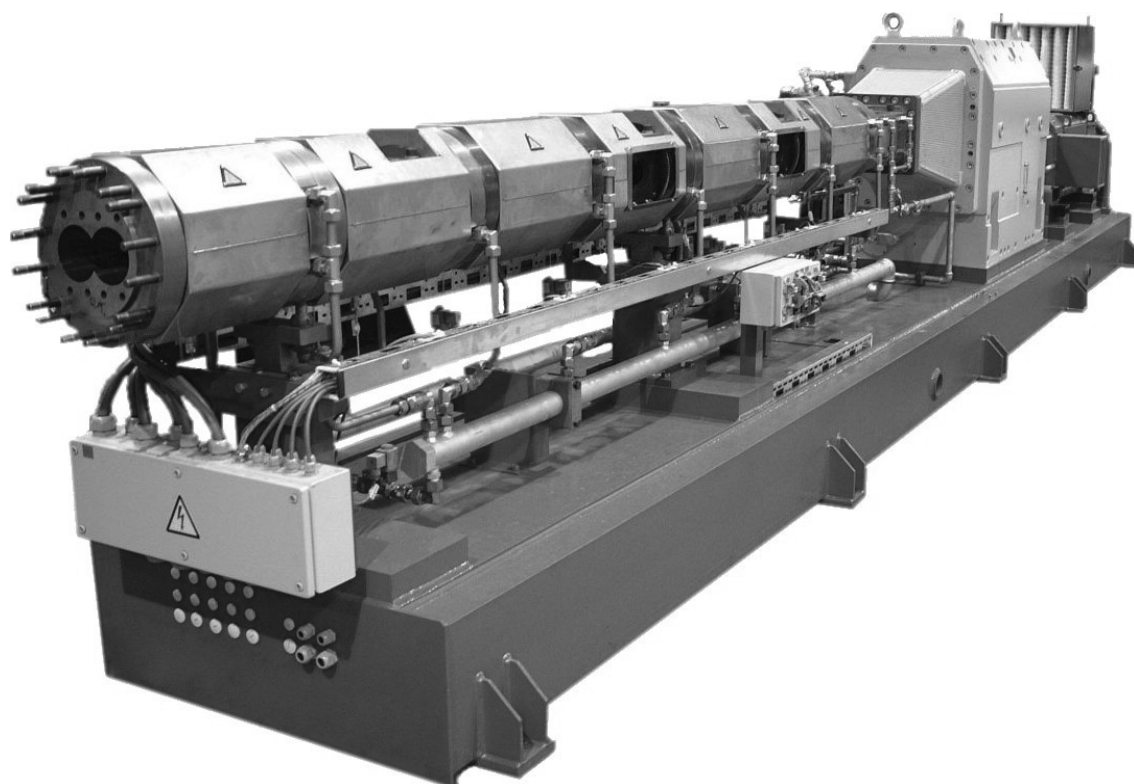


І. О. Мікульонок

Л. Б. Радченко

ПЕРЕРОБКА ВТОРИННОЇ СИРОВИНИ ЕКСТРУЗІЄЮ



Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

І. О. Мікульонок
Л. Б. Радченко

**ПЕРЕРОБКА
ВТОРИННОЇ СИРОВИНИ
ЕКСТРУЗІЄЮ**

Монографія

Київ
НТУУ «КПІ»
2006

УДК 678.027.3:678.073.002.8
ББК 35.71
М59

Рецензенти:

Ю. Ф. Снежкін, д-р техн. наук, член-кор. НАН України,
Інститут технічної теплофізики НАН України

О. М. Гавва, д-р техн. наук, проф.,
Національний університет харчових технологій

А. Д. Петухов, д-р техн. наук, проф.,
Національний технічний університет України «КПІ»

Мікульонок І.О.

М59 Мікульонок І. О., Радченко Л. Б. Переробка вторинної сировини екструзією: монографія. – К.: НТУУ «КПІ», 2006. – 184 с.: іл. – Бібліогр.: с.172–182.

ISBN 966-623-229-9

У монографії науковців кафедри машин та апаратів хімічних і нафтопереробних виробництв НТУУ «Київський політехнічний інститут» розглянуто основні шляхи й методи утилізації вторинної сировини, у першу чергу полімер- та еластомервмісної, теоретичні основи моделювання екструзійних процесів, а також алгоритми розрахунку черв'ячних екструдерів.

Для фахівців полімерного машинобудування та споріднених галузей виробництва (машинобудування для нафтохімічної, нафтопереробної, харчової, біотехнологічної галузей промисловості тощо), а також викладачів, аспірантів і студентів інженерно-хімічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

УДК 678.027.3:678.073.002.8
ББК 35.71

ISBN 966-623-229-9

© І. О. Мікульонок,
Л. Б. Радченко, 2006

ВСТУП

Одними з найпоширеніших матеріалів, які застосовуються майже в усіх галузях промисловості та побуті, є пластмаси, світовий обсяг виробництва яких стабільно зростає і за прогнозами в 2010 році перевищить 300 млн т [1–3]. При цьому приблизно чверть від світового обсягу споживання пластмас припадає на країни Європи [1].

Широке застосування виробів і матеріалів передбачає і відповідну проблему утилізації відходів, що утворюються під час виробництва, зберігання та використання цих виробів і матеріалів. Загальні обсяги утворених відходів тільки в Європі досягають 3 млрд тонн: від 3,8 т на душу населення Західної Європи до 6,3 т на душу населення Східної Європи [4].

Незважаючи на очевидну необхідність утилізації відходів, значна їх частка піддається видаленню, і в першу чергу захороненню, яке є найнижчим вибором в ієрархії поводження з відходами [5]. У США та більшості європейських і центральноазіатських країн до цього часу піддаються захороненню до 90 % відходів. Але навіть захоронення є досить затратний захід: лише з 1980 по 1987 рік вартість захоронення відходів у США зросла з 20 до 90 \$/т, при цьому тенденція до зростання вартості зберігається [4, 6].

В Україні щороку накопичується 35 млн м³ лише твердих побутових відходів, які захоронюють на 770 полігонах загальною площею майже 3000 га і частково спалюють на сміттєспалювальних заводах [7]. Полімери в цьому загальному обсязі становлять 6–7 % [8].

На початку третього тисячоліття щорічне душеве споживання пластмас в країнах Європейського Союзу (ЄС) становило 95 кг, паперу й картону – 205 кг, скла – 38 кг, а частка утворених відходів (від обсягу споживання) – для пластмас – 56 %, паперу й картону – 96 %, скла – 83 %. Рівень же утилізації зазначених матеріалів використанням їх як вторинних матеріальних ресурсів (зазвичай фізичної утилізації, тобто повторного застосування з використанням притаманних відповідним матеріалам властивостей, далі – переробки, рециклінгу (англ. recycling)), становить відповідно 15, 56 і 59 %. Решта же утворених відходів піддається захороненню та утилізації використанням їх як вторинних енергетичних ресурсів (для відходів пластмас відповідно 62 і 22 %) [9].

На сучасному етапі поводження з відходами досить високі рівні утилізації притаманні лише паперу й картону, металам, склу і гумі. Найнижчий же рівень утилізації характерний для пластмас, незважаючи на те, що більшу частку серед них становлять термопласти, обсяг яких більше за обсяг реактопластів [9] і повторна переробка яких простіша, ніж реактопластів.

В Україні рівень утилізації полімерів, як і в більшості країн світу, незначний і не перевищує 7 % при загальній утилізації відходів у 10–13 %, хоча останнім часом спостерігається стійка тенденція до його зростання, тим більше, що Пакувальною Директивою ЄС (2004/12/ЄС) лише для пакувальних відходів передбачається, що до 2012 року держави-члени ЄС мають досягти 22,5 % рециклінгу пластмас [8]. Аналізуючи темпи зростання обсягів переробки, споживання та утилізації полімерів у країнах Східної Європи [1], можна прогнозувати суттєве збільшення відповідних обсягів і в Україні.

У багатьох варіантах сучасної політики поводження з відходами існують дві основні мети:

1) усунення утворення відходів або зменшення їхніх обсягів, а також усунення або зменшення негативного впливу відходів на навколишнє природне середовище та здоров'я людини;

2) спроба перетворити утворювані відходи на ресурси, які можуть бути використані як вторинні матеріальні або енергетичні ресурси [4].

