

РАДІОТЕХНІЧНІ КОЛА ТА СИГНАЛИ

УДК 621.372.061

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗВОРотної ЗАДАЧІ ІМПЕДАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ МЕТОДАМИ ЗОН ПРОВІДНОСТЕЙ ТА ЗВОРотної ПРОЕКЦІЇ

Рибіна І.О., магістрант; Рибін О.І., д.т.н., професор;

Шарпан О.Б., д.т.н., професор

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна

Вступ

Розв'язання зворотної задачі імпедансної томографії, не зважаючи на свою двадцятирічну історію, залишається актуальним завданням при створенні промислового зразка томографа. Серед методів розв'язання зворотної задачі найбільш розповсюдженими є методи (та їх модифікації) обчислення структури і вагових коефіцієнтів внутрішнього розподілу опорів з використанням методу кінцевих елементів [1—6] та методу зворотної проекції [7—9]. Метод зворотної проекції полягає у вимірюванні передаточного опору з джерела струму на вимірювальні електроди, розташовані по зовнішньому обводу уявного розтину (фантома). При цьому вважають, що отримані передаточні опори можна спроеціювати на «пустий» фантом вздовж ліній рівної напруги, траєкторії яких отримані заздалегідь (по «нормальному» розподіленню опорів усередині фантома). При наявності відхилень в розподіленні опорів від «норми», виявлення чого і є метою томографічних досліджень, траєкторії ліній рівної напруги поміняються і ці зміни будуть тим більші, чим більшими будуть такі відхилення. Останнє робить розв'язання задачі реконструкції внутрішнього розподілення опорів проблематичною. Метод зворотної проекції при «малих» відмінах внутрішнього розподілу від розподілу вихідного в ряді випадків все ж може дати задовільний результат [8—9], а відсутність необхідності в розв'язанні прямої задачі, яка створює додаткові досить великі математичні проблеми [3—5], в цих випадках робить метод дуже привабливим. Метод зворотної проекції є «калькою» відомих [7] методів реконструкції образу з проекцій, використовуваних в рентгенівській, емісійній, магнітно-резонансній і т. д. томографіях, що також є причиною його відносно великої популярності. На відміну від цього методу методи, основані на використанні кінцевих елементів, в першу чергу, потребують створення математичної моделі томографічного розтину (фантома), складання для такої моделі систем рівнянь рівноваги та розв'язання цих систем (в ітераційній процедурі) у ви-

гляді, зручному для реконструкції, враховуючи при цьому достатньо великий порядок N такої системи ($N = 400 \dots 4000$). Привабливість цього, більш складного, але й більш коректного методу, полягає у можливості покрокової перевірки адекватності реконструйованого (на кожній ітерації реконструкції) образу порівнянням обчислених (за поточними значеннями опорів внутрішнього розподілу усередині фантома) передаточних опорів по обводу розтину із їх вимірними значеннями. Така можливість в методі зворотної проєкції відсутня, оскільки виміряні передаточні опори пов'язані з опорами структур внутрішнього розподілення як складні функції кола з їх аргументами (провідностями елементарних ділянок).

Розв'язання прямої задачі імпедансної томографії методами теорії кіл

При розв'язанні прямої задачі імпедансної томографії методами теорії кіл використовують моделювання кінцевих елементів відповідними пасивними електричними схемами, які об'єднуються між собою у вузлах. Вибір моделі плоского (у випадку плоского фантома) та об'ємного (у випадку об'ємного фантома) кінцевого елементу є окремою важливою задачею [4], розв'язання якої впливає на точність і швидкодію вирішення прямої та зворотної задачі. Для обраної моделі кінцевого елементу далі звичайно складають систему рівнянь рівноваги фантома у вигляді системи рівнянь вузлових напруг. В залежності від кількості кінцевих елементів порядок такої системи, як вже згадувалося, становить $400 \dots 4000$, що створює неабияку обчислювальну задачу (враховуючи також, що цю задачу треба багатократно розв'язувати в ітераційній процедурі). Але, як було відмічено в ряді робіт [4—6], фантом має певну, задану його моделюванням, структуру, що визначає велику розрідженість матриці провідностей (так, для плоского фантома кожен рядок матриці провідностей \bar{V} містить не більше, ніж 9 ненульових елементів). Це надає можливість використовувати для аналізу спеціальні математичні методи оперування з розрідженими матрицями [10—12], серед яких найбільш привабливим видається метод модифікацій [5,6,13—15]. Метод полягає в обчисленні зворотної матриці одного кінцевого елемента (при цьому питома провідність такого елемента є множителем перед оберненою матрицею) і подальшому «вирощуванням» нескінченних провідностей між об'єднуваними вузлами. При цьому операції виконуються тільки над ненульовими елементами, в результаті чого отримується обернена матриця всього фантома (в загальному випадку повністю заповнена ненульовими елементами). Отримана зворотна матриця дає змогу просто знайти всі необхідні для ітераційної процедури похідні найпростішим способом [16—21].

