

АНАЛІЗ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ З ВИКОРИСТАННЯМ КРАТНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ШЛЯХОМ РОЗКЛАДУ РЕАКЦІЇ СИСТЕМИ В РЯД ТЕЙЛОРА

І.О. Рибіна, магістрант

О.Я. Вівчарик, магістрант

О.А. Якубенко, к.ф.-м.н., доцент

*Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна*

Вступ

Останнім часом для розв’язання задач оброблення, стиснення, архівації і т.д. сигналів широке розповсюдження отримали методи, основані на ортогональних перетвореннях з дійсним або комплексним ядром, відмінні від перетворення Фур’є та споріднених з ним (Лапласа, Z- перетворення). До таких «нетрадиційних» перетворень можна віднести косинусне, похиле (slant), REX, CoREX, нормальне, перетворення Адамара, Хаара [1–17] тощо.

Основні теоретичні положення

Як відомо [6,18], задача розв’язання диференційних рівнянь динамічної рівноваги лінійної системи

$$a_m \frac{d^m}{dt^m} u + a_{m-1} \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} u + \dots + a_1 \frac{d}{dt} u + a_0 u = b_n \frac{d^n}{dt^n} i + b_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} i + \dots + b_1 \frac{d}{dt} i + b_0 i \quad (1)$$

при використанні різницевих методів перетворюється до розв’язання матричного рівняння

$$(a_m \bar{A}^m + a_{m-1} \bar{A}^{m-1} + \dots + a_1 \bar{A} + a_0 \bar{E}) \times \bar{U}_\xi = (b_n \bar{A}^n + b_{n-1} \bar{A}^{n-1} + \dots + b_1 \bar{A} + b_0 \bar{E}) \times \bar{I}_\xi, \quad (2)$$

де $\bar{A}^m = [\bar{W} \times \bar{D}_n^T]^m$; \bar{E} — одинична матриця; \bar{W} — нормований (діленням рядків на \sqrt{N}) дискретний оператор перетворення Уолша – Адамара порядку N ; \bar{D} — матриця похідних від нормованого матричного оператора \bar{W} ; \bar{U}, \bar{I} — стовпці трансформант дискретного перетворення Адамара реакції та дії відповідно розміру $N \times 1$; T — знак транспонування.

Відомо також [6,18], що матриці \bar{A} мають блочно-діагональний вигляд і складаються з блоків діагоналі $1, 1, 2, 4, \dots, 2^{n-1}$ порядків, якщо $N=2^n$.

З цього виходить, що й усі матриці \bar{A}^k мають такий самий блочно-діагональний вигляд, як і \bar{A} , оскільки можуть бути утворені зведенням кожного блоку діагоналі до степені k окремо.

У скороченому вигляді матричний вираз (2) можна записати як

$$\bar{A}_\Sigma \times \bar{U}_\xi = \bar{B}_\Sigma \times \bar{I}_\xi, \quad (3)$$

звідки розв'язок диференційного рівняння (1) у вигляді (3) має вигляд

$$\bar{U}_\xi = \bar{A}_\Sigma^{-1} \times \bar{B}_\Sigma \times \bar{I}_\xi. \quad (4)$$

При цьому розв'язок зворотної (для заданої структури лінійної системи) задачі має вигляд

$$\bar{I}_\xi = \bar{B}^{-1} \times \bar{A}_\Sigma \times \bar{U}_\xi. \quad (5)$$

Оскільки задача формування матричних операторів \bar{A} не викликає труднощів [6,7] і її можна розв'язати заздалегідь для будь-якого формату N , головні труднощі становить обчислення обернених матриць \bar{A}^{-1} , \bar{B}^{-1} для кожного блоку діагоналі. Оскільки матриця \bar{A} має визначену структуру та визначені коефіцієнти (для обраного способу заміни операції диференціювання поділених різниць [19]), то можливо розкласти таку матрицю на власні значення та власні вектори [20]

$$\bar{A}_k = \bar{P}_k^* \times \bar{\lambda}_k \times \bar{P}_k^T, \quad (6)$$

де $\bar{\lambda}_k$ — діагональна матриця власних значень k -го порядку блоку діагоналі; \bar{P}_k^T — матриця власних векторів; * — знак комплексного спряження; T — знак транспонування; $M=2^k$ — порядок квадратних матриць.

Склавши матрицю \bar{A} з блоків \bar{A}_k , отримаємо розклад цієї матриці у вигляді

$$\bar{A} = \bar{P}^* \times \bar{\lambda} \times \bar{P}^T, \quad (7)$$

де усі матриці мають порядок N .

Розклад матриці \bar{A} , складеної за \bar{W} і \bar{D}_n^T , де \bar{D}_n — матриця похідної \bar{W} за мінімальною різницевою формулою $\frac{dx}{dt} \rightarrow x_k - x_{k-1}$, дає наступні власні значення.

