

Видано за Грантом Президента України
для обдарованої молоді

проект “Інтелектуальні системи забезпечення
енергозбереження житлових будинків” 2007 р.

Петергеря Ю.С., Жуйков В.Я., Терещенко Т.О.

**ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ ЖИТЛОВИХ БУДИНКІВ**

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНИ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ ЖИТЛОВИХ БУДІВЛИН

**Видано за Грантом Президента України
для обдарованої молоді**

**проект “Інтелектуальні системи забезпечення
енергозбереження житлових будинків” 2007 р.**

Петергеря Ю.С. Жуйков В.Я., Терещенко Т.О.

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ ЖИТЛОВИХ БУДИНКІВ

Навчальний посібник

Рекомендовано до друку Вченою радою факультету електроніки Національного технічного університету України „Київський політехнічний інститут”, протокол № 2/08 від 25 лютого 2008 р.

**Київ
„Медіа-ПРЕС” 2008**

УДК 621.3.011: 621.314

ББК 32.965

П 84

Рецензенти:

О.В. Кириленко

доктор технічних наук, професор, академік Національної академії наук України (Інститут електродинаміки НАН України)

П.Г. Стахів

доктор технічних наук, професор
(Національний університет „Львівська політехніка”)

Рекомендовано до друку Вченою радою факультету електроніки
Національного технічного університету України
„Київський політехнічний інститут”,
протокол № 2/08 від 25 лютого 2008 р.

Петергеря Ю.С., Жуйков В.Я., Терещенко Т.О.

П 84 Інтелектуальні системи забезпечення енергозбереження житлових будинків. Навчальний посібник. – К.: Медіа-ПРЕС, 2008. – 256 с.
ISBN 966-8934-08-3

У навчальному посібнику викладено теоретичні засади енергоефективного керування системою електроживлення локального об'єкту. Розглянуто принципи централізованої, децентралізованої та комбінованої стратегій, ієрархічного розподілу електротехнічних пристроїв. Викладено основні положення нового математичного апарату спектрального та вейвлет-перетворення дискретних функцій m -ічного аргументу в орієнтованому базисі. Розглянуті електро-вартісні моделі, що враховують електротехнічні параметри пристроїв локального об'єкту та вартісні фактори і створюють базу для керування з мінімізацією вартісних витрат користувача. Наведені приклади.

Іл. 86 Табл. 26 Бібліогр. 177

ISBN 966-8934-08-3

© Ю.С. Петергеря, В.Я. Жуйков,
Т.О. Терещенко

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
Частина I. ЗАСАДИ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯМ У ЛОКАЛЬНИХ ОБ’ЄКТАХ	
РОЗДІЛ 1. ПРИНЦИПИ КЕРУВАННЯ СПОЖИВАННЯМ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ У ЛОКАЛЬНИХ ОБ’ЄКТАХ.....	7
1.1. Структура та класифікація.....	7
1.2. Стратегії керування.....	16
1.3. Комунікаційне середовище.....	21
1.4. Аспекти функціонування системи.....	27
1.5. Математичні засади керування.....	33
РОЗДІЛ 2. ПРОГНОЗУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ ЛОКАЛЬНИХ ОБ’ЄКТІВ.....	47
2.1. Згладження характеристик електроспоживання за допомогою вейвлет-перетворення.....	47
2.2. Застосування нейронних мереж у алгоритмах прогнозування.....	50
2.3. Прогнозування електроспоживання на базі вейвлет-перетворення та теорії класифікації.....	56
РОЗДІЛ 3. КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯМ ЗА ВАРТІСНИМ КРИТЕРІЄМ.....	65
3.1. Побудова моделей з урахуванням вартісних факторів.....	65
3.2. Модель загальної рівноваги для локального об’єкта.....	74
3.3. Режими роботи та шляхи передавання енергії.....	79
3.4. Алгоритм вибору режиму роботи за критерієм мінімізації витрат.....	86
РОЗДІЛ 4. ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯМ НА БАЗІ КОЛЕКТИВНОЇ ПОВЕДІНКИ АВТОМАТІВ.....	89
4.1. Програмна реалізація кінцевих автоматів.....	89
4.2. Взаємодія автоматів із середовищем.....	99
4.3. Децентралізоване керування у випадковому середовищі.....	106
РОЗДІЛ 5. КОМБІНОВАНЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯМ НА БАЗІ ЗАТРИМУЮЧИХ ФІЛЬТРІВ.....	116
5.1. Використання перетворення в орієнтованому базисі для побудови затримуючих фільтрів.....	116
5.2. Наближення характеристики електроспоживання до заданої за допомогою елементарних комірок.....	120
5.3. Наближення характеристики електроспоживання локального об’єкту до заданої за допомогою елементарних підфункцій.....	125

Частина II. МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯМ

РОЗДІЛ 6. РОЗРОБКА СПЕКТРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ В ОРІЄНТОВАНОМУ БАЗИСІ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ АЛГОРИТМІВ КЕРУВАННЯ	139
6.1. Конструювання спектральних перетворень із заданими властивостями	139
6.2. Властивості ОБ-перетворення у часовій та спектральній областях.....	146
6.3. Багатовимірне та узагальнене ОБ-перетворення.....	159
6.4. Взаємозв'язок перетворень і трансформація спектрів.....	166
6.5. Алгоритми швидких перетворень.....	170
6.6. Порівняльна оцінка ОБ-перетворення та відомих спектральних методів.....	177
РОЗДІЛ 7. ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ В ОРІЄНТОВАНОМУ БАЗИСІ.....	182
7.1. Вейвлет-перетворення дискретних функцій з використанням t фільтрів	182
7.2. Багатовимірне та узагальнене вейвлет-перетворення.....	192
7.3. Алгоритми швидких ОБ-вейвлет-перетворень	200
7.4. Порівняльна оцінка вейвлет-перетворень на базі функцій Хаара та ОБ	204
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	207
Додаток 1. Електротехнічні підсистеми локального об'єкту типу „розумний будинок”	220
Додаток 2. Сучасні технології передавання інформації	224
Додаток 3. Доведення теорем спектрального аналізу для ОБ-перетворення.....	230
Додаток 4. Теореми спектрального аналізу для двовимірного ОБ-перетворення.....	239
Додаток 5. Розрахунок коефіцієнтів ОБ-вейвлет-перетворення для деяких функцій.....	241
Додаток 6. Вейвлет-спектри в орієнтованому базисі для деяких двовимірних функцій.....	249

ВСТУП

Задачі розробки нових ефективних підходів до керування процесами генерації, перетворення, накопичення та споживання електричної енергії в електротехнічних комплексах та системах вирішуються на різних рівнях, включаючи енергогенеруючі компанії, великі енергорозподільчі станції, районні та місцеві системи електроживлення [1,71,80,113,141,144]. У теперішній годину спостерігається інтенсивне впровадження новітніх технологій та сучасних електронних засобів для створення мультипроцесорних систем автоматизації „розумних будинків”, автономних об'єктів, виробничих процесів на підприємствах. Аналіз розподілення електроенергії по галузях народного господарства свідчить про те, що близько третини енергії споживається на побутовому рівні, в індивідуальному житлі, фермерських господарствах, невеликих виробничих цехах. У цих галузях організація раціонального використання електроенергії потребує окремої уваги.

Відомі теорії керування електротехнічними об'єктами, у тому числі з альтернативними та відновлювальними джерелами та напівпровідниковими перетворювачами [4,21,36,40,41,47,49,73,78,89,114,118,119,124,136,142,145] застосовувались або для великих електроенергетичних систем, або для окремих перетворювачів електричної енергії. Між тим сучасний розвиток енергетики та електротехніки обумовлює нагальність дослідження енергоефективності локальних об'єктів, які є відносно невеликими електротехнічними комплексами, містять певну кількість джерел, навантажень та накопичувачів, мають або не мають зв'язок з електричною мережею та виконують єдине завдання, як правило, пов'язане з забезпеченням певного технологічного процесу або життєдіяльності людей. Внаслідок великої насиченості локальних об'єктів електротехнічними пристроями, які значно відрізняються за функціональними характеристиками, робочими режимами, рівнем споживання, важливістю для людини, актуальності набувають питання розглядання та вирішення задачі керування електроживленням локального об'єкту.

Існуючі підходи до побудови систем керування електроживленням спрямовані на оптимізацію роботи окремих пристроїв чи систем, і не забезпечують узгодженого комплексного керування режимами роботи з забезпеченням мінімізації ресурсів чи вартісних витрат користувача. Тому розробка алгоритмів зменшення витрат і ресурсів, підвищення ефективності використання енергії в локальних об'єктах є окремою актуальною задачею ефективного використання електроенергії.

Посібник складається з двох частин. У першій частині розглянуті засади керування електроживленням у локальних об'єктах – основні принципи керування споживанням електричної енергії в локальних об'єктах (розділ 1), теорія і алгоритми прогнозування характеристик споживання (розділ 2), нові електро-вартісні моделі процесів та приклади таких рівнянь для деяких типів

навантажень (розділ 3), теоретичні засади комбінованого керування на базі теорії автоматів та затримуючих m -фільтрів (розділи 4,5).

У другій частині наведено основи математичного забезпечення керування електроживленням. У розділах 6 і 7 розглянуто основи нової теорії перетворення функцій m -ічного аргументу з орієнтацією вісі перетворення і побудовою вейвлет-перетворень, положення якої використовуються у першій частині для побудови алгоритмів керування.

Навчальний посібник призначений для студентів, що навчаються з напрямку „Електроніка”, може бути корисним студентам інших технічних напрямків, науковцям, аспірантам і розробникам засобів систем керування й електроживлення локальних об'єктів.

Автори будуть раді одержати відзиви й побажання за адресою:

Україна, 03056, м.Київ-56, проспект Перемоги, 37

Національний технічний університет України "КПІ"

Факультет електроніки, кафедра промислової електроніки

Тел. (044) 454-90-71, 236-21-17

E-mail: Petergerya@yahoo.com

Частина I. ЗАСАДИ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯМ У ЛОКАЛЬНИХ ОБ'ЄКТАХ

РОЗДІЛ 1 ПРИНЦИПИ КЕРУВАННЯ СПОЖИВАННЯМ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ У ЛОКАЛЬНИХ ОБ'ЄКТАХ

1.1. Структура та класифікація

Сучасні дослідження наочно підтвердили необхідність вирішувати нову проблему - орієнтування енергетики на максимальне задоволення потреб конкретної людини, надання їй різноманітних і зручних енергетичних послуг, тобто розвивати гуманітарну енергетику, спрямовану на підвищення якості і комфорту життя [82,113]. В цьому аспекті актуальним є створення систем керування процесами генерування та споживання енергії з метою підвищення ефективності її використання у локальному об'єкті як одному з найнижчих рівнів загальної енергетичної системи [38,44,45,121,]. Сучасний рівень технічного розвитку та прагнення до створення максимально комфортних умов життя людини призвело до високого ступеню насичення локальних об'єктів електротехнічними, електронними та іншими технічними пристроями і системами, контроль і регулювання робочих параметрів яких здійснюється від спеціалізованих систем керування. Такі системи життєзабезпечення отримали назву систем "бїлдїнгової електронїки" [80,91].

Приклад структури системи автоматизованого керування побутовими пристроями так званого „розумного будинку” [171-174] наведено на рис.1.1.

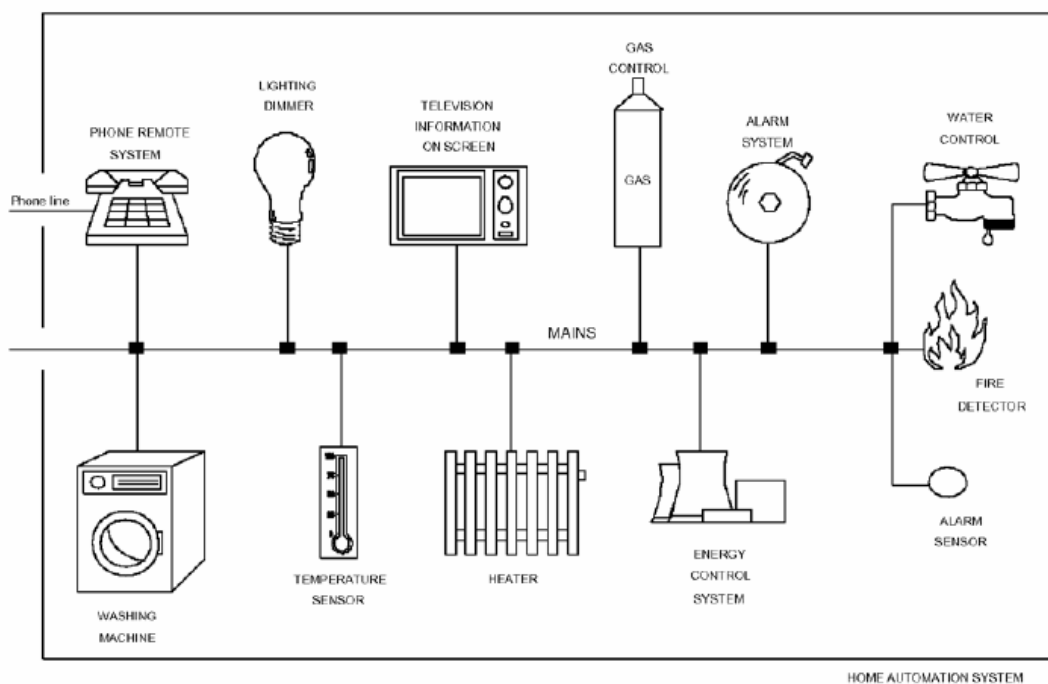


Рис. 1.1. Склад системи побутової автоматизації „розумного будинку”

До складу системи входять датчики (WATER CONTROL, FIRE DETECTOR, ALARM SENSOR, TEMPERATURE SENSOR), пристрій керування (ENERGY CONTROL SYSTEM), телефонний інтерфейс (PHONE REMOTE SYSTEM). Всі пристрої під'єднані до електромережі за допомогою електромодемів, забезпечуючи передачу і прийом даних кожним пристроєм з використанням єдиного протоколу зв'язку. Система забезпечує: 1) роботу електротехнічних навантажень у відведенні для них тарифні інтервали часу; 2) функціонування пристроїв аварійної сигналізації у випадку пожежі, затоплення, несанкціонованого проникнення та ін.; 3) заборону подачі газу при порушеннях у електромережі та спрацюванні аварійних датчиків.

Аналіз розподілення споживання електроенергії по галузям народного господарства свідчить про велику частку споживання енергії локальними об'єктами та обумовлює актуальність вирішення питань забезпечення енергоефективності електротехнічної системи об'єкту. Наприклад загальне електроспоживання по місту Києву становило у 2005 р. близько 9,3 млрд. кВт*год, у 2010 р. очікується 11,5 млрд. кВт*год. Понад 50% цього обсягу електроспоживання складають потреби комунально-побутового господарства міста, 33% - промисловості та 10% - електротранспорту [177,139,140]. З точки зору енергозбереження майже всі процеси та види робіт, пов'язані з енергоспоживанням комунально-побутовим, варті пильного спостереження та оцінки, оскільки на долю цього сектора припадає до 20% паливно-енергетичних ресурсів. Таким чином, розглядання питань раціонального електроспоживання у локальних об'єктах є досить важливим для енергоефективної політики держави в цілому.

Локальний об'єкт характеризується наступними ознаками (табл. 1.1):

- виконанням єдиної задачі забезпечення життєдіяльності або виробничого процесу;
- обмеженою потужністю споживання порядку десятків-сотен кВт та живленням від однієї підстанції, для якої локальний об'єкт є окремим навантаженням;
- територіальною обмеженістю – зосередженістю всіх електротехнічних пристроїв на невеликій площі та здатність користувача обійти та проконтролювати їх функціонування;
- наявністю людини – користувача або оператора – яка здатна вносити корективи в функції керування окремим систем або всього об'єкта. Ці корективи мають найвищий пріоритет і виконуються системою керування електроживленням, навіть якщо вони вступають у протиріччя з цільовою функцією системи [137].

До локальних об'єктів відносяться [4,8,17,22,82,115]: 1) фермерські господарства; 2) житлові будинки та готельні комплекси; 3) морські заводи, бурові свердловини, станції розробки корисних копалин, автономні науково-дослідні установки, корабельні електротехнічні системи; 4) космічні станції та

заводи. Очевидно, що за призначенням, характером та режимами функціонування електротехнічних пристроїв ці об'єкти суттєво відрізняються.

Таблиця 1.1

Ознаки локального об'єкта

№/№ п/п	Ознака	Характеристика ознаки
1.	Тип виконуваної задачі	Єдина задача забезпечення життєдіяльності або виробничого процесу
2.	Потужність споживання	Десятки – сотні кВт
3.	Джерела	3.1. Не більше однієї підстанції з максимальною вихідною напругою 400 В. 3.2. Електрична мережа плюс альтернативні джерела 3.3. Альтернативні джерела
4.	Розташування по площі або об'єму	Невелика площа або об'єм, які можуть контролюватися однією або декількома людьми
5.	Вплив людини	Обов'язковий вплив – налагодження, керування, використання

Підтримання належного рівня безпеки та комфортності користувача передбачає наявність необхідної енергії, яка використовується для задоволення потреб споживача, підтримки температурних та інших зовнішніх умов. В реальних фізичних системах використання енергії, як правило, здійснюється шляхом тепло-масопереносу або передачі електричної енергії.

Найбільш легко керованим видом енергії є електрична енергія, яка має властивість локалізації при передачі та зберіганні. Частка електричної енергії серед всіх типів первинних енергоносіїв складає близько 36% [71] і має невпинну тенденцію до зростання, що вказує на необхідність розглядання проблем ефективності вироблення, перетворення, зберігання, транспортування та використання електроенергії. У локальних об'єктах електроенергія є основною при виконанні корисної роботи (приводи насосів, вентилятори, автоматичні знаряддя праці); формуванні та підтриманні клімату і параметрів середовища знаходження людини; інформаційному забезпеченні (охоронні системи, збір та обробка даних, системах транспортування).

Електротехнічна система локального об'єкта, як правило, містить декілька генераторів та декілька накопичувачів електроенергії (рис.1.2).

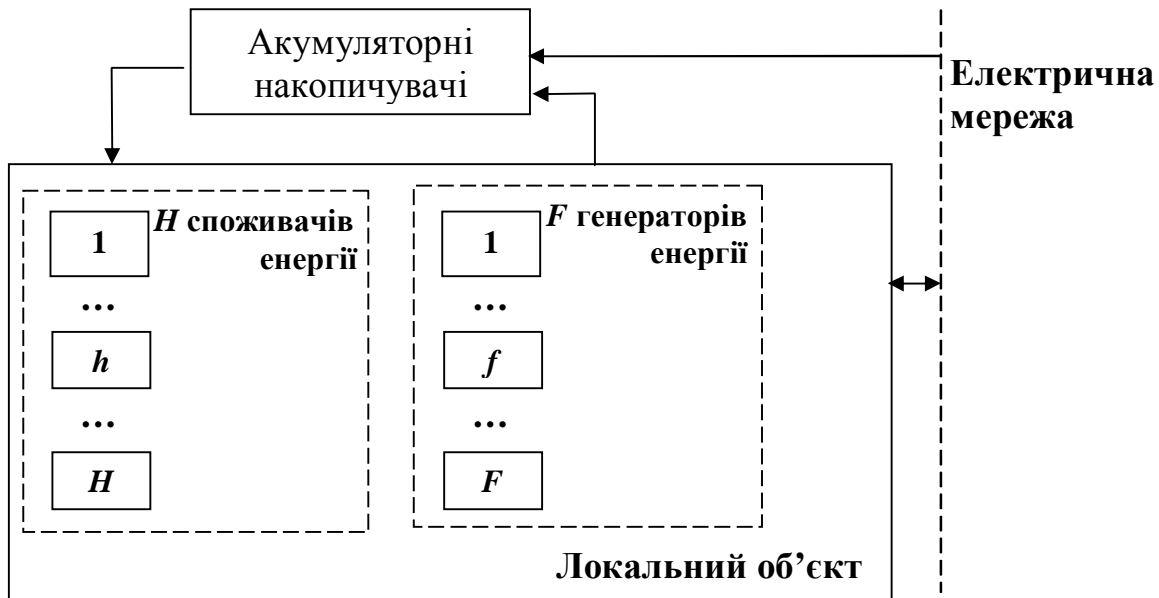


Рис.1.2. Склад споживачів і генераторів локального об'єкта

Якщо розглядати режими роботи n генераторів електроенергії [85], що входять до складу локального об'єкта, то кількість Q можливих режимів генерації обчислюється відповідно до формули:

$$Q = 2^n \sum_{m=1}^n C_n^m + 1,$$

де множник 2 визначає можливість роботи у двох режимах (ввімкнено-вимкнено); $C_n^m = \frac{n(n-1)\dots[n-(m-1)]}{m!}$ – кількість сполучень з n елементів по i .

Наприклад, при кількості генераторів $n=5$ (електрична мережа, фотобатарея, вітрогенератор, дизель-генератор, акумулятор у режимі розряду) кількість можливих режимів генерації складає 417. При сумісному розгляданні варіантів режимів генерації та споживання це значення стає значно більшим внаслідок великої кількості навантажень та їх режимів роботи (можливі проміжні режими роботи). Розробка способів оптимального керування процесами генерування, накопичення та споживання електричної енергії у локальних об'єктах потребує комплексного підходу до створення систем керування з урахуванням як режимів роботи окремих пристроїв, так і особливостей їх сумісного функціонування у складі єдиного комплексу.

Часова залежність споживання електричної енергії у локальних об'єктах характеризується наявністю "пікових" інтервалів з перевищенням деякого граничного рівня споживання, та інтервалів "недовантаженості", коли значення енергії споживання значно нижче граничного. Так, для побутового локального

об'єкта (рис. 1.3) спостерігаються піки споживання енергії у ранкові $[t_1, t_2]$ та вечірні $[t_3, t_4]$ години, а у денний та нічний час споживання енергії мінімальне.

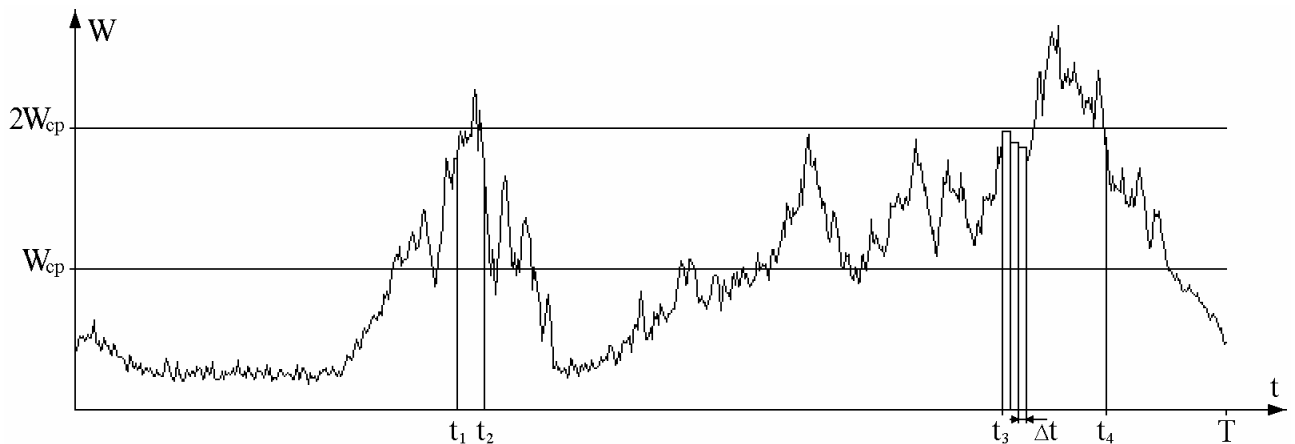


Рис.1.3. Характеристика електроспоживання житлового будинку

Розглядаючи питання ефективного споживання електричної енергії у локальному об'єкті, слід враховувати наявність різних тарифних сіток на електроенергію мережі. Найбільш поширеними є наступні тарифи: одноставочні диференційовані за класами живлячих напруг до 10 кВ (2 клас), 35 кВ і вище (1 клас); одноставочні диференційовані за зонами доби, встановлені для відповідних класів і груп споживачів із застосуванням коефіцієнтів 0,25 для нічного періоду, 1,02 для напівпікової зони, 1,8 для пікової зони з тривалістю часових періодів 7, 12 та 5 годин для нічної, напівпікової і пікової зон відповідно; підвищений п'ятикратний тариф за перевищення встановленої величини електричної потужності, зафіксованої протягом певного періоду [92].

Дослідження енергетичних процесів та способів ефективного керування енергетичними потоками для локальних об'єктів проводилися відомими вітчизняними та закордонними вченими [5,8,47,75,81,115,135,143,148,156]. У найближчі декілька десятиріч можна очікувати концентрації зусиль вчених та інженерів в галузі створення, розвитку, дослідження та забезпечення енергоефективності локальних об'єктів.

Одним з наочних прикладів впровадження енергоефективного керування в локальному об'єкті є розроблена норвезькою компанією „Тех-Партнер” система автоматизованого керування електротехнічними пристроями та забезпеченням якості *Restaurant Intelligent System* у мережі харчування McDonald's [177], яка дозволяє покращити якість роботи та зменшити енергоспоживання в ресторанах майже на 25%. Система утворює централізовану керовану мережу для автоматизованого координування, контролю і регулювання кухонного обладнання, підтримання клімату, водонагрівальних приладів, освітлення, охорони, опалення через існуючу електричну інфраструктуру. Це дозволило створити єдиний електротехнічний комплекс, в якому режими роботи окремих

пристроїв узгоджені між собою, що дозволяє уникнути перевантажень та неоптимальних режимів роботи всього комплексу.

Відомий також підхід до підвищення надійності захисту електричного обладнання будинку від блискавок [170], який базується на нейтралізації просторового заряду грозової хмари встановленням іонізатора та заземлюючих стрижнів по всьому периметру території будинку.

Проте існуючі розробки та впроваджені на сьогоднішній день проекти енергоефективного керування локальними об'єктами не вирішують задачі комплексного ефективного використання енергії з точки зору забезпечення життєдіяльності людини як користувача та мінімізації витрат із виконанням необхідної роботи. Вирішити цю задачу можливо, не тільки розглядаючи локальний об'єкт як сукупність окремих пристроїв, але досліджуючи: функціональні та інформаційні зв'язки між пристроями; взаємний вплив їх робочих режимів; вартісні витрати на функціонування.

Розглядаючи існуючі типи локальних об'єктів, доцільно створити їх класифікацію за основними ознаками: режимом електропостачання, критерієм ефективності керування (цільовою функцією), способом керування та функціональним призначенням (рис.1.4).

<i>за режимом електропостачання</i>			
Автономні	Підключені до мережі		
<i>за цільовою функцією</i>			
Об'єкти типу "Ресурсозбереження"		Об'єкти типу "Економічність"	
<i>за способом керування</i>			
З централізованим керуванням	З децентралізованим керуванням	З комбінованим керуванням	
<i>за призначенням</i>			
Дослідницькі станції (морські, метеорологічні, космічні)	Фермерські господарства	Невеликі виробництва, окремі цехи, локальні виробничі лінії	Комунально-побутові об'єкти (житлові будинки, спортивні комплекси, готелі)

Рис.1.4. Класифікація локальних об'єктів

Заштриховані області на рис.1.4 вказують на галузь досліджень в рамках даної роботи. Задача оптимального керування електроживленням локальних

об'єктів вимагає визначення критерію ефективності, у відповідності з яким здійснюється побудова керуючих алгоритмів.

В залежності від призначення, пріоритетності функцій та особливостей роботи локальних об'єктів доцільно розглядати два основних критерії:

1) мінімізація використання ресурсів:

$$\int Y(t)dt \rightarrow \min ,$$

де $Y(t)$ – часова залежність обсягів ресурсів, що споживаються в процесі функціонування локального об'єкту;

2) мінімізація витрат у грошовому визначенні:

$$\int P(t)dt \rightarrow \min ,$$

де $P(t)$ – часова залежність грошових витрат.

У випадку, якщо виконання умови оптимальності вступає у протиріччя із необхідністю дотримання належного рівня безпеки та комфортності існування людини, перевага безперечно надається останньому [137].

Наведені формулювання оптимізаційної задачі характеризують два основних типи локальних об'єктів: об'єкти типу “Ресурсозбереження” (див.рис.1.4), для яких найважливішою є задача раціонального використання ресурсів, що є актуальним для автономних систем електропостачання, та об'єкти типу “Економічність”, в яких більш критичним є раціональне використання грошових коштів. У об'єктах другого типу актуальною є задача оптимального вибору режимів роботи генераторів та навантажень, що входять до складу системи, відповідно до вимог мінімізації вартісних витрат та ієрархічного розподілу пристроїв з урахуванням важливості, потужності споживання, часу та тривалості роботи.

В подальшому розглядатимуться локальні об'єкти типу “Економічність”, типовим прикладом яких є великий приватний житловий будинок, насичений різнорідним електротехнічним обладнанням – системами мікроклімату (опалення, вентиляція, кондиціонування), сигналізації, освітлення приміщень, території, підігріву підлоги, доріжок, автоматичного відмикання воріт, обладнання басейну, контролю доступу та ін. Відзначимо, що нині налічується близько 400 найменувань електропобутових приладів різного призначення і кількість типів приладів буде неухильно зростати.

За основу розробки систем керування у локальних об'єктах прийнято уніфіковану структуру інтелектуальних інтегрованих систем керування електричними об'єктами [16,112,120,123], в якій виділені три основні складові: об'єкт керування, комутаційне середовище та диспетчерський центр (рис.1.5).



Рис.1.5. Складові уніфікованої системи керування

У локальному об'єкті функції диспетчерського центру виконує деяке спільне інформаційне середовище – сукупність систем керування електротехнічних пристроїв та загального керуючого центру, в якому відбувається обмін інформацією. В якості комутаційного середовища використовуються фізичні силові лінії електричної мережі. Крім того, для локальних об'єктів з'являються додаткові можливості, пов'язані з керуванням під'єднання навантажень без впливу на роботу інших об'єктів: відключенням; зміною рівня споживання; зсувами моментів комутації, що неможливо здійснити у великих енергетичних комплексах та розподільчих станціях.

Система керування електроживленням для локального об'єкту повинна забезпечувати виконання умов завадозахищеності [84], простоти реалізації та невисокої вартості реалізації. Швидкість передавання інформації може бути не досить високою – цілком припустимим є передавання керуючого імпульсу чи сигналу керування протягом інтервалу в десятки-сотні мілісекунд. Для створення такої системи необхідно реалізувати обмін інформаційно-керуючими сигналами між пристроями локального об'єкту, а також розробити відповідний математичний апарат аналізу, обробки, прогнозування та вироблення сигналів керування за обраним критерієм ефективності.

Таким чином, теорія вирішення задачі реалізації енергоефективного керування процесами електроживлення – електроспоживання включає: 1) розв'язання рівнянь динаміки електротехнічних приладів; 2) побудову економічних моделей виробництва та споживання локальних об'єктів; 3) організацію взаємодії окремих пристроїв між собою та центральним блоком у єдиному інформаційному середовищі з метою пристосування поведінки кожного з них до найкращої колективної стратегії, що визначається обраним критерієм оптимізації. Зазначені складові загальної теорії керування електроживленням дозволяють розробити ефективні алгоритми з урахуванням вартісних факторів та технічних характеристик локальних об'єктів.

1.2. Стратегії керування

У складних системах, до яких відносяться всі типи локальних об'єктів, розглянуті у підрозділі 1.1, підтримка потрібних режимів функціонування та споживання електроенергії забезпечується за рахунок керування режимами окремих елементів та об'єкту в цілому [88]. В зв'язку з цим із всієї сукупності елементів локального об'єкту виділяються дві особливі групи – керуючі та керовані елементи. Для забезпечення передавання інформації у комунікаційному середовищі та успішного функціонування системи керування необхідна наявність центрального пристрою, функцією якого, крім керування пристроями об'єкту, є зв'язок з верхнім ієрархічним рівнем електропостачання у мережі (районі). На рис.1.6 наведено узагальнену структурну схему керуючого комплексу та інформаційні зв'язки між керуючими та керованими пристроями.

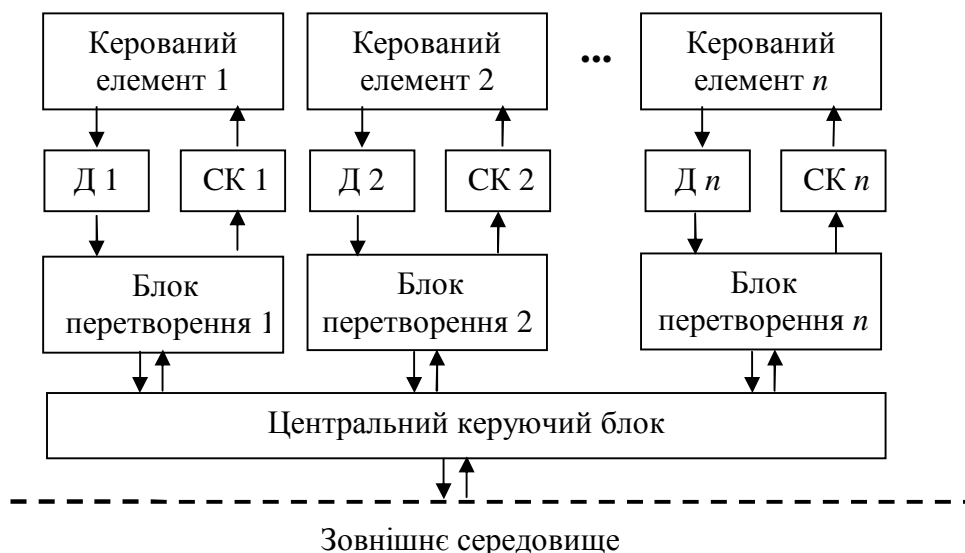


Рис.1.6. Складові структури керуючого комплексу локального об'єкту

Існуючі підходи до керування електроживленням пристроїв, об'єднаних у єдине інформаційне середовище, базуються на двох основних принципах – централізованого та децентралізованого керування або їх комбінаціях, які найчастіше виявляються найбільш доцільними [14].

Централізований підхід передбачає наявність центрального керуючого блоку, який отримує дані про поточний стан пристроїв, які обмінюються інформацією тільки з центральним блоком та не отримують данні про наявність або відсутність інших пристроїв у системі.

Вирішення глобальної оптимізаційної задачі повинно забезпечувати максимальний виграш або максимальний прибуток для всієї системи. Один з варіантів такого керування може бути розглянутий, наприклад, у рамках теорії гри з загальною касою [19,83]. При цьому теоретично можна здійснити таке керування, яке забезпечить максимальний виграш. Проте, як показано в [20],

навіть при дуже простій структурі системи, коли існує 13 стратегій поведінки об'єктів, одна з яких дає максимальний вигрaш, а 12 – менший, а кількість учасників (об'єктів керування) дорівнює 10, число еквівалентних рішень, яке повинен перебрати центральний пристрій, складає 898 128 000, і це не враховуючи можливі комбінації функцій керування та тарифів на витрати. Незважаючи на можливості сучасної обчислювальної техніки, очевидно, що централізоване керування більш складними системами виявиться настільки неефективним, що поняття оперативного керування втратить сенс. Крім того, помилки, пов'язані з централізованим керуванням, можуть мати катастрофічний характер. Тому при розв'язанні розглянутої проблеми централізоване керування, як самостійне, навряд чи може розглядатися як перспективне.

Отже, централізований підхід мало підходить для вирішення задачі керування електроживленням локальних об'єктів внаслідок таких факторів, як: 1) велика різноманітність типів навантажень; 2) значна кількість можливих зв'язків та умов роботи; 3) постійний розвиток та зміни структури системи, обумовлені появою нових типів навантажень та функцій, що виконуються ними, внаслідок чого виникає необхідність створення додаткових зв'язків та розробки відповідних алгоритмів керування; 4) тривалий час обробки великих інформаційних потоків.

У *децентралізованій* системі обмін інформацією, узгодження та зміна робочих режимів здійснюється на підставі обміну інформацією між окремими пристроями. Переваги децентралізованого керування є очевидними при розгляданні функціонування міжнародної телефонної мережі. Незважаючи на високу складність та величезну кількість точок перемикання – комутаційних вузлів – близько 10^9 - 10^{10} (щогодини не менше 10^4 елементів має виходити з ладу [19]) – ця мережа забезпечує задовільний зв'язок між абонентами. Працездатність системи забезпечується високим ступенем децентралізації керування та великою автономією складових частин – телефонних підстанцій.

При децентралізованому керуванні кожний пристрій за допомогою системи керування регулюючого елемента, яким зазвичай виступає перетворювач, взаємодіє з певним числом інших пристроїв-“сусідів”, які утворюють локальне “підсередовище”. На підставі отриманої інформації кожний система керування електротехнічного об'єкту самостійно обирає керування $U(t)$ з родини оптимальних. Вибір “сусідів” виконується одним з трьох принципово різних способів: 1) ієрархічний – «сусідами» є пристрої одного рівня ієрархії; 2) груповий – «сусідами» є пристрої однієї групи, утвореної за ознаками потужності споживання, ступеня керуваності, можливостями переривчастої роботи; 3) випадковий – за відсутності жорстко заданих правил розподілення “сусідами” обираються перші l пристроїв, від яких надійшла інформація при вмиканні. Перші два способи передбачають жорстке завдання правил розподілення при початковому встановленні системи і можуть бути використані у автономних локальних об'єктах, у яких структура

системи електроживлення є незмінною або зазнає незначних змін. Третій спосіб є більш гнучким і має переваги за умов появи нових пристроїв, постійної зміни структури системи та робочих режимів, але при його застосуванні склад групи суттєво змінюється [9].

Децентралізована система в силу принципів її функціонування здатна досить швидко вирішувати локальні задачі, однак не забезпечує вирішення глобальної задачі оптимізації споживання енергії та не може вважатися стало працюючою [138]. Оцінка загального стану та рівня споживання всього об'єкта при цьому практично неможлива.

Найбільш ефективним є *комбіноване* керування, яке містить елементи централізованої і децентралізованої стратегій. Обов'язковою умовою ефективного комбінованого керування є наявність інформаційного середовища, утвореного самими пристроями. В залежності від стану середовища системи керування обирають стратегію поведінки. В цьому випадку передбачається, що в системі присутній центральний блок керування, але він виконує функцію контролю та керування на узагальненому рівні – визначає тенденції якості роботи, поточний стан споживання електроенергії, виробляє загальні оціночні сигнали про стан системи та необхідність вжиття заходів щодо зменшення споживання шляхом переходу в більш економічний режим. Системи керування окремих навантажень або груп взаємодіють між собою, використовуючи принципи колективної поведінки автоматів з пам'яттю у спільному середовищі [19,26,102]. Поведінка кожного генератора та споживача визначається стратегією, яка задається власною системою керування відповідного регулятора. Ця стратегія підлягає корегуванню з боку сигналів центрального блоку. Таким чином, формується гнучке інформаційне середовище, здатне адаптуватися до зміни параметрів та поточного рівня споживання. Наприклад, одночасне вмикання декількох споживачів великої потужності, здатне викликати небажане перевищення споживання, регулюється введенням зсувів моментів комутації, плавним наростанням або черговістю вмикання пристроїв.

При комбінованому керуванні центральний пристрій та підсистеми керування наступного рівня (див. рис.2.3) утворюють централізовану систему, проте між собою підсистеми узгоджують свої дії за децентралізованим принципом. При переході на нижчий рівень також реалізується централізоване керування, в якому центральним керуючим блоком слугує відповідна підсистема, а керованими об'єктами – підсистеми наступного нижчого рівня або ж безпосередньо електротехнічні пристрої – генератори або навантаження – у випадку, якщо йдеться про найнижчий рівень керування.

Поєднання централізованого та децентралізованого принципів побудови систем керування з комунікаційним середовищем передаванням інформації дозволяє враховувати такі аспекти, які не досить повно враховуються при звичайній побудові систем керування, а саме:

1. Індивідуальні властивості електротехнічного обладнання; кваліфікацію оператора, який обслуговує устаткування; функцію витрат; виробничу функцію; тарифні ставки та інші економічні показники.

2. Часові залежності вектору тарифної вартості витрат, який може відрізнятися не тільки для різних пристроїв, але й для тих самих, якщо використовується на різних ділянках або підприємствах.

3. Зміну значень вектору вартості витрат та виробничої функції в залежності від кількості залученого до роботи електротехнічного обладнання.

Незалежно від обраної стратегії, застосовують наступні способи керування окремими навантаженнями: 1) штучна зміна моменту вмикання навантаження після надходження запиту на вмикання – пристрій вмикається з деякою затримкою, або раніше за запрограмований час; 2) зміна часу виведення навантаження на заданий режим споживання; 3) мінімізація енергії, що витрачається на перехідний процес вмикання навантаження, без зміни часу перехідного процесу; 4) зміна рівня споживання навантаження в процесі роботи – у випадку наявності ступінчатого режиму електроспоживання; 5) переривання роботи навантаження з подальшим його вмиканням в інші інтервали часу у випадку, якщо це припустимо та поточне значення споживання перевищує задане обмеження, а зміни рівня споживання недостатньо для усунення цього перевищення.

Перший спосіб, *штучна зміна моменту вмикання* – вмикання системи підтримання мікроклімату (температури та вологості повітря) чи сушарки із зсувом на декілька секунд (а іноді навіть і хвилин) не створить дискомфорту для людини, так само, як і короткотривала (долі секунди) затримка вмикання електроплити або праски. Якщо передбачається високий рівень споживання в певний інтервал часу, деякі навантаження можуть вмикатися раніше за запрограмований час. Це може бути реалізовано, наприклад, для систем підігріву доріжок, кондиціонування, підтримання заданої температури у басейні або сауні, тощо. Між тим, саме введення часових зсувів моментів комутації дозволить розвантажити систему та уникнути небажаного перевищення рівня електроспоживання.

Інший спосіб керування – *зміна часу виведення на заданий режим споживання* – передбачає можливість реалізації різних траєкторій виведення навантаження на режим із заданим рівнем напруги U_3 . Якщо в даний інтервал потужність споживання локального об'єкту відносно невелика, потужність альтернативних джерел не використовується повністю та/або діють низькі тарифи на електричну енергію мережі, певні навантаження можуть „прискорено” виводитися на режим (рис.1.7).

Спосіб керування за *мінімізацією енергії, що витрачається на перехідний процес* – може бути реалізований шляхом забезпечення оптимальної траєкторії виведення електротехнічного пристрою на заданий режим без зміни часу перехідного процесу [104].

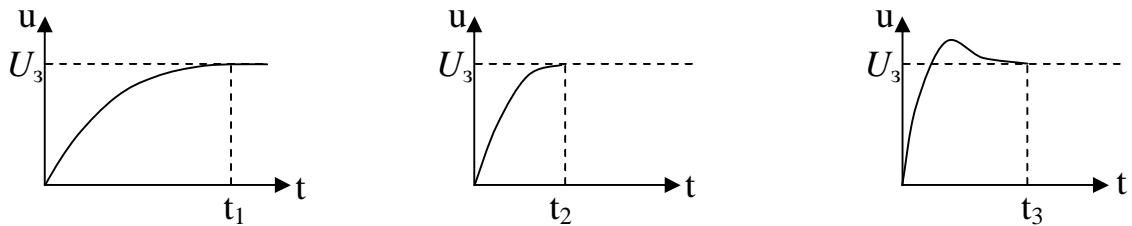


Рис.1.7. Траєкторії виведення навантаження на заданий режим

Вибір оптимальної траєкторії переведення навантаження з визначеного початкового стану у заданий кінцевий здійснюється на підставі розв'язання задачі мінімізації цільового функціоналу, яким може виступати, наприклад, вартість енергії, що витрачається на перехідний процес:

$$J = \int_0^T p \cdot u \cdot i \cdot dt,$$

де p – вартість одиниці енергії; u – напруга впливу; i – струм у навантаженні; T – інтервал часу, за який відбувається перехід у заданий режим. Розв'язком задачі є оптимальний закон керування, тобто оптимальна залежність напруги джерела живлення від часу, при якій цільовий функціонал набуває мінімального значення.

Якщо функціональне призначення та характеристики електротехнічного пристрою передбачають можливість перебування в різних режимах електроспоживання, а ступінь важливості цього пристрою для забезпечення функціонування локального об'єкту та забезпечення життєдіяльності є не найвищим, можливим є здійснення керування шляхом зміни рівня споживання в процесі роботи – тимчасового перемикання на режим зниженого електроспоживання з подальшим поверненням до номінального режиму. В якості прикладів таких навантажень можна зазначити освітлення кімнат (зниження рівня освітленості до деякого припустимого рівня у випадку, якщо загальне електроспоживання перевищує заданий рівень), прилади клімат-контролю (зменшення потужності споживання електричних насосів або кондиціонерів в разі необхідності), тощо.

Якщо навантаження належить до одного з найнижчих ієрархічних рівнів, і переривання його роботи не є критичним для системи електроживлення (окремі освітлювальні прилади, підігрів доріжок, насоси зрошення галявин), за умов відсутності звернення до нього протягом заданого часу можливо здійснення переривання роботи навантаження з подальшим його вмиканням в інші інтервали часу з метою усунення пікових навантажень. Інтервали, в які відбувається автоматичне зниження рівня споживання, можуть бути жорстко заданими або змінюватись в залежності від реалізованого алгоритму керування,

що забезпечує гнучкість та можливість адаптації до конкретних умов функціонування.

Можна стверджувати, що задача оптимального використання енергії зводиться до “вирівнювання” характеристики споживання, тобто переносу часу роботи окремих навантажень, для яких це припустимо, на інтервали “недовантаженості” системи. Таким чином, для кожного навантаження необхідно визначити найбільш оптимальний графік роботи з обов’язковим врахуванням таких факторів, як: 1) рівень комфортності для людини; 2) важливість забезпечення електроенергією даного навантаження у конкретний проміжок часу; 3) значення електроенергії, необхідне для роботи навантаження.

1.3. Комунікаційне середовище

1.3.1. Необхідність створення інформаційних зв’язків. Створення єдиного комунікаційного середовища для передавання керуючих сигналів та інформації про стан кожного пристрою у кожний дискретний момент часу є необхідною умовою для реалізації ефективного керування електроживленням. Наявність інформаційних зв’язків дозволяє кожному пристрою у складі локального об’єкту: 1) виробляти у загальне комунікаційне середовище сигнали про власний стан; 2) приймати сигнали керування від центрального керуючого пристрою; 3) приймати сигнали про стан інших пристроїв. У відповідності з отриманими сигналами режим роботи пристрою може змінитися або залишитися незмінним.

Таким чином, актуальною задачею в цьому напрямку є розробка системи, яка забезпечує найбільш раціональне використання енергії шляхом створення комунікаційного середовища, що складається з центрального блоку керування, окремих електротехнічних пристроїв та забезпечує обмін інформацією між ними. Концепція створення єдиного середовища передбачає, що всі пристрої – генератори, акумулятори, перетворювачі, навантаження – є елементами комунікаційного середовища і самі його утворюють, а кожному з пристроїв притаманний певний рівень адаптації своїх функціональних можливостей до загального стану системи.

Формування та функціонування комунікаційного середовища можливо при використанні сучасних інформаційних технологій. Принципи створення комунікаційного середовища досить детально розроблені для великих енергетичних систем – автоматизованих центрів диспетчерського керування, виробничих станцій та заводів [15-18,38,44,45,68,69,79,81,121,139,140], але майже не стосуються невеликих з точки зору потужності споживання та обмежених по території локальних об’єктів. Існуючі сучасні системи автоматизованих локальних систем та „розумних будинків” [27,82,173,176] передбачають наявність зв’язків між пристроями, об’єднання їх у єдину інформаційну систему і реалізацію керування з точки зору мінімізації

енергетичних витрат, але не враховують в якості критерію ефективності керування вартісні фактори, що є суттєвим з точки зору кінцевого споживача.

1.3.2. Ієрархічна структура керування. Зважаючи на те, що навантаження і генератори локального об'єкту відрізняються за призначенням, потужністю та режимами роботи, розв'язання задачі керування неможливо без урахування їх ієрархічного розподілу. Джерела і навантаження з певними характеристиками об'єднуються у підсистеми, які в подальшому приймають участь в обміні інформацією з центральним керуючим блоком. На рис.1.8 представлено варіант ієрархічної структури з 20 пристроями та двома рівнями керування.

Незалежно від структури ієрархічного керування, яка може динамічно змінюватись у відповідності до оптимізаційної задачі, сигнали керування та статусна інформація передається між центральним блоком, підсистемами та окремими пристроями у єдиному комунікаційному середовищі.

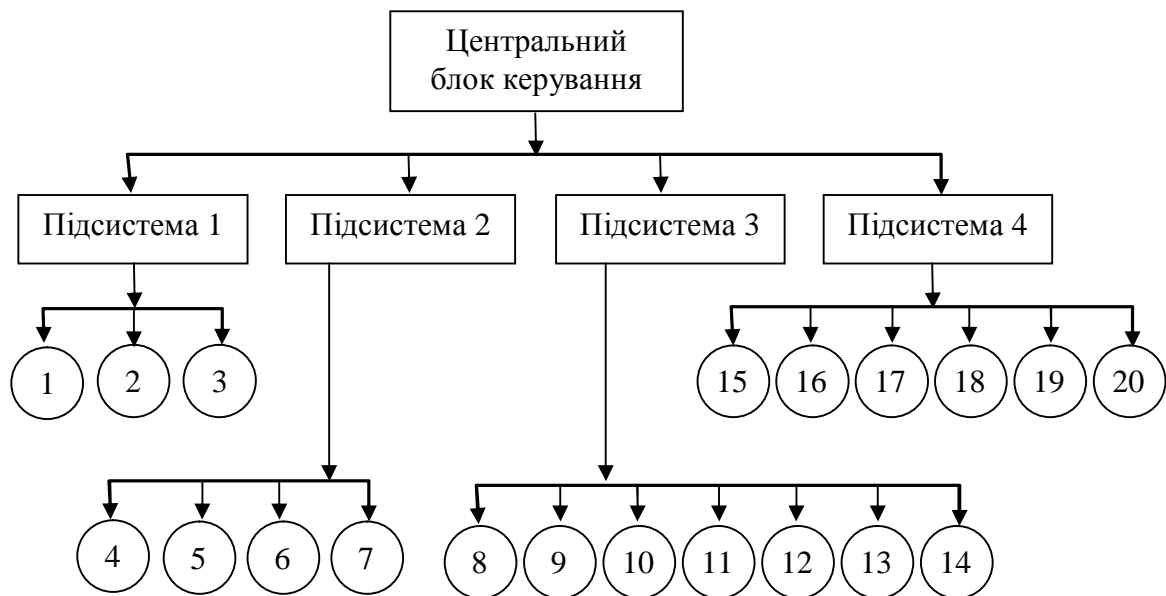


Рис.1.8. Ієрархічна структура керування пристроями у локальному об'єкті

Нижчий рівень керування містить чотири керуючі підсистеми 1-4. Підсистема 1 керує пристроями 1-3, підсистема 2 – пристроями 4-7, підсистема 3 – пристроями 8-14, підсистема 4 – пристроями 15-20. При переході на вищий рівень керування підсистеми 1-4 виявляються керованими об'єктами, а керуючу роль для них виконує центральний блок керування.

Виділення підсистем є важливим етапом при моделюванні поведінки локальних об'єктів та створенні алгоритмів керування. Ряд задач, пов'язаних з властивостями окремих підсистем, може бути вирішеним при їх окремому вивченні, що у багатьох випадках істотно спрощує розрахунки. Крім того, зменшується кількість зв'язків між елементами системи, які підлягають

дослідженню, та відповідно знижується громіздкість обчислень. Так, при кількості пристроїв у складі системи $n=20$ кількість Q_C можливих зв'язків між ними, а отже, і різних адрес, які зберігаються у пам'яті центрального керуючого блоку та передаються разом із командами керування, складає $Q_C=n(n-1)=380$. Якщо всі пристрої розподілені по чотирьом підсистемам $\{n_1, n_2, n_3, n_4\}$ ($n_1 = 3$ – у першій підсистемі, $n_2 = 4$ – у другій, $n_3 = 7$ – у третій, $n_4 = 6$ – у четвертій), то кількість Q_{C_4} можливих зв'язків між пристроями всередині підсистем складатиме $Q_{C_4}=3*2+4*3+7*6+6*5=90$.

Кількість зв'язків Q_{C_n} між підсистемами $Q_{C_n}=4*3=12$. Якщо зв'язки між пристроями різних підсистем відсутні, то загальна кількість Q_{C_Σ} зв'язків та адрес керованих елементів дорівнюватиме $Q_{C_\Sigma}=90+12=102$, тобто скорочується майже в чотири рази.

Істотною особливістю керування ієрархічної структури є та обставина, що основна маса інформації переробляється у відповідних контурах нижчого рівня, а на вищій рівні надходять лише узагальнені дані, які характеризують не окремі пристрої, а цілі підсистеми складної системи.

Розбиття на підсистеми може здійснюватися за наступними критеріями:

- 1) функціональне призначення пристроїв;
- 2) функціональне призначення приміщень, в яких розташовані пристрої;
- 3) кількість можливих режимів електроспоживання;
- 4) рівень пріоритету.

В залежності від призначення, складності структури, точності керування, встановлених пріоритетів, заданого рівня споживання, тарифів на електроенергію, поточного стану та режимів роботи генераторів і навантажень може використовуватися один або більше критеріїв розбиття на підсистеми. Більший рівень адаптації забезпечує динамічний розподіл на підсистеми, тобто зміна критерію розбиття в процесі роботи.

Визначальним фактором при ієрархічному розподілі навантажень є важливість конкретного пристрою для забезпечення життєдіяльності та безпеки людей, надійності функціонування локального об'єкту. Зовнішній вплив, спрямований на примусове переведення у більш економний режим (зсув моментів комутації, перехід до менш енергоємного режиму, переривання роботи), у меншому ступені застосовується до навантажень, що знаходяться на більш високих ієрархічних рівнях. Із зниженням рівня час зсуву вмикання, тривалість перебування у економному режимі, а також інтервал переривання роботи зростають. Таким чином, у найбільшій мірі підлягають керуванню навантаження нижчого рівня – їх робочі режими практично весь час "підлаштовуються" під поточний режим всієї системи. У додатку 1 наведено приклад розбиття груп електротехнічних навантажень житлового будинку на підсистеми та приклад їх ієрархічного розподілу.

У випадку жорсткого розділення навантажень за ієрархією належність кожного навантаження до свого рівня визначається на початку функціонування системи і в подальшому лишається незмінною. У випадку динамічної ієрархії у різні інтервали часу навантаження можуть переходити з одного ієрархічного рівня на інший, забезпечуючи більш доцільний перерозподіл електроенергії між пристроями. Так, навантаження, спочатку приписане до більш високого рівня ієрархії, може змінити його на нижчий, якщо цей пристрій не використовується тривалий час, періодичність вмикань або енергія споживання відрізняються від заданих значень. Динамічна зміна не стосується найвищого ієрархічного рівня, на якому знаходяться життєво необхідні пристрої, важливість яких для безпеки та функціонування всієї системи безперечна.

1.3.3. Однотипність параметрів електричної енергії у комунікаційному середовищі. Підвищення ефективності споживання передбачає наявність пристроїв та технологій, які дозволяють уникнути генерації реактивних потужностей, зменшити втрати енергії, забезпечити належну якість та стабілізацію параметрів електричної енергії, що постачається, створити умови для забезпечення надійного безперебійного електроживлення, здійснювати компенсацію впливу несиметричних режимів у мережі живлення на роботу навантажень. Відповідність якості електроенергії однаковим визначеним нормам у всіх точках під'єднання навантажень та генераторів дозволяє проводити порівняльні розрахунки якості та кількості електроенергії, що генерується та споживається у різних точках загальної мережі, а також визначати оптимальні режими роботи і формувати структуру системи.

Об'єднання генераторів та накопичувачів у єдину систему із забезпеченням потрібної якості енергії досягається шляхом застосування перетворювальних пристроїв, які супроводжують практично всі точки підключення генераторів та навантажень та виконують наступні функції: 1) зміна режимів роботи генераторів і навантажень, що входять до складу локального об'єкта, у відповідності з алгоритмом роботи; 2) забезпечення однакових параметрів електричної енергії; 3) корекція коефіцієнта потужності у мережі електроживлення та забезпечення синусоїдального струму та напруги споживання від генераторів; 4) компенсація впливу несиметричних режимів генераторів та електричної мережі на роботу навантажень; 5) відбирання максимальної енергії від генераторів різних типів. Це дозволяє забезпечити перетворення механічної, фотоелектричної, теплової енергії та енергії, накопиченої у акумуляторах, у електричну енергію певних параметрів. Керування всіма типами перетворювачів відбувається на базі загальної задачі мінімізації ресурсів або витрат на функціонування локального об'єкта в цілому. Тому кожний перетворювальний пристрій зі своєю системою керування є частиною спільного середовища, в якому відбувається обмін інформацією та корегування керуючих алгоритмів окремих пристроїв у відповідності до

загальної оптимізаційної задачі. В залежності від завантаженості системи, наявності вільної енергії, ієрархічного розподілу, а також вартісних факторів керуючі алгоритми для перетворювачів змінюються, забезпечуючи найбільш раціональне використання енергії у системі.

Структуру системи електроживлення локального об'єкта, в якій реалізоване комунікаційне середовище обміну інформацією між пристроями, наведено на рис.1.9.

Задачу підвищення ефективності використання енергії доцільно розглядати за наявності декількох генераторів ($\Gamma_1, \dots, \Gamma_F$) – електричної мережі та альтернативних джерел живлення, в тому числі відновлюваних. Акумуляторні накопичувачі (АкН) виконують функцію джерела або споживача енергії в залежності від режиму їх роботи.

Перетворювачі параметрів електричної енергії (Пр) – компенсатори реактивної потужності, фільтри, коректори, стабілізатори, широтно-імпульсні перетворювачі, випрямлячі, інвертори – та їх системи керування здійснюють регулювання режимів роботи генераторів і навантажень (H_1, \dots, H_N), стабілізацію і нормування параметрів електричної енергії у загальній системі.

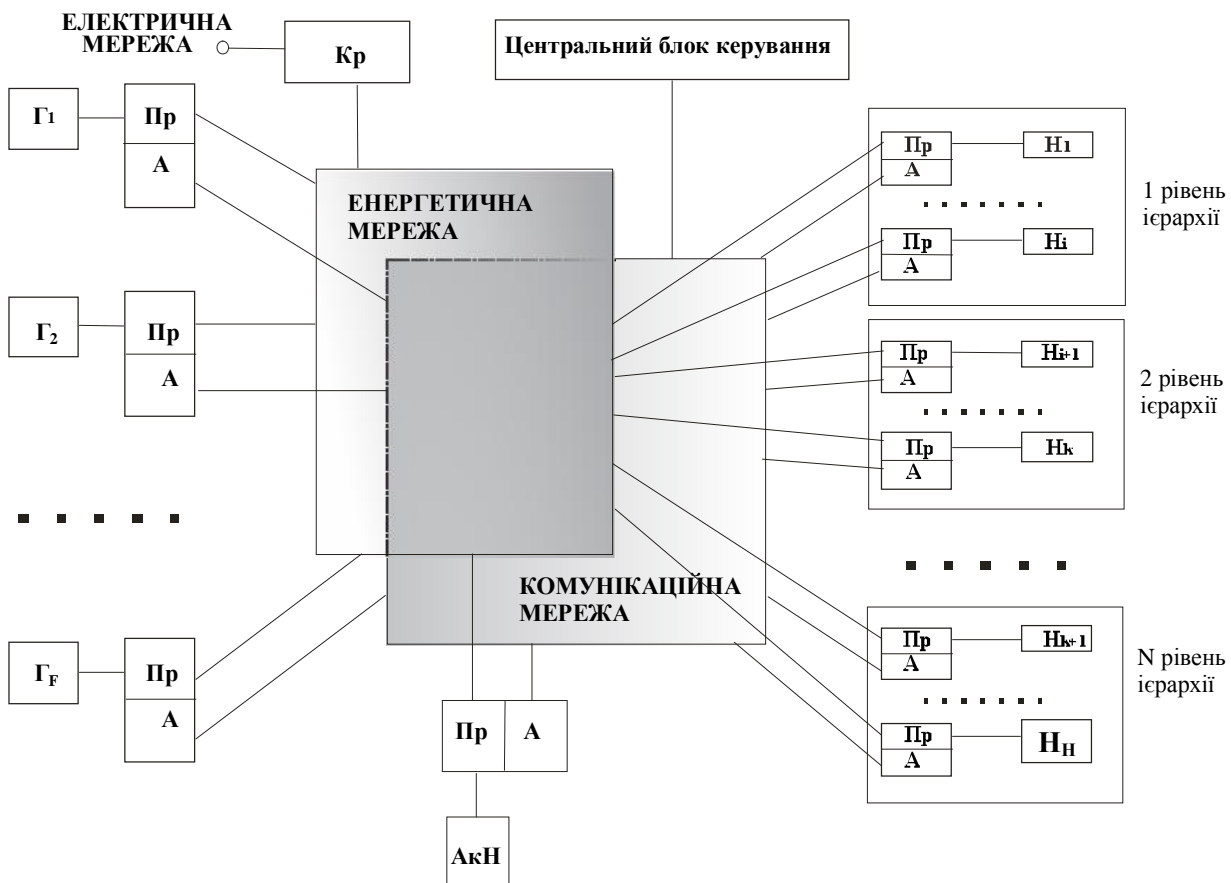


Рис.1.9. Комунікаційне середовище локального об'єкта

Обмін інформацією між пристроями та центральним блоком керування здійснюється шляхом використання автоматів (А), які являють собою частину системи керування та задають режим роботи у відповідності з вимогами

оптимізаційної задачі. Центральний блок керування узагальнює дані, отримані від окремих пристроїв, та надає у комунікаційну мережу інформацію про оцінку стану системи та динаміку споживання енергії по пристроям та рівням ієрархії.

1.3.4. Фізична реалізація ліній зв'язку комунікаційного середовища. В автоматизованих системах диспетчерського управління енергопостачальних компаній [66] взаємозв'язок між окремими об'єктами енергомережі здійснюється за допомогою комунікаційних серверів, які забезпечують користувачам мережі доступ до будь-яких приєднаних пристроїв у складі системи. Комунікаційне середовище обміну інформацією реалізоване на базі таких комунікаційних вузлів, як повторювачі, мости, комутатори, маршрутизатори, підсилювачі сигналів, тощо [16,66]. Каналами зв'язку, спільними для всіх пристроїв в комунікаційному середовищі, є виділені, телефонні, супутникові лінії, бездротові мережі або оптоволоконний кабель зі стандартизованими протоколами зв'язку. Найбільш поширені технології передавання інформації наведені у додатку 2.

Для передачі інформації можуть використовуватися існуючі електричні лінії – силова електромережа 220 В, мережа пожежної сигналізації, мережа кабельного телебачення або інша розподілена система проводів. Перспективним для впровадження системи керування електроживленням в локальних об'єктах є використання в якості каналу зв'язку ліній електроживлення існуючої мережі [67,149,153,157-159,161-163,165,172]. Така організація комунікаційного середовища дозволяє уникнути прокладання нових проводів та заощадити кошти на встановлення додаткового устаткування, мережа характеризується гнучкістю, легко модифікується і розширюється при введенні нових пристроїв. Під'єднання пристроїв до комунікаційного середовища локального об'єкту забезпечується звичайним вмиканням їх у електророзетку. Використання силових ліній для передавання інформаційних сигналів стає домінуючим рішенням для локальних об'єктів.

Однак при використанні силових ліній електромережі для передачі інформації виникають такі негативні фактори, як: 1) обмежена смуга пропускання; 2) непостійна частотна характеристика каналу передачі; 3) наявність шумів. Перший фактор обмежує максимальну швидкість передачі, другий і третій — максимальну сумарну довжину мережі.

Джерелами шуму у лініях електроживлення є самі пристрої, включені у силову мережу, яка одночасно є і середовищем передачі інформації. Найсуттєвішими джерелами шуму є прилади з тиристорними регуляторами змінної напруги (зміна рівня освітленості), електродвигуни (холодильник, пральна машина, електродриль і т.п.) та комутаційне обладнання (перемикачі, роз'єднувачі). Тому існує необхідність розробки алгоритмів передавання керуючих та інформаційних сигналів по лініях електроживлення із зменшенням

впливу завад, підвищенням надійності, якості та швидкодії передавання інформації.

Таким чином, для побудови адекватної імітаційної моделі електроживлення та створення ефективних алгоритмів керування локальний об'єкт необхідно розглядати як єдине комунікаційне середовище, яке знаходиться у стані постійної зміни та працює як система із самонавчанням за принципами колективної поведінки автоматів або нейронної мережі. Реалізація такого середовища дозволяє реалізувати сумісне використання принципів централізованого та децентралізованого керування пристроями, що входять до складу локального об'єкту [51].

1.4. Аспекти функціонування системи

При розробці алгоритмів керування процесами електроживлення-електроспоживання локального об'єкту доцільним є розглядання трьох аспектів функціонування системи електроживлення (рис.1.10): 1) електротехнічний аспект - рівняння динаміки для окремих пристроїв і для системи в цілому; 2) вартісний аспект - ранжування генераторів і навантажень по ієрархічним рівням і вартісним показникам роботи пристроїв; 3) інформаційний аспект - інформаційні зв'язки між пристроями у спільному інформаційному середовищі.



Рис.1.10. Аспекти функціонування системи електроживлення локального об'єкту

1.4.1. Електротехнічний аспект. Найбільш поширені системи з альтернативними генераторами характеризуються тим, що в кожний момент часу лише один з наявних генераторів віддає енергію в навантаження [155]. Інші генератори в цей інтервал відключені або працюють на інше відокремлене навантаження. При цьому зростає споживання енергії від мережі, що зменшує ефективність використання енергії та збільшує вартісні витрати. Тому важливим є забезпечення одночасного віддавання енергії в систему декількома генераторами.

Електрична мережа являє собою джерело напруги $U_{1m} \sin wt$ – генератор 1 (рис.1.11) з потужністю, яка значно перевищує потужність локального об'єкту і по відношенню до неї може вважатися нескінченною. Для альтернативних генераторів умова відбирання максимальної енергії передбачає стабілізацію вихідного струму на рівні, що відповідає максимуму енергії та визначається зовнішніми умовами (наприклад, освітленістю або швидкістю вітру). Тому альтернативні генератори $2-F$ доцільно представляти у вигляді джерел струму $I_{im} \sin wt, i = 2, \dots, F$, з'єднаних паралельно навантаженню. Синусоїдальні струми від альтернативних джерел додаються у спільному вузлі, і сумарний струм надходить до еквівалентного навантаження $R_{ЕКВН}$.

Однотипність параметрів електроенергії забезпечується застосуванням перетворювачів [48,122]: 1) двоспрямованого коректора потужності, що забезпечує споживання та віддавання в мережу активної потужності; 2) перетворювачів „змінна напруга – синусоїдальний струм”, що вмикаються на виході альтернативних генераторів; 3) перетворювача реактивного опору в активний $Z_H \rightarrow R_{ЕКВН}$, який забезпечує споживання сумарним опором всіх навантажень Z_H синусоїдального струму з нульовим фазовим зсувом відносно напруги живлення; 4) зарядних перетворювачів “напруга-постійний струм”, що вмикаються на виходах мережі та всіх альтернативних джерел для утворення струму заряду масиву акумуляторних батарей як суми постійних струмів на виході перетворювачів; 5) розрядних перетворювачів „постійна напруга-синусоїдальний струм” $U_{AB=} \rightarrow I_{ABm} \sin wt$ та $U_{AB=} \rightarrow U_{ABm} \sin wt$. Можливі інші варіанти реалізації зарядних перетворювачів - „напруга-напруга” або „напруга-постійна потужність”, але в цих випадках в кожний момент часу до акумуляторних батарей під'єднується лише один з генераторів.

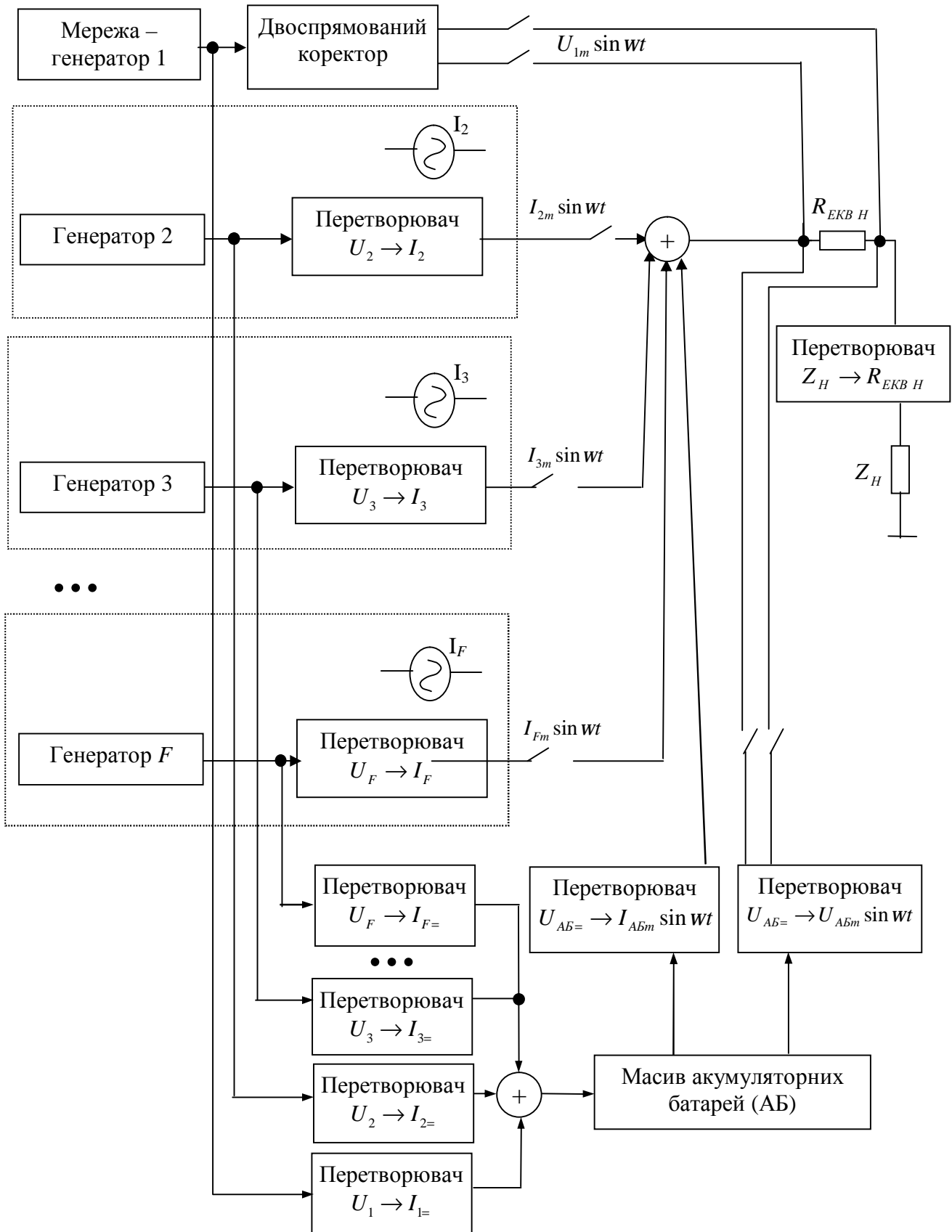


Рис.1.11. Структурна схема системи електроживлення з альтернативними джерелами

Система автоматичного регулювання електроживлення (рис.1.12) містить джерело напруги U_1 – електричну мережу, та декілька джерел струму (альтернативні генератори), які працюють на єдине навантаження.

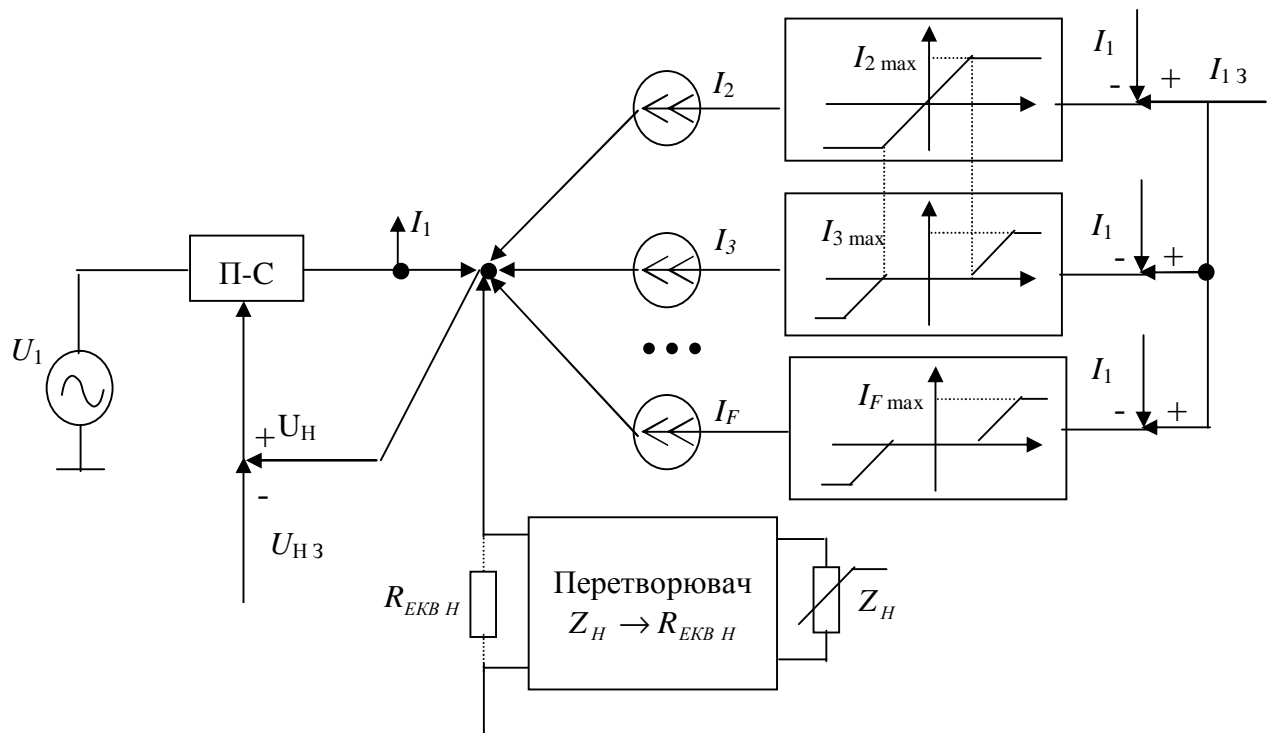


Рис.1.12. Структурна схема системи автоматичного регулювання електроживлення

Джерело U_1 під'єднується до спільного вузла через перетворювач-стабілізатор напруги (П-С), керуючим сигналом для якого є різниця між напругою зворотного зв'язку U_H , що знімається із спільного вузла навантаження, та заданим значенням U_{H3} . Джерела струму вмикаються по чергово у відповідності до ієрархічного розподілу та нелінійності, обумовленої параметрами джерел. Керуючим сигналом для джерел струму є різниці між струмом мережі I_1 та заданим значенням I_{13} . Після отримання інформації про рівні ієрархії вмикається і віддає максимально можливу енергію у навантаження генератор найвищого рівня, тобто той, який виробляє найбільш дешеву електроенергію і має максимальне значення функції прибутку.

Якщо енергії першого генератора недостатньо для повного забезпечення живлення навантажень (струм мережі не дорівнює нулю), вмикається генератор другого рівня ієрархії. Почергове вмикання генераторів у відповідності з ієрархією відбувається доти, доки не буде виконана умова $I_1 \leq 0$, де знак “<” відповідає поверненню енергії у мережу. Генератори, не задіяні при цьому, під'єднуються до акумулятора, віддають енергію у зовнішню мережу, якщо це є економічно доцільним, або не використовуються. Акумуляторна батарея може моделюватися у вигляді джерела струму або напруги. У випадку представлення

акумуляторної батареї джерелом напруги вона підключається аналогічно електричній мережі. Крім мережі та акумуляторної батареї, роль джерела напруги може виконувати також інші генератори.

Таким чином, крім ієрархічного ранжування генераторів, які представляються у вигляді джерел струму, виникає необхідність проведення ієрархічного розподілення генераторів, які виступають джерелами напруги, що і виконується в рамках вартісного аспекту (див. рис.1.10). Крім того, у вартісному аспекті виконується також ранжування навантажень по ієрархічним рівням таким чином, щоб заходи по зменшенню споживання у більшій мірі стосувались пристроїв, найменш важливих для забезпечення життєдіяльності людини та функціонування локального об'єкта. Ієрархія груп в загальному випадку є динамічною, тобто розподілення пристроїв змінюється на кожному кроці керування, що забезпечує виконання умови оптимального споживання протягом всього часу роботи системи електроживлення.

Незалежно від кількості та типів наявних альтернативних генераторів можливі наступні режими роботи системи, які визначаються енергією споживання загального еквівалентного навантаження W_H , зовнішніх умов, а також наявності акумуляторних батарей та зовнішньої мережі, яка приймає надлишок або компенсує недостатність енергії, що виробляється:

1. Енергія $W_{\Sigma \Gamma_2 - \Gamma_F}$, що виробляється альтернативними джерелами, дорівнює максимально можливій енергії W_{max} , і повністю віддається у навантаження: $W_{max} = W_{\Sigma \Gamma_2 - \Gamma_F} = W_H$.

2. $W_{max} = W_{\Sigma \Gamma_2 - \Gamma_F} > W_H$ – енергія, що виробляється альтернативними джерелами, перевищує енергію навантаження. Надлишок енергії витрачається на заряд акумуляторних батарей або віддається у зовнішню мережу.

3. $W_{max} > W_{\Sigma \Gamma_2 - \Gamma_F} > W_H$ – енергія, яка виробляється альтернативними джерелами, перевищує енергію навантаження; додаткових споживачів немає (АБ заряджені, зовнішньої мережі, здатної прийняти надлишок виробленої енергії, немає). Система працює в режимі стабілізації напруги. Цей режим є єдиним з перерахованих, у якому не відбувається відбирання максимальної енергії внаслідок відсутності додаткових споживачів.

4. $W_{max} = W_{\Sigma \Gamma_2 - \Gamma_F} < W_H$ – енергії, що виробляється альтернативними джерелами, недостатньо для живлення навантаження; якщо присутні додаткові генератори (АБ, зовнішня мережа), то за рахунок них компенсується недостатність енергії; якщо АБ розряджений, а зовнішньої мережі немає, то система працює у режимі стабілізації струму або відключається.

5. $W_{max} = W_{\Sigma \Gamma_2 - \Gamma_F} < W_0$, де W_0 – енергія, еквівалентна сумі втрат в устаткуванні та енергії, що споживається системами керування. В цьому режимі система відключається.

Слід відзначити, що забезпечення оптимальної роботи всіх пристроїв повинно здійснюватися за умовою забезпечення глобальна оптимізації [137].

При цьому забезпечення загального ефекту оптимального споживання може призвести до того, що режими роботи деяких генераторів і навантажень в окремі інтервали часу будуть відрізнятися від оптимальних.

1.4.2. Вартісний аспект. Для забезпечення виконання критерію мінімізації витрат користувача всі електротехнічні пристрої, що входять до складу локального об'єкта, оцінюються з точки зору економічної ефективності їх роботи. Внаслідок однотипності параметрів електроенергії, що виробляється та споживається у системі оцінка роботи пристроїв виконується на основі єдиного критерію, яким виступає вартість енергії та економічна ефективність роботи кожного пристрою.

Ієрархічний розподіл генераторів і навантажень в рамках вартісного аспекту здійснюється шляхом вирішення оптимізаційної задачі для кожного пристрою з урахуванням обмежень. Для генераторів цільовим функціоналом є функції прибутку, що максимізується, для навантажень – функція корисності. Після вирішення окремих оптимізаційних задач виконується розв'язання системи рівнянь загальної рівноваги [65] для забезпечення: 1) рівності сумарної виробленої $E_{\text{виробл}}$ та спожитої $W_{\text{спож}}$ енергії: $W_{\text{виробл}} = W_{\text{спож}}$; 2) рівності витрат, які відносяться до функціонування генераторів і навантажень.

Користувач локального об'єкту приймає участь у процесі формування вартісних критеріїв оцінки, що призводить до суб'єктивності формування виробничих функцій і функцій корисності, які в подальшому корегуються шляхом незалежної оцінки параметрів пристроїв.