Розв'язання зворотної задачі імпедансної томографії

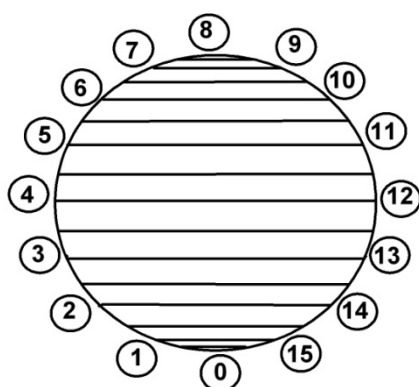
При розв'язанні зворотної задачі, оснований на застосуванні методу кінцевих елементів, звичайно використовують ітераційний метод Ньюто-

на-Рафсона, для реалізації якого необхідно на кожній ітерації по поточному значенню ваг окремих структур фантома (якщо різниця між обчисленими та вимірними значеннями передаточних опорів є незадовільно великою) сформувати систему рівнянь для корегуючих прирощень $\Delta\sigma_k$ питомих провідностей у вигляді

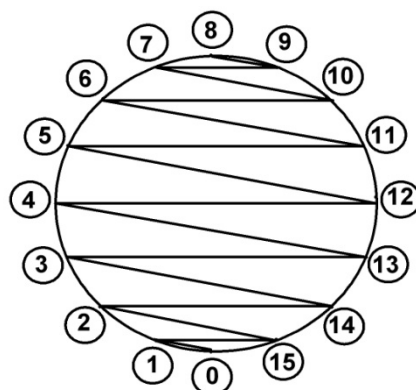
$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_{\text{пер}}^{(1)}}{\partial \sigma_1} \times \Delta\sigma_1 + \dots + \frac{\partial Z_{\text{пер}}^{(1)}}{\partial \sigma_M} \times \Delta\sigma_M &= -\Delta Z_{\text{пер}}^{(1)} \\ \frac{\partial Z_{\text{пер}}^{(M)}}{\partial \sigma_1} \times \Delta\sigma_1 + \dots + \frac{\partial Z_{\text{пер}}^{(M)}}{\partial \sigma_M} \times \Delta\sigma_M &= -\Delta Z_{\text{пер}}^{(M)}, \end{aligned} \quad (1)$$

де $Z_{\text{пер}}^{(i)}$ — i -й передаточний опір з джерела струму на вимірювальні електроди по обводу розтину; $\Delta\sigma_k$ — корегуючі прирощення питомої провідності для k -го кінцевого елемента; $\Delta Z_{\text{пер}}^{(i)}$ — різниця між вимірним та обчисленим значеннями передаточного опору.

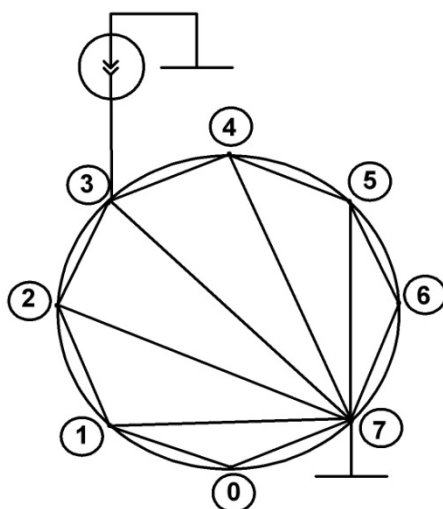
При кількості вузлів еквівалентної схеми фантома $N = 400 \dots 4000$ кількість M кінцевих елементів становить величину такого самого порядку, що викликає проблему вимірювань необхідної кількості передаточних опорів, по можливості найменш залежних один від одного. Але найбільшу проблему становить необхідність в розв'язанні системи рівнянь (1) відносно шуканих прирощень $\Delta\sigma_k$. Якщо при розв'язанні прямої задачі обернена матриця й була такого порядку, що й у випадку (1), то складнощі, пов'язані з великим порядком системи рівнянь обходилися завдяки певній розрідженій структурі матриці провідностей. Для обернення матриці похідних в (1) цей прийом не підходить, оскільки ця матриця не є структурованою і до того ж є повністю заповненою. Крім того, матриця похідних великих порядків є зазвичай погано зумовленою, оскільки чутливості передаточного опору до питомої провідності кінцевих елементів, розташованих близько до центру фантома і навіть з різними провідностями, будуть майже однаковими, що дасть майже тотожні стовпці в матриці похідних. Подолання цих «незручностей», що унеможливають реконструкцію, полягає в додатковій структуризації фантома введенням «променів» та «зон» провідностей [21]. Приклади можливих зон з однаковою провідністю усіх кінцевих елементів кожної зони наведено на рис.1. При застосуванні, наприклад, структуризації виду рис.1,б кількість кінцевих елементів, що утворюють одну зону (наприклад, у трикутнику 6, 11, 5), може бути великою, що забезпечить збільшення точності обчислень, а самих зон — 14. Таким чином, порядок матриці похідних в (1) буде 14-м. Якщо врахувати, що максимальна дозволена кількість (на теперішній час) електродів для медичної імплантационної томографії становить 32, то максимальний порядок матриці похідних дорівнюватиме 30.