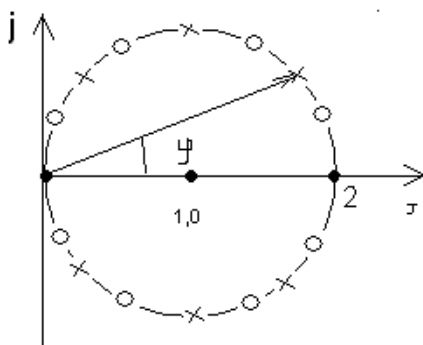


Рис.1

Перші два власних значення для двох перших елементів діагоналі матриці, які дорівнюють 0; 2 відповідно $\lambda_0=0$; $\lambda_1=2$. Для другого блоку (матриці другого порядку) в \bar{A}

$$\lambda_3=j; \quad \lambda_4=-j.$$

Усі наступні власні значення (як і чотири вище згаданих) розташовані на комплексній площині на одиничному крузі (рис 1) з центром в точці (1,0).

Так, для наступного блоку четвертого порядку матриці \bar{A} наступні чотири власні значення знаходять діленням чотирьох дуг круга на рівні півдуги (зірочки на рис.1). Для блоку восьмого порядку вісім дуг ділять на рівні частини (кружечки на рис.1) і т.д. [21–23]. Для впорядкування отрима-

них власних значень їх нумерацію слід проводити, починаючи від точки (0,0) за ходом годинникової стрілки. При форматі N перетворення \bar{W} кількість власних значень, отриманих за указаним на рис.1 правилом, становить N . Причому при подальшому русі за годинниковою стрілкою (після повного оберту) номер $k+n \times N = k$, де k, n — цілі числа; $k < N$. Значення k -го відліку (k -го власного значення) на комплексній площині можна обчислити за формулою

$$\lambda_k = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} k\right) e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} k\right)} = 2j \cos\left(\frac{\pi}{N} k\right) e^{-j\frac{\pi}{N} k} \quad (8a)$$

або для неперервного аргументу λ

$$\lambda = 2 \cos \varphi e^{j\varphi}, \quad (8б)$$

причому $\varphi \in \left[\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$. Або, якщо нумерацію власних значень λ вести проти часової стрілки, починаючи з точки (2,0) на рис 1.1, то формула (1.8a) матиме вигляд

$$\tilde{\lambda} = 1 + e^{j\omega_k} \quad (8в)$$

з еквідистантним кроком

$$\omega_k = \frac{2\pi}{N} k; \quad k = 0, 1, \dots, N - 1.$$

Результатом перетворень (1) — (8) є вираз для обчислення реакції \bar{U}_t на дію \bar{I}_t

$$\bar{U}_t = \bar{F}_N^* \times \bar{K}(\lambda) \times \bar{F}_N \times \bar{I}_t, \quad (9)$$

де \bar{F}_N^*, \bar{F}_N — відповідно матричні оператори (порядку N) зворотного та прямого дискретного перетворення Фур'є, нормовані діленням рядків матриць на \sqrt{N} ; $\bar{K}(\lambda)$ — діагональна матриця функцій системи (кола), що пов'язують між собою спектри реакції та дії; * — знак комплексного спряження. Усі обчислення в $\bar{K}(\lambda)$ проводяться не відносно частоти $j\omega$, а відносно комплексної частоти λ , що в ряді випадків дає певні переваги перед класичним дискретним перетворенням Фур'є [23—26].

Постановка задачі

На жаль, представлення сигналів їх спектром Фур'є не завжди є зручним при розв'язанні ряду сучасних радіотехнічних задач. Це пов'язане, в першу чергу, із комплексним характером спектра (комплексним ядром перетворення Фур'є), який є незручним при розв'язанні задач обробки, стиснення, архівації, класифікації сигналів. Саме тому в ряді зі згаданих задач часто зручнішими є використання ортогональних перетворень з дійсним ядром [4,5,8,10 — 17]. При цьому важливими також є задачі обчислення реакції лінійної системи на надану дію. Останню задачу зручніше розв'язувати в області перетворення Фур'є, в той час як інші задачі (згадані вище) зручніше розв'язувати в області інших перетворень, відмінних від перетворення Фур'є. Але це порушує єдність математичного апарату, а зв'язок між результатами аналізу як окремо самого сигналу, так і реакції на нього певної лінійної системи стає непрямим (рис.2)