Інформація про значення напруг і струмів мережі, вихідних струмів джерел, напруг навантаження надходить у центральний блок керування, якій на підставі цих даних і даних про ієрархію джерел виробляє керуючі сигнали для завдання режимів роботи джерел - моменти підключення до мережі, тривалість роботи, умови відбору максимальної енергії. Поточний ієрархічний розподіл відбувається на підставі оцінки роботи джерел з погляду їхньої ефективності й виробничих функцій [65].

1.4.3. Інформаційний аспект. Функціонування інформаційного середовища дозволяє забезпечити обмін сигналами, що несуть інформацію про необхідні дії, які мають виконати пристрої для оптимізації використання енергії (команди керування), та про поточний стан споживання кожного пристрою (сигнали стану). У випадку централізованої стратегії сигнали керування для кожного конкретного пристрою формуються у центральному блоці і передаються споживачам, при децентралізованій стратегії системи керування пристроїв містять інформаційні блоки („інтелектуальні роз'єднувачі”), що обмінюються інформацією та пристосовують поведінку керованих ними об'єктів до вимог найбільш оптимальної стратегії електроспоживання. При комбінованому керуванні центральний блок керування генерує в спільне інформаційне середовище оцінювальні сигнали

про поточний режим споживання, у відповідності з якими інтелектуальні роз'єднувачі виконують необхідні дії щодо забезпечення найбільш раціонального використання енергії, обмінюючись між собою інформацією згідно принципів децентралізованої стратегії.

Функціональна схема інформаційних зв'язків системи локального об'єкту представлена на рис.1.13.



Рис.1.13. Схема інформаційних зв'язків системи локального об'єкту

Комплексне поєднання електротехнічного, вартісного та інформаційного аспектів функціонування системи електроживлення локального об'єкту для побудови алгоритмів керування з урахуванням режимів роботи окремих пристроїв, їх ієрархічного розподілу та вартісних факторів, що дозволяє забезпечити мінімізацію ресурсів або витрат користувача.

1.5. Математичні засади керування електроживленням

При розробці системи керування процесами електроживленням розглядаються наступні часові залежності, параметри та сигнали, які наявні у об'єкті та характеризують його роботу:

- характеристики електроспоживання за певні проміжки часу (доба, місяць, рік або інший інтервал часу);
- часові залежності генерування електричної енергії для окремих генераторів та їх сукупності за певні проміжки часу;
- середні значення енергії, що генерується та споживається;

- кількість генераторів та навантажень, що беруть участь у процесах вироблення-споживання енергії в кожний момент часу;

- навантажні характеристики;

- інформаційні сигнали від пристроїв про їх поточний стан: режим та рівень споживання, моменти вмикання-вимикання, виконувані програми та інтервали роботи;

- вартісні характеристики і параметри роботи пристроїв, які входять до складу локального об'єкту (виробничі функції генераторів, функції споживання навантажень, тарифи на електричну енергію протягом доби);

- час та графік виведення на робочий режим генераторів, навантажень та акумуляторних накопичувачів.

Аналіз характеристик електроспоживання окремих пристроїв та всього локального об'єкту в цілому дає можливість сформулювати керуючий вплив для наближення поточного режиму роботи до заданого, що визначається обмеженнями на споживання, усуненням пікових навантажень, переходом в економічніший режим, тощо.

1.5.1. Задачі мікропроцесорного керування споживанням електричної енергії. Розглядаючи процеси, що протікають у електротехнічній системі локального об'єкта, можна виділити наступні основні задачі, виконання яких повинна забезпечувати ефективна система керування електроживленням:

1. Аналіз та прогнозування характеристик електроспоживання окремих споживачів, груп споживачів та локального об'єкту в цілому.

2. Розв'язання рівнянь динаміки електротехнічних приладів та розробка швидкодіючих алгоритмів керування у локальному об'єкті з мінімізацією обчислювальних витрат.

3. Розробка способів перетворення характеристик електроспоживання з метою забезпечення раціонального використання енергії на кінцевому інтервалі функціонування локального об'єкту (наприклад, зміна форми характеристики споживання протягом доби).

4. Організація взаємодії між окремими пристроями у складі локального об'єкту та передавання сигналів керування в умовах завад, що діють в тракці передавання.

Поставлені задачі вирішуються шляхом створення мультимікропроцесорної системи керування, до складу якої входять: центральний керуючий блок, мікроконтролери керування підсистемами споживачів, мікроконтролери керування під'єднанням генераторів та навантажень до мережі, вбудовані мікроконтролери напівпровідникових перетворювачів. Розподіл функцій керування по окремим блокам керуючої мультимікропроцесорної системи та математичні методи, що забезпечують виконання цих функцій, наведено у табл.1.2.

Таблиця 1.2

Функції керування мультимікропроцесорної системи

№	Функція керування	Математичний апарат	Блок системи
1.	1.1. Аналіз та прогнозування характеристик електроспоживання локального об'єкту, формування бази даних характеристик	Вейвлет-перетворення Нейронні мережі Теорія класифікації	Центральний керуючий блок
2.	2.1. Оцінка стану системи та динаміки споживання електроенергії, розрахунок режимів, визначення параметрів несиметрії мережі	Спектральні перетворення	
	2.2. Керування електроживленням з мінімізацією вартісних витрат або ресурсів	Математичні методи оптимізації та економічна теорія	
	2.3. Виконання функцій середовища – вироблення сигналів „штраф” – „заохочення” за критерієм мінімізації витрат або ресурсів	Теорія колективної поведінки автоматів, математичні методи оптимізації та економічна теорія	
	2.4. Приймання-передавання інформаційно-керуючих сигналів у комутаційному середовищі	Спектральні перетворення	
3.	3.1. Аналіз споживання підсистем	Вейвлет-перетворення	Мікроконтролери підсистем споживачів
	3.2. Виконання функцій автоматів	Теорія колективної поведінки автоматів	
	3.3. Приймання-передавання інформаційно-керуючих сигналів у комутаційному середовищі	Спектральні перетворення	
4.	4.1. Під'єднання генераторів і навантажень до мережі живлення	-	Мікроконтролери під'єднання до мережі
	4.2. Вимірювання електроспоживання навантажень	-	
	4.3. Виконання функцій автоматів	Теорія колективної поведінки автоматів	
	4.4. Реалізація зсувів моментів комутації	Затримуючі m -фільтри	
	4.5. Вироблення сигналів керування для вбудованих мікроконтролерів	-	
5.	5.1. Керування режимами роботи генераторів і навантажень в часовій або спектральній області	Спектральні перетворення	Вбудовані мікроконтролери
	5.2. Виведення на заданий режим	Математичні методи оптимізації	
	5.3. Зміна рівня споживання	-	

Для реалізації функцій керування необхідно розробити фундаментальні теоретичні засади, які включають математичне забезпечення аналізу функцій, прогнозування та вироблення керуючих сигналів з найменшими обчислювальними витратами, більшою швидкістю та простотою.

1.5.2. Спектральні перетворення дискретних функцій. Оскільки наведені задачі керування можуть вирішуватися як у часовій, так і у частотній (або спектральній) області, а реалізація керуючих алгоритмів здійснюватиметься на базі мікропроцесорних систем за певний кінцевий проміжок часу, доцільним є звернути увагу на спектральні перетворення – Фур'є, Уолша, Хартлі, Віленкіна-Крестенсона, СКІ та ін. [59,63,117], що оперують з дискретними функціями на кінцевих інтервалах.

Відомо, що знаходження реакції кола $y(x)$ на деякий вплив визначається у часовій області згортокою вхідного сигналу $u(x)$ та передаточної характеристики $h(x)$ кола

$$y(x) = h(x) * u(x) = \sum_{t=0}^x h(t) \cdot u(x-t) = \sum_{t=0}^x h(x-t) \cdot u(t), \quad 0 \leq x < \infty.$$

У спектральній області заміна операції згортки на добуток призводить до спрощення розрахунків. Тому у випадку застосування спектральних перетворень цікавим є підхід до керування у спектральній області, який передбачає знаходження зображень функцій без здійснення зворотного переходу. В цьому випадку керуючий вплив, яким в залежності від алгоритму може бути величина часової зсуву, кут відпирання ключів, момент генерації імпульсу відпирання, обчислюється в області зображень. Такий підхід в багатьох випадках дозволяє скоротити час обчислень та підвищити швидкість алгоритмів керування.

Дослідження характеристик та особливостей застосування спектральних перетворень у локальному об'єкті показали перспективність використання дискретного перетворення функцій на кінцевих інтервалах в орієнтованому базисі (ОБ-перетворення) [58], застосування якого дозволяє звести рівень обчислювальних витрат до мінімуму у порівнянні з іншими відомими перетвореннями. Наприклад, для розрахунку процесів та вироблення керуючих сигналів у m -фазних системах доцільно використовувати перетворення в орієнтованому базисі з віссю проєкцій під кутом $2p/m$. При аналізі трифазних систем та інтервалі перетворення $N = 3^n$, де n – натуральне число, матриця базисних функцій прямого перетворення містить лише цілі значення та практично на 1/3 складається з нулів, наприклад, для $n=2$:

$$\begin{array}{c}
 \rightarrow \\
 x \\
 F_{3^2} = \downarrow n
 \end{array}
 \begin{array}{|cccccccc}
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\
 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\
 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

Наявність у матриці лише цілих значень та нулів спрощує обчислення оригіналів, зображень, знаходження спектральних складових, згортки функцій та надає можливість застосування цілочисельних процесорів для обробки сигналів. Швидкодія алгоритмів керування суттєво підвищується навіть в порівнянні з найбільш швидкодіючим серед вищезазначених перетворенням Уолша, та зменшується вартість реалізації системи керування. Крім того, перетворення в орієнтованому базисі узагальнює перетворення Хартлі, Уолша, СКІ [13,59,60,134], тобто його базисні функції перетворюються на функції будь-якого із вказаних перетворень шляхом зміни коефіцієнтів перед тригонометричними складовими базисних функцій.

Можливість реалізації передавання сигналів за допомогою узгоджених фільтрів та організації керування в реальному часі позитивно відрізняє ОБ-перетворення від інших спектральних методів. Ефективність застосування перетворення в орієнтованому базисі підтверджена результатами вирішення наступних задач: 1) оцінка параметрів несиметрії трифазних систем [60]; 2) компенсація впливу несиметрії напруг живлення на роботу навантажень у колах постійного і змінного струму [30,31,105,128,132]; 3) обчислення керуючих впливів у системах прогнозного керування; 4) передача керуючого впливу в умовах завад [34,35,97,107,129,130,168,169]; 5) наближення характеристики електроспоживання до заданого вигляду [106,109,110]; 6) підвищення ефективності заряду акумуляторних батарей [32,33,126].

З огляду на вищевказане виникає доцільність використання перетворення в орієнтованому базисі для створення алгоритмів керування роботою системи електроспоживання локального об'єкту.

1.5.3. Вейвлет – перетворення. Для ефективного керування споживанням електроенергії необхідним є якісний аналіз характеристик електроспоживання, які в загальному випадку є нестационарними та містять

високочастотні випадкові складові (див. рис.1.3), що необхідно відфільтрувати. Найбільш перспективним, а також найбільш відповідним для рішення цієї задачі є вейвлет-перетворення [6,25], яке дозволяє виконувати попередню обробку та стискання характеристик, виявити і наочно показати структуру процесу споживання – отримати інформацію про його короткотривалі і довготривалі особливості. Результат вейвлет-аналізу сигналу містить не лише набір його характерних частот (масштабів), але й відомості про певні локальні координати, за яких ці частоти проявляють себе [6,147]. На відміну від перетворення Фур'є, що традиційно застосовується для аналізу сигналів, вейвлет-перетворення забезпечує двовимірну розгортку одновимірного сигналу, що досліджується, при цьому частота і координата розглядаються як незалежні змінні. У результаті з'являється можливість аналізувати властивості сигналу одночасно в часовому і в частотному просторах.

Критерієм вибору неперервної або дискретної вейвлетоутворюючої функції (вейвлету) $\psi(t)$ найчастіше є простота розкладення. Іноді важливо здійснити максимально повний аналіз сигналу на різних масштабах за допомогою набору фільтрів. Функція $\psi(t)$ можуть розглядатися в якості вейвлетоутворюючої, якщо вона задовольняє наступним умовам [6,24]:

1. Локалізація у часовому і частотному просторах.

2. Нульове середнє значення $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ та/або рівність нулю перших m

моментів $\int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t) dt = 0$.

3. Обмеженість: $\int |\psi(t)|^2 dt < \infty$.

4. Самоподібність (автомодельність), тобто утворення базису вейвлет-перетворення з однієї функції $\psi(t)$ за допомогою масштабних перетворень і зсувів.

Дискретне вейвлет-перетворення [24,147] добре пристосовано для реалізації швидких чисельних алгоритмів, що використовують процедуру швидкого перетворення Фур'є. Внаслідок таких переваг спектрального ОБ-перетворення (див. п.1.5.2), як оперування виключно з цілими числами та малий обсяг обчислень, доцільним є використання дискретних функцій як вейвлетоутворюючого базису. Крім того, використання функцій з m -ічним аргументом дозволяє здійснювати фільтрацію на базі m відмінних один від одного фільтрів кратномасштабного аналізу та відповідно отримати більшу інформацію про особливості процесу електроспоживання.

1.5.4. Теорія класифікації об'єктів. Для забезпечення ефективного керування електроспоживанням важливим є прогнозування моментів появи піків споживання енергії в локальному об'єкті, що дає можливість сформулювати корегуючі засоби зменшення, або навіть уникнення

піків енергії споживання шляхом зміни режимів і часових характеристик роботи окремих споживачів. Вирішити задачу прогнозування електроспоживання локального об'єкту або окремих пристроїв у його складі можна за допомогою сумісного застосування вейвлет-перетворення і теорії класифікації [86,87].

Особливостями математичного апарату теорії класифікації є оперування з множинами об'єктів і характеристик, можливість оцінки як кількісних, так і якісних показників об'єктів, багатокритеріальний вибір оптимального розподілення об'єктів за класами шляхом обчислення міри близькості між ними по визначеним суттєвим ознакам. Стосовно задачі керування електроживленням об'єктами, що підлягають класифікації, є споживачі та групи споживачів. Ознаками, за якими проводиться класифікація, в залежності від поставленої задачі, виступають: 1) рівень споживання електричної енергії; 2) кількість режимів споживання; 3) тривалість роботи в кожному з режимів; 4) деяка оцінювальна ознака (рівень пріоритету), що визначає ступінь важливості роботи даного пристрою для забезпечення життєдіяльності і заданого функціонування всієї системи.

Розбиття об'єктів на класи дає можливість швидко отримати доступ до необхідних даних та працювати не з усіма об'єктами класу, а тільки з його представниками [86,87], що дозволяє скоротити обсяг обчислювальних витрат.

Класифікація характеристик електроспоживання дозволяє проводити їх ідентифікацію по основних ознаках, вимірювати відстань між ними і, відповідно, знаходити найбільш близькі одна до одної характеристики.

1.5.5. Математичні методи оптимізації та економічна теорія. Одним із шляхів оптимізації процесів електроживлення у локальному об'єкті є застосування алгоритмів, які дозволяють сформулювати умови найбільш ефективного керування із забезпеченням мінімальних вартісних витрат [1,7,50,51,54,65,99,101,102]. Врахування вартісних факторів прибутковості функціонування та споживання енергії вимагає введення в процес побудови алгоритмів керування відповідних обмежень та рівнянь, сформованих на базі положень математичних методів оптимізації та економічної теорії. З позицій економічної теорії продукцією, яка виробляється та споживається на загальному ринку, є електрична енергія. Ринком, відповідно, виступає система електроживлення локального об'єкту. Електрична мережа та альтернативні генератори, що входять до складу системи, виконують роль постачальників продукції, а навантаження – її споживачів.

Для описання, аналізу та керування процесами споживання електричної енергії застосовується теорія особистого споживання у формулюванні неокласичної задачі споживання, в якій кожному з споживачів ставиться у відповідність функція корисності. Для кожного з генераторів на базі теорії виробництва продукції фірмою складається виробнича функція, що визначає

прибуток у грошовому визначенні від функціонування кожного з них. Вибір керуючого впливу здійснюється за умови максимізації виробничих функцій генераторів та функцій корисності споживачів, а також рівноваги виробленої та спожитої електроенергії. Вирішення багатокритеріальної задачі пошуку найбільш ефективної стратегії керування з точки зору мінімізації вартісних витрат здійснюється на базі побудови електро-вартісних моделей генераторів та споживачів локального об'єкту.

1.5.6. Використання нейронних мереж в системах керування. Поряд із традиційними методами прогнозування [10,46,72] використовується теорія штучних нейронних мереж, яка дозволяє передбачити поведінку системи [11,12,39,74,76,77,116]. Останнім часом широке розповсюдження серед нейронних мереж, призначених для прогнозування часових рядів, отримали нейронні мережі з пам'яттю [164], у яких відбувається обчислення прогнозу на підставі поточного значення параметра та минулих значень параметра, які зберігаються в пам'яті нейронної мережі. Нейронна мережа з пам'яттю має можливість контролювати глибину пам'яті, а саме число значень часового ряду, що запам'ятовуються.

Нейромережна модель із гамма-пам'яттю [152,160], на відміну від звичайних нейромереж, характеризується тим, що активація нейронів залежить від часу, що дозволяє «приймати рішення», ґрунтуючись не тільки на наборі даних не тільки у поточний, але і у попередні моменти часу. Модель гамма-пам'яті зберігає історію сигналу (набір його попередніх значень) в короткій структурі пам'яті, тобто деякі нейрони зберігають попередні значення функції активації, які на наступних кроках роботи надходять на входи мережі разом з поточними даними. Таким чином, нейронна мережа із гамма-пам'яттю – це мережа з механізмом пам'яті, що дозволяє запам'ятовувати попередні значення вхідного сигналу або попередні значення функцій активацій нейронів прихованих шарів. Переваги нейронних мереж з пам'яттю обумовлюють доцільність їх використання для прогнозування характеристик електроспоживання з накопиченням бази даних для різних режимів роботи та наступним використанням в якості навчальних вибірок нейронної мережі.

1.5.7. Теорія колективної взаємодії автоматів. В залежності від типу локального об'єкту постає задача забезпечення його функціонування з мінімізацією витрат ресурсу – електроенергії або вартісних витрат. Вирішення цієї задачі доцільно проводити з використанням принципів колективної поведінки автоматів у спільному інформаційному середовищі [19,20,51,93,99,101,102,111,138,167]. В цьому випадку системи керування навантажень являють собою кінцеві автомати, що утворюють інформаційне середовище, взаємодіють з ним та адаптують режим роботи навантажень відповідно до сигналів середовища шляхом керування перетворювачами та напівпровідниковими комутаторами. За допомогою автоматів відбувається

взаємодія між центральним пристроєм, перетворювально-комутуючою апаратурою та окремими споживачами. Структура автомата – кількість станів та умови переходу з одного стану в інший – обирається в залежності від функцій керування. Знаходження автоматів у одному з k станів $j_i, i=1, \dots, k$ визначається вхідними сигналами $s_l, l=1, \dots, g$. Автомати функціонують у дискретному часі. Стан автомата на n -му кроці залежить від його стану на попередньому кроці $j(n-1)$ та сигналу реакції середовища $S(n)$:

$$j(n) = \Phi[j(n-1), S(n)] . \quad (1.1)$$

В найбільш поширеному випадку розглядається два типи реакції середовища: $S(n)=1$ – „не штраф”, $S(n)=-1$ – „штраф”.

В кожний момент часу сигнал $f(n)$ на виході автомата визначається його поточним станом:

$$f(n) = F[j(n)] . \quad (1.2)$$

Глобальною задачею колективу автоматів є найбільш ефективно з усіх можливих споживання електроенергії у локальному об'єкті за обраним критерієм. Локальною задачею кожного автомата є забезпечення електроживлення „підлеглого” споживача або групи споживачів згідно встановлених рівнів пріоритету та сигналів центрального блоку керування. Зміни поведінки автоматів відбуваються

З огляду на можливі альтернативні джерела електроенергії, час їхньої роботи, вартість електроенергії, запити споживачів, будуються алгоритми взаємодії систем керування генераторами та навантаженнями локального об'єкту як кінцевих імовірнісних автоматів у спільному середовищі [19,53].

Як показано на рис.1.14, на формування середовища, в якому взаємодіють автомати, чинять вплив наявність, кількість та типи альтернативних джерел живлення, вартісні фактори (тарифи на електроенергію мережі, вартісні показники роботи генераторів і навантажень), стан ресурсів, а також сигнали, отримані від самих автоматів.

В залежності від алгоритму керування обирається вартісний критерій оптимізації або критерій мінімізації ресурсів. Крім того, середовище не є відокремленим, бо утворюється самими автоматами, а його стан змінюється під впливом сигналів центрального керуючого пристрою та користувача локального об'єкту.

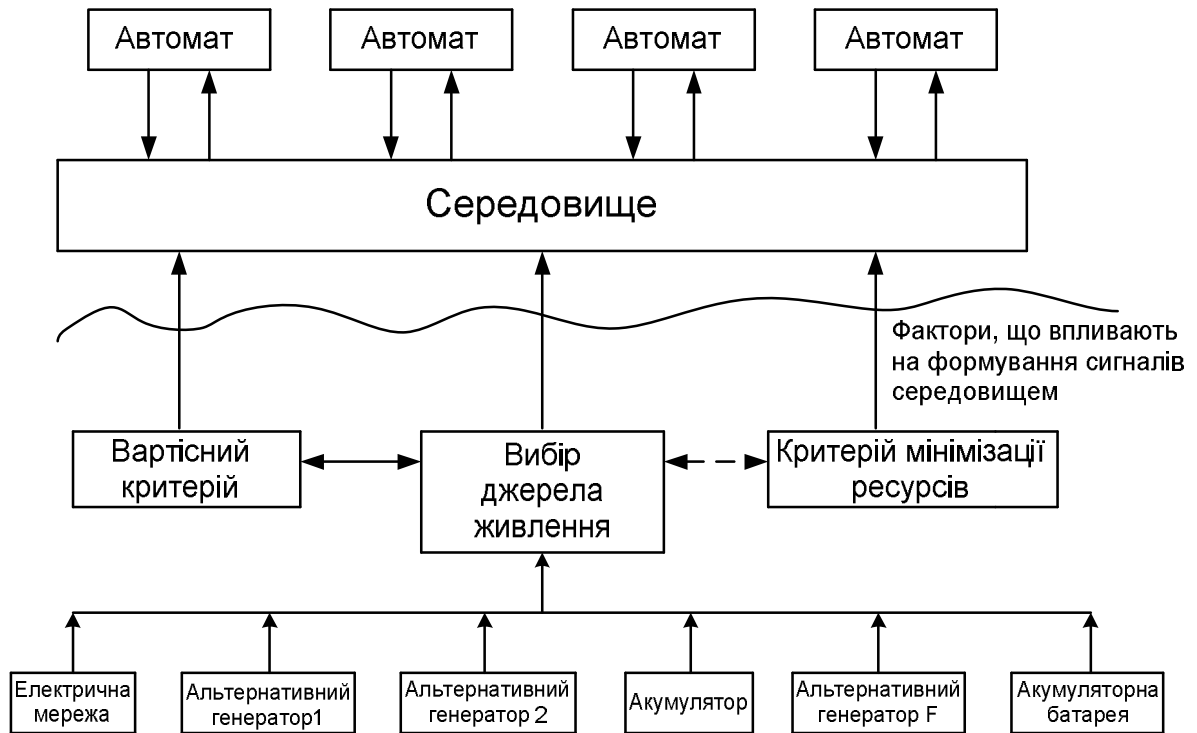


Рис.1.14. Формування та функціонування середовища автоматів

Сформоване зовнішнє середовище можна розглядати як деякий автомат, поведінка якого залежить від його внутрішнього стану, вхідних сигналів і часу. Кожний автомат пристосовує свою поведінку до стану середовища та сигналів, що надходять від центрального блоку керування.

Існування середовища означає, що вихідні сигнали автомата $f(n)$ є вхідними сигналами для середовища, яке в свою чергу формує вхідні сигнали автомата $s(n)$ (рис.1.15).



Рис.1.15. Автомати у спільному середовищі:
 F – кількість генераторів; H – кількість споживачів електроенергії

Перехід автомата в інший стан визначається імовірностями отримання сигналів штрафу або заохочення від центрального пристрою або від інтелектуального середовища (у випадку децентралізованого керування сигнали надходять від інших автоматів-сусідів та сприймаються автоматом як зовнішні). Таким чином, після деякого часу функціонування у середовищі формується множина станів з найменшою імовірністю отримання штрафних сигналів. Значення інтервалу часу, протягом якого виконується пристосування – наближення стратегії поведінки автомата у середовищі до точки “максимального виграшу” [20], залежить від глибини пам’яті та структури автомата. Критерієм досягнення цього стану є відповідність рівня електроспоживання заданому.

Застосування принципів колективної поведінки автоматів дозволяє ефективно реалізувати децентралізовану та комбіновану стратегії керування електроспоживанням у локальних об’єктах з великою кількістю різнотипних пристроїв.

На рис.1.16 наведено основні задачі керування електроживленням у локальному об’єкті, та математичні засоби їх вирішення.

Таким чином, комбінація математичних положень спектральних перетворень дискретних функцій, вейвлет-аналізу, теорії класифікації, економічних оптимізаційних методів, колективної взаємодії автоматів, нейронних мереж, та їх застосування для побудови алгоритмів керування дозволить створити єдину ефективну систему керування електроживленням у локальному об’єкті, яка забезпечуватиме його надійне функціонування з мінімізацією витрат електричної енергії або ресурсів в залежності від поставленої задачі.

Узагальнений алгоритм енергоефективного керування електроживленням локального об’єкту представлений на рис.1.17.

На початку роботи системи керування у реальному часі відбувається аналіз поточного сумарного електроспоживання локального об’єкта. Відрізок характеристики від початку циклу або від деякого попереднього значення до поточного моменту використовується для прогнозування електроспоживання на наступному відрізку $N_{\text{д}}$. На підставі прогнозованих значень споживання приймається рішення про необхідність централізованого керування під’єднанням джерел та застосування корегуючих впливів для навантажень.

Навантаження локального об’єкта характеризуються наступними параметрами:

1. Усереднений добовий графік споживання.
2. Рівень ієрархії.
3. Кількість можливих станів автомата дії, що керує режимами роботи навантаження.
4. Величина можливого зсуву вмикання.
5. Можливість зниження рівня споживання.
6. Можливість тимчасового вимикання.



Рис.1.16. Математичний базис вирішення задачі керування електроспоживанням локального об'єкту



Рис. 1.17. Узагальнений алгоритм керування електроживленням

Значення зсувів вмикання для підсистем пристроїв (див. рис. 1.8) виробляються централізовано у центральному блоці керування, а всередині груп заданий зсув розподіляється між окремими пристроями згідно принципів колективної поведінки автоматів. Таким чином, комбінація централізованої та децентралізованої стратегій дозволяє підлаштовувати режими роботи пристроїв і всього локального об'єкту до загальної задачі керування. Критерієм ефективності керування виступає мінімізація грошових витрат користувача, що обумовлює використання електро-вартісних моделей для вибору оптимального режиму роботи.

Значення зсувів вмикання для груп та окремих пристроїв формуються згідно теорії затримуючих m -фільтрів, які передбачають наявність бажаної характеристики електроспоживання у вигляді часової залежності або припустимого обмеження на значення енергії споживання, що відображено відповідним блоком формування бажаної характеристики в узагальненому алгоритмі. Після вибору оптимального режиму роботи відбувається вироблення керуючих сигналів для джерел та навантажень.

Таким чином, реалізація оптимального керування процесами генерування та споживання енергії за критеріями мінімізації витрат або ресурсів є актуальним завданням для локальних об'єктів, як одного з найнижчих рівнів загальної енергетичної системи, причому перспективним напрямком є комбінація централізованої і децентралізованої стратегій керування, у якій центральний блок виконує функцію контролю на узагальненому рівні, а системи керування окремих навантажень або груп взаємодіють між собою у спільному інформаційному середовищі.

Зважаючи на велику кількість різноманітних навантажень локального об'єкту та наявність альтернативних генераторів, розв'язання задачі керування повинно базуватися на їх ієрархічному розподілі з урахуванням функціонального призначення, потужності споживання, важливості для користувача та кількості режимів роботи.

Реалізація енергоефективного керування електроживленням у локальних електротехнічних об'єктах обумовлює необхідність створення відповідного математичного базису, який включає: 1) розвиток теорії дискретних спектральних та вейвлет-перетворень на кінцевих інтервалах; 2) залучення положень теорії колективної поведінки автоматів, класифікаційного розбиття об'єктів, нейронних мереж, математичних засад економічної теорії та оптимізації.

Комбінація математичних положень спектральних перетворень дискретних функцій, вейвлет-аналізу, теорії класифікації, економічних оптимізаційних методів, колективної взаємодії автоматів, нейронних мереж, та їх застосування для побудови алгоритмів керування дозволить створити єдину ефективну систему керування електроживленням у локальному об'єкті, яка забезпечуватиме його надійне функціонування з мінімізацією витрат електричної енергії або ресурсів в залежності від поставленої задачі.

РОЗДІЛ 2 ПРОГНОЗУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ ЛОКАЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ

2.1. Згладження характеристик електроспоживання за допомогою вейвлет-перетворення

При розгляданні характеристик електроспоживання локальних об'єктів, насичених великою кількістю різнотипного електротехнічного обладнання, постає задача прогнозування значень енергії споживання [43,46,72]. Однак випадковий характер вмикання пристроїв призводить до появи стрибків характеристики, врахування моментів появи та величини яких ускладнює процес прогнозування і навіть може призвести до хибного результату. Тому необхідним попереднім етапом при прогнозуванні є фільтрація характеристики з метою згладжування різких стрибків. Ця задача може бути успішно вирішена на базі застосування вейвлет-перетворення, результатом якого в залежності від рівня розкладання є згладжена в більшому або меншому степені усереднена характеристика – тренд, яка в подальшому використовується для прогнозування.

Для прогнозування пропонується два підходи, кожний з яких містить попередній етап вейвлет-аналізу характеристики електроспоживання:

1. Прогнозування на основі вейвлет-перетворення та нейронних мереж
2. Прогнозування на основі вейвлет-перетворення та теорії класифікації.

Результати прогнозування є підставою для вироблення сигналів керування пристроями локального об'єкту – введення часових зсувів моментів комутації, зменшення рівня споживання, тимчасове вимикання з метою формування бажаного графіку споживання та уникнення неприпустимого перевищення енергії споживання.

Етапи двох способів прогнозування зображено на рис.2.1.

Блок вейвлет-перетворення виконує функції фільтрації високочастотних флуктуацій, що присутні у початковій характеристиці, та стиснення даних – на кожному рівні глибини розкладання кількість дискретних відліків функції-оригіналу зменшується у m разів.

Приймаючи до уваги переваги ОБ-вейвлет-перетворення, доцільним є розробка алгоритмів прогнозування з використанням саме цього математичного апарату та проведення порівняльної оцінки з іншими методами.

При прогнозуванні значень характеристики електроспоживання локального об'єкту необхідно обирати такий порядок вейвлету і рівень розкладання, щоб, з одного боку, уникнути втрати характерних особливостей функції в результаті розкладання, з іншого боку, забезпечити швидкодіюче функціонування нейронної мережі та зменшити обсяг пам'яті для зберігання бази даних характеристик, що використовуються для класифікації.



Рис.2.1. Етапи прогнозування характеристики електроспоживання локального об'єкту

Після апроксимації за допомогою вейвлет-перетворення функція повинна задовольняти двом наступним умовам:

1) достатній рівень подібності до початкової характеристики, що досліджується, із збереженням її характерних особливостей;

2) невелика кількість відліків, оскільки більша розмірність вхідного вектору веде до збільшення тривалості навчання нейромережі та збільшення часу обробки бази даних характеристик, і як наслідок – до зниження можливостей прогнозування локальних особливостей та збільшення обсягу обчислень.

Оскільки наведені умови вступають у протиріччя, необхідно шукати компромісне рішення між вимогами точності прогнозування та обчислювальними витратами.

Вибір порядку вейвлета і рівня розкладання залежить від властивостей функції. Більш гладкі вейвлети утворюють гладкішу апроксимовану функцію, а вейвлети з гострими піками дозволяють більш точно встановити моменти появи та амплітуду піки функції, що апроксимується.

Рівень розкладання визначає рівень деталізації функції. На найменшому рівні (максимальний інтервал розглядання, що дорівнює інтервалу визначення початкової функції) присутні всі високочастотні флуктуації функції, із збільшенням рівня розкладання збільшується амплітуда флуктуацій, які відокремлюються від апроксимованої функції. Якщо надалі збільшувати рівень,

результат вейвлет-перетворення втратить інформацію про форму початкової функції, фільтруватиметься не тільки шум, але і локальні особливості та піки функції. Вибір вейвлет-перетворення обумовлений наступними вимогами:

- дискретність аналізованої функції;
- мінімально можлива кількість обчислювальних операцій для досягнення необхідного ступеня фільтрації;

Розглянемо наступні дискретні вейвлет-перетворення: 1) на базі функцій Хаара [24]; 2) на базі функцій Добеші [24]; 3) в орієнтованому базисі [60].

Для оптимальної роботи алгоритмів вейвлет-перетворень Хаара та Добеші потрібно, щоб часовий ряд, що піддається перетворенню, містив парну кількість відліків [146]. Інакше програмно реалізується штучне додавання одного відліку, що приводить до збільшення часу роботи алгоритму. У випадку ОБ-вейвлет-перетворення кількість відліків повинна бути рівною значенню степеню числа 3. Тільки в цьому випадку витрачається мінімальний час для проведення вейвлет-перетворення. Так чином, доцільно використовувати його при довжині часового ряду 3^n . В іншому випадку, треба штучно додавати кількість відліків до числа, кратного 3, що призведе до збільшення часу для виконання розрахунків.

Для вибору рівня розкладання, а отже, і рівня згладження та стиснення характеристики, розраховується коефіцієнт подібності R_{xy} [127] апроксимованої функції та функції-оригіналу:

$$R_{y-y_{АП}} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i y_{АП i} - \bar{y} \cdot \bar{y}_{АП}}{\sigma_y \sigma_{y_{АП}}}, \quad (2.1)$$

де y - функція-оригінал, $y_{АП}$ - апроксимована функція, \bar{y} та $\bar{y}_{АП}$ - середні значення цих функцій,

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}, \quad \sigma_{y_{АП}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_{АП i} - \bar{y}_{АП})^2}. \quad (2.2)$$

Залежність коефіцієнта подібності від рівня розкладання для розглянутих вейвлет-перетворень наведена на рис.2.2.

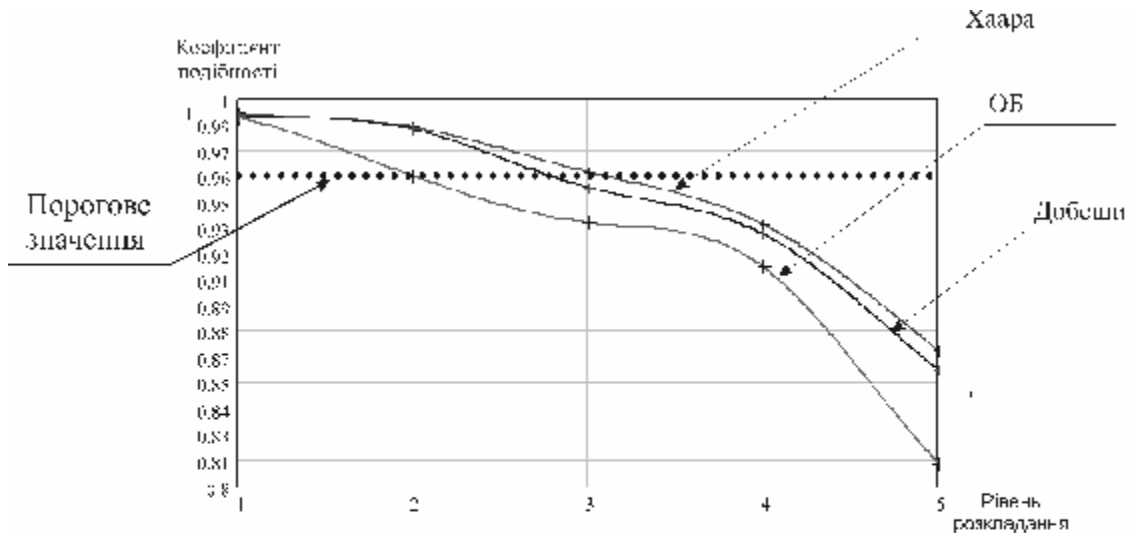


Рис. 2.2. Залежність коефіцієнта подібності від рівня розкладання

На рис.2.2 для прикладу показано граничне значення коефіцієнту подібності $R_{y-y_{АП}} = 0,96$. Різні перетворення дозволяють досягти цього значення з використанням різної кількості рівнів розкладання (вісь абсцис, див. рис. 2.2). Для ОБ-перетворення досягнення заданого коефіцієнта подібності потребує 2 рівнів розкладання, для перетворень Хаара і Добеші - 3 рівнів. При цьому кількість обчислювальних операцій для ОБ-перетворення найменша. Наприклад, для функції, визначеної на інтервалі $N = 243$, потрібно на 23,7% операцій менше, ніж при вейвлет-перетворенні Хаара, та на 47,8% менше, ніж при вейвлет-перетворенні Добеші [127].

Один рівень розкладання забезпечує приблизно однакові значення коефіцієнта подібності для всіх перетворень. Граничне значення коефіцієнта подібності $R_{y-y_{АП}} = 1$ відповідає функції-оригіналу.

2.2. Застосування нейронних мереж у алгоритмах прогнозування

Після етапу обробки характеристики електроспоживання за допомогою вейвлет-перетворення кількість дискретних відліків апроксимованої характеристики зменшується у m^j разів порівняно з реальною характеристикою. Це дозволяє прискорити навчання та функціонування нейронної мережі, зменшити необхідний обсяг пам'яті та розмірність масивів даних, що обробляються [2,11,12,150,151,154]. Для прогнозування використовується багатоваріантна нейронна мережа з гамма-пам'яттю [152,160] з навчанням на базі алгоритму супервізорського навчання («навчання з вчителем») методом зворотного розповсюдження помилки, який потребує наявності навчальної вибірки – бази даних апроксимованих характеристик електроспоживання, дискретні значення яких подаються на входи нейронної

мережі для навчання. Прогнозування зводиться до інтерполяції функції багатьох змінних. На виході нейронної мережі після навчання формується прогнозне значення для апроксимованої характеристики електроспоживання на m^j відліків наперед.

Якість навчання та похибка прогнозування характеристик залежить від структури нейронної мережі – кількості вхідних та вихідних нейронів, кількості прихованих шарів та кількості нейронів у них, параметрів функції активації. Для вибору структури було промодельоване навчання нейронних мереж з різними структурами на експериментальних характеристиках електроспоживання локального об'єкта. Програмне забезпечення дозволяє змінювати структуру нейромережі, проводити попередню обробку функції-оригіналу для стиснення та фільтрації від високочастотних складових за допомогою вейвлет-перетворень ОБ, Хаара та Добеші від 1 до 10 порядку, та підраховувати кількість обчислювальних операцій.

Спочатку виконується навчання мережі на базі даних експериментальних характеристик електроспоживання з файлу навчальної вибірки (рис.2.3).

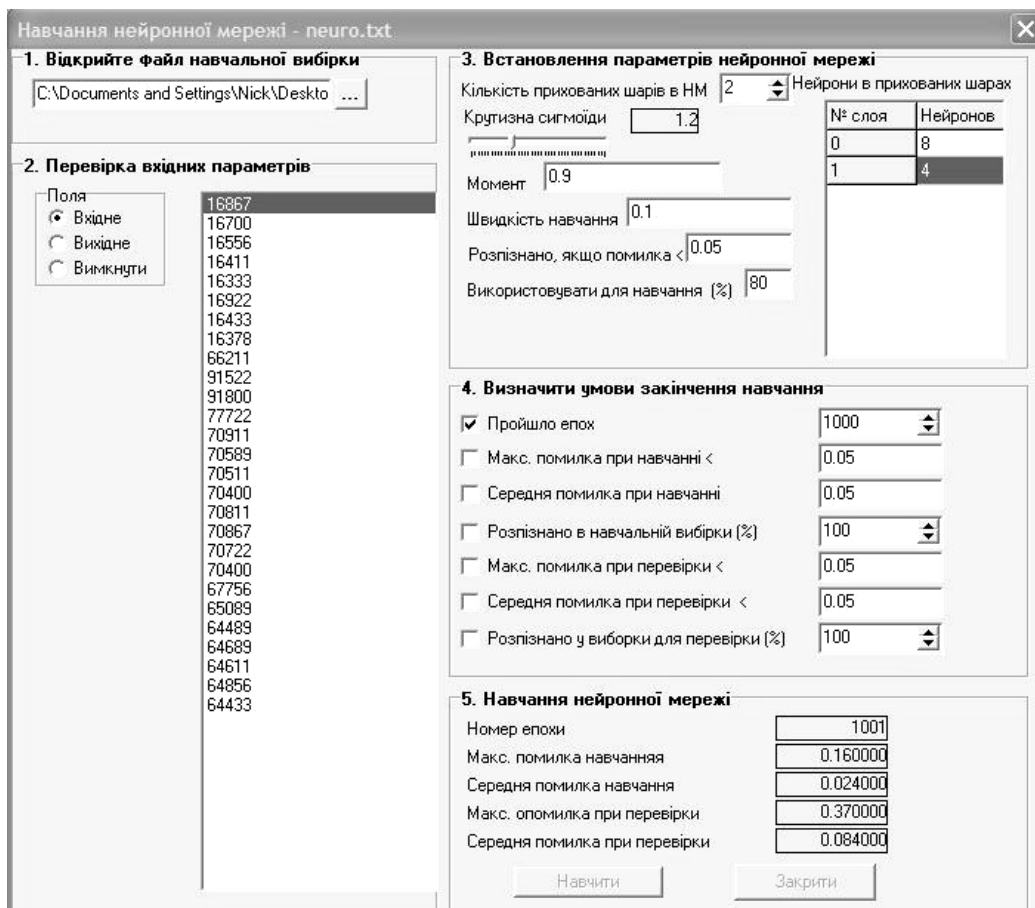


Рис.2.3. Вікно навчання нейронної мережі

На цьому етапі обирається структура мережі. Навчання проводилось з наступними параметрами нейромереж:

- параметр сигмоїди – 1,2;
- вибірка для навчання – 80% навчальної вибірки;
- вибірка для тестування – 20% навчальної вибірки;
- розпізнано, якщо помилка за прикладом менша 5%;
- момент навчання (параметр, що визначає ступінь впливу i -ї корекції вагів на $i+1$ -у) - 0,9;
- швидкість навчання - 0,1;

Результати навчання в залежності від структури мережі та часу циклів навчання зведені у табл.2.1.

Таблиця 2.1

Результати навчання нейронної мережі

Параметр	1 приклад			2 приклад			3 приклад			4 приклад			5 приклад		
Кількість вхідних нейронів	16			32			64			128			256		
Кількість приходячих шарів	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2
Кількість нейронів у прихованому шарі	8	8 i 4	8 i 8	16	16 i 8	16 i 16	32	32 i 16	32 i 32	64	64 i 32	64 i 64	128	128 i 64	128 i 128
Час навчання с ¹	20	42	26	42	71	92	226	268	307	793	925	1186	* ³	* ³	* ³
Кількість циклів навчання (epoch)	340	610	330	140	296	328	290	346	316	10 ³	10 ³	10 ³	* ³	* ³	* ³
Похибка прогнозу, %	13.1	10.3	7.6	11.6	6.9	5.2	8.9	4.3	4.8	* ²	* ²	* ²	* ³	* ³	* ³

Примітки:

¹ - час вказано для комп'ютера на базі AMD Athlon 1,4 ГГц та 256 МБ ОЗП;

² - мережа не досягла помилки менше 5 %;

*³ - у зв'язку з результатами для 128 відліків недоцільно було проводити експеримент.

З табл. 2.1 видно, що збільшення загальної кількості нейронів підвищує ефективність навчання та якість прогнозу, проте збільшення кількості вхідних нейронів понад 64 не веде до істотного зменшення похибки навчання і тому є недоцільним. Найменша похибка навчання досягається у нейронній мережі прикладу з наступною конфігурацією: 64 нейрони у вхідному

шарі, 32 у першому прихованому шарі, 16 у другому прихованому шарі та 1 нейрон у вихідному шарі.

В результаті прогнозування експериментальних добових характеристик виявилось, що найбільша помилка прогнозу наявна на інтервалах з найбільшим електроспоживанням: з 6:00 до 9:00 год. та з 18:00 до 21:00 год. Зменшення похибки досягається використанням окремої нейронної мережі для п'яти характерних інтервалів добового електроспоживання (табл.2.2).

Таблиця 2.2

Навчання нейронних мереж для п'яти інтервалів електроспоживання

Параметр	1 інтервал	2 інтервал	3 інтервал	4 інтервал	5 інтервал
Відрізок часу	00:00-06:00	06:00-09:00	09:00-18:00	18:00-21:00	21:00-00:00
Час навчання, с*	92	221	103	189	168
Число епох навчання	1360	2320	1430	1700	1530
Абсолютна похибка	3.6%	3.1%	3.8%	2.3%	3.9%

*Примітка. Час вказано для комп'ютера на базі AMD Athlon 1,4 ГГц та 256 МБ ОЗП.

Для підвищення точності прогнозу змінюється критерій зупинки навчання. В наведеному прикладі навчання припиняється при проходженні мережею 5000 епох або зменшенні помилки на виході мережі до 1%. Похибка прогнозування при цьому складає менше 5%, що є задовільним результатом. Після навчання нейронної мережі відкривається головне вікно програми роботи, інтерфейс якого представлений на рис. 2.4.

У правій частині вікна (див. рис.2.4) розташована характеристика, яка завантажується у програму з бази даних (опція „Відкрити”). Користувач обирає такі параметри, як: 1) горизонт прогнозування, тобто кількість дискретних відліків, на яку виконується прогнозування, 2) тип вейвлет-перетворення (Добеші з 1 по 10 порядку, ОБ, Хаара), 3) рівень розкладання. Після активації опції „Почати стиснення” у вікні з'являються згладжені характеристики для всіх рівнів розкладання. При цьому підраховується кількість обчислювальних операцій.

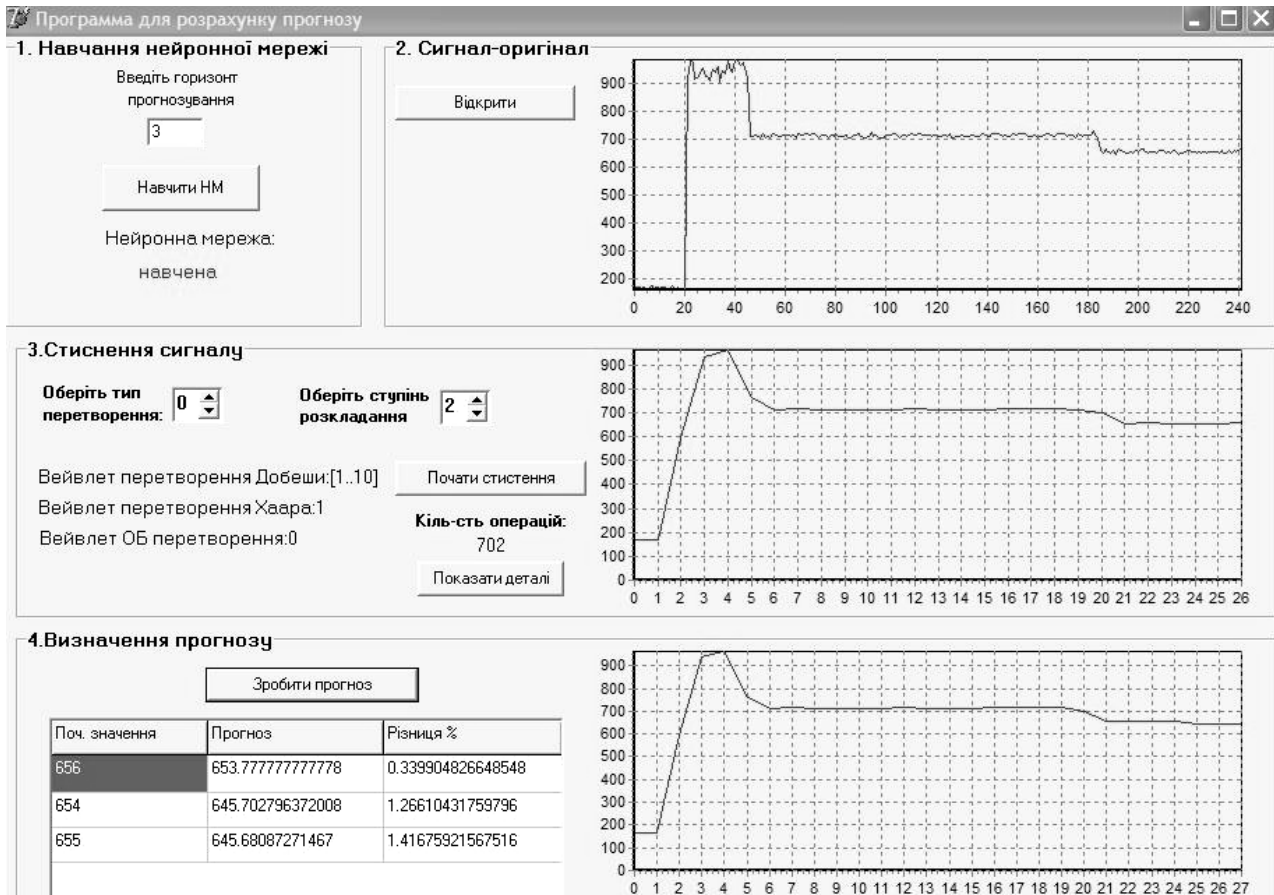


Рис.2.4. Головне вікно програми моделювання нейронної мережі

Опція „Показати деталі” дає можливість проглянути характеристики деталізації (рис. 2.5).

При моделюванні було розглянуто характеристики електроспоживання, визначені на інтервалі з 243 відліків. Після обробки характеристик за допомогою ОБ-вейвлет перетворення з двома рівнями розкладання отримано апроксимовані характеристики, які складаються з 27 відліків. Після навчання нейронної мережі на її входи надходять значення апроксимованої поточної характеристики, а на виході формується 1 значення прогнозу, що для не згладженої характеристики є прогнозом на 9 відліків вперед. В загальному випадку при інтервалі визначення початкової функції $N = m^n$ та кількості рівнів розкладання j горизонт прогнозу складає $N = m^{n-j}$. Використання ОБ-вейвлетів та нейронних мереж з пам'яттю для прогнозування характеристики електроспоживання локального об'єкту при сумірних інтервалах визначення потребує меншу кількість рівнів розкладання та забезпечує більший горизонт прогнозу. Так, на інтервалі $N_1 = 3^5 = 243$ ОБ-вейвлет перетворення потребує 2 рівні розкладання та забезпечує горизонт прогнозу на 12,5% більше (9 відліків), ніж перетворення Хаара і Добеші на інтервалі $N_2 = 2^8 = 256$ з 3 рівнями розкладання (горизонт 8 відліків).

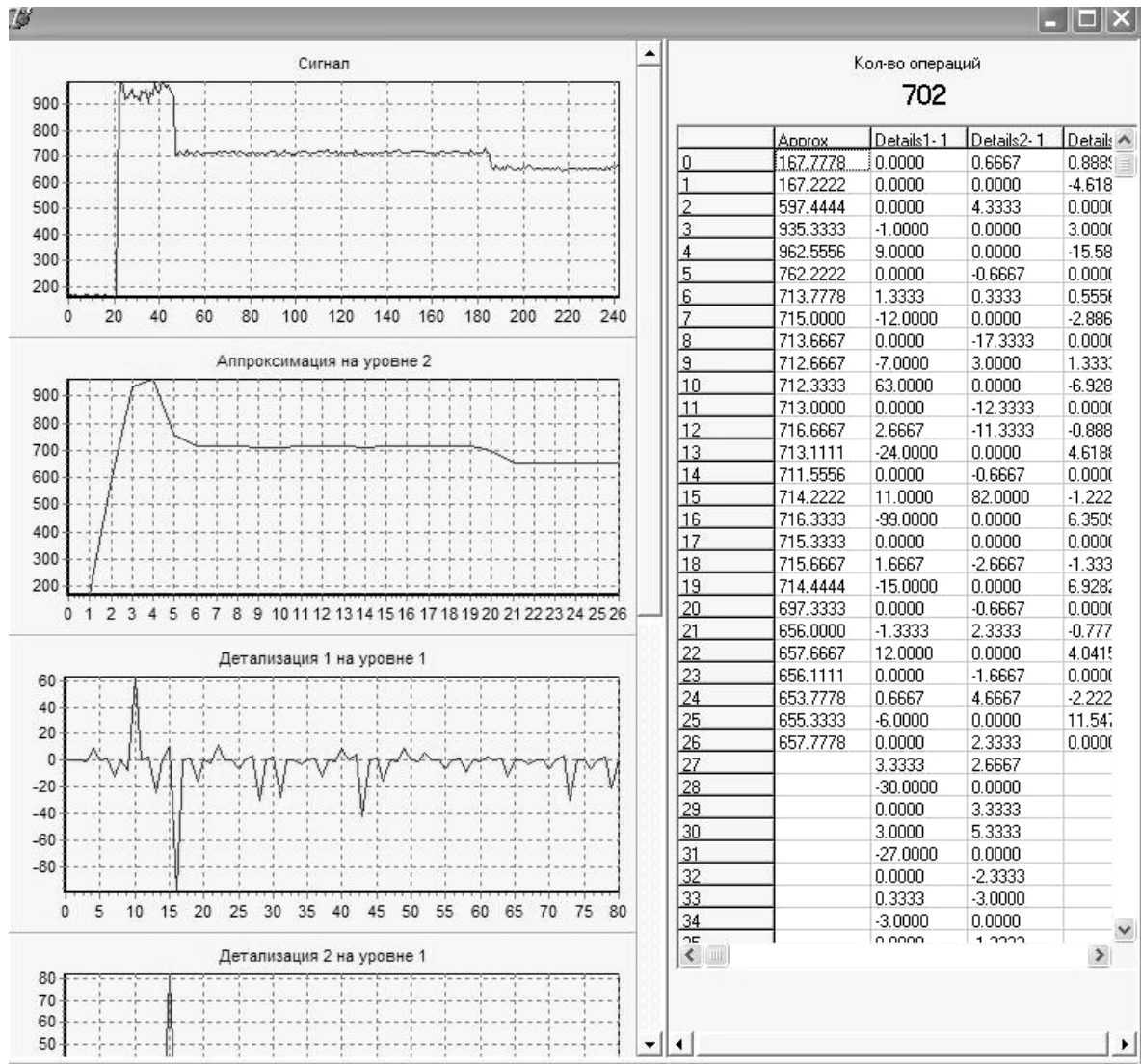


Рис.2.5. Характеристики аппроксимации та детализации вейвлет-разложения функции-оригиналу

Для достижения примерно одинакового горизонта прогнозирования ОБ-вейвлет перетворения требует меньше количество уровней разложения, чем перетворения Хаара и Добеши.

Програмная реализация нейронной сети позволила обойти структуру сети, которая обеспечивает прогнозирование с погрешностью 0,33-5%. Погрешность прогнозирования в значительной мере зависит от качества обучающей выборки, поэтому наличие базы данных характеристик электропотребления для различных режимов работы локального объекта является необходимой условием корректной работы алгоритма.

2.3. Прогнозування електроспоживання на базі вейвлет-перетворення та теорії класифікації

На базі теорії класифікації за допомогою булевських матриць і бінарних відносин еквівалентності з'являється можливість проведення класифікації характеристик електроспоживання, пошуку характеристик по заданих номінальних та рангових ознаках і знаходження найбільш «близьких» одна одній характеристик [86,87,101,102,167].

Зберігання часових залежностей електроспоживання у базі даних для прогнозування поточного споживання є недоцільним, оскільки наявність випадкових флуктуацій ускладнює прогнозування та навіть може призвести до хибного прогнозу. Тому необхідно попереднє згладження характеристик. Вейвлет-перетворення дозволяє вирішити цю задачу, одночасно зменшуючи кількість відліків та відповідно обсяг пам'яті, необхідний для зберігання бази даних. Крім того, кратномасштабний аналіз дає можливість оперувати з характеристиками електроспоживання на різних масштабах часу із змінним кроком дискретизації, наприклад, у інтервали пікового споживання прогнозування має здійснюватися з меншим кроком для більш оперативного внесення коректувань в алгоритм керування.

В результаті вейвлет-аналізу різних характеристик споживання (для різних пір року, вихідних та робочих днів, особливостей функціонування та режимів роботи локального об'єкту) формується база даних їх вейвлет-коефіцієнтів. На підставі оцінки міри близькості поточної характеристики та всіх характеристик з накопиченої бази даних обирається найбільш подібна до поточної характеристика, значення якої приймаються як прогнозовані на наступному такті керування.

Для пошуку в базі даних подібних до поточної характеристик споживання використовуються вейвлет-зображення частини характеристик в деякому інтервалі часу перед поточним моментом.

Алгоритм класифікації складається з наступних етапів:

- 1) вимірювання характеристик електроспоживання для заповнення бази даних;
- 2) обчислення вейвлет-зображень характеристик існуючої бази даних за допомогою дискретного спектрального вейвлет-перетворення;
- 3) класифікація бази даних вейвлет-зображень характеристик електроспоживання по відношенню до поточної характеристики та прогнозування значень енергії споживання у найближчій момент або інтервал.

Докладний алгоритм класифікації (рис.2.6) дозволяє формувати базу даних характеристик та їх вейвлет-зображень. Для проведення класифікації формується пакет булевських матриць номінальних або рангових ознак [86,87]

$p = |p_{ij}|$, $i, j = \overline{1, K}$, де p_{ij} приймають значення 0 або 1 для кожної з характеристик:

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1N} \\ \cdots & p_{ij} & \cdots \\ p_{N1} & \cdots & p_{NN} \end{vmatrix}$$

Кожний елемент матриці номінальних ознак приймає значення $p_{ij}=1$, якщо об'єкти i і j мають однакові значення ознаки, тобто попадають в один і той же клас відповідного розбиття:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (2.3)$$

Елемент матриці рангових ознак приймає значення $p_{ij}=1$, якщо міра появи ознаки у об'єкта i не нижче, ніж у j :

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & i \geq j \\ 0, & i < j. \end{cases} \quad (2.4)$$

Після того, як розбиття характеристик електроспоживання на класи проведене, для зменшення часу прогнозування розрахунок мір близькості з поточною характеристикою проводиться не для всіх характеристик, а для характерних "представників" кожного класу [87].

З пакету сформованих номінальних або рангових матриць для поточної характеристики формуються узагальнені класифікаційні матриці $\mathbf{P}_{Y3 j_{\max}-1}, \dots, \mathbf{P}_{Y3 0}$ розмірністю $K \times N$, де K – кількість характеристик, з якими проводиться порівняння, $N = m^j$ – кількість відліків характеристики апроксимації на кожному j -му рівні розкладання вейвлет-аналізу:

$$\mathbf{P}_{Y3 j} = \begin{vmatrix} P_{Y3 10} & \cdots & P_{Y3 1N} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{Y3 K0} & \cdots & P_{Y3 KN} \end{vmatrix}, \quad j = \overline{j_{\max}-1, 0}, \quad (2.5)$$

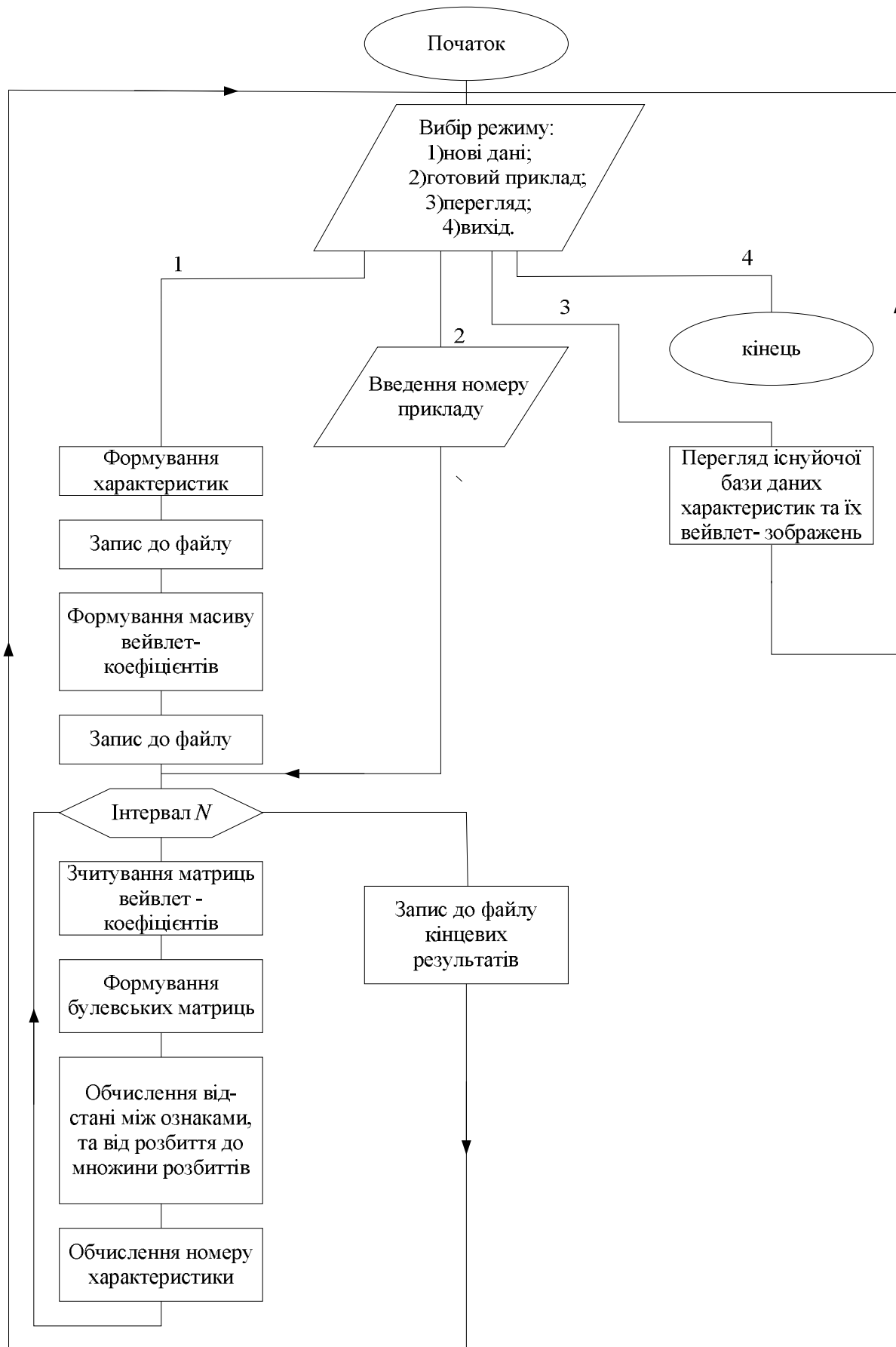


Рис. 2.6. Алгоритм програми аналізу характеристик електроспоживання

Кількість узагальнених матриць дорівнює кількості рівнів розкладання вейвлет-перетворення. Остання матриця для нульового рівня розкладання являє собою вектор-колонку розмірністю $K \times 1$. Отримані узагальнені матриці використовуються для визначення відстаней – мір близькості поточної характеристики з характеристиками $1, 2, \dots, K$, що містяться у базі даних. Елементи a_{ij} матриці відстаней \mathbf{A} для поточної характеристики визначаються як сума елементів кожного рядка узагальнених матриць $P_{Y3 j_{\max}-1}, \dots, P_{Y3 0}$:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1j_{\max}-1} & \dots & a_{10} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{Kj_{\max}-1} & \dots & a_{K0} \end{bmatrix},$$

$$a_{1j_{\max}-1} = \sum_{i=0}^{m^{j_{\max}-1}-1} P_{Y3 10}, \quad \dots, \quad a_{Kj_{\max}-1} = \sum_{i=0}^{m^{j_{\max}-1}-1} P_{Y3 K0}, \dots, \quad (2.6)$$

$$\dots$$

$$a_{10} = P_{Y3 10} \Big|_{j=0}, \quad \dots, \quad a_{K0} = P_{Y3 K0} \Big|_{j=0}$$

Після формування матриці \mathbf{A} виконується підсумування елементів кожного її рядка, в результаті чого формується вектор-колонка сумарних мір близькості розмірністю $K \times 1$:

$$\mathbf{A}_{Y3} = \begin{bmatrix} a_{\Sigma 1} \\ \dots \\ a_{\Sigma K} \end{bmatrix}, \quad a_{\Sigma 1} = \sum_{i=j_{\max}-1}^0 a_{1i}, \quad \dots, \quad a_{\Sigma K} = \sum_{i=j_{\max}-1}^0 a_{Ki}. \quad (2.7)$$

Найбільш "близькою" до поточної є та характеристика електроспоживання, номер якої є номером рядка, що містить максимальне зі значень $a_{\Sigma 1}, \dots, a_{\Sigma K}$. Значення цієї характеристики на наступному етапі приймаються як прогнозовані та використовуються для вироблення сигналів керуючого впливу.

Для наочності розглянемо приклад, коли база даних містить чотири характеристики $w_1(x) - w_4(x)$ (рис. 2.7), визначені на інтервалі $N = 3^3 = 27$ відліків, а поточна характеристика споживання $w_n(x)$ має вигляд якій наведений на рис. 2.8. При цьому $j_{\max} = 3$.

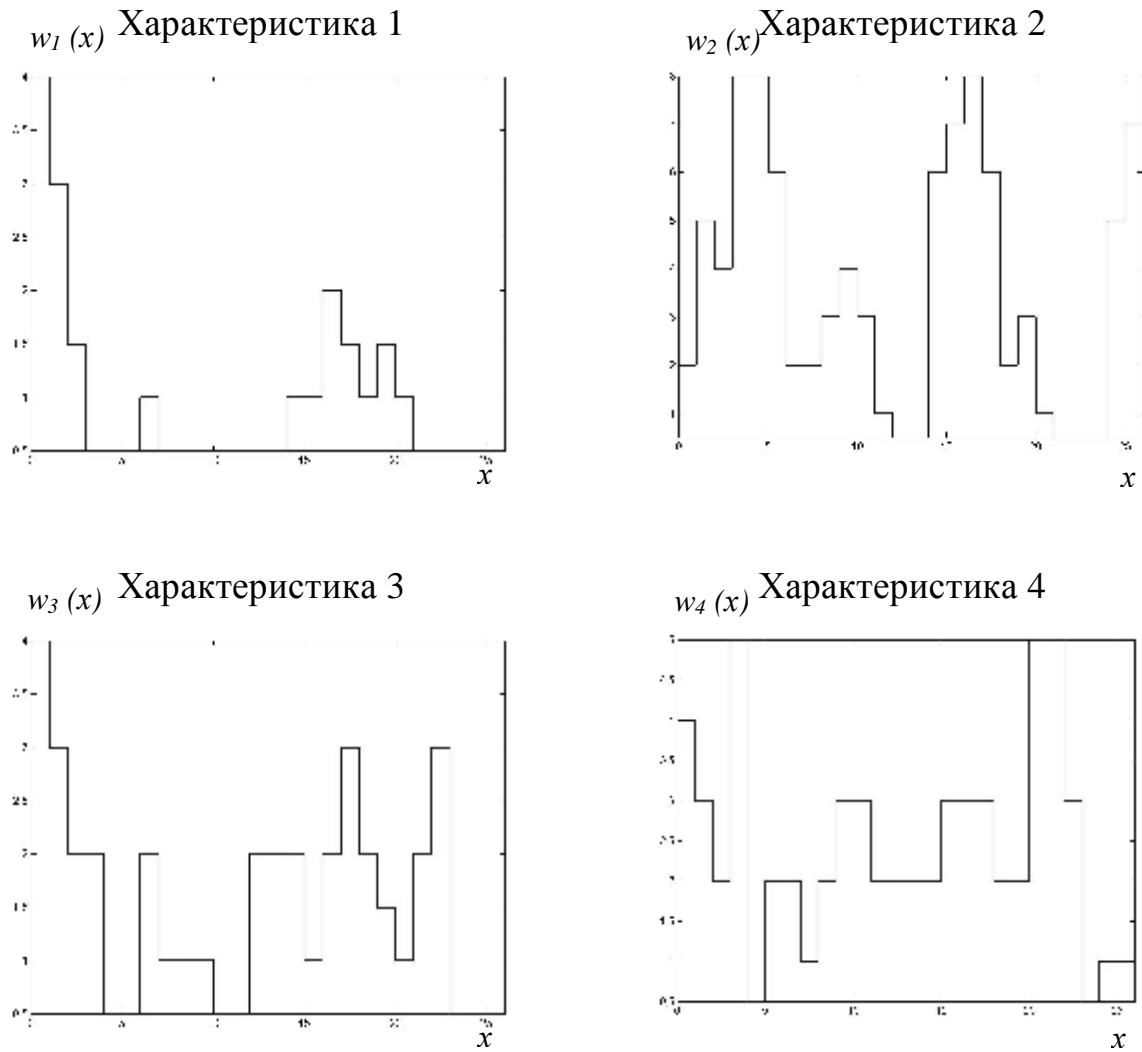


Рис. 2.7. Характеристики електроспоживання у базі даних

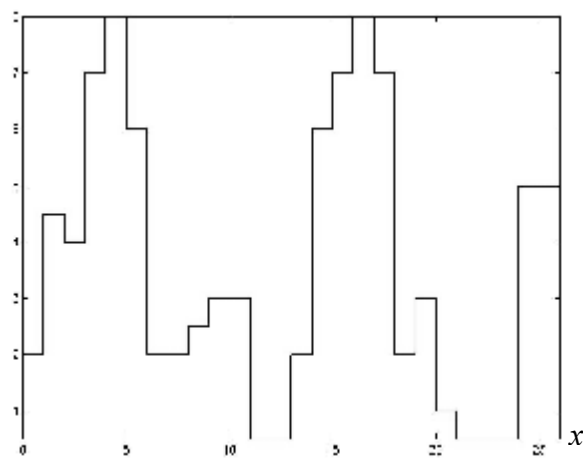
 $w_{\text{поточна}}(x)$ 

Рис. 2.8. Поточна характеристика електроспоживання

Для кожної характеристики з бази даних та поточної характеристики за формулами (3.3) розраховуються коефіцієнти вейвлет-перетворення $s_{j-1,k}$ на трьох рівнях розкладання. Ці коефіцієнти записуються у вигляді матриці, кожний рядок якої відповідає одному рівню розкладання від $j_{\max} - 1 = 2$ до 0:

$$\mathbf{S}_{j-1,k}^1 = \begin{vmatrix} 1.6358 & 0.2887 & 0.3849 & 0.2887 & 0.3849 & 0.866 & 0.6736 & 0.2887 & 0.2887 \\ 1.3333 & 0.8889 & 0.7222 & & & & & & \\ 1.7 & & & & & & & & \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{j-1,k}^2 = \begin{vmatrix} 2.1170 & 4.2339 & 1.3472 & 1.5396 & 1.3472 & 4.0415 & 1.1547 & 0.2887 & 3.6566 \\ 4.4444 & 4.0 & 2.9444 & & & & & & \\ 6.5754 & & & & & & & & \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{j-1,k}^3 = \begin{vmatrix} 1.7321 & 0.5774 & 0.7698 & 0.3849 & 1.1547 & 1.1547 & 0.866 & 1.0585 & 0.2887 \\ 1.7778 & 1.5556 & 1.2778 & & & & & & \\ 2.6622 & & & & & & & & \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{j-1,k}^4 = \begin{vmatrix} 1.7321 & 1.4434 & 0.9623 & 1.5396 & 1.1547 & 1.7321 & 1.7321 & 1.6358 & 0.4811 \\ 2.3889 & 2.5556 & 2.2222 & & & & & & \\ 4.1377 & & & & & & & & \end{vmatrix}$$

Поточна характеристика:

$$\mathbf{S}_{j-1,k}^{\text{поточна}} = \begin{vmatrix} 2,0207 & 4,0415 & 1,2509 & 1,2509 & 1,6358 & 4,2339 & 1,1547 & 0,2887 & 3,2717 \\ 4,2222 & 4,1111 & 2,7222 & & & & & & \\ 6,3829 & & & & & & & & \end{vmatrix}$$

Для спрощення процесу класифікації весь діапазон значень коефіцієнтів $s_{j-1,k}$ розбивається на 10 піддіапазонів (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

Розбиття значень коефіцієнтів $s_{j-1,k}$ на піддіапазони

Номер піддіапазону	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Значення $s_{j-1,k}$	0- 0,7	0,7- 1,4	1,4- 2,1	2,1- 2,8	2,8- 3,5	3,5- 4,2	4,2- 4,9	4,9- 5,6	5,6- 6,3	6,3- 7,0

Після визначення меж кожного піддіапазону всім елементам матриць ставиться у відповідність номер піддіапазону, якому він відповідає. В результаті формуються модифіковані матриці:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}_{j-1,k}^{*1} &= \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & & & & & & \\ 2 & & & & & & & & \end{vmatrix} \\
 \mathbf{S}_{j-1,k}^{*2} &= \begin{vmatrix} 3 & 6 & 1 & 2 & 1 & 5 & 1 & 0 & 5 \\ 6 & 5 & 4 & & & & & & \\ 9 & & & & & & & & \end{vmatrix} \\
 \mathbf{S}_{j-1,k}^{*3} &= \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & & & & & & \\ 3 & & & & & & & & \end{vmatrix} \\
 \mathbf{S}_{j-1,k}^{*4} &= \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & & & & & & \\ 5 & & & & & & & & \end{vmatrix} \\
 \mathbf{S}_{j-1,k}^{*\text{поточна}} &= \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 1 & 2 & 6 & 1 & 0 & 4 \\ 6 & 5 & 3 & & & & & & \\ 9 & & & & & & & & \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Узагальнені класифікаційні матриці номінальних ознак для рівнів розкладання $j = \overline{2,0}$ формуються згідно (2.3) та (2.5):

$$\mathbf{P}_{y32} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{P}_{y31} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{P}_{y30} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Сформуємо матрицю відстаней згідно (2.6):

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 9 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

та вектор-колонку сумарних мір близькості згідно (2.7):

$$\mathbf{A}_{yz} = \begin{pmatrix} 2 \\ 18 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

З (2.8) видно, що для поточної характеристики максимальним елементом є елемент $a_{\Sigma 2} = 18$. Це означає, що найближчою до поточної характеристики є характеристика 2.

Таким чином, сумісне застосування вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі та теорії класифікації дозволяє здійснювати згладження та прогнозування характеристик електроспоживання із зменшенням обсягу пам'яті, необхідного для зберігання бази даних.

Для порівняння двох розглянутих підходів до прогнозування – на базі нейронних мереж та теорії класифікації – розглянемо основні показники прогнозних алгоритмів (табл. 2.4).

Таблиця 2.4

Порівняння підходів до прогнозування характеристик електроспоживання

Параметр	Нейронні мережі	Класифікація
Горизонт прогнозування	3^j	N_{II}
Кількість відліків прогнозу	1	N_{II}
Час обчислення	Час навчання мережі + час обчислень (>)	Час розрахунку мір близькостей (<)
Похибка прогнозування	0,33-5%	5-7%

Обидва підходи потребують наявності бази даних характеристик електроспоживання, причому якість прогнозування залежить від обсягу бази. Прогнозні значення можуть бути обчислені лише в тому випадку, якщо в базі даних містяться одна або декілька характеристик, що мають схожий характер з поточною характеристикою. Якщо поточна характеристика є нетиповою і суттєво відрізняється від усіх інших, вона не може бути спрогнозована, а лише буде занесена в базу даних і в подальшому використана для прогнозування схожих характеристик.

Основною відмінністю двох розглянутих підходів є кількість відліків: якщо нейронна мережа видає прогноз у вигляді однієї точки, що знаходиться на відстані 3^j відліків від поточного моменту, а проміжні точки лишаються невідомими, то прогнозування на базі теорії класифікації дозволяє обрати відрізок схожої характеристики з бази даних, визначений на N_{II} відліках, де N_{II}

- довільне ціле позитивне число, що дозволяє визначити не тільки кількісне значення електроспоживання, але і напрямок та характер його зміни в межах цього відрізка.

Похибка прогнозування для двох підходів є приблизно однаковою величиною, але меншою для нейронних мереж. Час прогнозування для нейронної мережі більший, що обумовлено часом, необхідним для навчання мережі по накопиченій базі даних – навчальній вибірці. Прискорити процес прогнозування можна шляхом використання спеціалізованих нейронних обчислювачів.

Використання вейвлетів в орієнтованому базисі дозволяє досягти заданого коефіцієнта подібності при меншій кількості рівнів розкладання в порівнянні з вейвлет-перетвореннями Хаара та Добеші, що зменшує обсяг обчислень. Наприклад, для функції, визначеної на інтервалі $N = 243$, кількість обчислювальних операцій на 23,7% менше, ніж при вейвлет-перетворенні Хаара, та на 47,8% менше, ніж при вейвлет-перетворенні Добеші.

Використання ОБ-вейвлетів та нейронних мереж з пам'яттю для прогнозування характеристики електроспоживання локального об'єкту при сумірних інтервалах визначення потребує меншу кількість рівнів розкладання та забезпечує більший горизонт прогнозу. Так, на інтервалі $N_1 = 3^5 = 243$ ОБ-вейвлет-перетворення потребує 2 рівні розкладання та забезпечує горизонт прогнозу на 12,5% більше, ніж перетворення Хаара і Добеші на інтервалі $N_2 = 2^8 = 256$ з 3 рівнями розкладання. При однакових рівнях розкладання вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі дозволяє збільшити горизонт прогнозування у $(1,5)^j$ разів порівняно з іншими методами.

РОЗДІЛ 3

КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯМ ЗА ВАРТІСНИМ КРИТЕРІЄМ

3.1. Побудова моделей електротехнічних пристроїв локального об'єкту з урахуванням вартісних факторів

При розробці системи керування електроживленням локальних об'єктів поєднання централізованого та децентралізованого керування (див. підрозділ 1.2) може призвести до протиріч з задачами, які мінімізують споживання інших ресурсів (вода, газ та ін.) [64,137]. Тому необхідно обрати критерій ефективності, який був би спільним для різних задач керування і дозволяв проводити комплексну оцінку стану системи електроспоживання локального об'єкту. Таким критерієм є інтегральний вартісний параметр, який дозволяє оцінити безпосередні та опосередковані витрати, необхідні для вироблення та споживання електричної енергії, та збитки від її неефективного використання.

В зв'язку з тим, що в якості критерію використовується вартість, для реалізації оптимальної поведінки системи доцільно застосовувати теорії, розроблені у економічних галузях [50,65,90]. Тоді задача оптимізації зводиться до сумісного розв'язання рівнянь, які описують електромагнітні процеси у технічних пристроях, та рівнянь, що враховують вартісні фактори [51,67]. В якості цільового функціоналу, значення якого має бути мінімізоване, обирається вартість енергії, яка розраховується як кількість енергії, помножена на відповідний тариф, що діє у даний інтервал часу. Врахування тарифів необхідно, оскільки лише наявність багатотарифної системи оплати дає можливість знизити витрати шляхом переносу інтервалів роботи окремих навантажень у інтервали більш низьких тарифів, а моментів вмикання альтернативних генераторів - у інтервали більш високих тарифів мережі. Сучасний рівень науково-технічного розвитку дозволяє застосовувати поточні тарифи на електроенергію мережі [29] для реалізації формування більш гнучкого керування зі зворотними зв'язками та оцінкою стану керованих об'єктів.

Результатом розв'язання задачі є оптимальна функція керування для кожного пристрою (при використанні теорій споживання та виробництва) або системи в цілому (при використанні теорії загальної рівноваги), яка дозволяє забезпечити виконання заданої корисної роботи навантаженнями з мінімізацією витрат. Оптимальна функція керування являє собою сукупність значень керуючих параметрів у задані інтервали часу.

Зокрема, при використанні перетворювальних пристроїв розв'язання задачі керування дозволяє визначити рівні напруги на вході навантаження, які забезпечують вихід на усталений режим в заданий момент часу з мінімізацією втрат електроенергії [103,104].

