Розглянемо процес пошуку точки P_i перетину променю $\overline{R_i}$, що має початок в точці P і міститься всередині еліпсоїда обертання, з поверхнею останнього, при цьому рівняння ЕР має вигляд:

$$(x^2 + y^2)b^2 + z^2a^2 = a^2b^2. \quad (2.1)$$

З урахуванням того, що координати променю $\overline{R_i}$ невідомі, представимо рівняння прямої в просторі, якій належить цей вектор, через його направляючі косинуси $C_i(\cos \alpha_{R_i}, \cos \beta_{R_i}, \cos \gamma_{R_i})$ і здійснимо параметризацію:

$$\frac{x_{P_i} - x_P}{\cos \alpha_{R_i}} = \frac{y_{P_i} - y_P}{\cos \beta_{R_i}} = \frac{z_{P_i} - z_P}{\cos \gamma_{R_i}} = t. \quad (2.2)$$

Підставивши (2.2) в рівняння еліпсоїда (2.1) за умови, що $a \neq b \neq 0$, і впорядкувавши його по невідомому параметру t отримаємо:

$$\begin{aligned} & t^2 \left[b^2 (\cos^2 \alpha_{R_i} + \cos^2 \beta_{R_i}) + a^2 \cos^2 \gamma_{R_i} \right] + \\ & + t \left[2b^2 (\cos \alpha_{R_i} \cdot x_P + \cos \beta_{R_i} \cdot y_P) + 2a^2 \cos \gamma_{R_i} \cdot z_P \right] + \\ & + \left[b^2 (x_P^2 + y_P^2) + a^2 (z_P^2 - b^2) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Очевидно, що розв'язанням (2.3) будуть корені квадратного рівняння відносно t . З огляду на те, що таких коренів два, пряма (2.2), котра містить промінь $\overline{R_i}$, повинна перетнути еліпсоїд обертання двічі, а робочу (бокову) частину ЕР – лише один раз. Вибір того чи іншого кореню t залежить від напрямку поширення вектору вздовж осі обертання Oz верхнього або нижнього еліпсоїда, що визначається косинусом кута вектору до цієї осі, тобто $\cos \gamma_{R_i}$. Якщо $\cos \gamma > 0$, то дискримінант з (2.3) береться додатній, якщо $\cos \gamma < 0$ – від'ємний, якщо $\cos \gamma = 0$, то доцільного ввести умову

паралельності переміщення вектору до осі xOy , у такому разі розрахунок припиняється. Підставивши обране t в (2.2) отримаємо координати точки $P_i(x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i})$ перетину прямої, якій належить вектор $\overline{R_i}$, з поверхнею еліпсоїда обертання, або ж, з точки зору геометричної оптики – відбиття променю від поверхні ЕР. У випадку коли координата z_{P_i} знаходиться за межами фокальної площини верхнього/нижнього ЕР або співпадає з нею, переходимо до п. 2.3.3 – визначення точки перетину променю з фокальною площиною, інакше переходимо до п. 2.3.2.

2.3.2 Розрахунок напрямку променю, відбитого від стінки ЕР

Процес пошуку напрямку променю, відбитого в точці P_i полягає у складанні рівняння нормалі до поверхні ЕР у точці P_i та вектору цієї нормалі, визначенні кута θ між нормаллю та падаючим променем $\overline{R_i}$, а також розрахунком направляючого вектору $\overline{R'}$ відбитого променю.

Загальний вигляд рівняння нормалі має вид:

$$\frac{x - x_0}{\left. \frac{df(x, y, z)}{dx} \right|_{x_0}} = \frac{y - y_0}{\left. \frac{df(x, y, z)}{dy} \right|_{y_0}} = \frac{z - z_0}{\left. \frac{df(x, y, z)}{dz} \right|_{z_0}}, \quad (2.4)$$

де $f(x, y, z)$ - рівняння еліпсоїду обертання (1), записане в неявній формі;

x_0, y_0, z_0 - координати точки, в якій будується нормаль до поверхні;

$\left. \frac{df(x, y, z)}{dx} \right|_{x_0}, \left. \frac{df(x, y, z)}{dy} \right|_{y_0}, \left. \frac{df(x, y, z)}{dz} \right|_{z_0}$ - часткові похідні $f(x, y, z)$ в точці $P_i(x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i})$.

Віднайшовши часткові похідні функції еліпсоїда обертання в точці $P_i(x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i})$, перепишемо (2.4):

$$\frac{x - x_{P_i}}{\frac{2x_{P_i}}{a^2}} = \frac{y - y_{P_i}}{\frac{2y_{P_i}}{a^2}} = \frac{z - z_{P_i}}{\frac{2z_{P_i}}{b^2}}. \quad (2.5)$$

З огляду на (2.5) вектор нормалі до поверхні еліпсоїда обертання (2.1) в точці P_i набуде вигляду:

$$\overline{n} \left(\frac{x_{P_i}}{a^2}, \frac{y_{P_i}}{a^2}, \frac{z_{P_i}}{b^2} \right). \quad (2.6)$$

Кут θ між нормаллю (2.6) та падаючим променем $\overline{R}_i(x_{R_i}, y_{R_i}, z_{R_i})$ можна визначити, як відношення скалярного добутку падаючого вектору і вектору нормалі до норм цих векторів:

$$\cos \theta = \frac{\langle \overline{n}, \overline{R}_i \rangle}{\|\overline{n}\| \cdot \|\overline{R}_i\|}, \quad (2.7)$$

З урахуванням положень [18, 19] та (2.7) відбитий стінками ЕР вектор \overline{R}_r має наступні координати:

$$\begin{cases} x_{R_r} = x_{R_i} - \frac{2 \cos \theta}{\|\overline{n}\|} \|\overline{R}_i\| x_n \\ y_{R_r} = y_{R_i} - \frac{2 \cos \theta}{\|\overline{n}\|} \|\overline{R}_i\| y_n \\ z_{R_r} = z_{R_i} - \frac{2 \cos \theta}{\|\overline{n}\|} \|\overline{R}_i\| z_n \end{cases} \quad (2.8)$$

Далі розраховують направляючі косинуси відбитого вектору $C_r(\cos \alpha_{R_r}, \cos \beta_{R_r}, \cos \gamma_{R_r})$ і за допомогою виразів (2.1) – (2.3) знаходять точку $P_{oi}(x_{P_{oi}}, y_{P_{oi}}, z_{P_{oi}})$ перетину відбитого променя з поверхнею еліпсоїда обертання. У випадку коли $z_{P_{oi}}$ знаходиться за фокальною площиною або на ній, переходять до п. 2.3.4 – визначення точки перетину променя з фокальною площиною, інакше повертаються до п. 2.3.2, а початковими даними вважають точку $P_i(x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i})$ та направляючі косинуси $C_r(\cos \alpha_{R_r}, \cos \beta_{R_r}, \cos \gamma_{R_r})$ вектору \overline{R}_r .

2.3.3 Визначення точки перетину відбитого променя з другою фокальною площиною

Розглянемо процес пошуку точки перетину променя з другою фокальною площиною верхнього ($Ft2$) або нижнього ($Fb2$) ЕР. У випадку, коли точка перетину променя належить другій фокальній площині, то вона і буде вирішенням поставленого завдання. Коли ж точка перетину знаходиться за межами фокальної площини з рівнянням $z = 2b$ для верхнього еліпсоїда ($z = -(2f + d)$ – для нижнього еліпсоїда), то з урахуванням (2.2) її координати можна визначити:

$$\begin{cases} x_{P_o} = \frac{f - z_{P_i}}{\cos \gamma_{R_r}} \cdot \cos \alpha_{R_r} + x_{P_i} \\ y_{P_o} = \frac{f - z_{P_i}}{\cos \gamma_{R_r}} \cdot \cos \beta_{R_r} + y_{P_i} \\ z_{P_o} = f \end{cases} \quad (2.9)$$

Множина розв'язків (2.9) для множини променів, що характеризують розсіювання вперед та назад для зразка біологічного середовища, утворюють просторовий розподіл у вихідній фокальній площині відповідного еліпсоїдального рефлектора.