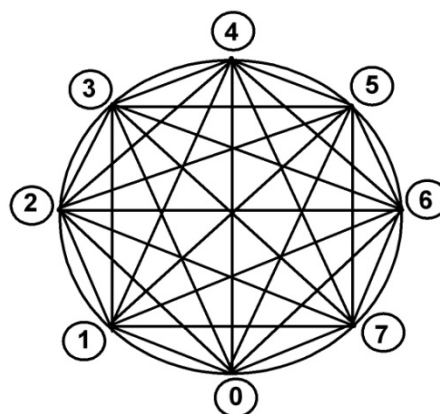
a



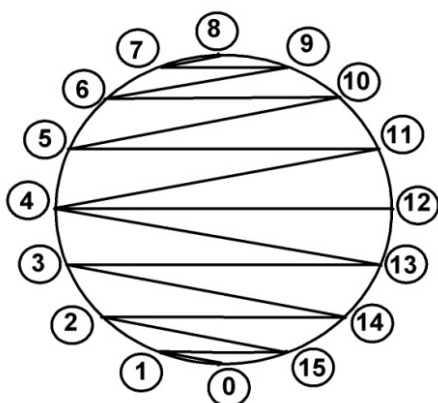
б



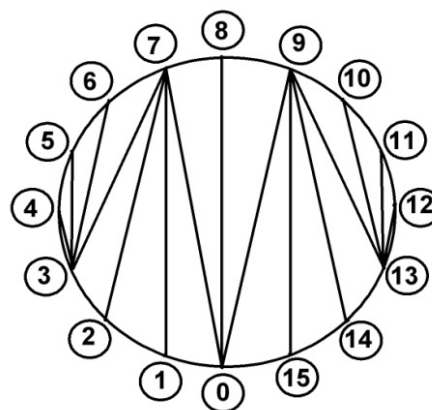
в



г



д



е

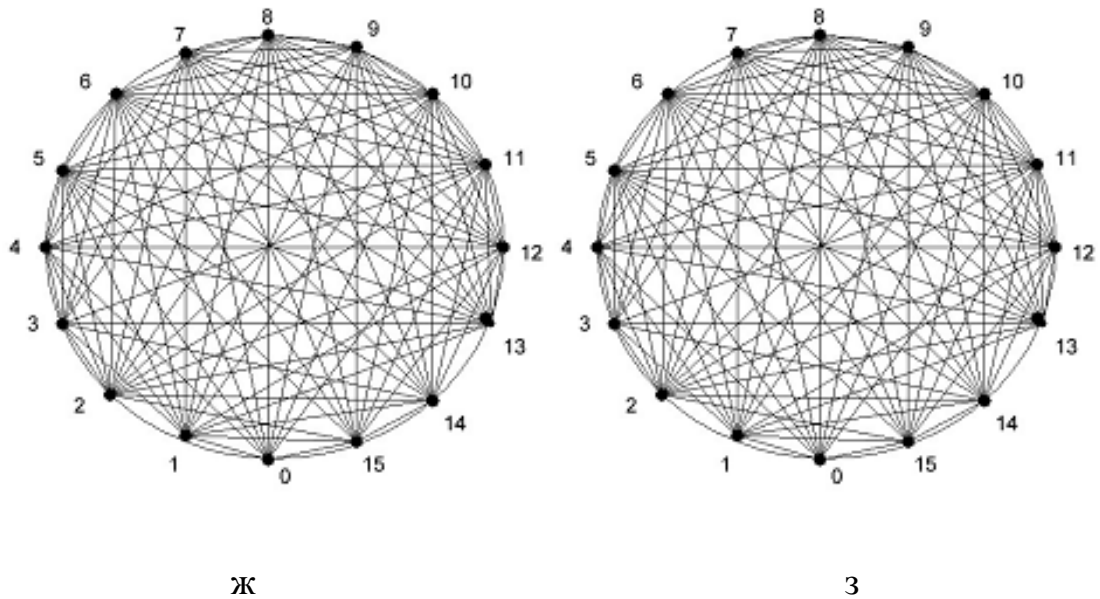


Рис.1

Після обчислення провідностей зон для фантома рис.1,а в положенні, коли джерело струму підімкнене до вузлів 8, 0, а вимірювання передаточних опорів проводять між усіма іншими електродами та загальним (з номером 0), джерело струму слід підключити до вузлів з номерами 1 та 9, аналогічно до попереднього вимірювання та обчислення передаточних провідностей структурувати фантом і в ітераційній процедурі знову знайти провідності зон (повернутих на один крок відносно указаних на рис.1,а) і т.д. Таким чином, в результаті повного оберту усіх підімкнень джерела струму отримаємо 32 структурованих фантома зі своїми провідностями зон. Так для структури рис.1,в накладанням (додаванням провідностей зон) отримаємо растр, зображений на рис.1,г . Для зон рис.1,б,е відповідні растри наведено на рис 1,ж,з. Абсолютні значення провідностей укрупнених кінцевих елементів рис. 1,г знаходяться усередненням отриманих накладанням (додаванням) провідностей зон. Ясно, що 32 рази розв'язати ітераційну задачу (1) тридцятого порядку значно легше, ніж один раз задачу тисячного порядку. Крім того метод зон провідності чітко визначає необхідні вимірювання передаточних опорів, за якими проводиться реконструкція. Обчислювальні витрати можна ще зменшити, використовуючи редукцію внутрішніх вузлів структурованого фантома [21]. З вищенаведеного ясно також, що якість отриманого зображення буде в будь-якому випадку невисокою, але виразність «картинки» можна покращити, використовуючи відповідні методи реставрації реконструйованого образу [6]. При цьому, звичайно, поліпшити роздільну здатність на образі неможливо (вона повністю залежить від кількості вимірювальних електродів) так само, як неможна підвищити роздільну здатність, збільшуючи кількість кінцевих

елементів (зменшуючи їх розміри), оскільки це відповідає лише збільшенню «розрядності» подальших обчислень і впливає лише на операційну похибку методу.

