

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
Інститут прикладного системного аналізу  
Кафедра математичних методів системного аналізу**

«До захисту допущено»

В.О.Завідувача кафедри

\_\_\_\_\_ О.Л. Тимощук

**Дипломна робота  
на здобуття ступеня бакалавра  
з напрямку підготовки 6.040303 Системний аналіз  
на тему: «Частотний  
аналіз світової економіки та економік ЄС і США»**

Виконала:

студентка IV курсу, групи КА-63  
Плахотня Маргарита Вікторівна

\_\_\_\_\_

Керівник:

Доцент кафедри ММСА, д.т.н.  
Чаповський Юрій Аркадійович

\_\_\_\_\_

Консультант з економічного розділу:

доцент, к.е.н.  
Шевчук Олена Анатоліївна

\_\_\_\_\_

Консультант з нормоконтролю:

Доцент, к.т.н. Коваленко А.Є

\_\_\_\_\_

Рецензент:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій дипломній роботі  
немає заповичень з праць інших авторів  
без відповідних посилань.

Студентка \_\_\_\_\_

Київ – 2020 року

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Інститут прикладного системного аналізу**  
**Кафедра математичних методів системного аналізу**  
Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)  
Спеціальність – 124 «Системний аналіз»  
Освітньо-професійна програма «Системний аналіз і управління»

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.О.Завідувача кафедри

\_\_\_\_\_ О.Л. Тимощук

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

### ЗАВДАННЯ

**на дипломну роботу студентці**  
**Плахотної Маргарити Вікторівни**

1. Тема роботи «Частотний аналіз світової економіки та економік ЕС і США», керівник роботи Чаповський Юрій Аркадійович, к.т.н., доцент, затверджені наказом по університету від «25» травня 2020 р. №1143 - с
2. Термін подання студентом роботи 08 травня 2020 року
3. Вихідні дані до роботи: розкладений ряд ВВП на такі складові: складова тренду, циклічна складова та випадковий процес.
4. Зміст дипломної роботи: аналітичний огляд проблеми циклічності економіки, використання критерію Бартелса, тесту Шапіро-Уїлкі та швидкого перетворення Фур'є для розкладу ВВП на складові, функціонально-вартісний аналіз програмного продукту.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо).

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Економічний	Шевчук О.А., доцент		
Нормоконтроль	Коваленко А.Є., доцент, к.т.н.		

7. Дата видачі завдання 13.04.2020

## Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Отримання завдання	13.04.2020	Виконано
2	Збір інформації	27.04.2020	Виконано
3	Ознайомлення з літературою і підготовка теоретичної частини диплому	27.04.2020	Виконано
4	Аналіз вимог завдання, вибір методів і засобів розв'язання поставленої задачі	04.05.2020	Виконано
5	Розробка програмного продукту	11.05.2020	Виконано
6	Виконання функціонально-вартісного аналізу	28.05.2020	Виконано
7	Отримання висновків після тестування	29.05.2020	Виконано
8	Оформлення дипломної роботи	08.06.2020	Виконано
9	Отримання допуску до захисту та подача роботи до ДЕК	12.06.2020	

Студентка \_\_\_\_\_

М.В. Плахотня

Керівник роботи \_\_\_\_\_

Ю.А. Чаповський

## РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 88 с., 21 рис., 12 табл., 2 додатки, 9 джерел.

ВВП, ЕКОНОМІЧНИЙ ЦИКЛ, ЧАСТОТА, АМПЛІТУДА, ТЕСТ ШАПРО-УІЛКІ, КРИТЕРІЙ БАРТЕЛСА, ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є, ПОЛІГАРМОНІЧНІ ФУНКЦІЇ, ЛІНІЙНА РЕГРЕСІЯ, МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ.

Об'єкт дослідження – дані, світового ВВП та ВВП ЄС і США.

Предмет дослідження – метод для знаходження тренду та циклічної частоти часового ряду.

Мета роботи – розробити алгоритми, які допоможуть досліджувати часовий ряд на наявність тренду, та видаляти його, якщо він присутній та знаходити циклічну частоту часового ряду для подальшого аналізу.

Актуальність – проведення аналізу циклічності економік різних країн світу для прийняття рішень в питаннях, пов'язаних з показниками зростання ВВП на середньострокову перспективу .

Проведений аналіз отриманих результатів, виконано порівняльний аналіз економік для різних країн світу, визначено характерні особливості кожної з них.

Шляхи подальшого розвитку предмету дослідження – методи прогнозування, зокрема логістична регресія, дерева рішень, випадковий ліс, градієнтний бустінг та методи прогнозного моделювання за допомогою нейронних мереж.

## ABSTRACT

Diploma work: 88 p., 21 fig., 12 tabl., 2 appendixes, 9 sources.

GDP, ECONOMIC CYCLE, FREQUENCY, AMPLITUDE, SHAPIRO-WILKI TEST, BARTELS CRITERION, FOURETRY TRANSFORMATION, POLYHARMONIC FUNCTIONS, LINEAR REGRESSION, LEAST SQUARE METHOD.

The theme – Frequency analysis of the world economy and the economies of the EU and the US.

The object of study – data, world GDP, EU and US GDP.

Subject of research – method for finding the trend and cyclic frequency of the time series.

Purpose - develop algorithms that will help to investigate the time series for the presence of a trend, and remove it, if present, then find the cyclic frequency of the time series for further analysis.

Actuality – analysis of the cyclical nature of the economies of different countries to make decisions on issues related to GDP growth and in the medium term.

The analysis of the obtained results is carried out, the comparative analysis of economies for different countries of the world is executed, the characteristic features of each of them are defined.

Ways of further development of the research subject are forecasting methods, in particular logistic regression, decision trees, random forest, gradient boosting and methods of forecasting modeling with the help of neural networks.

## Зміст

ВСТУП .....	8
РОЗДІЛ 1 ПІДХОДИ ДО ПРИРОДИ ЦИКЛІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕКОНОМІЦІ .....	9
1.1 Поняття економічного циклу .....	9
1.2 Причини виникнення циклічних процесів в економіці.....	12
1.3 Детерміністський підхід до пояснення циклічних процесів в економіці 17	
1.4 Стохастичний підхід до пояснення циклічних процесів в економіці .	20
1.5 Сутність процесів циклічності в економіці .....	20
1.6 Висновки.....	22
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ЧАСТОТНОГО АНАЛІЗУ .....	23
2.1 Основні визначення .....	23
2.2 Лінійна регресія і метод найменших квадратів .....	26
2.3 Перетворення Фур'є та полігармонічні функції.....	27
2.4 Статистичні тести на стохастичність і нормальність.....	32
2.4.1 Критерій Бартелса .....	32
2.4.2 Тест Шапіро-Уїлка .....	33
2.5 Висновки .....	34
РОЗДІЛ 3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЧАСТОТНОГО АНАЛІЗУ .....	35
3.1 Постановка задачі.....	35
3.2 Вибір платформи і мови програмування .....	35
3.3 Загальна архітектура програмного продукту .....	36
3.4 Опис вихідних даних .....	36
3.5 Програмна реалізація.....	39
3.6 Висновки .....	48
РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ .....	48
4.1 Постановка завдання .....	48

4.2	Постановка задачі техніко-економічного аналізу .....	50
4.2.1	Обґрунтування функцій програмного продукту .....	50
4.2.2	Варіанти реалізації основних функцій.....	52
4.3	Обґрунтування системи параметрів ПП.....	54
4.3.1	Опис параметрів .....	54
4.3.2	Кількісна оцінка параметрів .....	55
4.3.3	Аналіз експертного оцінювання параметрів .....	58
4.4	Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій .....	62
4.5	Економічний аналіз варіантів розробки програмного продукту .....	64
4.6	Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня .....	69
4.7	Висновки .....	70
	ВИСНОВКИ.....	72
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	73
	ДОДАТОК А ЛІСТИНГ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ.....	74
	ДОДАТОК Б ПРЕЗЕНТАЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ .....	82

## ВСТУП

Економічні процеси, що відбуваються в світі значною мірою впливають на життя кожного.

Динаміка соціальних, політичних та цивілізаційних змін, а також змін в системі духовних цінностей та культурному житті існувала завжди, тому для кожної перехідної епохи характерним ставало настання кризи, яка породжувала в суспільстві екзистенційні переживання та ставила перед ним нові виклики. Періодичне виникнення таких криз і надалі змушує багатьох вчених-економістів вникати в деталі кожного окремого випадку для того, щоб виявляти ті причини і фактори, які зумовили виникнення кризи з метою недопущення повтору такої ситуації в майбутньому.

Кожну кризу слід розглядати з точки зору переломного моменту та вирішального фактору для подальшого розвитку системи. Криза зазвичай призводить до нового етапу в світовій історії та змін, що дають поштовх для подальшого розвитку світової цивілізації, тому аналіз економічних процесів, їх прогнозування та виявлення закономірностей між ними є дуже важливим завданням.

Зокрема, економічні процеси, як і велика кількість явищ в природі, мають циклічні складові. Тому, завданням цієї дипломної роботи є виявлення періодичних процесів в економічному розвитку країн і знаходження їх характеристик.

## РОЗДІЛ 1 ПІДХОДИ ДО ПРИРОДИ ЦИКЛІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕКОНОМІЦІ

### 1.1 Поняття економічного циклу

Економіка, як і все живе схильна до піднесень та падінь. Це пов'язано з розвитком (спадом) виробництва, розвитком (спадом) попиту, змінами в технології виробництва чи можливими змінами у виробничих відносинах та багатьма іншими факторами. Це призводить до того, що в переважній більшості випадків кризи в економіці замінюють собою зростання економік, а деколи в економіках відбуваються застої. Ці процеси періодично повторюються та носять хвилеподібний характер. Але періодичні повтори економічних зростань та спадів нагадують класичні хвилі циклів дуже віддалено, оскільки процес економічного зростання насправді складається з накладених та поєднаних між собою хвиль різної довжини та природи, тому для оцінки економічного зростання прийнято застосовувати термін економічний цикл.

Економічні цикли є невід'ємною складовою економічного розвитку, вони часто суттєво різняться між собою, наприклад за інтенсивністю чи за тривалістю, однак, вони мають однакові фази властиві хвилеподібним процесам.

Економічні цикли класифікують за самою діяльністю, сферою діяльності, специфіці появи, фазами розвитку та за сферою розповсюдження. На рисунку 1.1 наведена класифікація економічних циклів та приведені приклади для кожної з класифікацій [1].



Рисунок 1.1 – Види економічних циклів

На рисунку 1.2 проілюстровано економічний цикл з назвами фаз на відповідних проміжках часу.

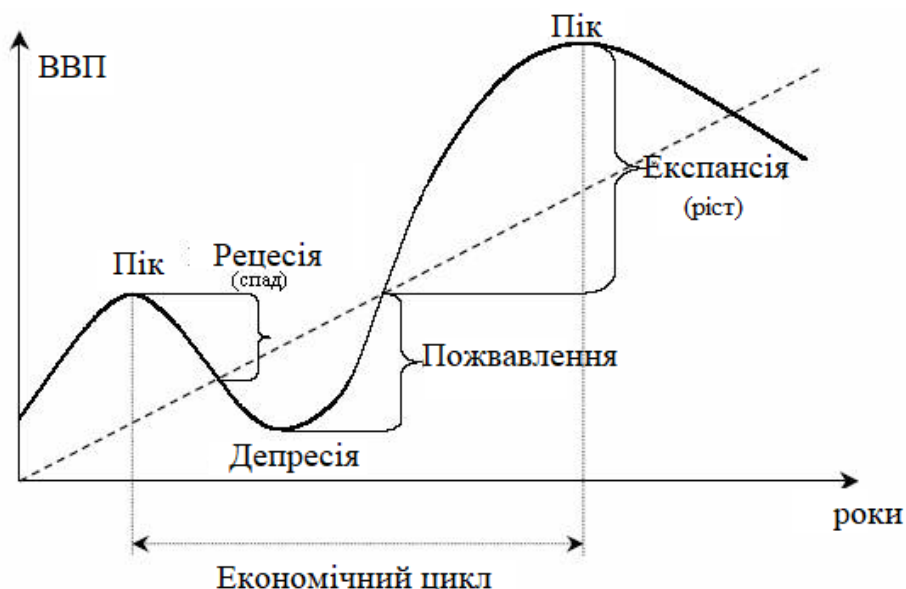


Рисунок 1.2 – Економічний цикл та його фази

Період економічного циклу розглядається як час між двома послідовними піками підйому або спаду.

Риси піку характеризуються такими параметрами:

- рівень безробіття дуже малий або практично відсутній;
- виробничі потужності працюють максимально ефективно;

- посилення інфляції;
- термін окупності збільшується;
- збільшення кількості довгострокових кредитів.

Риси рецесії характеризуються такими параметрами:

- перевиробництво товарів стосовно платоспроможному попиту на них;
- значне скорочення обсягів виробництва;
- падіння цін;
- дефіцит вільних грошових коштів, необхідних для здійснення платежів;
- біржовий крах і банкрутство підприємств;
- збільшення рівня безробіття;
- зниження рівня заробітної плати;
- падіння рівня прибутку;
- масове знищення споживчих товарів, обладнання та ін.;
- розлад кредитної системи.

Риси депресії характеризуються такими параметрами:

- застій виробництва;
- низький рівень цін;
- млява торгівля;
- низька ставка позичкового відсотка;
- ліквідація товарних надлишків.

Риси поживлення характеризуються такими параметрами:

- розширення виробництва до відновлення докризового рівня;
- зростання цін;
- підвищення норми прибутку;
- зростання рівня зайнятості;
- поживлення торгівлі;
- посилення оптимістичних очікувань.

Риси експансії характеризуються такими параметрами:

- перевищення максимального обсягу виробництва докризового рівня;
- швидке зростання зайнятості;
- зростання заробітної плати та інших видів доходів;
- кредитна експансія;
- штучне стимулювання сукупного попиту, зумовлене очікуваннями посередників зростання цін і їх бажанням купити більше товарів за нижчими цінами;
- збільшення пропозиції, яке з часом перевищить попит і створить умови для наступної кризи [1].

## 1.2 Причини виникнення циклічних процесів в економіці

Спостереження за зміною економічних показників змусили економістів у всьому світі припустити, що коливання торгівлі та промисловості можуть бути циклічними. Те, що економічна діяльність підлягає фазам занепаду та піднесення, вперше було відзначено в роботі С. де Сісмонді, але французький економіст Клемент Жугляр першим розпочав систематичне дослідження динаміки економічних процесів на основі аналізу зміни цін на товари, процентні ставки та залишки в банку на основі даних 1696 року. Розуміння циклічного характеру економічного розвитку набуло особливого поширення в кінці - на початку XIX та XX ст.

Під час вивчення явища циклічності були виявлені нові фактори, які визначають цей процес. До них відносяться банківські операції, метеорологічні умови, ступінь накопичення капіталів, створення нового промислового обладнання та нових машин, механізми руху грошей,

підприємництво та інші. Все це призвело до класифікації теорій економічних циклів, яка найбільш повно представлена у його праці "Економічні цикли" У. Мітчелла [2]. Він виділив наступні теорії, що пояснюють існування економічних циклів:

а) періодичністю природних та фізичних процесів. Наприклад, циклічний характер господарського життя пояснювався циклами сонячної радіації та метеорологічними умовами;

б) психологічними причинами, що створюють сприятливе або несприятливе середовище для економічної діяльності. Ці теорії ґрунтуються на підтверджених практикою фактах, що вказують на періодичність змін у суспільстві, творчій активності населення та в соціальних почуттях;

в) існуванням інституційних процесів. Суть циклічності, з точки зору таких теорій, полягає в тому, що економічні цикли виникають в результаті змін в економічних інститутах.

Деякі економісти вважають, що цикли виникають у результаті технічних умов для отримання доходу від підприємництва. Коливання перспектив прибутку спричиняє коливання у капіталізації компаній, а також в умовній довірі до підприємця чи компанії, що, в свою чергу, спричиняє коливання перспектив прибутку та призводить до коливань розміру замовлень в посередників у виробництві готової продукції та сировини. Амплітуда таких коливань постійно збільшується, коли ми наближаємось до етапу на якому відбувається виробництво сировини. Ця амплітуда більша за амплітуду коливань попиту, які прямо чи опосередковано впливають на стан ринку та економіки.

Інші теорії припускають, що цикли виникають в результаті дисбалансу в процесах загального виробництва та споживання. Сприятливі торговельно-промислові умови призводять до швидкого зростання промислового обладнання з подальшим збільшенням виробництва і в кінцевому рахунку до зниження граничного попиту на споживчі товари. Результатом цього є

депресія, при якій зростання кількості промислового обладнання та продукції тимчасово припиняється. Зрештою, граничний попит на споживчі товари знову починає зростати, і починається новий період відновлення.