2.4 Програмна реалізація рей-трейсингу в еліпсоїдальному рефлекторі

На основі математичного апарату (2.1) – (2.9) та розробленого алгоритму рей-трейсингу (рис. 2.11) було розроблене спеціалізоване програмне забезпечення RTER (Ray Tracing in Ellipsoidal Reflector) [20], призначене для розрахунку ходу променів в еліпсоїдальному рефлекторі. Основною поверхнею дослідження є бічна поверхня еліпсоїда між фокальними площинами. Програма дозволяє запускати промені з однієї точки (при пакетному дослідженні з набору заданих точок) в одній фокальній площині, моделювати взаємодію променів з поверхнею еліпсоїда і відстежувати положення перетину цих променів в протилежній до пускової фокальній площині. На основі цього моделювання програма дозволяє досліджувати положення центру ваги плями розсіювання в фокальній площині, середньо-квадратичне відхилення кожної з точок, зберігати зображення плями розсіювання як у вигляді файлу, так і в форматі для MathCad тощо.

На рис. 2.12 зображений загальний вигляд інтерфейсу описуваної програми одразу після її ввімкнення. Для початку роботи з програмою потрібно ввести необхідні дані в кожну із вкладок 1, де задаються: параметри еліпсоїда, параметри виводу результатів і т.д. Для запуску програми потрібно натиснути кнопку "Generate", одразу після цього, програма запустить обчислення відповідно до введених початкових даних.

Вкладка "General" (рис. 2.13.a) призначена для введення початкових параметрів еліпсоїда обертання та параметрів обчислення, таких як крок та інтервали обчислення. "A[mm]", "B[mm]" – це відповідно мала і велика пів-осі еліпсоїда, задаються в міліметрах; "Initial X[mm]", "Initial Y[mm]" – початкова точка запуску променів, координати задаються відносно осі еліпсоїда; "Azimuth start[rad*pi]", "Azimuth end[rad*pi]" – це інтервал азимутального кута запуску, тобто промінь буде запускатись лише

в заданому інтервалі, початок відліку руху відносно осі X по замовчуванню цей інтервал є $[0, 2\pi]$, наявність даного інтервалу дозволяє запускати промінь наприклад у верхній або нижній частинах еліпсоїда; "Z position start[mm]", "Z position end[mm]" – інтервал запуску променю вздовж великої осі еліпсоїда, при розгляді бічної частини еліпсоїда (між фокальними площинами), цей інтервал повинен бути $[-p; p]$ де p – фокальний параметр; "Z position fixed[mm]", "Azimuth fixed[rad*pi]" – дозволяє фіксувати інтервал в окремій точці, тобто цей спосіб є еквівалентом встановлення нескінченно вузького інтервалу; "Azimuth step[rad]" – крок запуску азимутального кута; "Z position step[mm]" – крок запуску променю вздовж великої осі еліпсоїда; "Dots count" – кількість запусканих точок, чим менший крок "Azimuth step[rad]" або "Z position step[mm]", тим більше точок запуску.

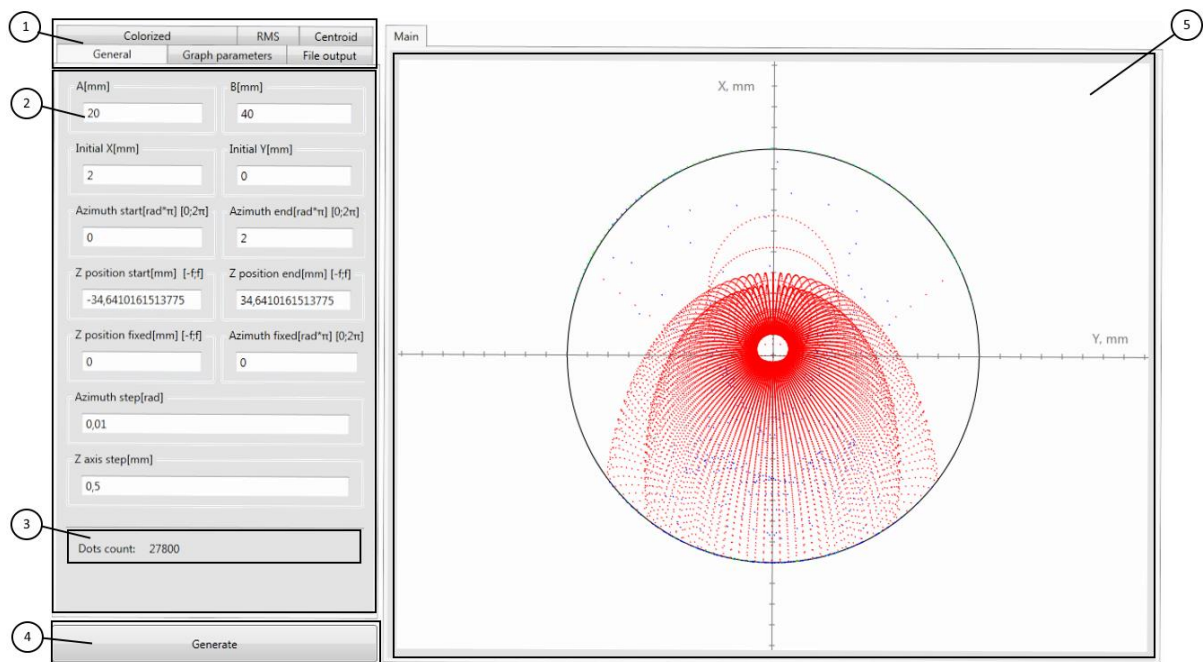


Рис. 2.12 Головне вікно програми RTER:

- 1 – панель вкладок; 2 – контент вкладки; 3 – кількість запусканих точок;
4 – кнопка початку обчислення; 5 – вікно візуалізації

Вкладка "Graph parameters" (рис. 2.13.б) призначена для введення масштабу, позначення осей, ціни їх поділки та кольору. "Scale main graph" – масштаб графіків (обумовлений тим, що одному міліметру метричного масштабу за замовчуванням при виводі відповідає 1 піксель); "Show line scale" – дозволяє задавати, чи потрібно виводити поділки на осях, і якщо так, то поле для вводу "Step[cm]" дозволяє задати яким саме повинен бути цей крок; "Show axis text" – дозволяє задати, чи потрібно виводити позначення над осями; "X axis text", "Y axis text" – задає, яким повинне бути позначення над відповідною віссю; "Show axis" – задає, чи повинні відображатись осі на графіку; "Show focal circle" – задає, чи повинно відображатись коло, яке є еквівалентом перетину фокальної площини з

еліпсоїдом; у полі "Color" можна вибрати колір кола, а в полі "Thickness" його товщину; "Main image" – дозволяє зберегти зображення, наприклад у "*.png" форматі, для цього потрібно написати шлях до майбутнього файлу та натиснути "Save".

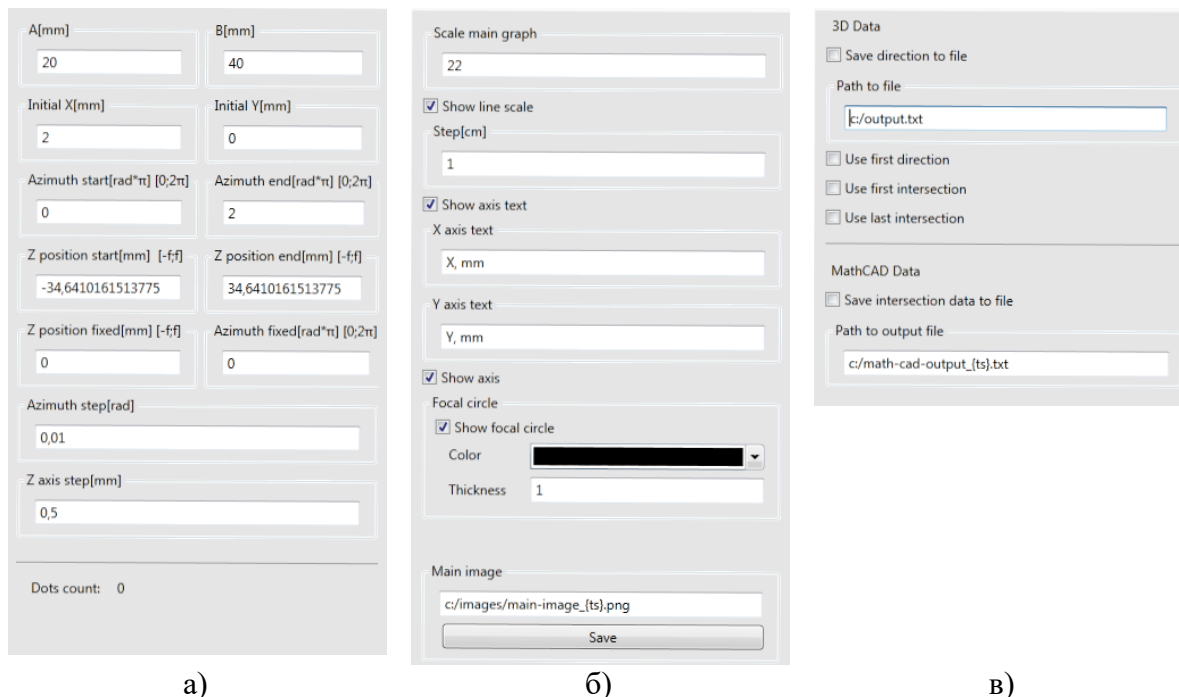


Рис. 2.13 Вкладки програми RTER:
вкладка "General" (а); вкладка "Graph parameters" (б); вкладка "File output" (в)

