

## **ГІПОТЕЗИ. НЕСТАНДАРТНІ МЕТОДИ РІШЕННЯ НАУКОВИХ ТА ІНЖЕНЕРНИХ ПРОБЛЕМ ПРИЛАДОБУДУВАННЯ**

УДК 531

### **К ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ**

*Аврутов В. В.*

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
г. Киев, Украина*

*Описан косвенный метод определения коэффициента трения скольжения для механических систем. Рассмотрено поступательное движение тела по наклонной плоскости. В отличие от известного способа, когда коэффициент трения скольжения определяют по величине тангенса угла наклона, предложен способ определения трения по времени движения при различных углах наклона. Данный метод может быть использован при механических испытаниях различных материалов, а также при расчете и проектировании приборов*

**Ключевые слова:** *трение скольжения, коэффициент трения скольжения, наклонная плоскость.*

#### **Введение**

Трение играет важную роль в повседневной жизни. С одной стороны, без нее невозможно движение человека и машин. Именно благодаря трению человек может идти или бежать, отталкиваясь ногами от поверхности земли. Автомобильное колесо также благодаря трению, вращаясь, отталкивает автомобиль от дорожного покрытия. С другой стороны, приходится преодолевать силу трения при работе различных механизмов и машин, что уменьшает их КПД.

Вопросам влияния трения на движение механических систем всегда уделялось особенное внимание [1-6]. Однако, часто справочные данные имеют абстрактный характер. Например [7], табличные коэффициенты скольжения приведены для соприкасающихся материалов (сталь/сталь, металл/дерево, дерево/дерево, автомобильная шина/асфальт), которые на практике могут иметь различное качество обработки поверхности. Поэтому, очевидно, что имеющиеся справочные данные приближенны и могут отличаться от реальных значений для конкретных материалов.

Опытное определение коэффициента трения основано на том [8], что тангенс угла наклона плоскости, при котором груз, положенный на нее, начинает скользить, равен коэффициенту трения. Однако, в этом случае грузу вначале надо преодолеть трение покоя, что при измерении может привести к увеличению угла наклона и, как следствие, погрешности определения коэффициента трения.

Поэтому, актуальной задачей остается получение более универсального метода расчета коэффициента трения для реальных соприкасающихся поверхностей или новых материалов.

### Постановка задачі

Рассмотрим поступательное движение тела по наклонной плоскости (рис. 1) под действием силы тяжести  $\vec{P} = m\vec{g}$ , силы трения  $\vec{F}_T$  и силы нормальной реакции  $\vec{N}$ .

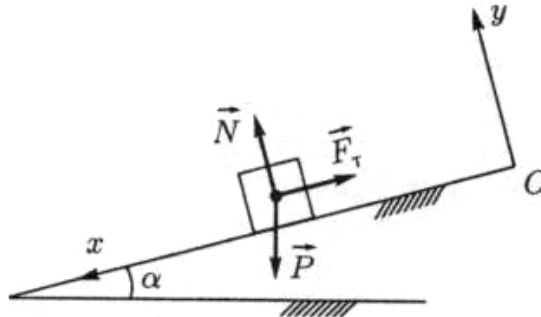


Рис. 1. Схема испытаний.

Так как движение происходит в вертикальной плоскости, дифференциальные уравнения движения относительно осей  $Ox$  и  $Oy$  будут иметь вид

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - F_T, \quad 0 = mg \cos \alpha - N. \quad (1)$$

Известный способ определения коэффициента трения скольжения состоит в том, что тело располагают на горизонтальной плоскости и начинают медленно увеличивать угол наклона  $\alpha$  до тех пор, пока тело не начнет движение. На практике обычно принимают  $F_T = fN$ , где  $f$  - коэффициент трения. Поскольку из второго уравнения (1) имеем  $N = mg \cos \alpha$ , то  $F_T = fmg \cos \alpha$ .

В момент начала движения из первого уравнения системы (1) имеем

$$f = \tan \alpha_k,$$

где  $\alpha_k$  - критическое значение угла подъема, при котором начинается движение тела.

Несмотря на очевидную простоту, такой способ имеет недостатки. Во-первых, наличие трения покоя (сухого трения) приводит к увеличению угла наклона и погрешности определения коэффициента трения. Во-вторых, испытание материалов с малыми коэффициентами трения скольжения приведет к сложности измерения малых углов  $\alpha_k$ .