Й. Шумпетер, наприклад, пояснював це тим, що економіка розвивається циклічно через те що існує певний взаємозв'язок між деякими підприємцями. Поява одного або декількох підприємців полегшує появу інших, а виникнення останніх полегшує і тим самим сприяє появі наступних і дедалі численніших. Частково проблема полягає в тому, що окремих підприємців, плануючи діяльність тільки свого підприємства, не враховує подальшої масової появи інших підприємців і в результаті цього потрапляє в скрутне становище. Масовість описаної вище дії робить помилковим те, що було правильно для окремого підприємця. Головне ж полягає в іншому. По-перше, в період підйому попит підприємців на засоби виробництва збільшує ціни на них. По-друге, через кілька років на ринку з'являються нові товари і в результаті конкуренції витісняють старі, скорочуючи дохід спочатку старих підприємств, а потім всіх. По-третє, нові підприємства планомірно досягають успіху, що породжує кредитну інфляцію.

В результаті для кожного підприємства змінилася типова ситуація. З'являються нові конкуренти, вже немає старих клієнтів і постачальників, необхідно пристосуватися до нових методів господарювання, в будь-який момент може статися несподівана відмова в кредиті. У цій обстановці підприємці схильні робити помилки, які згодом стануть важливою вторинною причиною подальших невдач. Неможливість збуту вироблених товарів за цінами, які покривають витрати на їх виробництво, призводить до нестачі грошей. Скорочення попиту на засоби виробництва і зменшення грошових доходів викликає в кінцевому рахунку скорочення попиту і на всі інші товари, породжуючи загальний економічний спад. Економічний підйом, таким чином, сам породжує наступний спад, і наступну за підйомом депресію слід розцінювати як передумову для переходу економіки в новий стан рівноваги [3].

Економічна еволюція, яку Шумпетер пов'язує з діловими циклами, має дві фази. У першій фазі вона йде від вихідного стану рівноваги завдяки масовому застосуванню інновацій підприємцями. У другій фазі економіка рухається до нової рівноваги, відповідному новим умовам її функціонування. Ця нова рівновага збережеться до тих пір, поки не буде впроваджено досить велике число нових інновацій. Потім весь процес повториться. Тому депресія нормальна, аномальна лише сильна економічна криза. Депресія, таким чином, має два позитивних моменти. По-перше, вона веде до стану нової рівноваги. По-друге, депресія здійснює те, що обіцяв підйом.

Причину ж економічних криз Шумпетер бачив у паніці, пов'язаній з припиненням економічного буму, виділяючи психологічний мотив як центральний в поясненні даного економічного явища.

Російський економіст Туган-Барановський, який вивчав циклічний розвиток економіки, дійшов таких висновків:

а) капіталістичне виробництво створює для себе ринок;

б) у товарній економіці постійний і прогресивний розвиток виробництва можливий лише за умови дотримання певної пропорційності в суспільному виробництві.

Він вважав, що якщо припустити, що ідея безперервного прогресивного розвитку економіки при збереженні певної пропорційності в суспільному виробництві є істинною, то твердження навпаки, а саме – якщо тривала підтримка пропорційності суспільного виробництва з об'єктивних причин неможлива, тоді економіка розвиватиметься циклами, зі змінами підйомів та депресії, також буде правдивим.

Наприклад, можна підтримувати постійний баланс між попитом і пропозицією за умови, що підприємці знають стан ринку і що капітал може вільно переміщатися з одної сфери в іншу. Але насправді капіталістичний спосіб виробництва та організація економіки також не дають необхідних результатів. Приватна власність на засоби виробництва, вільна конкуренція,

використання найманих працівників призводять до неорганізованості виробництва в масштабі суспільства, тобто кожен підприємець працює на невідомий ринок чи капітал і при цьому розширює власну діяльність. Він стикається з постійними труднощами, що свідчить про те, що капіталізм не здатний гарантувати належну пропорційність суспільного відтворення. На думку вченого, ця обставина є прямою причиною виробничих криз, що призводять до циклічних процесів в економіці.

Також Туган-Барановський дійшов до висновку, що періодичне чергування поживлення і застою торгівлі в капіталістичному господарстві неминуче при наявності двох умов: неорганізованості виробництва і швидкому накопиченні вільного капіталу. Чим багатша країна, чим більше в ній накопичується капіталу, тим більше в ній повинні бути виражені промислові припливи і відливи [4].

В історії економічної думки виділяється ще одна група теорій, теорії, що пояснюють існування економічних циклів діяльністю банків. Основна ідея даних теорій полягає в тому, що активізація господарської діяльності пов'язана з наявністю позичкового капіталу і низькими процентними ставками на кредити. Зменшення накопичених запасів товарів і перспектива отримання прибутків у зв'язку з ростом попиту змушує звертатися за кредитом в банки, чий привабливі ставки сприяють збільшенню купівельної спроможності підприємців. Результатом є збільшення попиту на сировину, капітальне обладнання, будівельні роботи і подальше зростання цін. Це збільшення припиняється тільки тоді, коли стає неможливим подальше банківське кредитування, через його надмірне розширення. Зменшення обсягів поточного кредитування і зворотний приплив грошей з обігу, що слідує за падінням цін, сприяє припиненню знижувального руху. Накопичення резервів спонукає банкірів знижувати крок за кроком ставку облікового відсотка до таких розмірів, поки не стане знову вигідно користуватися банківським кредитом. Нові цінні папери в цих умовах легко емітуються, умови отримання

банківських позичок стають пільговими, і купівельна спроможність підприємств збільшується. Тоді знову починається підвищувальний рух і цикл повторюється.

Існує два основні підходи до пояснення циклічних процесів в економіці: детерміністський і стохастичний. У першому підході намагаються зрозуміти глибинні причини, які лежать в основі економічних процесів. З іншого боку, стохастичний підхід пояснює циклічні явища в економіці випадковими впливами.

### 1.3 Детерміністський підхід до пояснення циклічних процесів в економіці

У детерміністському підході цикли підпорядковуються суворій закономірності, яка є основою економічних відносин. При цьому, цикли що виникають мають відносно постійний період і тривалість. Зокрема, елементи детерміністського підходу мають місце в теорії Маркса. Часто цитована класифікація циклів належить Й. Шумпетеру [3], вона наведена в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Класифікація циклів

Назва циклу	Період
цикли Кітчина	2-4 роки
цикли Жюгляра	7-11 років
цикли Кузнеця	15-20 років
цикли Кондратьєва	48-55 років

Візуальна ілюстрація періодів циклів за класифікацією наведена на рисунку 1.3.

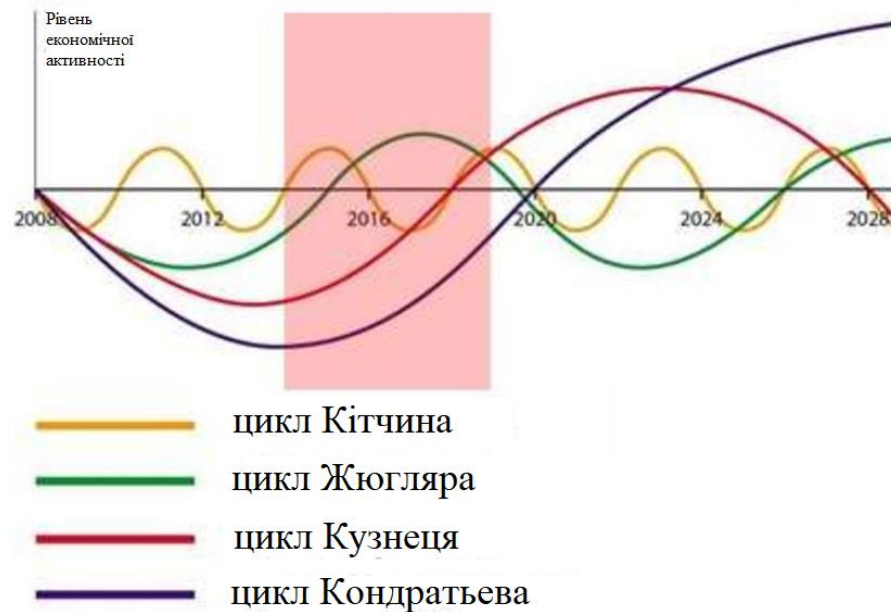


Рисунок 1.3 – Періоди циклів за класифікацією

Цикли Кітчина були відкриті в 1920 Дж. Кітчином, який пояснював їх появу операціями з золотом. Сучасні ж економісти пояснюють появу цих циклів запізненням між моментом, коли з'являється інформація про зміни в економіці та прийняттям пов'язаних із цим рішень, а також їх впливом на подальші зміни в економіці. В рамках цього циклу відбувається оновлення окремих елементів основного капіталу, тобто засобів виробництва, а циклічність подібного характеру також може пояснюватися можливим дисбалансом попиту та пропозиції на споживчому ринку.

Цикли Жюгляра названі в честь французького економіста. Ці цикли пов'язані з коливаннями в завантаженості виробничих потужностей та прийнятті рішень з приводу їх збільшення або виведення з роботи. Оскільки зведення нових потужностей, перепрофілювання або виведення старих потужностей вимагає більше часу, ніж рішення про придбання або продаж акцій, то їх період також більший, в порівнянні з циклами Кітчина. Вважається, що цей промисловий цикл пов'язаний з дисбалансом попиту та пропозиції, але вже не на ринку споживчих благ, а на ринку засобів виробництва.

Цикли Кузнеця названі в честь економіста та лауреату Нобелівської премії Саймона Кузнеця. Він пояснював можливість існування таких циклів змінами, що можуть бути пов'язані з будівництвом або зі змінами, що відбуваються при заміні виробничої технології. Також їх поява може обумовлюватися змінами в демографічній ситуації.

Цикли Кондратьєва були відкриті російським економістом в 20-ті роки минулого століття. Вони пояснюються кардинальними змінами, які пов'язані з відкриттями в науці і техніці.

Прикладами таких змін може стати розробка і впровадження в промисловість парової машини, двигуна внутрішнього згорання, обчислювальної техніки та, згодом, мобільного зв'язку.

Основною тезою теорії довгих циклів Кондратьєва є: економічні елементи капіталістичного суспільства ніколи не врівноважуються. Вони лише прямують до рівноваги і описують хвилеподібні рухи біля її рівня. У той же час, завдяки розвитку національної економіки рівень самої рівноваги постійно еволюціонує. Тому можна сказати, що економічні елементи коливаються навколо змінного рівня рівноваги.

Рух довгих коливань за Кондратьєвим йде за таким принципом: перед початком великого циклу накопичується достатньо вільних грошей – збільшуються банківські резерви, що дозволяє кредиторам знижувати процентні ставки. Відсоток довгострокових розміщень – низький. В останній період економічного падіння накопичилася значна кількість технічних нововведень (винаходів). В цих умовах капітальні інвестиції у великі структури починають зростати, спричиняючи серйозні зміни умов виробництва (створюючи технічні можливості отримання прибутку), тоді як виробництво стає прибутковим і потім економічний цикл знову переходить в фазу зростання.

Ряд економічних дослідників виділяють ще два види більших за періодом циклів:

Цикли Форрестера (тривалість 200 років) – пояснюються зміною застосовуються матеріалів і джерел енергії.

Цикли Тоффлера (тривалість 1000 - 2000 років) - обумовлені розвитком цивілізацій.

#### 1.4 Стохастичний підхід до пояснення циклічних процесів в економіці

У стохастичному підході до аналізу циклів причинами їх виникнення вважаються випадкові події, що впливають на економіку. Серед них можуть бути різні фінансові кризи, стихійні лиха, епідемії або війни. В результаті таких випадкових подій виникають сплески в економічній діяльності, які і породжують подальший циклічний розвиток.

#### 1.5 Сутність процесів циклічності в економіці

Циклічні коливання економіки характеризуються низкою характеристик, які описують сутність цього явища:

а) економічні цикли мають міжнародний характер. Економісти зазначають, що це явище є міжнародним не лише тому, що воно відбувається в багатьох країнах одночасно, але й тому, що певний стан торгівлі та промисловості, який зараз переважає в одній країні, викликає подібні умови в усіх країнах. з якою країна має значні економічні зв'язки. У той же час ця обставина не виключає, що циклічні коливання в певних галузях економіки не

є тісно пов'язаними між собою і тому іноді більше відрізняються один від одного, ніж циклічні коливання у певних сусідніх країнах [5];

б) економічні цикли - це послідовна зміна фаз, кожна з яких являє собою складний набір умов у різних галузях економіки – умови, які часом не зовсім однакові, з часом і явно різні. Іншими словами, всі галузі економіки рідко перебувають у стані пожвавлення або стагнації одночасно [5];

в) економічні цикли характеризуються зміною їх інтенсивності і представляють собою широкий спектр, починаючи від різких до помірних коливань. Кондратьєв зазначав, що в єдиному процесі динаміки економічного розвитку поряд з великими циклами є й середні цикли з їх фазами. Середні цикли накладаються на хвилі великих циклів. Але якщо так, то зрозуміло, що природа фаз великого циклу не може бути іншою, ніж перебіг середніх циклів. Звідси випливає, що середні цикли, що мають місце у спадному періоді великого циклу, характеризуються відносно великою тривалістю та глибиною депресії та слабкістю пожвавлення, а середні цикли, що виникають у висхідний період великого циклу, – протилежні риси [6];

г) економічні цикли мають певну тривалість, одночасно з цим фази циклів мають різні терміни. Згідно зі спостереженнями Мітчелла, фази рецесії та пожвавлення зазвичай коротші, ніж фази пожвавлення та депресії, в середньому експансія займає трохи більше часу, ніж депресія [2];

д) у дослідженнях економістів спостерігається неперервність циклічних змін. Періоди пожвавлення, спаду, депресії та експансії можна розглядати як кінець одного циклу та початок іншого, тобто відбувається неперервний рух ряду відомих фаз у певному порядку із швидкістю, яка змінюється від моменту до моменту і від країни до країни [2];

д) на економічні цикли впливає ряд неекономічних факторів. Серед цих факторів найбільш помітну роль відіграють війни, інші соціальні потрясіння, а також різні природні умови, що викликають певний стан продуктивності, епідемії. Н.Д. Кондратьєв зазначав, що періоди зростаючих хвиль великих

циклів, як правило, набагато багатші на великі суспільні потрясіння та потрясіння в суспільстві, ніж періоди спадних хвиль [6];

ж) існування економічних циклів пов'язане лише з якоюсь формою економічної організації в країні, а саме тоді, коли вона базується на розвиненій грошовій економіці, тобто коли значна частина населення живе головним чином на готівкові доходи.

## 1.6 Висновки

У розділі було введено поняття економічного циклу, розглянуті сучасні погляди на походження циклічних явищ в економіці та наведені економічні обґрунтування формування цих поглядів.

Були розглянуті детальніше детерміністський і стохастичний підходи.

Було дано прийнятну класифікацію економічних циклів, що включає в себе цикли Кітчина, Жюгляра, Кузнеця і Кондратьєва та дана їх коротка характеристика.

Була описана сутність процесів циклічності в економіці.

## РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ЧАСТОТНОГО АНАЛІЗУ

## 2.1 Основні визначення

Випадковою величиною називається вимірна функція  $X$  на ймовірнісному просторі. Скрізь далі ймовірнісним простором буде  $\mathbb{R}$  —множина дійсних чисел з борелівською  $\sigma$ -алгеброю і деякою ймовірнісною мірою  $\mathbf{P}$ .

Випадкова величина  $X$  описується своєю функцією розподілу:

$$F(x) = \mathbf{P}\{X \leq x\}$$

та її щільністю:

$$p(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

Математичним очікуванням випадкової величини  $X$  із щільністю розподілу  $p(x)$  називається число:

$$\mathbf{E}X = \int_{\mathbb{R}} xp(x)dx$$

Дисперсією випадкової величини  $X$  із щільністю розподілу  $p(x)$  називається число:

$$\mathbf{D}X = \int_{\mathbb{R}} (x - \mathbf{E}X)^2 p(x) dx$$

Розподіл  $N(\mu, \sigma)$  випадкової величини  $X$  називається нормальним, якщо її щільність розподілу задана як:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

При цьому:

$$\mu = \mathbf{E}X$$

$$\sigma = \mathbf{D}X$$

Випадковим процесом  $X_t$ ,  $t \in T$ , називається функція визначена на  $T$ , значення якої для кожного  $t \in T$  є випадковою величиною.

Випадковий процес  $X_t$ , задається своєю функцією розподілу, яка для довільних  $n \in \mathbb{N}$ ,  $t_1, \dots, t_n \in T$ ,  $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$  ставить у відповідність число:

$$F_{t_1, \dots, t_n}(x_1, \dots, x_n) = \mathbf{P}\{X(t_1) \leq x_1, \dots, X(t_n) \leq x_n\}$$

Випадковий процес  $X_t$  називається послідовністю незалежно розподілених випадкових величин, якщо для будь-яких  $n \in \mathbb{N}$ ,  $t_1, \dots, t_n \in T$ ,  $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$  маємо, що:

$$F_{t_1, \dots, t_n}(x_1, \dots, x_n) = F_{t_1}(x_1) * \dots * F_{t_n}(x_n)$$

Часовим рядом  $X_t$ ,  $t \in T$ , називається послідовність значень  $x_t$ , де  $t$  це моменти часу,  $T$  – множина цих моментів.

Як правило, числа, які утворюють часовий ряд називаються елементами часового ряду. Їх нумерують відповідно до номерів моментів часу, до яких вони відносяться.