З метою урахування вартісних факторів (процесів споживання, виробництва, бюджетних обмежень) при розробці систем керування електроживленням локальних об'єктів електротехнічні рівняння поєднуються з рівняннями, запозиченими з економічної теорії [50,51,54,65,67,94,101,102]. Таке поєднання призводить до побудови електро-вартісних моделей, які, крім визначення струмів і напруг електротехнічних об'єктів, дозволяють вирішити задачу мінімізації вартісних витрат на обслуговування і використання цих об'єктів. Чотири електро-вартісні моделі функціонування окремих пристроїв та всього локального об'єкту: 1) модель особистого споживання; 2) модель виробництва; 3) модель загальної рівноваги; 4) модель економіки добробуту, дозволяють описати і вирішувати широкий спектр задач, що виникають при керуванні електроспоживанням.

Електро-вартісна модель споживання електричної енергії з урахуванням бюджетних обмежень для окремого споживача має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX(t, \Delta\$)}{dt} = A(t, \Delta\$)X(t, \Delta\$) + U(t, \Delta\$) \\ \Delta\$ = I_s(t) - P(t)Y(t, \Delta\$) \rightarrow 0 \\ Y(t, \Delta\$) = X_i(t, \Delta\$) + Z(t) \end{array} \right\}, \quad (3.1)$$

де $U(t, \Delta\$)$ – вектор керуючого впливу; $X(t, \Delta\$) = f[A(t, \Delta\$), U(t, \Delta\$)]$ – вектор змінних стану; $A(t, \Delta\$)$ – матриця коефіцієнтів, що визначаються за схемою заміщення; $I_s(t)$ – частина грошового доходу, яка може або повинна бути спрямована на забезпечення функціонування даного пристрою; $P(t)$ – вектор цін; $Y(t, \Delta\$)$ – вектор ресурсів, що споживаються; $\Delta\$$ – різниця між грошовим доходом та вартістю спожитих ресурсів; $X_i(t, \Delta\$)$ – частина вектору змінних стану; $Z(t)$ – вектор ресурсів, що вироблені іншими зовнішніми джерелами. Перше рівняння цієї системи описує процеси, що протікають у схемі заміщення об'єкту. Друге рівняння представляє собою бюджетне обмеження для об'єкту, що розглядається. Значення матриці $A(t, \Delta\$)$ та вектору $U(t, \Delta\$)$ в процесі керування змінюються таким чином, щоб забезпечувалось виконання умови бюджетного обмеження $\Delta\$ \rightarrow 0$.

Електро-вартісна модель виробництва електричної енергії з урахуванням витрат економічних факторів та виробничої функції:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX(t, \Pi)}{dt} = A(t, \Pi)X(t, \Pi) + U(t, \Pi) \\ \Pi(y) - C(t)f(y) + P(t)Y(t, \Pi) = 0 \\ Y(t, \Pi) = X_i(t, \Pi) + Z(t) \end{array} \right\}, \quad (3.2)$$

де величини $U(t, \Pi)$, $X_i(t, \Pi)$, $A(t, \Pi)$, $Y(t, \Pi)$, $P(t)$, $Z(t)$ мають той самий зміст, що і $U(t, \Delta\$)$, $X_i(t, \Delta\$)$, $A(t, \Delta\$)$, $Y(t, \Delta\$)$, $P(t)$, $Z(t)$ в першій моделі; $C(t)$ - ціна випуску продукції або вартість одиниці енергетичного ресурсу, що генерується або споживається; $f(y)$ - виробнича функція; $\Pi(y)$ - грошовий прибуток, який утворюється після використання генеруючого обладнання з урахуванням всіх витрат, необхідних на його утримання та забезпечення роботи. Перше рівняння цієї системи аналогічно попередньому випадку описує динаміку електромагнітних процесів, а друге і третє рівняння враховують процеси вироблення продукції (електроенергії) і отримання прибутку. Для реалізації найбільш ефективного керування з точки зору вартісних витрат прибуток має сягати максимального значення:

$$\Pi(y) \rightarrow \max.$$

У цій моделі отримання прибутку досягається внаслідок постачання електричної енергії в основному від відновлюваних та резервних джерел, що вмикаються у системи електроживлення локального об'єкта.

Електро-вартісна модель загальної рівноваги на спільному ринку виробництва та споживання електричної енергії:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{X}(t, \Delta e, \Delta\$)}{dt} = \mathbf{A}(t, \Delta e, \Delta\$)\mathbf{X}(t, \Delta e, \Delta\$) + \mathbf{U}(t, \Delta e, \Delta\$) \\ \Delta e = \sum_{f=1}^F e_j^f - \sum_{h=1}^H e_j^h \rightarrow 0, \quad j = \overline{1, n} \\ \Delta\$ = \sum_{f=1}^F r_i^f - \sum_{h=1}^H r_i^h \rightarrow 0, \quad i = \overline{1, m} \end{array} \right., \quad (3.3)$$

де H та F - кількість споживачів та джерел відповідно; e_j^f та e_i^h - кількість енергії, що виробляє кожний генератор f та споживає кожний споживач h відповідно, Δe - надлишок виробленої енергії, яка не може бути використана, що визначає умову $\Delta e \rightarrow 0$; r_j^f та r_i^h - обсяги витрат i -го виду, $i = \overline{1, m}$, необхідні для виробництва електроенергії кожним генератором f та для функціонування споживача h .

Під спільним ринком виробництва та споживання в даному контексті мається на увазі сукупність пристроїв, що виробляють та споживають енергію, а також каналів обміну енергією по певним тарифним ставкам (цінам).

Електро-вартісна модель економіки добробуту описує умови забезпечення критерію економічного оптимуму по Парето ефективного виробництва з урахуванням виробничих функцій постачальників продукції

(джерел енергії), функцій корисності споживачів (навантажень) та балансу ресурсів [64,65]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{X}(t, \Delta r, \Delta q)}{dt} = \mathbf{A}(t, \Delta r, \Delta q)\mathbf{X}(t, \Delta r, \Delta q) + \mathbf{U}(t, \Delta r, \Delta q) \\ q^f = f_f(r_i^f) = const, i = \overline{1, m}, f = \overline{1, F} \\ \mathbf{U}^h = \mathbf{U}^h(e_i^h) = const, h = \overline{1, H}, F = H \\ \Delta r = \overline{r}_i - \sum_{f=1}^F r_i^f \rightarrow 0 \\ \Delta q = q^j - \sum_{h=1}^n e_i^h \rightarrow 0, j = \overline{1, n} \end{array} \right. , \quad (3.4)$$

де q^f - виробнича функція джерела f ; U^h - функція корисності споживача h ; \overline{r}_i - наявні обсяги ресурсів i -го виду, $i = \overline{1, m}$; Dr - надлишок коштів, що витрачаються на функціонування генераторів; Dq - надлишок енергії, призначеної для живлення споживачів.

Реалізація оптимального по Парето режиму передбачає, що ніякий припустимий перерозподіл енергії, яка генерується у локальному об'єкті, або витрат на генерування не може збільшити корисності для одного споживача або групи споживачів, не зменшивши рівень корисності для інших. Для забезпечення найбільш ефективного функціонування всіх пристроїв цільова функція економічного оптимуму має бути оптимумом по Парето, проте з усієї сукупності оптимальних по Парето стратегій обирається одна на підставі критерію соціального добробуту як функції корисності всіх споживачів.

Використання наведених моделей дозволяє описати технічні і економічні процеси, що протікають у окремих складових електротехнічного об'єкту, взаємодію між ними, а також загальну поведінку об'єкту, що реалізується для досягнення загальної мети забезпечення ефективного керування електроживленням.

3.1.1. Моделі навантажень локального об'єкту. Для розв'язання задачі оптимального керування необхідно скласти еквівалентні схеми навантажень, що входять до складу локального об'єкту. Електротехнічні навантаження можна звести до таких основних видів:

1) активно-індуктивне навантаження, наприклад, освітлювальні та нагрівальні прилади, прилади для підтримки постійного тиску води у системі опалювання (насоси);

2) активно-ємнісне навантаження, наприклад, акумулятор, блок живлення комп'ютера, лампи денного освітлення, іонізуючі прилади;

3) динамічні навантаження, наприклад, двигун постійного струму, асинхронний двигун.

При розгляді електромагнітних процесів у RL - і RC - навантаженнях припустимо, що активні втрати потужності у дроселі і конденсаторі дорівнюють нулю, а L та C - лінійні. Електро-вартісні моделі двигунів у спрощеному випадку аналогічні моделям RL -навантажень.

Електро-вартісна модель з активно-індуктивним навантаженням має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{i}(t, \Delta\$)}{dt} = -\frac{R(t, \Delta\$)}{L(t, \Delta\$)} \mathbf{i}(t, \Delta\$) + \frac{U(t, \Delta\$)}{L(t, \Delta\$)} \\ \Delta\$ = I_s(t) - \mathbf{Y}(t, \Delta\$) \mathbf{P}(t) \rightarrow 0 \end{cases}, \quad (3.5)$$

де $I_s(t)$ – вартісний прибуток, віднесений до даного навантаження; $\mathbf{Y}(t, D\$)$ - вектор ресурсів, що споживаються:

$$\mathbf{Y}(t, \Delta\$) = [W(t) \quad z] ; \quad (3.6)$$

$W(t) = \int_0^t U(t) \cdot i(t) \cdot dt$ – електрична енергія, [Вт*год]; z - деякий інший ресурс (наприклад, обслуговування), [од]; $\mathbf{P}(t)$ – вектор-колонка цін на ресурси, що споживаються. Для спрощення розрахунків та з метою ілюстрації побудови електро-вартісної моделі прийемо $W(t) = U \cdot i \cdot t$ та $\Delta\$=0$.

В даному випадку

$$\mathbf{P}(t) = [c_1 \quad c_2] , \quad (3.7)$$

де c_1 - вартість електроенергії [грн./Вт*год]; c_2 - вартість іншого ресурсу, [грн./од].

Розв'язавши систему (3.1) відносно $I_s(t)$, отримаємо вираз для визначення вартісних витрат на експлуатацію даного навантаження:

$$I_s(t) \Big|_{\Delta\$=0} = \frac{U^2}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) c_1 \cdot t + z c_2 , \quad (3.8)$$

де $\tau = \frac{L}{R}$, $z c_2 = z \cdot c_2$ - постійні витрати у вартісному визначенні (витрати на ресурси, що в даному випадку не входять до рівнянь стану електротехнічного об'єкту, обслуговування та ін.).

На рис. 3.1,а зображено часову залежність вартісних витрат при експлуатації пристроїв, які моделюються RL -навантаженням, протягом часу T (як правило, вартісні витрати та грошовий прибуток розглядаються на кінцевому інтервалі - тиждень або місяць).

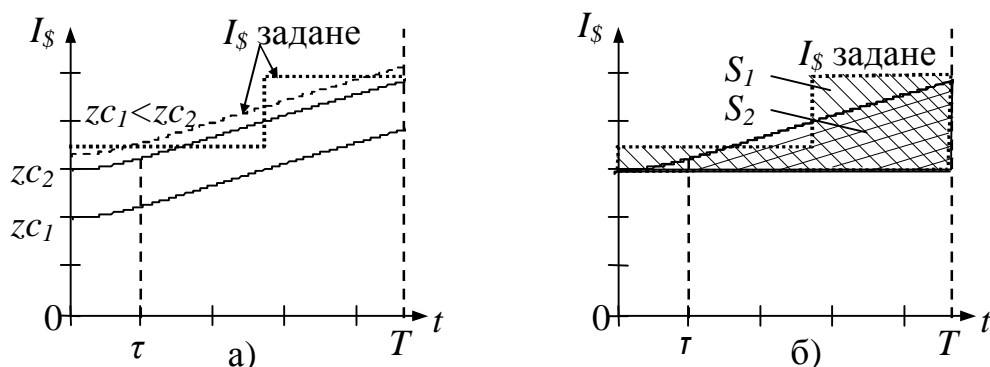


Рис.3.1. Часова залежність вартісних витрат при експлуатації RL -навантаження

Як видно з рис. 3.1, при роботі RL -навантаження, починаючи з деякого моменту $t = \tau$ вартісні витрати збільшуються за лінійним законом. Початкові вартісні витрати визначаються значенням zC (наприклад, витратами на обслуговування RL -навантаження). Для виконання умови $\Delta\$ \rightarrow 0$ необхідно, щоб заданий грошовий прибуток $I_{\$ \text{ задане}}$, виділений на функціонування даного навантаження, був близьким до фактичних вартісних витрат $I_{\$}$. В залежності від вигляду часової залежності $I_{\$ \text{ задане}}$ (плавно наростаюча або східчаста пунктирні лінії на рис.3.1,а) необхідно порівнювати миттєві або інтегральні (площі S_1 та S_2 під кривими, див. рис.3.1,б) значення для характеристик $I_{\$}$ та $I_{\$ \text{ задане}}$.

Електро-вартісна модель з активно-ємнісним навантаженням має вигляд:

$$\begin{cases} \mathbf{U}(t, \Delta\$) = R(t, \Delta\$) \cdot C(t, \Delta\$) \frac{d\mathbf{U}_c(t, \Delta\$)}{dt} + \mathbf{U}_c(t, \Delta\$) \\ \Delta\$ = I_{\$}(t) - \mathbf{Y}(t, \Delta\$)\mathbf{P}(t) \rightarrow 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Аналогічно попередньому випадку, приймемо $\Delta\$ = 0$, що значно спрощує подальші розрахунки. Розв'язок системи (3.9) визначає вартісні витрати при експлуатації пристроїв, що моделюються RC -навантаженням:

$$I_{\$}(t) = \frac{U^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} c_1 \cdot t + zC \quad , \quad (3.10)$$

де $\tau = RC$.

Графік залежності вартісних витрат (3.10) наведено на рис.3.2.

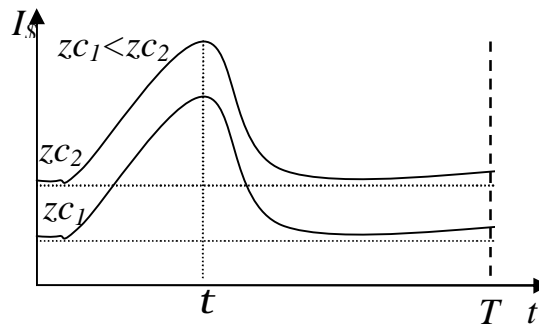


Рис.3.2. Часова залежність вартісних витрат при експлуатації RC-навантаження

Як видно з рис.3.2, вартісні витрати при експлуатації RC-навантаження сягають максимуму при $t=t$, а потім асимптотично прямують до значення zc .

3.1.2. Моделі джерел енергії локального об'єкту. Електро-вартісна модель акумуляторної батареї (АБ). У процесі заряду АБ можна розглядати як споживача електричної енергії (електро-вартісна модель споживання), а у процесі розряду – як джерело (електро-вартісна модель виробництва).

Електротехнічна модель з урахуванням вартісного фактору акумуляторної батареї під час заряду при $\Delta\$=0$ має вигляд:

$$\begin{cases} U_{AB}(t, \Delta\$) = U_0 e^{\frac{i_3 t_3}{Q}} \\ I_з(t) = -(U_3 i_3 t_3 c_1 + z \cdot c_2) \end{cases}, \quad (3.11)$$

де U_0 - мінімальна напруга на розрядженій АБ; U_3 - напруга заряду; i_3 - струм заряду; t_3 - час заряду; c_1 - діючий тариф на електроенергію під час заряду; zc_2 - вартісні витрати на деякий інший ресурс (наприклад, обслуговування).

Вигляд часової залежності вартісних витрат при заряді акумуляторної батареї наведено на рис.3.3.

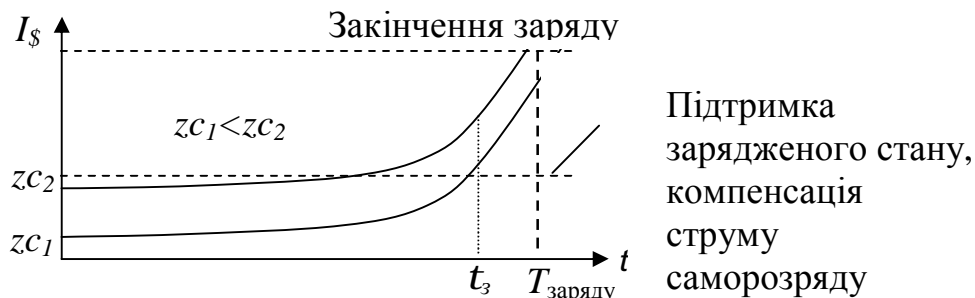


Рис.3.3. Часова залежність вартісних витрат при заряді акумуляторної батареї

Електротехнічна модель акумуляторної батареї в процесі розряду з урахуванням вартісного фактору має вигляд:

$$\begin{cases} U_{AB}(t, \Delta\$) = U_{ном} \cdot \frac{i_p}{Q} \sqrt{\left(\frac{Q}{i_p}\right)^2 - t_p^2} \\ \Pi_{ABp} = U_{AB}(t) \cdot i_p \cdot t_p \cdot c_{AB} - z \cdot c_2 \end{cases} \quad (3.12)$$

Графік часової залежності вартісного прибутку при використанні АБ наведено на рис. 3.4. При переході акумуляторної батареї з режиму заряду на режим розряду в момент $T_{заряду}$ значення вартісних витрат стрибкоподібно змінюються з додатних (див. рис.3.3) на від'ємні (див. рис.3.4).

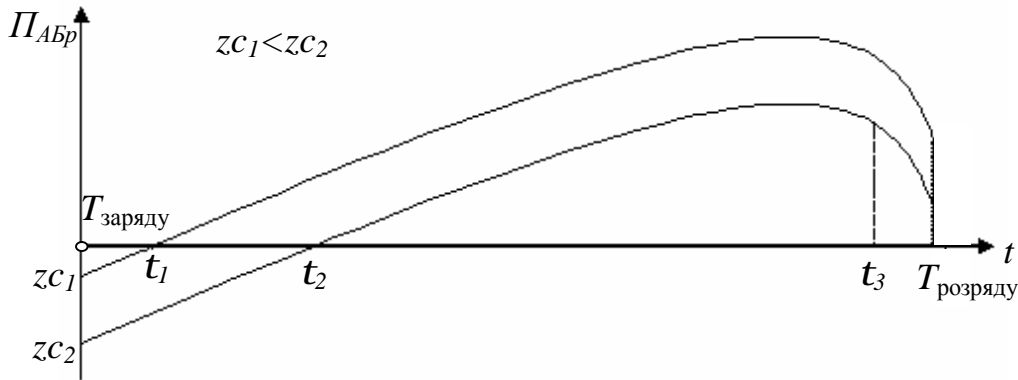


Рис.3.4. Графік часової залежності вартісного прибутку при розряді акумуляторної батареї

Як видно з рис. 3.4, вартісний прибуток при використанні акумуляторної батареї можна отримати лише у випадку, коли час роботи АБ перевищує деяке мінімальне значення t , яке залежить від витрат на обслуговування zc і визначається наступним чином:

$$t_{1,2} = \frac{zc_{1,2}}{U_{AB}(t, \Delta\$) i_p c_{AB}} \quad (3.13)$$

Крім того, час отримання прибутку від АБ обмежений, оскільки необхідно обирати такий робочий режим, щоб час заряду не перевищував деяке задане значення, а час розряду наближався до t_3 .

Електро-вартісна модель фотоелектричної батареї. Струм $i(t, \Pi_{\PhiБ})$ та напруга $u(t, \Pi_{\PhiБ})$ фотобатареї пов'язані між собою співвідношенням [22]:

$$i(t, \Pi_{\Phi B}) = i_T (e^{1u(t, \Pi_{\Phi B})} - 1) - i_{\Phi}, \quad (3.14)$$

де i_T та i_{Φ} - відповідно густина темнового та фотоструму; $I = \frac{\bar{e}}{kTb}$; k - постійна

Больцмана; T - температура, °К; \bar{e} - заряд електрона; b - величина, що характеризує матеріал напівпровідника (для германію $b=1$, для кремнію $b>1$).

Для побудови електро-вартісної моделі фотобатарей доповнимо вираз (3.14) вартісним рівнянням виробництва та отримаємо систему:

$$\begin{cases} i(t, \Pi_{\Phi B}) = i_T (e^{1u(t, \Pi_{\Phi B})} - 1) - i_{\Phi} \\ \Pi_{\Phi B} = E(t, \Pi_{\Phi B}) \cdot i(t, \Pi_{\Phi B}) \cdot t \cdot c_{\Phi B} - zc_2 \end{cases}, \quad (3.15)$$

де $\Pi_{\Phi B}$ – прибуток від функціонування фотобатарей; E – напруга живлення; $c_{\Phi B}$ – тариф на електроенергію, що виробляється фотобатарей; zc_2 – вартісні витрати на деякий ресурс, необхідний для функціонування фотобатарей (наприклад, обслуговування). Вираз для визначення тарифу на енергію, що виробляється фотобатарей, має вигляд:

$$c_{\Phi B} = \frac{P_{\Phi B \text{ нов.}}}{E \cdot I_{\Phi B \text{ max}} \cdot t_{\text{гар}}}, \quad (3.16)$$

де $P_{\Phi B \text{ нов.}}$ - вартість фотобатарей; $t_{\text{гар}}$ – гарантований період експлуатації фотобатарей (в середньому 15 років); $I_{\Phi B \text{ max}}$ – максимальний вихідний струм.

Розв'язок системи (3.15) можна спростити, якщо врахувати нерівність $i_{\Phi} \gg i_T$. Тоді прибуток оцінюється наближеною рівністю:

$$\Pi_{\Phi B} \approx K_1 \cdot i_{\Phi} \cdot t - zc_2,$$

де K_1 – числовий коефіцієнти. Графік часової залежності прибутку від використання фото батареї наведено на рис. 3.5.

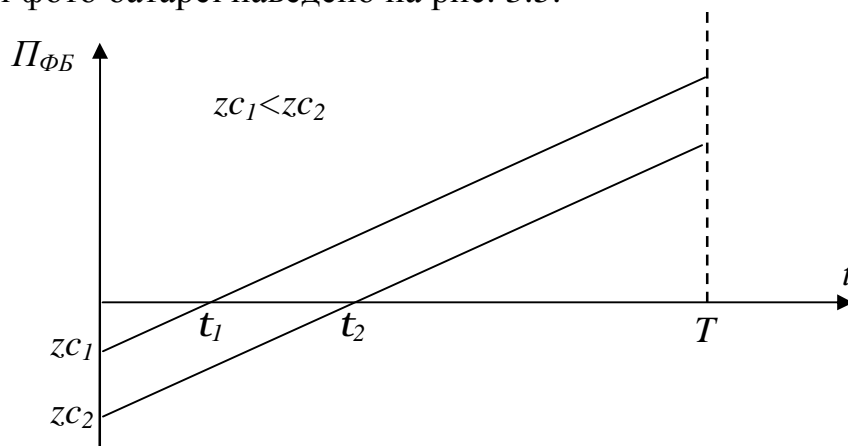


Рис. 3.5. Графік часової залежності прибутку від використання фотобатарей

Як видно з рис. 3.5, для забезпечення прибутковості фотобатареї необхідно, щоб час роботи t був більший деякого проміжку t . Значення t для фотобатареї визначається, як і для акумуляторної батареї, виразом (3.13).

Побудовані електро-вартісні моделі дозволяють оптимізувати роботу джерел енергії у локальному об'єкті так, щоб отримати максимальну економічну ефективність від їх використання.

3.2. Модель загальної рівноваги для локального об'єкта

При побудові алгоритмів керування електроживленням локального об'єкту з урахуванням вартісних факторів найбільший інтерес викликає теорія загальної рівноваги [65], яка дозволяє сформулювати умови найбільш ефективного керування електроживленням із забезпеченням мінімальних вартісних витрат на спільному ринку виробництва і споживання. З позицій економічної теорії продукцією, що виробляється та споживається на ринку локальної системи (рис.3.6), є електрична енергія. Електрична мережа та альтернативні генератори, що входять до складу системи, виконують роль постачальників продукції, а навантаження – її споживачів.

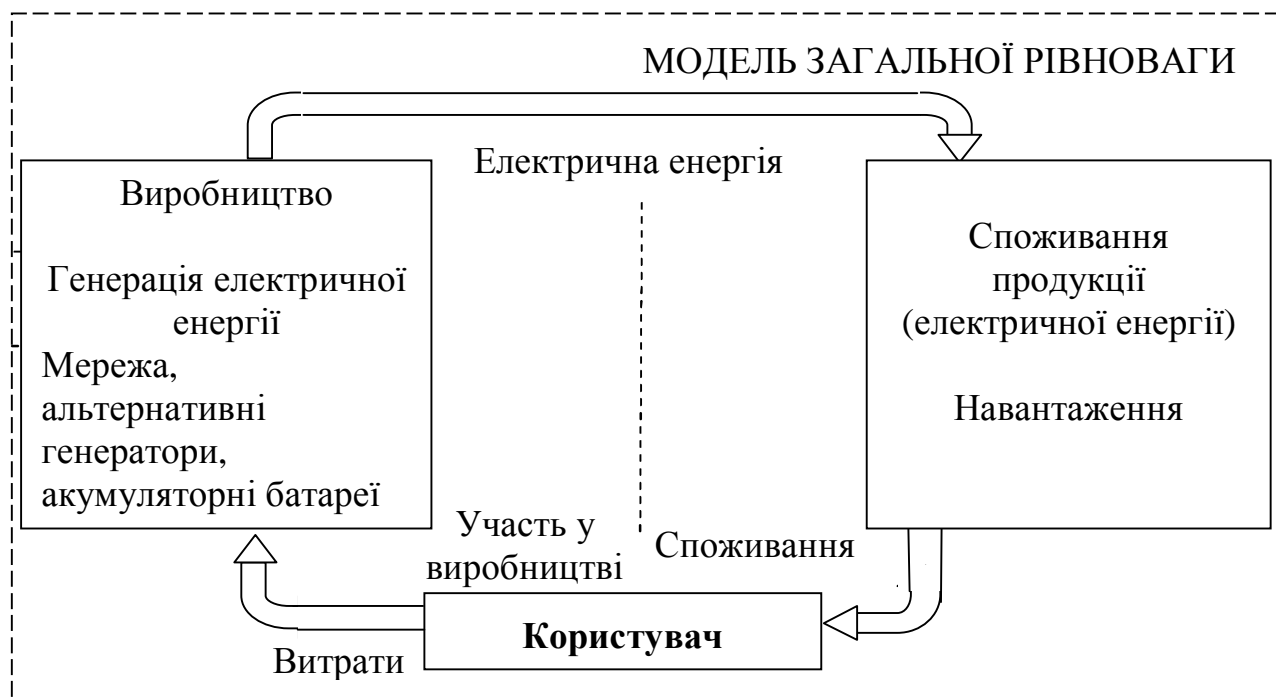


Рис.3.6. Рівновага виробництва та споживання електроенергії

Для кожного електротехнічного пристрою (генератора або споживача енергії) необхідно вирішувати свою оптимальну задачу в області мінімізації витрат із забезпеченням ефективності функціонування. Сукупність окремих оптимізаційних задач дозволяє сформулювати задачу загальної рівноваги та визначити найбільш доцільні стратегії адаптації керування як окремих

пристроїв, так і всієї системи з урахуванням витрат, необхідних для підтримки цієї рівноваги у системі, що забезпечує оптимальне використання енергії [65].

Для побудови моделі керування розглянемо умови загальної рівноваги для генераторів та споживачів локального об'єкту [50,65]. Нехай існують m видів витрат $w_i, i = \overline{1, m}$. Хоча в системі є лише один вид товару – електрична енергія, проте існує n значень тарифів - ціни $p_j, j = \overline{1, n}$, причому кожному з цих значень відповідає проміжок часу, на якому виробляється або споживається енергія.

Всього на ринку вироблення електроенергії діють F джерел, які у економічній теорії іменують фірмами-постачальниками. Розглянемо випадок для значення $F=4$. Для кожного з джерел існують витрати для вироблення енергії. Позначимо обсяг витрат i -го виду ($i = \overline{1, m}$) для джерела f через r_i^f , а об'єм енергії, виробленої у j -му проміжку часу, протягом якого діє тариф p_j – через e_j^f . Тоді прибуток від функціонування цієї фірми-джерела визначається наступним чином:

$$p^f = \sum_{j=1}^n p_j e_j^f - \sum_{i=1}^m w_i r_i^f, \quad f = \overline{1, F}.$$

Позначимо через \mathbf{r}^f та \mathbf{e}^f вектор-колонки значень обсягів витрат, здійснених для функціонування джерела f , та обсягів енергії, вироблених на j -х проміжках часу, $j = \overline{1, n}$:

$$\mathbf{r}^f = \begin{pmatrix} r_1^f \\ \dots \\ r_m^f \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}^f = \begin{pmatrix} e_1^f \\ \dots \\ e_n^f \end{pmatrix}.$$

Хай \mathbf{p} та \mathbf{w} – вектор-рядки, що утворюються з різних тарифів на енергію та значень витрат відповідно:

$$\mathbf{p} = \{p_1, \dots, p_n\}, \quad \mathbf{w} = \{w_1, \dots, w_m\}.$$

Тоді прибуток джерела f можна записати у матричній формі:

$$p^f = \mathbf{p}\mathbf{e}^f - \mathbf{w}\mathbf{r}^f, \quad f = \overline{1, F}.$$

Необхідно максимізувати прибуток від кожного джерела з урахуванням обмежень у вигляді виробничої функції для кожного з них:

$$\Phi^f(\mathbf{e}^f, \mathbf{r}^f) = 0. \quad (3.17)$$

Виробнича функція (3.17) визначає “доцільність” використання джерела f для вироблення електроенергії, тобто обсяг витрат та корисний ефект. Оптимізаційна задача для джерела f формулюється наступним чином:

$$\begin{cases} \max_{e^f, r^f} p^f = p e^f - w r^f \\ \Phi^f(e^f, r^f) = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

Для вирішення цієї задачі застосуємо метод множників Лагранжа [3]. Функція Лагранжа в цьому випадку записується у вигляді:

$$L^f(e^f, r^f) = p e^f - w r^f + y^f (\Phi(e^f, r^f)),$$

де y^f - множник Лагранжа для джерела f . При цьому слід вважати, що джерело f може виробляти енергію на будь-якому з n проміжків часу та здійснювати будь-які з m видів витрат $w_i, i = \overline{1, m}$. Необхідною умовою максимізації прибутку при заданій виробничій функції Φ^f є виконання співвідношень:

$$\begin{cases} \frac{\partial L^f(e^f, r^f)}{\partial e^f} = 0 \\ \frac{\partial L^f(e^f, r^f)}{\partial r^f} = 0 \\ \frac{\partial L^f(e^f, r^f)}{\partial y^f} = 0 \end{cases}, \quad (3.19)$$

що призводить до $(n+m+1)$ рівняння:

$$\begin{cases} y^f \frac{\partial \Phi^f(e^f, r^f)}{\partial e^f} = -p \\ y^f \frac{\partial \Phi^f(e^f, r^f)}{\partial r^f} = w \\ \partial \Phi^f(e^f, r^f) = 0 \end{cases}$$

з $(n+m+1)$ невідомими $e_1^f, \dots, e_n^f, r_1^f, \dots, r_m^f, y^f$. Оскільки рівняння (3.19) справедливі для кожного з F джерел, то в результаті існує $(n+m+1)F$ рівнянь для задачі загальної рівноваги.

Позначимо кількість споживачів енергії через H . Поставимо у відповідність кожному споживачу деякий обсяг кожного з m видів витрат, що здійснюються оператором локального об'єкту для забезпечення функціонування джерел енергії. Значення фактору витрат визначається на основі даних про рівень ієрархії, до якого належить споживач, та тривалість роботи споживача протягом деякого проміжку часу (наприклад, попереднього місяця). Таким чином, величини факторів витрат не є постійними, а змінюються в залежності від особливостей роботи споживачів. Більшому значенню тривалості роботи та вищому ієрархічному рівню відповідає більше значення фактору витрат – оператор “розраховується” з системою енергопостачання за використану енергію для кожного пристрою. Таким чином, витрати, що здійснюються оператором, ідуть на вироблення енергії.

Хай e_j^h означає кількість енергії, що споживає пристрій h на протязі часу дії тарифу p_j , r_i^h - обсяг витрат i -го виду w_i , що ставиться у відповідність споживачу h . Тоді функція “корисності” споживача h , що залежить і від обсягів енергії, які споживаються у різні моменти тарифних ставок, і від обсягів витрат, визначається наступним чином:

$$U^h = U^h(e_1^h, \dots, e_n^h, r_1^h, \dots, r_m^h) = U^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h), \quad (3.20)$$

де \mathbf{e}^h - вектор-колонка обсягів енергії, що споживається на n інтервалах зміни тарифів; \mathbf{r}^h - вектор-колонка обсягів витрат кожного з m видів, що ставляться у відповідність споживачу h :

$$\mathbf{e}^h = \begin{pmatrix} |e_1^h| \\ \dots \\ |e_n^h| \end{pmatrix}; \quad \mathbf{r}^h = \begin{pmatrix} |r_1^h| \\ \dots \\ |r_m^h| \end{pmatrix}; \quad h = \overline{1, H}.$$

Бюджетне обмеження (максимальне значення платні за електроенергію за певний термін), що задається оператором, розподіляється по споживачам у локальному об'єкті згідно їх поточному розподілу на ієрархічні рівні. Таким чином, для кожного з H споживачів існує своє бюджетне обмеження, тобто максимально припустиме значення енергії, що може бути спожито. Запишемо це обмеження для споживача h у наступному вигляді:

$$\sum_{i=1}^m w_i r_i^h = \sum_{j=1}^n p_j e_j^h.$$

Ліва частина цього рівняння визначає обсяг всіх витрат на вироблення енергії, які відповідають споживачу h , а права частина характеризує об'єм

спожитої енергії у грошовому визначенні. Можна записати рівняння бюджетного обмеження споживача h у матричній формі:

$$w\mathbf{r}^h = p\mathbf{e}^h . \quad (3.21)$$

Для забезпечення ефективного споживання енергії необхідно максимізувати функцію корисності (3.21) споживача h з урахуванням рівняння бюджетного обмеження (3.22), що призводить до задачі оптимізації наступного вигляду:

$$\begin{cases} \max_{\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h} \mathbf{U}^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h) \\ w\mathbf{r}^h = p\mathbf{e}^h \end{cases} . \quad (3.22)$$

Запишемо функцію Лагранжа для цієї задачі:

$$L^h = \mathbf{U}^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h) + y^h(w\mathbf{r}^h - p\mathbf{e}^h),$$

де y^h - множник Лагранжа для споживача h . Умови максимізації “корисності” при виконанні бюджетного обмеження визначаються системою рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial L^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h)}{\partial \mathbf{e}^h} = 0 \\ \frac{\partial L^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h)}{\partial \mathbf{r}^h} = 0 , \\ \frac{\partial L^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h)}{\partial y^h} = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

яка дає $(n+m+1)$ рівнянь з $(n+m+1)$ невідомими, аналогічно системі (3.19) для джерела f . Систему зручно записати у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{U}^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h)}{\partial \mathbf{e}^h} = y^h p \\ \frac{\partial \mathbf{U}^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h)}{\partial \mathbf{r}^h} = -y^h w . \\ w\mathbf{r}^h - p\mathbf{e}^h = 0 \end{cases}$$

Оскільки рівняння, подібні (3.23), можна скласти для кожного з H споживачів ($h = \overline{1, H}$), то в результаті отримуємо $(n+m+1)H$ рівнянь для задачі загальної рівноваги.

Для остаточного вирішення задачі оптимального споживання енергії у локальному об'єкті необхідно для H споживачів та F джерел скласти: по-перше, рівняння рівноваги вироблення та споживання енергії:

$$\sum_{h=1}^H \mathbf{e}^h = \sum_{f=1}^F \mathbf{e}^f, \quad (3.24)$$

по-друге, рівняння рівноваги витрат:

$$\sum_{h=1}^H \mathbf{r}^h = \sum_{f=1}^F \mathbf{r}^f. \quad (3.25)$$

Вираз (3.24) представляє собою систему з n рівнянь і означає, що вся вироблена електроенергія в локальному об'єкті використовується одним з трьох можливих шляхів: або споживається електротехнічними пристроями (споживачі на рис.1.2), або накопичується у акумуляторах, або віддається у електричну мережу. Вираз (3.25) складається з m рівнянь та формулює умови рівноваги витрат на функціонування джерел та навантажень.

Вирази (3.24) та (3.25) дають $(m+n)$ додаткових рівнянь, що описують поведінку локального об'єкту. В сукупності поведінка об'єкту визначається $(m+n+1)(F+H) + (m+n)$ рівняннями.

Для формування виробничих функцій $\Phi^f(\mathbf{e}^f, \mathbf{r}^f)$ у виразі (3.17) та функцій корисності $U^h(\mathbf{e}^h, \mathbf{r}^h)$ у виразі (3.20) параметри електричної енергії споживачів та генераторів повинні бути нормовані та стабілізовані (див. п.1.3.3). Лише за цієї умови може бути забезпечено виконання умов економічної рівноваги в системі та функціонування її у режимі найменших витрат.

Таким чином, локальний об'єкт розглядається як деякий замкнений "ринок" вироблення та споживання енергії, на якому діють F виробників та H споживачів, причому ефективне функціонування забезпечується за рахунок балансу електричної енергії, що виробляється та споживається, та балансу витрат на роботу пристроїв.

3.3. Режим роботи та шляхи передавання енергії

Електро-вартісні моделі генераторів та навантажень є основою розв'язання оптимізаційних задач. Після побудови моделей окремих пристроїв описаний підхід оптимізації поширюється на всю систему електроживлення, що дозволяє

приспосувати алгоритм керування кожного пристрою до загальної задачі оптимізації споживання ресурсів або витрат.

На підставі попереднього аналізу можливих режимів роботи системи електроживлення оцінюються вартісні показники та обирається найбільш ефективний режим з точки зору мінімізації вартісних витрат та/або максимізації прибутку від функціонування системи. В подальшому результати цих розрахунків використовуються для керування під'єднанням джерел та навантажень.

3.3.1. Режими роботи локального об'єкту. Для локального об'єкту, система електроживлення якого складається з a споживачів електроенергії, що мають A режимів роботи; b джерел енергії, що мають B режимів роботи, серед яких c акумуляторних батарей, які мають C режимів заряду, кількість можливих режимів системи визначається виразом:

$$N_{cm} = A^a B^b C^c . \quad (3.26)$$

Першим кроком алгоритму керування електросистемою локального об'єкту є побудова таблиці можливих режимів. Другим кроком є аналіз режимів та формування логічних умов виключення неможливих режимів. Для цього введемо наступні логічні функції:

- функція вмикання джерела енергії:

$$M_i = \begin{cases} "1", i - \text{те джерело ввімкнено} \\ "0", i - \text{те джерело вимкнено} \end{cases} . \quad (3.27)$$

В якості i -го джерела можуть бути мережа, альтернативні генератори та акумуляторна батарея в режимі розряду (АБр);

- функція вмикання навантаження:

$$C_j = \begin{cases} "1", j - \text{те навантаження ввімкнено} \\ "0", j - \text{те навантаження вимкнено} \end{cases} . \quad (3.28)$$

В якості j -го навантаження можуть бути R , RL -, RC -навантаження, їх комбінації або акумуляторна батарея в режимі заряду (АБз). Сформулюємо логічні умови виключення деяких неможливих режимів:

а) не ввімкнено жодного джерела і жодного навантаження:

$$M_i = 0, C_j = 0 \rightarrow \overline{M_i + C_j} = 1 ; \quad (3.29)$$

б) одночасний заряд і розряд акумуляторної батареї, або акумуляторна батарея не розряджається і не заряджається:

$$\begin{cases} M_{ABp} = 0, C_{ABz} = 0 \\ M_{ABp} = 1, C_{ABz} = 1 \end{cases} \rightarrow \overline{M_{ABp} \oplus C_{ABz}} = 1. \quad (3.30)$$

Інші неможливі режими визначаються конкретними умовами роботи системи, наприклад, деякі режими можливі лише за умови рекуперації енергії у мережу. Після виключення неможливих режимів таблиця режимів являє собою базу даних можливих режимів роботи системи, виходячи з якої система керування обирає необхідний в даному випадку режим. Проте існують режими, які є неоднозначними, оскільки таблиця можливих режимів роботи не включає балансу потужностей джерел і споживачів енергії у локальному об'єкті [50,67].

Розглянемо локальний об'єкт, до складу якого входять мережа, фотобатарея, АБ, яка може працювати в режимі заряду (АБз) та розряду (Абр), та одне навантаження, отже, кількість можливих режимів становить $N_{cm}=2^5=32$. Спочатку складається таблиця формалізованого представлення всіх режимів (табл. 3.1), де „0” означає, що пристрій ввімкнено, „1” – вимкнено.

Таблиця 3.1

Всі режими електричної системи

№ режиму	Мережа	ФБ	АБз	АБр	Навантаження
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	0
4	0	0	0	1	1
5	0	0	1	0	0
6	0	0	1	0	1
7	0	0	1	1	0
8	0	0	1	1	1
9	0	1	0	0	0
10	0	1	0	0	1
11	0	1	0	1	0
12	0	1	0	1	1
13	0	1	1	0	0
14	0	1	1	0	1
15	0	1	1	1	0
16	0	1	1	1	1
17	1	0	0	0	0
18	1	0	0	0	1
19	1	0	0	1	0
18	1	0	0	0	1
19	1	0	0	1	0

Продовження табл. 3.1

20	1	0	0	1	1
21	1	0	1	0	0
22	1	0	1	0	1
23	1	0	1	1	0
24	1	0	1	1	1
25	1	1	0	0	0
26	1	1	0	0	1
27	1	1	0	1	0
28	1	1	0	1	1
29	1	1	1	0	0
30	1	1	1	0	1
31	1	1	1	1	0
32	1	1	1	1	1

З табл. 3.1 виключаються деякі режими, наприклад:

Режим №1: жоден пристрій не працює, отже, розглядання цього режиму недоцільно.

Режим №3: навантаження не ввімкнено і АБ розряджається - цей режим також виключається з розглядання.

Режими №№ 5,6: АБ заряджається, але жодне джерело енергії не підключене – режим не можливий.

Режими №№ 7,8,15,16,23,24,31,32: АБ включена одночасно на заряд і розряд – режим неможливий.

Зазначимо, що режими №№ 19 та 27 можливі лише за умови рекуперації енергії у мережу.

Після виключення неможливих режимів отримаємо таблицю можливих режимів локального об'єкту, що розглядається, де „№ режиму” означає номер відповідного рядка у загальній таблиці формалізованого представлення всіх режимів (табл. 3.2).

Режими роботи, наведені у табл.3.2, визначають можливі шляхи передавання електричної енергії від джерел до навантажень. Задачею алгоритму керування є вибір режиму, що відповідає мінімальним вартісним витратам.

3.3.2. Схема шляхів передавання енергії. При побудові схеми шляхів передавання енергії [54] (рис.3.7) беруться до уваги характер під'єднаних навантажень (RL, RC або RL+RC) та види під'єднаних генераторів $\Gamma_1 \dots \Gamma_f$, до яких відносяться мережа (М), фотобатарея (ФБ), акумуляторна батарея (АБ), що працює в режимі заряду (АБз) або розряду (Абр), інші альтернативні джерела.

Таблиця 3.2

Можливі режими локального об'єкту

№пп	№ режиму	Мережа	ФБ	АБз	АБр	Навантаження
1	4	0	0	0	1	1
2	10	0	1	0	0	1
3	12	0	1	0	1	1
4	13	0	1	1	0	0
5	14	0	1	1	0	1
6	18	1	0	0	0	1
7	19	1	0	0	1	0
8	20	1	0	0	1	1
9	21	1	0	1	0	0
10	22	1	0	1	0	1
11	26	1	1	0	0	1
12	27	1	1	0	1	0
13	28	1	1	0	1	1
14	29	1	1	1	0	0
15	30	1	1	1	0	1

В залежності від балансу потужностей генерації та споживання (умова $W_H \leq W_{\Sigma \Gamma_2 - \Gamma_F}$) формуються шляхи передавання енергії, які являють собою комбінації наявних генераторів та навантажень відповідно таблиці режимів (див. табл.3.1).

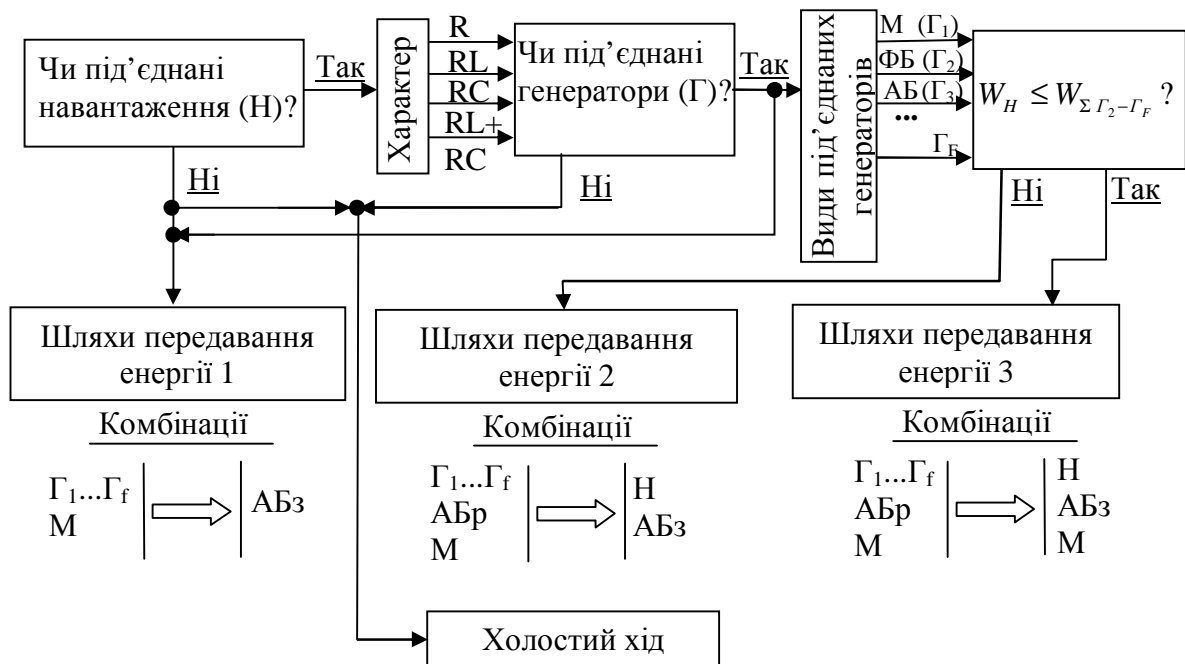


Рис. 3.7. Схема шляхів передавання енергії локального об'єкта

Наведена схема шляхів передавання енергії однозначно визначає побудову графу всіх можливих режимів роботи системи електроживлення, підграфи якого наведені на рис.3.8 та 3.9.

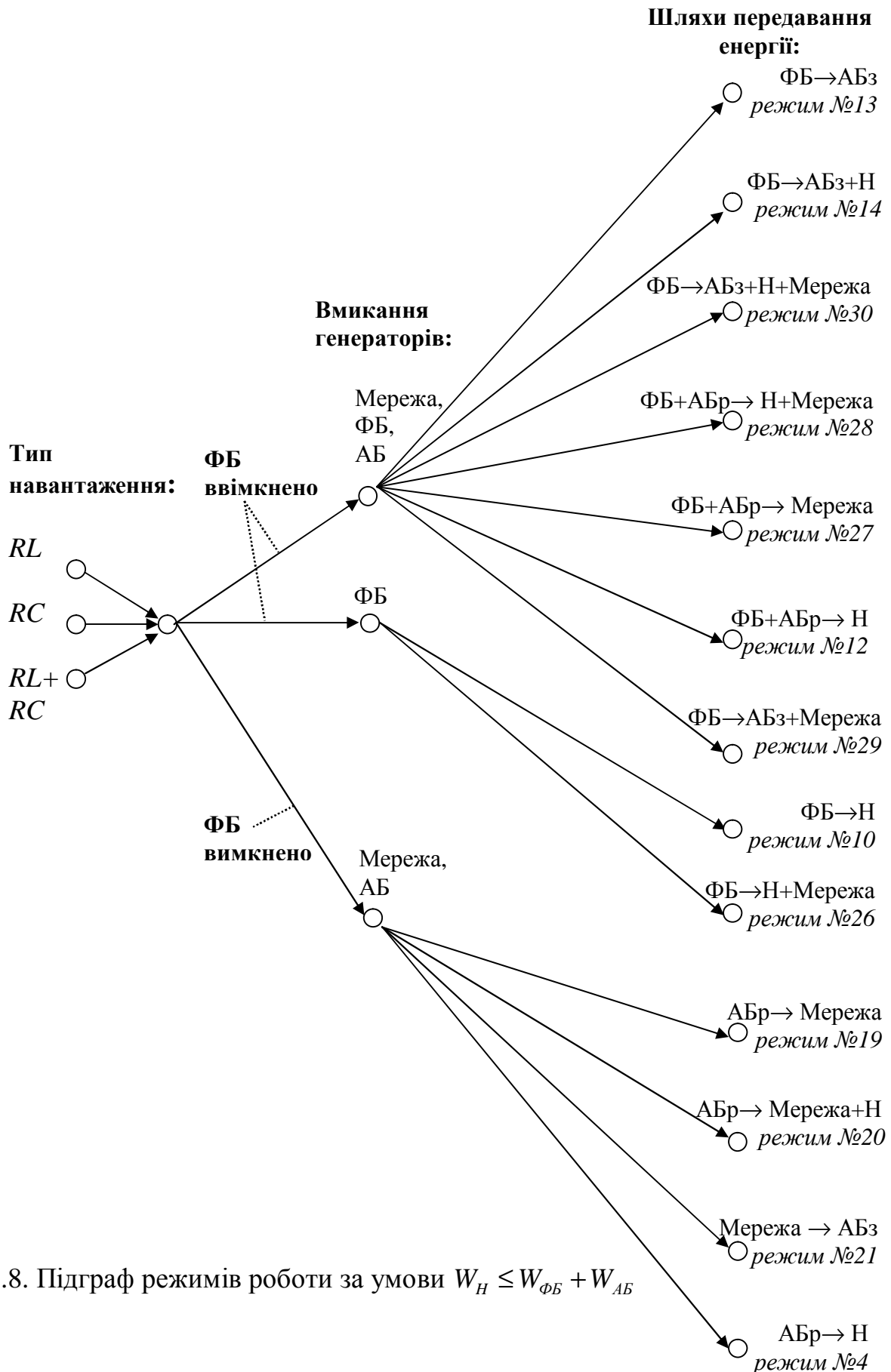


Рис. 3.8. Підграф режимів роботи за умови $W_H \leq W_{\text{ФБ}} + W_{\text{АБ}}$

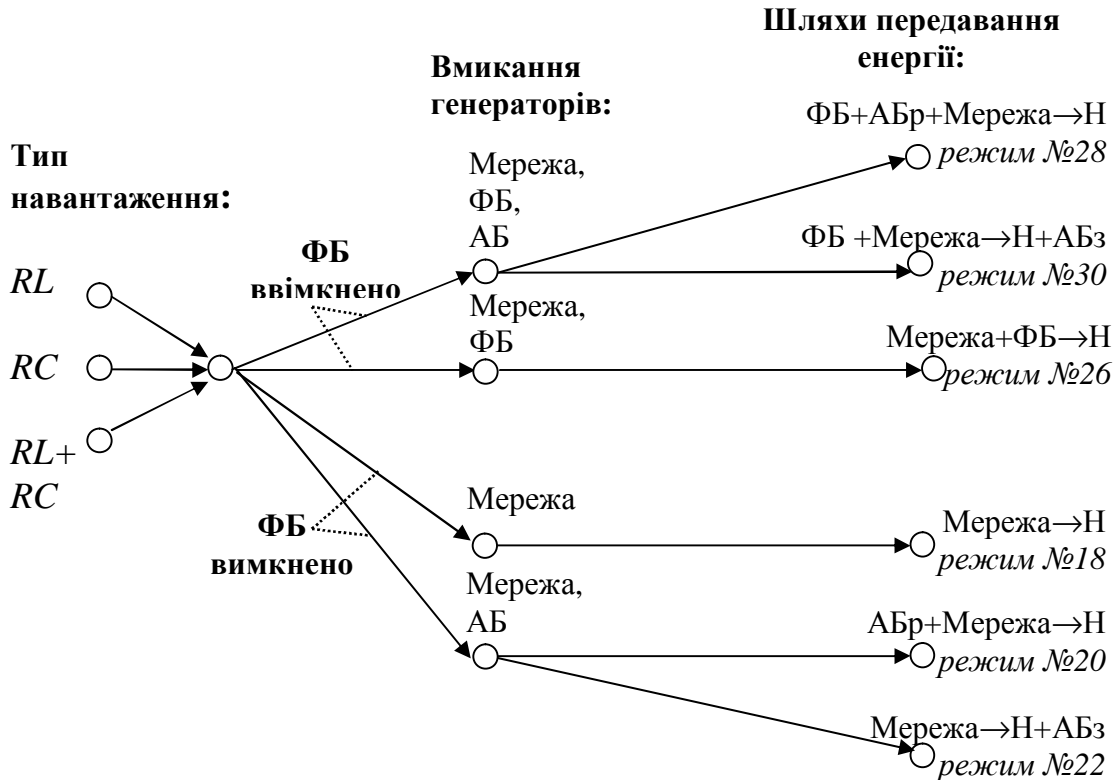


Рис. 3.9. Підграф режимів роботи за умови $W_H > W_{\text{ФБ}} + W_{\text{АБ}}$

Після побудови графів система керування має необхідну інформацію для вибору режиму роботи, що буде відповідати балансу потужностей джерел енергії і навантажень локального об'єкту, стану акумуляторної батареї.

Алгоритм керування на підставі даних про:

- побудовані електро-вартісні моделі;
 - тарифи на електроенергію мережі;
 - роботу і поточний стан акумуляторної батареї;
 - роботу і поточний стан альтернативних генераторів;
 - потужність, що споживається навантаженнями локального об'єкту (прогнозовані значення);
 - витрати на обслуговування
- здійснює вибір режиму роботи, який відповідає мінімізації витрат або максимізації прибутку.

Наведемо приклад. На деякому етапі роботи система керування може ввімкнути фотобатарею і RC -навантаження ($\text{ФБ} \textcircled{R} RC$, режим №10) або мережу і RC -навантаження ($M \textcircled{R} RC$, режим №18). Маємо наступні системи рівнянь для визначення грошових витрат (прибутку):

- для режиму $\Phi B \otimes RC$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{i}(t, \Pi_{\Phi B}) = i_T (e^{1u(t, \Pi_{\Phi B})} - 1) - i_{\Phi} \\ \Pi_{\Phi B} = E \cdot \mathbf{i}(t, \Pi_{\Phi B}) \cdot t \cdot c_{\Phi B} - z c_{\Phi B} \end{array} \right. \\ I_{\Phi}(t) = \frac{[\mathbf{U}(t, \Pi_{\Phi B})]^2}{R(t, \Pi_{\Phi B})} e^{-\frac{t}{\tau} c_{\Phi B}} \cdot t + z c_{RC}, \text{ де } \mathbf{U}(t, \Pi_{\Phi B}) = E; \\ \Pi = \Pi_{\Phi B} - I_{\Phi}(t) \end{array} \right.$$

- для режиму Мережа $\otimes RC$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{U}(t, \Delta\$) = R(t, \Delta\$) \cdot C(t, \Delta\$) \frac{d\mathbf{U}(t, \Delta\$)}{dt} + \mathbf{U}(t, \Delta\$) \\ \Delta\$ = I_{\Phi}(t) - Y(t, \Delta\$) P(t) \rightarrow 0 \end{array} \right. , \\ \Pi = -I_{\Phi}(t) = -\frac{[\mathbf{U}(t, \Delta\$)]^2}{R(t, \Delta\$)} e^{-\frac{t}{\tau} \cdot p_j} \cdot t + z c_{RC} \end{array} \right.$$

де p_j - поточний тариф електромережі.

Критерієм вибору режиму є максимізація прибутку $\max \Pi$.

3.4. Алгоритм вибору режиму роботи за критерієм мінімізації витрат

Алгоритм вибору оптимального режиму роботи за критерієм мінімізації витрат (рис. 3.10) містить наступні етапи:

1. Визначення інтервалів з максимальним тарифом p_j на електроенергію в мережі та інтервалів з максимальним споживанням електроенергії P_H .
2. Визначення інтервалів розряду акумуляторної батареї за наступними умовами:
 - а) максимальний тариф на енергію мережі;
 - б) максимальне споживання енергії;

Визначення інтервалів заряду АБ (всі інші інтервали).

3. Визначення варіантів режимів системи на кожному інтервалі з урахуванням графів балансу потужностей, таблиці можливих станів і режимів роботи акумуляторної батареї.
4. Визначення прибутку Π для кожного варіанту роботи.
5. Вибір режиму роботи на кожному інтервалі, що відповідає умові $\max \Pi$.
6. Перехід до наступного інтервалу.

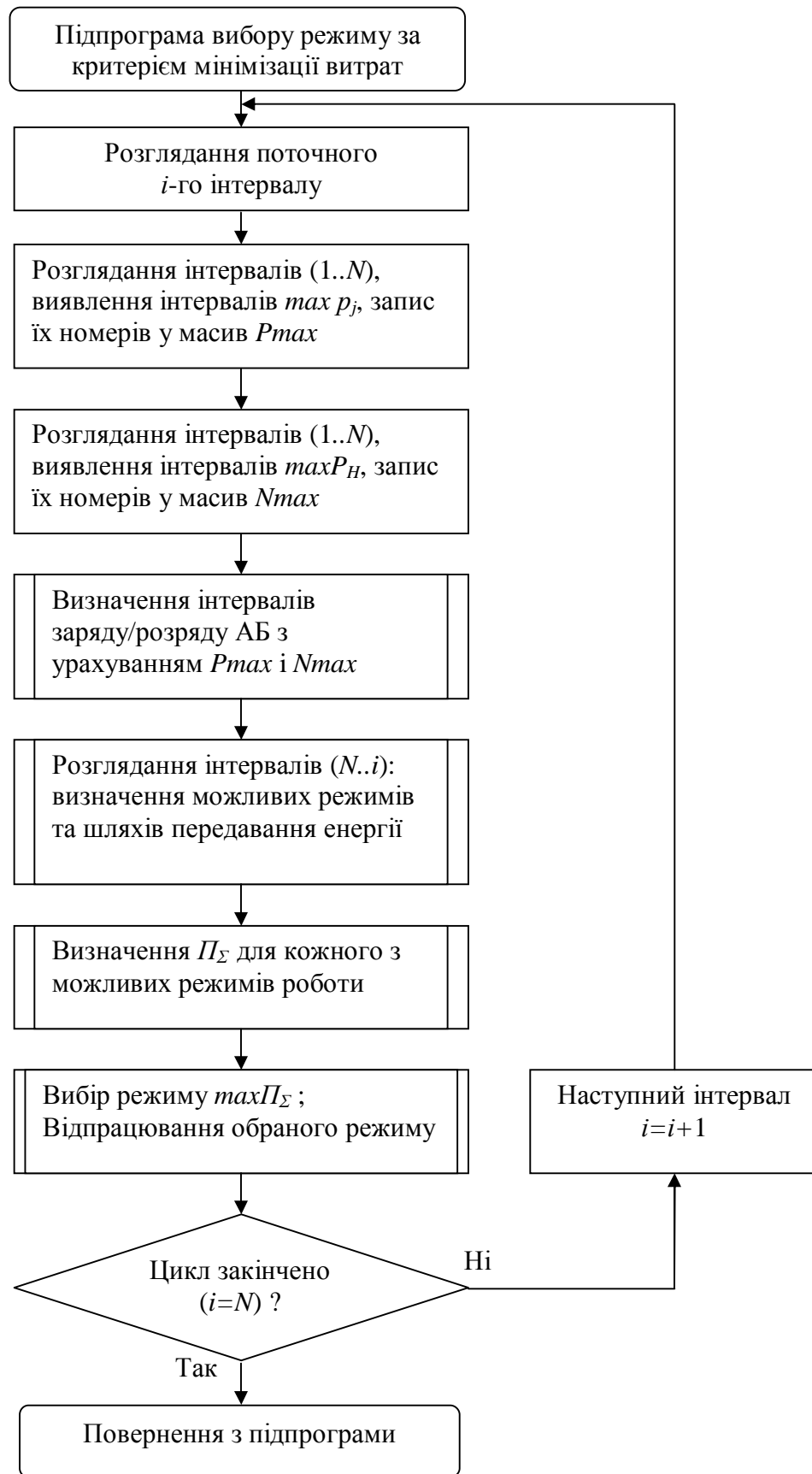


Рис. 3.10. Блок-схема алгоритму вибору режиму за вартісним критерієм

В алгоритмі використовуються прогнозовані характеристики електроспоживання пристроїв локального об'єкту, інформація про зміну тарифів на електроенергію, що споживається від мережі, очікувані витрати на обслуговування пристроїв зс, роботу акумуляторної батареї. Режим роботи обираються таким чином, щоб мінімізувати витрати електроенергії. Для кожного інтервалу можливі декілька варіантів роботи (під'єднання пристроїв), що підвищує гнучкість роботи системи керування.

Таким чином, врахування вартісних факторів – тарифів на електроенергію мережі, виробничих функцій генераторів, функцій корисності споживачів, витрат на функціонування – дозволяють побудувати алгоритми керування електроживленням локального об'єкта з мінімізацією вартісних витрат у грошовому визначенні. Розроблені електро-вартісні моделі джерел та навантажень враховують як електротехнічні рівняння динаміки процесів, так і вартісні показники роботи пристроїв. Алгоритм керування за вартісним критерієм дозволяє обирати режим роботи, що відповідає мінімальним вартісним витратам.

В розробленому підході до керування з урахуванням вартісних витрат враховувалось єдине еквівалентне навантаження локального об'єкта. Зважаючи на велику кількість та різноманітність електротехнічних пристроїв (див., наприклад, додаток 1), постає задача розробки способів керування режимами роботи навантажень. Як було показано в підрозділі 1.2, найбільш доцільним є комбіноване керування, коли центральний блок виробляє загальні оціночні сигнали типу „штраф”, „не штраф”, „заохочення”, а керування навантаженнями здійснюється на базі принципів децентралізованого керування та колективної поведінки автоматів у спільному середовищі.

РОЗДІЛ 4

ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯМ НА БАЗІ КОЛЕКТИВНОЇ ПОВЕДІНКИ АВТОМАТІВ

4.1. Програмна реалізація кінцевих автоматів

Різноманітність та велика кількість навантажень локального об'єкту, їх технічних характеристик, режимів роботи та обмежень на вмикання/вимикання ускладнює задачу керування електроспоживанням. За таких умов централізований підхід виявляється неспроможним здійснити у реальному часі ефективне керування кожним з пристроїв з урахуванням особливостей їх роботи. Тому доцільним є використання децентралізованого або комбінованого підходів до побудови систем керування [51,99,101,102,167], заснованих на теорії ігор, яка описує взаємодію автоматів, що перебувають у спільному середовищі [19,20,53,64,83,93,138].

При децентралізованому керуванні автомати на підставі взаємного обміну інформацією та заданих параметрів колективної поведінки керують режимами роботи електротехнічних пристроїв (рис. 4.1).

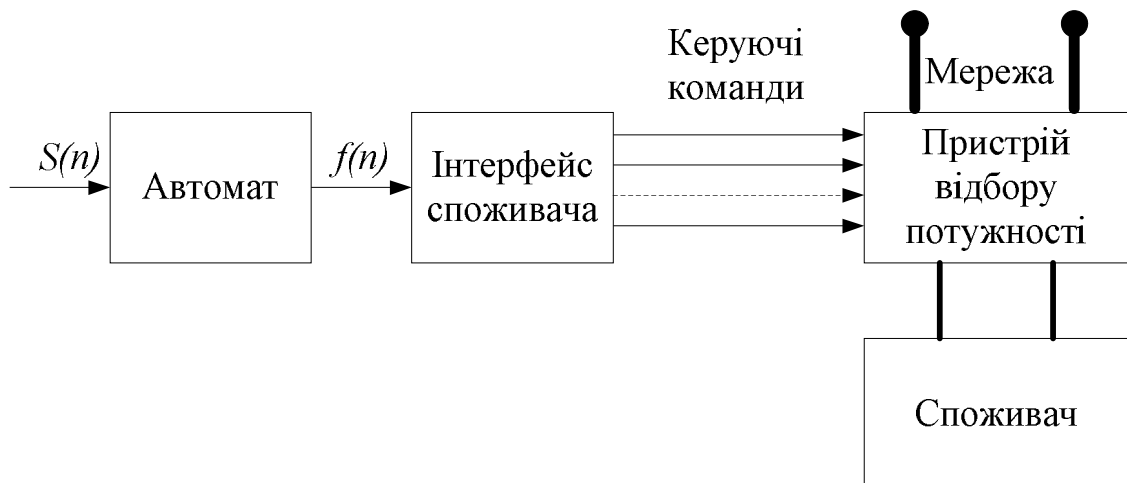


Рис.4.1. Включення автомата у системі керування

Програмні моделі автоматів реалізуються на базі однокристальних мікроконтролерів. При цьому програмна модель здатна виконувати функції автомата, інтерфейсу керування споживачем та приймання/передавання інформації про поточний стан. Передбачається, що автомати функціонують у дискретному часі, тобто час n приймає цілочисельні значення $1,2,3,\dots$. На схемі взаємодії автоматів із середовищем (рис. 4.2) пунктиром показано інформаційний сигнал $I_A(n)$, який містить дані про поточний стан сусіднього автомата.

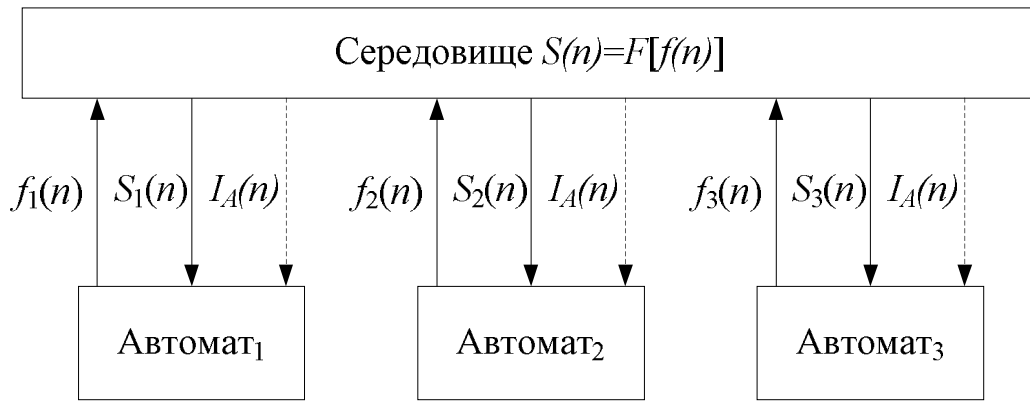


Рис. 4.2. Взаємодія автоматів з середовищем

Інформаційний сигнал використовується у тих випадках, коли реалізація децентралізованого керування потребує інформацію про стани інших автоматів.

При керуванні електроспоживанням локальних об'єктів на мікропроцесорні системи керування окремих навантажень покладаються функції автоматів, а центральний керуючий пристрій виконує роль середовища. Оскільки реалізація автоматів здійснюється шляхом створення їх програмних моделей, вбудованих у мікроконтролер, задача розробки системи децентралізованого керування зводиться до розробки відповідного програмного забезпечення.

Зміна внутрішніх станів автомата (1.1) може бути представлена як у вигляді набору рівнянь – для детермінованих автоматів, так і системою матриць перехідних імовірностей – для імовірнісних (стохастичних) автоматів. В другому випадку для кожного значення $S(n)$ задається матриця $\Pi(S(n))$:

$$\Pi(S(n)) = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1z} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2z} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{z1} & p_{z2} & \dots & p_{zz} \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

кожний елемент якої $p_{ij}(n)$, $i, j=1, 2, \dots, z$ являє собою імовірність переходу автомата із стану з номером i в стан з номером j під впливом реакції середовища $S(n)$, z - кількість станів автомата. Значення перехідних імовірностей мають задовольняти умовам:

$$0 \leq p_{ij}(n) \leq 1, \quad (4.2)$$

$$\sum_i p_{ij}(n) = 1. \quad (4.3)$$

Детермінований автомат також може бути описаний матрицею перехідних імовірностей, кожен рядок якої містить тільки один одиничний елемент, а всі інші елементи дорівнюють нулю. Це означає [19], що якщо в момент часу n автомат перебував у стані $\phi(n)=\phi_i$, то в момент часу $(n+1)$ під впливом вхідного сигналу $S(n+1)$ він перейде в стан $\phi(n+1)=\phi_j$, для якого $\pi_{ij}(S(n))=1$. Детерміновані автомати розглядаються як сукупність двох автоматів – автомата дії T_k та автомата пам'яті B_z . Автомат пам'яті зберігає інформацію про стан автомата $\phi(n)$, а автомат дії змінює свій стан за умови:

$$\begin{cases} S(n) = -1 \\ j(n) = -1 \end{cases}$$

Найбільш поширеними серед детермінованих автоматів є *автомат з лінійною тактикою* та *автомат В.І. Кринського*.

Програмні моделі автоматів наведено в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

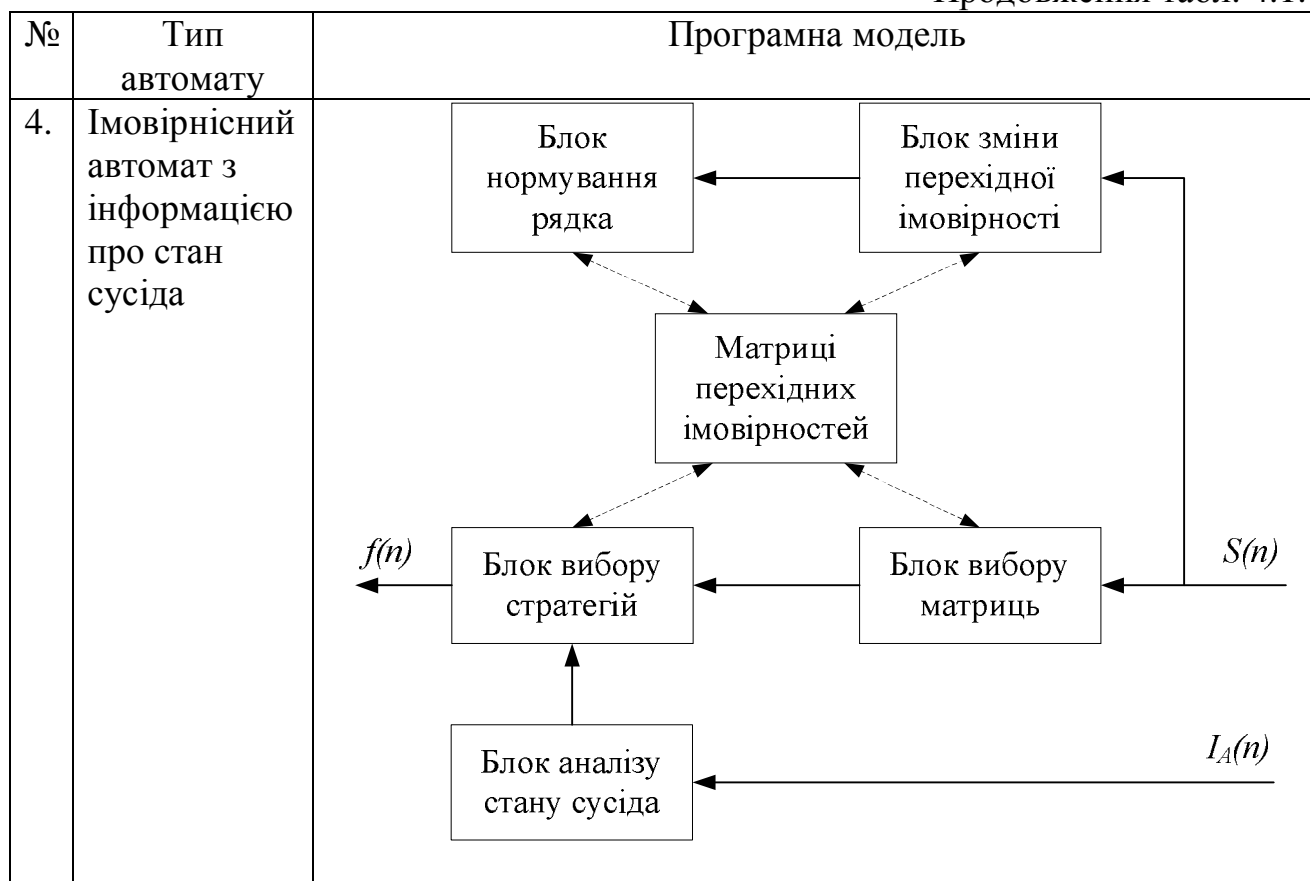
Програмні моделі автоматів

№	Тип автомату	Програмна модель
1.	Автомат лінійною тактикою	3
		<pre> graph TD S_n[S(n)] --> Box1[Зміна стану автомата пам'яті φ(n+1) = φ(n) + S(n)] Box1 --> Dec1{j(n+1) = 0?} Dec1 -- Так --> Box2[φ(n+1) = 1] Dec1 -- Ні --> Dec2{j(n+1) = z + 1?} Dec2 -- Так --> Box3[φ(n+1) = z] Dec2 -- Ні --> Box4[Зміна стану автомата дії f(n+1) = F[j(n+1)]] Box2 --> Out[f(n+1)] Box3 --> Out Box4 --> Out </pre>

Продовження табл. 4.1

№	Тип автомату	Програмна модель
2.	Автомат Кринського	<pre> graph TD S_n[S(n)] --> D1{S(n) = +1?} D1 -- Так --> Phi_z[φ(n+1) = z] D1 -- Ні --> Phi_upd[Зміна стану автомату пам'яті φ(n+1) = φ(n) + S(n)] Phi_upd --> D2{j(n+1) = 0?} D2 -- Так --> Phi_1[φ(n+1) = 1] D2 -- Ні --> j_upd[j(n+1) = j(n) - 1] j_upd --> D3{Зміна стану автомату дії f(n+1) = F[j(n+1)]} D3 -- f(n+1) --> f_n1[f(n+1)] Phi_z --> f_n1 Phi_1 --> f_n1 f_n1 --> f_n[f(n)] </pre>
3.	Імовірнісний автомат без інформації про стан сусіда	<pre> graph TD S_n[S(n)] --> BVM[Блок вибору матриць] BVM --> BZPI[Блок зміни перехідної імовірності] BZPI --> BNR[Блок нормування рядка] BNR --> BV[Блок вибору стратегій] BV --> BVM BZPI -.-> MPIM[Матриці перехідних імовірностей] BNR -.-> MPIM MPIM -.-> BV BV -- f(n) --> f_n[f(n)] </pre>

Продовження табл. 4.1.



Для автоматів з лінійною тактикою вхідний сигнал $S(n)$ змінює стан автомата пам'яті. Якщо автомат пам'яті перебуває в «крайніх» станах ($\varphi(n+1)=1$ або $\varphi(n+1)=z$), то відбувається зміна стану автомата дії та вироблення вихідного сигналу $f(n+1) = F[j(n+1)]$. В протилежному випадку відбувається зміна станів як автомата пам'яті, так і автомата дії.

Таким чином, одержуючи сигнал «не штраф» $S(n)=+1$, автомат з лінійною тактикою переходить у стан, що відповідає режиму більшого споживання, а при одержанні сигналу «штраф» $S(n)=-1$ – у стан, відповідний меншому споживанню.

Детермінований автомат В.І. Кринського відрізняється від автомата з лінійною тактикою функціонуванням автомата пам'яті. Якщо середовище генерує сигнал «не штраф» $S(n)=+1$, то внутрішній стан автомата пам'яті приймає максимально можливе значення. При надходженні сигналу «штраф» автомат функціонує наступним чином: якщо автомат пам'яті перебуває не в початковому стані ($\varphi(n+1)=1$), то його значення зменшується на одиницю; якщо автомат пам'яті перебуває в початковому стані, відбувається зміна стану автомата T_k , що спричиняє зміну дії автомата. У такий спосіб модель автомата залишається без змін і являє собою залежність вихідної змінної $f(n+1)$ від вхідної $S(n)$.

Кількість матриць станів *імовірнісного автомата без інформації про стан сусідніх автоматів* визначається кількістю можливих значень вхідних сигналів. Якщо множина реакцій середовища складається з двох сигналів $S(n)=+1$ («не штраф») і $S(n)=-1$ («штраф»), то автомат представлений двома матрицями:

$$\mathbf{P}(+1) = [p_{ij}(+1)], \quad (4.4)$$

що визначає зміну дій автомата після одержання сигналу «не штраф», та

$$\mathbf{P}(-1) = [p_{ij}(-1)], \quad (4.5)$$

що визначає зміну дій автомата після одержання сигналу «штраф».

Після переходу автомата в новий стан перехідна імовірність, що відповідає цьому переходу, змінюється на величину Δ залежно від реакції середовища на дію автомата:

$$\pi_{ij}(n+1) = \begin{cases} \pi_{ij}(n) + \Delta, & \text{якщо } S(n) = +1 \\ \pi_{ij}(n) - \Delta, & \text{якщо } S(n) = -1 \end{cases} \quad (4.6)$$

Після зміни перехідної імовірності значення елементів рядка матриці станів нормуються, забезпечуючи виконання умови (4.3).

При надходженні сигналу від середовища відбувається аналіз отриманого сигналу і відповідно до його типу („штраф”/”не штраф”) відбувається зміна матриці перехідних імовірностей згідно формули (4.6) і наступне нормування зміненого рядка матриці за формулою (4.3). Зміна матриці відбувається в блоці зміни перехідної імовірності, а нормування рядка виконує окремий блок. Паралельно із цим відбувається вибір матриці на підставі сигналу відповіді від середовища – для цього призначений блок вибору матриць. В обраній матриці відбувається імовірнісний вибір стратегії за критерієм мінімальної імовірності отримання сигналу „штраф”.

Алгоритм роботи *імовірнісного автомату з інформацію про стан сусідніх автоматів* відрізняється від попереднього наявністю додаткового блоку аналізу стану сусіда, пов'язаного з блоком вибору стратегії. Алгоритм роботи цього автомата наведений на рис.4.3.