Приклади розрахунків

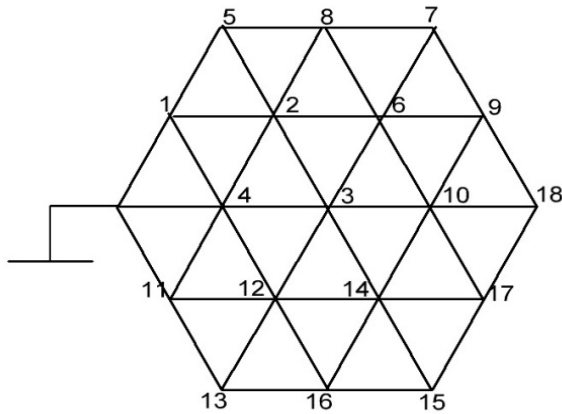


Рис.2

Як приклад розглянемо схему рис.2 рівномірного фантома, для якого кінцеві елементи моделювалися рівнобічними трикутниками з нормованим опором трикутника, рівним одиниці. Джерело струму підключене до вузлів з номером 18 та загального. Як зони обрано чотири стрічки трикутників з номерами вузлів (5, 8, 7, 9, 6, 2, 1); (1, 2, 6, 9, 18, 10, 3, 4, 0); (0, 4, 3, 10, 18, 17, 14, 12, 11); та (11, 12, 14, 17, 15, 16, 13).

Передаточні опори у вузлах 5, 1, 11, 13 дорівнюють [15] відповідно

$$Z_{(1+0)(18+0)} = Z_{1,18} = 0,2465; Z_{(5+0)(18+0)} = Z_{5,18} = 0,3180;$$

$$Z_{(11+0)(18+0)} = Z_{11,18} = 0,2465; Z_{(13+0)(18+0)} = Z_{13,18} = 0,3180, \quad (2,a)$$

де Z_{ij} — елементи оберненої матриці провідностей фантома рис.2. У випадку, якщо передаточні опори обчислюються для пар вузлів (5, 1), (1, 0), (11, 0), (13, 11), передаточні провідності дорівнюють відповідно

$$Z_{(5+1)(18+0)} = Z_{5,18} - Z_{1,18} = 0,0715; Z_{(1+0)(18+0)} = 0,2465; \quad (2,b)$$

$$Z_{(11+0)(18+0)} = Z_{11,18} = 0,2465; Z_{(13+11)(18+0)} = Z_{13,18} - Z_{11,18} = 0,0715.$$

Лінії рівної напруги зображено на рис. 3,а. Для реалізації методу зворотної проєкції запишемо для «стрічок» (по яким проведемо проєціювання передаточних опорів) входні опори

$$Z_{(1+0)(18+0)} = Z_{1,18} = 0,2465; Z_{(5+1)(18+0)} = Z_{5,18} - Z_{1,18} = 0,0715;$$

$$Z_{(8+5)(18+0)} = Z_{8,18} - Z_{5,18} = 0,0515; Z_{(7+8)(18+0)} = Z_{7,18} - Z_{8,18} = 0,0515; \quad (2,в)$$

$$Z_{(9+7)(18+0)} = Z_{9,18} - Z_{7,18} = 0,0715; Z_{(18+9)(18+0)} = Z_{18,18} - Z_{9,18} = 0,2465.$$

Указані на рис.3,а лінії рівної напруги є межами стрічок, значення опорів яких вважаємо рівними відповідним передаточним опорам, обчисленим для їх «входів» по обводу контуру фантома рис.2, 3,а.

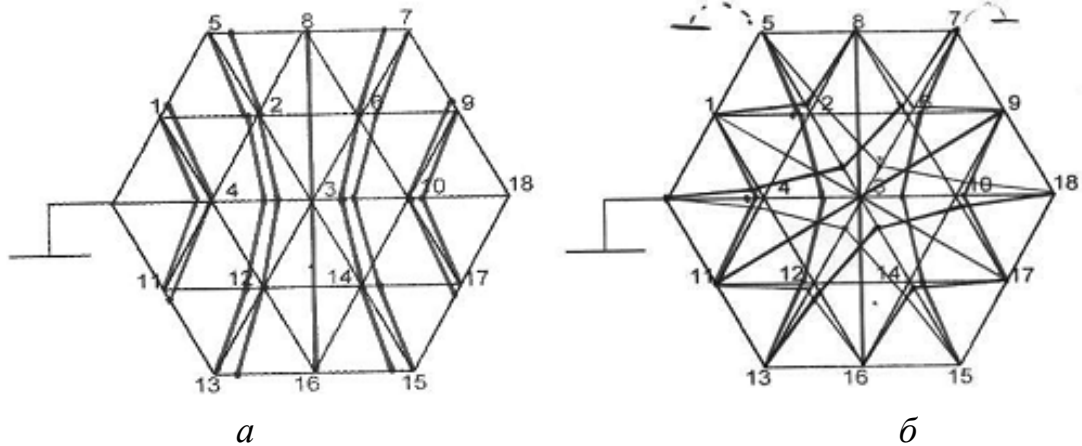


Рис.3

З іншого боку фантома передаточні опори, симетричні відносно осі 0, 4, 3, 10, 18 до відповідних входів, мають ті ж самі значення.