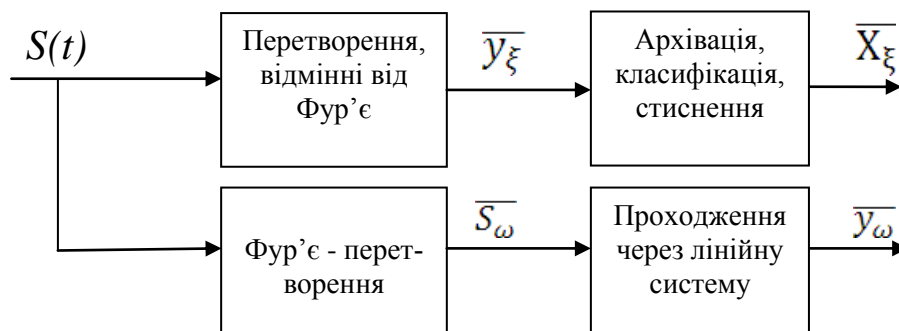


Рис. 2

На рис.2 показано структурну схему розв'язання задач аналізу окремо самого сигналу та проходження цього сигналу через лінійну систему. При цьому вхідний сигнал $S(t)$ окремо обробляється і аналізується, наприклад, при його класифікації. При цьому використовується нормальне дискретне ортогональне перетворення і сигнал представляється у вигляді спектра перетворення \bar{y}_ξ , а результатом подальшого оброблення в базисі змінних ξ є спектр \bar{X}_ξ . Для обчислення реакції того самого сигналу знаходять його спектр Фур'є \bar{S}_ω , а результатом є \bar{y}_ω . При цьому зв'язок між \bar{y}_ξ і \bar{y}_ω є непрямым і чисельні оцінки (наприклад, відстань [27—30] між досліджуванним сигналом $S(t)$ і еталоном певного класу) у вигляді \bar{X}_ξ явно ніяк не зв'язані з результатами аналізу \bar{y}_ω .

Застосування кратного перетворення дозволяє такий зв'язок знайти (рис.3)



Рис.3

Тобто, за схемою рис.3 з використанням кратного перетворення зв'язок між нормальним перетворенням \bar{y}_ξ сигналу $S(t)$ і спектром Фур'є або спектром власних частот [21—25] λ стає безпосереднім.

Так, формулу (9) можна записати у вигляді

$$\bar{U}_t = \bar{W}_n^{*T} \times \bar{\Pi}_n^{*T} \times \bar{K}(\lambda) \times \bar{\Pi}_n \times \bar{W}_n \times \bar{I}_t, \quad (10)$$

де $\bar{W}_n^{*T} \times \bar{\Pi}_n^{*T} = \bar{F}_n^*$; $\bar{\Pi}_n \times \bar{W}_n = \bar{F}_n$ з (9), тобто

$$\bar{\Pi}_n^{*T} = \bar{F}_n^* \times (\bar{W}_n^{*T})^{-1} = \bar{F}_n^* \times \bar{W}_n; \quad \bar{\Pi}_n = \bar{F}_n \times \bar{W}_n^{*T}. \quad (11)$$

Позначивши $\bar{I}_\xi = \bar{W}_n \times \bar{I}_t$ та $\bar{U}_\xi = \bar{W}_n \times \bar{U}_t$

з (9), (10) отримаємо

$$\bar{U}_\xi = \Pi_n^{*T} \times \bar{K}(\lambda) \times \bar{\Pi}_n \times \bar{I}_\xi, \quad (12)$$

де \bar{I}_ξ, \bar{U}_ξ — спектри (перетворення Адамара, косинусного [8], нормально-го [13 — 15] тощо); $\Pi_n^{*T}, \bar{\Pi}_n$ — матричні оператори відповідно прямого та

зворотного кратних ортогональних перетворень.

Таким чином, вираз (12) є повною аналогією виразу (9), але не для оригіналів \bar{U}_t, \bar{I}_t , а для спектрів трансформант обраного перетворення $\bar{\bar{W}}_H$, тобто \bar{U}_ξ, \bar{I}_ξ . По аналогії до (9) в області кратних перетворень (12) для трансформант кратного перетворення $\bar{\bar{P}}_H$ зберігається закон Ома для параметрів компонентів R, L, C у вигляді

$$Z_C = 1/\lambda C; Z_L = \lambda L; Z_R = R; Y_C = \lambda C; Y_L = 1/\lambda L; Y_R = 1/R, \quad (13)$$

де Z_i, Y_i — комплексні опори та провідності відповідно.