З точки зору енергоресурсозаощадження та вирішення екологічних проблем другий варіант є безумовно більш доцільним. З найбільш поширених методів перероблення полімерних відходів є екструзія, тому в праці розглянуто технологічні схеми екструзійної переробки, технологічне обладнання для їх реалізації і найбільша увага приділена двочерв'ячним екструдерам, які на сьогодні набувають все більшого поширення.

ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ І СКОРОЧЕНЬ

b – ширина секції, м;

B – ширина каналу, м;

c – питома масова теплоємність при середній температурі, Дж/(кг·К);

D – діаметр черв'яка, м;

E – ширина гребеня витка, м;

F – площа, м²;

G – масова продуктивність, кг/с;

L – довжина черв'яка, м;

N – споживана потужність, Вт;

n – частота обертання черв'яка, с⁻¹;

Nu – число Нуссельта;

p – тиск, Па;

Pr – число Прандтля;

r – поточний радіус, м;
 Re – число Рейнольдса;
 S – крок нарізки гвинтової лінії, м;
 T – середня температура, °С;
 V – об'ємна продуктивність машини чи апарата, м³/с, або об'єм секції, м³;
 W – лінійна швидкість, м/с;
 α – кут сполучення витків, рад;
 $\dot{\gamma}$ – швидкість зсуву;
 δ – величина проміжку, м;
 λ – теплопровідність, Вт/(м·К);
 μ – динамічна в'язкість, Па·с;
 ν – кінематична в'язкість, м²/с;
 ρ – густина, кг/м³;
 τ_{xy} , τ_{yz} – компоненти тензора напруги, Па;
 φ – кут нахилу гвинтової нарізки, рад;
 ω – кутова швидкість черв'яків, с⁻¹;

основні індекси:

x, y, z – стосується відповідної декартової координати;
 r, η, z – стосується відповідної циліндричної координати;
 vx – стосується входу в об'єкт;
 vix – стосується виходу з об'єкта;
 π – стосується циліндра;
 χ – стосується черв'яка;

основні скорочення:

АБС-пластик – акрилонітрилбутадієн-стирольний пластик;
кафедра МАХНВ – кафедра машин та апаратів хімічних і нафтопереробних виробництв інженерно-хімічного факультету НТУУ «КПІ»;
НТУУ «КПІ» – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»;
ПА – поліамід;
ПВХ – полівінілхлорид;
ПЕВГ – поліетилен високої густини;
ПЕНГ – поліетилен низької густини;
ПК – полікарбонат;
ПКМ – полімерний композитний матеріал;
ПП – поліпропілен;
ПС – полістирол;
ТпКМ – термопластичний композитний матеріал;
ТрКМ – термореактивний композитний матеріал.

1. ТЕНДЕНЦІЇ ВИКОРИСТАННЯ ПОЛІМЕРНИХ МАТЕРІАЛІВ ТА УТИЛІЗАЦІЇ ПОЛІМЕРВМІСНИХ ВІДХОДІВ

Протягом кількох останніх десятиліть відбувається помітне підвищення ролі вторинної сировини. Підґрунтям цього явища є все більші труднощі із забезпеченням промисловості матеріальними ресурсами й суттєвий прогрес у створенні ефективних технологій перероблення промислових і побутових відходів. Утилізація відходів, у тому числі і полімервмісних, перетворюється на одну з головних соціально-економічних і технічних проблем розвитку виробництва.

За останні півстоліття річний обсяг виробництва полімерів і матеріалів на їхній основі перевищив 200 млн т і впевнено наближається до позначки 300 млн т [1] (рис. 1.1). При цьому майже половина термопластів, що переробляється в країнах Європи, припадає на один з найефективніших методів неперервного формування – екструзію. При цьому приблизно половину екструдованих матеріалів і виробів становлять плівки, чверть – листи і чверть – труби і профілі [1] (рис. 1.2).

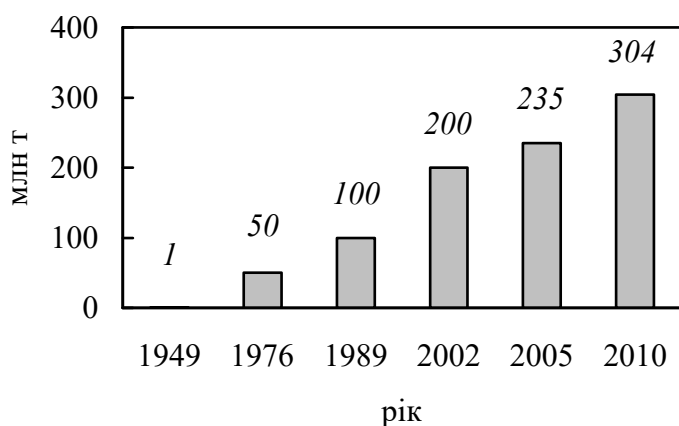


Рис. 1.1. Динаміка світового виробництва пластмас

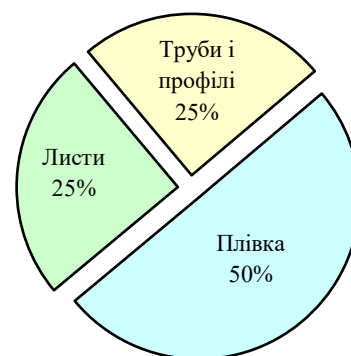


Рис. 1.2. Структура переробки екструзією термопластів в Європі (2005 р.)

Виділяють два основні шляхи поводження з полімервмісними відходами виробництва та споживання: утилізація (використання відходів як вторинних матеріальних чи енергетичних ресурсів) і видалення (здійснення операцій з відходами, що не приводять до їх утилізації) [5] (рис.1.3).

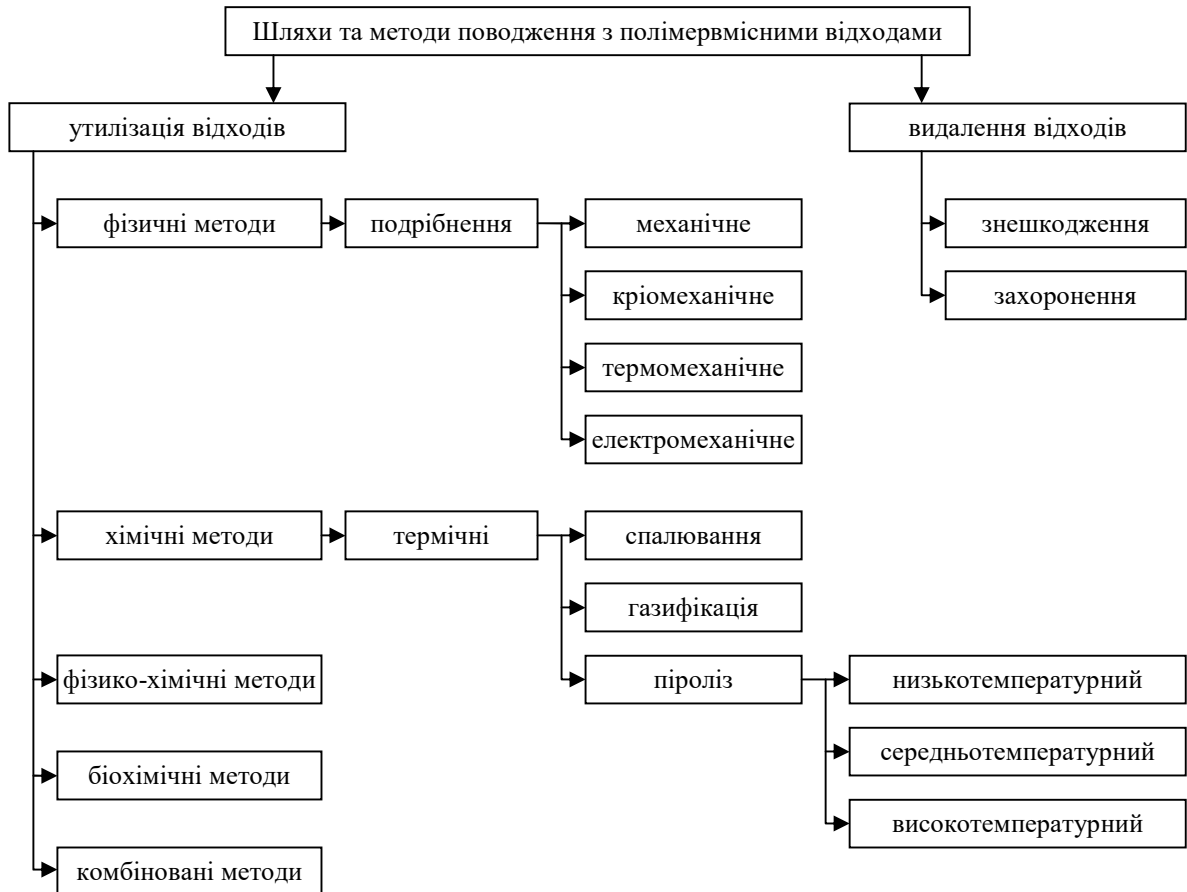


Рис.1.3. Основні методи та шляхи використання полімервмісних відходів

Методи утилізації відходів можна поділити на такі основні групи [10–12]:

– фізичні методи, під час реалізації яких змінюються лише форма, розміри, агрегатний стан і деякі інші властивості матеріалу відходів за умови збереження їхнього якісного хімічного складу; ці методи притаманні методам, застосовуваним для переробки первинної сировини;

– хімічні методи, під час реалізації яких змінюються фізичні властивості та якісний хімічний склад; причому взаємодія речовин здійснюється в стехіометричних співвідношеннях, які визначаються рівняннями хімічних реакцій;

– фізико-хімічні методи, під час реалізації яких відбуваються взаємопов’язані фізичні й хімічні перетворення, причому хімічна взаємодія речовин здійснюється в нестехіометричних співвідношеннях;

– біохімічні методи, під час реалізації яких мають місце хімічні перетворення за участі мікроорганізмів;

– комбіновані методи, які є сполученням методів різних груп, один з яких може бути домінуючим.

Отже, основні методи утилізації можна реалізувати за трьома напрямками: матеріальним, термічно-сировинним та енергетичним.

Методи видалення відходів можна поділити на такі основні групи [5]:

- знешкодження, тобто зменшення чи усунення шкідливості відходів фізичним (зокрема механічним), фізико-хімічним чи біологічним обробленням;
- захоронення, тобто остаточне розміщення відходів у процесі їх видалення в спеціально відведених місцях чи на об'єктах таким чином, щоб довгостроковий шкідливий вплив відходів на навколишнє природне середовище та здоров'я людини не перевищував установлених нормативів.

Найдешевшим і найрозповсюдженим (але і найнераціональним) натеper способом видалення відходів є їх захоронення. Однак суттєве збільшення кількості ділянок під полігони і звалища, а також відсутність контролю за ними може призвести до забруднення води й повітря, виникнення пожеж, масового розмноження гризунів тощо. Основний же недолік захоронення відходів – це безповоротні втрати потенційно відновлюваних матеріалів, тому все більше уваги приділяється методам утилізації.

Найдоцільнішим з методів утилізації є використання полімервмісних відходів як вторинної сировини. У цьому випадку практично повністю використовуються всі властивості полімерів саме з точки зору їх призначення.

Переймаючись нагальною проблемою утилізації відходів, уряди багатьох країн активно підтримують роботи з дослідження процесів і виготовлення обладнання для перероблення відходів полімерів. Так, на виставці-ярмарку 1998 року в Дюссельдорфі (Німеччина) з рециклінгу полімерів було повідомлено, що промисловість ФРН інвестувала в дослідження та впровадження технологій рециклінгу пластмас 1,5 млрд DM [12].

За принципом утворення вторинна полімерна сировина поділяється на три категорії: відходи виробництва, відходи споживання й змішані відходи виробництва й споживання [13, 14]. При цьому відходи споживання, у свою чергу, поділяються на відходи від виробничого й від побутового споживання.

За характером процесів формування вторинна полімерна сировина поділяється на два класи: відходи термопластичних і термореактивних полімерів; за вихідними полімерами – на види: термопласти – поліолефінові, полістирольні, полівінілхлоридні, поліарилатні, поліформальдегідні, полікарбонатні й поліефірні, а також реактопласти – відходи амінопластів, фенопластів і склопластиків; за характеристикою полімерних відходів – на групи: поворотні й безповоротні відходи (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

Класифікація вторинної полімерної сировини

Категорія полімерної сировини	Клас полімерної сировини	Вид полімерної сировини	Група полімерних відходів	
			Поворотні відходи	Неповоротні відходи
Відходи виробництва	Термопластичні	Поліолефіни, полістироли, полівінілхлориди, поліформальдегіди, полікарбонати, поліефіри, поліакрилати, поліаміди	Чисті витоки з сопла, облой, ливники, некондиційна продукція, прогінні маси термопластів одного виду, у тому числі і під час переходу з одного кольору на інший	Нагари, термодеструктований матеріал, прогінні маси під час переходу з одного виду сировини на інший, забруднені розсипи гранул, залишки сировини, які повністю або частково втратили початкові властивості і не відповідають нормативним документам
Відходи споживання	Термопластичні	Поліолефіни, полістироли, полівінілхлориди, поліформальдегіди, полікарбонати, поліефіри, поліакрилати, поліаміди	—	Вироби культурно-побутового призначення: канцелярські, галантерейні, сантехнічні товари, електроприлади, дитячі іграшки, корпусні деталі телерадіоапаратури, тара промислового і господарського призначення (ящики, бочки, каністри, банки і т. ін.)
Відходи виробництва	Терморезактивні	Фенопласти, амінопласти, склопластики	—	Облой, ливники, нагари, витоки з форм, просипки матеріалу, некондиційна продукція
Відходи споживання	Терморезактивні	Фенопласти, амінопласти, склопластики	—	Вироби культурно-побутового призначення (футляри, скриньки, склянки, канцелярські вироби, підставки, шахи, кулі, доміно, дитячі іграшки, посуд тощо), деталі побутових електропристроїв та електроприладів (вилки, розетки, вимикачі тощо), фотоприладдя, тара і т. ін.
Змішані відходи виробництва і споживання	Різні класи	Різні види	—	Вироби культурно-побутового призначення (дитячі іграшки, електроприлади, радіотовари тощо), змішані розсипи гранул, прогінні маси термопластів під час переходу з одного виду матеріалу на інший

Поверотними полімерними відходами є відходи виробництва й споживання, які після подрібнення можливо використовувати в тому ж виробництві як вторинний полімерний матеріал, а безповоротними – відходи виробництва й споживання, які внаслідок часткової чи цілковитої втрати своїх властивостей не можуть бути повернуті для використання в процесі виробництва основної продукції або для технологічних потреб і потребують додаткових операцій з очищення, розділення, відмивання, модифікації і т. ін. з метою одержання з них вторинних полімерних матеріалів [13].

Підсумовуючи викладене, можна зробити висновок, що основним методом утилізації полімерних та інших твердих відходів є їх використання як вторинних матеріальних ресурсів, і в першу чергу перероблення їх у термопластичні композитні матеріали (ТпКМ).

2. КЛАСИФІКАЦІЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНИХ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ ТА ЇХНІ ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ

2.1. Класифікація термопластичних композитних матеріалів

Завдяки можливості змінювання властивостей полімеру за рахунок використання наповнювачів, модифікаторів та інших добавок сучасною промисловістю використовується до ста і більше марок полімерних композитних матеріалів на основі одного базового полімеру, що суттєво розширяє його технологічні та експлуатаційні можливості [15].

Композитний матеріал (композиційний матеріал, композит) – це гетерофазовий матеріал, окремі фази якого виконують специфічні функції, забезпечуючи йому властивості, яких не має жоден з компонентів окремо [16].

Полімери, використовувані для створення наповнених пластмас, яких промисловістю випускається десятки тисяч марок, можна поділити на чотири групи [17]:

1) ненасичені полієфіри, фенольні, меламінові, кремнієорганічні смоли, поліфеніленсульфід; понад 90 % марок на основі цих полімерів випускають наповненими;

2) полівінілхлорид, поліаміди, епоксидні смоли, полісульфон, поліфеніленоксид, полієфірсульфон, поліуретан, полібутилентерефталат, мочевиноформальдегідні смоли; від 50 % до 90 % марок на основі цих полімерів випускають наповненими;

3) поліпропілен, поліамід-6, поліамід-11, поліамід-12, фторопласти, поліацеталі, полікарбонати, поліетилентерефталат; від 25 % до 50 % марок на основі цих полімерів випускають наповненими;

4) ефіри целюлози, акрилові полімери, поліетилен, полістирол; до 10 % марок на основі цих полімерів випускають наповненими.