Вкладка "File output" (рис. 2.13.в) призначена для задання шляхів збереження файлів з результатами обчислень. "3D Data" – використовується для виведення результату запуску променів у файл для подальшого їх перегляду в 3D, для цього використовується поле "Save direction to file", де в полі "Path to file" можна вказати шлях до результуючого файлу; "Use first direction" – дозволяє вибрати, чи потрібно зберігати набір променів, що характеризують відстань від точки запуску до точок перетину з поверхнею еліпсоїда; "Use first intersection" – дозволяє вибрати, чи потрібно зберігати набір променів, що характеризують відстань від точок перетину з поверхнею еліпсоїда до інших точок перетину з еліпсоїдом у випадках двох та більше актів відбиття; "Use last intersection" – дозволяє вибрати, чи враховувати всі інші промені; "MathCad data" – дозволяє зберігати результати графіків для подальшого відкриття їх в MathCad, для цього потрібно вибрати "Save intersection to file" вказати шлях до файлу в полі "Path to output file".

Вкладка "Colorized" (рис. 2.14.а) призначена для встановлення кольору різних параметрів графіка, а також виведення кількості цих параметрів. "Colorized result of main graph" – дозволяє задавати, яким кольором виводити промені з різною кількістю актів відбиття від бокової поверхні рефлектора, наразі можна задати колір для променів до шостого

відбиття. Це робиться за допомогою вибору відповідного кольору зі списку, якщо потрібно виділити тільки одну конкретну кількість, то для цього можна необхідному значенню задати потрібний колір, а всім іншим поставити прозорий (на рис. 2.12 у вікні програми показане виведення променів першого (червоний) та другого (синій) відбиття). Якщо не використовувати даний функціонал, то графік буде відображено сірим кольором. Також у даній вкладці можна бачити промені з відповідним кольором, тобто кількість променів, що зазнало одного відбиття, двох і т.д.

☒ Colorized result of main graph

First reflection color:

Second reflection color:

Third reflection color:

Fourth reflection color:

Five reflection color:

Edge reflection color:

First reflection: 27149

Second reflection: 535

Third reflection: 76

Fourth reflection: 40

Five reflection: 0

Edge reflection: 0

а)

	X	Y
RMS first refl.	2,285481	2,23934
RMS other refl.	0,992313	0,992313
RMS second refl.	0,864188	0,439428
RMS other refl.	0,519113	0,519113
RMS third refl.	0,435388	0,289482
RMS other refl.	0,279338	0,279338
RMS fourth refl.	0,279223	0,247785
RMS other refl.	0	0
RMS five refl.	0	0
RMS other refl.	0	0
Full	2,491608	2,313646

	Reflection count	Other count
RMS first refl. count	27149	651
RMS second refl. co	535	116
RMS third refl. count	76	40
RMS fourth refl. cou	40	0
RMS five refl. count	0	0
RMS full refl. count	27800	

б)

	X	Y
Centroid first refl.	-0,308425	0
RMS other refl.	-0,075723	-0,075723
Centroid second refl	-0,086125	-0,002679
RMS other refl.	0,010401	0,010401
Centroid third refl.	0,003034	7,9E-05
RMS other refl.	0,007368	0,007368
Centroid fourth refl.	0,007368	-0,001286
RMS other refl.	0	0
Centroid five refl.	0	0
RMS other refl.	0	0
Full result	-0,384148	-0,003887

	Reflection count	Other count
Centroid first refl. co	27149	651
Centroid second refl	535	116
Centroid third refl. co	76	40
Centroid fourth refl.	40	0
Centroid five refl. co	0	0
Centroid full refl. co	27800	

в)

Рис. 2.14 Вкладки програми RTER:
вкладка "Colorized" (а); вкладка "RMS" (б); вкладка "Centroid" (в)

Вкладка "RMS" призначена для виводу результату обчислення "RMS" в другій фокальній площині еліпсоїда (рис. 2.14.б). У даній вкладці можна бачити результат обчислення "RMS" еліпсоїда для різної кількості актів відбиття від бокової поверхні еліпсоїда, а в нижній частині вкладки – загальна кількість актів відбиття. Також тут відображається кількість актів відбиття по кожному із параметрів.

Вкладка "Centroid" призначена для виведення результату обчислення "Centroid" еліпсоїдального рефлектора (рис. 2.14.в). У даній вкладці (аналогічно до вкладки "RMS") можна бачити результат обчислення центроїда еліпсоїда.

Дана програмна реалізація дозволяє дослідити абераційні властивості дзеркального еліпсоїда обертання в контексті функціонування біомедичних фотометрів з ЕР. Незначна корекція математичного апарату дозволить здійснити абераційний аналіз будь-якої з розроблених конфігурацій ЕР (рис. 2.8).

2.5 Види траєкторій руху променів в еліпсоїдальному рефлєкторі

Як зазначалося в [17], найбільш прийнятним для опису передавальних властивостей ЕР є механізм рей-трейсингу. У той же час для оптичної біофотометрії рей-трейсинг успішно реалізується при використанні симуляції Монте-Карло, яка дозволяє відслідковувати траєкторію руху окремого фотона (променю) в біологічному середовищі [21]. Результати симуляції Монте-Карло поширення світла в БС, а саме координати і напрямок фотона на виході з БС, є початковими умовами для абераційного аналізу ЕР і можуть бути практично застосовані в рамках конкретного дослідження. Але механізми абераційного аналізу оптичного ядра фотометричної системи, яким є ЕР, аналітично єдині незалежно від об'єкта дослідження. Відмінність визначається, перш за все, питомою вагою різноспрямованих променів після взаємодії з середовищем та/або його границями, які збирає рефлєктор. І в другу чергу – від геометрії робочої частини рефлєктора, яка одноразово або багаторазово відбиває промені, що потрапили до неї, і направляє в другу фокальну площину.

Ключовими завданнями рей-трейсингу в дзеркальному еліпсоїді обертання з внутрішньою відбиваючою поверхнею є визначення точки взаємодії з робочою частиною рефлєктора, а також точки перетину відбитих променів з другою фокальною площиною [17]. При фіксації предметної точки A в першій фокальній площині (рис. 2.15) і відстеженні траєкторії руху променів, що вийшли з неї під фіксованим зенітним кутом в межах повного азимутального кута, можна помітити характерний вид плями розсіювання в другій фокальній площині, сформованого при однократному відбитті від стінок ЕР (рис. 2.16).

Як видно з рис. 2.16 пляма розсіювання утворює двох-порожнисту замкнуту петлю, розмір і конфігурація частин (порожнин) якої залежить від положення предметної точки та параметрів еліпсоїда обертання. Петля малого радіусу формується частиною еліпсоїда, яка знаходиться за площиною Ω (рис. 2.15). Дана площину проходить перпендикулярно прямий, яка перетинає фокус еліпсоїда F_1 і точку A . У свою чергу, за формування петлі великого радіусу відповідає частина еліпсоїда, що лежить по іншу сторону від зазначеної площини. Точки перетину еліпсоїда і площини належать обом частинам петлі.

