

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

*Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису*

Бондарець Олександр Анатолійович

УДК 539.4

ДИСЕРТАЦІЯ

**Модель накопичення розсіяних пошкоджень в анізотропних
конструкційних матеріалах при пружно-пластичному деформуванні**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ О.А. Бондарець
(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник: Бобир Микола Іванович
член-кореспондент НАН України,
доктор технічних наук, професор

Київ – 2021

АНОТАЦІЯ

Бондарець О.А. Модель накопичення розсіяних пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах при пружно-пластичному деформуванні. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» МОН України, Київ, 2021.

Дисертаційна робота присвячена розробці узагальненої моделі накопичення розсіяних мікропошкоджень з урахуванням параметрів анізотропії для розв'язку практичних інженерних задач по уточненому визначенню напружено-деформованого стану несучих елементів конструкцій. Вона дозволяє суттєво скоротити кількість базових експериментів по визначенню компонентів тензора пошкоджуваності для анізотропних конструкційних матеріалів.

Вирішення комплексних конструкторських, технологічних та проектувальних задач по розрахунках відповідальних елементів конструкцій проводиться, як правило, без врахування факторів анізотропії. Це пов'язано з тим, що до цих пір не існує єдиної системи розрахунку технологічних параметрів формоутворення з урахуванням анізотропії і недостатньо систематизовані дані за показниками анізотропії різних металів і сплавів. В той же час відомо, що навіть початково ізотропні матеріали під дією експлуатаційних навантажень можуть набувати деформаційної анізотропії. Існують експериментальні докази того, що руйнування конструкцій часто асоціюється з анізотропною пошкоджуваністю матеріалу навіть у випадках для початково ізотропного матеріалу. Реальна різниця в величинах фізико-механічних характеристик для одного і того ж початково ізотропного конструкційного матеріалу при пружно-пластичному деформуванні в різних напрямках може досягати 40%. В свою чергу реальна початкова (вихідна)

анізотропія змінюється та розвивається деформаційна. Тобто врахування анізотропії є таким же важливим фактором, як і врахування історії навантаження та виду напруженого стану. В свою чергу пружно-пластичне деформування конструкційного матеріалу (на мікро та мезорівні) супроводжується виникненням та ростом розсіяних анізотропних пошкоджень (руйнувань) у вигляді різного роду мікропор та мікротріщин. Для ізотропного матеріалу, в основному, установлені параметри пошкоджуваності у вигляді скаляра, вектора або та тензора, розроблені феноменологічні моделі та критерії руйнування на стадії зародження макротріщини. В теоретичному відношенні моделі анізотропної пошкоджуваності істотно складніші по відношенню до ізотропного матеріалу при забезпеченні сумісності з термодинамікою незворотніх процесів механіки суцільного середовища. Для визначення параметрів моделей анізотропної пошкоджуваності потрібно проводити набагато більше різного роду експериментальних досліджень при складних програмах випробувань. Для інженерного використання на сьогодні найбільш прийнятним є феноменологічний підхід, що базується на фундаментальних засадах континуальної механіки пошкодженості (КМП) - сучасної області механіки деформованого твердого тіла, що динамічно та інтенсивно розвивається в наші дні, основи якої були закладені Ю.М. Работновим разом з Л.М. Качановим. Вони описали процеси крихкого руйнування металевих матеріалів в умовах одновісної повзучості. Ці роботи в подальшому були розширені для опису узагальненого просторового випадку навантаження. В роботі проведений критичний аналіз та наведено обґрунтування існуючих експериментально-теоретичних методів та концепцій в описанні анізотропної пошкоджуваності, а також феноменологічних моделей накопичення мікропошкоджень. Проведено критичний аналіз основних підходів та експериментальних методів визначення анізотропії кінетики накопичення пошкоджень в анізотропних металічних конструкційних матеріалах. Деталізовано та обґрунтовано переваги концепцій, що базуються на визначенні деградації фізико-механічних властивостей при дослідженні кінетики

накопичення пошкоджень в анізотропних металевих конструкційних матеріалах.

Розглянуто та деталізовано розвиток основних положень термодинаміки незворотніх процесів відносно рівнянь кінетики накопичення анізотропних пошкоджень при пружно-пластичному деформуванні. Показано, що на сьогодні ще не визначено та не деталізовано параметр, який однозначно описував би процес накопичення розсіяних мікропошкоджень в анізотропному конструкційному матеріалі.

Основна ідея всіх континуальних моделей пошкоджуваності полягає в тому, що фіктивний непошкоджений матеріал відповідає реальному пошкодженому матеріалу по відповідних параметрах. Невідомі визначальні рівняння реального матеріалу виведено з рівнянь для фіктивного матеріалу за принципом еквівалентності, але з урахуванням параметру пошкоджуваності та його анізотропії.

Показано та обґрунтовано границі даних підходів для експериментального визначення (оцінки) параметру пошкоджуваності методом зміни модуля пружності, що базуються на концепції еквівалентності деформацій, приросту додаткової пружної енергії та еквівалентності пружної енергії. На основі даних концепцій розроблено та обґрунтовано узагальнену феноменологічну модель анізотропії пошкоджуваності в конструкційних матеріалах при пружно-пластичному деформуванні.

Розроблено інженерний метод визначення параметрів моделі пошкоджуваності та коефіцієнтів анізотропії конструкційних матеріалів на основі вимірювання зміни модуля пружності. Запропонована методика дослідження кінетики накопичення розсіяних пошкоджень яка враховує анізотропію механічних властивостей. Показана залежність граничних значень розсіяної пошкоджуваності від коефіцієнтів анізотропії.

Проведено комплекс експериментальних досліджень по закономірностях кінетики накопичення анізотропних пошкоджень в конструкційних матеріалів за різними методиками та їх зв'язку з показниками анізотропії пластичного

деформування. Наведено результати обчислення відповідних параметрів підходів та моделей. Випробування проводились на плоских зразках виготовлені з алюмінієвого сплаву АМг5м , 5052 та на сплаві типу 2024-T351 шляхом лазерної вирізки з листа. Зразки вирізалися під кутами 0, 45 і 90 градусів до напрямку прокату. Для вимірювання величин E , ν та змінної пошкоджуваності D були проведені серії експериментів на одновісний розтяг з розвантаженнями зразків вирізаних під кутами 0, 45 і 90 градусів до напрямку прокату. Отримано комплекс діаграм зміни модуля пружності та пошкоджуваності від рівня інтенсивності деформацій з урахуванням напрямку прокату матеріалу. Максимальна деградація модуля пружності досягла 41% в порівнянні з початковим значенням. При цьому залежність зміни початкового модуля пружності від кута яскраво не виражена. Виходячи з експериментальних даних, можна зробити висновок, що в зразках вирізаних під кутом 45 градусів поперечна деформація більше на 19%, ніж у вирізаних під кутом 0 і 90 градусів. Показано , що модель Леметра дає завищені значення параметра пошкоджуваності в порівнянні з моделями Чоу і Луо, які засновані на енергетичному підході і дають дуже близькі чисельні значення. Енергетичний підхід більш прийнятний для опису процесу накопичення пошкоджень в алюмінієвих сплавах в порівнянні з запропонованим Леметром.

Отримані умовні та ефективні діаграми деформування були порівняні з реальними розподілами ефективних та дійсних напружень, що отримані чисельно (використовуючи програмний комплекс solidThinking Inspire 2018 - Altair Engineering) при різних рівнях деформацій. При аналізі полів напружень слід зазначити, що різниця між дійсними та ефективними напруженням при деформації на рівні 3% складає 6%, а при деформації на рівні 5% - складає 9% відповідно.

Показано суттєвий вплив анізотропії пластичної деформації на закономірності кінетики накопичення розсіяних пошкоджень. Наведено комплекс експериментальних кінетичних діаграм пошкоджуваності анізотропних металічних конструкційних матеріалів. Показано, що початкові

модулі пружності матеріалу в різних напрямках майже не відрізняються між собою, що дає підстави проводити розрахунки у пружній ділянці для матеріалів як ізотропних. Однак уже умовні межі текучості та тимчасового опору руйнуванню відрізняються значним чином, що потрібно враховувати при розрахунках на міцність конструкцій, що виготовлені з даного матеріалу.

Запропонований енергетичний підхід більш прийнятний для опису процесу накопичення пошкоджень в алюмінієвих сплавах в порівнянні з запропонованим Леметром. За істину приймалася крива пошкодження отримана через зміну питомого електроопору

Встановлено зв'язок між коефіцієнтами анізотропії пластичного деформування та анізотропією пошкоджуваності, про що свідчать отримані узагальнені діаграми анізотропії.

Ключові слова: пошкоджуваність, анізотропія, статичне навантаження, ефективні напруження, деформування, параметр Ленкфорда, модель, коефіцієнти анізотропії, алюмінієві сплави.

SUMMARY

Bondarets O.A. Model of scattered damage accumulation in anisotropic structural materials under plastoelastic deformation. – Qualification scientific work in manuscript under copyright.

The dissertation for a Ph.D. degree in specialty 01.02.04 – Mechanics of Deformed Solid. – National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2021.

The dissertation is devoted to the development of a generalized model of accumulation of scattered microdamages taking into account the parameters of anisotropy for solving practical engineering problems to refine the stress-strain state of the load-bearing elements of structures. It allows to significantly reduce the number of basic experiments to determine the components of the damage tensor for anisotropic structural materials.

The solution of complex design, technology and project tasks for the calculations of critical structural elements is made, as a rule, without taking into account the factors of anisotropy. This is due to the fact that until now there is no unified system for calculating the technological parameters of shaping taking into account anisotropy, and the data on the anisotropy indicators of various metals and alloys are insufficiently systematized. At the same time, it is known that even initially isotropic materials under the action of operational loads can acquire deformation anisotropy. There is experimental evidence that structural failure is often associated with anisotropic material damage even in cases for an initially isotropic material. The real difference in the values of the physical and mechanical characteristics of the same material in different directions can reach up to 40%. In turn, the real initial (output) anisotropy changes and the deformation anisotropy comes. That is, taking into account anisotropy is as important factor as taking into account the history of the load and the type of stress state. In turn, plastoelastic deformation of a structural material (at the micro and meso level) is accompanied by the appearance and growth of scattered anisotropic damages (fractures) in the form of various kinds of micropores and microcracks. For an isotropic material, in general, the parameters of damage in the form of a scalar, vector or and tensor are

established, phenomenological models developed and criteria for fracture at the stage of macrocrack initiation. In theoretical terms, models of anisotropic damage are much more complex in relation to an isotropic material, while ensuring compatibility with the thermodynamic principles of continuum mechanics. To identify the parameters of models of anisotropic damage, it is required to carry out a much larger number of experiments with complex test programs. For engineering use today, the most acceptable is the phenomenological approach, which is based on the main provisions of the continuum damage mechanics (CDM) - modern field of mechanics of a deformable solid, which is developing dynamically and intensively today, the foundations of which were laid by Rabotnov Y.M. and Kachanov L.M. They described the processes of brittle fracture of metallic materials under conditions of uniaxial creep. These works were further expanded to describe the generalized spatial load case. The paper provides a critical analysis and substantiations of existing experimental and theoretical methods and concepts in the description of anisotropic damage, as well as phenomenological models of microdamage accumulation. A critical analysis of the main approaches and experimental methods for determining the anisotropy of the kinetics of damage accumulation in metal structural materials is carried out. The advantages of methods based on the determination of degradation of mechanical properties (in particular, changes in electrical resistivity and elastic modulus) in studying the kinetics of damage accumulation in metal structural materials are substantiated.

The development of the basic principles of the thermodynamics of irreversible processes with respect to the equations of the kinetics of the accumulation of anisotropic damages during elastic-plastic deformation is considered and detailed. It is shown that for today a parameter has not yet been determined that would unambiguously describe the process of accumulation of microdamages in an anisotropic structural material.

The basic idea of all continuous damage models is that the fictitious intact material corresponds to the real damaged material in the corresponding parameters. The unknown constitutive of equation of the real material are derived from the equations for the fictitious material according to the principle of equivalence, but taking into account the damageability parameter and its anisotropy.

The boundaries of these approaches are shown and substantiated for the experimental determination (assessment) of the damage parameter by the method of changing the elastic modulus, based on the concept of equivalence of deformations, increment of additional elastic energy and equivalence of elastic energy. Based on these concepts, a generalized phenomenological model of damage anisotropy in structural materials under elastoplastic deformation was developed and substantiated.

An engineering method has been developed for determining the parameters of the damage model and the anisotropy coefficients of structural materials based on measuring the change in the elastic modulus. A method is proposed for studying the kinetics of scattered damage accumulation, taking into account the anisotropy of mechanical properties. The dependence of the limiting values of scattered damage on the anisotropy coefficients is shown.

A complex of experimental studies on the laws of the kinetics of the accumulation of anisotropic damages in structural materials by various methods and their relationship with the indicators of anisotropy of plastic deformation has been carried out. The results of calculating the corresponding parameters of the approaches and models are presented. The tests were performed on flat samples made of aluminum alloy AMg5m, 5052 and on alloy type 2024-T351 by laser cutting from sheet. The samples were cut at angles of 0, 45 and 90 degrees to the direction of rolling. To measure the values E , ν and variable damage D were conducted a series of experiments on uniaxial tensile with unloading of samples cut at angles of 0, 45 and 90 degrees to the direction of rolling. A set of diagrams of changes in the modulus of elasticity and damageability versus the level of deformation is obtained, depending on the rolling direction of the material. The maximum degradation of the elastic modulus has reached 41% compared to the initial value. In this case, the dependence of the change in the initial elastic modulus on the angle is not pronounced. Based on the experimental data, we can conclude that in specimens cut at an angle of 45 degrees, the transverse deformation is 19% greater than in specimens cut at an angle of 0 and 90 degrees. It is shown that the Lemaitre model gives overestimated values of the damage parameter in comparison with the Chow and Luo models, which are based on the energy approach and give very close numerical values. The energy approach is more acceptable for describing the process

of damage accumulation in aluminum alloys in comparison with the one proposed by Lemaitre.

The obtained conditional and effective deformation diagrams were compared with real distributions of effective and actual stresses obtained numerically at various levels of deformations. When analyzing the stress fields, it should be noted that the difference between the actual and effective stress at a deformation at the level of 3% is 6%, and at a deformation at the level of 5%, it is 9%, respectively.

A significant effect of the anisotropy of plastic deformation on the kinetics of damage accumulation is shown. A complex of kinetic diagrams of damageability of anisotropic metal structural materials is presented. It is shown that the initial modules of elasticity of a material in different directions hardly differ from each other, which gives grounds to carry out calculations in the elastic region for materials as isotropic. However, already the conditional yield strength and ultimate fracture resistance differ significantly, which must be taken into account when calculating the strength of structures made of this material.

The proposed energy approach is more suitable for describing the process of damage accumulation in aluminum alloys in comparison with the one proposed by Lemaitre. The damage curve obtained from the change in electrical resistivity was taken as true.

As a result of experimental studies, it was found that the limiting degradation of the elastic modulus reaches 41% compared with the initial value for aluminum alloys. Samples cut at 45 degrees have 19% more transverse deformation than samples cut at 0 and 90 degrees.

The relationship between the anisotropy coefficients of plastic deformation and the anisotropy of damage is established, as evidenced by the obtained generalized anisotropy diagrams.

Keywords: damage, anisotropy, static load, effective stress, strain, Langford parameter, model, anisotropy coefficients, aluminum alloys.

Список опублікованих праць за темою дисертації

1. Bobyr M.I., Phenomenological damage models of anisotropic structural materials / Bobyr M.I., Khalimon O.P., Bondarets O.A. // *Mechanics and Advanced Technologies*. – 2013. – № 67. – p.5-13. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus).
2. Bobyr M.I., Modeling of scattered damage accumulation kinetics under combined stress / Bobyr M.I., Khalimon O.P., Bondarets O.A. // *Strength of Materials. Springer US*/ – 2012. – №44 – С.20-26. (Входить до НМБ Scopus).
3. Грабовский А.П. Деформационные модели кинетики повреждаемости конструкционных материалов при упругопластическом деформировании / Грабовский А.П., Бондарец А.А. // *Вестник Гомельского государственного технического университета им. ПО Сухого*. – 2013. – №1 (52). – С.26-34. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus, іноземне видання).
4. Грабовський А.П. Модель пошкоджуваності для розрахунку руйнування конструкційних матеріалів / Грабовський А.П., Бондарець О.А., Бабієнко І.І. // *Mechanics and Advanced Technologies*. – 2019. – №3 (87). – с. 38-46 (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus).
5. Халімон О.П. Достовірність феноменологічних моделей накопичення розсіяних пошкоджень при складному напруженому стані / Халімон О.П., Бондарець О.А // *Наукові вісті Національного технічного університету України Київський політехнічний інститут*. – №5. – 2011. – с.101-106. (Входить в DOAJ, EBSCO, Index Copernicus, WorldCat, J-Gate, Google Scholar, OpenAIRE, Ulrich's periods Directory, BASE, Miar, WCOSJ).
6. Грабовський А.П. Кінетика накопичення пошкоджень при повторно-змінному осьовому навантаженні конструкційних матеріалів / Грабовський А.П., Бондарець О.А., Бабієнко І.І. // *Mechanics and Advanced Technologies*. – 2013. – №3. – С.18-23. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus).
7. Бондарець О.А., Термодинамічний підхід до описання кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в конструкційних матеріалах. / Бондарець

О.А., Халімон О.П. // *Mechanics and Advanced Technologies*, – 2011. – №61., т.2 – с.92-95. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus).

8. Грабовский А.П. Залечивания микрповреждений в конструкционных материалах при реверсивных режимах нагрузок./ Грабовский А.П., Бондарец А.А, // *Науковий журнал Луцького Національного технічного університету «Технологічні комплекси»*. – 2014. – № 1 (9). – С.160-166. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus).

9. Грабовський А.П. Пошкоджуваність та руйнування конструкційних матеріалів / Грабовський А.П., Бондарець О.А. // *Матеріали IV-ої Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні технології промислового комплексу: базові процесні інновації – 2018»*, випуск 4. – Херсон: ХНТУ, 2018. ст. 72-75.

10. Грабовський А.П. Вплив еволюції процесів деформування на кінетику накопичення пошкоджень / Грабовський А.П., Бондарець О.А., Бабієнко І.І. // *XXI Міжнародна науково-технічна конференція «Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта» Матеріали конференції*. – Київ, 2020.– С. 51-53.

11. Бондарець О.А. Анізотропія кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в конструкційних матеріалах при пружнопластичному деформуванні / Бондарець О.А., Кіріллова І.В // *XIX Міжнародна науково-технічна конференція «Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта» Матеріали конференції*. – Київ, 2018.– С. 52-55.

ЗМІСТ

ВСТУП	15
Розділ 1 Проблема оцінки кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах	22
1.1 Пошкоджувальність конструкційних матеріалів при їх пружно-пластичному деформуванні	22
1.2 Загальні підходи що до оцінки пошкоджувальності елементів конструкцій	26
1.3 Феноменологія накопичення пошкоджень в конструкційних матеріалах	31
1.4 Структурні моделі накопичення пошкоджень	46
Висновки та постановка задачі досліджень	56
Розділ 2 Моделювання кінетики накопичення пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах при пружно-пластичному деформуванні	58
2.1 Анізотропний стан пошкоджувальності	58
2.2 Визначальні рівняння деформаційної теорії анізотропних матеріалів при простому навантаженні	67
2.3 Узагальнена модель пошкоджувальності анізотропних конструкційних матеріалів	81
2.4 Врахування впливу параметрів анізотропії матеріалу на кінетику накопичення мікропошкоджень	91
Висновки до другого розділу	99
Розділ 3 Методика дослідження кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах в процесі їх пружно-пластичного деформування	100
3.1 Комплексна програма досліджень анізотропних конструкційних матеріалів при статичному навантаженні	101

3.2 Експериментальні стенди для проведення випробувань	101
3.3 Методика визначення характеристик анізотропних конструкційних матеріалів при статичному навантаженні	114
Висновки до третього розділу	122
Розділ 4 Порівняння розробленої узагальненої моделі з існуючими підходами та експериментальними даними	123
4.1 Деформування анізотропних конструкційних матеріалів при статичному навантаженні	123
4.2 Кінетика накопичення пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах	126
4.3 Зв'язок параметрів анізотропії пластичного деформування з пошкоджуваністю.	132
4.4 Порівняння розробленої узагальненої моделі	136
Висновки до четвертого розділу	138
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	140
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	142
ДОДАТОК А	154
ДОДАТОК Б	158

ВСТУП

Актуальність теми. На сьогодні проблемам достовірного прогнозування ресурсу експлуатації конструкцій виробів нової техніки у наукоємних та високотехнологічних секторах машинобудівного комплексу (авіаційна галузь, енергетичне машинобудування та ін.) на етапі їх проектування та залишкового ресурсу на етапі їх експлуатації приділяється надзвичайно велика увага у всіх промислово розвинених країнах світу.

В загальному випадку складного термосилового експлуатаційного та технологічного навантаження названих елементів конструкцій відбувається перерозподіл напружень та деформацій, що супроводжується деградацією та анізотропією фізико-механічних характеристик. Виникає явище нестационарності умов деформування, що призводить до значного підвищення реальних напружень в матеріалі по відношенню до розрахункових. Внаслідок цього в зонах підвищеної концентрації дійсних напружень відбувається більш інтенсивне накопичення та ріст мікрODEфектів і неоднорідностей структури, що призводить до передчасного утворення макротріщини та руйнування.

Вирішення комплексних конструкторських та технологічних задач по розрахунках відповідальних елементів конструкцій проводиться, як правило, без врахування факторів анізотропії. Це пов'язано з тим, що до цих пір не існує єдиної системи розрахунку технологічних параметрів формоутворення з урахуванням анізотропії і недостатньо систематизовані дані за показниками анізотропії фізико-механічних різних металів і сплавів. В той же час відомо, що навіть початково ізотропні матеріали під дією експлуатаційних навантажень можуть набувати деформаційної анізотропії. Існує багато експериментальних доказів того, що руйнування конструкцій часто пов'язано саме з анізотропною пошкоджуваністю матеріалу, навіть у випадках для початково ізотропного матеріалу. Реальна різниця в величинах механічних характеристик одного і того ж початково ізотропного матеріалу в процесі пружно-пластичного деформування в різних напрямках може досягати до 40%. В свою чергу

реальна початкова (вихідна) анізотропія змінюється та розвивається деформаційна. Тобто врахування анізотропії є таким же важливим фактором, як і врахування історії навантаження та виду напруженого стану. В свою чергу пружно-пластичне деформування конструкційного матеріалу (на мікро та мезорівні) супроводжується виникненням та ростом розсіяних анізотропних пошкоджень (руйнувань) у вигляді різного роду мікропор та мікротріщин. Для ізотропного матеріалу, в основному, установлені параметри пошкоджуваності у вигляді скаляра, вектора або та тензора, розроблені феноменологічні моделі та критерії руйнування на стадії зародження макротріщини. В теоретичному відношенні моделі анізотропної пошкоджуваності істотно складніші по відношенню до ізотропного матеріалу при забезпеченні сумісності з термодинамікою незворотніх процесів механіки суцільного середовища. Для визначення параметрів моделей анізотропної пошкоджуваності потрібно проводити набагато більше різного роду експериментальних досліджень при складних програмах випробувань. Для інженерного використання на сьогодні найбільш прийнятним та простим є феноменологічний підхід, що базується на континуальній механіці пошкоджуваності (КМП) - сучасної області механіки деформованого твердого тіла, що динамічно та інтенсивно розвивається в наші дні, основи якої були закладені Ю.М. Работновим разом з Л.М. Качановим. Вони описали процеси крихкого руйнування металевих матеріалів в умовах одновісної повзучості. Ці роботи в подальшому були розширені для опису узагальненого просторового випадку навантаження. Основна ідея всіх континуальних моделей пошкоджуваності полягає в тому, що фіктивному непошкодженому матеріалу відповідає реальний пошкоджений матеріал. Визначальні рівняння фіктивного матеріалу описуються відомими рівняннями без врахування пошкоджуваності та використанням умовної діаграми деформування. Невідомі визначальних рівнянь реального матеріалу виводяться з рівнянь для фіктивного матеріалу за допомогою принципу еквівалентності, але з урахуванням параметра пошкоджуваності.

Виходячи з парадигми викладеного, важливим і перспективним напрямком в сучасній механіці твердого деформівного тіла є перевірка достовірності існуючих та розробка нових моделей накопичення розсіяних анізотропних пошкоджень з урахуванням параметрів анізотропії фізико-механічних характеристик, що являється актуальною задачею і становить великий науковий та практичний інтерес.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота виконана відповідно до регламентованого плану наукових досліджень, проведених на кафедрі динаміки і міцності машин та опору матеріалів механіко-машинобудівного інституту Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського” здобувач прийняв участь як виконавець відповідними за держбюджетними темами: “Розроблення нових феноменологічних моделей та узагальненого методу прогнозування ресурсу експлуатації елементів конструкцій із композиційних матеріалів з врахуванням пошкоджуваності” (держреєстрація №0109U001607); «Розроблення методу діагностики технічного стану та прогнозування ресурсу конструкцій з урахуванням технологічної і експлуатаційної спадковості» (держреєстрація №0106 U 002266), в тому числі як відповідальний виконавець дербюджетної теми: “Розроблення узагальненого методу прогнозування ресурсу експлуатації елементів конструкцій із композиційних матеріалів при складному малоцикловому навантаженні з врахуванням пошкоджуваності” (держреєстрація №0112 U 002444).

Мета і задачі дослідження. Мета роботи – на основі теоретичних та комплексних експериментальних досліджень перевірити достовірність існуючих та розробити нову узагальнену феноменологічну модель накопичення розсіяних пошкоджень з урахуванням параметрів анізотропії в конструкційних матеріалах при пружно-пластичному деформуванні.

Для досягнення поставленої мети в дослідженні необхідно було вирішити наступні задачі:

- провести комплекс експериментальних досліджень по визначенню кінетики накопичення пошкоджуваності в анізотропних конструкційних матеріалах;
- перевірити підходи для експериментального визначення (оцінки) параметру пошкоджуваності методом зміни модуля пружності, що базуються на концепції еквівалентності деформацій, приросту додаткової пружної енергії та еквівалентності пружної енергії;
- проаналізувати зв'язок анізотропії вихідних механічних характеристик та параметра пошкоджуваності в конструкційних матеріалах в процесі пружно-пластичного деформування;
- перевірити достовірність та встановити границі використання сучасних феноменологічних моделей накопичення мікропошкоджень для умов пружно-пластичного деформування;
- розробити та експериментально обґрунтувати отриману узагальнену феноменологічну модель пошкоджуваності та межі її використання шляхом порівняння розрахункових та експериментальних даних для сучасних конструкційних матеріалів.

Об'єктом досліджень є кінетика накопичення розсіяних пошкоджень в анізотропних металевих конструкційних матеріалах при пружно-пластичному деформуванні.

Предметом досліджень є моделювання процесів накопичення мікропошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах за умов пружно-пластичного деформування.

Методи досліджень. Експериментально-теоретичні методи, що базуються на основних положеннях механіки твердого деформівного тіла, термодинаміці незворотних процесів, та сучасній КМП.. Достовірність методів дослідження забезпечувались використанням сучасного експериментального обладнання з сучасними комп'ютеризованими високоточними спеціальними вимірювальними системами для проведення та обробки результатів випробувань з відповідним програмним забезпеченням. Точність розробленої

моделі та методики перевірялась шляхом зіставлення розрахункових аналітичних даних з результатами експериментальних дослідів.

Наукова новизна одержаних результатів

- вперше запропонована модифікована узагальнена модель кінетики накопичення розсіяних пошкоджень, яка враховує анізотропію механічних властивостей металевих конструкційних матеріалів. Показана залежність граничних значень розсіяної пошкоджуваності від коефіцієнтів анізотропії;
- розроблено метод визначення параметрів моделі анізотропної пошкоджуваності та відповідних коефіцієнтів анізотропії конструкційних матеріалів на основі вимірювання зміни модуля пружності;
- показано та обґрунтовано границі використання феноменологічних моделей пошкоджуваності для умов активного навантаження конструкційних матеріалів, які базуються на гіпотезах про еквівалентність деформацій, додаткової пружної енергії та приросту додаткової пружної енергії відповідно;
- встановлено закономірності впливу анізотропії механічних характеристик матеріалу на кінетику накопичення пошкоджень. Проведено комплекс експериментальних досліджень та отримано кінетичні діаграми пошкоджуваності анізотропних металічних конструкційних матеріалів.

Практичне значення одержаних результатів полягає у:

- використанні розробленої узагальненої моделі накопичення розсіяних мікропошкоджень, що враховує параметри анізотропії для розв'язку практичних інженерних задач по визначенню напружено-деформованого стану елементів конструкцій. Вона дозволяє суттєво скоротити кількість базових експериментів по визначенню компонентів тензора пошкоджуваності для анізотропних конструкційних матеріалів;
- розробці та обґрунтуванні методики визначення параметрів моделі анізотропної пошкоджуваності та коефіцієнтів анізотропії конструкційних матеріалів на основі вимірювання зміни модуля пружності.

Результати роботи впроваджені в конструкторську та технологічну практику підприємств авіакосмічного комплексу, зокрема ДП КБ «Південне» та АТ «УкрНДІАТ».

Особистий внесок здобувача. Роботу виконано під науковим керівництвом член-кореспондента НАН України, доктора технічних наук, професора Бобиря М.І. Основні результати, що становлять суть дисертаційної роботи, автор отримав самостійно. У публікаціях, що написані у співавторстві здобувачеві належать проведення комплексу експериментальних досліджень для широкого класу анізотропних конструкційних матеріалів по визначенню кінетики накопичення пошкоджень; перевірка підходів для експериментального визначення параметру пошкоджуваності методом зміни модуля пружності, що базуються на концепції еквівалентності деформацій, приросту додаткової пружної енергії та еквівалентності пружної енергії; розробці узагальненої феноменологічної моделі анізотропної пошкоджуваності в конструкційних матеріалах при пружно пластичному деформуванні та розробці методу визначення параметрів моделі пошкоджуваності та коефіцієнтів анізотропії конструкційних матеріалів на основі вимірювання зміни модуля пружності;

Матеріали дисертації не містять розробок та ідей, що належать співавторам, з якими були написані роботи.

Апробація результатів дисертації. Основні результати досліджень доповідалися на міжнародних конференціях «Прогресивна техніка і технологія» (м. Київ, м. Одеса, м. Херсон 2013 – 2019), , Міжнародному симпозіумі українських інженерів-механіків у Львові (м. Львів, 2013, 2015-2017), та «Современные проблемы машиноведения: международная научно-техническая конференция» (м. Гомель, 2016). Повністю робота доповідалась на XX міжнародній науково -технічній конференції «Прогресивна техніка і технологія» (м. Херсон , 2019) та на розширеному засіданні кафедри ДММ та ОМ КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Публікації. Основний зміст дисертації викладено в 11 наукових працях, з них 8 статей у фахових виданнях (з яких 6 в українських виданнях, що входять до наукометричних баз даних та одна стаття у періодичних наукових виданнях іншої держави, які входять до Організації економічного співробітництва та розвитку (Springer US, США)), а також 1 стаття в іноземному виданні, що входить до наукометричних баз та 3 тези доповідей в збірниках матеріалів конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел. Загальний обсяг дисертації становить 159 сторінок, у тому числі основного тексту дисертації 142 сторінки, 45 рисунків, 5 таблиць, список використаних джерел з 113 найменування на 12 сторінках, додатки на 5ти сторінках, що містять 1 рисунок.

РОЗДІЛ 1

ПРОБЛЕМА ОЦІНКИ КІНЕТИКИ НАКОПИЧЕННЯ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ В АНІЗОТРОПНИХ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛАХ

Ефективність і достовірність рішення задач пластичності з урахуванням пошкоджуваності та розсіяного руйнування для тіл будь-якої форми і створюваних ними деформаційних систем істотно залежить від коректного вибору моделі накопичення пошкоджуваності в матеріалі, методів й алгоритмів рішення крайових задач пластичності. У даному розділі приведені отримані в результаті проведеного детального аналізу літературних джерел відомості про використовувані підходи до рішення перерахованих питань та відомості про отримані рішення тестових і прикладних задач.

1.1 Пошкоджуваність конструкційних матеріалів при їх пружно-пластичному деформуванні

Систематичний виклад основ теорії пластичності та методів рішення задач приведений в роботах Качанова Л.М., Работнова Ю.М., Ілюшина О.О., К.Ф. Odqvist та багатьох інших, де сформульовані основні феноменологічні теорії пластичності, наведені дані про їхнє експериментальне підтвердження, а також здійснені рішення поставлених задач наведені в літературі[1]. Подальший розвиток теорії й методів рішення задач пластичності приведені в роботах вітчизняних і зарубіжних учених М.С.Можаровського, Г.С.Писаренка, А.О.Лебедева, М. І. Бобиря, К.М.Русинко, Ю.М.Шевченко, а також у роботах Дж.Бойла й Дж.Спенса, Ф.Макклінтока, С.Тайрі та інших авторів.

Визначення довговічності анізотропних елементів конструкцій в умовах пружнопластичного деформування необхідно проводити на основі теорії пластичності, що враховує характер анізотропного дефектоутворення, пов'язаний з накопиченням у матеріалі розсіяних пошкоджень. Одночасність

протікання процесів накопичення деформацій пластичності й пошкоджуваності в матеріалі підтверджується результатами експериментальних досліджень [2].

Аналіз літературних джерел свідчить, що облік цих структурних змін у матеріалі може бути виконаний за допомогою статистичного або феноменологічного підходів.

У першому випадку оцінка зміни (порушення) суцільності проводиться на основі розгляду фізичної природи пластичності та виміру відповідних мікроскопічних параметрів (величин, що пов'язані з розмірами мікроскопічних дефектів) або фізико-механічних характеристик матеріалу [1,3], таких як границя текучості, модуль пружності, коефіцієнт поперечної деформації, а також щільності, електричного опору та ін. Для здійснення загальної кількісної оцінки порушень суцільності дані величини співвідносять з відповідними певними значеннями неушкодженого матеріалу. Деякі із цих підходів були використані для розробки експериментальних методів визначення пошкоджуваності матеріалу [4]. Але й до теперішнього часу немає одностайної думки про найбільш об'єктивний засіб оцінки пошкоджуваності матеріалу, тому що залежно від обраного параметра, якому поставлена у відповідність пошкоджуваність та способу його ідентифікації, ступінь пошкоджуваності того самого матеріалу буде різним. Таким чином, використання для визначення пошкоджуваності прямих або побічних вимірів є малоефективним, тому що невідомо, як будуть корелювати результати вимірів за різними методиками [5,6,7].

У границях феноменологічного підходу до опису процесу руйнування при пластичності пошкоджуваність матеріалу визначається як певні мікроструктурні незворотні перетворення, що призводять до будь-якої зміни його властивостей. Це дозволяє узагальнити способи моделювання широкого кола процесів різної фізичної природи, таких як хімічний і радіаційний вплив, поверхнева взаємодія та ін., наслідком яких є порушення суцільності матеріалу. У зв'язку з цим широке

поширення одержали методи, які передбачають використання в якості міри пошкоджуваності введеного в скалярній, векторній або тензорній формі, феноменологічний параметр пошкоджуваності, як зміна його із часом що може описуватись кінетичними рівняннями, які містять відповідні до розглянутого процесу величини. У випадку дослідження процесу пластичності використовується залежність параметра пошкоджуваності від величини накопиченої деформації пластичності, тобто від параметрів напружено-деформованого стану [8]. Цей підхід, котрий базується на використанні моделі безперервно-пошкоджуваного середовища, є переважним. Методологія рішення задач пластичності з використанням такого феноменологічного параметра пошкоджуваності стала основою для створення самостійного розділу механіки - континуальної механіки руйнування, що використовується для визначення довговічності елементів конструкцій та встановлює взаємозв'язок між процесом накопичення розсіяних пошкоджень і макроруйнуванням.

Вперше точне математичне трактування одночасного протікання процесів пластичності й накопичення розсіяних пошкоджень матеріалу на основі феноменологічного підходу було представлено в роботах Качанова Л.М. [9] і Работнова Ю.М. [10]. Подальший розвиток теорії континуального руйнування проведений у роботах [2,6,9,11 та ін.]. Форма подання параметра пошкоджуваності у рівняннях пластичності визначається необхідністю опису анізотропних властивостей матеріалу й відповідного спрямованого характеру накопичення пошкоджень.

Використання параметра пошкоджуваності матеріалу при опису процесу деформування в умовах пластичності здійснений у роботах вітчизняних [12,13,14,15] і багатьох закордонних вчених [16,17,18,19,20,21,22]. У більшості з перерахованих робіт розглянуті одномірні, плоскі й вісесиметричні тестові задачі.

Континуальна теорія руйнування являється фактично єдиним підходом до моделювання процесів руйнування різної фізичної природи та є зручним

інструментом для рішення інженерних задач, який відрізняється простотою й вимагає мінімальної кількості експериментальних даних [8].

Таким чином, при рішенні задач пластичності для опису спільно протікаючих процесів, накопичення деформацій пластичності та кінетики пошкоджуваності матеріалу є доцільним використання рівнянь теорії структурних параметрів Ю.М.Работнова, які містять параметр пошкоджуваності матеріалу.

$$\frac{dD}{dt} D^{-\beta} = C_2 \left[\frac{\sigma}{1-D} \right]^m \quad (1.1)$$

де C_2, m, β - сталі матеріалу.

Важливою складовою рішення задач пластичності є визначення ресурсу. Відповідно до [8,23] під ресурсом розуміють час від введення об'єкта в експлуатацію до виникнення граничного стану, що визначається як момент тимчасового або остаточного припинення експлуатації, зокрема, внаслідок зниження показників безпеки. Час до руйнування конструкцій складається із часу зародження дефектів, і часу їхнього росту. Для особливо відповідальних елементів конструкцій у якості ресурсу розглядається перша складова часу до руйнування. Тому надалі під ресурсом будемо розуміти час до моменту появи макроскопічного дефекту в конструкції, яка зв'язується з досягненням параметром пошкоджуваності критичного значення.

Перевагою використання континуальної механіки руйнування при рішенні задач пластичності є можливість підвищення точності визначення ресурсу й контролювання розташування зони початкового руйнування.

Рішення задач теорії пластичності для об'єктів складної форми та систем деформаційних тіл з урахуванням усіх діючих факторів і реальних властивостей матеріалу пов'язане з більшими математичними труднощами.

Загальний підхід до рішення цієї проблеми можливий тільки на основі чисельних методів.

До теперішнього часу виконаний великий об'єм досліджень у розробці методів й алгоритмів розрахунку пластинчастих конструкцій. Основні зусилля

в цей час спрямовані на розробку ефективних методів розрахунку складних просторових пластинчастих конструкцій, чому в значній мірі сприяє прогрес у розвитку обчислювальної техніки й поява потужних ЕОМ. Останній фактор визначив широке застосування чисельних методів розрахунку пластин, у розвиток яких великий внесок внесли А.В.Александров, П.М.Варвак, Д.В.Вайнберг, А.С.Вольмір, Я.М.Григоренко, В.И.Мяченков, В.А.Постнов, Л.А.Розін, А.С.Сазаров, Н.Н.Шапошніков, Дж.Аргіріс, Ф.Богнер, Дж.Клаф, Б.Айронс, Р.Мелош, О.Зенкевіч, Д.Бушнелл, Л.Германн, В.Койтер, К.Белл, А.Адіні, Б.Грін та інші вчені.

1.2. Загальні підходи що до оцінки пошкоджуваності елементів конструкцій

При експлуатації елементи конструкцій сприймають складний комплекс зовнішніх навантажень, що приводить до ряду незворотних фізико-механічних процесів, що протікають у матеріалі на мікро-, макро- і мезорівнях. Внаслідок цього в матеріалі відбувається зміна його первинної, зародження, ріст та розвиток, а також злиття пор, утворення мікротріщин, зменшення ефективної площі поперечного перетину елемента конструкції, що приводить до подальшого його руйнування. Для аналітичного описання впливу внутрішніх мікроструктурних змін в матеріалі на напружено-деформований стан вводиться формальний параметр пошкоджуваності, незв'язаний безпосередньо з фізичною картиною діючих процесів [8].

Надалі під пошкоджуваністю матеріалу будемо розуміти величину, що характеризує порушення суцільності матеріалу, які виникли під впливом деформацій. Для опису впливу розсіяних пошкоджень на міцність матеріалу конструкції Л.М.Качановим був запропонований безрозмірний параметр - суцільності матеріалу Ψ [29]. Ю.М.Работнов [10] ввів у розгляд функцію пошкоджуваності $D=1-\Psi$, що

одержала більш широке розповсюдження в розрахунковій практиці, і розглянув пов'язану з пошкоджуваністю постановку задачі теорії повзучості.

При побудові рівнянь, які описують зміну параметра пошкоджуваності в часі, допускається що приріст функції $D(t)$ за невеликий проміжок часу t залежить від поточного стану матеріалу (величина параметру пошкоджуваності) і навантажень (силових, деформаційних, часових і температурних впливів) [8, 24]:

$$\frac{dD}{dt} = \Phi(D, q_j) \quad (1.2)$$

де $\Phi(D, q_j)$ - деяка функція;

q_j - вектор навантажень, що характеризує силові, деформаційні, та інші зовнішні впливи.

Кінетичне рівняння типу (1.2) дозволяє описувати режими стаціонарного та нестаціонарного навантаження конструкцій та доповнює класичну систему рівнянь механіки деформованого твердого тіла, що містить рівняння рівноваги, граничні умови та рівняння сумісності деформацій.

У випадку припущення, що процес накопичення розсіяних пошкоджень є незалежним від історії навантаження, тобто пропорційності величини накопиченої пошкоджуваності часу навантаження і її незалежності від почерговості прикладення навантажень, час до початку руйнування матеріалу t_p , може бути виражено на основі безпосереднього інтегрування рівняння (1.2) з урахуванням умови

$$\int_0^{t_p} \Phi(D, q_i) dt = 1 \quad (1.3)$$

Проте, таке припущення лінійності сумування пошкоджуваності не враховує ряду факторів, які істотно впливають на процес навантаження [24].

Задача про знаходження кінетичних рівнянь пошкоджуваності матеріалу та ідентифікацію відповідних констант на основі кривих довгодіючої міцності, є предметом ряду досліджень [2,5]. Розглянемо найбільш характерні форми

рівнянь, які дозволяють урахувати накопичення в матеріалі розсіяних пошкоджень.

Процес накопичення розсіяних пошкоджень у загальному випадку є анізотропним. Внаслідок того, що розміри мікропошкоджень маленькі порівняно з характерними розмірами тіла, а щільність їх велика, для опису пошкоджуваності застосовується безперервна функція координат - тензорне, векторне або скалярне поле.

Ефективність використання залежностей, які відбивають широкий спектр процесів у матеріалі тісно пов'язана з кількістю невідомих параметрів рівнянь пластичності та можливістю реалізації методики їх визначення. Використання в розрахунковій практиці анізотропних, а саме тензорних і векторних мір пошкоджуваності, пов'язані з важливими труднощами експериментального й обчислювального характеру [2,25], тому що призводить до необхідності проведення великої кількості спеціальних експериментальних досліджень для визначення ряду констант, які використовуються для встановлення зв'язку компонент тензора (вектора) пошкоджуваності з відповідними параметрами навантаження.

Внаслідок цього тензорне та векторне подання параметра пошкоджуваності не одержали широкого поширення для металевих конструкційних матеріалів. Більше перспективним визнане використання скалярного параметра пошкоджуваності.