Білим шумом називається часовий ряд  $\varepsilon_t$ , що є випадковим процесом, якщо для кожного  $t \in T$  випадкові величини  $\varepsilon_t$  мають нульове середнє, є незалежними, і однаково розподіленими.

Білий шум  $\varepsilon_t$  називається гауссовським, якщо для кожного  $t \in T$  випадкова величина  $\varepsilon_t$  має нормальний розподіл з нульовим середнім і її дисперсія  $\sigma^2$  не залежить від  $t$ .

Трендом часового ряду називається складова цього часового ряду, що плавно змінюється.

Адитивною моделлю часового ряду називається розклад:

$$x_t = d_t + \varepsilon_t,$$

де  $d_t$  – детермінована складова цього процесу;

$\varepsilon_t$  – випадковий процес.

Циклічної компонентною часового ряду називається його складова, яка описує періодичний процес, амплітуда і період якого слабо змінюються з часом.

Далі вважаємо, що:

$$d_t = r_t + c_t,$$

де  $r_t$  – складова тренду;

$c_t$  – циклічна складова.

У даній роботі аналізується часовий ряд, значеннями якого є показники зростання ВВП, причому:

$$x_t = r_t + c_t + \varepsilon_t,$$

де  $r_t$  – складова тренду;

$c_t$  – циклічна складова;

$\varepsilon_t$  – випадковий процес.

## 2.2 Лінійна регресія і метод найменших квадратів

Для часового ряду  $x_t$ ,  $t \in T$ , лінійною регресійною моделлю називається представлення  $x_t$  у вигляді лінійної функції:

$$x_t = a_1 t + a_0,$$

де  $a_1, a_0 \in \mathbb{R}$  – називаються коефіцієнтами регресії.

Для заданого часового ряду  $x_t$  коефіцієнти лінійної регресії можуть знаходитися за методом найменших квадратів, тобто вони є значеннями, що мінімізують величину:

$$\sum_{t \in T} (x_t - (a_1 t + a_0))^2$$

У цьому випадку числа  $a_1$  та  $a_0$  є рішеннями лінійної системи:

$$\begin{cases} \alpha_{11} a_1 + \alpha_{10} a_0 = \beta_1 \\ \alpha_{01} a_1 + \alpha_{00} a_0 = \beta_0 \end{cases}$$

Коефіцієнти з системи лінійних рівнянь визначаються таким чином:

$$\alpha_{11} = \sum_{t \in T} t^2$$

$$\alpha_{10} = \alpha_{01} = \sum_{t \in T} t$$

$$\alpha_{00} = |T|,$$

де  $|T|$  – кількість елементів у часовому ряді  $x_t$ .

$$\beta_1 = \sum_{t \in T} tx_t$$

$$\beta_0 = \sum_{t \in T} x_t.$$

### 2.3 Перетворення Фур'є та полігармонічні функції

Тригонометричним рядом називається ряд:

$$\tilde{f}(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx, \quad (2.1)$$

де  $\tilde{f}(x)$  – називається сумою цього ряду;

$$x \in \mathbb{R};$$

$$a_0 \in \mathbb{R};$$

$$a_n \in \mathbb{R};$$

$$n \in \mathbb{N};$$

$$b_n \in \mathbb{R}.$$

Якщо ряд (2.1) сходиться рівномірно на  $\mathbb{R}$ , тоді його сума  $\tilde{f}(x)$  є неперервною  $2\pi$ -періодичною функцією, при цьому:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{f}(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{f}(x) \cos nx dx,$$

де  $n \in \mathbb{N}$ .

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{f}(x) \sin nx dx,$$

де  $n \in \mathbb{N}$ .

Нехай  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  —  $2\pi$ -періодична функція, така що її обмеження  $f \upharpoonright_{[-\pi; \pi]}$  на  $[-\pi; \pi]$  інтегроване по Ріману на  $[-\pi; \pi]$  та нехай  $a_n \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{Z}_+$  та  $b_n \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  розраховуються за формулами:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx,$$

де  $n \in \mathbb{Z}_+$ .

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx,$$

де  $n \in \mathbb{N}$ .

Тоді рядом Фур'є називається відповідний тригонометричний ряд:

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$$

Нехай на  $\mathbb{R}$  збігається рівномірно ряд:

$$\tilde{f}(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n \frac{\pi}{l} x + b_n \sin n \frac{\pi}{l} x,$$

де  $x \in \mathbb{R}$ ;

$a_0 \in \mathbb{R}$ ;

$a_n \in \mathbb{R}$ ;

$n \in \mathbb{N}$ ;

$b_n \in \mathbb{R}$ .

Тоді його сума  $\tilde{f}(x)$  є неперервною  $2l$ -періодичною функцією, при цьому:

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \tilde{f}(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \tilde{f}(x) \cos n \frac{\pi}{l} x dx,$$

де  $n \in \mathbb{N}$ .

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \tilde{f}(x) \sin n \frac{\pi}{l} x dx,$$

де  $n \in \mathbb{N}$ .

Нехай  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  –  $2l$ -періодична функція, така що її обмеження  $f \upharpoonright_{[-l;l]}$  на  $[-l;l]$  інтегроване по Ріману на  $[-l;l]$  та нехай  $a_n \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{Z}_+$  та  $b_n \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  розраховуються за формулами:

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos n \frac{\pi}{l} x dx,$$

де  $n \in \mathbb{Z}_+$ .

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin n \frac{\pi}{l} x dx,$$

де  $n \in \mathbb{N}$ .

Тоді рядом Фур'є називається відповідний тригонометричний ряд:

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n \frac{\pi}{l} x + b_n \sin n \frac{\pi}{l} x$$

Функція  $c_t$ ,  $t \in T$ , називається полігармонічною, якщо:

$$c_t = \sum_{j=0}^{p-1} \alpha_j \cos \omega_j t + \beta_j \sin \omega_j t,$$

де  $\alpha_j, \beta_j \in \mathbb{R}$ ;

$\omega_j \in \mathbb{R}$ .

$\omega_j$  називаються частотами коливань функції  $c_t$ , а їх амплітуда визначається формулою:

$$A_j = \sqrt{\alpha_j^2 + \beta_j^2},$$

де  $j = 1, \dots, p$

У комплексній формі полігармонічна функція має вигляд:

$$c_t = \sum_{j=0}^{p-1} a_j e^{i\omega_j t},$$

де комплексні числа  $a_j$  називаються комплексними амплітудами.

При цьому для дійснозначної функції  $c_t$  маємо:

$$a_{-j} = \bar{a}_j$$

$$a_j = \frac{\alpha_j - i\beta_j}{2}$$

Для скінченної множини  $T$ ,  $|T| < \infty$ , зазвичай розглядається величина, яка називається основною частотою або частотою Найквіста:

$$\omega = \frac{2\pi}{|T|}$$

При цьому  $p = |T|$ ,  $\omega_j = j\omega$ , а коефіцієнти  $a_j$  знаходяться за формулою:

$$a_j = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} c_t e^{-i\omega_j t}$$

Дискретним перетворенням Фур'є називається знаходження коефіцієнтів  $\bar{a}_j$  по заданій функції  $c_t$  згідно з формулою:

$$\bar{a}_j = \sum_{t \in T} c_t e^{-i\omega_j t}$$

Зворотнім перетворенням Фур'є називається представлення:

$$c_t = \frac{1}{|T|} \sum_{j=-p+1}^{p-1} \bar{a}_j e^{i\omega_j t}$$

## 2.4 Статистичні тести на стохастичність і нормальність

Часовий ряд  $\varepsilon_t$ , де  $\varepsilon_t$  є випадковою величиною для кожного  $t \in T$  називається стаціонарним, якщо функція розподілу випадкової величини  $\varepsilon_t$  не залежить від  $t$ .

Процеси, представлені часовими рядами, є стаціонарними, якщо три основні статистичні характеристики відповідного часового ряду не залежать від часу, а саме: математичне сподівання, дисперсія та коваріація [7].

### 2.4.1 Критерій Бартелса

Розглянемо критерій випадковості ряду, який був розроблений Бартелсом [8].

Нехай  $R_i$  – ранг  $i$ -го спостереження в послідовності з  $n$  спостережень. Розглянемо статистику:

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (R_i - R_{i+1})^2}{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2},$$

де  $\bar{R}$  – середнє значення рангів спостережень та обчислюється за формулою:

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i$$

При цьому маємо, що:

$$0 < \frac{12}{n(n+1)} < B < 4 - \frac{12}{n(n+1)} < 4 \quad (2.2)$$

Гіпотеза випадковості відхиляється із рівнем значимості  $\alpha$ , якщо:

$$2 - B_\alpha < B < B_\alpha + 2,$$

де  $B_\alpha$  обчислюється за формулою:

$$B_\alpha = a + bn^c(\ln n)^d$$

#### 2.4.2 Тест Шапіро-Уїлка

В тесті Шапіро-Уїлка відбувається перевірка нульової гіпотези:

$H_0$ : Випадковий процес, який представлено у вигляді часового ряду  $\varepsilon_t$  має нормальний розподіл.

Для часового ряду  $\varepsilon_t$ ,  $t = 1, \dots, n$  обраховується статистика Шапіро-Уїлка:

$$W = \frac{1}{s^2} \left( \sum_{j=1}^k a_{n-j+1} (\varepsilon_{n-j+1} - \varepsilon_j) \right)^2,$$

де  $k = \frac{n}{2}$ , якщо  $n$  – парне і  $k = \frac{n-1}{2}$ , якщо  $n$  – непарне.

$$s^2 = \sum_{j=1}^k (\varepsilon_j - \bar{\varepsilon})^2,$$

де  $\bar{\varepsilon}$  обчислюється за формулою:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j$$

Коефіцієнти  $a_{n-j+1}$  беруться з таблиць [8]. Значення статистик порівнюються з критичним значенням, яке залежить від рівня значимості  $\alpha$ , тобто вірогідності відхилення гіпотези  $H_0$ , у випадку, якщо вона вірна.

## 2.5 Висновки

У розділі були дані основні визначення, що використовуються в цій роботі. Необхідний математичний апарат включає в себе базові поняття теорії ймовірностей, розкладання часового ряду на складові тренду, циклічну і стохастичну складову в адитивній моделі. Також було розглянуто метод найменших квадратів для лінійної регресії, пряме і зворотне перетворення Фур'є (ряд Фур'є в дискретному випадку).

Були описані тест Бартелса, який використовується для визначення випадковості часового ряду (що, означає відсутність тренду), і тест на нормальність розподілу Шапіро-Уїлка.

## РОЗДІЛ 3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЧАСТОТНОГО АНАЛІЗУ

### 3.1 Постановка задачі

Як об'єкти дослідження було взято дані по зростанню ВВП ЄС, США і зростанню світового ВВП в вигляді часових рядів. Для вирішення завдання необхідно:

- а) дослідити часові ряди на наявність тренду;
- б) визначити параметри тренду, використовуючи лінійну регресію;
- в) виділити періодичну і стохастичну складові часового ряду;
- г) провести розбиття ряду, що залишився на періодичну і стохастичну складові;
- д) отримати явний вид періодичних складових і відповідних часових рядів;
- е) проаналізувати отримані результати.

### 3.2 Вибір платформи і мови програмування

Програма написана на мові програмування Python. Вибір цієї мови програмування обумовлений такими причинами:

- а) ця мова є платформи-незалежною, тобто, написані цією мовою програми можуть виконуватися як в середовищі Windows, так і в інших операційних системах, таких як Linux і MacOS;
- б) мова Python є мовою високого рівня, що значно скорочує час, необхідний на розробку і налагодження програмного забезпечення;

в) у мові Python існують бібліотеки для роботи з елементами лінійної алгебри, статистики та перетворення Фур'є. Їх використання дозволяє скоротити кількість необхідної роботи по написанню програмного забезпечення;

г) Python також надає можливості візуалізації даних за допомогою побудови різних графіків і діаграм.

Написане програмне забезпечення використовує такі бібліотеки мови Python: `scv`, `numpy`, `scipy`, `matplotlib`.

### 3.3 Загальна архітектура програмного продукту

Наступні етапи роботи програми є основними:

а) завантаження даних в програму і їх перетворення з csv-формату.

б) використання лінійної регресії для визначення параметрів тренду.

в) використання прямого і зворотного перетворень Фур'є, а також тесту Шапіро-Уїлка для виділення циклічних складових часового ряду.

г) висновки на основі даних в основному здійснювалися зважаючи на побудовані графіки та діаграми.

### 3.4 Опис вихідних даних

На рисунках 3.1 – 3.3 наведені графічні ілюстрації вхідних даних, для яких проводився аналіз, а саме дані зростання світового ВВП, та ВВП ЄС та США відповідно.

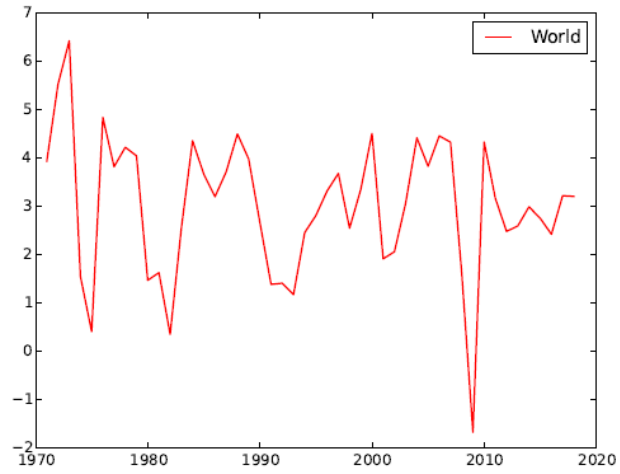


Рисунок 3.1 – Зростання світового ВВП (1971-2018)

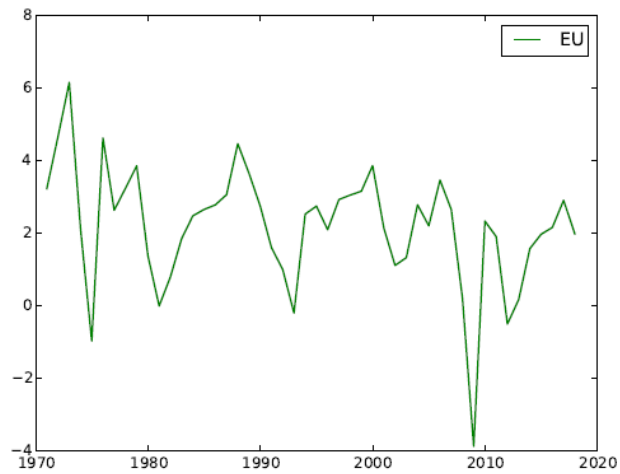


Рисунок 3.2 – Зростання ВВП ЄС (1971-2018)

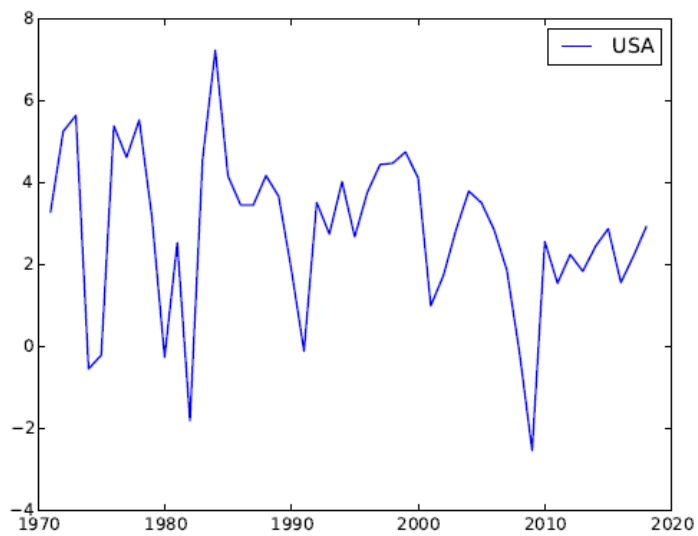


Рисунок 3.3 – Зростання ВВП США (1971-2018)

Валовий внутрішній продукт це макроекономічний показник, що відображає ринкову вартість усіх кінцевих товарів і послуг, вироблених за рік у всіх галузях економіки на території держав для споживання, експорту та накопичення, незалежно від національної приналежності використаних факторів виробництва.

Вхідними даними є дані Світового банку про зростання світового ВВП а також ВВП ЄС і США за період 1971-2018 [9].

Дослідження проводилося відповідно до стандартної схеми:

- а) графічне представлення і дослідження поведінки часового ряду;
- б) виділення закономірних складових часового ряду, що залежать від часу: тренду, і циклічних складових;
- в) дослідження випадкової складової часового ряду, що залишилася після видалення перерахованих вище складових.

Досліджуючи графіки, представлені вище легко переконається в наявності тренду, який визначається і виділяється в першу чергу.

Далі можна помітити присутність циклічної складової, яка і є предметом розгляду даної роботи.

Таким чином, передбачається, що зростання ВВП  $x_t$  підпорядковується адитивній моделі:

$$x_t = r_t + c_t + \varepsilon_t$$

де  $r_t$  – складова тренду;

$c_t$  – циклічна складова;

$\varepsilon_t$  – випадковий процес.