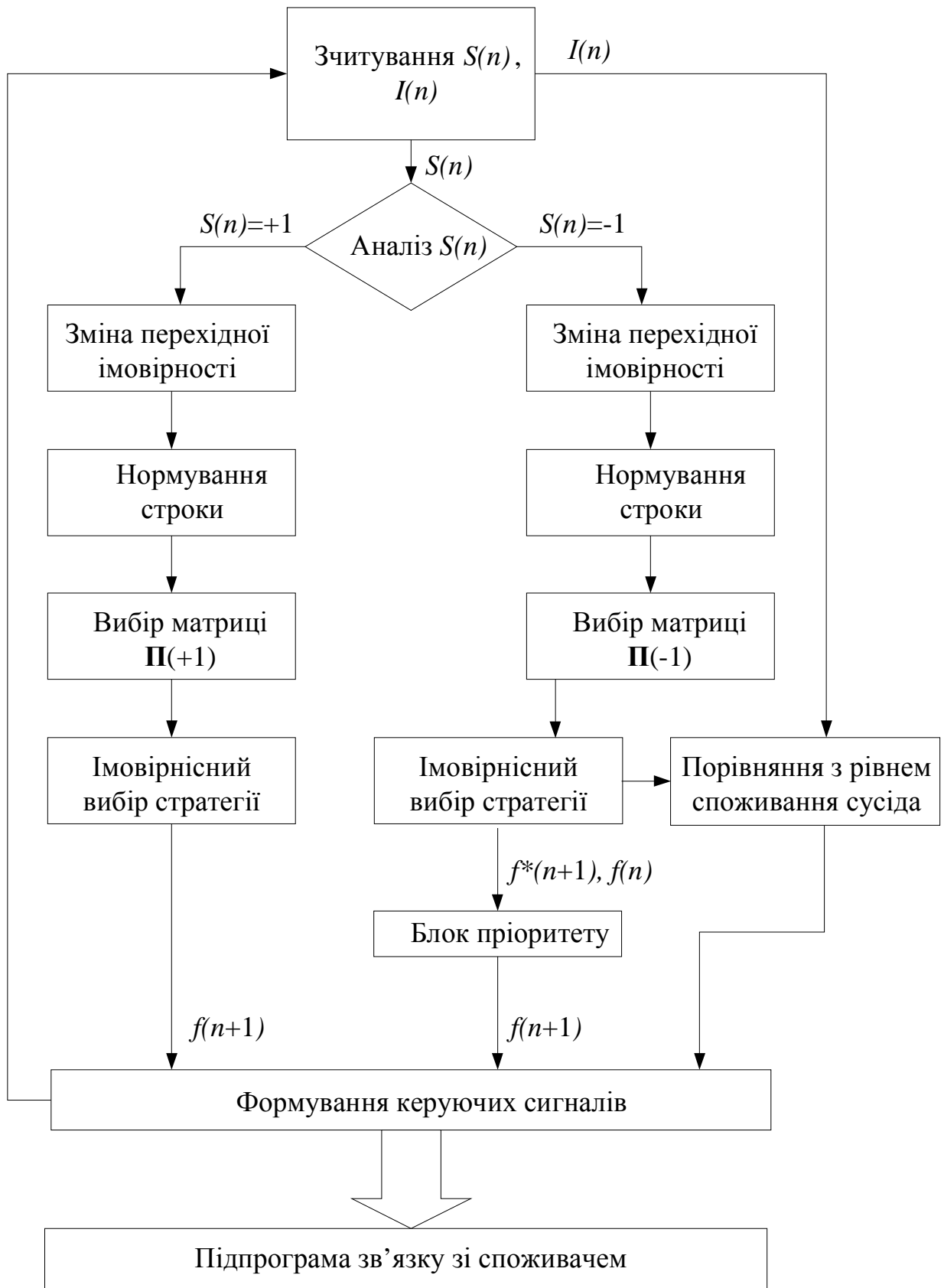


Рис.4.3. Алгоритм роботи імовірнісного автомату з інформацією про стан сусідів

Процесор, зчитуючи дані з порту вводу/виводу, аналізує реакцію середовища. Залежно від типу отриманого сигналу (штраф/не штраф) відбувається вибір тієї чи іншої гілки алгоритму. Далі відбувається зміна значення перехідної імовірності згідно (4.5) та нормування зміненого рядка матриці перехідних імовірностей таким чином, щоб виконувалася умова (4.6). Після цього відбувається вибір матриці $P(S(n))$ (4.1) залежно від гілки алгоритму: для гілки $S(n)=+1$ обирається матриця $\Pi(+1)$ згідно виразу (4.3), для гілки $S(n)=-1$ – матриця $\Pi(-1)$ згідно виразу (4.5).

У тому рядку обраної матриці, що відповідає номеру поточної стратегії, виконується імовірнісний вибір стратегії шляхом виклику відповідної підпрограми, алгоритм роботи якої зображений на рис.4.4.

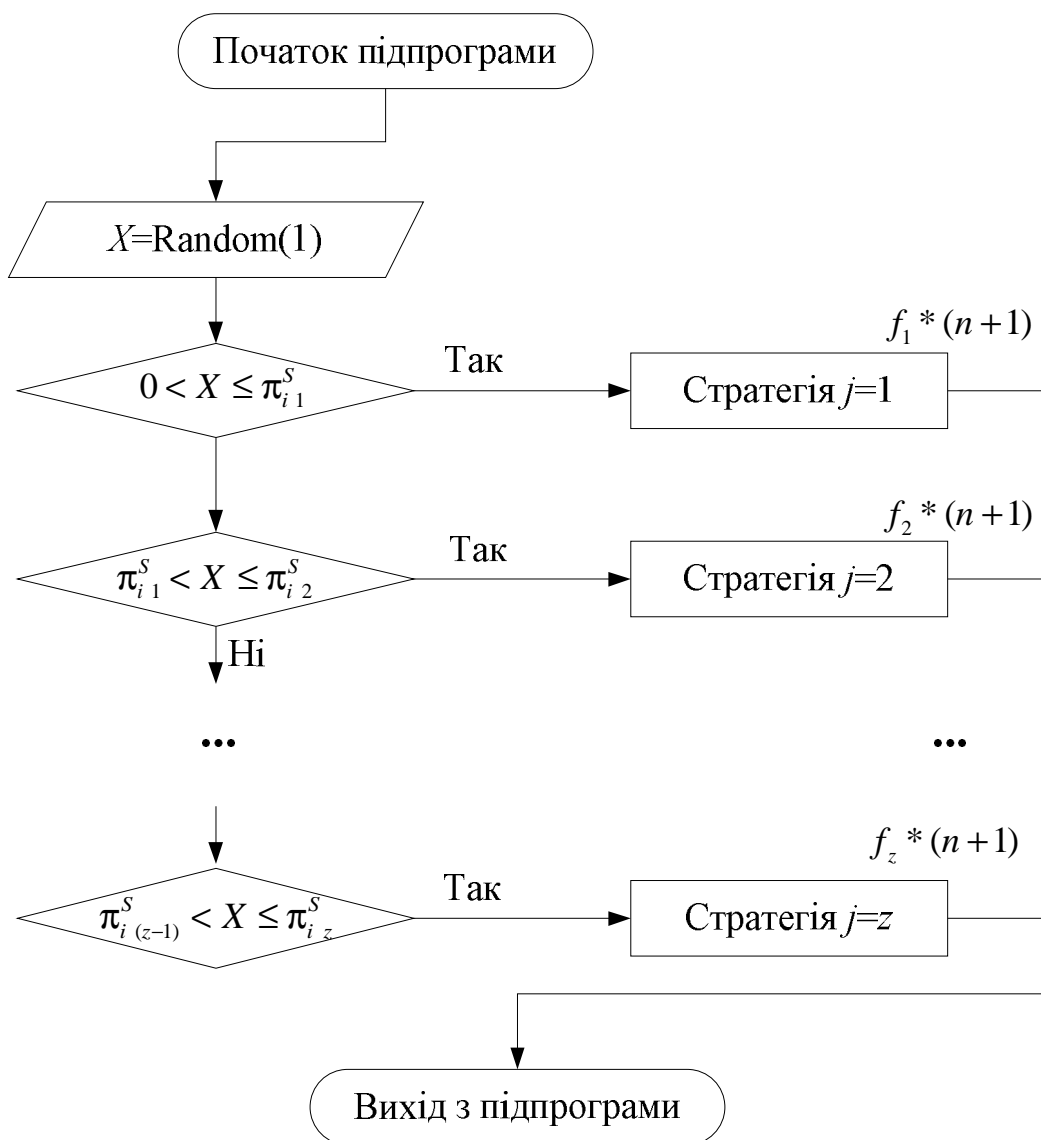


Рис. 4.4. Алгоритм роботи підпрограми імовірнісного вибору стратегії

На виході блоку імовірнісного вибору стратегій формується пропонуване значення стану автомата на наступному кроці $f^*(n+1)$, що відповідає найбільш доцільному поведженні автомата у середовищі.

Робота алгоритму здійснюється в такий спосіб: в блоці „ $X=\text{Random}(1)$ ” проводиться випадковий вибір числа з діапазону $[0;1]$. Далі перевіряється, чи потрапило це число в діапазон від нуля до значення перехідної імовірності, яке міститься в елементі матриці, номер рядка якого дорівнює номеру поточної стратегії, а номер колонки дорівнює 1. Якщо число не потрапило в цей діапазон, то перевіряється його належність діапазону між першим і другим елементами того ж рядку. Ця процедура повторюється до потрапляння числа в якийсь із діапазонів, після чого номер цього діапазону визначає номер обраної стратегії. На рис. 4.5 наведений приклад для рядка матриці перехідних імовірностей (4.1) зі значеннями $p_{i1}(n) = 0,1$; $p_{i2}(n) = 0,4$; $p_{i3}(n) = 0,3$; $p_{i4}(n) = 0,2$ і обраним випадковим числом 0,675 (круглий маркер на рисунку).

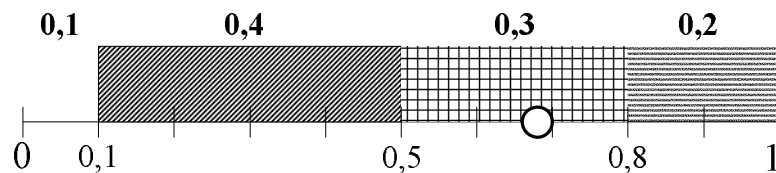


Рис. 4.5. Приклад вибору стратегії автомата

Як видно з рис.4.5, випадкове число 0,675 належить третьому діапазону, отже, обирається третя стратегія, яка формує на виході підпрограми задане значення стану автомата на $(n+1)$ -му кроці $f_3^*(n+1)$.

Після вибору стратегії, у гілці, що виконується після одержання сигналу „не штраф” $S(n)=+1$, виконується підпрограма інтерфейсу зв'язку зі споживачем, а в гілці, що виконується після одержання сигналу „штраф” $S(n)=-1$, виконується підпрограма блоку пріоритетів. Отримання сигналу „штраф” означає перевищення припустимого рівня електроспоживання і необхідність переведення частини споживачів у режими з меншим споживанням. При виборі нової стратегії автомата (режиму роботи споживача) у блоці пріоритету відбувається порівняння поточного стану автомата $f(n)$ та стану $f^*(n+1)$, пропонуваного блоком вибору стратегій на наступному кроці. Якщо пропонуваний стан передбачає „погіршення” стану, тобто застосування одного зі способів зменшення потужності (див. підрозділ 1.2), то відбувається аналіз пріоритету даного споживача. Кожному пропонуваному значенню стану $f^*(n+1)$ поставлено у відповідність поріг зміни стану $p^*[f^*(n+1)]$. Способи зменшення потужності застосовуються до автоматів, які мають пріоритет

$p < p^*[f^*(n+1)]$. Стан автоматів з пріоритетом, вищим порогу зміни стану, залишається незмінним.

При найнижчому рівні пріоритету відбувається зміна поточного стану на пропонуваній, інакше пропускається p тактів, і новий стан встановлюється рівним поточному. Вищий пріоритет відповідає більшій кількості пропущених тактів – споживач з більшим пріоритетом «вичікує», поки споживачі з більш низькими пріоритетами змінять свої стани. Алгоритм підпрограми блоку пріоритетів представлений на рис.4.6.

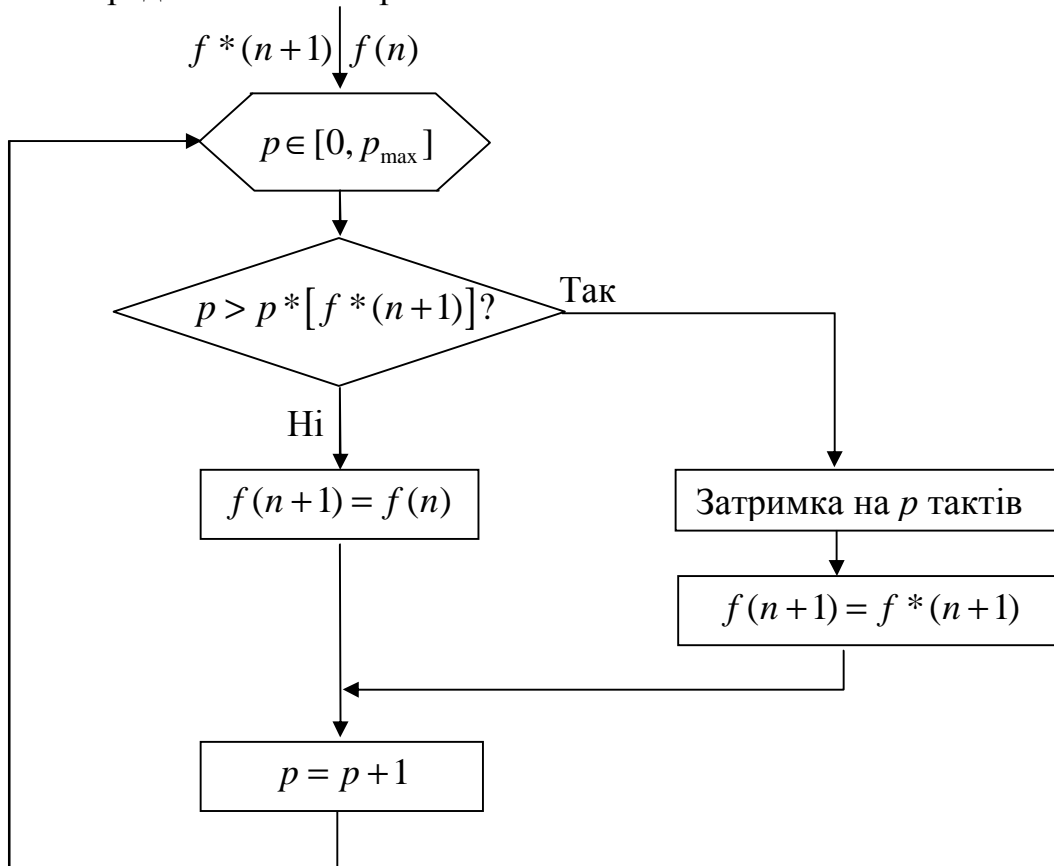


Рис. 4.6. Алгоритм підпрограми блоку пріоритетів

Після одержання інформації про стан автомата блок формування керуючих сигналів генерує, а підпрограма зв'язку зі споживачем встановлює на виводах порту слово для перемикання автомата у стан $f(n+1)$. Виконання підпрограми відбувається послідовно для всіх значень пріоритету від 0 до p_{\max} .

Для споживачів з найвищим пріоритетом необхідно забезпечити отримання сигналів від користувача для вибору режиму роботи, а також видачу інформації про поточний стан. Алгоритм програми роботи автоматів, що керують споживачами з найвищим пріоритетом, представлений на рис. 4.7.

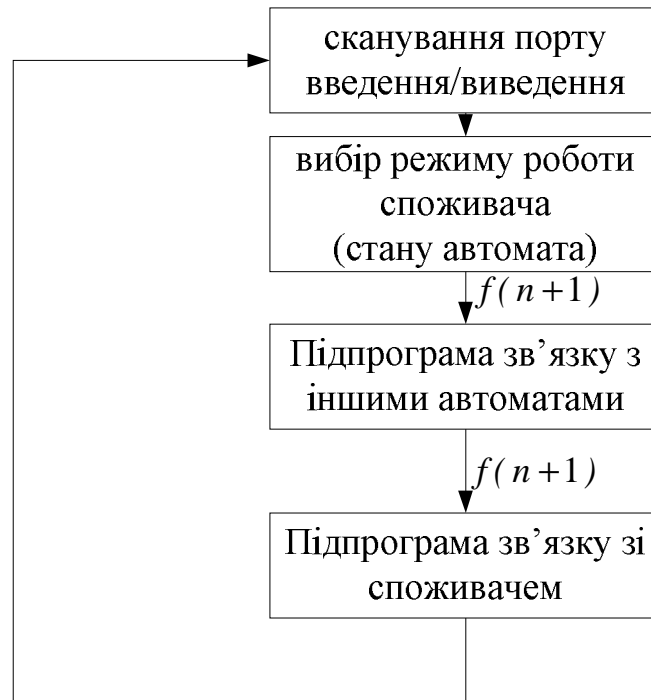


Рис. 4.7. Алгоритм роботи автоматів з найвищим пріоритетом

Процесор, скануючи порт введення/виведення, очікує вибір користувачем режиму роботи. При надходженні сигналу з порту введення/виведення відбувається вибір відповідного стану і передача його до інших автоматів та споживачу. Підпрограма зв'язку з іншими автоматами формує керуюче слово для переведення споживача у відповідний режим.

Можливість динамічного розподілу за рівнями пріоритетів реалізується за допомогою таймера, який в заданий час змінює поріг $p^*[f^*(n+1)]$ (див. рис. 4.6).

4.2. Взаємодія автоматів із середовищем

4.2.1. Функціонування середовища. Розрізняють два типи середовища: стаціонарне та випадкове з перемиканням.

Стаціонарне середовище задається фіксованим набором імовірностей появи сигналу «штраф» $P = [p(1); p(2); \dots; p(n)]$ у відповідь на стани автомата $f(1); f(2); \dots; f(n)$.

Випадкове середовище з перемиканням змінює значення імовірностей після кожної дії автомату.

Імовірність отримання сигналу „штраф“ залежить, в першу чергу, від сумарної потужності споживання усіх споживачів, а також від наступних факторів:

– кількість і тип під'єднаних джерел електроживлення;

– поточне значення тарифу на електроенергію, що залежить від часу доби.

На рис. 4.8 зображена узагальнена структура випадкового середовища з перемиканням. Структура стаціонарного середовища аналогічна, але не містить блоку корегування імовірностей.

Пристрій комутації під'єднує один або декілька генераторів до системи електроживлення. Вибір генераторів відбувається в залежності від: 1) вартості електроенергії; 2) максимальної потужності, яку може віддати генератор; 3) наявного або очікуваного дефіциту енергії [38]. Пристрій комутації під'єднує генератори до навантаження через датчик потужності та автомати.

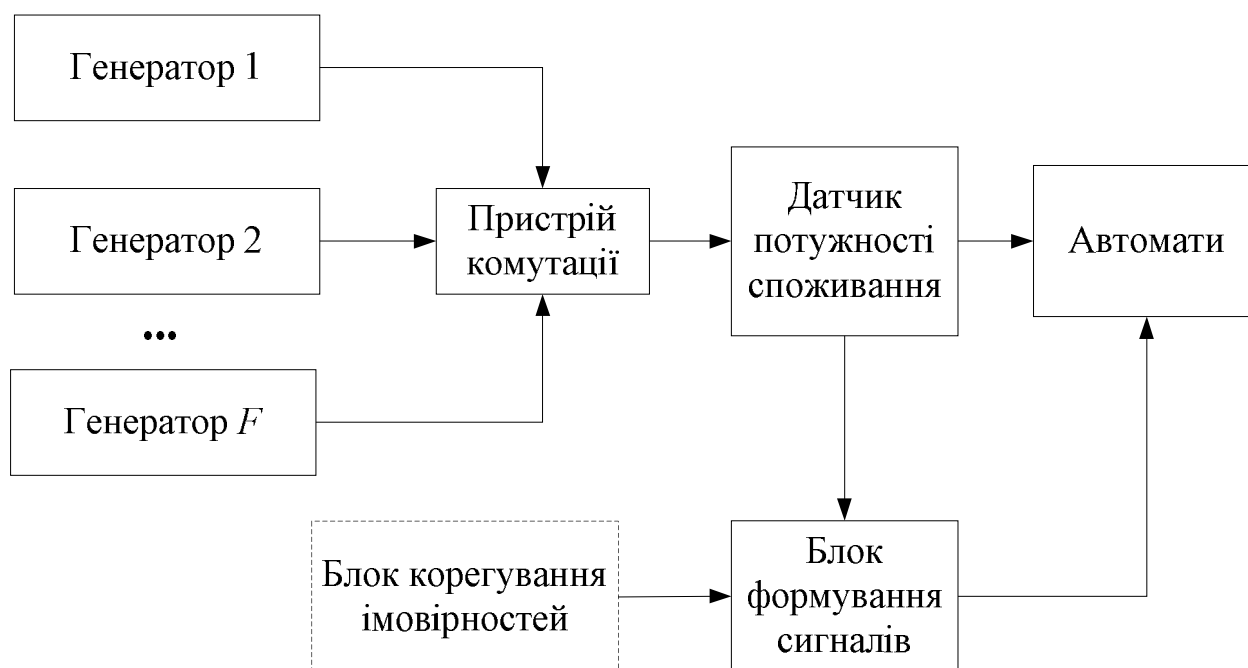


Рис. 4.8. Узагальнена структура середовища

Значення потужності передається в блок формування сигналів, який в залежності від рівня потужності формує сигнали „штраф"/„не штраф". Рівень потужності, при перевищенні якого видається сигнал „штраф", визначається на підставі даних з блоку корегування. Весь діапазон значень можливої потужності споживання розкладається на декілька піддіапазонів з різними рівнями імовірності формування сигналів „штраф". Блок корегування у випадковому середовищі з перемиканням змінює значення імовірності для кожного із діапазонів в залежності від економічних факторів, та факторів, пов'язаних з особливостями роботи окремих джерел.

В середовищі з перемиканням доцільно використовувати автомати зі змінною структурою, оскільки детерміновані автомати не встигають адаптуватися до змін середовища. Функціонування системи «автомат-середовище» відбувається за таким алгоритмом:

1. При переході зі стану i у стан j на підставі імовірнісного вибору автомат змінює дію f_i на дію f_j .

2. На дію f_j середовище реагує формуванням сигналу «штраф» ($S(n)=-1$) з імовірністю p_j .

3. На підставі отриманої відповіді від середовища відбувається зміна і нормування матриць (4.4), (4.5) згідно з формулами (4.6) та (4.3) і виконується вибір наступної дії (на основі імовірностей в j -му рядку матриці (4.4) або (4.5) залежно від отриманого значення $S(n)$).

Далі процес повторюється спочатку.

4.2.2. Взаємодія автоматів у стаціонарному середовищі.

При комп'ютерному моделюванні було розроблено схему взаємодії автомата зі стаціонарним середовищем, зображену на рис 4.9.

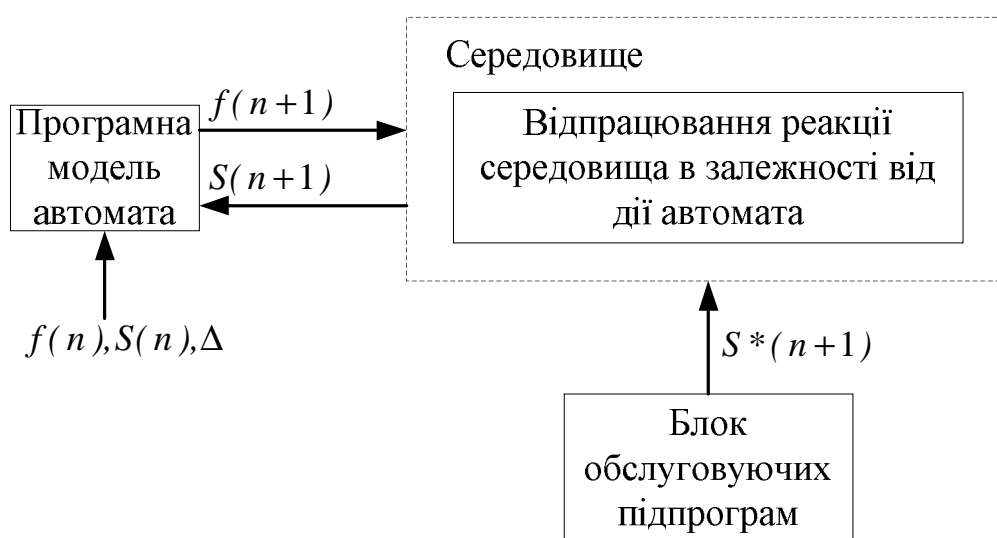


Рис. 4.9. Модель взаємодії автомата зі стаціонарним середовищем

Блок обслуговуючих підпрограм складається з підпрограм для визначення математичного очікування появи сигналу „штраф” $S^*(n+1)$ та значень елементів матриць перехідних імовірностей на кожному кроці. В залежності від значень елементів матриць перехідних імовірностей π_{ij} і прирощення Δ (див. (4.6)) середовище формує сигнал $S(n+1)$.

Моделювання проводилося для детермінованого автомата з лінійною тактикою, автомата Кринського та імовірнісного автомата зі змінною структурою. При моделюванні взаємодії автоматів із середовищем проводилися серії дослідів по 2200 кроків, визначалися математичні очікування отримання сигналу „штраф” за кожні 50 кроків і за весь цикл.

Розглянемо приклад, коли стаціонарне середовище задане наступними імовірностями формування сигналу «штраф» на дії автомата:

$$P(f) = (0,2; 0,8; 0,8; 0,8) . \quad (4.7)$$

Це означає, що на дію $f(1)$ середовище реагує сигналом „штраф” з імовірністю, рівною $P(1)=0,2$. Зрозуміло, що стратегією з найменшим програшом (точкою Неша, [19]) є стратегія з виконанням автоматом дії під номером один.

Моделювання взаємодії *детермінованих автоматів* відбувалося для семи станів автомата пам'яті та чотирьох станів автомата дії. Моделювання поведінки *автомата зі змінною структурою* у стаціонарному випадковому середовищі проводилося з початковими матрицями перехідних імовірностей розмірністю 4×4 , в яких кожний елемент $\pi_{ij}(+1) = \pi_{ij}(-1) = 0,25$.

Значення Δ для різних серій дослідів складали: 0,1; 0,08; 0,05; 0,01; 0,006. Програмна модель найбільш доцільної структури автомата обиралася, виходячи з наступних умов:

- одержання мінімального програшу;
- досягнення сталого стану за найменший час.

Критерієм порівняння виступала імовірність одержання сигналу «штраф».

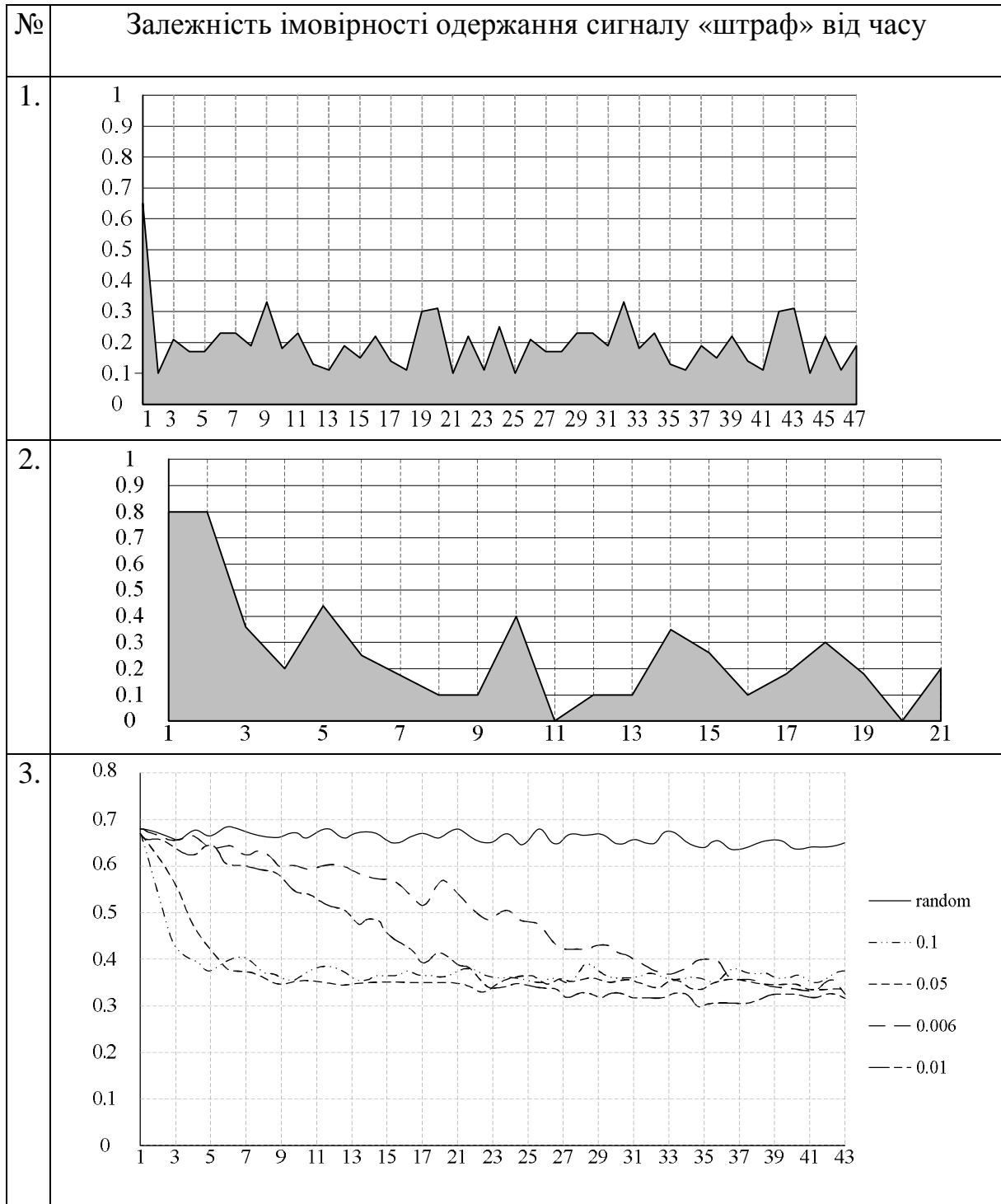
Результати моделювання зведено у табл. 4.2. Для автоматів з лінійною тактикою (див. табл. 4.2, п.1) та автоматів Кринського (див. табл. 4.2, п.2) середня імовірність сигналу «штраф» дорівнює 0,2, що відповідає першій дії автомата.

Однак автомат Кринського значно довше перебуває в станах з мінімальним виграшем. Це обумовлено тим, що при переході в черговий несприятливий стан автомат пам'яті переходить у стан з максимальним номером. Для виходу із програшної стратегії автомату доводиться робити певну кількість ходів. Автомат Кринського має переваги над автоматом з лінійною тактикою лише в тому випадку, коли кількість стратегій, за вибір яких автомат одержує сигнал „штраф”, менше кількості виграшних стратегій. Імовірнісний автомат (див. табл. 4.2, п.3) поводить доцільно при будь-якому значенні Δ , однак при збільшенні Δ швидше збільшується імовірність виграшу. Однак надмірне збільшення коефіцієнта зміни значення перехідної імовірності може привести до виникнення коливального процесу, коли значення перехідних імовірностей будуть приблизно рівні. Оптимальною для автомата є перша стратегія, у якій досягається точка Мора [19] – коли імовірність одержання сигналу „штраф” дорівнює мінімально можливій $P[f(1)]=0,21$.

За результатами моделювання було встановлено, що всі типи автоматів переходять в усталений режим, який забезпечує досягнення точки Неша, однак автомати з лінійною тактикою досягають точки Неша за 15 тактів, автомати Кринського – за 25-30 тактів, а автомати зі змінною структурою – від 40 до 250 тактів, що свідчить про перевагу автоматів з лінійною тактикою над автоматами зі змінною структурою у випадку взаємодії зі стаціонарним середовищем. Детермінований автомат з лінійною тактикою є найбільш оптимальним при взаємодії зі стаціонарним середовищем.

Таблиця 4.2

Результати моделювання поведінки автоматів у стаціонарному середовищі



Випадкове середовище з перемиканням задавалося наступними імовірностями формування сигналу «штраф» на дії автомата:

$$P^1(f) = (0,2; 0,5; 0,4; 0,8)$$

$$P^2(f) = (0,4; 0,8; 0,4; 0,2) .$$

Імовірність зміни середовища задавалася матрицями:

$$\delta = \begin{vmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 0.8 \end{vmatrix} \quad (4.8)$$

та

$$\delta = \begin{vmatrix} 0.45 & 0.55 \\ 0.45 & 0.55 \end{vmatrix}. \quad (4.9)$$

Результати моделювання поведінки автоматів у випадковому середовищі з перемиканням зведено у табл. 4.3, де по горизонталі наведена кількість груп по 50 кроків роботи автоматів.

Як видно з результатів моделювання, автомат з лінійною тактикою (див. табл. 4.3, п.1) поводить себе доцільно і наближається до максимального виграшу. При матриці (4.8) найменша імовірність одержання сигналу «штраф» для автомата з лінійною тактикою становить $0,2 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,2 = 0,32$. При повторному моделюванні зі зміненою матрицею вибору (4.9) були отримані результати з більшими імовірностями одержання сигналу «штраф», що свідчить про те, що автомат з лінійною тактикою не встигає адаптуватися до змін середовища, тому використання детермінованого автомата з лінійною тактикою у випадковому середовищі з перемиканням є недоцільним.

Автомат Кринського (див. табл. 4.3, п.2), як і автомат з лінійною тактикою, не встигає адаптуватися до зміни середовищ, тому його використання у випадковому середовищі з перемиканням є недоцільним.

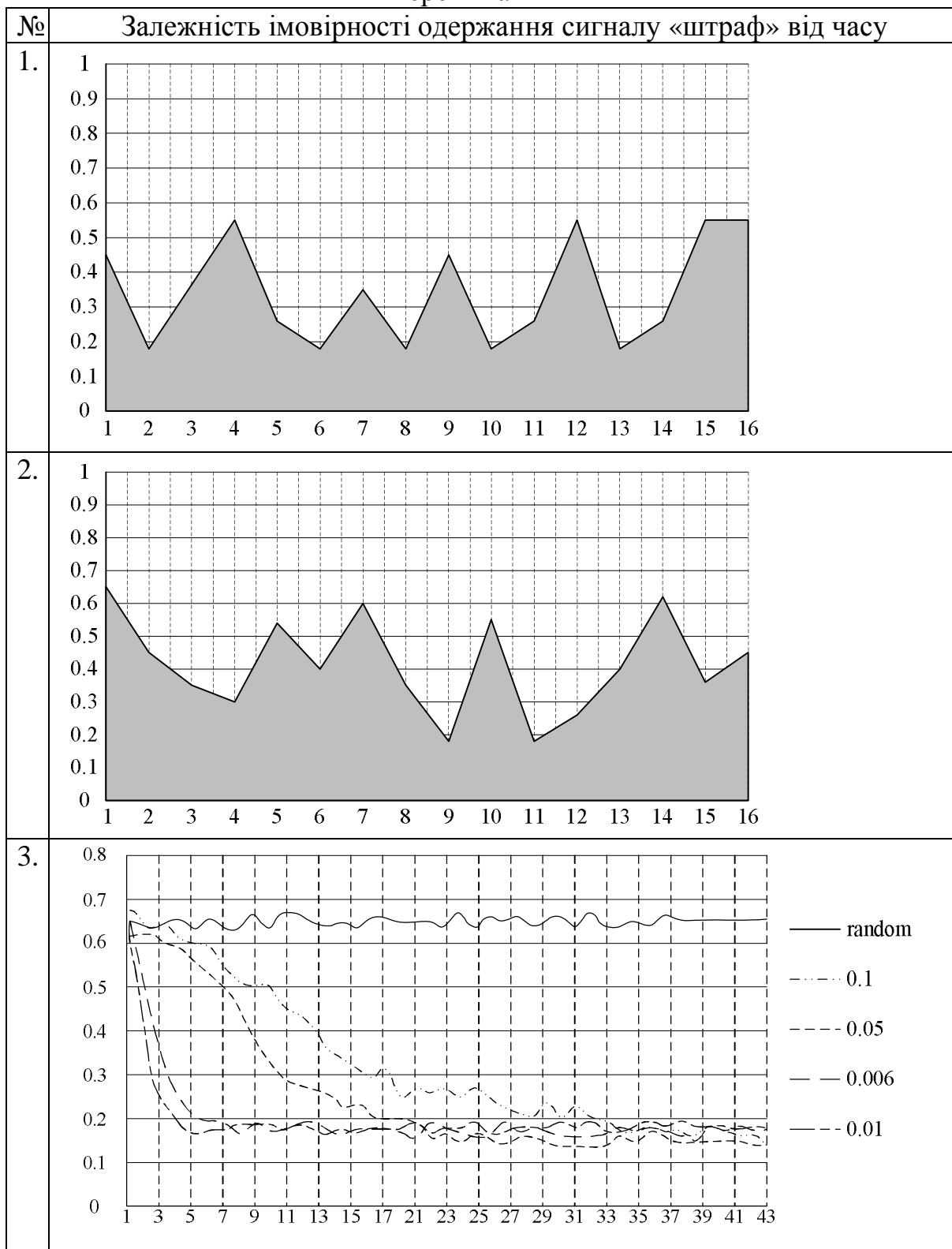
Для автомата зі змінною структурою (див. табл. 4.3, п.3) залежності наведено для різних значень Δ . Лінія *random* відображає імовірність отримання сигналу „штраф” для автомата, що обирає свої дії з рівною імовірністю. Всі інші автомати, у яких графік імовірності отримання сигналу „штраф” розташовані нижче лінії *random*, діють доцільно, однак кількість тактів до переходу в усталений режим (забезпечення максимального виграшу) у всіх різні.

Для середовища, що описується матрицею імовірностей (4.9), імовірність одержання сигналу „штраф” в точці Мора дорівнює $0,2 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,2 = 0,32$. Автомат одержує максимальний виграш при $\Delta = 0,01$ і досягає його на 1350 дії. Такого ж виграшу при $\Delta = 0,006$ автомат досягне тільки на 216-266 кроці.

В результаті моделювання поведінки автоматів в середовищі з перемиканням було встановлено, що детерміновані автомати не встигають адаптуватися до змін середовища, і імовірність отримання сигналу „штраф” становить 42%, тоді як для автомата зі змінною структурою ця імовірність становить 30%. Автомат зі змінною структурою переходить в усталений режим за 30 тактів. Таким чином, у середовищі з перемиканням доцільно використовувати автомати зі змінною структурою.

Таблиця 4.3

Результати моделювання поведінки автоматів у випадковому середовищі з перемиканням



Відповідно до особливостей функціонування споживачів та складності задачі керування програмну модель стаціонарного середовища доцільно застосовувати у тих випадках, коли керовані пристрої мають задану кількість станів, а рівень їх пріоритету не змінюється в процесі роботи. Прикладом може виступати керування автоматами водонагрівальних елементів.

Застосування моделі випадкового середовища з перемиканням доцільно для керування більш складними пристроями, рівень пріоритету яких динамічно змінюється, а кількість режимів більше трьох (можливість плавного регулювання потужності споживання, затримки вмикання і т.д.). Прикладом таких груп споживачів є системи освітлення приміщень житлового будинку.

4.3. Децентралізоване керування у випадковому середовищі

Розглянемо два характерних варіанти взаємодії автоматів у випадковому середовищі з перемиканням: 1) без інформації про стан сусідніх автоматів; 2) з аналізом стану сусідніх автоматів.

4.3.1. Керування автоматами без інформації про стан сусідніх автоматів. При керуванні електроспоживанням локальних об'єктів споживачі об'єднуються у підсистеми за подібними характеристиками (див. підрозділ 1.3.2, рис.1.8). При цьому режимами споживання кожної підсистеми керує автомат, що має певну кількість можливих станів, кожному з яких відповідає значення сумарної потужності споживання підсистеми. Набір можливих сумарних потужностей однієї підсистеми, керованої автоматом, задається масивом ξ_A :

$$\xi_A = [pw_A(1); pw_A(2); \dots; pw_A(z)] , \quad (4.10)$$

де A – номер автомата; $pw_A(i) = pw_A[f(i)]$ – потужність споживання підсистеми при виконанні автоматом дії $f(i)$.

Розглянемо приклад моделювання взаємодії трьох підсистем споживачів у випадковому середовищі з перемиканням. Нехай масив можливих значень потужності споживання (4.10) для першої підсистеми містить шість елементів:

$$\xi_1 = [3; 5; 9; 15; 20; 30] , \quad (4.11)$$

для другої підсистеми – чотири елементи:

$$\xi_2 = [7; 13; 25; 37] . \quad (4.12)$$

Третій автомат має одне значення потужності $pw_3 = 9$. В якості автоматів використовуються автомати зі змінною структурою і двома матрицями станів

(4.4), (4.5). Матриці станів першого автомата мають розмірність 6×6 , другого – 4×4 .

Формування сигналу «штраф» відбувається при відхиленні значення споживання від заданого діапазону, межі якого змінюються залежно від часу доби і, відповідно, тарифів на електроенергію мережі. У відповідь на штрафний сигнал автомат переходить до режиму з меншим споживанням.

Для даного прикладу залежність імовірностей одержання сигналу „штраф” від потужності споживання у денний час показана в табл. 4.4, в нічний час – в табл. 4.5.

Таблиця 4.4

Залежність імовірності $P(\sum pw)$ одержання сигналу „штраф” від сумарної потужності споживання $\sum pw$ у денний час

$\sum pw$	>35	>40	>45	>50	>54	>61	>70	>77
$P(\sum pw)$	1	0,9	0,7	0,5	0	0,7	0,9	1

Таблиця 4.5

Залежність імовірності $P(\sum pw)$ одержання сигналу „штраф” від сумарної потужності споживання $\sum pw$ в нічний час

$\sum pw$	>0	>5	>10	>15	>19	>26	>35	>42
$P(\sum pw)$	1	0,9	0,7	0,5	0	0,7	0,9	1

Доцільними для автоматів є стратегії, для яких виконуються умови:

- для денного періоду (з 7:00 до 23:00):

$$54 < \sum pw \leq 61 \quad (4.13)$$

- для нічного періоду (з 23:00 до 7:00):

$$19 < \sum pw \leq 26. \quad (4.14)$$

Значення потужностей, що лежать у заданих межах (4.13), (4.14), забезпечують отримання автоматами мінімального програшу. Взаємний вибір стратегій за умови (4.13) визначається табл.4.6, а за умови (4.14) – табл. 4.7.

Таблиця 4.6

Вибір стратегій за умови $54 < \sum pw \leq 61$

№ автомату	№ дії	Енергія споживання
1	4	15
2	4	37
3	1	9

Таблиця 4.7

Вибір стратегій за умови $19 < \sum pw \leq 26$

№ автомату	№ дії	Енергія споживання
1	2	5
2	1	7
3	1	9

Свої дії автомати обирають з рівною імовірністю, тобто початкові матриці перехідних імовірностей складаються з однакових значень: $1/6$ для 1 автомата та $1/4$ – для другого. При $\Delta_1=\Delta_2=0,1$ досягнення точки Мора відбувається за 138 кроків, однак при зміні порога потужності споживання автомати змінюють структуру для досягнення другої точки довше, ніж при $\Delta_1=\Delta_2=0,05$. Дослідним шляхом було встановлено, що найкращим є результат при змінному Δ . Значення Δ обчислюється на кожному k -му кроці автомата за формулою:

$$\Delta_k = \pi_{ij}[S(k)] \cdot \sum_{m \neq j} \pi_{im}[S(k)]. \quad (4.15)$$

Потім i -й рядок нормується згідно (4.3). Результати моделювання наведено на рис. 4.10.

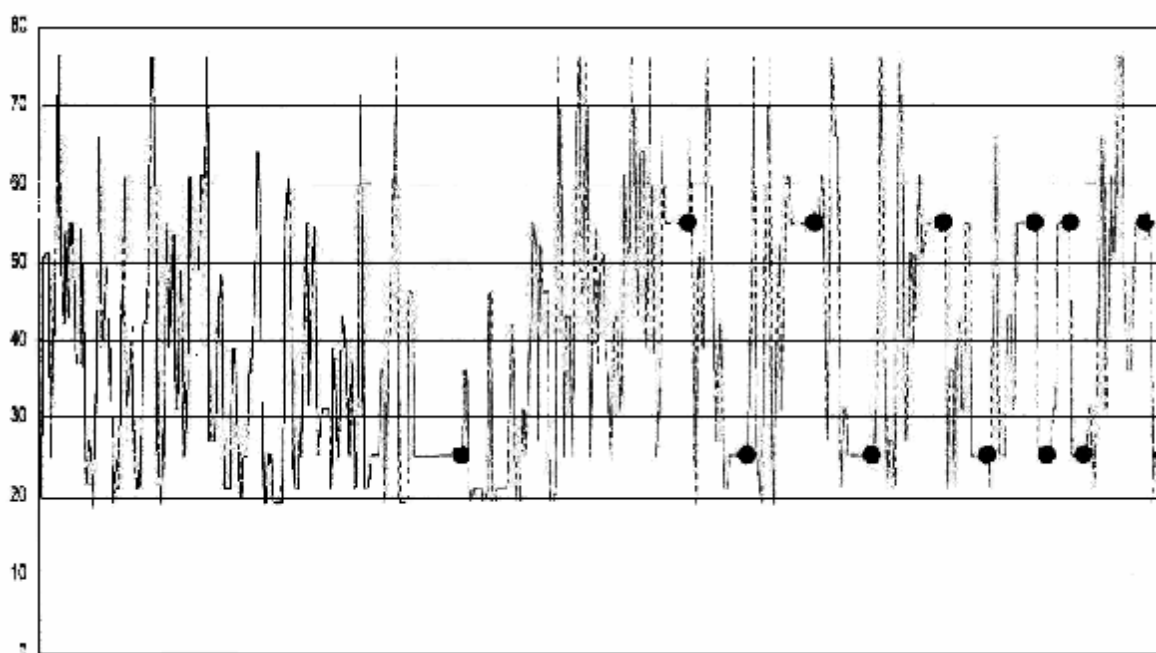


Рис. 4.10. Результати моделювання поведінки імовірнісних автоматів зі змінним Δ

Використання автоматів зі змінним значенням Δ дозволило при першому вмиканні досягти точки Неша, що є також точкою Мора, за 87 кроків (перший маркер у вигляді кола на графіку, див. рис. 4.10).

При досягненні часу 23:00 поріг змінюється (маркер на графіку) і визначається умовою (4.14). Для досягнення другої точки Мора автомати зробили 67 кроків. Після чергової зміни порога для досягнення точки Мора при порозі (4.13) автомати зробили 8 кроків. Для досягнення наступного сталого режиму автоматом знадобилося одинадцять кроків.

На графіку, зображеному на рис.4.11, по вісі ординат відкладена кількість кроків, потрібна для переходу автоматів в усталені режими - партії Неша, а по осі абсцис - кількість змін заданого порога споживання.

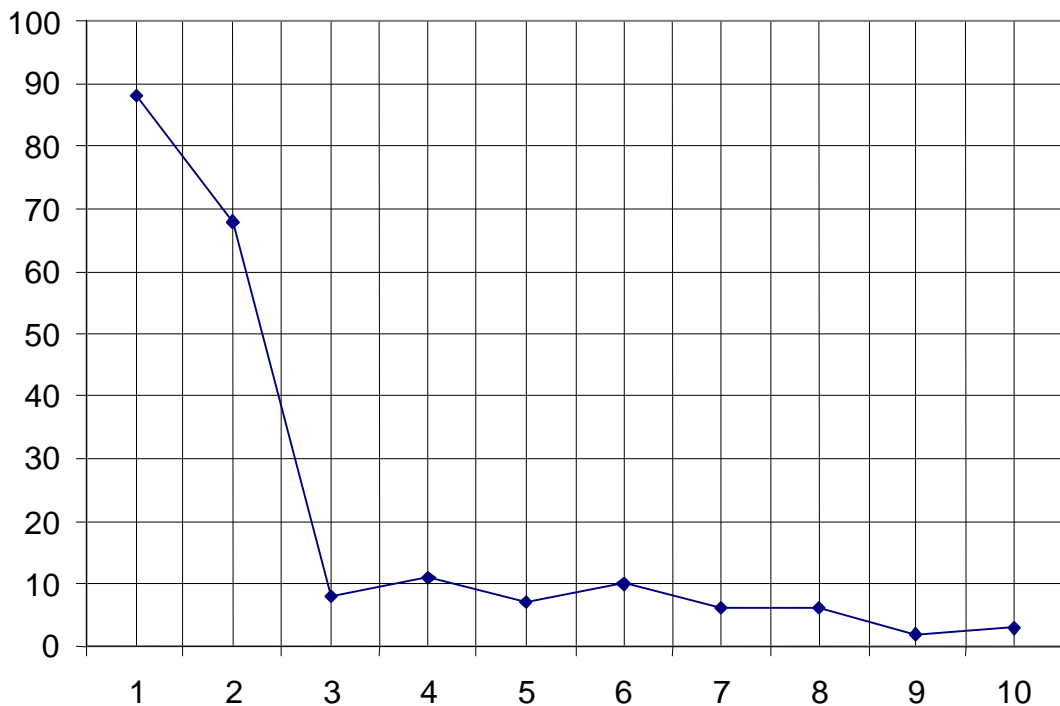


Рис. 4.11. Залежність кількості ходів для досягнення точки Неша від кількості змін заданого порога споживання

Як видно з рис.4.11, в ході взаємодії автомати навчаються, і вже починаючи із шостої зміни порога споживання, для переходу в стани, що забезпечують досягнення точки Мора, необхідно 2-4 кроки. На третій крок автомати для переходу в усталений режим потребують 10,34% від кількості тактів, яку необхідно зробити автоматом для переходу в усталений режим при першому вмиканні. Цей ефект „навчання” автоматів дозволяє скоротити час перемикань автоматів на 89%. Зменшення кількості кроків, потрібних для досягнення точки Мора при першому вмиканні, коли автомати ще не навчені, забезпечується зміною елементів матриць перехідних імовірностей $\Pi^1(+1)$, $\Pi^1(-1)$ і $\Pi^2(+1)$, $\Pi^2(-1)$ наступним чином:

$$\mathbf{\Pi}^1(+1) = \mathbf{\Pi}^1(-1) = \begin{bmatrix} 0,08 & 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,06 & 0,06 \\ 0,08 & 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,06 & 0,06 \\ 0,08 & 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,06 & 0,06 \\ 0,08 & 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,06 & 0,06 \\ 0,08 & 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,06 & 0,06 \\ 0,08 & 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,06 & 0,06 \end{bmatrix}; \quad (4.16)$$

$$\mathbf{\Pi}^2(+1) = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,15 & 0,15 & 0,5 \\ 0,5 & 0,15 & 0,15 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,6 \end{bmatrix}; \quad (4.17)$$

$$\mathbf{\Pi}^2(-1) = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,2 & 0,6 \\ 0,2 & 0,15 & 0,15 & 0,5 \\ 0,5 & 0,15 & 0,15 & 0,2 \\ 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Такі зміни дозволили зменшити кількість кроків до 19 (рис.4.12).



Рис. 4.12. Навчання автоматів

Отже, для збільшення швидкості досягнення точки Мора необхідно підібрати елементи матриць перехідних імовірностей, близькі до елементів матриць уже «навчених» автоматів. Це можливо лише при наявності інформації про кількість автоматів та їх оптимальних стратегій, або дослідним шляхом при моделюванні взаємодії автоматів з матрицями, що містять рівні елементи.

4.3.2. Керування автоматами з інформацією про стан сусідів. Припустимо, що є два споживачі енергії з однаковим пріоритетом. При зміні порога споживання і виникненні необхідності перейти у стан з меншим споживанням автомати обирають свої стани імовірнісним чином, і змінюють їх, перебудовуючи матриці переходів станів до досягнення точки Неша. Проте не виключена небажана ситуація, коли досягнення точки Неша відбудеться за рахунок переходу одного з автоматів у стан з мінімальним споживанням, а стан другого автомата не зміниться або зміниться несуттєво. Стосовно локальних об'єктів така ситуація може скластися, наприклад, при взаємодії двох автоматів керування обігрівом житлових будинків або приміщень одного будинку, коли від середовища надходить сигнал „штраф”. Маючи рівний пріоритет, автомати зменшують рівень споживання та досягають точки Неша, але при цьому потужність обігріву одного будинку залишається практично незмінною, в той час, як потужність обігріву другого суттєво зменшується. Для виключення таких небажаних ситуацій необхідно забезпечити приблизно однакову зміну станів автоматів з рівним пріоритетом, що можливо реалізувати за умови наявності інформації про стан сусіда (див. табл. 4.1, п.4).

Блок аналізу стану сусіда функціонує наступним чином: якщо автомат перебуває в стані з меншим електроспоживанням, ніж автомат-сусід, від якого надійшла інформація, то він не змінює свій стан, тим самим примушуючи сусіда зменшувати рівень споживання. У випадку, якщо значення потужності споживання у однакових станах двох автоматів значно відрізняються, а самі автомати орієнтуються на інформацію про стан сусіда, більш доцільним є порівняння саме номеру стану, а не поточного значення споживання. В якості прикладу такої взаємодії можна розглядати зв'язок між автоматами керування освітленням та підігрівом води у басейні.

На графіку, зображеному на рис.4.13, показані перемикання станів при взаємодії трьох автоматів, з яких автомат №2 має найвищий пріоритет і не змінює свого стану, а два інші обмінюються інформацією про стан сусіда. Для автомата, рівень споживання якого перевищує споживання сусіда, відбувається перехід до стану з меншим номером (спочатку це автомат №1, а потім – №3). В усталеному режимі ці автомати переходять у стани з приблизно однаковим споживанням.

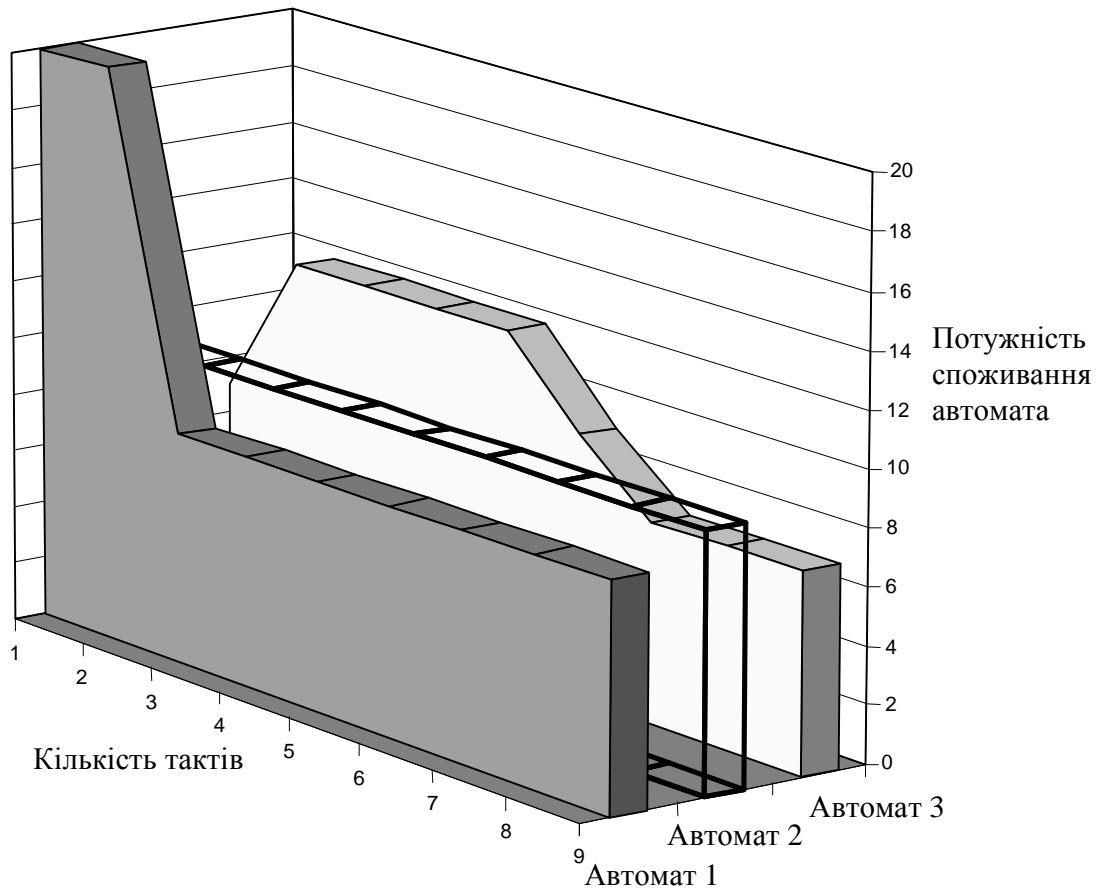


Рис. 4.13. Перемикання станів трьох автоматів з інформацією про стан сусіда

На рис.4.14 відображена залежність кількості кроків, необхідних для переходу у стабільний режим від кількості змін рівня порога формування сигналу «штраф». Із графіка видно, що за дві зміни порогу автомат «навчається» настільки, що при наступній зміні порогу йому необхідно в три рази менша кількість кроків.

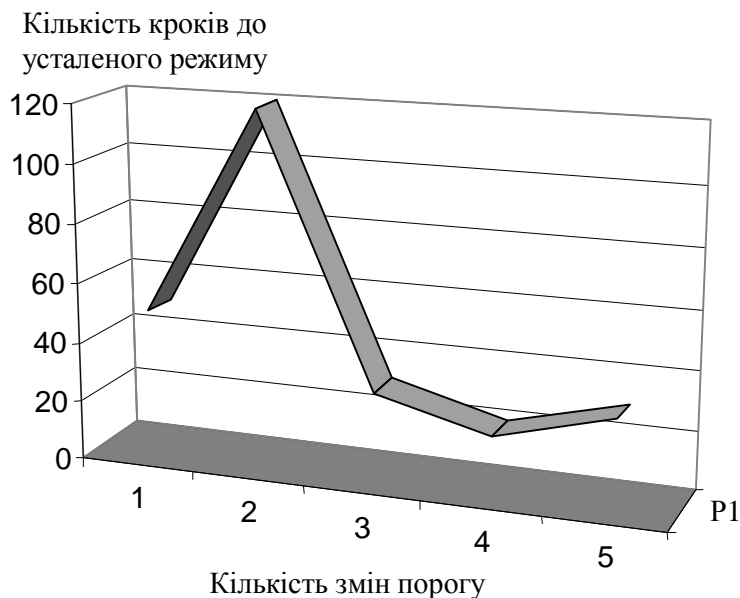


Рис. 4.14. Залежність кількості кроків автомата від кількості змін порогу

Порівняння кількості кроків, потрібних для переходу у сталий режим, для двох розглянутих варіантів (рис. 4.15) показало, що автомати без інформації про рівень споживання енергії сусідом переходять в усталений режим за час, майже у два рази менший, ніж автомати з інформацією про стан сусіда.



Рис. 4.15. Порівняння кількості кроків для двох варіантів

Обумовлено це тим, що у першому варіанті всі автомати виконують можливі дії для переходу у стан з меншим електроспоживанням, а у другому варіанті підлаштовується під штрафні сигнали лише той автомат, рівень споживання якого більший.

Таким чином, використання автоматів з аналізом стану сусіда дозволило автоматам з однаковим пріоритетом змінювати свої стани з пропорційним розподілом потужності та виключенням ситуацій, коли один споживач працює в режимі максимального електроспоживання, а другий – мінімального з неможливістю виконання своїх функцій у повному обсязі.

При розробці алгоритмів керування у локальному об'єкті необхідно визначити залежність режимів функціонування пристроїв або підсистем для вибору найбільш ефективної структури автоматів. Так, для підсистеми

пристроїв, режими роботи яких залежать один від одного (наприклад, освітлення вхідних дверей залежить від зовнішньої освітленості та вмикання камери спостереження), доцільно застосовувати автомати з інформацією про стан сусіда. Для пристроїв, при спільному функціонуванні яких питання рівного або пропорційного споживання не є актуальним, можна використовувати автомати без інформації про стан сусіда, що забезпечує більш швидкий перехід у сталий режим.

4.3.3. Керування під'єднанням джерел живлення.

На вхід автомата, програмна модель якого реалізована у мікроконтролері, надходять сигнали, які містять наступну інформацію:

- значення поточної потужності споживання;
- кількість та тип під'єднаних джерел живлення;
- рівень пріоритету під'єднаних джерел;
- виробничі функції під'єднаних джерел;
- прибуток від використання під'єднаних джерел;
- поточний тариф на електроенергію мережі.

На підставі аналізу цих сигналів формується сигнал керування під'єднанням споживачів до одного або декількох наявних джерел.

Спочатку відбувається зчитування з виводів порту вводу/виводу інформації про під'єднаний генератор. На підставі цієї інформації формується (зчитується з пам'яті) таблиця відповідності імовірності формування сигналу „штраф” рівню потужності споживання для кожного генератора. Потім з виводів порту вводу/виводу зчитується рівень потужності споживання, вимірний і переданий датчиком. Відповідно до значення потужності споживання формується сигнал „штраф” з імовірністю, обумовленою таблицею відповідності. Цей сигнал є підставою для вмикання генератора, якому відповідає відсутність сигналу „штраф”, або підтвердження вмикання вже ввімкненого генератора, що і виконується в блоці під'єднання генераторів.

На рис.4.16 показано схему під'єднання споживачів до одного з трьох джерел (E1, E2, E3). Мікроконтролер МК1 отримує інформацію про стан наявних джерел та загальну потужність споживання. На підставі цієї інформації він виробляє сигнали керування для мікроконтролерів МК2-МКn, що під'єднані до груп навантажень та реалізують функції автоматів.

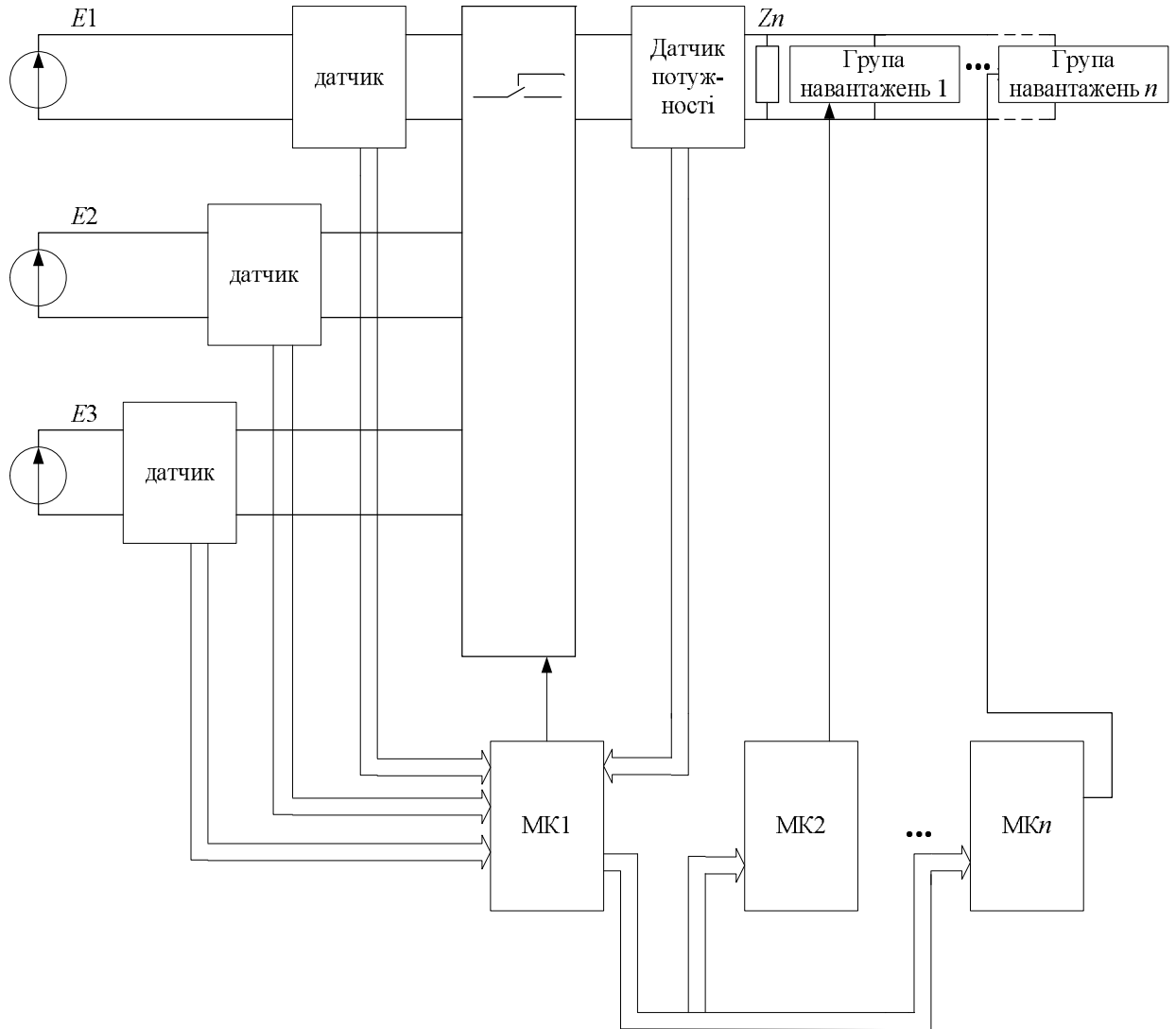


Рис.4.16. Схема під'єднання споживачів до одного з джерел живлення

Алгоритм формування середовища враховує тип під'єданого джерела електроживлення, зміну тарифів на електроенергію та вартісні фактори, що підвищує ефективність керування.

РОЗДІЛ 5

КОМБІНОВАНЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯМ НА БАЗІ ЗАТРИМУЮЧИХ ФІЛЬТРІВ

5.1. Затримуючі фільтри

Наближення характеристики електроспоживання до заданого вигляду дозволяє знизити пікові значення потужності споживання, зменшити навантаження на альтернативні джерела, а також використовувати джерела електроенергії меншої потужності. Збільшення частки споживання електроенергії у інтервалі дії нижчих тарифів приводить характеристику електроспоживання до вигляду, що відповідає мінімальним вартісним витратам [16,23,29,70].

Одним з можливих способів зміни характеристики споживання полягає у реалізації часових зсувів моментів комутації навантажень. Необхідно відзначити, що такий спосіб керування є найбільш доцільним, а іноді і єдино можливим для таких навантажень, які мають лише два стани споживання (ввімкнено-вимкнено). У цьому випадку для кожного навантаження в залежності від його типу, величини енергії споживання та рівня ієрархії розраховується припустиме значення часового зсуву комутації.

Для приведення характеристик електроспоживання до заданої доцільно використовувати нормовані спектри функцій [13,58,134], які обчислюються шляхом ділення всіх спектральних складових на нульову складову (середнє значення функції на інтервалі аналізу).

Часові зсуви моментів комутації можуть бути реалізовані за допомогою затримуючих m -фільтрів [52,166], що розраховуються з використанням різних спектральних перетворень, зокрема, СКІ-перетворення [59] та перетворення в орієнтованому базисі [58]. В цьому випадку часовому зсуву вмикання в області оригіналів відповідає фазовий зсув між векторами зображень реальної та бажаної характеристик споживання. Теорія затримуючих m -фільтрів може бути застосована також і для пристроїв, що мають декілька рівнів споживання.

Оскільки ОБ-перетворення, детально описане у розділі 6, характеризується найменшою трудомісткістю серед зазначених перетворень дискретних функцій [58], будемо розглядати побудову затримуючих фільтрів на основі цілочисельних ортогональних функцій в орієнтованому базисі.

Зміна моментів комутації окремих навантажень дозволяє забезпечити згладжування піків та знизити величину енергії споживання до деякого заданого рівня. Функція електроспоживання j -го споживача

$$w_j \text{ спож} (x) \Leftrightarrow W_j \text{ спож} (v)$$

може бути розкладена в ряд базисних функцій ОБ-перетворення (2.3) наступним чином:

$$W_{j \text{ спож}}(\mathbf{v}) = \sum_{x=0}^{N-1} a_{j,x} \cdot \varphi_d(\mathbf{v}, x), \quad (5.1)$$

де $a_{j,x}$ – дискретні значення функції-оригіналу для j -го споживача. Аналогічним чином можна представити спектр характеристики електроспоживання $w_{GP}(x) \Leftrightarrow W_{GP}(\mathbf{v})$ групи з l споживачів:

$$W_{GP}(\mathbf{v}) = \sum_{x=0}^{N-1} b_x \cdot \varphi_d(\mathbf{v}, x), \quad (5.2)$$

де b_x - дискретні значення функції-оригіналу для групи l споживачів. Тоді для групи з урахуванням (5.1) та (5.2) можна записати:

$$\sum_{j=1}^l \sum_{x=0}^{N-1} a_{j,x} \cdot \varphi_d(\mathbf{v}, x) = \sum_{x=0}^{N-1} b_x \cdot \varphi_d(\mathbf{v}, x). \quad (5.3)$$

Якщо врахувати, що [28]

$$\cos \frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} v^{(s)} x^{(s)} + \operatorname{tg} \frac{2\pi}{m} \sin \frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} v^{(s)} x^{(s)} = \frac{1}{\cos \frac{2\pi}{m}} \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} v^{(s)} x^{(s)} - \frac{2\pi}{m} \right),$$

то вираз (5.3) перетворюється до наступного вигляду:

$$W_{GP}(\mathbf{v}) = \frac{1}{\cos \frac{2\pi}{m}} \cdot \sum_{j=1}^l \sum_{x=0}^{N-1} a_{j,x} \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} x^{(s)} v^{(s)} - \frac{2\pi}{m} \right] = \frac{1}{\cos \frac{2\pi}{m}} \cdot \sum_{x=0}^{N-1} b_x \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} x^{(s)} v^{(s)} - \frac{2\pi}{m} \right].$$

В силу комутативності операцій додавання можна записати:

$$W_{GP}(\mathbf{v}) = \frac{1}{\cos \frac{2\pi}{m}} \cdot \sum_{j=1}^l a_{j,x} \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} x^{(s)} v^{(s)} - \frac{2\pi}{m} \right] = \frac{1}{\cos \frac{2\pi}{m}} \cdot b_x \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} x^{(s)} v^{(s)} - \frac{2\pi}{m} \right]. \quad (5.4)$$

Якщо відома задана функція електроспоживання для групи l споживачів, то її ОБ-зображення визначається виразом:

$$W_{\text{ЗАДАНЕ ГР}}(\mathbf{v}) = \frac{1}{\cos \frac{2\pi}{m}} \cdot \sum_{x=0}^{N-1} c_x \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} x^{(s)} v^{(s)} - \frac{2\pi}{m} \right].$$

Наближення реальної характеристики до заданої забезпечується шляхом введення часового зсуву комутації, що у області зображень відповідає зміні фази реальної характеристики групи на величину $\varphi_{\text{ГР}}$. З умови рівності модифікованої $W_{\text{МОДИФ ГР}}(\mathbf{v})$ та заданої $W_{\text{ЗАДАНЕ ГР}}(\mathbf{v})$ характеристик групи:

$$W_{\text{МОДИФ ГР}}(\mathbf{v}) = \frac{1}{\cos \frac{2\pi}{m}} \cdot \sum_{x=0}^{N-1} b_x \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} (x^{(s)} v^{(s)} + \varphi_{\text{ГР}}^{(s)}) - \frac{2\pi}{m} \right] = W_{\text{ЗАДАНЕ ГР}}(\mathbf{v}). \quad (5.5)$$

Таким чином, можна знайти значення фазового зсуву $\varphi_{\text{ГР}}$, який відповідає необхідному наближенню:

$$\varphi_{\text{ГР}} = \arccos \left[\frac{c_x}{b_x} \cos \left(\frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} x^{(s)} v^{(s)} - \frac{2\pi}{m} \right) \right] - \frac{2\pi}{m} \sum_{s=0}^{n-1} x^{(s)} v^{(s)} + \frac{2\pi}{m}. \quad (5.6)$$

Розряди величини $\tau^{(s)}$ часового зсуву, пов'язані з розрядами величини фазового зсуву $\varphi_{\text{ГР}}$, визначаються наступним співвідношенням:

$$\tau^{(s)} = \frac{\varphi_{\text{ГР}}^{(s)}}{v^{(s)}},$$

а величини τ і $\varphi_{\text{ГР}}$ записуються у відповідності до визначення чисел у m -ічній системі числення:

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{ГР}} &= \sum_{s=0}^{n-1} \varphi_{\text{ГР}}^{(s)} \cdot m^{n-s} = \sum_{s=0}^{n-1} x^{(s)} \tau^{(s)} \cdot m^{n-s}, \\ \tau &= \sum_{s=0}^{n-1} \tau^{(s)} \cdot m^{n-s} = \sum_{s=0}^{n-1} \frac{\varphi_{\text{ГР}}^{(s)}}{v^{(s)}} \cdot m^{n-s}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Значення фазового зсуву групи $\varphi_{\text{ГР}}$ передається з центрального блоку керування до кінцевих автоматів, що керують групами споживачів. Це значення згідно положень теорії колективної поведінки автоматів (див. розділ 4) децентралізовано розподіляється на фазові зсуви окремих споживачів φ_j з урахуванням їх рівнів ієрархії, тривалості ввімкненого або вимкненого станів та інших чинників. У випадку розрахунку часового зсуву для одного споживача приймається $l=1$.

Геометрична інтерпретація виразу (5.6) полягає в тому, що для наближення спектру реальної характеристики $W_{\text{ГР}}(n)$ до спектру заданої $W_{\text{ЗАДАНЕ ГР}}(n)$ необхідно забезпечити рівність проєкцій векторів спектральних складових цих характеристик на вісь ОБ-перетворення AA^l (рис.5.1), що проходить під кутом $\frac{2\pi}{m}$. Це здійснюється шляхом зсуву вектора кожної спектральної складової $W_{\text{ГР}}(n)$ на кут $\varphi_{\text{ГР}}$. Після такої операції проєкції зсунутої (модифікованої) $W_{\text{МОДИФ ГР}}(n)$ та заданої $W_{\text{ЗАДАНЕ ГР}}(n)$ характеристик стають рівними.

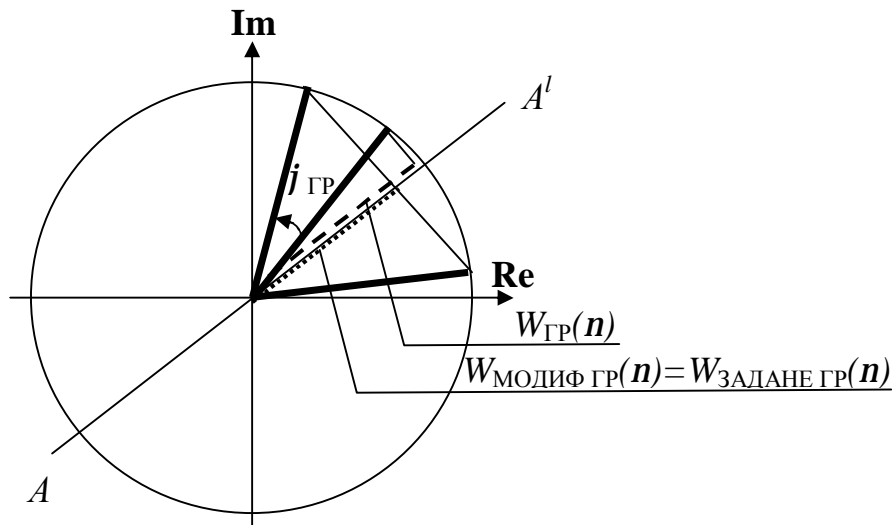


Рис.5.1. Геометрична інтерпретація фазового зсуву характеристики електроспоживання

Таким чином, при заданій бажаній характеристиці електроспоживання задача керування роботою всіх груп зводиться до реалізації затримуючого m -фільтра, що перетворює реальну характеристику до заданої шляхом введення часових зсувів моментів комутації для окремих споживачів або груп без зміни рівня споживання. Більш загальним є випадок, коли задана характеристика електроспоживання жорстко не задана наперед. Тоді роботі затримуючих фільтрів передуює етап прогнозування споживання (див. розділ 2), або задається лише граничний рівень споживання енергії, перевищення якого вкрай небажано. У цьому випадку керування групами споживачів здійснюється за наступним алгоритмом:

1. Задається граничний рівень споживання та інтервал часу N , протягом якого необхідно виконувати корекцію характеристики. Наприклад, для прикладу, наведеного на рис. 1.3, керування споживачами доцільно проводити шляхом введення часових зсувів в інтервали $[t_1, t_2]$ та $[t_3, t_4]$.

2. На початку інтервалу виконується аналіз подібності реальної характеристики електроспоживання з характеристиками, що отримані раніше та зберігаються у базі даних, і обирається базова (прогнозована) характеристика.

3. По базовій характеристиці здійснюється вибір найбільш ефективною стратегії керування навантаженнями шляхом розрахунку затримуючого m -фільтра на базі співвідношень (5.6) та (5.7). Ця задача не може бути вирішена однозначно, тому необхідно обирати ті автомати, в яких буде реалізована зсув моментів комутації, з урахуванням ієрархічного розподілу та умов, визначених при початковому встановленні системи.

4. Після реалізації зсуву однієї з груп повторюється розрахунок подібності характеристик та розраховується наступний затримуючий m -фільтр.

5. Реалізація затримуючих m -фільтрів виконується на кожному кроці дискретизації з корегуванням базової характеристики і виробленням часових зсувів комутації окремих споживачів або груп.

5.2. Наближення характеристики електроспоживання до заданої за допомогою елементарних комірок

При оперуванні з дискретними функціями і розбитті інтервалу розглядання на N відліків неперервна характеристика електроспоживання апроксимується решітковою функцією (рис. 5.2):

$$w(x) = \{w_0, w_1, \dots, w_i, w_{i+1}, \dots, w_{N-1}\},$$

де $x=0 \dots N-1$, p_i – значення потужності на i -му інтервалі.

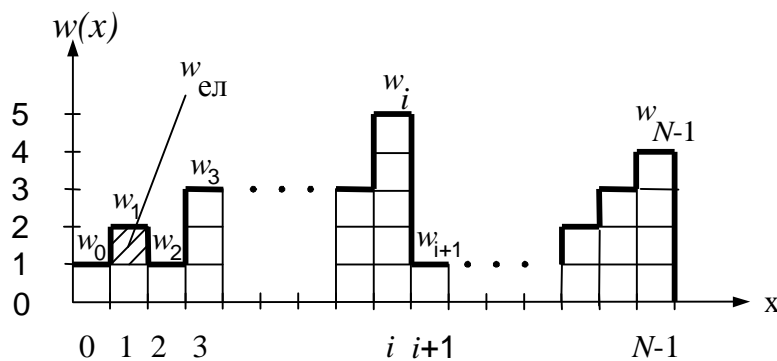


Рис. 5.2. Апроксимована характеристика електроспоживання

Введемо поняття елементарної комірки [110] як функції одиничної амплітуди - $w_{ел}(i) = \begin{cases} 1; & x = i, \\ 0; & x \neq i. \end{cases}$, окремого споживача на одному інтервалі.

Вирішення задачі наближення характеристики електроспоживання до заданого вигляду розглянемо, припускаючи, що:

1) до складу системи керування входить блок прогнозування характеристики електроспоживання;

2) апроксимована характеристика представлена у вигляді:

$$w(x) = \{w_0 \cdot w_{el}, w_1 \cdot w_{el}, \dots, w_i \cdot w_{el}, w_{i+1} \cdot w_{el}, \dots, w_{N-1} \cdot w_{el}\};$$

3) рівень пріоритету характеристики електроспоживання окремого споживача або групи споживачів визначає величину припустимого зсуву елементарної комірки на певну кількість інтервалів, або заборону зсуву. Більший рівень пріоритету відповідає меншій величині зсуву.

Задача обчислення значень зсувів вирішується шляхом наближення спектру реальної характеристики до спектру заданої на інтервалі $N = 3^n$. Для обчислення зсувів за ОБ-спектром знайдемо відповідність між реальною та заданою характеристиками у часовій та спектральній області. Визначимо, як зміниться ОБ-спектр функції в орієнтованому базисі при зсуві елементарної комірки на один інтервал праворуч. Функція $W_H(v)$ нормованого ОБ-спектру визначається наступним чином:

$$W_H(v) = \frac{1}{N \cdot W(0)} \cdot \sum_{x=0}^{N-1} w(x) \cdot j_d(n, x) = \frac{w_{el}}{N \cdot W(0)} \cdot [w_0 \cdot j_d(n, 0) + w_i \cdot j_d(n, i) + w_{i+1} \cdot j_d(n, i+1) + \dots + w_{N-1} \cdot j_d(n, N-1)], \quad (5.8)$$

де $W(0) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} W(n)$ - середнє значення у ОБ-спектрі. Після введення зсуву однієї елементарної комірки на один інтервал – з i на $i+1$ – характеристика набуде вигляду:

$$w'(x) = \{w_0 \cdot w_{el}, w_1 \cdot w_{el}, \dots, w'_i \cdot w_{el}, w'_{i+1} \cdot w_{el}, \dots, w_{N-1} \cdot w_{el}\} = \\ = \{w_0 \cdot w_{el}, w_1 \cdot w_{el}, \dots, (w_i - 1) \cdot w_{el}, (w_{i+1} + 1) \cdot w_{el}, \dots, w_{N-1} \cdot w_{el}\},$$

а її спектр визначатиметься виразом:

$$W'_H(v) = \frac{1}{N \cdot W(0)} \cdot \sum_{x=0}^{N-1} w'(x) \cdot j_d(v, x) = \\ = \frac{w_{el}}{N \cdot W(0)} \cdot [w_0 \cdot j_d(v, 0) + \dots + w'_i \cdot j_d(v, i) + w'_{i+1} \cdot j_d(v, i+1) + \dots + w_{N-1} \cdot j_d(v, N-1)] \quad , \quad (5.9)$$

або

$$W'_H(v) = W_H(v) + \frac{1}{N \cdot W(0)} \cdot [j_d(v, i+1) - j_d(v, i)]. \quad (5.10)$$

Для отримання заданої характеристики електроспоживання необхідно так зсунути елементарні комірки, щоб виконувалась рівність:

$$\frac{W'_H(v)}{W'_H(0)} = \frac{W_3(v)}{W_3(0)}, \text{ при } v \neq 0, \quad (5.11)$$

де $\frac{W_3(v)}{W_3(0)}$ - нормований ОБ – спектр заданої характеристики.