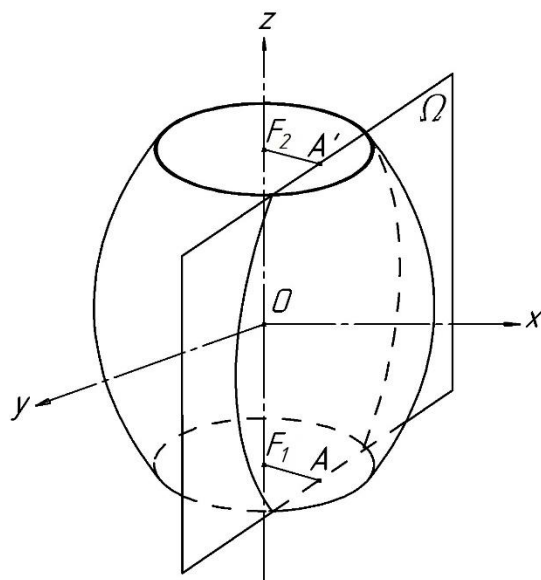


Рис. 2.15 До визначення траєкторій руху променів в ЕР

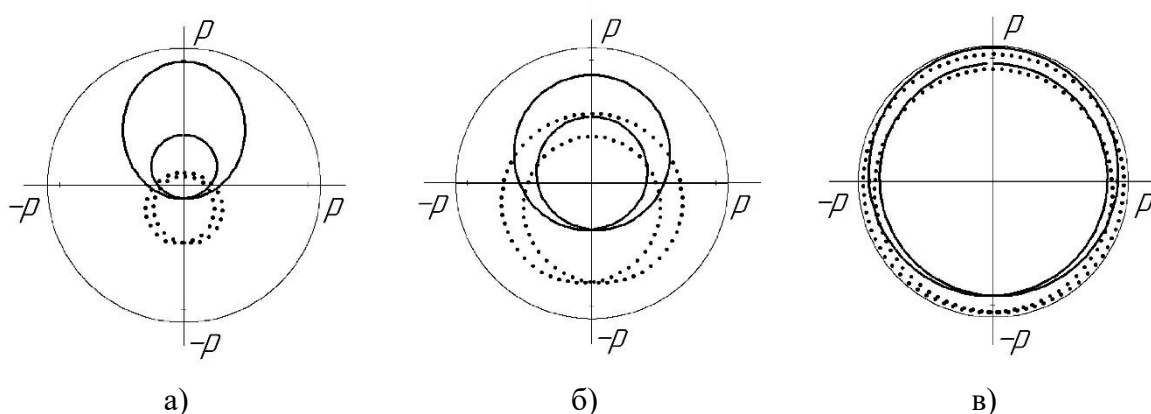


Рис. 2.16 Пляма розсіювання утворена променями, що вийшли з предметної точки A з координатами $(0;2)$ (а); $(0;6)$ (б) та $(0;10)$ (в) під зенітним кутом, який визначається висотами $h=\pm 10,4$; $h=\pm 5$ та $h=\pm 1$ відповідно, для еліпсоїдального рефлектора з фокальним параметром 11 мм та ексцентриситетом 0,65 (суцільна лінія – для додатного значення висот h ; перервна лінія – для від’ємного)

Якщо зенітний кут забезпечує потрапляння променів, що вийшли з предметної точки, на «екватор» бічної поверхні еліпсоїда (площина, що проходить через початок координат перпендикулярно Oz), то форма і розміри обох петель співпадають, а пляма розсіювання буде колом з центром у другому фокусі і радіусом F_1A . У разі багатократного відбиття форма плями розсіювання зберігає обриси двох-порожнистої петлі тільки для частини променів, що зазнали одного відбиття. В іншому – форма володіє радіальною симетрією, але геометричної інтерпретації не має, а оцінка вкладу від конкретного порядку відбиття може бути здійснена аналітично.

При цьому слід розрізняти кілька основних видів траєкторій руху променю в ЕР, які можливі, виходячи із законів геометричної оптики, і

залежать не тільки від параметрів рефлектора, а й від положення точки запуску відносно великої осі еліпсоїда обертання.

Так як траєкторія руху більшою мірою визначається направляючим косинусом вздовж осі z (іншими словами – зенітним кутом з вершиною в предметній точці), то з урахуванням закономірності відліку азимутального кута (рис. 2.15) в подальшому будемо розглядати проекцію променя на одну з площин xOz або yOz . За умови, що малі напів-осі еліпсоїдів обертання реальних фотометрів рівні [2 – 5, 8 – 11, 16 – 19], така двозначність рівноважна.

Після виходу променів (фотонів) з модельного випадково-неоднорідного середовища в результаті симуляції Монте-Карло, частина променів буде мати напрямок, який дозволить їм перетнути другу фокальну площину ЕР без взаємодії з поверхнею еліпсоїда (рис. 2.17.а). Слід зазначити, що при розгляді системи «БС + ЕР» біологічне середовище має плоскі границі, а площини виходу світла з середовища збігаються з фокальними площинами еліпсоїдальних рефлекторів [17]. З урахуванням показників ефективності використання ЕР з певними параметрами в застосуванні до конкретного середовища, усі інші промені, що вийшли з БС, уловлюватимуться апертурою першої фокальної площини й обов'язково повинні відбитися від бічної частини еліпсоїда. При цьому найбільш ймовірним випадком трасування променя є траєкторія взаємодії з середньою частиною рефлектора (рис. 2.17.б) і однократне відбиття. Петлі великого і малого радіусів будуть описувати фігури типу двох-порожнистих петель, показаних на рис. 2.16. Форма петель, показаних на рис. 2.16 суцільною лінією, характерна для середньої частини рефлектора, що лежить вище площини «екватора» еліпсоїда, а форма петель, зображених на рис. 2.16 перервною лінією, – лежить нижче нього.

При взаємодії з нижньою або верхньою частиною рефлектора, в залежності від координат предметної точки, а також значення азимутального кута можливі траєкторії руху, зображені на рис. 2.17.в та рис. 2.17.г. При цьому спостерігаються як однократні відбиття від стінок рефлектора, так і багатократні. Кількість актів відбиття, окрім іншого, визначається величиною зенітного кута кожного наступного відбиття від стінок еліпсоїда, а також кінцевою точністю представлення чисел. Програмна реалізація алгоритму [17] передбачає кінцеву точність представлення чисел до шостого знаку після коми, чого цілком достатньо для визначення направляючого косинуса зенітного кута, а також кількості актів відбиття аж до п'ятого з похибкою не більше 0,001 %. Слід зазначити, що розробка математичного апарату пошуку критичних значень зенітного і азимутального кутів, що залежать від координат предметної точки і параметрів еліпсоїда, і визначають перехід від одного виду траєкторії до іншого, в рамках даного пошукового дослідження не здійснювалась.