У зв'язку з тим, що процес пошкоджуваності відбувається по двох механізмах – виникнення і росту дефектів, було запропоновано обчислювати скалярну величину пошкоджуваності як функцію двох величин

$$\frac{\partial D}{\partial t} = f\left(\frac{\partial D_1}{\partial t}, \frac{\partial D_2}{\partial t}\right),$$

одна з них відповідно зв'язана з величиною

інтенсивності дотичних напружень τ_i , які в свою чергу визначають інтенсивність зародження тріщин, а інша - з величиною самого більшого головного напруження σ_1 , що відповідно визначає швидкість їх росту:

$$\frac{\partial D_1}{\partial t} = A \frac{\tau_i^n}{(1 - D_1)^{n_1}}, \quad \frac{\partial D_2}{\partial t} = A \frac{\sigma_1^k}{(1 - D_2)^{n_2}}, \quad (1.4)$$

$$(1 - D)^{-q} = (1 - D_1)^{-f} + (1 - D_2)^{-p}, \quad (1.5)$$

де n, n_1, n_2, k, q, f, p - сталі матеріалу.

Там само запропоноване подання величин пошкоджуваності трьома складовими, обчисленими за напрямками головних напружень σ_j , $j = 1, 2, 3$:

$$D = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2}; \quad dD_j = \varphi_j(\sigma_j, D_j, D) d\sigma_j \quad (1.6)$$

де $\varphi_j = A \sigma_j^n D^{2\alpha}$ - функція, що враховує пошкоджуваність, накопичену в процесі навантаження;

n, α - сталі матеріалу.

Найбільш простим є ізотропний параметр пошкоджуваності. У цьому випадку функція $\Phi(D, q_i)$ як зазначено в [5], зазвичай приймається у вигляді степеневі функції напруження, або у вигляді запропонованим Качановим [24]

$$\frac{dD}{dt} = C_1 \left[\frac{\sigma}{1 - D} \right]^m \quad (1.7)$$

а також у вигляді рівняння Работнова [10]

$$\frac{dD}{dt} D^{-\beta} = C_2 \left[\frac{\sigma}{1 - D} \right]^m \quad (1.8)$$

рівняння Шестерикова [26]

$$\frac{dD}{dt} = C_3 \left[\frac{\sigma}{1 - D^r} \right]^m \quad (1.9)$$

рівняння Леметра [16]

$$\frac{dD}{dt} = C_4 \left[\frac{\sigma}{1 - D} \right]^m \frac{1}{(1 - D)^q} \quad (1.10)$$

або рівнянь, які містять додаткові параметри, які враховують характер складного напруженого стану q_j [27]

$$\frac{dD}{dt} = Bf(q_j) \left(\frac{\sigma}{1-D} \right)^k. \quad (1.11)$$

Узагальненням цих і подібних рівнянь є наведений вираз

$$\frac{dD}{dt} = C \left[\frac{\sigma}{1-D^r} \right]^m \frac{1}{(1-D)^q} D^\beta \quad (1.12)$$

де $C_1 - C_4, B, m, q, k, r, \beta$ - сталі матеріалу.

Величина σ , що входить у кінетичні рівняння пошкоджуваності (1.7 -1.12) являє собою значення еквівалентного напруження, обчисленого відповідно до обраного критерію міцності [24]: максимального нормального напруження $\sigma = \sigma_1$, інтенсивності дотичних напружень $\sigma = \sigma_1 - \sigma_3$, критеріїв Сдобирєва

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_i) \quad (1.13)$$

Труніна

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_i)e^{1-2\eta}, \quad \eta = \frac{3\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_i} \quad (1.14)$$

та Г.С.Писаренка - А.О.Лебедєва [6]

$$\sigma = \frac{3}{\sqrt{2}} \chi \tau_{окт} + (1 - \chi) \sigma_1 \quad (1.15)$$

або при використанні модифікованого критерію Г.С.Писаренка - А.О.Лебедєва у вигляді

$$\sigma = \chi(\tau_{окт} - \sigma_1) + \sigma_1 \quad (1.16)$$

де параметр χ характеризує ступінь відповідальності за мікроруйнування зсувної деформації. Це дозволяє врахувати, що при деформуванні матеріалу в пружній стадії має місце крихке руйнування і критерієм руйнування є $\sigma = \sigma_1$, а при пластичному деформуванні – в'язке, і критерієм руйнування є $\sigma = \tau_{окт}$.

Питання вибору критерію руйнування в кінетичному рівнянні пошкоджуваності докладно розглянуто у роботах В.П. Голуба [5,12,28]. Відповідно до [28] найбільш загальної структури вираження для еквівалентного напруження при ізотропному характері накопичення пошкоджуваності є

$$\sigma = \alpha \sigma_1 + \beta J_1(\sigma_{ij}) + \gamma J_2(S_{ij}), \quad (1.17)$$

де $J_1(\sigma_{ij}), J_2(S_{ij})$ - перший і другий інваріанти тензора σ_{ij} і девіатора S_{ij} напружень відповідно;

α, β, γ - сталі матеріалу, $\alpha + \beta + \gamma = 1$. Конкретизація цього виразу для практичних розрахунків має вигляд:

$$\sigma = \alpha \sigma_1 + (1 - \alpha) \sigma_i \quad (1.18)$$

Таким чином, для проведення математичного моделювання процесу деформування та накопичення пошкоджуваності матеріалу в умовах пластичності доцільно використати скалярний параметр пошкоджуваності, а для опису його зміни в часі - кінетичні рівняння виду (1.7-1.12). Такий спосіб представленої пошкоджуваності є найбільш використовуваний і найбільш перспективний [9,10,24,29], тому орієнтація на нього при побудові алгоритму рішення задач пластичності дозволить проводити чисельні дослідження, використовуючи наявні дані про властивості матеріалів у розглянутих умовах деформування.

1.3 Феноменологія накопичення пошкоджень в конструкційних матеріалах

Деформація конструкційних матеріалів (як правило, полікристалічних) деталей машин і елементів конструкцій під дією термосилових, технологічних і експлуатаційних навантажень супроводжується накопиченням пошкоджень. Кінетика накопичення пошкоджень в конструкційному матеріалі характеризує

одну з основних стадій руйнування - стадію розсіяного руйнування. Вона закінчується зародженням однієї або декількох макротріщин [30-32].

На цій стадії справедливими є основні положення механіки твердого тіла, що деформується, і її розділу - континуальна механіка пошкоджень (КМП). Друга основна стадія руйнування характеризується виникненням і зростанням магістральної макротріщини і остаточним руйнуванням - розділенням елементу конструкції на дві або декілька частин. Ця стадія руйнування описується основними рівняннями механіки руйнування (рис.1.1).

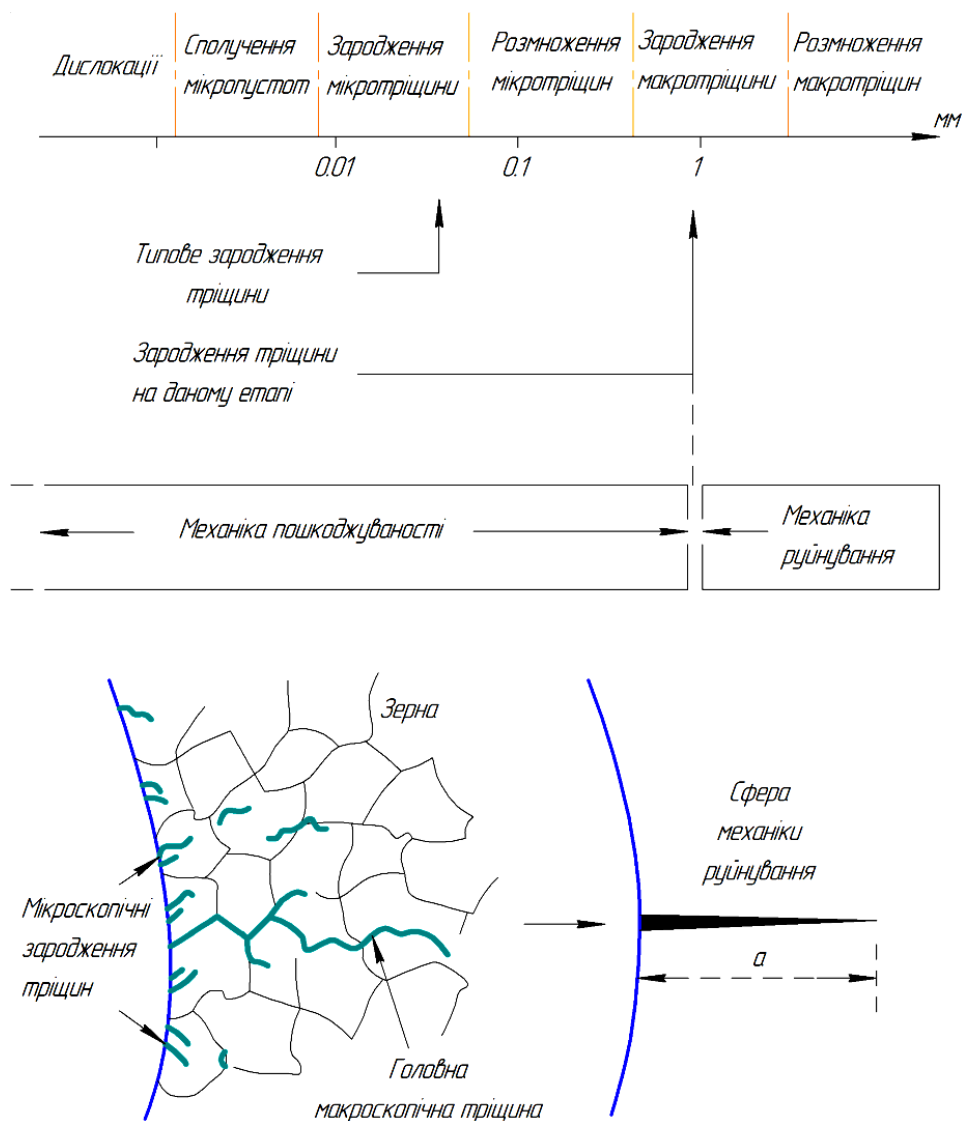


Рис 1.1. Стадії розсіяного руйнування

Вважається, що конструкція є «ідеальною»[33], якщо вона руйнується коли вийшов розрахунковий термін експлуатації. Інколи в процесі напруження в матеріалі відбувається інтенсивний ріст макродефектів, які призводять до своєчасного руйнування окремих елементів, і як наслідок, до втрати працездатності всієї конструкції.

Розглядаючи стадії структурних змін в матеріалі потрібно зазначити, що численні технічні матеріали початково містять велику кількість несутцільностей різних розмірів, в тому числі макропори, значно перевищуючі розміри елементів структури [2]. Причиною початкової неоднорідності матеріалу може бути вміст виробничо-технологічних дефектів, котрі виникають при відливанні чи обробці виробу [34].

Проблема множинного руйнування (МР) охоплює цілий ряд наукових напрямків: накопичення розсіяних пошкоджень, зародження малих тріщин, міцність з урахуванням особливостей структури [4].

МР передуює утворенню макроскопічних тріщин і відноситься до інкубаційного періоду макроскопічного руйнування.

Характерним проявом МР є наявність системи дефектів, що розвиваються в часі, розсіяних в об'ємі та на поверхні навантаженого матеріалу, які по своїх розмірах відносяться до визначеного масштабного рівня.

Слід зазначити, що вивчення закономірностей МР почато порівняно недавно і пов'язане, в основному, з необхідністю обґрунтування граничних станів і прогнозування працездатності високонадійних виробів, експлуатація яких з макроскопічними дефектами неприпустима [26].

Стадійність пошкоджуваності стосовно втомного руйнування можна прослідкувати в таких працях, як [35], де вирішальними вважаються три стадії руйнування:

- 1) інкубаційна стадія і виникнення субмікротріщин;
- 2) стадія утворення і поширення мікротріщин;
- 3) стадія формування і розвитку макротріщини до критичної довжини.

Ці три стадії описані наступним чином [36]:

стадія 1 - накопичення статично розподілених в об'ємі матеріалу окремих мікропор та мікротріщин;

стадія 2 - розвиток тріщин по межах зерен, двійників та смугах ковзання;

стадія 3 - розвиток магістральної тріщини в матеріалі, з існуючою системою маленьких тріщин.

Стадія до виникнення субмікротріщин чи інкубаційна стадія мікро руйнування поєднує процеси локального пластичного деформування, формування неоднорідного об'єму внутрішніх мікронапружень, зародження і розвиток субмікроскопічних дефектів суцільності.

Стадія розвитку макротріщини відноситься до однієї із самих значних проблем механіки руйнування і досліджується досить інтенсивно.

Проте стадія утворення і поширення мікротріщин (МТ), яку можна назвати інкубаційною стадією макроруйнування, дотепер вивчена недостатньо повно.

Процес зародження макротріщини при пружно-пластичному навантаженні [37] можна описати наступним чином:

1. При деформуванні матеріалу існує певний інкубаційний період, коли формується поверхнева макро- зона передруйнування глибиною d , в межах якої виникають мікро- області, де напруження досягають критичних значень, що призводить до утворення системи мікротріщин поблизу поверхневих екструзій та інтрузій, в стійких смугах ковзання, біля поверхневих включень.

2. Структурно короткі тріщини ростуть переважно в площинах дії дотичних напружень. В процесі деформування матеріалу розмір таких тріщин збільшується і відбувається поступовий перехід до руйнування в площинах дії максимальних розтягуючих напружень.

Перша особливість кінетики мікротріщин полягає в тому, що при однаковій амплітуді напружень швидкість росту малих тріщин є вищою ніж макротріщин. Друга - швидкість росту малих тріщин спочатку зменшується зі збільшенням їхньої довжини, а потім при заданій амплітуді навантаження

вони або призупиняються, або знов прискорено ростуть. Перша особливість пов'язана з нижчою границею текучості поверхневих шарів, друга обумовлена фізико-механічними характеристиками зони d , зокрема зміною властивостей матеріалу коло границі переходу від зони d до основного матеріалу. Ця границя переходу є основним фізичним бар'єром для малих тріщин, оскільки з віддаленням від поверхні наростає величина попередньої деформації матеріалу.

3. Якщо інтенсивність напружень біля вершини мікротріщини не забезпечує подолання границі зони d , то тріщина стає не поширюваною. Це спостерігається коли напруження менші границі витривалості матеріалу. При більш високих напруженнях система МТ розвивається шляхом поширення більш сприятливо орієнтованих тріщин або злиттям МТ, поки одна з них не стане домінантною і не вийде за межі зони d .

4. З моменту коли одна з тріщин виходить поза зону передруйнування, процес руйнування контролюється тільки ситуацією в околі її вершини.

Автори в [38] дотримуються тієї точки зору, що руйнування так само як і пластична деформація кристалічних тіл є термоактивованими кінетичними процесами, які взаємно впливають один на одного. Вони протікають одночасно протягом практично всього часу перебування тіла під навантаженням.

У взаємодії пластичної деформації і руйнування автори [38-40] виділяють подвійну роль пластичної деформації в розвитку процесу руйнування. З одного боку, деформація формує високі локальні напруження, сприяючи термофлуктуаційному зародженню мікротріщин, а з іншого вона може зменшувати локальні напруження, що утруднює утворення нових і гальмує розвиток мікротріщин, які вже виникли. Автори підкреслюють, що такий вплив пластичної деформації на

руйнування може виявлятися на всіх його стадіях: від зародження перших мікротріщин до розвитку магістральної тріщини.

На ранньому етапі ріст мікротріщини дуже нерівномірний: короткі періоди (часом, навіть одиничні акти) її приросту чергуються з тривалими зупинками. Така нерівномірність, безсумнівно, є наслідком багатоосередковості зародження тріщин і мікронеоднорідності матеріалу, коли тріщина зрівнюється з його структурними елементами (наприклад, зернами) і границі між ними стають бар'єрами на її шляху. Тривалість періоду зародження тріщини змінюється в широких межах [41] (за різними оцінками від 99 до 30% загальної довговічності) в залежності від характеристик матеріалу, геометрії й умов досліду. У крайніх випадках, якщо напруження нижче межі втоми, другий період зовсім відсутній і, навпаки, при наявності початкових тріщин руйнування починається з їхнього розвитку. Концентрація напружень зазвичай різко скорочує період зародження, не впливаючи на тривалість поширення тріщини. Збільшення розмірів тіла збільшує шлях і, таким чином, у багатьох випадках час розвитку тріщини.

Згідно [41] в першій, - інкубаційній стадії руйнування проходить пластична деформація шляхом ковзання, зосередженого в смугах, що виникають у приповерхневих шарах тіла, яким властива висока технологічна дефектність і знижений опір пластичній деформації. Пластична деформація (перевищуюча деяке значення) супроводжується підвищенням мікротвердості, а також границь текучості і міцності матеріалу, що обумовило первісну назву цієї стадії: період зміцнення. Процеси першої стадії визначаються виникненням і рухом дислокацій і вакансій - дефектів на атомному рівні, наявність яких не призводить до розриву міжатомних зв'язків. Тому ще не можна говорити про несутцільності, а зміни, що відбуваються, є зворотними в тому сенсі, що після розвантаження властивості тіла відновлюються.

Друга стадія - стадія розпушення матеріалу починається з появи субмікроскопічних тріщин (переважно в місцях скупчення дислокації: у

смугах ковзання, біля границь блоків, зерен, двійників, часточок другої фази, включень і т.п., а також коло виходу смуг на поверхню, біля інтрузій та екструзій) в результаті злиття дислокації і вакансій і утворення розривів, обумовлених концентрацією напружень. Виникненню тріщин можуть передувати активовані деформацією локальні структурні зміни матеріалу. В окремих випадках дрібні тріщини чи подібні їм гострі дефекти утворюються ще під час формування матеріалу чи відразу після навантаження в мікрообластях, різкого порушення однорідностей (області навколо включень і т.д.). Надалі субмікротріщини ростуть і зливаються, перетворюючись в мікротріщини. Цей процес (що в значній мірі відповідає першому періоду росту втомної тріщини за Форсайтом) протікає більш нерівномірно: чим більший розмір, тим менша їхня кількість, тому що рух багатьох субмікро- і мікротріщин зупиняється внаслідок наявності перешкод чи у результаті релаксації напружень. Таким чином, другу стадію характеризують порушення суцільності (субмікро- і макротріщини), розмір яких одного порядку з розміром елементів структури матеріалу (блоків, зерен, включень).

Третя стадія розпочинається, коли одна з поміж багатьох мікротріщин, що знаходиться в найбільш сприятливих умовах, перетинає (це пов'язано з подоланням значних енергетичних бар'єрів) границю зерна - одного, другого, декількох - і переростає в макротріщину. Під макротріщиною розуміють тріщину, розмір якої більше характерного розміру (але в початковій стадії порівняний з ним) мінімального об'єму тіла, що внаслідок усереднення локальних властивостей (зміна їх у тілі обумовлена неоднорідністю й анізотропією елементів структури) уже має властивості, визначені на звичайних зразках. Тепер усі процеси концентруються біля фронту макротріщини, а руйнування відбуваються шляхом її стабільного просування. Третя стадія закінчується, коли тріщина досягне критичного розміру.

Перехід між стадіями не є стрибкоподібним, тому визначення їхніх границь неминуче містить деякі умовності. Наприклад [35] розподіл, заснований на такій умовній ознаці, як перевищення тріщиною заданого розміру (наприклад, 1мм чи 1,6мм). Ці умовності можна істотно зменшити, якщо скористатися даним тут визначенням макротріщини і приведеними нижче її ознаками і домовитися вважати мінімальним розмір макротріщини, який дорівнює, наприклад, п'ятьом розмірам елементів структури. Для остаточного рішення цього питання необхідно врахувати практику експерименту.

Таким чином усі стадії руйнування при пружно-пластичному навантаженні можна розділити на два періоди:

- 1) період зародження тріщини (макротріщини) - перші дві стадії;
- 2) період поширення тріщини - наступні дві стадії.

Континуальна механіка пошкоджуваності виходить з того, що зміна з часом механічних властивостей матеріалів феноменологічно можна інтерпретувати як результат накопичення пошкоджень, різних дефектів, мікропор, тріщин. Коли пошкодження досягають небезпечного рівня, відбувається руйнування. Утворення тріщин починається на самих ранніх етапах деформації і пов'язане з ростом наявних і виникненням нових суб- і мікрodefектів. У матеріалі завжди є велика кількість різних дефектів, що призводять до високих місцевих напружень, зменшення міцності (властивості тіла чинити опір діям з боку зовнішнього навантаження). Деформування твердих тіл часто може бути пояснено прихованим руйнуванням і мікрodefектною структурою тіла. Таким чином, оскільки пошкодження тіла істотно впливають на характер його руйнування, то стає очевидним, що і механіка руйнування, і механіка пошкодження покликані вирішити головну прикладну задачу про оцінку запасу міцності твердого тіла

Сучасні методи технічної діагностики дозволяють запускати в експлуатацію несівні елементи конструкцій виробів нової техніки без макродефектів, які є недопустимими зокрема в тих галузях машинобудівного

комплексу, де руйнування приводить до тяжких катастрофічних наслідків. Виходячи з цього, в даних випадках концепція безпечної роботи елементів конструкцій без макродефектів має суттєве обґрунтування, а розробка достовірних методів прогнозування ресурсу на стадії зародження макротріщини – перспективним напрямом в механіці твердого деформівного тіла. Експлуатаційний ресурс на стадії зародження макротріщин, як правило, складає орієнтовно $70 \div 90\%$ загального ресурсу (з врахуванням живучості). Він супроводжується деградацією механічних властивостей конструкційних матеріалів та виникненням об'ємних розсіяних пошкоджень

Для оцінки ступеня впливу пошкоджень на несівну здатність конструктивного елемента необхідно знати закономірності кінетики їх накопичення в залежності від термосилових параметрів експлуатаційного навантаження. У відповідності до прийнятої моделі конструкційного матеріалу (моделі суцільного середовища) використовується феноменологічний (описовий) підхід. Згідно з цим підходом явище описується в залежності від його зовнішнього прояву при різних видах зовнішнього впливу, не вдаючись до суті внутрішніх процесів (зміни в кристалічній решітці, розвитку дислокацій і т.д.).

Феноменологічний підхід найбільш зручний для інженерних розрахунків і передбачає необхідність експериментального вивчення механічних властивостей матеріалів, їх деградацію залежно від термосилових параметрів експлуатаційного навантаження в реальних виробках.

Для інженерного використання на сьогодні найбільш прийнятним є феноменологічний підхід, який базується на основних положеннях континуальної механіки пошкодженості (КМП) - сучасної області механіки деформованого твердого тіла, що динамічно та інтенсивно розвивається в наші дні, основи якої були закладені Ю.М. Работновим разом з Л.М. Качановим [42] і [43]. Вони описали процеси крихкого руйнування металевих матеріалів в умовах одновісної повзучості при одноосьовому навантаженні. Пошкоджуваність сумарно відображає зниження (деградацію) механічних та

експлуатаційних характеристик матеріалу. Щоб сумісний вплив мікродефектів на поведінку матеріалу можна було розглядати на континуальному рівні мікродефекти усереднюються по об'єму матеріалу.

На сьогодні не існує єдиного підходу (концепції) до аналізу закономірностей утворення та розвитку пошкоджень, що ускладнює вибір моделей та критеріїв, які описують формування та накопичення пошкоджень, а також кількісну оцінку даних явищ, враховуючи різні механізми руйнування.

Отримані теоретичні та експериментальні результати обмежені класом простих навантажень і у більшості випадків викладені у незручній для практичного використання формі. Крім того, залишається не вивченим процес накопичення пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах, а також в залежності від виду напруженого стану та історії навантаження.

Побудова теоретичних моделей накопичення розсіяних пошкоджень і руйнування анізотропних конструкційних матеріалів (на стадії зародження макротріщини), а також контролювання та прогнозування характеристик матеріалів у процесі експлуатації вимагає дослідження кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в конструкційних матеріалах під дією різних умов навантаження.

На даний момент, розроблені визначальні рівняння та критерії руйнування для умов одновісного напруженого стану. В багатьох випадках, пошкоджуваність може розглядатися як ізотропна. В той же час, виходячи із різних механізмів руйнування, поки не конкретизовані закономірності кінетики накопичення розсіяних пошкоджень за складного напруженого стану. Для прогнозування ресурсу експлуатації конструкцій на етапі проектування та залишкового ресурсу на стадії експлуатації необхідно мати відповідну модель накопичення розсіяних мікропошкоджень для умов складного напруженого стану.

На початковій стадії розвитку теорії пошкодження трактували як часто емпіричну величину, яку використовували для врахування відхилення реальної поведінки матеріалу від степінного закону повзучості. Ці роботи в подальшому

були розширені для опису узагальненого просторового випадку навантаження. Основна ідея всіх континуальних моделей пошкоджуваності полягає в тому, що фіктивному непошкодженому матеріалу відповідає реальний пошкоджений матеріал. Визначальні рівняння фіктивного матеріалу описуються відомими рівняннями без врахування пошкоджуваності та використанням умовної діаграми деформування. Невідомі визначальних рівнянь реального матеріалу виводяться з рівнянь для фіктивного матеріалу за допомогою принципу еквівалентності, але з урахуванням параметра пошкоджуваності. Континуальна механіка пошкодження дає феноменологічний опис еволюції розсіяних дефектів - мікротріщин, число яких в будь-якому елементарному обсязі передбачається досить великим, що дозволяє описувати цей процес за допомогою усередненого параметра - пошкодження. Цей підхід в останнє десятиліття був розроблений в дусі раціональної механіки суцільних середовищ і придбав чітку форму, в якій пошкодженість виступає в якості додаткового термодинамічного параметра.

Існування сучасного підходу до математичного моделювання процесів накопичення пошкоджень може бути достатньо ясно продемонстровано на прикладі найпростішого одновимірного стану пошкодженості одновісного розтягу зразку.

Розглянемо циліндричний зразок, що розтягується силою P (рис. 1.2). Позначимо через S_0 і S площі поперечних перерізів зразку і початковому непошкодженому і поточному пошкодженому станах відповідно.

У відповідності з класичною теорією Качанова-Работнова [42,43], даний стан внутрішньої пошкодженості зразку може бути представлена за допомогою єдиного скалярного параметру (параметру пошкодженості) D , який являє собою монотонну зростаючу функцію часу $0 < D < 1$, при цьому $D=0$ для початкового непошкодженого стану і $D=1$ для кінцевого стану руйнування.

Зазвичай параметр пошкоджуваності D інтерпретується як відносне скорочення внаслідок розподілених всередині зразку мікрodefектів ефективної площі поперечного перерізу, що несе навантаження. Тому, деградація

характеристик матеріалу пояснюється як поступове зменшення ефективної площі поперечного перетину, яка реально несе розтягуюче зусилля і визначає опір зразка розтягу. В силу такої інтерпретації, дана площа, яка несе навантаження виявляється рівною не S , а деякому меншому значенню S^* і для параметру D існує просте співвідношення

$$1-D=S^*/S \quad (1.19)$$

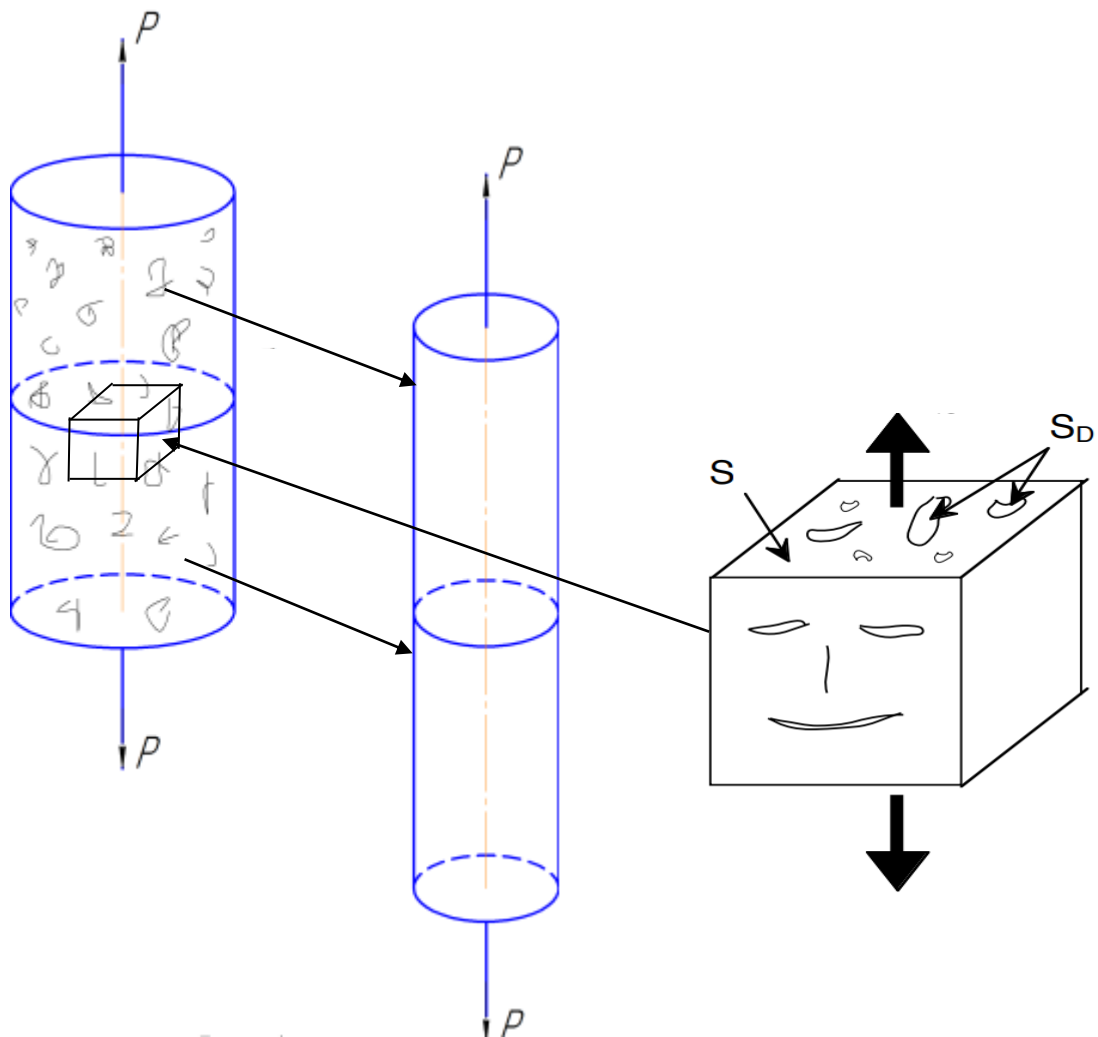


Рис 1.2. Деформований стан з урахуванням пошкодженості

Зрозуміло, що визначений таким чином параметр пошкодженості являє собою геометричну характеристику даного стану пошкодженості, але його еволюція визначається звичайно ж властивостями матеріалу та історією зовнішнього навантаження.

Викликане внутрішнім розподіленням пошкоджень скорочення площі, що несе навантаження розтягу, одразу призводить до важливого уявлення про ефект зростання внутрішніх напружень в дії з розподіленими пошкодженнями. Дійсно, на рівні з напруженням

$$\sigma = P/S \quad (1.20)$$

очевидно потрібно розглянути ефективне напруження

$$\sigma^* = P/S^* \quad (1.21)$$

яке в силу формули (1.19) можна також представити у вигляді

$$\sigma^* = \sigma/(1-D) \quad (1.22)$$

Остання формула виражає ефект підвищення рівня напружень в пошкодженому матеріалі, оскільки $0 \leq D \leq 1$.

Таким чином, можна уявити замість вихідного зразку інший, уявний непошкоджений зразок, площа поперечного перерізу якого дорівнює S^* , що розтягується тією ж силою P (рис. 1.2). Механічний стан подібного зразку повністю еквівалентний даному стану пошкодженого зразку, а зміна геометрії повністю описується параметром пошкоженості D .

Для опису пошкоджень, як безперервних мікроструктурних змін в матеріалі, які викликані деякими необоротними процесами при термомеханічному навантаженні, в літературі по КМП пропонується ряд параметрів, вони включають скалярні величини, вектори та тензори [18,16,44].

Викладені вище поняття, не дивлячись на простоту, являються достатніми передумовами для подальшого розвитку механіки пошкодженого континууму. Зрозуміло, що поняття про геометричну міру пошкоженості, що виражає скорочення даної можливості поверхневих елементів всередині деградуючого континууму і про ефективні напруження, які потребують коректного узагальнення на випадок довільного трьохвимірного стану анізотропної пошкоженості.

Для розрахунків несучої здатності елементів конструкцій в рамках КМП, параметр пошкоджуваності використовують в скалярному, векторному та в

тензорному вигляді, який можна отримати через зміну механічних характеристик матеріалу в відповідному вигляді [42,43,44].

Ефективне напруження представимо в тензорному вигляді, як [42,43]:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1-D} \quad (1.23)$$

де $\tilde{\sigma}_{ij}$ - компоненти ефективного тензора напружень, σ_{ij} - компоненти умовного тензора напруження.

Використовуючи параметр пошкоджуваності D у вигляді скаляра, можна описати зміну в конструкційному матеріалі, яка зв'язана з ростом та поєднанням мікропустот при деформуванні, як функцію [12-17]:

$$D = f\left(\varepsilon_i^{(p)}, \sigma_i, \dots\right) \quad (1.24)$$

де $\varepsilon_i^{(p)}$ - величина поточного значення інтенсивності пластичної деформації, σ_i - величина поточного значення інтенсивності деформації.

У випадку анізотропних матеріалів, де має місце неоднорідності характеристик матеріалу в залежності від напрямку або в умовах складних термосилових навантажень, доцільно використовувати параметр пошкоджуваності у векторному або в тензорному вигляді [9,18], що дозволяє врахувати вплив мікропошкодження в залежності від напрямку.

Величина пошкоджуваності для одного і того ж матеріалу приймає різний характер кінетики накопичення пошкодження та має різну величину критичного значення пошкоджуваності при різних механізмах руйнування. Згідно гіпотези Фрідмана [45] процес руйнування матеріалу розглядається як сукупність дії двох механізмів руйнування – зсуву та відриву, що охоплює такі види руйнування як в'язке, крихке та в'язко-крихке руйнування [45, 46, 47]. Тому загальний параметр пошкоджуваності в векторному вигляді, можна представити у вигляді сумі векторів пошкоджуваності при відриві та при зсуві, як [48,49]:

$$\vec{D} = \vec{D}_\sigma + \vec{D}_\tau \quad (1.25)$$

Де \vec{D}_σ - вектор пошкоджуваності накопиченої від механізму руйнування при відриві, \vec{D}_τ - вектор пошкоджуваності накопиченої від механізму руйнування при зсуві.

Ефективні напруження при відриві – $\tilde{\sigma} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{\sigma}{1 - D}$, ($\sigma > 0$) та зсуві – $\tilde{\tau}$ [50, 51]:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D_\sigma}; \quad \tilde{\tau} = \frac{\tau}{1 - D_\tau}; \quad (1.26)$$

Кінетика накопичення пошкоджуваності в конструкційних матеріалах згідно двох механізмів руйнування визначається залежностями [52]:

$$D_\sigma = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}_{ij}}{E_0}}; \quad D_\tau = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{G}_{kl}}{G_0}} \quad (1.27)$$

де $\tilde{E}_{ij}, \tilde{G}_{kl}$ – поточні модулі пружності за осьового навантаження та кручення; E_0, G_0 – початкові значення модулів пружності на відрив та зсув.

Надійне прогнозування ресурсу конструктивних елементів на етапі проектування, оцінка виробленого і прогноз залишкового ресурсу на етапі експлуатації неможливі без розроблення адекватних моделей процесів розвитку пошкоджуваності для індивідуальних умов експлуатації. Ефективні напруження для випадку об'ємного напруженого стану:

$$\tilde{\sigma}_{ik} = \sum_1^3 C_{iklm} \sigma_{lm} = C_{ijkl}(D) \sigma_{lm} \quad (i, k = 1, 2, 3) \quad (1.28)$$

де $\tilde{\sigma}_{ik} = \tilde{\sigma}_{ki}$ – симетричний тензор ефективних напружень;

C_{iklm} – тензор функції пошкоджуваності четвертого рангу;

σ_{lm} – тензор істинних напружень.

На сьогодні відсутнє єдине математичне формулювання тензора пошкоджень $C(D)$. Наприклад в роботах [16,18,53,54] запропоновані тензори, які характеризуються головними компонентами пошкоджень D_1, D_2, D_3 .

Наступний розвиток теорії відбувався, зокрема, на шляху узагальнення основних положень механіки пошкодженого континууму для випадку трьохвимірному стану анізотропної пошкоджуваності.

1.4 Структурні моделі накопичення пошкоджень

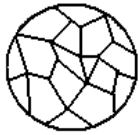
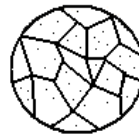
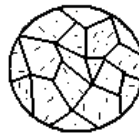
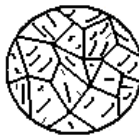

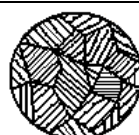
Одним з найбільш істотних факторів, що визначають закономірності деформування і руйнування й обмежуючих адекватність розрахункових методів, є структурна неоднорідність (СН) та анізотропія конструкційних матеріалів.

Зазвичай виділяють дві причини СН [55]. Одна з них пов'язана з технологіями виготовлення матеріалів і деталей і визначається характером процесів плавки, спікання, кристалізації, обробки тиском і різанням, термічної обробки і т.д. Інша причина обумовлена особливостями складу і будови матеріалів (табл. 1.1). Характерною рисою теорії структурно-неоднорідних тіл у порівнянні з класичними підходами механіки суцільного середовища є введення і використання параметрів, що мають розмірність довжини й обумовлених будівлею і властивостями матеріалу. Для полікристалічного матеріалу такими параметрами, зокрема, можуть бути: параметр ґратки - a_0 ; характерний розмір кристаліта - a_1 ($a_1 \gg a_0$); параметр квазіоднорідності - l ($l > a_1$) [56]. Параметр квазіоднорідності l є ключовим при стикуванні результатів, одержуваних методами механіки структурно-неоднорідних і суцільних тіл.

Він визначає масштаб опису явищ у класичних теоріях: на площадках з лінійним розміром l визначається напружено-деформований стан, властивості об'ємів з лінійним розміром l вважаються однорідними й ідентичними властивостям лабораторних зразків.

Таблиця 1.1.

Типи структур і фактори, що визначають структурну неоднорідність.

Будівля матеріалу	Вид структури	Фактори, що визначають структурну неоднорідність
Чисті монокристали		Тип кристалічних ґраток, орієнтація відносно осі навантаження, відсутність дефектів структури $a = 0$
Монокристали з частковими дефектами		Тип кристалічних ґраток, орієнтація відносно осі навантаження, форма і розмір часток, їхній об'ємний склад, особливості розподілу часток, наявність дефектів $a < 10A^\circ$
Монокристали з субмікроскопічними тріщинами		Тип кристалічних ґраток, форма і розмір зерна, конфігурація границь зерна, наявність дефектів – зародження мікротріщини $a = 10 \div 100A^\circ$
Монокристали з мікротріщинами		Тип кристалічних ґраток, форма і розмір часток, їхній об'ємний склад, наявність дефектів $a = 100 \div 2000A^\circ$
Накопичення і об'єднання мікротріщин		Тип кристалічних ґраток, форма і розмір зерна, властивості структурних складових їхній об'ємний склад, наявність дефектів $a = 2 \div 1000\mu\text{м}$
Монокристали з макротріщинами		Тип кристалічних ґраток, форма і розмір зерна, властивості структурних складових їхній об'ємний склад, наявність дефектів $a > 1000\mu\text{м}$

Однак далеко не всі явища можуть бути досить повно описані в масштабах параметра l . Зокрема процеси пошкоджуваності, пов'язані з

розпушенням структури і накопиченням мікрODEфектів, реалізуються в областях, лінійні розміри яких менше параметра квазіоднорідності.

Для звичайних полікристалічних тіл відношення a_1/a_0 має порядок $10^4 \dots 10^7$. Очевидно, що якщо не ввести додатковий масштаб l_0 ($a_0 \ll l_0 \ll a_1$) то цілий ряд явищ у такому широкому діапазоні розмірних рівнів можуть бути не враховані. Перехід до масштабу чи масштабам опису порядку l приводить до необхідності дискретизації тіл, введенню дискретних чи квазідискретних структурних моделей, що оперують поняттями структурний елемент (СЕ), елементарний об'єм, осередок і т.п.

Однак, сучасний стан розвитку структурних моделей обмежується в основному задачами адекватного опису пошкоджуваності в рамках окремих масштабів, що обумовлено складностями при ув'язуванні фізичних явищ на різних розмірних рівнях. Така проблема має перспективу рішення.

Іншою, не менш значимою особливістю структурних моделей є можливість представлення результатів у вірогідному аспекті. Прогнозування основних показників якості матеріалів і властивостей конструкцій з обліком їхньої стохастичної природи, пов'язаної з неоднорідністю структури, є актуальною задачею, особливо для виробів, до яких пред'являються підвищені вимоги по надійності.

Вперше області різних дислокаційних структур при пружно-пластичному деформуванні ГЦК металів і деяких сплавів з урахуванням енергії дефектів упаковки (ЕДУ) були виділені Лейердом і Фелтнером. У цих матеріалах утворюється кілька типів субструктури, що залежать від ЕДУ і напруження і мало мінливих з температурою. Два основних типи структур і відповідні їм мікроскопічні і макроскопічні ознаки, що залежать від амплітуди навантаження були визначені Вудом для міді і латуні як високоамплітудний H та низькоамплітудний F механізми втоми.

Для другого (F механізму) характерно більш утруднене (у порівнянні з H механізмом) ковзання гвинтових дислокацій. Тут також відбувається макроскопічне зміцнення всього зразка, однак зберігається воно переважно в

приповерхньому шарі малої глибини (10...100 мкм) [49]. У ньому створюється двовимірна дислокаційна структура "стінок" чи "ступінчаста" з високою щільністю крайових дислокацій у "стінках" і відносно малою щільністю між ними. Дислокаційним стінкам відповідає утворення поверхневого рельєфу стійких смуг ковзання, що складаються з екструзій і інтрузій. Останні служать місцями зародження мікротріщин і початкового їхнього росту шляхом зсуву в цих смугах.

Розвиток мікротріщини на цій стадії властивий *F* механізму, тривалість її займає істотну частину довговічності, особливо у вакуумі. Даний тип субструктури зберігається аж до дуже низьких температур, при цьому лише скорочується відстань між "стінками". При підвищенні температури *F* механізм може змінитися *H* механізмом. *F* механізм властивий, у першу чергу, ГЦК металам і сплавам із середньою ЕДУ (Cu, Ni) при низьких напруженнях і з низькою ЕДУ (Cu—Al, Cu—Zn, Cu—Ge) у всій області циклічних напружень. У той же час однофазні алюмінієві сплави, у яких ЕДУ зменшується в результаті легування чи зниження температури, не схильні до формування стійких смуг ковзання і двовимірної дислокаційної структури "стінок". При кімнатній температурі і високих напруженнях у сплавах з високої ЕДУ утвориться чарункова структура, а при зниженні температури до 77 °С навіть у чистому алюмінії виникають гомогенні розподілені дислокаційні переплетіння, а при додаванні до алюмінію магнію утворюються дислокаційні петлі і переплетення. *F* механізм втомивий також для сплавів середньої міцності на основі алюмінію, магнію, нікелю, заліза та ін., у яких стійкі смуги ковзання розвиваються внаслідок локального знеміцнення шляхом перерізання зміцнюючих часток дислокаціями.