Таким чином, усі задачі, пов'язані з аналізом проходження сигналу через лінійне коло (систему) можна розглядати в базисі спектрів перетворення $\bar{\bar{W}}_H$, для трансформант якого є вірним метод «комплексних амплітуд». Передаточний опір $\bar{K}(\lambda)$ для випадку опису динамічної рівноваги кола (системи) системою рівнянь вузлових напруг на комплексній частоті λ_k має найпростіший вигляд

$$K_{(c+d)(a+b)}^{(\lambda_k)} = z_{ca}^{(\lambda_k)} - z_{cb}^{(\lambda_k)} - z_{da}^{(\lambda_k)} + z_{db}^{(\lambda_k)}, \quad (14)$$

де c, d — номери вузлів, до яких підімкнено дію у вигляді джерела струму; a, b — номери вузлів, на яких обчислюють (вимірюють) напругу; z_{ij} — елементи оберненої матриці провідностей системи рівнянь вузлових напруг системи. Для інших функцій кола вираз для $K_{(c+d)(a+b)}^{(\lambda_k)}$ буде складнішим [31], але будь-яка функція кола буде виражена комбінацією елементів оберненої матриці провідностей системи рівнянь вузлових напруг. Варіація параметрів R, L, C компонентів системи призведе до варіації спектру реакції \bar{U}_ξ . В сучасній практиці велике значення має оцінка серійноспроможності радіоелектронних кіл, що проектуються, яку оцінюють як дисперсію відповідної функції кола $K_{(c+d)(a+b)}^{(\lambda_k)}$ при випадкових відхиленнях параметрів компонентів від їх номінальних значень (або математичних очікувань), або як дисперсію відповідної реакції на еталонну дію.

Для розв'язання задачі використаємо розклад функції $F(\lambda_k, \bar{X} + \Delta\bar{X})$ в багатовимірний ряд Тейлора з використанням похідних першого-третього порядків, основними елементами якого є згадані похідні [32-35]

$$F(\lambda_k, \bar{X} + \Delta\bar{X}) = F(\bar{X}) + \sum_{i=1}^N (\partial F(\bar{X}) / \partial x_i) \times \Delta x_i + \sum_{j=i+1}^N \sum_{i=0}^N (\partial^2 F / \partial x_i \partial x_j) \times \Delta x_i \Delta x_j + \sum_{i=1}^N (\partial^2 F / \partial x_i^2) \times (\Delta x_i)^2 + \dots \quad (15)$$

де \bar{X} — вектор-стовпець номінальних значень (математичних очікувань) параметрів $\Delta\bar{X}$ компонентів системи (13); $\Delta\bar{X}$ — стовпець випадкових (або детермінованих) відхилень параметрів від їх математичних очікувань; $F(\bar{X})$ — номінальне значення (математичне очікування) функції системи.

Таким чином, головна математична задача при аналізі кола з урахуванням змін та випадкової варіації параметрів полягає в обчисленні похідних.

Основні теоретичні результати

Для отримання складових ряду (15) продиференціюємо вираз (12)

$$\partial \bar{U}_\xi(\lambda_k) / \partial x_i = \Pi_H^{*T} \times \partial \bar{K}(\lambda_k) / \partial x_i \times \bar{\Pi}_H \times \bar{I}_\xi.$$

Оскільки $\bar{\Pi}_H$, Π_H^{*T} , \bar{I}_ξ містять незалежні від x_i значення, похідна визначається лише для функції системи $\bar{K}(\lambda_k)$. Слід зауважити, що при диференціюванні функції системи на комплексній частоті λ_k матриця $\partial \bar{K}(\lambda_k) / \partial x_i$ містить лише один ненульовий діагональний елемент в k -му рядку, в той час, як на цій частоті всі похідні стовпця $\partial \bar{U}_\xi(\lambda_k) / \partial x_i$ будуть ненульовими.

Згідно з (14) похідна від функції системи є комбінацією похідних від елементів оберненої матриці $\bar{Z}(\lambda_k)$ провідностей системи рівнянь вузлових напруг, обчисленою на частоті λ_k . Виходячи з визначення зворотної матриці

$$\bar{Z}(\lambda_k) \times \bar{Y}(\lambda_k) = \bar{E},$$

де \bar{E} — одинична матриця; $\bar{Y}(\lambda_k)$ — матриця провідностей, можна отримати формулу для диференціювання елемента оберненої матриці Z_{ij} у вигляді

$$\partial Z_{ij} / \partial x_{(k+l)(h+m)} = -(Z_{ik} - Z_{il}) \times (Z_{hj} - Z_{mj}) = -Z_{(i+0)(k+l)} \times Z_{(h+m)(j+0)}. \quad (16)$$

Тут k, l — номери вузлів, до яких підімкнене кероване джерело струму (струм джерела спрямований до вузла l); h, m — номери вузлів, до яких підімкнено керуючу напругу (потенціал вузла h — більший).

Похідна $\partial K_{(c+d)(a+b)}^{(\lambda_k)} / \partial x_{(k+l)(h+m)} = -(Z_{(c+0)(k+l)} \times Z_{(h+m)(a+0)} -$
 $- Z_{(c+0)(k+l)} \times Z_{(h+m)(b+0)} - Z_{(d+0)(k+l)} \times Z_{(h+m)(a+0)} +$
 $+ Z_{(d+0)(k+l)} \times Z_{(h+m)(b+0)}) \quad (17)$

від передаточного опору по параметру (13) має найпростішу форму запису, але і для усіх інших функцій системи базовим буде вираз (16).