З урахуванням (5.9) умова (5.11) набуде вигляду:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{G} = \mathbf{W}_\Delta, \quad (5.12)$$

$$\text{де } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,N} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \mathbf{L} & A_{2,N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ A_{N,1} & A_{N,2} & \dots & A_{1,N} \end{bmatrix}; \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \mathbf{M} \\ g_N \end{bmatrix}; \mathbf{W}_\Delta = \begin{bmatrix} \frac{W_3(1)}{W_3(0)} - \frac{W(1)}{W(0)} \\ \frac{W_3(2)}{W_3(0)} - \frac{W(2)}{W(0)} \\ \mathbf{M} \\ \frac{W_3(N-1)}{W_3(0)} - \frac{W(N-1)}{W(0)} \end{bmatrix};$$

$$A_{v,i} = \frac{1}{N \cdot W(0)} \cdot (j_d(v,i) - j_d(v,i-1));$$

$g_i, i = \overline{1, N}$ - кількість елементарних комірок, які необхідно зсунути з i -1-го інтервалу на i -й.

Розв'язком системи (5.12) є кількість комірок, які необхідно зсунути на один інтервал для того, щоб одержати задану характеристику. Однак треба враховувати, що розв'язок рівняння (5.12) може являти собою додатні, від'ємні та дробові значення, які необхідно округлити до цілих. У випадку від'ємних значень зсувів реалізується випереджене вмикання окремих пристроїв або їх груп на значення, розраховане у попередньому циклі роботи, тобто від'ємний зсув реалізується з запізненням на 1 цикл. Стосовно локальних об'єктів типу житлового будинку вмикання з випередженням є ефективним для систем мікроклімату, підігріву доріжок, поливу газонів та інших навантажень, точні моменти вмикання яких не є суттєво важливими для комфортності та життєзабезпечення. В результаті введення корегуючих зсувів функція набуває вигляду, наближеного до заданого.

В якості прикладу розглянемо локальний об'єкт з 5 споживачами електричної енергії, з яких для трьох споживачів зсуви припустимі, а два мають найвищий пріоритет (зсуви вмикання неприпустимі).. Для спрощення розрахунків будемо вважати, що потужність споживання всіх навантажень є приблизно однаковою, що дозволяє представити характеристику електроспоживання у вигляді композиції елементарних комірок. Нехай реальна характеристика споживання системи має вигляд, наведений на рис. 5.3, де цифрами від 1 до 5 позначені споживачі локального об'єкту, причому споживачі №1 та №2 мають найвищий пріоритет. Кількість інтервалів $N=9$.

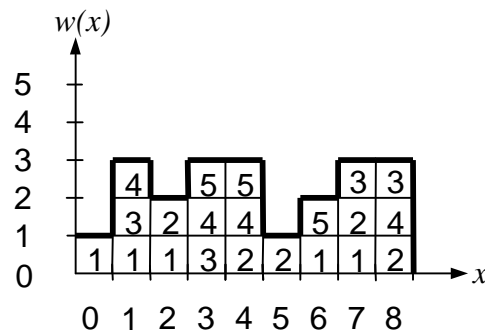


Рис. 5.3. Поточна характеристика споживання

Задана характеристика споживання наведена на рис.5.4. Зміщення більшої частки споживання електроенергії на інтервал $x \in [5;8]$ (див. рис. 5.4) обумовлене меншими тарифами на електроенергію мережі протягом цього інтервалу.

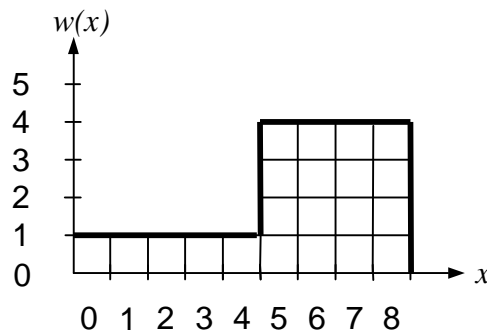


Рис. 5.4. Задана характеристика електроспоживання

Складові виразу (5.12) мають вигляд:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \\ g_5 \\ g_6 \\ g_7 \\ g_8 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{W}_\Delta = \mathbf{W}_3 - \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0.333 \\ 1 \\ 0.667 \\ -1.333 \\ -1 \\ 0.333 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b & c & a & b & c & a & b \\ c & a & b & c & a & b & c & a \\ c & c & a & c & c & b & c & c \\ a & b & a & b & c & c & c & a \\ c & a & c & b & c & c & a & b \\ c & c & c & c & c & a & c & c \\ a & c & c & c & a & c & b & c \\ c & a & b & a & b & a & b & c \end{bmatrix};$$

де $a = -0,143$; $b = 0,143$; $c = 0$.

Вирішивши дану систему відносно вектора зсувів \mathbf{G} , отримаємо:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Таким чином, для одержання повної відповідності початкової та заданої характеристик необхідно у початковій характеристиці зсунути: дві елементарні комірки з інтервалу 1 на інтервал 2; три елементарні комірки з інтервалу 2 на інтервал 3; п'ять елементарних комірок з інтервалу 3 на інтервал 4; сім елементарних комірок з інтервалу 4 на інтервал 5; чотири елементарні комірки з інтервалу 5 на інтервал 6; дві елементарні комірки з інтервалу 6 на інтервал 7; одну елементарну комірку з інтервалу 7 на інтервал 8. У результаті одержимо характеристику, зображену на рис. 5.4.

Вирішуючи наведений приклад з урахуванням пріоритетів, отримаємо характеристику, яка має наближений до заданої вигляд, але не повністю повторює його (рис 5.5).

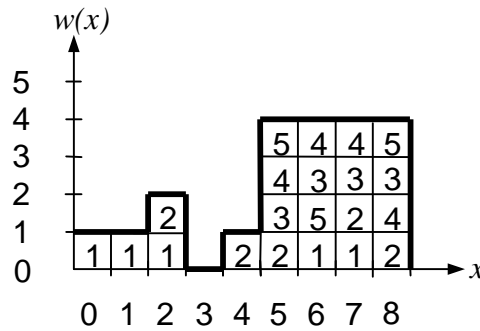


Рис. 5.5. Наближена до заданої характеристики електроспоживання

Якщо припустити, що протягом інтервалу $x \in [0,4]$ (див.рис.5.4) діє підвищений тариф на електроенергію мережі, що дорівнює $1,5p_n$, а протягом інтервалу $x \in [5,8]$ – встановлений денний тариф p_n , то реалізація заданої характеристики споживання (див. рис.5.4) дозволяє отримати економію грошових коштів за електроенергію в розмірі 14,5%, а реалізація наближеної до заданої характеристики (див. рис.5.5) – економію в розмірі 11% порівняно з початковою характеристикою (див. рис.5.3). Підвищення складності та кількості споживачів локального об'єкту дає можливість більш гнучкого керування, а отже, і більшого економічного ефекту від такого керування.

5.3. Наближення характеристики електроспоживання локального об'єкту до заданої за допомогою елементарних функцій

Спосіб наближення характеристики електроспоживання до заданого вигляду шляхом зсувів елементарних комірок з одиничним інтервалом і одиничним рівнем споживання накладає певні обмеження, пов'язані з необхідністю представлення характеристик у вигляді сукупності таких комірок та необхідності зсувати окремі комірки, що на практиці може виявитися нездійсненним. Інший спосіб полягає у представленні функції споживання у вигляді суми елементарних функцій.

На рис 5.6 наведені характеристики електроспоживання трьох споживачів $w_1(x)$ - $w_3(x)$ (а-в) та їх сумарна характеристика $w_\Sigma(x)$ (г).

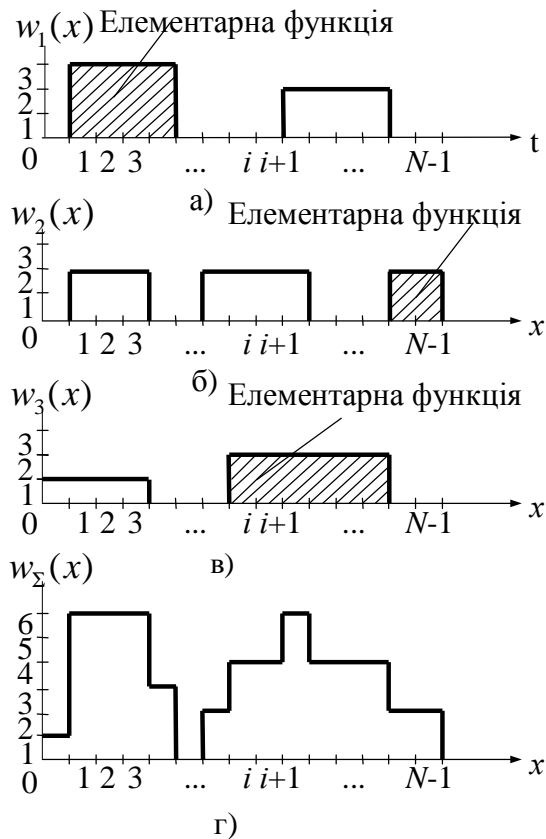


Рис. 5.6. Характеристики електроспоживання трьох споживачів (а-в) та загальна характеристика (г)

Кожну функцію можна розглядати як суму деяких елементарних функцій, що являють собою частини функції від моменту вмикання до моменту вимикання (заштриховані області на рис.5.6).

Максимально можливий часовий зсув моментів комутації t для елементарної функції визначається рівнем ієрархії відповідного пристрою. Для деяких споживачів зсув неприпустимий: $t=0$ – рівень ієрархії найвищій. Інші групуються за рівнями: $t=1$ (зсув на один інтервал), $t=2$ (на два інтервали), тощо.

Для того, щоб визначити, яким чином зміниться спектр функції електроспоживання в орієнтованому базисі (ОБ-спектр) [58] при зсуві елементарної функції на один інтервал праворуч, кожен елементарну функцію треба представити у вигляді сукупності елементарних комірок (див. підрозділ 5.3), [110]. Для збереження структури елементарної функції необхідно здійснити зсув цих комірок одночасно на однакову величину, тобто значення кожної складової ОБ-спектру зміниться на величину:

$$W'_H(n) = W_H(n) + F(n),$$

Функції $F_i^t(\mathbf{n})$ зсуву i -ї спектральної складової на t тактів записується у вигляді:

$$F_i^t(\mathbf{n}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=t_0}^{t_i} f_i(t) \cdot (j_d(\mathbf{n}, t+t) - j_d(\mathbf{n}, t)). \quad (5.14)$$

Для всіх i формується система нелінійних рівнянь, яку необхідно вирішити відносно t_i . На інтервалах, де елементарна функція не визначена, тобто $x \notin (x_0, x_i)$, функція $f_i(x) = 0$. Тому $F_i^t(\mathbf{n})$ має вигляд:

$$F_i^t(\mathbf{n}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=0}^{N-1} f_i(x) \cdot (j_d(\mathbf{n}, x+t) - j_d(\mathbf{n}, x)), \quad (5.15)$$

Підставивши (5.15) в (5.13) та розкривши вирази, що стоять під знаком суми, запишемо:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=0}^{N-1} [f_1(x) \cdot j_d(1, x+t_1) + f_2(x) \cdot j_d(1, x+t_2) + \dots + f_p(x) \cdot j_d(1, x+t_p)] = W_3(1) \cdot K \\ & \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=0}^{N-1} [f_1(x) \cdot j_d(2, x+t_1) + f_2(x) \cdot j_d(2, x+t_2) + \dots + f_p(x) \cdot j_d(2, x+t_p)] = W_3(2) \cdot K \\ & \dots \\ & \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=0}^{N-1} [f_1(x) \cdot j_d(N-1, x+t_1) + f_2(x) \cdot j_d(N-1, x+t_2) + \dots + \\ & + f_p(x) \cdot j_d(N-1, x+t_p)] = W_3(N-1) \cdot K \end{aligned} \quad (5.16)$$

Після математичних перетворень система (5.16) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} & D \cdot \sum_{t=0}^{N-1} [f_1(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n 1^{(s)} \times (1+t_1)^{(s)} - \frac{2p}{m})) + \\ & + f_2(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n 1^{(s)} \times (x+t_2)^{(s)} - \frac{2p}{m})) + \\ & + \dots + f_p(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n 1^{(s)} \times (x+t_p)^{(s)} - \frac{2p}{m}))] = W_3(1) \cdot K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& D \cdot \sum_{t=0}^{N-1} [f_1(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n 2^{(s)} \times (1+t_1)^{(s)} - \frac{2p}{m}) + \\
& + f_2(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n 2^{(s)} \times (x+t_2)^{(s)} - \frac{2p}{m}) + \dots + \\
& + f_p(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n 2^{(s)} \times (x+t_p)^{(s)} - \frac{2p}{m}))] = W_3(2) \cdot K
\end{aligned} \tag{5.17}$$

$$\begin{aligned}
& \dots \\
& D \cdot \sum_{t=0}^{N-1} [f_1(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n (N-1)^{(s)} \times (1+t_1)^{(s)} - \frac{2p}{m}) + \\
& + f_2(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n (N-1)^{(s)} \times (x+t_2)^{(s)} - \frac{2p}{m}) + \dots + \\
& + f_p(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n (N-1)^{(s)} \times (x+t_p)^{(s)} - \frac{2p}{m}))] = W_3(N-1) \cdot K
\end{aligned} ,$$

$$\text{де } D = \frac{1}{N \cdot \cos(\frac{2p}{m})}.$$

Для розв'язання цієї системи застосуємо чисельний метод нерівномірних покриттів [37], який дозволяє вирішувати як недовизначені, так і перевизначені системи нелінійних рівнянь. Доведемо, що нелінійні рівняння системи (5.17) належать до Ліпшицевих класів функцій нульового порядку. За визначенням, функція $f(x)$ на множині \mathbf{X} задовольняє умові Ліпшиця нульового порядку з вектором \mathbf{l} , якщо існує такий вектор \mathbf{l} , що для будь-яких векторів x і x' з множини \mathbf{X} виконується умова:

$$|f(x) - f(x')| \leq \sum_{i=1}^p l_i \cdot |x_i - x'_i| = \langle \mathbf{l}, |x - x'| \rangle. \tag{5.18}$$

Функція $f(x)$ має вигляд:

$$\begin{aligned}
f(x) = & D \cdot \sum_{x=0}^{N-1} [f_1(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} \times (x+x_1)^{(s)} - \frac{2p}{m}) + \\
& + f_2(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n v^{(s)} \times (x+x_2)^{(s)} - \frac{2p}{m}) + \dots + \\
& + f_p(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n v^s \times (x+x_p)^{(s)} - \frac{2p}{m}))]
\end{aligned} .$$

Обчислимо значення $|f(x) - f(x')|$:

$$\begin{aligned}
|f(x) - f(x')| = & D \cdot \sum_{x=0}^{N-1} [f_1(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} \times (x + x_1)^{(s)} - \frac{2p}{m}) - \\
& - f_1(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} \times (x + x'_1)^{(s)} - \frac{2p}{m}) + \dots + \\
& + f_p(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n v^s \times (x + x_p)^{(s)} - \frac{2p}{m}) - f_p(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n v^s \times (x + x'_p)^{(s)} - \frac{2p}{m}))]
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Нехай x і x' підібрані так, що значення косинусів дорівнюють 1 при додатних коефіцієнтах $i-1$ при від'ємних. При цьому буде виконуватися умова $|x - x'| > 0$. Тоді вираз (5.19) набуде вигляду:

$$\begin{aligned}
|f(x) - f(x')| = & \sum_{x=0}^{N-1} [\frac{2}{N \cdot \cos(\frac{2p}{m})} \cdot |f_1(x)| + \frac{2}{N \cdot \cos(\frac{2p}{m})} \cdot |f_2(x)| + \dots \\
& + \frac{2}{N \cdot \cos(\frac{2p}{m})} \cdot |f_p(x)|]
\end{aligned} \tag{5.20}$$

З виразу (5.20) видно, що $|f(x) - f(x')|$ є величиною кінцевою, а оскільки $|x - x'| > 0$, то завжди можна підібрати такий вектор, щоб виконувалась умова (5.18). Таким чином, функції системи (5.17) належать до Лїпшицевих класів функцій нульового порядку. Оскільки функція $f(x)$ є диференцьованою на \mathbf{X} , то значення вектора l знаходяться у вигляді:

$$l_i = \max_{x \in X} \left| \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \right|, i = 1, \dots, P. \tag{5.21}$$

Задамося областю обчислень, визначивши верхню і нижню границі:

$$W_3(j) \cdot K - a_j \leq W_3(j) \cdot K \leq W_3(j) \cdot K + b_j. \tag{5.22}$$

Таким чином, розв'язання системи (5.10) складається з наступних етапів:

1. Створення списку можливих розв'язків з області початкового паралелепіпеда:

$$\mathbf{S} = \mathbf{X}_0 = \mathbf{X} = \{x \in R, a_i \leq x \leq b_i, i = 1, \dots, P\}. \tag{5.23}$$

2. Розглядання першої функції системи при $j=1$:

$$W_3(j) = W_3(1) \cdot K.$$

3. Обчислення центр-вектору з P -вимірному паралелепіпеда \mathbf{X}_0 :

$$c_i = \frac{1}{2} \cdot (a_i + b_i), i = 1, \dots, P . \quad (5.24)$$

4. Обчислення діагональ-вектору \mathbf{d} P -вимірному паралелепіпеда \mathbf{X}_0 :

$$d_i = b_i - a_i, i = 1, \dots, P . \quad (5.25)$$

5. Обчислення значення розглянутої функції системи в центрі P -вимірному паралелепіпеда \mathbf{X}_0 :

$$y = W_3(c) \cdot K .$$

6. Обчислення значення $y_j(\mathbf{X}_0)$ за формулою:

$$y_j(\mathbf{X}_0) = y - \frac{1}{2} \cdot \langle l, d \rangle = y - \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^P l_i \cdot d_i . \quad (5.26)$$

7. Обчислення значення $j_j(\mathbf{X}_0)$ за формулою:

$$j_j(\mathbf{X}_0) = y + \frac{1}{2} \cdot \langle l, d \rangle = y + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^P l_i \cdot d_i . \quad (5.27)$$

Якщо $b_j < y_j(\mathbf{X}_0)$ чи $j_j(\mathbf{X}_0) < a_j$, то в заданій області розв'язків немає. В цьому випадку здійснюється видалення \mathbf{X}_0 зі списку і перехід до п.9.

Якщо умова (5.22) виконується, то здійснюється перехід до п. 12.

8. В області \mathbf{X}_0 є розв'язок. Область розбивається на K паралелепіпедів, які заносяться у список S .

9. Якщо список S порожній, то розв'язків з заданою точністю у $W_3(j)$ не існує. Здійснюється перехід до п. 12.

10. Якщо список S не порожній, то відбувається вибір нового \mathbf{X}_0 зі списку S і перехід до п.2.

11. Розглядання наступної функції системи (5.17) - $j=j+1$, перехід до п.3.

12. Вектор \mathbf{c} – розв'язок системи.

Для прикладу розглянемо характеристики споживання трьох навантажень локального об'єкту:

$$f_1(x) = (1,1,1,0,1,0,0)$$

$$f_2(x) = (0,1,1,1,0,0,1),$$

$$f_3(x) = (0,1,1,0,1,1,0)$$

зображені на рис.5.7, причому характеристика $f_1(x)$ має найвищий рівень ієрархії (зсув заборонений), характеристика $f_2(x)$ - найнижчий рівень ієрархії (її можна зсувати на два інтервали), характеристика $f_3(x)$ - середній рівень ієрархії (її можна зсувати на один інтервал).

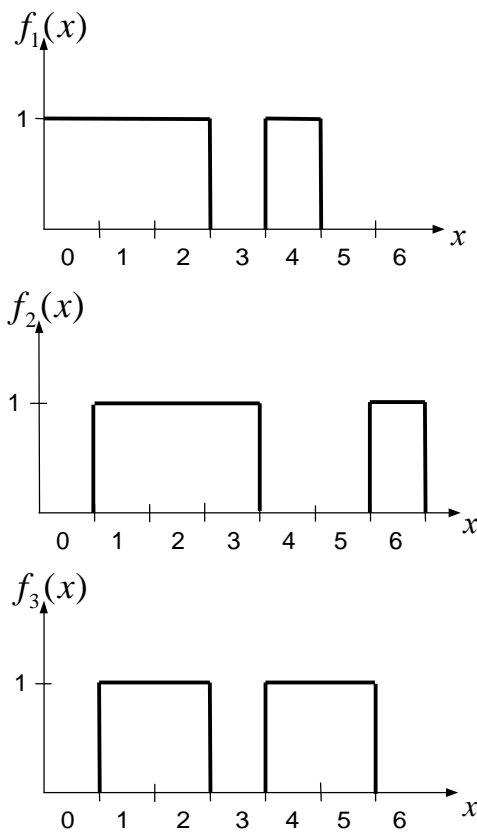


Рис. 5.7. Характеристики електроспоживання трьох споживачів

Сумарну характеристику споживання:

$$f_{\text{спож}}(x_i) = f_1(x_i) + f_2(x_i) + f_3(x_i) = (1,3,3,1,2,1,1),$$

наведено на рис. 5.8.

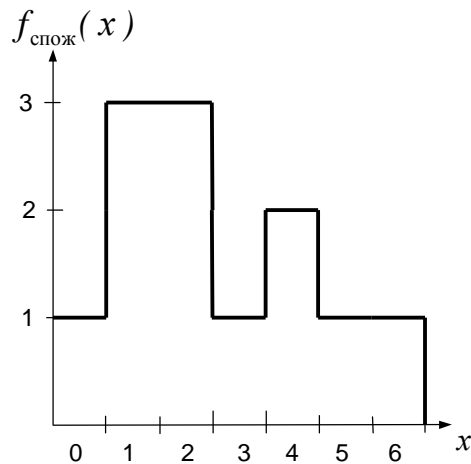


Рис. 5.8. Сумарна характеристика електроспоживання

Задану характеристику $w_{\text{задана}}(x)$ наведено на рис.5.9. Вибір такої характеристики обумовлено тим, що на інтервалі $x \in [3; 6]$ діють менші тарифи, ніж на інтервалі $x \in [0; 2]$.

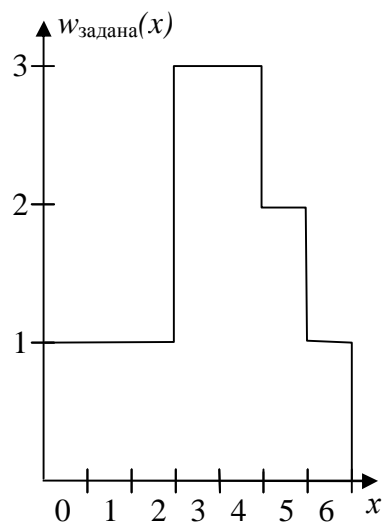


Рис. 5.9. Задана характеристика електроспоживання

Складові ОБ-спектру заданої характеристики, обчислені за формулою прямого перетворення [58], мають вигляд:

$$W_3(0) = \frac{1}{7} \cdot \sum_{t=0}^6 w_{\text{задана}}(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{7} \cdot 0 \cdot x) + A \cdot \sin(\frac{2p}{7} \cdot 0 \cdot x)) = 2.14;$$

$$W_3(1) = \frac{1}{7} \cdot \sum_{t=0}^6 w_{\text{задана}}(x) \cdot (\cos(\frac{2p}{7} \cdot 1 \cdot x) + A \cdot \sin(\frac{2p}{7} \cdot 1 \cdot x)) = -0.877;$$

$$W_3(2) = 0.305; W_3(3) = 0.188; W_3(4) = -0.023; W_3(5) = -0.286; W_3(6) = -0.023.$$

Визначивши ОБ-спектр, знайдемо початкове значення похибки обчислень e , яке повинно бути меншим, ніж модуль відповідної спектральної складової при $\nu > 0$, помноженої на K :

$$e < |W_H(\nu)| \cdot K.$$

Тоді можна записати:

$$e < 0.8 \begin{bmatrix} 0.877 \\ 0.305 \\ 0.188 \\ 0.023 \\ 0.286 \\ 0.023 \end{bmatrix}.$$

Прийmemo наступні значення границі:

$$e = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.2 \\ 0.15 \\ 0.01 \\ 0.1 \\ 0.01 \end{bmatrix}.$$

Для визначення необхідних зсувів складаємо систему рівнянь (5.17) для другої та третьої характеристик споживання. Розв'язком системи є значення зсувів τ_i , які позначимо для другої характеристики через τ_{2i} , а для третьої – через τ_{3i} , де перший індекс визначає номер характеристики, а другий – номер функції. Для цього створюємо список з одного початкового паралелепіпеда:

$$S = X_0 = \mathbf{X} = \left\{ \begin{bmatrix} t_{2,1} \in R, 0 \leq t_{2,1} \leq 2 \\ t_{2,2} \in R, 0 \leq t_{2,2} \leq 2 \\ t_{3,1} \in R, 0 \leq t_{3,1} \leq 1 \\ t_{3,2} \in R, 0 \leq t_{3,2} \leq 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Розглядаємо першу функцію системи при $j=1$:

$$W_3(1) \cdot K = \frac{1}{7 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot p}{7}\right)} \cdot \sum_{t=0}^6 \left[f_{1,1}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+t_{1,1})\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + f_{1,2}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+t_{1,2})\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + \right. \\ \left. + f_{2,1}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+t_{2,1})\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + f_{2,2}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+t_{2,2})\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + \right. \\ \left. + f_{3,1}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+t_{3,1})\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + f_{3,2}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+t_{3,2})\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) \right]$$

Обчислимо центр-вектор c чотиривимірного паралелепіпеда X_0 :

$$c = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot (0+2) \\ \frac{1}{2} \cdot (0+2) \\ \frac{1}{2} \cdot (0+1) \\ \frac{1}{2} \cdot (0+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}.$$

Діагональ-вектор d чотиривимірного паралелепіпеда X_0 має вигляд:

$$d = \begin{bmatrix} (2-0) \\ (2-0) \\ (1-0) \\ (1-0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_3.$$

Обчислюємо значення розглянутої функції системи в центрі чотиривимірного паралелепіпеда X_0 :

$$y = Y_3(c) \cdot K = \frac{K}{7 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot p}{7}\right)} \cdot \sum_{t=0}^6 \left[f_{1,1}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+0)\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + f_{1,2}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+0)\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + \right. \\ \left. + f_{2,1}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+1)\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + f_{2,2}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+1)\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + \right. \\ \left. + f_{3,1}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+0.5)\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) + f_{3,2}(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot p}{7} \times (t+0.5)\right) - \frac{2 \cdot p}{7}\right) \right] = -0,185.$$

Вектор l визначається як:

$$l = \begin{bmatrix} 0.462 \\ 0.206 \\ 0.361 \\ 0.29 \end{bmatrix}.$$

Обчислюємо значення $y_j(X_0)$ за формулою:

$$\begin{aligned} y_j(X_0) &= y - \frac{1}{2} \cdot \langle l, d \rangle = y - \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^P l_i d_i = \\ &= 0.222 - \frac{1}{2} \cdot (0.462 \cdot 2 + 0.206 \cdot 2 + \\ &+ 0.361 \cdot 1 + 0.29 \cdot 1) = -0.727 \end{aligned}$$

Обчислюємо значення $y_j(X_0)$ за формулою:

$$\begin{aligned} j_j(X_0) &= y + \frac{1}{2} \cdot \langle l, d \rangle = y + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^P l_i d_i = 0.222 + \frac{1}{2} \cdot (0.462 \cdot 2 + \\ &0.206 \cdot 2 + 0.361 \cdot 1 + 0.29 \cdot 1) = 1.215 \end{aligned}$$

Оскільки $0.25 > -0.727$ і $1.215 > 0.25$, то в області X_0 є розв'язок.

Розв'язок $W_3(c) = -0.185 \notin [0.627, 1.137]$, тому центр даного чотиривимірного паралелепіпеда не є розв'язком. Розбиваємо область X_0 на 16 паралелепіпедів і заносимо їх у список S . Обираємо новий X_0 зі списку S і повторюємо процедуру розрахунку. Розв'язок з заданою точністю досягається при наступних значеннях: $t_{1,1} = 0$; $t_{1,2} = 0$; $t_{2,1} = 2$; $t_{2,2} = 0$; $t_{3,2} = 1$; $t_{3,2} = 0$.

Реалізація одержаних зсувів дозволяє отримати наближену до заданої характеристику. Для цього необхідно першу функцію другої функції зсунути на два такти, а першу функцію третьої функції - на один такт. Наближена до заданої характеристика споживання $w_{\text{наближ}}(x)$ зображена на рис. 5.10.

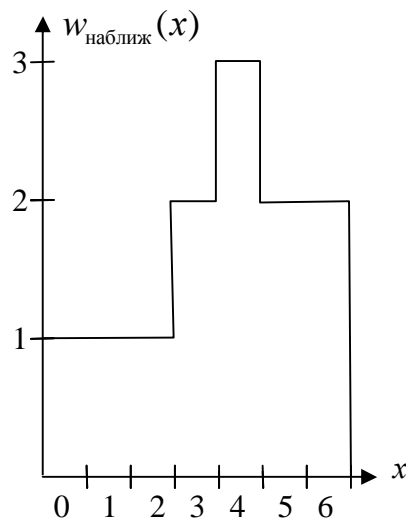


Рис. 5.10. Наближена до заданої характеристика електроспоживання.

За умови дії тарифу на електроенергію мережі p_n протягом інтервалу $t \in [0, 2]$ та $1,5p_n$ протягом інтервалу $t \in [3, 6]$ реалізація як заданої (див. рис.5.9),

так і наближеної до заданої (див. рис.5.10) характеристик споживання дозволяє отримати економію грошових коштів за електроенергію в розмірі 13%, що свідчить про доцільність застосування розробленого способу.

Для ілюстрації використання програмного забезпечення розглянемо об'єкта, який містить 20 навантажень. Допустимі значення сумарної потужності споживання обираються з урахуванням часу доби та різних тарифів на електроенергію: вищий тариф визначає найнижчий рівень допустимої потужності споживання, наприклад:

- 8:00 - 18:00 – допустима потужність споживання $P=4$ кВт
- 6:00 – 8:00 та 18:00 – 22:00 – $P=3,5$ кВт
- з 0:00 – 6:00 та 22:00 – 24:00 – $P=5$ кВт.

Робоче вікно програми (рис.5.11) містить сумарну початкову характеристику електроспоживання и характеристику, отриману із застосуванням вищенаведеного алгоритму. У наведеному прикладі керування здійснюється протягом однієї доби, яка розбивається на 288 інтервалів по 5 хвилин.

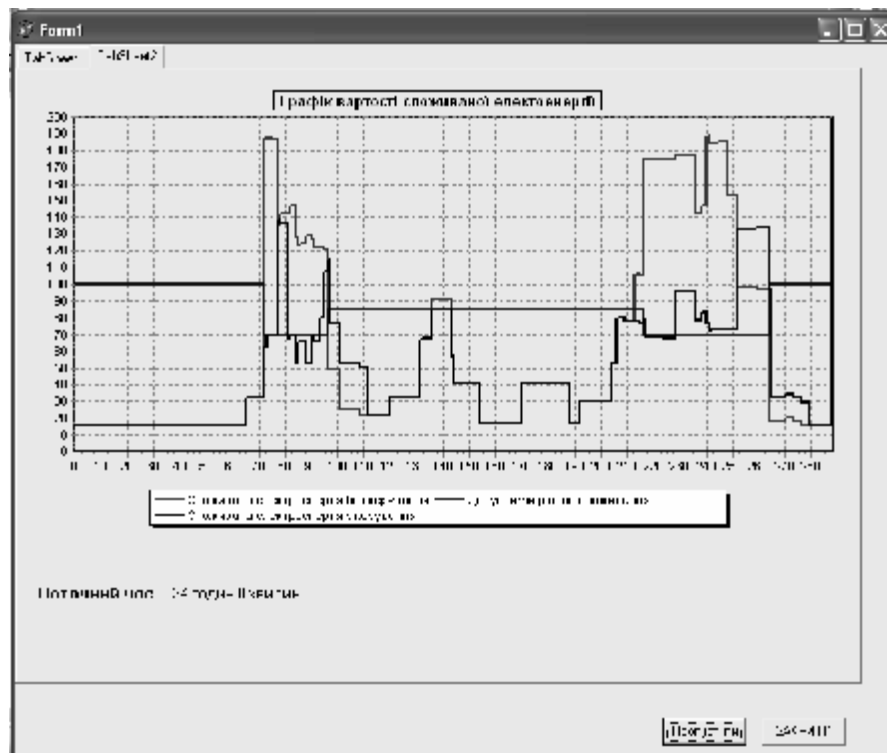


Рис. 5.11. Робоче вікно програми керування із сумарною характеристикою споживання

На кожному інтервалі виконуються наступні дії:

- побудова сумарної характеристики споживання всіх ввімкнених навантажень;

- визначення дій, які необхідно виконати для запобігання перевищенню допустимого рівня;

- розрахунок значення економії витрат для можливих режимів;

- вибір режиму, що відповідає максимальній економії;

- генерація керуючих сигналів на вмикання пристроїв відповідно до обраного режиму.

Програма реєструє застосовані способи керування (зсув моментів комутації, зменшення рівня, вимикання) по кожному навантаженню (рис.5.12).

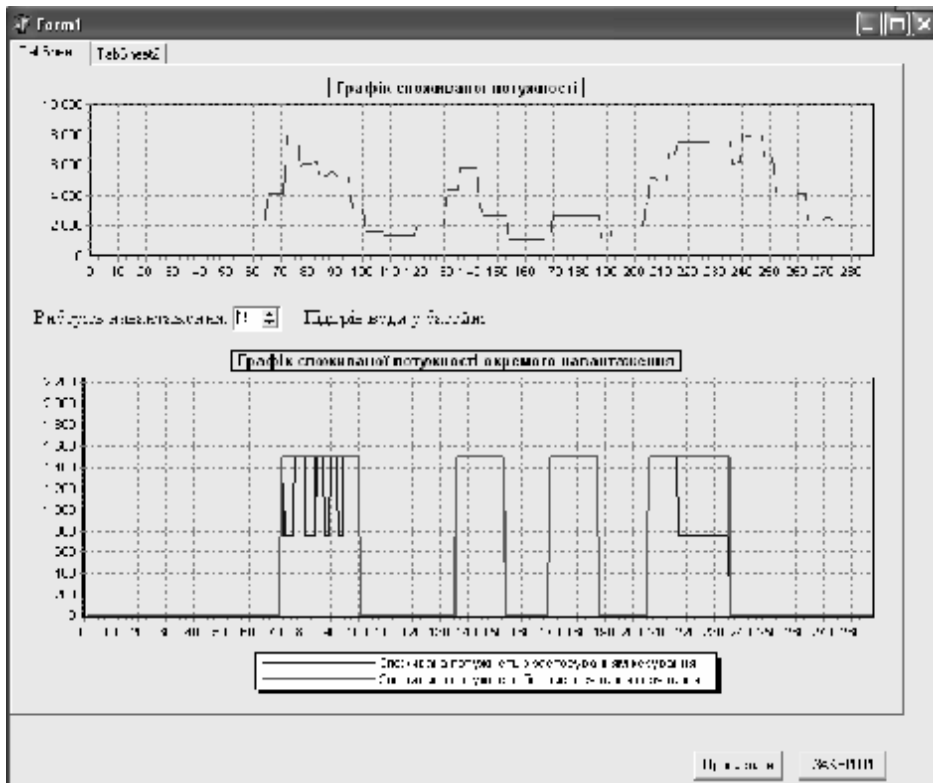


Рис. 5.12. Робоче вікно програми для кожного навантаження окремо

Таким чином, узагальнений алгоритм керування електроживленням на базі використання розроблених теоретичних положень дозволяє організувати енергоефективне керування та мінімізувати грошові витрати користувача.

Частина II. МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯМ

РОЗДІЛ 6. РОЗРОБКА СПЕКТРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ В ОРІЄНТОВАНОМУ БАЗИСІ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ АЛГОРИТМІВ КЕРУВАННЯ

6.1. Конструювання спектральних перетворень із заданими властивостями

Задачі мікропроцесорного керування електротехнічними системами локальних об'єктів містять етапи обчислення та перетворення спектральних характеристик дискретних сигналів, які описують електромагнітні процеси та характеристики електроспоживання пристроїв. З точки зору зменшення обсягу обчислень доцільно використовувати такі спектральні методи, в яких базисні функції прямого і зворотного перетворень приймають лише цілі значення. Це дозволяє будувати системи керування на базі цілочисельних процесорів, що підвищує швидкість обробки інформації, одночасно зменшуючи вартість апаратного забезпечення. Оперування з цілими числами, а отже, і підвищення швидкодії систем керування, може бути досягнуто за рахунок модифікації відомих спектральних перетворень шляхом зміни положення вісі або координатних осей перетворення [58,62,96]. Можна очікувати, що така орієнтація дозволить не тільки підвищити швидкодію обчислень внаслідок зменшення кількості значень базисних функцій, які використовуються при перетворенні, але й пристосувати спектральні перетворення до конкретних задач керування.

6.1.1. Графічна інтерпретація базисних функцій. Прагнення зменшити кількість різних значень базисних функцій та знизити тим самим трудомісткість обчислень при знаходженні зображень та оригіналів призвело до конструювання симетричного перетворення на кінцевому інтервалі $N=m^n$ (СКІ-перетворення) [56-62]. Для того, щоб пояснити зміст змінної n у формулах СКІ-перетворення, представимо базисну функцію у вигляді:

$$\cos\left(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n n^{(s)} x^{(s)}\right) = \sqrt{2} \sin\left[\left(\frac{2p}{m} \cdot \sum_{s=1}^n n^{(s)} x^{(s)}\right) + p/4\right]. \quad (6.1)$$

де $x^{(s)}$, $v^{[s]}$ – розрядні компоненти у m -ічному представленні чисел x та v ,
 $x = \sum_{s=1}^n x^{(s)} m^{(n-s)}$, $v = \sum_{s=1}^n v^{(s)} m^{(n-s)}$.

Геометрична інтерпретація базисної функції СКІ-перетворення являє собою проекцію вектора довжиною $\sqrt{2}$, що дискретно обертається на комплексній площині, на вісь, яка проходить під кутом 45° до вісі абсцис.

Значення змінної x можна представити у вигляді значень дискретного часу, а значення n - у вигляді значень частоти обертання. У дискретні моменти часу вектор базисної функції СКІ-перетворення стрибкоподібно переміщується, приймаючи на комплексній площині одне з m дискретних значень: $0, 2\pi/m, 4\pi/m, \dots, 2\pi(m-1)/m$.

На рис 6.1 показані п'ять положень (a, b, c, d, e) вектора базисної функції при $m=5$. Якщо в якості одиниці часу x прийнято 1 секунду, то частотний інтервал між сусідніми положеннями вектора складає $1/m$ Гц. У загальному випадку вектор обертається нерівномірно, і характер його обертання залежить від номеру функції n . Поняття узагальненої частоти функцій Віленкіна-Крестенсона (ВКФ) [133] співпадає з поняттям узагальненої частоти для СКІ-перетворення в силу рівнозначності аргументів функцій [54].

Геометрична інтерпретація дозволяє проілюструвати усунення надмірності, властивої перетворенню Віленкіна-Крестенсона. Оскільки дійсна частина ВКФ $\text{Re}\{W\}$ являє собою проекцію вектора одиничної довжини на вісь абсцис (Re), а уявна $\text{Im}\{W\}$ - на вісь ординат (Im), то для однозначного визначення положення вектора ВКФ необхідно два дійсних числа (див. рис.6.1)

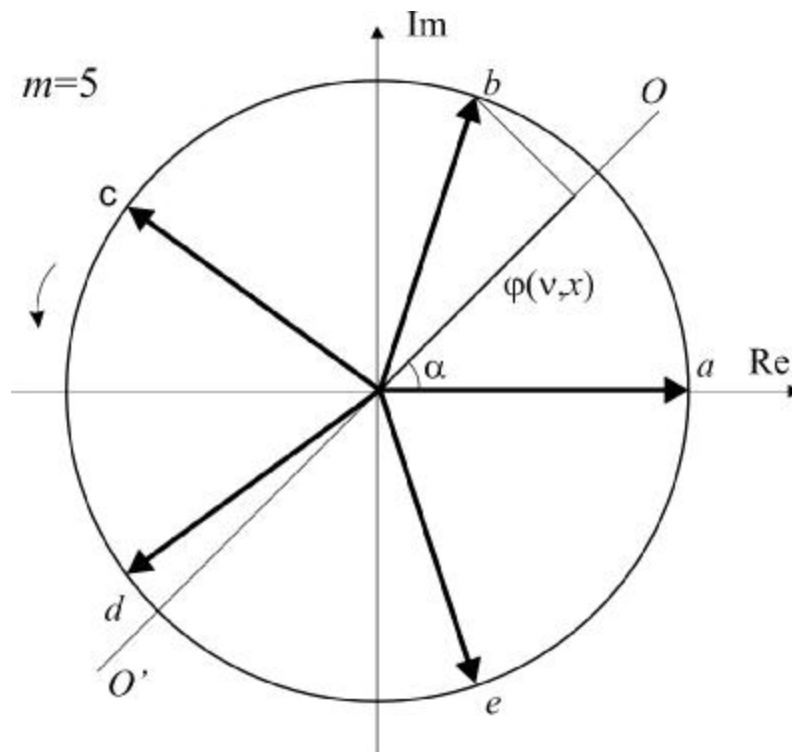


Рис. 6.1. Геометрична інтерпретація базисних функцій СКІ-перетворення

Для описання положення вектора базисної функції СКІ-перетворення необхідне одне дійсне число $j(n,x)$, що дорівнює проекції вектора довжиною $\sqrt{2}$, що обертається, на вісь OO' (див. рис.6.1).

6.1.2. Орієнтація вісі перетворення.

Орієнтація перетворення Хартлі. Вектор базисної функції перетворення Хартлі займає N дискретних положень на комплексній площині, яким відповідають кути $\alpha = \frac{2pi}{N}, i = \overline{1, N-1}$. Результуючий вектор, що відповідає значенням дискретної функції, що перетворюється, також займає кінцеву кількість положень.

Для вибору кута орієнтації необхідно виконання двох умов. Першою умовою є узгодження положень вектора базисних функцій з результуючим вектором дискретної функції, для чого значення інтервалу N обирається рівним або кратним кількості положень дискретної функції, що перетворюється.

Другою умовою є вибір кута нахилу вісі перетворення $a = \frac{2pi}{N}$, який для зменшення трудомісткості обчислень повинен співпадати з одним із можливих положень початкової функції. При виконанні цих умов базисні функції прямого та зворотного орієнтованого перетворення Хартлі набувають вигляду:

$$j_d(n, x)_{\text{Хартлі орієнт}} = \cos\left(\frac{2pnx}{N}\right) + A \sin\left(\frac{2pnx}{N}\right),$$

$$j_r(n, x)_{\text{Хартлі орієнт}} = \cos\left(\frac{2pnx}{N}\right) + \frac{1}{A} \sin\left(\frac{2pnx}{N}\right),$$

де $A = \operatorname{tg} a$.

На використання наведених формул накладаються наступні обмеження:

$$a \neq \begin{cases} \frac{p}{2} + pk \\ pk \end{cases}, k = 0, 1, 2, \dots$$

Використання орієнтованого перетворення зменшує трудомісткість та необхідний обсяг пам'яті для зберігання коефіцієнтів перетворення, оскільки кількість K різних значень базисних функцій (без урахування знаку) для традиційного перетворення Хартлі складає N , а для орієнтованого –

$$K = \begin{cases} \frac{N}{2}, N = 2i \\ \frac{N+1}{2}, N = 2i+1 \end{cases}, i = 1, 2, \dots$$

Наприклад, елементи матриці \mathbf{F}_d прямого орієнтованого перетворення Хартлі на інтервалі $N=9$ з кутом вісі $a = \frac{2p}{3}$ приймають значення: (1.00, -0.35, -

1.53,-2.00,1.88), а елементи матриці \mathbf{F}_r зворотного перетворення – ($\pm 0.00, \pm 1.00, \pm 0.39, \pm 0.74, \pm 1.14$), тобто матриці містять $\frac{N+1}{2}=5$ різних значень, причому матриця \mathbf{F}_d містить три дробових числа, 1 та 2, а матриця \mathbf{F}_r - три додатних/від'ємних дробових числа, 0 та ± 1 .

Орієнтація вісі СКІ-перетворення виконується аналогічним чином, як для перетворення Хартлі, та призводить до перетворення функції, що визначена на кінцевому інтервалі, в орієнтованому базисі – ОБ-перетворення [52]. При цьому вісь перетворення орієнтується на кут $a = \frac{2pk}{m}$, $k = \overline{1, m-1}$, де m – просте число.

Пряме ОБ-перетворення має вигляд:

$$Y(n) = \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot j_d(n, x), \quad (6.2)$$

де $Y(n)$ - ОБ-зображення оригіналу, $x = \sum_{s=1}^n x^{(s)} m^{(n-s)}$, $v = \sum_{s=1}^n v^{(s)} m^{(n-s)}$, $x, n = 0, 1, \dots, N-1$;

$$j_d(n, x) = \cos \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n n^{(s)} x^{(s)} \right] + A \sin \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n n^{(s)} x^{(s)} \right] - \quad (6.3)$$

базисні функції прямого перетворення; $y(x)$ – решіткова функція, задана на кінцевій множині точок N ; $A = \operatorname{tg} a$.

Зворотне перетворення обирається з умови ортогональності матриць прямого і зворотного перетворень та описується виразом:

$$y(x) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} Y(n) \cdot j_r(n, x), \quad (6.4)$$

$$\text{де } j_r(n, x) = \cos \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n n^{(s)} x^{(s)} \right] + \frac{1}{A} \sin \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n n^{(s)} x^{(s)} \right] - \quad (6.5)$$

базисні функції зворотного перетворення.

При $A=1$ функції прямого перетворення збігаються з функціями зворотного перетворення, а ОБ-перетворення збігається із СКІ-перетворенням [52,56].

З умови ортогональності матриць \mathbf{F}_d та \mathbf{F}_r витікає, що по аналогії з наведеним перетворенням в орієнтованому базисі (назвемо його ОБ1), можна навести перетворення, в якому матриці \mathbf{F}_d та \mathbf{F}_r помінялися місцями (назвемо його ОБ2). Основні формули ОБ1 та ОБ2 наведено у табл. 6.1, з якої видно, що для ОБ2 має місце заміна матриць перетворення – матриця прямого ОБ1 перетворення стає зворотною для ОБ2 перетворення і навпаки.

Основні формули перетворень в орієнтованому базисі

	Перетворення ОБ1	Перетворення ОБ2
Оригінал	$y(x) = \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) \cdot j_r(n, x)$	$y(x) = \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(2)}(n) \cdot j_d(n, x),$
Зображення	$Y^{(1)}(n) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot j_d(n, x)$	$Y^{(2)}(n) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot j_r(n, x)$
Базисні функції прямого перетворення	$j_d(n, x), (6.3)$	$j_r(n, x), (6.5)$
Базисні функції зворотного перетворення	$j_r(n, x), (6.5)$	$j_d(n, x), (6.3)$

В подальшому, якщо не буде вказано інше, під терміном „ОБ-перетворення” будемо розуміти перетворення ОБ1. Враховуючи, що зміна $i = \overline{1, m-1}$ призводить до $m-1$ значення кута a , а формули прямого і зворотного перетворень можуть мінятися місцями (перетворення ОБ1 та ОБ2 [57]), кількість можливих орієнтованих перетворень складає $2(m-1)$.

В залежності від типу задачі, форми сигналів, які обробляються, можна користуватися тим чи іншим варіантом перетворення, що забезпечує більшу гнучкість при побудові алгоритмів керування.

Покажемо, що при виборі значень $m=3$, $n=2$ (довжина інтервалу $N=3^2$) операції множення в орієнтованому базисі повністю виключаються. Кількість можливих перетворень на інтервалі $N=3^2$ складає $2(m-1)=4$. При куті $a = \frac{2p}{3}$

утворюються перетворення ОБ1 та ОБ2 (див. табл.6.1), а при куті $a = \frac{4p}{3}$ -

перетворення ОБ3 та ОБ4. Запишемо функції перетворень ОБ1 та ОБ2 у вигляді квадратних матриць розмірністю 9×9 , в яких кожний рядок являє собою базисну функцію $j_{d \text{ ОБ1}}(n, x) = j_{r \text{ ОБ2}}(n, x)$ та $j_{r \text{ ОБ1}}(n, x) = j_{d \text{ ОБ2}}(n, x)$ відповідно, причому n є номером дискретної базисної функції і номером рядка, а x - аргументом функції і номером колонки:

$$\mathbf{F}_{d^3 \text{ ОБ1}} = \mathbf{F}_{r^3 \text{ ОБ2}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.6)$$

$$\mathbf{F}_{r^3 \text{ ОБ1}} = \mathbf{F}_{d^3 \text{ ОБ2}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.7)$$

Матриці значень базисних функцій перетворень ОБ3 та ОБ4 на тому ж інтервалі мають вигляд:

$$\mathbf{F}_{d^3 \text{ ОБ3}} = \mathbf{F}_{r^3 \text{ ОБ4}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad (6.8)$$

$$\mathbf{F}_{r 3^2 \text{ ОБЗ}} = \mathbf{F}_{d 3^2 \text{ ОБ4}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (6.9)$$

Отже, на інтервалі $N=3^2$ базисні функції перетворень ОБ1-ОБ4 приймають значення 0, +1, -1, -2, тому обчислення прямого та зворотного перетворень виконуються лише за допомогою операцій додавання, віднімання та зсуву ліворуч (множення на 2), що значно спрощує обчислення та підвищує швидкість обробки даних.

Обмеження значень кутів у наведених способах орієнтації перетворень Хартлі та СКІ призводять до неможливості співпадання вісі перетворення з координатними осями, що характерно для багатьох реальних систем. Тому доцільно розглянути можливість подальшої орієнтації на основі оперування з спектральними перетвореннями функцій комплексного аргументу, до яких відносяться перетворення Фур'є та Віленкіна-Крестенсона. Якщо орієнтація перетворень з дійсними аргументами проводилася шляхом зміни положення вісі перетворень, то для перетворень з комплексним аргументом застосовується орієнтація комплексної системи координат.

6.1.3. Орієнтація системи координат

Орієнтація перетворення Фур'є передбачає введення додаткової складової до аргументу дискретної експоненційної функції, що відповідає повороту системи координат на певний кут $y(t)$:

$$j_{\text{Фур'є орієнт}}(k, x) = e^{j\left(\frac{2p}{N}kx + y(x)\right)},$$

де функція $y(t)$ відображує закон зміни результуючого вектора функції у часі. В частковому випадку при лінійному законі $y(t) = k\Omega t$ базисні функції модифікованого перетворення співпадають з базисними функціями подвійного перетворення Фур'є [117].

Орієнтація перетворення Віленкіна-Крестенсона виконується аналогічним чином, як для перетворення Фур'є. При цьому базисні функції набувають вигляду:

$$\mathbf{j}_{\text{ВКФ орієнт}}(\mathbf{w}, t) = e^{j \left(\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n k^{(s)} x^{(s)} + y(x^{(s)}) \right)}$$

Такий спосіб орієнтації дає можливість отримати ортогональну систему, яка орієнтується на положення вектора початкової функції на кожному кроці.

Таким чином, орієнтація спектральних перетворень відбувається двома способами – зміною кута нахилу вісі перетворення для базисних функцій з дійсним аргументом, та зміною кута повороту системи координат для функцій з комплексним аргументом.

6.2. Властивості ОБ-перетворення у часовій та спектральній областях

6.2.1. Властивості базисних функцій. Базисні функції $\mathbf{j}_d(\mathbf{n}, x)$ та $\mathbf{j}_r(\mathbf{n}, x)$ ОБ-перетворення, визначені виразами (6.3) та (6.5), приймають m різних значень на інтервалі N :

– функція $\mathbf{j}_d(\mathbf{n}, x): \{a_{d0}, a_{d1}, \dots, a_{d m-1}\}$,

де $a_{d0}=0, a_{d1}=\cos(2\pi/m)+A\sin(2\pi/m), \dots, a_{d m-1}=\cos((m-1)2\pi/m)+A\sin((m-1)2\pi/m)$,

– функція $\mathbf{j}_r(\mathbf{n}, x): \{a_{r0}, a_{r1}, \dots, a_{r m-1}\}$,

де $a_{r0}=0, a_{r1}=\cos(2\pi/m)+(1/A)\sin(2\pi/m), \dots, a_{r m-1}=\cos((m-1)2\pi/m)+(1/A)\sin((m-1)2\pi/m)$.

Наведемо основні властивості базисних функцій, доведення яких наведено у Додатку 3:

1. *Рівноправність змінних \mathbf{n} і x .* Функції $\mathbf{j}_d(\mathbf{n}, x)$ та $\mathbf{j}_r(\mathbf{n}, x)$ рівноправні щодо змінних \mathbf{n} і x , а матриці базисних функцій $\mathbf{F}_{m^n}^d$ та $\mathbf{F}_{m^n}^r$ симетричні щодо головної діагоналі.

2. *Періодичність функцій.* Функції $\mathbf{j}_d(\mathbf{n}, x)$ та $\mathbf{j}_r(\mathbf{n}, x)$ - періодичні з періодом $N=m^n$, тобто справедлива рівність¹

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{j}(\mathbf{n}, x+N) &= \mathbf{j}(\mathbf{n}, x), \\ \mathbf{j}(\mathbf{n}+N, x) &= \mathbf{j}(\mathbf{n}, x). \end{aligned} \right\}$$

¹ Тут і надалі, якщо не вказано інше, запис $\mathbf{j}(\mathbf{n}, x)$ означає, що описані властивості характерні як для

$\mathbf{j}_d(\mathbf{n}, x)$, так і для $\mathbf{j}_r(\mathbf{n}, x)$.

3. Базисні функції становлять абелеву групу. Системи базисних функцій прямого $\varphi_d(v, x)$ і зворотного $j_r(n, x)$ перетворень являють собою абелеві групи з груповими операціями „пряма основна дія” \mathbf{o}_d :

$$j_d(a \oplus_m b, x) = j_d(a, x) \mathbf{o}_d j_d(b, x) = \frac{1}{a} [(a-1)j_d(n, a)j_d(n, b) + j_d(n, a)j_d(n, q_m b) + j_d(n, q_m a)j_d(n, b) - j_d(n, q_m a)j_d(n, q_m b)], \quad a = 4 \sin^2\left(\frac{2p}{m}\right), \quad (6.10)$$

та „зворотна основна дія” \mathbf{o}_k :

$$j_r(a \oplus_m b, x) = j_r(a, x) \mathbf{o}_r j_r(b, x) = \frac{1}{k_r} [(k_r-1)j_r(n, a)j_r(n, b) + j_r(n, a)j_r(n, q_m b) + j_r(n, q_m a)j_r(n, b) - j_r(n, q_m a)j_r(n, q_m b)], \quad k_r = 4 \cos^2\left(\frac{2p}{m}\right) \quad (6.11)$$

де \oplus_m - операція m -зсуву, $\theta \alpha$ - число, m -ічно протилежне α [59,60,133].

В частковому випадку при $m=3$ вирази (6.10) та (6.11) набувають вигляду:

$$j_d(n, a \oplus_m b) = \frac{1}{3} [2j_d(n, a)j_d(n, b) + j_d(n, a)j_d(n, q_m b) + j_d(n, q_m a)j_d(n, b) - j_d(n, q_m a)j_d(n, q_m b)] \quad (6.12)$$

і

$$j_r(n, a \oplus_m b) = [j_r(n, a)j_r(n, q_m b) + j_r(n, q_m a)j_r(n, b) - j_r(n, q_m a)j_r(n, q_m b)]. \quad (6.13)$$

За аналогією для змінних x і n :

$$j_d(n, x_1 \oplus_m x_2) = j_d(n, x_1) \mathbf{o}_d j_d(n, x_2) \quad (6.14)$$

$$j_r(n, x_1 \oplus_m x_2) = j_r(n, x_1) \mathbf{o}_r j_r(n, x_2) . \quad (6.15)$$

Таким чином, операції \mathbf{o}_d та \mathbf{o}_r дозволяють виразити одну з базисних функцій через дві будь-які інші функції.

В окремому випадку, коли $a \oplus_m b = 0$, результат операції "прямой" та зворотної основної дії" дорівнює одиниці. В цьому випадку функція $j(b, x)$ є зворотною для функції $\varphi(\alpha, x)$, тоді як число b є m -ічно протилежним числу a :

$$b = q_m a = \sum_{s=1}^n \bar{q}_m^{(s)} m^{n-s} .$$

Функцію, зворотну до $j(n, x)$, можна представити у вигляді:

$$j(n, q_m x), \quad \text{де } q_m x = \sum_{s=1}^n \bar{q}_m^{(s)} m^{n-s} \quad (6.16)$$

чи

$$j(q_m n, x), \quad \text{де } q_m n = \sum_{s=1}^n \bar{q}_m^{(s)} m^{n-s} \quad (6.17)$$

в залежності від того, який з аргументів (n чи x) функції $j(n, x)$ буде зворотним.

Для введених операцій « $\mathbf{0}_d$ » та « $\mathbf{0}_r$ » і елементів (базисних функцій) виконуються усі властивості абелевої групи.

4. *Рівність нулю середнього значення.* Для усіх $n \neq 0$ функції $\varphi_d(v, x)$ та $\varphi_r(v, x)$ мають нульові середні значення:

$$\sum_{x=0}^{N-1} j_d(n, x) = 0. \quad (6.18)$$

5. *Ортогональність на інтервалі N .* Система базисних функцій $j_d(a, x)$ ортогональна $j_r(a, x)$, на інтервалі визначення N , тобто:

$$\sum_{x=0}^{N-1} j_d(a, x) j_r(b, x) = \begin{cases} 0, & a \neq b \\ N, & a = b \end{cases} . \quad (6.19)$$

Ця властивість може бути записана також у матричному вигляді:

$$\mathbf{F}_{dm^N} \cdot \mathbf{F}_{rm^N} = N \cdot \mathbf{I}, \quad (6.20)$$

де \mathbf{I} – одинична матриця.

6. *Повнота системи.* Система базисних функцій ОБ-перетворення є повною.

7. *Окремі випадки базисних функцій* зведено у табл.6.2.

Таблиця 6.2

Часткові випадки базисних функцій ОБ-перетворення

Умова	Співпаданння з функціями інших перетворень
$A=1$	Функції прямого перетворення співпадають з функціями зворотного перетворення $j_d(n, x) = j_r(n, x)$ і є функціями СКІ-перетворенням
$m=2$ $A=1$	Функції ОБ-перетворення співпадають з функціями перетворенням Уолша, упорядкованими за Адамаром: $j(n, x) = (-1)^{\sum_{s=1}^n x^{(s)} n^{(s)}} .$
$n=1$ $A=1$	Аргументи функцій $j_d(n, x) = j_r(n, x)$ - десяткові дійсні числа, базисні функції збігаються з функціями Хартлі

6.2.2. Рекурентні матричні форми базисних функцій. Знаходження базисних функцій ОБ-перетворення безпосередньо по формулам (6.3) та (6.5) незручно в зв'язку з необхідністю представлення чисел n і x у m -ічній системі числення. Виведемо рекурентні матричні формули для визначення функцій ОБ-перетворення на інтервалі $N=m^n$, що дозволить визначити матрицю базисних функцій на інтервалі $N=m^n$ по відомій матриці на інтервалі $N' = m^{n-1}$.

Перші матриці рекурентного ряду (для $N=m$) обчислюються безпосередньо за формулами:

$$F_{dm} = |\varphi_d(v, x)| = |F_d[\frac{2p}{m} (v \otimes_m x)]|, \tag{6.21}$$

$$F_{rm} = |\varphi_r(v, x)| = |F_r[\frac{2p}{m} (v \otimes_m x)]|, \tag{6.22}$$

де \otimes_m - знак модулярного множення за модулем m .

Продемонструємо процес знаходження матриць F_d за рекурентними формулами на прикладі прямого перетворення. Для матриць функцій зворотного перетворення F_r це виконується аналогічно. Матриця F_{dm} розмірністю $m \times m$ має вигляд:

$$F_{dm} = |F_d[\frac{2p}{m}(n \otimes_m x)]| = \begin{matrix} & & & \xrightarrow{x} & & \\ n^{-} & \left| \begin{array}{ccccc} a_{d0} & a_{d0} & a_{d0} & \dots & a_{d0} \\ a_{d0} & a_{d1} & a_{d2} & \dots & a_{d\ m-1} \\ a_{d0} & a_{d2} & a_{d4} & \dots & a_{d\ m-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{d0} & a_{d\ m-1} & a_{d\ m-2} & \dots & a_{d1} \end{array} \right| & \cdot & \end{matrix} \tag{6.23}$$

Знайдемо вираз для матриці \mathbf{F}_{m^n} при $N=m^n$ через відому матрицю $\mathbf{F}_{d m^{n-1}}$.

Для цього представимо множник $\sum_{s=1}^n n^{(s)} x^{(s)}$ аргументу базисних функцій матриці $\mathbf{F}_{d m^n}$ у вигляді:

$$k = \sum_{s=1}^n n^{(s)} x^{(s)} = i \oplus_m j, \quad (6.24)$$

$$\text{де } i = \sum_{s=2}^n n^{(s)} x^{(s)} = n^{(2)} \otimes_m x^{(2)} \oplus_m n^{(3)} \otimes_m x^{(3)} \oplus_m \dots \oplus_m n^{(n)} \otimes_m x^{(n)} \quad (6.25)$$

$$j = n^{(1)} \otimes_m x^{(1)}, \quad (6.26)$$

$n^{(1)}, x^{(1)}$ і $n^{(n)}, x^{(n)}$ - відповідно старші і молодші розряди в m -ічному представленні чисел n і x .

Вираз (6.25) визначає індекс i для значень $a_{d i}$ базисних функцій ОБ-перетворення, що складають матрицю базисних функцій $\mathbf{F}_{d m^{n-1}}$, кожна з яких визначена на інтервалі $N=m^{n-1}$. Вираз (6.26) визначає індекс j для елементів $a_{d j}$ матриці $\mathbf{F}_{d m^n}$. Позначимо через $\mathbf{F}_{d m^{n-1} \oplus_m j}$ матрицю, всі елементи якої визначаються як $a_{d i \oplus_m j}$, де $a_{d i}$ - елементи матриці $\mathbf{F}_{d m^{n-1}}$. При цьому операція додавання за модулем m здійснюється над індексами елементів матриці. Відмітимо, що j у виразі (6.26) визначається так само, як і індекси елементів $a_{d i}$ ($i=0,1,\dots,m-1$) матриці $\mathbf{F}_{d m^{n-1}}$ у виразі (6.23).

Тоді, замінивши у виразі (6.23) елемент $a_{d i}$ на матрицю $\mathbf{F}_{d m^{n-1} \oplus_m j}$, одержимо загальний вираз для обчислення базисних функцій ОБ-перетворення у матричному вигляді за рекурентною формулою:

$$\mathbf{F}_{d m^n} = \begin{vmatrix} \mathbf{F}_{d m^{n-1}} & \mathbf{F}_{d m^{n-1}} & \dots & \mathbf{F}_{d m^{n-1}} \\ \mathbf{F}_{d m^{n-1}} & \mathbf{F}_{d m^{n-1} \oplus_m 1} & \dots & \mathbf{F}_{d m^{n-1} \oplus_m m-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{F}_{d m^{n-1}} & \mathbf{F}_{d m^{n-1} \oplus_m m-1} & \dots & \mathbf{F}_{d m^{n-1} \oplus_m 1} \end{vmatrix}. \quad (6.27)$$

Відзначимо, що рекурентна формула (6.27) справедлива для будь-якого числа m , у тому числі і складового. Матриця $\mathbf{F}_{r m^n}$ визначається аналогічно.

6.2.3. Теорема спектрального аналізу. Для ОБ-перетворення, так само, як і для інших спектральних перетворень, виконуються теореми спектрального аналізу [131]. Доведення теорем спектрального аналізу наведено у Додатку 3.

Теорема лінійності. ОБ-перетворення є лінійним.

Нехай $y_1(x)$ і $y_2(x)$ - функції змінної x , а $Y_1(n)$ і $Y_2(n)$ - їх зображення, тобто $y_1(x) \overset{\text{ОБ}}{\longleftrightarrow} Y_1(n)$, $y_2(x) \overset{\text{ОБ}}{\longleftrightarrow} Y_2(n)$. Тоді

$$I_1 y_1(x) + I_2 y_2(x) \overset{\text{ОБ}}{\longleftrightarrow} I_1 Y_1(n) + I_2 Y_2(n) , \quad (6.28)$$

де λ_1 і λ_2 - довільні дійсні числа.

Теорема взаємності. Якщо деяка операція Q над функцією $y(x)$ рівносильна іншій операції R над її спектром

$$Q[y(x)] \overset{\text{ОБ}}{\longleftrightarrow} R[Y(n)] , \quad (6.29)$$

то

$$Q[Y(n)] \overset{\text{ОБ}}{\longleftrightarrow} R\left[\frac{1}{N} y(x)\right] \quad (6.30)$$

Теорема про дзеркальне зображення. ОБ-спектр функції $y(\underset{m}{q} x)$ дорівнює $Y(\underset{m}{q} v)$, тобто

$$y(\underset{m}{q} x) \overset{\text{ОБ}}{\longleftrightarrow} Y(\underset{m}{q} v) . \quad (6.31)$$

Теорема запізнення. Спектр функції, що зазнала m -зсув на величину t , дорівнює результату операції «пряма основна дія» над спектром вихідної функції і базисної функції ОБ1-перетворення $j_d(n, t)$:

$$Y_t(n) = Y(n) \underset{d}{j}_d(n, t) . \quad (6.32)$$

Теорема запізнення для m -парних та m -непарних функцій. Якщо функція $y_e(x) \overset{\text{ОБ}}{\longleftrightarrow} Y_E(v)$ m -парна, то спектр $Y_{E, \tau}(v)$ m -парної функції $y_e(\underset{m}{xq} \tau)$, що зазнала зсуву на величину τ , визначається виразом:

$$Y_{E, \tau}(n) = Y_E(n) \underset{d}{j}_d(n, \tau) . \quad (6.33)$$

Якщо функція $y_o(x) \overset{\text{ОБ}}{\longleftrightarrow} Y_o(n)$ m -непарна, то спектр $Y_{o, \tau}(n)$ m -непарної функції $y_o(\underset{m}{xq} \tau)$, що зазнала зсуву на величину τ , визначається виразом:

$$Y_{Ot}(n) = Y_O(n) \frac{1}{k_d} \left[(k_d - 2) j_d(n, t) + 2 j_d(n, q t) \right].$$

Теорема зсуву. Якщо відомі дві взаємно однозначні функції $y(x) \mathcal{O} Y(v)$, то оригінал функції $Y(v q q)$, яка зазнала m -зсув на величину q , дорівнює результату операції “пряма основна дія” над функцією $y(x)$ та базисною функцією $\phi_r(q, x)$:

$$\begin{aligned} Y_q(x) &= Y(n q q), \\ y_q(x) &= y(x) \mathbf{o} \phi_r(q, x). \end{aligned} \quad (6.34)$$

Теорема згортки. Спектр m -згортки двох функцій дорівнює

$$\begin{aligned} Y_{зr}^{(1)} &= \frac{N}{k_r} \left[(k_r - 1) \cdot Y_1^{(2)}(q n) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(q n) - Y_1^{(2)}(q n) \cdot Y_2^{(1)}(q n) \right], \\ Y_{зr}^{(2)} &= \frac{N}{k_d} \left[(k_d - 1) \cdot Y_1^{(1)}(q n) \cdot Y_2^{(2)}(n) + Y_1^{(1)}(n) \cdot Y_2^{(2)}(n) + Y_1^{(1)}(n) \cdot Y_2^{(2)}(q n) - Y_1^{(1)}(q n) \cdot Y_2^{(2)}(q n) \right], \end{aligned} \quad (6.35)$$

де верхні індекси означають спектри функцій $Y_1^{(1)}(n), Y_2^{(1)}(n)$ та $Y_1^{(2)}(n), Y_2^{(2)}(n)$ для перетворень ОБ1 та ОБ2 відповідно.

Оригінал згортки визначається виразом:

$$y_1(x) \underset{m}{*} y_2(x) = \sum_{t=0}^x y_1(t) \cdot y_2(x q t) = \sum_{n=0}^{N-1} Y_{зr}^{(1)}(n) j_r(n, x). \quad (6.36)$$

або

$$y_1(x) \underset{m}{*} y_2(x) = \sum_{n=0}^{N-1} Y_{зr}^{(2)}(n) j_d(n, x). \quad (6.37)$$

Теорема про спектр різниці. Для дискретних функцій, які задані на кінцевих інтервалах, аналогом похідної неперервної функції є перша m -різниця:

$$y_{\Delta m}(x) = y(x) - y(x q 1). \quad (6.38)$$

Спектр першої m -різниці дискретної функції $y(x) \mathcal{O} Y(n)$ визначається виразом:

$$Y_{\Delta m}(n) = Y(n) - Y(n) \mathbf{o} j_d(n, 1). \quad (6.39)$$

Теорема про спектр суми. Сума відліків дискретної функції є аналогом інтегралу від неперервної функції:

$$y_c(x) = y(x) + \sum_{t=0}^{xJ1} y(t) + c, \quad (6.40)$$

де c - постійна інтегрування.

Спектр суми дискретної функції $y_c(x)$ визначається виразом:

$$Y_c(n) = \frac{Y(n) \mathcal{O}[1 - j_d(n, q1)]}{\frac{1}{k_d} \cdot [j_d(n, q1) - j_d(n, 1)]^2 + [j_d(n, 1) - 1] \cdot [j_d(n, q1) - 1]}. \quad (6.41)$$

Рівність Парсеваля. Потужність дискретного сигналу дорівнює сумі квадратів відліків його ОБ-спектру:

$$P = (1/N) \sum_{x=0}^{N-1} |y(x)|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} |Y(n)|^2,$$

а енергія сигналу визначається як:

$$E = \sum_{x=0}^{N-1} |y(x)|^2 = N \sum_{n=0}^{N-1} |Y(n)|^2.$$

Можливість додавання квадратів відліків спектра витікає з ортогональності базисних функцій ОБ-перетворення.

Спектр потужності та енергетичний спектр дискретного сигналу у базисі функцій ОБ-перетворення визначаються відповідно виразами:

$$P(n) = |Y(n)|^2; \quad E(n) = NP(n) = N|Y(n)|^2.$$

Спектр автокореляційної функції. $B(t) = \sum_{x=0}^{N-1} y(x) y(xq t).$

ОБ-спектр автокореляційної функції дорівнює:

$$B(t) \mathcal{O} (N/2) [Y^2(n) + Y^2(q n)].$$

Теорема про спектр добутку. Спектр $Y_{II}(n)$ добутку двох дискретних функцій $y_1(x) \cdot y_2(x)$ визначається виразом:

$$Y_{II}(n) = (1/k_d) \cdot [Y_1(n) * Y_2(n) + Y_1(qn) * Y_2(n) + Y_1(n) * Y_2(qn) - Y_1(qn) * Y_2(qn)].$$

Теореми розтягування та подовження.

Перша теорема розтягування. При розтягуванні функції

$$y(x) = \{a, b, c, \dots\} \text{ } \mathcal{O} \text{ } Y(v) = \{\alpha, \beta, \gamma, \dots\}$$

у m^k разів шляхом введення після кожного відліку m^k-1 нульових значень її спектр $Y_k(n) \text{ } \mathcal{O} \text{ } y_k(x)$ буде повторювати m^k разів значення спектра вихідного сигналу, зменшені по амплітуді в m^k разів:

$$y(x) = \{a, b, c, \dots\} \text{ } \mathcal{O} \text{ } Y(n) = \{a, b, g, \dots\};$$

$$y_k(x) = \{ \underbrace{a, 0, 0, \dots, 0}_{m^k-1 \text{ разів}}, \underbrace{b, 0, 0, \dots, 0}_{m^k-1 \text{ разів}}, \underbrace{c, 0, 0, \dots, 0}_{m^k-1 \text{ разів}} \} \quad (6.42)$$

$$Y_k(n) = 1/m^k \{ \underbrace{\alpha, \alpha, \dots, \alpha}_{m^k-1 \text{ разів}}, \underbrace{\beta, \beta, \dots, \beta}_{m^k-1 \text{ разів}}, \underbrace{\gamma, \gamma, \dots, \gamma}_{m^k-1 \text{ разів}} \},$$

де \mathcal{O} – символ відповідності оригіналу і спектру функції.

Перша теорема подовження. При подовженні функції

$$y(x) = \{a, b, c, \dots\} \text{ } \mathcal{O} \text{ } Y(v) = \{\alpha, \beta, \gamma, \dots\},$$

визначеної на інтервалі N , шляхом доповнення її праворуч $N_k - N = m^{n+k} - m^n = m^n(m^k - 1)$ нулями, спектр $Y_k(n)$ отриманої функції $y_k(x)$ складається з періодично повторюваних m^k разів вихідних спектрів, зменшених по амплітуді в m^k разів:

$$y(x) = \{a, b, c, \dots, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{m^n(m^k-1) \text{ разів}}\}; \quad (6.43)$$

$$Y(n) = 1/m^k \{ \underbrace{\alpha, \beta, \gamma, \dots, \alpha, \beta, \gamma, \dots, \alpha, \beta, \gamma, \dots}_{m^k \text{ разів}} \}.$$

Друга теорема розтягування. При розтягуванні функції

$$y(x) = \{a, b, c, \dots\} \text{ } \mathcal{O} \text{ } Y(v) = \{\alpha, \beta, \gamma, \dots\}$$

шляхом повторення кожного відліку m^k разів спектр $Y_k(v)$ перетвореної функції $y_k(x)$ містить після кожного відліку вихідного спектру m^k-1 нульових відліків:

$$y_k(x) = \{ \underbrace{a, a, \dots, a}_{m^k \text{ разів}}, \underbrace{b, b, \dots, b}_{m^k \text{ разів}}, \underbrace{c, c, \dots, c}_{m^k \text{ разів}} \} \quad (6.44)$$

$$Y_k(n) = \{ \underbrace{\alpha, 0, 0, \dots, 0}_{m^k-1 \text{ разів}}, \underbrace{\beta, 0, 0, \dots, 0}_{m^k-1 \text{ разів}}, \underbrace{\gamma, 0, 0, \dots, 0}_{m^k-1 \text{ разів}} \} .$$

Друга теорема подовження. При подовженні функції

$$y(x) = \{ a, b, c, \dots \} \circlearrowleft Y(v) = \{ \alpha, \beta, \gamma, \dots \}$$

шляхом періодичного повторення її m^k разів спектр $Y_k(v)$ перетвореної функції $y_k(x)$ доповнюється $N_k - N = (m^k - 1)m^n$ нульовими відліками праворуч:

$$y_k(x) = \{ \underbrace{a, b, c, \dots, a, b, c, \dots, a, b, c, \dots}_{m^k \text{ разів}} \}; \quad (6.45)$$

$$Y_k(v) = \{ \alpha, \beta, \gamma, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{m^n(m^k-1) \text{ разів}} \} .$$

Порівняння теореми спектрального аналізу ОБ-перетворення у з іншими перетвореннями наведено в табл. 6.3, де прийнято наступні позначення: $F(n)$, $V(n)$, $H(n)$, $Y(n)$ - спектри у перетвореннях Фур'є, Віленкіна-Крестенсона, Хартлі, СКІ та ОБ відповідно.

Як видно із табл.6.3, для ОБ-перетворення справедливі усі теореми спектрального аналізу, але найбільш близькі вирази у СКІ-перетворення. На відміну від СКІ, ОБ-перетворення є несиметричним, що відображено у оперуванні з прямими і зворотними функціями та операціями у теоремах зсуву, запізнення, згортки.

Теореми спектрального аналізу перетворень

Теореми спектрального аналізу	Перетворення				
	Фур'є	ВКФ	Хартлі	СКІ	ОБ
Лінійність	+	+	+	+	+
Взаємність операцій	+	+	+	+	+
Теорема дзеркальності $y(-x)$	$F(-v)$	-	$H(\frac{q}{N} v)$	$Y(\frac{\bar{q}}{m} v)$	$Y(\frac{\bar{q}}{m} v)$
Теорема запізнення $Y_t(n)$	$F(v) \cdot \exp(-\frac{2j\pi n t}{N})$	$V(v) \cdot \exp[-j \frac{2\pi}{m} \sum_{s=1}^n n^{(s)} \cdot x^{(s)}]$	$H(n) \cos \frac{2\pi n t}{N} - H(\frac{q}{N} v) \cdot \sin \frac{2\pi n t}{N}$	$Y(v) \circ \varphi(v, \tau)$	$Y(v) \circ_d \varphi_d(v, \tau)$
Теорема зсуву $y_q(x)$	$y(x) \cdot \exp \frac{2j\pi q x}{N}$	$y(x) \cdot y(x) \cdot \exp \frac{j2\pi}{m} \cdot \sum_{s=1}^n q^{(s)} \cdot x^{(s)}$	-	$y(x) \circ \varphi(q, \tau)$	$y(x) \circ_r \varphi_r(q, \tau)$
Спектр різниці	$F(v) \cdot [1 - \exp(-j \frac{2\pi}{N})]$	$V(v) \cdot [1 - \exp(-j \frac{2\pi}{m})]$	-	$Y(v) \circ [1 - \varphi(v, 1)]$	$Y(v) \circ_d [1 - \varphi_d(v, 1)]$

Теорема спектрального аналізу	Перетворення				
	Фур'є	ВКФ	Хартлі	СКІ	ОБ
Спектр суми	$F(v)/[1-\exp(j\frac{2p}{N})]$	$V(v)/\{1-\exp[j\frac{2p}{m}]\}$	-	$Y(v) \circ [1-\varphi(v,m-1)]/[2-\varphi(v,1)-\varphi(v,m-1)]$	$Y(n)_d [1-j_d(n,q_1)]/(\frac{1}{k_d} \cdot [j_d(n,q_1)-j_d(n,1)]^2 + [j_d(n,1)-1] \cdot [j_d(n,q_1)-1])$
Спектр добутку	$F_1(v)*F_2(v)$	$V_1(v) * V_2(v)$ N	$\frac{1}{2}N[H_1(n)_N * H_2(n)_N - H_1(qn)_N * H_2(qn)_N + H_1(n)_N * H_2(qn)_N + H_1(qn)_N * H_2(n)_N]$	$\frac{1}{2}N[Y_1(n)_m * Y_2(n)_m - Y_1(\bar{qn})_m * Y_2(\bar{qn})_m + Y_1(n)_m * Y_2(\bar{qn})_m + Y_1(\bar{qn})_m * Y_2(n)_m]$	$\frac{1}{2}N[Y_1(n)_m * Y_2(n)_m - Y_1(\bar{qn})_m * Y_2(\bar{qn})_m + Y_1(n)_m * Y_2(\bar{qn})_m + Y_1(\bar{qn})_m * Y_2(n)_m]$
Спектр згортки	$NF_1(v) \cdot F_2(v)$	$NV_1(v) \cdot V_2(v)$	$\frac{1}{2}N[H_1(n) \cdot H_2(n) - H_1(qn) \cdot H_2(qn) + H_1(n) \cdot H_2(qn) + H_1(qn) \cdot H_2(n)]$	$NY_1(v) \circ Y_2(v)$	$\frac{N}{k_r} [(k_r - 1) \cdot Y_1^{(2)}(qn) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(qn) - Y_1^{(2)}(qn) \cdot Y_2^{(1)}(qn)]$
Тип згортки	циклічна	<i>m</i> -згортка	циклічна	<i>m</i> -згортка	<i>m</i> -згортка

6.2.4. Передаточна функція та імпульсна характеристика m -кола. У загальному випадку деяке m -коло можна описати наступним m -різницеvim рівнянням [58,133]:

$$\sum_{j=0}^q k_j y(x \underset{m}{q} j) + \sum_{i=0}^r l_i u(x \underset{m}{q} i) = 0, \quad (6.46)$$

де $u(x)$ та $y(x)$ – дискретні функції вхідного впливу та реакції кола відповідно, l_i , k_j – постійні коефіцієнти, $\underset{m}{q}$ – операція віднімання за модулем m багаторозрядних чисел або m -зсув.