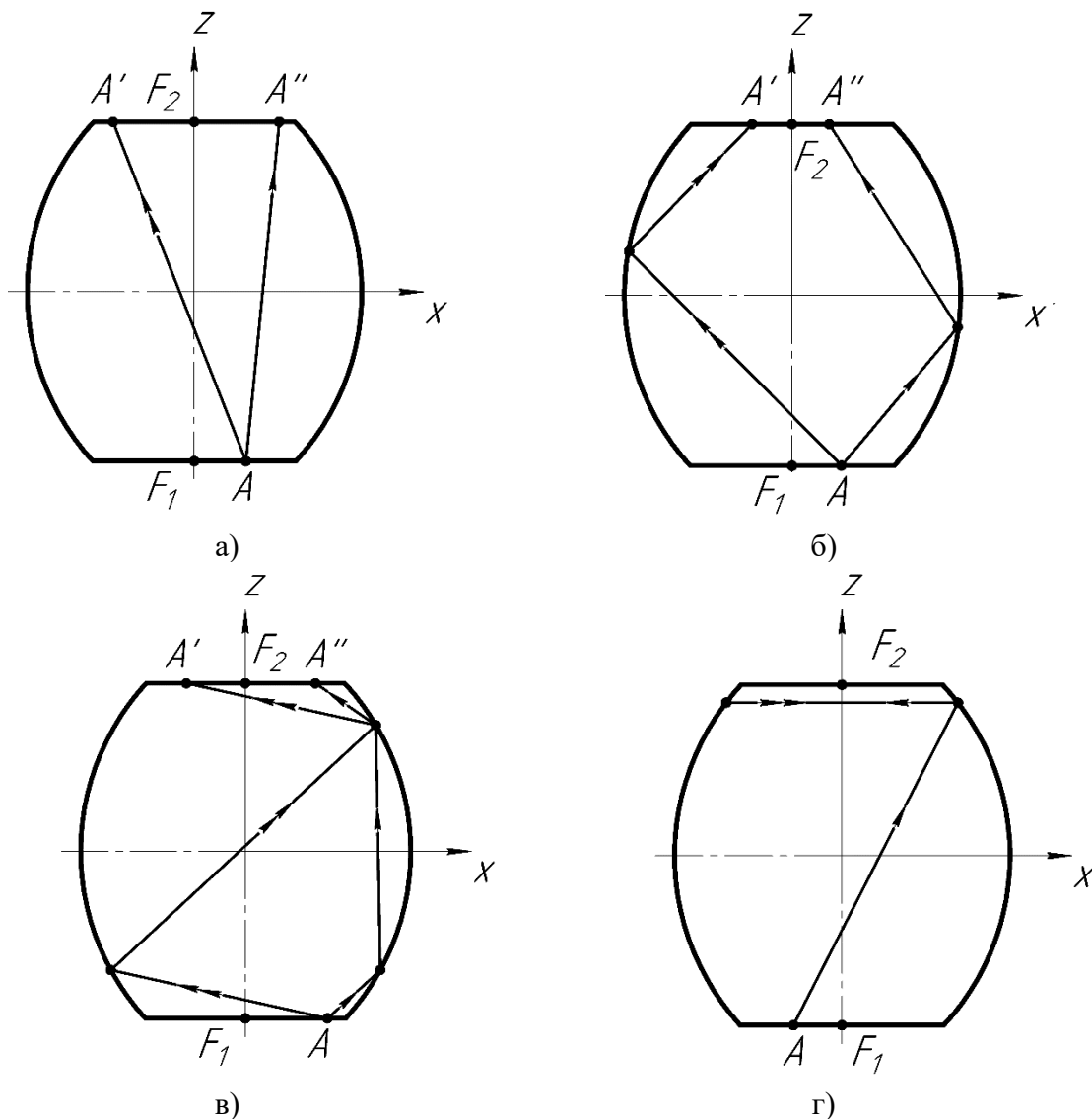


Рис. 2.17 Види взаємодії променів з ЕР:
без взаємодії (а); при взаємодії з центральною частиною рефлектора (б);
двократне (в) та багатократне (г) відбиття

Виходячи з математичного апарату [17, 19] для пошуку точки перетину променю з поверхнею рефлектора необхідно вирішити систему рівнянь, яка включає рівняння прямої в просторі та еліпсоїда обертання з однаковими малими напів-осями. За винятком двократного відбиття (рис. 2.17.в) траєкторія руху променю при багатократному відбитті (рис. 2.17.г) обумовлена прямованням зенітного кута до 90^0 і, відповідно, його косинуса до нуля на кожній наступній ітерації. При нульовому значенні косинуса зенітного кута виникає математична невизначеність. Геометрично це означає, що координати променю вздовж осі z практично не змінюються і траєкторія руху променю при подальших актах відбиття буде паралельна площині xOy , тобто фокальній площині еліпсоїда обертання. Фізично цей процес буде тривати до тих пір, поки, внаслідок багатократності відбиття від дзеркальної стінки еліпсоїда, енергія променю (вага фотона) не зменшиться до нуля.

З позицій абераційного аналізу і з огляду на відносну малість кількості актів багатократного відбиття, обмежимося розглядом процесу трасування променів в ЕР п'ятим відбиттям, при цьому відбиття вищих порядків будуть позначені як «інші» («edge»).

2.6 Абераційний аналіз еліпсоїдального рефлектора з внутрішньою відбиваючою поверхнею

Здійснимо оцінку впливу координат предметної точки на кількість актів відбиття стінками еліпсоїда при рівномірному радіальному розбитті координатної сітки першої фокальної площини (рис. 2.18). Як видно з рис. 2.18 існує стійка залежність кількості актів відбиття від координат точки запуску і точки перетину променю з поверхнею рефлектора. При цьому присутнє геометричне місце точок перетину променів з поверхнею еліпсоїда обертання (рис. 2.18.а, рис. 2.18.б), відповідне крайній його зоні поблизу другої фокальної площини, коли на перше відбиття припадає приблизно половина, а на друге – трохи більше третини всіх взаємодій незалежно від координат точки запуску. З іншого боку, чим ближче координати точки запуску до осі z , тим менше других і наступних актів відбиття від нижньої частини еліпсоїда. Слід зазначити, що взаємодія з нижньою частиною еліпсоїда обертання при прямованні точки запуску до краю першої фокальної площини еліпсоїдального рефлектора містить велику частину двократного відбиття. На триразове і чотириразове відбиття припадає значна частина взаємодій променів з внутрішньою відбиваючою поверхнею еліпсоїда обертання, характерний розподіл кількості яких показано на рис. 2.18.в та рис. 2.18.г. При цьому практично рівномірно задіяна як нижня, так і верхня частина еліпсоїда. П'ятикратні відбиття і відбиття інших порядків не перевищують 5 – 6 % кожне і найбільш характерні для віддалених від осі z точок запуску при роботі з нижньою частиною ЕР. Рис. 2.18 ілюструє повну відсутність багаторазового відбиття при попаданні променів в центральну (екваторіальну) частину рефлектора. При цьому чим ближче точка запуску до осі z , тим більше зазначена область.

Таким чином, визначаючи ефективність задіяння окремої частини еліпсоїда обертання на кількість і характер відбиття, необхідно спів-ставити граничні значення направляючих косинусів (переважно вздовж осі z) променів, які вийшли з біологічного середовища в результаті симуляції Монте-Карло [22, 23] поширення світла в БС.

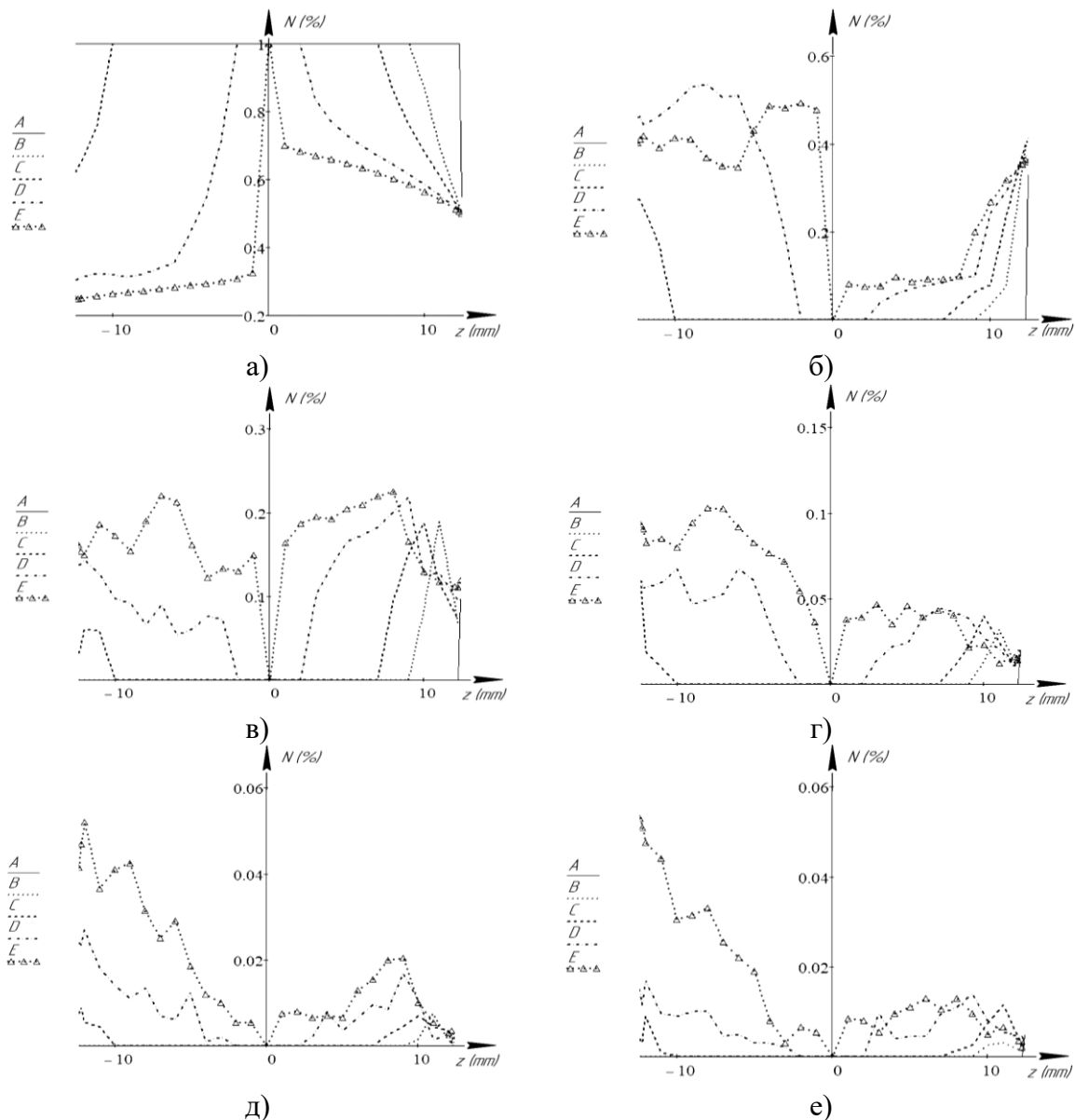


Рис. 2.18 Залежність кількості активів відбиття від виду взаємодії променів з ЕР з фокальним параметром 11 мм та ексцентриситетом 0,65: для першого (а); другого (б); третього (в); четвертого (г); п'ятого (д) та інших (е) відбиття для точок запуску променю з координатами $A(0; 0.1)$, $B(0; 3)$, $C(0; 5)$, $D(0; 9)$, $E(0; 10.9)$