Четвертий механізм, іменований *B* механізмом, властивий високоміцним сплавам. Специфічні його ознаки - розмаїтість дислокаційних субструктур, що сформувалися в результаті термічного і механічного (холодна деформація, ТМО, обкатування й ін.) зміцнення і стійкість до

подальшого циклічного навантаження. В цьому випадку поверхнєве ковзання відсутнє. Зародження мікротріщин локалізується здебільшого в одному об'ємі на границі фаз, у виключенні, між основною фазою чи включенням у найменш міцній фазі. Особливість даного механізму в тому - дуже тривала стадія зародження мікротріщин і відносно недовга стадія стабільного росту тріщини, що змінюється статичним доломом.

Описані дислокаційні структури формуються при насиченні зміцнення в гладких зразках і обумовлюють зародження втомних тріщин і механізм початкового їхнього розвитку. Таким чином, субструктури визначають швидкість і механізми росту коротких тріщин, що у цьому плані поки не вивчені. При переході мікротріщини до поширення перпендикулярно прикладеним напруженням створюється вторинна дислокаційна структура відповідно до концентрації напружень у вершини тріщини. Ця вторинна субструктура виникає в обмеженій області перед тріщиною, називаною пластичною зоною. Розміри і конфігурація пластичної зони відіграють істотну роль у процесі просування тріщини. Фізичні представлення, засновані на даних і рентгеноструктурного аналізу, дозволяють виділити деякі особливості дислокаційної структури в пластичній зоні, що визначають кінетику втомної тріщини.

По-перше, в більшості матеріалів, у тому числі високоміцних, у вершині тріщини формується тривимірна об'ємна чи субзеренна дислокаційна структура, оскільки напруження тут перевищують границю текучості. Лише в деяких матеріалах з дуже утрудненим поперечним ковзанням у самої вершини з'являються двовимірні утворення (смуги) чи скупчення дислокацій великої щільності. Наприклад, у поверхні зламу латуні 70 Cu—30 Zn виявлені напівспаковані дислокаційні смуги, а в іншій пластичній зоні — двійники деформації.

Докладно обґрунтовані принципи класифікації різних типів структурних моделей викладені в роботі [57]. Автор виділяє два крайніх класи моделей; моделі крихкого руйнування (МКР) і моделі пластичного типу

(МПТ), а також проміжний клас: моделі уповільненого крихкого руйнування (МУКР) і моделі накопичення розсіяних ушкоджень (МНРУ).

В основу МКР покладений принцип відповідальності за міцність сукупності СЕ одного елемента, що володіє в силу випадкових причин мінімальною міцністю. Такий принцип поєднує моделі, що відносяться в теорії надійності до типу найслабшої ланки і системи, що описують складаються з послідовно з'єднаних однотипних елементів. Апарат теорії імовірності, на підставі якого будуються моделі даного типу, відноситься до теорії упорядкованих статистик.

Застосування концепції найслабшої ланки до просторового тіла вперше була запропоновано Вейбуллом, надалі дана концепція одержала розвиток стосовно статичного трактування міцності. Докладний розгляд різних аспектів МКР на основі концепції найслабшої ланки міститься в роботі [58].

МУКР є різновидом МКР і відрізняється від них використанням фактора часу.

У МПТ як і в МКР об'єм чи площа поперечного переріза зразка розбиваються на велике число структурних елементів (СЕ) - N . Однак у МПТ граничний стан визначається відмовою (руйнуванням) не одного СЕ, а всіх N СЕ. У такий спосіб аналогічні моделям надійності систем, що складаються з N паралельно з'єднаних однотипних елементів.

Особливістю МПТ є залежність властивостей моделей від середніх чи близьких до них характеристик СЕ. Для МПТ масштабний ефект і розкид механічних властивостей зразків менш суттєві, чим для МКР [8].

МПТ служать найпростішим наближенням для опису деформування і руйнування реальних матеріалів з випадковою мікроструктурою. Вони використовуються для оцінок статистичних характеристик межі міцності, границі текучості [8], а також для моделювання пластичного деформування при розтязі, повзучості, циклічному навантаженні.

Особливий клас структурних моделей, пов'язаних з тимчасовим описом руйнування окремих СЕ, складають МНРУ [8]. Ці моделі є різновидом МПТ і відрізняються від них тим, що граничний стан об'єму, який пошкоджується, характеризується критичним числом n_* СЕ. Аналогом МНРУ у теорії надійності є моделі, що описують відмову в системах з багаторазовим резервуванням.

За результатами проведеного експерименту [59] - в усіх пластично деформованих зразках виявлено мікротріщини, малі, середні і великі пори різноманітної форми. Розмір дефектів змінюється від 0,02мм. до 0,15мм. У поздовжньому перерізі дефекти частіші, ніж в поперечному і складнішої конфігурації.

Розміри та загальна кількість дефектів у зразках зростають при підвищенні напружень та з накладанням циклічної складової. Якщо за статичного розтягу пори виникали лише в окремих місцях (на повздовжньому перерізі), то після накладання циклічної складової - практично в усіх контрольованих точках повздовжнього та поперечного перерізів і максимальний їх розмір зростає до 50 *мм*.

Особливість деформації розтягування зразків деформованих після короткочасного розтягу є зародження та початок формування мікро тріщин між частинками та біля частинок фаз сплаву (0,04...0,05мм та більше). За присутності циклічної складової на поверхні шліфів навколо деяких частинок фаз (4...5мм у діаметрі) метал "зминається" утворюючи своєрідні бар'єри навколо частинок. Це свідчить про накопичення тут дефектів дислокаційного типу.

Накладення ЦС на розтяг дещо зменшує ширину базових зерен та істотно подрібнює рівновісні зерна проти первісного стану і чистого розтягування. За повзучості подрібнення зерен менш помітне. Проте накладання ЦС на усталеній стадії повзучості приводить до утворення в матеріалі "пакетів" різних за розміром зерен.

Подрібнення зерен збільшує центри зародження пор в алюмінієвому сплаві. Вплив ЦС проявляється у збільшенні розмірів пор та їх густини порівняно з короткотривалим статичним розтягом та повзучістю.

З додаванням Mn в алюмінієві сплави (сплави серії Д16), утворюється дисперсна фаза, яка є бар'єром для дислокацій, сприяє перехресному ковзанню і однорідній деформації матеріалу. У первісному стані в сплаві і в зразках після розтягування виявлено частини другої фази, рівномірно розподілені в матриці. Після деформації частинки розтріскувалися в напрямку, перпендикулярному до дії навантаження на 2-5 скалок залежно від довжини.

Під час пластичної деформації дислокації переміщуються, зерна витягуються і подрібнюються. Під час квазістатичного розтягу на ділянці рівномірної деформації зразка густина дислокацій зростає. Під час комбінованого розтягу завдяки циклічній складовій зароджуються додаткові дислокації і збільшується їх загальна щільність.

Мікроструктури після різних деформацій мають подібні дислокаційні зміни за обох видів навантаження. Проте дислокаційна картина після комбінованого навантаження за менших значень поперечного звуження відповідає структурі після квазістатичного розтягу за більших значень деформації. Тобто дислокаційна густина матеріалу, деформованого комбінованим навантаженням, більша ніж після квазістатичного розтягу за однакових значень деформації. Отже, циклічна складова комбінованого навантаження активізує зародження нових дислокацій, збільшуючи їх загальну кількість у структурі матеріалу.

Експериментально встановлена перехідна ділянка трансформації мікро- в макротріщину, що відображається у початковому сповільненні (або й затримці) і наступному різкому пришвидшенні розвитку тріщини. В кожному матеріалі цей момент фіксується при певній довжині тріщини.

Автори досліджували зародження та ріст тріщин у зразках із алюмінієвого сплаву Д16. По результатах візуальних спостережень виявлено, що після певного інкубаційного періоду, відбувається множинне зародження

мікротріщин довжиною 30...50 мкм. Їхній ріст спочатку гальмується, але згодом одна з них досягши $a \sim 250..300$ мкм, пришвидшує свій розвиток. При цьому довжина тріщини при переході ($\sim 250..300$ мкм) суттєво перевищувала розмір зерна і відстань між включеннями.

Зародження початкової макротріщини завершується, коли домінантна мікротріщина виходить за межі характеристичної зони перед руйнування.

При навантаженні зона підвищеної пластичної деформації, яка має протяжність на один-два порядки меншу за пластичну зону, яка утворилася за перший цикл навантаження. В той же час вона на порядок більша за величину зерна матеріалу. Розмір цієї зони зумовлюється аномалією границі текучості приповерхневих шарів матеріалу та його мікроструктурою.

Під цією зоною розуміємо об'єм матеріалу де відбулися мікро- та макропластичні циклічні деформації й виникла початкова пошкодженість (дефектність) структури. Ця зона і є головним бар'єром для втомних мікротріщин і спричинює специфіку їх росту під час тривалого деформування.

На компактних зразках для алюмінієвих сплавів швидкості росту втомних тріщини не залежать від масштабного чинника [36] (зростає тільки смуга розсіювання результатів експерименту), що також добре узгоджується з результатами отриманими на балкових зразках. Спосіб навантаження ("жорстке" чи "м'яке") також практично не впливає на швидкість росту втомної тріщини.

Таким чином зі зміною розмірів зразків і тріщин, та типу зразків і схеми навантаження у досліджуваних межах, кінетика втомної тріщини у алюмінієвому сплаві Д16 не змінюється.

Для всіх раніше розглянутих моделей накопичення пошкоджень критичний рівень скалярної міри пошкодження приймався рівним одиниці й основна увага акцентувалася на описі шляху пошкоджуваності до цього критичного рівня. Принципи побудови структурних моделей визначають інший відмінний від інших моделей підхід до використання критеріїв

граничних станів. Так крихке руйнування в реальних матеріалах буде лімітуватися руйнуванням одного чи декількох СЕ, а пластичне - групи СЕ.

Виділимо два підходи до рішення даної задачі. Один з них базується на припущенні, що втрата цілісності матеріалу настає якщо поруч з яким-небудь зруйнованим ізолюваним СЕ знайдеться хоча б ще один зруйнований СЕ. Таким чином, критичне значення залежить від числа СЕ в групі, відповідальній за початок руйнування.

Інший підхід, що одержав розвиток останнім часом, базується на використанні при обґрунтуванні критичного числа СЕ положень теорії протікання (перколяції). Відповідно до даної теорії граничний стан системи, що складається з великої кількості складових елементів, визначається умовами утворення нескінченного кластера, що формується шляхом об'єднання сусідніх "пошкоджених" елементів. Для формування такого фракталу незалежно від виду системи й умов "пошкодження" елементів необхідна наявність визначеного відносного числа довільно розсіяних у системі "ушкоджених" елементів: для об'ємного випадку - 0,17, а для плоского – 0,5. Використання теорії перколяції для рішення задач прогнозування граничних станів при пошкоджуваності має великі перспективи, що обумовлено основною особливістю даної теорії – відображенням фундаментальних ознак подоби множинного руйнування. У той же час необхідно відзначити, що при реальних процесах множинного руйнування критичні значення пошкодження, що відповідають теорії перколяції, повинні бути значно меншими через ефекти концентрації напружень у локальних областях, що межують з дефектами.

Обґрунтований вибір масштабу, що є кількісною характеристикою розмірного параметра СЕ, відноситься до ключової задачі побудови структурних моделей і опису багатомасштабності і багатостадійності руйнування.

Очевидно, що той чи інший масштаб ушкодження повинен вибиратися з умови локалізації у визначеній розмірній області реальних фізичних

проявів чи руйнування структурних перетворень. У більшості структурних моделей оперується гіпотетичними СЕ, чи все різноманіття структурної неоднорідності зводиться до розмірів кристалітів.

Як відзначається в роботі [8], одним з можливих підходів до побудови моделей може бути наступний; приймається один з рівнів структури за вихідний, постулюються властивості матеріалу на цьому рівні і спосіб взаємодії елементів структури. За допомогою побудованої моделі прогнозується поведінка матеріалу на більш високому розмірному рівні.

Структурні моделі є ефективними, сучасними засобами опису процесів накопичення розсіяних пошкоджень, що виявляються в зародженні локальних об'ємів мікроруйнування. Такий характер руйнування називають множинним. Йому відповідає цілий ряд індивідуальних особливостей, облік яких у ряді випадків є вирішальним при моделюванні явищ вичерпання міцності твердих тіл.

Висновки та постановка задачі досліджень

Показано, що на сьогодні ще не визначено повною мірою параметр, який однозначно описував би процес накопичення мікропошкоджень в анізотропному конструкційному матеріалі.

В результаті проведеного критичного аналізу існуючих експериментально-теоретичних методів та концепцій в описанні пошкоджуваності, а також феноменологічних моделей накопичення мікропошкоджень та аналізу основних підходів та експериментальних методів визначення кінетики накопичення пошкоджень в анізотропних металічних конструкційних матеріалах ула сформульована задача і мета дослідження. Мета роботи – на основі теоретичних та комплексних експериментальних досліджень перевірити достовірність існуючих та розробити нову узагальнену феноменологічну модель накопичення розсіяних пошкоджень з урахуванням параметрів анізотропії в конструкційних матеріалах при пружно-пластичному деформуванні.

Для досягнення поставленої мети в роботі необхідно було вирішити такі задачі:

- провести комплекс експериментальних досліджень по визначенню кінетики накопичення пошкоджуваності в анізотропних конструкційних матеріалах;
- перевірити підходи для експериментального визначення (оцінки) параметру пошкоджуваності методом зміни модуля пружності, що базуються на концепції еквівалентності деформацій, приросту додаткової пружної енергії та еквівалентності пружної енергії;
- проаналізувати зв'язок анізотропії вихідних механічних характеристик та параметра пошкоджуваності в конструкційних матеріалах в процесі пружно-пластичного деформування;
- перевірити достовірність та встановити границі використання сучасних феноменологічних моделей накопичення мікропошкоджень для умов пружно-пластичного деформування;
- розробити та експериментально обґрунтувати отриману узагальнену феноменологічну модель пошкоджуваності та межі її використання шляхом порівняння розрахункових та експериментальних даних для сучасних конструкційних матеріалів.

РОЗДІЛ 2

МОДЕЛЮВАННЯ КІНЕТИКИ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ В АНІЗОТРОПНИХ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛАХ ПРИ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОМУ ДЕФОРМУВАННІ

2.1 Анізотропний стан пошкоджуваності

Метою даного опису являється з однієї сторони суворе формальне обґрунтування і уточнення основних положень трьохвимірної теорії анізотропної пошкодженості, а з іншої – її подальший розвиток на основі нового підходу до моделювання анізотропії, викликаній трьохмірним розподіленням пошкоджень[14].

Відмінною рисою запропонованого підходу до тензорного уявлення пошкодженості являється з однієї сторони можливість чітко визначити і ясно інтерпретувати тензорну міру пошкодженості (в цьому плані робота являється формалізацією підходу [60]), а з другої – явно вирахувати тензор пошкодженості на експериментальних діаграмах орієнтованого розподілення пошкодженості. На основі теорії, що розвивається в даній роботі, з'являється можливість вести нову симетричну тензорну міру зростання внутрішніх напружень в анізотропно- пошкодженому тілі, інтерпретація власних елементів якої узгоджується з геометричною і механічною інтерпретацією власних елементів як тензора пошкодженості, так і тензора напружень Коші.

Акуратний аналітичний опис пошкодженого стану являє собою доволі складну проблему. Не вникаючи в деталі всього різноманіття підходів до моделювання анізотропної пошкодженості, слід зазначити праці Крайчіновича [18], де наявний достатньо повний список робіт, присвячених тензорним мірам пошкодженості.

Еквівалентна конфігурація континууму з внутрішнім розподілом пошкодженостей. Як було вказано вище, розподіл мікродефектів всередині континууму приводить до феноменологічної точки зору до скорочення

реальної несучої здатності поверхневих елементів континууму. В рамках математичної моделі це скорочення, що залежить очевидно від орієнтації елемента, може бути описане, як це показано нижче, за допомогою симетричного тензору другого рангу, який має простий геометричний сенс. Тому, згідно [14], почнемо з геометричного розгляду поточного стану пошкодженості континуума.

Розглянемо континуум з внутрішнім розподілом пошкоджень в поточному деформованому стані B_t . Позначимо через \mathbf{x} положення в просторі матеріальної точки континуума, яка до деформації займала положення \mathbf{X} у відліковій (яку також будемо вважати непошкодженою) конфігурації B_0 .

Відображення $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{x}$ визначає деформацію континууму. Позначимо через \mathbf{F} градієнт деформації

$$\mathbf{F} = \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X} = (\nabla_R \otimes \mathbf{x})^T \quad (2.1)$$

Якщо через \mathbf{I}_k та \mathbf{i}_k позначити локальні базисні вектори конвективної системи координат у відліковій та поточній конфігураціях відповідно, то справедлива також формула $\mathbf{i}_k = \mathbf{F} \mathbf{I}_k$.

Виберемо довільно елемент об'єму dV , локалізований в області точки \mathbf{X} відлікової конфігурації, а через dv позначимо його деформований образ, локалізований в області точки \mathbf{x} поточної конфігурації. Внаслідок трьохмірного розподілу мікродефектів, несуча навантаження площа плоского елемента, вибраного довільно всередині елемента об'єму dv , буде меншою за геометричну площу цього елемента. Тому пошкоджений плоский елемент можна замінити непошкодженим плоским елементом зі скороченими геометричними розмірами та вважати обидва елементи еквівалентними. Якщо елемент об'єму dv розкласти на множину плоских пошкоджених елементів, а потім змінити кожен пошкоджений елемент на еквівалентний йому, то зібравши уже непошкоджені елементи, отримаємо еквівалентний непошкоджений елемент об'єму.

Спотворення геометрії пошкодженого елементу при описаній вище його трансформації в еквівалентний непошкоджений елемент визначає тензор другого рангу, який будемо називати фіктивною дисторсією пошкодженого елементу та позначати через \mathbf{G} .

Якщо тепер кожен елемент континууму в його поточному пошкодженому стані замінити еквівалентним непошкодженим елементом, а потім зробити збірку еквівалентних елементів в одне тіло, то отримаємо конфігурацію, яку, згідно [14,60], будемо називати еквівалентною конфігурацією пошкодженого континууму B_t^* . Указані вище три конфігурації B_0 , B_t , B_t^* зображені на рис.2.1, причому конфігурація B_t^* , можливо, складається з несумісних в єдине ціле тіло елементів.

Позначимо через \mathbf{x}^* положення в еквівалентній конфігурації матеріальної точки, яка в поточній пошкодженій конфігурації займала положення \mathbf{x} , а через dv^* - деформований в результаті переходу в еквівалентний непошкоджений стан елемент об'єму dv .

Відмітимо дві важливі обставини. Перш за все зрозуміло, що введена вище еквівалентна конфігурація не визначена однозначно, тому що збірка еквівалентних елементів об'єму в єдине тіло може бути здійснена багатьма різними способами. Можна навіть вказати степінь: положення еквівалентного елементу визначається з точністю до обертання його як жорсткого цілого. І друге важливе зауваження. Оскільки, взагалі кажучи, фіктивні дисторсії пошкоджених елементів об'єму несумісні, то не існує неперервного поля переміщень з поточної конфігурації в еквівалентну і відображення $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}^*$ не являється гладким. Щоб відновити гладкість цього відображення, необхідно розглядати еквівалентну конфігурацію як трьохмірне Ріманове різноманіття [60], метрика якого $g_{\alpha\beta}^*$ визначається фіктивною дисторсією \mathbf{G} :

$$g_{\alpha\beta}^* = i_{\alpha}^* \cdot i_{\beta}^* \quad (2.2)$$

де вектори i_{α}^* ($\alpha=1, 2, 3$) являються образами базисних векторів i_{α} ($\alpha=1, 2, 3$) при трансформації в еквівалентний стан:

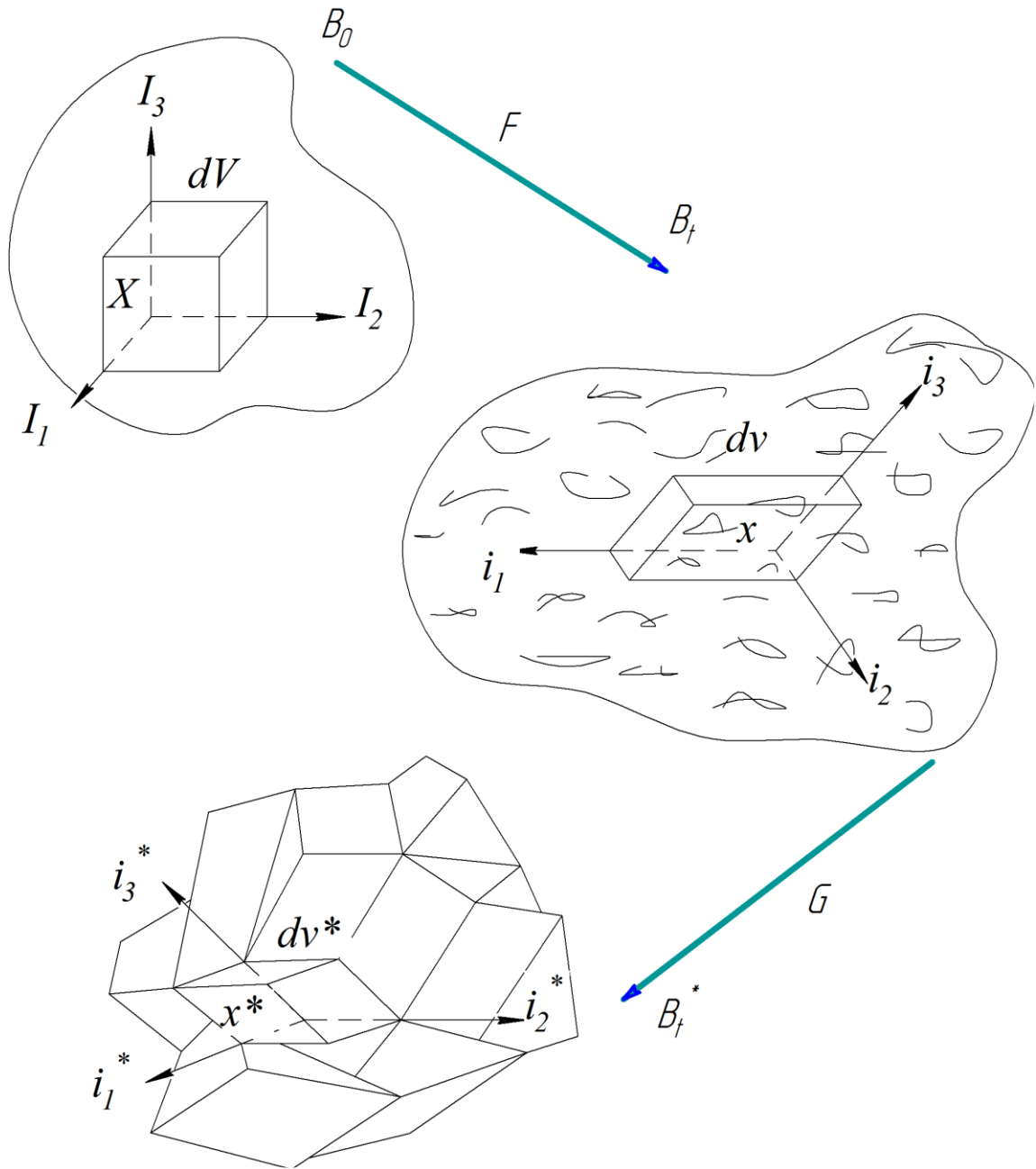


Рис.2.1 Еквівалентна конфігурація пошкодженого континууму

$$i_{\alpha}^* = G \cdot i_{\alpha} \quad (2.3)$$

Ще раз підкреслимо, що метрика $g_{\alpha\beta}^*$ на відміну від метрики поточного пошкодженого стану $g_{\alpha\beta}$ не являється евклідовою і, тому, тензор Рімана Крістоффеля не зникає:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta}^* \neq 0 \quad (2.4)$$

Визначення та координатне подання тензора пошкодженості. Визначені вище поняття про еквівалентну конфігурацію та фіктивну дисторсію пошкоджених елементів являються ключовими для коректної побудови тензорної міри анізотропної пошкодженості та її наступної механічної інтерпретації. Як буде показано зараз, тензор пошкодженості може бути визначений тільки через тензор фіктивної дисторсії \mathbf{G} .

Розглянемо тензор фіктивної дисторсії \mathbf{G} . Рівності (2.3) можна розглядати як формальне визначення тензора \mathbf{G} та отримати, як наслідок, наступний вираз:

$$\mathbf{G} = \mathbf{i}_\alpha^* \otimes \mathbf{i}^\alpha \quad (2.5)$$

Щоб вирахувати зміну площі пошкодженого плоского елемента при його трансформації в еквівалентний непошкоджений елемент, розглянемо всередині об'єму dv довільно орієнтований плоский елемент PQR (рис. 2.2), який представимо за допомогою вектора $d\mathbf{A} = \mathbf{n}dA$, де \mathbf{n} – одиничний вектор нормалі, dA – площа елемента PQR .

Еквівалентний непошкоджений елемент $P^*Q^*R^*$ в свою чергу представляється вектором $d\mathbf{A}^* = \mathbf{n}^*dA^*$.

У відповідності з визначенням тензора \mathbf{G} справедливі наступні співвідношення:

$$\overline{P^*Q^*} = \mathbf{G}\overline{PQ}, \quad \overline{P^*R^*} = \mathbf{G}\overline{PR} \quad (2.6)$$

Далі, слідуючи [14], використовуючи останню формулу, за допомогою теореми Нансона, можна отримати наступне рівняння, яке зв'язує векторні елементи площі $d\mathbf{A}$ і $d\mathbf{A}^*$:

$$d\mathbf{A}^* = \frac{1}{2} \overline{P^*Q^*} \times \overline{P^*R^*} = \frac{1}{2} (\mathbf{G}\overline{PQ}) \times (\mathbf{G}\overline{PR}) = (\det \mathbf{G}) \mathbf{G}^{-T} d\mathbf{A} \quad (2.7)$$

Визначаємо тензор \mathbf{D} за допомогою співвідношення [14]:

$$\mathbf{I} - \mathbf{D} = (\det \mathbf{G}) \mathbf{G}^{-T} \quad (2.8)$$

де \mathbf{I} – одиничний тензор, рівняння (1.19) може бути виражене в формі

$$dA^* = (I - D)dA$$

(2.9)

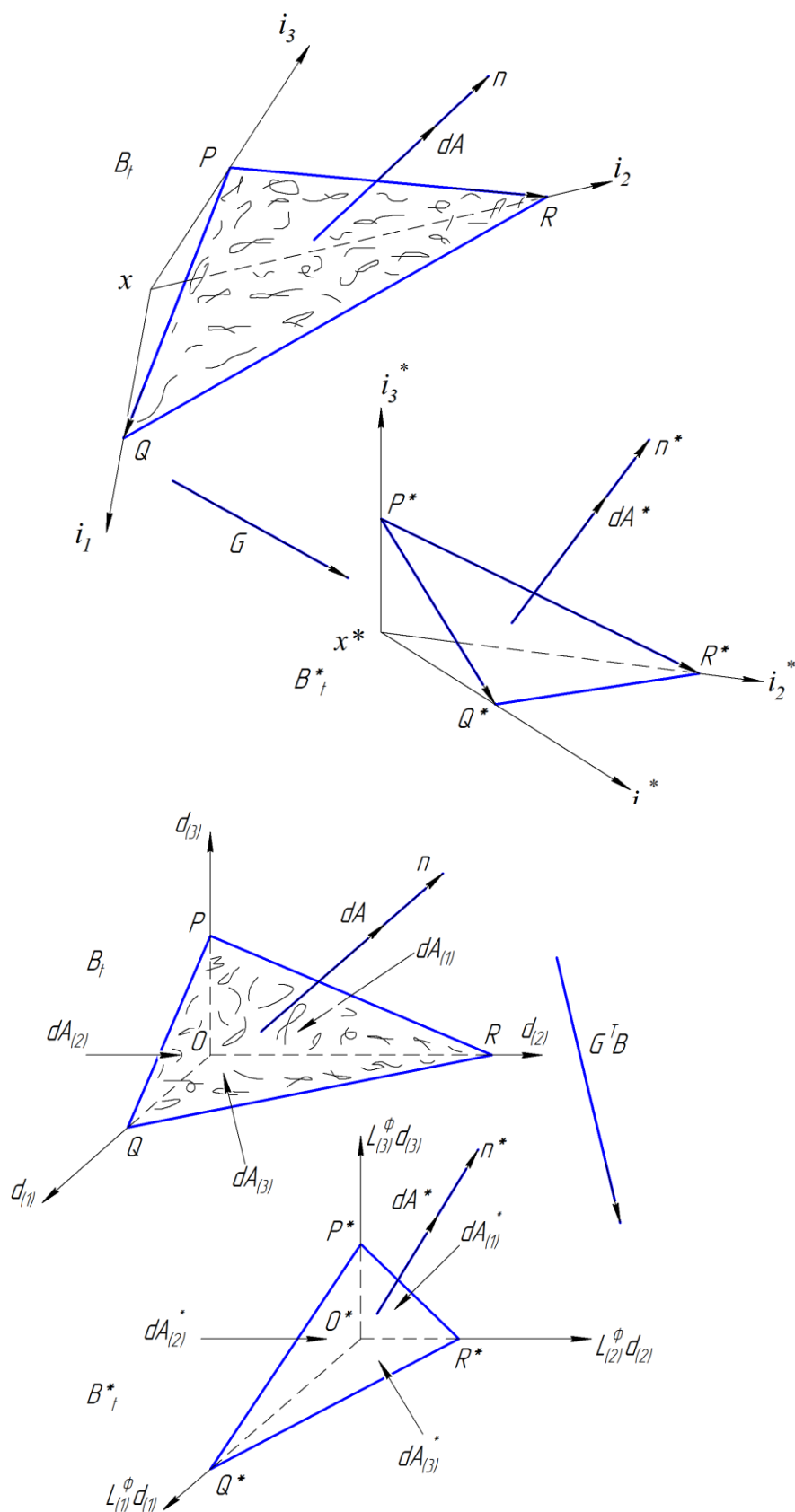


Рис. 2.2 Трансформація площі пошкодженого плоского елемента в еквівалентний непошкоджений елемент

Останнє рівняння показує, що тензор **D** повністю визначає орієнтацію і площу еквівалентного непошкодженого елементу і в принципі може бути прийнятий в якості тензорної міри пошкодженості, як це було зроблено в роботі [14]. Однак, слідуючи з визначень (2.8), тензор **D**, взагалі кажучи, несиметричний, що визиває значні труднощі при його інтерпретації. Тому, продовжимо міркування, щоб знайти більш підходящу міру.

Як було відмічено раніше, еквівалентне пошкоджене тіло може бути зібрано в одне ціле з еквівалентних елементарних об'ємів багатьма способами. Також зрозуміло, що обертання еквівалентних елементів в процесі збірки слід виключити, що рівносильно вимозі симетричності тензора фіктивної дисторсії **G**. Однак, можна вважати тензор **G** несиметричним та врахувати вказану інваріантність відносно обертань еквівалентних елементів наступним чином.

Перемножимо скалярно ліву та праву частини рівняння (2.7) самі на себе. В результаті отримаємо співвідношення

$$dA^* \cdot dA^* = (\det G)^2 (dA)^2 |G^{-T} n|^2 \quad (2.10)$$

підставляючи яке в наступну очевидну рівність

$$|G^{-T} n|^2 = \text{tr} [G^{-1} G^{-T} (n \otimes n)] \quad (2.11)$$

отримаємо

$$dA^* / dA = (\det G) \sqrt{\text{tr} [G^{-1} G^{-T} (n \otimes n)]} \quad (2.12)$$

Останнє рівняння виражає скорочення ефективної, несучої навантаження площі в залежності від орієнтації плоского пошкодженого елементу та дозволяє коректно ввести симетричний тензор пошкодженості.

Введемо в рівняння (2.12), користуючись формулою (2.7), тензор **D**, в результаті отримаємо наступне рівняння:

$$dA^* / dA = \sqrt{\text{tr} [(I - D)^T (I - D) (n \otimes n)]} \quad (2.13)$$

Визначимо тензор другого рангу **Φ** за допомогою наступного співвідношення:

$$\mathbf{I} - \Phi = \sqrt{(\mathbf{I} - \mathbf{D})^T (\mathbf{I} - \mathbf{D})} \quad (2.14)$$

Таке визначення є коректним, оскільки під корнем знаходиться симетричний додатньо-визначений тензор.

В силу визначення тензор Φ є симетричним та додатньо визначеним, тому його власні значення $\Phi_{(\alpha)}$ задовольняють наступній нерівності

$$1 - \Phi_{(\alpha)} > 0 \quad (\alpha = 1, 2, 3) \quad (2.15)$$

Покажемо, що оберտальна складова тензора $\mathbf{I} - \mathbf{D}$ виявляється виключеною.

Розглянемо полярний розклад Коші тензора $\mathbf{I} - \mathbf{D}$:

$$\mathbf{I} - \mathbf{D} = \Lambda \mathbf{Y} \quad (2.16)$$

де Λ – ортогональний тензор, \mathbf{Y} – симетричний додатньо-визначений тензор. Підставляючи цей розклад в формулу (1.26), отримаємо:

$$\mathbf{I} - \Phi = \sqrt{\mathbf{Y} \Lambda^T \Lambda \mathbf{Y}} = \mathbf{Y} \quad (2.17)$$

Розклад (2.16) може бути також представлений у вигляді:

$$\mathbf{I} - \mathbf{D} = \Lambda (\mathbf{I} - \Phi) \quad (2.18)$$

Виключаючи оберտальну частину, тобто вважаючи $\Lambda = \mathbf{I}$, отримаємо рівність двох тензорних мір пошкодженості: $\mathbf{D} = \Phi$

Тензор \mathbf{D} в роботі [14] був названий тензором пошкодженості. Збережемо цю назву, але за тензором Φ .

Тензор пошкодженості визначає скорочення площі, несучої навантаження, плоского елемента з нормаллю \mathbf{n} по формулі (див. рівняння (2.13), (2.12)):

$$dA^* / dA = \left[\text{tr}(\mathbf{I} - \Phi)^2 (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \right]^{1/2} \quad (2.19)$$

Зрівнюючи вирази (2.16) і (2.19) для відношення площі пошкодженого і еквівалентного елементів, можна отримати наступне представлення тензора пошкодженості через фіктивну дисторсію:

$$\mathbf{I} - \Phi = \left[\mathbf{G}^{-1} \mathbf{G}^{-T} / \det(\mathbf{G}^{-1} \mathbf{G}^{-T}) \right]^{1/2} \quad (2.20)$$

Як слідує з останнього рівняння, тензор $(\mathbf{I} - \Phi)^2$ повністю аналогічний тензорній мірі деформації Фінгера [61].

Розглянемо координатне представлення тензора пошкоджуваності. Для цього симетричний тензор, що знаходиться під корнем в рівнянні (2.20), представимо, користуючись рівністю Гамільтона-Келі [61], в наступному вигляді:

$$\mathbf{G}^{-1}\mathbf{G}^{-T} / \det(\mathbf{G}^{-1}\mathbf{G}^{-T}) = (\mathbf{G}^T\mathbf{G})^2 - \mathbf{I}_{\mathbf{G}^T\mathbf{G}} \mathbf{G}^T\mathbf{G} + \Pi_{\mathbf{G}^T\mathbf{G}} \mathbf{I} \quad (2.21)$$

де $\mathbf{I}_{\mathbf{G}^T\mathbf{G}}$ та $\Pi_{\mathbf{G}^T\mathbf{G}}$ - головні інваріанти тензора $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$.

В силу формули (2.5) маємо

$$\mathbf{G}^T\mathbf{G} = g_{\alpha\beta}^* \mathbf{i}^\alpha \otimes \mathbf{i}^\beta \quad (2.22)$$

Постановка останнього виразу в (2.21) і підрахунок інваріантів тензора $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$ приводять до наступної формули для компонент тензора $(\mathbf{I} - \Phi)^2$ відносно конвективної системи координат поточного пошкодженого стану:

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \Phi)_{\gamma\lambda}^2 = & g_{\gamma\beta}^* g_{\mu\lambda}^* g^{\beta\mu} - g_{\gamma\lambda}^* g_{\alpha\beta}^* g^{\alpha\beta} + \\ & + \frac{1}{2} \left[(g_{\alpha\beta}^* g^{\alpha\beta})^2 - g_{\alpha\beta}^* g_{\mu\nu}^* g^{\beta\mu} g^{\alpha\nu} \right] g_{\gamma\lambda} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Підставляючи цей вираз в рівняння (2.19), отримаємо також

$$\begin{aligned} (d\mathbf{A}^* / d\mathbf{A})^2 = & g_{\alpha\beta}^* g_{\mu\nu}^* g^{\beta\mu} n^\nu n^\alpha - g_{\alpha\beta}^* g_{\mu\nu}^* g^{\alpha\beta} n^\mu n^\nu + \\ & + \frac{1}{2} \left[(g_{\alpha\beta}^* g^{\alpha\beta})^2 - g_{\alpha\beta}^* g_{\mu\nu}^* g^{\beta\mu} g^{\alpha\nu} \right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

Формули (2.23), (2.24) показують, що тензор пошкоженості є ізометричним інваріантом як поточної пошкодженої, так і еквівалентної непошкодженої конфігурації, тобто не змінюється при будь-яких трансформаціях вказаних конфігурацій, при яких метрики $g_{\alpha\beta}$, $g_{\alpha\beta}^*$ залишаються незмінними.

Таким чином, еквівалентна непошкоджена конфігурація визначена також з точністю до її ізометричної трансформації.

Закінчуючи на цьому дослідження формальних властивостей тензора пошкодженості, перейдемо до змістовної інтерпретації власних елементів тензора пошкодженості.

2.2 Визначальні рівняння деформаційної теорії анізотропних матеріалів при простому навантаженні

Для моделювання анізотропного тіла еквівалентним ізотропним розглянемо виділений елемент ортотропного тіла, що пов'язаний з ортогональною системою координат 1,2,3, що в свою чергу збігається з головними осями анізотропії [62,63,64]. Вважаємо відомими залежності між напруженнями і пластичними деформаціями при одновісному розтягуванні в напрямках 1,2,3:

$$\sigma'_1 = \sigma'_1(\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \varepsilon'_3); \quad \sigma''_2 = \sigma''_2(\varepsilon''_1, \varepsilon''_2, \varepsilon''_3); \quad \sigma'''_3 = \sigma'''_3(\varepsilon'''_1, \varepsilon'''_2, \varepsilon'''_3); \quad (2.25)$$

Вважаємо, що існує таке ізотропне тіло, що еквівалентне даному анізотропному, що під дією компонент тензорів напружень $\bar{\sigma}'_j$, $\bar{\sigma}''_j$, $\bar{\sigma}'''_j$ $j=(1,2,3)$, приймає такі ж самі пластичні деформації, як анізотропне тіло під дією відповідних напружень σ'_1 , σ''_2 , σ'''_3 відповідно (рис. 2.3).

Причому компоненти тензорів $\bar{\sigma}'_j$, $\bar{\sigma}''_j$, $\bar{\sigma}'''_j$ відповідно пропорційні напруженням σ'_1 , σ''_2 , σ'''_3 :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}'_1 &= \lambda'_1 \sigma'_1 & \bar{\sigma}''_1 &= \lambda''_1 \sigma''_2 & \bar{\sigma}'''_1 &= \lambda'''_1 \sigma'''_3 \\ \bar{\sigma}'_2 &= \lambda'_2 \sigma'_1 & \bar{\sigma}''_2 &= \lambda''_2 \sigma''_2 & \bar{\sigma}'''_2 &= \lambda'''_2 \sigma'''_3 \\ \bar{\sigma}'_3 &= \lambda'_3 \sigma'_1 & \bar{\sigma}''_3 &= \lambda''_3 \sigma''_2 & \bar{\sigma}'''_3 &= \lambda'''_3 \sigma'''_3 \end{aligned} \quad (2.26)$$

де λ'_j , λ''_j , λ'''_j - коефіцієнти анізотропії. При об'ємному напруженому стані анізотропного тіла сумарна дія головних напружень σ_1 , σ_2 , σ_3 на дане анізотропне тіло буде еквівалентна дії трьох тензорів $\bar{\sigma}'_j$, $\bar{\sigma}''_j$, $\bar{\sigma}'''_j$ на модельне ізотропне тіло [62,63,64] (рис. 2.4).

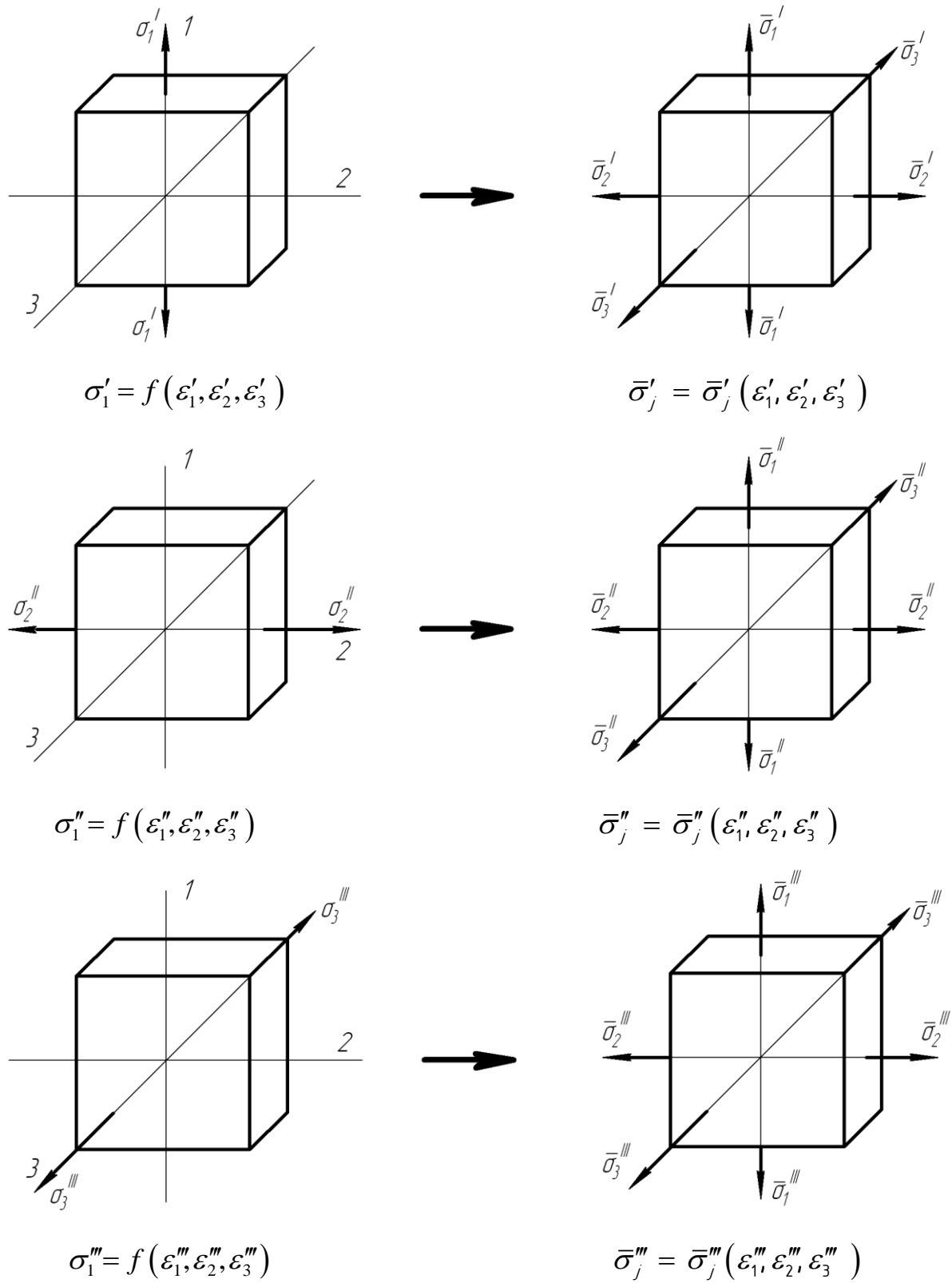


Рис. 2.3 Схема моделирования

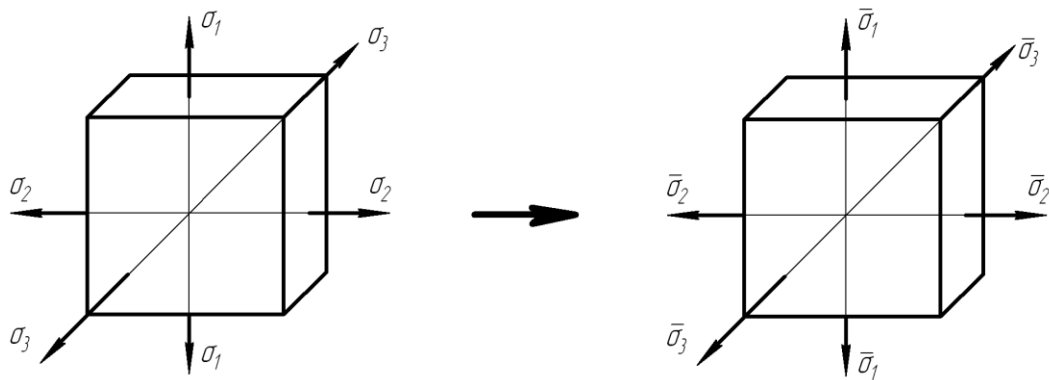


Рис. 2.4 Моделювання складного напруженого стану

Компоненти даного тензора $\bar{\sigma}_j$ з врахуванням (2.26) будуть пов'язані з компонентами тензора σ_j , що діє на анізотропне тіло, наступним чином:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_1 &= \bar{\sigma}'_1 + \bar{\sigma}''_1 + \bar{\sigma}'''_1 = \lambda'_1 \sigma_1 + \lambda''_1 \sigma_2 + \lambda'''_1 \sigma_3 \\ \bar{\sigma}_2 &= \bar{\sigma}'_2 + \bar{\sigma}''_2 + \bar{\sigma}'''_2 = \lambda'_2 \sigma_1 + \lambda''_2 \sigma_2 + \lambda'''_2 \sigma_3 \\ \bar{\sigma}_3 &= \bar{\sigma}'_3 + \bar{\sigma}''_3 + \bar{\sigma}'''_3 = \lambda'_3 \sigma_1 + \lambda''_3 \sigma_2 + \lambda'''_3 \sigma_3\end{aligned}\quad (2.27)$$

Отже, задача про визначення деформованого стану анізотропного тіла при будь-якому виді напруженого стану з головними напруженнями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ зводиться до розрахунку деформованого стану еквівалентного ізотропного тіла під дією головних напружень $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3$.

