

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ОРИНЯК АНДРІЙ ІГОРОВИЧ

УДК 539.4

**МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ КОЕФІЦІЄНТА ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ З
ВРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ ТА ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ
ТРИЩИНИ**

05.02.09 – динаміка та міцність машин

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі динаміки та міцності машин і опору матеріалів Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Крищук Микола Георгійович
Національний технічний університет України «Київський політехнічний університет імені Ігоря Сікорського»,
професор кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Чаусов Микола Георгійович
Національний університет біоресурсів та природокористування України,
професор кафедри механіки

доктор технічних наук
Тороп Василь Михайлович,
Інститут електрозварювання ім.Є.О.Патона Національної академії наук України,
завідувач відділу нових конструктивних форм зварних споруд і конструкцій № 12

Захист відбудеться “ 28 ” вересня 2021 р. о 15:00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.002.01 при Національному технічному університеті України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" за адресою: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. №1, ауд. №166.

З дисертацією можна ознайомитися у Науково-технічній бібліотеці ім. Г.І. Денисенка Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" за адресою: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37.

Автореферат розісланий “ 25 ” серпня 2021 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради
доктор технічних наук, професор



Боронко О.О.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Механіка руйнування вже давно стала технологічною наукою, інструменти якої, а саме: критерії граничного стану, методи розрахунку, експериментальні дослідження - активно використовуються, як на стадії проектування відповідальних високо навантажених конструкцій, так і на стадії їх експлуатації при діагностуванні стану та подовженні ресурсу. Одним із ключових параметрів її є так званий коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН), що описує сингулярність полів напружень та переміщень в околі тріщини. Цей параметр, по суті і започаткував виникнення лінійної механіки руйнування (ЛМР).

На перший погляд розрахунок КІН не є актуальною задачею. Аналітичні методи потужно розвивались в 60-80 роки минулого століття, інженерні методи в 80-х та 2000-х роках, а тепер існують спеціалізовані комп'ютерні програми, що часто роблять таку задачу суто технічною. Тому довідкові значення КІН, отримані різними методами, широко представлені в літературі та довідниках. На даний час відбувається потужний розвиток методів нелінійної (непружної) механіки руйнування (НМР). Проте НМР часто призводить до неоднозначних результатів у випадках складних навантажень: при наявності значних температурних і залишкових напружень; у випадку непропорційного навантаження, коли співвідношення між напруженнями механічної і деформаційної природи змінюється з часом. Тоді при аналізі розв'язків задач методами НМР потрібно проводити співставлення з результатами отриманими в рамках ЛМР. Більше того, на практиці виникають ефекти майже недосліджені в рамках ЛМР, але які можуть виявитися досить значними. Передумовою їх врахування є розроблення відповідних методів в рамках ЛМР.

В класичній механіці, для порівняно тонкостінних та довгих конструкцій уже давно є розуміння, і це вже відображено в нормативних документах, що врахування геометричної нелінійності (тобто не початкової, а деформованої геометрії тіла) може суттєво уточнити результати розрахунку напруженого стану. На жаль, подібний аналіз конструкцій з тріщинами в механіці руйнування ще не проводиться.

Інша малодосліджена задача – це тріщини неправильної геометричної форми. Реальні тріщини в конструкціях далекі від еліпса, чи його частини, як приймається в майже усій науковій та нормативній літературі. Вони можуть мати форму підкови, півмісяця, зірки та інші. Більше того, в практичних розрахунках на крихку міцність патрубка реактора в нормативній літературі передбачено моделювати форму тріщину як лунки, для якої немає розв'язків по визначенню КІН в довідниках чи літературі, і тому інженерам важко продемонструвати правильність їхніх результатів.

І, накінець, існує інший аспект проблематики інженерного застосування методів ЛМР – це наявність простих і зрозумілих алгоритмів і розв'язків задач для розрахунків деформацій і напружень в околі тріщини. Не секрет, що доступність чисельних методів привела до зменшення ролі аналітичних досліджень і розуміння суті розрахункового КІН, околу його домінантного впливу, і труднощів з вибором критеріїв. Вважаємо, що повернення до першоджерел, використання методу Вільямса (звідки майже і виникли перші напіваналітичні методи, та власне і саме поняття КІН) та запропонованих його модифікацій, - є важливою задачею для тих, хто впроваджує методи МР в інженерію.

В зв'язку з цим розробка простих аналітичних методів, важливих для розуміння проблематики розрахунку КІН, розробка аналітичних та чисельних методів для неklasичних задач лінійної механіки руйнування: а саме врахування геометрично нелінійних ефектів та аналіз тріщин неправильної форми та застосування отриманих результатів для аналізу технічного стану та подовження ресурсу конструкцій АЕС є важливими і актуальними задачами інженерної практики, що має істотне наукове і прикладне значення.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана в розвитку наукового напрямку кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», а саме – «Розробка моделей та критеріїв руйнування елементів конструкцій при складних термосилових навантаженнях з урахуванням ушкоджень». Також дослідження проведені в межах науково-дослідної роботи за номером держреєстрації 0109U004855 по оцінці технічного стану Луганської ТЕС структурної одиниці ТОВ «Востокенерго» за темою «Дослідження залишкового ресурсу паропроводів високого тиску ТЕС при довготривалій експлуатації (блоки 14,15)».

Автор є безпосереднім співвиконавцем даних робіт.

Мета і задачі досліджень – розробити чисельні і аналітичні методи розрахунку КІН для неklasичних проблем механіки руйнування, зокрема для плоских тріщин довільної форми в тривимірних тілах та для тріщин в тонкостінних конструкціях, де проявляється ефект геометричної нелінійності (ГН), застосувати отримані методики та алгоритми для вирішення практичних задач для продовження ресурсу реактора та обладнання АЕС України.

Для досягнення мети досліджень в роботі поставлені наступні задачі:

1. Провести модифікацію методу Вільямса для тіл навантажених по частині поверхні тріщини. Дослідити границі застосування даного методу, як історично першого та найпростішого напівчисельного методу.
2. Розробити аналітичний метод розрахунку КІН в трубах з довгими осьовими поверхневими тріщинами з врахуванням геометричної нелінійності в залежності від величини тиску. Отримані результати співставити з чисельними розв'язками методом скінченних елементів (МСЕ) на основі застосування комерційних пакетів програм інженерного аналізу конструкцій.
3. Побудувати чисельні моделі для розрахунку КІН та розкриття берегів тріщин в геометрично нелінійній постановці для наскрізних тріщин в залежності від величини осьової сили при малій величині внутрішнього тиску. Показати значимість ефекту ГН для реальних лабораторних експериментів.
4. Розробити універсальний напіваналітичний метод розв'язку інтегро-диференційного рівняння теорії пружності для довільної форми тріщин нормального відриву. Побудувати чисельні моделі з використанням комерційних пакетів програм на основі МСЕ та порівняти результати.
5. Створити імітаційні моделі та провести практичні розрахунки КІН в часі для елементів конструкцій АЕС для різних сценаріїв протікання аварійних ситуацій.

Об'єкт досліджень – тріщини в плоских тілах, тонкостінній циліндричній оболонці, тривимірних нескінченних тілах, елементах конструкції реакторної установки.

Предмет досліджень – КІН та розкриття берегів тріщин.

Методи досліджень – аналітичні, напіваналітичні та чисельні методи теорії пружності і механіки руйнування для розв'язання неklasичних проблем механіки з врахуванням геометричної нелінійності та довільних форм поверхневих і наскрізних тріщин конструкцій.

Наукова новизна отриманих результатів роботи полягає в наступному:

1. Вперше для рішення двовимірних задач теорії пружності з тріщиною застосовано зовнішні функції Вільямса, які не тільки покращали точність класичного методу колокацій, але і дозволили враховувати дію напружень на частині поверхні тріщини.
2. На основі аналітичного розв'язку для деформування тонкостінного кільця з початковими неправильностями форми як криволінійної балки в геометрично нелінійній (ГН) постановці та застосуванню методу зосереджених податливостей вперше отримані формули розрахунку КІН для кільця з тріщиною, що показують нелінійний ріст КІН зі збільшенням тиску.

3. Розроблено ряд чисельних моделей МСЕ для тонкостінного циліндру з наскрізною осью тріщиною, обґрунтована покрокова процедура та вибір граничних умов для отримання коректних значень КІН з залежності від поздовжнього осевого навантаження. Чисельно продемонстровано, що узагальненим параметром впливу нелінійності може бути вираз, що дорівнює добутку поздовжнього напруження на радіус труби та на корінь квадратний з безрозмірної довжини тріщини і поділений на товщину стінки.
4. Вперше запропоновано оригінальний метод чисельно-аналітичного розв'язку фундаментальної інтегро-диференційної задачі теорії пружності для тріщин довільної форми. Показано, що точність розв'язку значно покращується, якщо технічно операцію диференціювання провести аналітично, а лише потім провести чисельне інтегрування гіперсингулярного рівняння.

Практичне значення отриманих результатів полягає в наступному:

1. Модифікований метод Вільямса є більш універсальним і точним ніж оригінальний метод граничних колокацій і має велике освітнє значення для науковців.
2. Для розрахунку КІН вперше чисельно та аналітично показана важливість ефекту геометричної нелінійності при наявності неправильностей геометричної форми перерізу труби. Так для магістральних трубопроводів при робочому тиску для тріщин з відносною до товщини стінки глибиною рівною 0.4 - 0.5 врахування ГН уточнює КІН на 12-18%, а при наявності неправильності форми – в декілька разів.
3. Вперше отримані практичні результати для обчислення КІН та розкриття наскрізної тріщини з врахуванням дії поздовжніх напружень (в лінійному аналізі вони не враховуються). Вказано на практичну значимість цих результатів, особливо при застосуванні концепції «течія перед руйнуванням», та на прикладі реальних натурних експериментів труб до руйнування показано, що в окремих випадках похибка визначення КІН могла досягати 4-8%.
4. Результати досліджень тіл з тріщинами неправильної форми, застосовані при розрахунках КІН в елементах корпусу реактора та внутрішньо корпусних пристроїв (ВКП) ВВЕР-1000.
5. Матеріали дисертаційної роботи знайшли практичне впровадження на виробничому підприємстві ДП НАЕК "Енергоатом". Акт впровадження подано в додатку А рукопису дисертаційної роботи.

Особистий внесок здобувача. Роботу виконано під науковим керівництвом доктора технічних наук, професора Крищука М.Г. Основні результати, що становлять суть дисертаційної роботи, автор отримав самостійно. У публікаціях, написаних у співавторстві, здобувачеві належать формулювання завдань; розробка алгоритмів отримання систем рівнянь та їх розв'язок; розробка скінченно-елементних (СЕ) моделей, отримання відповідних результатів та їх аналіз; розробка методів чисельного інтегрування; написання частин із загальним описом елементів конструкцій; редагування статей.

Апробація результатів роботи. Основні результати дисертаційної роботи обговорювалися на чотирьох міжнародних науково-технічних конференціях "Pressure Vessels and Piping" (Париж, 2013р., Бостон 2015р., Гаваї 2017р., Прага 2018), 4-та міжнародна конференція МАГАТЕ з продовження ресурсу АЕС (Ліон, 2017), SMiRT-22 міжнародна конференція зі структурної механіки та реакторних технологій (Сан-Франциско, 2013) та двох вітчизняних конференціях: міжнародній науково-технічній конференції „Конструкційна міцність матеріалів і ресурс обладнання АЕС” (Ресурс) – 2012 Київ, 2012р., та п'ятої міжнародної конференції “Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій” Львів, 2014р.,. Повністю робота доповідалась на XX міжнародній науково-технічній конференції. “Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта” Херсон, 2019р та розширеному засіданні кафедри Динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ “КПІ імені Ігоря Сікорського” (м.Київ, 2019).

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 23 наукові праці, з них 17 статті у фахових виданнях (з яких 6 в українських виданнях, що входять до наукометричних баз даних та 11 статей у періодичних наукових виданнях інших держав, які входять до Організації економічного співробітництва та розвитку), 1 патент України та 5 тез доповідей в збірниках матеріалів конференцій.

Структура та об'єм дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається із вступу та чотирьох розділів, загальних висновків. Список літератури включає 151 джерел. Дисертаційна робота викладена на 195 сторінках друкованого тексту, включає 65 рисунків та 37 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність і мету роботи, відзначено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, коротко викладено основні результати роботи і наведено інформацію про апробацію, структуру та обсяг роботи.