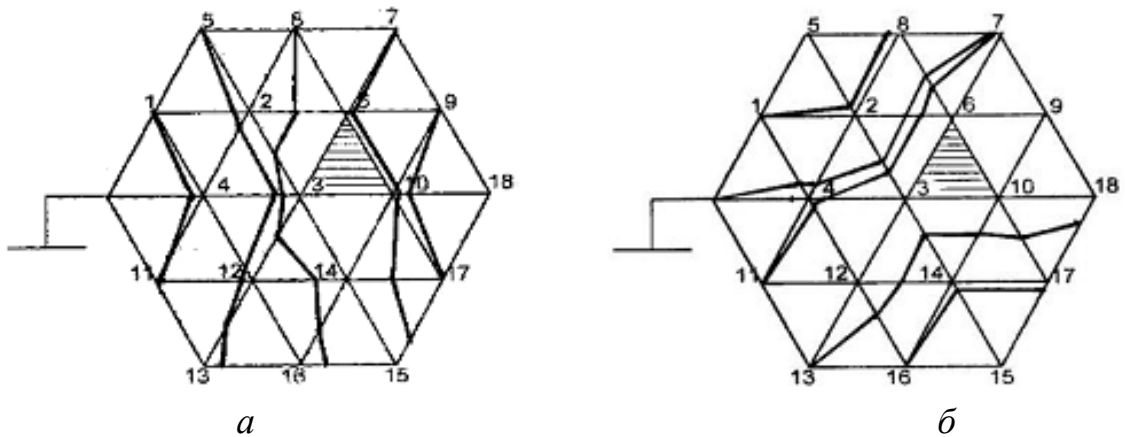
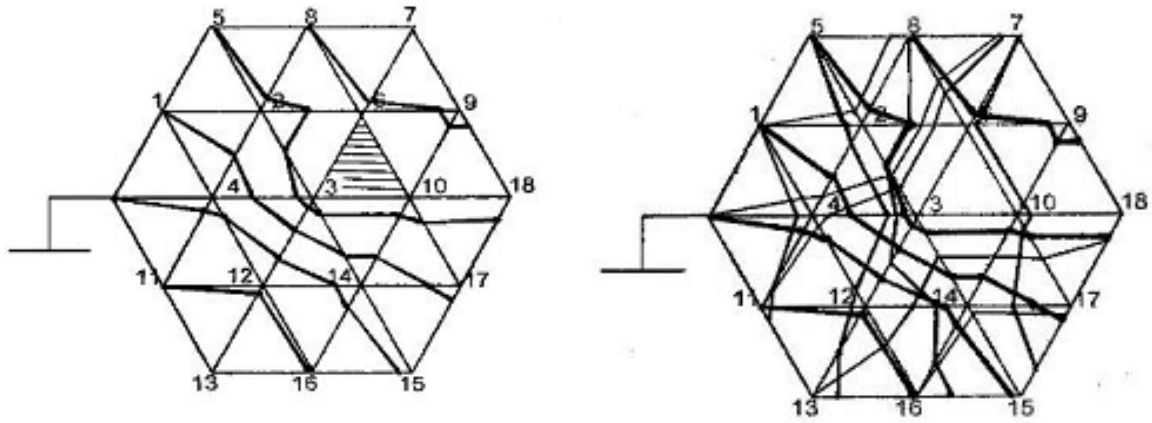


Рис.4

Повну картину накладених одне на одне розподілень ліній рівної напруги для трьох вимірювань (джерело струму підімкнене до вузлів (18+0), (5+15), (7+13)) наведено на рис.3,б.

Нехай тепер фантом рис.2 включає в себе трикутник з вершинами 3, 6, 10 з нескінченно великою провідністю. В цьому випадку лінії рівної напруги мають вигляд рис.4 (джерело струму ввімкнене до вузлів 0, 18 — рис.4,а; до вузлів 15, 5 — рис.4,б; до вузлів 13, 7 — рис.4,в).

На рис.4,г зображено растр, утворений лініями рівної напруги для трьох положень джерела струму (рис.4,а, б, в).



в

г

Рис.4

Значення передаточних опорів для фантома рис.4,а мають наступний вигляд $Z_{(1+0)(18+0)} = 0,2463$; $Z_{(5+1)(18+0)} = 0,0684$; $Z_{(8+5)(18+0)} = 0,0442$;