Для реалізації виразів (15-17) слід, використовуючи закон Ома (13), вірний і для трансформант кратного перетворення $\bar{\Pi}_H$, скласти систему рівнянь рівноваги (для визначеності у подальшому будемо розглядати систему рівнянь вузлових напруг) досліджуваного кола на кожній з частот λ_k і обернути матрицю $\bar{Y}(\lambda_k)$. Далі за виразом (17) або аналогічним йому для інших функцій кола на базі (16) слід знайти похідні на усіх нормованих частотах λ_k . Скориставшись співвідношеннями з роботи [32] можна знайти, наприклад, дисперсії трансформант для кожної з частот λ_k для кожного номера трансформанти $\bar{U}_\xi(\lambda_k)$.

Вираз (15) включає в себе похідні другого порядку, які користуючись формулою (16), можна записати у наступному вигляді

$$\partial^2 K_{(c+d)(a+b)}^{(\lambda_k)} / (\partial x_{(k_1+l_1)(h_1+m_1)} \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)}) =$$

$$- \{ \partial Z_{(c+0)(k_1+l_1)} / \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)} \times Z_{(h_1+m_1)(a+0)}$$

$$\begin{aligned}
 & + Z_{(c+0)(k_1+l_1)} \times \partial Z_{(h_1+m_1)(a+0)} / \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)} - \\
 & \partial Z_{(c+0)(k_1+l_1)} / \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)} \times Z_{(h_1+m_1)(b+0)} \\
 & - Z_{(c+0)(k_1+l_1)} \times \partial Z_{(h+m)(b+0)} / \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)} \\
 & - \partial Z_{(d+0)(k_1+l_1)} / \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)} \times Z_{(h_1+m_1)(a+0)} \\
 & - Z_{(d+0)(k_1+l_1)} \times \partial Z_{(h_1+m_1)(a+0)} / \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)} \\
 & + \partial Z_{(d+0)(k_1+l_1)} / \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)} \times Z_{(h_1+m_1)(b+0)} \\
 & + Z_{(d+0)(k_1+l_1)} \times \partial Z_{(h_1+m_1)(b+0)} / \partial x_{(k_2+l_2)(h_2+m_2)} \},
 \end{aligned} \tag{18}$$

де індекси 1, 2 належать відповідно до двох передаточних провідностей джерел струму, керованих напругою; якщо x_{ij} є провідністю двополюсного компонента, то $h = k$; $m = l$; якщо будь-який з вузлів k, l, m, n підімкнено до загального, то йому надається номер 0 і в формулах виду (14) елементи з нульовими індексами відсутні.

Аналогічно до (18), після обчислення похідних $\partial Z / \partial x$ згідно з (17) диференціюванням по $\partial x_{(k_3+l_3)(h_3+m_3)}$ легко знайти треті похідні.

Приклад розрахунку

Як приклад розглянемо функцію кола для RC-моста (рис.4). Для цього знайдемо, наприклад, вхідний опір на б'рамі (1+0).

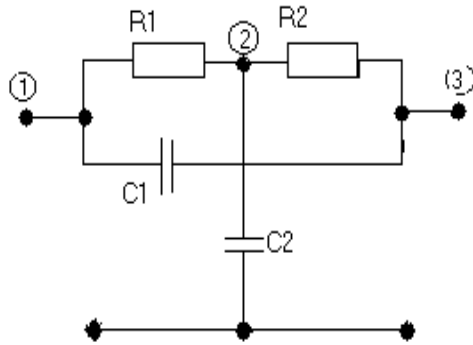


Рис. 4

Матриця провідностей має вигляд

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \lambda C_1 & -g_1 & -\lambda C_1 \\ -g_1 & \lambda C_2 + g_1 + g_2 & -g_2 \\ -\lambda C_1 & -g_2 & \lambda C_1 + g_2 \end{bmatrix}. \tag{19,а}$$

Визначник матриці \bar{Y} має вигляд

$$\Delta = \lambda^2 C_1 C_2 (g_1 + g_2) + \lambda C_2 g_1 g_2,$$

а алгебраїчні доповнення

$$\Delta_{11} = \lambda^2 C_1 C_2 + \lambda [C_1 (g_1 + g_2) + C_2 g_2] +$$

$$g_1 g_2; \Delta_{12} = \lambda C_1 (g_1 + g_2) + g_1 g_2;$$

$$\Delta_{13} = \lambda^2 C_1 C_2 + \lambda C_1 (g_1 + g_2) + g_1 g_2; \Delta_{22} =$$

$$\lambda C_1 (g_1 + g_2) + g_1 g_2; \tag{19,б}$$

$$\lambda C_1 (g_1 + g_2) + g_1 g_2; \Delta_{33} = \lambda^2 C_1 C_2 + \lambda C_1 (g_1 + g_2) + g_1 g_2.$$

$$\text{Вхідний опір} \quad \Delta_{23} = z_{11} = \Delta_{11} / \Delta = \frac{\lambda^2 C_1 C_2 + \lambda [C_1 (g_1 + g_2) + C_2 g_2] + g_1 g_2}{\lambda^2 C_1 C_2 (g_1 + g_2) + \lambda C_2 g_1 g_2},$$

