

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ЗМІШУВАННЯ В'ЯЗКИХ РІДИН В КОАКСІАЛЬНОМУ ЗАЗОРІ

Разработана математическая модель массообмена при течении вязких жидкостей. Проведено численное моделирование с использованием метода конечных элементов задачи смешения вязких жидкостей в зазоре между двумя цилиндрами, один из которых вращается. Приведены некоторые закономерности распределения скоростей и концентраций.

The mathematical model of mass-transfer at the flow of viscid liquid is developed. The numeral design with the use of finite elements method of task of mixing of viscid liquids in a gap between two cylinders, one of which is revolved is modeled. Some conformities to the law of distributing of speeds and concentrations are resulted.

Вступ

При виробництві і переробці полімерних матеріалів у більшості випадків в полімер доводиться вводити такі добавки, як стабілізатори, наповнювачі, барвники, пластифікатори та інші речовини. Для ефективного проведення цих процесів важливо знати основні закономірності процесів змішування.

Змішування високов'язких рідин є наслідком деформації зсуву, у результаті якого відбувається збільшення поверхні поділу компонентів і перетворення первісного їхнього розподілу у випадковий неупорядкований розподіл.

Відомі принципи моделювання процесів змішування дають адекватні результати на перерізах елементарної форми за спрощених умов, але не дають змоги аналітично розрахувати параметри течії та змішування в каналах складної форми, якими є канали реальних змішувальних пристроїв.

В той же час актуальною є задача розрахунку параметрів течії та показників ефективності змішування при використанні різних типів змішувачів, а також оптимізації їх конструкцій.

Постановка задачі

Основне призначення змішувального обладнання – забезпечення одержуваної термопластичної композиції необхідної якості змішування, яка пов'язана з кількісним описом стану суміші. У більшості випадків кожний з розподілених у матриці компонентів суміші можна уявити як множину умовних частинок певного розміру.

Як міру відхилення реальної суміші від стану ідеальної використовують такі критерії, як індекс змішування, критерій Лейсі, інтенсивність розділу та коефіцієнт неоднорідності. За допомогою перших двох критеріїв визначають ступінь наближення до граничного технологічно можливого стану випадкової суміші, одержуваної за умови нескінченно тривалого оброблення. Два останні критерії представляють собою порівняння з ідеальним станом суміші – системою з рівномірно розподіленими компонентами.

Існуючі до цього часу аналітичні методики дозволяють реалізувати задачу розрахунку енергосилових параметрів змішувального обладнання та показників якості змішування тільки для двох граничних умов: течія в круглому каналі і течія між двома нескінченими пластинами.

Дослідження поведінки неньютонівських, в тому числі багатофазних і багатокомпонентних середовищ пов'язане з постановкою і розв'язанням найбільш складних задач механіки і термодинаміки, що обумовлено складністю та багатогранністю фізичних явищ, великою кількістю факторів, що впливають на процеси, що розглядаються, і які не завжди можна визначити з достатньою точністю і т. д.

Моделювання таких складних процесів в багатокомпонентних середовищах на сучасному рівні можливо лише з залученням комп'ютерної техніки і чисельних методів.

Для адекватного описання взаємодії тіл різної природи використовуються загальні співвідношення нелінійної механіки суцільних середовищ (МСС), які базуються на фундаментальних законах збереження імпульсу та балансу механічної енергії, збереження енергії та маси [1]. Це вимагає розробки універсальних нелінійних моделей та методів їх дослідження, які можуть бути побудовані тільки на базі методів чисельного аналізу, орієнтованих на потужну обчислювальну техніку. До найбільш ефективних чисельних методів розв'язання складних реологічних і динамічних задач механіки суцільних середовищ належить метод скінченних елементів (МСЕ), який дозволяє на базі комп'ютерної техніки моделювати і досліджувати різні технологічні процеси та конструктивні елементи обладнання.

Математична модель та результати дослідів

Рух суміші та її складових розглядається в даній роботі в рамках механіки суцільних середовищ з наступними припущеннями:

1. Суміш складається з окремих взаємно проникливих компонент, що заповнюють один і той же об'єм. Кожна компонента є неперервним однорідним середовищем (континуумом), стан якого безпосередньо визначається власними параметрами стану.

2. Для кожної компоненти середовища задовольняються закони збереження маси, імпульсу та енергії. Маса, імпульс та енергія суміші дорівнює сумі мас, імпульсів та енергій її компонент. Взаємодія між компонентами суміші не змінює загальну величину маси, імпульсу та енергії суміші.