У **першому розділі** проведено огляд літературних джерел присвячених визначенню КІН, який є ключовим параметром лінійної механіки руйнування, досягнення в розрахунках якого визначає прогрес механіки руйнування взагалі. Суть цього параметру добре ілюструється відомим асимптотичним розкладом Вільямса. В свій час він став основою чисельно-аналітичних методів розрахунку КІН в методі колокацій, коли невідомі коефіцієнти розкладу знаходяться шляхом задоволення граничних умов. Обговорюються інженерні методи визначення КІН, що основані на принципі суперпозиції і використовують функції впливу для заданих законів силового навантаження берегів тріщини, або вагові функції, що дозволяють знайти розв'язки задач при довільному законі навантаження шляхом інтегрування по поверхні тріщини.

Зазначено важливість і недослідженість розгляду геометрично нелінійних задач, коли в процесі навантаження зміна геометрії тіла може суттєво змінювати його напружений стан. Це звичайно стосується більш тонкостінних конструкцій, для яких напружений стан від внутрішнього тиску чи від осьових сил дуже сильно впливає на локальну зміну геометрії в околі вершини тріщини. Приведено огляд таких задач в літературі, в тому числі і без тріщини.

Сучасні вимоги до розрахунків елементів конструкцій корпусу реактора АЕС при термошоді вимагають аналізу тріщин неканонічних форм – наприклад, підповерхневої півеліптичної. Зазвичай розрахунки таких конструкцій основані на використанні МСЕ. Для демонстрації їх точності необхідно провести співставлення результатів отриманими МСЕ з чисельно-аналітичними розв'язками відповідних задач для тріщин складної форми, наприклад, плоских тріщин довільної форми в нескінченних тілах. Хоча загальна постановка такої задачі зводиться до відносно компактного інтегро-диференційного рівняння, загальні методи їх вирішення, обґрунтування їх точності все ще недостатньо висвітлені в літературі.

На основі загального аналізу вище зазначеної проблематики сформульована мета і задачі дослідження.

В другому розділі описані нові аналітичні та чисельні методи розрахунку КІН в плоских тілах.

В першому параграфі розглянуто функції Вільямса і методи розрахунку КІН на їх основі. Приведені відомі результати щодо функцій Ері в полярних координатах:

$$\varphi(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^{\frac{n}{2}}, \quad \psi(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n z^{\frac{n}{2}}, \quad (1)$$

де $a_n = \alpha_{1n} + i\beta_{1n}$; і $b_n = \alpha_{2n} + i\beta_{2n}$, - коефіцієнти. На їх основі в полярній системі координат отримані вирази для напружень σ_r , σ_θ і $\tau_{r\theta}$ (радіальні, колові та дотичні,

відповідно) та переміщень u_r , u_θ (по радіусу r , та коловій координаті θ). Зокрема, для симетричної тріщини моди I вирази для σ_r та u_r є такі:

$$\sigma_r = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{n}{2} r^{\frac{n-2}{2}} \left[-\alpha_{1n} \frac{n-6}{2} \cos \frac{n-2}{2} \theta - \alpha_{2n} \cos \frac{n+2}{2} \theta \right], \quad (2)$$

$$2Gu_r = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r^{\frac{n}{2}} \left[\alpha_{1n} \left(\kappa - \frac{n}{2} \right) \cos \frac{n-2}{2} \theta - \alpha_{2n} \cos \frac{n+2}{2} \theta \right], \quad (3)$$

де $\kappa = 3 - 4\nu$ (плоска деформація).

Кожна з функцій Вільямса є комбінацією двох розв'язків функцій Ері, отриманою з умов рівності нулю напружень σ_θ та $\tau_{r\theta}$ на берегах тріщини, що дає змогу для кожного n виразити коефіцієнт α_{2n} через α_{1n} . Звичайно розв'язки Вільямса записують тільки для додатніх n , оскільки при $r \rightarrow 0$ їх значення для від'ємних n прямують до нескінченності. Запропоновано враховувати, як додатні ($n \geq 1$), так і від'ємні ($n \leq -1$) складові, для яких введено відповідні позначення, $W_{\pm n}^{\sigma_r}$, $W_{\pm n}^{u_r}$, та ін. Наприклад, для σ_r :

$$\sigma_r = \sum_{-\infty}^{\infty} \alpha_n r^{\frac{n-2}{2}} \frac{n}{2} \left[\left(\frac{n}{2} + (-1)^n \right) \cos \frac{n+2}{2} \theta - \frac{n-6}{2} \cos \frac{n-2}{2} \theta \right] = \sum_{n=-\infty}^{-1} \alpha_{-n} W_{-n}^{\sigma_r} + \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha_n W_n^{\sigma_r} \quad (4)$$

Зауважимо, що коефіцієнт α_1 пропорційний КІН, K_I , тобто $K_I = \alpha_1 \sqrt{2\pi}$.

Як приклад, розглянуто круговий диск, на границю $R = 1$ якого виходить радіальна тріщина, вершина якої співпадає з центром кола. Контур диска є вільним, а на берега тріщини діє навантаження $\sigma_\theta|_{\theta=\pi} = 1$ і $\tau_{r\theta}|_{\theta=\pi} = 0$ (рис.1). Розв'язок отримано як сума частинного розв'язку, що дається функцією Ері (2), (3) при $n = 1$, приймаючи $\alpha_{1,n=1} = 1$ і $\alpha_{2,n=1} = 0$, та загального додатнього розв'язку Вільямса (4) з $2N$ невідомими коефіцієнтами α_n , $n \leq 2N$.



Рисунок 1 – Диск з радіальною тріщиною, Рисунок 2 – Круг з радіальною тріщиною при рівномірному навантаженні берегів навантажений на частині її поверхні тріщини

Для визначення коефіцієнтів α_n , вирази для σ_r на границі диска ($r = 1$) послідовно помножені на систему ортогональних на півколі $0 \leq \theta \leq \pi$ функцій $\cos((k-1/2)\theta)$, $k \leq N$, та проінтегровані по півколу, а вирази для $\tau_{r\theta}$ на функції $\sin((k-1/2)\theta)$. Знайдені таким чином значення K_I добре узгоджуються зі значеннями, отриманим МСЕ (табл. 1). Вже 8 членів розкладу в (4) дають досить точні значення, що свідчить про ефективність щодо використання функцій Вільямса для розв'язку краєвих задач.

Розглянуто також більш складні задачі, наприклад, прямокутне тіло з краєвою тріщиною, навантажено одиничним напруженням σ на протилежній до тріщини грані. В зв'язку з тим, що результати аналізу часто розходилися, дуже залежали від кількості ділянок інтегрування і невідомих членів розкладу, було вибрано декілька варіантів забезпечення рівності розрахункових і заданих напружень на границі. Метою розрахунків була мінімізація різниці цих величин.

Таблиця 1– КІН для круга з краєвою тріщиною з вершиною в його центрі

| N | K_I | K_I МСЕ | % |
|-----|-----------|-----------|---------------------|
| 8 | 3,17218 | | 0,0013 |
| 20 | 3,1721376 | 3,17214 | $7,5 \cdot 10^{-5}$ |

Першим варіантом було послідовне множення вказаної різниці на ортогональні функції побудовані як система косинусів і синусів від довжини границі тіла, інтегрування по довжині та прирівнювання до нуля. Другим підходом була реалізація методу найменших квадратів. Наступним підходом була нормалізація виразів для напружень по самим функціям Вільямса. Інша ідея полягала в додатковому використанні умови рівності головного вектора сил і головного моменту на вільній поверхні. Оскільки функції Вільямса записані в полярних координат, то відхилення в геометрії, що розглядається, від ідеального кола сильно впливало на точність розрахунків. Тому найгірші результати отримані для дуже короткої чи дуже довгої тріщини. Для короткої тріщини $a/t = 0.2$ отримали, що збільшення членів розкладу N спочатку зменшувало похибку визначення КІН (до 1-4% при $N < 40-50$), а потім давало розбіжні результати. Відносно стабілізуючим фактором було введення рівнянь рівноваги, проте це не змінювало загальної тенденції.

Для демонстрації доцільності використання зовнішніх функцій Вільямса розглянуто круг радіуса $R_e > 1$ з краєвою тріщиною, що має вершину в центрі круга. Берега її навантажені однорідними напруженнями на довжині $l = 1$ (рис.2). Умовно розділено круг на дві області – круг радіуса $R_0 = 1$, та доповнює кільце $R_0 \leq r \leq R_e$. В області II (рис.2) існують, як внутрішні, так і зовнішні функції Вільямса. В області I, як і раніше, використано лише внутрішні функції. Тобто отримано три набори невідомих коефіцієнтів $-\alpha_n^I, \alpha_n^{II}, \beta_n^{II}$ ($n = 1, \dots, N$) і невідоме переміщення x_0 внутрішньої області I як цілого тіла. Для задоволення умов навантаження внутрішньої області взято частинний розв'язок, що дається (2) при $n = 1$, при $\alpha_{1,n=1} = 1$ і $\alpha_{2,n=1} = 0$.

Таблиця 2 – Значення КІН для геометрії зображеної на рис.2 з використанням зовнішніх і внутрішніх функцій Вільямса, та отриманих з допомогою МСЕ

| N | $R_e = 2$ | | | $R_e = 3$ | | | $R_e = 10$ | | |
|-----|------------------|--------|------|------------------|--------|------|------------------|--------|------|
| | функцій Вільямса | МСЕ | % | функцій Вільямса | МСЕ | % | функцій Вільямса | МСЕ | % |
| 12 | 3,3765 | | | 2,7248 | | | 1,9081 | | |
| 18 | 3,3725 | 3,3738 | 0,08 | 2,7209 | 2,7223 | 0,09 | 1,9069 | 1,9074 | 0,04 |
| | | | 0,04 | | | 0,05 | | | 0,02 |

Використано умову рівності напружень і переміщень в областях I і II на колі одиничного радіусу, як на їхній спільній границі, а також рівності нулю напружень на зовнішній границі. Визначальні рівняння відносно невідомих коефіцієнтів $\alpha_n^I, \alpha_n^{II}, \beta_n^{II}$ отримано шляхом почергового множення і інтегрування граничних умов і умов спряження на систему нормальних функцій. В таблиці 2 значення K_I для $r = 2, 3, 10$ співставлено з даними, що отримані за допомогою МСЕ. Встановлено, що для таких тіл використання зовнішніх і внутрішніх функцій Вільямса є дуже ефективним.

Далі розглянуто кільце з краєвою тріщиною в ГН постановці. Використано відомий метод зосередженої податливості тріщини, запропонований Ченом і Фінні, де тріщина розглядається як зосереджена податливість (в січенні з тріщиною мають місце стрибки переміщень, Δu , і кута повороту, $\Delta \theta$); в той час як інша частина тіла розглядається як неперервно деформована балка з використанням відповідних методів.

Розподіл напружень в площині тріщини (при відсутності тріщини) представлено формально в вигляді $\sigma_q(y) = q \cdot \bar{\sigma}_q(y)$, де q це інтенсивність заданих напружень і $\bar{\sigma}_q(y)$ одиничний закон розподілу напружень. Зумовленні даними напруженнями додаткові

стрибки величин переміщень і кутів формально порушують граничні умови на краях тіла, і виникають додаткові згинальні моменти M і осьові сили N . Звичайно, стрибками величини переміщень Δu , і напруженнями від додаткових сил нехтують. Остаточо вираз для стрибка кута $\Delta\theta$ записано в вигляді:

$$\Delta\theta \cdot E' / 6\pi = (\beta_q q + \beta_M \sigma_M), \quad (5)$$

де коефіцієнти β_q і β_M є відомими функціями безрозмірної довжини тріщини $\alpha = a/t$, t – товщина стінки труби.

Розглянуто кільце з початковим відхиленням форми від круглої, навантажене внутрішнім тиском p . Для нього з врахуванням ГН отримані розв'язки як для криволінійної балки. В кожному плоскому перетині кільця діють мембранні напруження $\sigma_N = pR/t$, де R – номінальний радіус труби, і згинальні напруження $\sigma_M = 6M(\varphi)/t^2$. Відповідно до методу Чена-Фінні порушення геометрії від тріщини приводить до виникнення додаткових згинальних напружень σ_M^{add} в січенні тріщини, які визначені формулою

$$\sigma_M^{add} = -(\beta_N \sigma_N + \beta_M \sigma_M) / (Z(\bar{G}, \bar{p}) + \beta_M), \quad (6)$$

де функція $Z(\bar{G}, \bar{p})$ залежить від геометрії кільця і рівня безрозмірного тиску $\bar{p} = 12 \cdot pR^3(1 - \mu^2) / (E \cdot t^3)$. Тому результуюча величина КІН стає такою:

$$\frac{K_I}{Y_N(\alpha)\sqrt{\pi a}} = \sigma_N \left(1 - \frac{\beta_N(\alpha) \cdot Y_M(\alpha) \cdot 9t}{Y_N(\alpha) \cdot (R\lambda(\bar{p}) + 9t\beta_M(\alpha))} \right) + \sigma_M \frac{Y_M(\alpha)}{Y_N(\alpha)} \left(1 - \frac{\beta_M(\alpha) \cdot 9t}{R\lambda(\bar{p}) + 9t\beta_M(\alpha)} \right), \quad (7)$$

де Y_N , Y_M є відомими безрозмірними КІН для полоси з тріщиною від дії сили і моменту, відповідно.