Основою композитних матеріалів є суцільна, або неперервна, фаза (матриця, зв'язуюче), яка забезпечує монолітність матеріалу, зазвичай визначає тепло-, волого-, вогне- і хімічну тривкість, а в армованих матеріалах, крім того, і передачу й розподіл механічних напружень у наповнювачі. При цьому значну частку (у 2002 році приблизно третину [18]) серед полімерних композитних матеріалів займають ТпКМ.

Широкого використання ТпКМ набули з таких міркувань:

1) додавання до полімерів дешевих наповнювачів зменшує вартість ТпКМ (наприклад, наповнення стандартної полівінілхлоридної композиції 12 % об. тонкодисперсної крейди зменшує собівартість однієї тонни одержуваного ТпКМ на 20,5 % (одного кубічного метра – на 9,2 %) порівняно з ненаповненою композицією [19]);

2) створення ТпКМ з поліпшеними порівняно з полімером властивостями (фізико-механічними, фізико-хімічними, теплофізичними, електрофізичними, оптичними, естетичними, технологічними та ін.);

3) створення ТпКМ з максимально реалізованими в них властивостями наповнювачів (властивості ТпКМ в основному визначаються властивостями наповнювача, якщо його вміст у композиції досягає 70 %) [17, 19];

4) можливість утилізації відходів полімерів і пластмас, а також інших матеріалів, застосовуваних у ТпКМ як наповнювачів.

5) наявність суттєвих технологічних та експлуатаційних переваг порівняно з термореактивними композитними матеріалами (ТрКМ): можливість перероблення більшістю існуючих методів, практично необмежений термін зберігання сировини й напівфабрикатів перед одержанням з них виробів, досить короткий час формування, високий коефіцієнт використання матеріалу, ремонтпридатність виробів, можливість повторного перероблення, велика ударна в'язкість, значна хімічна тривкість та ін.

Залежно від типу наповнювача розрізняють дисперсні, армовані й дисперсно-армовані структури ТпКМ (рис. 2.1). При цьому матеріали з армованою й дисперсно-армованою структурами містять наповнювач з високим модулем пружності під час розтягу [17, 19–21].

Матеріали зі структурами *a–г, и, к, м* (див. рис. 2.1) є ізотропними (їхні фізичні властивості однакові в різних напрямках), а зі структурами *д, е, ж, л* – анізотропними. При цьому матеріали зі структурою *г* залежно від орієнтування волокон, а зі структурами *к, м* – залежно від будови наповнювача – можуть бути анізотропними.

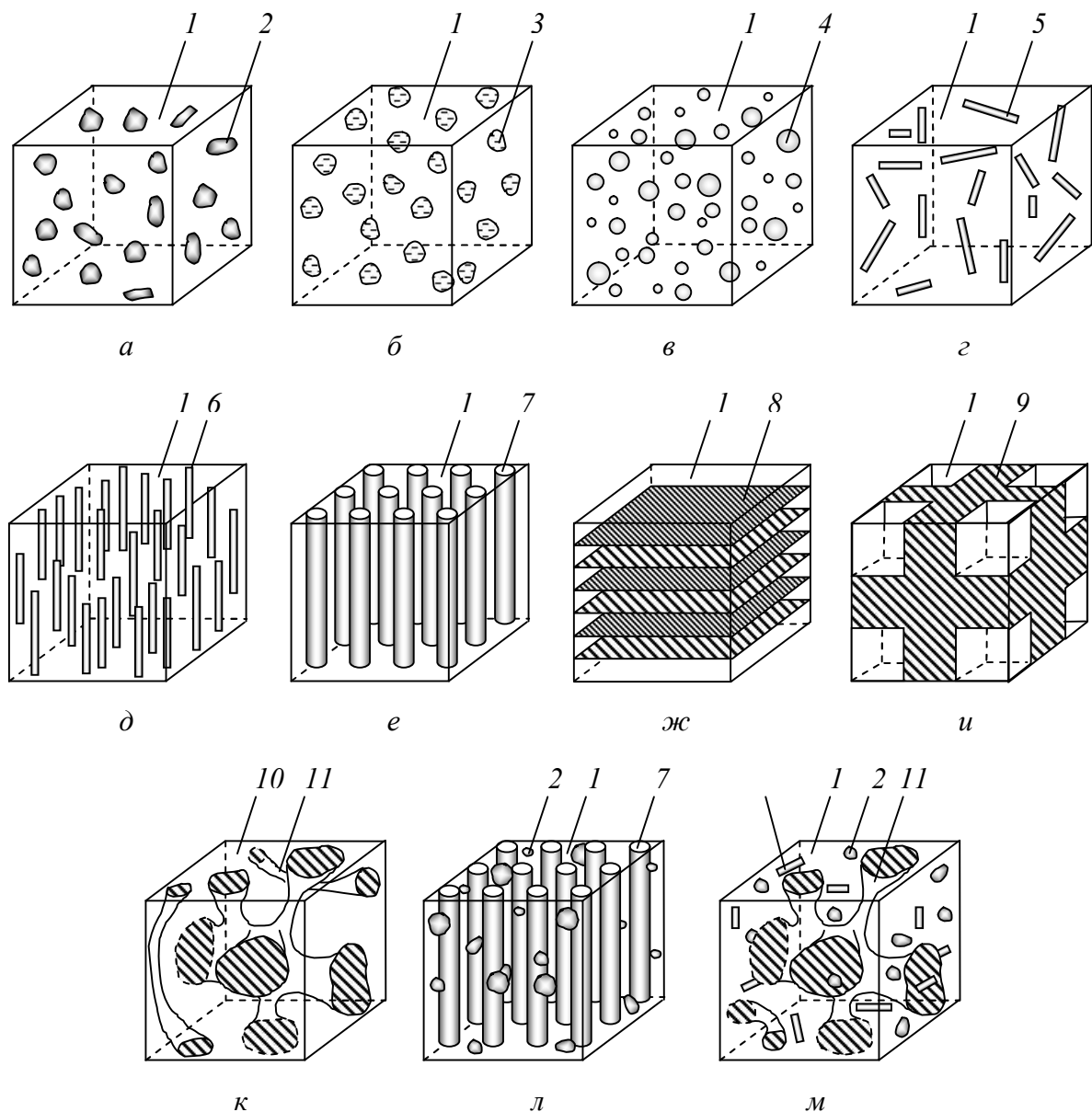


Рис. 2.1. Основні типи дисперсних (а-з), армованих (д-к) і дисперсно-армованих (л, м) структур ТпКМ: 1 – полімерна матриця; 2, 3, 4 – тверді, рідкі й газоподібні частинки наповнювача; 5 – короткі волокна; 6 – довгі волокна; 7 – неперервні волокна; 8 – шаруватий наповнювач; 9 – об’ємний наповнювач; 10, 11 – полімери в суміші полімерів

Розглядаючи композити, в окремі класи можна виділити такі матеріали [16]:

1. Багатошаровий матеріал – листовий або плівковий матеріал, що складається з шарів зазвичай однакових за природою матеріалів (наприклад полімерів або матеріалів на їх основі).

2. Комбінований матеріал – листовий або плівковий матеріал, що складається з шарів різних за природою матеріалів (наприклад полімерів, паперу, металевої фольги, тканин тощо); комбінований матеріал можна вважати тер-

мопластичним композитним, якщо об'ємна частка та/або кількість шарів полімеру в матеріалі перевищує 50 %.

3. Гібридний композитний матеріал – композитний матеріал з декількома наповнювачами різної природи.

4. Поліматричний композитний матеріал – композитний матеріал з декількома матрицями.

Загальну класифікацію термопластичних композитних матеріалів наведено на рис. 2.2 (літери в дужках позначають відповідну структуру ТпКМ згідно з рис. 2.1) [20].

Залежно від типу наповнювача ТпКМ поділяють на дисперсно-наповнені матеріали (наповнювач – дисперсні частинки), армовані матеріали (містять зміцнювальний наповнювач зазвичай неперервної структури), газонаповнені й рідиннонаповнені матеріали (наприклад маслоннаповнені каучуки) [22–24].