Для розв'язання задач змішування спочатку розв'язується термомеханічна задача розподілу швидкостей та стану рідини, а потім на її основі – задача масообміну шляхами дифузії та конвекції.

Кінематика руху багатофазного середовища досліджується з позиції Ейлера, тобто всі подальші висновки базуються на розгляді не окремих елементів середовища, а того що відбувається в даній точці простору з координатами x^1, x^2, x^3 . Геометричні координати простору x^i і час t носять назву змінних Ейлера. Рух в розумінні Ейлера вважається відомим, якщо всі невідомі величини (переміщення, швидкості, прискорення і т. д.) визначені як функції x^i і t . При фіксованих x^i і змінному t ці функції описують зміну з часом в даній точці простору основних параметрів, що належать різним частинкам середовища, які проходять через цю точку. Швидкість руху окремої фази визначається по витраті її за одиницю часу через одиницю площі перерізу каналів, де рухається фаза.

Представимо основні співвідношення МСС у вигляді системи диференціальних рівнянь в ейлерових координатах для стаціонарних процесів:

-рівняння руху:

$$\nabla \cdot \hat{\sigma} + \vec{f} = \rho \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v},$$

-рівняння збереження енергії:

$$c_T \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (\lambda_T \vec{\nabla} T) + \hat{\sigma} : \hat{\epsilon} + Q_{(V)},$$

-рівняння дифузії:

$$\phi \nabla^2 C = \vec{v} \cdot \vec{\nabla} C,$$

-рівняння збереження маси:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0,$$

де ρ – маса одиниці об'єму (густина) матеріалу; \vec{v} – вектор швидкості точки тіла; \vec{f} – вектор зовнішньої сили, що діє на одиницю об'єму тіла; $\hat{\sigma}$ – тензор напружень; $\vec{\nabla} \vec{v}$ – градієнт вектора швидкості; $Q_{(V)}$ – віднесена до одиниці маси швидкість зовнішнього об'ємного притоку тепла разом з

іншою немеханічною енергією; E – питома внутрішня енергія (внутрішня енергія одиниці маси тіла), C – концентрація обраного компонента; ϕ – коефіцієнт дифузії.

До даної системи рівнянь необхідно також додати геометричні рівняння Коші:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\bar{\nabla} \bar{u} + (\bar{\nabla} \bar{u})^T \right), \quad \hat{\xi} = \frac{1}{2} \left(\bar{\nabla} \bar{v} + (\bar{\nabla} \bar{v})^T \right),$$

які зв'язують тензор деформацій $\hat{\varepsilon}$ з вектором переміщень \bar{u} та тензор швидкостей деформацій $\hat{\xi}$ з вектором швидкостей \bar{v} .

Для замикання системи рівнянь до неї треба приєднати рівняння стану:

$$\hat{\phi}(\hat{\sigma}, \hat{\varepsilon}, \hat{\xi}, T) = 0,$$

які дозволяють описати основні властивості матеріалів реальних тіл.

При формулюванні рівнянь стану середовища приймаються такі загальні допущення:

- режим руху середовища – стаціонарний, достатньо повільний, щоб силами інерції можна було б знехтувати;
- матеріали можуть мати лінійні або нелінійні в'язкопружнопластичні властивості, що залежать від напружено-деформованого стану і температури;
- між твердими тілами і рідинами виконуються умови прилипання – швидкості на стінках дорівнюють швидкостям стінок (положення поверхонь контакту визначається з врахуванням переміщень твердих тіл).
- в процесі переробки і деформування матеріали можуть змінювати властивості стисливості – від стисливих до нестисливих і навпаки.