Розглянемо вплив ексцентриситету еліпсоїда обертання на положення рівно-зважених *Centroid* (рис. 2.19) та квадратичних *RMS* (рис. 2.20) відхилень координат у другій фокальній площині при фіксації точки запуску в першій фокальній площині ЕР. На практиці [16, 24 – 26] виготовлення дзеркального еліпсоїда обертання з внутрішньою відбиваючою поверхнею та контроль його форми має ряд обмежень. У першу чергу це пов'язано з формою самого еліпсоїда, вісь обертання якого вертикальна і збігається з великою піввіссю. Нижня межа еліптичності при виготовленні еліпсоїда розглянутими методами складає близько 0.35. Верхню межу еліптичності визначимо на рівні п'ятивідсоткового відхилення форми еліпсоїда від сферичної.

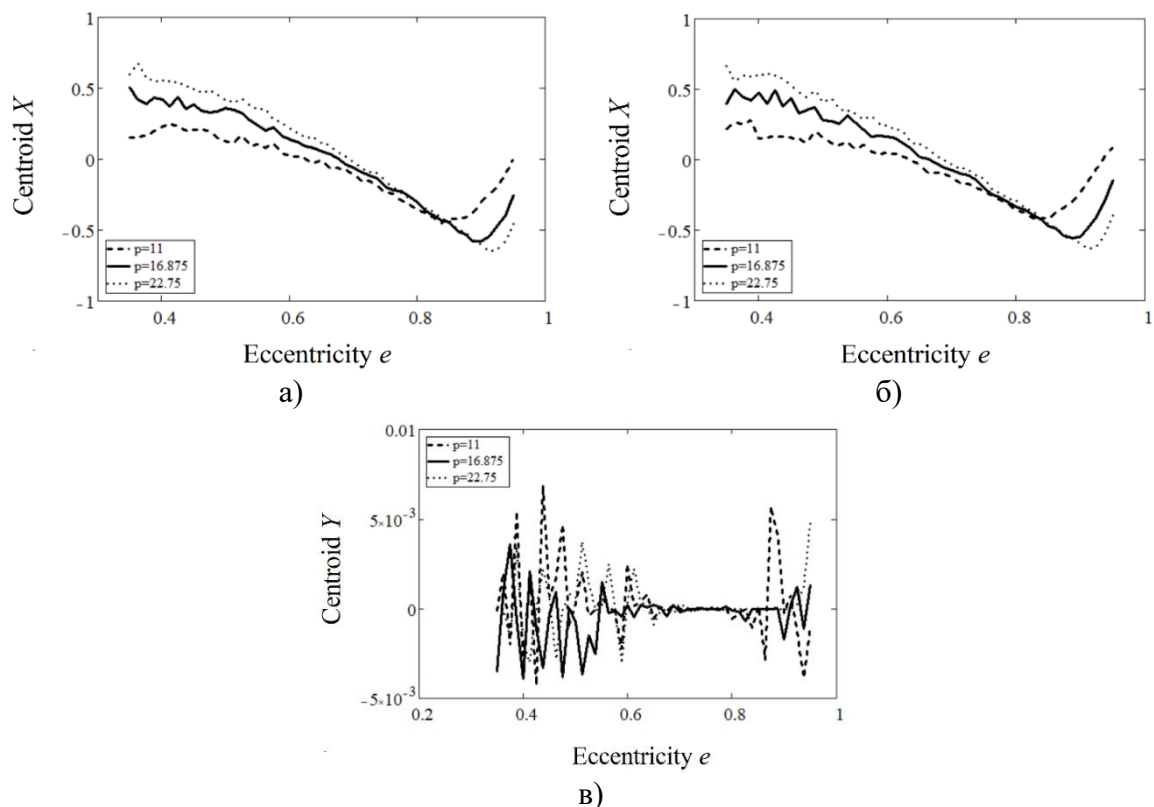


Рис. 2.19 Залежність *Centroid* загального (а та в) та першого (б) відбиття від ексцентриситету еліпсоїдального рефлектора при фокальних параметрах 11 мм, 16.875 мм та 22.75 мм для точки запуску $A(0; 2)$

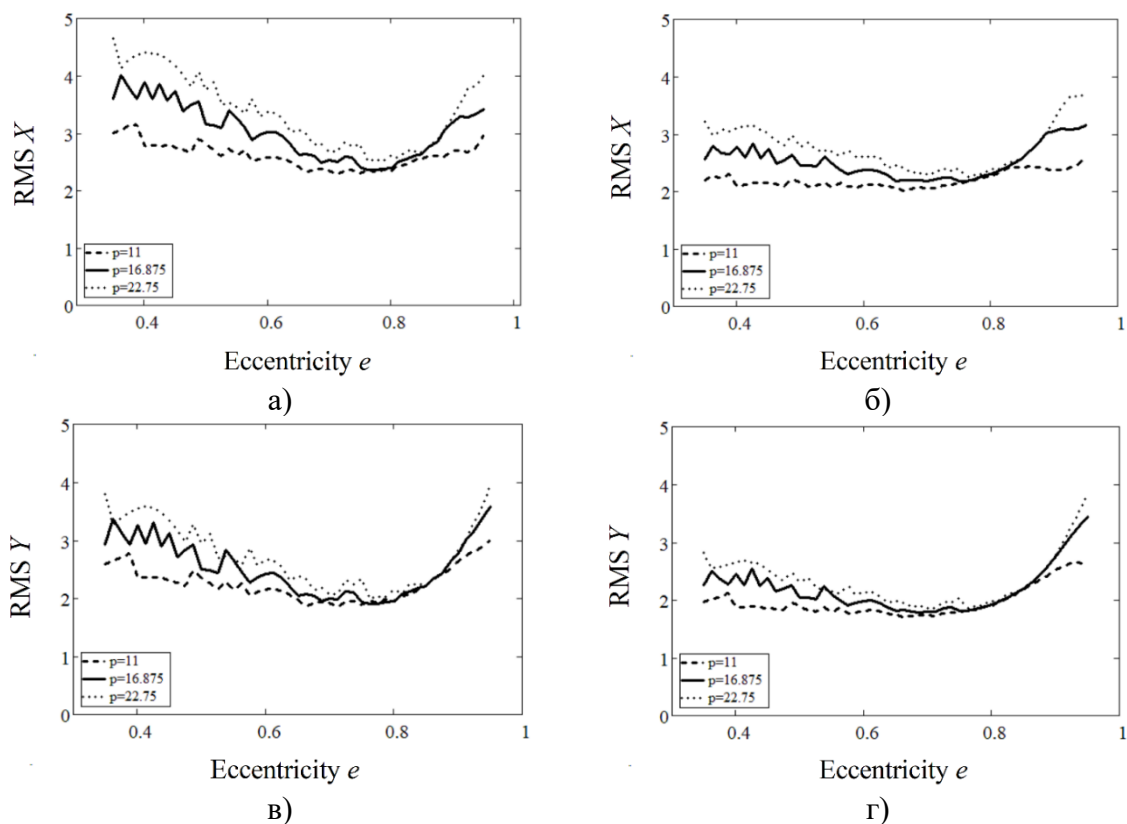


Рис. 2.20 Залежність *RMS* загального (а та в) та першого (б та г) відбиття від ексцентриситету еліпсоїдального рефлектора при фокальних параметрах 11 мм, 16.875 мм та 22.75 мм для точки запуску $A(0; 2)$

Залежність *Centroid* для координати Y у другій фокальній площині ЕР має відхилення від нульової лінії в межах величин третього порядку малості для загального відбиття та нульове значення – для першого відбиття. Це цілком відповідає принципам рей-трейсингу в дзеркальному еліпсоїді обертання з внутрішньою відбиваючою поверхнею [17], а також законам геометричній оптики для точок запуску, що лежать на цій же осі. *Centroid* по координаті X і для загального, і для першого відбиття має ідентичне якісне та кількісне вираження, яке аж до значень ексцентриситету 0.8 може бути інтерпольоване прямою спадаючою лінією, кут нахилу якої зменшується по мірі зменшення величини фокального параметра. Далі графіки *Centroid* продовжують спад при практично однаковому куті нахилу до точки екстремуму ексцентриситету, положення якої визначається величиною фокального параметра, – чим вона більша, тим значення екстремуму вище. Далі починається швидке зростання, яке може бути також інтерпольоване набором прямих. Місце поблизу екстремуму може бути охарактеризоване рівновеликими, але протилежними за знаком, властивостями кривої другого порядку.