За механізмом впливу на ТпКМ наповнювачі можна поділити на три типи [25]:

1) Інертні. Це наповнювачі, застосування яких обумовлено прагненням здешевлення кінцевого продукту, коли припустиме певне погіршення властивостей ТпКМ у першу чергу порівняно з чистим полімером.

2. Активні. Це наповнювачі, поліпшені технологічні властивості яких визначаються «природно-обумовленими» чинниками: формою частинок, рівнем їхньої анізотропності, а також хімією поверхні частинок відносно до конкретних видів полімерів.

3. Функціоналізовані. Це поверхневомодифіковані наповнювачі. Поверхневу модифікацію таких наповнювачів здійснюють органічними апретами або неорганічними сполуками, після чого наповнювачі стають носіями спеціальних властивостей, що дозволяє доповнювати, замінювати або заощаджувати відповідні технологічні цільові добавки.

До наповнювачів ставлять загальні вимоги [23, 24]: сумісність з полімерною матрицею; здатність диспергуватися в матриці з утворенням композиту однорідної структури; добра змочуваність розплавом або розчином полімеру; термічна, механічна, термічна й хімічна стійкість під час приготування композиту, а також зберігання та експлуатації виробу (крім спеціальних наповнювачів, наприклад антипіренів); відсутність здатності суттєвого погіршення перероблюваності композиту; вибухопожежобезпечність; незначна вартість. Специфічні же вимоги, які ставлять до наповнювачів, залежать від прогнозованих властивостей одержуваних ТпКМ.

Класифікацію наповнювачів наведено в табл. 2.1 і 2.2 та на рис. 2.3 (див. також [17, 21, 24]).

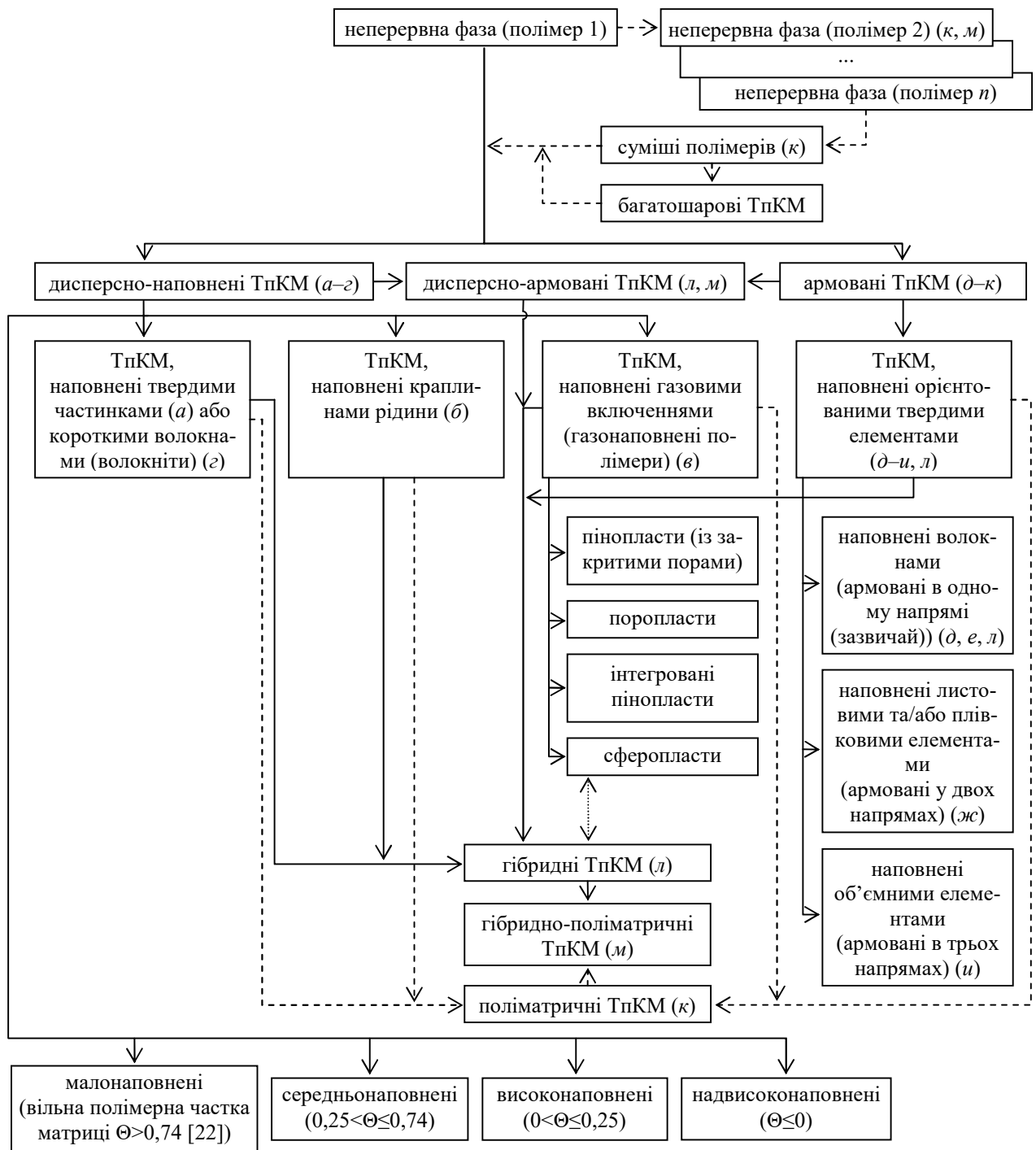


Рис. 2.2. Класифікація термопластичних композитних матеріалів

Властивості ТпКМ визначаються властивостями полімерної матриці й наповнювача, співвідношенням їхнього вмісту в композиції, характером розподілу наповнювача в матриці, природою взаємодії на межі поділу «полімер–наповнювач». При цьому наповнювач, поліпшуючи певні характеристики ТпКМ, може одночасно погіршувати інші його властивості. Тому в кожному конкретному випадку під час вибору типу, концентрації й способу поверхне-

вої модифікації наповнювача необхідно ретельно збалансувати ефекти, обумовлені присутністю в складі ТпКМ наповнювача та інших компонентів [28].

Характер взаємодії твердих наповнювачів з іншими компонентами сумішей (змочування, адсорбція, адгезія, тертя та (або) хімічна реакція) визначається головним чином складом наповнювачів і структурою їхньої поверхні. Властивості поверхні залежать не тільки від природи й фазової структури наповнювачів, але й від способу та умов їх одержання, а також від обробки поверхні. В останньому разі найбільш широко застосовують такі фізичні й хімічні методи: сорбційна модифікація за допомогою поверхнево-активно речовин; механічна активація; нанесення спеціальних покриттів; обробка окисниками або відновниками; створення на поверхні функціональних груп, щеплення молекул, імплантація нейтральних атомів або іонів; дія високоенергетичних випромінювань та електричних розрядів. Важливе значення мають також загальна або питома величина поверхні наповнювачів, її дефектність і шорсткість [28]. Так, наприклад, гумова кришка, одержана деформаційно-зсувним способом у роторному подрібнювачі, відрізняється від так званої криогенної кришки меншими розмірами й розвиненою поверхнею з активними функціональними групами [44, 45].

