УДК 621.979.134

В.І. Стеблюк[1], д-р техн.наук, проф., О.В. Холявік[1], ас., К. Лукасик[2], д-р
1 - НТУ України „Київський політехнічний інститут“, м.Київ, Україна
2 - Люблінська політехніка, м.Любляна, Польща

ВИКОРИСТАННЯ ЛІНІЙ ТОКУ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ ПЕРЕХОДІВ ПРИ ГІДРОДИНАМІЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ВИТЯЖКИ ГЛИБОКИХ КОРОБЧАСТИХ ВИРОБІВ ІЗ ЛИСТОВОГО МЕТАЛУ

Рассмотрена вытяжка пустотелых изделий, которые не имеют осевой симметрии. Рассмотрены несколько возможных вариантов построения линий тока по известным эквипотенциальным линиям. Составлены нелинейные системы уравнений, которые состоят из уравнения эквипотенциальной линии и линии тока, которые можно решить итерационными методами, и построены линии тока во фланце полуфабриката. Рассмотрен метод построения ортогональных линий к заданным отрезкам с помощью прикладных программ инженерной компьютерной графики.

The extract of hollow products which have no axial symmetry is considered. Possible variants of construction of lines of a current on known ekvipotential to lines are considered some. Nonlinear systems of the equations which consist of the equation ekvipotential lines and lines of a current which can be solved iterative methods are made, and current lines in a half-finished product flange are constructed. The method of construction of orthogonal lines to the set pieces by means of applied programs of an engineering computer drawing is considered.

В роботах [1-3] було показано як можна, користуючись методом потенціалу швидкостей ідеальної рідини побудувати раціональну форму заготівки і переходів для витягування коробчастих виробів квадратної і прямокутної в плані форми.

Розглянемо як можна, визначивши розміри і форму заготовок, використати інші характеристики поля швидкостей, зокрема ліній току для розрахунку кількості переходів для витягування порожнистих виробів вказаної форми.

Відомо, що лінії току ортогональні еквіпотенціальним лініям. Тому, маючи сімейство еквіпотенціальних ліній, що є проміжними контурами зовнішньої границі осередку деформації при витягуванні коробчастої деталі, можна побудувати сімейство ліній току, завдяки чому можливо більш детально прослідити за процесом витяжки і визначити при необхідності параметри напружено-деформованого стану в характерних зонах осередку деформації.

Розглянемо деякі варіанти побудови ліній току по відомим еквіпотенціальним лініям. Рівняння еквіпотенціальних ліній мають вигляд [4]:

$$\Phi_i(x, y) - C_i = 0\,, \tag{1}$$

де (i=1,…,n) – порядковий номер лінії рівного потенціалу, починаючи із зовнішніх, найвіддаленіших від контуру матриці, ліній.

Виберемо на k-ій потенціалі дві близькі точки, координати яких позначимо $[x(k, j), y(k, j)]$, $[x(k, j+1), y(k, j+1)]$ і приймемо прямолінійний відрізок між ними за відрізок еквіпотенціальної лінії. Очевидно, що чим коротший цей відрізок, тим ближче до дійсності буде наше припущення. Запишемо рівняння прямої, що проходить через вказані точки:

$$\frac{x - x(k, j)}{x(k, j+1) - x(k, j)} = \frac{y - y(k, j)}{y(k, j+1) - y(k, j)}\,, \tag{2}$$

і представимо його у формі рівняння з кутовим коефіцієнтом:

$$y=\frac{y(k,j+1)-y(k,j)}{x(k,j+1)-x(k,j)}\cdot x+\left\{y(k,j)-x(k,j)\frac{y(k,j+1)-y(k,j)}{x(k,j+1)-x(k,j)}\right\}, \tag{3}$$

Звідси видно, що кутовим коефіцієнтом прямої, що проходить через точки $[x(k,j),y(k,j)-x(k,j+1),y(k,j+1)]$, буде вираз:

$$K_e(k,j)=\frac{y(k,j+1)-y(k,j)}{x(k,j+1)-x(k,j)} \tag{4}$$

Якщо прийняти, що лінії току між двома сусідніми еквіпотенціальними лініями $\Phi_k(x,y)-C_i=0$ і $\Phi_{k+1}(x,y)-C_{i+1}=0$ є відрізки прямих, що проходять через точки $x(k,j),y(k,j)$ та $x(k,j+1),y(k,j+1)$, то їх кутовий коефіцієнт має бути:

$$K_л=-\frac{1}{K_e}=-\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)} \tag{5}$$