Для розрахунку пластичних деформацій ізотропного тіла при простому навантаженні використаємо рівняння теорії малих пружно-пластичних деформацій [65, 66], які з врахуванням умови про нестисненість тіла при пластичному деформуванні ($\varepsilon_0 = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = 0$), мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} (\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_0) \\ \varepsilon_2 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_0) \\ \varepsilon_3 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} (\bar{\sigma}_3 - \bar{\sigma}_0)\end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

де $\bar{\sigma}_i, \varepsilon_i$ - інтенсивність напружень і пластичних деформацій, $\bar{\sigma}_0$ - середнє напруження, $\bar{\sigma}_0 = \frac{1}{3}(\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3)$.

Якщо враховувати, що середнє напруження не суттєво впливає на пластичне деформування ізотропних тіл, то можна прийняти, що тензори $\bar{\sigma}'_j, \bar{\sigma}''_j, \bar{\sigma}'''_j$, а значить і тензор $\bar{\sigma}_j$ є по суті девіатором, а значить:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}'_1 + \bar{\sigma}'_2 + \bar{\sigma}'_3 &= 0 \\ \bar{\sigma}''_1 + \bar{\sigma}''_2 + \bar{\sigma}''_3 &= 0 \\ \bar{\sigma}'''_1 + \bar{\sigma}'''_2 + \bar{\sigma}'''_3 &= 0 \\ \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Тоді співвідношення (2.28) приймуть вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} \bar{\sigma}_1 \\ \varepsilon_2 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} \bar{\sigma}_2 \\ \varepsilon_3 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} \bar{\sigma}_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Виражаючи напруження в модельному ізотропному тілі через напруження в анізотропному тілі за допомогою співвідношення (2.27), одержимо визначальні рівняння теорії пластичності ортотропного тіла:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} (\lambda'_1 \sigma_1 + \lambda''_1 \sigma_2 + \lambda'''_1 \sigma_3) \\ \varepsilon_2 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} (\bar{\sigma}_2 \lambda'_2 \sigma_1 + \lambda''_2 \sigma_2 + \lambda'''_2 \sigma_3) \\ \varepsilon_3 &= \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\bar{\sigma}_i} (\bar{\sigma}_3 \lambda'_3 \sigma_1 + \lambda''_3 \sigma_2 + \lambda'''_3 \sigma_3) \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Узагальнена крива деформування $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i(\varepsilon_i)$ для еквівалентного ізотропного тіла, яка є інваріантною до виду напруженого стану може бути

визначена за результатами випробувань на одновісний розтяг анізотропного тіла в одному із трьох напрямків.

При розтягуванні в напрямку 1:

$$\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}'_i = \sqrt{3} \sqrt{(\bar{\sigma}'_1)^2 + (\bar{\sigma}'_2)^2 + (\bar{\sigma}'_1)(\bar{\sigma}'_2)}$$

Враховуючи залежності (2.26), отримаємо:

$$\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}'_i = \sqrt{3} \sqrt{(\lambda'_1)^2 + (\lambda'_2)^2 + (\lambda'_1)(\lambda'_2)}$$

Позначаючи $\lambda'_i = \sqrt{3} \sqrt{(\lambda'_1)^2 + (\lambda'_2)^2 + (\lambda'_1)(\lambda'_2)}$, маємо

$$\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}'_i = \lambda'_i \sigma'_i \quad (2.32)$$

Інтенсивність деформацій

$$\varepsilon'_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varepsilon'_1)^2 + (\varepsilon'_2)^2 + \varepsilon'_1 \varepsilon'_2} \quad (2.33)$$

Аналогічні формули отримаємо при розтягуванні в напрямку 2:

$$\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}''_i = \lambda''_i \sigma''_i, \quad (2.34)$$

де

$$\begin{aligned} \lambda''_i &= \sqrt{3} \sqrt{(\lambda''_1)^2 + (\lambda''_2)^2 + \lambda''_1 \lambda''_2} \\ \varepsilon''_i &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varepsilon''_1)^2 + (\varepsilon''_2)^2 + (\varepsilon''_1)(\varepsilon''_2)} \end{aligned} \quad (2.35)$$

в напрямку 3:

$$\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}'''_i = \lambda'''_i \sigma'''_i \quad (2.36)$$

де

$$\begin{aligned} \lambda'''_i &= \sqrt{3} \sqrt{(\lambda'''_1)^2 + (\lambda'''_2)^2 + (\lambda'''_1)(\lambda'''_2)} \\ \varepsilon'''_i &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varepsilon'''_1)^2 + (\varepsilon'''_2)^2 + (\varepsilon'''_1)(\varepsilon'''_2)} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Інтенсивність напружень в еквівалентному ізотропному тілі об'ємного напруженого стану анізотропного тіла:

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{3} \sqrt{\bar{\sigma}_1^2 + \bar{\sigma}_2^2 + \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2} \quad (2.38)$$

З врахуванням співвідношень (2.3) маємо

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{3} \sqrt{(\lambda'_1 \sigma_1 + \lambda''_1 \sigma_2 + \lambda'''_1 \sigma_3)^2 + (\lambda'_2 \sigma_1 + \lambda''_2 \sigma_2 + \lambda'''_2 \sigma_3)^2 + (\lambda'_1 \sigma_1 + \lambda''_1 \sigma_2 + \lambda'''_1 \sigma_3)(\lambda'_2 \sigma_1 + \lambda''_2 \sigma_2 + \lambda'''_2 \sigma_3)}$$

Оскільки в даній роботі розглядається просте навантаження, позначимо:

$$m = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}; \quad n = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \quad (2.39)$$

де $m = const$, $n = const$, тоді

$$\bar{\sigma}_i = \lambda_i \sigma_1 \quad (2.40)$$

де

$$\lambda_i = \sqrt{3} \sqrt{(\lambda'_1 + m\lambda''_1 + n\lambda'''_1)^2 + (\lambda'_2 + m\lambda''_2 + n\lambda'''_2)^2 + (\lambda'_1 + m\lambda''_1 + n\lambda'''_1)(\lambda'_2 + m\lambda''_2 + n\lambda'''_2)}$$

Позначимо:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda'_1 + m\lambda''_1 + n\lambda'''_1 \\ \lambda_2 &= \lambda'_2 + m\lambda''_2 + n\lambda'''_2, \\ \lambda_3 &= \lambda'_3 + m\lambda''_3 + n\lambda'''_3 \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\text{тоді } \lambda_i = \sqrt{3} \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1 \lambda_2} \quad (2.42)$$

Інтенсивність пластичних деформацій

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

Очевидно, що за інваріантності кривої $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i(\varepsilon_i)$ до виду напруженого стану при рівності інтенсивності деформацій $\varepsilon'_i = \varepsilon''_i = \varepsilon'''_i = \varepsilon_i$ будуть рівні інтенсивності напружень $\bar{\sigma}'_i = \bar{\sigma}''_i = \bar{\sigma}'''_i = \bar{\sigma}_i$.

Підставляючи значення інтенсивності напружень згідно (2.40) в (2.31) і використовуючи позначення (2.38) і (2.41), визначальним рівнянням (2.31) надамо вигляду

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \operatorname{sgn} \sigma_1 \frac{3}{2} \frac{\lambda_1}{\lambda_i} \varepsilon_i \\ \varepsilon_2 &= \operatorname{sgn} \sigma_1 \frac{3}{2} \frac{\lambda_2}{\lambda_i} \varepsilon_i \\ \varepsilon_3 &= \operatorname{sgn} \sigma_1 \frac{3}{2} \frac{\lambda_3}{\lambda_i} \varepsilon_i \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

Слід відмітити, що запропонований варіант теорії пластичності передбачає виникнення пластичних деформацій анізотропного тіла під дією гідростатичного стиску (розтягу), коли $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Для розрахунку деформацій необхідно у виразах (2.41) підставити $m = n = 1$.

Отже, розрахунок пластичних деформацій анізотропного тіла $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ [62,63,64], що відповідають головним напруженням $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ при простому навантаженні зводиться до наступного:

1. За формулами (2.40), (2.41), (2.42) розраховують сталі навантаження m, n і параметри $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_i$.
2. За формулою (2.38) обчислюють інтенсивність напружень $\bar{\sigma}_i$.
3. По одній з кривих $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i(\varepsilon'_i)$, або $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i(\varepsilon''_i)$, або $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i(\varepsilon'''_i)$, розрахованих за формулами (2.32) – (2.37), знаходять значення ε_i , що відповідає $\bar{\sigma}_i$.
4. За рівнянням (2.43) розраховуємо пластичні деформації $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$.

Методика розрахунку коефіцієнтів анізотропії λ , що входять у вираз (2.41) буде розглянута нижче.

З співвідношення (2.26) і (2.29) витікає визначення коефіцієнтів анізотропії

$$\left. \begin{aligned} \lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3 &= 0 \\ \lambda''_1 + \lambda''_2 + \lambda''_3 &= 0 \\ \lambda'''_1 + \lambda'''_2 + \lambda'''_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

Для встановлення інших рівнянь використаємо умову подібності девіаторів напружень і деформацій для трьох випадків навантаження ізотропного тіла напруженнями $\bar{\sigma}'_j, \bar{\sigma}''_j, \bar{\sigma}'''_j$:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}'_1 &= \psi \varepsilon'_1 & \bar{\sigma}''_1 &= \psi \varepsilon''_1 & \bar{\sigma}'''_1 &= \psi \varepsilon'''_1 \\ \bar{\sigma}'_2 &= \psi \varepsilon'_2 & \bar{\sigma}''_2 &= \psi \varepsilon''_2 & \bar{\sigma}'''_2 &= \psi \varepsilon'''_2 \\ \bar{\sigma}'_3 &= \psi \varepsilon'_3 & \bar{\sigma}''_3 &= \psi \varepsilon''_3 & \bar{\sigma}'''_3 &= \psi \varepsilon'''_3\end{aligned}\quad (2.45)$$

Система (2.45) містить 6 незалежних рівнянь, оскільки $\sum_{j=1}^3 \sigma'_j = 0$; $\sum_{j=1}^3 \sigma''_j = 0$;

$\sum_{j=1}^3 \sigma'''_j = 0$. З врахуванням рівностей (2.26) система (2.45) приймає вигляд:

$$\left. \begin{aligned}\lambda'_1 \sigma'_1 &= \psi \varepsilon'_1 \\ \lambda'_2 \sigma'_1 &= \psi \varepsilon'_2 \\ \lambda''_1 \sigma''_1 &= \psi \varepsilon''_1 \\ \lambda''_2 \sigma''_2 &= \psi \varepsilon''_2 \\ \lambda'''_1 \sigma'''_1 &= \psi \varepsilon'''_1 \\ \lambda'''_2 \sigma'''_2 &= \psi \varepsilon'''_2\end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

Система рівнянь (2.44) і (2.46) містить 9 рівнянь з 10 невідомим. Позначимо $\lambda'_1 = C$.

Тоді розв'язуючи систему рівнянь одержимо:

$$\begin{aligned}
\lambda'_1 &= C \\
\lambda'_2 &= \frac{\psi \varepsilon'_2}{\sigma'_1} = \frac{C \sigma'_1 \varepsilon'_2}{\varepsilon'_1 \sigma'_1} = C \frac{\varepsilon'_2}{\varepsilon'_1} \\
\lambda'_3 &= -C \left(1 + \frac{\varepsilon'_2}{\varepsilon'_1} \right) = C \frac{\varepsilon'_3}{\varepsilon'_1} \\
\lambda''_1 &= \frac{\psi \varepsilon''_1}{\sigma''_2} = C \frac{\sigma'_1 \varepsilon''_1}{\sigma''_2 \varepsilon'_1} \\
\lambda''_2 &= \frac{\psi \varepsilon''_2}{\sigma''_2} = \frac{C \sigma'_1 \varepsilon''_2}{\varepsilon'_1 \sigma''_2} = C \frac{\sigma'_1 \varepsilon''_2}{\sigma''_2 \varepsilon'_1} \\
\lambda''_3 &= -\frac{\psi}{\sigma''_2} (\varepsilon''_1 + \varepsilon''_2) = -C \frac{\sigma'_1}{\varepsilon'_1 \sigma''_2} (\varepsilon''_1 + \varepsilon''_2) = C \frac{\sigma'_1 \varepsilon'_3}{\sigma''_2 \varepsilon'_1} \\
\lambda'''_1 &= \frac{\psi \varepsilon'''_1}{\sigma'''_3} = C \frac{\sigma'_1 \varepsilon'''_1}{\sigma'''_3 \varepsilon'_1} \\
\lambda'''_2 &= \frac{\psi \varepsilon'''_2}{\sigma'''_3} = C \frac{\sigma'_1 \varepsilon'''_2}{\sigma'''_3 \varepsilon'_1} \\
\lambda'''_3 &= -\frac{\psi}{\sigma'''_3} (\varepsilon'''_1 + \varepsilon'''_2) = -C \frac{\sigma'_1}{\varepsilon'_1 \sigma'''_3} (\varepsilon'''_1 + \varepsilon'''_2) = C \frac{\sigma'_1 \varepsilon'_3}{\sigma'''_3 \varepsilon'_1}
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Необхідно відмітити, що напруження і деформації в формулах (2.47) відповідають одному рівню інтенсивності деформацій $\varepsilon'_i = \varepsilon''_i = \varepsilon'''_i = \varepsilon_i$ при одночасному розтягуванні анізотропного тіла в напрямках 1, 2, 3.

Величину C знайдемо з наступної граничної умови: у випадку ізотропного тіла криві $\sigma_i \sim \varepsilon_i$ для розглядуваного тіла і еквівалентного ізотропного тіла повинні збігатися, тобто при заданому рівні $\varepsilon'_i = \varepsilon_i$, інтенсивності напружень $\sigma'_i = \bar{\sigma}_i$.

Для заданого ізотропного тіла $\sigma'_i = \sigma'_1$, а для еквівалентного ізотропного тіла згідно з формулою (2.32)

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{3} \sqrt{(\lambda'_1)^2 + (\lambda'_2)^2 + \lambda'_1 \lambda'_2 \sigma'_1}$$

Порівнюючи ці значення напружень, отримаємо:

$$(\lambda_1')^2 + (\lambda_2')^2 + \lambda_1' \lambda_2' = \frac{1}{3}$$

Враховуючи, що згідно з (2.47) для ізотропного тіла

$$\lambda_1' = C \quad \lambda_2' = C \frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'} = -\frac{1}{2}C$$

маємо $C = \frac{2}{3}$.

Вмконаємо перевірку інваріантності кривої «інтенсивність напружень-інтенсивність деформацій» для еквівалентного ізотропного тіла. Якщо крива $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i(\varepsilon_i)$ інваріантна до виду напруженого стану, то при одному рівні інтенсивності напружень, що відповідають одновісним розтягам анізотропного тіла в напрямках 1, 2, 3 $\bar{\sigma}_i' = \bar{\sigma}_i'' = \bar{\sigma}_i'''$, інтенсивності деформацій будуть рівні $\varepsilon_i' = \varepsilon_i'' = \varepsilon_i'''$.

Згідно з (2.32) і (2.34)

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_i' &= \sqrt{3} \sigma_1' \sqrt{(\lambda_1')^2 + (\lambda_2')^2 + \lambda_1' \lambda_2'} \\ \bar{\sigma}_i'' &= \sqrt{3} \sigma_2'' \sqrt{(\lambda_1'')^2 + (\lambda_2'')^2 + \lambda_1'' \lambda_2''} \end{aligned}$$

Звідси

$$(\sigma_1')^2 [(\lambda_1')^2 + (\lambda_2')^2 + \lambda_1' \lambda_2'] = [(\lambda_1'')^2 + (\lambda_2'')^2 + \lambda_1'' \lambda_2''] (\sigma_2'')^2$$

Підставляючи значення коефіцієнтів анізотропії згідно з (2.47):

$$\begin{aligned} (\sigma_1')^2 \left[C^2 + C^2 \frac{(\varepsilon_2')^2}{(\varepsilon_1')^2} + C^2 \frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'} \right] &= (\sigma_2'')^2 \left[C^2 \frac{(\sigma_1')^2}{(\sigma_2'')^2} \frac{(\varepsilon_1'')^2}{(\varepsilon_1')^2} + C^2 \frac{(\sigma_1')^2}{(\sigma_2'')^2} \frac{(\varepsilon_2'')^2}{(\varepsilon_1')^2} + C^2 \frac{(\sigma_1')^2}{(\sigma_2'')^2} \frac{\varepsilon_1'' \varepsilon_2''}{(\varepsilon_1')^2} \right] \\ 1 + \frac{(\varepsilon_2')^2}{(\varepsilon_1')^2} + \frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'} &= \frac{(\varepsilon_1'')^2}{(\varepsilon_1')^2} + \frac{(\varepsilon_2'')^2}{(\varepsilon_1')^2} + \frac{\varepsilon_1'' \varepsilon_2''}{(\varepsilon_1')^2} \\ (\varepsilon_1')^2 + (\varepsilon_2')^2 + \varepsilon_1' \varepsilon_2' &= (\varepsilon_1'')^2 + (\varepsilon_2'')^2 + \varepsilon_1'' \varepsilon_2'' \end{aligned}$$

Згідно з (2.33) і (2.35)

$$\varepsilon_i' = \varepsilon_i''$$

Аналогічно можна довести, що при $\bar{\sigma}'_i = \bar{\sigma}'''_i$, деформації $\varepsilon'_i = \varepsilon'''_i$.

Доведемо, що у випадку довільного напруженого стану модельного ізотропного тіла, що характеризується інтенсивністю $\bar{\sigma}'_j$, за рівності $\bar{\sigma}^k_j = \sigma'_j$ інтенсивність деформацій $\varepsilon_i = \varepsilon'_i$.

Згідно з (2.32)

$$\bar{\sigma}'_i = \sqrt{3}\sigma'_1 \sqrt{(\lambda'_1)^2 + (\lambda'_2)^2 + \lambda'_1 \lambda'_2}$$

Підставляючи значення λ в (2.47), одержимо

$$\begin{aligned} \sigma'_i &= \sqrt{3}\sigma'_1 \sqrt{C^2 + C^2 \frac{(\varepsilon'_2)^2}{(\varepsilon'_1)^2} + C^2 \frac{\varepsilon'_2}{\varepsilon'_1}} \\ \sigma'_i &= \frac{\sqrt{3}\sigma'_1 C}{\varepsilon'_1} \sqrt{(\varepsilon'_1)^2 + (\varepsilon'_2)^2 + \varepsilon'_1 \varepsilon'_2} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Згідно з (2.38):

$$\bar{\sigma}^k_i = \sqrt{3}\sqrt{\bar{\sigma}_1^2 + \bar{\sigma}_2^2 + \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2}$$

Позначимо $k = \frac{\bar{\sigma}_2}{\bar{\sigma}_1}$, тоді

$$\bar{\sigma}^k_i = \sqrt{3}\sqrt{\bar{\sigma}_1^2 + k^2 \bar{\sigma}_1^2 + k^2 \bar{\sigma}_1^2} = \sqrt{3}\bar{\sigma}_1 \sqrt{1 + k^2 + k}$$

Згідно з (2.32) і (2.33)

$$\bar{\sigma}_1 = \lambda'_1 \sigma'_1 + \lambda''_1 \sigma''_2 + \lambda'''_1 \sigma'''_3 = \sigma'_1 \left(\lambda'_1 + \lambda''_1 \frac{\sigma''_2}{\sigma'_1} + \lambda'''_1 \frac{\sigma'''_3}{\sigma'_1} \right)$$

Підставляючи значення коефіцієнтів λ згідно з (2.47)

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma'_1 \left(C + C \frac{\sigma'_1 \varepsilon''_1}{\varepsilon'_1 \sigma'_2} \frac{\sigma''_2}{\sigma'_1} + C \frac{\sigma'_1 \varepsilon'''_1}{\varepsilon'_1 \sigma'_3} \frac{\sigma'''_3}{\sigma'_1} \right) = C \frac{\sigma'_1}{\varepsilon'_1} (\varepsilon'_1 + \varepsilon''_1 + \varepsilon'''_1)$$

$$\text{Тоді } \sigma^k_i = \frac{\sqrt{3}\sigma'_1 C}{\varepsilon'_1} \sqrt{1 + k^2 + k} (\varepsilon'_1 + \varepsilon''_1 + \varepsilon'''_1) \quad (2.49)$$

Прирівнюючи (2.48) і (2.49), маємо

$$\sqrt{(\varepsilon_1')^2 + (\varepsilon_2')^2 + \varepsilon_1' \varepsilon_2'} = \sqrt{1+k^2+k} (\varepsilon_1' + \varepsilon_1'' + \varepsilon_1''')$$

Враховуючи, що $k = \frac{\bar{\sigma}_2}{\bar{\sigma}_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$, а $\varepsilon_1' + \varepsilon_1'' + \varepsilon_1''' = \varepsilon_1$, отримаємо

$$\sqrt{(\varepsilon_1')^2 + (\varepsilon_2')^2 + \varepsilon_1' \varepsilon_2'} = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

Звідси $\varepsilon_i' = \varepsilon_i$

Отже, доведено, що модельний матеріал є ізотропний, для якого виконується гіпотеза про єдину криву деформування $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i(\varepsilon_i)$.

Методика розрахунку деформацій анізотропного матеріалу за простого навантаження

Вихідні дані:

а) криві деформування ортотропного матеріалу при одновісному розтягуванні в напрямку головних осей анізотропії:

$$\sigma_1' = f(e_j'); \quad \sigma_2'' = f(e_j''); \quad \sigma_3''' = f(e_j'''); \quad j=1,2,3,$$

де e_j' , e_j'' , e_j''' - повні деформації

б) модулі пружності E_1 , E_2 , E_3 і коефіцієнти Пуассона μ_{12} , μ_{21} , μ_{31} , μ_{31} , μ_{13} , μ_{23}

в) траєкторія простого навантаження, задана відношеннями між напруженнями $m = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$; $n = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}$.

Порядок розрахунку [62,63,64]:

1. Обчислимо пластичні деформації

$$\begin{aligned} \varepsilon_1' &= e_1' - \frac{\sigma_1'}{E_1} & \varepsilon_2'' &= e_2'' - \frac{\sigma_2''}{E_2} & \varepsilon_3''' &= e_3''' - \frac{\sigma_3'''}{E_3} \\ \varepsilon_2' &= e_2' + \mu_{12} \frac{\sigma_1'}{E_1} & \varepsilon_1'' &= e_1'' + \mu_{21} \frac{\sigma_2''}{E_2} & \varepsilon_1''' &= e_1''' + \mu_{31} \frac{\sigma_3'''}{E_3} \\ \varepsilon_3' &= -(\varepsilon_1' + \varepsilon_2') & \varepsilon_3'' &= -(\varepsilon_1'' + \varepsilon_2'') & \varepsilon_2''' &= -(\varepsilon_1''' - \varepsilon_3''') \end{aligned} \quad (2.50)$$

2. Розраховуємо інтенсивності пластичних деформацій

$$\varepsilon'_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varepsilon'_1)^2 + (\varepsilon'_2)^2 + \varepsilon'_1 \varepsilon'_2}$$

$$\varepsilon''_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varepsilon''_1)^2 + (\varepsilon''_2)^2 + \varepsilon''_1 \varepsilon''_2}$$

3. Будуємо криві деформування

$$\sigma'_1 = \sigma'_1(\varepsilon'_1) \quad \sigma'_1 = \sigma'_1(\varepsilon'_2)$$

$$\sigma''_2 = \sigma''_2(\varepsilon'_1) \quad \sigma''_2 = \sigma''_2(\varepsilon''_2)$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_1(\varepsilon'_i) \quad \sigma''_2 = \sigma''_2(\varepsilon''_i)$$

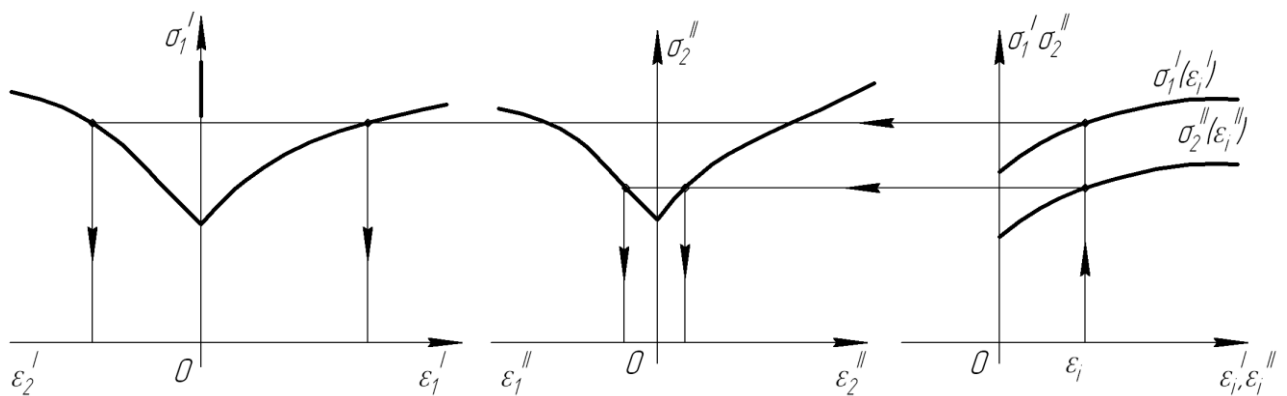


Рис.2.5 Криві деформування

4. Задаючись з певним кроком значеннями ε_i , за кривими знаходимо відповідні значення σ'_1 , σ''_2 , ε'_1 , ε'_2 , ε''_1 , ε''_2 .

5. За формулами (2.47) розраховуємо коефіцієнти анізотропії λ'_1 , λ'_2 , λ''_1 , λ''_2 , λ'''_1 , λ'''_2 , що відповідають різним рівням ε_i .

6. Будуємо графіки залежності коефіцієнтів анізотропії λ від ε_i .

Якщо λ в процесі деформації змінюється незначно, розраховують середні значення коефіцієнтів і розрахунок проводять у такому порядку:

7. Розраховують параметри:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \lambda'_1 + m\lambda''_1 + n\lambda'''_1 \\ \lambda_2 &= \lambda'_2 + m\lambda''_2 + n\lambda'''_2 \\ \lambda_i &= \sqrt{3}\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1\lambda_2} \\ \lambda'_i &= \sqrt{3}\sqrt{(\lambda'_1)^2 + (\lambda'_2)^2 + \lambda'_1\lambda'_2}\end{aligned}$$

8. Розраховують криву деформування для еквівалентного ізотропного матеріалу

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_i &= \bar{\sigma}_i(\varepsilon_i) \\ \bar{\sigma}_i &= \lambda'_i \sigma_1 \\ \varepsilon_i &= \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{(\varepsilon'_1)^2 + (\varepsilon'_2)^2 + \varepsilon'_1\varepsilon'_2}\end{aligned}$$

9. Для заданого значення σ_1 обчислюємо інтенсивність напружень

$$\bar{\sigma}_i = \lambda_i \sigma_1$$

10. По кривій $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i(\varepsilon_i)$ для обчисленого $\bar{\sigma}_i$ знаходимо ε_i .

11. За рівнянням (2.43)

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \operatorname{sgn} \sigma_1 \frac{3}{2} \frac{\lambda_1}{\lambda_i} \varepsilon_i \\ \varepsilon_2 &= \operatorname{sgn} \sigma_1 \frac{3}{2} \frac{\lambda_2}{\lambda_i} \varepsilon_i \\ \varepsilon_3 &= -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\end{aligned}$$

знаходимо пластичні деформації ортотропного тіла $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$.

12. Інші два напруження, що відповідають знайденим деформаціям,

$$\sigma_2 = m\sigma_1, \quad \sigma_3 = n\sigma_1$$

13. За необхідністю розраховують повні деформації як суму пластичних і пружних:

$$\begin{aligned}e_1 &= \varepsilon_1 + \frac{\sigma_1}{E_1} - \mu_{12} \frac{\sigma_2}{E_2} - \mu_{13} \frac{\sigma_3}{E_3} \\ e_2 &= \varepsilon_2 + \frac{\sigma_2}{E_2} - \mu_{21} \frac{\sigma_1}{E_1} - \mu_{23} \frac{\sigma_3}{E_3} \\ e_3 &= \varepsilon_3 + \frac{\sigma_3}{E_3} - \mu_{31} \frac{\sigma_1}{E_1} - \mu_{32} \frac{\sigma_2}{E_2}\end{aligned}$$

Якщо коефіцієнти анізотропії λ залежать від інтенсивності пластичних деформацій, тоді задають з певним кроком значення ε_i , розраховують відповідні значення λ , а далі розрахунок ведуть за п.7 – п.13. В результаті будують криві деформування ортотропного матеріалу.

2.3 Узагальнена модель пошкоджуваності анізотропних конструкційних матеріалів

Якщо записати ефективне напруження для випадку трьохвісного напруженого стану, попередньо прийнявши пошкодження у вигляді тензора другого рангу, то можна записати:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = M_{ijkl}(D) : \sigma_{kl}, \quad (2.51)$$

де $M(D)$ є тензором перетворення четвертого рангу, який зв'язує два тензора другого рангу в різних координатах і називається ефективним тензором пошкоджень. Символ $:$ означає тензорний добуток з сумуванням по двох індексах, що повторюються. Заради простоти приймається скорочене позначення для тензора другого рангу у вигляді вектора-стовпчика і для тензора четвертого рангу – у вигляді матриці. Тоді у скорочених позначеннях різні тензори деформацій представлені у вигляді вектора:

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} 2\varepsilon_{23} 2\varepsilon_{31} 2\varepsilon_{12}\}, \quad (2.52)$$

та відповідні тензори напружень представляємо у вигляді векторів:

$$\{\sigma\}^T = \{\sigma_{11} \sigma_{22} \sigma_{33} 2\sigma_{23} 2\sigma_{31} 2\sigma_{12}\}. \quad (2.53)$$

На сьогодні відсутнє єдине математичне формулювання тензора пошкодження $M(D)$. Наприклад Работновим був запропонований тензор наступного вигляду [9]:

$$M(D) = \begin{vmatrix} \frac{1}{1-D_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-D_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-D_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-D_2} + \frac{1}{1-D_3}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-D_3} + \frac{1}{1-D_1}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-D_1} + \frac{1}{1-D_2}\right) \end{vmatrix} \quad (2.54)$$

де D_1, D_2, D_3 – головні компоненти пошкоджень,

який задовольняє гіпотезі незв'язаних анізотропних пошкоджень, згідно якої у головних координатах пошкоджень відсутній зв'язок між компонентами напружень при їх перетворенні у простір ефективних напружень. У той же час існує і модифікований вигляд цього тензора. Запропонований Чоу [65] ефективний тензор пошкодження, який бере до уваги дві скалярні змінні пошкодження [66] можна записати:

$$M_{klmn} = \frac{1}{1-D_\mu} \left[\delta_{km} \delta_{ln} - \frac{3(D_E - D_\mu)}{\left(9 - \frac{E}{\mu}\right)(1-D_E) - 6(1-D_\mu)} \delta_{kl} \delta_{mn} \right]. \quad (2.55)$$

Існують також інші форми запису тензора $M(D)$, які детально описані, наприклад, у роботі [67].

Основна мета введення тензора пошкоджень міститься в оцінці впливу пошкоджень на залежність напруження-деформація та у визначенні тензора

Теорії пошкоджуваності розглядаються в формі, яка незалежна від швидкості деформування. З позицій термодинаміки незворотніх процесів рівняння пошкоджуваності записуються за допомогою термодинамічного потенціалу і потенціалу розсіювання [68,69].

Термодинамічний потенціал визначає поточний (пошкоджений) стан матеріалу. За умови постійної температури рівняння питомої вільної енергії має вигляд [70]

$$\Psi = \Psi(\varepsilon_{ij}^{(e)}, D) = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^{(e)} E_{ijkl}(D) \varepsilon_{kl}^{(e)}, \quad (2.56)$$

где $\varepsilon_{ij}^{(e)}$ - тензор пружних деформацій, D - змінна (параметр) пошкоджуваності. $E_{ijkl}(D)$ - симметричний тензор жорсткості четвертого рангу, який є функцією пошкоджуваності. Для випадку активного пошкодження (відкриття мікротріщин і мікропошкоджень) можна записати

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}} = E_{ijkl}(D) \varepsilon_{kl}^{(e)} \quad (2.57)$$

При цьому, швидкість вивільнення енергії пошкодження записується у вигляді:

$$Y = -\frac{\partial \Psi}{\partial D} = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^{(e)} \frac{\partial E_{ijkl}}{\partial D} \varepsilon_{kl}^{(e)} \quad (2.58)$$

Слід зазначити, що термодинамічний потенціал містить всю інформацію про вплив характеру пошкодження на напружено-деформований стан репрезентативного елемента матеріалу.

Потенціал розсіювання описує розвиток пошкодження і відповідні незворотні процеси. Другий закон термодинаміки можна звести до наступної нерівності:

$$\Phi = Y\dot{D} \geq 0 \quad (2.59)$$

Якщо Y додатна квадратична функція, то швидкість пошкодження \dot{D} повинна бути додатною величиною.

За результатом проведеного детального аналізу підходів та експериментальних методів визначення анізотропії кінетики накопичення пошкоджень обґрунтовані переваги та недоліки методів, які базуються на визначенні деградації фізико-механічних властивостей при дослідженні кінетики накопичення пошкоджень в анізотропних металічних конструкційних матеріалах.

Поширення ізотропної теорії пошкоджуваності на випадок анізотропії не є прямою задачею зв'язку пошкоджуваності і пружності [70, 71]. В ізотропному випадку пошкоджуваність, як правило, описується певною скалярною змінною D . При цьому використовується принцип $\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / (1 - D) = \tilde{E}_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{(e)}$, тобто принцип еквівалентності пружної деформації. У загальному випадку анізотропії змінна пошкоджуваності представляється тензором 4го рангу [72-74]. Для інженерних розрахунків, як правило, розглядається тензор 2го рангу [75], що відповідає ортотропному випадку.

Для умов одновісного розтягу значення компонент пошкодження можна отримати зі змін пружних характеристик [74] (рис. 2.6), розглядаючи репрезентативний елемент об'єму в парадигмі анізотропії пошкоджуваності [76] (рис. 2.7):

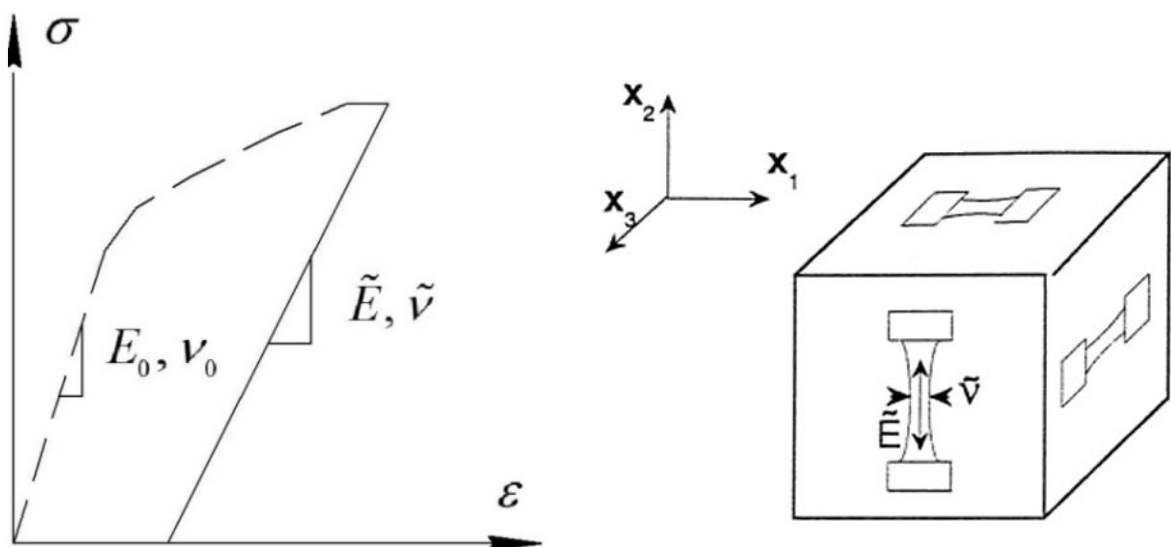


Рис. 2.6. Пружні характеристики та виділений репрезентативний об'ємний елемент

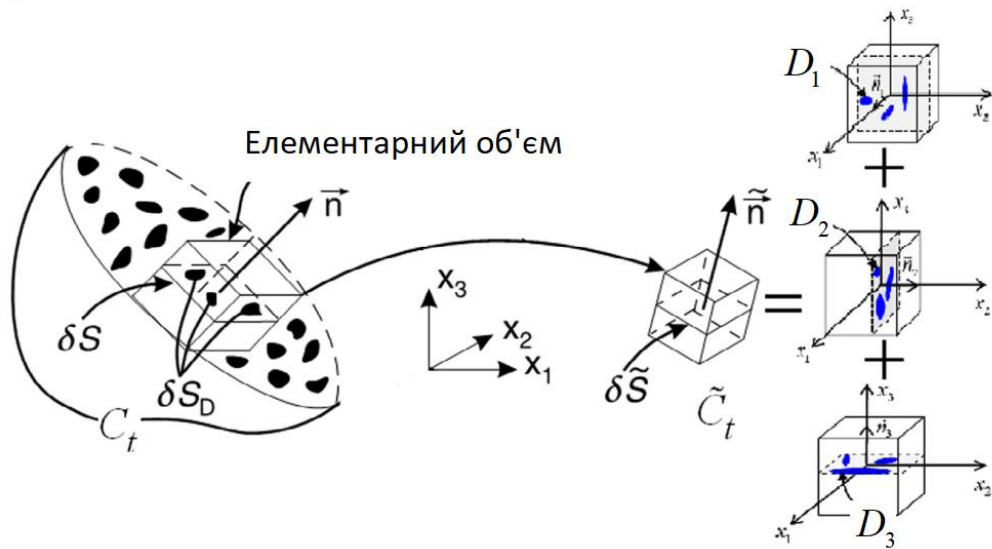


Рис. 2.7. Схематизація представлення анізотропного пошкодження в виділеному елементарному об'ємі

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix}. \quad (2.60)$$

Для цього випадку пружні деформації визначаються у вигляді:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1^{(e)} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2^{(e)} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3^{(e)} \end{bmatrix} = \frac{1-2\nu}{3E} \frac{\sigma_1}{1-\eta D_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \\ + \frac{1+\nu}{E} \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-D_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{1-D_2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-D_3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2\sigma_1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\sigma_1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\sigma_1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-D_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{1-D_2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-D_3}} \end{bmatrix} \right)^D \quad (2.61)$$

где η - параметр, що залежить від матеріалу, D_0 - середня пошкодженість

($D_0 = \frac{1}{3} d_{ij} D_j$), ν - коефіцієнт Пуассона;

Модуль пружності з урахуванням пошкоджуваності в напрямку 1 та відповідні коефіцієнти поперечної деформації визначаються :

$$\tilde{E}_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1^{(e)}}, \quad \tilde{\nu}_{12} = -\frac{\varepsilon_2^{(e)}}{\varepsilon_1^{(e)}}, \quad \tilde{\nu}_{13} = -\frac{\varepsilon_3^{(e)}}{\varepsilon_1^{(e)}}. \quad (2.62)$$

Тоді

$$\frac{E}{\tilde{E}_1} = \frac{1+\nu}{9} \left(\frac{4}{1-D_1} + \frac{1}{1-D_2} + \frac{1}{1-D_3} \right) + \frac{1-2\nu}{3(1-\eta D_0)}, \quad (2.63)$$

$$\tilde{\nu}_{12} \frac{E}{\tilde{E}_1} = \frac{1+\nu}{9} \left(\frac{2}{1-D_1} + \frac{2}{1-D_2} - \frac{1}{1-D_3} \right) - \frac{1-2\nu}{3(1-\eta D_0)}, \quad (2.64)$$

$$\tilde{\nu}_{13} \frac{E}{\tilde{E}_1} = \frac{1+\nu}{9} \left(\frac{2}{1-D_1} - \frac{1}{1-D_2} + \frac{2}{1-D_3} \right) - \frac{1-2\nu}{3(1-\eta D_0)}. \quad (2.65)$$

Схожі операції для напрямків 2 і 3 дають дев'ять рівнянь для визначення трьох компонент пошкоджуваності D_1, D_2, D_3 , середнього значення пошкоджуваності D_0 та коефіцієнта η .

У випадку листових матеріалів, напрямками для вимірювання є лише \vec{x}_1 і \vec{x}_2 ; щоб отримати \tilde{E}_1, \tilde{E}_2 і $\tilde{\nu}_{12}$ тоді:

$$D_1 = 1 - \frac{\tilde{E}_1}{E} (1+\nu) \left[2 + \tilde{\nu}_{12} - \frac{\tilde{E}_1}{\tilde{E}_2} \right]^{-1}, \quad (2.66)$$

$$D_2 = 1 - \frac{\tilde{E}_2}{E} (1+\nu) \left[2 - (1-\tilde{\nu}_{12}) \frac{\tilde{E}_2}{\tilde{E}_1} \right]^{-1}, \quad (2.67)$$

$$\eta D_0 = 1 - \frac{\tilde{E}_1}{E} \frac{1-2\nu}{1-2\tilde{\nu}_{12}}. \quad (2.68)$$

Якщо сила прикладена відповідно у напрямку 1, то D_1 і D_2 визначаються з виразів (2.66) та (2.67), $D_3 = D_2$ для початково ізотропного матеріалу і $D_0 = (D_1 + 2D_2)/3$. Тоді η отримаємо з рівняння (2.68).