Таблиця 2.1

Класифікація дисперсних наповнювачів за хімічним складом

Клас речовин	Клас наповнювачів	Походження	Приклади наповнювачів
Неорганічні	Оксиди Соли Основи (амфотерні гідроксиди) Хімічні елементи Багатокомпонентні системи	мінеральне синтетичне мінеральне синтетичне органічне синтетичне мінеральне синтетичне	оксид алюмінію оксид цинку карбонат кальцію (крейда), сульфат барію (барит) карбонат кальцію, сульфат барію карбонат кальцію (черепашиник) гідроксиди алюмінію, магнію вуглець (графіт) метали слюда горючі сланці скло
Органічні	Органічні	рослинне тваринне синтетичне штучне	вугілля кам'яне, деревина, шкаралупа горіхів, фруктові кісточки борошно кісткове, шкіра подрібнена, волокна шерсті волокна: поліамідне, поліарамідне, поліетиленове, поліпропіленове та ін. волокна: ацетатне, віскозне, мідноаміакове та ін.
Гібридні	Багатокомпонентні системи з органічним покриттям	синтетичне	склосфери з поліуретановим покриттям [26]

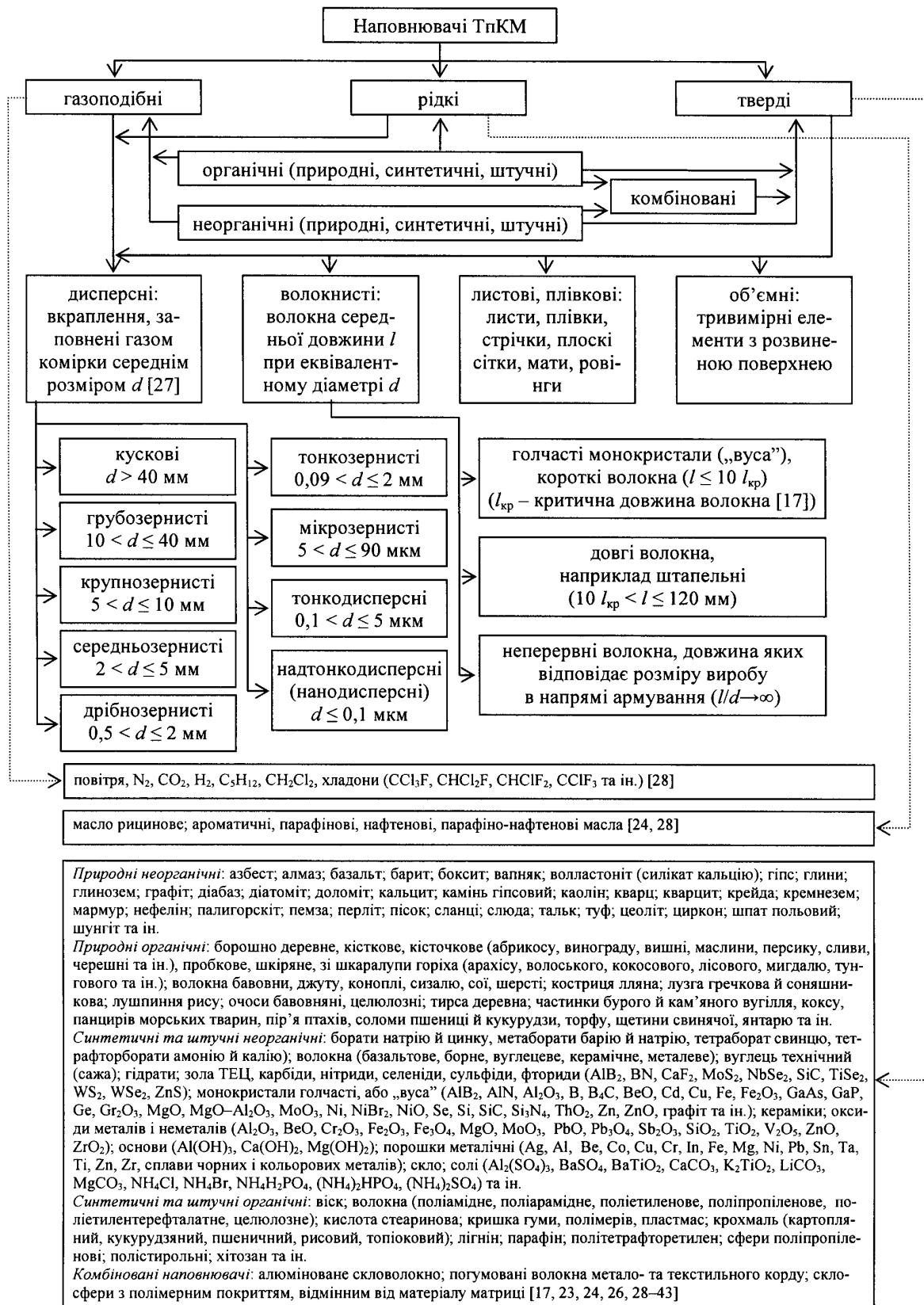


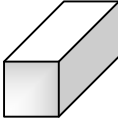





Рис. 2.3. Класифікація наповнювачів термопластичних композитних матеріалів (d – еквівалентний розмір частинки наповнювача)

Таблиця 2.2

Класифікація частинок дисперсних наповнювачів за формою

Характеристики частинок	Класи частинок за формою					
	ізометричні (блокові)		анізотричні волокнисті (голчасті)		анізотричні пластинчасті (лускаті)	
	Класи частинок за формою й розмірами					
	сферичні	кубічні	призматичні	волокнисті	пластинчасті	дископодібні
Ідеалізована форма						
Дійсна форма	куля, сфера; еліпсоїд обертання, багатогранники, форма яких близька до сферичної (наприклад додекаедр, ікосаедр)	куб; багатогранники, форма яких близька до кубічної (наприклад октаедр)	призма, піраміда, циліндр, конус, кульовий сектор, бочка, еліпсоїд обертання	у вигляді голки, мононитки, комплексної, комбінованої, стрічкової нитки або їх відрізків (зазвичай прямолінійної форми)	пластинка, елементи листів і плівок	пластинка (наприклад у вигляді круглої шайби або її сегмента чи сектора), кульовий шар, кільце, тор, сочевицеподібний елемент, елементи поверхонь другого порядку (сфери, а також еліпсоїда, параболоїда й гіперболоїда обертання)
Відносні розміри: – висота (товщина) – ширина – довжина	1,0 1,0...1,4 1,0...1,4	1,0 1,0...1,4 1,0...1,4	1,0 1,0...1,4 1,4...4,0	<0,25 <0,25 1,0	1,0 >1,4 >4,0	0,01...0,25 1,0 1,0...1,4
Приклади наповнювачів	склосфери; мікро- і макро-сфери, у т.ч. порожнисті; частинки металів, оксидів металів, технічного вуглецю, аеросилу	частинки кальциту, крейди, польового шпату	частинки оксиду кремнію, оксиду барію	частинки силікату кальцію, азбесту, бавовни; палигорскіту; деревні, вуглецеві, борні, базальтові волокна, скловолокна	деревна тирса; клаптики паперу, плівок, листів	частинки каоліну, тальку, слюди, графіту, гідроксиду алюмінію
Примітка. Форма частинок, розміри яких суттєво відрізняються один від одного, може бути відмінна від прямолінійної (наприклад волокнистий елемент може характеризуватися коефіцієнтом звивистості – відношенням довжини елемента до відстані між його кінцями, а лускоподібний і пластинчастий – коефіцієнтом опуклості – відношенням висоти елемента до його середньої товщини).						

Тверді наповнювачі поділяють на дисперсні, дисперсні армувальні та неперервні армувальні.

Основні характеристики дисперсних наповнювачів – форма, розміри й розподіл за розмірами частинок. За формою частинки можуть бути віднесені

до одного з трьох основних типів: ізометричний, або блоковий, близький до сферичної або кубічної форми; анізометричний волокнистий, або голчастий, близький до циліндричної або призматичної форми; анізометричний пластинчастий, або лускатий, близький до форми диска або плоского паралелепіпеда (див. табл. 2.2).

Еквівалентний розмір частинок дисперсних наповнювачів зазвичай становить від 10 нм до 1 мм, а питома поверхня – від 0,3 до 400 м²/г (діаметр нитковидних кристалів („вусів”) становить 1–30 мкм, а довжина – 0,3–15 мм [28, 46]). При цьому дисперсно-наповнені композитні матеріали з надтонкодисперсними (нанодисперсними) частинками наповнювача ($d \leq 0,1$ мкм) називають нанокompозитами [47, 48].

Форма, розміри й природа поверхні частинок, їх взаємодія між собою та з іншими компонентами композицій визначають характер розподілу й щільність упаковки частинок у вихідному сипкому матеріалі та в наповненій композиції. Ступінь граничної упаковки φ_{\max} – максимальна об’ємна частка, яку можуть зайняти тверді частинки при заданому типі упакування без зміни їхньої форми; цей показник характеризує й граничний ступінь наповнення композитів. При нерегулярному упакуванні ступінь наповнення зменшується з підвищенням характеристичного відношення й здатності частинок до агрегування. За однакових форми частинок та їхнього розподілу за розмірами сипкі порошки (такі, що не агрегуються) мають максимальний ступінь граничного упакування, а пухкі (такі, що агрегуються, або такі, що структуруються) – мінімальну. При цьому об’ємна частка наповнювача в композиті може коливатися від 0,01 до 95 % [22].