### 3.5 Програмна реалізація

На рисунку 3.4 зображена блок-схема алгоритму.

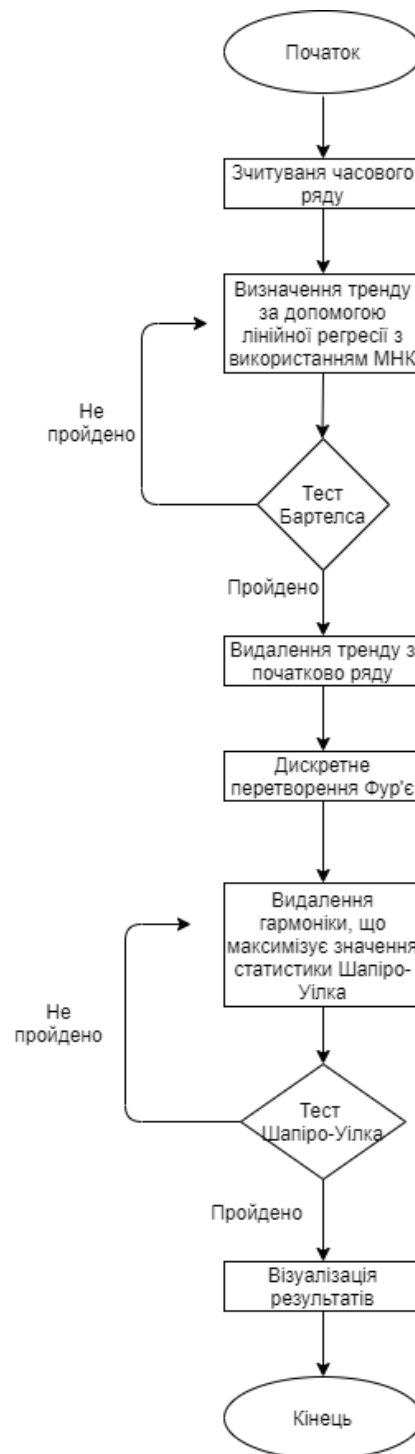


Рисунок 3.4 – Блок-схема алгоритму

### 3.5.1 Визначення тренду

Для визначення тренду  $r_t$  була використана найпростіша лінійна регресія виду:

$$r_t = a_1(t - 1971) + a_0,$$

де  $t = 1971, \dots, 2018$ ;

$a_0$  і  $a_1$  – коефіцієнти, що були знайдені за методом найменших квадратів.

В результаті були отримані значення, наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Значення коефіцієнтів лінійної регресії

	$a_0$	$a_1$
Світ	-0.01537615	3.38148443
ЄС	-0.03803605	3.08681473
США	-0.03416277	3.61481928

Після визначення тренду  $r_t$  досліджувався залишок часового ряду – сума циклічної і випадкової компонент:

$$c_t + \varepsilon_t,$$

де  $c_t$  – циклічна складова;

$\varepsilon_t$  – випадковий процес.

Ці часові ряди показані на рисунках 3.4 – 3.6.

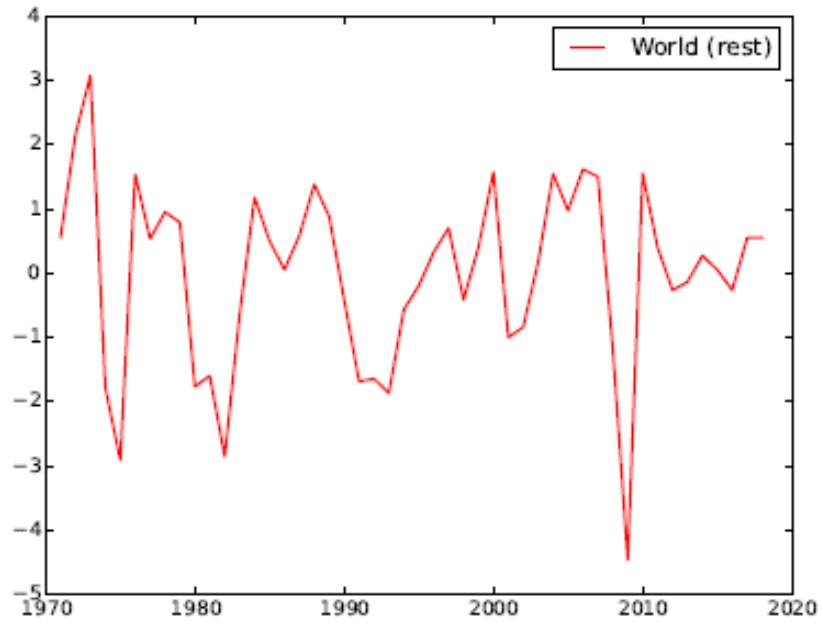


Рисунок 3.4 – Зростання світового ВВП (залишковий процес) (1971-2018)

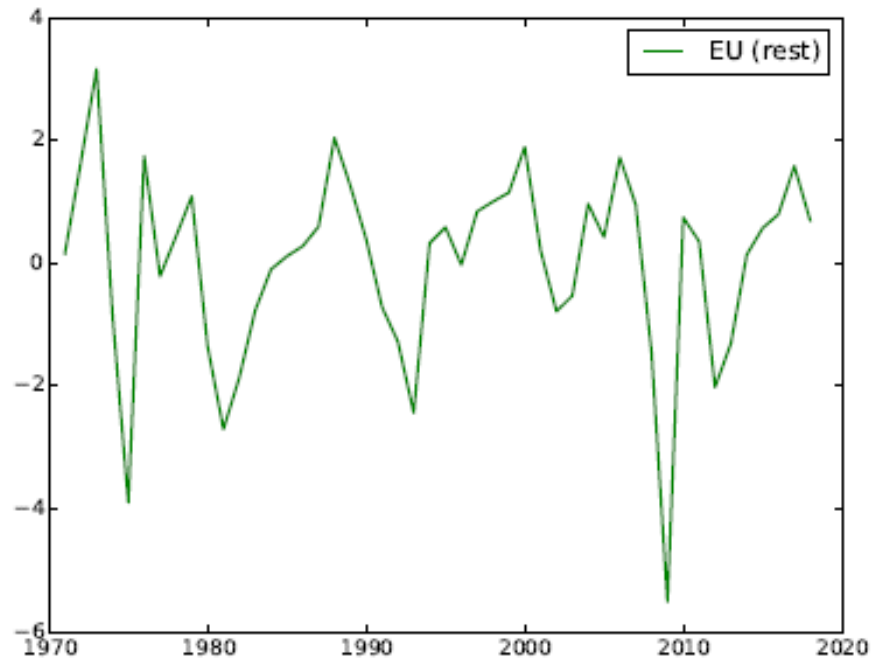


Рисунок 3.5 – Зростання ВВП ЄС(залишковий процес) (1971-2018)

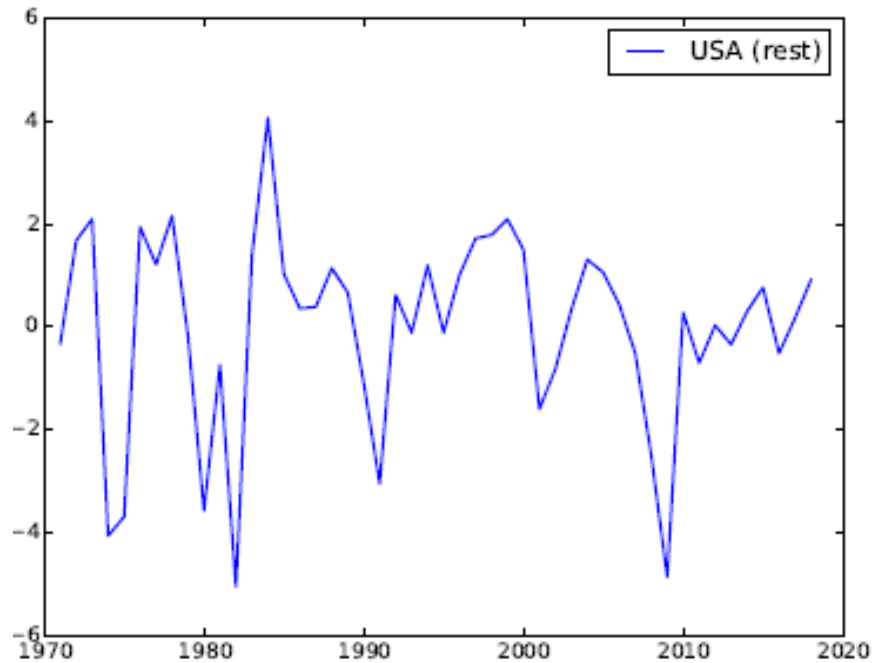


Рисунок 3.6 – Зростання ВВП США(залишковий процес) (1971-2018)

Для перевірки стаціонарності цього залишку часового ряду був використаний критерій Бартелса. Результати наведені в таблиці. 3.2.

Таблиця 3.2 – Статистика Бартелса

	B
Світ	1.3335866261398177
ЄС	1.3202344767694312
США	1.3623534520191054

При цьому критичне значення для статистики Бартелса було знайдено:

$$B_{\alpha} = 1.5324898365067925$$

Таким чином, виконано нерівність (2.2), і гіпотеза стаціонарності залишків кожного з рядів не відкидається.

Циклічна компонента визначалася програмним чином за допомогою прямого і зворотного швидких перетворень Фур'є мови програмування Python і перевірки на нормальність залишку за допомогою тесту Шапіро-Уїлкі.

Робота алгоритму проводиться за наступною схемою:

- а) обчислювалося перетворення Фур'є для поточного часового ряду;
- б) знаходиться гармоніка, видалення якої з поточного часового ряду максимізує статистику Шапіро-Уїлкі;
- в) перевіряється виконання умови нормальності часового ряду, отриманого після видалення знайденої гармоніки;
- г) у разі невиконання умови програма переходила до п. 2.

На рисунках 3.7 – 3.9 показані амплітуди гармонік для часових рядів, що описують світове ВВП та ВВП ЄС та США.

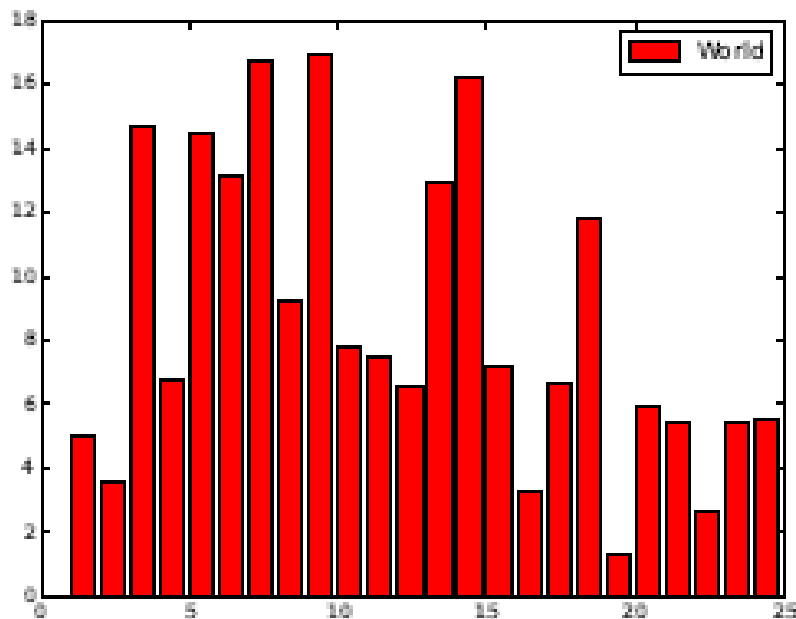


Рисунок 3.7 – Амплітуди гармонік для часового ряду, що описує світовий ВВП.

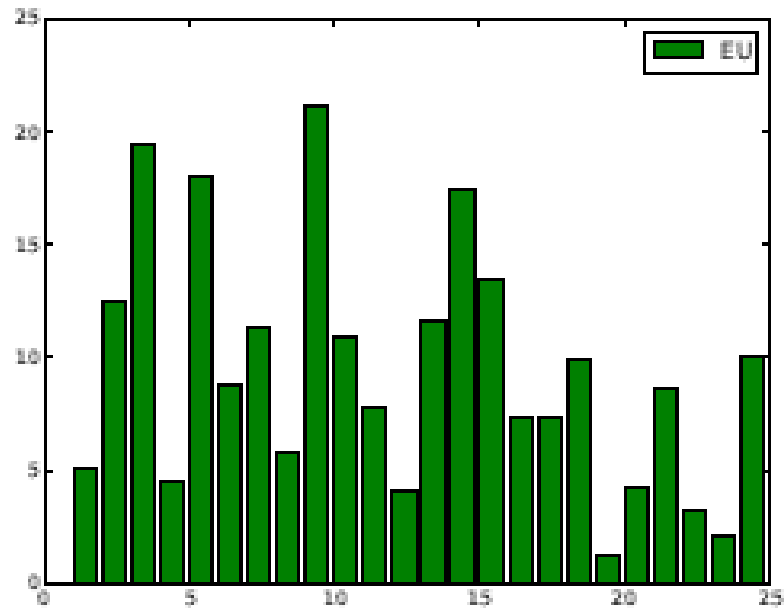


Рисунок 3.8 – Амплітуди гармонік для часового ряду, що описує ВВП ЄС.

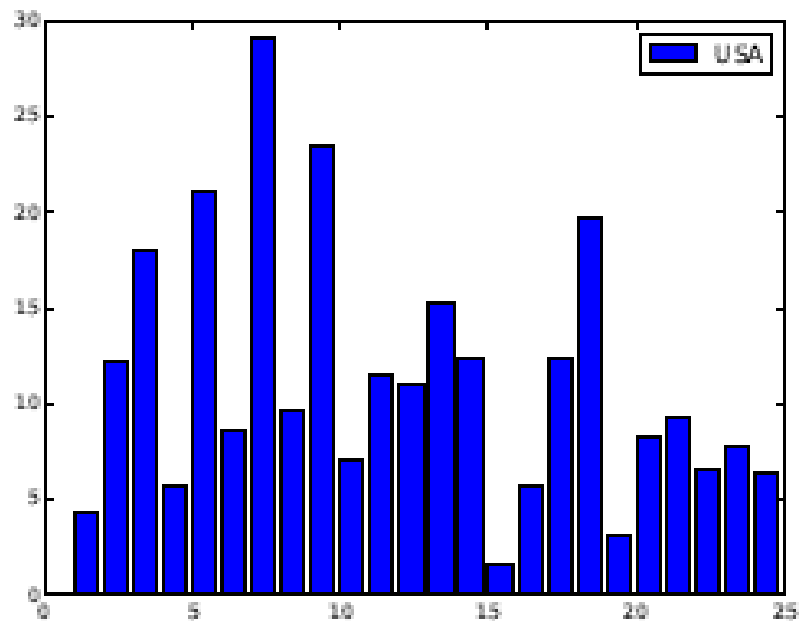


Рисунок 3.9 – Амплітуди гармонік для часового ряду, що описує ВВП США.

Згідно з проведеним аналізом для світового ВВП була виділена одна гармонійна складова, що має період  $T \approx 6$  років. Порівнюючи отриманий результат з класифікацією циклів, можна зробити висновок, що в світовій

економіці превалюють цикли Жюгляра. Результати виконання програми наведені в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Циклічні компоненти світового ВВП. Статистика Шапіро-Уїлка: 0.5976234078407288.

№ гармоніки	Період (рік)	Комплексна амплітуда
8	5.875	16.595668222598377- 1.7090134578512224j

На рисунку 3.10 ліворуч показана знайдена циклічна складова часового ряду світового ВВП в порівнянні з аналізованим числовим рядом. Діаграма числового ряду для  $\varepsilon_t$  показана праворуч на рисунку 3.10.

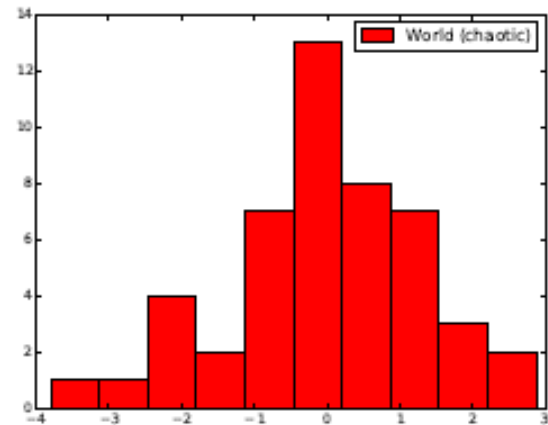
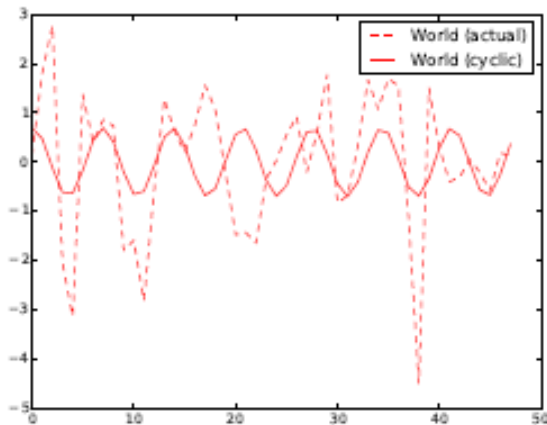


Рисунок 3.10 – Зростання світового ВВП (фактичний і циклічна складова). Діаграма стохастичною складовою.