Перевірочні розрахунки проведено за допомогою програмного коду ABAQUS, використовуючи його можливості ГН аналізу. Для прикладу, взято тонкостінну трубу (рис. 3), де $R = 300$, $t = 10$, безрозмірна глибина краювої внутрішньої тріщини $\alpha = 0.5$. Розглядаються три випадки початкової неправильності форми:

- а) $\beta_2 = (a - b)/t = 0$ - ідеальне кільце – ніяких додаткових згинальних напружень;
- б) $\beta_2 = 0.5$, тобто тріщина лежить на осі кільця $a = 305$, а інша вісь $b = 295$, (рис.3).

Тут згинальні напруження розкривають тріщину і збільшують КІН;

- в) $\beta_2 = -0.5$, тобто тріщина лежить на меншій осі кільця $a = 295$, вісь $b = 305$, (рис.3). Тут згинальні напруження є від'ємними і зменшують значення КІН.

З врахуванням геометричної симетрії змодельовано лише половину кільця. Побудована дискретна модель містить 13 800 СЕ, їх лінійні розміри біля вершини тріщини дорівнюють 0.007 мм.

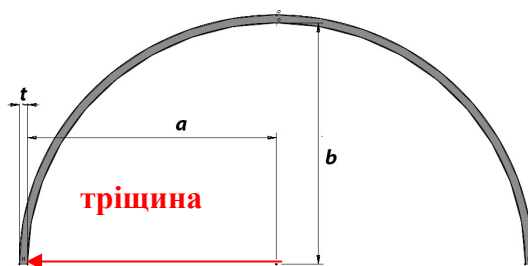


Рисунок 3 – Загальний вигляд геометрії кільця з тріщиною

Розглянуто ідеальне кільце (розрахункова схема - а). Залежність безрозмірних КІН, $Y_p(\sigma_N)$ від внутрішнього тиску, нормалізованих на значення безрозмірного КІН при дуже

малому тиску, $Y_p(\sigma_N \rightarrow 0)$, показано на рис. 4а. Аналітичні результати отримані по формулі (7) та з розрахунками МСЕ добре узгоджуються. Максимальне відхилення результатів обчислень від даних лінійного розв'язку з використанням МСЕ становить 10% і приблизно 12% для аналітичних результатів при $p = 10 \text{ MPa}$ тобто $\sigma_N = 300 \text{ MPa}$. Це є підтвердженням, як точності теоретичного підходу, так і здатності сучасних програм МСЕ проводити ГН розрахунки КІН.

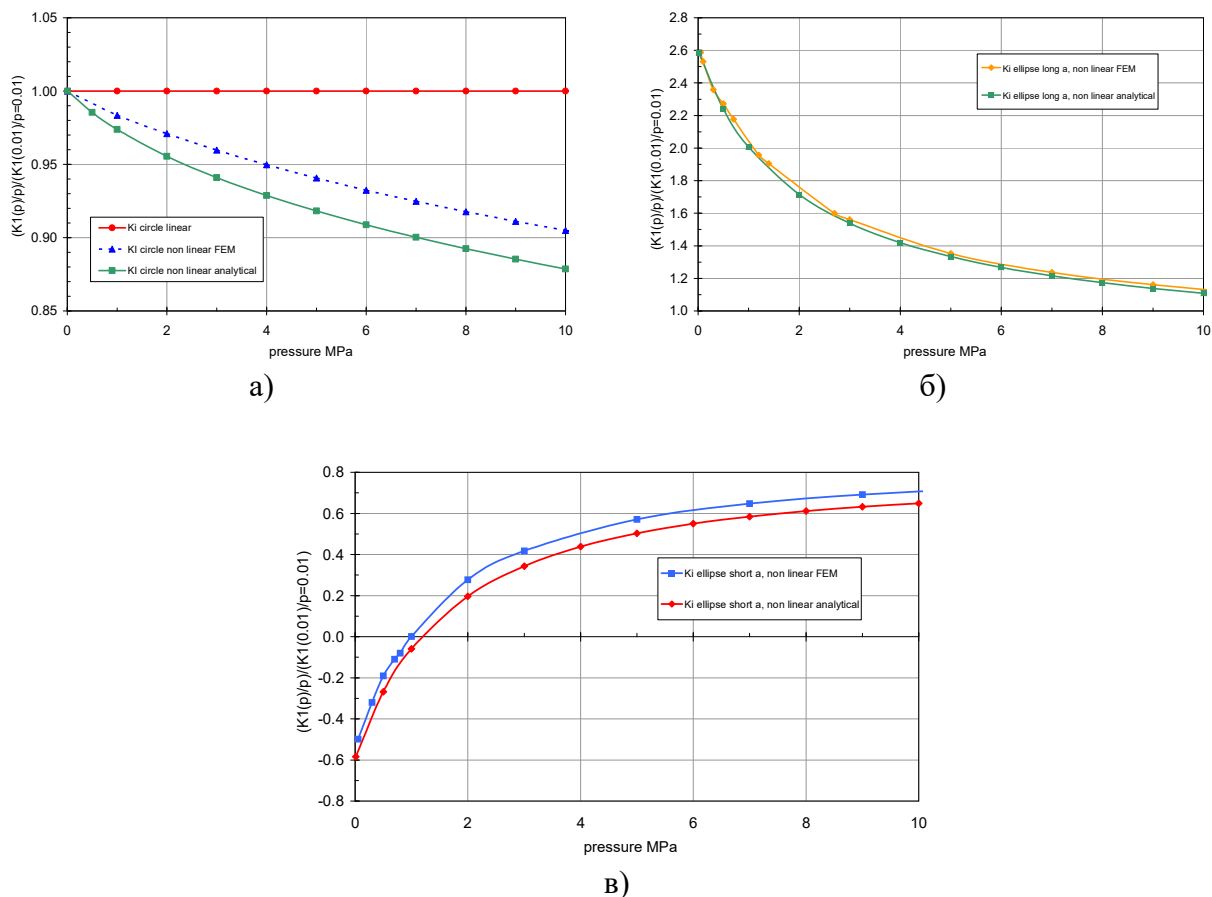


Рисунок 4 – Безрозмірні КІН: а) для ідеального кільця з тріщиною; б) для початково скривленого контура $\beta_2 = 0.5$ - згинальні напруження додатні; для скривленого контура $\beta_2 = -0.5$ - згинальні напруження від'ємні

Розглянуті кільця з початково неправильною формою (рис. 4 б,в) відповідно до розрахункових схем б) і в). Обчислені аналітично та чисельно за допомогою МСЕ залежності безрозмірних КІН $Y_p(\beta_2 = 0.5, \sigma_N)$, $Y_p(\beta_2 = -0.5, \sigma_N)$, нормалізовані на початкове значення для ідеального кільця $Y_p(\beta_2 = 0, \sigma_N \rightarrow 0)$ приведені відповідно на рис.4б та рис.4в. Отримано хорошу відповідність аналітичних та результатів на основі МСЕ. В цілому ефект ГН є дуже значним, особливо при наявності початкових неправильностей геометрії кільця.

В третьому розділі розглянуто задачі визначення КІН для тріщин в трьохвимірних тілах, а саме наскрізна осьова тріщина в циліндрі в ГН постановці та плоска тріщина довільної форми в нескінченному тілі.

Аналіз осьових наскрізних тріщин є ключовим для застосування концепції “течія перед руйнуванням” для трубопроводів в атомній промисловості. На основі даних чисельного ГН моделювання МСЕ досліджено вплив величини поздовжніх напружень в трубопроводі АЕС на значення КІН від малого внутрішнього тиску.

Враховуючи симетрію тіла, в СЕ моделі розглянуто лише 1/4 частини труби. Щоб ліквідувати вплив граничних умов на поведінку тріщини, півдовжину труби вибрано в 8-10 разів довшою, ніж півдовжина тріщини. На рис. 5 зображена СЕ модель труби в околі тріщини, із застосуванням 8-ми вузлових С3D8R СЕ в програмному коді АВАQUS. Число СЕ по товщині стінки взято рівним 10. Це забезпечило задовільну збіжність результатів розрахунків, в тому числі розподілення величин КІН по радіальній координаті. Для обчислення КІН використано контурні величини J -інтеграла. Починаючи з 5-го контуру значення вже не змінювались і вибирались для представлення результатів.

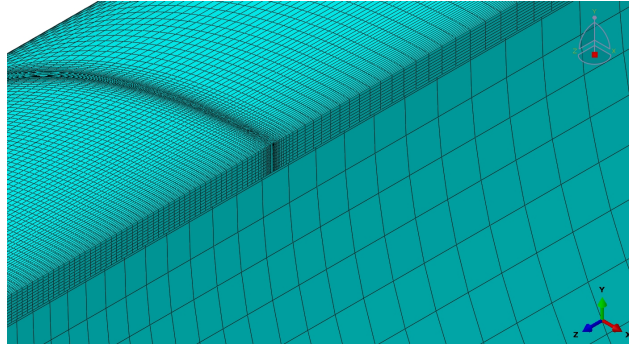


Рисунок 5 –Фрагмент зображення СЕ моделі біля вершини тріщини

Проведено порівняння отриманих КІН з літературними даними, зокрема з відомим стандартом АРІ 579. В таблиці 3 приведено дані розрахунків КІН ($\text{МПа}\sqrt{\text{м}}$) для труби з відношенням внутрішнього радіуса, R_i , до товщини стінки t , $R_i/t = 20$, при тиску $p=1$ МПа і довжині тріщини $c=17.89$.

Таблиця 3 – Результати КІН для труби $R_i/t=20$, довжина тріщини $c=17.89$

| | АРІ 579 | МСЕ |
|-------------------------|---------|--------|
| Внутрішня точка тріщини | 652.03 | 643.79 |
| Зовнішня точка тріщини | 512.63 | 509.98 |

Спосіб прикладення осьової сили є дуже суттєвим для отримання коректних результатів. Якщо прикладати осьову силу як рівномірно розподілену по круговій координаті, то при великих напруженнях це може призвести до втрати стійкості. Це пов'язано з тим, що через наявність тріщини край труби незначно повертається, і осьова сила дає глобальну поперечну реакцію, що і спричинює втрату стійкості. Тому осьова сила прикладається через рівномірні в осьовому напрямку переміщення всіх точок кінцевого січення.