Зображення реакції визначається результатом операції «пряма основна дія» $\underset{d}{\circ}$ над спектрами функції вхідного впливу та передаточної функції:

$$Y(n) = U(n) \underset{d}{\circ} H(n). \quad (6.47)$$

Перейдемо до області зображень та скористаємося теоремою запізнення.

$$\sum_{j=1}^q k_j Y(n) \underset{d}{\circ} j(n, j) + \sum_{i=0}^r l_i U(n) \underset{d}{\circ} j(n, i) = 0. \quad (6.48)$$

Введемо наступні позначення:

$$K(n) = \sum_{j=1}^q k_j j(n, j), \quad K(\underset{m}{q} n) = \sum_{j=0}^q k_j j(n, \underset{m}{q} j) = \sum_{j=0}^q k_j j(\underset{m}{q} n, j),$$

$$L(n) = \sum_{i=0}^r l_i j(n, i), \quad L(\underset{m}{q} n) = \sum_{i=0}^r l_i j(n, \underset{m}{q} i) = \sum_{i=0}^r l_i j(\underset{m}{q} n, i).$$

Підставивши вираз (6.47) у (6.48) та розкривши операцію «пряма основна дія» $\underset{d}{\circ}$, знайдемо передаточну функцію $H(n)$:

$$H_{OB}(n) = - \frac{L(n) \underset{d}{\circ} K(\underset{m}{q} n)}{\frac{1}{k_d} [K(n) - K(\underset{m}{q} n)]^2 + (K(n) - 1) (K(\underset{m}{q} n) + 1)}. \quad (6.49)$$

Імпульсна характеристика m -кола визначається за допомогою зворотного ОБ-перетворення над передаточною функцією в області зображень $H(n)$:

$$h(x) = \sum_{i=0}^{N-1} H(n) j(n, x). \quad (6.50)$$

Реакція m -кола також може бути визначена як m -згортка вхідного впливу з імпульсною характеристикою в області оригіналів:

$$y(x) = h(x) *_{\text{m}} u(x). \quad (6.51)$$

Співвідношення (6.50-6.52) дозволяють визначити передаточну функцію, імпульсну характеристику та вихідну реакцію m -кола на вхідний вплив.

6.3. Багатовимірне та узагальнене ОБ-перетворення

Багатовимірне ОБ-перетворення. Введемо поняття багатовимірного ОБ-перетворення функції L змінних x_1, x_2, \dots, x_L , які визначені на інтервалах $N_1 = m_1^{n_1}, N_2 = m_2^{n_2}, \dots, N_L = m_L^{n_L}$ відповідно.

Пряме багатовимірне ОБ-перетворення має вигляд:

$$Y(\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_L) = \frac{1}{N} \sum_{x_1=0}^{N_1-1} \cdot \sum_{x_2=0}^{N_2-1} \cdots \sum_{x_L=0}^{N_L-1} y(x_1, x_2, \dots, x_L) \cdot j_d(\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_L, x_1, \dots, x_L). \quad (6.52)$$

Зворотнє перетворення:

$$y(x_1, \dots, x_L) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \cdot \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \cdots \sum_{n_L=0}^{N_L-1} Y(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_L) \cdot j_r(\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_L, x_1, \dots, x_L). \quad (6.53)$$

Базисні функції багатовимірного ОБ-перетворення визначаються виразами:

$$\begin{aligned} j_d(\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_L, x_1, \dots, x_L) &= \left[\cos \left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} n_1^{(s)} x_1^{(s)} \right) + A_1 \sin \left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} n_1^{(s)} x_1^{(s)} \right) \right] \mathbf{o}_{m_1}^d \\ &\mathbf{o}_{m_1}^d \left[\cos \left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} n_2^{(s)} x_2^{(s)} \right) + A_2 \sin \left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} n_2^{(s)} x_2^{(s)} \right) \right] \mathbf{o}_{m_2}^d \cdots \mathbf{o}_{m_{L-1}}^d \quad ; \quad (6.54) \\ &\mathbf{o}_{m_{L-1}}^d \left[\cos \left(\frac{2p}{m_L} \sum_{s=1}^{n_L} n_L^{(s)} x_L^{(s)} \right) + A_L \sin \left(\frac{2p}{m_L} \sum_{s=1}^{n_L} n_L^{(s)} x_L^{(s)} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
j_r(n_1, \dots, n_L, x_1, \dots, x_L) = & \left[\cos \left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} n_1^{(s)} x_1^{(s)} \right) + \frac{1}{A_1} \sin \left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} n_1^{(s)} x_1^{(s)} \right) \right] \mathbf{0}_{m_1} \\
& \mathbf{0}_{m_1} \left[\cos \left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} n_2^{(s)} x_2^{(s)} \right) + \frac{1}{A_2} \sin \left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} n_2^{(s)} x_2^{(s)} \right) \right] \mathbf{0}_{m_2} \dots \mathbf{0}_{m_{L-1}} \\
& \mathbf{0}_{m_{L-1}} \left[\cos \left(\frac{2p}{m_L} \sum_{s=1}^{n_L} n_L^{(s)} x_L^{(s)} \right) + \frac{1}{A_L} \sin \left(\frac{2p}{m_L} \sum_{s=1}^{n_L} n_L^{(s)} x_L^{(s)} \right) \right]
\end{aligned} \quad (6.55)$$

де $A_i = tg \frac{2p}{m_i}$, $i = \overline{1, L}$, $\mathbf{0}_{m_i}^d$ та $\mathbf{0}_{m_i}^r$ - операції „пряма основна дія” та „зворотна

основна дія”, що виконуються згідно виразів (6.10) та (6.11) при $m = m_i$.

З виразів (6.54), (6.55) та операції m -кронекеровського добутку [58] витікає, що базисні функції $\varphi(n_1, n_2, \dots, n_L, x_1, x_2, \dots, x_L)$ можна представити у матричному вигляді наступним чином:

$$F_N = F_{N_1} \times_{m_1} F_{N_2} \times_{m_2} \dots \times_{m_{L-1}} F_{N_L}, \quad (6.56)$$

де F_{N_i} - матриця базисних функцій одновимірного ОБ-перетворення на інтервал N_i , \times_{m_i} - знак m -кронекеровського добутку матриць при $m = m_i$.

Як приклад знайдемо ОБ-зображення масиву даних розмірністю 4×3 :

$$y(x_1, x_2) = \begin{array}{c} x_1 \rightarrow \\ \left| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right| \downarrow x_2 \end{array} .$$

Матриця базисних функцій двовимірного прямого ОБ-перетворення має вигляд:

$$F_{12d} = F_{4d} \times_{m_1} F_{3d} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} =$$

		$x_2 = 0$				$x_2 = 1$				$x_2 = 2$			
		$x_1 \rightarrow$				$x_1 \rightarrow$				$x_1 \rightarrow$			
		0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3
$n_2 = 0$	n_1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	\downarrow	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
	\downarrow	2	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
	\downarrow	3	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
$n_2 = 1$	n_1	0	1	1	1	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1
	\downarrow	1	1	-1	1	-2	2	-2	2	1	-1	1	-1
	\downarrow	2	1	1	-1	-2	-2	2	2	1	1	-1	-1
	\downarrow	3	1	-1	-1	-2	2	2	-2	1	-1	-1	1
$n_2 = 2$	n_1	0	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2
	\downarrow	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-2	2	-2	2
	\downarrow	2	1	1	-1	1	1	-1	-1	-2	-2	2	2
	\downarrow	3	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-2	2	2	-2

Базисні функції для цього випадку є двовимірними симетричними функціями, тобто залишаються незмінними при зміні місць n_1, n_2 та x_1, x_2 .

В результаті прямого ОБ-перетворення отримаємо:

$$Y(n_1, n_2) = \frac{1}{12} \cdot \begin{vmatrix} 10 & -4 & -8 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 7 & -1 & -5 & -1 \end{vmatrix} \downarrow n_2 \cdot n_1 \rightarrow$$

Матриця двовимірного зворотного ОБ-перетворення має вигляд:

$$F_{12r} = F_{4r} \times_{m_1} F_{3r} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$$

	$x_2 = 0$	$x_2 = 1$	$x_2 = 2$										
	$x_1 \rightarrow$	$x_1 \rightarrow$	$x_1 \rightarrow$										
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	
$n_2 = 0$	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
\downarrow	2	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
	3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
$n_2 = 1$	0	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0
n_1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	0	0	0	0
\downarrow	2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0
	3	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0
$n_2 = 2$	0	1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1
n_1	1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	-1	1	-1	1
\downarrow	2	1	1	-1	-1	0	0	0	0	-1	-1	1	1
	3	1	-1	-1	1	0	0	0	0	-1	1	1	-1

В результаті зворотного ОБ-перетворення отримаємо початковий масив. Вигляд початкової двовимірної функції та її ОБ-зображення наведені на рис. 6.2.

Наявність нульових елементів у матриці двовимірного зворотного перетворення (2/9) а також оперування лише з цілими числами зменшує обсяг обчислень ОБ-перетворення порівняно з СКІ.

Теорема двовимірного ОБ-перетворення наведено у додатку 4.

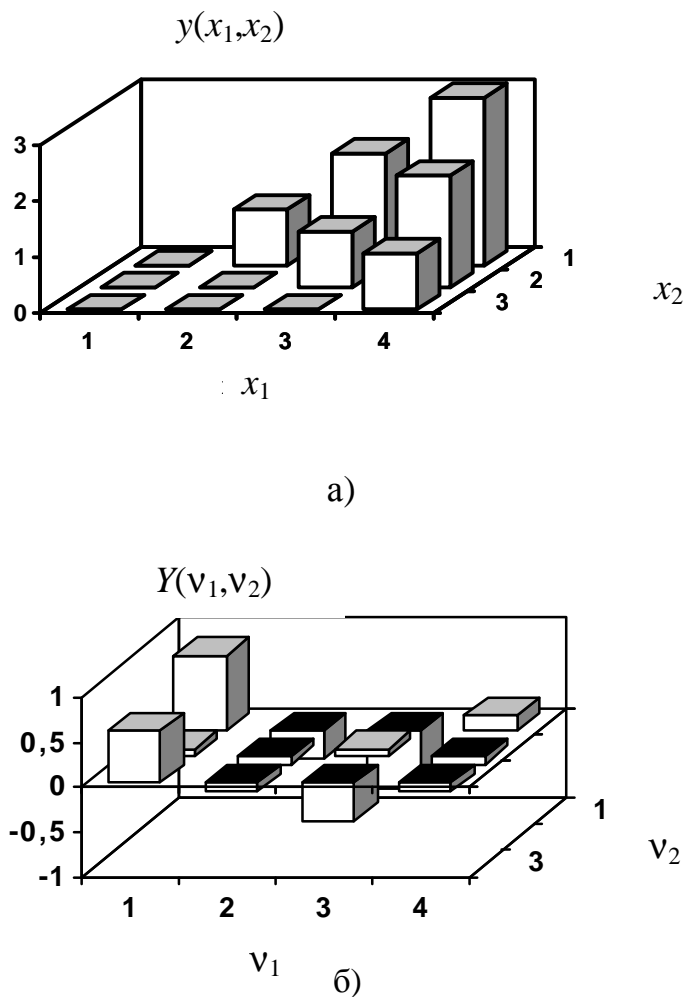


Рис. 6.2. Вигляд двовимірної функції (а) та її ОБ-зображення (б)

Узагальнене ОБ-перетворення усуває обмеження, пов'язане з заданням довжини інтервалу у вигляді $N=m^n$. В узагальненому перетворенні значення N являє собою будь-яке ціле додатне число, яке можна представити у вигляді добутку $N = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_L^{n_L}$, де m_1, m_2, \dots, m_L - прості числа, n_1, n_2, \dots, n_L - довільні цілі числа. Представимо аргументи функції-оригіналу (x) та зображення (v) у змішаній системі числення по модулю $m_i, i = \overline{1, L}$ в i -му розряді [133], де $m_1 = m_1^{n_1}$, $m_2 = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2}$, ..., $m_j = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_j^{n_j}$, ..., $m_L = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_L^{n_L}$.

Тоді аргументи x та n можна представити наступним чином:

$$x = \sum_{i=1}^L x^{(i)} \cdot m_{L-i}, \quad n = \sum_{i=1}^L n^{(i)} \cdot m_{L-i},$$

де

$$0 < x^{(i)} < m_i^{n_i} - 1, \quad 0 < n^{(i)} < m_i^{n_i} - 1.$$

В свою чергу [58,59], розрядні компоненти $x^{(i)}$ та $n^{(i)}$ у змішаній системі числення представляються у вигляді:

$$x^{(i)} = \sum_{s=1}^{n_i} \mathbf{x}^{(i,s)} \cdot \mathbf{m}_i^{n_i-s}, \quad n^{(i)} = \sum_{s=1}^{n_i} n^{(i,s)} \cdot \mathbf{m}_i^{n_i-s},$$

де $\mathbf{x}^{(i,s)}$ та $n^{(i,s)}$ - розрядні компоненти чисел $x^{(i)}$ та $n^{(i)}$ у m_i -ічній системі числення.

Формули для прямого та зворотного узагальненого перетворення в орієнтованому базисі мають вигляд, аналогічний виразам (6.53) та (6.54), але замість L аргументів багатовимірних функцій використовуються L розрядних компонент $x^{(i)}, \dots, x^{(L)}$ та $n^{(i)}, \dots, n^{(L)}$ представлення аргументів x та n у змішаній системі числення. Пряме узагальнене ОБ-перетворення має вигляд:

$$Y(n) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot \mathbf{j}_{d \text{ y3}}(n, x). \quad (6.57)$$

Зворотне перетворення:

$$y(x) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} Y(n) \cdot \mathbf{j}_{r \text{ y3}}(n, x). \quad (6.58)$$

Базисні функції узагальненого ОБ-перетворення визначаються виразами:

$$\mathbf{j}_{d \text{ y3}}(n, x) = \left[\cos \left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} n^{(1,s)} x^{(1,s)} \right) + A_1 \sin \left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} n^{(1,s)} x^{(1,s)} \right) \right] \mathbf{o}_{m_1}^d \left[\cos \left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} n^{(2,s)} x^{(2,s)} \right) + A_2 \sin \left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} n^{(2,s)} x^{(2,s)} \right) \right] \mathbf{o}_{m_2}^d \dots \mathbf{o}_{m_{L-1}}^d ; \quad (6.59)$$

$$\mathbf{o}_{m_{L-1}}^d \left[\cos \left(\frac{2p}{m_L} \sum_{s=1}^{n_L} n^{(L,s)} x^{(L,s)} \right) + A_L \sin \left(\frac{2p}{m_L} \sum_{s=1}^{n_L} n^{(L,s)} x^{(L,s)} \right) \right] \mathbf{j}_{r \text{ y3}}(n, x) = \left[\cos \left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} n^{(1,s)} x^{(1,s)} \right) + \frac{1}{A_1} \sin \left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} n^{(1,s)} x^{(1,s)} \right) \right] \mathbf{o}_{m_1}^r \left[\cos \left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} n^{(2,s)} x^{(2,s)} \right) + \frac{1}{A_2} \sin \left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} n^{(2,s)} x^{(2,s)} \right) \right] \mathbf{o}_{m_2}^r \dots \mathbf{o}_{m_{L-1}}^r , \quad (6.60)$$

$$\mathbf{o}_{m_{L-1}}^r \left[\cos \left(\frac{2p}{m_L} \sum_{s=1}^{n_L} n^{(L,s)} x^{(L,s)} \right) + \frac{1}{A_L} \sin \left(\frac{2p}{m_L} \sum_{s=1}^{n_L} n^{(L,s)} x^{(L,s)} \right) \right]$$

Як приклад розглянемо узагальнене ОБ-перетворення лінійно-наростаючої функції $y(x) = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ на інтервалі $N=6$. Представимо значення N у вигляді добутку $N = \mathbf{m}_1^{n_1} \cdot \mathbf{m}_2^{n_2}$, де $m_1=2, m_2=3, n_1=1, n_2=1$. Розрядні компоненти змінних x та n у змішаній системі числення приймають наступні значення:

$$0 < x^{(1)} < m_1 - 1 = 1, \quad 0 < x^{(2)} < m_2 - 1 = 2$$

та зведені у табл. 6.4.

Таблиця 6.4

Розрядні компоненти змінних x та n у змішаній системі числення		
N	$x^{(1)} (n^{(1)})$	$x^{(2)} (n^{(2)})$
0	0	0
1	1	0
2	0	1
3	1	1
4	0	2
5	1	2

Тоді

$$x = x^{(1)} \mathbf{m}_0 + x^{(2)} \mathbf{m}_1, \quad n = n^{(1)} \mathbf{m}_0 + n^{(2)} \mu_1, \quad \text{где } \mathbf{m}_0 = 1, \quad \mathbf{m}_1 = m_1 = 2.$$

Базисні функції узагальненого ОБ-перетворення мають наступний вигляд:

$$j_{d_{y3}}(n, x) = \cos(p \cdot n^{(1)} x^{(1)}) \mathbf{o}_{\frac{d}{2}} \left[\cos\left(\frac{2p}{3} \cdot n^{(2)} x^{(2)}\right) + tg \frac{2p}{3} \sin\left(\frac{2p}{3} n^{(2)} x^{(2)}\right) \right]. \quad (6.61)$$

Перша складова виразу (6.61) являє собою базисну функцію прямого перетворення в орієнтованому базисі на інтервалі $N=2$ - $j_{2d}(n, x) = \cos(p \cdot n^{(1)} x^{(1)})$, тобто функцію Уолша [133,134], операція $\mathbf{o}_{\frac{d}{2}}$ - операцію множення, а друга складова - базисну функцію прямого ОБ-перетворення на інтервалі $N=3$:

$$j_{3d}(n, x) = \cos(p \cdot n^{(1)} x^{(1)}) \cos\left(\frac{2p}{3} \cdot n^{(2)} x^{(2)}\right) + tg \frac{2p}{3} \sin\left(\frac{2p}{3} n^{(2)} x^{(2)}\right).$$

Тому можна записати вираз (6.61) у наступному вигляді:

$$j_{d_{y3}}(n, x) = j_{2d}(n, x) \cdot j_{3d}(n, x)$$

або у матричній формі запису:

$$F_{6d\ y3} = F_{2d} \times F_{3d} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 & 2 \end{vmatrix}. \quad (6.62)$$

Зображення $Y(n)$, обчислене за формулою (6.57), приймає наступні значення:

$$Y(n) = \{3,5; -0,5; -1,6; 0; -0,4; 0\}.$$

Базисні функції зворотного узагальненого ОБ-перетворення визначаються аналогічним чином:

$$F_{6r\ y3} = F_{2r} \times F_{3r} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}. \quad (6.63)$$

Зворотне перетворення, обчислене за формулою (6.58), дає початкову послідовність $y(x)$.

Узагальнене ОБ-перетворення, зберігаючи всі позитивні властивості звичайного перетворення (мала трудомісткість, наявність цілих чисел; мала кількість значень базисних функцій на інтервалі визначення N ; можливість представлення функції, заданої аналітично або таблично, у вигляді ряду з кінцевим числом членів), розширює інтервал визначення дискретної функції N до довільного числа та усуває обмеження довжини інтервалу визначення виразом $N = m^n$.

6.4. Взаємозв'язок перетворень і трансформація спектрів

Іноді обробку сигналів виконують в одному базисі, а кінцевий результат потрібно представити в іншому. Така ситуація виникає, наприклад, в тих

випадках, коли обробка інформації виконується за допомогою перетворень ОБ, а представлення кінцевого результату - у вигляді складових ряду Фур'є. Тому доцільно розглянути зв'язок між розробленим та іншими типами перетворень.

Взаємозв'язок з перетворенням Хартлі. Базисні функції ОБ-перетворення визначені на інтервалі $N = m^n$, де m і n - позитивні цілі числа. Інтервал N може бути представлений різними наборами значень m та n , наприклад, для $N = 16$ можливі значення $m=2, n=4$ або $m=4, n=2$.

Якщо один і той самий інтервал припускає різне подання $N = m_j^{n_j}, j=1,2,\dots$, тоді будь-яка функція на інтервалі N може бути розкладена в ряд різних систем базисних функцій ОБ-перетворення з модулями m_j . Серед цих систем існують система базисних функцій перетворення Хартлі (при $m=N$) і система базисних функцій Уолша ($m=2$).

Нехай задані дві системи базисних функцій $j(p,x)$ (при $n=p$) з модулем m_1 та $y(q,x)$ (при $n=q$) з модулем m_2 . ОБ-перетворення в базисі функцій $j(p,x)$ має вигляд:

$$y(x) = \sum_{p=0}^{N-1} Y_1(p) j(p,x), \quad (6.64)$$

$$Y_1(p) = 1/N \sum_{x=0}^{N-1} y(x) j(p,x), \quad (6.65)$$

а в базисі функцій $y(q,x)$:

$$y(x) = \sum_{q=0}^{N-1} Y_2(q) y(q,x), \quad (6.66)$$

$$Y_2(q) = 1/N \sum_{x=0}^{N-1} y(x) y(q,x). \quad (6.67)$$

Підставивши в (6.67) формулу для $y(x)$ з (6.64), одержимо вираз, що пов'язує спектри $Y_2(q)$ і $Y_1(p)$:

$$Y_2(q) = \sum_{p=0}^{N-1} Y_1(p) \Phi(p,q), \quad (6.68)$$

де вираз
$$\Phi(p,q) = 1/N \sum_{x=0}^{N-1} j(p,x) y(q,x) \quad (6.69)$$

являє собою ядро Фур'є. Аналогічно можна знайти і зворотну залежність:

$$Y_1(p) = \sum_{q=0}^{N-1} Y_2(q) \Phi(q,p). \quad (6.70)$$

Вирази (6.69) і (6.70) дозволяють визначити спектр сигналу в одному базисі по відомому спектру в іншому базисі. Відзначимо, що $\Phi(p,q) = \Phi(q,p)$ у силу рівності:

$$j(p,x) y(q,x) = y(q,x) j(p,x).$$

Взаємозв'язок з перетворенням Фур'є. Розкриття взаємозв'язку ОБ-перетворення з перетворенням Фур'є здійснюється у два етапи: спочатку знаходиться взаємозв'язок з перетворенням Хартлі (див. вище), а потім – з перетворенням Фур'є. Існує просте співвідношення між перетвореннями Хартлі та Фур'є [13]:

Спектр Фур'є $F(n)$ дорівнює різниці парної складової перетворення Хартлі $H_e(n)$ та непарної його складової $H_o(n)$, помноженої на уявну одиницю:

$$F(n) = H_e(n) - j H_o(n), \quad (6.71)$$

де $H(n)$ – спектр Хартлі

$$H_e(n) = [H(n) + H(\theta n)]/2,$$

$$H_o(n) = [H(n) - H(\theta n)]/2.$$

Зворотний взаємозв'язок полягає у наступному:

Спектр Хартлі $H(n)$ дорівнює різниці дійсної $Re\{F(n)\}$ та уявної $Im\{F(n)\}$ складових спектра Фур'є:

$$H(n) = Re[F(n)] - Im[F(n)]. \quad (6.72)$$

Вибір того чи іншого перетворення дозволяє мінімізувати обсяг обчислювальних витрат при зберіганні необхідної точності обчислень. Показаний взаємозв'язок перетворення в орієнтованому базисі з перетвореннями Хартлі, Уолша та Фур'є дозволяє виконувати обробку сигналів в одному базисі, а кінцевий результат представляти в іншому, більш звичному для розробників базисі, наприклад, при обчисленні коефіцієнтів ряду Фур'є, а також величин, обчислення яких базується на їх використанні (коефіцієнти гармонік, фільтрації, несинусоїдальності, тощо).

Взаємозв'язок з СКІ-перетворенням визначається аналогічно формулі (6.70), в якій $j(p,x)$ та $y(q,x)$ – базисні функції СКІ- (6.1) та ОБ-перетворень відповідно. Внаслідок несиметричності ОБ-перетворення перехід від СКІ- до ОБ-спектру та навпаки відбувається за різними формулами, тобто в якості $y(q,x)$ виступають у першому випадку базисні функції прямого (6.5), а у другому випадку – базисні функції зворотного (6.5) ОБ-перетворення.

Перехід від спектру, визначеного в базисі СКІ-перетворення, до ОБ-спектру відбувається наступним чином:

$$\Phi_{СКІ \rightarrow ОБ} = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \mathbf{j}_{СКІ}(p, x) \cdot \mathbf{j}_{ОБ}(q, x) .$$

Після підстановки виразів для базисних функцій та математичних перетворень отримуємо:

$$\Phi_{СКІ \rightarrow ОБ} = \frac{\sqrt{2}}{N \cdot \cos \frac{2p}{m}} \sum_{x=0}^{N-1} \cos \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n x^{(s)} p^{(s)} - \frac{p}{4} \right] \cdot \cos \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n x^{(s)} q^{(s)} - \frac{2p}{m} \right] .$$

У матричному вигляді взаємозв'язок спектрів має вигляд:

$$\mathbf{Y}_{ОБ} = \frac{1}{N} \Phi_{СКІ \rightarrow ОБ} \cdot \mathbf{Y}_{СКІ} = \frac{1}{N} \mathbf{F}_{ОБ} \cdot \mathbf{F}_{СКІ} \cdot \mathbf{Y}_{СКІ} .$$

Перехід від ОБ- до СКІ-спектру відбувається за формулою:

$$\mathbf{Y}_{СКІ} = \frac{1}{N} \Phi_{ОБ \rightarrow СКІ} \cdot \mathbf{Y}_{ОБ} = \frac{1}{N} \mathbf{F}_{СКІ} \cdot \mathbf{F}_{ОБ} \cdot \mathbf{Y}_{ОБ} ,$$

$$\text{де } \Phi_{ОБ \rightarrow СКІ} = \frac{\sqrt{2}}{N \cdot \sin \frac{2p}{m}} \sum_{x=0}^{N-1} \sin \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n x^{(s)} p^{(s)} + \frac{p}{4} \right] \cdot \sin \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n x^{(s)} q^{(s)} + \frac{2p}{m} \right] .$$

Для прикладу розглянемо перетворення СКІ- та ОБ1-спектрів на інтервалі $N = 3^2$. При цьому матриці $\Phi_{СКІ \rightarrow ОБ1}$ та $\Phi_{ОБ1 \rightarrow СКІ}$ мають наступний вигляд:

$$\Phi_{СКІ \rightarrow ОБ1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & -a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & -a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_1 & 0 & 0 & -a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a_1 & 0 & 0 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_1 & 0 & -a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & 0 & 0 & -a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_2 & 0 & -a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a_2 & 0 & 0 & 0 & -a_1 \end{pmatrix} ,$$

$$\Phi_{OB1 \rightarrow CKI} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 & b_1 \end{vmatrix},$$

$$\text{де } a_1 = \text{cas} \frac{2p}{3} = 0,366, a_2 = \text{cas} \frac{4p}{3} = -1,366, b_1 = \frac{(1-a_1)}{3} = 0,211, b_2 = \frac{(1-a_2)}{3} = 0,789.$$

6.5. Алгоритми швидких перетворень

Основною відмінністю перетворення в орієнтованому базисі від СКІ є його несиметричність, тобто неоднаковий вигляд прямого і зворотного перетворень. Це призводить до необхідності розробки двох швидких перетворень – прямого і зворотного.

6.5.1. Швидкі алгоритми на базі теорем подовження та запізнення. Виведення формул швидкого перетворення аналогічне розглянутому у [125] для СКІ-перетворення з урахуванням особливостей теорем запізнення (6.33) та зсуву (6.35) для ОБ-перетворення.

Формула швидкого прямого ОБ-перетворення має наступний вигляд:

$$Y(n) = \sum_{i=0}^{k-1} Y_i''(n). \quad (6.73)$$

де $Y''(n)$ визначається за теоремою запізнення по відомому спектру $Y'(n)$, обчисленому на попередньому кроці:

$$Y''(n) = Y'(n) \mathbf{o} \mathbf{j}_d(v, im)$$

$$\begin{aligned} Y''(n) &= \frac{1}{k_d} [(k_d - 1) Y'(n) \mathbf{j}_d(n, im) + Y'(\theta n) \mathbf{j}_d(\theta n, im) + Y'(n) \mathbf{j}_d(\theta n, im) - \\ &- Y'(\theta n) \mathbf{j}_d(\theta n, im)] = \\ &= \frac{1}{k_d} \{ Y'(n) [(k_d - 1) \mathbf{j}_d(n, im) + \mathbf{j}_d(\theta n, im)] + Y'(\theta n) [\mathbf{j}_d(n, im) - \mathbf{j}_d(\theta n, im)] \} \end{aligned}$$

Враховуючи визначення базисних функцій прямого ОБ-перетворення (6.3), після перетворень отримаємо:

$$Y''(n) = \frac{2}{k_d} [Y'(n)(k_d - 1) \cos \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n n^{(s)} (im)^{(s)} \right] + AY'_m(\theta n) \sin \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n n^{(s)} (im)^{(s)} \right]]. \quad (6.74)$$

В частковому випадку при $m=3$, $A=-\sqrt{3}$

$$Y''(n) = \frac{4}{3} Y'(n) \cos \left[\frac{2p}{3} \sum_{s=1}^n n^{(s)} (i3)^{(s)} \right] - \frac{2\sqrt{3}}{3} Y'_m(\theta n) \sin \left[\frac{2p}{3} \sum_{s=1}^n n^{(s)} (i3)^{(s)} \right] \quad (6.75)$$

Формула швидкого зворотного ОБ-перетворення має наступний вигляд:

$$y(x) = \sum_{i=0}^{k-1} y_i''(x). \quad (6.76)$$

де $y''(x)$ визначається за теоремою зсуву за відомою функцією $y'(x)$, обчисленою на попередньому кроці:

$$y''(x) = y'(x) \mathbf{oj}_r(v, im)$$

Враховуючи визначення базисних функцій зворотного ОБ-перетворення (6.5), після перетворень отримаємо:

$$y'(x) = \frac{2}{k_r} [y'(x)(k_r - 1) \cos \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n x^{(s)} (im)^{(s)} \right] + \frac{1}{A} y'_m(\theta x) \sin \left[\frac{2p}{m} \sum_{s=1}^n x^{(s)} (im)^{(s)} \right]] \quad (6.77)$$

В частковому випадку при $m=3$, $A=-\sqrt{3}$:

$$y'(x) = -\frac{2\sqrt{3}}{3} y'_m(\theta x) \sin \left[\frac{2p}{3} \sum_{s=1}^n x^{(s)} (i3)^{(s)} \right]$$

Відзначимо, що при $m=3$ зворотне перетворення має більш прості формули, ніж пряме.

6.5.2. Факторизація матриць швидких перетворень. В основі алгоритмів швидких перетворень лежить операція факторизації матриці базисних функцій [60], тобто представлення її у вигляді добутку декількох матриць:

$$\mathbf{F}_{m^n} = \mathbf{F}_m \underset{m}{\times} \mathbf{F}_m \underset{m}{\times} \dots \underset{m}{\times} \mathbf{F}_m = \mathbf{F}_m^{[n]}, \quad (6.78)$$

Розробимо методику створення алгоритмів швидких ОБ-перетворень (ШОБ) на базі факторизації матриць базисних функцій.

Матрицю базисних функцій прямого ОБ-перетворення \mathbf{F}_{m^n} пропонується факторизувати наступним чином:

$$\mathbf{F}_{dm^n} = \mathbf{F}_{dm^n}^{(1)} \underset{d}{\circ} \mathbf{F}_{dm^n}^{(2)} \underset{d}{\circ} \dots \underset{d}{\circ} \mathbf{F}_{dm^n}^{(n)}, \quad (6.79)$$

де операція «пряма основна дія» $\underset{d}{\circ}$ над матрицями базисних функцій ОБ-перетворення означає, що операція множення замінюється на операцію $\underset{d}{\circ}$ над

елементами a_i , тобто. $a_j \underset{d}{\circ} a_i = a_j \underset{m}{\oplus} a_i$;

$$\mathbf{F}_{dm^n}^{(i)} = \mathbf{I}_{m^{n-i}} \times \mathbf{F}_{dm} \times \mathbf{I}_{m^{i-1}}, i = \overline{1, m};$$

\mathbf{I}_m – одинична матриця розмірністю $m \times m$;

\mathbf{F}_m – матриця значень a_i базисних функцій розмірністю $m \times m$:

$$\mathbf{F}_m = \nu \downarrow \begin{array}{c|cccccc} & & & & x^{\textcircled{R}} & & \\ & 0 & a_0 & a_0 & a_0 & \dots & a_0 \\ & 1 & a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{m-1} \\ & 2 & a_0 & a_2 & A_4 & \dots & a_{m-2} \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & m-1 & a_0 & a_{m-1} & a_{m-2} & \dots & a_1 \end{array} \Bigg|$$

де $a_i = \cos\left(\frac{2p}{m} i n i \omega\right) + A \sin\left(\frac{2p}{m} i n i\right)$.

Тоді формула швидкого прямого ОБ-перетворення набуває вигляду:

$$Y(n) = \frac{1}{N} (\mathbf{F}_{dm^n}^{(1)} \underset{d}{\circ} \mathbf{F}_{dm^n}^{(2)} \underset{d}{\circ} \dots \underset{d}{\circ} \mathbf{F}_{dm^n}^{(n)}) \cdot y(x). \quad (6.80)$$

Аналогічно формула зворотного перетворення має вигляд:

$$y(x) = (\mathbf{F}_{rm^n}^{(1)} \underset{r}{\circ} \mathbf{F}_{rm^n}^{(2)} \underset{r}{\circ} \dots \underset{r}{\circ} \mathbf{F}_{rm^n}^{(n)}) \cdot Y(n), \quad (6.81)$$

де $\mathbf{F}_{rm^n}^{(i)} = \mathbf{I}_{m^{n-i}} \times \mathbf{F}_{rm} \times \mathbf{I}_{m^{i-1}}, i = \overline{1, m}$;

\mathbf{F}_{rm} – матриця базисних функцій зворотного перетворення розмірністю $m \times m$.

В частковому випадку на інтервалі $N=3^3$ формула факторизації матриці базисних функцій прямого ОБ-перетворення має вигляд:

$$\mathbf{F}_{d3^3} = \mathbf{F}_{d3^3}^{(1)} \mathbf{o}_d \mathbf{F}_{d3^3}^{(2)} \mathbf{o}_d \mathbf{F}_{d3^3}^{(3)} = \left(\mathbf{I}_{3^2} \times \mathbf{F}_{d3} \right) \mathbf{o}_d \left(\mathbf{I}_3 \times \mathbf{F}_{d3} \times \mathbf{I}_3 \right) \mathbf{o}_d \left(\mathbf{F}_{d3} \times \mathbf{I}_{3^2} \right), \quad (6.82)$$

$$\text{де } \mathbf{F}_{d3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

а формула факторизації матриці базисних функцій зворотного перетворення:

$$\mathbf{F}_{r3^3} = \mathbf{F}_{r3^3}^{(1)} \mathbf{o}_r \mathbf{F}_{r3^3}^{(2)} \mathbf{o}_r \mathbf{F}_{r3^3}^{(3)} = \left(\mathbf{I}_{3^2} \times \mathbf{F}_{r3} \right) \mathbf{o}_r \left(\mathbf{I}_3 \times \mathbf{F}_{r3} \times \mathbf{I}_3 \right) \mathbf{o}_r \left(\mathbf{F}_{r3} \times \mathbf{I}_{3^2} \right), \quad (6.83)$$

$$\text{де } \mathbf{F}_{r3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Як приклад розглянемо представлення матриці базисних функцій прямого перетворення на інтервалі $N=9$ у факторизованому вигляді. Представимо матрицю згідно формули (6.80) як:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{d3^2} &= \mathbf{F}_{d3^2}^{(1)} \mathbf{o}_d \mathbf{F}_{d3^2}^{(2)} = \left(\mathbf{I}_{3^{2-1}} \times \mathbf{F}_{d3} \times \mathbf{I}_{3^{1-1}} \right) \mathbf{o}_d \left(\mathbf{I}_{3^{2-2}} \times \mathbf{F}_{d3} \times \mathbf{I}_{3^{2-1}} \right) = \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times_m \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \right) \mathbf{o}_d \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \times_m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{o}_d \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Аналогічно представимо матрицю базисних функцій зворотного перетворення на інтервалі $N=9$ у факторизованому вигляді:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{r^{3^2}} &= \mathbf{F}_{r^{3^2}}^{(1)} \mathbf{o} \mathbf{F}_{r^{3^2}}^{(2)} = \left(\mathbf{I}_{3^{2-1}} \times_m \mathbf{F}_{r^3} \times_m \mathbf{I}_{3^{1-1}} \right) \mathbf{o}_r \left(\mathbf{I}_{3^{2-2}} \times_m \mathbf{F}_{r^3} \times_m \mathbf{I}_{3^{2-1}} \right) = \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times_m \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \mathbf{o}_r \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \times_m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{o}_r \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Граф швидкого ОБ-перетворення, що відповідає формулі (6.80), представлений на рис. 6.3.

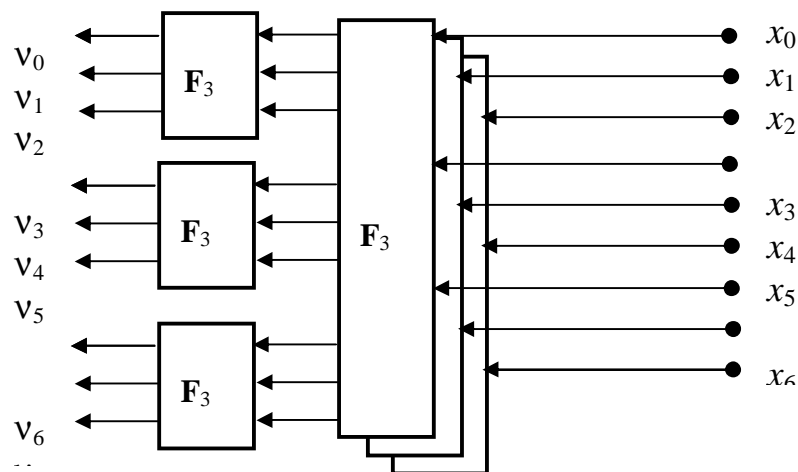
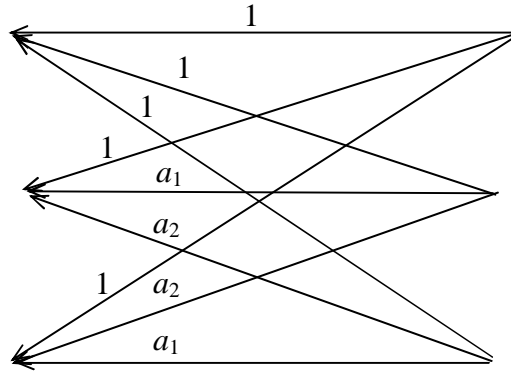


Рис. 6.3. Граф швидкого перетворення для $N=3^2$

На рис. 6.3 \mathbf{F}_3 - елементарний граф, що відображує операцію множення матриці розмірністю 3×3 на вектор розмірністю 3×1 , n_0-n_8 та x_0-x_8 - значення дискретних відліків зображення та оригіналу функції відповідно. Вигляд елементарного графа представлений на рис. 6.4.

Рис. 6.4. Вигляд елементарного графа \mathbf{F}_3

Відзначимо, що операція \mathbf{o}_d у формулі (6.81) та \mathbf{o}_r у формулі (6.83) передбачає множення матриці на вектор-колонку у відповідності з операціями прямої та зворотної основної дії. Так, виконання операції \mathbf{o}_d складається з наступних кроків:

- обчислення $P_a(n) = \mathbf{F}_d y(x)$;
- обчислення $P_b(n) = \mathbf{F}_d y(\theta x)$;
- перестановка – визначення $P_a(\theta n)$ та $P_b(\theta n)$;
- обчислення результату за формулою:

$$P(n) = \frac{1}{k_d} [(1 - k_d) P_a(v) P_b(v) + P_a(\theta v) P_b(v) + P_a(v) P_b(\theta v) - P_a(\theta v) P_b(\theta v)] .$$

Виконання операції \mathbf{o}_r складається з наступних кроків:

- обчислення $p_a(x) = \mathbf{F}_r Y(n)$;
- обчислення $p_b(n) = \mathbf{F}_r Y(\theta n)$;
- перестановка – визначення $p_a(\theta n)$ и $p_b(\theta n)$;
- обчислення результату за формулою:

$$p(n) = \frac{1}{k_r} [(1 - k_r) p_a(v) p_b(v) + p_a(\theta v) p_b(v) + p_a(v) p_b(\theta v) - p_a(\theta v) p_b(\theta v)] .$$

6.5.3. Багатовимірні швидкі перетворення. Для однакових інтервалів визначення змінних $N_1 = N_2 = \dots = N_L = N$ швидке багатовимірне ОБ-перетворення зводиться до швидкого одновимірного перетворення [95] шляхом формування квадратних матриць базисних функцій прямого і зворотного перетворень:

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{F}_{dN}^{[L]} ; \quad \mathbf{F}_r = \mathbf{F}_{rN}^{[L]}$$

Для різних інтервалів визначення змінних алгоритми швидких двовимірних та тривимірних ОБ-перетворень мають певні особливості. При $N_1 = m_1^{n_1}$, $N_2 = m_2^{n_2}$, $m_1 \neq m_2$ або $m_2 \neq 2$, ОБ-зображення $Y(n_1, n_2)$ двовимірної функції $y(x_1, x_2)$ визначається у два етапи. Спочатку обчислюється проміжний результат

$$T(n_1, n_2) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{x_1=0}^{N_1-1} \sum_{x_2=0}^{N_2-1} y(x_1, x_2) \cdot \cos\left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} x_1^{(s)} n_1^{(s)}\right) +$$

$$+ A \sin\left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} x_1^{(s)} n_1^{(s)}\right) \cdot \cos\left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} x_2^{(s)} n_2^{(s)}\right) + A \sin\left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} x_2^{(s)} n_2^{(s)}\right)$$
(6.84)

шляхом послідовного виконання одновимірних ОБ-перетворень над початковим масивом даних по двом координатам, а потім остаточний результат за формулою:

$$Y(n_1, n_2) = \frac{1}{k_d} [(1 - k_d) [T(n_1, n_2) + T(\theta_{m_1} n_1, n_2) + T(n_1, \theta_{m_2} n_2) - T(\theta_{m_1} n_1, \theta_{m_2} n_2)]].$$
(6.85)

Аналогічно для тривимірного ОБ-перетворення від проміжного результату

$$T(n_1, n_2, n_3) = \frac{1}{N_1 N_2 N_3} \sum_{x_1=0}^{N_1-1} \sum_{x_2=0}^{N_2-1} \sum_{x_3=0}^{N_3-1} y(x_1, x_2, x_3) \cdot \cos\left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} x_1^{(s)} n_1^{(s)}\right) +$$

$$+ A \sin\left(\frac{2p}{m_1} \sum_{s=1}^{n_1} x_1^{(s)} n_1^{(s)}\right) \cdot \cos\left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} x_2^{(s)} n_2^{(s)}\right) + A \sin\left(\frac{2p}{m_2} \sum_{s=1}^{n_2} x_2^{(s)} n_2^{(s)}\right) \cdot$$

$$\cos\left(\frac{2p}{m_3} \sum_{s=1}^{n_3} x_3^{(s)} n_3^{(s)}\right) + A \sin\left(\frac{2p}{m_3} \sum_{s=1}^{n_3} x_3^{(s)} n_3^{(s)}\right)$$
(6.86)

відбувається перехід до тривимірного зображення за формулою:

$$Y(n_1, n_2, n_3) = \frac{1}{k_d} [(1 - k_d) [T(\theta_{m_1} n_1, n_2, n_3) + T(n_1, \theta_{m_2} n_2, n_3) +$$

$$+ T(n_1, n_2, \theta_{m_3} n_3) - T(\theta_{m_1} n_1, \theta_{m_2} n_2, \theta_{m_3} n_3)]].$$
(6.87)

Зворотні багатовимірні ОБ-перетворення обчислюються за аналогічними формулами – множник A у формулах (6.84), (6.86) замінюється на $1/A$, а коефіцієнт k_d у формулах (6.85), (6.87) - на k_r .

6.6. Порівняльна оцінка ОБ-перетворення та відомих спектральних методів

Властивості базисних функцій ОБ-перетворення у порівняння з іншими перетвореннями [108] наведено в табл. 6.5.

Таблиця 6.5

Властивості базисних функцій спектральних перетворень

Властивості базисних функцій Інтервал	Перетворення					
	Фур'є	ВКФ	Хартлі	СКІ	Уолша	ОБ
	ціле позитивне число N	m^n, m, n - цілі позитивні числа	ціле позитивне число N	m^n, m - просте число	2^r	m^n, m - просте число
Базисні функції	комплексні	комплексні	дійсні	дійсні	дійсні	дійсні
Оперування з цілими числами	-	-	-	-	+	+*
Кількість різних значень	m^n	m	m^n	m	2	$(m+1)/2$
Рівні права змінних v та x	+	+	+	+	+	+
Періодичність з періодом N	+	+	+	+	+	+
Мультиплікативність	+	+	-	-	-	-
Ортогональність на інтервалі N	+	+	+	+	+	+
Повнота	+	+	+	+	+	+
Симетричність	-	-	+	+	+	-

* При $m=3$.

Базисні функції розглянутих перетворень складають повну ортогональну систему, рівноправні щодо змінних n і x , періодичні з періодом N і для всіх $n \neq 0$ мають нульове середнє значення. Комплексні базисні функції є мультиплікативними, а дійсні – не мультиплікативними. Базисні функції ОБ-перетворення не мультиплікативні, але пов'язані між собою операцією “пряма основна дія” для функцій прямого перетворення та „зворотна основна дія” для функцій зворотного перетворення.

Як видно з табл.6.5, ОБ-перетворення оперують з малою кількістю значень базисних функцій і тому на рівні з перетворенням Уолша є перспективними для

використання в мікропроцесорних системах з цілочисельними процесорами та контролерами.

6.6.1. Порівняння обчислювальних витрат. Порівняємо обсяги обчислень спектрів відомих дискретних перетворень на кінцевих інтервалах з дійсними базисними функціями, підраховавши кількість операцій. Врахуємо, що елементами матриць перетворень можуть бути цілі та дробові, додатні та від'ємні числа. Розрахункові формули для кількості операцій при використанні кожного з перетворень [131,50,95] наведено в табл. 6.6.

Таблиця 6.6

Обчислювальні витрати для різних перетворень

Перетворення	Кількість операцій
СКІ	$S_{\Sigma_CKI} = (m^n - 1)(m^n + m - 1) = (N - 1)(N + m - 1).$
ОБ1,3	$S_{\Sigma_OB1,3} = (N - 1)(N + 2) = (m^n - 1)(m^n + 2).$
ОБ2,4	$S_{\Sigma_OB2,4} = (m^n - 1)(m^n - m^{n-1}).$
Уолша	$S_{\Sigma_Walsh} = m^n(m^n - 1) = N(N - 1).$

На рис. 6.5 наведено залежності кількості операцій від довжини інтервалу визначення функції для різних перетворень. Як видно з рис. 6.5, найбільш швидкодіючими є перетворення ОБ2, ОБ4 при $m=3$, потім Уолша, ОБ3 та ОБ з іншими значеннями m , СКІ та Хартлі.

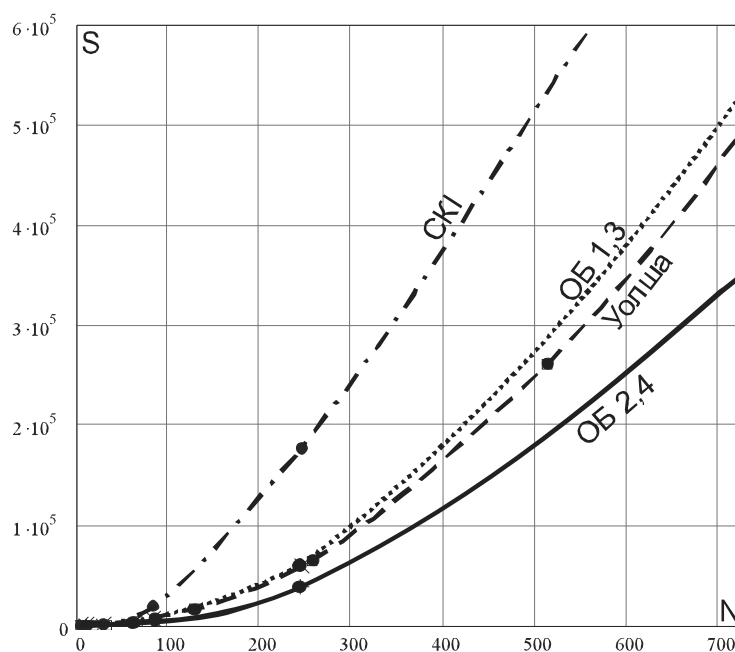


Рис. 6.5. Обчислювальні витрати для спектральних перетворень

6.6.2. Порівняння швидких алгоритмів. Як показано в роботах [59], обчислення зображень і оригіналів дискретних функцій у СКІ-області характеризується меншими обчислювальними витратами порівняно з

відомими перетвореннями Фур'є, Хартлі та іншими [13,133], що пов'язано із симетричністю перетворення і малою кількістю різних значень, що приймають базисні функції на інтервалі визначення $N = m^n$ (для СКІ-перетворення таких значень m , включаючи одиничне). Перетворення в орієнтованому базисі не має властивості симетричності, але характеризується більш простим видом матриць прямого і зворотного перетворень, що містять $\frac{m+1}{2}$ і $\frac{m-1}{2}$ різних ненульових значень відповідно. Можливість орієнтації вектора базисних функцій ОБ-перетворення дозволяє додатково зменшити обчислювальні витрати за рахунок зменшення кількості значень базисних функцій.

Проведемо оцінку обчислювальних витрат швидкого ОБ-перетворення в порівнянні з швидким СКІ-перетворенням, що базується на факторизації матриці базисних функцій [60,133]:

$$\mathbf{F}_{m^n} = \mathbf{F}_m \times \mathbf{F}_m \times \mathbf{F}_m \times \dots \times \mathbf{F}_m = \mathbf{F}_m^{[n]}, \quad (6.88)$$

Оскільки для сучасних мікропроцесорів, наприклад, для РІС-контролерів або сигнальних процесорів, час виконання операцій додавання і операцій множення однаковий, будемо оцінювати обчислювальні витрати сумарною кількістю операцій множення і додавання. Для швидкого СКІ-перетворення ця величина дорівнює:

$$Q_{SFI} = m^{n-1}n[(m-1)^2 + m(m-1)] = Nn(2m - 3 + \frac{1}{m}). \quad (6.89)$$

Кут орієнтації вісі ОБ-перетворення повинний бути кратний π/m . Вибір величин m і n , що задають довжину інтервалу, визначається властивостями конкретної системи - об'єкта керування (значення m) і необхідної для практичних розрахунків точністю обчислень (значення n). Таким чином, зменшення значень базисних функцій не призводить до втрати точності. Кут, під яким проходить вісь ОБ-перетворення, повинен бути узгодженим із величиною m , що задає базис системи числення. У загальному випадку при будь-якому простому m , кількість значень у матриці прямого перетворення складає $\frac{m+1}{2}$, а матриця зворотного перетворення містить $\frac{m-1}{2}$ різних відліків (усього в матриці $\frac{m-1}{2}$ позитивних і $\frac{m-1}{2}$ негативних значень, а також нулі).

Таким чином, для переходу в область зображень необхідно виконати $\frac{m+1}{2}$ операцій множення, для переходу в область оригіналів - $\frac{m-1}{2}$ операцій

множення і $\frac{m-1}{2}$ операцій обчислення зворотного числа. Це дозволяє говорити про те, що обчислювальні витрати при використанні ОБ-перетворення зменшуються в порівнянні з СКІ-перетворенням у $\frac{m}{m+1} = \frac{2m}{m+1}$ рази.

Розглянемо зменшення обчислювальних витрат на прикладі матриці перетворень для трифазної системи. Кількість фаз системи визначає вибір величини $m=3$. Припустимо, що необхідна точність досягається при розбитті інтервалу на 8 частин. Таким чином, $n=2$, а $N=m^n=3^2$. Кут вісі перетворення $a = \frac{P}{m} = \frac{P}{3}$. Матриці прямого і зворотного перетворень мають наступний вигляд:

$$\mathbf{F}_{3^2}^d = \downarrow n \begin{array}{c} x \rightarrow \\ \left| \begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right| \cdot \end{array} \quad (6.90)$$

$$\mathbf{F}_{3^2}^r = \downarrow n \begin{array}{c} x \rightarrow \\ \left| \begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 \end{array} \right| \cdot \end{array} \quad (6.91)$$

Множення вектор-колонок оригіналів і зображень будь-якого вигляду на ці матриці здійснюється по простих алгоритмах. Дійсно, множення на -1 означає визначення додаткового коду числа і додавання одиниці до його молодшого байта. Множення на -2 здійснюється шляхом зсуву на одну позицію за допомогою відповідних команд машинної мови.

Загальна кількість операцій множення при виконанні зворотного перетворення складає $\frac{(m-3)^2}{4}$, а кількість операцій додавання $(m-2)m$.
 Формули для обчислення кількості операцій, необхідних для виконання прямого та зворотного перетворення, мають вигляд:

$$Q_{обр\ OB_d} = m^{n-1} \cdot n \left[\left(\frac{m+1}{2} - 1 \right)^2 + m \cdot (m-1) \right],$$

$$Q_{обр\ OB_r} = m^{n-1} \cdot n \left[\frac{(m-3)^2}{4} + m \cdot (m-2) \right]$$
(6.92)

Графіки обчислювальних витрат для ОБ-перетворення в порівнянні з СКІ-перетворенням наведено на рис.6.6.

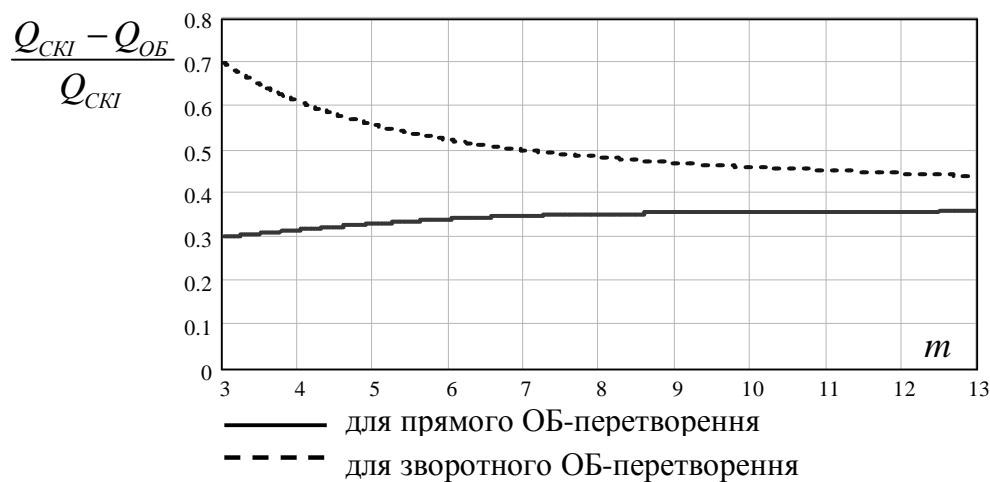


Рис. 6.6. Обчислювальні витрати прямого та зворотного ОБ-перетворення по відношенню до СКІ-перетворення

Таким чином, використання швидкого перетворення в орієнтованому базисі з віссю, що проходить під $\alpha = \frac{\rho}{3}$ кутом до осі абсцис, і довжиною $N = 3^n$ інтервалу дозволяє виключити операції множення, скоротити обсяг обчислень оригіналів та спектрів дискретних функції на величину 5-27% в порівнянні з іншими спектральними методами.

РОЗДІЛ 7

ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ В ОРІЄНТОВАНОМУ БАЗИСІ

7.1. Вейвлет-перетворення дискретних функцій з використанням m фільтрів

Принцип вейвлет-перетворення [6,25,147] полягає у використанні масштабованих та зсунених базисних функцій. За рахунок зміни масштабів вейвлет-перетворення здатне виявити розходження в характеристиках на різних шкалах, а шляхом зсувів проаналізувати властивості сигналу в різних точках інтервалу дослідження.

Вейвлет-перетворення використовується як для аналізу функцій, результатом якого є набір коефіцієнтів розкладання, так і для синтезу функції, коли по відомим коефіцієнтам розкладання реконструюється функція-оригінал. В основу вейвлет-аналізу покладено алгоритм Малла або алгоритм ортогонального кратномасштабного аналізу.

7.1.1. Ортогональний кратномасштабний аналіз за допомогою відомих вейвлет-перетворень здійснюється з використанням двох фільтрів – низької та високої частот відповідно [6,24,25,147], що дозволяє отримати два типи коефіцієнтів розкладання [24]. Іноді важливо отримати більш повний аналіз сигналу на різних масштабах-частотах, тобто побудувати вейвлет-базис із заданою кількістю фільтрів з різними імпульсними характеристиками. Це може бути реалізовано за допомогою комплексних вейвлетів [147]. Однак відомо, що оперування виключно з дійсними функціями суттєво спрощує процес розрахунку. Збільшити кількість фільтрів при кратномасштабному аналізі та одночасно знизити обсяг обчислень порівняно з комплексними вейвлетами дозволяє вейвлет-перетворення з m фільтрами в базисі дійсних цілочисельних ортогональних функцій. На рис.7.1 наведено схему кратномасштабного аналізу для випадку m фільтрів.

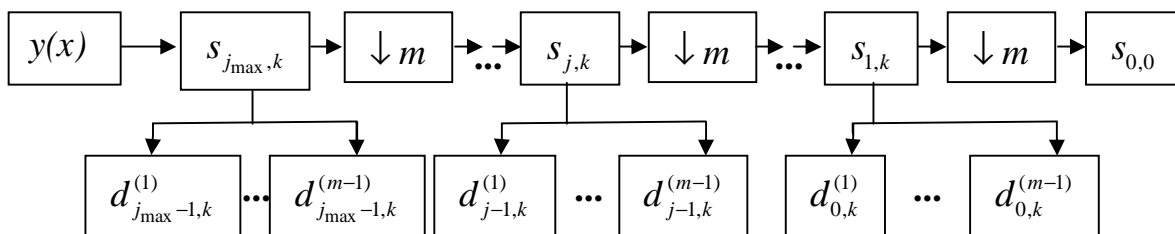


Рис.7.1. Схема кратномасштабного аналізу для m фільтрів

При кратномасштабному аналізі дискретна функція $y(x)$, $x = \overline{0, N-1}$ за допомогою набору з m фільтрів розкладається на низькочастотну складову (згладжену функцію апроксимації) та $m-1$ високочастотну складову (функції

деталізації, або флуктуації). Згладження може здійснюватись у більшому чи меншому ступені в залежності від рівня розкладання j , $j = \overline{j_{\max}, 0}$. На кожному наступному рівні отримана функція апроксимації, в свою чергу, розкладається на низькочастотну та високочастотні складові за допомогою того ж самого набору фільтрів, а її інтервал визначення зменшується у m разів, що відображено на рис.7.1 блоком „ $\downarrow m$ ”. Кінцева імпульсна характеристика низькочастотного фільтра $j(x)$ називається скейлінг-функцією, а кінцеві імпульсні характеристики високочастотних фільтрів $y^{(i)}(x)$, $i = \overline{1, m-1}$ – материнськими вейвлетами. На рис.7.1 позначено: $s_{j,k}$ та $d_{j,k}^{(i)}$, $i = \overline{1, m-1}$, $k = \overline{0, m^j - 1}$ – коефіцієнт усереднення та $m-1$ коефіцієнтів деталізації відповідно на рівні розкладання j . Значення інтервалу розглядання k залежить від рівня j . Для $j=j_{\max}$ кожний інтервал k містить один дискретний відлік функції-оригіналу $y(x)$. Із зменшенням j збільшується кількість відліків, які об'єднуються в одному інтервалі k , і, відповідно, зменшується кількість самих інтервалів розглядання. На останньому рівні $j=0$ існує лише один інтервал $k=0$, який об'єднує всі відліки функції-оригіналу. На цьому інтервалі розраховуються середні значення функції-оригіналу на всьому інтервалі $s_{0,0}$ і коефіцієнти деталізації $d_{0,0}^{(i)}$, кількість яких визначається кількістю фільтрів, що використовуються при аналізі.

Коефіцієнти деталізації $d_{j,k}^{(i)}$ розраховуються починаючи з $(j_{\max}-1)$ -го рівня. Для найменшого масштабу j_{\max} розраховуються лише коефіцієнти усереднення $s_{j_{\max},k}$ [42]:

$$s_{j_{\max},k} = \frac{y(k/m^{j_{\max}})}{m^{j_{\max}/2}}. \quad (7.1)$$

При цьому функція-оригінал визначається наступним чином:

$$y(x) = \sum_{k=0}^{m^{j_{\max}}} s_{j_{\max},k} j_{j_{\max},k}(x), \quad (7.2)$$

де $j_{j_{\max},k}(x) = m^{j_{\max}/2} j(m^{j_{\max}}x - k)$ - масштабована та зсунута скейлінг-функція.

7.1.2. Побудова вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі з m фільтрами. Для того, щоб базис вейвлет-перетворення задовільняв умовам кратномасштабного аналізу, необхідно, щоб: 1) функції $y^{(i)}$ мали властивість локальності, тобто їх область визначення була

обмеженою; 2) функції $y^{(i)}$ були знакозмінними, тобто $\sum_{x=0}^{m-1} y^{(i)}(x) = 0$; 3) для скейлінг-функції та «материнських» вейвлетів задовольнялася умова ортогональності. Таким умовам задовольняють функції ортогональних перетворень Уолша, Хартлі, СКІ- та ОБ-перетворення [13,55,58,59,133], на основі яких формується базис вейвлет-перетворення. Базисна функція з номером 0 для кожного з цих перетворень складається з m одиниць і може бути прийнята як скейлінг-функція, а інші $m-1$ базисних функцій – як «материнські» вейвлети. Враховуючи такі переваги ОБ-перетворення, як оперування з цілими числами та наявність нульових елементів у матрицях базисних функцій, доцільним є побудова вейвлет-базису на основі ортогональних функцій в орієнтованому базисі.

Вейвлет-аналіз функції-оригіналу при використанні m фільтрів дозволяє одержати в результаті m груп коефіцієнтів $s_{j,k}, d_{j,k}^{(1)}, \dots, d_{j,k}^{(m-1)}$. Формули прямого вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі для випадку m фільтрів набувають вигляду:

$$\begin{aligned} s_{j-1,k} &= \frac{1}{\sqrt{m}} j_d(x) \cdot \mathbf{S}_j \\ d_{j-1,k}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{m}} y_d^{(1)}(x) \cdot \mathbf{S}_j \\ &\dots\dots\dots \\ d_{j-1,k}^{(m-1)} &= \frac{1}{\sqrt{m}} y_d^{(m-1)}(x) \cdot \mathbf{S}_j \end{aligned} \quad (7.3)$$

де $j_d(x)$ та $y_d^{(i)}(x)$, $i = \overline{1, m-1}$ - нульова та i -та базисні функції ОБ-перетворення відповідно (нижній індекс d вказує на використання функцій прямого перетворення); \mathbf{S}_j – вектор-колонка коефіцієнтів розкладання (середніх значень функції-оригіналу) на j -му рівні розкладання:

$$\mathbf{S}_j = \begin{pmatrix} S_{j,mk} \\ S_{j,mk+1} \\ \dots \\ S_{j,mk+(m-1)} \end{pmatrix}.$$

Використання m різних фільтрів дозволяє одержати більший обсяг інформації про флуктуації функції-оригіналу. При цьому для одержання низькочастотної інформації про функцію-оригінал, тобто про її середні значення на деяких інтервалах, використовується лише один фільтр, який описується скейлінг-функцією.

7.1.3. Вейвлет-синтез дискретних функцій. При синтезі виконується зворотне вейвлет-перетворення та реконструкція функції-оригіналу за коефіцієнтами розкладання.

Зворотне вейвлет-перетворення обчислюється за формулами:

$$\begin{aligned}
 s_{j,mk} &= \frac{1}{\sqrt{m}} j_r(x) \cdot \mathbf{D} \\
 s_{j,mk+1} &= \frac{1}{\sqrt{m}} y_r^{(1)}(x) \cdot \mathbf{D} \\
 &\dots\dots\dots \\
 s_{j,mk+(m-1)} &= \frac{1}{\sqrt{m}} y_r^{(m-1)}(x) \cdot \mathbf{D}
 \end{aligned}
 \tag{7.4}$$

де $j_r(x)$ та $y_r^{(i)}(x)$, $i = \overline{1, m-1}$ - нульова та i -та базисні функція зворотного ОБ-перетворення відповідно; \mathbf{D} - вектор-колонка коефіцієнтів на $j-1$ рівні розкладання:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} s_{j-1,k} \\ d_{j-1,k}^{(1)} \\ d_{j-1,k}^{(2)} \\ \dots \\ d_{j-1,k}^{(m-1)} \end{bmatrix} .$$

Умовою реконструкції функції-оригіналу є ортогональність базисів прямого та зворотного вейвлет-перетворення:

$$\frac{1}{m} \cdot \begin{vmatrix} j_d(x) \\ y_d^{(1)}(x) \\ \dots \\ y_d^{(m-1)}(x) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} j_r(x) \\ y_r^{(1)}(x) \\ \dots \\ y_r^{(m-1)}(x) \end{vmatrix} = \mathbf{I} .$$

При реконструкції функції-оригіналу використовуються масштабовані та зсунені функції $j_{r,j,k}(x)$ та $y_{r,j,k}^{(i)}(x)$, $i = \overline{1, m-1}$:

7.1.4. Вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі на інтервалі, кратному трьом. Особливістю ОБ-перетворення на інтервалі $N = 3^n$ є оперування з цілими числами та наявність $1/3$ нульових елементів у матриці базисних функцій ОБ-перетворення, що зменшує обсяг обчислень та дозволяє використовувати цілочисельні процесори при реалізації алгоритмів керування.

Розглянемо використання базисних функцій прямого і зворотного ОБ2-перетворення (див. табл.2.1) на інтервалі $m=3$:

$$\begin{aligned} j_d(x) &= \{1; 1; 1\} & j_r(x) &= \{1; 1; 1\} \\ y_d^{(1)}(x) &= \{1; -1; 0\}; & y_r^{(1)}(x) &= \{1; -2; 1\} . \\ y_d^{(2)}(x) &= \{1; 0; -1\} & y_r^{(2)}(x) &= \{1; 1; -2\} \end{aligned}$$

Вигляд скейлінг-функції $j_d(x)$ та материнських вейвлетів $y_d^{(1)}(x)$ та $y_d^{(2)}(x)$ наведено на рис.7.2.

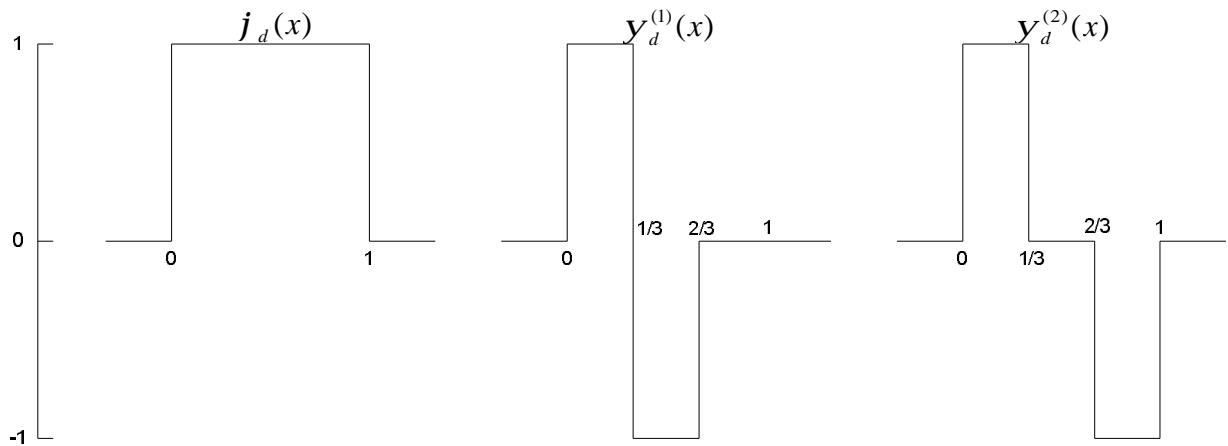


Рис. 7.2. Скейлінг-функція та материнські вейвлети

Розкладання функції-оригіналу – пряме вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі – виконується по трьох видах коефіцієнтів, які розраховуються згідно виразів:

$$\begin{aligned} s_{j-1,k} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [s_{j,3k} + s_{j,3k+1} + s_{j,3k+2}], \\ d_{j-1,k}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [s_{j,3k} - s_{j,3k+1}], \\ d_{j-1,k}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [s_{j,3k} - s_{j,3k+2}]. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Співвідношення для зворотного перетворення визначаються через коефіцієнти розкладання:

$$\begin{aligned} s_{j,3k} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[s_{j-1,k} + d_{j-1,k}^{(1)} + d_{j-1,k}^{(2)} \right], \\ s_{j,3k+1} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[s_{j-1,k} - 2d_{j-1,k}^{(1)} + d_{j-1,k}^{(2)} \right], \\ s_{j,3k+2} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[s_{j-1,k} + d_{j-1,k}^{(1)} - 2d_{j-1,k}^{(2)} \right] \end{aligned} \quad (7.9)$$

Аналіз функції проводиться на різних рівнях розкладання з поступовим розширенням інтервалу розглядання від мінімального, який включає 3 відліки, до максимального, що дорівнює інтервалу визначення функції. Реконструкція функції-оригіналу виконується згідно виразу (7.7).

Запишемо процедуру розрахунку, представлену формулами (7.8), у матричному вигляді. Для цього представимо коефіцієнти перетворення на $j-1$ рівні у вигляді матриці SD_{j-1} розмірністю 3×3^j , колонки якої визначаються як

$$\begin{pmatrix} s_{j-1,k} \\ d_{j-1,k}^{(1)} \\ d_{j-1,k}^{(2)} \end{pmatrix} \text{ для } k = \overline{0, 3^{j-1} - 1}. \text{ Запишемо коефіцієнти } s_{j,k} \text{ виразу (7.8) у вигляді}$$

матриці S'_j , яка формується наступним чином: коефіцієнти $s_{j,0}, s_{j,1}, s_{j,2}$ підставляються у першу колонку матриці; $s_{j,3}, s_{j,4}, s_{j,5}$ - у другу колонку і т.д.

Рекурентна формула для розрахунку коефіцієнтів вейвлет-перетворення на рівні $j-1$ має вигляд:

$$\begin{aligned} \Omega_{j-1} &= \begin{vmatrix} s_{j-1,0} & s_{j-1,1} & s_{j-1,2} & \cdots & s_{j-1,3^{j-1}-1} \\ d_{j-1,0}^{(1)} & d_{j-1,1}^{(1)} & d_{j-1,2}^{(1)} & \cdots & d_{j-1,3^{j-1}-1}^{(1)} \\ d_{j-1,0}^{(2)} & d_{j-1,1}^{(2)} & d_{j-1,2}^{(2)} & \cdots & d_{j-1,3^{j-1}-1}^{(2)} \end{vmatrix} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} s_{j,0} & s_{j,3} & \cdots & s_{j,3k} & \cdots & s_{j,3^j-3} \\ s_{j,1} & s_{j,4} & \cdots & s_{j,3k+1} & \cdots & s_{j,3^j-2} \\ s_{j,2} & s_{j,5} & \cdots & s_{j,3k+2} & \cdots & s_{j,3^j-1} \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (7.10)$$

Більш короткий запис має вигляд:

$$\Omega_{j-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot F_d \cdot S'_j. \quad (7.11)$$

На рівні $j = j_{\max}$ коефіцієнти розкладання розраховуються за формулою (7.1) і підставляються у матрицю S'_j , на другому рівні, використовуючи (7.10), отримуємо коефіцієнти для рівня $j-1$. Далі аналогічні процедури виконуються доти, доки не буде досягнутий рівень $j = 0$.

Розглянемо приклад, коли дискретна функція-оригінал (рис.7.3,а) складається з $N=3^3$ відліків:

$$y(x) = \{1;5;10;2;8;3;7;1;9;7;5;2;3;1;9;3;7;1;9;2;1;5;3;6;5;7;1\}$$

і описується виразом $y(x) = \sum_{k=0}^{26} s_{3,k} j_{3,k}(x)$, де $s_{3,k} = f(k/27)/3^{\frac{3}{2}}$, згідно (7.1), (7.2).

Підставляючи k від 0 до 26 у (7.1), отримуємо набір коефіцієнтів $s_{3,k}$. Запишемо матрицю S'_3 розмірністю 3×9 таким чином, що $s_{3,0}$, $s_{3,1}$, $s_{3,2}$ підставляються в першу колонку матриці, $s_{3,3}$, $s_{3,4}$, $s_{3,5}$ підставляються в другу колонку і так далі:

$$S'_3 = \frac{1}{3\sqrt{3}} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & 7 & 3 & 3 & 9 & 5 & 5 \\ 5 & 8 & 1 & 5 & 1 & 7 & 2 & 3 & 7 \\ 10 & 3 & 9 & 2 & 9 & 1 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

Скориставшись виразами (7.10) і (7.11), отримуємо матрицю SD_2 , перший рядок якої – коефіцієнти $s_{2,k}$, другий та третій рядки – відповідно коефіцієнти $d_{2,k}^{(1)}$ та $d_{2,k}^{(2)}$:

$$\Omega_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot S_3'; \quad \Omega_2 = \frac{1}{9} \cdot \begin{vmatrix} 16 & 13 & 17 & 14 & 13 & 11 & 12 & 14 & 13 \\ -4 & -6 & 6 & 2 & 2 & -4 & 7 & 2 & -2 \\ -9 & -1 & -2 & 5 & -6 & 2 & 8 & -1 & 4 \end{vmatrix}.$$

Розташуємо коефіцієнти $s_{2,k}$ у вигляді колонок у матриці та отримаємо матрицю S_2' розмірністю 3×3 , потім за формулами (7.10) і (7.11) отримаємо матрицю W_1 :

$$W_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot S_2'$$

$$W_1 = \frac{1}{9\sqrt{3}} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 16 & 14 & 12 \\ 13 & 13 & 14 \\ 17 & 11 & 13 \end{vmatrix} = \frac{1}{9\sqrt{3}} \cdot \begin{vmatrix} 46 & 38 & 39 \\ 3 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix}.$$

Аналогічно отримаємо матриці S_1' та W_0 :

$$W_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot S_1' = \frac{1}{27} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 46 \\ 38 \\ 39 \end{vmatrix} = \frac{1}{27} \cdot \begin{vmatrix} 123 \\ 8 \\ 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s_{0,0} \\ d_{0,0}^{(1)} \\ d_{0,0}^{(2)} \end{vmatrix}.$$

Для реконструкції функції-оригіналу використовуються масштабовані та зсунені функції зворотного перетворення (7.8). На рис.7.3 наведено графіки кожного доданку формули реконструкції (7.7) для даного прикладу. Доданки $s_{j,k} j_{j,k}$ відповідають середнім значенням функції-оригіналу на різних рівнях розкладання j , а $d_{j,k}^{(1)} y_{j,k}^{(1)}$ та $d_{j,k}^{(2)} y_{j,k}^{(2)}$ - флуктуаціям, що виділені фільтрами $y_{j,r}^{(1)}(x)$ та $y_{j,r}^{(2)}(x)$, на різних рівнях розкладання j . Зазначимо, що якщо функція-оригінал $y(x)$ задана цілими значеннями у точках $x=0,1,\dots,N-1$, то результатом вейвлет-аналізу є цілочисельні значення елементів у матриці коефіцієнтів розкладання.

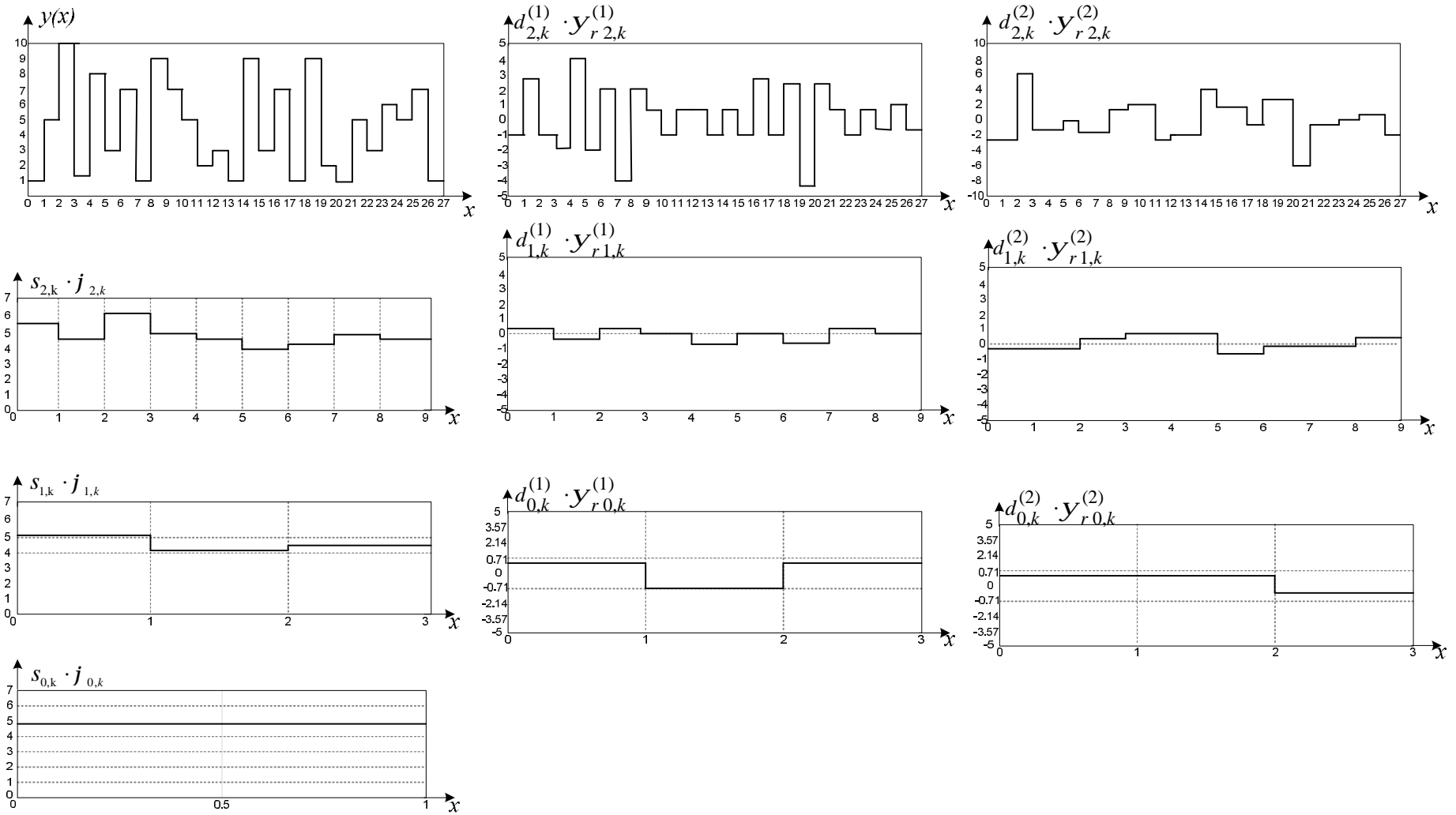


Рис. 7.3. Вейвлет-розкладання функції-оригіналу $y(x)$

7.2. Багатовимірне та узагальнене вейвлет-перетворення

Подальшим розвитком розроблених алгоритмів вейвлет-перетворень на базі функцій на кінцевих інтервалах є створення узагальнених та багатовимірних вейвлет-базисів.