Рівняння ліній, що проходять через точки $x(k,j),y(k,j)$ та $x(k,j+1),y(k,j+1)$, які лежать на еквіпотенціальній лінії відрізка, що їх з'єднує, відповідно мають вигляд:

$$y-y(k,j)=K_л[x-x(k,j)] \tag{6}$$

$$y-y(k,j+1)=K_л[x-x(k,j+1)] \tag{7}$$

Або з урахуванням (3), (5)

$$\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x+y=\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j) \tag{8}$$

$$\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x+y=\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j+1)+y(k,j+1) \tag{9}$$

Для того, щоб знайти точки перетину цих прямих з сусідньою еквіпотенціальною лінією $\Phi_{k+1}(x,y)-C_{i+1}=0$ потрібно кожне з рівнянь (8), (9) розв'язати сумісно з рівнянням вказаної еквіпотенціальної лінії. Розглянемо першу пару рівнянь:

$$\begin{cases}\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x+y=\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)\\ \Phi_{k+1}(x,y)-C_{k+1}=0\end{cases} \tag{10}$$

Це системи рівнянь, одне з яких нелінійне, тому і вся система в цілому нелінійна.

Для її розв'язку можна застосувати як ітераційний процес, наприклад, на основі методу Ньютона, так і прямий метод – виключення із лінійного рівняння одного невідомого і підстановка його у друге, після чого застосовувати один із ітераційних методів розв'язку нелінійного рівняння з одним невідомим. Крім того, цю систему рівнянь можна розв'язати з використанням методу побудови ортогональних ліній засобами AutoCAD чи Компас-Графік.

Точку перетину, що лежить на еквіпотенціальній лінії $\Phi_{k+1}(x,y)-C_{k+1}$ позначимо як точку з координатами $x(k+1,j)$, $y(k+1,j)$. За початкову точку для розв'язку системи візьмемо точку на еквіпотенціальній поверхні $\Phi_k(x,y)-C_k=0$, через яку проходить шукана лінія току, тобто точку $x(k,l)$, $y(k,l)$. Для розв'язку системи (10) ітераційним методом Ньютона представимо її у вигляді системи лінійних рівнянь відносно поправок Δx і Δy до початкового наближення:

$$\begin{cases}\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot\Delta x+\Delta y=-\left[\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)\right]\\ \Phi_{(k+1)_x}\Delta x+\Phi_{(k+1)_y}\Delta y=-\left\{\Phi_{(k+1)}[x(k,j),y(k,j)]-C_{k+1}\right\}\end{cases} \tag{11}$$

Враховуючи невеликий порядок системи доцільно її розв'язати за правилом Крамера.

Для цього знайдемо потрібні визначники. Визначник системи (11) є вираз:

$$\Delta=\begin{vmatrix}\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)} & 1\\ \Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right] & \Phi_{(k+1)_y}\end{vmatrix}=\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot\Phi_{(k+1)_y}-\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right] \tag{12}$$

Визначники до знаходження Δx і Δy є відповідно:

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}-\left[\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)\right] & 1\\ -\left\{\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-C_{k+1}\right\} & \Phi_{(k+1)_y}\end{vmatrix}=$$
$$=-\left[\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)\right]\cdot\Phi_{(k+1)_y}+\left\{\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-C_{k+1}\right\} \tag{13}$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)} & -\left[\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)\right]\\ \Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right] & -\left\{\Phi_{(k+1)}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-C_{k+1}\right\}\end{vmatrix}=$$
$$=-\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot\left\{\Phi_{(k+1)}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-C_{k+1}\right\}+$$
$$+\left[\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)\right]\cdot\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right] \tag{14}$$

Звідси знаходимо $\Delta x=\Delta_1/\Delta$ і $\Delta y=\Delta_2/\Delta$ або з урахуванням (12), (13) і (14) відповідно:

$$\Delta x=\frac{-\left[\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)\right]\cdot\Phi_{(k+1)_y}+\left\{\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-C_{k+1}\right\}}{\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot\Phi_{(k+1)_y}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right]} \tag{15}$$

$$\Delta y=\frac{-\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot\left\{\Phi_{(k+1)}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-C_{k+1}\right\}}{\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot\Phi_{(k+1)_y}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right]}+$$
$$+\frac{\left[\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)\right]\cdot\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right]}{\dfrac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot\Phi_{(k+1)_y}\left[x(k,j),y(k,j)\right]-\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j),y(k,j)\right]} \tag{16}$$

Першим наближенням до шуканої точки перетину з еквіпотенціальною лінією $\Phi_{k+1}(x,y)-C_{k+1}=0$ буде точка з координатами $\left[x(k,j)+\Delta x\right]$ та $\left[y(k,j)+\Delta y\right]$.