Розглянуто чотири варіанти труб відношенням радіуса до товщини стінки $R/t=20$, $R/t=30$, $R/t=40$, $R/t=50$. Для кожної геометрії труби взято чотири різних довжини тріщини. Загалом побудовано $4 \times 4 = 16$ моделей труби з тріщинами, а також одна додаткова модель для $R/t=50$ і $\lambda = 3$. Результати ГН обчислень представлено як відносна різниця між лінійним КІН, (SIF) і ГН розв'язком для КІН, (SIF_{GN}), аналогічно і для зміни розкриття тріщини, (COD), Δ_U % :

$$\Delta_S = \frac{SIF - SIF_{GN}}{SIF}, \quad \Delta_U = \frac{COD - COD_{GN}}{COD} \quad (8)$$

На графіках (рис.6) показані зміни величин КІН і COD

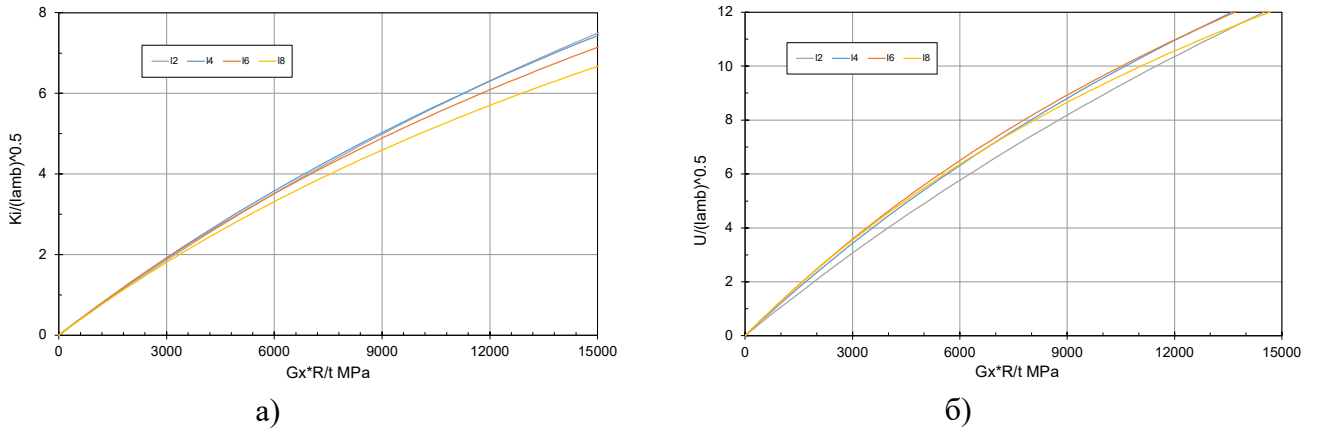


Рисунок 6 – Узагальнений графік зміни параметрів MP, для наскрізної тріщини в циліндрі з $R/t = 30$, спричинених ГН: а) SIF Δ_s %. б) Δ_U %, COD

Аналогічні і майже ідентичні по величинам графіки зміни КІН і Δ_U % отримано для інших співвідношень R/t . Тому в першому наближенні достатньо побудувати і аналітично описати лише один графік Δ_s від осевих напружень. Те ж саме можна сказати про залежність Δ_U за виключенням малих величин λ . Такі зручні результати можуть стати поштовхом до майбутніх теоретичних досліджень. Як перше наближення, запропоновано наступні емпіричні формули, які отримані за допомогою методу найменших квадратів:

$$\Delta_s = \sqrt{\lambda} A_1 \cdot ((1 - c_1 \exp(-\beta_1 x)) - (1 - c_1) \exp(-2\beta_1 x)), \quad (9)$$

де позначення є такими: $A_1 = 11.46$, $\beta_1 = 1.98 \cdot 10^{-5}$, $c_1 = -0.937$, $x = \sigma_x R/t$. Подібним чином отримано формулу для COD - Δ_U %, те ж в процентах:

$$\Delta_U = \sqrt{\lambda} A_2 \cdot ((1 - c_2 \exp(-\beta_2 x)) - (1 - c_2) \exp(-2\beta_2 x)), \quad (10)$$

де константи дорівнюють: $A_2 = 13.902$, $\beta_2 = 2.18 \cdot 10^{-5}$, $c_2 = -2.232$.

Похибка апроксимації чисельних даних вказаними формулами складає 2% для додатніх значень x : $0 \leq x \leq 120000$. Показано, що ефект ГН більше виражений для тонкостінних труб; - для типових значень σ_x , що наближаються до 150 МПа і для $R/t > 30$ різниця між лінійними і ГН значеннями КІН може досягати величини 5-10%, що є значним для практики.

Для плоскої тріщини моди I складної форми в нескінченному ізотропному тілі, задача зводиться до розв'язку відомого інтегро-диференційного рівняння:

$$-p(x, y) \frac{4\pi(1 - \nu^2)}{E} = I(x, y) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \iint_{(S)} \frac{U(\xi, \eta) d\xi d\eta}{R^*(x, \xi, y, \eta)}, \quad (11)$$

де S є площа плоскої тріщини довільної форми, (x, y) та (ξ, η) - декартові координати з центром в точці O (рис.7); $p(x, y)$ - нормальні до поверхні тріщини напруження, $U(\xi, \eta)$ - переміщення точок поверхні тріщини, R^* - відстань від точки приложення сили до точки поверхні тріщини - $R^* = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$, E - модуль пружності, ν коефіцієнт Пуасона.

Функцію переміщень для чисельно-аналітичного розв'язку (11) вибрано в вигляді степеневого ряду по $\xi^i \eta^j$, де сума степенів $i + j$, обмежена величиною J :

$$U(\xi, \eta) = \Omega \cdot \sum_{i+j \leq J} A_{ij} \xi^i \eta^j, \quad (12)$$

де Ω - функція форми, що забезпечує відому сингулярність, а всього членів ряду $N = 1 + 2 + \dots + (j+1) = (j+2)(j+1)/2$. Тоді для кожного фіксованого значення комбінації (i, j) покладено, що $A_{ij} = 1$, а всі інші значення $A_{lm} = 0$.

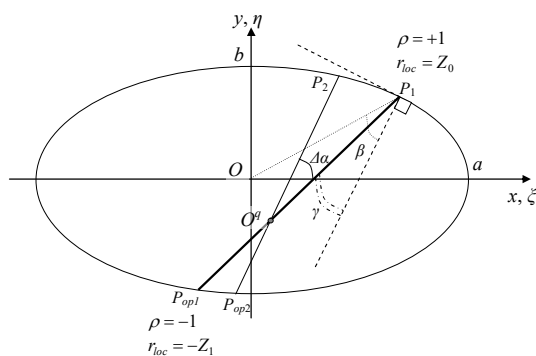


Рисунок 7 – Системи координат та ілюстрація для процедури інтегрування

В результаті виконання чисельних операцій для (10) знайдено в кожній точці (x, y) величини $p(x, y)$. Шляхом апроксимації результатів обчислень отримано:

$$p(x, y) = \sum_{m+n \leq J} B_{mn}^{ij} x^m y^n, \quad (13)$$

що в матричній формі представлено як

$$(\vec{P}) = [B](\vec{U}) \quad \text{або} \quad (U) = [B]^{-1}(\vec{P}), \quad (14)$$

де розмірність вектор-стовпчиків $(\vec{P}), (\vec{U})$ дорівнює N , а розмірність матриць $[B], [B]^{-1}$ є N^2 . Метою розв'язку було знаходження коефіцієнтів оберненої матриці $[B]^{-1}$, яка дозволяє знайти поле переміщень (розкриття) тріщини при довільному навантаженні її поверхні. Якщо переміщення берегів тріщини $U(\xi, \eta)$ відомі і представлені в аналітичному вигляді, тоді величина КІН в довільній точці контуру тріщини θ визначається з відомого граничного переходу:

$$K_I(\theta) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{E}{1-\mu^2} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{U(r, \varphi)}{\sqrt{\Delta}}, \quad (15)$$

де Δ є найкоротша відстань між точкою фронту тріщини з координатою $\varphi = \theta$ і розглядуваною точкою поверхні тріщини.

Для чисельного обчислення виразів типу (11) запропоновано два підходи. Перший, класичний підхід, коли спочатку аналітично проводиться операція диференціювання, після чого технічно задача зводиться до чисельного інтегрування наступного гіперсингулярного рівняння:

$$I(x, y) = \iint_{(s)} \frac{U(\xi, \eta) d\xi d\eta}{R^{*3}(x, \xi, y, \eta)} \quad (16)$$

та аналітичного опису отриманих дискретних значень.

Другий - прямий підхід, що оснований на інтегруванні виразів типу (11), аналітичному описі отриманих розподілів і наступним диференціюванням отриманих значень.

Проведено дослідження впливу вибору функції форми, $(\Phi\Phi)$ Ω на точність значень КІН. В роботі розглянуто її три різні варіанти, що забезпечують необхідну асимптотику поля переміщень:

1) Класична $\Phi\Phi$ - $\Omega_1 = \sqrt{1-r^2/R^2}$, де r - радіальна координата точки поверхні тріщини, що відраховується від умовного центру тріщини O , а R - радіальна координата відповідної точки контура, що лежить на лінії, що з'єднує точку r і умовний центр (рис.7).

2) Мультиплікативна $\Phi\Phi$, де Ω_2 залежить від усіх сторін фронту тріщини і представлена як добуток прямолінійних відрізків. Якщо, наприклад, фронт тріщини є

полігон зі сторонами представленими рівняннями виду $a_i x + b_i y + c_i = 0$, то ФФ є наступною: $\Omega_2 = \prod_i \sqrt{|a_i \xi + b_i \eta + c_i| / \sqrt{a_i^2 + b_i^2}}$.

3) Універсальна ФФ запропонована Уром і Бернсом в виразі для універсальної вагової функції, тобто: $\Omega_3(\xi, \eta) = \left(\oint_{\Gamma} 1/l^2(\xi, \eta) d\Gamma \right)^{-1}$, де Γ – контур тріщини, l – відстань від точки контуру до розглядуваної точки поверхні (ξ, η) .

Таким чином, технічно задача зведена до чисельного інтегрування (11) для кожного закону розподілу переміщень виду $U(\xi, \eta) = \Omega \cdot 1 \cdot \xi^i \eta^j$.

Координатна система підінтегрального виразу замінена на локальну полярну систему координат, центр якої пов'язаний з розглядуваною точкою x, y , тобто вводиться полярна система координат (r_{loc}, α) :

$$\xi - x = r_{loc} \cos \alpha \quad \eta - y = r_{loc} \sin \alpha, \quad (17)$$

а елемент площі записується як:

$$dS = d\xi d\eta = r_{loc} d\alpha dr_{loc} \quad (18)$$

Математично r_{loc} дорівнює R^* . Така рівність дозволяє зменшити степінь сингулярності. В нових координатах вирази типу (12) та (16) мають такий вигляд:

$$\omega(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-Z_1(\alpha)}^{Z_0(\alpha)} \Omega(\xi, \eta) \xi^i \eta^j dr_{loc} d\alpha, \quad (19)$$

$$I(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-Z_1(\alpha)}^{Z_0(\alpha)} \frac{\Omega(\xi, \eta) \xi^i \eta^j}{r_{loc}^2} dr_{loc} d\alpha, \quad (20)$$

де для кожного кута α величина r_{loc} змінюється від $-Z_1(\alpha)$ до $Z_0(\alpha)$ (рис.7).

Аналітично апроксимуючи значення підінтегральних функцій поліномами, розв'язок зведено до безпосереднього аналітичного інтегрування функцій виду (19):

$$\int_{-Z_1}^{Z_0} \Omega(\xi, \eta) \xi^i \eta^j dr_{loc} = l \int_{-1}^1 \sqrt{1-\rho^2} f(\rho) d\rho \quad (21)$$

$$\int_{-Z_1}^{Z_0} \frac{\Omega(\xi, \eta) \xi^i \eta^j}{r_{loc}^2} dr_{loc} = \frac{1}{l} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-\rho^2} f(\rho)}{(\rho - \rho_0)^2} d\rho \quad (22)$$

Для підінтегрального виразу типу (21), тобто $\sqrt{1-\rho^2} \rho^v$, розв'язком є добре відомі відповідні рекурентні формули. Вираз (22) містить в собі гіперсингулярну компоненту, яка може бути проінтегрована лише в скінченно-частинному сенсі (*finite part sense*). Для знаходження інтегралу (21) використані поліноми Чебишева другого роду.

Для перевірки точності методу розглянуто такі задачі: еліптична і кругова тріщини, кругова тріщина зі зміщеним центром координат, квадратна тріщина. Показано, що гіперсингулярний метод дає таку максимальну точність, яку в принципі теоретично може дати обмежений ряд, причому найбільш ефективним є вибір функції форми у вигляді Ура-Бернса. Нижче наведено деякі результати для півкругової тріщини.

Подібно до квадратної, півкругова тріщина також містить кутові точки, де існує інша сингулярність поведінки поля напружень. Використано дві ФФ для COD, і нижче приведені відповідні функції для півкругової тріщини ($a \equiv R$):

$$\Omega_2 = \sqrt{1-r/R} \sqrt{y/a}, \quad (23)$$

$$\Omega_3 = \frac{y/a}{\sqrt{\frac{2a^2 y/a}{a^2 - x^2 - y^2} \left(\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{2ya}{a^2 - x^2 - y^2}\right) \right) + \arctan \frac{a+x}{y} + \arctan \frac{a-x}{y}}}. \quad (24)$$

Результати обчислення КІН приведені на рис.8.