### Методика решения

Покажем другой способ определения трения скольжения. Интегрируя дважды первое уравнение системы (1) при нулевых начальных условиях, получим

$$x = \left( g \sin \alpha - \frac{F_T}{m} \right) \frac{t_T^2}{2}. \quad (2)$$

Здесь  $t_T$  - время движения с учетом силы трения.

В идеальном случае, при отсутствии силы трения, тело пройдет путь

$$x = g \sin \alpha \frac{t^2}{2}. \quad (3)$$

Отсюда легко получить «расчетное» время движения тела

$$t = \sqrt{\frac{2x}{g \sin \alpha}}. \quad (4)$$

Приравнивая правые части выражений (2) и (3), найдем выражение для силы трения

$$F_T = mg \sin \alpha \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_T} \right)^2 \right]. \quad (5)$$

Как частный случай ( $\alpha = 90^\circ$ ) получим из формулы (5) выражение для расчета силы трения при вертикальном падении (скольжении) тела

$$F_T = mg \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_T} \right)^2 \right]. \quad (6)$$

Вернемся к движению тела по наклонной плоскости. Подставляя теперь  $F_T = fmg \cos \alpha$  в левую часть (5), получим

$$f = \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_T} \right)^2 \right] \operatorname{tg} \alpha. \quad (7)$$

Последняя формула позволяет рассчитывать коэффициент трения скольжения при различных углах наклона  $\alpha$ , превышающих  $\alpha_k$ .

На рис. 2 представлены результаты вычислений по формуле (7) при  $x = 1\text{ м}$  и  $t = 0,54\text{ с}$  (верхняя кривая), при  $x = 2\text{ м}$  и  $t = 0,76\text{ с}$  (вторая кривая сверху), при  $x = 3\text{ м}$  и  $t = 0,93\text{ с}$  (третья кривая сверху), при  $x = 4\text{ м}$  и  $t = 1,07\text{ с}$  (четвертая кривая сверху), при  $x = 5\text{ м}$  и  $t = 1,20\text{ с}$  (пятая кривая сверху) и при  $x = 6\text{ м}$  и  $t = 1,32\text{ с}$  (шестая кривая сверху). Вычисления проводились при  $\alpha = 45^\circ$ .

Таким образом, алгоритм способа определения силы трения скольжения и коэффициента трения скольжения следующий:

1. По формуле (4) аналитически вычисляем «расчетное» время движения  $t$  тела без учета силы трения. Для этого нам надо задать расстояние  $x$ .
2. Измеряем реальное время движения  $t_T$  тела вдоль того же расстояния  $x$  с учетом силы трения.
3. По формуле (5) вычисляем силу трения, а по формуле (7) – коэффициент трения скольжения.

Рассмотрим два примера для оценки величины времени  $t_T$ . Пусть  $\alpha = 45^\circ$  и  $x = 1\text{ м}$ . Тогда расчетное время  $t = 0,54\text{ с}$ .

При  $f = 0,1$  (сталь/сталь) из формулы (7) получим  $t_T = 0,58\text{ с}$ ,  
при  $f = 0,5$  (автомобильная резина/асфальт) получим  $t_T = 1\text{ с}$ .

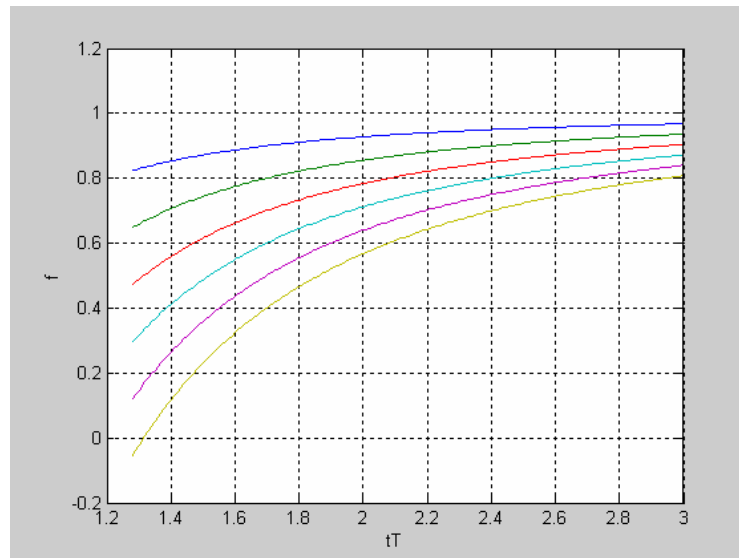


Рис. 2. Зависимость коэффициента трения скольжения  $f$  от измеренного времени движения тела по наклонной плоскости  $t_T$ .