Формули для визначення точки перетину лінії току, що проходить із точки $\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]$ на еквіпотенціальній лінії $\Phi_k(x,y)-C_k=0$ з еквіпотенціальною лінією $\Phi_{k+1}(x,y)-C_{k+1}=0$ одержимо із рівнянь (10)-(16) заміною координати початкової точки $x(k,j)$, $y(k,j)$ на точку $x(k,j+1)$, $y(k,j+1)$ в тих множниках доданках, куди ці координати входять в кутовий коефіцієнт $K_л$. Для першого наближення в цьому випадку одержимо вирази:

$$\Delta x=\frac{-\left[\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j+1)+y(k,j+1)\right]\cdot \Phi_{(k+1)_y}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]}{\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot \Phi_{(k+1)_y}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]-\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]}+$$
$$+\frac{\left\{\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]-C_{k+1}\right\}}{\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot \Phi_{(k+1)_y}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]-\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]};$$
$$\Delta y=\frac{-\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot\left\{\Phi_{(k+1)}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]-C_{k+1}\right\}}{\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot \Phi_{(k+1)_y}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]-\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]}+ \tag{17}$$
$$+\frac{\left[\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j+1)+y(k,j+1)\right]\cdot \Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]}{\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot \Phi_{(k+1)_y}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]-\Phi_{(k+1)_x}\left[x(k,j+1),y(k,j+1)\right]}$$

Координати точки наступного наближення точки перетину лінії току, що виходить із точки $x(k,j+1),\ y(k,j+1)$ на еквіпотенціальній лінії будуть відповідно: $x(k,j+1)+\Delta x$ і $y(k,j+1)+\Delta y$. Подальші наближення можна знайти традиційним ітераційним шляхом, а можна відслідкувати на моніторі. Обираючи послідовно пари точок $x(1,j),\ y(1,j)-x(1,j+1),\ y(1,j+1)$ на контурі заготовки, що являється першою еквіпотенціальною лінією, можна побудувати сімейство ліній току для всієї заготовки з урахуванням розриву швидкості деформування на межі пластичних і жорстких зон осередку деформації. Але найбільший інтерес представляють пари ліній току на осі симетрії, на межі прямолінійної ділянки і кутового заокруглення та біля бісектриси кута матриці (деталі). Як показала перевірка (програма складена на мові програмування QuickBasic) цей метод дуже повільно збігається. Тому розглянемо другий метод. З першого рівняння системи (10) знаходимо одне із невідомих, наприклад y :

$$y=\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x(k,j)+y(k,j)-\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x \tag{18}$$

Підставимо його у друге рівняння цієї ж системи:

$$\Phi_{k+1}\left\{\left[1-\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\cdot x+\frac{x(k,j+1)-x(k,j)}{y(k,j+1)-y(k,j)}\right]-C_{k+1}\right\}=0. \tag{19}$$

Або в загальному вигляді:

$$\Phi_{k+1}(x)-C_{k+1}=0, \tag{20}$$

де $\Phi_{k+1}(x)-C_{k+1}=0$ – нелінійна відносно x функція, а рівняння (19) або (20) – нелінійні рівняння з одним невідомим. Найпростішим методом його розв’язання є метод дихотомії. Але, як показала перевірка, побудова ортогональних до еквіпотенціалей ліній току вказаним методом є також трудомісткою.

Тому для практичного використання при розрахунку заготовок і переходів для витягування коробчастих виробів можна рекомендувати метод побудови ортогональних до заданих відрізків ліній засобами прикладних програм інженерної комп’ютерної графіки. Суть методу полягає в наступному.

Будуємо ряд послідовних контурів заготовок, що відповідають різній висоті коробки методом потенціалу [5, 6]. Вибравши одну з точок біля кутового заокруглення контуру коробки в плані поблизу бісектриси кута, проводимо відрізок ортогональний до контуру заготовки в цій точці (вочевидь, він співпадає з напрямом радіуса кутового заокруглення) до перетину з першим контуром заготовки. Сусідню ортогональну лінію будуємо, вибравши симетричну відносно діагоналі і знаходимо другу точку перетину з контуром заготовки. Проводимо відрізок прямої, що проходить через ці точки на першому контурі заготовки. З точок перетину проводимо нові ортогональні до відрізка лінії до перетину з наступним контуром. Повторюючи ці дії будуємо дві лінії току ортогональні до еквіпотенціальних ліній – контурів заготовки для коробки на різних стадіях витягування (Рис. 1.). Якщо довжину відрізка