Для анізотропної пошкоджуваності зв'язок між умовним напруженням σ та ефективним $\tilde{\sigma}$ можемо записати як представлено в [77,78,79,80]:

$$\tilde{\sigma} = M(D) \bullet \sigma, \quad (2.69)$$

де $M(D)$ тензор пошкоджуваності четвертого рангу.

$$E^{-1} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix}. \quad (2.70)$$

Для моделювання всього процесу пошкоджуваності приймається, що вона складається з серії малих східчастих пошкоджень. У разі ізотропної пошкоджуваності параметр пошкоджуваності має вигляд [77]:

$$D = \ln \frac{S}{\tilde{S}} \quad (2.71)$$

Де S і \tilde{S} - площі поперечних перерізів репрезентативного вихідного і пошкодженого елемента матеріалу, відповідно. В свою чергу, ефективне напруження запишемо у вигляді:

$$\tilde{\sigma} = e^D \sigma. \quad (2.72)$$

Ефективний пружний тензор [77]:

$$[\tilde{E}_{ij}]_D^{-1} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{-2D_1}} & e^{\frac{-\nu}{-(D_1+D_2)}} & e^{\frac{-\nu}{-(D_1+D_3)}} & 0 & 0 & 0 \\ e^{\frac{-\nu}{-(D_1+D_2)}} & e^{\frac{1}{-2D_2}} & e^{\frac{-\nu}{-(D_2+D_3)}} & 0 & 0 & 0 \\ e^{\frac{-\nu}{-(D_1+D_3)}} & e^{\frac{-\nu}{-(D_2+D_3)}} & e^{\frac{-\nu}{-2D_3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\frac{2(1+\nu)}{-(D_1+D_2)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\frac{2(1+\nu)}{-(D_2+D_3)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\frac{2(1+\nu)}{-(D_3+D_1)}} \end{bmatrix}. \quad (2.73)$$

Використовуючи даний тензор, визначальне рівняння для пошкодженого матеріалу має вигляд (для одновісного напруженого стану):

$$\varepsilon = \tilde{E}_D^{-1} \cdot \sigma. \quad (2.74)$$

В свою чергу тензор анізотропної пошкоджуваності записується:

$$[M_{ij}(D)] = \begin{bmatrix} e^{\frac{1}{-D_1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{1}{-D_2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{1}{-D_3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\frac{1}{-1/2(D_1+D_2)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\frac{1}{-1/2(D_2+D_3)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\frac{1}{-1/2(D_3+D_1)}} \end{bmatrix}. \quad (2.75)$$

Слід відмітити, що $M_{ij}(D)$ дозволяє отримати ефективний тензор пружності (2.73) за допомогою наступного перетворення:

$$\tilde{E}_D^{-1} = M_{ij}(D)^T \cdot E^{-1} \cdot M_{ij}(D). \quad (2.76)$$

Відповідно до теорії пошкоджуваності для випадку анізотропії, визначальні рівняння за одновісного розтягу мають вигляд :

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} e^{2D_1} \sigma_1 = \frac{1}{\tilde{E}} \sigma_1, \quad (2.77)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{-\nu_{12}}{E e^{-(D_1+D_2)}} \sigma_1 = -\frac{\tilde{\nu}_{12}}{\tilde{E}} \sigma_1, \quad (2.78)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{-\nu_{13}}{E e^{-(D_1+D_3)}} \sigma_1 = -\frac{\tilde{\nu}_{13}}{\tilde{E}} \sigma_1, \quad (2.79)$$

де $\tilde{E} = e^{-2D_1} E$, $\tilde{\nu}_{12} = e^{(D_2-D_1)} \nu_{12}$, $\tilde{\nu}_{13} = e^{(D_3-D_1)} \nu_{13}$ - ефективні модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона, відповідно.

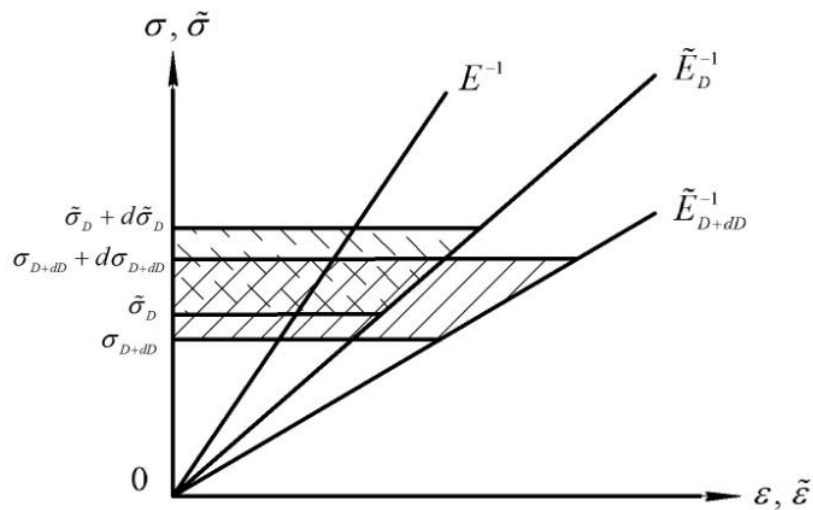


Рис. 2.8 Схематизація концепції приросту додаткової пружної енергії

У цьому випадку змінні пошкодження визначаються наступним чином:

$$D_1 = -\frac{1}{2} \ln \frac{\tilde{E}}{E}, \quad (2.80)$$

$$D_2 = D_1 - \ln \frac{\nu_{12}}{\tilde{\nu}_{12}} = -\ln \left(\frac{\nu_{12}}{\tilde{\nu}_{12}} \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}} \right), \quad (2.81)$$

$$D_3 = D_1 - \ln \frac{\nu_{13}}{\tilde{\nu}_{13}} = -\ln \left(\frac{\nu_{13}}{\tilde{\nu}_{13}} \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}} \right). \quad (2.82)$$

Концепція еквівалентності деформації запропонована Леметром [71] для ізотропного пошкодження через заміну напружень умовного на ефективне призводить до асиметрії матриці жорсткості в загальному випадку анізотропії. Щоб цього уникнути запропоновано [81] в виразі для додаткової пружної енергії пошкодженого матеріалу напруження замінити на ефективні [65].

Тензор пошкоджуваності запишемо в наступному вигляді [65]:

$$|M_{ij}(D)| = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-D_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-D_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-D_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_2)(1-D_3)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_3)(1-D_1)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_1)(1-D_2)}} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Для випадку одновісного розтягу визначальні рівняння приймають такий вигляд:

$$\varepsilon_1^{(e)} = \frac{\sigma_1}{E(1-D_1)^2} = \frac{\sigma_1}{\tilde{E}}, \quad (2.84)$$

$$\varepsilon_2^{(e)} = \frac{\nu\sigma_1}{E(1-D_1)(1-D_2)} = -\frac{\tilde{\nu}_{12}}{\tilde{E}}\sigma_1, \quad (2.85)$$

$$\varepsilon_3^{(e)} = \frac{\nu\sigma_1}{E(1-D_1)(1-D_3)} = -\frac{\tilde{\nu}_{13}}{\tilde{E}}\sigma_1, \quad (2.86)$$

Де $\tilde{E} = E(1-D_1)^2$, $\tilde{\nu}_{12} = \nu(1-D_1)/(1-D_2)$, $\tilde{\nu}_{13} = \nu(1-D_1)/(1-D_3)$.

Відповідно змінні пошкодження можна визначити наступним чином:

$$D_1 = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}}, \quad D_2 = 1 - \frac{\nu}{\tilde{\nu}_{12}}(1-D_1), \quad D_3 = 1 - \frac{\nu}{\tilde{\nu}_{13}}(1-D_1). \quad (2.87)$$

Було запропоновано в виразі (2.81-2.82), що базується на концепції приросту додаткової пружної енергії запропонованої Леметром замінити визначення вихідного параметру D_1 на параметр (2.87) отриманий Чоу згідно принципу еквівалентності пружної енергії. Тоді отримаємо:

$$D_2 = \left(1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}} - \ln \frac{\nu_{12}}{\tilde{\nu}_{12}} \right), \quad D_3 = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}} - \ln \frac{\nu_{13}}{\tilde{\nu}_{13}} \quad (2.88)$$

Використовуючи підхід Десмората отримаємо значення поточних модулів та коефіцієнта поперечної деформації під кутом 45° .

$$\begin{aligned}\tilde{E}(45) &= 4 \left[\frac{1}{\tilde{E}_1} + \frac{1}{\tilde{E}_2} + \frac{1}{\tilde{G}_{12}} - \frac{\tilde{\nu}_{12}}{\tilde{E}_1} \right]^{-1} \\ \tilde{\nu}(45) &= \frac{\tilde{E}_{45}}{4} \left[2 \frac{\tilde{\nu}_{12}}{\tilde{E}_1} + \frac{1}{\tilde{G}_{12}} - \frac{1}{\tilde{E}_1} - \frac{1}{\tilde{E}_2} \right]\end{aligned}\quad (2.89)$$

Де поточний модуль зсуву \tilde{G}_{12} можемо визначити наступним чином:

$$\tilde{G}_{12} = G \sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)} \quad (2.90)$$

Тоді значення з урахуванням даного підходу отримаємо вираз для визначення пошкоджуваності під кутом 45° :

$$D_{(45)} = 1 - \frac{2}{\sqrt{E_1 \left(\frac{1}{\tilde{E}_1} + \frac{1}{\tilde{E}_2} + \frac{1}{\left(\frac{2(1 - \nu_{12})}{E_1} \right) \sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)}} - \frac{\tilde{\nu}_{12}}{\tilde{E}_1} \right)}} \quad (2.91)$$

Таким чином, використовуючи поетапно формули (2.87-2.91) визначаються параметри пошкоджуваності D_1, D_2 та $D_{(45)}$. При цьому базовим є один експеримент на одновісний розтяг.

2.4 Врахування впливу параметрів анізотропії матеріалу на кінетику накопичення мікропошкоджень

Матеріал може бути анізотропним з будь-якої його властивості (рис.2.9), наприклад, за межею міцності, за межею текучості, за модулями пружності і за іншими характеристиками. Причому за одними характеристиками матеріал може бути ізотропним, а за іншими анізотропним, наприклад, матеріал може проявляти анізотропію за межею текучості, і не мати анізотропії за межею міцності. Тому роботи, що пов'язані з визначенням анізотропії властивостей матеріалу, дуже складні і різноманітні. Особливий інтерес представляє визначення анізотропії за характеристиками ступеня пошкодження матеріалу на різних ділянках конструктивного елемента виробу внаслідок накопичення розсіяних пошкоджень в процесі експлуатації.

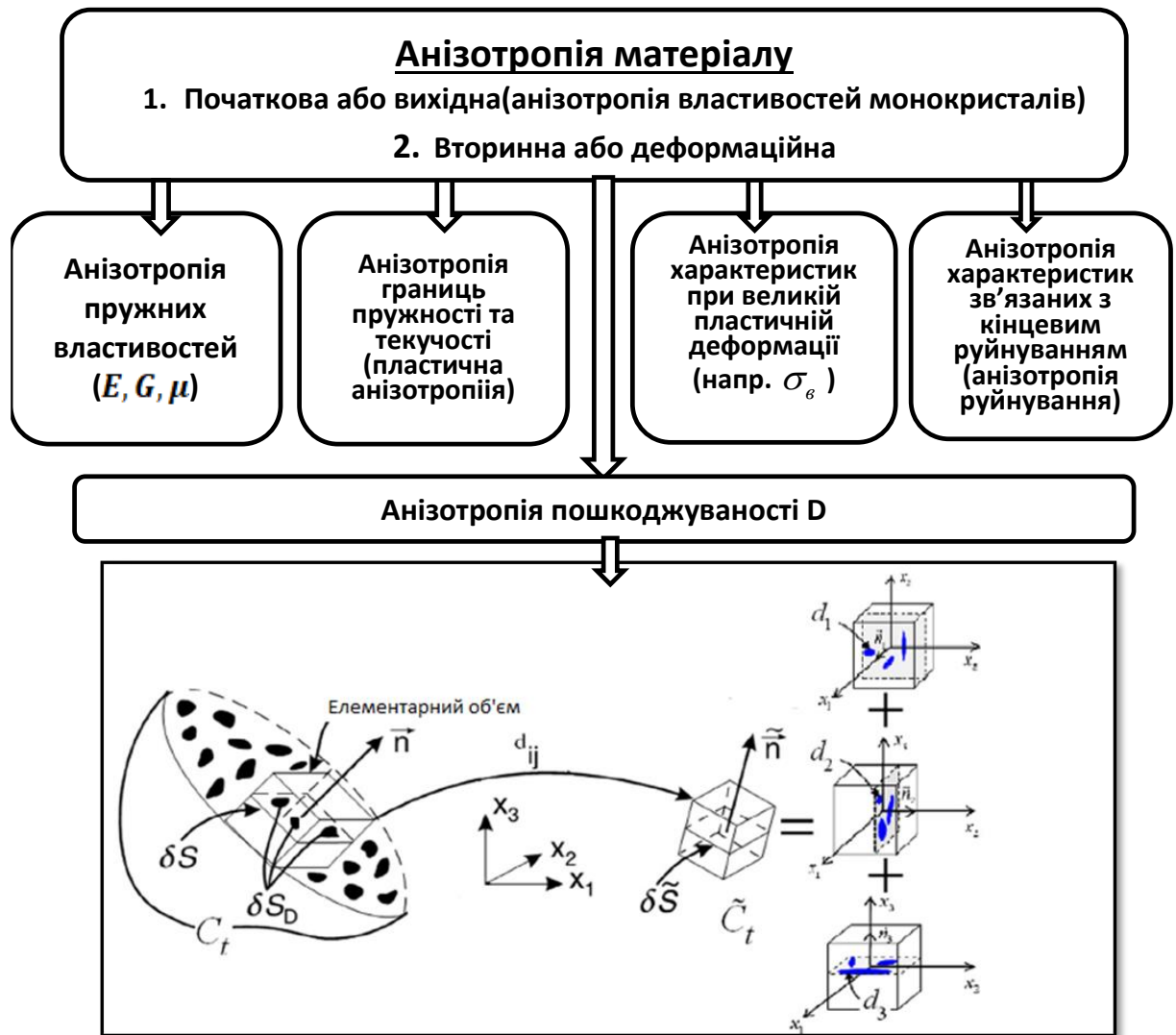


Рис. 2.9 Загальна анізотропія характеристик матеріалу

Часто використовують показники анізотропії, що включають в себе стандартні механічні властивості або ж їх відношення, визначені для різних напрямків матеріалу, які запропоновані Р. Хіллом [82]. Він показав, що стан тестуваного напівфабрикату можна охарактеризувати шістьма величинами F, G, H, L, M, N – параметрами, що характеризують поточний стан анізотропії. Даний підхід використовувався в подальших роботах [83, 84, 85, 86]. В головних осях анізотропії умова пластичності Хілла записується в умовах плоского напруженого стану:

$$(G + H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (F + H)\sigma_y^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (2.93)$$

Для характеристики напрямку переважного розвитку деформацій при пластичній течії (анізотропії деформацій) використовується коефіцієнт нормальної анізотропії R (нормальний коефіцієнт анізотропії за Ленкфордом) [87-90], що відображає зміну властивостей матеріалу в напрямку, що перпендикулярний до площини листового прокату, в залежності від його властивостей в площині листа. Його визначають з експерименту на одновісний розтяг [91, 92] як відношення логарифмічної деформації за шириною зразка e_b до логарифмічної деформації по товщині e_t :

$$R = \frac{e_b}{e_t} = \lg \frac{b_0}{b_1} / \lg \frac{t_0}{t_1} \quad (2.94)$$

Для знаходження показників анізотропії листового матеріалу з нього вирізають три зразки: вздовж напрямку прокату, в поперек та під кутом 45° , випробовують їх на розтяг і визначають значення, за якими будують фігуру (діаграму) анізотропії даного металу (рис.2.10) [93]. Для алюмінію, і більшості його сплавів і молібдену діаграма анізотропії має максимуми під кутом 45° , до напрямку прокату.

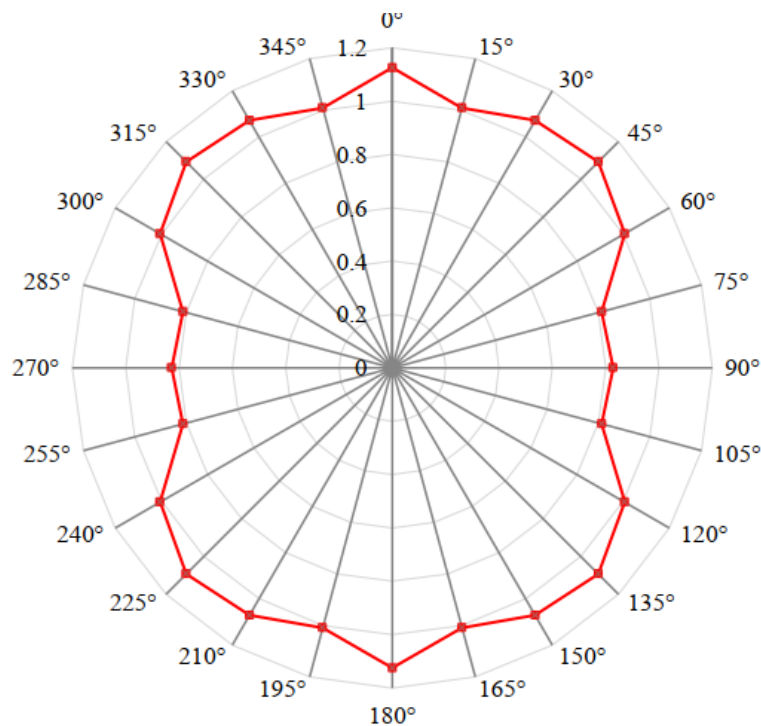


Рис. 2.10 Площинна діаграма варіації коефіцієнта анізотропії пластичної деформації R за Ленкфортом.

Вимірювання товщини в процесі деформації за формулою (2.94) не зовсім зручно. Це зв'язано з можливістю великих похибок, в зв'язку зі зміною шорховатості поверхні при розтязі, а також з нерівномірністю деформації по товщині, що викликана анізотропною неоднорідністю. Тому використовуючи закон постійності маси при пластичній деформації, краще використовувати коефіцієнти анізотропії поперечної деформації [94]:

$$\mu = -\frac{e_b}{e_t} = \lg \frac{b_0}{b_1} / \lg \frac{l_0}{l_1} \quad (2.95)$$

Показники анізотропії всіх трьох типів перераховуються один в одного і в даній парадигмі являються рівноцінними [95,96]:

$$R = \frac{\mu}{1-\mu}, R_0 = \frac{H}{G}, R_{90} = \frac{H}{F}, R_{45} = \frac{N}{F+G} - \frac{1}{2} \quad (2.96)$$

У даному виразі розглядався плоский напружений стан деформованого зразка. Коефіцієнти анізотропії R_β пов'язані з параметрами анізотропії наступним співвідношенням [97]:

$$R_\beta = \frac{\frac{H}{F} + (2\frac{N}{F} - 1 - \frac{G}{F} - 4\frac{H}{F})\sin^2 \beta \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta + \frac{G}{F}\cos^2 \beta} \quad (2.97)$$

Величини границь текучості $\sigma_{T\beta}$ у різних напрямках β по відношенню до напрямку прокатки в площині листа можуть бути розраховані згідно виразу:

$$\sigma_{T\beta}^2 = \sigma_{T90}^2 \frac{(1 + \frac{H}{F})}{\sin^2 \beta + \frac{G}{F}\cos^2 \beta + \frac{H}{F} + (2\frac{N}{F} - 1 - \frac{G}{F} - 4\frac{H}{F})\sin^2 \beta \cos^2 \beta} \quad (2.98)$$

Де σ_{T90} – границя текучості при розтягуванні зразка, вирізаного у напрямку, перпендикулярному до напрямку прокатки.

Відношення параметрів анізотропії, зазвичай, визначаються на основі деформацій зразків, вирізаних у різних напрямках відносно напрямків прокатки, при їх випробуванні на розтяг згідно залежностей:

$$\frac{H}{F} = R_{90} \quad \frac{G}{F} = \frac{R_{90}}{R_0} \quad \frac{N}{F} = (R_{45} + \frac{1}{2})(1 + \frac{R_{90}}{R_0}) \quad (2.99)$$

Визначивши коефіцієнти анізотропії у напрямках $0,45^\circ$ і 90° до напрямку прокатки і обчисливши параметр анізотропії F за виразом:

$$F = 1 / (\sigma_{90}^2 (1 + R_{90})) \quad (2.100)$$

Використовуючи співвідношення (2.99) та (2.100) знайдемо формули для знаходження параметрів анізотропії N , H , F , G :

$$F = \frac{1}{\sigma_{90}^2 (1 + R_{90})}, \quad H = F \cdot R_{90}, \quad N = F(1 + \frac{R_{90}}{R_0})(R_{45} + 0.5), \quad G = F \cdot \frac{R_{90}}{R_0}, \quad (2.50)$$

У разі рівного розподілу приростів деформацій по ширині і товщині $\mu = 0,5 (R=1)$ метал ізотропний. Розрізняють трансверсальну анізотропію, при якій коефіцієнти анізотропії однакові в різних напрямках площини листа: $\mu_0 = \mu_{45} = \mu_{90} \neq 0,5$ (площину ізотропії), і площинну анізотропію, при якій коефіцієнт анізотропії змінюється в площині листа в різних напрямках прокатки: $\mu_0 \neq \mu_{45} \neq \mu_{90}$ (ортотропний матеріал).

При оцінці впливу анізотропії на штампування металу і проведення інших технологічних розрахунків часто користуються усередненими в площині листа деформаційними показниками анізотропії $\bar{\mu}(\bar{R})$. Іноді доводиться стикатися з неточностями у визначенні цього коефіцієнта, так існують різні вираження для обчислення середнього значення коефіцієнта анізотропії [96]:

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0 + \mu_{45} + \mu_{90}}{3}, \quad (2.101-a)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0 + 2\mu_{45} + \mu_{90}}{4}, \quad (2.101-б)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0 + \mu_{22,5} + \mu_{45} + \mu_{67,5} + \mu_{90}}{5}, \quad (2.101-в)$$

де μ_a - коефіцієнти поперечної деформації, виміряні під кутом a до напрямку прокатки.

Очевидно, що вирази (2.101) неоднозначно оцінюють анізотропію одного і того ж листа, як може здатися на перший погляд. Так, наприклад, в одному і

тому ж наближенні по формулі (2.51-а) і (2.52-б), коли усереднення йде за трьома напрямками, може вийти два різних результату. При цьому часто дані вирази представляються як рівнозначні .

Для отримання правильної формули розглянемо в сукупності всю площину прокатного листа, яку розіб'ємо на напрямки з кроком 45° (рис. 2.11, а).

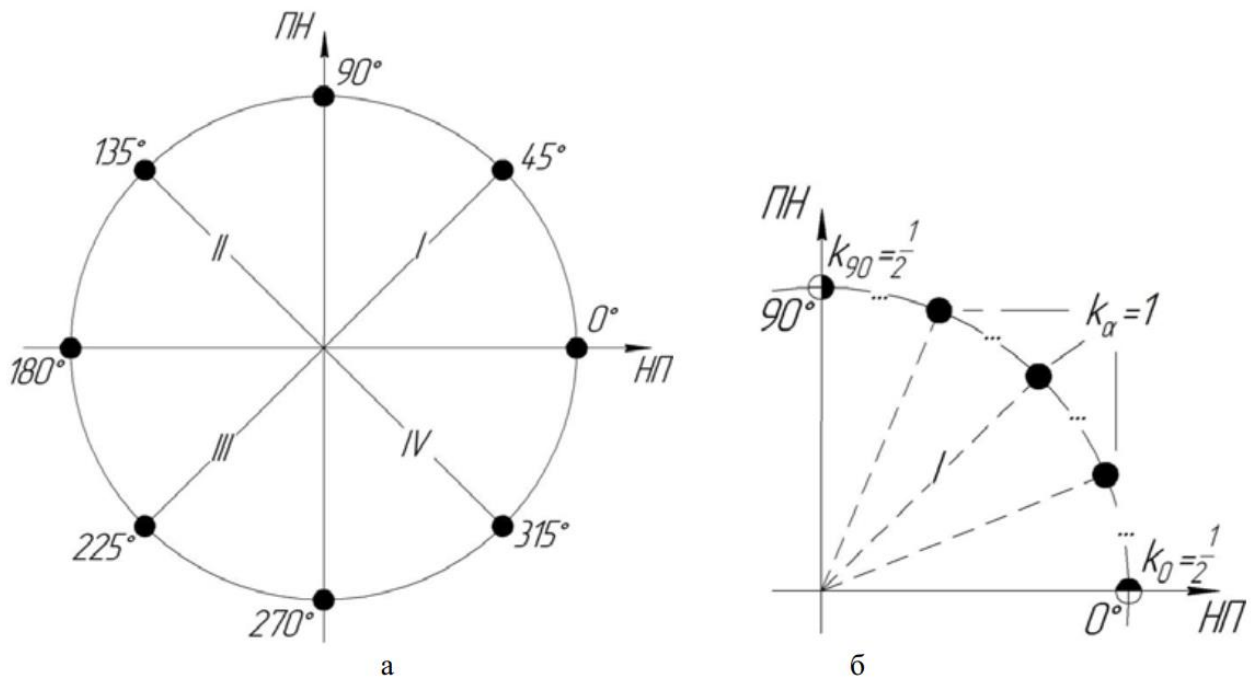


Рис. 2.11 Розрахунок середнього значення параметрів анізотропії [96]

Покажемо, що всі коефіцієнти анізотропії можна виразити через три основних: $\mu_0, \mu_{45}, \mu_{90}$. З причини того, що текстура прокату має три взаємно перпендикулярні площини симетрії, то серед вирізаних зразків будуть ідентичні, значення коефіцієнтів анізотропії в яких збігаються:

$$\begin{aligned}\mu_0 &= \mu_{180} \\ \mu_{45} &= \mu_{135} = \mu_{225} = \mu_{315} \\ \mu_{90} &= \mu_{270}\end{aligned}\tag{2.102}$$

Середнє значення коефіцієнта анізотропії у всій площині листа визначимо, як середнє арифметичне коефіцієнтів поперечної деформації для всіх напрямків розбиття від 0° до 360° :

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0 + \mu_{45} + \dots + \mu_{315}}{8} \quad (2.103-a)$$

або з урахуванням залежностей (2.103):

$$\bar{\mu} = \frac{2\mu_0 + 4\mu_{45} + 2\mu_{90}}{8} = \frac{\mu_0 + 2\mu_{45} + \mu_{90}}{4} \quad (2.103-б)$$

Таким чином, маємо вираз аналогічний (2.101-б), з якого видно, що внесок (вага) коефіцієнта μ_{45} в середнє значення в два рази більше в порівнянні з коефіцієнтами μ_0 і μ_{90} . Тепер з наведеного прикладу видно, що формула (2.101-а) спотворює реальну картину, так як стверджує однаковий внесок коефіцієнтів поперечної деформації в середнє значення.

Як уже було відзначено вище, всі текстуровані матеріали володіють симетрією властивостей, тому на практиці досить визначити коефіцієнти анізотропії тільки для напрямків в діапазоні 0-90 °. Покажемо, як правильно визначити середнє значення в цьому випадку.

Розглянемо I квадрант координатної площини (рис. 2.11, а), якому належать три напрямки розбиття з кроком 45 °. При цьому було б помилкою розраховувати середнє значення $\bar{\mu}$ за формулою (2.101-а), так як напрямки 0 ° і 90 ° належать цьому квадранту не повністю, а тільки наполовину, і наполовину належать II і IV квадрантам відповідно. Це підтверджується тим, що при додаванні всіх чотирьох квадрантів має вийти вісім напрямків. Отже, маємо:

$$\bar{\mu} = \frac{\frac{1}{2}\mu_0 + \mu_{45} + \frac{1}{2}\mu_{90}}{2} \quad (2.103-в)$$

Слід звернути увагу на те, що у виразі 2.103-в) в знаменнику стоїть цифра "2", а не «3». Справа в тому, що в даному випадку знаходиться не просто середнє значення трьох показників анізотропії, а середнє зважене значення коефіцієнтів в певному квадраті. Тому в знаменнику записана сума вкладів (вага) кожного коефіцієнта μ_a в квадраті.

Узагальнимо вираз (2.103-в) для випадку з довільним кроком розбиття $\Delta\alpha$. Для цього введемо вагові коефіцієнти k_a , при використанні яких формула для $\bar{\mu}$ буде виглядати наступним чином (рис. 2.11, б):

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{a \in m} k_a \mu_a}{\sum_{a \in m} k_a} \quad (2.104)$$

де m - це безліч всіх напрямків вибраного розбиття, $m = \{a_i\}, i = 1, n$, n - кількість ділянок розбиття квадранта, $n = 90^\circ / \Delta\alpha$. У формулі (2.104) кожне з μ_a виміряне під кутом a_i до напрямку прокатки: $a_i = \Delta\alpha i, i = 1, n$. Вираз в знаменнику $\sum_{a \in m} k_a$ - являє собою загальну вагу всіх коефіцієнтів для даної площини, при цьому $k_0 = k_{90} = 0,5$.

Неважко помітити, що формула (2.104) і формула (2.103-в) являють собою одне і те саме, що ще раз підтверджує правильність підходу.

Як приклад розглянемо використання формули (2.104) для обчислення середнього значення коефіцієнта анізотропії по показникам, виміряним з кроком $22,5^\circ$ до напрямку прокатки. В даному випадку: кількість ділянок розбиття $n = 90^\circ / 22,5 = 4$; безліч всіх напрямків $m = \{0^\circ; 22,5^\circ; 45^\circ; 67,5^\circ; 90^\circ\}$; загальна вага всіх коефіцієнтів $\sum_{a \in m} k_a = 0,5 + 1 + 1 + 0,5 = 4$. Таким чином, остаточно маємо:

$$\bar{\mu} = \frac{0,5\mu_0 + \mu_{22,5} + \mu_{45} + \mu_{67,5} + 0,5\mu_{90}}{4} \quad (2.105)$$

З наведеного прикладу видно, що формула (2.101-в) спотворює реальну картину, так як утворює однаковий внесок коефіцієнтів поперечної деформації в середнє значення.

Дані вирази показують, що внесок коефіцієнтів μ_0 і μ_{90} в середнє значення в два рази менше, в порівнянні з іншими коефіцієнтами.

Висновки до другого розділу

Розглянуто основні положення трьохвимірної теорії анізотропної пошкоджуваності та її подальший розвиток на основі нового підходу до моделювання анізотропії та побудові визначальних рівнянь деформаційної теорії анізотропних матеріалів при простому навантаженні

Розглянуто та деталізовано розвиток основних положень термодинаміки незворотніх процесів відносно рівнянь кінетики накопичення анізотропних пошкоджень при пружно-пластичному деформуванні. Показано, що на сьогодні ще не визначено повною мірою параметр, який однозначно описував би процес накопичення мікропошкоджень в анізотропному конструкційному матеріалі.

В парадигмі визначальних відношень описано та деталізовано підходи для визначення параметру анізотропної пошкоджуваності методом зміни модуля пружності, що базуються на концепції еквівалентності деформацій, приросту додаткової пружної енергії та еквівалентності пружної енергії.

Запропонована модифікована узагальнена модель кінетики накопичення розсіяних пошкоджень яка враховує анізотропію механічних властивостей металевих конструкційних матеріалів.

Встановлено, що серед застосовуваних в даний час показників анізотропії найбільш об'єктивними є коефіцієнти поперечної деформації μ , які, на відміну від коефіцієнтів Р. Хілла і коефіцієнтів нормальної анізотропії R, можуть бути розраховані з високою точністю для тонколистових матеріалів, добре нормовані і забезпечують наслідування співвідношень при переході з пружною області в пластичну. Показано, що для діапазону вимірювань в межах від 0° до 90° до напрямку прокатки внесок (вага) коефіцієнтів μ_0 і μ_{90} в середнє значення в два рази менше в порівнянні з коефіцієнтами, виміряними за рештою напрямків вибраного розбиття.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ НАКОПИЧЕННЯ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ В АНІЗОТРОПНИХ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛАХ В ПРОЦЕСІ ЇХ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Детально представлена програма та методики досліджень та наведено опис експериментальних стендів MTS 800, MTS 810 та Ві-01-02 які використовувались при проведенні експериментів.

Викладені в другому розділі феноменологічні моделі та підходи до експериментальної оцінки накопичення розсіяних пошкоджень потребують детального експериментального обґрунтування та підтвердження. З цією ціллю на кафедрі динаміки та міцності машин і опору матеріалів Національного технічного університету України “КПІ ім. І. Сікорського”, Інституті механіки машинобудівного факультету Університету Отто-фон-Геріке Магдебургу (Німеччина) та та в Інституті електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України було проведено комплекс експериментальних досліджень по вивченню накопичення пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах. Розглянута запропонована програма дослідження процесу накопичення розсіяних анізотропних мікропошкоджень у конструкційних матеріалах, представлена методика визначення характеристик анізотропних конструкційних матеріалів за результатами проведених експериментів згідно програми досліджень. Описано експериментальні стенди, які були використані для визначення параметрів анізотропних матеріалів та методика випробувань на модернізованій експериментальній установці. Представлені стенди дозволяють реалізувати статичне навантаження у заданих діапазонах в рамках розробленої програми експериментальних досліджень.

В даному розділі наведено описання експериментальних стендів, методики проведення експериментів по визначенню пошкоджуваності в матеріалі через зміну модуля пружності та коефіцієнтів анізотропії фізико-механічних характеристик, параметра заліковування.

3.1 Комплексна програма досліджень анізотропних конструкційних матеріалів при статичному навантаженні

В рамках дослідження властивостей та кінетики накопичення пошкоджень конструкційних матеріалів з урахуванням анізотропії була розроблена програма визначення їх основних параметрів шляхом проведення експериментальних досліджень в рамках статичного навантаження представлених зразків, метою якого є визначення характеристик міцності та деформаційних характеристик, що є основними при побудові феноменологічної моделі накопичення анізотропних пошкоджень та дозволяють охарактеризувати матеріал у його умовно початковому стані;

Беручи до уваги анізотропію властивостей досліджуваних анізотропних конструкційних матеріалів представлені на випробування зразки мали різну направленість до напрямку прокату. Це дає змогу на основі проведених експериментів встановити вплив анізотропії на кінетику накопичення пошкоджень, а також на характеристики міцності та деформаційні характеристики представлених конструкційних матеріалів.

Базуючись на проведених експериментах є можливість експериментально отримати коефіцієнт анізотропії та вивчити його вплив на процес накопичення мікропошкоджень, а також на процедуру визначення залишкового ресурсу елементів конструкцій, що виготовляються з прокатних алюмінієво-магнієвих сплавів авіаційного призначення.

3.2 Експериментальні стенди для проведення випробувань

В інституті механіки Університету Отто-фон-Геріке (м. Магдебург, Німеччина) було проведено ряд експериментальних досліджень анізотропних конструкційних матеріалів на установці MTS 810, загальний вигляд приведено на рис. 3.1.



Рис. 3.1 Загальний вид випробувального стану MTS 810

Випробувальна установка складається з сервогідравлічного приводу, персонального комп'ютера з програмним забезпеченням TestWare (рис.3.2), контролерів FlexTest SE. Загальне керування гідроприводом установки та процесом проведення експерименту здійснюється за допомогою спеціального програмного забезпечення встановленого на персональному комп'ютері, який входить у комплекс керування. Випробувальна установка забезпечує створення максимального осьового зусилля до 100 кН з точністю $\pm 1\%$. Контроль поздовжнього видовження зразка здійснюється за допомогою тензометра (MTS 634.11). При підготовці до проведення експерименту забезпечується можливість фіксації зразка у гідравлічних захватах з підтримкою нульового осьового зусилля, що зводить до мінімуму виникнення небезпечних навантажень на зразок при його встановленні.

Всі параметри проведення експерименту задаються та контролюються за відповідними каналами керування за допомогою їх введення та отримання за зворотнім зв'язком на комп'ютері. Отримані експериментальні дані зберігаються у текстовому форматі, який допускає конвертацію до програми Excel 2019.

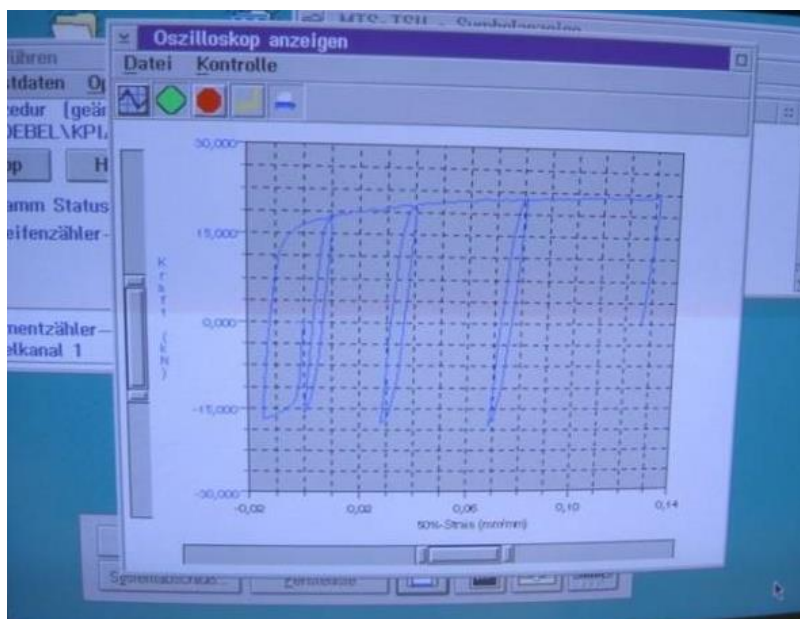


Рис.3.2 Інтерфейс ПЗ

Зразок затискається в пневматичних захватах, після чого на нього встановлюються датчики поздовжньої та поперечної деформації. Після цього за допомогою програмного забезпечення задаються параметри експерименту та величини, які будуть реєструватися під час експерименту. Данні експерименту можна зберегти в форматі *.xls.



а)

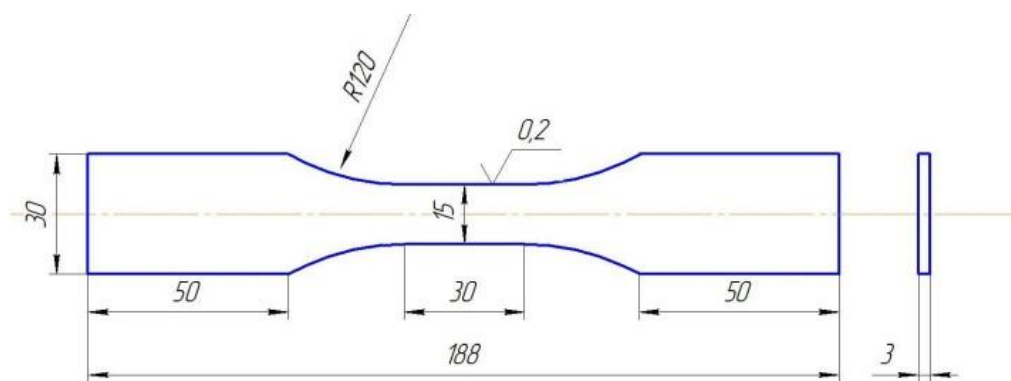


б)

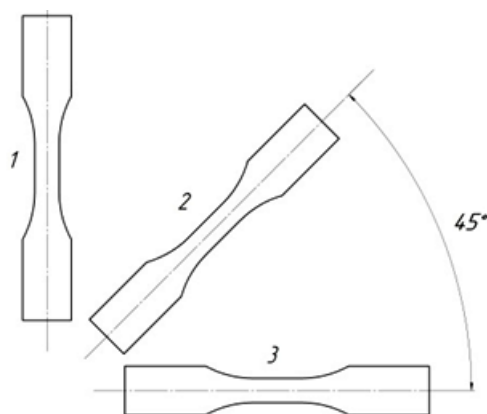


(в)

Рис.3.3 Датчик виміру поздовжньої (а), поперечної деформації (б) та разом(в)



а)



б)

Рис.3.4 Креслення зразків для випробувальної установки MTS 810 - (а)
та схема вирізання з листа – (б)

В Інституті електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України на випробувальній установці MTS було проведено ряд експериментальних досліджень анізотропних конструкційних матеріалів, загальний вигляд приведено на рис. 3.5. Випробувальна установка забезпечує створення максимального осьового навантаження ± 250 кН; частота навантаження до 100 Гц; робочий хід поршня ± 100 мм; цифровий контролер з частотою збору даних до 49 кГц



Рис. 3.5 Загальний вид сервогідравлічного випробувального стенду
MTS



Рис.3.6 Датчики виміру поздовжньої та поперечної деформації

Всі параметри проведення експерименту задаються та контролюються за відповідними каналами керування за допомогою їх введення та отримання за зворотнім зв'язком на комп'ютері. Отримані експериментальні дані зберігаються у текстовому форматі, який допускає конвертацію до програми Excel.

Експериментальна установка Ві-02-112.

Випробувальний стенд Ві-02-112 створений для проведення випробувань конструктивних матеріалів в умовах простого та складного режиму навантажень шляхом автоматичного виконання заданої за допомогою програмного інтерфейсу програми навантаження (деформування) у діапазонах до 500 кН за каналом осьової сили, до 2кНм за каналом крутного моменту та до ± 75 мм за каналом переміщення штока. Можливість одночасного моніторингу до шістнадцяти каналів даних дозволяє повною мірою контролювати процес проходження експерименту та створювати базу експериментальних даних для подальшої обробки та розрахунків. Канал керування вибирається

безпосередньо оператором стенду та може бути заданий як силовий канал: навантаження осьовою силою, крутним моментом, або деформаційний канал: переміщення за штоком або тензометром.

Принципова схема установки показана на рисунку 3.7.