Як видно з рис. 2.20 на відміну від *Centroid* координати *RMS* мають більш істотне відхилення для загального та першого відбиття. При цьому внесок наступних актів відбиття (другого і вище) в значення *RMS* загального відбиття зменшується практично лінійно для координати X в межах 30 %, а для координати Y – близько 25 %. Цей спад триває до досягнення екстремуму по *RMS*, що знаходиться в межах значень ексцентриситету 0.8 – 0.9 для обох координат, і відповідає мінімальному (не більше 2 %) внеску відбиття вище першого порядку. Значення ексцентриситету для точки екстремуму має зворотно-пропорційну залежність від величини фокального параметра еліпсоїдального рефлектора.

Необхідно також оцінити вплив координат точки запуску на значення *Centroid* і *RMS* для осей X і Y . Для цього зафіксуємо еліпсоїд обертання з фокальним параметром 11 мм і розглянемо поведінку рівно-зважених і квадратичних відхилень координат X і Y при ексцентриситетах 0.5, 0.65 і 0.8.

На рис. 2.21 показана залежність величин *Centroid X* і *Centroid Y* для загального та першого відбиття від відносних координат точки запуску (по відношенню до фокального параметру) для еліпсоїдальних рефлекторів з різними ексцентриситетами.

Вплив координат точки запуску на характер поведінки *Centroid X* при різних ексцентриситетах істотний, як для загального, так і для першого відбиття. При цьому для значень, що знаходиться поблизу $0.33(p/p)$, розбіжність *Centroid* з різними ексцентриситетами мінімальна. При прямуванні точки запуску від центру аж до значення $0.33(p/p)$ вплив першого відбиття є переважним для опису характеру поведінки рівно-зважених відхилень по координаті X . Аналіз ділянок графіків, показаних на рис. 2.21.а та рис. 2.21.б. зі значенням координат точки запуску, які перевищують $0.33(p/p)$, дозволяє стверджувати, що вплив другого і

наступних актів відбиття робить більший внесок у зміну поведінки кривої *Centroid X*. При цьому чим менше ексцентриситет еліпсоїдального рефлектора, тим такий вплив більш відчутний. Поведінка *Centroid Y* в залежності від координат точки запуску хоч і має менший порядок малості в порівнянні з залежністю *Centroid Y* від ексцентриситету, але схожа за своїм флуктуаційним характером. При координатах точки запуску до значень $0.33(p_i/p)$ відхилення нульове, а далі нерівномірно збільшується до координат, що досягають значення фокального параметру p .

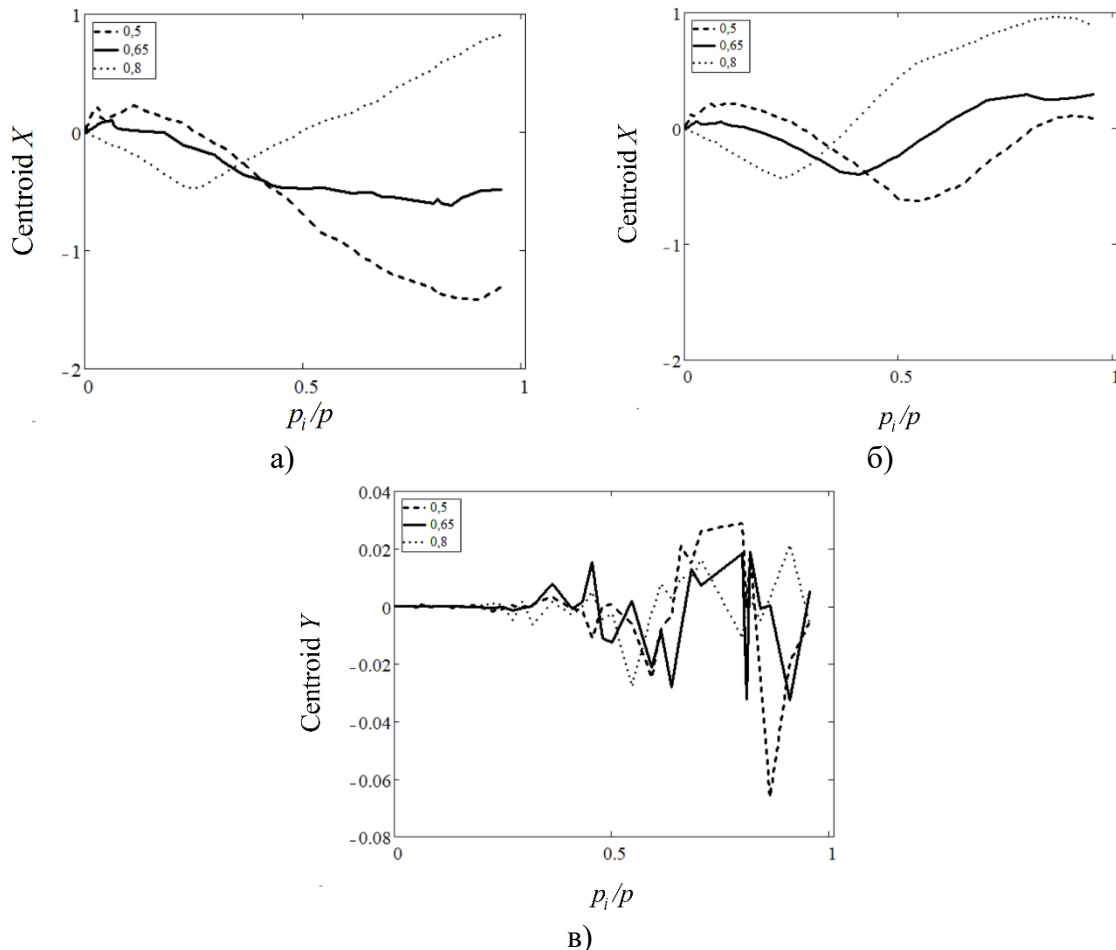


Рис. 2.21 Залежність *Centroid* загального (а та в) та першого (б) відбиття від координат точки запуску при значеннях ексцентриситету 0.5, 0.65 та 0.8

Рис. 2.22 ілюструє залежність *RMS* загального та першого відбиття від координат точки запуску променів з першої фокальної площини еліпсоїдального рефлектора.