Як неперервні армувальні наповнювачі найбільш широко використовують волокнисті наповнювачі – вуглецеві, графітові, борні, карбідні, нітридні, оксидні, скляні, базальтові й полімерні хімічні – роздільно або в будь-якому сполученні. Склад і властивості їхньої поверхні регулюють фізичною або хімічною обробкою.

Однією з характеристик волокнистого наповнювача є його довжина l . При цьому розглядають так звану критичну довжину волокна $l_{\text{кр}}$, за якої механічні напруження в центральній частині (по довжині) волокна стають такими самими, як і в довгому волокні, тобто волокно сприймає максимально можливу частку напруження, що діє в матриці. При цьому міцність ТпКМ з односпрямованими короткими волокнами ($l < 10 l_{\text{кр}}$) збільшується зі зростанням відносної довжини волокна $l/l_{\text{кр}}$ і вже при $l \geq 6 l_{\text{кр}}$ міцність ТпКМ з такими волокнами досягає 95 % від міцності матеріалу з неперервними армувальними волокнами [17].

Волокна можуть бути одно- або бікомпонентними, монолітними або порожнистими, можуть мати круглий або іншої форми переріз. Їхній діаметр у

більшості випадків лежить в інтервалі 7–15 мкм, рідше використовують більш тонкі волокна (до 1 мкм) або більш товсті (до 200 мкм).

За формою неперервні волокнисті армувальні наповнювачі поділяють на такі групи: одновимірні (нитки або джгути); двовимірні (стрічки, тканини, неткані листи); об'ємні (каркаси, прошиті й зібрані в пакети листові наповнювачі, об'ємні тканини).

Різноманітність природи, властивостей, форми, розмірів, наповнювачів, можливість їх модифікування, а також поєднання декількох наповнювачів дозволяє створювати величезну кількість марок композитів зі спеціальними властивостями. У табл. 2.3 наведено деякі види полімерних композитних матеріалів зі спеціальними властивостями і наповнювачі, які забезпечують ці властивості.

Таблиця 2.3

Приклади наповнювачів композитів зі спеціальними властивостями

Композити	Приклади наповнювачів
Абразивні	BN, SiC, алмаз, кварц, корунд
Антифрикційні	MoS ₂ , NbSe ₂ , TiSe ₂ , WS ₂ , WSe ₂ , графіт, політетрафторетилен, шунгіт [49], шпінель магнію (MgAl ₂ O ₄) [50]
Біорозкладувані	Крохмаль, хітозан [31, 51]
Високогорючі	Al, Mg, нітрати, перманганати, порошок
Електроізоляційні	Al ₂ O ₃ , азбест, кварц, слюда, скло, тальк
Електропровідні	Метали (Al, Bi, Cd, Cu, Fe, Ni, Sn та ін.) та їхні сплави, графіт
Естетичні	Деревна тирса, мармурова кришка
Звукоізолювальні	Гази
Конструкційні	Скловолокно; волокна поліамідне, поліарамідне
Магнітні	Металічні й керамічні феритні порошки
Негорючі	Базальт
Самозатухаючі	Al(OH) ₃ , Ca(OH) ₂ , Mg(OH) ₂ , борати натрію й цинку
Теплоізолювальні	Гази
Теплостійкі	Азбест, графіт, вуглецеві волокна
Теплопровідні	Метали, графіт
Теплоакумуючі	Віск, кислота стеаринова, парафін, склосфери [24, 52]
Фрикційні	BaSO ₄ , азбест
Хімічностійкі	Азбест, графіт, політетрафторетилен, тальк, технічний вуглець

Розроблення нових полімерних композитних матеріалів (ПКМ), методи їх перероблення, а також створення й модернізація технологічного обладнання для їх одержання й перероблення у виробі передбачає наявність даних багатьох властивостей цих матеріалів, одними з визначальних яких під час проектування обладнання для одержання й перероблення ПКМ (а саме з метою визначення енергосилових параметрів обладнання й температурних полів перероблюваного матеріалу) є теплофізичні та реологічні.

2.2. Теплофізичні та реологічні властивості

До теплофізичних властивостей матеріалів відносять теплопровідність, теплоємність і температуропровідність, рідше до цих параметрів додають лінійний та об'ємний коефіцієнти теплового розширення [17, 53].

У загальному випадку теплофізичні властивості ПКМ залежать від його структури, природи й параметрів компонентів та іноді передісторії одержання або перероблення як самих ПКМ, так і їхніх компонентів, які повною мірою врахувати під час аналітичного визначення цих властивостей дуже важко або навіть неможливо [54–58].

Теплопровідність полімерів залежить від структури й фізичного стану та незначно змінюється зі зростанням температури.

Теплопровідність більшості полімерів розрізняється незначно (зазвичай від 0,1 до 0,4 Вт/(м·К)). За рахунок же інших компонентів теплопровідність ПКМ можна змінити в десятки разів: від 0,023 Вт/(м·К) у пінопластів до 18 Вт/(м·К) у графітопластів.

Теплопровідність ПКМ залежно від вмісту в них наповнювача у вигляді сферичних частинок визначають за залежністю [17]:

$$\lambda_{\text{ПКМ}} = \lambda_{\text{П}} \left(1 + \frac{\varphi_{\text{Н}}}{(1 - \varphi_{\text{Н}})/3 + \lambda_{\text{П}}/(\lambda_{\text{Н}} - \lambda_{\text{П}})} \right),$$

де $\lambda_{\text{ПКМ}}$, $\lambda_{\text{П}}$ і $\lambda_{\text{Н}}$ – теплопровідності ПКМ, полімерної матриці й наповнювача; $\varphi_{\text{Н}}$ – об'ємна частка наповнювача.

Теплопровідність ПКМ, що складаються з матриці, в якій ізольовані одна від одної кулясті частинки наповнювача розташовані у вузлах правильної кубічної решітки, можна визначити за залежністю [57]:

$$\lambda_{\text{ПКМ}} = \lambda_{\text{П}} \left[1 + 3\varphi_{\text{Н}} / \left(\frac{\lambda_{\text{Н}} + 2\lambda_{\text{П}}}{\lambda_{\text{Н}} - \lambda_{\text{П}}} - \varphi_{\text{Н}} + \frac{A}{B} + C \right) \right], \quad (2.1)$$

$$\text{де } A = 1,3091 \frac{\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}}}{\lambda_{\text{Н}} + 4\lambda_{\text{П}}/3} \varphi_{\text{Н}}^{10/3} \left(1 - 0,1173 \frac{\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}}}{\lambda_{\text{Н}} + 6\lambda_{\text{П}}/5} \varphi_{\text{Н}}^{11/3} \right)^2;$$

$$B = 1 + 0,4054 \frac{\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}}}{\lambda_{\text{Н}} + 4\lambda_{\text{П}}/3} \varphi_{\text{Н}}^{7/3} - 6,6568 \frac{(\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}})^2}{(\lambda_{\text{Н}} + 4\lambda_{\text{П}}/3)(\lambda_{\text{Н}} + 5\lambda_{\text{П}}/6)} \varphi_{\text{Н}}^6;$$

$$C = 0,0723 \frac{\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}}}{\lambda_{\text{Н}} + 6\lambda_{\text{П}}/5} \varphi_{\text{Н}}^{14/3} + 0,15256 \frac{\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}}}{\lambda_{\text{Н}} + 8\lambda_{\text{П}}/7} \varphi_{\text{Н}}^6.$$

Якщо у формулі (2.1) обмежитися першими двома членами, отримують формулу

$$\lambda_{\text{ПКМ}} = \lambda_{\text{П}} + 3\varphi_{\text{Н}} \lambda_{\text{П}} \frac{(\lambda_{\text{Н}} - \lambda_{\text{П}})}{\lambda_{\text{Н}} + 2\lambda_{\text{П}}};$$