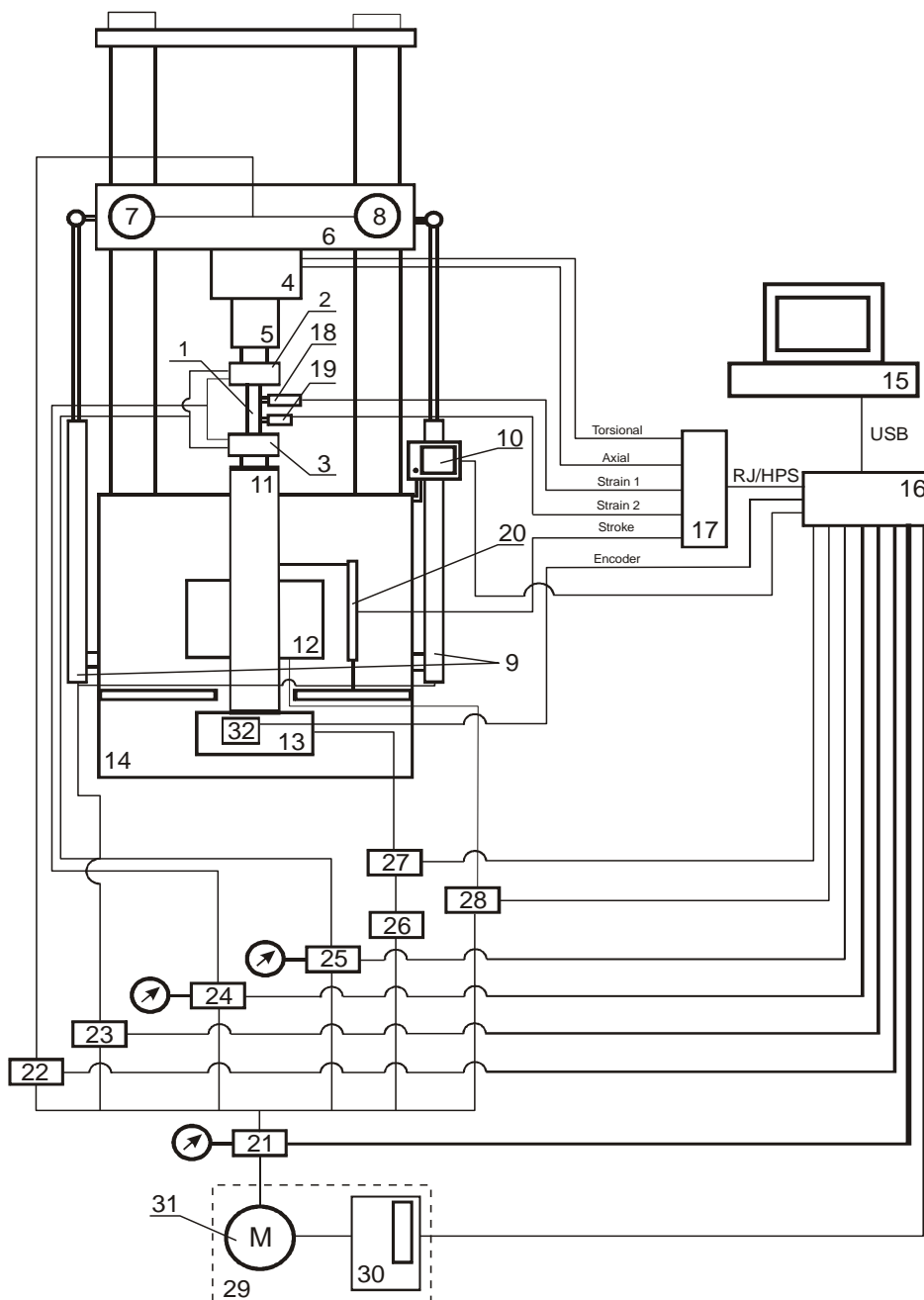


Рис.3.7 – Принципова схема експериментальної установки Vi-02-112

Зразок 1 встановлюється у спеціальних механічних чи гідравлічних захватах 2 та 3. Верхній захват 2 через різьбове з'єднання під'єднаний до блоку динамометрів 4 та 5. Динамометр 4 дозволяє проводити випробування у

діапазоні поздовжнього зусилля до 100 000 Н та крутного моменту до 2кНм. При випробуваннях, що вимагають створення більшого поздовжнього зусилля блок динамометрів розбирається, від'єднується малий динамометр 4 та захват 2 з'єднується безпосередньо з динамометром 5, що працює у діапазоні поздовжнього зусилля до 500 000Н, проте не призначений для випробувань на кручення. Блок динамометрів 4 та 5 монтується на рухомій траверсі 6, рух якої здійснюється за допомогою двох гідроциліндрів положення 9, що керуються безпосередньо з сенсорної панелі керування 10 шляхом подачі сигналу на гідравлічний сервоклапан 23 та змонтовані на станині 10. Положення рухомої траверси фіксується за допомогою двох гідрозамків 7 та 8, які керуються за допомогою сервоклапану 22, операції з яким мають пріоритетний характер порівняно з іншими командами, які проходять через перетворювач 17, контролер 16 та персональний комп'ютер 15. Тобто, при розмиканні гідрозамків 7 та 8 у цілях безпеки блокуються всі команди з комп'ютера 15 і активно залишається лише сенсорна панель 10 за допомогою якої можливі підготовчі операції (операції встановлення та фіксації зразка).

Положення зразка 1 у захватах встановлюється за допомогою штока 11 на якому за допомогою різьбового з'єднання закріплено нижній захват 3. Рух штока здійснюється за допомогою заповнення робочою рідиною верхньої або нижньої частини гідроциліндра 12 відповідно до команд, які поступають з персонального комп'ютера 15 через контролер керування стендом 16 та маслостанції 30 на маслостанцію 29, магістральний клапан 21 та клапан керування штоком 28. Датчик руху штока 20 фіксує його положення. Сигнал з цього датчика може бути використаний для розрахунку деформації зразка у першому наближенні при проведенні випробувань. Керування положенням штока окрім персонального комп'ютера 15 може здійснюватися безпосередньо з сенсорної панелі 10.

Навантаження крутним моментом в системі здійснюється за допомогою силонантажувача 13, робота якого керується зі станції керування за допомогою команд, що поступають з персонального комп'ютера 15 на

маслостанцію 29. Після отримання сигналу на створення крутного моменту відкривається магістральний клапан 21, після якого робоча рідина по магістралі потрапляє до моментного силонавантажувача через клапан моментонавантажувача 27 та відсічний клапан 26. Відсічний клапан 26 також може бути використаний для запобігання випадковому обертанню штока при закріплення зразка внаслідок подачі хибної команди керування. Датчик 32 фіксує величину кута закручування штока та передає її у вигляді сигналу безпосередньо на контролер 16.

Експериментальний стенд передбачає встановлення захватів з механічною та гідравлічною фіксацією. У випадку застосування гідравлічних захватів їх виходи під'єднуються до магістралі, а їх фіксації здійснюється шляхом надходження відповідного сигналу з сенсорної панелі 10 на гідравлічний клапан 25. Зусилля затискання захватів відображається на манометрі клапану 25. У випадку застосування механічних захватів магістраль клапану 25 „заколюється” та не використовується у роботі. У випадку гідравлічного затискання зразків у захватах використовується відповідна магістраль, робоча рідина у якій керується гідравлічним клапаном 24, який споряджений манометром, що дозволяє регулювати зусилля затискання зразка вручну.

При проведенні експериментів на зразку можуть бути змонтовані два зовнішні тензометри на повномостовій схемі 18 та 19, що забезпечують точність вимірювання до 0,001 мм та можуть бути під'єднані за допомогою спеціальних роз'ємів на станині 14. Тензометр 18 забезпечує вимірювання видовження у межах від -3 мм до +6 мм та має робочу базу 25 мм. Тензометр 19 забезпечує вимірювання видовження у межах $\pm 0,5$ мм з базою 12,5 мм. При проведенні випробувань тензометр 18 було застосовано для вимірювати поздовжньої деформації зразків, тензометр 19 використовувався для вимірювання поперечної деформації зразка, а також при проведенні циклічних випробувань. При цьому було модернізовано кріплення тензометра 19.

Сигнали з тензометрів потрапляють на персональний комп'ютер через перетворювач та контролер.

Керування маслостанцією випробувального стенду здійснюється за допомогою надходження сигналів керування з персонального комп'ютера 15 через контролер 16 на контролер маслостанції 30, що має можливість змінювати частоту струму у широкому діапазоні. Це дає можливість регулювати потік робочої рідини за допомогою регулювання швидкості обертання двигуна 31. Маслостанція обладнана датчиком температури масла та рівня робочої рідини, що автоматично її вимикають при досягненні цих параметрів критичного значення.

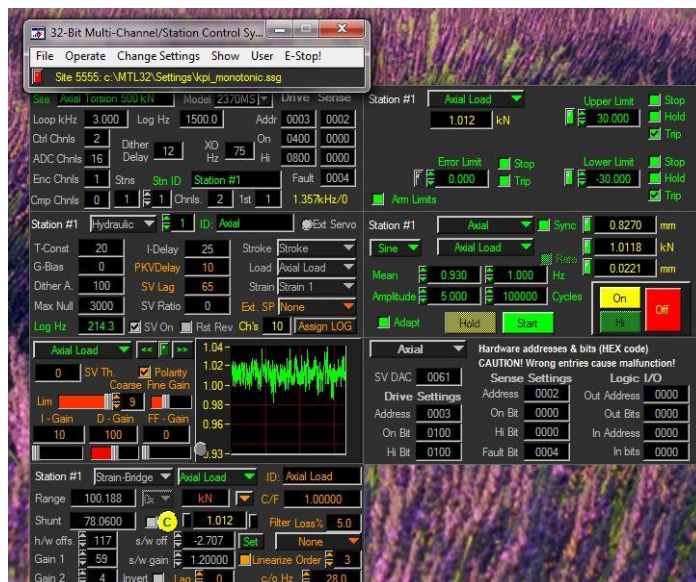
Загальне керування процесом проведення експерименту відбувається за допомогою базових програм керування стендом, що встановлені на персональному комп'ютері 15. Будь-яка програма проведення експерименту задається шляхом введення відповідних параметрів до спеціального програмного забезпечення, після чого сигнал з комп'ютера 15 потрапляє на контролер 16 після чого йде на контролер маслостанції 30. Частина команд (команди, що відповідають за позиціонування зразка перед експериментом та його встановлення) дублюються сенсорною панеллю 10. Зворотній сигнал знімається з відповідного елементу стенду, а саме: поздовжня сила – з динамометрів 4 або 5, крутного моменту – з динамометра 5, переміщення штоку – з датчика 20, видовження зразка – з тензометрів 18 та 19 та потрапляє на перетворювач 17, звідки через контролер 16 потрапляє у вигляді візуального матеріалу на персональний комп'ютер 15. Сигнал датчика кута закручування 32 потрапляє безпосередньо на контролер. Контролер 16 має можливість підключення до 16-ти каналів зчитування даних. Паралельно зберігаються масиви експериментальних даних з каналів, що були задіяні під час проведення експерименту. Частота зчитування та зберігання даних задається оператором.

Керування експериментом здійснюється шляхом вибору відповідного каналу керування (зусилля, момент, видовження, кут закручування) або комбінацією цих каналів у програмному інтерфейсі, який використовується для

проведення експериментальних досліджень. Загальний вигляд блоку керування зображено на рисунку 3.8а.



а)



б)

Рис. 3.8 – Блок керування (а) та базова програма керування стендом MTL 32 (б)

Калібрування, налаштування, відключення та підключення каналів керування, встановлення граничних значень та нуля каналу, налаштування сигналу відпрацювання стенду, позиціонування рухомої траверси при встановленні зразка здійснюється за допомогою основного програмного забезпечення стенду MTL 32 (рисунок 3.8.б). Окрім цього за допомогою MTL 32 можливе проведення тестового відпрацювання експерименту без зберігання даних, яке необхідне для визначення параметрів точного налаштування сигналу відпрацювання. Виходячи з вимог безпеки вказане програмне забезпечення має декілька рівнів доступу до налаштувань. Параметри, встановлені у MTL 32, є основними для всіх інших підпрограм керування та, окрім граничних значень каналів, не можуть бути змінені з їх інтерфейсів.

Для проведення конкретного експерименту використовуються спеціальні підпрограми, які мають чітке призначення, що відповідає певному виду випробувань та мають бути запущені паралельно з MTL 32.

При дослідженні властивостей матеріалів були використані наступні підпрограми: *monotonic application* та *test builder* (функції *monotonic test* та *fatigue test*), процедура роботи в яких описана нижче.

Monotonic application (випробування на розтяг)

Інтерфейс підпрограми наведено на рисунку 3.9.

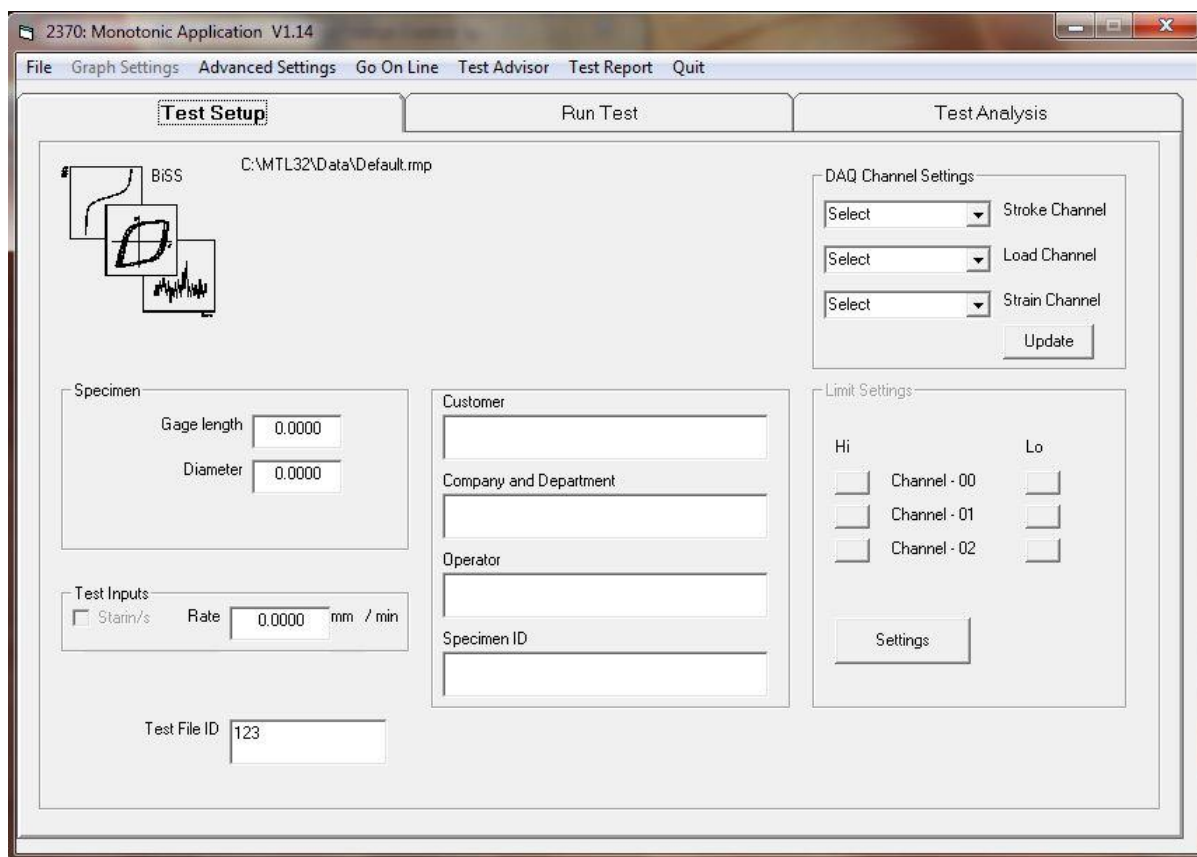


Рис. 3.9 – Інтерфейс Monotonic Application

Дана підпрограма призначена для проведення випробувань на розтяг або стиск. Основною властивістю її є можливість встановлення ріної швидкості навантаження на різних ділянках діаграми деформування, що дає можливість більш точно визначати модуль Юнга матеріалів. Окрім цього можлива зміна тензометра при досягненні деформацією заданого значення. Підпрограма включає в себе можливість побудови діаграми деформування в реальному часі та запис даних у форматі Excel. Фіксація руйнування зразка встановлюється

вручну та відслідковується за величиною падіння навантаження або граничного переміщення. Після завершення експерименту підпрограмою можуть бути автоматично розраховані основні параметри кривої деформування, зокрема – енергетичні параметри.

Test builder (функції monotonic test та fatigue test)

Підпрограма Test builder містить у своєму складі набір функцій за допомогою яких можна реалізувати будь-який експеримент, якщо його реалізація відповідає можливостям експериментального стенду та охоплює більшість видів навантажень, зокрема – програмне, пропорційне, блочне та навантаження за допомогою сигналу, що задається у вигляді функцій.

Відповідно до поставлених задач досліджень були використані наступні функції оболонки Test builder:

- 1) *monotonic test* (рисунк 3.9). Застосовується при проведенні експериментів на розтяг/стиск, кручення. Можливий вибір навантажувача та встановлення швидкості зміни параметру згідно вибраного каналу контролю. Руйнування зразка фіксується за величиною падіння навантаження або досягнення граничної деформації. На відміну від Monotonic application дана програма дає можливість підключення двох тензометрів одночасно, а отже, відбувається запис даних з двох тензометрів і можливе подальше їх використання у числових розрахунках.

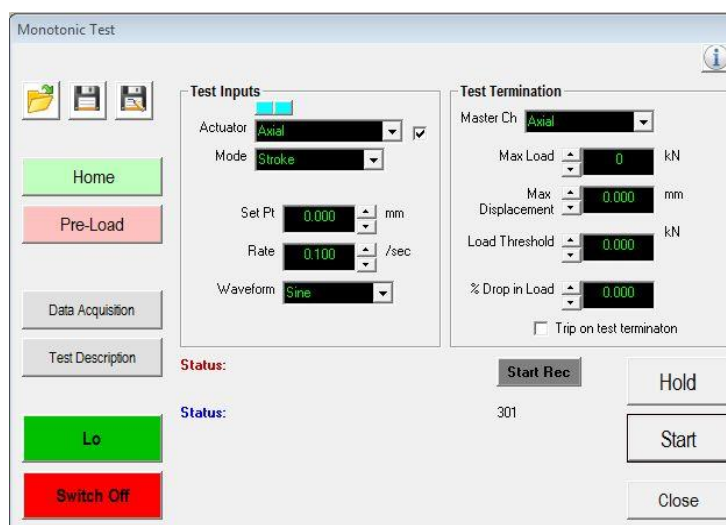


Рис. 3.10 – Інтерфейс Test Builder (monotonic)

У вищенаведених підпрограмах Test builder відбувається запис даних одночасно з усіх підключених каналів, що дає можливість, у нашому випадку, врахувати як поздовжню зміну довжини зразка, так і поперечну. Ці параметри були використані при розрахунках коефіцієнту Пуассона.

Візуально процес проведення експериментів оцінювався за допомогою програми графічного відображення даних у реальному часі VuPoint.

3.3 Методика визначення характеристик анізотропних конструкційних матеріалів при статичному навантаженні

В якості об'єкту досліджень були вибрані металеві конструкційні матеріали різних будов кристалічної решітки, які широко використовуються в різних галузях машинобудівного комплексу та авіації [98].

В якості досліджуваних матеріалів були вибрані: Плоскі зразки (рис. 3.4) виготовлені з алюмінієвого сплаву АМг5м , алюмінієвого сплаву 5052 та на сплаві типу 2024-T351 шляхом лазерної вирізки з листа. Зразки вирізалися під кутами 0, 45 і 90 градусів до напрямку прокату (рис. 3.5).

Схема навантаження наведено на рис.3.11.

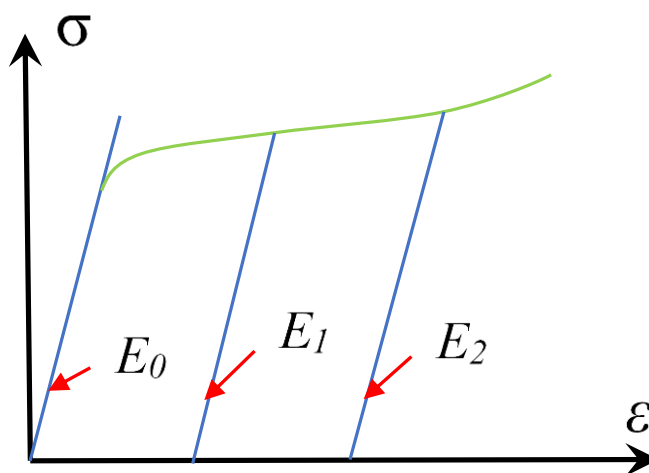


Рис.3.11 Схема навантаження

Для визначення поточного модуля пружності на відрізок розвантаження знаходили лінійний відрізок (див.рис.3.12).

Модуль пружності в випадку розтягу-стиску [99]

$$E = \frac{\Delta P \cdot l_0}{\Delta l \cdot F_0}, \quad (3.1)$$

де ΔP та Δl - приріст розтягуючого зусилля та довжини відповідно (рис.3.12), l_0 - початкова довжина зразка, F_0 - початкова площа поперечного перетину.

Навантаження зразка та вимір компонент деформацій здійснювали дискретно від нуля до напружень, які нижче відповідної границі пропорційності конструкційного матеріалу, який досліджується. Обчислення значень E здійснювали, визначаючи нахили ліній регресії, які побудовані на основі методу найменших квадратів.

$$E = \frac{n \sum_{k=1}^n \sigma_k \varepsilon_k - \sum_{k=1}^n \sigma_k \sum_{k=1}^n \varepsilon_k}{n \sum_{k=1}^n \varepsilon_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n \varepsilon_k \right)^2}; \quad (3.2)$$

де n - число вимірювань осьових σ_k , ε_k , та зсувних τ_k , γ_k напружень і деформацій, відповідно при цьому $n = 15 \div 20$.

При розрахунках коефіцієнта Пуассона та інших пружних характеристик [100] на досліджуваному зразку встановлювали два тензометри з різними базами, при цьому тензометр для виміру поперечної деформації закріплювався спеціально виготовленими затискачами.

Таблиця 3.1

Механічні характеристик сплаву 5052

№ зразка- Напряв вирізання	σ_T , МПа	σ_B , МПа	ε_R , мм/мм
1-0	69,3	226,7	0,2805
2-0	80,1	215,1	0,2362
3-0	86,0	222,9	0,2666
1-45	80,5	209,8	0,3108
2-45	54,4	172,6	0,2442
3-45	93,4	216,2	0,3055
1-90	66,9	172,9	0,1419
2-90	90,6	209,3	0,2808
3-90	87,0	209,6	0,2848

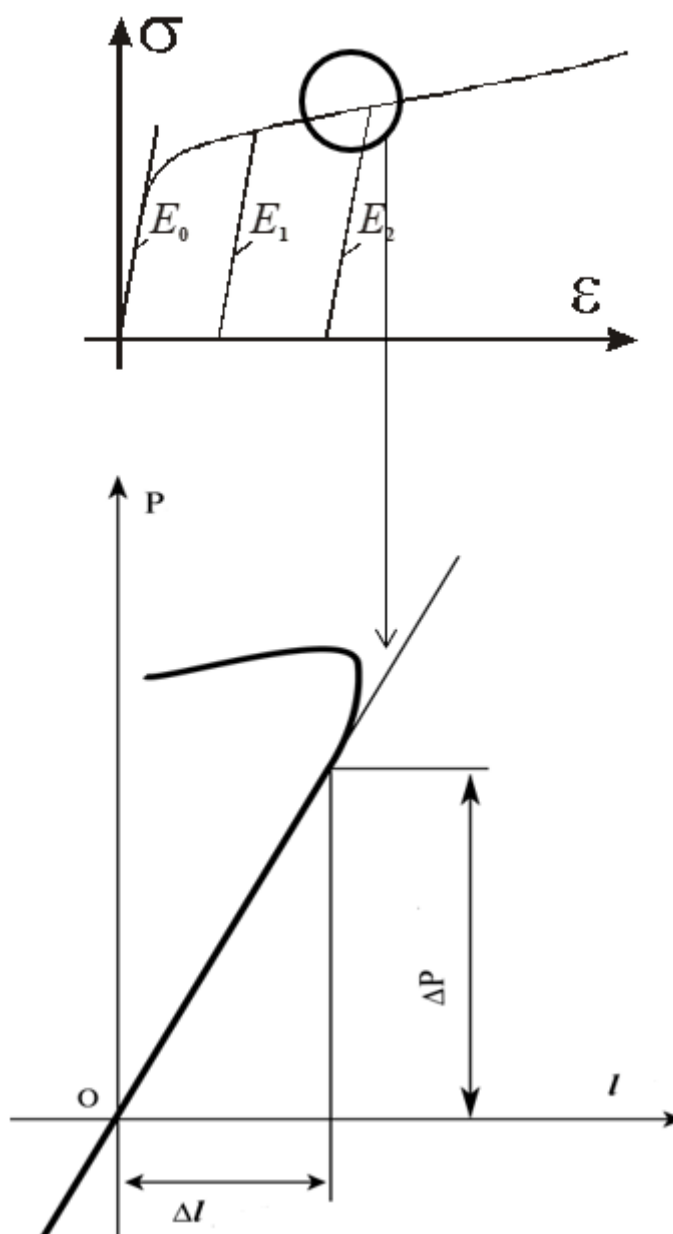


Рис.3.12 Методика визначення статичного модуля пружності при розвантаженні

Значення дійсних величин напружень, деформацій, коефіцієнтів Пуассона та модуля Юнга розраховувались згідно таблиці 3.2

Таблиця 3.3

Дійсне напруження	$\sigma_T = \frac{\sigma'_T}{(1 - \nu' \varepsilon'_T)^2}$
Дійсна деформація	$\varepsilon_T = \ln(1 + \varepsilon'_T)$
Дійсна поперечна деформація	$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon'_t)$
Номінальний коефіцієнт Пуассона	$\nu' = -\frac{\varepsilon'_t}{\varepsilon'_T}$
Модуль Юнга	$E = \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T^e}$
Дійсний коефіцієнт Пуассона	$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_T}$
Дійсна пластична деформація	$\varepsilon_T^p = \varepsilon_T - \ln\left(1 + \frac{\sigma_T}{E}\right)$
Дійсна поперечна пластична деформація	$\varepsilon_t^p = \varepsilon_t - \ln\left(1 - \nu' \frac{\sigma_T}{E}\right)$
Дійсний пластичний коефіцієнт Пуассона	$\nu^p = -\frac{\varepsilon_t^p}{\varepsilon_T^p}$

Для характеристики напрямку переважного розвитку деформацій при пластичній течії (анізотропії деформацій) використовується коефіцієнт нормальної анізотропії R (нормальний коефіцієнт анізотропії за Ленкфордом), що відображає зміну властивостей матеріалу в напрямку, що перпендикулярний до площини листового прокату, в залежності від його властивостей в площині листа. Даний коефіцієнт, як зазначалося вище,

визначається як відношення логарифмічної деформації за шириною зразка e_b до логарифмічної деформації по товщині e_t :

$$R = \frac{e_b}{e_t} = \lg \frac{b_0}{b_1} / \lg \frac{t_0}{t_1} \quad (3.3)$$

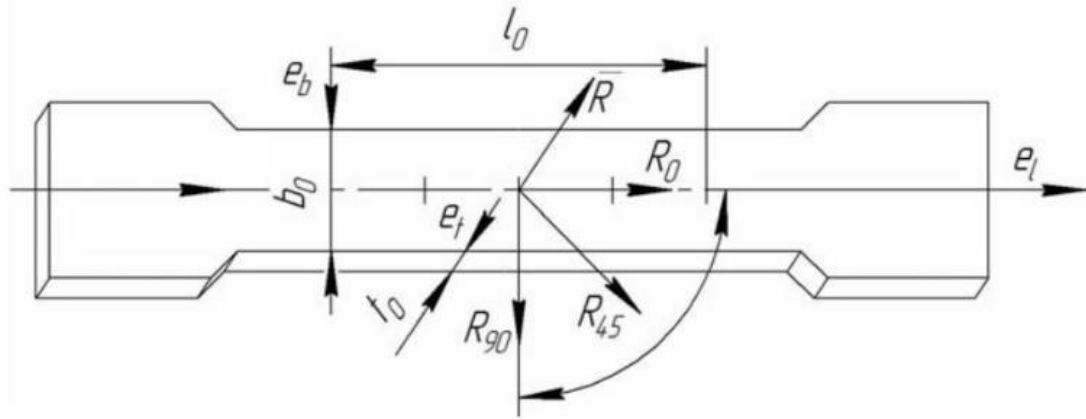


Рис. 3.13 Схема до розрахунку нормального коефіцієнта анізотропії за Ленкфордом

Вимірювання товщини в процесі деформації за формулою (3.3) не дуже зручно, так як пов'язано з можливістю великих помилок в зв'язку зі зміною шорсткості поверхні при розтязі зразка, а також з нерівномірністю деформацій по товщині, що викликається неоднорідністю. Тому для оцінки анізотропії краще використовувати коефіцієнти Пуассона для пластичної області або коефіцієнт поперечної деформації:

$$\mu = -\frac{e_b}{e_l} = \lg \frac{b_0}{b_1} / \lg \frac{l_0}{l_1} \quad (3.4)$$

Коефіцієнт поперечної деформації у границях пружності є сталою величиною, за границями пружності коефіцієнт поперечної деформації μ^* залежить від пластичної деформації, причому зі зростанням деформації він збільшується і прямує до 0.5. Дійсно, при одновісному розтяганні

$$(\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0; \quad \sigma_{xx} = \sigma; \quad \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0; \quad \sigma_0 = \sigma/3).$$

$$\varepsilon_{non} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{yy} = \frac{\sigma}{9K} - \frac{\varepsilon_i \sigma}{2\sigma_i}; \quad \varepsilon_{повз\delta} = \varepsilon_{xx} = \varepsilon = \frac{\sigma}{9K} + \frac{\varepsilon_i \sigma}{\sigma_i}. \quad (3.5)$$

Вилучивши з цих виразів величину $\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \sigma$, матимемо

$$2\varepsilon_{non} + \varepsilon = \frac{\sigma}{3K} = \frac{\sigma}{E}(1-2\mu). \quad (3.6)$$

$$\mu^* = \left| \frac{\varepsilon_{non}}{\varepsilon_{повз\delta}} \right| = \frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{2E} \frac{\sigma}{E}$$

Тоді

(3.7)

Залежність коефіцієнта поперечної деформації від величини пластичної деформації можна побудувати за діаграмою розтягання (рис. 3.14), причому відрізок ОС у масштабі дорівнює σ_T / E або (в іншому масштабі) $1-2\mu/2E$. Проведемо із точки С вертикаль CD, яка перетне діаграму розтягання у точці F, а з точки F – горизонтальну лінію FG до перетину з віссю ординат. Відрізок OG у масштабі $\mu = 0,5$ його масштаб залежить від масштабу ОС. Відкладемо тепер у тому самому масштабі по осі ординат відрізок OA, що дорівнює 0,5 та проведемо через точку A горизонтальну пряму AB. Тоді зрозуміло, що відрізок AG у тому самому масштабі дорівнюватиме коефіцієнту поперечної деформації у границях пружності.

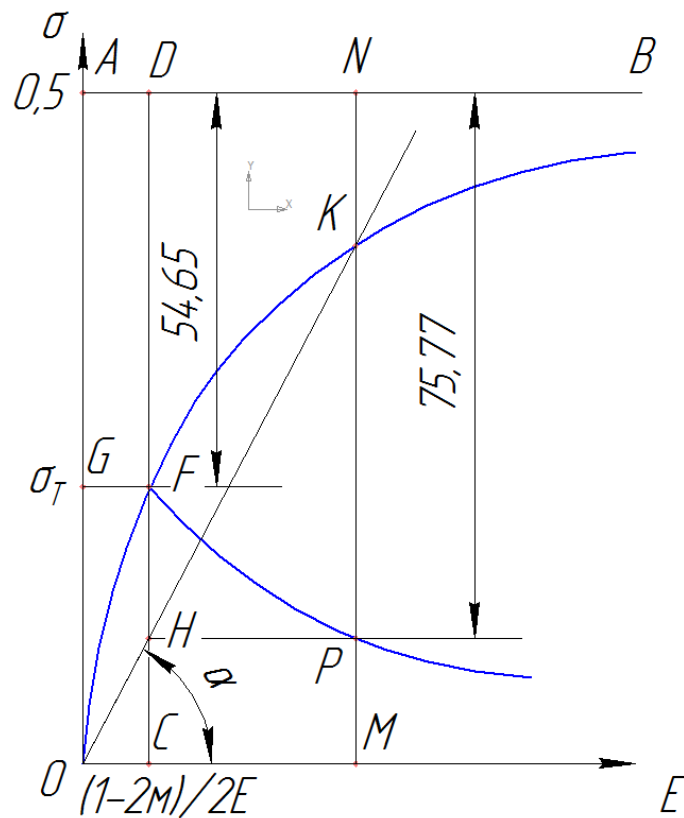


Рис. 3.14 Визначення коефіцієнту поперечної деформації

Розглянемо довільну точку K на діаграмі розтягання та знайдемо для даної деформації значення коефіцієнта поперечної деформації. Для цього через точку K проведемо вертикальну лінію. Позначимо точки перетину цієї вертикальної лінії з віссю абсцис через M , а з прямою AB – через N . З'єднаємо точку K з початком координат. Тангенс кута нахилу променя KO дорівнює σ/ε . Промінь OK перетинає вертикаль CD в точці H . З точки H проведемо горизонтальну лінію до перетину з лінією MN . Відрізок CH у даному масштабі дорівнює $(1-\mu)/2E - \sigma/\varepsilon$, тому відрізок $HD=PN$ дорівнює коефіцієнту поперечної деформації за границями пружності (рис.3.14). Виконавши аналогічні побудови для ряду точок діаграм розтягання, матимемо графік GFP залежності коефіцієнта поперечної деформації від пластичної деформації.

Параметри пошкоджуваності розраховувались за трьома різними підходами, що базуються на концепціях еквівалентності деформацій, приросту пружної енергії та постулату еквівалентності повної енергії:

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E_0}, D = -\frac{1}{2} \ln \frac{\tilde{E}}{E_0}, D = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E_0}} \quad (3.8)$$

де E_0, \tilde{E} – початкові та поточні модулі пружності при розтязі, відповідно.

Основними задачами статистичної обробки результатів експериментальних досліджень [101] є визначення середнього значення параметра дослідження та оцінка точності його розрахунку. Так як механічні характеристики вивчають при використанні обмеженої кількості зразків, то відповідні числові характеристики відрізняються від так званих генеральних характеристик, які можуть бути знайдені по результатах досліджень нескінченно великої кількості зразків. Обмежену сукупність зразків або результатів досліджень називають вибіркою. На практиці значення генеральних характеристик оцінюють з більшою або меншою ступінню точності по вибірковим (емпіричним) характеристикам; при цьому часто приймають нормальний закон розподілу похибок.

Вибіркове середнє значення механічної характеристики розраховують за формулою [102]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.9)$$

де x_i - значення механічної характеристики i -го зразка, n – число досліджених зразків (об'єм вибірки).

Для оцінки випадкової похибки окремого виміру часто використовують значення вибіркового середньоквадратичного відхилення або середньоквадратичної похибки

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.10)$$

Нехай в результаті досліджень n зразків отримало середньоарифметичне значення механічної характеристики \bar{x} . Позначимо через α імовірність того, що \bar{x} відрізняється від істинного значення x на величину, що менша ніж Δx , тобто

$$P(\bar{x} - \Delta x < x < \bar{x} + \Delta x) = \alpha \quad (3.11)$$

Імовірність α називають довірчою імовірністю, а інтервал значень випадкової величини від $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$ - довірчим інтервалом. Ширина довірчого інтервалу характеризує точність, а довірна імовірність – надійність оцінки невідомого параметра x за допомогою вибіркового середнього значення \bar{x} . Чим більша необхідна надійність, тим більше при тому же об'ємі вибірки повинен бути відповідний довірчий інтервал і навпаки, при звичайних механічних дослідженнях можна обмежитися довірчою імовірністю 0,90 або 0,95.

Ширина довірчого інтервалу Δx для математичного очікування визначається числом вимірів n , вибірковими значеннями \bar{x} , S та обчислюється за формулою

$$\Delta x = \frac{S}{\sqrt{n}} t \quad (3.12)$$

де t - коефіцієнт Стюдента, що залежить від об'єму вибірки n та заданої довірчої імовірності α (див. табл.3.4).

Висновки до третього розділу

1. Описані експериментальні установки MTS 810, MTS 825 та Ві-02-112, модернізація якої дала змогу робити експериментальні дослідження з фіксацією більшою кількістю показників.
2. Розглянуті методики безперервного дослідження кінетики накопичення пошкоджуваності в анізотропних конструкційних матеріалах при їх пружно-пластичному деформуванні
3. Описано методику визначення параметрів моделі анізотропної пошкоджуваності та відповідних коефіцієнтів анізотропії конструкційних матеріалів на основі вимірювання зміни модуля пружності.

РОЗДІЛ 4

ПОРІВНЯННЯ РОЗРОБЛЕНОЇ УЗАГАЛЬНЕНОЇ МОДЕЛІ З ІНСУЮЧИМИ ПІДХОДАМИ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМИ ДАНИМИ

4.1 Деформування анізотропних конструкційних матеріалів при статичному навантаженні

Відповідно до методики, викладеної в розділі 3 були проведені серії експериментальних досліджень ряду анізотропних металічних конструкційних матеріалів на одновісний розтяг з розвантаженнями (рис.4.1) зразків вирізаних під кутами 0, 45 і 90 градусів до напрямку прокату.

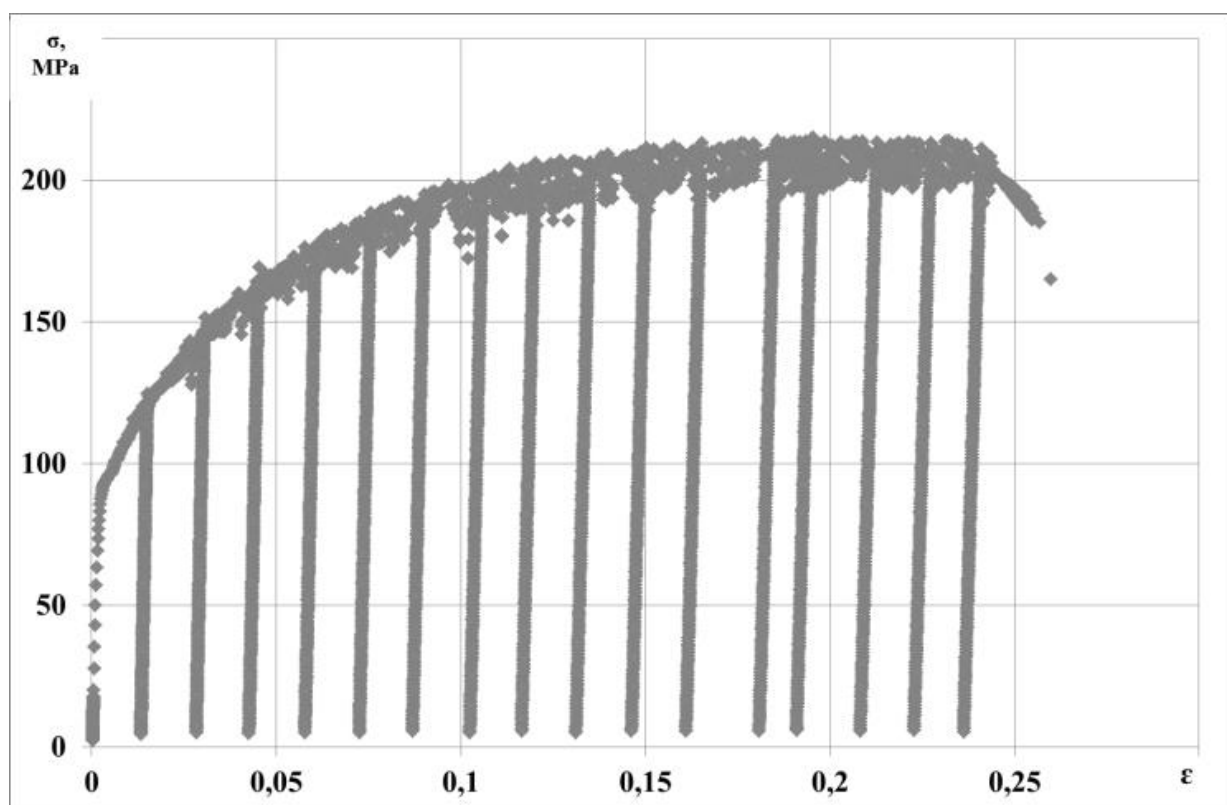


Рис. 4.1 Траєкторія навантаження

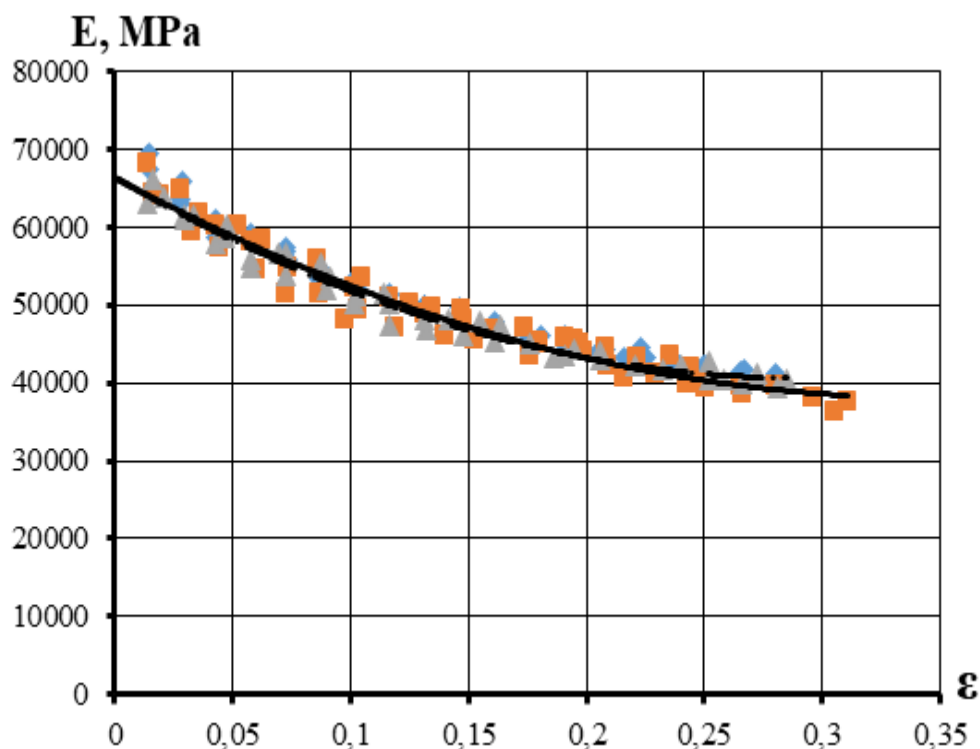


Рис. 4.2 Залежність модуля пружності від величини інтенсивності пластичної деформації в залежності від напрямку прокату (під кутом: \diamond - 0° , \blacksquare - 45° і \blacktriangle - 90°)

Отримано графіки залежності модуля пружності від величини інтенсивності пластичної деформації для сплаву 5052 в залежності від напрямку прокату (рис. 4.2). Максимальна деградація модуля пружності досягла до 41% в порівнянні з початковим значенням. При цьому залежність зміни початкового модуля пружності від кута яскраво не виражена.

Зміна поперечної деформації від поздовжньої в залежності від напрямку прокату для сплаву 5052 представлено на рис.4.4. Аналіз експериментальних даних, наведених на рисунку 4.4 дозволяє зробити висновок про те, що у зразках, вирізаних під кутом 45° величина поперечної деформації є більшою ніж для зразків, вирізаних під кутами 0° та 90° для всіх рівнів їх поздовжньої деформації. Її максимальне значення, що відповідає моменту руйнування зразка, є більшим на 19%, порівняно зі зразками, що мають кут вирізання 0° та 90° . В свою чергу, з рисунка 5 видно, що величина коефіцієнта поперечної деформації для зразків, вирізаних під кутом 45° є стабільно більшою за значення аналогічного параметру для зразків, вирізаних під кутами 0° та 90° .

Різниця за цим параметром для згаданих вище зразків становить 14%. При цьому відмінність коефіцієнта поперечної деформації для зразків, вирізаних під кутами 0° та 90° є незначною. Так його відхилення для зразка з кутом вирізання 90° порівняно зі зразком, вирізаним під кутом 0 коливається у межах 5% .