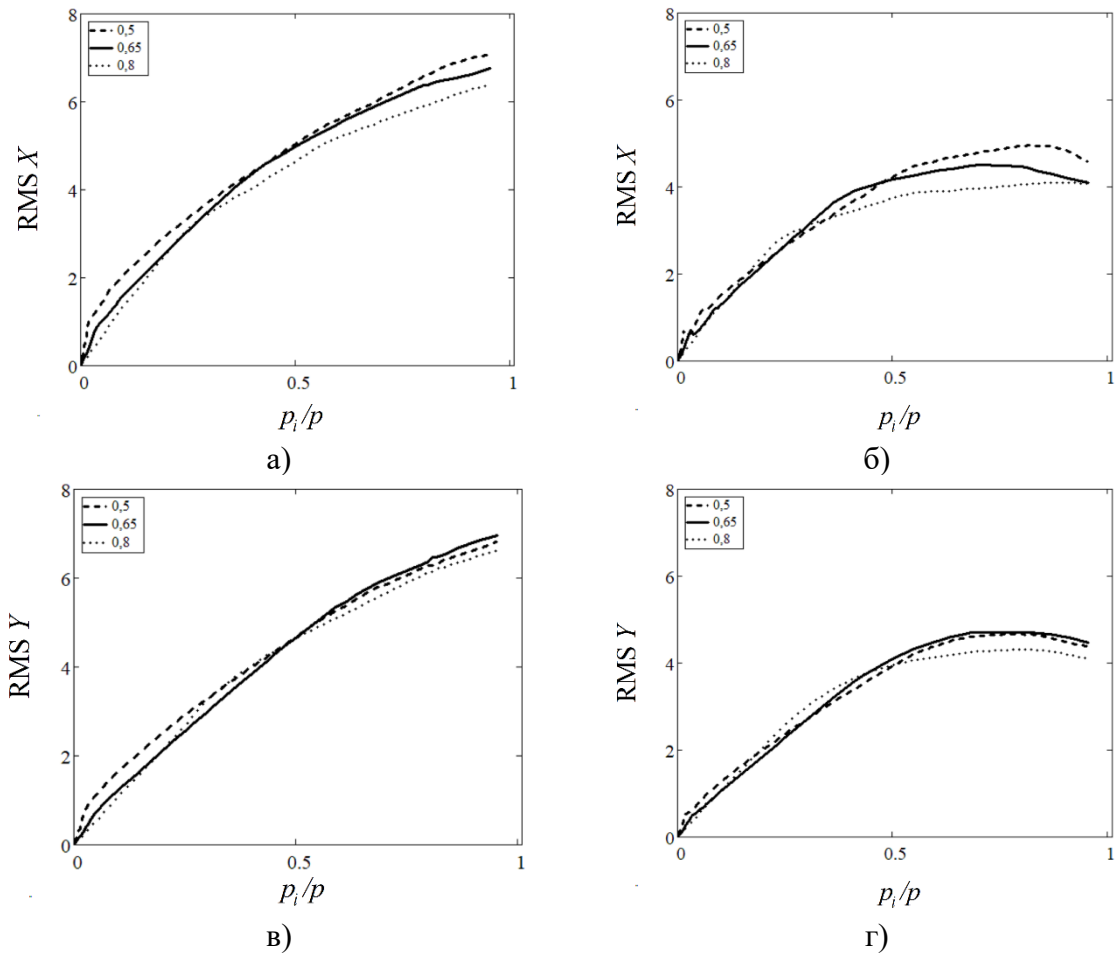


Рис. 2.22 Залежність RMS загального (а та в) та першого (б та г) відбиття від координат токи запуску при значеннях ексцентриситету 0.5, 0.65 та 0.8

Як видно, крива квадратичних відхилень для обох координат в залежності від точки запуску підпорядковується параболічному закону і мало залежить від ексцентриситету рефлектора. При цьому для значень поблизу $0.33(p_i/p)$ характер RMS визначається в основному першими відбиттями. А далі, істотним є внесок других і наступних актів відбиття, що призводить до деякого спадання кривої після досягнення екстремуму. Поведінка RMS загального відбиття, показаного на рис. 2.22, вдало корелює з дисперсією значень плями розсіювання, показаного на рис. 2.16. При цьому підвищується ймовірність траєкторій руху променів в еліпсоїдальному рефлекторі, показаних на рис. 2.17.в та рис. 2.17.г.

Графіки, показані на рис. 2.19 – рис. 2.22, наведені без можливої інтерполяції, а їх нерівномірний характер визначається в більшій мірі застосуванням радіальної сітки розбиття фокальної площини еліпсоїдального рефлектора.

Список використаних джерел до розділу 2

1. Топорец А. С. Приспособление к спектрофотометрам СФ-4 и СФ-2 для измерения коэффициента диффузного отражения. *Оптико-мех. пром-сть*. 1958. № 2. С. 20—23.
2. Дозиметр оптичного випромінювання : пат. 61635 Україна : МПК 51 G01N21/47, G01N21/55. №u2003032423 ; заявл. 20.03.2003 ; опубл. 17.11.2003, Бюл. №11.
3. Bezuglyi M.A., Perehodko P.S. System for optical diagnostics rough surface, Physical processes and fields of technical and biological objects : Proc. of KNUMO: Kremenchuk, 2012.
4. Пристрій для визначення оптичних властивостей об'єктів : пат. 45893 Україна, МПК G01N 21/47, G01N 21/55. № u200907371; заявл. 13.07.2009. публ. 25.11.2009. Бюл. №22
5. Дозиметр оптичного випромінювання : пат. 45894 Україна, МПК G01N 21/47, G01N 21/55. № u200907372; заявл. 13.07.2009. опубл. 25.11.2009. Бюл. №22
6. Устройство для определения шероховатости поверхности : пат. 2180429 РФ : МПК G 01 B 11/30. №96113856/28; заявл., 09.07.1996 ; опубл. 10.03.2002, Бюл.№23.
7. Devices for measurement the optical scattering : pat. 4360275 US : G01N 2147; G02B 510;№6/176,880 fill. 11.08.1980; pub. 23.11.1982.
8. Пристрій для визначення оптичних характеристик об'єктів : пат. 98811 Україна. МПК G01N 21/47, G01N 21/55. № u201412044; заявл. 01.11.2014; опубл. 12.05.2015. Бюл.№9.
9. Пристрій для визначення оптичних характеристик світлорозсіювальних середовищ : пат. 109237 Україна. МПК G01N 21/47, G01N 21/55. № u201505982; заявл. 17.06.2015; опубл. 25.08.2016. Бюл.№16.
10. Пристрій для визначення оптичних характеристик об'єктів : пат. 110073 Україна. МПК G01N 21/47, G01N 21/55. № a201406606; заявл. 12.06.2014; опубл. 10.11.2015. Бюл.№21.
11. Пристрій для визначення оптичних властивостей : пат.121690 Україна. МПК G01N 21/47, G01N 21/55. № u201707031; заявл. 04.07.2017; опубл. 25.01.2018. Бюл.№2.
12. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике. Москва: Наука, 1978. 832 с.
13. Nikodym T. Ray Tracing Algorithm For Interactive Applications : Ph. D. / Czech Technical University, FEE. 2010.
14. Newell M. E., Newell R.G., Sancha T.L. A New Approach to the Shaded Picture Problem. *Proc of ACM National Conf.*, 1972. P.443 – 450.
15. Crow F.C. Shadow algorithms for computer graphics. *Computer Graphics in proc. of SIGGRAPH*, 1977. P.242–248.

16. Іванов Ю.С., Монсар О.О., Синявський І.І. Виготовлення глибокої асферики траєкторним копіюванням та її застосування. *Вісник НТУУ «КПІ». Приладобудування*. 2004. Вип.28. С.24 – 28.
17. Bezuglyi M.A., Bezuglaya N.V., Helich I.V. Ray tracing in ellipsoidal reflectors for optical biometry of media. *Appl Opt.* 2017. №56 (30). Pp. 8520–8526.
18. Bezuglyi M.A., Yarych A.V., Botvinovskii D.V. On the possibility of applying a mirror ellipsoid of revolution to determining optical properties of biological tissues. *Optics and Spectroscopy*. 2012. №113. Pp.101–107.
19. Безуглий М.О., Ботвиновський Д.В., Зубарев В.В., Коцур Я.О. Метод фотометричного дзеркального еліпсоїда обертання для дослідження шорсткості поверхні. *Методи та прилади контролю якості*. 2011, вип. №27, с.77-83.
20. М.О. Безуглий, Р.О. Молодіко, «Комп'ютерна програма «Трасування променів в еліпсоїдальному рефлекторі»» (Ray Tracing in Ellipsoidal Reflector) ("RTER"), *Свідчення про реєстрацію авторського права на твір № 67015*, 04.08.2016.
21. Prahl S. A., Keijzer M., Jacques S. L., Welch A. J. A Monte Carlo Model of Light Propagation in Tissue. *Dosimetry of Laser Radiation in Medicine and Biology*: in proc. SPIE IS 5, 1989. P.102–111.
22. Безуглий М.А., Безуглая Н.В., А.Б. Самиляк Обработка изображений при эллипсоидальной фотометрии. *Приборы и методы измерений*. 2016. Т. 7, №1. С. 67–76.
23. Bezuglyi M.A., Bezuglaya N.V., Kostuk S. Influence of laser beam profile on light scattering by human skin during photometry by ellipsoidal reflectors, *Devices and Methods of Measurements*. 2018. №9(1). Pp. 56-65.
24. Безуглий М.О., Синявський І.І., Безугла Н.В., Козловський А.Г. Особливості виготовлення еліпсоїдальних рефлекторів фотометрів. *Вісник НТУУ «КПІ». Серія Приладобудування*. 2016. №2 (52). С.76-81.
25. Безуглий М.О. Лінючева О.В., Безугла Н.В., Бик М.В., Костюк С.А. Контроль форми еліпсоїдальних рефлекторів біомедичних фотометрів. *Вісник НТУУ «КПІ». Серія Приладобудування*. 2017. №1 (53). С.62-69.
26. М.О. Безуглий, Д.В. Ботвиновський, «Дослідження еліпсоїдального дзеркала фотометричної установки», на XI Міжнародній науково-практичній конференції «Людина і космос», Дніпропетровськ, 2009, с. 273.