(19,в)

похідна згідно (16) по провідності $g_1 = g_{(1+2)(1+2)}$ має вигляд

$$\begin{aligned}
 \partial z_{11} / \partial x_{(1+2)(1+2)} &= - (\Delta_{11} - \Delta_{21})^2 / (\Delta)^2 = \\
 &= - (\lambda C_1 C_2 + C_2 g_2)^2 / (\lambda C_1 C_2 (g_1 + g_2) + C_2 g_1 g_2)^2.
 \end{aligned} \tag{19,г}$$

Таким чином, обчислення усіх похідних не становить труднощів і згідно з запропонованими виразами можна обчислити усі похідні для апроксимації реакції \bar{U}_ξ рядом Тейлора в базисі обраного для аналізу сигналу кратного перетворення. Вирази (19) наведено в аналітичному вигляді, виходячи з надання можливості перевірки отриманих результатів.

Висновки

1. В роботі запропоновано проводити аналіз проходження сигналів через лінійну систему (коло) в області кратного перетворення, що дозволяє використовувати як вхідний сигнал його ортогональне перетворення, обране для розв'язання задачі, що вимагає застосування перетворення, відмінного від Фур'є.

2. Для отриманих за запропонованим кратним перетворенням трансформант закон Ома виконується так само, як і для перетворення Фур'є.

3. Показано простоту обчислення похідних від реакції кола у вигляді трансформант першого (відмінного від Фур'є) перетворення, наведено узагальнені формули, отримані для елементів оберненої матриці провідностей системи рівнянь вузлових напруг на комплексній частоті λ_k , що дозволяє для апроксимації реакції використовувати обмежений багатовимірний ряд Тейлора.

Література

1. Murlan S. Corrington Solution of Differential and Integral Equations with Walsh Functions / S. Murlan // IEEE Transactions on Circuit Theory. — 1973. — v. CT — 20. — №5.—P.470 — 476.
2. Рыбин А.И. ортогональное экспоненциальное преобразование REX/А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.— 2004.— №2.— С.3 — 9. (Изв. вузов).
3. Рыбин А.И. Анализ электрических цепей в натуральных координатах на базе ортогональных преобразований с действительным ядром /А.И. Рыбин, В.В. Пилинский, М.В. Родионова //Праці Інституту електродинаміки НАНУ: Зб. наук. праць.— 2004. — №1(7). — С.7 —12.
4. Рыбин А.И. Алгоритм формирования матричных операторів дискретних ортогональных перетворень REX та COREX /А.И. Рыбин, О.Б. Шарпан // Вісник ЖДТУ. — 2004. — №4(31). — С.53 — 57.
5. Рыбин А.И. Диагностика пульсограмм на базе ортогональных преобразований с действительным ядром /А.И. Рыбин, О.Б. Шарпан // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах.—2004.— №1.— С.141 — 186.
6. Рыбин А.И. Анализ линейных цепей в базе преобразований Уолша/ А.И. Рыбин // Радиоэлектроника .— 2004.— №6.— С.36 —41. (Изв. вузов).
7. Рыбин А.И. Алгоритм анализа электрических цепей в базе ортогональных преобразований с действительным ядром в области трансформант / А.И. Рыбин, Е.Г. Григоренко, М.В. Родионова // Праці Інституту електродинаміки НАНУ: Зб. наук. праць.—2004.— №3(9). — С.10 —14.
8. Ахмед Н. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Н. Ахмед, К. Рао // Пер. с англ. Под общ. ред. И Б.Фоменко – М: Связь,1980 — 248с.
9. Jan Jiří Čislicova filtrace, analyza a restaurace signalů / J. Jan. — VUT v Brně (Čech. rep), 1997. — 438s.
10. Pratt W.K. Digital Image Processing/ W.K. Pratt.— J. Wile & Sons. 1991.— v.1,2.
11. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений/ Р. Гонсалес, Р. Вудс. —2005.— Москва: Техносфера.— 1072с.