Багатовимірне ОБ-вейвлет-перетворення призначено для аналізу та синтезу функцій L змінних x_1, x_2, \dots, x_L , визначених на інтервалах $N_1 = m_1^n, N_2 = m_2^n, \dots, N_L = m_L^n$. Функції багатовимірного прямого вейвлет-перетворення можуть бути знайдені в матричному вигляді за допомогою операцій кронекеровського m -добутку матриць базисних функцій одновимірних перетворень [57,98,100] за формулою (7.5) або як комбінація функцій L одновимірних перетворень:

$$\begin{aligned} \Phi(x_1, \dots, x_L) &= j(x_1)|_{m_1} \mathbf{o}_{m_1} j(x_2)|_{m_2} \mathbf{o}_{m_2} \dots \mathbf{o}_{m_{L-1}} j(x_L)|_{m_L}; \\ \Psi^{(1)}(x_1, \dots, x_L) &= j(x_1)|_{m_1} \mathbf{o}_{m_1} j(x_2)|_{m_2} \mathbf{o}_{m_2} \dots \mathbf{o}_{m_{L-1}} y^{(1)}(x_L)|_{m_L}; \end{aligned} \quad (7.12)$$

.....

$$\Psi^{(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_{L-1})}(x_1, \dots, x_L) = y^{(m_1-1)}(x_1)|_{m_1} \mathbf{o}_{m_1} y^{(m_2-1)}(x_2)|_{m_2} \mathbf{o}_{m_2} \dots \mathbf{o}_{m_{L-1}} y^{(m_L-1)}(x_L)|_{m_L},$$

де Φ – багатовимірна скейлінг-функція; $\Psi^{(i)}$ – багатовимірні “материнські вейвлети”; $i = \overline{1, m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L - 1}$; $j(x_1)|_{m_1}, \dots, j(x_L)|_{m_L}$ та $y^{(i)}(x_1)|_{m_1}, i = \overline{1, m_1 - 1}, \dots, y^{(i)}(x_L)|_{m_L}, i = \overline{1, m_L - 1}$ – нульові та i -ті базисні функції прямого або зворотного одновимірного ОБ-перетворення на інтервалах m_1, m_2, \dots, m_L ; $\mathbf{o}_{m_1}, \mathbf{o}_{m_2}, \dots, \mathbf{o}_{m_{L-1}}$ – операції “пряма” або “зворотна основна дія” на інтервалах m_1, m_2, \dots, m_L в залежності від прямих або зворотних базисних функцій.

При конструюванні прямого багатовимірного вейвлет-перетворення у формулі (7.12) беруть участь базисні функції прямого одновимірного ОБ-перетворення та операція «пряма основна дія», при реконструкції функції-оригіналу – базисні функції зворотного перетворення та операція «зворотна основна дія».

Отримані багатовимірні вейвлет-функції масштабуються та зсуваються в залежності від рівня розкладання [42]:

$$\begin{aligned}
\Phi_{j,k_1,\dots,k_L}(x_1,\dots,x_L) &= (m_1)^{\frac{j}{2}} \cdot j \left(m_1^j x_1 - k_1\right) \mathbf{o} (m_2)^{\frac{j}{2}} \cdot j \left(m_2^j x_2 - k_2\right) \mathbf{o} \dots \mathbf{o} (m_L)^{\frac{j}{2}} j \left(m_L^j x_L - k_L\right); \\
\Psi_{j,k_1,\dots,k_L}^{(1)}(x_1,\dots,x_L) &= (m_1)^{\frac{j}{2}} \cdot j \left(m_1^j x_1 - k_1\right) \mathbf{o} (m_2)^{\frac{j}{2}} \cdot j \left(m_2^j x_2 - k_2\right) \mathbf{o} \dots \mathbf{o} (m_L)^{\frac{j}{2}} \cdot \mathcal{Y}^{(1)} \left(m_L^j x_L - k_L\right); \\
&\dots \\
\Psi_{j,k_1,\dots,k_L}^{(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L - 1)}(x_1,\dots,x_L) &= (m_1)^{\frac{j}{2}} \cdot \mathcal{Y}^{(m_1 - 1)} \left(m_1^j x_1 - k_1\right) \mathbf{o} (m_2)^{\frac{j}{2}} \cdot \mathcal{Y}^{(m_2 - 1)} \left(m_2^j x_2 - k_2\right) \mathbf{o} \dots \mathbf{o} (m_L)^{\frac{j}{2}} \cdot \mathcal{Y}^{(m_L - 1)} \left(m_L^j x_L - k_L\right),
\end{aligned} \tag{7.13}$$

де k_1, \dots, k_L – інтервали розглядання для кожної з L змінних відповідно на рівні розкладання j .

Рекурентна форма запису для одного кроку прямого ОБ-вейвлет-перетворення має наступний вигляд:

$$\mathbf{D}_{j-1} = \left(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L\right)^{-\frac{1}{\sqrt{m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L}}} \cdot \mathbf{F}_{d(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L)} \cdot \mathbf{S}_j, \tag{7.14}$$

де

$$\mathbf{D}_{j-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{j-1, m_1 k_1, \dots, m_L k_L} \\ \mathbf{D}_{j-1, m_1 k_1, \dots, m_L k_L + 1}^{(1)} \\ \dots \\ \mathbf{D}_{j-1, m_1 k_1 + m_1 - 1, \dots, m_L k_L + m_L - 1}^{(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L - 1)} \end{bmatrix} \quad - \quad \text{вектор-колонка коефіцієнтів прямого}$$

багатовимірного вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі;

$\mathbf{F}_{d(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L)}$ – матриця базисних функцій прямого багатовимірного ОБ-перетворення;

$$\mathbf{S}_j = \begin{bmatrix} S_{j, m_1 k_1, \dots, m_L k_L} \\ S_{j, m_1 k_1, \dots, m_L k_L + 1} \\ \dots \\ S_{j, m_1 k_1 + m_1 - 1, \dots, m_L k_L + m_L - 1} \end{bmatrix}.$$

Зворотне ОБ-вейвлет-перетворення обирається з умови ортогональності матриць прямого $\mathbf{F}_{d(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L)}$ та зворотного $\mathbf{F}_{r(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L)}$ перетворень:

$$\left(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L\right)^{-\frac{1}{\sqrt{m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L}}} \cdot \mathbf{F}_{d(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L)} \cdot \mathbf{F}_{r(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L)} = \mathbf{I}.$$

У цьому випадку зворотне перетворення записується як

$$\mathbf{S}_j = \left(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L\right)^{-\frac{1}{\sqrt{m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L}}} \cdot \mathbf{F}_{r(m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L)} \cdot \mathbf{D}_{j-1}. \tag{7.15}$$

На граничному масштабі ($j=0$) функція-оригінал може бути записана в такий спосіб:

$$y(x_1, x_2, \dots, x_L) = \sum_{k_1=0}^{m_1^{j-1}} \sum_{k_2=0}^{m_2^{j-1}} \dots \sum_{k_L=0}^{m_L^{j-1}} S_{j-1, k_1, \dots, k_L} \cdot \Phi_{j-1, k_1, \dots, k_L}(x_1, x_2, \dots, x_L) + \sum_{i=1}^{m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L - 1} \left(\sum_{k_1=0}^{m_1^{j-1}} \sum_{k_2=0}^{m_2^{j-1}} \dots \sum_{k_L=0}^{m_L^{j-1}} \mathbf{D}_{j-1, k_1, \dots, k_L}^{(i)} \cdot \Psi_{j-1, k_1, \dots, k_L}^{(i)}(x_1, x_2, \dots, x_L) \right). \quad (7.16)$$

З виразу (7.16) видно, що функція-оригінал характеризується двома складовими: компонентом тренда – перший доданок формули, і компонентами, які характеризують зміни в масиві відносно тренда по різних напрямках - інші доданки. Компонента тренда та компоненти змін відносно тренда на будь-якому масштабі визначаються як добуток базисної функції на відповідний коефіцієнт. Кількість коефіцієнтів деталізації збільшується у $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L / 2^L$ разів порівняно з багатовимірним вейвлет-перетворенням Хаара, а при $m_1 = m_2 = \dots = m_L = 2$ співпадає з ним.

Як приклад розглянемо двовимірне ОБ-вейвлет-перетворення для випадку $m_1 = m_2 = 3$. Скейлінг-функція та материнські вейвлети при використанні ОБ2-перетворення при $m=3$, $a = \frac{4p}{m}$ визначаються виразами (7.8).

Двовимірні вейвлет-функції отримуємо в матричному вигляді за формулою (7.12):

$$\mathbf{F}_{d(3\mathfrak{g})} = \begin{vmatrix} \mathbf{j}_d(x_1) \\ \mathbf{y}_d^{(1)}(x_1) \\ \mathbf{y}_d^{(2)}(x_1) \end{vmatrix} \times_3 \begin{vmatrix} \mathbf{j}_d(x_2) \\ \mathbf{y}_d^{(1)}(x_2) \\ \mathbf{y}_d^{(2)}(x_2) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \times_3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}. \quad (7.17)$$

Масштабовані та зсунені функції зворотного двовимірного перетворення (7.13) мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{j,k_1,k_2}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{j}_r(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{j}_r(3^j x_2 - k_2); \\
 \Psi_{j,k_1,k_2}^{(1)}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{j}_r(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{y}_r^{(1)}(3^j x_2 - k_2); \\
 \Psi_{j,k_1,k_2}^{(2)}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{j}_r(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{y}_r^{(2)}(3^j x_2 - k_2); \\
 \Psi_{j,k_1,k_2}^{(3)}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{y}_r^{(1)}(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{j}_r(3^j x_2 - k_2); \\
 \Psi_{j,k_1,k_2}^{(4)}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{y}_r^{(1)}(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{y}_r^{(1)}(3^j x_2 - k_2); ; \\
 \Psi_{j,k_1,k_2}^{(5)}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{y}_r^{(1)}(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{y}_r^{(2)}(3^j x_2 - k_2); \\
 \Psi_{j,k_1,k_2}^{(6)}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{y}_r^{(2)}(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{j}_r(3^j x_2 - k_2); \\
 \Psi_{j,k_1,k_2}^{(7)}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{y}_r^{(2)}(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{y}_r^{(1)}(3^j x_2 - k_2); \\
 \Psi_{j,k_1,k_2}^{(8)}(x_1,x_2) &= 3^j \mathbf{y}_r^{(2)}(3^j x_1 - k_1) \mathbf{o}_r \mathbf{y}_r^{(2)}(3^j x_2 - k_2).
 \end{aligned}$$

Формула прямого ОБ-вейвлет-перетворення (7.14) набуває наступного вигляду:

$$\mathbf{D}_{j-1} = \frac{1}{3} \cdot \mathbf{F}_{d(3^j)} \cdot \mathbf{S}_j, \quad (7.18)$$

$$\text{де: } \mathbf{D}_{j-1} = \begin{bmatrix} S_{j-1,k_1,k_2} \\ \mathbf{D}_{j-1,k_1,k_2+3^{j-1}}^{(1)} \\ \mathbf{D}_{j-1,k_1,k_2+2 \cdot 3^{j-1}}^{(2)} \\ \mathbf{D}_{j-1,k+3^{j-1},l}^{(3)} \\ \mathbf{D}_{j-1,k_1+3^{j-1},k_2+3^{j-1}}^{(4)} \\ \mathbf{D}_{j-1,k_1+3^{j-1},k_2+2 \cdot 3^{j-1}}^{(5)} \\ \mathbf{D}_{j-1,k+2 \cdot 3^{j-1},l}^{(6)} \\ \mathbf{D}_{j-1,k_1+2 \cdot 3^{j-1},k_2+3^{j-1}}^{(7)} \\ \mathbf{D}_{j-1,k_1+2 \cdot 3^{j-1},k_2+2 \cdot 3^{j-1}}^{(8)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_j = \begin{bmatrix} S_{j,3k_1,3k_2} \\ S_{j,3k_1,3k_2+1} \\ S_{j,3k_1,3k_2+2} \\ S_{j,3k_1+1,3k_2} \\ S_{j,3k_1+1,3l+1} \\ S_{j,3k_1+1,3k_2+2} \\ S_{j,3k_1+2,3k_2} \\ S_{j,3k_1+2,3k_2+1} \\ S_{j,3k_1+2,3k_2+2} \end{bmatrix}.$$

Зворотнє перетворення (7.15) описується виразом:

$$\mathbf{S}_j = \frac{1}{3} \cdot \mathbf{F}_{r(3 \times 3)} \cdot \mathbf{D}_{j-1}, \quad (7.19)$$

$$\text{де } \mathbf{F}_{r(3 \times 3)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix},$$

який дозволяє провести реконструкцію функції-оригіналу внаслідок ортогональності матриць прямого та зворотного ОБ-перетворень. На граничному рівні розглядання j двовимірна функція-оригінал $y(x_1, x_2)$ набуває вигляду:

$$\begin{aligned} y(x_1, x_2) = & S_{0,0,0} \cdot \Phi_{0,0,0}(x_1, x_2) + \mathbf{D}_{0,0,0}^{(1)} \cdot \Psi_{0,0,0}^{(1)}(x_1, x_2) + \dots + \\ & + D_{0,0,0}^{(8)} \cdot \Psi_{0,0,0}^{(8)}(x_1, x_2) + \sum_{k_1=0}^2 \sum_{k_2=0}^2 \mathbf{D}_{1,k_1,k_2}^{(1)} \cdot \Psi_{1,k_1,k_2}^{(1)}(x_1, x_2) + \\ & + \dots + \sum_{k_1=0}^2 \sum_{k_2=0}^2 \mathbf{D}_{1,k_1,k_2}^{(8)} \cdot \Psi_{1,k_1,k_2}^{(8)}(x_1, x_2) + \dots + \\ & + \sum_{k_1=0}^{3^j-1} \sum_{k_2=0}^{3^j-1} \mathbf{D}_{j-1,k_1,k_2}^{(1)} \cdot \Psi_{j-1,k_1,k_2}^{(1)}(x_1, x_2) + \dots + \\ & + \sum_{k_1=0}^{3^j-1} \sum_{k_2=0}^{3^j-1} \mathbf{D}_{j-1,k_1,k_2}^{(8)} \cdot \Psi_{j-1,k_1,k_2}^{(8)}(x_1, x_2). \end{aligned}$$

Вейвлет-спектри в орієнтованому базисі для деяких двовимірних функцій наведені у додатку 6.

Узагальнене ОБ-вейвлет-перетворення. Оскільки інтервал визначення функції-оригіналу у загальному випадку може бути довільним цілим числом, для її аналізу доцільно використовувати вейвлет-перетворення на базі функцій узагальненого ОБ-перетворення (2.60) та (2.61) на інтервалі $N = (m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L)^n = N_0^n$.

Пряме узагальнене ОБ-вейвлет-перетворення має вигляд:

$$\begin{aligned}
s_{j-1,k} &= \frac{1}{\sqrt{N_0}} \mathbf{j}_{d \ y3}(x) \cdot \mathbf{S}_j \\
d_{j-1,k}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{N_0}} \mathbf{y}_{d \ y3}^{(1)}(x) \cdot \mathbf{S}_j \\
&\dots\dots\dots \\
d_{j-1,k}^{(N_0-1)} &= \frac{1}{\sqrt{N_0}} \mathbf{y}_{d \ y3}^{(N_0-1)}(x) \cdot \mathbf{S}_j
\end{aligned} \tag{7.20}$$

де \mathbf{S}_j – вектор-колонка середніх значень функції-оригіналу на j -му рівні:

$$\mathbf{S}_j = \left[s_{j,N_0k} \quad s_{j,N_0k+1} \quad \dots \quad s_{j,N_0k+(N_0-1)} \right]^T .$$

Для реконструкції функції-оригіналу використовується зворотне узагальнене ОБ-вейвлет-перетворення:

$$\begin{aligned}
s_{j,N_0k} &= \frac{1}{\sqrt{N_0}} \mathbf{j}_{r \ y3}(x) \cdot \mathbf{D} \\
s_{j,N_0k+1} &= \frac{1}{\sqrt{N_0}} \mathbf{y}_{r \ y3}^{(1)}(x) \cdot \mathbf{D} \\
&\dots\dots\dots \\
s_{j,N_0k+(N_0-1)} &= \frac{1}{\sqrt{N_0}} \mathbf{y}_{r \ y3}^{(N_0-1)}(x) \cdot \mathbf{D}
\end{aligned} \tag{7.21}$$

де \mathbf{D} – вектор-колонка коефіцієнтів розкладання на $(j-1)$ -му рівні:

$$\mathbf{D} = \left[s_{j-1,k} \quad d_{j-1,k}^{(1)} \quad d_{j-1,k}^{(2)} \dots \quad d_{j-1,k}^{(N_0-1)} \right]^T .$$

Реконструкція функції-оригіналу відбувається згідно формули (7.7), в якій використовуються масштабовані та зсунені функції зворотного узагальненого ОБ-вейвлет-перетворення:

$$\begin{aligned}
j_{r \ y3 \ j,k} &= N_0^{j/2} j_{r \ y3} (N_0^j x - k) \\
y_{r \ y3 \ j,k}^{(1)} &= N_0^{j/2} y_{r \ y3}^{(1)} (N_0^j x - k) \\
&\dots\dots\dots \\
y_{r \ y3 \ j,k}^{(i)} &= N_0^{j/2} y_{r \ y3}^{(i)} (N_0^j x - k) \\
&\dots\dots\dots \\
y_{r \ y3 \ j,k}^{(N_0-1)} &= N_0^{j/2} y_{r \ y3}^{(N_0-1)} (N_0^j x - k)
\end{aligned}$$

Розглянемо формування узагальненого ОБ-вейвлет-перетворення для випадку $N_0 = 2 \cdot 3$.

Функції узагальненого прямого вейвлет-перетворення у матричному вигляді обчислимо за формулою (7.14):

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{d \ y3(2,3)} &= \begin{bmatrix} j(x_1) \\ y(x_1) \end{bmatrix} \times_m \begin{bmatrix} j(x_2) \\ y^{(1)}(x_2) \\ y^{(2)}(x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.22)
\end{aligned}$$

В результаті прямого перетворення отримуємо коефіцієнти розкладання:

$$\begin{aligned}
s_{j-1,k} &= \frac{1}{\sqrt{6}} [s_{j,6k} + s_{j,6k+1} + s_{j,6k+2} + s_{j,6k+3} + s_{j,6k+4} + s_{j,6k+5}] \\
d_{j-1,k}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} [s_{j,6k} - s_{j,6k+1} + s_{j,6k+2} - s_{j,6k+3} + s_{j,6k+4} - s_{j,6k+5}] \\
d_{j-1,k}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} [s_{j,6k} + s_{j,6k+1} - s_{j,6k+4} - s_{j,6k+5}] \\
d_{j-1,k}^{(3)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} [s_{j,6k} - s_{j,6k+1} - s_{j,6k+4} + s_{j,6k+5}] \\
d_{j-1,k}^{(4)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} [s_{j,6k} + s_{j,6k+1} - s_{j,6k+2} - s_{j,6k+3}] \\
d_{j-1,k}^{(5)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} [s_{j,6k} - s_{j,6k+1} - s_{j,6k+2} + s_{j,6k+3}]
\end{aligned}$$

Пряме перетворення у матричному вигляді описується формулою

$$\mathbf{D}_{j-1} = 6^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{F}_{d \text{ } \nu 3(2,3)} \cdot \mathbf{S}_j.$$

Коефіцієнти зворотного перетворення обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned} s_{j,6k} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[s_{j-1,k} + d_{j-1,k}^{(1)} + d_{j-1,k}^{(2)} + d_{j-1,k}^{(3)} + d_{j-1,k}^{(4)} + d_{j-1,k}^{(5)} \right] \\ s_{j,6k+1} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[s_{j-1,k} - d_{j-1,k}^{(1)} + d_{j-1,k}^{(2)} - d_{j-1,k}^{(3)} + d_{j-1,k}^{(4)} - d_{j-1,k}^{(5)} \right] \\ s_{j,6k+2} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[s_{j-1,k} + d_{j-1,k}^{(1)} + d_{j-1,k}^{(2)} + d_{j-1,k}^{(3)} - 2d_{j-1,k}^{(4)} - 2d_{j-1,k}^{(5)} \right] \cdot \\ s_{j,6k+3} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[s_{j-1,k} - d_{j-1,k}^{(1)} + d_{j-1,k}^{(2)} - d_{j-1,k}^{(3)} - 2d_{j-1,k}^{(4)} + 2d_{j-1,k}^{(5)} \right] \\ s_{j,6k+4} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[s_{j-1,k} + d_{j-1,k}^{(1)} - 2d_{j-1,k}^{(2)} - 2d_{j-1,k}^{(3)} + d_{j-1,k}^{(4)} + d_{j-1,k}^{(5)} \right] \\ s_{j,6k+5} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[s_{j-1,k} - d_{j-1,k}^{(1)} - 2d_{j-1,k}^{(2)} + 2d_{j-1,k}^{(3)} + d_{j-1,k}^{(4)} - d_{j-1,k}^{(5)} \right] \end{aligned}$$

У матричному вигляді зворотне перетворення записується наступним чином:

$$\mathbf{S}_j = 6^{\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{F}_{r \text{ } \nu 3(2,3)} \cdot \mathbf{D}_{j-1},$$

$$\text{де } \mathbf{F}_{r \text{ } \nu 3(2,3)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Для функції-оригіналу $y(x)$, яка розглядається на інтервалі в $36=6^2$ відліків, рівень j змінюватиметься в межах $j=0, j_{\max}=2$, тому формула для реконструкції функції-оригіналу матиме вигляд:

$$y(x) = s_{0,0} \cdot j_{r \text{ } \nu 3 \text{ } 0,0}(x) + \sum_{i=0}^5 d_{0,0}^{(i)} \cdot \mathcal{Y}_{r \text{ } \nu 3 \text{ } 0,0}^{(i)}(x) + \sum_{i=0}^5 \left[\sum_{k=0}^5 d_{1,k}^{(i)} \cdot \mathcal{Y}_{r \text{ } \nu 3 \text{ } 1,k}^{(i)}(x) \right].$$

Таким чином, багатовимірне та узагальнене вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі дозволяють виконувати аналіз функцій-оригіналів, оперуючи з більшою кількістю типів фільтрів, та зменшувати обсяг обчислень при розрахунках. Спрощення розрахунків для багатовимірного перетворення наявне у випадку, коли інтервал визначення кожного з аргументів x_1, \dots, x_L є кратним m_1, \dots, m_L , а для узагальненого перетворення – при кратності інтервалу визначення функції-оригіналу значенню $N_0 = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L$.

7.3. Алгоритми швидких ОБ-вейвлет-перетворень

Як було показано у розділі 2, використання ОБ-перетворення на інтервалі $N = 3^n$ дозволяє виключити операції множення та підвищити швидкодію обчислень. Тому для прискорення розрахунку коефіцієнтів перетворення та зменшення обсягу обчислень має сенс вивести формули швидкого перетворення для випадку $m=3$.

Запишемо формули для розрахунку коефіцієнтів вейвлет-перетворення в аналітичному вигляді. Для цього скористаємося рекурентними формулами (7.8).

Функцію-оригінал представимо як $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_0 \\ \dots \\ y_{3^n-1} \end{pmatrix}$. Коефіцієнти $s_{j,k}$ для рівня

$j = j_{\max}$ розраховуються за формулою (7.1) при $m=3$. Для наступного рівня $j = j_{\max} - 1$ обчислення коефіцієнтів здійснюється згідно виразу (7.8) з урахуванням (7.1):

$$\begin{aligned} s_{j-1,k} &= \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}+1}{2}}} \cdot (y_{3k} + y_{3k+1} + y_{3k+2}) \\ d_{j-1,k}^{(1)} &= \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}+1}{2}}} \cdot (y_{3k} - y_{3k+1}) \\ d_{j-1,k}^{(2)} &= \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}+1}{2}}} \cdot (y_{3k} - y_{3k+2}) \end{aligned} \quad (7.23)$$

Коефіцієнти для рівня $j = j_{\max} - 2$ розраховуються наступним чином:

$$\begin{aligned}
s_{j_{\max}-2,k} &= \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}+1}{2}}} \cdot (y_{9k} + y_{9k+1} + y_{9k+2} + y_{9k+3} + y_{9k+4} + y_{9k+5} + y_{9k+6} + y_{9k+7} + y_{9k+8}) \\
d_{j_{\max}-2,k}^{(1)} &= \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}+1}{2}}} \cdot (y_{9k} + y_{9k+1} + y_{9k+2} - y_{9k+3} - y_{9k+4} - y_{9k+5}) \\
d_{j_{\max}-2,k}^{(2)} &= \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}+1}{2}}} \cdot (y_{9k} + y_{9k+1} + y_{9k+2} - y_{9k+6} - y_{9k+7} - y_{9k+8})
\end{aligned} \tag{7.24}$$

Запишемо загальну формулу для розрахунку коефіцієнтів вейвлет-перетворення для будь-якого рівня $j = j_{\max} - r$, $r = \overline{1, j_{\max}}$:

$$\begin{aligned}
s_{j_{\max}-r,k} &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^r \cdot \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}}{2}}} \cdot \sum_{i=0}^{3^r-1} y_{3^r k+i} \\
d_{j_{\max}-r,k}^{(1)} &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^r \cdot \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}}{2}}} \cdot \left(\sum_{i=0}^{3^{r-1}-1} y_{3^r k+i} - \sum_{i=0}^{3^{r-1}-1} y_{3^r k+i+3^{r-1}} \right) \\
d_{j_{\max}-r,k}^{(2)} &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^r \cdot \frac{1}{3^{\frac{j_{\max}}{2}}} \cdot \left(\sum_{i=0}^{3^{r-1}-1} y_{3^r k+i} - \sum_{i=0}^{3^{r-1}-1} y_{3^r k+i+2 \cdot 3^{r-1}} \right)
\end{aligned} \tag{7.25}$$

На базі формул (7.25) сформуємо матричне представлення прямого вейвлет-перетворення:

$$\mathbf{S}_{OB} = \frac{1}{9} \mathbf{A}_{d\ OB} \times \mathbf{Y} . \tag{7.26}$$

Аналогічним чином формується матричне представлення зворотного перетворення:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}_{r\ OB}^T \times \mathbf{S}_{OB} \tag{7.27}$$

де \mathbf{S}_{OB} - вектор-колонка коефіцієнтів розкладання при використанні базисних функцій ОБ-перетворення, $\mathbf{A}_{d\ OB}$ та $\mathbf{A}_{r\ OB}$ - матриці коефіцієнтів, що представляють собою базис вейвлет-функцій прямого та зворотного перетворень $j_d(x)$, $Y_d^{(1)}(x)$, $Y_d^{(2)}(x)$ та $j_r(x)$, $Y_r^{(1)}(x)$, $Y_r^{(2)}(x)$, \mathbf{Y} - вектор-колонка значень функції-оригіналу.

Наприклад, для $N = 9$ $\mathbf{Y}^T = [y(0) \ y(1/9) \ y(2/9) \ y(3/9) \dots y(8/9)]$, матриця коефіцієнтів $\mathbf{A}_{d\ OB}$ має вигляд:

$$\mathbf{A}_{d_{OB}} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \end{vmatrix} \quad (7.28)$$

Застосовуючи (7.26), знаходимо вектор-колонку \mathbf{S}_{OB} коефіцієнтів розкладання, яка має вигляд:

$$\mathbf{S}_{OB} = \begin{vmatrix} s_{0,0} \\ d_{0,0}^{(1)} \\ d_{0,0}^{(2)} \\ d_{1,0}^{(1)} \\ d_{1,1}^{(1)} \\ d_{1,2}^{(1)} \\ d_{1,0}^{(2)} \\ d_{1,1}^{(2)} \\ d_{1,2}^{(2)} \end{vmatrix} \quad (7.29)$$

Таке представлення розрахунку вейвлет-коефіцієнтів являє собою процедуру швидкого перетворення, а форми запису перетворень (7.28) та (7.29) дозволяють спростити процес розрахунків.

Для порівняння швидких алгоритмів вейвлет-перетворення (7.26) з обчисленням за рекурентними формулами (7.11) розглянемо приклад, коли функція-оригінал дорівнює:

$$\mathbf{Y} = \begin{array}{c} | \\ 1 \\ | \\ 4 \\ | \\ 2 \\ | \\ 7 \\ | \\ 3 \\ | \\ 7 \\ | \\ 4 \\ | \\ 9 \\ | \\ 5 \\ | \end{array} = y \left(\frac{k}{9} \right).$$

Застосовуючи (7.11), розрахуємо коефіцієнти для другого (найвищого) рівня та сформуємо матрицю \mathbf{S}'_2 :

$$\mathbf{S}'_2 = \frac{1}{3} \begin{array}{c} | \\ 1 \quad 7 \quad 4 \\ | \\ 4 \quad 3 \quad 9 \\ | \\ 2 \quad 7 \quad 5 \\ | \end{array} \quad (7.30)$$

Виконуємо дві ітерації та отримаємо матриці вейвлет-коефіцієнтів для кожного рівня:

$$\mathbf{W}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} | \\ 1 \quad 1 \quad 1 \\ | \\ 1 \quad -1 \quad 0 \\ | \\ 1 \quad 0 \quad -1 \\ | \end{array} \cdot \mathbf{S}'_2 = \frac{1}{3\sqrt{3}} \begin{array}{c} | \\ 7 \quad 17 \quad 18 \\ | \\ -3 \quad 4 \quad -5 \\ | \\ -1 \quad 0 \quad -1 \\ | \end{array}, \quad (7.31)$$

$$\mathbf{S}'_1 = \frac{1}{3\sqrt{3}} \begin{array}{c} | \\ 7 \\ | \\ 17 \\ | \\ 18 \\ | \end{array}$$

$$\mathbf{W}_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} | \\ 1 \quad 1 \quad 1 \\ | \\ 1 \quad -1 \quad 0 \\ | \\ 1 \quad 0 \quad -1 \\ | \end{array} \cdot \mathbf{S}'_1 = \frac{1}{9} \begin{array}{c} | \\ 42 \\ | \\ -10 \\ | \\ -11 \\ | \end{array} = \begin{array}{c} | \\ s_{0,0} \\ | \\ d_{0,0}^{(1)} \\ | \\ d_{0,0}^{(2)} \\ | \end{array}. \quad (7.32)$$

Знайдемо ті ж коефіцієнти за швидким алгоритмом (7.26). В цьому випадку для всіх рівнів перетворення використовується одна матриця вейвлет-коефіцієнтів $\mathbf{A}_{d \text{ об}}$ (7.28):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}_{OB} &= \frac{1}{9} \cdot \mathbf{A}_{d\ OB} \cdot \mathbf{Y} = \\
 &= \frac{1}{9} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \\ 3 \\ 7 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \end{vmatrix} = \frac{1}{9} \begin{vmatrix} 42 \\ -10 \\ -11 \\ -3\sqrt{3} \\ 4\sqrt{3} \\ -5\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \\ 0 \\ -\sqrt{3} \end{vmatrix}. \quad (7.33)
 \end{aligned}$$

Результати вейвлет-перетворення, отримані за допомогою виразів (7.31) і (7.32), збігаються з результатами, отриманими за допомогою формул швидкого вейвлет-перетворення (7.33). Однак при швидкому перетворенні кількість операцій множення на 11% менше, а додавання - на 33% більше, ніж при використанні рекуррентних формул. Отже, використання швидкого вейвлет-перетворення для розрахунку коефіцієнтів є більш доцільним для реалізації на процесорах серій 80x86, МК51, в яких операції множення займають більше часу, ніж операції додавання (в три та більше разів). У випадку використання процесорів, час виконання множення і додавання в яких однаковий (наприклад, ПІС-контролерів), більш доцільним є реалізація рекуррентних співвідношень.

7.4. Порівняльна оцінка вейвлет-перетворень на базі функцій Хаара та ОБ

Оскільки на практиці для аналізу дискретних функцій найчастіше всього використовуються функції Хаара, доцільним є порівняння вейвлет-перетворення на базі:

- 1) функцій Хаара, визначених на інтервалі $N = 2^n$;
- 2) функцій одновимірного вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі;
- 3) узагальненого вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі.

Основні характеристики цих перетворень зведені у табл.7.1.

Порівняння вейвлет перетворень Хаара та ОБ

№	Характеристика	Вейвлет перетворення на базі		
		функцій Хаара	одновимірних функцій ОБ	узагальнених функцій ОБ
1	Кількість фільтрів	2	m	$N_0 = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L$
2	Інтервал визначення функції-оригіналу	2^n	m^n	N_0^n
3	Кількість типів коефіцієнтів апроксимації	1	1	1
4	Кількість типів коефіцієнтів деталізації	1	$m-1$	N_0-1
4	Максимальна кількість коефіцієнтів деталізації ($j_{\max}=n$)	2^n-1	m^n-1	N_0^n-1

Порівняльний аналіз розглянутих вейвлет-перетворень дозволяє стверджувати, що:

1. На відміну від вейвлет-перетворення Хаара, що оперує з кількістю відліків дискретних функцій-оригіналів, кратною 2, ОБ-вейвлет-перетворення дозволяє проводити аналіз функцій, інтервал визначення яких є кратним простому числу m у випадку одновимірного перетворення, або добутку простих чисел $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_L$ - у випадку узагальненого перетворення.

2. Використання базисних функцій ОБ-перетворення дозволяє проводити вейвлет-аналіз з використанням m фільтрів для одновимірного перетворення, та N_0 фільтрів, кожний з яких являє собою комбінацію більш простих фільтрів – для узагальненого перетворення.

3. При однакових рівнях розкладання j застосування вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі дозволяє отримати більшу кількість коефіцієнтів деталізації. Наприклад, при $j=2$ вейвлет-перетворення на базі функцій Хаара містить три коефіцієнти деталізації (2^2-1), а на базі ОБ-функцій при $m=3$ - вісім коефіцієнтів, на базі узагальнених ОБ-функцій при $N_0 = 2 \cdot 3$ - тридцять п'ять, що дає можливість збільшити обсяг інформації про флуктуації функції-оригіналу.

4. При сумірних інтервалах визначення функцій-оригіналів (наприклад, $N=2^3=8$ для функцій Хаара та $N=3^2=9$ для ОБ-функцій) максимально можлива кількість рівнів розкладання для ОБ-вейвлет-перетворення на 33% менша, ніж для вейвлет-перетворення Хаара, тобто аналіз функції виконується за меншу кількість кроків.

Окремим випадком при застосуванні ОБ-функцій для формування вейвлет-базису є інтервал визначення функцій, кратний 3. Як було показано вище (див. розділ 2), в цьому випадку матриці базисних функцій складаються з

цілих чисел, майже 1/3 яких – нулі. Матриця швидкого вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі у виразі (7.26) на інтервалі $N = 3^2$ містить 59% нульових елементів:

$$\mathbf{A}_{d\text{OB}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \end{pmatrix},$$

на відміну від матриці вейвлет-перетворення Хаара на сумірному інтервалі $N = 2^3$, яка містить 50% нулів:

$$\mathbf{A}_{\text{HAAR}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, використання вейвлет-перетворення в орієнтованому базисі дозволяє на 18% скоротити кількість обчислювальних операцій за рахунок більшої кількості нульових елементів матриць базисних функцій. Із збільшенням інтервалу визначення виграш у кількості нульових елементів при використанні функцій ОБ-перетворення зростає.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абакумов В.Г. Оптимизация электрозатрат предприятия на основе выбора тарифных планов // Электрика. – 2001. – №3. – С.15-19.
2. Аведьян Э.Д. Алгоритмы настройки многослойных нейронных сетей // Автоматика и телемеханика. – 1995. – №4. – С.106-118.
3. Анго Андре. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Наука, 1964. – 772 с.
4. Апаров А.Б. Маломощные автономные электроустановки // Электричество. – 2001. – №3. – С.49-57.
5. Арбеков А.Н., Леонтьев А.И., Самсонов В.Л. и др. Безъядерная энергетика пилотируемой экспедиции на Марс // Известия Академии наук. Энергетика. – 2002. – №4. – С.3-12.
6. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1996. – №166 (11). – С.1145-1170.
7. Баринов В.А. Структуры управления и рыночные отношения в электроэнергетике // Электричество. – 2000. – №1. – С.4-10.
8. Барсуков В.Б. Системы безопасности и жизнеобеспечения интеллектуальных объектов // Электроника: наука, технология, бизнес. – 2001. – №3. – С.36-41.
9. Береговський В.З., Петергеря Ю.С. Адаптивне енергоефективне керування перетворювачами електричної енергії з урахуванням режиму споживання // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”. – 2001. – Ч.3. – С.27-29.
10. Бідюк П.І., Савенков О.І., Баклан І.В. Часові ряди: моделювання та прогнозування. – К.: ЕКМО, 2003. – 144 с.
11. Бодянский Е.В., Винокурова Е.А. Обучение искусственных всплеск-нейронных сетей при обработке нестационарных стохастических сигналов // Радиоэлектроника и информатика. – 2003. – №1(22). – С.85-89.
12. Бодянский Е.В., Любчик П.М., Матусовский Г.А., Плиес И.П. Имитационная нейросетевая модель дуополии // Радиотехника и информатика. – 1999. – №3. – С.75-81.
13. Брейсуелл Р. Преобразование Хартли. – М.: Мир, 1990. – 175 с.
14. Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. – М.: Советское радио, 1973. – 440 с.
15. Буткевич А.Ф., Зелинский Е.С.. Интеллектуализация систем диспетчерского управления территориально-распределенными электроэнергетическими объектами – основные задачи и их решение // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Силова електроніка та енергоефективність”. – 2001. – Ч.3. – С.76-81.
16. Буткевич А.Ф., Кириленко А.В. Системы поддержки диспетчерского персонала территориально-распределенных электроэнергетических объектов в принятии решений // Технічна електродинаміка. – Тематичний випуск

„Моделювання електронних, енергетичних та технологічних систем”. – 1999. – Ч.1. – С.11-16.

17. Буткевич О.Ф., Вороновський Г.К., Кириленко О.В.. Системи інформаційно-інтелектуальної підтримки оперативного персоналу теплової електростанції // Технічна електродинаміка. – Тематичний випуск „Силова електроніка та енергоефективність”. – 2005. – Ч.1. – С.106-110.

18. Быстрицкий В.Е. Анализ рынка приборов и систем коммерческого учета электрической энергии // Электричество. – 2001. – №5. – С.38-44.

19. Варшавский В.И. Коллективное поведение автоматов. – М.: Гл. ред. физ.-мат. литературы изд-ва „Наука”, 1973. – 408 с.

20. Варшавский В. И., Поспелов Д. А. Оркестр играет без дирижера. – М.: Наука, 1984. – 208 с.

21. Векслер Г.С., Пилинский В.В. Электропитающие устройства электроакустической и кинотехнической аппаратуры. – К.: Вища шк., 1986. – 383 с.

22. Відновлювальні джерела енергії у локальних об’єктах / Ю.І. Якименко, Є.І. Сокол, В.Я. Жуйков, Ю.С. Петергеря, О.Л. Іванін. – К.: ІВЦ „Політехніка”, 2001. – 114 с.

23. Волчуков Н.П. Математическая модель аукционного рынка электрической энергии // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Силова електроніка та енергоефективність”. – 2001. – Ч.2. – С.104-108.

24. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. – Санкт-Петербург: Изд-во ВУС, 1999. – 208 с.

25. Геранін В.О., Писаренко Л.Д., Рущицький Я.Я. Теорія вейвлетів з елементами фрактального аналізу: Науково-методичне видання. – К.: ВПФ УкрІНТЕІ, 2002. – 364 с.

26. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. – М.: Физматгиз, 1962. – 476 с.

27. Горда Е.В. Построение интеллектуальной среды для задач диагностики оборудования, как развивающейся системы // Технічна електродинаміка. – Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2000. – Ч.6. – С.85-89.

28. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 1100 с.

29. Гребенюк Г.Г., Соловьев М.Н. Непрерывное тарифное регулирование для формирования желаемого графика загрузки энергосистем // Автоматика и телемеханика. – 2004. – №6. – С.166-169.

30. Деклар. пат. № 50192 А Україна, МКП Н02J3/26. Пристрій електроживлення трифазних споживачів в автономних системах з компенсацією впливу несиметрії мережі на навантаження / В.Я. Жуйков, Т.О. Терещенко, Ю.С. Петергеря, О.В. Соколев (Україна). – №2001117843; Заявл. 16.11.2001; Опубл. 15.10.2002; Бюл. №7. - 2 с.

31. Деклар. пат. № 52922 А Україна, МКП Н02J3/26. Пристрій електроживлення трифазних споживачів в автономних системах з компенсацією впливу несиметрії мережі на навантаження / В.Я. Жуйков, Т.О. Терещенко, Ю.С. Петергеря, О.В. Соболев (Україна). - №2001117844; Заявл. 16.11.2001; Опубл. 15.01 2003; Бюл. № 1. - 2 с.

32. Деклар. пат. № 57499 А Україна, МКП Н02J7/00. Пристрій для зарядки акумуляторної батареї / В.Я. Жуйков, Т.О. Терещенко, Ю.С. Петергеря, В.Б. Волківський (Україна). - № 2002108677; Заявл. 31.10.2002; Опубл. 16.06.2003; Бюл. № 6. - 2 с.

33. Деклар. пат. № 58230 А Україна, МКП Н02J7/00. Пристрій для зарядки акумуляторних батарей. / В.Я. Жуйков, Т.О. Терещенко, Ю.С. Петергеря, В.Б. Волківський (Україна). - № 2002108680; Заявл. 31.10.2002; Опубл. 15.07.2003; Бюл. № 7. - 2 с.

34. Деклар. пат. №67572 А Україна, МКП Н04J13/02. Пристрій для завадостійкого багатоканального передавання інформації по лініям зв'язку / В.Я. Жуйков, Т.О. Терещенко, Ю.С. Петергеря, Ю.В. Хохлов (Україна). - №2003109679; Заявл. 28.10.2003; Опубл. 15.06.2004; Бюл.№6. - 4 с.

35. Деклар. пат. №70500 А Україна, МКП Н04В1/69. Пристрій для завадостійкого передавання інформації по лініям зв'язку / В.Я. Жуйков, Т.О. Терещенко, Ю.С. Петергеря, Ю.В. Хохлов (Україна). - №20031110180; Заявл. 11.11.2003; Опубл. 15.10.2004; Бюл.№10. - 3 с.

36. Денисов А.И., Денисов Ю.А. Современное состояние и перспективы развития электропривода // Технічна електродинаміка. - Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки». - 2006. - Ч.6. - С.46-48

37. Деннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. - М.: Мир, 1988. - 440 с.

38. Дероган Д.В., Щокін А.Р. Перспективи використання енергії та палива в Україні з нетрадиційних і відновлюваних джерел // Новітні технології в сфері нетрадиційних і відновлюваних джерел. - 1999. - №2. - С.30-38.

39. Джеффри Е. Хинтон. Как обучаются нейронные сети // В мире науки - 1992. - №11-12. - с. 103-107.

40. Долбня В.Т. Топологический анализ и синтез электрических и электромеханических систем: Монография. - Харьков: НТУ "ХПИ", 2005. - 356 с.

41. Долбня В.Т., Кипенский А.В., Лашин А.А. Микропроцессорная система стабилизации выходного тока импульсного преобразователя // Технічна електродинаміка. Спеціальний випуск 2 «Силовая электроника и энергоэффективность». - 1998. - Т.2. - С.99-104

42. Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук. - 2001. - Т. 171, №5. - С.465-501.

43. Дубров Ю.И. Информационная „бедность” задач экологического прогнозирования и некоторые пути ее разрешения // Доповіді НАН України. - 2000. - №1. - С.191-197.

44.Дубровський С.В., Кобрін П.П. Аналіз тенденцій зміни режимів електроспоживання в Україні // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Енергозбереження в Україні: законодавство, теорія, практика”. – 2003. – С.73-77.

45.Дубровський С.В., Кобрін П.П. Моделювання перспективних параметрів навантаження об'єднаної енергосистеми України з урахуванням різних рівнів енергозбереження // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Енергозбереження в Україні: законодавство, теорія, практика”. – 2003. – С.70-73.

46.Дубровський С.В., Кобрін П.П. Прогнозування графіків електричного навантаження ОЕС України методом суперпозиції графіків річного та добового електроспоживання // Проблеми загальної енергетики. – 2002. – №7. – С.21-24.

47.Жаркин А.Ф., Возный В.А., Бойков В.С. Математическая модель низковольтной сети с нелинейными нагрузками // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2002. – Ч.1. – С.117-119.

48.Жуйков В.Я., Нгуен Лыхай Тунг. Параллельный высокочастотный фильтр тока, потребляемого из сети // Технічна електродинаміка. - Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки». – 2000. – Ч.5 - С.17-21.

49.Жуйков В.Я., Павлов В.Б., Стжелецки Р. Системы предупреждающего управления вентиляционными преобразователями. – К.: Наукова думка, 1991. – 388 с.

50.Жуйков В.Я., Петергеря Ю.С. Керування енергоспоживанням локальних об'єктів з урахуванням економічних моделей // Технічна електродинаміка. – Тематичний випуск “Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2000. – Ч.2. – С.131-136.

51.Жуйков В.Я., Петергеря Ю.С. Нова концепція побудови систем керування перетворювачами електричної енергії // Технічна електродинаміка. – 1998. – №4. – С.33-37.

52.Жуйков В.Я., Петергеря Ю.С. Управление потреблением электроэнергии на основе задерживающих m -фильтров // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”. – 2000. – Ч.7. – С.69-73.

53.Жуйков В.Я., Петергеря Ю.С. Управление электропотреблением локального объекта на основе коллективного взаимодействия автоматов // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2006. – Ч. 1. – С. 39-44.

54.Жуйков В.Я., Петергеря Ю.С., Садрицький Р.В. Керування споживанням електроенергії в локальному об'єкті з використанням вартісних електротехнічних моделей // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2003. – Ч.4. – С.49-53.

55. Жуйков В.Я., Петергеря Ю.С., Хижняк Т.А. СКІ-вейвлет-перетворення дискретних функцій // Технічна електродинаміка. Темат. випуск „Силова електроніка та енергоефективність”. – 2003. – Ч.2. – С.84-87.

56. Жуйков В.Я., Терещенко Т.А., Петергеря Ю.С. Конструирование преобразований дискретных функций на конечных интервалах с заданными свойствами // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”. – 2004. – Ч.4. – С.7-12.

57. Жуйков В.Я., Терещенко Т.А., Петергеря Ю.С. Конструирование вейвлет-преобразований дискретных функций на конечных интервалах // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”. – 2005. – Ч.1. – С.87-92.

58. Жуйков В.Я., Терещенко Т.А., Петергеря Ю.С. Преобразования дискретных сигналов на конечных интервалах в ориентированном базисе. – К.: Аверс, 2004. – 274 с.

59. Жуйков В.Я., Терещенко Т.А., Петергеря Ю.С. Симметричное преобразование на конечных интервалах. – К.: Аверс, 2000. – 218 с.

60. Жуйков В.Я., Терещенко Т.А., Петергеря Ю.С. Спектральные преобразования функций с m -ичным аргументом: теория и применения. – К.: Аверс, 2006. – 294 с.

61. Жуйков В.Я., Терещенко Т.А., Терещенко С.А. Обобщенное симметричное преобразование дискретных функций на конечных интервалах // Докл. АН УССР. Сер.А. – 1989. - №9. – С.76-77.

62. Жуйков В.Я., Терещенко Т.О., Петергеря Ю.С. Адаптація спектральних перетворень до задач векторної широтно-імпульсної модуляції // Доповіді НАН України. – 2003. – №11. – С.85-87.

63. Злобин С.Л., Стальной А.Я. Матричный рекуррентный алгоритм быстрого преобразования Хартли с естественным порядком адресации входной и выходной информации // Радиотехника. – 2000. – №4. – С.12-18.

64. Игры с непротивоположными интересами / Гермейер Ю.Б. – М.: Гл. ред. физ.-мат. литературы изд-ва „Наука”, 1976. – 328 с.

65. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1975. – 606 с.

66. Інноваційні пріоритети паливно-енергетичного комплексу України / За заг. ред. А.К. Шидловського. – Київ: Українські енциклопедичні знання, 2005. – 512 с.

67. Інтелектуальні системи керування потоками електроенергії у локальних об'єктах / О.В. Кириленко, Ю.С. Петергеря, Т.О. Терещенко, В.Я. Жуйков. – К.: Медіа ПРЕС, 2005. – 212 с.

68. Кириленко А.В. Особенности построения интеллектуальной программной среды для расчета схемных моделей в электроэнергетике // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Силова електроніка та енергоефективність”. – 2000. – Ч.2. – С.96-99.

69.Кириленко А.В., Буткевич А.Ф., Парус Е.В. Интеграция разнородных данных при создании в электроэнергетике сложных информационных комплексов // Технічна електродинаміка. – Тематичний випуск „Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2000. – Ч.2. –С.117-122.

70.Кириленко А.В., Гинайло В.И., Яндульский А.С. Дифференцированные по зонам суток розничные тарифы на электроэнергию: аверс и реверс // Энергетическая политика Украины. – 2002. – №5. – С.25-29.

71.Кобрін П.П. Основні показники графіків електричного навантаження країн Європи // Проблеми загальної енергетики. – 2002. – №7. – С.69-70.

72.Кобрін П.П., Крисанов Д.В. Аналіз методів прогнозування графіків електричного навантаження об'єднаної енергосистеми та можливості їх вдосконалення // Проблеми загальної енергетики. – 2001. – №4. – С.24-29.

73.Ковалев Ф.И., Флоренцев С.Н. Силовая электроника и энергоресурсосбережение // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Системи електроживлення електротехнічних установок і комплексів”. – 1999. – С.3-14.

74.Коваленко С.В., Гитис В.Б. Новые нейроразобные элементы и сети. – К.: ДГМА, 2004. – 324 с.

75.Кохреидзе Г.К., Лаошвили Д.П., Метревели В.Ш., Самарганишвили Д.А. Компьютерное моделирование и управление электромагнитных переходных режимов в автономных гибридных энергосистемах на базе возобновляемых источников питания // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2002. – Ч.9. –С.48-52.

76.Кричевский М.Л. Введение в искусственные нейронные сети. – СПб.: СПбГМТУ, 1999. – 139 с.

77.Круглов В. В., Борисов В. В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. – М.: Горячая линия – Телеком, 2001. – 220 с.

78.Кудря С.А., Васько В.П., Кирпатенко И.Н., Яценко Л.В. Состояние развития ветроэнергетики и малой гидроэнергетики Украины // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Моделювання електронних, енергетичних та технологічних систем”. – 1999. – Ч.1 –С.32-33

79.Кулик М.М., Стогній Б.С. Загальні проблеми та довгострокові перспективи розвитку енергетики України // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”. – 2006. – Ч.1. –С.8-15.

80.Лагуткин О.Е., Ошурков М.Г. Проблемы системного описания и исследования параметров электропотребления объектов ценологического типа // Енергоінформ. – 1999. – №21(41). – С.8.

81.Липковский К.А., Кирик В.В., Жаркин А.Ф., Самков А.В. Особенности электропитания „энергоэффективных потребителей” // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Моделювання електронних, енергетичних та технологічних систем”. – 1999. – Ч.1 –С.94-96.

82.Липківський К.О. Особливості нормалізації живлення споживачів в системах електропостачання обмеженої потужності // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Силова електроніка та енергоефективність”. – 2001. – Ч.3. –С.7-12.

83.Льюс Р., Райфа Х. Игры и решения. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. – 642 с.

84.Макаренко М.П., Пілінський В.В., Родіонова М.В., Яновські Ю.Ю. Напівпровідникові перетворювачі як джерела кондуктивних завад в телекомунікаційних системах // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки ». – 2006. – Ч.6 – С.121-124.

85.Макаровский С.Н. Выбор структуры генерирующих мощностей в автономной энергосистеме // Электричество. – 2001. – №10. – С.12-18.

86.Миркин Б.Г. Анализ качественных признаков (математические модели и методы). – М.: Статистика, 1976. – 168 с.

87.Миркин Б.Г., Черный Л.Б. Об измерении близости между различными разбиениями множества объектов // Автоматика и телемеханика. – 1970. – №5. – С.120-127.

88.Мороз-Подворчан И.Г. О распределении и множественном представлении в исследованиях сложноорганизованных систем // Доповіди НАН України. – 2000. – №1. – С.79-81.

89.Мхитарян Н.М. Гелиоэнергетика. Системы. Технологии. Применение. – К.: Наукова думка, 2002. – 318 с.

90.Неймарк Ю.И. Модель ценообразования // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 1996. – №6. – С.35-42.

91.Обухов С.Г., Лобко А.В. Методы управления группой рассредоточенных объектов силовой электроники // Электричество. – 1999. – №2. – С.42-45.

92.Паливно-енергетичний комплекс України на порозі третього тисячоліття / Шидловський А.К., Ковалко М.П., Вишневський І.М. та ін.; за заг. ред. Шидловського А.К. та Ковалка М.П. – К.: УЕЗ, 2001. – 400 с.

93.Партхасарати Т., Рагхаван Т. Некоторые вопросы теории игр двух лиц. – М.: Мир, 1974. - 295 с.

94.Петергеря Ю.С. Електро-вартісні моделі генераторів і навантажень для керування електроспоживанням локального об'єкта // Електроніка та зв'язок. - 2006. – № 2. –С. 33-39.

95.Петергеря Ю.С. Быстрые преобразования в ориентированном базисе // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силовая електроніка та енергоефективність”. – 2004. – Ч.2. – С.123-126.

96.Петергеря Ю.С. Ориентация базиса ортогонального преобразования в применении к многофазным системам // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”. – 2000. – Ч. 9. – С.11-13.

97. Петергеря Ю.С. Передавання сигналів в умовах завод на основі дискретного перетворення в орієнтованому базисі // *Електроніка и связь*. – 1999. – №7. – С.55-58.

98. Петергеря Ю.С. Побудова вейвлет-перетворень в орієнтованому базисі // *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”*. – 2006. – Ч.5. – С.70-73.

99. Петергеря Ю.С. Теоретичні основи побудови алгоритмів керування системами електроживлення локальних об’єктів // *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”*. – 2002. – Ч.1. – С.82-89.

100. Петергеря Ю.С., Гусев А.А. Многомерное вейвлет-преобразование в ориентированом базисе // *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”*. – 2005. – Ч.4. – С.72-75.

101. Петергеря Ю.С., Жуйков В.Я. Принципи побудови інтелектуальних систем керування перетворювачами у локальних об’єктах // *Зб. праць науково-технічної конференції “Екотехнологии и ресурсосбережение. Энергоэффективность и охрана окружающей среды”*. – К.: 2001. – С.17-21.

102. Петергеря Ю.С., Жуйков В.Я. Принципы эффективного интеллектуального управления потреблением энергии в локальных объектах // *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”*. – 2002. – Ч.1. – С.90-96.

103. Петергеря Ю.С., Іванін О.Л. Використання чисельних методів в задачі оптимізації методом динамічного програмування // *Електроніка и связь*. – 2002. – №14. – С.49-54.

104. Петергеря Ю.С., Іванін О.Л. Оптимізація режимів роботи електротехнічних пристроїв за допомогою метода динамічного програмування // *Електроніка и связь*. – 2001. – №11. – С.139-143.

105. Петергеря Ю.С., Малина Д.В. Підвищення якості роботи асинхронного двигуна за умов несиметрії напруги живлення // *Електроніка и связь*. – 2002. – №15. – С.51-53.

106. Петергеря Ю.С., Терещенко Т.О., Шевченко В.М. Наближення характеристики електроспоживання локального об’єкту до заданої // *Електроніка и связь*. – 2005. – №27. – С.14-17.

107. Петергеря Ю.С., Хохлов Ю. В. Широкопугова передача сигналів керування з використанням m -ічних модулюючих кодових послідовностей // *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”*. – 2004. – Ч.4. – С.90-93.

108. Петергеря Ю.С., Хохлов Ю.В., Хижняк Т.А. Порівняльний аналіз спектральних перетворень // *Електроніка и связь*. – 2002. – №16. – С.71-75.

109. Петергеря Ю.С., Шевченко В.М. Наближення характеристики електроспоживання локального об’єкту до заданої за допомогою елементарних підфункцій // *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”*. – 2005. – Ч.2. – С.70-75.

110. Петергеря Ю.С., Шевченко В.М. Оптимізація електроспоживання в локальних об'єктах за допомогою елементарних комірок // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2004. – Ч.6. – С.23-26.
111. Пойзнер Б.Н. О „субьекте” самоорганизации // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 1996. – Т. 4, №4,5. – С.84-92.
112. Портнов Е.М., Портнов Н.П. О новом в построении информационно-управляющих комплексов для АСУ рассредоточенными энергообъектами // Энергетик. – 2000. – №2. – С.25-26.
113. Праховник А.В., Бондаренко А.Ф. Энергономіка – інтелектуальна основа ощадливого енергокористування // Технічна електродинаміка. – 1998. – №5. - С.74-77.
114. Резцов В.Ф. Состояние исследований и перспективы использования возобновляемых источников энергии в Украине // Технічна електродинаміка. – 1997. – №1. - С.90-92.
115. Розов В.Ю. Построение системы автоматической компенсации внешнего магнитного поля подвижных объектов, содержащих ферромагнитные массы // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2002. – Ч.2. – С.9-14.
116. Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М.: Горячая линия ТЕЛЕКОМ. – 2004. – 454 с.
117. Сетюков Л.И. Применение двойных рядов Фурье для определения частотных спектров различных видов импульсной модуляции // Труды МЭИ. – 1961. – Вып. 34. – С.24-35.
118. Сокол Є.І., Клепиков В.Б., Липківський К.О., Чехет Е.М., Жуйков В.Я., Шинднес Ю.Л., Бару О.Ю., Тимошенко В.Г. Розробка наукових основ створення сучасних напівпровідникових перетворювачів електроенергії та їх впровадження в системах живлення статичних та динамічних навантажень // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки». – 2000. – Ч.1 – С.46-49.
119. Стахів П.Г., Рендзиняк С.Й. Паралельні діакоптичні методи розрахунку динамічних режимів складних електричних кіл // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки». – 2006. – Ч.6 –С.9-14.
120. Стогній Б.С., Кириленко О.В., Гінайло В.О., Яндутьський О.С. Уніфіковані структури та засоби побудови систем керування електричними об'єктами // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки». – 2002. – Ч.1 – С.79-82.
121. Стогній Б.С., Кириленко О.В., Денисюк С.П. Енергетична безпека України. Світові та національні виклики. – К.: Українські енциклопедичні знання, ТЕКСТ, 2006.- 408 с.

122. Стржелецки Р., Браницки Р., Гончарова М. Компенсация реактивной мощности и высших гармоник тока сети устройствами активной фильтрации в электротехнических системах с нелинейной нагрузкой // Технічна електродинаміка. – 1998. – №5. – С.11-16.

123. Тевяшев А.Д., Тимофеева Т.Б., Смирнов А.В. Оперативное управление потокораспределением // Радиоэлектроника и информатика. – 1999. – №3. – С.36-42.

124. Терехов В.М. Современные способы управления и их применение в электроприводе // Электротехника. – 2000. – №2. – С.25-28.

125. Терещенко Т.А., Москаленко Е.В., Петергеря Ю.С. Построение быстрых симметричных преобразований на конечных интервалах на основе теорем удлинения и запаздывания // Электронное моделирование. – 1999. – Т. 21, №6. – С.3-9.

126. Терещенко Т.О., Петергеря Ю.С., Волківський В.Б. Застосування перетворення в орієнтованому базисі для керування трифазним пристроєм для заряду акумуляторних батарей асиметричним струмом // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”. – 2003. – Ч. 3. – С. 39-43.

127. Терещенко Т.А., Петергеря Ю.С., Колотов Н.В. Математические основы прогнозного управления полупроводниковыми преобразователями // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”. – 2006. – Ч.3. – С.67-70.

128. Терещенко Т.О., Петергеря Ю.С., Хохлов Ю.В. Застосування перетворення в орієнтованому базисі для розрахунку трифазних систем // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”. – 2001. – Ч.2. – С.85-88.

129. Терещенко Т.О., Петергеря Ю.С., Хохлов Ю.В. Моделювання тракта передачі сигналів керування в умовах завад // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”. – 2003. – Ч.1. – С.53-58.

130. Терещенко Т.О., Петергеря Ю.С., Хохлов Ю.В. Передача інформації у системах побутової автоматизації на основі узгоджених фільтрів // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Силова електроніка та енергоефективність”. – 2002. – Ч.2. – С.61-65.

131. Терещенко Т.О., Петергеря Ю.С., Хохлов Ю.В. Теорема спектрального аналізу перетворення в орієнтованому базисі // Електроника и связь. – 2001. – №13. – С.24-28.

132. Терещенко Т.О., Петергеря Ю.С., Хохлов Ю.В., Соколов О.В. Пристрій компенсації несиметрії напруг живлення у мережному інверторі // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”. – 2002. – Ч.8. – С.52-55.

133. Трахтман А.М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. – М.:Сов. радио, 1972. – 468 с.

134. Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. – М.: Сов. радио, 1975. – 208 с.
135. Финин Г.С. Решение задачи распределения ресурса на графах // Доповіді Національної Академії наук України. – 2000. – №3. – С.101-103.
136. Харитонов С.А., Грабовецкий Г.В., Зиновьев Г.С., Бородин Н.И., Преображенский Е.Б., Брованов С.В., Мартинович Ч.А., Коробков Д.В., Берестов В.М., Лаптев Н.Н., Юхнин М.М., Лившиц Э.Я. Преобразователи частоты для мощных ветроэнергетических установок с переменной скоростью вращения ветровой турбины // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силовая електроніка та енергоефективність». – 2001. – Ч.1 – С.7-12.
137. Ходаков В.Е., Шерсток В.Г., Степанский К.Г., Дидак А.А., Мартынов А.М. Методы оценки степени противоречивости знаний с помощью отношения диссонанса // Радиоэлектроника и информатика. – 1998. – №1. – С.129-132.
138. Цетлин М. Л. Исследования по теории автоматов и моделирование биологических систем. - М.: Наука, 1969. – 316 с.
139. Шидловський А.К. Проблеми стабілізації та подальшого розвитку електроенергетичного комплексу та елетротехніки як його технологічної складової // Технічна електродинаміка, тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2000. – Ч.1. – С.3-8.
140. Шидловський А.К., Федоренко Г.М. Макроекономічні та електротехнічні тренди в електроенергетиці України 1990-2000 // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2002. – Ч.1. – С.3-12.
141. Щерба А.А., Бойко В.С. Обеспечение энергоэффективности электротехнических и электротехнологических комплексов средствами силовой электроники // Технічна електродинаміка. Спеціальний випуск 2 „Силовая электроника и энергоэффективность”. – 1998. – Т. 1. – С.5-12.
142. Щерба А.А., Саратовський Р.Н., Ушаков В.И., Глибин А.Г. Анализ схем согласования тиристорных преобразователей частоты с индукционной нагрузкой // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки ». – 2006. – Ч.6 – С.84-89.
143. Юрченко М.М., Пазеев Г.Ф., Шевченко П.М. та ін. Високовольтні перетворювальні пристрої для джерел живлення бортових технологічних установок // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2002. – Ч.3. – С.92-95.
144. Юрченко Н.Н. Энергосберегающие аспекты современной электротехнологии // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки ». – Ч.6. - Київ – 2006. – С.82-83.
145. Якименко Ю.И., Шмырева А.Н., Богдан А.В. Фотоэнергетические системы // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки ». – 2000. – Ч.1. – С.85-92.

146. Яковлев А.Н. Основы вейвлет-преобразования сигналов. – М.: Сайнс пресс, 2003. – 176 с.

147. Amara Graps. An Introduction to Wavelets. [<http://www.amara.com/IEEEwave/IEEEwavelet.html>].

148. Butkevych O.F., Pavlovskiy V.V., Zielinski J.S., Bartkiewicz W. Hybrid systems in power system problems solving // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2002. – Ч.4. – С.77-82.

149. Chao Chin, Xhang Lui. Study on Crosstalk in Inductive Transmission of Power and Information // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 1999. – Vol.6. – P.1174-1182.

150. Chua Leon O., Lin Yang. Cellular Neural Networks: Applications // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – October 1988. – Vol.35, № 10. – P.1273-1289.

151. Chua Leon O., Lin Yang. Cellular Neural Networks: Theory // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – October 1988. – Vol.35, № 10. – P.1257-1272.

152. De Vries, Principe J.C. The Gamma model – a new neural model for temporal processing. Neural Networks. – 2002. – Vol.5, № 4. – P.565-576.

153. Dostert K.M. Frequency-hopping Spread Spectrum Modulation for Digital Communications over Electrical Power Lines // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – May 1990. – Vol.8, № 4. – P.700-710.

154. Hopfield J.J. and Tank D.W. Computing with neural circuits: a model // Science (USA). – 1986. – Vol.233, № 4764. – P.625-633.

155. Imamura M.S., Helm P., Palz W. Photovoltaic System Technology: A European Handbook. – Commission of the European Communities. – Brussels and Luxembourg: HS Stephens & Associates, 1992. – 566 p.

156. Koki Ogura, SraWouth Chandhaket, Koudriavtsev O. and others. Utility-interfaced solar power conditioner with sinewave modulated quasi-resonant soft switching inverter link for residential application // Технічна електродинаміка. – Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2002. – Ч.8. – С.79-82.

157. Kung A., Jean-Bart B., Marbach O., Sauvage S. The EHS European Home Systems Network. – Trialog, 1995. – 345 p.

158. Liu D., Flint E., Gaucher B., Kwark Y. Wide band AC power line characterization // IEEE Transactions on Consumer Electronics. – November 1999. – Vol.45, № 4. – P.1087-1097.

159. Lu J., Zhao L. Multimedia Routing Server for In-home Services-requirements and Referential Architecture // IEEE Transactions on Consumer Electronics. – May 2002. – Vol.48, № 2. – P.234-241.

160. Principe J.C., Kuo J., Olivera P. Modelling application with focused gamma network // INIPS4 – 1992. – P.121-126.

161. Strassberg D. Home-Automation buses: Protocols really hit home // EDN Magazine. – April 1995. – P.97-109.
162. Tanaka M. Transmission Characteristics of a power line used for data communications at high frequencies // IEEE Transactions on Consumer Electronics. – February 1989. – Vol.35, № 1. – P.37-42.
163. Topalis E., Orphanos G., Koubias S., Papadopoulos G. A Generic Network Management Architecture Targeted to Support Home Automation Networks and Home Internet Connectivity // IEEE Transactions on Consumer Electronics. – February 2001. – Vol.46, № 1. – P.1134-1148.
164. Werbos P.J. Backpropagation through time: What It Does and How to Do It. Proc. of IEEE Computer Society Press. – 1992. – Vol.78, № 10. – P.1550-1560.
165. Wright M. Home-Automation Network mature while the PC industry chases a new home LAN // EDN Magazine. – June 1998. – P.101-114.
166. Zhuikov V., Petergerya J. Consumption Control at Local Objects Using Delaying m-Filters // TCSET'2006. – Lviv-Slavsko. – 2006. – P.216-217.
167. Zhuikov V., Petergerya J. Intellectual systems to control energy generation and consumption in local objects // Proceeding of 2-nd Conference “Power Electronic Devices Compatibility” PEDC. – Poland, Zielona Gora: Technical University Press. – 2001. – P.208-212.
168. Zhuikov V., Petergerya Yu. Use of discrete transformation at oriented basis for transferring of information during the hindrances // International Workshop on Acoustic Noise and Other Aspects of Power Electronics Compatibility PEDC. - Poland, Slubice: Technical University Press. – 1999. – P.87-96.
169. Zhuikov V.Y., Tereshchenko T.A., Pilinskiy V.V., Khokhlov Y.V., Petergerya J.S. Spread Spectrum Transmission with use of the m-Ary Modulating Code Sequences // 4-th International Workshop CPE-2005. – Topic 4.12. – Poland, 2005. - CD-ROM.
170. Zipse Donald W. Lightning Protection Methods: An Update and a Discredited System Vindicated // IEEE Transaction on Industry Applications. – 2001. – Vol. 37, № 2 (March/April). – P.407-414.
171. <http://homeplug.org/en/index.asp>.
172. <http://microsoft.com/hwdev/network/dsl> – EHS European Home Systems Specification, release 1.3a. – EHSA 2000.
173. <http://smart.besm.ru>.
174. <http://www.connect.ru/article.asp?id=5428>.
175. <http://www.epsilonevents.com>.
176. <http://www.laser.ru/tele/kp.htm>.
177. <http://www.necin.com.ua>.

Додаток 1
Електротехнічні підсистеми
локального об'єкту типу „розумний будинок”

На рис.Д1.1 наведено структуру підсистем навантажень локального об'єкту типу „розумний будинок”, а у табл. Д1.1 – групи електротехнічних навантажень будинку.

Д1.1. Приклад ієрархічного розподілу навантажень

Для забезпечення належного рівня безпеки та комфортності користувача локального об'єкту ієрархічний розподіл навантажень має бути динамічним та змінюватись в залежності від поточного режиму, бюджетних обмежень та характеру споживання. Приклад ієрархічного розподілу має вигляд:

1. Розетки для електроустаткування загальнопобутового призначення.	18. Джакузі.
2. Освітлення будинку (верхнє світло в кімнатах).	19. Насоси басейну.
3. Система опалення – електробойлер.	20. Підігрів басейну.
4. Електроворота гаража.	21. Освітлення басейну.
5. Освітлення гаража.	22. Сауна – освітлення.
6. Охоронна сигналізація будинку.	23. Сауна – електроустаткування.
7. Камери спостереження будинку.	24. Сауна – вентиляція.
8. Охоронна сигналізація периметру.	25. Клімат-контроль теплиці.
9. Ліфти в будинку.	26. Тренажерний зал – освітлення.
10. Освітлення периметра.	27. Тренажерний зал – електротренажери.
11. Камери спостереження периметру.	28. Бар – освітлення, світломузика.
12. Артезіанська свердловина (електронасос).	29. Бар – електроустаткування.
13. Клімат-контроль – кондиціонери.	30. Електроприбиральник.
14. Електроогорожа.	31. Допоміжне освітлення будинку
15. Система гарячого водопостачання – електробойлер.	32. Система підігріву підлог.
16. Освітлення доріжок.	33. Клімат-контроль – електрожалюзі.
17. Електроворота огорожі.	34. Електрокамін.
	35. Освітлення теплиці.
	36. Підігрів доріжок.
	37. Насоси зрошення галявин.

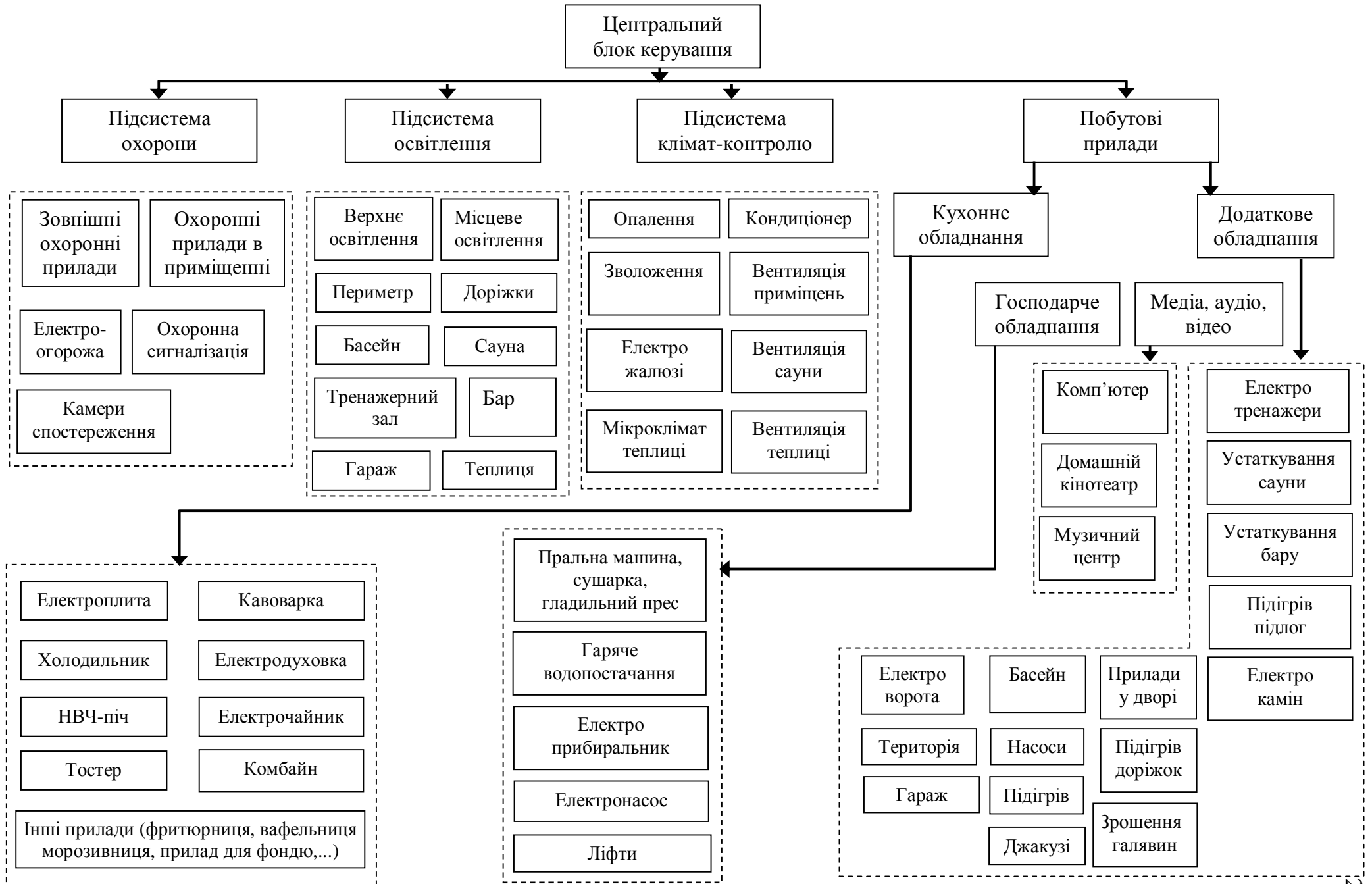


Рис. Д1.1. Структура підсистем навантажень локального об'єкту типу „розумний

Групи електротехнічних навантажень будинку

1	Об'єкти периметра
1.1	електроогорожа
1.2	охоронна сигналізація периметра
1.3	камери спостереження
1.4	освітлення периметра
1.5	електроворота
II	Об'єкти подвір'я
2.1	підігрів доріжок
2.2	освітлення доріжок
2.3	електроприбиральник
2.4	артезіанська свердловина (електронасос)
2.5	насоси басейну
2.6	підігрів басейну
2.7	освітлення басейну
2.8	освітлення теплиці
2.9	клімат-контроль теплиці
2.10	сауна - освітлення
2.11	сауна - електроустаткування
2.12	сауна - вентиляція
2.13	насоси зрошення галявин
III	Об'єкти будинку
3.1	система гарячого водопостачання — електробойлер
3.2	система опалення - електробойлер
3.3	охоронна сигналізація
3.4	камери спостереження
3.5	електроворота гаража
3.6	освітлення гаража
3.7	тренажерний зал — освітлення
3.8	тренажерний зал - електротренажери
3.9	бар — освітлення і світломузика
3.10	бар — електроустаткування
3.11	ліфти
3.12	клімат-контроль – кондиціонери
3.13	Клімат-контроль - електрожалюзі

Продовження табл. Д1.1

Електротехнічні навантаження будинку (продовження)	
3.14	система підігріву підлог
3.15	електрокамін
3.16	джакузі
3.17	освітлення будинку (верхнє світло в кімнатах)
3.18	Допоміжне освітлення будинку
3.19	розетки для електроустаткування загально побутового значення (домашній кінотеатр, холодильник, комп'ютер, музичний центр, пральна машина, тощо)
	РАЗОМ – більше 160 окремих навантажень

Додаток 2

Сучасні технології передавання інформації

Організація керування споживанням та генерацією електричної енергії у локальному об'єкті передбачає забезпечення каналів зв'язку для обміну інформацією між пристроями, що входять до складу об'єкту. По цих каналах необхідно організувати передавання сигналів керування від керуючого блоку до навантажень і генераторів, а також сигналів стану від пристроїв для оцінки режиму роботи системи електроспоживання.

Способи передавання інформації поділяються на широкополосні та вузькополосні. Вузькополосна передача сигналів розподіляється за типом модуляції: 1) амплітудна (АМ, ASK – Amplitude Shift Keying); 2) частотна (ЧМ, FSK – Frequency Shift Keying); 3) фазо-частотна модуляція (ФЧМ).

Форми модульованих сигналів при вузькополосній передачі інформації показані на рис. Д2.1.

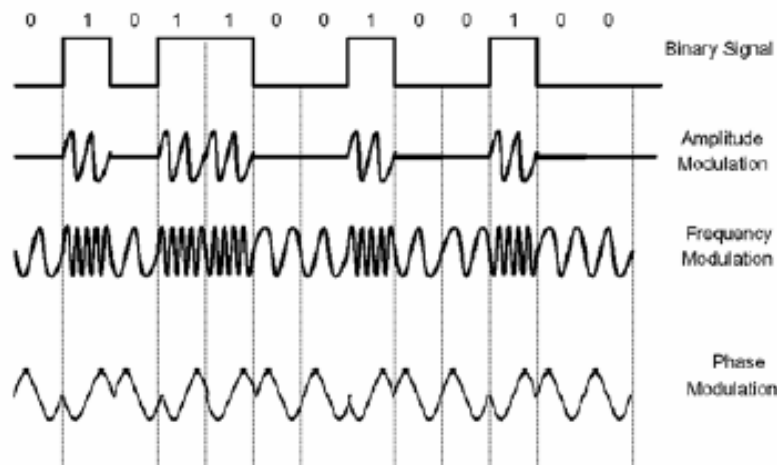


Рис. Д2.1. Форми модульованих сигналів при вузькополосному передаванні
(Amplitude Modulation – АМ, Frequency Modulation – ЧМ,
Phase Modulation - ФЧМ)

До способів широкополосного передавання відносяться: 1) розширення спектру прямою послідовністю (DSSS – Direct Sequence Spread Spectrum); 2) передавання з перескоком частоти (FHSS – Frequency Hopping Spread Spectrum); 3) лінійно-частотна модуляція. У системах DSSS широкополосний сигнал утворюється змішуванням вузькополосних сигналів із псевдовипадковою послідовністю даних. Результуюча швидкість передачі при цьому є набагато вищою, ніж для складових вузькополосних сигналів. В результаті змішування енергія первинного сигналу розподіляється по всій смузі частот.

Системи FHSS – це варіант фазо-частотної модуляції, при якому частотна смуга поділяється на певну кількість частотних каналів, що призначені для

псевдовипадкового стрибкоподібного переключення частот. Густина розподілу імовірності переключення на будь-який канал визначається Гаусовим законом розподілення.

Системи *лінійно-частотної модуляції* подібні до систем прямої послідовності і містять генератор розгорнення переданих даних.

Найбільш перспективною в теперішній час вважається організація комунікаційної мережі передавання інформації з організацією доступу до Інтернет з використанням існуючої електричної проводки будівлі Powerline communications (PLC). Така організація базується на частотному розділенні сигналів, що передаються по силовим кабельним лініям: високошвидкісний потік даних розбивається на декілька низькошвидкісних, кожний з яких передається на окремій частоті в діапазоні 4–21 МГц з подальшим їх об'єднанням у один сигнал. Мережа PLC характеризується стійким з'єднанням, високою швидкістю передавання, готовим до використання комунікаційним середовищем. Поява потужних DSP-процесорів (цифрових сигнальних процесорів) та застосування таких способів модуляції сигналів, як OFDM-модуляція (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), дозволили значно вдосконалити функціонування PLC.

Найбільш поширеними технологіями організації комунікаційного середовища передавання даних по силовим лініям є EIB (European Installation Bus), LonWorks, BACnet, C-Bus, X10 [153,157,162,171,172]. Комерційне застосування знайшли створені з використанням цих технологій мікросхеми інтелектуальних роз'єднувачів – приймачі/передавачі (PLT – Power Line Transceiver) для локальних об'єктів типу „житловий будинок” – концепція „інтелектуального будинку” [161,163,165,173]. У табл. Д2.1 наведено характеристики основних типів приймачів/передавачів.

EIB (European Installation Bus) – це децентралізована відкрита мережева технологія, що поширена у європейських країнах – учасниках EIBA-Асоціації (European Installation Bus Association). При необхідності можливо введення централізованого режиму керування шляхом під'єднання диспетчерського пульту або комп'ютеру.

Повідомлення отримують всі абоненти, але реагують на них лише ті, кому вони адресовані. У випадку успішного передавання кожний приймач підтверджує отримання. За відсутності підтвердження передавання повторяється. Після трьох невдалих спроб передавання переривається, у запам'ятовувальному пристрої передавача фіксується інформація про несправність.