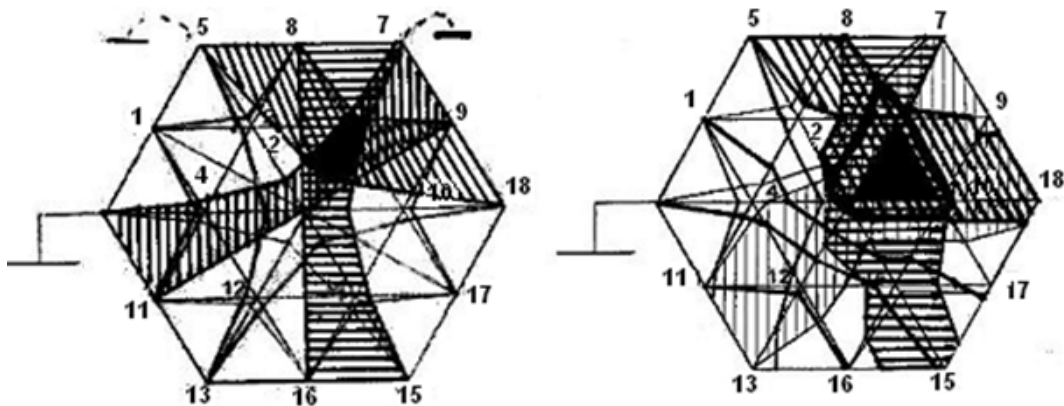
$Z_{(7+8)(18+0)} = 0,0479$; $Z_{(9+7)(18+0)} = 0,0428$; $Z_{(18+9)(18+0)} = 0,2251$;

для рис.4б- $Z_{(1+0)(15+5)} = 0,0647$; $Z_{(5+1)(5+15)} = 0,2348$; $Z_{(11+0)(5+15)} = 0,0456$;

$Z_{(13+11)(5+15)} = 0,0465$; $Z_{(16+13)(5+15)} = 0,0661$; $Z_{(15+16)(5+15)} = 0,2297$;

для рис.4в- $Z_{(1+0)(7+13)} = 0,0399$; $Z_{(7+8)(7+13)} = 0,2329$; $Z_{(5+1)(7+13)} = 0,0369$;

$Z_{(8+5)(7+13)} = 0,047$; $Z_{(0+11)(7+13)} = 0,0646$; $Z_{(11+13)(7+13)} = 0,2355$.



а

б

Рис.5

За наведеними опорами методом зворотної проекції було знайдено локалізацію неоднорідності (трикутник 3, 6, 10) за лініями рівної напруги рис.3,б та рис.4,г, наведені на рис.5,а та 5,б відповідно.

Як видно з цих реконструйованих образів, при використанні ліній рівної напруги рівномірного фантома (рис.5,а) область локалізації реконструйованої неоднорідності лише частково накладається на вихідний трикутник (неперервна ділянка). Образ, реконструйований за (заздалегідь невідомими) лініями рівної напруги рис.4,г, можна вважати якіснішим (реконст-

руйована область виділена на рис.5,б жирною лінією і охоплює трикутник). На жаль, лише невідомо, як такі лінії рівної напруги отримати, не знаючи внутрішнього розподілу опорів (поверхневих провідностей) фантома рис.4.

При реалізації ітераційної процедури для зон провідностей (рис.2) між вузлами (1, 5, 8, 7, 9, 6, 2); (1, 2, 6, 9, 18, 10, 3, 4, 0); (0, 4, 3, 10, 18, 17, 14, 12, 11); (11, 12, 14, 17, 15, 16, 13) для випадку, коли поверхневі провідності цих зон були однакові, в разі зменшення поверхневої провідності усіх цих зон вдвічі [21], вдвічі збільшаться відповідні передаточні опори і різниця між виміряними (вдвічі більшими опорами) та розрахованими за аналізом рівномірного фантома. Розрахунки за виразом (1) дають значення поверхневих провідностей вдвічі менші, ніж для вихідного фантома. Еквівалентні трикутні кінцеві елементи матимуть опори, рівні двом, що й слід було очікувати. Тобто за методом зон провідностей було отримано абсолютні значення опорів кінцевих елементів. Зворотне проєціювання згідно з (2) та рис.3,б дає зовсім інші значення опорів трикутних кінцевих елементів, ніж це було б вірно для рівномірного фантома.

Висновки

1. Метод зворотної проєкції в імпедансній томографії є певною «калькою» відповідних методів томографії, в яких сигнал-носій інформації взаємодіє лише з тією частиною томографічного розтину, яка співпадає з його (лінійною) траєкторією. В імпедансній томографії траєкторії сигналу-носія (лінії рівної напруги) є нелінійними, а їх форма залежить від впливу опорів всього розтину в цілому. Тому з математичної точки зору для розтинів (фантомів) з довільним розподіленням опорів метод зворотної проєкції в імпедансній томографії не можна вважати коректним.

2. Альтернативою методу зворотної проєкції є метод реконструкції внутрішнього розподілу опорів за ітераційною процедурою шляхом мінімізації нев'язки між обчисленими за фантомом (з наданим внутрішнім розподіленням опорів) передаточними опорами (проєкціями) та виміряними за результатами експерименту. На відміну від методу зворотної проєкції такий підхід вимагає розв'язання прямої задачі (аналізу електричного кола з великою кількістю кінцевих елементів), що значно (у порівнянні до методу зворотної проєкції) ускладнює задачу.

3. При наявності «великих» відмін вихідного фантома і фантома з неоднорідностями лінії рівної напруги дуже помітно змінюють свої траєкторії, що робить отримання більш-менш достовірних результатів реконструкції за методом зворотної проєкції дуже проблематичним.

4. Для подолання складностей, пов'язаних з розв'язанням прямої задачі було запропоновано використовувати метод модифікацій аналізу електричних кіл.