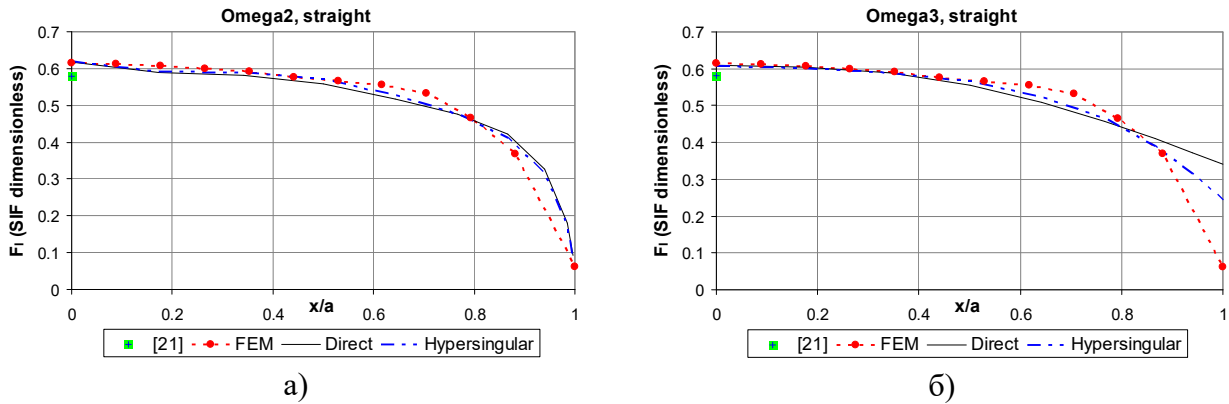


Рисунок 9 – Пів окружна тріщина, прямолінійна частина контуру. а) ФФ в вигляді Ω_2 ; б) ФФ в вигляді Ω_3

Точність ФФ Ω_2 є задовільною, проте найкращі результати отримуються при застосуванні функції Ура-Бернса. Класичний підхід краще узгоджується з результатами інших авторів.

В четвертому розділі наведено результати розрахунку елементів реакторної установки ВВЕР-1000 на крихку міцність, що визначається виконанням нерівності:

$$K_1(T) < K_{1C}(T), \quad (25)$$

де $K_{1C}(T)$ - відповідна характеристика матеріалу, T - температура. Розрахунки проведені відповідно до норм діючих документів, що регламентують пружно-пластичний аналіз напружено - деформованого стану в поєднанні з методами нелінійної механіки руйнування (НМР), на основі використання методів J -інтеграла. Разом з тим, при його розрахунку виникає багато проблем пов'язаних: з врахуванням залишкових і температурних напружень; з виникненням пластичних зон навколо тріщини; та з наступним розвантаженням при зменшенні величин зовнішніх сил. Тому, для перевірки результатів, обов'язково треба проводити лінійні розрахунки КІН.

В першому параграфі розглядається крихка міцність корпусу реактора, для типів тріщин показаних на рис.10. Для розрахунку КІН обрано декілька представницьких аварійних сценаріїв, що призводять до теплового удару на корпус реактора (КР), і як наслідок, виникають великі градієнти температур та напружень. Щоб мати змогу оцінити крихку міцність наплавлення обрано тріщину, що проникає в наплавлення на 1 мм.

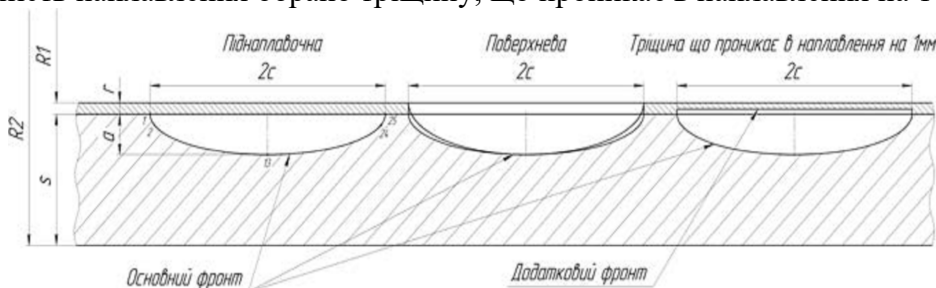


Рисунок 10 - Типи розрахункових тріщин

При розрахунках використовувалась технологія «Submodeling», тобто спочатку розраховувалась «глобальна модель» КР (рис.11а) для визначення полів температур та напружень, а потім на більш детальній «локальній підмоделі» (рис.11б) розраховувались

значення J -інтегралу по фронту тріщини. При цьому граничні умови для локальної підмоделі визначаються з розв'язку задачі для глобальної моделі.

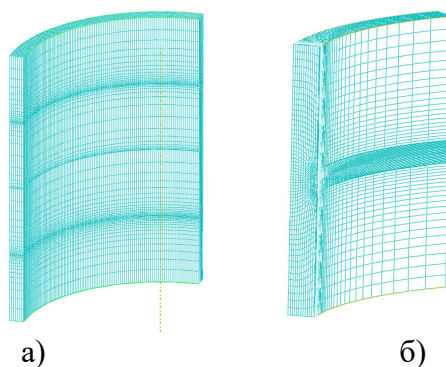


Рисунок 11 - SE сітка для глобальної моделі (а) та підмоделі (б)

Узагальнюючи чисельні результати, відмічено значну їх залежність від ступеня дискретизації моделі КР та необхідність доведення збіжності результатів на різних по густині SE сітках. Продемонстровано слабку збіжність результатів по контурах інтегрування на ділянці розвантаження. Натомість такі недоліки не притаманні ЛМР, що дає зрозумілі результати, що легко перевірити, та які не залежать від історії навантаження.

Результати проведених розрахунків наведені у таблиці 4, як приклад, для одного аварійного режиму LOCA 4.2.2, підмодель активної зони. Для порівняння у таблиці 4 представлені результати розрахунку КІН на вбудованих моделях тріщин в МСЕ для всіх типів тріщин для пружного (ЛМР) та непружного (НМР) аналізу, а також лінійні значення КІН отримані методом вагових функцій (МВФ).

Таблиця 4 – Максимальні значення КІН МПа/м для різних типів тріщин

| Тип тріщини (рис.10) | | Точка №1 | | Точка №13 | |
|--------------------------------|------|----------|-------|-----------|--------|
| | | | МВФ | | МВФ |
| Поверхнева | ЛМР | 77.55 | 69.64 | 108.92 | 103.76 |
| | НЛМР | 67.89 | - | 101.72 | - |
| Заведена на 1 мм в наплавлення | ЛМР | 40.93 | - | 69.43 | - |
| | НЛМР | 66.37 | - | 89.62 | - |
| Піднаплавочна | ЛМР | 26.63 | 23.19 | 65.91 | 67.90 |
| | НЛМР | 41.28 | - | 83.29 | - |

Метод коефіцієнтів впливу при лінійному аналізі та на основі вбудованої моделі тріщини для проведення пружнопластичного нелінійного аналізу впродовж усієї історії навантаження використано при розрахунку на крихку міцність патрубку ДУ-850 реактора ВВЕР-1000 з постульованою тріщиною форми лунки, що навантажена внутрішнім тиском, моментами згину (від основного циркуляційного контуру) та полем температур. Геометрія патрубка ДУ-850 з наплавленням товщиною 9 мм показана на розробленій моделі (рис.12).

В методі функцій впливу використано принцип суперпозиції. Відповідно до нього, спочатку для тіла без тріщини на площині тріщини визначали величини нормальних напружень від дії експлуатаційних навантажень конструкції, які в подальшому розрахунку КІН прикладали до поверхні тріщини. Для обчислення КІН створено два вида SE моделей:

а) дві базові (локальні) моделі з вбудованими тріщинами для розрахунку КІН (коефіцієнтів впливу) від вибраних одиничних законів навантаження на поверхні тріщини;

б) дві глобальні моделі (частина КР) без тріщини, де розташовані 120 точок в площині тріщини, де визначаються значення напружень від дії внутрішнього тиску, температури та залишкових напружень.

Для розрахунку величин КІН вздовж контуру тріщини для заданих базових законів розробленої SE моделі (рис.12) двох патрубкових зон з тріщиною глибиною 44,25 мм. Для вхідних та вихідних патрубків співвідношення півосей еліпса відповідно складало

$a/b = 0.3$ та $a/b = 0.7$. Базова модель з вбудованою тріщиною зі співвідношенням півосей $a/b = 0.3$ складається з 216904 вузлів та 205800 8-ми вузлових елементів типу C3D8R. Базова модель з вбудованою тріщиною з співвідношенням півосей $a/b = 0.7$ складається з 232104 вузлів та 220425 елементів типу C3D8R. Уточнена модель з більш згущеною сіткою до 263100 елементів типу C3D8R та 276032 вузлів розроблена для перевірки точності розрахунків КІН з використанням базової моделі

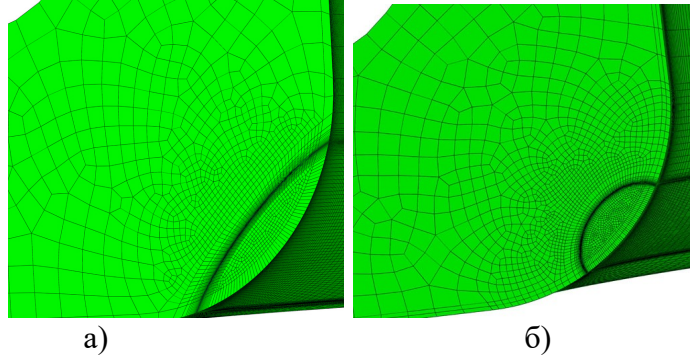


Рисунок 12 – SE модель патрубкової зони з вбудованою тріщиною із співвідношенням осей $a/b = 0.3$ (а) та $a/b = 0.7$ (б)

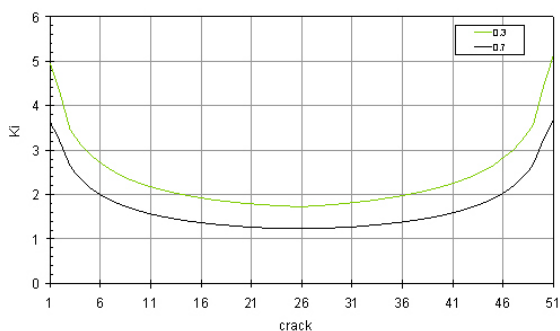
У розрахунках КІН патрубкової зони введена локальна система координат, що лежить в площині тріщини. Базис координатної системи розташований в центрі округлення зони патрубка. Одна вісь y перпендикулярна округленню патрубка, друга x – тангенціальна. Фронт тріщини складається з 51 точки, КІН обчислюється в кожній з них.

Для апроксимації довільного навантаження поверхні тріщини прийнято вісім базових законів розподілу напружень, що наведені в таблиці 5. Перші два закони є локальним, тобто змінюються уздовж координатних осей тільки в зоні наплавлення. Решта шість неперервні, тобто діють на всій поверхні тріщини.

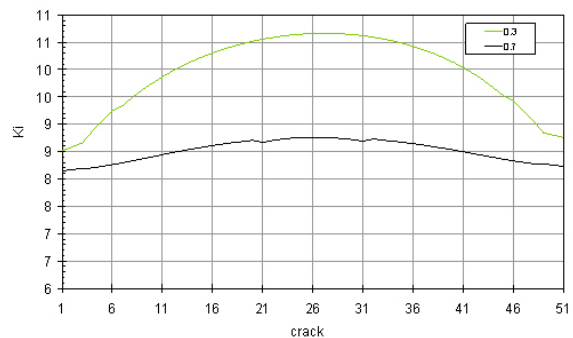
Для обґрунтування адекватних розмірів SE сітки проведено ряд розв'язків тестових задач по визначенню величин КІН зі зменшеними розмірами SE на різних контурах інтегрування. Показано що похибка розрахунку КІН менша 0,04%. Для кожного із законів навантаження, отримані табульовані значення КІН, $Y_n(j)$, в усіх $j \leq 51$ точках контуру (рис.13).

Таблиця 5 – Базові одиничні закони навантаження

| № закону, n | навантаження | № закону, n | навантаження |
|---------------|-------------------------------------|---------------|------------------------------|
| 1 | $\sigma = 1$ (тільки наплавлення) | 5 | $\sigma = x/b$ |
| 2 | $\sigma = x/b$ (тільки наплавлення) | 6 | $\sigma = (y/a)^2$ |
| 3 | $\sigma = 1$ | 7 | $\sigma = (y/a) \cdot (x/b)$ |
| 4 | $\sigma = y/a$ | 8 | $\sigma = (x/b)^2$ |



а)



б)

Рисунок 13 – КІН в точках контуру інтегрування для навантаження по закону 1(а) та закону 3 (б)

При застосуванні методу функцій впливу в 120-ти точках поверхні тріщини визначено поле напружень та за допомогою методу найменших квадратів розраховано коефіцієнти A_n базових законів розподілу напружень. Апроксимовані значення величин напружень σ^A отримано у вигляді:

$$\sigma^A(x; y) = \sum_{n=1}^8 A_n \cdot \sigma_n^B(x; y), \quad n = 1, \dots, 8, \quad (26)$$

де σ_n^B - значення напружень за базовими законами (табл. 5). Величини КІН знайдено як:

$$K_I(j) = \sum_{n=1}^8 A_n \cdot Y_n(j), \quad (27)$$

де $Y_n(j)$ отримані вище значення функцій впливу в точках контуру, j (рис.13).