Рівняння МСЕ для масопередачі будуються на основі матриць скінченних елементів (СЕ), що характеризують перенесення речовини за рахунок дифузії і руху середовища. Зупинимось на виводі матриці масопередачі для шестигранного криволінійного елемента. Розподіл концентрацій обраного компонента C в межах СЕ приймаємо на базі полілінійних функцій форми $N_{(i)}$:

$$C = C^{(1)} N_{(1)} + C^{(2)} N_{(2)} + C^{(3)} N_{(3)} + C^{(4)} N_{(4)} + C^{(5)} N_{(5)} + C^{(6)} N_{(6)} + C^{(7)} N_{(7)} + C^{(8)} N_{(8)},$$

або в матричному вигляді:

$$\{C\} = [L] \{C^{(i)}\},$$

$$[L] = [N_{(1)} \quad N_{(2)} \quad N_{(3)} \quad N_{(4)} \quad N_{(5)} \quad N_{(6)} \quad N_{(7)} \quad N_{(8)}].$$

Вектор-градієнт концентрацій визначається формулами:

$$\{\nabla C\} = [\nabla] [L] \{C^{(i)}\} = [G] \{C^{(i)}\},$$

$$[\nabla] = \left[\frac{\partial}{\partial \xi^{1'}} \quad \frac{\partial}{\partial \xi^{2'}} \quad \frac{\partial}{\partial \xi^{3'}} \right]^T,$$

$$[G] = [\nabla] [L].$$

Матриця масопередачі СЕ $[K_C]$ дорівнює сумі двох матриць $[K_C] = [P_C] + [\Xi_C]$: матриці дифузії $[P_C]$ та конвекції $[\Xi_C]$, які представляються матричними виразами:

$$[\Pi_C] = \int_{V_{CE}} [G]^T [g^*] [G] \phi dV = \int_{-0.5}^{0.5} [G]^T [g^*] [G] \phi \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3,$$

$$[\Xi_C] = \int_{V_{CE}} [L]^T [J^*]^T \{v\}^T [G] c dV = \int_{-0.5}^{0.5} [L]^T [J^*]^T \{V\}^T [N]^T [G] c \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3,$$

де $[g^*]$ – матриця контраваріантних компонент метричного тензора, $[J^*] = [J]^{-1}$ – обернена матриця Якобі, $\{V\}$ – вектор вузлових швидкостей СЕ. На основі багатьох чисельних експериментів встановлено [3, 4], що завдяки малим розмірам СЕ фізико-механічні та геометричні параметри ($[J^*]$, $[g^*]$, \sqrt{g}) в об'ємі СЕ мало змінюються і можна їх вважати сталими величинами і обчислити матриці масопередачі в замкнутому вигляді. В результаті суттєво зменшується об'єм обчислювальної роботи і підвищуються ефективність та можливості процесів чисельного моделювання.

Слід зазначити, що в разі моделювання процесів змішування розплавів одних полімерів з іншими, з дисперсними компонентами, або дисперсних матеріалів між собою дифузія відіграє незначну роль і її можна знехтувати, тобто $[\Pi_C] \rightarrow 0$.

Розроблені рівняння МСЕ включені в інтегровану систему автоматизованого проектування VESNA [2], розроблену науковцями ІХФ НТУУ “КПІ” на базі універсальних залежностей суцільних середовищ та методу скінченних елементів. В основу побудови алгоритмів покладено ідею інтеграції в єдиному середовищі програмних продуктів розрахунку параметрів теплових і гідродинамічних процесів переробки середовищ із змінними властивостями та взаємопов'язаних з ними розрахунків на міцність конструктивних елементів.

Система дозволяє розглядати будь-яке середовище за універсальною методикою, в тому числі для різних фазових станів та переходів між ними.

Апробація застосування складеної математичної моделі здійснювалась при чисельному моделюванні змішування забарвленої та незабарвленої в'язких рідин в коаксіальному зазорі між двох циліндрів, один з яких (зовнішній) нерухомий, а внутрішній – обертається (рис. 1). Довжина циліндрів складає $L=170$ мм, діаметр внутрішнього циліндра $D_6=102$ мм, зовнішнього – $D_3=119$ мм. Швидкість обертання внутрішнього циліндра – 1,9 об/хв. Швидкість осьової подачі рідин приймалась як третина колової швидкості зовнішнього циліндра. В шосту частину коаксіального зазору (на сегмент у 60°) з такою самою швидкістю, що й основний потік, рідина подається забарвленою, початкову концентрацію барвника приймаємо рівною 1. Кількість барвника вважаємо такою, що незначно впливає на властивості рідини, тобто розв'язок механічної задачі здійснюється без урахування концентрації. Властивості рідин вважаємо лінійними.