У таблиці 3.4 наведені отримані циклічні складові ВВП ЄС. Були знайдені три циклічні гармоніки з періодами в  $T \approx 2.5$ ,  $T \approx 3$ ,  $T \approx 4$  роки. У цьому випадку спостерігаються цикли Кітччина. Поява трьох циклів з близькими періодами можна пояснити дискретним характером

досліджуваного часового ряду, з чого слідує дискретність набору частот, і помилки пов'язаним із такою дискретизацією.

Таблиця 3.4 – Циклічні компоненти ВВП ЄС. Статистика Шапіро-Уїлка: 0.5700978636741638.

№ гармоніки	Період (рік)	Комплексна амплітуда
11	4.2727272727 3	-4.89591325042956- 9.812743101960228j
15	3.1333333333 3	- 17.138102479767824+3.449809167445688j
19	2.4736842105 3	4.404510118970126+8.967036880517 05j

На рисунку 3.11 ліворуч показана знайдена циклічна складова часового ряду ВВП ЄС в порівнянні з аналізованим числовим рядом. Діаграма числового ряду для  $\varepsilon_t$  показана праворуч на рисунку 3.11.

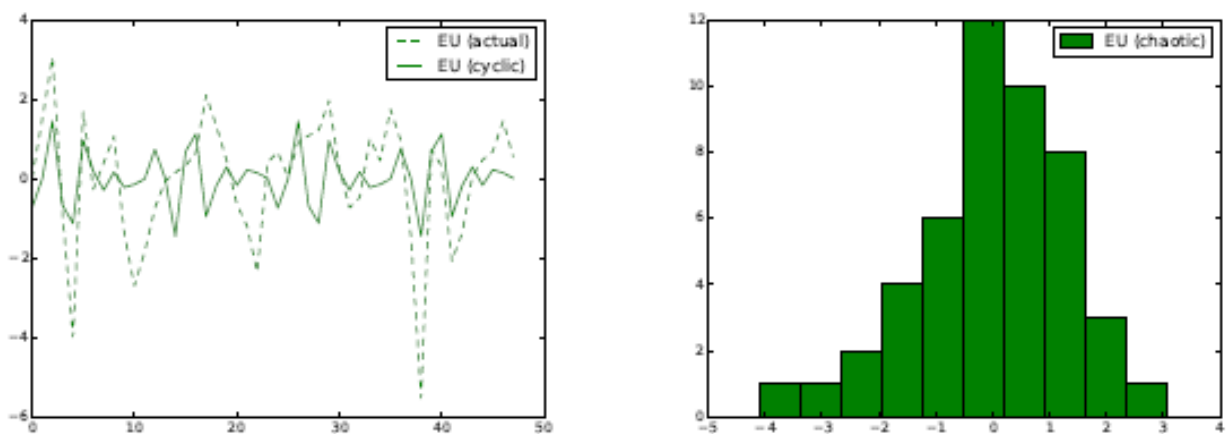


Рисунок 3.11 – Зростання ВВП ЄС (фактичний і циклічна складова).

Діаграма стохастичної складової.

При дослідженні циклічних складових зростання ВВП США були знайдені три циклічні складові з періодами  $T \approx 6$ ,  $T \approx 8$ ,  $T \approx 12$  роки. Відповідні дані наведені в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Циклічні компоненти ВВП США. Статистика Шапіро-Уїлка: 0.8914479613304138.

№ гармоніки	Період (рік)	Комплексна амплітуда
4	11.75	$11.077119338124191+14.178918236719111j$
6	7.83	- $18.596612241942214+10.027815493355654j$
8	5.875	$29.043087452007896+2.859812836536478j$

У разі зростання ВВП США, так само як і для ВВП ЄС, мають місце три циклічні складові з близькими періодами. Хоча їх природа також може бути обумовлена дискретизацією, проте в цьому випадку було отримано найбільше значення статистики Шапіро-Уїлка, що говорить про правдоподібність отриманих результатів. Візуальна оцінка результатів, наведених на рисунку 3.12 також вказує на достовірність отриманих результатів.

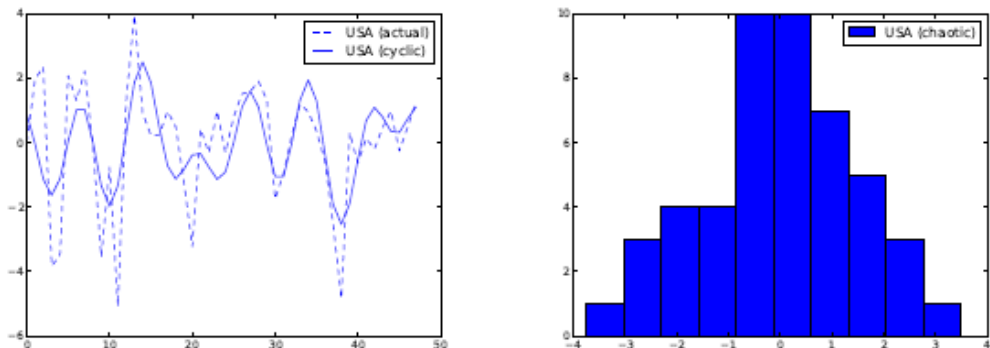


Рисунок 3.12 – Зростання ВВП США (фактичний і циклічна складова).

Діаграма стохастичної складової.

Таким чином, отримані три циклічних складових, кожна з яких є циклом Жюгляра.

### 3.6 Висновки

У розділі була описана програмна реалізація знаходження циклічних складових зростання світового ВВП, а також зростання ВВП ЄС і США. У реалізації використовувалися лінійна регресія, тести Бартелса і Шапіро-Уїлка.

Були представлені і описані алгоритми знаходження необхідної інформації, і наведені значення знайдених параметрів.

## РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

### 4.1 Постановка завдання

У даному розділі проводиться оцінка основних характеристик програмного продукту, призначеного для проведення частотного аналізу економік різних держав. Інтерфейс користувача був розроблений за допомогою мови програмування Python у середовищі розробки Jupyter Notebook. Програмний продукт призначений для використання на персональних комп'ютерах під управлінням операційних систем Windows, MacOS, Linux.

Нижче наведено аналіз різних варіантів реалізації модулю з метою вибору оптимальної, з огляду при цьому як на економічні фактори, так і на характеристики продукту, що впливають на продуктивність роботи і на його сумісність з апаратним забезпеченням.

Для цього було використано апарат функціонально-вартісного аналізу (ФВА). Функціонально-вартісний аналіз – це технологія, яка дозволяє оцінити реальну вартість продукту або послуги незалежно від організаційної структури компанії. Як прямі, так і побічні витрати розподіляються по продуктам та послугам у залежності від потрібних на кожному етапі виробництва обсягів ресурсів. Виконані на цих етапах дії у контексті методу ФВА називаються функціями.

Мета ФВА полягає у забезпеченні правильного розподілу ресурсів, виділених на виробництво продукції або надання послуг, на прямі та непрямі витрати. У даному випадку – аналізі функцій програмного продукту й виявленні усіх витрат на реалізацію цих функцій.

На практиці даних метод працює за таким алгоритмом:

- а) визначається послідовність функцій, необхідних для виробництва продукту;
- б) Для кожної функції визначаються повні річні витрати і кількість робочих годин;
- в) для кожної функції на основі оцінок попереднього пункту визначається кількісна характеристика джерела витрат;
- г) після того, як для кожної функції будуть визначені їх джерела витрат, проводиться кінцевий розрахунок витрат на виробництво продукту.

## 4.2 Постановка задачі техніко-економічного аналізу

У роботі застосовується методі ФВА для проведення техніко-економічного аналізу розробки. Відповідно до цього варто обирати і систему показників якості програмного продукту. Технічні вимоги до продукту наступні:

- а) ПП повинен функціонувати на персональних комп'ютерах зі стандартним набором компонент;
- б) забезпечувати високу швидкість обробки великих об'ємів даних у реальному часі;
- в) забезпечувати зручність і простоту взаємодії з користувачем або з розробником програмного забезпечення у випадку використання його як модуля;
- г) передбачати мінімальні витрати на впровадження програмного продукту.

### 4.2.1 Обґрунтування функцій програмного продукту

Головна функція  $F_0$  – розробка програмного продукту, який прводить частотний аналіз економік різних держав. Виходячи з конкретної мети, можна виділити наступні основні функції ПП:

- 1)  $F_1$  – алгоритм вирішення;
- 2)  $F_2$  – вибір мови програмування;
- 3)  $F_3$  – інтерфейс користувача.

Кожна з основних функцій може мати декілька варіантів реалізації.

Функція  $F_1$ :

- а) використання методів, що реалізовані в бібліотеках;
- б) написання власних алгоритмів.

Функція F2:

- а) мова програмування Python;
- б) мова програмування Java;
- в) мова програмування C++.

Функція F3:

- а) графічний інтерфейс користувача (GUI);
- б) відсутність графічного інтерфейсу користувача (GUI).

Варіанти реалізації основних функцій наведені у морфологічній карті системи (рисунок 4.1).

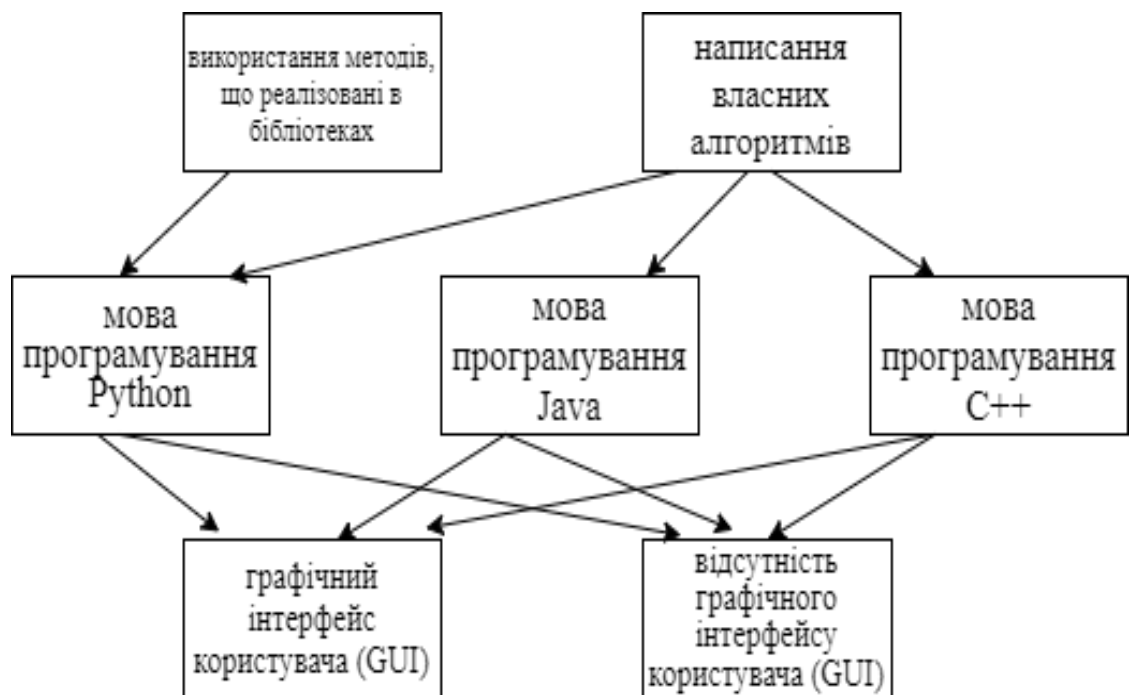


Рис. 4.1 - Морфологічна карта

#### 4.2.2 Варіанти реалізації основних функцій

Морфологічна карта відображає всі можливі комбінації варіантів реалізації функцій, які складають повну множину варіантів програмного продукту (рис. 4.1). На основі цієї карти побудовано позитивно-негативну матрицю варіантів основних функцій (таблиця 4.1).

Таблиця 4.1 – Позитивно-негативна матриця

Основні функції	Варіанти реалізації	Переваги	Недоліки
$F_1$	А	Швидкість написання програми	Швидкість виконання програми
	Б	Унікальність та швидкість роботи	Час на розробку програми, можливість виникнення помилок
$F_2$	А	Читабельність коду та функціонал	Швидкість виконання програми
	Б	Безпека даних, Кросплатформеність, Об'єктно орієнтоване програмування	Важкість написання програми та швидкість виконання програми

	В	Швидкодія	Витрати часу на розробку
$F_3$	А	Презентабельний вигляд, ціна програми	Швидкість розробки
	Б	Вартість та швидкість розробки програми	Взаємодія користувача з програмою

На основі аналізу позитивно-негативної матриці робимо висновок, що при розробці програмного продукту деякі варіанти реалізації функцій варто відкинути тому, що вони не відповідають поставленим перед програмним продуктом задачам.

Функція F1:

Оскільки розрахунки можуть проводитись з великими об'ємами вхідних даних, то бажаною є наявність стандартних бібліотек для обчислень. Отже відкидаємо варіант б).

Функція F2:

Оскільки для вирішення поставленої задачі нам необхідна наявність більш широкого функціоналу в наявних бібліотеках, то більш зручним є варіант, який надає більше можливостей. Отже варіанти б) і в) мають бути відкинуті.

Функція F3:

Інтерфейс користувача не відіграє важливу роль у даному програмному продукті, тому розглядаємо варіанти а) та б).

Таким чином, будемо розглядати такі варіанти реалізації ПП:

F1a – F2a – F3a

F1a – F2a – F3б

Для оцінювання якості розглянутих функцій обрана система параметрів, описана нижче.

### 4.3 Обґрунтування системи параметрів ПП

#### 4.3.1 Опис параметрів

На підставі даних про основні функції, що повинен реалізувати програмний продукт, вимог до нього, визначаються основні параметри виробу, що будуть використані для розрахунку коефіцієнта технічного рівня. Для того, щоб охарактеризувати ПП, будемо використовувати наступні параметри:

- а) X1 – час ознайомлення з теорією;
- б) X2 – час на програмну реалізацію;
- в) X3 – об'єм програмного коду;
- г) X4 – час обробки даних алгоритмом.

X1: Відображає час, необхідний для підготовки до написання програмного коду та побудову алгоритму реалізації завдання.

X2: Відображає час, необхідний для написання програмного коду.

X3: Показує розмір програмного коду який необхідно створити безпосередньо розробнику.

X4: Відображає час, який витрачається на дії з обробки даних.

### 4.3.2 Кількісна оцінка параметрів

Для оцінки якості розглянутих реалізацій обрані параметри, наведені нижче. Для визначення оцінки реалізацій виберемо параметри, описані в (таблиця 4.2) та наведемо їх значення.

Таблиця 4.2 – Основні параметри програми

Назва параметру	Умовні позначення	Одиниці виміру	Значення параметра		
			гірші	середні	кращі
Час на ознайомлення з теорією	X1	год	20	10	5
Час на програмну реалізацію	X2	год	100	50	10
Об'єм програмного коду	X3	кількість рядків коду	500	300	200
Час обробки даних алгоритмом	X4	Мс	800	400	100

За значеннями в таблиці значеннями побудуємо графічні характеристики параметрів – рисунок 4.2 – рисунок 4.5.