12. Ніжебецька Ю.Х. Класифікація стану судинної системи за графоелементами хвилі/ Ю.Х. Ніжебецька, Н.С. Плячко // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2008.— №36.— С.104 —108.
13. Рибін О.І. Нормальне дискретне ортогональне перетворення/ О.І. Рибін, Ю.Х. Ніжебецька // Вісник НТУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2008.— №37.— С.8 — 15.
14. Рибін О.І. Алгоритм формування матричного оператора дискретного нормального ортогонального перетворення/ О.І. Рибін, Ю.Х. Ніжебецька // Вісник НТУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2008.— №36.— С.19 — 27.
15. Рибін О.І. Нормальне дискретне перетворення сигналу довільної форми/ О.І. Рибін, Ю.Х. Ніжебецька, А.П. Ткачук, О.Б. Шарпан // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2004.— №4.— С.34 — 40.
16. Рибін О.І. Аунтефікація особи за динамічно введеним підписом з використанням нормального перетворення / О.І., Ю.Х. Ніжебецька, А.М. Луцків // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.— 2010.— №40.— С.26 — 30.
17. Рыбин А.И. Анализ подобия и различия образов с использованием нормального ортогонального преобразования / А.И. Рыбин, Ю.Х. Нижебецкая // Радиоэлектроника.—2010.— №3.— С.58—64. (Изв. вузов).
18. Рыбин А.И. Метод модификаций для анализа линейных цепей в базе функций Уолша / А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.— 2004.— №6.— С.36 —41.(Изв. вузов).
19. Годунов С.К. Разностные схемы / С.К. Годунов, В.С. Рябенский. —1973. М.: Наука.— С.12 —19,100—108.
20. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. —1967.— М.:Наука.
21. Рибін О.І. Аналіз лінійних систем в області трансформант перетворення Уолша-Адамара / О.І. Рибін, А.П. Ткачук // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.— 2006.— №33.— С.14 — 23.
22. Рибін О.І. Аналіз лінійних систем в області трансформант кратного перетворення EIWAL / О.І. Рибін, А.П. Ткачук // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.— 2006.— №33.— С.31 — 38.
23. Рыбин А.И. Анализ линейных систем в области трансформант кратного преобразования RTF / А.И. Рыбин, А.П. Ткачук // Радиоэлектроника.— 2006.— №11.С.56-63
24. Ильясова Ю.Х. Анализ линейных систем в области преобразований RTF при неминимальных разностных уравнениях / Ю.Х. Ильясова, О.Б. Шарпан // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.— 2007.— №35.— С.23.— 29.
25. Ніжебецька Ю.Х. Підвищення точності ортогональних перетворень для аналізу лінійних систем/ Ю.Х. Ніжебецька, О.І. Рибін, О.Б. Шарпан // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2008— №5.— С.12 —18.
26. Рибін О.І. Властивості перетворення RTF/ О.І. Рибін, С.С. Наталенко, Ю.Х. Ніжебецька // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. — 2010. — № 1 С.93 — 97.
27. Ніжебецька Ю.Х. Комплексне дискретне нормальне ортогональне перетворення / Ю.Х. Ніжебецька, І.О. Рибіна, О.А. Якубенко // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2009.— №38.— С.5 —11.
28. Рибін О.І. Аналіз лінійних систем з використанням кратних перетворень / О.І. Рибін, Ю.Х. Ніжебецька, І.О. Рибіна // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.— 2010.— №40.— С.5.— 11.
29. Ніжебецька Ю.Х. Аналіз подібності і розбіжності реакції лінійної системи до еталонного сигналу за допомогою нормального перетворення / Ю.Х. Ніжебецька, І.О. Рибіна, О.М. Кузьменко, О.Я. Вівчарик // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2010.— №41.— С.25 —29.
30. Рыбин А.И. Анализ подобия и различия образов. Модифицированный метод классификации на базе корреляционной матрицы / А.И. Рыбин, Ю.Х. Нижебецкая, О.Н. Кузьменко, И.А. Рыбина // Радиоэлектроника.— 2010. —№11.—С.29—37. (Изв. вузов).

31. Основи теорії кіл: Підручник для студентів ВНЗ. Ч.2 / Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін / За аг. Редакцією В.М. Шокала, В.І. Правди.— Харків.: Колегіум, 2006.—668с.

32. Трохименко Я.К. Статистический анализ линейных электронных цепей постоянного тока / Я.К. Трохименко, И.С. Каширский, А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.— 1974.—№6.—С.69—73.(Изв. вузов).

33. Трохименко Я.К. Вероятностный анализ линейных электронных цепей переменного тока / Я.К. Трохименко, И.С. Каширский, А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.— 1975.—№6.—С.35—40.(Изв. вузов).

34. Трохименко Я.К. Вероятностный анализ линейных электронных цепей методом разбиения на подсхемы / Я.К. Трохименко, И.С. Каширский, А.И. Рыбин // Радиоэлектроника.—1976.—№6.—С.70—77.(Изв. вузов).

35. Рыбин А.И. Символьный анализ электронных цепей с использованием матрицы взаимных производных / А.И. Рыбин, Я.К. Трохименко // Радиоэлектроника.—1978.—№6.—С.35—47.(Изв. вузов).