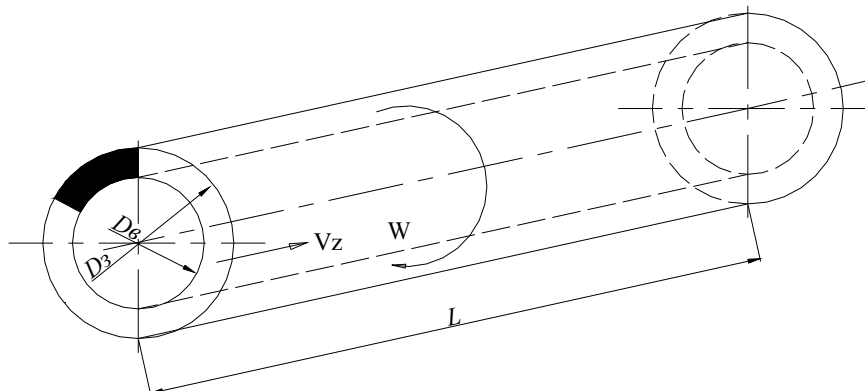


Рис. 1 Розрахункова схема

За час проходження відстані між циліндрами забарвлений сегмент рідини рухається по спіралі (див. рис.2), водночас об'єм його збільшується, а концентрація барвника в ньому зменшується, тобто спостерігається змішування забарвленої рідини з незабарвленою.