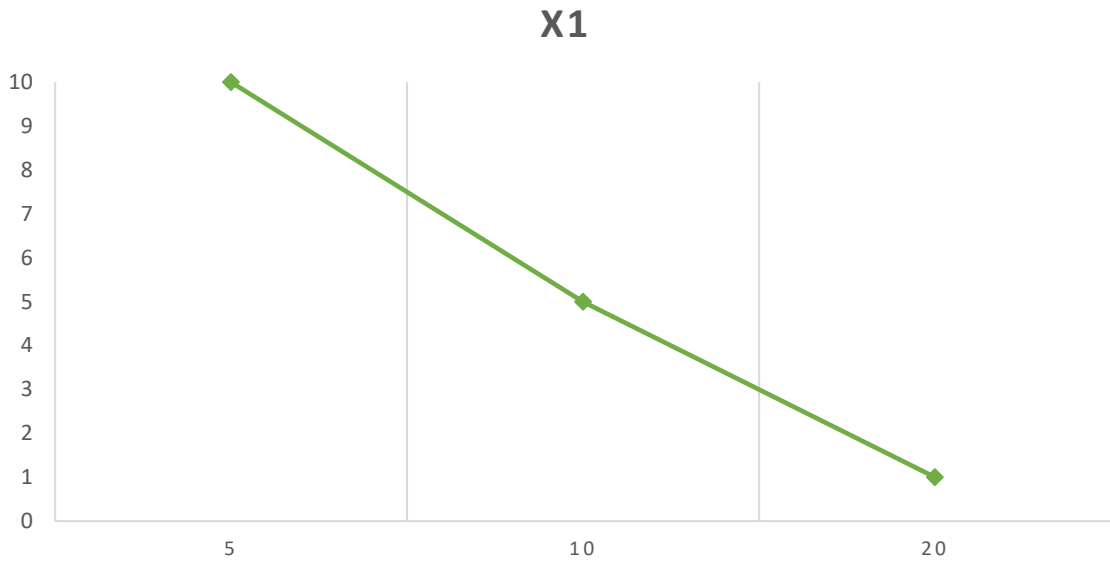


Рисунок 4.2 – X1, час на ознайомлення з теорією

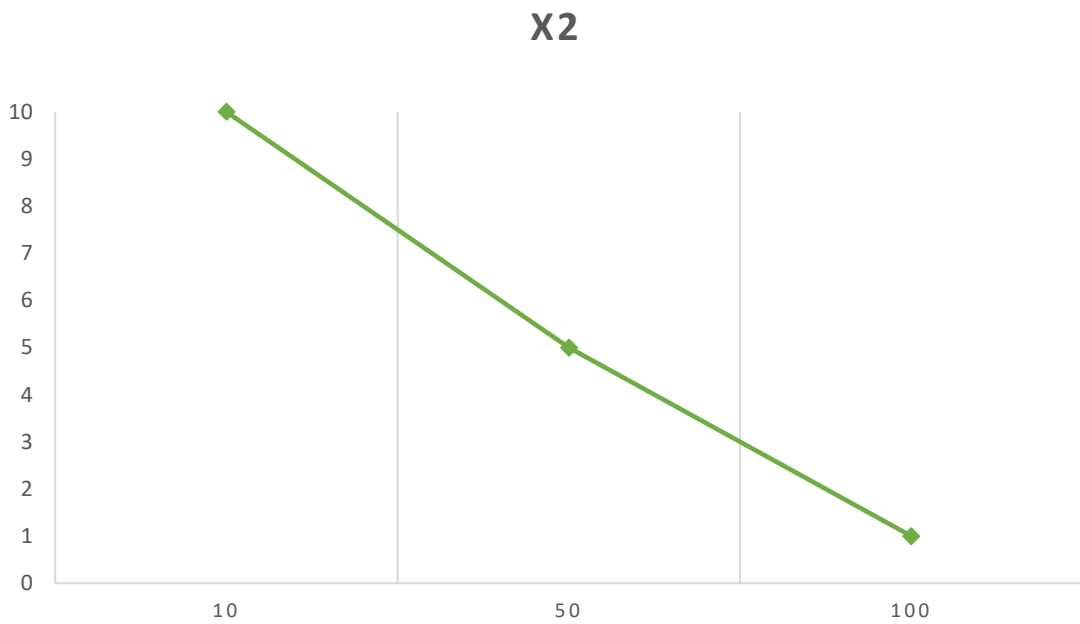


Рисунок 4.3 – X2, час на програмну реалізацію

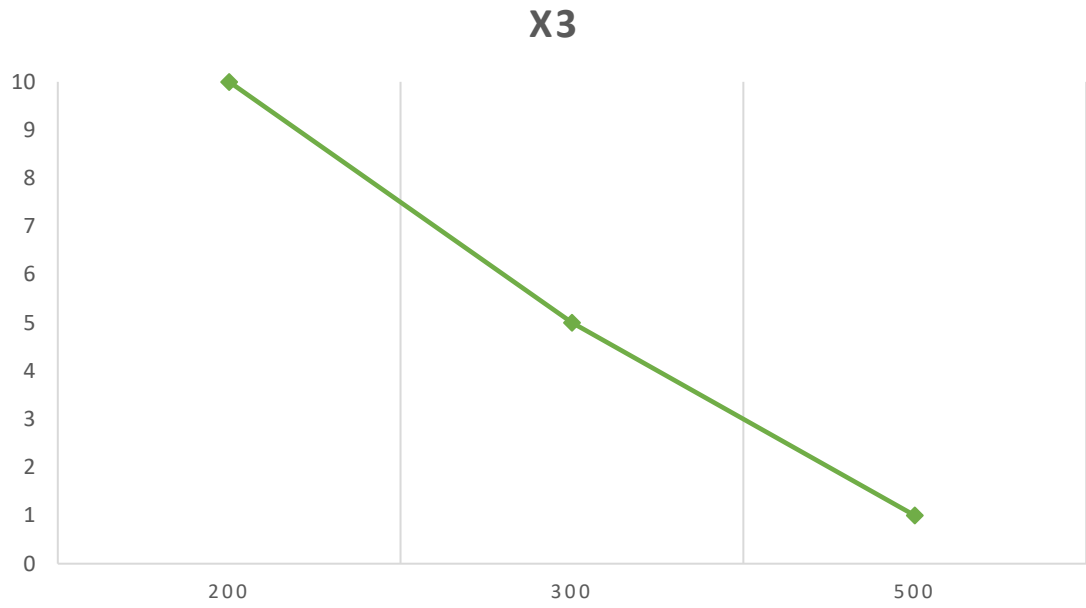


Рисунок 4.4 – X3, об'єм програмного коду

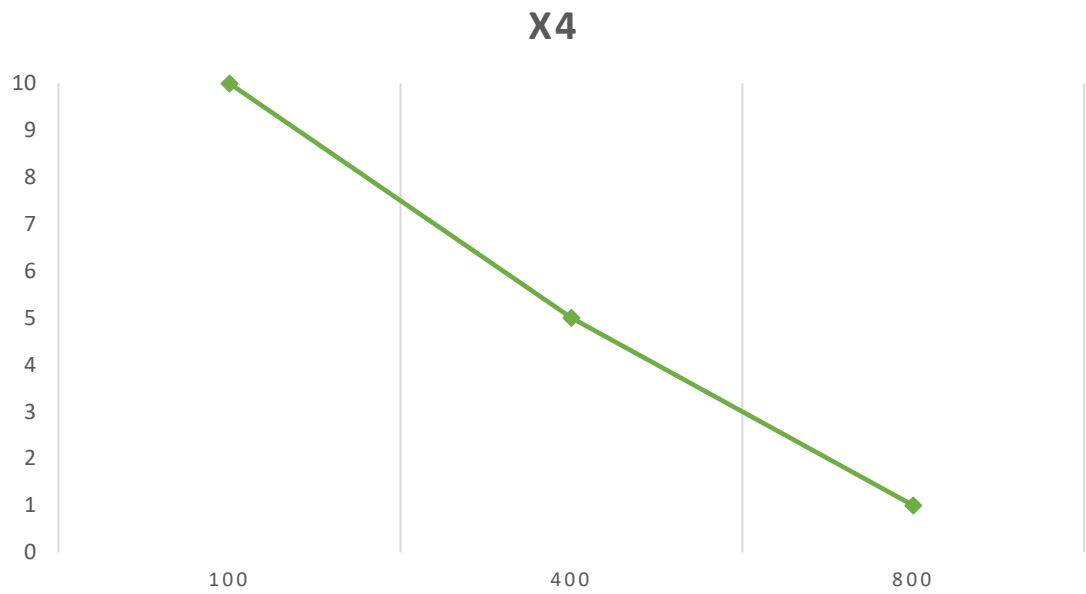


Рисунок 4.5 – X4, час обробки даних алгоритмом

### 4.3.3 Аналіз експертного оцінювання параметрів

Після детального обговорення й аналізу кожний експерт оцінює ступінь важливості кожного параметру для конкретно поставленої цілі – розробка програмного продукту, який виконує частотний аналіз економік різних держав.

Значимість кожного параметра визначається методом попарного порівняння. Оцінку проводить експертна комісія із 7 людей. Визначення коефіцієнтів значимості передбачає:

- а) визначення рівня значимості параметра шляхом присвоєння різних рангів;
- б) перевірку придатності експертних оцінок для подальшого використання;
- в) визначення оцінки попарного пріоритету параметрів;
- г) обробку результатів та визначення коефіцієнту значимості.

Ранги варіюються від 1 до 5. Експерт ставить ранг 4 найважливішому параметру, а 1 – найменш важливому. Результати експертного ранжування наведені у таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Результат оцінки параметрів

Позн. Параметра	Назва параметра	Од. виміру	Ранг параметра за оцінкою експерта							Сума рангів $R_i$	Відхилення $\Delta_i$	$\Delta_i^2$
			1	2	3	4	5	6	7			
X1	Час на ознайомлення з теорією	год	3	4	4	3	3	4	4	25	7.5	56.25
X2	Час на програмну реалізацію	год	1	2	2	1	2	1	2	11	-6.5	42.25

X3	Об'єм програмного коду	Кільк. рядків коду	2	1	1	2	1	2	1	10	-7.5	56.25
X4	Час на ознайомлення з теорією	год	4	3	3	4	4	3	3	24	6.5	42.25
	Разом		10	10	10	10	10	10	10	70	0	197

Для перевірки степені достовірності експертних оцінок, визначимо наступні параметри:

- а) сума рангів кожного з параметрів і загальна сума рангів;
- б) середня сума рангів;
- в) відхилення суми рангів кожного параметра від середньої суми рангів;
- г) загальна сума квадратів відхилення.

Обрахуємо кожен з параметрів.

Сума рангів кожного з параметрів і загальна сума рангів:

$$R_i = \sum_{j=1}^N r_{ij} R_{ij} = \frac{Nn(n+1)}{2} = 70,$$

де  $N$  – число експертів;

$n$  – кількість параметрів.

Середня сума рангів:

$$T = \frac{1}{n} R_{ij} = 17.5$$

Відхилення суми рангів кожного параметра від середньої суми рангів рахується за формулою (обчислено в таблиці):

$$\Delta_i = R_i - T$$

Загальна сума квадратів відхилення:

$$S = \sum_{i=1}^N \Delta_i^2 = 197$$

Порахуємо коефіцієнт узгодженості:

$$W = \frac{12S}{N^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 197}{7^2(4^3 - 4)} = 0.804 > W_k = 0,67$$

Ранжування можна вважати достовірним, тому що знайдений коефіцієнт узгодженості перевищує нормативний, котрий дорівнює 0,67.

Скориставшись результатами ранжирування з таблиці 4.3, проведемо попарне порівняння всіх параметрів і результати занесемо у таблицю 4.4.

Таблиця 4.4 – Попарне порівняння параметрів

Параметри	Експерти							Кінцева оцінка	Числове значення
	1	2	3	4	5	6	7		
X1 і X2	>	>	>	>	>	>	>	>	1,5
X1 і X3	>	>	>	>	>	>	>	>	1,5
X1 і X4	<	>	>	<	<	>	>	>	1,5
X2 і X3	<	>	>	<	>	<	>	>	1,5
X2 і X4	<	<	<	<	<	<	<	<	0,5
X3 і X4	<	<	<	<	<	<	<	<	0,5

Числове значення, що визначає ступінь переваги  $i$ -го параметра над  $j$ -тим,  $a_{ij}$  визначається по формулі:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1.5 & \text{при } X_i > X_j \\ 1.0 & \text{при } X_i = X_j \\ 0.5 & \text{при } X_i < X_j \end{cases}$$

З отриманих числових оцінок переваги складемо матрицю  $A = \| a_{ij} \|$ .

Для кожного параметра зробимо розрахунок вагомості  $K_{b_i}$  за наступними формулами:

$$K_{b_i} = \frac{b_i}{\sum_{i=1}^n b_i},$$

де  $b_i$  визначається з формули:

$$b_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$$

Відносні оцінки розраховуються декілька разів доти, поки наступні значення не будуть незначно відрізнятись від попередніх (менше 5%). На другому і наступних кроках відносні оцінки розраховуються за наступними формулами:

$$K_{b_i}' = \frac{b_i'}{\sum_{i=1}^n b_i'},$$

де  $b_i'$  визначається з формули:

$$b_i' = \sum_{j=1}^N a_{ij} b_j$$

Як видно з таблиці 4.5, різниця значень коефіцієнтів вагомості не перевищує 5%, тому більшої кількості ітерацій не потрібно.

Таблиця 4.5. Розрахунок вагомості параметрів

Параметри	Параметри				Перша ітерація		Друга ітерація	
	X1	X2	X3	X4	$b_i$	$K_{bi}$	$b_i^1$	$K_{bi}^1$
X1	1	1,5	1,5	1,5	5.5	0.3056	24.25	0.29217
X2	1,5	1	1,5	0,5	4.5	0.25	21.25	0.25602
X3	1,5	1,5	1	0,5	4.5	0.25	21.25	0.25602
X4	1,5	0,5	0,5	1	3.5	0.19444	16.25	0.19578
Всього:					18	1	83	1

#### 4.4 Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій

Визначаємо рівень якості кожного варіанту виконання основних функцій окремо.

Коефіцієнт технічного рівня для кожного варіанта реалізації програмного продукту розраховується наступним чином (таблиця 4.6):

$$K_K(j) = \sum_{i=1}^n K_{bi,j} B_{i,j},$$

де  $n$  – кількість параметрів;

$K_{bi}$  – коефіцієнт вагомості  $i$ -го параметра;

$B_i$  – оцінка  $i$ -го параметра в балах.

Таблиця 4.6 – Розрахунок показників рівня якості варіантів реалізації основних функцій ПП

Основні функції	Варіант реалізації функції	Абсолютне значення параметра	Бальна оцінка параметра	Коефіцієнт вагомості параметра	Коефіцієнт рівня якості	Основні функції
F1(X1)	A	X1	15	3.2	0.29217	0.9349
F2(X4)	A	X4	400	5	0.19578	0.9789
F3(X2,X3)	A	X2	80	2.7	0.25602	0.6912
		X3	250	6.6	0.25602	1.6897
	B	X2	60	3.8	0.25602	0.9728
		X3	150	8.75	0.25602	2.2401

За даними з таблиці 4.6 за формулою:

$$K_K = K_{TY}[F_{1k}] + K_{TY}[F_{2k}] + \dots + K_{TY}[F_{zk}]$$

визначаємо рівень якості кожного з варіантів:

$$K_{K1} = 0.934 + 0.978 + 0.691 + 1.689 = 4.2948$$

$$K_{K2} = 0.934 + 0.978 + 0.972 + 2.240 = 5.1268$$

Як видно з розрахунків, кращим є другий варіант, для якого коефіцієнт технічного рівня має найбільше значення.

#### 4.5 Економічний аналіз варіантів розробки програмного продукту

Для визначення вартості розробки спочатку проведемо розрахунок трудомісткості. Обидва варіанти реалізації складаються з наступних завдань:

- а) розробка алгоритму;
- б) розробка програмного продукту.

Також кожен з варіантів має додаткове завдання. Для першого варіанту додаткове завдання:

- 1) підготовка теоретичної бази для виконання поставленого завдання.

Для другого варіанту додаткове завдання:

- 2) створення графічного інтерфейсу користувача.

Проведемо розрахунок норм часу на розробку та програмування для кожного з завдань. Загальна трудомісткість обчислюється як:

$$T_0 = T_P \cdot K_P \cdot K_{СК} \cdot K_M \cdot K_{СТ} \cdot K_{СТ.М},$$

де  $T_P$  – трудомісткість розробки програмного продукту;

$K_P$  – поправочний коефіцієнт;

$K_{СК}$  – коефіцієнт на складність вхідної інформації;

$K_M$  – коефіцієнт рівня мови програмування;

$K_{СТ}$  – коефіцієнт використання стандартних модулів і прикладних програм;

$K_{СТ.М}$  – коефіцієнт стандартного математичного забезпечення.

Для завдання а: (алгоритм групи складності 1, ступінь новизни В, вид використаної інформації – НДІ).  $T_p = 24$  людино-днів,  $K_{\Pi} = 1.21$ ,  $K_{СК} = 0.8$ ,  $K_{СТМ} = 1$ . Тому,  $T_{11} = 24 \cdot 1.21 \cdot 0.8 = 23.232$  людино дні.

Для завдання б: (алгоритм групи складності 1, ступінь новизни А, вид використаної інформації – інформацію у вигляді даних).  $T_p = 40$  людино-днів,  $K_{\Pi} = 1.7$ ,  $K_{СК} = 1$ ,  $K_{СТ} = 0.9$ . Тому,  $T_{21} = 40 \cdot 1.7 \cdot 0.9 = 61.2$  людино дні.

Для додаткового завдання 1: (алгоритм групи складності 3, ступінь новизни В, вид використаної інформації НДІ)  $T_p = 8$  людино-днів,  $K_{\Pi} = 0.8$ ,  $K_{СК} = 1$ ,  $K_{СТ} = 0.9$ ,  $K_{СТ.М} = 1$ . Тому,  $T_{31} = 8 \cdot 0.8 \cdot 0.9 = 5.76$  людино-днів.

Для додаткового завдання 2: (алгоритм групи складності 3, ступінь новизни А, вид використаної інформації НДІ)  $T_p = 10$  людино-днів,  $K_{\Pi} = 1.18$ ,  $K_{СК} = 1$ ,  $K_{СТ} = 0.9$ ,  $K_{СТ.М} = 1$ . Тому  $T_{32} = 10 \cdot 1.18 \cdot 0.9 = 10.62$  людино-днів.

Звідси виходить, що повна трудомісткість першого варіанту:

$$T_{O1} = 23.232 + 61.2 + 5.76 = 90.192$$

А повна трудомісткість другого варіанту:

$$T_{O2} = 23.232 + 61.2 + 10.62 = 95.052$$

В розробці мають брати участь один програміст з окладом 14 500 грн та один математик з окладом 11 000. Визначимо середню зарплату за годину за формулою:

$$C_{\text{ч}} = \frac{M}{T_m \cdot t} \text{ грн.},$$

де  $M$  – місячний оклад працівників;

$T_m$  – кількість робочих днів тиждень;

$t$  – кількість робочих годин в день.