Рибіна І.О., Вівчарик О.Я., Якубенко О.А. Аналіз лінійних систем з використанням кратних перетворень шляхом розкладу реакції системи в ряд Тейлора. Запропоновано для розв'язання задач сумісного аналізу суто сигналу (архівация, розпізнавання, стиснення тощо) та проходження такого сигналу через лінійну систему (тобто для створення єдиного математичного апарату) використовувати кратні ортогональні перетворення з використанням комплексної частоти λ_k . При цьому аналіз, наприклад, подібності та відмінності досліджуваного сигналу від еталонного виконується за допомогою обраного дискретного ортогонального перетворення, а аналіз його проходження через лінійну систему (коло) — за допомогою кратного перетворення, такого, що послідовне перетворення відліків сигналу, наданих в натуральних координатах, матричними операторами цих двох перетворень в результаті відповідають дискретному перетворенню Фур'є. Друге з перетворень (кратне) має трансформанти, відмінні від трансформант перетворення Фур'є, але для них виконуються усі теореми та властивості перетворення Фур'є, зокрема теореми про диференціювання та інтегрування оригіналів, що дозволяє для аналізу використовувати закон Ома. Для апроксимації рядом Тейлора спектрів перетворень наведено відповідні розрахункові формули для кожної з комплексних частот λ_k , для реалізації яких потрібно на кожній з цих частот отримати обернену матрицю вузлових провідностей. На відміну від апроксимації частотних характеристик спектрів Фур'є усі трансформанти кратного перетворення чутливі до зміни параметру на одній частоті λ_k . Наведено також приклад розрахунку похідної.

Ключові слова: Аналіз лінійних систем, ортогональні перетворення, матричні оператори, дискретне перетворення Фур'є

Рыбина И.А., Вивчарик О.Я., Якубенко А.А. Анализ линейных систем с использованием кратных преобразований путём разложения реакции системы в ряд Тейлора. Для решения задач совместного анализа собственно сигнала (архивирование, распознавание, сжатие и т.д.) и прохождения такого сигнала через линейную систему (то есть для создания единого математического аппарата) предложено использовать кратные ортогональные преобразования с использованием комплексной частоты λ_k . При этом анализ, например, подобия и различия исследуемого сигнала и эталонного выполняется при помощи выбранного дискретного ортогонального преобразования, а анализ его прохождения через линейную систему (цепь) — при помощи кратного преобразования, такого, что последовательное преобразование отсчетов сигнала, заданных в натуральных координатах, матричными операторами этих двух преобразований в результате соответствует дискретному преобразованию Фурье. Второе из преобразований (кратное) имеет трансформанты, отличные от трансформант

преобразования Фурье, но для них верны все теоремы и свойства преобразования Фурье, в частности, теоремы о дифференцировании и интегрировании оригиналов, что позволяет для анализа использовать закон Ома. Для аппроксимации рядом Тейлора спектров преобразований приведены расчетные формулы для каждой из комплексных частот λ_k , для реализации которых не обходимо на каждой из этих частот получить обращенную матрицу узловых проводимостей. В отличие от аппроксимации частотных характеристик спектров Фурье все трансформанты кратного преобразования чувствительны к изменению параметра на одной частоте λ_k . Приведен также пример расчетов.

Ключевые слова: Анализ линейных систем, ортогональные преобразования, матричные операторы, дискретное преобразование Фурье

Rybina I., Vivcharyk O., Yakubenko A. *Analysis of linear systems with the usage of multiple transformations with Taylor series*. The method for solving the problems of analysis merely compatible signal (archiving, recognition, compression, etc.) and passing this signal through a linear system (for creation a single mathematical tools) with use of multiple orthogonal transforms with the usage complex frequency λ_k is proposed. At the same time analysis, for example, explored the similarities and differences between a reference signal is performed by using the selected discrete orthogonal transformation, and analyze it's passing through a linear system (circuit) –with the help of multiple transformation, such as the progressive conversion of the signal samples is provided in natural coordinates, matrix operators of these two changes as a result respond discrete Fourier transform. The second transformation has transforms, other than Fourier transforms, but they performed all theorems and properties of Fourier transformation, including theorems on differentiation and integration of originals, allowing for analysis to use Ohm's law. To approximate the spectra change, other than normal, the Taylor series are relevant calculation formulas for each of the complex frequency λ_k , for implementation of which it is necessary to obtain the inverse matrix of nodal conduction. Unlike the approximation of frequency response spectra of Fourier transform all of the multiple transformations are sensitive to parameter changes in one frequency λ_k . It also has been given an example of calculating the derivative.

Keywords: Analysis of linear systems, orthogonal transformation, matrix operators, discrete Fourier transform