Вихідними параметрами для навантаження патрубку є коефіцієнт теплопередачі, температура і тиск в кожний момент часу. Ці параметри визначалися окремо в розрахунковому коді RELAP та використовувалися для розрахунку напружень і КІН.

Пружно-пластичний аналіз проведено на основі вбудованої моделі тріщини. Створена 3-D геометрична модель симетричної частини патрубкової зони КР має такі розміри: висота - 4600 мм; довжина (кут) по колу корпусу реактора - 90 градусів. Модель складається з патрубка Ду850 і приєднаної до нього трубного блоку ГЦТ (головний циркуляційний трубопровід) довжиною 500мм. Постульовані тріщини для всіх аварійних режимів завжди повинні знаходитися в зоні «холодного язика».

Для оцінки точності обчислення J -інтеграла в наведеній розрахунковій схемі розроблено за допомогою програмного коду ABAQUS три дискретні моделі патрубкової зони КР з різним ступенем згущенням сітки SE: груба - з 152855 вузлами; розрахункова - з 215449 вузлами (рис.14) і покращена, що утворена 296665 вузлами. Сітка SE в дискретних моделях патрубкової зони КР складається з 10-ти вузлових тетраедрів C3D10 та 20-ти вузлових гексаедрів C3D20. Зона тріщини змодельована за допомогою 20-ти вузлових гексаедрів C3D20 так, як саме цей тип SE-створений для визначення J -інтегралу.

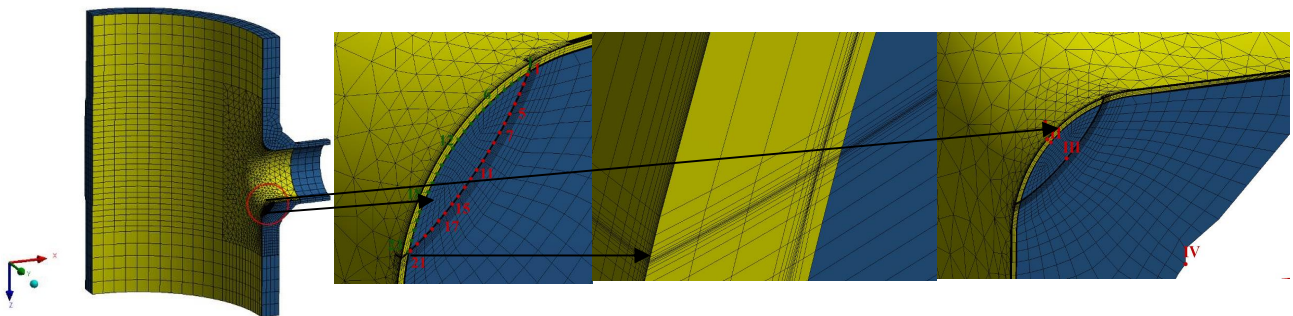


Рис. 14. Розрахункова сітка SE патрубкової зони

Сірим кольором на рис.14 показано наплавлення, темно сірим – основний метал КР. Довжина SE вздовж фронту тріщини не перевищує 10.9 мм. Розміри SE в перпендикулярному до площини тріщини напрямку складають 0,018мм. В радіальному напрямку - 0,011 мм для елементів першого шару і 0,5мм для елементів десятого (розрахункового) шару.

Для оцінки J -інтеграла в розробленій основній розрахунковій моделі КР побудовано 10 контурів навколо фронту тріщини патрубка, в покращеній - 16 контурів, в грубій - 5 контурів. Контур №10 основної розрахункової моделі збігається по дистанції з контуром №16 покращеною і контуром №5 грубої моделей. У таблиці 6 наведені розрахункові величини J -інтеграла по зазначених контурах для моменту часу 3334.79 с, коли J -інтеграл досягає максимального значення в основному металі і для моменту часу

4480.84 с, коли J -інтеграл досягає максимального значення в наплавленні. Ці і нижче дані наведені для розрахункового режиму ЛОКА 7.2

Таблиця 6 – Значення J -інтегралу

| № контура | розрахункова | | | покращена | | | груба |
|------------------------------------|--------------|--------|--------|-----------|--------|--------|--------|
| | 5 | 7 | 10 | 7 | 10 | 16 | 5 |
| Основний метал ($t=3334.79$ с) | 110.12 | 110.89 | 110.98 | 110.57 | 111.08 | 111.01 | 110.34 |
| наплавлення ($t=3334.79$ с) | 39.31 | 39.33 | 38.95 | 39.33 | 39.26 | 39.23 | 40.43 |
| наплавлення ($t=4480.84$ с) | 168.21 | 163.77 | 160.44 | 164.32 | 163.59 | 162.94 | 175.48 |

За результатом обчислень, контур №7 розрахункової сітки, відрізняється від контуру №16 покращеної сітки менш, ніж на 1%. Це дало право стверджувати, що основна розрахункова модель більше ніж задовольняє вимогам, що необхідні до оцінки точності інженерних розрахунків. Збіжність величин J -інтегралу для контурів розрахункових моделей по фронту тріщини в момент часу 3334.79 с показана на рис.15.

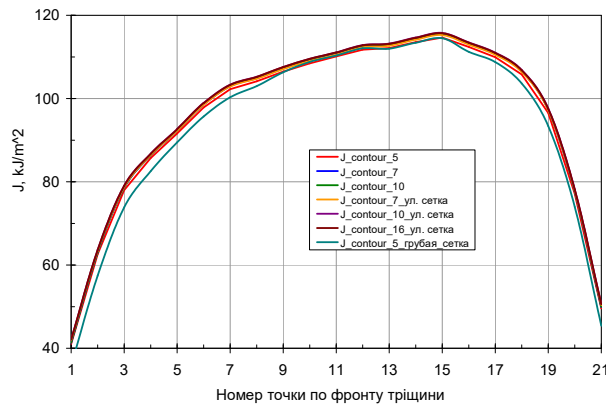


Рисунок 15 – Значення J -інтегралу по фронту тріщини в момент часу 3334.79 с

Як приклад, на рис.16 показано залежності КІН від температури для точок по фронту тріщини. Такі графіки дозволили знайти реальний температурний запас крихкої міцності патрубкової зони КР.

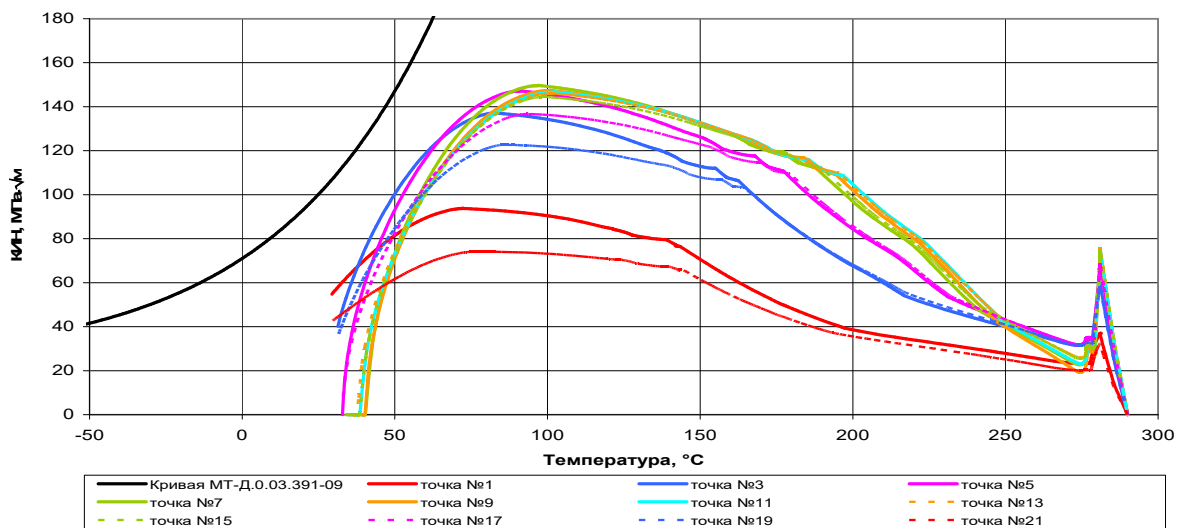


Рисунок 16 – Температурна залежність КІН для різних точок контура

Практичне застосування розроблених методів показано у проведених розрахунках вигородки корпусу АЕС на опір крихкому руйнуванню (ОКР). Основним фактором навантаження таких конструкцій є прогресуюча формозміна, визвана радіаційним

розпуханням матеріалу, що приводить до виникнення суттєвих напружень у вигородці. Для розрахунку на ОКР розглядається прогноз прогресуючої формозміни на планований понад проектний термін експлуатації 40 років і на 60 років.

На підставі аналізу напружено-деформованого стану вигородки обрано 3 зони постулювання тріщин. На рис.17 представлена зона 1, де схематично показано місце гіпотетичної тріщин. Внутрішня поверхня вигородки, характеризується найбільшими значеннями величин розпухання, додатніх напружень і максимальною деградацією матеріалу під впливом флюенса швидких нейтронів. Відзначимо, що з практичної точки зору навіть миттєве зростання (руйнування) тріщини в цій зоні не є критичним, тому що тріщина при руйнуванні буде рости в довжину, в сторону найбільших напружень, що розтягують, а не в глибину, в сторону стискаючих напружень. При цьому в процесі росту тріщини напруження будуть перерозподілятися, що сприяє уповільненню тріщини. Крім того, в даному перетині (рис.17) є ще два шари металу: між каналами і між зовнішнім каналом і зовнішньою поверхнею вигородки, тобто зростання тріщини в цій зоні не призведе до порушення несучої здатності та цілісності вигородки в цілому.

Постулюються поверхневі чверть еліптичні тріщини. Відповідно до нормативних вимог максимальна розрахункова глибина тріщини дорівнює $a/c=0,25s$ (s – товщина металу в місці тріщини), а співвідношення півосей $a/c = 2/3$.

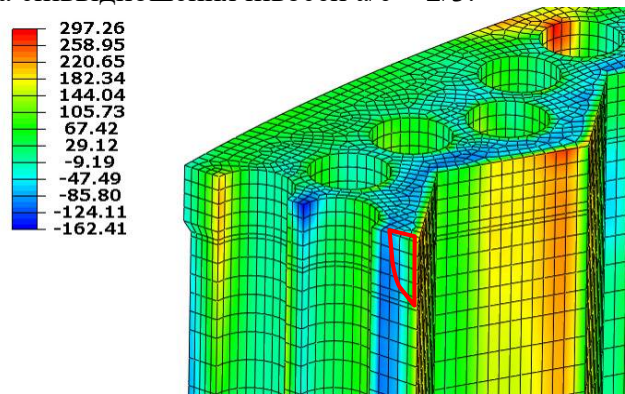


Рисунок 17 – Постульована тріщина, зона 1. Прогноз напруження на 60 років.

Критичне значення J -інтеграла (J_c) залежить від ступеня розпухання, температури і флюенса швидких нейтронів (величина визначається в зсувах на атом (з.н.а.)) і дається в нормативних документах робочої програми 03.РО.УС.ПМ.243-16/Н. Це значення перераховується в допустиме значення КІН по відомій формулі зв'язку енергії руйнування з критичним КІН.

Допустиме значення КІН визначається для кожної зони окремо на основі даних обчислень прогресуючої формозміни і дози швидких нейтронів. При цьому обчислена доза швидких нейтронів в з.н.а. використовується разом з коефіцієнтом запасу 1,18 (врахування невизначеності геометричних параметрів) і коефіцієнтом 1,10 (врахування похибки обчислень).

На рис.18 представлені графіки КІН по контуру постульованих тріщин для 60 років експлуатації (розпухання і напруження від прогресуючого формозмінення).