Отже, погодинна заробітна плата працівників складе:

$$C_{\text{ч}} = \frac{(14500+11000)}{2 \cdot 21 \cdot 8} \approx 75.892 \text{ грн.}$$

Тоді, розрахуємо заробітну плату за формулою:

$$C_i = C_{\text{ч}} \cdot T_i \cdot t_3 \cdot K_{\text{д}},$$

де  $C_{\text{ч}}$  – величина погодинної оплати праці програміста;

$T_i$  – трудомісткість відповідного завдання;

$t_3$  – кількість робочих годин;

$K_{\text{д}}$  – норматив, який враховує додаткову заробітну плату.

Поваріантно:

$$C_1 = 90.192 \cdot 75.892 \cdot 1.2 \cdot 8 = 65710.572 \text{ грн.}$$

$$C_2 = 95.052 \cdot 75.892 \cdot 1.2 \cdot 8 = 69251.389 \text{ грн.}$$

Відрахування на соціальний внесок становить 22%, або, поваріантно:

$$C' = C_1 \cdot 0.22 = 65710.572 \cdot 0.22 = 14456.326 \text{ грн.}$$

$$C' = C_2 \cdot 0.22 = 69251.389 \cdot 0.22 = 15235.3056 \text{ грн.}$$

Визначаємо витрати на оплату однієї машино-години. З урахуванням заробітної плати програміста в розмірі 14500 грн з коефіцієнтом зайнятості 0.2, отримуємо:

$$C_{\text{г}} = 12 \cdot M \cdot K_3 = 12 \cdot 14500 \cdot 0.2 = 34800 \text{ грн.}$$

Включаючи додаткову плату:

$$C_{зп} = C_{г} \cdot (1 + K_3) = 34800 \cdot 1.2 = 41760 \text{ грн.}$$

Відповідно, відрахування на соціальний внесок складатимуть:

$$C_{від} = C_{зп} \cdot 0.22 = 41760 \cdot 0.22 = 9187.2 \text{ грн.}$$

Амортизаційні відрахування розраховуємо при амортизації 25% та вартості ЕОМ – 14000 грн.:

$$C_A = K_{тм} \cdot K_a \cdot C_{пр} = 1.15 \cdot 0.25 \cdot 14000 = 4025 \text{ грн.,}$$

де  $K_{тм}$  – коефіцієнт, який враховує витрати на транспортування та монтаж приладу у користувача;

$K_a$  – річна норма амортизації;

$C_{пр}$  – договірна ціна приладу.

Профілактичні трати:

$$C_p = K_{тм} \cdot K_p \cdot C_{пр} = 1.15 \cdot 0.05 \cdot 14000 = 805 \text{ грн.,}$$

де  $K_p$  – відсоток витрат на поточні ремонти.

Ефективний годинний фонд:

$$T_{ЕФ} = (D_K - D_B - D_C - D_P) \cdot t_3 \cdot K_B,$$

де  $D_K$  – календарна кількість днів у році;

$D_B, D_C$  – відповідно кількість вихідних та святкових днів;

$D_P$  – кількість днів планових ремонтів устаткування;

$K_B$  – коефіцієнт використання приладу у часі протягом зміни.

$$T_{\text{ЕФ}} = (365 - 104 - 11 - 16) \cdot 8 \cdot 0.95 = 1778.4 \text{ годин.}$$

Звідси виходить, що витрати на оплату електроенергії, з урахуванням ПДВ, складуть:

$$C_{\text{ЕЛ}} = T_{\text{ЕФ}} \cdot N_{\text{С}} \cdot K_{\text{З}} \cdot C_{\text{ЕН}},$$

де  $N_{\text{С}}$  – середньо-споживча потужність приладу;

$K_{\text{З}}$  – коефіцієнтом зайнятості приладу;

$C_{\text{ЕН}}$  – тариф за 1 кВт-годин електроенергії.

$$C_{\text{ЕЛ}} = 1778.4 \cdot 0.4 \cdot 0.2 \cdot 1.75 = 248.976 \text{ грн.}$$

Накладні витрати складуть:

$$C_{\text{Н}} = C_{\text{пр}} \cdot 0.67 = 14000 \cdot 0.67 = 9380 \text{ грн.}$$

Річні витрати на експлуатацію:

$$C_{\text{ЕКС}} = C_{\text{ЗП}} + C_{\text{ВІД}} + C_{\text{А}} + C_{\text{Р}} + C_{\text{ЕЛ}} + C_{\text{Н}}$$

$$C_{\text{ЕКС}} = 41760 + 9187.2 + 4025 + 805 + 248.976 + 9380 = 65406.176 \text{ грн.}$$

Тоді собівартість однієї машино-години складе:

$$C_{\text{М-Г}} = C_{\text{ЕКС}} / T_{\text{ЕФ}} = 65406.176 / 1778.4 = 36.778 \text{ грн/год}$$

Тоді, витрати на оплату машинного часу складають:

$$C_{\text{мі}} = C_{\text{М-Г}} \cdot T_{\text{Оі}}$$

$$C_{M1} = 36.778 \cdot 90.192 = 3317.08$$

$$C_{M2} = 36.778 \cdot 95.052 = 3495.82$$

Накладні витрати становитимуть 67% від заробітної плати:

$$C_{Hi} = C_i \cdot 0.67$$

$$\text{Для першого варіанту: } 0.67 \cdot 65710.572 = 44026.08324$$

$$\text{Для другого варіанту: } 0.67 \cdot 69251.389 = 46398.4246$$

Таким чином, вартість розробки ПП та проведення дослідів складає:

$$C_{ПП} = C_{зп} + C_{вд} + C_M + C_H$$

$$\text{Для першого: } 65710.572 + 14456.326 + 3317.08 + 44026.08324 = 127510.061$$

$$\text{Для другого: } 69251.389 + 15235.3056 + 3495.82 + 46398.4246 = 134380.939$$

#### 4.6 Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня

Розрахуємо коефіцієнт техніко-економічного рівня за формулою:

$$K_{TEPj} = K_{Кj} / C_{Фj}$$

$$K_{TEP1} = 4.29483 / 127510.061 \approx 3.368 \cdot 10^{-5}$$

$$K_{\text{TEP2}} = 5.12689 / 134380.939 \approx 3.815 \cdot 10^{-5}$$

Отже, найбільш оптимальним є варіант з коефіцієнтом техніко-економічного рівня  $3.815 \cdot 10^{-5}$  (другий варіант).

#### 4.7 Висновки

В даному розділі проведено повний функціонально-вартісний аналіз програмного продукту, який було розроблено в рамках дипломної роботи. Процес аналізу можна умовно розділити на дві частини. В першій було проведено дослідження програмного продукту з технічної точки зору: визначено основні функції програмного продукту та сформовано множину варіантів їх реалізації; на основі обчислених значень параметрів, а також експертних оцінок їх важливості, також було обчислено коефіцієнт технічного рівня, який дав змогу визначити оптимальну з технічного погляду альтернативу реалізації функцій програмного продукту.

Другу частину було присвячено вибору найбільш економічно обґрунтованого з альтернативних варіантів. Порівняння запропонованих варіантів реалізації в рамках даної частини виконувалось за коефіцієнтом ефективності, для знаходження якого були обчислені такі допоміжні параметри, як трудомісткість, витрати на заробітну плату, накладні витрати.

Після виконання функціонально-вартісного аналізу програмного продукту, що розробляється, можна зробити висновок, що з альтернатив, що залишились після першого відбору двох варіантів виконання програмного комплексу оптимальним є другий варіант реалізації програмного продукту. У

нього виявився найкращий показник техніко-економічного рівня якості  $K_{\text{TEP}} = 3.815 \cdot 10^{-5}$ .

Цей варіант реалізації програмного продукту має такі параметри:

- використання методів, що реалізовані в бібліотеках;
- мова програмування – Python;
- відсутність графічного інтерфейсу користувача (GUI).

Даний варіант виконання програмного комплексу дає користувачу непоганий функціонал та точність.

## ВИСНОВКИ

У роботі були досліджені часові ряди світового ВВП, ВВП ЄС і США. Були отримані параметри лінійної регресії тренду, частотні і амплітудні характеристики циклічних складових.

В результаті дослідження було виявлено наявність циклів Жюгляра в зростанні світового ВВП і ВВП США. У зростанні ВВП ЄС були виявлені цикли Кітчина.

Було проведено візуальне дослідження діаграм часових рядів з відповідними залишковими стохастичними складовими. Найбільше значення статистики Шапіро-Уїлка показує, що найкращі результати отримані для росту ВВП США.

Отримані результати можуть бути використані для прийняття рішень в питаннях, пов'язаних з показниками зростання світового ВВП і ВВП ЄС і США, на середньострокову перспективу.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Глазьев С.Ю., Мікерин Г.І., Тесля П.Н. Довгі хвилі: НТП і соціально-економічний розвиток: монографія. Новосибірськ: Наука, 1991. 224 с.
2. Мітчелл У. К. Економічні цикли. Проблема і її постановка: монографія. Москва; Ленінград: Держвидавництво, 1930. 464-470 с.
3. Шумпетер Й. А. Економічні цикли: монографія. Москва: Неон, 1996. 768 с.
4. Туган-Барановський М.І. Періодичні промислові кризи. Історія англійських криз. Загальна теорія криз: монографія. Москва: ІНІОН, 1997. 5-8 с.
5. Шумпетер Й. А. Теорія економічного розвитку: монографія. Москва: Прогрес, 1992. 468-480 с.
6. Кондратьєв Н.Д. Проблеми економічної динаміки: монографія. Москва: Економіка, 1989. 58-203 с.
7. Бідюк П.І. Аналіз часових рядів: навчальний посібник / НТУУ КПІ ім. І. Сікорського, 2013. 600 с.
8. Кобзар О.І. Прикладна математична статистика: монографія. Москва: ФІЗМАТЛІТ, 2006. 34-40 с.
9. The World Bank. Data bank: World development indicators. URL: <https://databank.worldbank.org/source/world-development-indicators> (дата звернення: 25.05. 2020)

## ДОДАТОК А ЛІСТИНГ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

```
def csv_read(csvfile):  
    import csv  
    import numpy as np  
    rows=[]  
    titles=[]  
    with open(csvfile, 'r') as data_file:  
        filereader=csv.reader(data_file, delimiter='&', quotechar="")  
        for row in filereader:  
            titles.append([row[0]])  
            c_row=[]  
            for word in row[1:]:  
                c_row.append(float(word.replace(',','.')))  
            rows.append(np.array(c_row))  
        data_file.close()  
  
    return rows, titles  
  
def csv_write(csvfile,content,mode):  
    with open(csvfile, mode) as data_file:  
        filewriter=csv.writer(data_file, delimiter='&', quotechar="")  
        for row in content:  
            filewriter.writerow(row)  
  
def autocovariance(row, dim=0):  
    import numpy as np
```

```

if dim==0:
    dim=int(len(row)/3)
    row_length=len(row)
    X=np.array(row)
    row_ave=np.sum(X)/row_length
    r_row=[]
    for k in range(dim):
        X=np.array(row[:row_length-k])-row_ave
        Y=np.array(row[k:])-row_ave
        c=np.sum(np.multiply(X,Y))/row_length
        r_row.append(c)
    return r_row, row_ave
def data_averaging(row, ave_length=3):
    row_length=len(row)
    ave_row=[]
    for k in range(int(ave_length/2), row_length-int(ave_length/2)):
        ave_value=0
        for i in range(-int(ave_length/2), int(ave_length/2)+1):
            ave_value+=float(row[k+i])
        ave_value/=ave_length
        ave_row.append(ave_value)
    return ave_row
def least_square_fit(row, order=3):
    import numpy as np
    # import numpy.linalg as la

    N=len(row)

```

```

A_t=[]
B_t=[]
for p in range(order+1):
    a_t=0.0
    b_t=0.0
    row=[]
    for l in range(order+1):
        for k in range(N):
            a_t+=(k**l)*(k**p)
            row.append(a_t)
        for k in range(N):
            b_t+=row[k]*k**p
        B_t.append(b_t)
        A_t.append(row)
A=np.array(A_t)
b=np_array(B_t)
a=np.linalg.solve(A,b)
return a

def rotate(row):
    l=len(row)-1
    return row[l:]+row[:l]

def partial_autocorrelation(ac_row):
    import numpy as np
    p=len(ac_row)-1
    f_row=[]
    for k in range(1,p):
        A_t=[]
        row=list(ac_row)

```

```

    for i in range(k):
        A_t.append(row[:k])
        row=rotate(row)
    for i in range(k):
        for j in range(k):
            if i>j:
                A_t[i][j]=A_t[j][i]
    A=np.array(A_t)
    b=np.array(ac_row[1:k+1])
    f=np.linalg.solve(A,b)
    f_row.append(f[k-1])
return f_row
def Bartels(series, prec="0,05"):
    import numpy as np
    import pandas as pd
    abcd={
        "0,01": [-0.023, 0.261, -.345, 2.212],
        "0,025": [-.004, .381, -.266, 1.748],
        "0,05": [.119, .44, -.23, 1.52],
        "0,1": [-.465, 1.184, -.088, .674]
    }
    data=pd.Series(series)
    R=data.rank()
    R_ave=np.average(R)
    n=len(series)
    num=0.0
    den=0.0
    for i in range(n):

```

```

    if i<n-1:
        num+=(R[i]-R[i+1])**2
        den+=(R[i]-R_ave)**2
    B=num/den
    if not prec in abcd:
        prec="0,05"
    [a, b, c, d]=abcd.get(prec)
    B_alpha=a+b *(n**c)*(np.log(n)**d)
    if 2-B_alpha<B and B<B_alpha+2:
        result=True
    else:
        result=False
    return B, result
def Frozini(x, prec="0,05"):
    import numpy as np
    import scipy
    from scipy import stats as st
    crit_vals={
        "0,01": .3410,
        "0,05": .2840,
        "0,1": .2560
    }
    n=len(x)
    x_ave=np.average(x)
    s2=np.std(x)
    z=(x-x_ave)/np.sqrt(s2)
    Fz=st.norm.cdf(z)
    i=np.linspace(1,n,n)

```

```
term=Fz-(i-.5)/n
B_n=np.sum(term)/np.sqrt(n)
if prec in crit_vals:
    cr=crit_vals.get(prec)
else:
    cr=.2840
if B_n<cr:
    result=True
else:
    result=False
return B_n, result
def frequency_optimization(x):
    import numpy as np
    import scipy
    from scipy import stats as st
    x_ft=np.fft.rfft(x)
    n=len(x_ft)
    shapiro2=-1.0
    shapiro1=-1.0
    f=-1
    for i in range(n):
        y_ft=list(x_ft)
        y_ft[i]=0
        y=np.fft.irfft(y_ft)
        sh1,sh2=st.shapiro(y)
        if sh2>shapiro2:
            f=i
            shapiro2=sh2
```

```

        shapiro1=sh1
    return shapiro1, shapiro2, f
def cyclic_component(x, prec=.1,title=""):
    rest=list(x)
    x_ft=np.fft.rfft(x)
    rest=list(x)
    rest_ft=list(x_ft)
    n=len(x_ft)
    sh2=-1.0
    i=0
    while (sh2<prec) and (i in range(int(n/4))):
        _,sh2,index=frequency_optimization(rest)
        rest_ft[index]=0
        rest=np.fft.irfft(rest_ft)
        i+=1
    cyclic_ft=np.subtract(x_ft,rest_ft)
    file=open("thesis.log","a")
    file.write(title+" (cyclic_component):\n")
    file.write("Precision: {} \t i: {} \t shapiro: {}".format(prec,i,sh2))
    j=0
    for t in cyclic_ft:
        if j % 2 ==0:
            file.write("\n")
            j+=1
        file.write("{} ".format(t))
    file.write("\n\n")
    file.close()
    return i, cyclic_ft

```

```

def GDP():
    gdp,countries=th.csv_read('GDP-work.csv') # gdp[0...3] - года, сша, ес,
миp
    N=len(gdp[0])
    t=np.linspace(0,N-1,N)
    trend_usa=np.polyfit(t,gdp[1],2)
    trend_eu=np.polyfit(t,gdp[2],2)
    trend_w=np.polyfit(t,gdp[3],2)
    tr_usa=np.polyval(trend_usa,t)
    tr_eu=np.polyval(trend_eu,t)
    tr_w=np.polyval(trend_w,t)
    gdp_usa_corr=np.subtract(gdp[1],tr_usa)
    gdp_eu_corr=np.subtract(gdp[2],tr_eu)
    gdp_w_corr=np.subtract(gdp[3],tr_w)
    gdp_corr=[gdp_usa_corr,gdp_eu_corr,gdp_w_corr]
    usa_n_harmonics,
gdp_usa_cyclic_ft=th.cyclic_component(gdp_corr[0],.5,"USA")
    eu_n_harmonics,
gdp_eu_cyclic_ft=th.cyclic_component(gdp_corr[1],.5,"EU")
    w_n_harmonics,
gdp_w_cyclic_ft=th.cyclic_component(gdp_corr[2],.5,"World")
    gdp_usa_cyclic=np.fft.irfft(gdp_usa_cyclic_ft)
    gdp_eu_cyclic=np.fft.irfft(gdp_eu_cyclic_ft)
    gdp_w_cyclic=np.fft.irfft(gdp_w_cyclic_ft)
    gdp_usa_chaotic=np.subtract(gdp_corr[0],gdp_usa_cyclic)
    gdp_eu_chaotic=np.subtract(gdp_corr[1],gdp_eu_cyclic)
    gdp_w_chaotic=np.subtract(gdp_corr[2],gdp_w_cyclic)

```

## ДОДАТОК Б ПРЕЗЕНТАЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ

# ДИПЛОМНА РОБОТА

На тему «Частотний  
аналіз світової економіки та економік ЄС і США»

Виконавець роботи:  
Студентка IV курсу,  
Групи КА-63  
Плахотня Маргарита Вікторівна

Керівник:  
К.т.н., ДОЦЕНТ  
Каф., ММСА  
Чаповський Юрій Аркадійович

1

## Об'єкт, предмет, мета дослідження

- Об'єкт дослідження – дані, світового ВВП та ВВП ЄС і США.
- Предмет дослідження – метод для знаходження тренду та циклічної частоти часового ряду.
- Мета роботи – розробити алгоритми, які допоможуть досліджувати часовий ряд на наявність тренду, та видаляти його, якщо він присутній та знаходити циклічну частоту часового ряду для подальшого аналізу.