Технологія EIB підтримує обмін по витій парі (9600 байт/с), по силовій лінії (1200/2400 біт/с для 230 В, 50 Гц), на радіочастоті, по інфрачервоному каналу. Передавання даних по силовій лінії використовується для систем інтелектуального будинку у великих котеджах та адміністративних будівлях як у комплексній системі автоматизації, так і для часткової автоматизації, наприклад, для керування світлом на стадіонах, у кінотеатрах, конференц-залах.

Таблиця Д2.1

Основні типи приймачів/передавачів для систем PLC

Компанія /технологія	Тип приймача/ передавача	Швидкість передачі	Технологія передачі		Частотний діапазон, / відповідність стандартам
широкополосний			вузькополосний		
Echelon LonWorks	PLT-10	10 кбіт/с	DS	-	100-450 кГц FCC
Echelon	PLT-30	2 кбіт/с	DS	-	9-95 кГц
Echelon LonWorks	PLT-21	5 кбіт/с	-	BPSK	120-148.5 кГц FCC
Intellon CEBus	SSC PLCEFN	10 кбіт/с	Chirp	-	100-450 кГц FCC
Busch-Jäger EIB	?	1.2 кбіт/с	-	SFSK	95-120 чи 120-145 кГц CENELEC
X-10 X-10	?	0.06 кбіт/с	-	ASK 120-FCC	148.5 кГц
Adaptive Networks	AN192	19.2 кбіт/с	DS	-	100-450 кГц FCC
Adaptive Networks	AN48	4.8 кбіт/с	DS	-	9-95 кГц CENELEC
Adaptive Networks	AN1000	100 кбіт/с	DS	-	100-450 кГц FCC
SGS-Thomson EHS	ST7537	1.2 кбіт/с	-	FSK	125-140 кГц CENELEC
National Semiconductors	LM1893	4.8 кбіт/с	-	FSK	50 - 300 кГц
Philips	TDA5051	0.6-1.2 кбіт/с	-	ASK 125-	140 кГц CENELEC

Технологія LonWorks розроблена компанією Echelon (США). В найбільшій мірі її переваги наявні при побудові автоматизованих систем керування інженерними системами (освітлення, опалення, вентиляція, кондиціонування, системи доступу, охорони) житлових та промислових будівель, транспорту та громадських установ. Використовується здебільшого у США. Мережева структура схожа з шиною EIB, проте, завдяки можливості програмування вбудованого контролера, дозволяє реалізувати складні протоколи керування

виконавчими пристроями. В основі технології лежить стандартизований протокол LonTalk.

BACnet (Building Automation and Control Network – мережа автоматизації та керування будівель) – протокол обміну даними для систем життєзабезпечення, розроблений Американським товариством інженерів по опаленню, охолодженню та кондиціонуванню повітря (ASHRAE). Головною перевагою є легкість заміни та модернізації обладнання, в тому числі на рівні окремих функціональних елементів.

У технології *C-Bus* використовується неекранована вита пара інформаційного кабелю. Система побудована на базі відкритого IP-протоколу, а її програмне забезпечення є сумісним з усіма версіями Windows. Найбільш поширена технологія *C-Bus* у Великобританії, Австралії та Азії. Структура системи побудована за принципом розподіленого інтелекту. Кожний блок у мережі *C-Bus* має вбудований мікропроцесор, постійну енергонезалежну пам'ять та операційну програму, які дозволяють йому функціонувати незалежно від інших блоків. Це забезпечує надійне, високошвидкісне з'єднання та гарантує, що неправильне функціонування одного блока не порушить роботу інших. Система *C-Bus* електрично ізольована від джерела основного електроживлення та захищена від короткого замкнення.

В галузі побутової автоматизації широко використовується технологія передавання інформації по силовим лініям X10, яка була винайдена та запатентована в кінці 70-х років компанією PICO Electronics. Зараз багато компаній виробляють X10-сумісні пристрої: X10 Inc., Leviton, Marmitek, IBM, SmartLinc, PowerHouse та ін. Технологія X10 визначає метод і протокол передавання керуючих сигналів – команд (ввімкнути, вимкнути, збільшити/зменшити потужність, тощо) на електронні модулі, до яких під'єднані навантаження.

Мережа X10 об'єднує до 256 груп пристроїв, які розподіляються на контролери та виконавчі модулі. Контролери відповідають за генерацію команд X10. Крім ручного кнопочного керування, вони містять вбудований таймер або спеціалізований пристрій введення зовнішнього впливу (датчик освітленості, фотоприймач інфрачервоного випромінювання від пульта дистанційного керування). Виконавчий модуль грає роль інтелектуального роз'єднувача, виконуючи команди від контролерів та здійснюючи відповідну комутацію електроживлення навантажень.

Мережа X10 містить передатчики, приймачі, трансівери, пульти дистанційного керування, лінійне та вимірвальне обладнання. *Передатчики* дозволяють передавати спеціальні коди команд в форматі X10 по електромережі (програмовані таймери, що надсилають сигнали у заданий час; комп'ютерні модулі, що виконують задані програми керування; датчики температури, освітленості, руху та ін., які при настанні певних подій надсилають відповідні сигнали приймачам). *Приймачі* отримують та виконують команди X10: вмикають/вимикають навантаження, регулюють рівень

потужності споживання. *Трансівери* приймають сигнали від інфрачервоних або радіо пультів дистанційного керування та передають їх у електромережу, перетворюючи у формат X10. *Пульти дистанційного керування* забезпечують керування пристроями X10 по інфрачервоним або радіоканалам. *Лінійне обладнання* (повторювачі/ретранслятори сигналів, фільтри стрибків напруги або струму, протизавадні фільтри, блокіратори сигналів) використовується для підвищення надійності та безвідмовності системи в цілому. *Вимірвальне обладнання* використовується для вимірювання рівнів корисних сигналів X10 та завад у електромережі.

Інформаційні сигнали у технології X10 являють собою високочастотні імпульси змінної напруги амплітудою 5В, частотою 120 кГц та тривалістю 1 мс для одиничного біта, та відсутність імпульсу для нуля. Передавання імпульсів синхронізована з переходом змінного струму через нуль (рис.Д2.2). Одиничний біт передається у вигляді трьох імпульсів з інтервалом 3,33 мс (для мережі з частотою 50 Гц), які відповідають нулям трьох фаз електричної мережі.

Мережа X10 передбачає під'єднання лінійних навантажень (лампи розжарювання, електронагрівальні прилади), нелінійних навантажень (електродвигуни, трансформатори), електронних пристроїв з безтрансформаторним входом (телевізори, радіоприймачі).

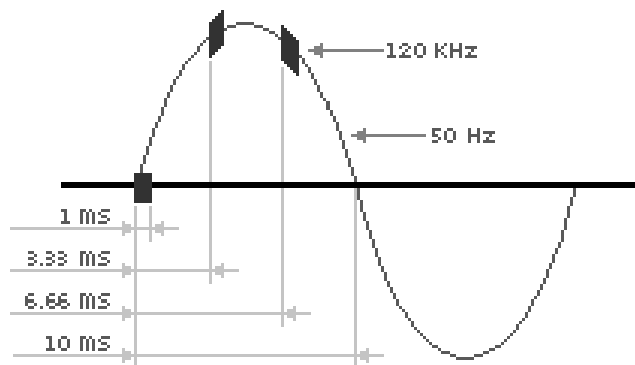


Рис. Д2.2. Інформаційні сигнали технології X10

Для кожного типу навантажень призначені певні модулі X10. Якщо всередині будинку використовується проводка з декількома фазами, то для передавання керуючих сигналів X10 від однієї фази до інших застосовується спеціальний пристрій – з'єднувач або міст (coupler).

Недоліками технології X10 є: 1) низька швидкість передавання інформації внаслідок синхронізації імпульсів з переходом через нуль напруги електромережі; 2) низька завадозахищеність через використання амплітудної модуляції; 3) імовірність хибних спрацьовувань внаслідок колізій; 4) відсутність зворотного зв'язку приймача з передавачем для контролю виконання команд; 5) можливість конфліктів пристроїв X10 різних виробників; 6) імовірність несанкціонованого доступу до пристроїв X10 по електромережі.

Одна з розробок Digital PowerLine використовує побутову мережу High Frequency Conditioned Power Network (HFPCN), в якій використовується блок підключення – Conditioning Units (CU) для фільтрації сигналів та багатоканального передавання інформації (рис.Д2.3). CU відправляє низькочастотний сигнал частотою 50 Гц на електричну розетку, а інформаційні сигнали з частотами вище 1 МГц - на обслуговуючі пристрої навантажень (Service Unit).

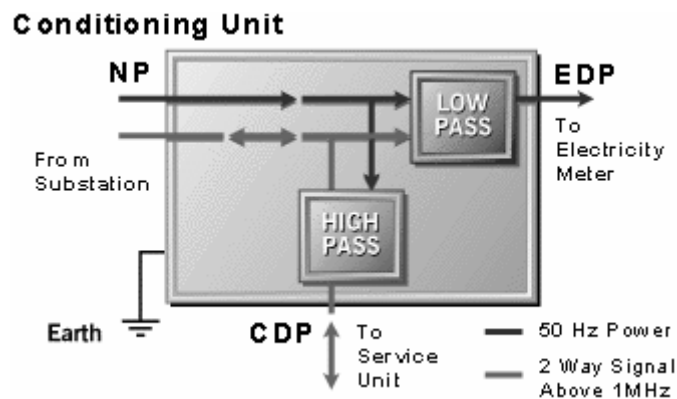


Рис. Д2.3. Структура блоку підключення навантаження до електричної мережі

Блок підключення встановлюється біля електричного лічильника або розподільчого щитка для з'єднання з електричною мережею або підстанцією. На рис. Д2.3 чорними лініями вказано шлях передавання електричної енергії з частотою 50 Гц, сірими – інформаційних сигналів частотою більше 1 МГц. Пристрій отримує загальний сигнал з мережевого порту Network Port (NP), цей сигнал проходить через фільтри високих та низьких частот (Low Pass та High Pass). Фільтрація відокремлює низькочастотний сигнал, який надходить до електричного розподільчого порту Electricity Distribution Port (EDP), та високочастотний, який надходить до комунікаційного розподільчого порту Communications Distribution Port (CDP). CDP забезпечує двоспрямований потік даних з обслуговуючими пристроями по коаксіальному кабелю.

Фільтри низької частоти відокремлюють інформаційну частотну смугу та усувають завади від побутових електротехнічних пристроїв.

У телемеханічному комплексі передавання технологічної інформації по електричним мережам 0,4 - 10 кВ [158,162] організовано тональний канал зв'язку, коли на напругу промислової частоти накладається напруга тональної частоти з частотним та часовим розділенням каналів передавання інформації. Інформаційний сигнал, що вводиться у електричну мережу, являє собою імпульсно-модульований сигнал тональної частоти. Для ідентифікації отримувача інформації в структурі посилки містяться додаткові адресні біти. Для додаткового забезпечення надійності передавання у структуру посилки введені біти захисту інформації по коду Хемінга.

Додаток 3
Доведення теорем спектрального аналізу для ОБ-перетворення

Теорема запізнення. Спектр функції, що зазнала m -зсув на величину t , дорівнює результату операції «пряма основна дія» над спектром вихідної функції і базисної функції ОБ1-перетворення $j(n, t)$:

$$Y_t(n) = Y(n) \circledast j_d(n, t) \quad (ДЗ.1)$$

Доведення. Застосуємо нову змінну $x_1 = x \underset{m}{q} t = \sum_{s=1}^n (x^{(s)} \underset{m}{\theta} t^{(s)}) m^{n-s}$, звідки

$$x = x_1 \underset{m}{\oplus} t = \sum_{s=1}^n (x_1^{(s)} \underset{m}{\oplus} t^{(s)}) m^{n-s}. \text{ Тоді}$$

$$\begin{aligned} Y_t(n) &= \frac{1}{N} \sum_{x_1=0}^{N-1} y(x_1) j_d(n, x_1 \underset{m}{\oplus} t) = \\ &= \frac{(k_d - 1) j_d(n, t)}{k_d N} \sum_{x_1=0}^{N-1} y(x_1) \cdot j_d(n, x_1) + \frac{j_d(n, \underset{m}{q} t)}{k_d N} \sum_{x_1=0}^{N-1} y(x_1) \cdot j_d(n, x_1) + \\ &+ \frac{j_d(n, t)}{k_d N} \sum_{x_1=0}^{N-1} y(x_1) \cdot j_d(n, \underset{m}{q} x_1) - \frac{j_d(n, \underset{m}{q} t)}{k_d N} \sum_{x_1=0}^{N-1} y(x_1) \cdot j_d(n, \underset{m}{q} x_1) = \\ &= \frac{1}{k_d} \cdot [(k_d - 1) Y(n) \cdot j(n, t) + Y(n) \cdot j(n, \underset{m}{q} t) + Y(\underset{m}{q} n) \cdot j(n, t) - Y(\underset{m}{q} n) \cdot j(n, \underset{m}{q} t)], \end{aligned}$$

або

$$Y_t(n) = Y(n) \circledast j_d(n, t).$$

Теорема запізнення для m -парних та m -непарних функцій. Якщо функція $y_e(x) \circledast Y_E(n)$ - m -парна, то спектр $Y_{E,t}(n)$ m -парної функції $y_e(x \underset{m}{q} t)$, яка зазнала зсув на величину t , визначається виразом:

$$Y_{E,t}(n) = Y_E(n) j_d(n, t) \quad (ДЗ.2)$$

Якщо функція $y_o(x) \circledast Y_O(n)$ - m -непарна, то спектр $Y_{O,t}(n)$ m -непарної функції $y_o(x \underset{m}{q} t)$, який зазнав зсув на величину t , визначається виразом:

$$Y_{Ot}(n) = Y_O(n) \frac{1}{k_d} \left[(k_d - 2)j_d(n, t) + 2j_d(n, q t) \right].$$

Після тригонометричних перетворень

$$Y_{Ot}(n) = Y_O(n) j_r(n, q t) \quad (\text{Д3.3})$$

Дійсно, при $Y(v) = Y(q v)$ вираз (Д3.1) набуває вигляду

$$\begin{aligned} Y(n) \circ j_d(n, t) &= \frac{1}{k_d} [(k_d - 1)Y(n) \cdot j_d(n, t) + Y(n) \cdot j_d(n, q t) + \\ &+ Y(q n) \cdot j_d(n, t) - Y(q n) \cdot j_d(n, q t)] = \\ &= Y(n) \cdot j_d(n, t) + \frac{1}{k_d} [-Y(n) \cdot j_d(n, t) + Y(n) \cdot j_d(n, q t) + \\ &+ Y(q n) \cdot j_d(n, t) - Y(q n) \cdot j_d(n, q t)] = Y(n) \cdot j_d(n, t) \end{aligned}$$

а при $Y(v) = -Y(q v)$ стає рівним

$$\begin{aligned} Y(n) \circ j_d(n, t) &= Y(n) \cdot j_d(n, t) + \frac{1}{k_d} [-Y(n) \cdot j_d(n, t) + Y(n) \cdot j_d(n, q t) + \\ &+ Y(q n) \cdot j_d(n, t) - Y(q n) \cdot j_d(n, q t)] = \frac{Y(n)}{k_d} \left[(k_d - 2)j_d(n, t) + 2j_d(n, q t) \right]. \end{aligned}$$

Теорема зсуву. Якщо відомі дві взаємно однозначні функції $y(x) \circ Y(n)$, то оригінал функції $Y(v q q)$, яка зазнала m -зсув на величину q , дорівнює результату операції “пряма основна дія” над функцією $y(x)$ та базисною функцією $j_r(q, x)$:

$$\begin{aligned} Y_q(x) &= Y(n q q), \\ y_q(x) &= y(x) \circ \phi_r(q, x). \end{aligned} \quad (\text{Д3.4})$$

Доведення. Застосувавши підстановку $n_1 = n q q$ та зважаючи, що $n = n_1 \oplus q$, отримаємо:

$$\begin{aligned}
y_q(x) &= \sum_{n=0}^{N-1} Y(n_1) \cdot j_r(n_1 \oplus_m q, x) = \\
&= \sum_{n=0}^{N-1} Y(n_1) \cdot j_r(n_1, x) \circledast_r j_r(q, x) = \frac{1}{k_r} [(k_r - 1) \cdot y(x) \cdot j_r(q, x) + \\
&+ y(x) \cdot j_r(q, \frac{q}{m} x) + y(\frac{q}{m} x) \cdot j_r(q, x) - y(\frac{q}{m} x) \cdot j_r(q, \frac{q}{m} x)] = y(x) \circledast_r j_r(q, x).
\end{aligned}$$

Для m -парної функції $y(x)$ формула (Д3.4) перетворюється до вигляду:

$$\begin{aligned}
y_q(x) &= \frac{1}{k_r} [(k_r - 1) j_r(x, q) y(x) + j_r(x, q) y(\frac{q}{m} x) + j_r(x, \frac{q}{m} q) y(x) - j_r(x, \frac{q}{m} q) y(\frac{q}{m} x)] = \\
&= j_r(x, q) y(x) + \frac{1}{k_r} [-j_r(x, q) y(x) + j_r(x, q) y(\frac{q}{m} x) + j_r(x, \frac{q}{m} q) y(x) - j_r(x, \frac{q}{m} q) y(\frac{q}{m} x)] = \\
&= y(x) j_r(x, q).
\end{aligned}$$

а для m -непарної функції:

$$y_{ot}(x) = y_o(x) \frac{1}{k_r} [(k_r - 2) j_r(x, q) + 2 j_r(x, \frac{q}{m} q)] = y(x) j_d(x, \frac{q}{m} q).$$

Теорема згортки. Спектр m -згортки двох функцій дорівнює

$$\begin{aligned}
Y_{зr}^{(1)} &= \frac{N}{k_r} [(k_r - 1) \cdot Y_1^{(2)}(\frac{q}{m} n) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(\frac{q}{m} n) - Y_1^{(2)}(\frac{q}{m} n) \cdot Y_2^{(1)}(\frac{q}{m} n)], \\
Y_{зr}^{(2)} &= \frac{N}{k_d} [(k_d - 1) \cdot Y_1^{(1)}(\frac{q}{m} n) \cdot Y_2^{(2)}(n) + Y_1^{(1)}(n) \cdot Y_2^{(2)}(n) + Y_1^{(1)}(n) \cdot Y_2^{(2)}(\frac{q}{m} n) - Y_1^{(1)}(\frac{q}{m} n) \cdot Y_2^{(2)}(\frac{q}{m} n)],
\end{aligned} \tag{Д3.5}$$

де верхні індекси означають спектри функцій $Y_1^{(1)}(n), Y_2^{(1)}(n)$ та $Y_1^{(2)}(n), Y_2^{(2)}(n)$ для перетворень ОБ1 та ОБ2 відповідно.

Оригінал згортки дорівнює:

$$y_1(x) \underset{m}{*} y_2(x) = \sum_{t=0}^x y_1(t) \cdot y_2(x \frac{q}{m} t) = \sum_{n=0}^{N-1} Y_{зr}^{(1)}(n) j_r(n, x). \tag{Д3.6}$$

або

$$y_1(x) \underset{m}{*} y_2(x) = \sum_{n=0}^{N-1} Y_{зr}^{(2)}(n) j_d(n, x).$$

(Д3.7)

Доведення. Застосуємо до виразу $y_2(x \underset{m}{q} t)$, що входить до згортки, формулу зворотного ОБ-перетворення:

$$\begin{aligned}
 y_1(x) \underset{m}{*} y_2(x) &= \sum_{t=0}^{N-1} y_1(t) \sum_{n=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(n) \cdot j_r(n, x \underset{m}{q} t) = \\
 &= \sum_{t=0}^{N-1} y_1(t) \sum_{n=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(n) \cdot j_r(n, x) \underset{r}{o} j_r(n, \underset{m}{q} t) = \\
 &= \frac{1}{k_r} \sum_{n=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(n) \sum_{t=0}^{N-1} y_1(t) \cdot \left[(k_r - 1) \cdot j_r(n, x) \cdot j_r(n, \underset{m}{q} t) + j_r(\underset{m}{q} n, x) \cdot j_r(n, \underset{m}{q} t) + \right. \\
 &+ j_r(n, x) \cdot j_r(n, t) - j_r(\underset{m}{q} n, x) \cdot j_r(n, t) \left. \right] = \frac{N}{k_r} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(n) \cdot j_r(n, x) \cdot \frac{1}{N} \cdot \right. \\
 &\cdot \sum_{t=0}^{N-1} y_1(t) \cdot \left[(k_r - 1) \cdot j_r(n, \underset{m}{q} t) + j_r(n, t) \right] + \sum_{n=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(n) \cdot j_r(\underset{m}{q} n, x) \cdot \frac{1}{N} \cdot \\
 &\cdot \sum_{t=0}^{N-1} y_1(t) \cdot \left[j_r(n, \underset{m}{q} t) - j_r(n, t) \right] \left. \right\} = \frac{N}{k_r} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(n) \cdot j_r(n, x) \cdot \left[(k_r - 1) \cdot Y_1^{(2)}(\underset{m}{q} n) + \right. \right. \\
 &+ Y_1^{(2)}(n) \left. \right] + \sum_{n=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(n) \cdot j_r(\underset{m}{q} n, x) \cdot \left[Y_1^{(2)}(\underset{m}{q} n) - Y_1^{(2)}(n) \right] \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Застосувавши в другому доданку заміну змінної $v_1 = \underset{m}{q} v$, отримаємо:

$$\begin{aligned}
 y_1(x) \underset{m}{*} y_2(x) &= \frac{N}{k_r} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(n) \cdot j_r(n, x) \cdot \left[(k_r - 1) \cdot Y_1^{(2)}(\underset{m}{q} n) + Y_1^{(2)}(n) \right] \right. \\
 &+ \sum_{n_1=0}^{N-1} Y_2^{(1)}(\underset{m}{q} n_1) \cdot j_r(n_1, x) \cdot \left[Y_1^{(2)}(n_1) - Y_1^{(2)}(\underset{m}{q} n_1) \right] \left. \right\}; \\
 Y_{32}^{(1)}(n) &= \frac{N}{k_r} \left\{ Y_2^{(1)}(n) \cdot \left[(k_r - 1) \cdot Y_1^{(2)}(\underset{m}{q} n) + Y_1^{(2)}(n) \right] + Y_2^{(1)}(\underset{m}{q} n) \cdot \left[Y_1^{(2)}(n) - Y_1^{(2)}(\underset{m}{q} n) \right] \right\} = \\
 &= \frac{N}{k_r} \left[(k_r - 1) \cdot Y_1^{(2)}(\underset{m}{q} n) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(\underset{m}{q} n) - Y_1^{(2)}(\underset{m}{q} n) \cdot Y_2^{(1)}(\underset{m}{q} n) \right].
 \end{aligned}$$

Аналогічно можна довести, що

$$y_1(x) \underset{m}{*} y_2(x) = \sum_{n=0}^{N-1} Y_{3r}^{(1)}(n) j_r(n, x) .$$

Таким чином, спектр згортки двох функцій може бути знайденим двома способами. Спектр згортки $Y_{32}^{(1)}$ розраховується по спектрах $Y_1^{(2)}$ і $Y_2^{(1)}$, тобто функція $y_2(x)$ підлягає ОБ1-перетворенню, а функція $y_1(x)$ – ОБ2-перетворенню. Спектр $Y_{32}^{(2)}$ розраховується по спектрах $Y_1^{(1)}$ і $Y_2^{(2)}$, тобто функція $y_1(x)$ підлягає ОБ1-перетворенню, а функція $y_2(x)$ – ОБ2-перетворенню. Оригінал згортки y_{32} , який задовольняє умовам $y_{32} \Leftrightarrow Y_{32}^{(1)}$ і $y_{32} \Leftrightarrow Y_{32}^{(2)}$, може бути знайденим або при застосуванні зворотного ОБ1-перетворення до спектру $Y_{32}^{(1)}$ або зворотного ОБ2-перетворення до спектру $Y_{32}^{(2)}$.

При $m=3$ вирази для $Y_{32}^{(1)}$ та $Y_{32}^{(2)}$ набудуть наступного вигляду:

$$Y_{32}^{(1)} = N \left[Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(n) + Y_1^{(2)}(n) \cdot Y_2^{(1)}(qn) - Y_1^{(2)}(qn) \cdot Y_2^{(1)}(qn) \right],$$

(Д3.8)

$$Y_{32}^{(2)} = \frac{N}{3} \left[2 \cdot Y_1^{(1)}(qn) \cdot Y_2^{(2)}(n) + Y_1^{(1)}(n) \cdot Y_2^{(2)}(n) + Y_1^{(1)}(n) \cdot Y_2^{(2)}(qn) - Y_1^{(1)}(qn) \cdot Y_2^{(2)}(qn) \right].$$

(Д3.9)

З точки зору витрат машинного часу обчислення значення $Y_{32}^{(1)}$ має наступні переваги у порівнянні із значенням $Y_{32}^{(2)}$:

— вираз (Д3.8) є більш простим у порівнянні з виразом (Д3.9);

— операції множення та зсуву при переході від зображення $Y_{32}^{(1)}$ до оригіналу y_{32} можуть бути виключені внаслідок використання матриці F_r , яка на відміну від матриці F_d , містить лише елементи 1, -1, 0.

Зазначимо, при $m=N$ (базис дискретних експоненціальних функцій) m -згортка являє собою кругову або циклічну згортку. При $m=2$ (базис функцій Уолша) m -згортка є діадною згорткою [59,133]. m -згортці притаманні ті ж властивості, що й звичайній згортці.

Теорема про спектр різниці. Для дискретних функцій, які задані на кінцевих інтервалах, аналогом похідної неперервної функції є перша m -різниця:

$$y_{\Delta m}(x) = y(x) - y(xq^1). \quad (\text{Д3.10})$$

Спектр першої m -різниці дискретної функції $y(x) \leftrightarrow Y(n)$ визначається виразом:

$$Y_{\Delta m}(n) = Y(n) - Y(n) \circ_j d(n,1). \quad (\text{Д3.11})$$

Спектр першої m -різниці можна знайти, якщо застосувати до рівняння (Д3.10) теорему лінійності і теорему запізнення. В результаті отримаємо:

$$\begin{aligned}
Y_{\Delta m}(n) &= Y(n) - Y(n) \mathbf{j}_d(n, 1) = Y(n) \mathbf{d}[1 - \mathbf{j}_d(n, 1)] = \\
&= Y(n) - \frac{1}{k_d} [(k_d - 1)Y(n) \cdot \mathbf{j}_d(n, 1) + Y(n) \cdot \mathbf{j}_d(n, q_1) + \\
&+ Y(qn) \cdot \mathbf{j}_d(n, 1) - Y(qn) \cdot \mathbf{j}_d(n, q_1)], \quad k_d = 4 \sin^2\left(\frac{2p}{m}\right).
\end{aligned}$$

Теорема про спектр суми. Сума відліків дискретної функції є аналогом інтегралу від неперервної функції:

$$y_c(x) = y(x) + \sum_{t=0}^{xJ_1} y(t) + c, \quad (\text{Д3.12})$$

де c - постійна інтегрування,

Спектр суми дискретної функції $y_c(x)$ визначається виразом:

$$Y_c(n) = \frac{Y(n) \mathbf{d}[1 - \mathbf{j}_d(n, q_1)]}{\frac{1}{k_d} \cdot [\mathbf{j}_d(n, q_1) - \mathbf{j}_d(n, 1)]^2 + [\mathbf{j}_d(n, 1) - 1] \cdot [\mathbf{j}_d(n, q_1) - 1]}. \quad (\text{Д3.13})$$

Спектр такої суми можна визначити, якщо взяти до уваги, що

$$y_{c\Delta m} = y_c(x) - y_c(xq_1) = y(x),$$

Перейдемо до області зображень:

$$Y(n) = Y_c(n) - Y_c(n) \mathbf{j}_d(n, 1)$$

та знайдемо також

$$Y(qn) = Y_c(qn) - Y_c(qn) \mathbf{j}_d(qn, 1).$$

Розкриємо операцію \mathbf{d} :

$$\begin{cases} Y(n) = a_1 Y_c(n) - b_1 Y_c(qn) \\ Y(qn) = b_1 Y_c(n) + a_1 Y_c(qn), \end{cases} \quad (\text{Д3.14})$$

$$\text{де } a_1 = 1 - \frac{1}{k_d} [(k_d - 1) \cdot j_d(n, 1) + j_d(n, q_1)] = 1 - \cos\left(\frac{2p}{m} n^{(1)}\right) + A \sin\left(\frac{2p}{m} n^{(1)}\right) \left(\frac{2}{k_d} - 1\right),$$

$$b_1 = \frac{1}{k_d} [j_d(n, 1) - j_d(n, q_1)] = \frac{2A}{k_d} \sin\left(\frac{2p}{m} n^{(1)}\right).$$

Вирішуючи систему (Д3.14), отримаємо:

$$Y_c(n) = \frac{a_2 Y(n) + b_1 Y(qn)}{a_1 a_2 + b_1^2}.$$

Враховуючи, що

$$a_1 a_2 + b_1^2 = \frac{[j_d(n, q_1) - j_d(n, 1)]^2 + k_d \cdot [j_d(n, 1) - 1] \cdot [j_d(n, q_1) - 1]}{k_d}$$

та

$$\begin{aligned} a_2 Y(n) + b_1 Y(qn) &= \\ &= \frac{k_d Y(n) \cdot [1 - j_d(n, q_1)] + [j_d(n, q_1) - j_d(n, 1)] \cdot [Y(n) - Y(qn)]}{k_d} = \\ &= \frac{k_d Y(n) \cdot [1 - j_d(n, q_1)] - k_d Y(n) j_d(n, 1) + k_d Y(n) j_d(n, 1)}{k_d} = \\ &= Y(n) \cdot [1 - j_d(n, 1) - j_d(n, q_1)] + Y(n) j_d(n, 1) = \\ &= Y(n) j_d(n, q_1) \end{aligned}$$

отримаємо:

$$Y_c(n) = \frac{a_2 Y(n) + b_1 Y(qn)}{a_1 a_2 + b_1^2} = \frac{Y(n) j_d(n, q_1)}{\frac{1}{k_d} \cdot [j_d(n, q_1) - j_d(n, 1)]^2 + [j_d(n, 1) - 1] \cdot [j_d(n, q_1) - 1]}.$$

Операція підсумовування за формулою (Д3.13) є зворотною до операції знаходження першої m -різниці.

Теорема про спектр добутку. Спектр $Y_{II}(n)$ добутку двох дискретних функцій $y_1(x) \cdot y_2(x)$ визначається виразом:

$$Y_{II}(n) = (1/k_d) \cdot [Y_1(n) * Y_2(n) + Y_1(qn) * Y_2(n) + Y_1(n) * Y_2(qn) - Y_1(qn) * Y_2(qn)].$$

Доведення. Знайдемо спектр добутку $Y_{II}(\mathbf{n})$ наступним чином:

$$Y_{II}(\mathbf{n}) = 1/N \cdot \sum_{x=0}^{N-1} y_1(x) \cdot y_2(x) \cdot \mathbf{j}_d(\mathbf{n}, x).$$

Застосувавши до функції $y_1(x)$ формулу зворотного перетворення та змінивши порядок підсумовування, запишемо:

$$\begin{aligned} Y_{II}(\mathbf{n}) &= \sum_{q=0}^{N-1} Y_1(q) \circ [1/N \cdot (\sum_{x=0}^{N-1} y_2(x) \cdot \mathbf{j}_d(\mathbf{n} \oplus q, x))] = \sum_{q=0}^{N-1} Y_1(q) \circ Y_1(\mathbf{n} \underset{m}{q} q) = \\ &= (1/k_d) \cdot [Y_1(\mathbf{n}) \underset{m}{*} Y_2(\mathbf{n}) + Y_1(\mathbf{qn}) \underset{m}{*} Y_2(\mathbf{n}) + Y_1(\mathbf{n}) \underset{m}{*} Y_2(\mathbf{qn}) - Y_1(\mathbf{qn}) \underset{m}{*} Y_2(\mathbf{qn})]. \end{aligned}$$

Спектр автокореляційної функції. $B(t) = \sum_{x=0}^{N-1} y(x) y(x \underset{m}{q} t).$

ОБ-спектр автокореляційної функції:

$$B(t) \Leftrightarrow \sum_{v=0}^{N-1} Y_{asm}^{(1)}(v) \cdot \mathbf{j}_r(v, x) = \sum_{n=0}^{N-1} Y_{asm}^{(2)}(n) \mathbf{j}_d(n, x),$$

де

$$\begin{aligned} Y_{asm}^{(1)} &= (N/k_r) \left[(k_r - 1) Y^{(1)}(\mathbf{q} v) \cdot Y^{(2)}(\mathbf{q} v) + Y^{(1)}(\mathbf{q} v) \cdot Y^{(2)}(v) + \right. \\ &\quad \left. + Y^{(1)}(v) \cdot Y^{(2)}(v) - Y^{(1)}(v) \cdot Y^{(2)}(\mathbf{q} v) \right], \\ Y_{asm}^{(2)} &= (N/k_d) \left[(k_d - 1) Y^{(2)}(\mathbf{q} v) \cdot Y^{(1)}(\mathbf{q} v) + Y^{(2)}(\mathbf{q} v) \cdot Y^{(1)}(v) + \right. \\ &\quad \left. + Y^{(2)}(v) \cdot Y^{(1)}(v) - Y^{(2)}(v) \cdot Y^{(1)}(\mathbf{q} v) \right] \end{aligned}$$

Доведення. Застосувавши до виразу $y(x \underset{m}{q} t)$, що входить до формули автокореляційної функції, формулу зворотного ОБ-перетворення:

$$\begin{aligned} B(t) &= \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot y(x \underset{m}{q} t) = \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) \cdot \mathbf{j}_r(n, x \underset{m}{q} t) = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) \cdot \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot \mathbf{j}_r(n, x) \circ \mathbf{j}_r(n, \underset{m}{q} t) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{k_r} \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) \cdot \sum_{x=0}^{N-1} y_1(x) \cdot \left[(k_r - 1) \cdot j_r(n, x) \cdot j_r(n, q t) + j_r(q n, x) \cdot j_r(n, q t) + \right. \\
&+ j_r(n, x) \cdot j_r(n, t) - j_r(q n, x) \cdot j_r(n, t) \left. \right] = \frac{N}{k_r} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) j_r(q n, t) \cdot \frac{1}{N} \times \right. \\
&\times \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot \left[(k_r - 1) \cdot j_r(n, x) + j_r(q n, x) \right] + \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) \cdot j_r(n, t) \cdot \frac{1}{N} \times \\
&\times \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot \left[j_r(n, x) - j_r(q n, x) \right] \left. \right\} = \frac{N}{k_r} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) j_r(q n, t) \times \right. \\
&\times \left[(k_r - 1) \cdot Y^{(2)}(n) + Y^{(2)}(q n) \right] + \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) \cdot j_r(n, t) \cdot \left[Y^{(2)}(n) - Y^{(2)}(q n) \right] \left. \right\}.
\end{aligned}$$

Застосувавши у другому доданку заміну змінних $n_l = q n$, отримаємо:

$$\begin{aligned}
B(t) &= \sum_{x=0}^{N-1} y(x) \cdot y(x q t) = \frac{N}{k_r} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} Y^{(1)}(n) j_r(q n, t) \cdot \right. \\
&\cdot \left. \left[(k_r - 1) \cdot Y^{(2)}(n) + Y^{(2)}(q n) \right] + \sum_{n_1=0}^{N-1} Y^{(1)}(q n_1) \cdot j_r(q n_1, t) \cdot \left[Y^{(2)}(q n_1) - Y^{(2)}(n_1) \right] \right\} \\
Y_{asm}^{(1)} &= (N/k_r) \left[(k_r - 1) Y^{(1)}(q v) \cdot Y^{(2)}(q v) + Y^{(1)}(q v) \cdot Y^{(2)}(v) + \right. \\
&+ \left. Y^{(1)}(v) \cdot Y^{(2)}(v) - Y^{(1)}(v) \cdot Y^{(2)}(q v) \right].
\end{aligned}$$

Аналогічно можна довести, що:

$$B(t) = \sum_{n=0}^{N-1} Y_{asm}^{(2)}(n) j_d(n, x).$$

Додаток 4

Теореми спектрального аналізу для двовимірного ОБ-перетворення

Теорема лінійності. Двовимірне ОБ-перетворення лінійне.

Нехай $y_1(x_1, x_2)$ и $y_2(x_1, x_2)$ - функції змінних x_1, x_2 , а $Y_1(n_1, n_2)$ і $Y_2(n_1, n_2)$ відповідно – їх спектри.

Тоді:

$$I_1 y_1(x_1, x_2) + I_2 y_2(x_1, x_2) \overset{\circ}{=} I_1 Y_1(n_1, n_2) + I_2 Y_2(n_1, n_2), \quad (\text{Д4.1})$$

де λ_1 та λ_2 - довільні дійсні числа.

Теорема запізнення. Спектр функції, яка зазнала m -зсув на величину a по змінній x_1 , і на величину b по змінній x_2 , дорівнює результату операції «пряма основна дія» для двовимірних функцій над спектром вихідної функції $Y(n_1, n_2)$ і базисної функції $j_d(n_1, n_2, a, b)$ прямого двовимірного ОБ-перетворення:

$$y(x_1 \overset{\theta}{\underset{N_1}{a}}, x_2 \overset{\theta}{\underset{N_2}{b}}) \overset{\circ}{=} Y(n_1, n_2) \overset{\circ}{\underset{\frac{d}{2}}{j}}_d(n_1, n_2, a, b), \quad (\text{Д4.2})$$

де $\overset{\circ}{\underset{\frac{d}{2}}{j}}$ - символ операції «пряма основна дія» для двовимірних функцій:

$$\begin{aligned} Y(n_1, n_2) \overset{\circ}{\underset{\frac{d}{2}}{j}}_d(n_1, n_2, a, b) &= \frac{1}{k_d} [(k_d - 1)Y(n_1, n_2)j_d(n_1, n_2, a, b) + Y(n_1, n_2)j_d(\overset{\theta}{\underset{m}{n_1}}, \overset{\theta}{\underset{m}{n_2}}, a, b) + \\ &+ Y(\overset{\theta}{\underset{m}{n_1}}, \overset{\theta}{\underset{m}{n_2}})j_d(n_1, n_2, a, b) - Y(\overset{\theta}{\underset{m}{n_1}}, \overset{\theta}{\underset{m}{n_2}})j_d(\overset{\theta}{\underset{m}{n_1}}, \overset{\theta}{\underset{m}{n_2}}, a, b)]. \end{aligned} \quad (\text{Д4.3})$$

Теорема зсуву. Якщо відомі дві взаємно однозначні функції $y(x_1, x_2) \overset{\circ}{=} Y(n_1, n_2)$, то оригінал функції $Y(n_1 q a, n_2 q b)$, яка зазнала m -зсув на величину a по змінній x_1 і на величину β по змінній x_2 , дорівнює результату операції “зворотна основна дія” над функцією $y(x)$ та базисною функцією $j_r(q, x)$ зворотного перетворення:

$$Y(n_1 q a, n_2 q b) \overset{\circ}{=} y(x_1, x_2) \overset{\circ}{\underset{\frac{r}{2}}{j}}_r(a, b, x_1, x_2), \quad (\text{Д4.4})$$

де $y(x_1, x_2) \overset{\circ}{\underset{\frac{r}{2}}{j}}_r(a, b, x_1, x_2) =$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{k_r} [(k_r - 1)y(x_1, x_2)j_r(a, b, x_1, x_2) + y(x_1, x_2)j_r(a, b, \overset{\theta}{\underset{m}{x_1}}, \overset{\theta}{\underset{m}{x_2}}) + \\ &+ y(\overset{\theta}{\underset{m}{x_1}}, \overset{\theta}{\underset{m}{x_2}})j_r(a, b, x_1, x_2) - y(\overset{\theta}{\underset{m}{x_1}}, \overset{\theta}{\underset{m}{x_2}})j_r(a, b, \overset{\theta}{\underset{m}{x_1}}, \overset{\theta}{\underset{m}{x_2}})]. \end{aligned}$$

Теорема згортки. Згортка двох двовимірних функцій дорівнює:

$$y_1(x_1, x_2) ** y_2(x_1, x_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} Y_{3z}^{(1)}(n_1, n_2) j_r(n_1, n_2, x_1, x_2) \quad (\text{Д4.5})$$

або

$$y_1(x_1, x_2) ** y_2(x_1, x_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} Y_{3z}^{(2)}(n_1, n_2) j_d(n_1, n_2, x_1, x_2), \quad (\text{Д4.6})$$

де

$$Y_{3z}^{(1)}(n_1, n_2) = \frac{N_1 N_2}{k_r} \left[(k_r - 1) \cdot Y_1^{(2)}\left(\frac{q n_1}{m}, \frac{q n_2}{m}\right) \cdot Y_2^{(1)}(n_1, n_2) + Y_1^{(2)}(n_1, n_2) \cdot Y_2^{(1)}(n_1, n_2) + \right. \\ \left. + Y_1^{(2)}(n_1, n_2) \cdot Y_2^{(1)}\left(\frac{q n_1}{m}, \frac{q n_2}{m}\right) - Y_1^{(2)}\left(\frac{q n_1}{m}, \frac{q n_2}{m}\right) Y_2^{(1)}\left(\frac{q n_1}{m}, \frac{q n_2}{m}\right) \right], \\ Y_{3z}^{(2)}(n_1, n_2) = \frac{N}{k_d} \left[(k_d - 1) \cdot Y_1^{(1)}\left(\frac{\theta n_1}{m}, \frac{\theta n_2}{m}\right) \cdot Y_2^{(2)}(n_1, n_2) + Y_1^{(1)}(n_1, n_2) \cdot Y_2^{(2)}(n_1, n_2) + \right. \\ \left. + Y_1^{(1)}(n_1, n_2) \cdot Y_2^{(2)}\left(\frac{\theta n_1}{m}, \frac{\theta n_2}{m}\right) - Y_1^{(1)}\left(\frac{\theta n_1}{m}, \frac{\theta n_2}{m}\right) \cdot Y_2^{(2)}\left(\frac{\theta n_1}{m}, \frac{\theta n_2}{m}\right) \right].$$

Верхні індекси означають перетворення ОБ1 або ОБ2 відповідно.

Теорема про спектр автокореляційної функції. Спектр автокореляційної функції дорівнює:

$$y(x_1, x_2) ** y(x_1, x_2) \mathcal{O} N_1 N_2 [Y^2(n_1, n_2) + Y^2(qn_1, qn_2)] \quad (\text{Д4.7})$$

Властивості багатовимірного ОБ-перетворення аналогічні властивостям багатовимірного СКІ-перетворення, проте багатовимірне ОБ-перетворення має перевагу, яка полягає у меншій трудомісткості обчислень.

Додаток 5

Розрахунок коефіцієнтів ОБ-вейвлет-перетворення для деяких функцій

Спектр постійної функції. Нехай $f(x)=1$ при $0 \leq x < N$. Покладемо $N = 3^2 = 9$. Для розрахунку коефіцієнтів ОБ-вейвлет-перетворення скористуємося формулами (3.2) і (3.8). Для рівня розкладання $j=2$ s -коефіцієнти перетворення розраховуються наступним чином:

$$s_{2,k} = \frac{y(k/9)}{3^{\frac{2}{2}}} = \frac{1}{3}. \quad (Д5.1)$$

Для рівня $j=1$ s -, $d^{(1)}$ - та $d^{(2)}$ - коефіцієнти перетворення мають вигляд:

$$\begin{aligned} s_{1,k} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [s_{2,3k} + s_{2,3k+1} + s_{2,3k+2}]; \\ d_{1,k}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [s_{2,3k} - s_{2,3k+1}]; \\ d_{1,k}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [s_{2,3k} - s_{2,3k+2}]. \end{aligned} \quad (Д5.2)$$

Після підстановки (Д5.1) у (Д5.2) отримаємо коефіцієнти для рівня розкладання $j=1$ при $0 \leq k < 3$:

$$\begin{aligned} s_{1,k} &= \frac{1}{\sqrt{3}}; \\ d_{1,k}^{(1)} &= 0; \\ d_{1,k}^{(2)} &= 0. \end{aligned}$$

Для рівня розкладання $j=0$ коефіцієнти визначаються як $s_{0,0}=1$ та $d_{1,k}^{(1)} = d_{1,k}^{(2)} = 0$.

Для перевірки підставимо отримані результати у формулу (3.7). Всі складові $s_{j,k} \mathcal{Y}_{j,k}^{(1)}(x)$ для будь-яких j і k дорівнюють одиниці, а всі $d_{j,k}^{(1)} \mathcal{Y}_{j,k}^{(1)}(x)$ і $d_{j,k}^{(2)} \mathcal{Y}_{j,k}^{(2)}(x)$ для будь-яких j і k дорівнюють нулю. Таким чином, отримуємо функцію $f(x)=1$.

Спектр дискретного одиничного імпульсу $d(x)$. Функція дискретного імпульсу $d(x)$ на кінцевому інтервалі N визначається наступним чином:

$$d(x) = \begin{cases} 1 & x = i; \\ 0 & x \neq i. \end{cases}$$

Вейвлет-спектр одиничного імпульсу залежить від того, яке місце в тріаді відліків він займає – $3n$, $3n+1$, $3n+2$. Застосовуючи (3.8), отримуємо по одному ненульовому s -, $d^{(1)}$ - і $d^{(2)}$ -коефіцієнту на кожному рівні розкладання:

$$s_{j, \lfloor \frac{n}{3} \rfloor} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sum_{i=3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor}^{3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 2} s_{j+1, i}; \quad (Д5.3)$$

$$d^{(1)}_{j, \lfloor \frac{n}{3} \rfloor} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(s_{j+1, 3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor} - s_{j+1, 3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 1} \right); \quad (Д5.4)$$

$$d^{(2)}_{j, \lfloor \frac{n}{3} \rfloor} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(s_{j+1, 3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor} - s_{j+1, 3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 2} \right), \quad (Д5.5)$$

де $[a]$ – ціла частина a ; s – коефіцієнти для найвищого рівня розкладання, які розраховуються за формулою (3.2):

$$s_{j_m, k} = \frac{f(k/3^{j_m})}{3^{j_m/2}}.$$

Для $N=27$ вейвлет-коефіцієнти дорівнюють:

$$s_{2,0} = d^{(1)}_{2,0} = d^{(2)}_{2,0} = \frac{1}{\sqrt{3}} s_{3,0} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}} = \frac{1}{3^2};$$

$$s_{1,0} = d^{(1)}_{1,0} = d^{(2)}_{1,0} = \frac{1}{\sqrt{3}} s_{2,0} = \frac{1}{3^2 \sqrt{3}};$$

$$s_{0,0} = d^{(1)}_{0,0} = d^{(2)}_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{3}} s_{1,0} = \frac{1}{3^3},$$

все інші коефіцієнти мають нульові значення. Коефіцієнти ОБ-вейвлет-перетворення сусідніх рівнів розкладання відносяться як:

$$\frac{s_{j-1}}{s_j} = \frac{d^{(1)}_{j-1}}{d^{(1)}_j} = \frac{d^{(2)}_{j-1}}{d^{(2)}_j} = \sqrt{3}.$$

На рис.Д5.1, Д5.2 і Д5.3 зображені тренди функції і флуктуації на різних рівнях розкладання, які виділені відповідно за допомогою фільтрів $j(x)$, $y_r^{(1)}(x)$ та $y_r^{(2)}(x)$.

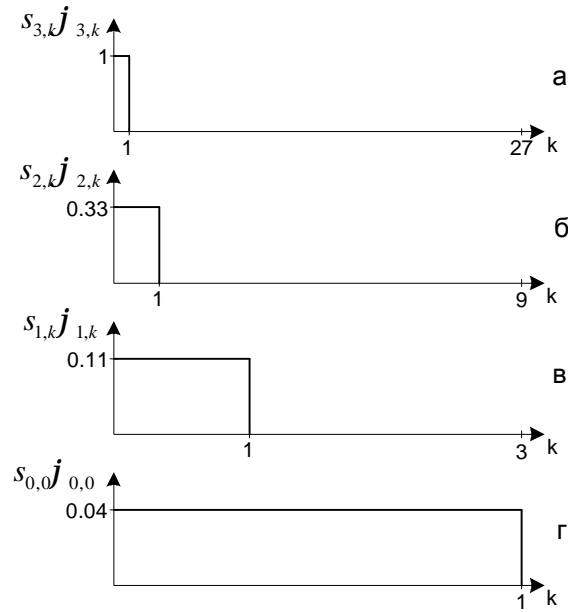


Рис. Д5.1. Середні значення (тренди) на різних рівнях розкладання j :
а) $j=3$; б) $j=2$; в) $j=1$; г) $j=0$

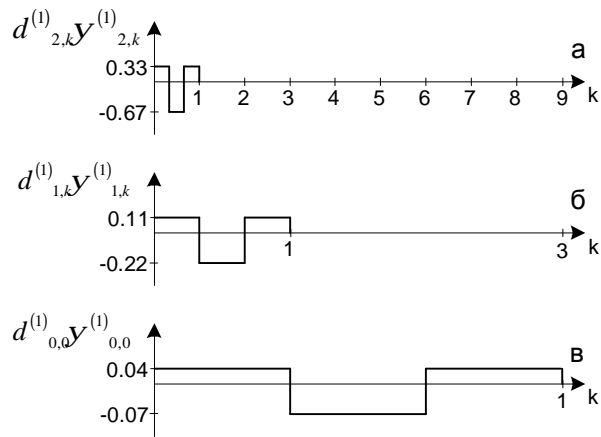


Рис. Д5.2. Флуктуації, виділені за допомогою фільтра $y_r^{(1)}(x)$, на різних рівнях розкладання j : а) $j=2$; б) $j=1$; в) $j=0$

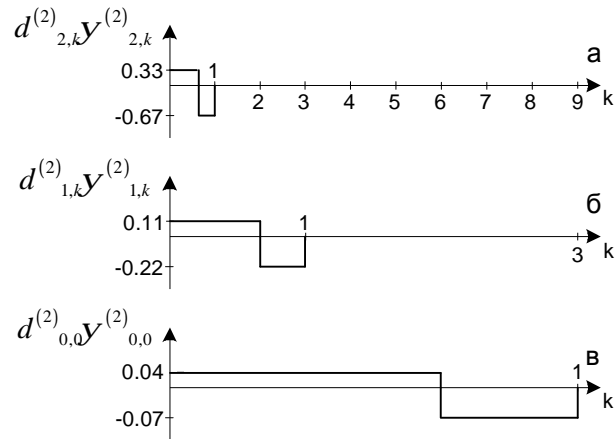


Рис. Д5.3. Флуктуації, виділені за допомогою фільтра $y_r^{(2)}(x)$, на різних рівнях розкладання j : а) $j=2$; б) $j=1$; в) $j=0$

Спектр дискретного одиничного імпульсу тривалістю w відліків внаслідок лінійності вейвлет-перетворення визначається як сума спектрів одиничних імпульсів тривалістю один відлік:

$$s_{j,k} = \sum_{i=1}^w s_{j,k}^{(i)}, \quad d_{j,k} = \sum_{i=1}^w d_{j,k}^{(1)(i)} \quad \text{и} \quad l_{j,k} = \sum_{i=1}^w d_{j,k}^{(2)(i)},$$

де $s_{j,k}^{(i)}$, $d_{j,k}^{(1)(i)}$ і $d_{j,k}^{(2)(i)}$ – вейвлет-коефіцієнти для одиничного імпульсу на відліку i , визначені за формулами (Д5.3)-(Д5.5).

ОБ-вейвлет спектр послідовності імпульсів. Аналітичні вирази для ОБ-вейвлет-спектру послідовності імпульсів легко отримати як суму спектрів одиничних імпульсів за формулами (Д5.3)-(Д5.5).

Відзначимо, що найбільш прості спектри (з найбільшою кількістю нульових коефіцієнтів) мають послідовності з частотою, кратною трьом відлікам:

$$s_{j, \lfloor \frac{n}{3} \rfloor} = \frac{w}{\sqrt{3}} \cdot \sum_{i=3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor}^{3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 2} s_{j+1, i}; \quad d_{j, \lfloor \frac{n}{3} \rfloor}^{(1)} = \frac{w}{\sqrt{3}} \left(s_{j+1, 3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor} - s_{j+1, 3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 1} \right);$$

$$d_{j, \lfloor \frac{n}{3} \rfloor}^{(2)} = \frac{w}{\sqrt{3}} \left(s_{j+1, 3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor} - s_{j+1, 3 \cdot \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 2} \right),$$

де w – кількість імпульсів в послідовності на інтервалі N .

ОБ-вейвлет спектр базисних функцій перетворення. ОБ-вейвлет-спектри базисних функцій, визначені на підінтервалі 3, легко знайти, використовуючи формули (3.8).

Нехай весь інтервал $N = 3^3 = 27$. Для функції $y_d^{(1)}(x)$ ненульові коефіцієнти дорівнюють:

$$\begin{aligned} s_{3,0} = s_{3,1} = s_{3,2} = -s_{3,3} = -s_{3,4} = -s_{3,5} &= \frac{1}{3^{3/2}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}; \\ s_{2,0} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(s_{3,0} + s_{3,1} + s_{3,2}) = \frac{3}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}} = \frac{1}{3}; \\ s_{2,1} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(s_{3,3} + s_{3,4} + s_{3,5}) = \frac{-3}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}} = -\frac{1}{3}; \\ d^{(1)}_{1,0} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(s_{2,0} - s_{2,1}) = \frac{2}{3\sqrt{3}}; \quad d^{(2)}_{1,0} = \frac{1}{\sqrt{3}}s_{2,0} = \frac{1}{3\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Для функції $y_d^{(2)}(x)$ відповідно:

$$\begin{aligned} s_{3,0} = s_{3,1} = s_{3,2} = -s_{3,6} = -s_{3,7} = -s_{3,8} &= \frac{1}{3^{3/2}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}; \\ s_{2,0} = \frac{1}{\sqrt{3}}(s_{3,0} + s_{3,1} + s_{3,2}) &= \frac{3}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}} = \frac{1}{3}; \quad s_{2,2} = \frac{1}{\sqrt{3}}(s_{3,6} + s_{3,7} + s_{3,8}) = \frac{-3}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}} = -\frac{1}{3}; \\ d^{(1)}_{1,0} = \frac{1}{\sqrt{3}}s_{2,0} &= \frac{1}{3\sqrt{3}}; \quad d^{(2)}_{1,0} = \frac{1}{\sqrt{3}}(s_{2,0} - s_{2,2}) = \frac{2}{3\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

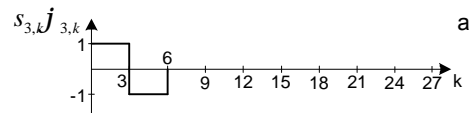
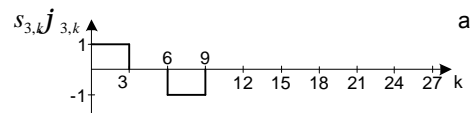
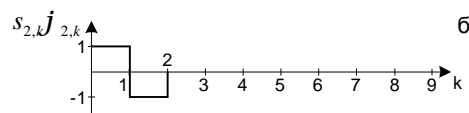
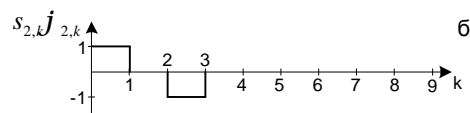


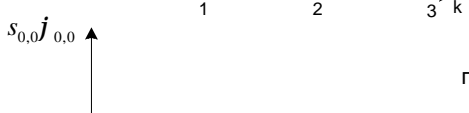
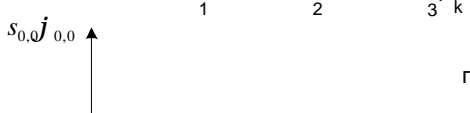
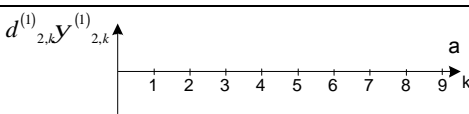
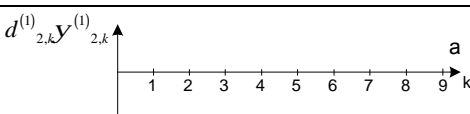
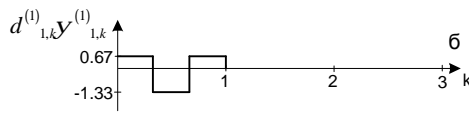
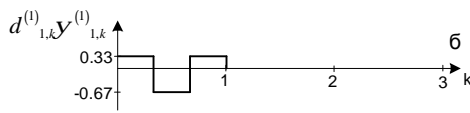
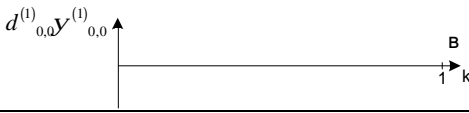

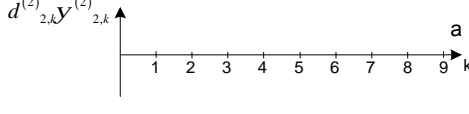
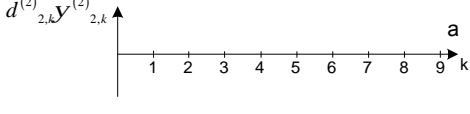
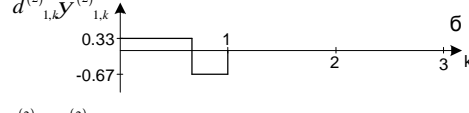
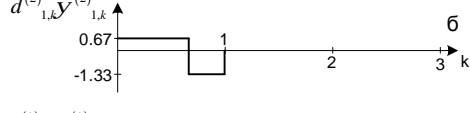
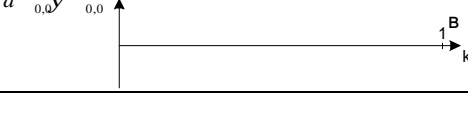
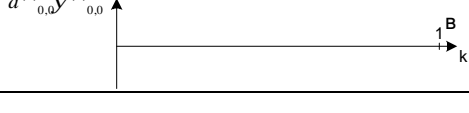
В табл. Д5.1 зображені тренди функцій і флуктуації на різних рівнях розкладання, виділені за допомогою фільтрів $j(x)$, $y_r^{(1)}(x)$ и $y_r^{(2)}(x)$, які визначені на підінтервалі 3.

ОБ-вейвлет-спектри базисних функцій визначені на всьому інтервалі $N=3^n$, дорівнюють один одному.

Для $y_d^{(1)}(x)$:

$$\begin{aligned} s_{3,0} = s_{3,1} = s_{3,2} = s_{3,3} = s_{3,4} = s_{3,5} = s_{3,6} = s_{3,7} = s_{3,8} = \\ = -s_{3,9} = -s_{3,10} = -s_{3,11} = -s_{3,12} = -s_{3,13} = -s_{3,14} = -s_{3,15} = -s_{3,16} = -s_{3,17} = \frac{1}{3\sqrt{3}}; \\ s_{2,0} = s_{2,1} = s_{2,2} = -s_{2,3} = -s_{2,4} = -s_{2,5} = \frac{1}{3}; \quad s_{1,0} = -s_{1,1} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad d^{(1)}_{0,0} = \frac{2}{3}; \quad d^{(2)}_{0,0} = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Тренди функцій і флуктуації

Фільтр	Функція	
	$y_d^{(1)}(x)$	$y_d^{(2)}(x)$
$j(x)$	 <p style="text-align: right;">а</p>	 <p style="text-align: right;">а</p>
	 <p style="text-align: right;">б</p>	 <p style="text-align: right;">б</p>
	 <p style="text-align: right;">в</p>	 <p style="text-align: right;">в</p>
	 <p style="text-align: right;">г</p>	 <p style="text-align: right;">г</p>
$y_r^{(1)}(x)$	 <p style="text-align: right;">а</p>	 <p style="text-align: right;">а</p>
	 <p style="text-align: right;">б</p>	 <p style="text-align: right;">б</p>
	 <p style="text-align: right;">в</p>	 <p style="text-align: right;">в</p>
$y_r^{(2)}(x)$	 <p style="text-align: right;">а</p>	 <p style="text-align: right;">а</p>
	 <p style="text-align: right;">б</p>	 <p style="text-align: right;">б</p>
	 <p style="text-align: right;">в</p>	 <p style="text-align: right;">в</p>

Для $y_d^{(2)}(x)$ відповідно:

$$s_{3,0} = s_{3,1} = s_{3,2} = s_{3,3} = s_{3,4} = s_{3,5} = s_{3,6} = s_{3,7} = s_{3,8} =$$

$$= -s_{3,18} = -s_{3,19} = -s_{3,20} = -s_{3,21} = -s_{3,22} = -s_{3,23} = -s_{3,24} = -s_{3,25} = -s_{3,26} = \frac{1}{3\sqrt{3}};$$

$$s_{2,0} = s_{2,1} = s_{2,2} = -s_{2,6} = -s_{2,7} = -s_{2,8} = \frac{1}{3}; \quad s_{1,0} = -s_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad d_{0,0}^{(1)} = \frac{1}{3}; \quad d_{0,0}^{(2)} = \frac{2}{3}.$$

В табл. Д5.2 зображені тренди функцій і флуктуації на різних рівнях розкладання, виділені за допомогою фільтрів $j(x)$, $y_r^{(1)}(x)$ і $y_r^{(2)}(x)$, які визначені на підінтервалі N .

Таблиця Д5.2

Фільтр	Функція	
	$y_d^{(1)}(x)$	$y_d^{(2)}(x)$
$j(x)$	<p>а</p>	<p>а</p>
	<p>б</p>	<p>б</p>
	<p>в</p>	<p>в</p>
	<p>г</p>	<p>г</p>
$y_r^{(1)}(x)$	<p>а</p>	<p>а</p>
	<p>б</p>	<p>б</p>
	<p>в</p>	<p>в</p>
$y_r^{(2)}(x)$	<p>а</p>	<p>а</p>
	<p>б</p>	<p>б</p>
	<p>в</p>	<p>в</p>

З порівняння табл. Д5.1 та Д5.2 видно, що якщо материнський вейвлет є розтягнутим по всьому інтервалу N , то ненульові компоненти $d_{j,k}^{(1)}y_{j,k}^{(1)}$ та $d_{j,k}^{(2)}y_{j,k}^{(2)}$ з'являються на нульовому рівні. Якщо материнський вейвлет має 3 відліки, то ненульові компоненти з'являються на найвищому рівні. З табл. Д5.2 видно, що ці компоненти для всіх j , крім одного, дорівнюють нулю.

Додаток 6
Вейвлет-спектри в орієнтованому базисі
для деяких двовимірних функцій

Розглянемо спектри елементарних дискретних двовимірних функцій, які отримуються за допомогою ОБ-вейвлет перетворення, для функцій з розмірністю $3^2 \times 3^2$.

ОБ-вейвлет спектр постійної функції. Нехай $f(x, y) = c$, де $c = 1$. Двовимірна функція задана на рівні розкладання $j = 2$. Функцію $f(x, y)$ можна записати в вигляді матриці з розмірністю 9×9 , значення всіх елементів якої дорівнюють одиниці.

Для переходу на рівень розкладання $j = 1$ матриця значень амплітуди двовимірної функції поділяється на $N = 9$ підматриці з розмірністю 3×3 , до кожної з яких застосовується пряме ОБ-вейвлет-перетворення з використанням наступної формули:

$$\mathbf{D}_{j-1} = \frac{1}{9} \cdot \mathbf{F}_{d(3 \times 3)} \cdot \mathbf{A}_j, \quad (\text{Д6.1})$$

В такому випадку формула зворотного перетворення (3.14) набуває вигляду:

$$\mathbf{A}_j = \mathbf{F}_{r(3 \times 3)} \cdot \mathbf{D}_{j-1}. \quad (\text{Д6.2})$$

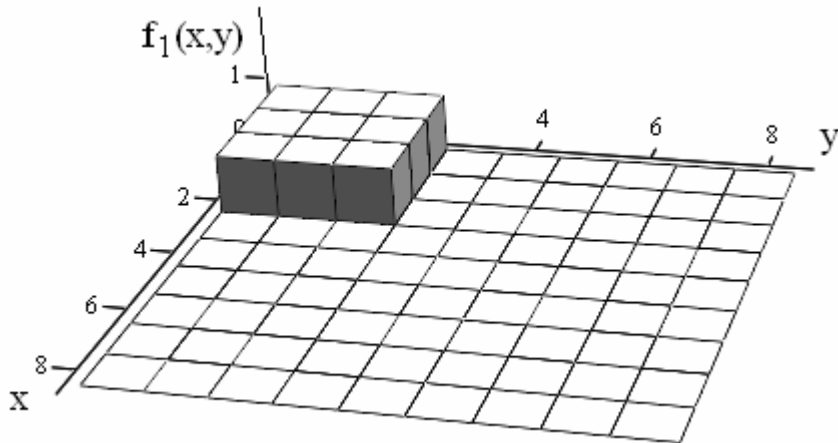
Таким чином, при $j = 1$ маємо спектр

$$f_1(x, y) = \begin{bmatrix} A_1 & D_1 & D_1 \\ D_1 & D_1 & D_1 \\ D_1 & D_1 & D_1 \end{bmatrix}, \quad (\text{Д6.3})$$

в якому $\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ – підматриця амплітудних коефіцієнтів;

$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ – підматриці коефіцієнтів деталізації.

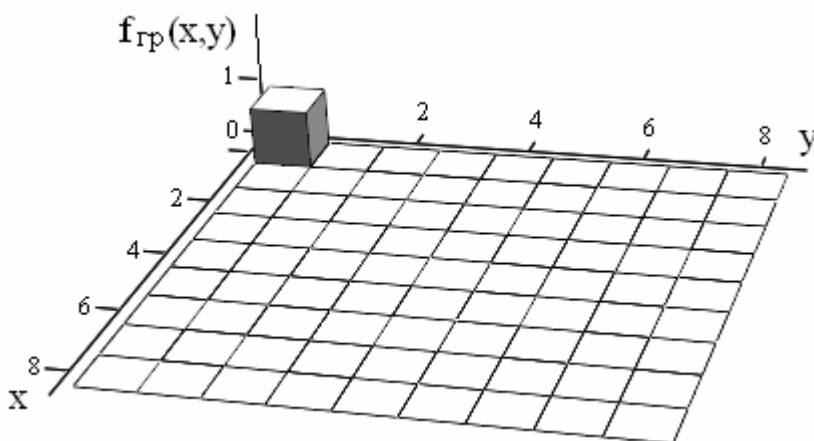
Вигляд спектру $f_1(x, y)$ після одного кроку ОБ-вейвлет-перетворення зображений на рис.Д6.1.

Рис. Дб.1. Вигляд спектру $f_1(x, y)$

Для переходу на граничний рівень розкладання $j=0$ знову застосуємо пряме ОБ-вейвлет-перетворення за формулою (3.14), але вже до підматриці амплітудних коефіцієнтів A_1 . Таким чином, в результаті отримуємо амплітудну підматрицю вигляду

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

яка записується в матрицю значень $f_1(x, y)$ замість амплітудної підматриці A_1 . Вигляд спектру двовимірної функції на граничному рівні розкладання зображений на рис.Дб.2.

Рис. Дб.2. Вигляд спектру $f_{gr}(x, y)$

З розглянутого прикладу можна зробити висновок, що ОБ-вейвлет спектр двовимірної функції $f(x, y) = c$, в якій $c = const$, містить лише амплітудні

компоненти відповідно з схемою розташування підматриць коефіцієнтів (рис.Дб.1); всі компоненти деталізації в такому випадку нульові.

ОБ-вейвлет спектр дискретного одиничного імпульсу $d(x, y)$. Нехай двовимірною функцією $d(x, y)$ визначається наступним чином:

$$d(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{при } x = 0, y = 0; \\ 0 & \text{при } x = \overline{1, N-1}, y = \overline{1, M-1}, \end{cases} \quad (\text{Дб.4})$$

де N і M – кількість відліків функції відповідно в горизонтальному і вертикальному напрямках.

Загальний вигляд функції $d(x, y)$ зображений на рис.Дб.3.

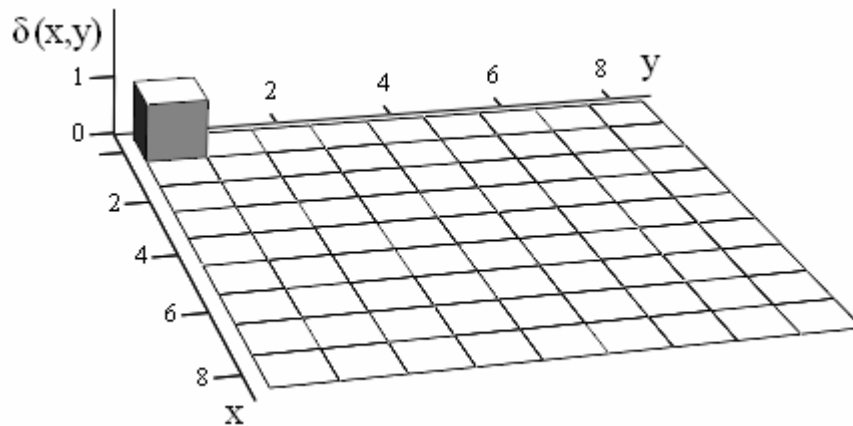


Рис. Дб.3. Вигляд двовимірної функції $d(x, y)$

Проаналізуємо підматриці з розмірністю 3×3 , на які розкладається матриця значень амплітуди двовимірної функції при переході до нижчого рівню розкладання.

Для підматриці, яка містить відліки функції $d(x, y)$ при $x = \overline{0, 2}$, $y = \overline{0, 2}$, відповідно формулі (Дб.1) та враховуючи, що ненульовим є тільки значення відліку $A_{2,0,0}$, можна записати:

$$\mathbf{D}_1 = \frac{1}{9} \cdot \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{A}_{2,0,0}, \quad (\text{Дб.5})$$

$$\text{де } \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,k,l} \\ \mathbf{D}_{1,k,l+3}^{(LM)} \\ \mathbf{D}_{1,k,l+6}^{(LH)} \\ \mathbf{D}_{1,k+3,l}^{(ML)} \\ \mathbf{D}_{1,k+3,l+3}^{(MM)} \\ \mathbf{D}_{1,k+3,l+6}^{(MH)} \\ \mathbf{D}_{1,k+6,l}^{(HL)} \\ \mathbf{D}_{1,k+6,l+3}^{(HM)} \\ \mathbf{D}_{1,k+6,l+6}^{(HH)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_1 - \text{вектор-колонка розмірністю } 9 \times 1, \text{ який містить}$$

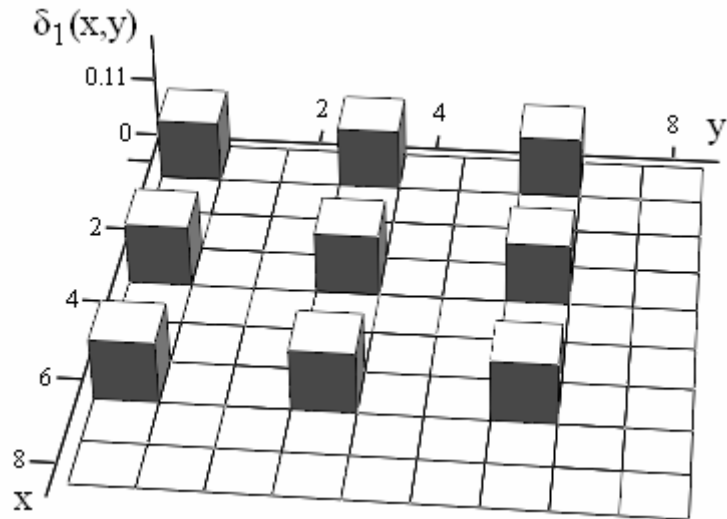
одичні елементи.

Інші підматриці знаходяться аналогічним чином, оскільки значення відліку $\mathbf{A}_{2,0,0}$ входить з одиничним коефіцієнтом в усі рядки матриці базисних функцій, а значення інших відліків нульові. Таким чином, при $j=1$ спектр має наступний вигляд:

$$d_1(x, y) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}, \quad (\text{Д6.6})$$

$$\text{в якому } \mathbf{A}_1 = \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Вигляд ОБ-вейвлет спектру $d_1(x, y)$ функції $d(x, y)$ при $j=1$ зображений на рис.Дб.4.

Рис. Д6.4. Вигляд спектру $d_1(x, y)$

Для граничного рівня розкладання $j=0$, враховуючи формулу (Д6.5), можна записати:

$$\mathbf{D}_0 = \frac{1}{9} \cdot \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{A}_{1,0,0} = \frac{1}{81} \cdot \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{A}_{2,0,0}, \quad (\text{Д6.7})$$

$$\text{де } \mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{0,0,0} \\ \mathbf{D}_{0,0,1}^{(LM)} \\ \mathbf{D}_{0,0,2}^{(LH)} \\ \mathbf{D}_{0,1,0}^{(ML)} \\ \mathbf{D}_{0,1,1}^{(MM)} \\ \mathbf{D}_{0,1,2}^{(MH)} \\ \mathbf{D}_{0,2,0}^{(HL)} \\ \mathbf{D}_{0,2,1}^{(HM)} \\ \mathbf{D}_{0,2,2}^{(HH)} \end{bmatrix}.$$

Таким чином, отримуємо спектр

$$d_{zp}(x, y) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_1 \end{bmatrix},$$

в якому коефіцієнти амплітудної підматриці \mathbf{A}_0 дорівнюють $\frac{1}{81}$.

ОБ-вейвлет спектр $d_{zp}(x, y)$ функції $d(x, y)$ на граничному рівні розкладання зображень на рис.Д6.5.

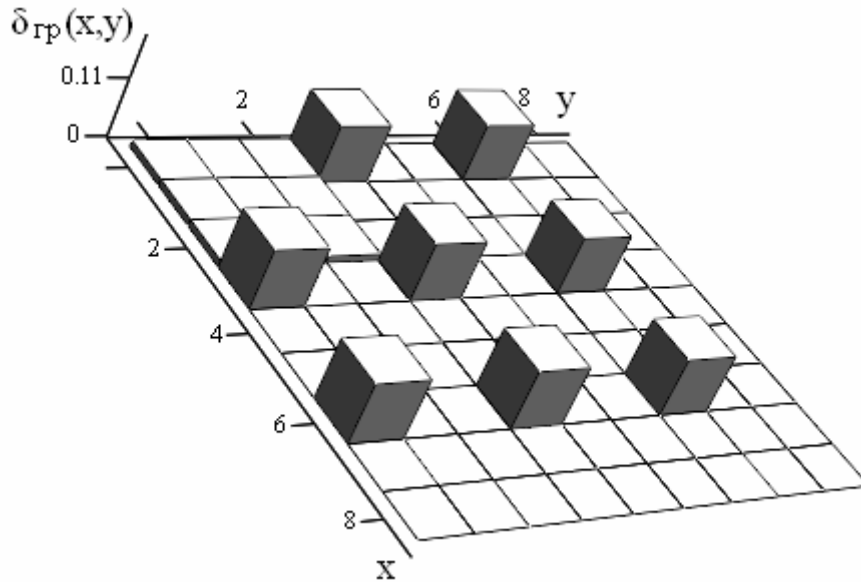


Рис. Д6.5. Вигляд спектру $d_{zp}(x, y)$

З співвідношень (Д6.5) і (Д6.7) можна зробити висновок, що амплітуди складових спектру дискретного імпульсу $d(x, y)$ на різних рівнях розглядання j є лінійно-залежними від амплітуди цього імпульсу.

Спектри базисних функцій ОБ-вейвлет перетворення. Нехай задана двовимірна функція $f(x, y) = f_{MM}(x, y)$, яка співпадає з двовимірною базисною функцією $\Psi^{(MM)}_r(x, y)$ ОБ-вейвлет-перетворення. Вигляд функції $f_{MM}(x, y)$ зображений на рис.Д6.6.

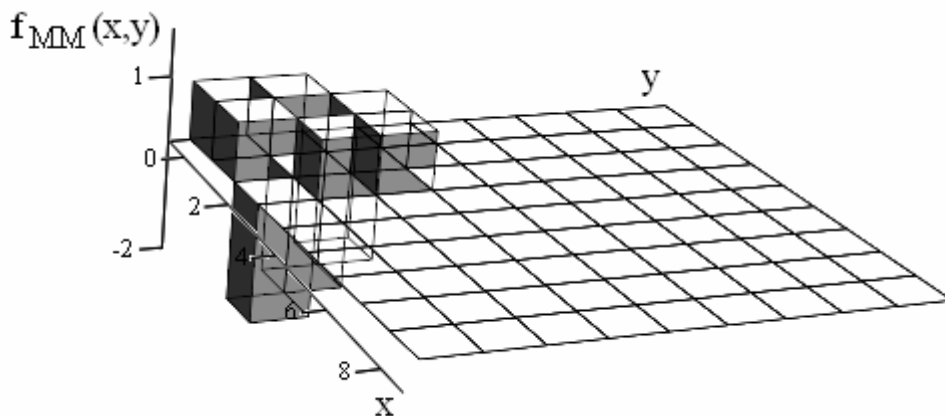


Рис. Д6.6. Вигляд двовимірної функції $f_{MM}(x, y)$

Обчислення спектру при переході до рівня розглядання $j=1$ проведемо за допомогою рекурентних формул:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^{(MM)}_{1,3,3} &= \frac{1}{9} (\mathbf{A}_{2,0,0} - \mathbf{A}_{2,0,2} - \mathbf{A}_{2,1,1} + \mathbf{A}_{2,1,2} - \mathbf{A}_{2,2,0} + \mathbf{A}_{2,2,1}) = \\ &= \frac{1}{9} (1 - (-2) - (-2) + 1 - (-2) + 1) = 1. \end{aligned}$$

Отже, ненульовим є тільки коефіцієнт $\mathbf{D}^{(MM)}_{1,3,3}$, який отримується в результаті згортки базисної функції $\Psi^{(MM)}_d(x, y)$ з відповідними відліками функції, що аналізується. Розташування отриманого коефіцієнта в підматриці коефіцієнтів $\mathbf{D}^{(MM)}_1$ відповідає розрашуванню ненульової підматриці в матриці значень двовимірної функції-оригіналу.

Спектр $f_{MM_1}(x, y)$ в матричному вигляді записується наступним чином:

$$f_{MM_1}(x, y) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{D}_0 & \mathbf{D}_0 \\ \mathbf{D}_0 & \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_0 \\ \mathbf{D}_0 & \mathbf{D}_0 & \mathbf{D}_0 \end{bmatrix}, \quad (\text{Д6.8})$$

де $\mathbf{A}_0 = \mathbf{D}_0$ – матриці розмірністю 3×3 , усі елементи яких дорівнюють нулю;

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \text{ Вигляд спектру зображений на рис. Д6.7.}$$

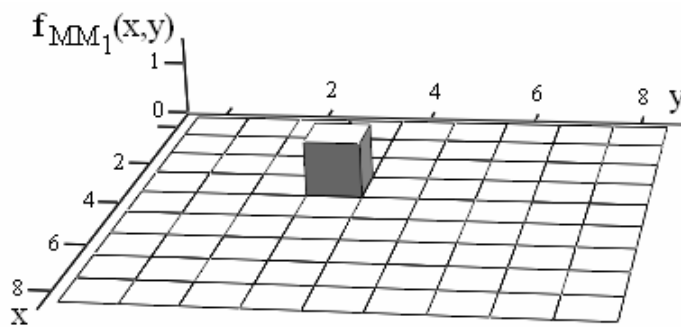


Рис. Д6.7. Вид спектру $f_{MM_1}(x, y)$

Оскільки коефіцієнти амплітудної підматриці дорівнюють нулю, то вигляд спектру на граничному рівні розкладання $j=0$ залишається без змін. Цей приклад демонструє роботу двовимірного узгодженого фільтру.

Таким чином, на базі двовимірного ОБ-вейвлет-перетворення можлива побудова узгоджених фільтрів, що дає можливість розпізнавання функцій, які співпадають з базисними функціями перетворення.

Навчальний посібник

ПЕТЕРГЕРЯ Юлія Сергіївна

ЖУЙКОВ Валерій Якович

ТЕРЕЩЕНКО Тетяна Олександрівна

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ ЖИТЛОВИХ БУДИНКІВ

Підписано до друку 14.03.2008 р. Формат 60x84/16. Папір офсетний. Гарнітура Таймс. Друк офсет. Ум. друк. арк. 11,66. Наклад 350 пр. Зам. № 112-03 від 18.03.2008 р.

Видавництво «Медіа ПРЕС»
Вул. Київська, 29, с. Петровське, Київська обл., 08141, Україна
mediapress@bigmir.net