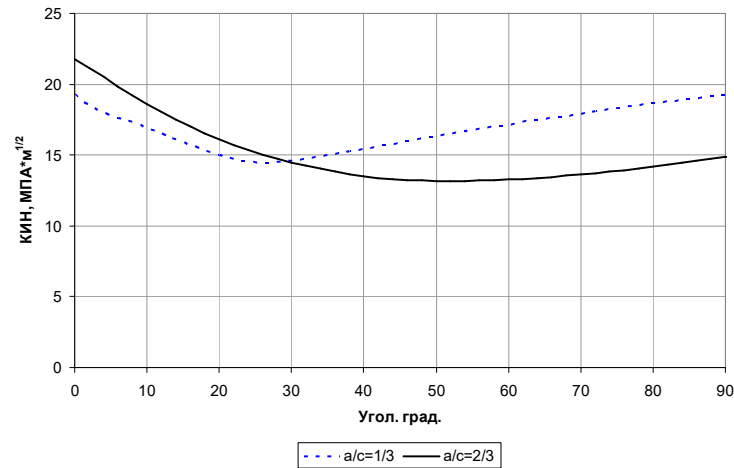


Рисунок 18 – Результати по КІН для Зони 1, 60 років експлуатації

Отримано, що на 40 і 60 років експлуатації критеріальне (допустиме) значення КІН не перевищено, як для тріщин, постульованих згідно 03.РО.УС.ПМ.243 – 16/Н ($a/c=2/3$, критичне значення КІН $K_I = 78 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$, коефіцієнт запасу 2,0 для режиму НЕ), так і для розрахунків згідно робочої програми ПМ-Т.0.03.333-15 (співвідношення $a/c=1/3$, використано досить консервативне значенням глибини $a/c=0,25s$).

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

Робота присвячена розробці аналітичних методів та розрахункових СЕ моделей для обчислень КІН з нетиповими профілями тріщин і навантажень з метою подальшого застосування їх для аналізу крихкої міцності в найбільш відповідальних елементах конструкцій атомного реактора. До основних результатів роботи належать наступні:

- 1) Модифіковано та досліджено границі застосування методу Вільямса, як історично першого та найпростішого напівчисельного методу, для розв'язання задач для нескінченних геометрій, та для тіл навантажених по частині поверхні тріщини. Введено поняття зовнішніх функцій Вільямса, які разом з введенням умов глобальної рівноваги, дозволили розширити застосування класичного методу колокацій.
- 2) Вперше отримані формули розрахунку КІН для тонкостінного кільця з поверхневою тріщиною та початковими неправильностями форми в геометрично нелінійній постановці на основі аналітичних розв'язків для його деформування та застосуванню методу зосереджених податливостей. Вплив початкових неправильностей форми в ГН постановці може суттєво (в рази!) змінювати розрахункові значення КІН. Ці результати вперше підтверджені ретельним чисельним моделюванням з використанням МСЕ, що підтверджують правильність двох незалежних підходів до розв'язку прикладних задач з використанням, як аналітичних, так і чисельних методів на основі МСЕ.
- 3) Засобами МСЕ проведено дослідження ГН деформування тонкостінного циліндру з наскрізною осьовою тріщиною при навантаженні великими розтягуючими осьовими напруженнями. Вперше обґрунтована покрокова процедура та вибір граничних умов для отримання коректних значень КІН та розкриття берегів тріщини. Продемонстровано, що узагальненим параметром для оцінки впливу ГН нелінійності може бути вираз, що дорівнює добутку повздовжнього (осьового) напруження на радіус труби на корінь квадратний з безрозмірної довжини тріщини і поділений на товщину стінки. Показана значимість ефекту ГН (3-5%) для реальних лабораторних експериментів навіть з не дуже тонкостінними трубами (відношення радіусу до товщини дорівнює 20).

- 4) Запропонований оригінальний метод чисельно-аналітичного розв'язку фундаментальної інтегро-диференційної задачі теорії пружності для плоских тріщин довільної форми і проведено дослідження трьох можливих функцій форми, що враховують поведінку розкриття тріщини біля її границі. Показано, що точність розв'язку значно покращується, якщо технічно операцію диференціювання провести аналітично, а лише потім провести чисельне інтегрування. З усіх досліджених функцій форми найбільш точним виявилось аналітичне представлення Бернса-Ура, що застосовувалось для побудови вагових функцій. Проведенні ретельні розрахунки МСЕ для всіх вище розглянутих задач і продемонстровано задовільне узгодження результатів з аналітичними розв'язками.
- 5) Результати моделювання неklasичних тріщин були використані при розрахунках КІН для подовження ресурсу елементів реакторної установки ВВЕР-1000 (корпус реактора, вигородка, патрубкова зона корпусу реактора) при різних сценаріях протікання аварії. Розроблені та впровадженні два підходи до розрахунку: а) з використанням принципу суперпозиції та функцій впливу (набір яких та конкретні значення отримані автором); б) за допомогою вбудованих моделей тріщини в загальну розрахункову схему і проведення пружно-пластичних розрахунків параметрів механіки руйнування в часі.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Крищук М.Г. Обґрунтування методик розрахунку для труби з наскрізною поперечною тріщиною при комбінованому навантаженні силою, моментом і тиском. частина: I./М.Г. Крищук, **А.І. Ориняк** // Вісник машинобудування 64, 2012р., с.76-80. *Здобувачем проведено порівняльний аналіз літературних розв'язків та програмна реалізація.*
2. Крищук М.Г. Обґрунтування методик розрахунку j-інтегралу для труби з наскрізною поперечною тріщиною при комбінованому навантаженні силою, моментом і тиском. частина: II. / М.Г. Крищук, **А.І. Ориняк** // Вісник машинобудування 65, 2012р., с.118-124. *Здобувачем проведено порівняльний аналіз літературних розв'язків та програмна реалізація.*
3. **Ориняк А.І.** Розрахунок патрубка ДУ-850 ВВЕР-1000 з півеліптичною тріщиною на крихку міцність. /А.І. Ориняк //“Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій” Львів, Україна, 2014р., с.773-778.
4. Батура А.С. Напіваналітичний метод розрахунку КІН для тріщин довільної форми в нескінченних тілах. / А.С. Батура, І.В. Ориняк, **А.І. Ориняк** //“Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій” Львів, Україна, 2014р., с.337-342 *Здобувачем отримані та верифіковані аналітичні розв'язки КІН для тріщин довільної форми в нескінченних тілах.*
5. Крищук М.Г. Визначення температурного запасу крихкого руйнування елементів корпусу реактора з дефектом під час аварійного режиму. /М.Г. Крищук, **А.І. Ориняк** // Вісник машинобудування 75, 2015р., с.56-63. *Здобувачем створені скінченно-елементні моделі, проведені розрахунки, досліджено якість моделювання, написана частина статті із загальним описом об'єкта дослідження.*
6. **Ориняк А.І.** Вплив внутрішнього тиску для труби з осьовою наскрізною тріщиною в геометрично нелінійній постановці. / А.І. Ориняк, М.Г. Крищук. // Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта. м.Київ-м.Херсон 2019. с.54-58. *Здобувачу належить ідея, зроблені відповідні розрахунки та написані відповідні частини статті.*
7. **Oryniak A.** The brittle strength assessment of WWER-1000 reactor pressure vessel nozzle with cladding. / A. Oryniak, S. Radchenko, I. Orynyak.// Proceedings of the ASME 2013 Pressure Vessels & Piping Division Conference PVP2013. PVP2013-97561. (Франція).

ISSN:0277-027X. (Входить в НМБ Scopus). *Здобувачем зроблений розрахунок патрубка ДУ-850 на крихку міцність, знайдені коефіцієнти температурного запасу при аварійному режимі.*

8. Batura A. Semianalytical solution method of differential-integral equation of flat crack problem. /A. Batura, I. Orynyak, A. Orynyak// SMiRT – 22. Division IX. 2013. (США). *Здобувачем створені інформативні рисунки, побудовані таблиці та графіки отриманих результатів, коефіцієнтів інтенсивності напружень, запропоновані модифіковані функції форми.*

9. Batura A. Semianalytical method for the SIF calculation for a crack of arbitrary shape in infinite body. /A. Batura, I. Orynyak, A. Orynyak.// Proceedings of the ASME 2014 Pressure Vessels & Piping Conference PVP2014. (США). ISSN:0277-027X. (Входить в НМБ Scopus). *Здобувачем проведено розрахунок та аналіз тріщин довільної форми в нескінченному тілі.*

10. Orynyak I. The investigation of significance of the geometrical nonlinearity for 1-d crack sif calculation in thin-walled pressurized pipe./ I. Orynyak, A. Oryniak.// Proceedings of the ASME 2015 Pressure Vessels & Piping Division Conference PVP2015. PVP2015-45276. (США). ISSN:0277-027X. (Входить в НМБ Scopus). *Здобувачем зроблені розрахунки коефіцієнтів інтенсивності напружень для тіл з початковим геометричним відхиленням.*

11. Orynyak I. Computational aspect of nonlinear fracture mechanics application./ I. Orynyak, A. Oryniak. // Proceedings of the ASME 2015 Pressure Vessels & Piping Division Conference PVP2015. PVP2015-45838. (США). ISSN:0277-027X. (Входить в НМБ Scopus). *Здобувачем досліджені можливості сучасних програмних комплексів при вирішенні задач з врахуванням фізичної нелінійності.*

12. Oryniak A. The Accounting for Geometrical Nonlinearity for Thin-Walled Pressurized Elastic Pipe with Long Axial Surface Crack. / A. Oryniak, I. Orynyak // Journal of Pressure Vessel Technology. 2017 PVT-16-1012. (США). ISSN:1528-8978. (Входить в НМБ Scopus). *Здобувачем проведені розрахунки скінченно-елементних моделей, оброблені результати, написані відповідні частини статті.*

13. Orynyak I. Comparison of two numerical procedures for solution of the integro-differential equation of flat crack problem. / I. Orynyak, A. Batura, A. Oryniak. // Engineering Fracture Mechanics, Volume 160, July 2016, pp. 185–198. (Нідерланди). ISSN:2452-1671 (Входить в НМБ Scopus) *Здобувачем проведені варіативні розрахунки скінченно-елементних моделей, оброблені результати, написані відповідні частини статті.*

14. Oryniak A. Swelling of VVER-1000 core baffle: numerical modeling and direct measurement of its geometrical dimensions. / A. Oryniak, I. Orynyak. // Proceedings of the ASME 2017 Pressure Vessels & Piping Division Conference PVP2017. PVP2017-65769. (США). ISSN:0277-027X. (Входить в НМБ Scopus). *Здобувачу належить проведення розрахунків та виконання експериментальних досліджень.*

15. Oryniak A. FEM calculations of SIF and COA for through axial cracks in pipes in geometrically nonlinear formulation. // A. Oryniak, I. Orynyak // Proceedings of the ASME 2018 Pressure Vessels & Piping Division Conference PVP2018. PVP2018-85033. (Чехія). ISSN:0277-027X. (Входить в НМБ Scopus). *Здобувачу належить розробка моделей, проведення та порівняння чисельних розрахунків, а також написано загальна постановка та висновки статті.*

16. Orynyak I. Efficient solution for cylindrical shell based on short and long (enhanced vlasov's) solutions on example of concentrated radial force. / I. Orynyak, A. Oryniak. // Proceedings of the ASME 2018 Pressure Vessels & Piping Division Conference PVP2018. PVP2018-85032. (Чехія). ISSN:0277-027X. (Входить в НМБ Scopus). *Здобувачем проведені*

розрахунки, створені інформативні рисунки, побудовані графіки та проведено аналіз результатів.