## Постановка задачі

Як об'єкти дослідження були взяті дані по зростанню ВВП ЄС, США і зростання світового ВВП в вигляді часових рядів. Для вирішення завдання необхідно:

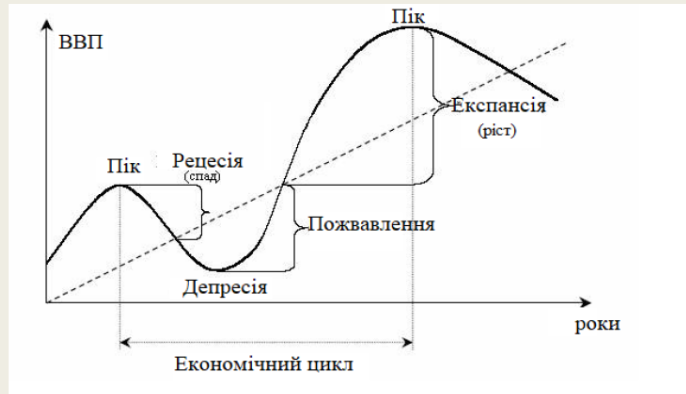
1. Дослідити часові ряди на наявність тренду.
2. Визначити параметри тренду, використовуючи лінійну регресію.
3. Виділити періодичну і стохастичну складові числового ряду.
4. Провести розбиття ряду, що залишився на періодичну і стохастичну складові.
5. Отримати явний вид періодичних складових відповідних часових рядів.
6. Проаналізувати отримані результати.

2

## Поняття економічного циклу

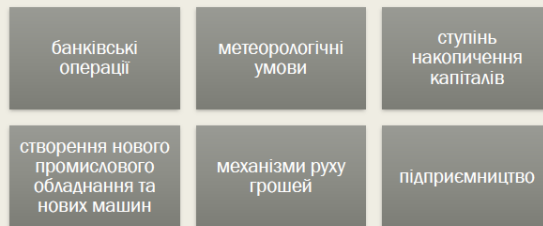
Економічні цикли - коливання економічної активності, що складаються з повторюваних економічних спадів (рецесії, депресії) і економічних підйомів. Цикли носять періодичний, але нерегулярний характер. Тривалість і амплітуда коливань може сильно змінюватися.

Період економічного циклу розглядається як час між двома послідовними піками підйому або спаду.

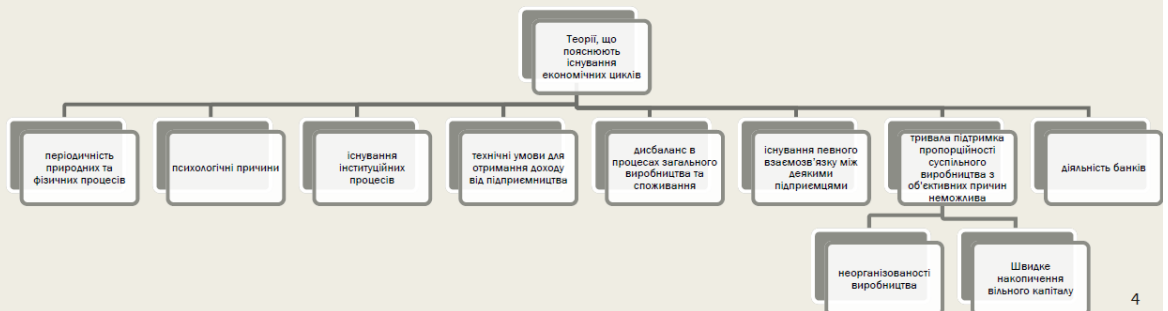


3

### Фактори виникнення циклів



## Причини виникнення циклічних процесів в економіці



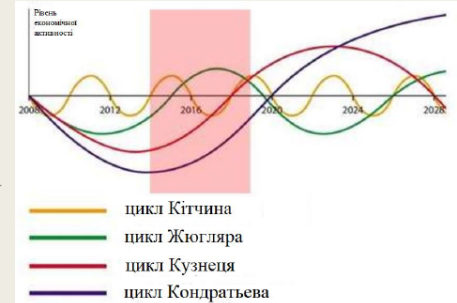
4

## ПІДХОДИ ДО ПРИРОДИ ЦИКЛІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕКОНОМІЦІ

### ■ Детерміністський підхід

У детерміністському підході цикли підпорядковуються суворій закономірності, яка є основою економічних відносин. При цьому, цикли що виникають мають відносно постійний період і тривалість.

Назва циклу	Період
цикли Кітчина	2-4 роки
цикли Жюгляра	7-11 років
цикли Кузнеця	15-20 років
цикли Кондратьєва	48-55 років



### ■ Стохастичний підхід

У стохастичному підході до аналізу циклів причинами їх виникнення вважаються випадкові події, що впливають на економіку. Серед них можуть бути різні фінансові кризи, стихійні лиха, епідемії або війни. В результаті таких випадкових подій виникають сплески в економічній діяльності, які і породжують подальше циклічне розвиток.

5

## МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ЧАСТОТНОГО АНАЛІЗУ

### ■ Критерій Бартелса (критерій випадковості ряду)

Нехай  $R_i$  – ранг  $i$ -го спостереження в послідовності з  $n$  спостережень. Розглянемо статистику:

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (R_i - R_{i+1})^2}{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2},$$

$$\text{де } \bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i$$

при цьому маємо, що:

$$0 < \frac{12}{n(n+1)} < B < 4 - \frac{12}{n(n+1)} < 4.$$

Гіпотеза випадковості відхиляється із рівнем значимості  $\alpha$ , якщо:

$$2 - B_\alpha < B < B_\alpha + 2,$$

де

$$B_\alpha = a + bn^c (\ln n)^d$$

6

# МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ЧАСТОТНОГО АНАЛІЗУ

## ■ Тест Шапіро-Уїлка

В тесті Шапіро-Уїлка відбувається перевірка нульової гіпотези:

$H_0$ : Випадковий процес, який представлено у вигляді часового ряду  $\varepsilon_t$  має нормальний розподіл.

Для часового ряду  $\varepsilon_t, t = 1, \dots, n$  обраховується статистика Шапіро-Уїлка:

$$W = \frac{1}{s^2} \left( \sum_{j=1}^k a_{n-j+1} (\varepsilon_{p-j+1} - \varepsilon_j) \right),$$

$k = \frac{n}{2}$ , якщо  $n$  – парне, і  $k = \frac{n-1}{2}$ , якщо  $n$  – непарне,

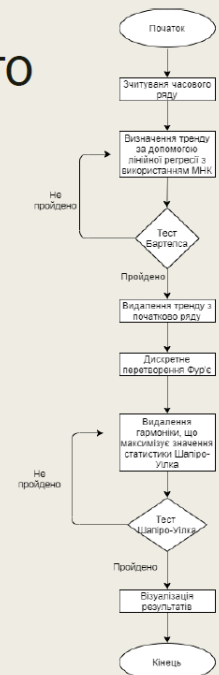
$$s^2 = \sum_{j=1}^k (\varepsilon_j - \bar{\varepsilon})^2, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j$$

7

# Загальна архітектура програмного продукту

Основні етапи роботи програми:

1. Завантаження даних в програму і їх перетворення з csv-формату.
2. Використання лінійної регресії для визначення параметрів тренда.
3. Використання прямого і зворотного перетворень Фур'є, а також тесту Шапіро-Уїлка для виділення циклічних складових часового ряду.
4. Висновок, виходячи з даних. В основному представлений у вигляді побудованих графіків і діаграм.



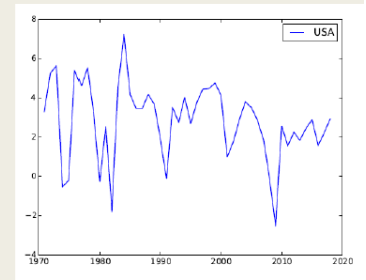
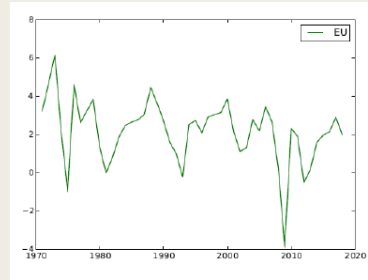
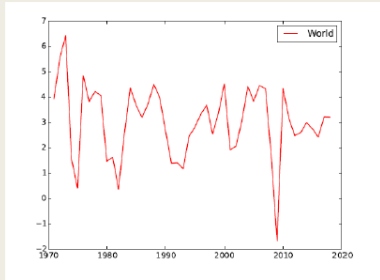
8

## Опис вхідних даних

У даній роботі аналізується часовий ряд, значеннями якого є показники зростання ВВП, причому:

$$x_t = r_t + c_t + \varepsilon_t$$

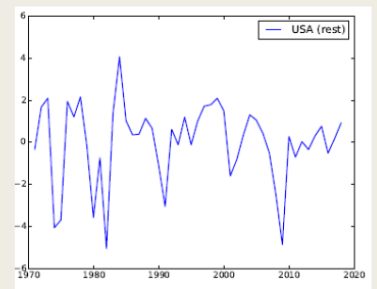
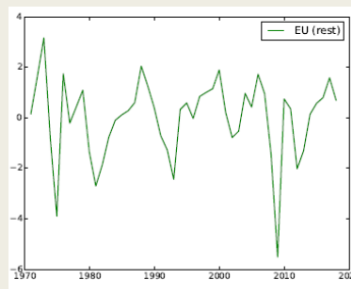
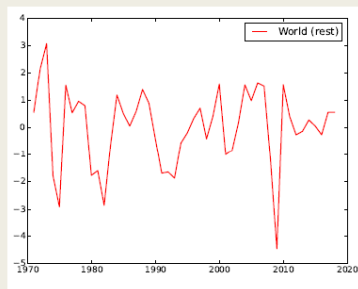
де  $r_t$  – складова тренду,  $c_t$  – циклічна складова,  $\varepsilon_t$  – випадковий процес



9

Після визначення тренду  $r_t$  досліджувався залишок часового ряду:

$c_t + \varepsilon_t$  – сума циклічної і випадкової компонент.



Для перевірки стаціонарності цього залишку часового ряду був використаний критерій Бартелса.

	B
Світ	1.3335866261398177
ЄС	1.3202344767694312
США	1.3623534520191054

При цьому критичне значення для статистики Бартелса було знайдено:

$$B_{\alpha} = 1.5324898365067925.$$

Таким чином, гіпотеза стаціонарності залишків кожного з рядів не відкидається.

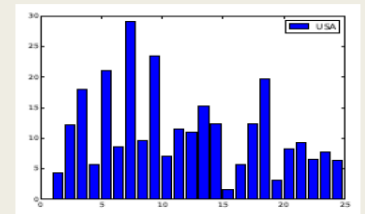
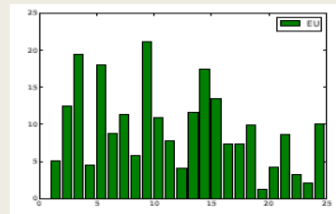
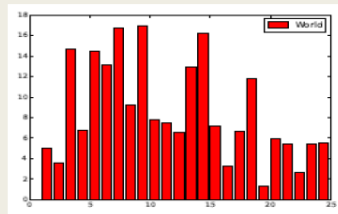
10

Циклічна компонента визначалася програмним чином за допомогою прямого і зворотного швидких перетворень Фур'є і перевірки на нормальність залишку за допомогою тесту Шапіро-Уїлкі.

Робота алгоритму проводиться за наступною схемою:

1. Обчислюється перетворення Фур'є для поточного часового ряду.
2. Знаходиться гармоніка, видалення якої з поточного часового ряду максимізує статистику Шапіро-Уїлкі.
3. Перевіряється виконання умови нормальності часового ряду, отриманого після видалення знайденої гармоніки.

На гістограмах представлені амплітуди гармонік для світового ВВП та ВВП ЄС та США.



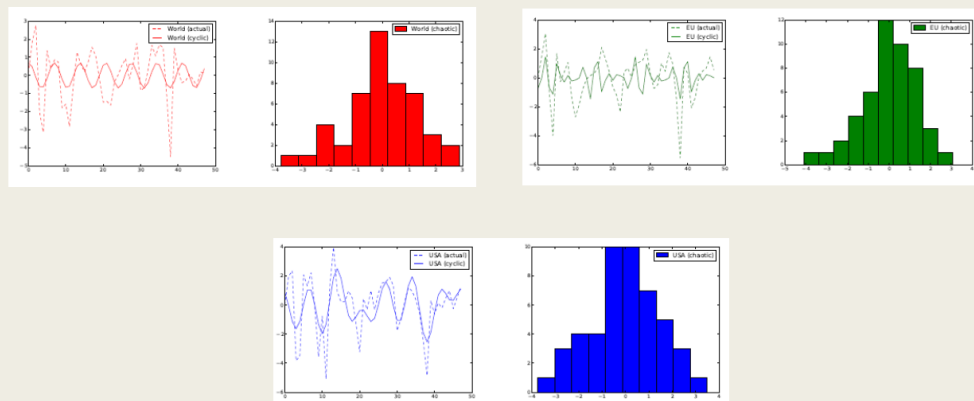
11

## Результати

ВВП	№ гармоніки	Період (рік)	Цикл	Статистика Шапіро-Уїлка	Комплексна амплітуда
Світове ВВП	8	5.875	Жюгляра	0.5976234078407288	16.595668222598377- 1.7090134578512224j
ВВП ЄС	11	4.272727	Кітчина	0.570097863674163	-4.89591325042956- 9.812743101960228j
	15	3.1333333			-17.138102479767824 +3.449809167445688j
	19	2.4736842			4.404510118970126+8.967036 88051705j
ВВП США	4	11.75	Жюгляра	0.891447961330413	11.077119338124191+14.1789 18236719111j
	6	7.83			-18.596612241942214 +10.027815493355654j
	8	5.875			29.043087452007896+2.8598 12836536478j

12

На малюнках показані знайдені циклічні складові для часових рядів світового ВВП, ВВП ЄС та ВВП США в порівнянні з аналізованим числовим рядом (ліворуч) та відповідні діаграми числових рядів для  $\varepsilon_t$  (праворуч).



13

## Висновки

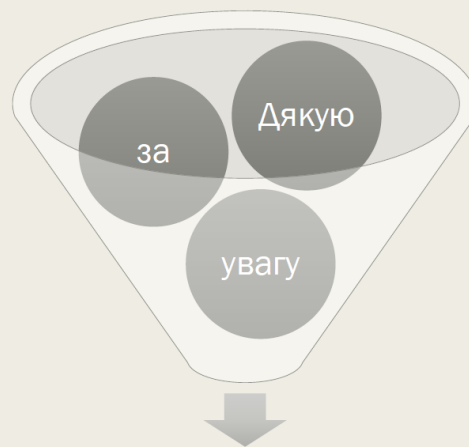
У роботі були досліджені часові ряди світового ВВП, ВВП ЄС і США. Були отримані параметри лінійної регресії тренду, частотні і амплітудні характеристики циклічних складових.

В результаті дослідження було виявлено наявність циклів Жюгляра в зростанні світового ВВП і ВВП США. У зростанні ВВП ЄС були виявлені цикли Кітчана.

Було проведено візуальне дослідження діаграм часових рядів з відповідними залишковими стохастичними складовими. Найбільше значення статистики Шапіро-Уїлка показують, що найкращі результати отримані для росту ВВП США.

Отримані результати можуть бути використані для прийняття рішень в питаннях, пов'язаних з показниками зростання світового ВВП і ВВП ЄС і США, на середньострокову перспективу.

14



Чи є у вас запитання?

15