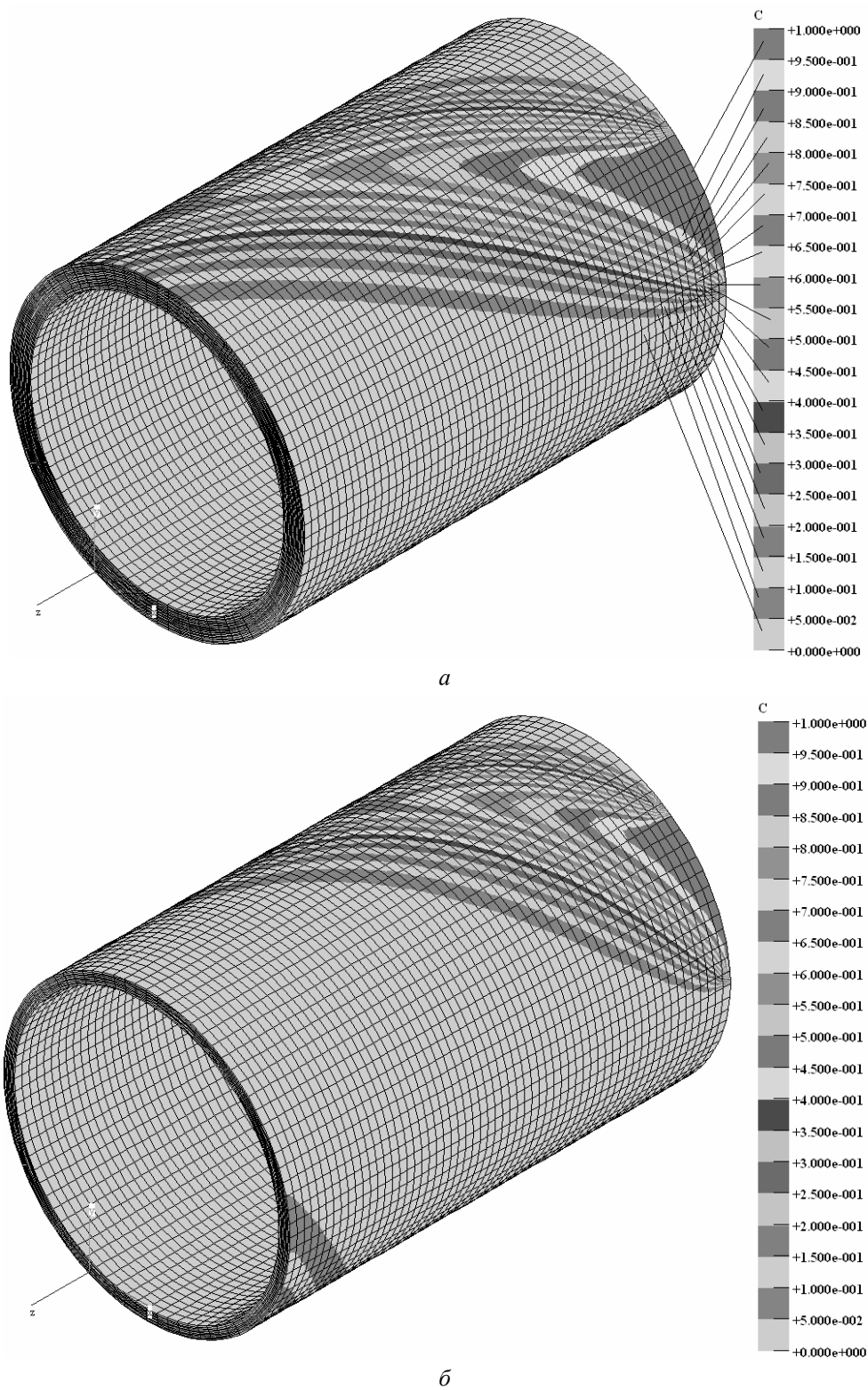


Рис.2 Розподіл барвника в каналі: а – на зовнішній поверхні, б – на середині висоти

Ширина забарвленої області під час руху збільшується, причому неоднаково по висоті коаксiального зазору. На радіусах, ближчих до внутрішнього циліндра, що обертається, ширина

забарвленої області збільшується швидше і до більших значень, ніж поблизу зовнішньої поверхні. Отримані в результаті чисельного моделювання результати корелюють з відомими результатами аналітичних обчислень та експериментальних досліджень [4]. Розрахункова зміна ширини забарвленої області по довжині каналу показана на рис. 3.

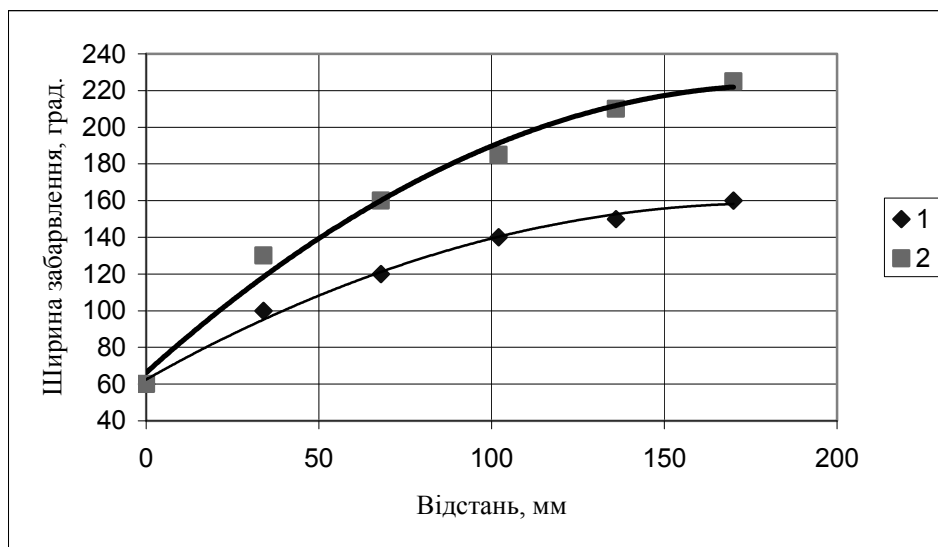


Рис.3 Зміна ширини забарвленої області по довжині каналу:
1 - на зовнішній поверхні, 2 – на середині висоти

Як помітно з рис.3, дана залежність має нелінійний характер. На внутрішній поверхні ширина забарвленої області розширюється значніше і ще до виходу з каналу утворює повне коло.

Висновок

Отримані результати показують, що створена математична модель та система розрахунків дозволяє моделювати процеси змішування в'язких рідин з іншими компонентами та між собою. Чисельне моделювання дозволяє отримувати такі дані, які важко або неможливо здобути експериментально або шляхом аналітичних обчислень, а також проводити проектні розрахунки змішувального обладнання, наприклад розрахунок необхідної для досягнення заданої рівномірності розподілу компонентів довжини змішувальної зони.

Подальшим розвитком роботи буде дослідження змішування неньютонівських рідин в робочих каналах технологічного обладнання.

Список літератури

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды.// – Москва :Наука, т.1 (т.2) – 1970, 492 (568) с.
2. Киричевский В. В., Сахаров А. С. Нелинейные задачи термомеханики конструкций из слабосжимаемых эластомеров. – К.: Будівельник, 1992. – 216 с.
3. Метод конечных элементов в механике твердых тел. / Под общ. ред. А.С. Сахарова и И.Альтенбаха – К.: Вища школа, 1982. – 480 с.
4. Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров.- М.: Химия, 1977, 461 с.