Полученные данные показывают, что даже при малых значениях коэффициента трения скольжения  $f = 0,1$  разница времени между  $t_T = 0,58$  с и  $t = 0,54$  с измерима с помощью доступных хронометров. При испытании материалов с малым значением коэффициента трения скольжения необходимо использовать более точные приборы для фиксации времени движения, либо нужно увеличивать величину пройденного пути  $x$  для увеличения измеряемого времени.

### Выводы

1. Рассмотренный метод позволяет рассчитывать силу трения и коэффициент трения скольжения при различных углах наклона плоскости.
2. Получен алгоритм косвенного определения трения скольжения для поступательного движения. В основе алгоритма – измерение времени движения вдоль линейной координаты.
3. Полученный способ определения трения скольжения лишен недостатков известного способа, вызванных измерением угла наклона поверхности и может широко применяться на практике.

В дальнейшем следует провести испытания различных материалов для получения реальных коэффициентов трения. Такую работу можно предложить в качестве учебной практики студентов при изучении курса «Теоретическая механика».

### Литература:

1. Развитие науки о трении. Сухое трение / И. В. Крагельский, В. С. Щедров. – М.: Изд. АН СССР, 1956. – 237 с.
2. Фролов К. В. (ред.) Современная трибология: Итоги и перспективы. – М.: Изд. ЛКИ, 2008. – 480 с.
3. Bowden F. P., Tabor D. The Friction and Lubrication of Solids. – Oxford University Press, 2001. – 374 p.

4. Persson Bo N. J.: Sliding Friction. Physical Principles and Applications. – Springer, 2002. – 515 p.
5. Popov V. L. Kontaktmechanik und Reibung. Ein Lehr- und Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numerischen Simulation. – Springer, 2009. – 328 p.
6. Rabinowicz E. Friction and Wear of Materials. – Wiley-Interscience, 1995. – 336 p.
7. Кузьмичев В. Е. Законы и формулы физики. – К.: Наукова думка, 1989. – 854 с.
8. Яворский Б. М. Справочник по физике: [Справочник] / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М.: Наука, 1977. – 944 с.

### References

1. Kragel'skiy I. V. Sciences development about a friction. Dry friction / I. V. Kragel'skiy, V. S. Schedrov – M.: Publ. of Academy of Science of the USSR, 1956. – 237 p. [rus]
2. Frolov K. V. (editor) Modern tribology: Results and prospects. – M.: Publ. of LKI, 2008. – 480 p. [rus]
3. Bowden F. P., Tabor D. The Friction and Lubrication of Solids. – Oxford University Press, 2001. – 374 p.
4. Persson Bo N. J.: Sliding Friction. Physical Principles and Applications. – Springer, 2002. – 515 p.
5. Popov V. L. Kontaktmechanik und Reibung. Ein Lehr- und Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numerischen Simulation. – Springer, 2009. – 328 p.
6. Rabinowicz E. Friction and Wear of Materials. – Wiley-Interscience, 1995. – 336 p.
7. Kuz'michev V. E. Laws and formulas of physics. – K.: Naukova dumka, 1989. – 854 p. [rus]
8. Reference Book on physics / B. M. Yavorskiy, A. A. Detlaf. – M.: Nauka, 1977. – 944 p. [rus]

### **В. В. Аврутов**

*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна*

#### **ДО ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРТЯ КОВЗАННЯ**

Описано непрямий метод визначення коефіцієнта тертя ковзання для механічних систем. Розглянуто поступальний рух тіла по похилій площині. На відміну від відомого способу, коли коефіцієнт тертя ковзання визначають по величині тангенса кута нахилу, запропоновано спосіб визначення тертя за часом руху при різних кутах нахилу. Метод може бути використаний при механічних випробуваннях різних матеріалів, а також при розрахунку і проектуванні приладів.

**Ключові слова:** тертя ковзання, коефіцієнт тертя ковзання, похила площина.

### **V. V. Avrutov**

*National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine*

#### **TO THE PROBLEM OF DETERMINATION OF SLIDING FRICTION**

The indirect method of determination of coefficient of sliding friction is described for the mechanical systems. Forward motion of body is considered on a ramp. Unlike the known method, when the coefficient of sliding friction is determined on the size of tangent of angle of slope, the method of determination of friction is offered at times motion at the different angles of slope. This method can be used for the mechanical testing of different materials, and also at a computation and design of instruments.

**Key words:** sliding friction, coefficient of sliding friction, ramp.

*Надійшла до редакції  
15 листопада 2011 року*