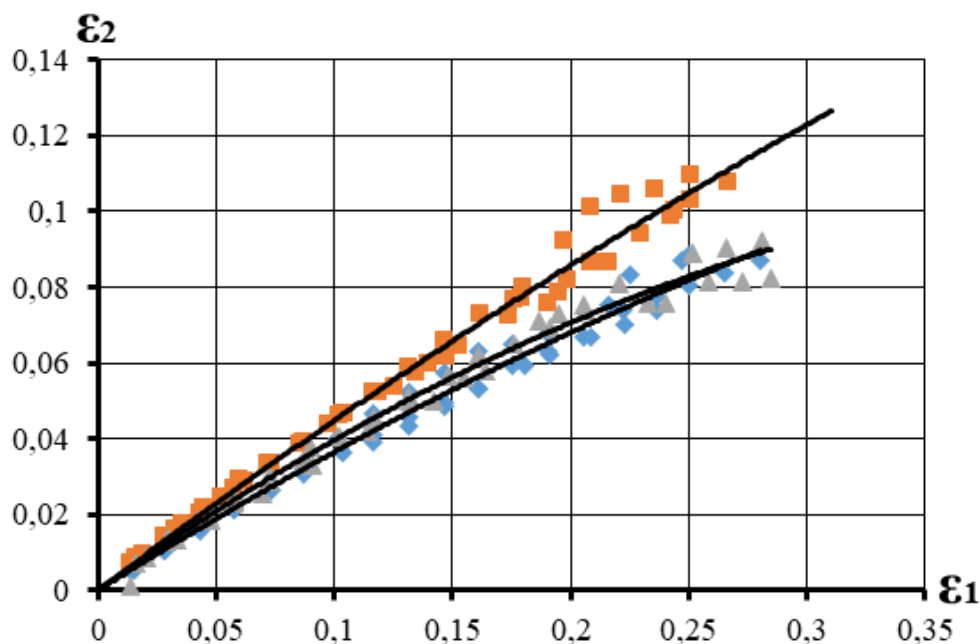


Рис.4.3 Залежність поперечної деформації від поздовжньої від напрямку прокату (під кутом: \diamond - 0° , \blacksquare - 45° і \blacktriangle - 90°)

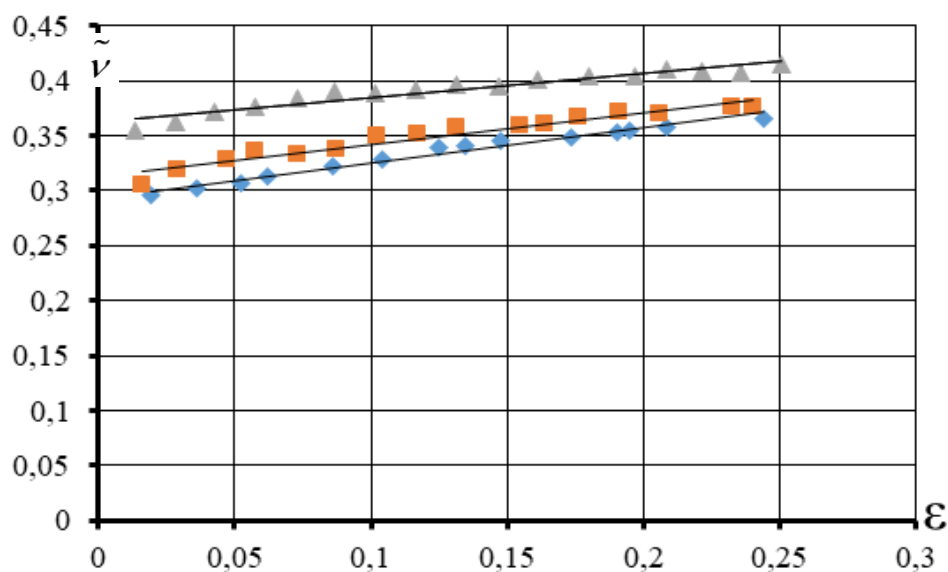


Рис. 4.4 Залежність коефіцієнта поперечної деформації від величини інтенсивності пластичної деформації від напрямку прокату (під кутом: \diamond - 0° , \blacksquare - 45° і \blacktriangle - 90°)

4.2 Кінетика накопичення пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах

Для визначення кінетики накопичення розсіяних мікропошкоджень визначено зміну параметру D , в залежності від рівня пластичної деформації. В роботі експериментально змінна D визначалась за допомогою зміни модуля пружності першого роду згідно залежностей (3.8). Параметри пошкоджуваності базуючись на підходах - концепції еквівалентності деформацій Леметра, приросту додаткової пружної енергії Луо та еквівалентності пружної енергії Чоу розраховувались згідно виразів (2.66-2.68), (2.80-2.81) та (2.87).

На рис. 4.5-4.7 представлені залежності параметра пошкоджуваності від величини деформації в залежності від напрямку для сплаву 5052.

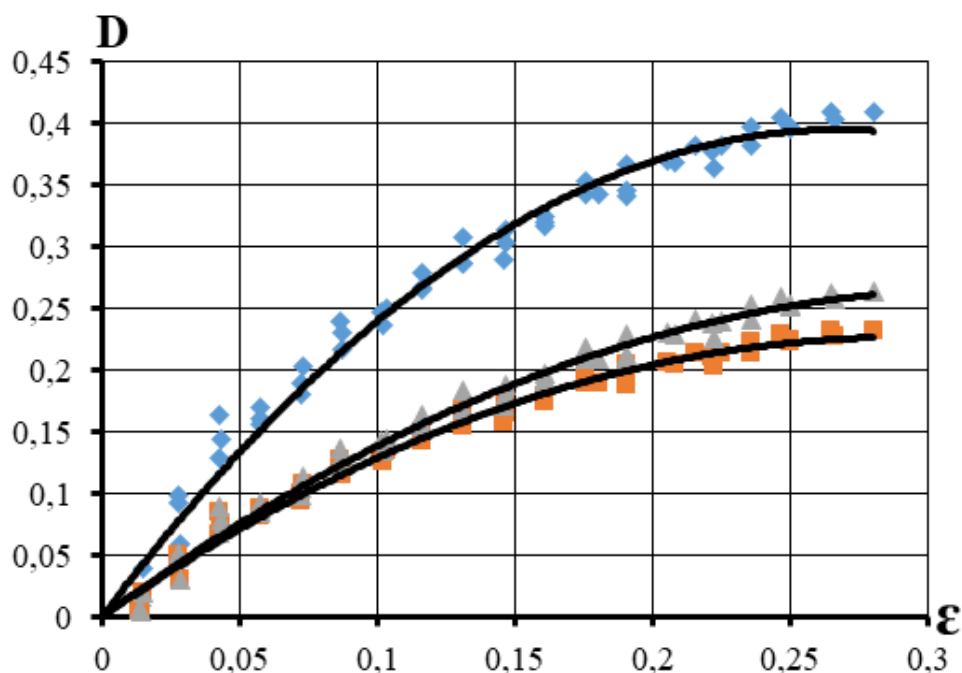


Рис.. 4.5 Залежність параметра пошкодженості від величини інтенсивності пластичної деформації (■ – Chow, ▲ – Luo, ♦ - Lemaitre) (0^0)

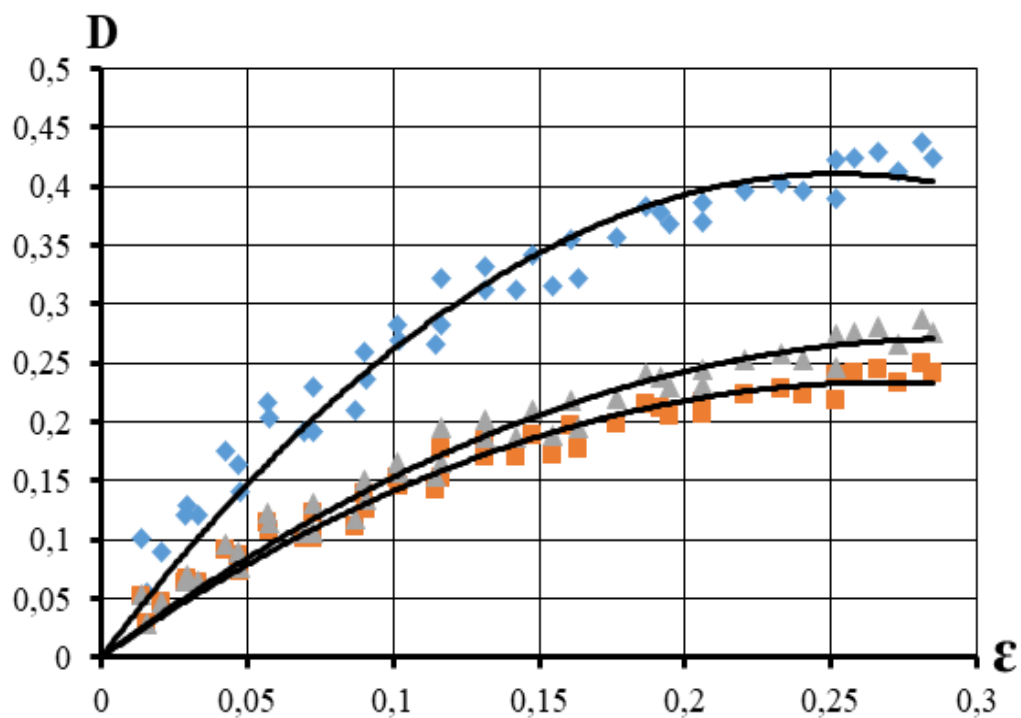


Рис. 4.6 Залежність параметра пошкодженості від величини інтенсивності пластичної деформації (■ – Chow, ▲ – Luo, ♦ - Lemaitre) (90°)

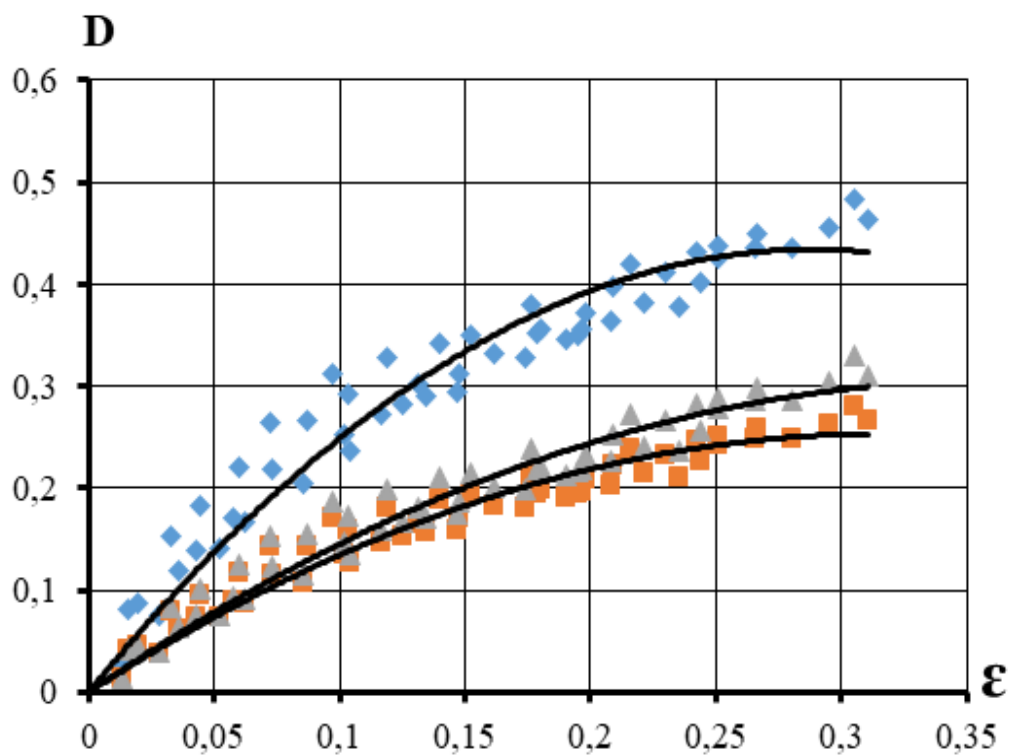


Рис.4.7 Залежність параметра пошкодженості від величини інтенсивності пластичної деформації (■ – Chow, ▲ – Luo, ♦ - Lemaitre) (45°)

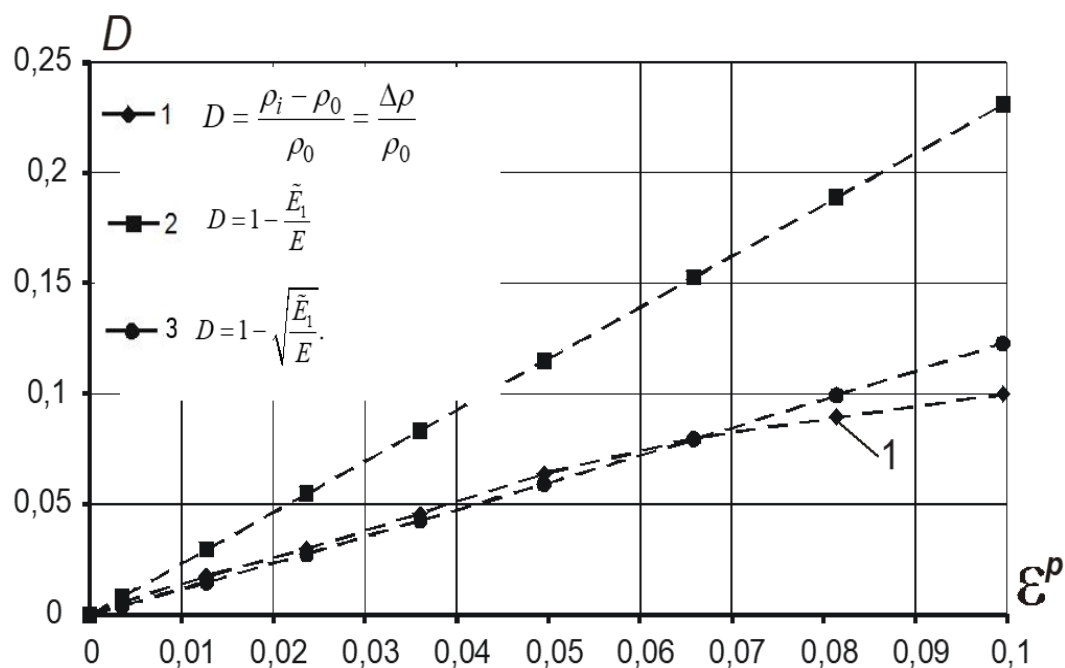
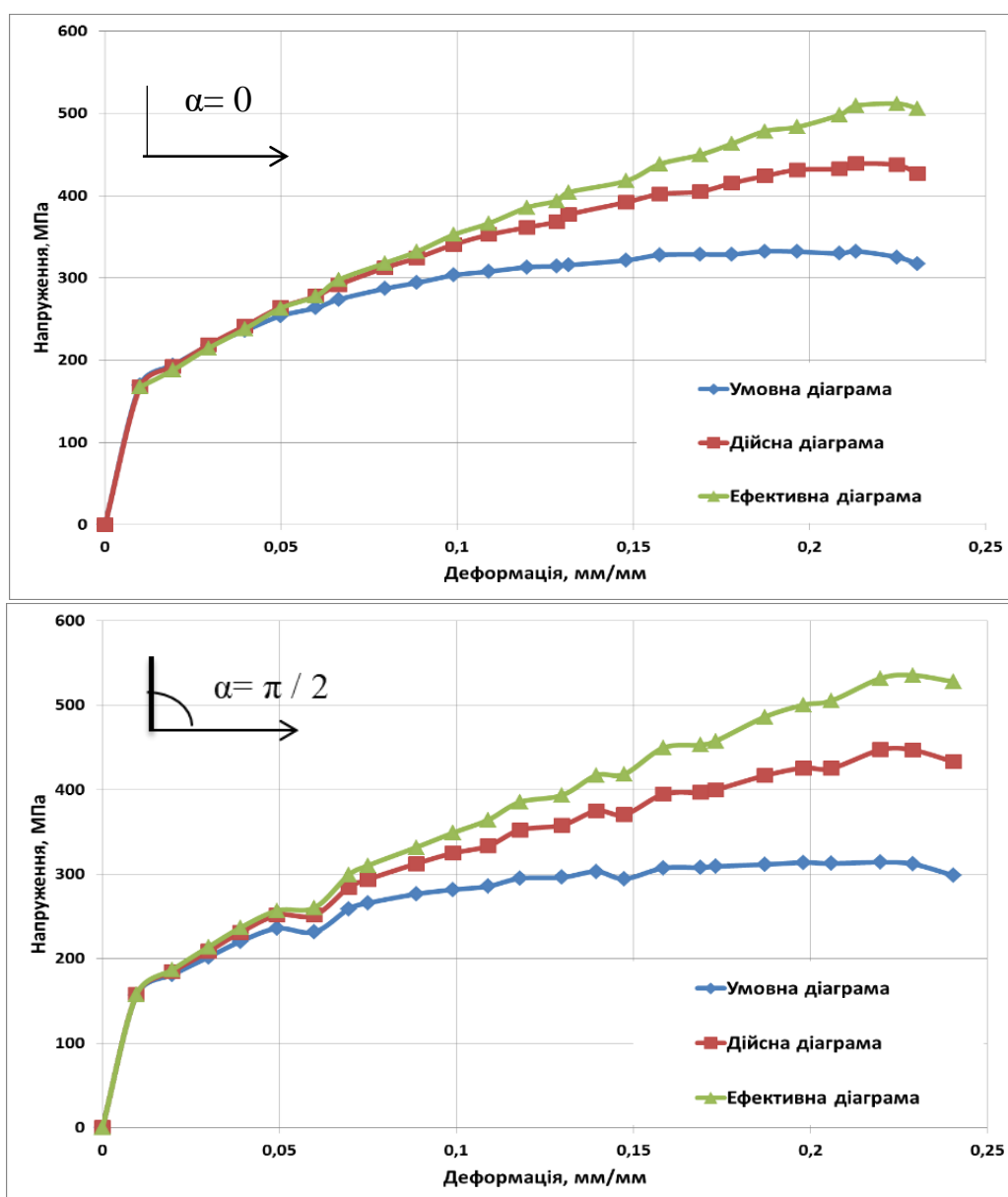


Рис.4.8 Кінетика накопичення пошкоджуваності від рівня пластичних деформацій при розтязі для сплаву АМГ5м: крива 1 – за формулою електроопору.

Проаналізувавши результати, наведені на рис. 4.5-4.7 можна зробити висновок про те, що величина параметра пошкоджуваності, отримана за допомогою підходу, запропонованого Леметром є більшою, порівняно з його величинами отриманими за допомогою моделей Чоу та Луо, що базуються на енергетичному підході, щодо визначення цього параметра. Максимальне відхилення величини параметра пошкоджуваності, яке відповідає моменту руйнування зразка (гранична величина параметра пошкоджуваності) за підходом Леметра є більшим на 60% для 0° , 65% для 45° та 62% для 90° порівняно зі значеннями за Чоу и Луо. Величини параметра пошкоджуваності, визначені згідно підходів запропонованих Чоу и Луо відрізняються мало. Максимальне відхилення параметра пошкоджуваності визначеного за вищезгаданими методам становить 13%, 17% та 12% на рівні його критичної величини. Таким чином, використання підходу Леметра може призвести до зайвого консервативізму у розрахунках, оскільки, як видно з рис. 10,

експериментально отримані величини параметра пошкоджуваності є більш узгодженими з величинами згідно моделей Луо и Чоу. Показано, що енергетичний підхід більш прийнятний для опису процесу накопичення пошкоджень в алюмінієвих сплавах в порівнянні з запропонованим Леметром. За основу приймалася крива пошкодження отримана через зміну питомого електроопору [103,104,105,106] рис. 4.8.

Також було отримано дійсні, умовні та ефективні діаграми деформування в залежності від напрямку прокатки (рис. 4.9).



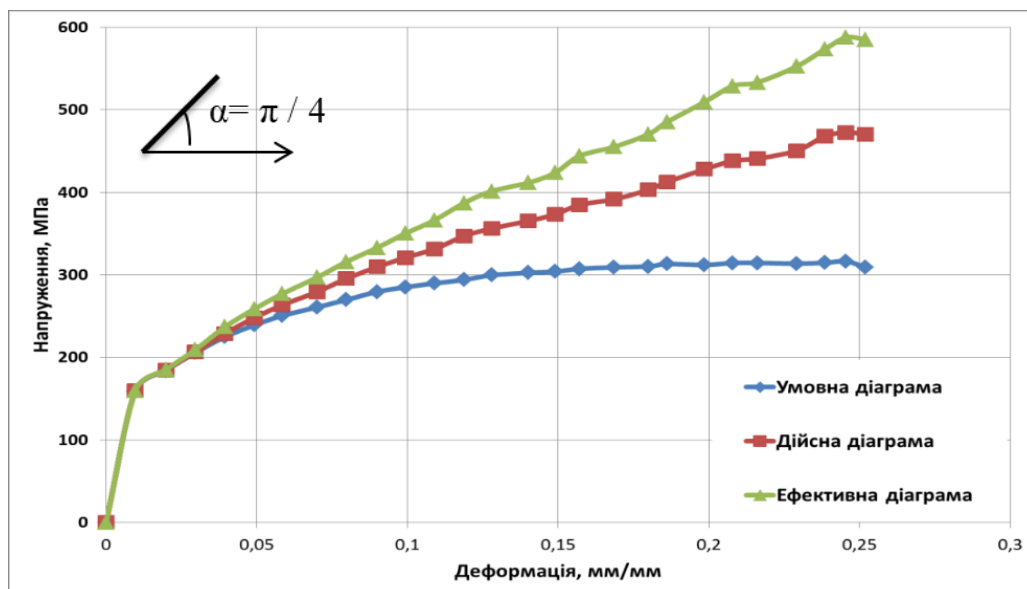
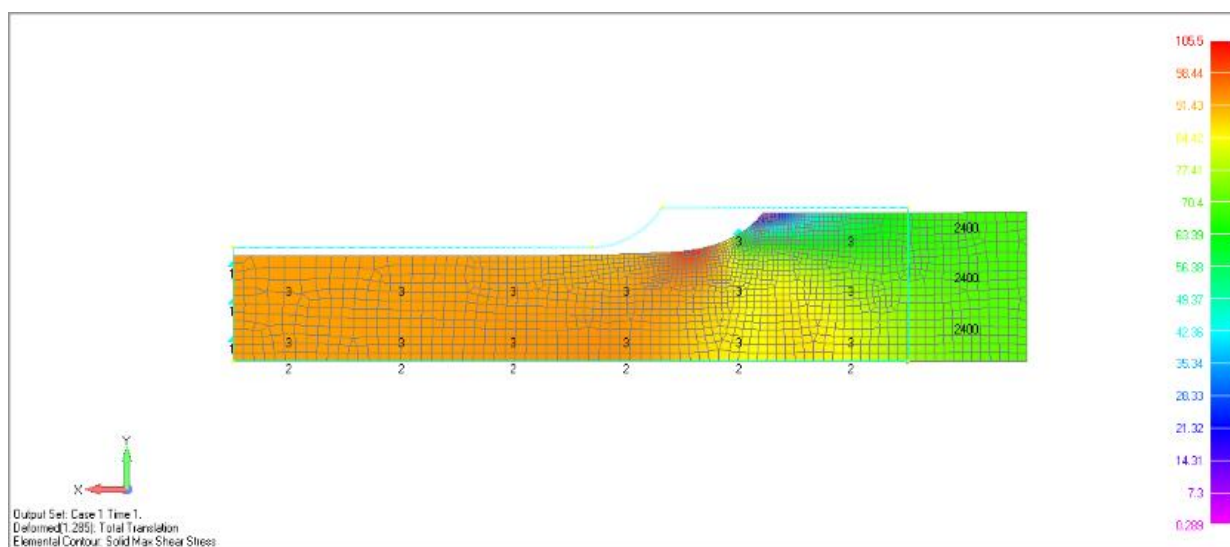
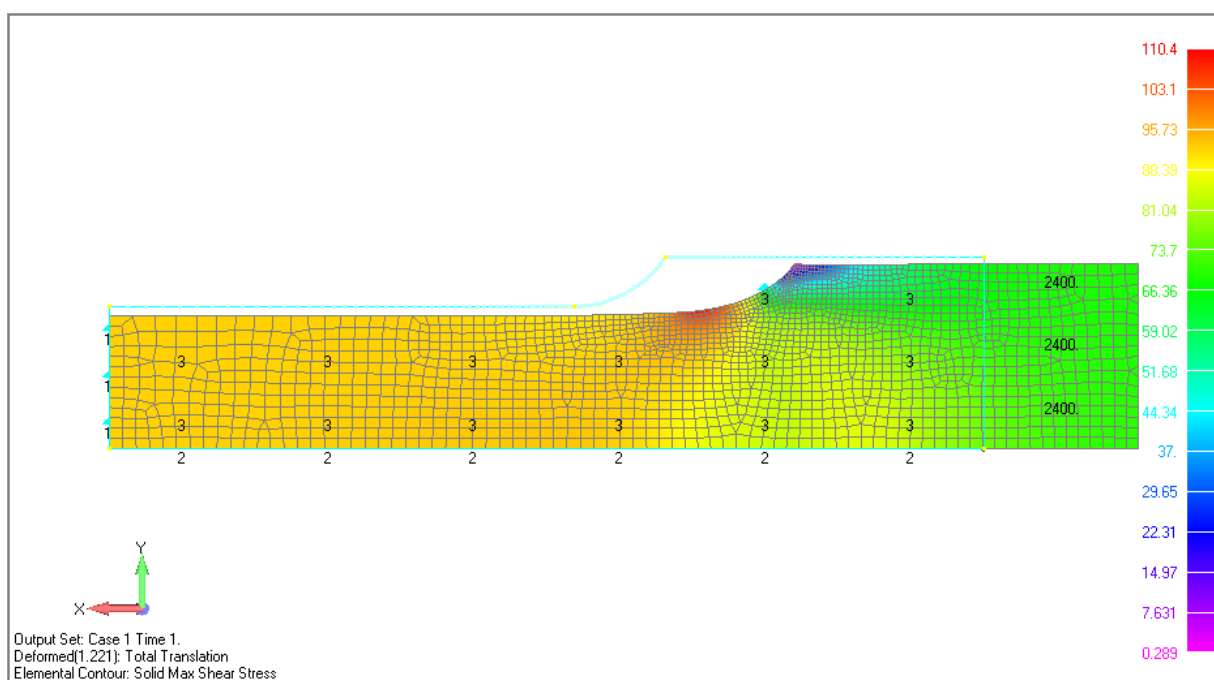


Рис. 4.9 Дійсні, умовні та ефективні діаграми сплаву АМГ5м в залежності від напрямку прокату

З отриманих умовних, дійсних та ефективних діаграм деформування дані були порівняні з реальними розподілами ефективних та дійсних напружень, що отримані чисельно при різних рівнях деформацій (рис. 4.10-11).

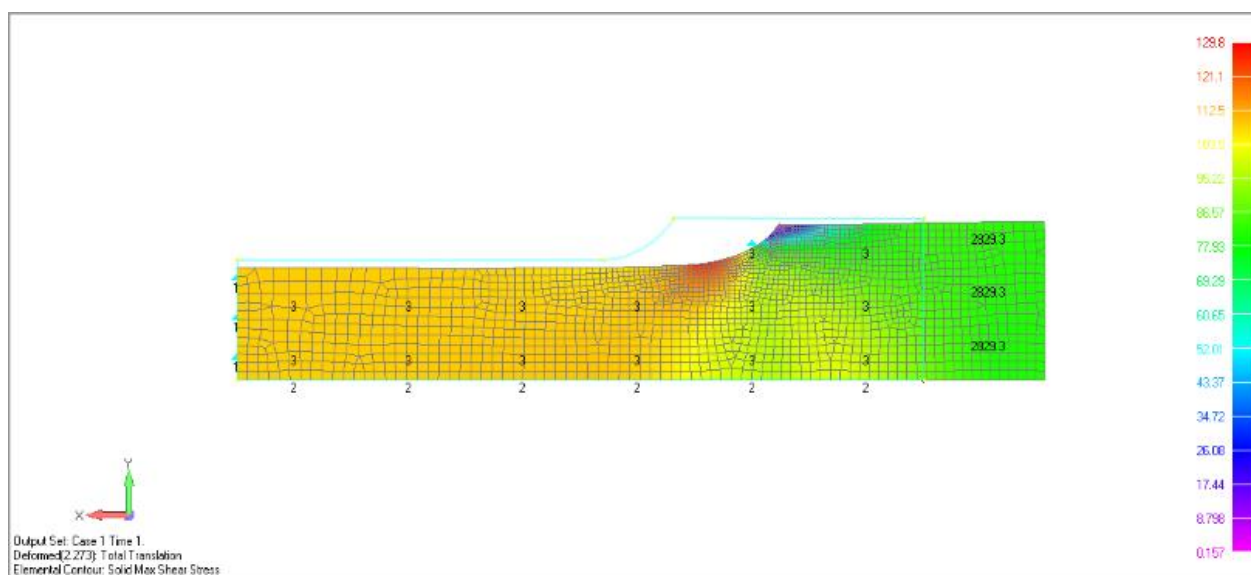


a)

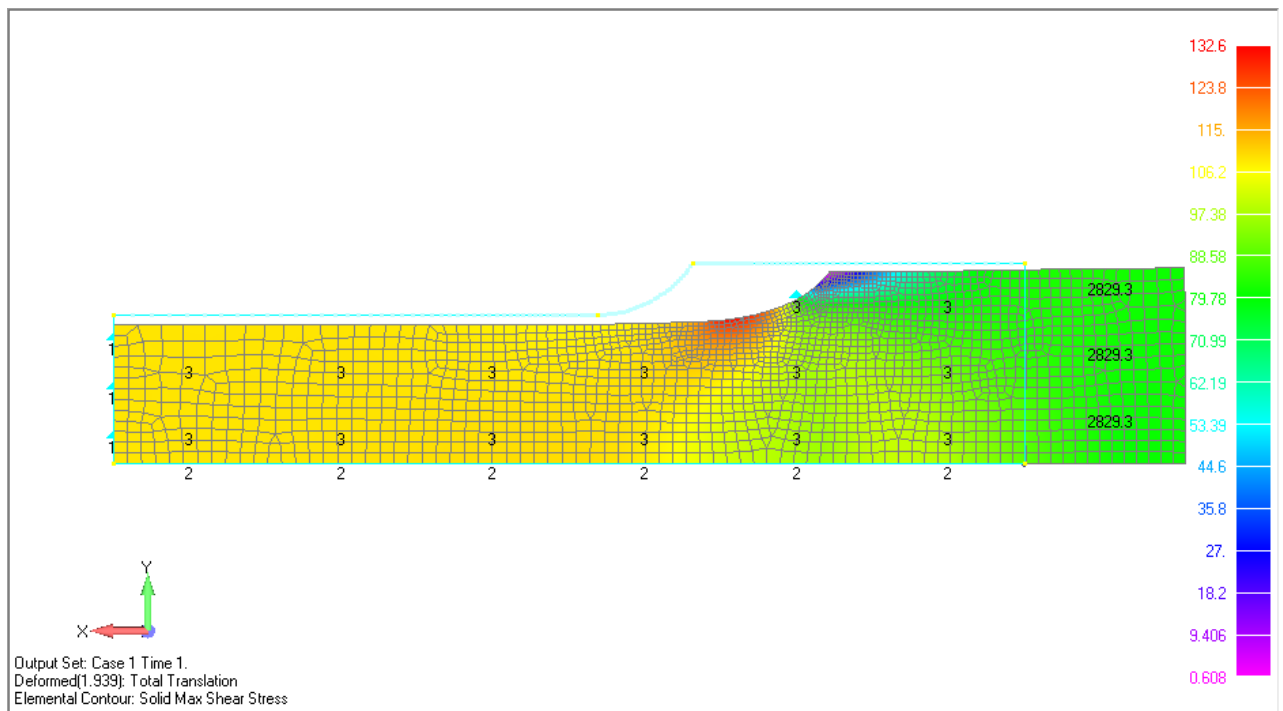


б)

Рис. 4.10 Розподіл напружень при рівні деформації рівному 3%:
а) – дійсні напруження, б) – ефективні



а)



б)

Рис. 4.11 Розподіл напружень при рівні деформації рівному 5%:

а) – дійсні напруження, б) – ефективні

При аналізі полів напружень слід зазначити, що різниця між дійсними та ефективними напруженням при деформації на рівні 3% складає 6%, а при деформації на рівні 5% складає 9% відповідно.

4.3 Зв'язок коефіцієнтів анізотропії пластичного деформування з параметром пошкоджуваності.

Отримано графіки залежності коефіцієнту анізотропії пластичної деформації R за Ленкфордом від пошкоджуваності матеріалу D (рис. 4.12). Результати розрахунку показують, що у напрямку паралельному і перпендикулярному напрямку прокатки властивості майже однакові, зате різко відрізняються під кутом 45 градусів до напрямку прокатки, що суперечить класичному уявленню про розподіл механічних характеристик по напрямку внаслідок прокатки.

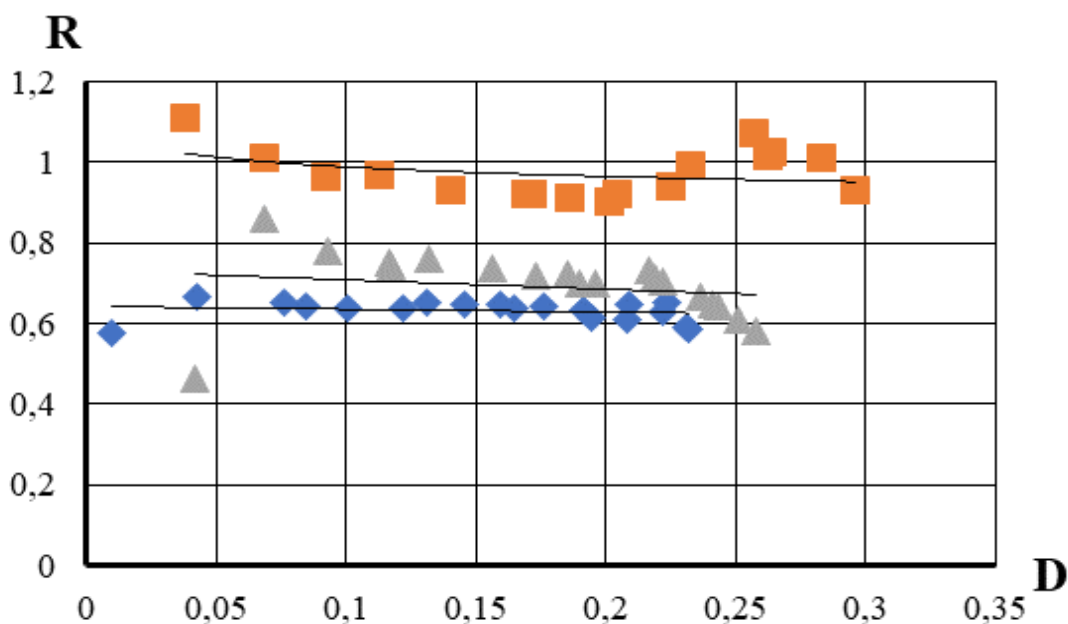


Рис. 4.12. Графік залежності коефіцієнту пластичної деформації R від пошкоджуваності матеріалу D для сплаву 5052

Аналізуючи залежність коефіцієнту пластичної деформації R від пошкоджуваності матеріалу D (рис.4.12) слід зазначити про неповні залежності між параметром пошкоджуваності D та параметром анізотропії пластичного деформування R , особливо в парадигмі вище наведених співвідношень - параметр анізотропії пластичного деформування R , не дивлячись на широке застосування при аналізі процесів обробки матеріалів тиском, володіє суттєвими недоліками, зокрема не забезпечується прийнятність теоретичних співвідношень при переході матеріалу з пружної області в пластичну. Також слід зазначити, що зі зменшенням товщини збільшується похибка при прямому визначенні параметру R , у зв'язку з цим при випробуванні листових матеріалів розраховувались деформації по довжині та ширині, а потім використовуючи постійність об'єму обраховувалась деформація по товщині. Тому доцільніше використовувати коефіцієнти поперечної деформації.

Результати обчислень параметрів анізотропії за Хіллом від величини пластичної деформації для сплаву 5052 зображені на рис.4.11 і рис. 4.12.

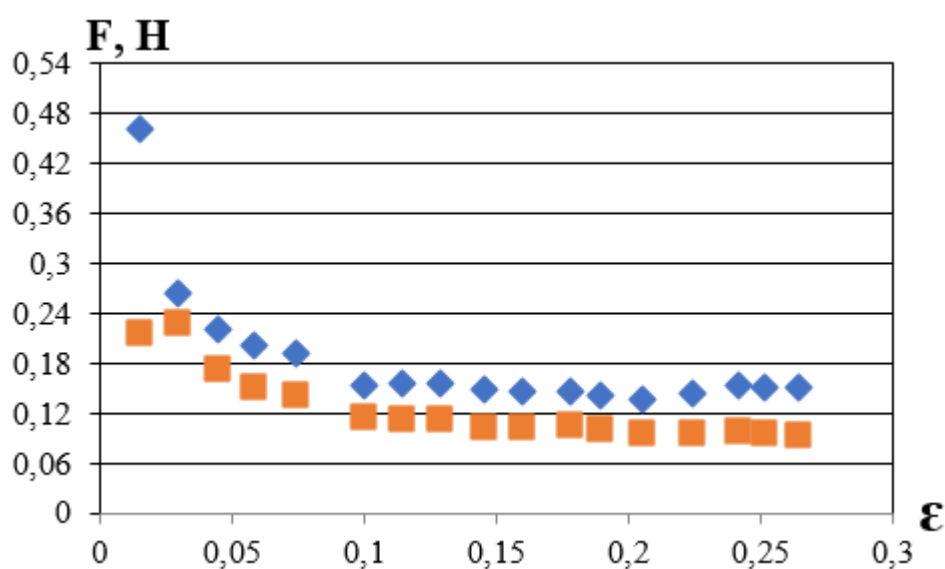


Рис.4.11 Залежність параметрів анізотропії F, H від рівня деформації(♦- F, ■-H)

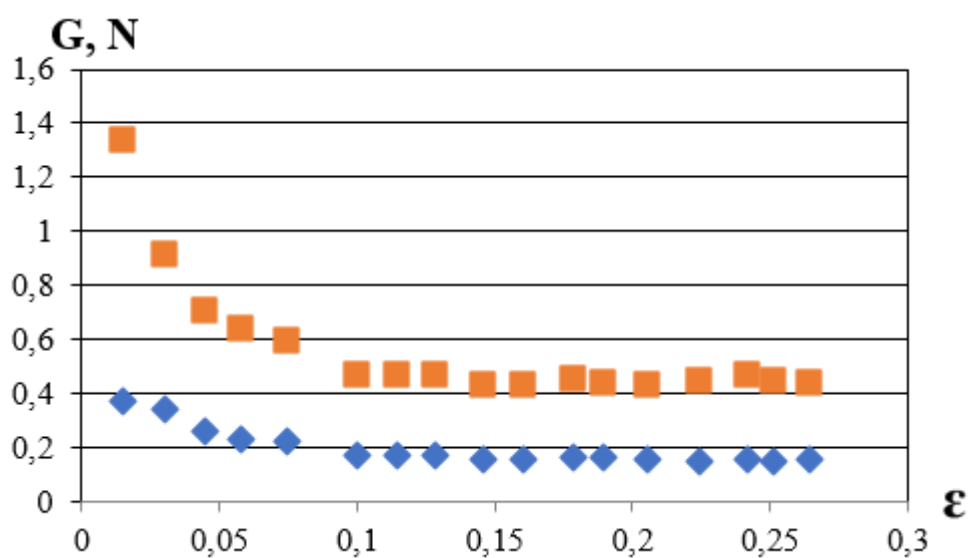


Рис.4.12 Залежність параметрів анізотропії G, N від рівня деформації(♦- G, ■- N)

Результати обчислень параметрів анізотропії за Хіллом від величини параметру пошкоджуваності для сплаву 5052 зображені на рис.4.13 і рис. 4.14.

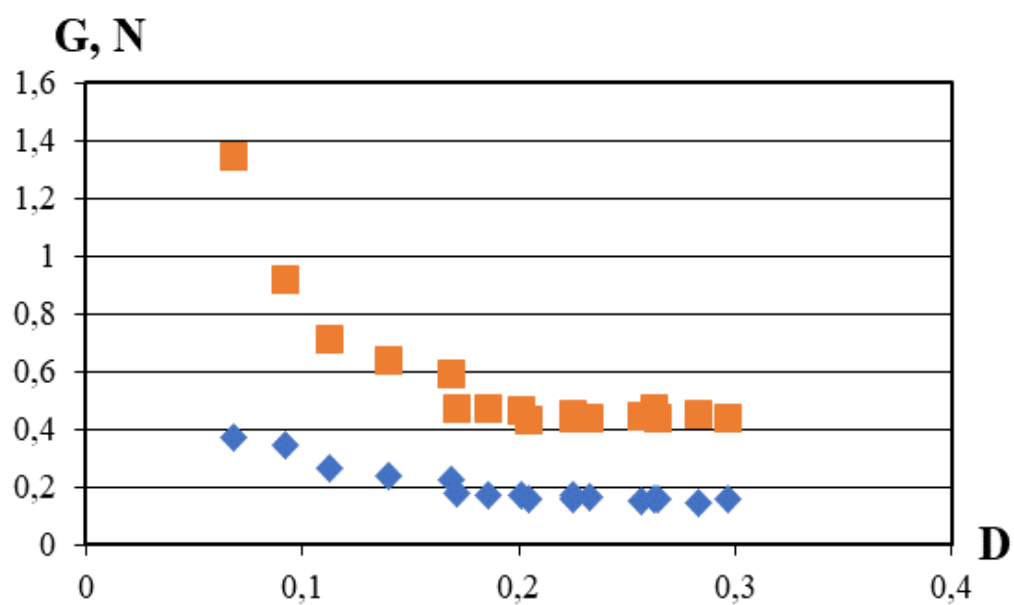


Рис. 4.13 Залежність параметрів анізотропії від рівня пошкодженості (♦- G, ■- N)

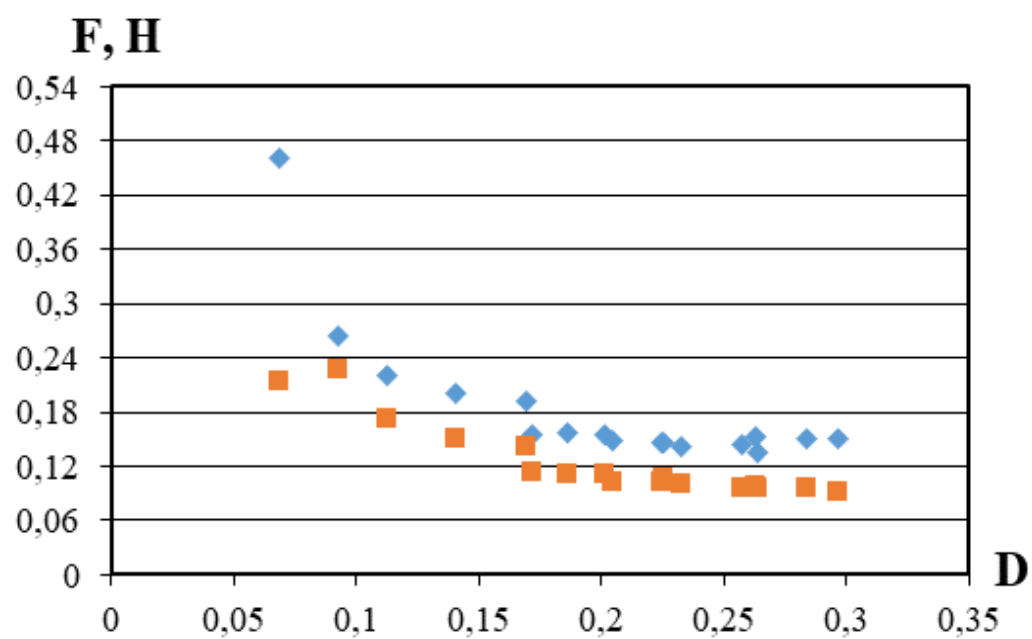


Рис.4.14. Залежність параметрів анізотропії від рівня пошкодженості (♦- F, ■-H)

4.4 Перевірка розробленої узагальненої моделі.