5. Задача обчислення похідних для формування Якобіану при реалізації ітераційної процедури при використанні методів теорії кіл також не становить труднощів.

6. Велику розмірність Якобіану, яка створює майже нездоланні труднощі при реалізації ітераційної процедури, легко зменшити, провівши додаткову структурування фантома (метод променів та зон провідностей), що значно зменшує кількість трудомістких операцій та збільшує точність та швидкодію обчислень.

7. Результатом ітераційної процедури є отримання розподілу поверхневих (або об'ємних) провідностей, а не суперпозиції складних функцій цих провідностей (передаточних опорів), як в методі зворотної проекції.

8. Метод зон провідностей для реконструкції образів є значно більш громіздкою процедурою, ніж метод зворотної проекції, але й значно більш коректною.

Література

1. Сильвестр П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестр, Р. Феррари.— М: Мир, 1986.—229с.
2. Murray T. Electrical Impedance Computed Tomography Based on a Finite Elements Model / T. Murray, Y. Kagawa // IEEE Trans. on Biomed. Eng. —1993. — v.40. — P.335—343.
3. Brown B.H. Electrical Impedance Tomography / B.H. Brown, D.C. Barber // Clinical Physics and Physiological Measurement.—1992. — v.13.—Suppl. A, 207p.
- 4.Рибіна І.О. Моделювання кінцевого елемента в імпедансній томографії / О.І. Рибіна, Є.В. Гайдаєнко // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.—2010.—№4.—С.19—24.
5. Рыбина И.А. Решение прямой задачи импедансной томографии методами теории цепей/ И.А. Рыбина// Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.—2010.—№43.— С.4—13.
6. Рибіна І.О. Метод променів провідностей та моделювання фантома в імпедансній томографії / І.О. Рибіна // Вісник ЖДТУ. — 2010. — т.8 — № 4. — С.21—28.
7. Физика визуализации изображений в медицине: в 2х т. / под ред. С. Уэбба.—М.: Мир, 1991.
- 8.Корженевский А.В. Способ получения томографического изображения тела и электроимпедансный томограф / А.В. Корженевский, Ю.С. Культиасов, В.А. Черепнин // Патент РФ на изобретение №2127075, 1996.
9. Электроимпедансная томография / Я. С. Пеккер, К. С. Бразовский , В . Ю . Усов , М . П . Плотников , О . С . Уманский . — Томск: ООО «Издательство научно- технической литературы » 2004 . — 190с.
10. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики.— М.: Наука, 1980.—535с.
- 11.Бахвалов Н.С. Численные методы.— М.: Наука, 1973.—631с.
12. Дмитришин Р.В. Диакоптический алгоритм анализа сложных линейных цепей на ЭВМ/ Р.В. Дмитришин, Ю.И. Шаповалов // Автоматизация проектирования в электронике.— Киев: Техніка, 1975.—Вып.12.—С.42—46.
13. Рыбин А.И. Решение задач моделирования обращением матрицы методом взаимных производных/ А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.—1978.—№6.— С.35—47. (Изв. вузов).

14. Рыбин А.И. Численно-символьный метод анализа электрических цепей обобщенным методом модификаций / А.И. Рыбин // Праці Інституту електродинаміки НАН України: Сб. наукових праць.—2002.—№1(1).—С.26—30.
15. Основы теории кіл: Підручник для ВНЗ. Ч.2 /Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін / За заг. ред. В.М. Шокала та В.І. Правди.—Харків: ХНУРЕ: Колегіум, 2006.—668с.
16. Трохименко Я.К. Статистический анализ линейных электронных цепей постоянного тока / Я.К.Трохименко, И.С. Каширский, А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.—1974.—№6.—С.69—73. (Изв.вузов).
17. Трохименко Я.К. Вероятностный анализ линейных электронных цепей переменного тока / Я.К. Трохименко, И.С. Каширский, А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.—1975.—№6.—С.35—40. (Изв. вузов).
18. Трохименко Я.К. Вероятностный анализ линейных электронных цепей методом разбиения на подсхемы / Я.К. Трохименко, И.С. Каширский, А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.—1976.—№6.—С.70—77. (Изв. вузов).
19. Рыбин А.И., Трохименко Я.К. Символьный анализ электронных цепей с использованием матрицы взаимных производных / А.И. Рыбин, Я.К. Трохименко // Радиоэлектроника.—1979.—№6.—С.32—37. (Изв. вузов).
20. Rybin A.I., Trochimenko J.K., Rodionova M.V. Analysis of Irregular Networks using Diacoptic Modification of Admittance Matrix / A.I. Rybin, J.K. Trochimenko, M.V. Rodionova // Electronic Engineering (Czech rep.).—1993.—№4.—P.9 —12.
21. Рибіна І.О. Обчислення похідних від передаточного опору по поверхневій провідності кінцевих елементів при розв'язанні зворотної задачі імпедансної томографії методом зон провідностей / І.О. Рибіна, О.І. Рибін, О.Б. Шарпан // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2011. — №44.— С.5—21.