між лініями току на контурі матриці (в кутовому заокругленні) позначимо як b_n, а довжину відрізків наступних еквіпотенціальних ліній – контурів заготовки і напівфабрикатів на наступних стадіях витягування, починаючи з заготовки, позначити $B_0, B_1, \ldots, B_{n-1}$, то відношення $\frac{B_0}{b_n}, \frac{B_1}{b_n}, \ldots, \frac{B_{n-1}}{b_n}$ будуть характеризувати тангенціальне стискання заготовки і напівфабрикатів на кожній стадії. Як показано на Рис. 1. [7], ці відношення є еквівалентними коефіцієнтам витягування $m = d_д / D_{зг}$ циліндричних деталей і можуть бути використані для розрахунку кількості переходів витягування по допустимим для витягування циліндричних деталей коефіцієнтів при відповідних значеннях відносної товщини $S / D_{зг}$ (де S – товщина заготовки, а $D_{зг}$ – її діаметр). За відносну товщину в кожному випадку $S / D_{зг}$ можна приймати величину $\frac{\alpha_0}{2} \cdot \frac{S}{B}$, де α_0 – кут між точками на заокругленні коробки, з якого починаються лінії току ортогональні до еквіпотенціальних ліній – контурів заготовки і напівфабрикатів. Таким чином викладена методика відкриває можливість повної комп'ютеризації визначення розмірів, форми заготовки і кількості переходів при витягуванні деталей типу коробки квадратних і прямокутних у плані.

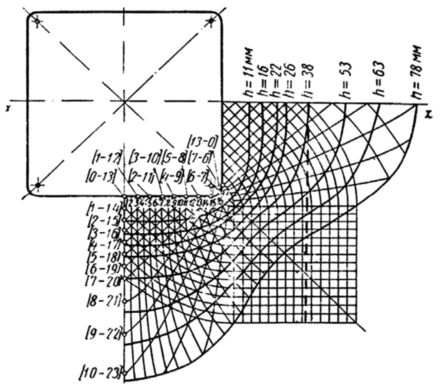

Рис. 1 Контури оптимальних заготовок побудовані по методу ліній ковзання [7]

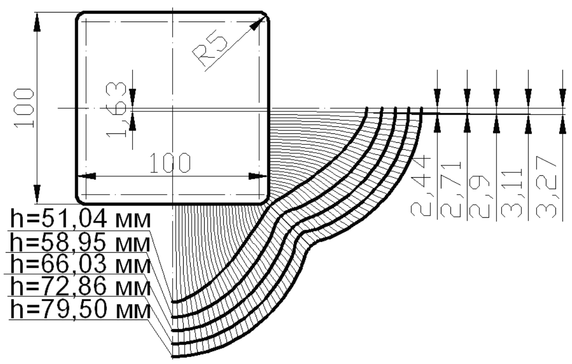

Рис. 2 Еквіпотенціальні лінії та лінії току для визначення оптимального контуру заготовок і кількості переходів методом потенціалу

Список літератури

1. Щипунов Г.И., Дьячков В.Д., Булдаков В.И., Кинематика фланца в процессе листовой вытяжки деталей коробчатых форм. – Кузнечно-штамповочное производство, 1971. – №12.

2. V.I. Stiebliuk, K.Lukasik, O.V. Kholiavik, J.G. Rozov, M.V. Orljuk. Metody wytwarzania cienkosciennych wyrobow drazonych ze stali X10CRNI18-8. //Scientific Bulletin of Chelm. Section of Technical Sciexces.– 2007 - № 1.– S. 203 – 208.

3. Стеблюк В.І, Холявік О.В. "Побудова контуру заготовки на основі математичної моделі процесу витягування порожнистих виробів коробчастої форми", Сб. научн. трудов "Обработка материалов давлением", №1 (20), Краматорск - 2009– С63-67

4. Стеблюк В.І, Холявік О.В., К. Лукасик "Моделювання процесу витягування коробчастих виробів", Вестник Национального технического университета Украины „Киевский политехнический институт" Вып. 52, 2008 г.

5. Стеблюк В.И., Холявік О.В., Побудова контуру заготовки коробчастої деталі методом потенціалу, Наукові праці ДонНТУ. Металургія. Випуск 10 (141)/Редкол.: Башков Є.О. та ін. - Донецьк, ДонНТУ, 2008 - С205-210

6. Стеблюк В.І, Холявік О.В., Азарх І.П., "Розвиток аналітичних методів розрахунку розмірів та форми заготовок і переходів при витягуванні коробчастих виробів із листового металу", Вестник Национального технического университета Украины „Киевский политехнический институт" Вып. 50, 2007 г.

Основы теории обработки металлов давлением, под редакцией М.В. Сторожева, - М: МАШГИЗ, 1959.