На рис. 4.15 зображена узагальнена площина поверхні пошкоджуваності в залежності від рівня деформації

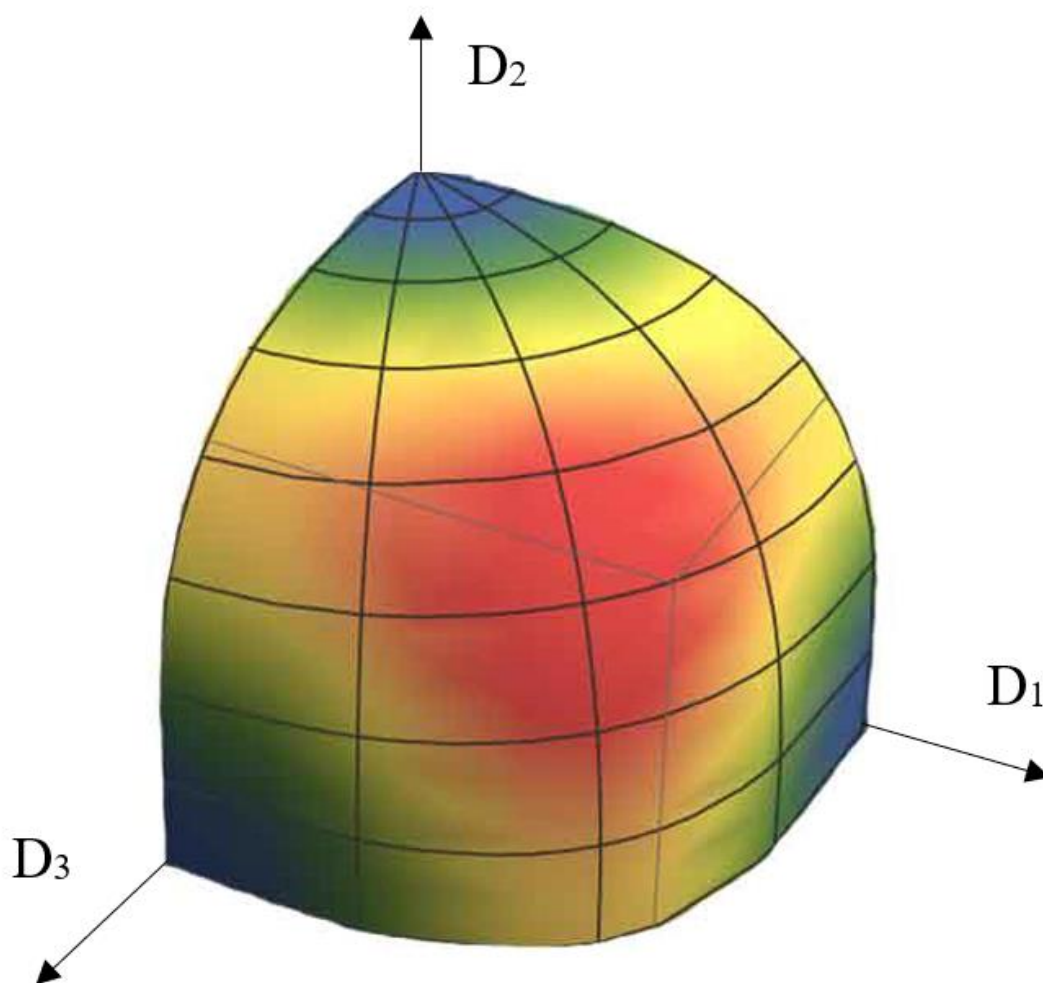


Рис. 4.15 Площина поверхні граничної пошкоджуваності для сплаву 5052

Результати моделювання кінетики накопичення пошкоджуваності D_2 за запропонованою модифікованою моделлю (2.88) показано на рис.4.16). З графіку видно, що запропонована модель показала найбільш точні збіжності з експериментом (розбіжність складає 12%). У той же час як розрахункові величини згідно моделей Луо та Чоу мають значно більші розбіжності з експериментальними даними – 17% і 32%, відповідно.

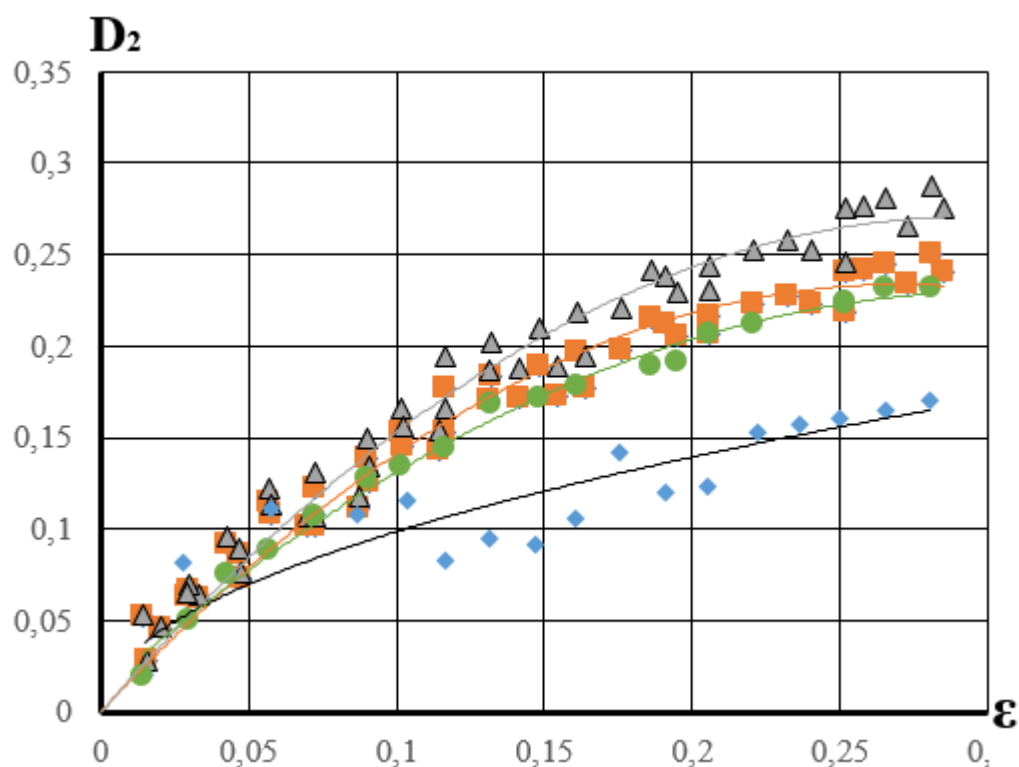


Рис. 4.16 Залежність параметра пошкоджуваності D_2 від величини пластичної деформації при розтязї для сплаву 5052:(♦- Чоу, , ▲ -Луо, ● – розрахунок, ■- експеримент)

Результати моделювання кінетики накопичення пошкоджуваності за запропонованою модифікованою моделлю (2.91) для 45° показано на рис.4.17. Аналіз представлених на рисунку даних дозволяє зробити висновок, що отримані згідно запропонованої моделі величини параметра пошкоджуваності мають мінімальну розбіжність з його експериментальними значеннями. У відсотковому співвідношенні дана розбіжність не перевищує 8%.

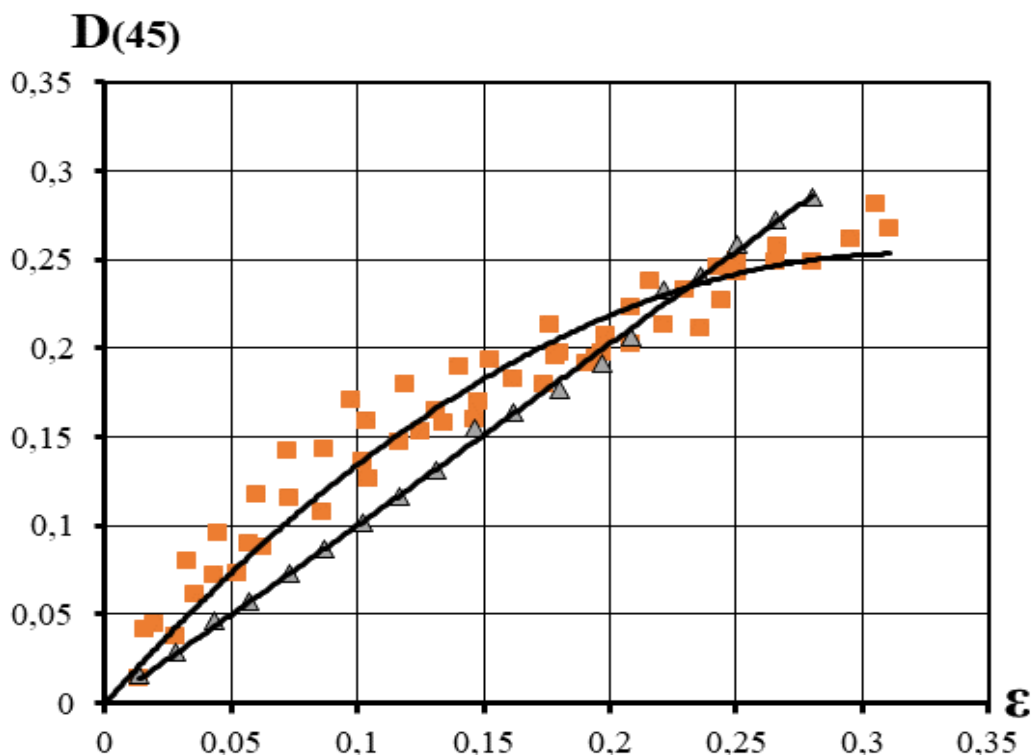


Рис. 4.17 Залежність параметра пошкоджуваності $D_{(45)}$ від величини пластичної деформації при розтязі для сплаву 5052: (▲ – розрахунок, ■- експеримент)

Висновки до четвертого розділу

Проведено комплекс експериментальних досліджень та отримано кінетичні діаграми пошкоджуваності анізотропних металічних конструкційних матеріалів. Наведено комплекс кінетичних діаграм пошкоджуваності анізотропних металічних конструкційних матеріалів. Проведено аналіз кінетики накопичення розсіяних пошкоджень за статичного пружно-пластичного деформування.

Показано, що запропонований енергетичний підхід більш прийнятний для опису процесу накопичення пошкоджень в алюмінієвих сплавах в порівнянні з запропонованим Леметром, а запропонована модель показує значно точніші до експерименту (розбіжність 8%) значення в порівнянні з моделями Луо та Чоу, де розбіжність з експериментом склала 17% і 32%. За

основу приймалася крива пошкодження отримана через зміну питомого електроопору.

Отримано дійсні, умовні та ефективні діаграми деформування в залежності від напрямку прокатки. З отриманих умовних, дійсних та ефективних діаграм деформування дані були порівняні з реальними розподілами ефективних та дійсних напружень, що отримані чисельно при різних рівнях деформацій. При аналізі полів напружень слід зазначити, що різниця між дійсними та ефективними напруженням при деформації на рівні 3% складає 6%, а при деформації на рівні 5% складає 9% відповідно.

Показана залежність значень розсіяної пошкоджуваності від коефіцієнтів анізотропії. Встановлено закономірності впливу анізотропії механічних характеристик матеріалу на кінетику накопичення пошкоджень.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Вперше розроблено узагальнену феноменологічну модель, що враховує взаємний вплив анізотропії механічних властивостей конструкційного матеріалу та кінетики накопичення мікропошкоджень на його поведінку під час пружно-пластичного деформування. Запропонована модель дозволяє з високою достовірністю будувати криві кінетики накопичення пошкоджуваності у матеріалі в залежності від напрямку розташування поздовжньої вісі зразка відносно напрямку прокату, базуючись лише на експерименті на одновісний розтяг.

2. Розроблено інженерний метод визначення параметрів моделі пошкоджуваності та коефіцієнтів анізотропії конструкційних матеріалів на основі вимірювання зміни модуля пружності та коефіцієнта поперечної деформації;

3. Показано та обґрунтовано границі підходів до експериментального описання кінетики накопичення пошкоджень, які базуються на гіпотезах про еквівалентність деформацій, додаткової пружної енергії та приросту додаткової пружної енергії відповідно;

4. Запропонована методика дослідження кінетики накопичення розсіяних пошкоджень яка враховує анізотропію механічних властивостей. Показана залежність граничних значень розсіяної пошкоджуваності від коефіцієнтів анізотропії.

5. Показано суттєвий вплив анізотропії пластичної деформації на кінетику накопичення пошкоджень. Отримано комплекс діаграм пошкоджуваності для анізотропних металічних конструкційних матеріалів..

6. Показано, що початкові модулі пружності матеріалу в різних напрямках майже не відрізняються між собою, що дає підстави проводити розрахунки у пружній ділянці для матеріалів як ізотропних. Однак уже умовні межі текучості та тимчасового опору руйнуванню відрізняються значним

чином, що потрібно враховувати при розрахунках на міцність конструкцій, що виготовлені з даного матеріалу.

7. Показано, що запропонований енергетичний підхід більш прийнятний для опису процесу накопичення пошкоджень в алюмінієвих сплавах в порівнянні з запропонованим Леметром. За істину приймалася крива пошкодження отримана через зміну питомого електроопору

8. Встановлено, що серед застосовуваних в даний час показників анізотропії найбільш об'єктивними є коефіцієнти поперечної деформації, які, на відміну від коефіцієнтів Р. Хілла і коефіцієнтів нормальної анізотропії, можуть бути розраховані з високою точністю для тонколистових матеріалів, добре нормовані і забезпечують наслідування співвідношень при переході з пружною області в пластичну. Встановлено зв'язок між коефіцієнтами анізотропії пластичного деформування та анізотропією пошкоджуваності, про що свідчать отримані узагальнені діаграми анізотропії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ахмадеев Н. Х. Континуальная модель повреждаемой среды / Н. Х. Ахмадеев. – Уфа: АН СССР, УрО, Отдел физики БНЦ, 1988. – 26 с.
2. Коцаньда С. Усталостное разрушение металлов / С. Коцаньда. – Москва: Металлургия, 1976. – 456 с.
3. Владимиров В. И. Физическая природа разрушения металлов / В. И. Владимиров. – Москва: Металлургия, 1984. – 280 с.
4. Лебедев А. А. Комплексная оценка поврежденности материала при пластическом деформировании / А. А. Лебедев, Н. Г. Чаусов, С. А. Недосека. // Проблемы прочности. – 1996. – №5. – С. 23–30.
5. Голуб В. П. К задаче построения критериев длительной прочности при плоском напряженном состоянии / В. П. Голуб. // Оцінка й обґрунтування продовження ресурсу елементів конструкцій: Третя Міжнародна конференція, 6-9 червня 2000р.
6. Лебедев А. О. Механіка матеріалів для інженерів. Навчальний посібник / А. О. Лебедев, М. І. Бобир, В. П. Ламашевський. – Київ: Політехніка, 2006. – 286 с.
7. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю. Н. Работнов. – Москва: Наука, 1966. – 732 с.
8. Биргер И. А. Расчет на прочность деталей машин. Справочник / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич. – Москва: Металлургия, 1979. – 720 с.
9. Качанов Л. М. Основы механики разрушения / Л. М. Качанов. – Москва: Наука, 1974. – 312 с.
10. Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения / Ю. Н. Работнов. – Москва: Наука, 1987. – 80 с.
11. Дослідження кінетики пошкоджуваності в конструкційних матеріалах при складному напруженому стані / А. П. Грабовський, О. В. Тимошенко, О. М. Масло, О. П. Халімон. // Вестник НТУУ «КПІ», серия «Машиностроение». – 2003. – №44. – С. 43–47.

12. Голуб В. П. Нелинейная маханика континуальной поврежденности и ее приложение к задачам ползучести и усталости / В. П. Голуб. // Прикладная механика. – 2000. – №3. – С. 31–66.
13. Можаровский В. Н. Математическая модель накопления повреждений и критерий предельного состояния металлов и сплавов при активном пластическом деформировании в условиях пропорционального нагружения / В. Н. Можаровский. // Проблемы прочности. – 1997. – №1. – С. 49–59.
14. Мураками С. Математическая модель трехмерного анизотропного состояния поврежденности / С. Мураками, Ю. Н. Радаев. // Известия РАН. Механика твердого тела. – 1996. – №4. – С. 93–110.
15. Бобир М. І. Моделі накопичення пошкоджень та руйнування при складному навантаженні / М. І. Бобир, А. П. Грабовський. // Вестник НТУУ „КПІ”, Машиностроение. – 2003. – №44. – С. 15–18.
16. Lemaitre J. Engineering Damage Mechanics / J. Lemaitre, R. Desmorat., 2005. – 380 с.
17. Smirnov S. V. Definition of the kinetic equation form for damage under the plastic deformation / S. V. Smirnov, T. V. Domilovskaya. // Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.. – 2003. – №26. – С. 373–379.
18. Krajcinovic D. Damage Mechanics / D. Krajcinovic. – Amsterdam: Elsevier Science, 1996.
19. Kattan P. I. A Coupled Theory of Damage Mechanics and Finite Strain Elasto-Plasticity I. Damage and Elastic Deformations / P. I. Kattan, G. Z. Voyiadjis. // International Journal of Engineering Science. – 1990. – №28. – С. 421–435.
20. Voyiadjis G. Z. A Coupled Theory of Damage Mechanics and Finite Strain Elasto-Plasticity II. Damage and Finite Strain Plasticity / G. Z. Voyiadjis, P. I. Kattan. // International Journal of Engineering Science. – 1990. – №28. – С. 505–524.
21. Lemaitre J. Chaboche J.L. Mécanique des matériaux solides. Dunod, Mechanics of Solid Materials (English translation) / J. Lemaitre., 1987.

22. Murakami S. Mechanical modeling of material damage / S. Murakami. // *Journal of Applied Mechanics*. – 1988. – №55. – С. 280–286.
23. Болотин В. В. Ресурс машин и конструкций / В. В. Болотин. – Москва: Машиностроение, 1990. – 448 с.
24. Коллинз Д. Повреждение материала в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. Пер. с англ / Дж. Коллинз. – Москва: Мир, 1984. – 624 с.
25. Можаровский В. Н. Математическая модель накопления повреждений и критерий предельного состояния металлов и сплавов при активном пластическом деформировании в условиях пропорционального нагружения / В. Н. Можаровский. // *Проблемы прочности*. – 1997. – №1. – С. 49–59.
26. Панасюк В. В. Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие в 4-х томах. / В. В. Панасюк. – Київ: Наукова думка, 1988.
27. Наместникова И. В. Влияние концентрации напряжений на длительную прочность / И. В. Наместникова. // *Ползучесть и длительная прочность конструкций*. – 1986. – С. 71–76.
28. Голуб В. П. Определяющие уравнения в нелинейной механике поврежденности / В. П. Голуб. // *Прикладная механика*. – 1993. – №6. – С. 52–61.
29. Вильдеман В. Э. Краевые задачи континуальной механики разрушения / В. Э. Вильдеман, Ю. В. Соколкин, А. А. Ташкинов. – Пермь: Институт механики сплошной среды, 1992. – 11 с.
30. Красовский А. Я. Физические основы прочности / А. Я. Красовский. – Киев: Наукова думка, 1977. – 140 с.
31. Ботвина Л. Р. Кинетика разрушения конструкционных материалов / Л. Р. Ботвина. – Москва: Наука, 1989. – 230 с.
32. Екабори Т. Физика и механика разрушения и прочности твердых тел / Т. Екабори. – Москва: «Металлургия», 1971. – 320 с.

33. Колмогоров В. М. Феноменологическая модель накопления повреждений и разрушения при различных условиях нагружения / В. М. Колмогоров, Б. А. Мигалаев. – Екатеринбург, 1994. – 105 с.
34. Kanchi M. B. The visco-plastic approach to problems of plasticity and creep involving geometris non-linear effects / M. B. Kanchi, O. C. Zienkiewich, R. S. Owen. // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 1978. – №12. – С. 169–181.
35. Мікроструктурні особливості деформування сплаву при повзучості та розтягу / П. В.Ясній, М. П. Галушак, О. М. Стоянова, С. І. Федак. // Фізико-хімічна механіка матеріалів.. – 2001. – №5. – С. 64–68.
36. Ярема С. А. Стадийность усталостного разрушения и ее следствия / С. А. Ярема. // Физико-химическая механика материалов. – 1973. – №6. – С. 66–72.
37. Осташ О. П. Уніфікована модель зародження та росту втомних макротріщин. Ч.1. Застосування силових параметрів механіки руйнування матеріалів на стадії зародження тріщини / О. П. Осташ, В. В. Панасюк, Є. М. Костик. // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 1998. – №1. – С. 7–21.
38. Пластическая деформация и разрушение кристаллических тел. Сообщение 1. Деформация и развитие микротрещин / В. И.Бетехтин, В. И. Владимиров, А. Г. Кадомцев, А. И. Петров. // Проблемы прочности. – 1979. – №7. – С. 38–45.
39. Бетехтин В. И. Кинетика микроразрушения кристаллических тел / В. И. Бетехтин, В. И. Владимиров // Проблемы прочности и пластичности твердых тел. Сб.тр., посвященных 100-летию Н.Н. Давиденкова / В. И. Бетехтин, В. И. Владимиров. – Львов: Наука, 1979. – С. 98–106.
40. Обратимый характер начальной стадии процесса разрушения в металлах / В. И.Бетехтин, В. И. Владимиров, А. И. Петров, Б. В. Садовников. // Металлофизика. – 1975. – №61. – С. 59–63.

41. Ярема С. А. Влияние структуры и концентрации напряжений на период зарождения усталостной трещины в стали 65Г / С. А. Ярема, В. В. Попович. // Физико-химическая механика материалов. – 1985. – №2. – С. 35–40.
42. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести / Л. М. Качанов. // Известия АН СССР.. – 1958. – №8. – С. 26–32.
43. Работнов Ю. Н. О механизме длительного разрушения / Ю. Н. Работнов // Вопросы прочности материалов и конструкций / Ю. Н. Работнов. – Москва: АН СССР, 1959. – С. 5–7.
44. Грабовський А.П. Кінетика накопичення пошкоджень при повторно-змінному осьовому навантаженні конструкційних матеріалів / Грабовський А.П., Бондарець О.А., Бабієнко І.І. // Mechanics and Advanced Technologies. – 2013. – №3. – С.18-23.
45. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов / Я. Б. Фридман. – Москва: Машиностроение, 1974. – 838 с.
46. Сопротивление материалов деформированию и разрушению: Справочное пособие: В 2-х ч. / [В. Т. Трощенко, А. Я. Красовский, В. В. Покровский та ін.]. – Киев: Наукова думка, 1993. – 243 с.
47. Механическое поведение материалов при различных видах нагружения / [В. Т. Трощенко, А. А. Лебедев, В. А. Стрижало та ін.]. – Киев: Логос, 2000. – 570 с.
48. Фридман Я. Б. Деформация и разрушение металлов при статических и ударных нагрузках / Я. Б. Фридман. – Москва: Гос.изд-вооборон. пр-ти, 1946. – 228 с.
49. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов в 2 ч. / Я. Б. Фридман. – Москва: Машиностроение, 1974. – 472 с.
50. Грабовский А. П. Деформационные модели кинетики повреждаемости конструкционных материалов при упругопластическом деформировании / А. П. Грабовский, А. А. Бондарец. // Вестник Гомельского государственного технического университета им. ПО Сухого. – 2013. – №1.

51. Bobyr M. I. Modeling of scattered damage accumulation kinetics under combined stress / M. I. Bobyr, O. P. Khalimon, O. A. Bondarets. – 2012. – №44. – С. 20–26.
52. Грабовський А. П. Кінетика накопичення пошкоджень при повторно-змінному осьовому навантаженні конструкційних матеріалів / А. П. Грабовський, О. А. Бондарець, І. І. Бабієнко. // Вісник Національного технічного університету України Київський політехнічний інститут. – 2013. – №3. – С. 18–23.
53. Ganczarski A. Notes on Damage Effect Tensors of Two-scalar Variables / A. Ganczarski, L. Barwacz. // Inst. of Applied Mechanics, Cracow Univer. of Technology, Intern. Journ of Damage Mechanics. – 2004. – №13.
54. Tang C. J. Characterization of Isotropic... / C. J. Tang, W. Shen. // Inter. Journ. of Damage Mechanics. – 2002. – №11.
55. Справочное пособие по расчету машиностроительных конструкций на прочность / [А. А. Лебедев, Б. И. Ковальчук, С. Э. Уманский та ін.]. – Киев: Техника, 1990. – 240 с.
56. Терентьев В. Ф. Образование малых трещин при усталости / В. Ф. Терентьев, И. В. Пойда. // Итоги науки и техники. Металловед. и терм.обработ. – 1991. – №25. – С. 60–94.
57. Биргер И. А. Расчет на прочность деталей машин / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич. – Москва: Машиностроение, 1979. – 702 с.
58. Циклическая трещиностойкость алюминиевых сплавов на стадиях зарождения и роста трещины / [В. П. Панасюк, О. П. Остап, Е. М. Костык та ін.]. // ФХММ. – 1987. – №5. – С. 38–46.
59. Ясній П. Б. Вплив циклічної розтягової складової навантаження на дислокаційну структуру сплаву / П. Б. Ясній, В. Б. Гладько. // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2002. – №3. – С. 63–68.
60. Астафьев В. И. Нелинейная механика разрушения / В. И. Астафьев, Ю. Н. Радаев, Л. В. Степанова. – Самара: Самарский университет, 2001. – 562 с.

61. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости / А. И. Лурье. – Москва: Наука, 1980. – 512 с.
62. Ковальчук Б. И. Механика неупругого деформирования материалов и элементов конструкций / Б. И. Ковальчук, А. А. Лебедев, С. Э. Уманский. – Киев: Наук. Думка, 1987. – 280 с.
63. Ламашевский В. П. Исследование деформирования и разрушения алюминиевого сплава при сложном напряженном состоянии в условиях низких температур / В. П. Ламашевский, А. А. Лебедев, Н. В. Новиков. // Пробл. прочности. – 1969. – №6. – С. 54 – 59.
64. Ковальчук Б. И. Закономерности деформирования сплава АМг6 при плоском напряженном состоянии в условиях низких температур / Б. И. Ковальчук. // Пробл. прочности.. – 1977. – №4. – С. 54–59.
65. Chow C. An anisotropic theory of continuum damage for ductile fracture / C. Chow, J. Wang. // Engng Fract Mech. – 1987. – №27. – С. 54–58.
66. Characterization of isotropic damage using double scalar variables / C.Tang, W. Shen, L. Peng, T. Lee. // International Journal of Damage Mechanics. – 2002. – №11. – С. 3–25.
67. Betten J. Damage tensors in continuum mechanics / Betten. // Journal de mecanique theorique appliquee. – 1983. – №1. – С. 13–32.
68. Ju J. W. On Energy Based Coupled Elastoplastic Damage Theories: Constitutive Modeling and Computational Aspect / Ju. // Int. J. Solids Struct. – 1989. – №27. – С. 803–833.
69. Hansen N. R. A Thermodynamically Consistent Framework for Theories of Elastoplasticity Coupled with Damage / N. R. Hansen, H. L. Schreyer. // Int. J. Solids Struct. – 1994. – №31. – С. 359—389.
70. Bobyr M.I., Phenomenological damage models of anisotropic structural materials / Bobyr M.I., Khalimon O.P., Bondarets O.A. // Mechanics and Advanced Technologies. – 2013. – № 67. – p.5-13.
71. Lemaitre J. Anisotropic damage law of evolution / J. Lemaitre, R. Desmorat, M. Sauzay. // Eur. J. Mech. A/Solids. – 2000. – №19. – С. 187–208.

72. Kracinovic D. Continuous damage mechanics revisited: Basic concepts and definitions / Kracinovic. // J. Appl. Mech. – 1985. – №52. – С. 829–834.
73. Leckie F. Tensorial nature of damage measuring internal variables / F. Leckie, E. Onat. // Springer. – 1981. – №140.
74. Lemaitre J. Mécanique des matériaux solides. Dunod, Mechanics of Solid Materials / J. Lemaitre, J. Chaboche., 1985.
75. Murakami S. Mechanical modeling of material damage / Murakami. // J. Appl. Mech. – 1988. – №55. – С. 280–286.
76. Houssem B. Damage anisotropy and its effect on the plastic anisotropy evolution under finite strains / B. Houssem, S. Khemais, D. Trong. // International Journal of Solids and Structures. – 2015. – №63. – С. 11–31.
77. Luo A. A large anisotropic damage theory based on an incremental complementary energy equivalence model / A. Luo, Y. Mou, R. Han. // International Journal of Fracture. – 70. – №1995. – С. 19–34.
78. Chow C. International Journal of Fracture / C. Chow, W. June. – 1987. – №33. – С. 3–16.
79. Chow C. Engineering Fracture Mechanics / C. Chow, W. June. – 1987. – №27. – С. 547–558.
80. Chow C. Engineering Fracture Mechanics / C. Chow, W. June. – 1987. – №32. – С. 601–612.
81. Sidoroff F. Description of anisotropic damage application to elasticity IUTAM Colloquium / Sidoroff. // Physical Nonlinearities in Structural Analysis. – 1981. – С. 237–244.
82. Хилл Р. Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – Москва: Гостехиздат, 1956. – 408 с.
83. Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals / Hill. // Proceedings of the Royal Society of London. – 1948. – №193. – С. 281–297.
84. Hill R. Theoretical plasticity of textured aggregates / Hill. // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. – 1979. – №85. – С. 179–191.

85. Hill R. Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals / Hill. // *Journal Mech Phys Solids*. – 1990. – №38. – С. 405–417.
86. Hill R. The mathematical theory of plasticity / Hill. // Oxford University Press. – 1998.
87. Lankford W. T. New criteria for predicting the press performance of deep drawing sheets / W. T. Lankford, S. C. Snyder, J. A. Bausher. // *Trans. ASM*. – 1950. – №42. – С. 1197–1205.
88. Badreddine H. On non-associative anisotropic finite plasticity fully coupled with isotropic ductile damage for metal forming / H. Badreddine, K. Saanouni, A. Dogui. // *Int J Plast*. – 2010. – №26. – С. 1541–1575.
89. Parameter identification of a mechanical ductile damage using Artificial Neural Networks in sheet metal forming / F. Abbassi, T. Belhadj, S. Mistou, A. Zghal. // *Mater Des*. – 2013. – №45. – С. 605–615.
90. Badreddine H. Ductile damage prediction in sheet and bulk metal forming / H. Badreddine, C. Labergère, K. Saanouni. // *Mater Des*. – 2016. – №344. – С. 296–318.
91. Бэкофен В. Процессы деформации / В. Бэкофен. – Москва: Металлургия, 1977. – 288 с.
92. Шевелев В. В. Анизотропия листовых материалов и ее влияние на вытяжку / В. В. Шевелев, С. П. Яковлев. – Москва: Машиностроение, 1972. – 132 с.
93. Coupled anisotropic plasticity-ductile damage: Modeling, experimental verification, and application to sheet metal forming simulation / [O. Ghorbel, J. Mars, S. Koubaa та ін.]. // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2019. – №150. – С. 548–560.
94. Гречников Ф. В. Деформирование анизотропных материалов (резервы интенсификации) / Ф. В. Гречников. – Москва: Машиностроение, 1998. – 448 с.
95. Гречников Ф. В. Влияние параметров текстуры на устойчивость процессов формообразования анизотропных заготовок / Ф. В. Гречников, Я. А.

Ерисов. // Известия Самарского научного центра РАН. – 2012. – №4. – С. 293–298.

96. Гречников Ф. В. К расчету среднего значения коэффициента анизотропии листовых материалов / Ф. В. Гречников, Я. А. Ерисов, В. М. Зайцев. // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2014. – №4. – С. 154–157.

97. Ашкенази Е. К. Анизотропия конструкционных материалов / Е. К. Ашкенази, Э. В. Ганов., 1980. – 247 с.

98. И.Н. Ключков. Некоторые преимущества стыковых соединений тонколистовых деформируемых алюминиевых сплавов АМг5М и АМг6М, полученных сваркой трением с перемешиванием, по сравнению с ТИГ / А.Г. Покляцкий, И.Н. Ключков, С.И. Мотрунич // Автоматическая сварка. — 2015. — № 7 (743). — С. 18-23.

99. ДСТУ EN 10002-1:2006 Металеві матеріали. Випробування на розтяг. Частина 1. Метод випробування за кімнатної температури (EN 10002-1:2001, IDT)

100. Кучер Н.К. Особенности определения характеристик упругости и прочности слоистых углепластиков, армированных тканями / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский, Е.Л. Данильчук // Проблемы прочности. — 2016. — № 3. — С. 25-34.

101. Елисеева И. И. Общая Теория Статистики / И. И. Елисеева, М. М. Юзбашев. – Москва: Финансы и статистика, 2004. – 656 с.

102. Степнов М. Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний / М. Н. Степнов. – Москва: Машиностроение, 2005. – 232 с.

103. Бобир М. І. Спосіб визначення кінетики руйнування матеріалів в процесі їх пружно-пластичного деформування / М. І. Бобир, А. П. Грабовський, О. В. Тимошенко. // Патент України №65499А Бюл. №3. – 2004.

104. Визначення деформаційних пошкоджень в конструкційних матеріалах при навантаженні / М. І.Бобир, А. П. Грабовський, О. В.

Тимошенко, О. П. Халимон. // ДНТУ. Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов. – 2004. – №28. – С. 25–29.

105. Методика определения накопления повреждений в металлических конструкционных материалах при сложном упруго-пластическом нагружении / Н. И. Бобырь, А. П. Грабовский, А. В. Тимошенко, А. П. Халимон. // Проблемы прочности. – 2006. – №1. – С. 128–137.

106. Analysis on the applicability of direct current electrical potential method to the detection of damage by multiple small internal cracks / N. Tada, Y. Hayashi, T. Kitamura, R. Ohtani. // International Journal of Fracture. – 1997. – №85. – С. 1–9.

107. Тимошенко О. В. Чисельне моделювання полів пошкоджуваності та залишкових напружень після дернування отворів / О. В. Тимошенко, Б. О. Яхно, А. М. Бабак, Дик Куан Фам // Вісник Житомирського державного технологічного університету. Серія : Технічні науки. - 2018. - № 1. - С. 54-62

108. Е.Л. Данильчук. Деформирование и прочность однонаправленных углепластиков при повышенных температурах / Е.Л. Данильчук, Н.К. Кучер, А.П. Кушнарев, А.М. Потапов, Н.П. Рудницкий, А.А. Самусенко, В.Э. Филатов // Проблемы прочности. — 2015. — № 4. — С. 75-81.

109. Куан Ф. Д. и др. Кинетика накопления повреждений и критерий предельного состояния конструкционных материалов // Mechanics and Advanced Technologies. – 2018. – Т. 1. – №. 82.

110. О. V. Timoshenko,. The influence of plastic deformation on the low-cycle fatigue during the burnishing of holes in flat specimens of D16chT steel / О. V. Timoshenko, А. М. Babak, Quan Fam Dyk, Yu. М. Sydorenko // Strength of materials. – 2018. – Vol 50 (№3). – p. 448–452.

111. Фам Дик Куан, Пошкоджуваність металевих матеріалів з урахуванням виду напруженого стану/ Фам Дик Куан, О. В. Тимошенко, В.В. Коваль, А.М. Бабак // Технічні науки та технології, 2018, №2 (12) С. 49–58.

112. Верификация определения модуля юнга с помощью микронзондовой системы «Микрон-гамма» / Ю.А. Хохлова, И.Н. Клочков, А.А.

Гринюк, М.А. Хохлов // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. — 2009. — № 1. — С. 30-32.

113. Фам Дик Куан, Прогнозування довговічності силових елементів з функціональними отворами при малоцикловій втомі / Фам Дик Куан, О. В. Тимошенко, А.М. Бабак // Вісник Херсонського національного технічного університету, 2018 , №2 (65) С. 56–67.

ДОДАТОК А

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації

1. Bobyr M.I., Phenomenological damage models of anisotropic structural materials / Bobyr M.I., Khalimon O.P., Bondarets O.A. // Mechanics and Advanced Technologies. – 2013. – № 67. – p.5-13. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем проведено експериментальні та теоретичні дослідження впливу анізотропії механічних властивостей на кінетику накопичення пошкоджень при пружно-пластичному деформуванні, встановлено границі використання сучасних підходів до експериментальної оцінки кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах.*

2. Bobyr M.I., Modeling of scattered damage accumulation kinetics under combined stress / Bobyr M.I., Khalimon O.P., Bondarets O.A. // Strength of Materials. Springer US/ – 2012. – №44 – С.20-26. (Входить до НМБ Scopus). *Здобувачем проведені експериментальні дослідження та на їх основі проаналізовано достовірність та межі використання ряду феноменологічних моделей пошкоджуваності на основі проведених експериментальних досліджень кінетики накопичення пошкоджень у металевих конструкційних матеріалах при плоскому напруженому стані й активному навантаженні.*

3. Грабовский А.П. Деформационные модели кинетики повреждаемости конструкционных материалов при упругопластическом деформировании / Грабовский А.П., Бондарец А.А. // Вестник Гомельского государственного технического университета им. ПО Сухого. – 2013. – №1 (52). – С.26-34. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем отримано параметр інтенсивності пошкоджень через параметр інтенсивності деформацій при довільному напрямку координатних осей.*

4. Грабовський А.П. Модель пошкоджуваності для розрахунку руйнування конструкційних матеріалів / Грабовський А.П., Бондарець О.А., Бабієнко І.І. // Mechanics and Advanced Technologies. – 2019. – №3 (87). – с. 38-

46 (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus) *Здобувачем розв'язана тестова задача впливу пошкоджуваності на величину ефективних напружень при розтязі пластини з отвором.*

5. Халімон О.П. Достовірність феноменологічних моделей накопичення розсіяних пошкоджень при складному напруженому стані / Халімон О.П., Бондарець О.А // Наукові вісті Національного технічного університету України Київський політехнічний інститут. – №5. – 2011. – с.101-106. (Входить в DOAJ, EBSCO, Index Copernicus, WorldCat, J-Gate, Google Scholar, OpenAIRE, Ulrich's periods Directory, BASE, Miar, WCOSJ) *Здобувачем проведено порівняльний аналіз сучасних феноменологічних моделей накопичення розсіяних пошкоджень конструкційних матеріалів при складному навантаженні на основі проведених здобувачем експериментальних досліджень на розтяг різних металевих матеріалів, з яких визначалися параметри моделей, а для перевірки ступеня врахування складності навантаження — на кручення.*

6. Грабовський А.П. Кінетика накопичення пошкоджень при повторно-змінному осьовому навантаженні конструкційних матеріалів / Грабовський А.П., Бондарець О.А., Бабієнко І.І. // Mechanics and Advanced Technologies. – 2013. – №3. – С.18-23. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus) *Здобувачем отримані експериментальні результати кінетики накопичення розсіяних пошкоджень для ряду конструкційних матеріалів.*

7. Бондарець О.А., Термодинамічний підхід до описання кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в конструкційних матеріалах. / Бондарець О.А., Халімон О.П. // Mechanics and Advanced Technologies, – 2011. – №61., т.2 – с.92-95. (Входить в НМБ РІНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем розглянуто та деталізовано розвиток основних положень термодинаміки незворотних процесів відносно основоположних рівнянь кінетики накопичення пошкоджень при пружно-пластичному деформуванні.*

8. Грабовский А.П. Залечивания микроповреждений в конструкционных материалах при реверсивных режимах нагрузок./ Грабовский А.П., Бондарець

А.А, // Науковий журнал Луцького Національного технічного університету «Технологічні комплекси». – 2014. – № 1 (9). – С.160-166. (Входить в НМБ РИНЦ, Index Copernicus). *Здобувачем запропонована методика визначення параметра заліковування мікропошкоджень при прямому та оберненому режимах навантаження.*

Наукові праці, що засвідчують апробацію матеріалів дисертації

1. Бондарець О.А. Анізотропія кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в конструкційних матеріалах при пружнопластичному деформуванні / Бондарець О.А., Кіріллова І.В // XIX Міжнародна науково-технічна конференція «Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта» Матеріали конференції. – Київ, 2018.– С. 52-55. *Здобувачем, на основі особисто отриманих експериментальних даних перевірено та встановлено границі використання сучасних підходів до експериментальної оцінки кінетики накопичення розсіяних пошкоджень в анізотропних конструкційних матеріалах.*

2. Грабовський А.П. Пошкоджуваність та руйнування конструкційних матеріалів / Грабовський А.П., Бондарець О.А. // Матеріали IV-ої Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні технології промислового комплексу: базові процесні інновації – 2018», випуск 4. – Херсон: ХНТУ, 2018. ст. 72-75. *Здобувачем отримані рівняння кінетики накопичення пошкоджень в конструкційних матеріалах при навантаженні, які враховують енергетичні показники процесів деформування матеріалу і процесів накопичення пошкоджень.*

3. Грабовський А.П. Вплив еволюції процесів деформування на кінетику накопичення пошкоджень / Грабовський А.П., Бондарець О.А., Бабієнко І.І. // XXI Міжнародна науково-технічна конференція «Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта» Матеріали конференції. – Київ, 2020.– С. 51-53. *Здобувачем отримано рівняння кінетики накопичення пошкоджень в конструкційних матеріалах на відрив та зріз за межами пружних*

деформацій, які враховують анізотропні показники процесів деформування матеріалу і процесів накопичення пошкоджень.

ДОДАТОК Б

Акт впровадження

«Узгоджено»

Проректор з наукової роботи
КПІ ім. Ігоря Сікорського
Академік НАН України

«31»



«Затверджую»

Головний конструктор КБ
ДП «КБ «Південне»
ім. М.К. Янгеля»

«30»



АКТ

впровадження результатів науково-дослідної роботи по розробці методів та методик дослідження кінетики накопичення розсіяних мікропошкоджень в конструкційних матеріалах для прогнозування ресурсу роботи несучих елементів конструкцій виробів нової техніки.

Даний акт складено про те, що результати названої роботи, яка виконана співробітниками кафедри динаміки та міцності машин і опору матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського використовуються ДП «КБ «Південне» ім. М.К. Янгеля» при оцінці напружено-деформованого стану несучих елементів конструкцій сучасних та перспективних апаратів. Розроблений метод базується на основних положеннях механіки твердого деформованого тіла, термодинаміки незворотних процесів, континуальної механіки руйнування та математичної статистики. Він дозволив, зокрема, обґрунтовано розраховувати оптимальні конструктивно-технологічні параметри несучої платформи СВРЗ та прогнозувати ресурс її безвідмовної роботи на протязі всього життєвого циклу виробу з врахуванням основних термосилових факторів.

Від

КПІ ім. Ігоря Сікорського
канд. техн. наук, доцент

А.П. Грабовський А.П. Грабовський

м.н.с. В.В. Коваль м.н.с. В.В. Коваль

м.н.с. О.А. Бондарець м.н.с. О.А. Бондарець

аспірант Фам Дик Куан аспірант Фам Дик Куан

Від

ДП «КБ «Південне» ім. М.К. Янгеля»

Заст. Головного конструктора КБ

Ю.А. Шовкопляс Ю.А. Шовкопляс

Начальник відділу Начальник відділу

О.В. Чернявська О.В. Чернявська

Начальник сектора Начальник сектора

Ю.А. Кореннов Ю.А. Кореннов