Рибіна І. О., Рибін О.І., Шарпан О.Б. Розв'язання зворотної задачі імпедансної томографії методами зон провідностей та зворотної проекції. В статті проведено порівняльний аналіз методу зворотної проекції та методу кінцевих елементів (з використанням процедури розв'язання прямої задачі — аналізу та ітераційної процедури розв'язання зворотної задачі — синтезу) для реконструкції образів в імпедансній томографії за проекціями (напругами на вимірювальних електродах по обводу контуру фантома — відповідними передаточними опорами). Привабливість методу зворотної проекції полягає в відсутності необхідності розв'язання прямої задачі, яка є (при великій кількості кінцевих елементів) достатньо громіздкою і в розв'язанні задачі реконструкції простим проєціювання вимірюваних передаточних опорів вздовж ліній рівної напруги. Недоліком методу зворотної проекції в імпедансній томографії є відсутність інформації про траєкторії ліній рівної напруги в разі наявності певних відхилень ваг і структур від еталонних, обчислення і візуалізація яких і є задачею імпедансної томографії. Крім того, за методом зворотної проекції проводиться візуалізація не дійсного розподілення питомих опорів (провідностей) графоелементів томографічного розтину, а передаточних опорів, які є складними функціями цих шуканих питомих опорів. Таким чином, метод зворотної проекції не можна вважати коректним з математичної точки зору. Метод кінцевих елементів, модернізований використанням методу модифікацій та методу зон провідностей дозволяє обійти (за рахунок урахування структури фантома та структуризації ітераційної процедури введенням зон провідності) усі стандартні труднощі, які гальмують використання більш коректного методу кінцевих елементів для розв'язання задачі реконструкції образу в імпедансній томографії.

Наведені тези проілюстровано прикладом розрахунків фантома, вибраного виходячи з міркувань простоти перевірки отриманих результатів.

Ключові слова: імпедансна томографія, пряма задача, зворотна задача, метод зон провідностей, зворотна проекція, кінцевий елемент, лінії рівної напруги, передаточний опір, ітераційна процедура, реконструкція зображення.

Рыбина И.А., Рыбин А.И., Шарпан О. Б. **Решение обратной задачи импедансной томографии методами зон проводимостей и обратной проекции.** В статье проведен сравнительный анализ метода обратной проекции и метода конечных элементов (с использованием процедуры решения прямой задачи — анализа и итерационной процедуры решения обратной задачи — синтеза) для реконструкции образов в импедансной томографии по проекциям (напряжениям на измерительных электродах по обводу контура — соответствующим передаточным проводимостям). Привлекательность метода обратной проекции заключается в отсутствии необходимости решения прямой задачи, которая (при большом количестве конечных элементов) является достаточно громоздкой, а также в том, что задачу реконструкции решают простым проецированием измеренных передаточных сопротивлений вдоль линий равного напряжения. Недостатком метода обратной проекции в импедансной томографии является отсутствие информации о траекториях линий равного напряжения в случае наличия определенных отклонений весов и структур от эталонных, вычисление и визуализация которых является задачей импедансной томографии. Кроме того, методом обратной проекции проводится визуализация не истинного распределения удельных сопротивлений (проводимостей), а передаточных сопротивлений, которые являются сложными функциями. Таким образом, метод обратной проекции нельзя считать корректным с математической точки зрения. Метод конечных элементов, модернизированный использованием метода модификаций и методом зон проводимости, позволяет обойти (за счет учета структуры фантома и структуризации итерационной процедуры введением зон проводимостей) все стандартные трудности, тормозящие использование более корректного метода конечных элементов для решения задачи реконструкции образа в импедансной томографии. Приведенные тезисы проиллюстрированы примером расчета фантома, выбранного исходя из соображений простоты проверки полученных результатов.

Ключевые слова: импедансная томография, прямая задача, обратная задача, метод зон проводимостей, обратная проекция, конечный элемент, линии равного напряжения, передаточное сопротивление, итерационная процедура, реконструкция изображения.

Rybina I. O., Rybin O. I., Sharpan O. B. **Solving the Electrical Impedance Tomography (EIT) inverse problem by the conductivity and back projection methods.** In this paper comparing analysis of back projection method and finite element method for image projection reconstruction in EIT (voltages measured on electrodes, attached around the phantom – suitable transfer resistances), by means of solving the forward problem – analysis and iteration procedure of solving the inverse problem is carried out. Advantages of back projection method are absence of necessity in solving the unwieldy (with a great number of finite elements) forward problem and solving the reconstruction problem by means of simple projection of measured along equal voltage line transfer resistances. Disadvantage of the back projection method in EIT is absence of information about equal voltage lines trajectory in the case of presence of some weight and structure from standard deviations, EIT task is calculating and monitoring them. Moreover, using back projection method, not real resistivity (conductivity)

distribution visualization of tomography section elements, but transfer resistances (which are complex functions of these desired resistivities) visualization is carried out. So it should not to consider that back projection method is correct in mathematical terms. Modernized finite element method using modification method and conductivity zones method allows avoid (at the expence of considering of phantom structure and iteration procedure structuring by conductivity zones introduction) all standard difficulties, which brake using more correct finite element method for solving image reconstruction problem in Electrical Impedance Tomography. Presented thesises are illustrated by example of calculating phantom, which is chosen according to simple control of results.

Keywords: *Electrical Impedance Tomography, forward problem, inverse problem, conductivity zones method, back projection, finite element, equal voltage lines, transfer resistance, iteration procedure, imagine reconstruction.*