17. Orynyak I. Basic (discontinuous) and smoothing up (conjugated) solutions in transfer matrix method for static geometrically nonlinear beam and cable in plane. / Dr.Sci.Prof. I. Orynyak, R. Mazuryk, **A. Oryniak**. // Journal of Engineering Mechanics 2020. (Входить в НМБ Scopus). (США). ISSN:0733-9399. *Здобувачем зроблені відповідні розрахунки скінчено елементних моделей з врахуванням геометричної нелінійності.*

18. Ориняк І.В. Спосіб ремонту діючого трубопроводу за допомогою муфт з внутрішнім заповненням. Патент на винахід № 98440 / І. В. Ориняк, О. П. Подолян, С. В. Пудрий, Г. С. Тимчик, О. О. Подолян, **А. І. Ориняк**. *Здобувачем зроблені відповідні експерименти з визначенням механічних властивостей поліуретанового матеріалу.*

19. **Ориняк А.І.** Розрахунок патрубків ДУ-850 з поверхневою пів-еліптичною тріщиною на крихку міцність. / А.І. Ориняк, С.А Радченко // Конструкційна міцність матеріалів та ресурс обладнання АЕС. «Ресурс-2012» с.159-160. *Здобувачем запропоновані і використані функції впливу для розрахунку патрубка ДУ-850 на крихку міцність.*

20. Ориняк І. Полуаналитический метод решения интегро-дифференциальных уравнений задачи плоской трещины. / И.В. Ориняк, А.С. Батура, **А.И. Ориняк** // Конструкційна міцність матеріалів та ресурс обладнання АЕС. «Ресурс-2012» с.161. *Здобувачу належить алгоритм програмування та знаходження розв'язку інтегро-диференційного рівняння.*

21. Дубик Я.Р. Проблематика визначення залишкового ресурсу корпусу реактору Запорізької АЕС блок №1. / Я.Р. Дубик, **А.І. Ориняк** // Проблеми корозійно-механічного руйнування, інженерія поверхні, діагностичні системи: матеріали конференції КМН-2015 с.31. *Здобувачем виконана розробка скінчено елементних підмоделей та аналіз НДС.*

22. Batura A. The comparison of two numerical procedures for solution of integro-differential equation of flat crack problem. / A. Batura, **A. Oryniak** // Проблеми корозійно-механічного руйнування, інженерія поверхні, діагностичні системи: матеріали конференції КМН-2015 с.12. *Здобувачем проведені чисельні розрахунки, створені інформативні рисунки, побудовані таблиці та графіки отриманих результатів.*

23. Orynyak I. Numerical calculation and experimental measurements of VVER-1000 core baffle geometrical distortion due to irradiation swelling. / I. Orynyak, **A. Oryniak** // 4-th International Conference on NNP Life Management, 23-27 October 2017, Lyon, France. (Франція). *Здобувачу належить проведення розрахунків та виконання експериментальних досліджень.*

АНОТАЦІЯ

Ориняк А.І. Методи розрахунку коефіцієнта інтенсивності напружень з врахуванням геометричної нелінійності та довільної форми тріщини. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.02.09 – динаміка та міцність машин. – Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", МОН України, Київ, 2021.

Дисертаційна робота присвячена розробці чисельних і аналітичних методів розрахунку коефіцієнта інтенсивності напружень, (КІН) для неklasичних проблем механіки руйнування, зокрема, для тріщин складної форми та для тріщин в тонкостінних конструкціях з врахуванням геометричної нелінійності, (ГН). Представлена модифікація методу Вільямса, що враховує затухаючі на нескінченності члени. Досліджено межі та надані рекомендації щодо застосування даного методу. Розроблено аналітичний метод

розрахунку КІН в трубах з довгими осьовими поверхневими тріщинами з врахуванням ГН в залежності від внутрішнього тиску. Наведено результати верифікації величин КІН з отриманими в роботі чисельними розв'язками МСЕ.

Побудовані чисельні моделі для розрахунку КІН та розкриття берегів тріщин в ГН постановці для наскрізних тріщин в залежності від змінної величини осевої сили. Побудована апроксимаційна формула, що описує вплив ГН ефекту для узагальненої осевої сили та безрозмірної довжини тріщини. Показана значимість ефекту для реальних лабораторних експериментів. Розроблено універсальний напіваналітичний метод розв'язку інтегро-диференційного рівняння теорії пружності для плоских тріщин нормального відриву довільної форми. Для перевірки аналітичних результатів побудовані чисельні моделі МСЕ для тріщин різної форми, наприклад, для прямокутної, внутрішньої півеліптичної тріщини, тощо, та проведено співставлення результатів.

Проведені практичні розрахунки КІН в часі для елементів конструкцій АЕС для різних сценаріїв протікання аварійних ситуацій. Створено ряд імітаційних моделей з вбудованою тріщиною, для якої розрахунки КІН проводилися методами нелінійної механіки руйнування. Для тріщин, що проходять через наплавлений матеріал, де відбувається стрибки напружень, обґрунтовано застосування методу функцій впливу, для чого розроблено аналітико-чисельну процедуру, що використовує частково неперервні базові закони навантаження.

Ключові слова: вагові функції, функції Вільямса, геометрична нелінійність, коефіцієнт інтенсивності напружень, труба з тріщиною, тріщина неканонічної форми, крихка міцність, корпус реактора, вигородка, патрубок.

АННОТАЦИЯ

Орыняк А.И. Методы расчета коэффициента интенсивности напряжений с учетом геометрической нелинейности и произвольной формы трещины. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.02.09 – динамика и прочность машин. – Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского", МОН Украины, Киев, 2021.

Диссертационная работа посвящена разработке численных и аналитических методов расчета коэффициента интенсивности напряжений, (КИН) для неклассических проблем механики разрушения, в частности, для трещин сложной формы и для трещин в тонкостенных конструкциях с учетом геометрической нелинейности, (ГН). Представлена модификация метода Вильямса, что учитывает затухающие на бесконечности члены. Исследованы границы и даны рекомендации о применении данного метода. Разработан аналитический метод расчета КИН в трубах с длинными осевыми поверхностными трещинами с учетом ГН в зависимости от внутреннего давления. Результаты хорошо коррелируют с полученными в работе численными решениями МКЭ.

Построены численные модели для расчета КИН и раскрытия берегов трещин в ГН постановке для сквозных трещин в зависимости от переменной величины осевой силы. Построена апроксимационная формула, что описывает влияние ГН эффекта для обобщенной осевой силы и безразмерной длины трещины. Показана значимость эффекта для реальных лабораторных экспериментов. Разработан универсальный полуаналитический метод решения интегро-дифференциального уравнения теории упругости для плоских трещин нормального отрыва произвольной формы. Для проверки аналитических результатов построены численные модели МКЭ для трещин разной формы, например, для прямоугольной, внутренней полуэллиптической трещины, и др., и проведено сопоставление результатов.

Проведены практические расчеты КИН во времени для элементов конструкций АЭС для разных сценариев прохождения аварийных ситуаций. Для этого создан ряд

имитационных моделей со встроенной трещиной, для которой расчеты КИН проводили методами нелинейной механики разрушения. Для трещин, что проходят через наплавленный материал, где происходят скачки напряжений, обосновано применение метода функций влияния, для чего разработано аналитико-численную процедуру, что использует частично непрерывные базовые законы нагружения.

Ключевые слова: весовые функции, функции Вильямса, геометрическая нелинейность, коэффициент интенсивности напряжений, труба с трещиной, трещина неканонической формы, хрупкая прочность, корпус реактора, выгорodka, патрубков.

SUMMARY

Orynak A.I. Calculation methods for Stress Intensity Factor with accounting for geometrical nonlinearity and arbitrary crack form. – Manuscript copyright.

The thesis for a candidate of technical science degree by specialty 05.02.09 - dynamics and strength of machines. - National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2021.

The dissertation is dedicated to the development of numerical and analytical methods for calculating the stress intensity factor (SIF) for nonclassical problems of fracture mechanics, in particular, for cracks of complex shape and for cracks in thin structures with taking into account geometric nonlinearity (GN) and their applications in various industries, in particular, for nuclear power plants, for calculation of the elements of the reactor unit.

A modification of Williams's method is presented, which describes the stress state in the crack tip. For modification of the classical approach in the considered method the additional members were presented, which are infinite in the crack tip, but attenuate at infinity. The main idea of the method is to divide the whole area of the body into two separate parts – internal one, which embraces the tip of the crack, and the external one. In the inner area, only the classic Williams functions are used, and in the outer area both the classical members and additional ones are used. At the boundary between the selected subdomains, the conjugation conditions are to be fulfilled, the essence of which is to equalize here the stresses and displacements. The very high efficiency of this method is shown for bodies that have the shape of a circle, or are infinite, where almost exact values (up to 6-7 digits) are achieved when using no more than 12-16 members of the expansion. However, for a very elongated rectangular body the method gives much worse results, and the error can reach up to 2%. The practical significance of the proposed approach consists in the obtaining the simple and effective tool for testing the capabilities of commercial packages for calculating the parameters of fracture mechanics, which, as we know, do not always provide the correct results for case when load is applied on the crack surfaces.

A thin-walled pipe with a long surface crack is considered. The pipe, surface of which may contain the initial deviation from ideal circle, is loaded by inner pressure. In first time the problem of determining the SIF was considered in a geometrically nonlinear formulation, when changes in the geometry of the body in the process of deformation are accounted for linear material behavior. Based on the Chen-Finnie method, which considers the crack as concentrated compliance, and on original solution for geometrically nonlinear behavior of curved initially distorted beam, the compact analytical formulas are obtained, which gives the value of SIF for each value of inner pressure. Comparison of the analytical results with those obtained by careful numerical FEM analysis, on the one hand, showed their good correspondence, and therefore the accuracy and efficiency of both the analytical and numerical procedures are confirmed. On the other hand, for the first time in the scientific literature, the value of SIF in a geometrically nonlinear formulation are obtained for surface cracks in slightly distorted cylindrical shell with surface long crack. It was shown that even for perfectly circular pipes having the cracks with depth up to half of the thickness of pipe walls, loaded by moderate level of inner pressure, the geometrical nonlinear values of SIF can be 10-15% less than those at linear approach application. This is very significant practical result.

Another geometrically nonlinear problem is numerically investigated by known commercial FEM software for the through crack, which is loaded by a significant value of additional longitudinal force (the main factor of geometric nonlinearity considered) and small value of internal pressure (linear consideration). This statement distinguished this task from research conducted at NASA (USA), where the pressure and axial force were proportional as to pipe with closed ends. The geometric nonlinearity of the study is investigated through an incremental increase in loads and the corresponding recalculation of the SIF for the already taken into account changes in the deformed geometry (curvature). A number of tasks for determining the SIF for different pipe radii and dimensionless force values were calculated. Dimensionless parameters, which characterize the deviation of the values of SIF from the linear one, are numerically determined. Application of least square method allowed to suggest the simplified analytical formula for calculation of these deviations. These results are of great theoretical and practical importance. In particular, it is shown that for real pipes the neglecting by influence of axial force in usual approach may lead to 4-6% error of SIF determination. It is noted that additional account for large values of pressure, possible plastic deformations, may further reduce the actual values of SIF. Thus, the significance of the problems and the need for further research in this direction are shown.

The necessity of analysis of flat cracks of non-canonical shape in three-dimensional bodies is noted. This is due to the fact that almost all existing solutions in the literature and reference results in normative documents are given for cracks that have shape of an ellipse or its part. However, real cracks detected by non-destructive testing are irregularly shaped cracks. Therefore, it is necessary to create the analytical methods that would allow to assess the impact of the crack shape, and to verify them with careful numerical procedures by FEM.

For this purpose, flat internal cracks in infinite 3D body are considered. The formulation of problems for them is reduced to well-known integro-differential equation of the theory of elasticity. Note, that exact fundamental analytical solutions of which exist only for a circular crack and only for some simple laws of loading for an elliptic crack. A universal semi-analytical method for solving the integro-differential equation of the theory of elasticity for plane cracks of normal separation of arbitrary shape has been developed. It is proposed to consider the displacement of the crack edges as a product of a certain function of the crack shape, which satisfy to known asymptotic behavior of the displacement field near the crack front, and a certain polynomial series. As for the functions of the form, three variants of their choice were investigated - a) classical, which depends on the squares of ratio of radial coordinate of the considered point, and the corresponding coordinate of contour point; b) multiplicative, based on the product of equations describing the straight sections of the crack contour, and c) the original Oore-Burns function, which is an integral of the crack contour from the inverse square of the distance of the considered point to each point of the contour.

The results showed that the greatest accuracy is achieved by application of hypersingular approach with Oore-Burns function of form. The verification of results was performed for elliptic crack, semielliptic inner crack, rectangular crack. The results were compared with numerical ones calculated by FEM.

Practical calculations of SIF dependance with time for NPP reactor and its elements for different scenarios of emergency situations are carried out. A number of simulation models with a built-in crack have been created, for which SIF calculations were performed by nonlinear FEM analysis. For cracks going through the cladding, where stress jumps occur, the method of influence functions is elaborated, and analytical-numerical procedure used piece-wise continuous basic laws of loading. Practical calculations were performed for the nozzle of reactor vessel, the cylindrical part of vessel, the core barrel and core baffle. These calculations were used to justify the extension of the service life of several units of Ukrainian NPPs.

Keywords: weight functions, William's function, geometric nonlinearity, stress intensity factor, crack in pipe, non-canonical crack, brittle strength, reactor pressure vessel, core baffle, nozzle.