якщо першими чотирма, – формулу Релея

$$\lambda_{\text{ПКМ}} = \lambda_{\text{П}} \left[1 + 3\varphi_{\text{Н}} / \left(\frac{\lambda_{\text{Н}} + 2\lambda_{\text{П}}}{\lambda_{\text{Н}} - \lambda_{\text{П}}} - \varphi_{\text{Н}} + 1,3091 \frac{\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}}}{\lambda_{\text{Н}} + 4\lambda_{\text{П}}/3} \varphi_{\text{Н}}^{10/3} \right) \right],$$

а першими шістьма, – формулу Мередіт і Тобіаса [57]

$$\lambda_{\text{ПКМ}} = \lambda_{\text{П}} \left[1 + 3\varphi_{\text{Н}} / \left(\frac{\lambda_{\text{Н}} + 2\lambda_{\text{П}}}{\lambda_{\text{Н}} - \lambda_{\text{П}}} - \varphi_{\text{Н}} + \frac{1,3091(\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}})/(\lambda_{\text{Н}} + 4\lambda_{\text{П}}/3)\varphi_{\text{Н}}^{10/3}}{1 + 0,4054(\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}})/(\lambda_{\text{Н}} + 4\lambda_{\text{П}}/3)\varphi_{\text{Н}}^{4/3}} + 0,0723 \frac{\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}}}{\lambda_{\text{Н}} + 6\lambda_{\text{П}}/5} \varphi_{\text{Н}}^{14/3} \right) \right].$$

Також для ПКМ з ізольованими включеннями може бути запропонована залежність [57]

$$\frac{\lambda_{\text{ПКМ}} - \lambda_{\text{Н}}}{\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{Н}}} \left(\frac{\lambda_{\text{П}}}{\lambda_{\text{ПКМ}}} \right)^{1/3} = 1 - \varphi_{\text{Н}}.$$

Теплопровідність ПКМ з неупорядкованим розподілом компонентів можна визначити за залежністю [55]:

$$\lg \lambda_{\text{ПКМ}} = \sum_{i=1}^n (\varphi_i \lg \lambda_i) \quad \text{або} \quad \lambda_{\text{ПКМ}} = \prod_{i=1}^n \lambda_i^{\varphi_i},$$

де λ_i – теплопровідність i -го компонента ПКМ.

Більш складними є випадки теплопровідності для анізотропних ПКМ, наприклад з орієнтованим наповнювачем. У цьому разі теплопровідність вздовж орієнтації волокнистих [17] або шаруватих наповнювачів [19] розраховують за правилом адитивності:

$$\lambda_{\text{ПКМ}}^{\parallel} = \lambda_{\text{Н}} \varphi_{\text{Н}} + \lambda_{\text{П}} (1 - \varphi_{\text{Н}}),$$

поперек орієнтації волокон за залежністю [17]

$$\lambda_{\text{ПКМ}}^{\perp} = \lambda_{\text{П}} \left(1 + \frac{\varphi_{\text{Н}}}{(1 - \varphi_{\text{Н}})/2 + \lambda_{\text{П}}/(\lambda_{\text{Н}} - \lambda_{\text{П}})} \right),$$

а також поперек орієнтації довгих ($l/d \gg 1$) волокон або шарів наповнювача за залежністю [19]

$$1/\lambda_{\text{ПКМ}}^{\perp} = \varphi_{\text{Н}}/\lambda_{\text{Н}} + (1 - \varphi_{\text{Н}})/\lambda_{\text{П}}.$$

За умови розповсюдження теплового потоку під кутом γ до нормалі, проведеної в напрямі розташування шарів наповнювача, можна скористатися залежністю [55, 57]:

$$\lambda_{\text{ПКМ}} = (\lambda_{\text{ПКМ}}^{\parallel})^u (\lambda_{\text{ПКМ}}^{\perp})^{1-u} \quad \text{або} \quad \lambda_{\text{ПКМ}} = \frac{(\lambda_{\text{H}} \varphi_{\text{H}} + \lambda_{\text{П}} (1 - \varphi_{\text{H}}))^u}{(\varphi_{\text{H}}/\lambda_{\text{H}} + (1 - \varphi_{\text{H}})/\lambda_{\text{П}})^{1-u}}, \quad (2.2)$$

де $u = \gamma/90$ – ступінь відхилення напрямку розповсюдження теплового потоку від нормалі, проведеної в напрямі розташування шарів.

Наведену залежність можна використати і для визначення теплопровідності ПКМ з різноспрямованими шарами наповнювача. У цьому разі u – це частка шарів наповнювача, напрямом яких збігається з напрямом розповсюдження теплового потоку. Основний недолік залежності (2.2) – невизначеність границь її застосування. Так, якщо теплопровідність одного з компонентів дорівнює нулю, то і теплопровідність ПКМ дорівнює нулю, що протирічить експериментальним даним [57].

Теплопровідність газонаповнених ПКМ (пінопластів), а також ПКМ з дисперсними наповнювачами кулястої форми можна визначити за формулою Максвелла [19]

$$\lambda_{\text{ПКМ}} = \frac{2\lambda_{\text{П}} + \lambda_{\text{H}} - 2\varphi_{\text{H}}(\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{H}})}{2\lambda_{\text{П}} + \lambda_{\text{H}} + \varphi_{\text{H}}(\lambda_{\text{П}} - \lambda_{\text{H}})} \lambda_{\text{П}}.$$

Анізотропія теплопровідності також спостерігається не тільки для деяких ПКМ, а й для орієнтованих аморфних полімерів. При цьому справедлива залежність [59]

$$1/\lambda_{\text{оп}}^{\parallel} + 2/\lambda_{\text{оп}}^{\perp} = 3/\lambda_{\text{іп}},$$

де $\lambda_{\text{іп}}$ – теплопровідність ізотропного полімеру; $\lambda_{\text{оп}}^{\parallel}$ і $\lambda_{\text{оп}}^{\perp}$ – теплопровідність орієнтованого полімеру вздовж і поперек напрямку орієнтації, або залежність [59]

$$\lambda_{\text{іп}}/\lambda_{\text{оп}}^{\perp} = \sqrt{\lambda_{\text{оп}}^{\parallel}/\lambda_{\text{іп}}}.$$

При цьому завжди $\lambda_{\text{оп}}^{\parallel} > \lambda_{\text{іп}}$ і $\lambda_{\text{оп}}^{\perp} < \lambda_{\text{іп}}$ [59].

Теплоємність розрізняють при постійному тиску $c_p = (\partial H/\partial T)_p$ і теплоємність при постійному об'ємі $c_V = (\partial U/\partial T)_V$, де H і U – ентальпія та внутрішня енергія полімеру відповідно. Ці величини зв'язані між собою залежністю [17, 59]

$$c_p - c_V = T \alpha^2 V / \chi,$$

де T – температура полімеру; α і χ – коефіцієнти об'ємного розширення та коефіцієнт ізотермічного стискання полімеру; V – об'єм.

Часто для розрахунків питомих молярних теплоємностей використовують формулу Нернста–Ліндемана, Дж/(моль·К)) [19]:

$$c_p - c_V = c_p^2 T A_0 / T_{\text{пл}},$$

де $A_0=0,0849$ Дж/моль – універсальна константа; $T_{\text{пл}}$ – температура плавлення полімеру, К.

Різниця між c_p і c_V зазвичай стає помітною при температурах понад 250 К [59].

Питома масова теплоємність полімерів зростає з підвищенням температури практично за лінійним законом, якщо в полімері не відбувається структурних змін. Теплоємність кристалічних полімерів (наприклад ПЕНГ, ПЕВГ, ПП, ПА) в області температури плавлення стрибкоподібно зростає. Теплоємність аморфних полімерів (наприклад ПВХ, ПС, ПК) також підвищується в області температури склування, але значно меншою мірою.

Питому масову теплоємність ПКМ, який складається з n компонентів, можна визначити за правилом адитивності:

$$c_{\text{ПКМ}} = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i c_i,$$

де \bar{x}_i і c_i – масова частка й питома масова теплоємність i -го компонента ПКМ.

Для склоподібних і кристалічних полімерів температуропровідність монотонно збільшується з підвищенням температури.

Температуропровідність ПКМ з хаотичним розташуванням компонентів, а також шаруватого ПКМ за умови розповсюдження теплового потоку поперек шарів можна розрахувати за залежністю [54, 60]:

$$a_{\text{ПКМ}} = a_{\text{ПКМ}}^{\perp} = \left(\sum_{i=1}^n (\varphi_i / \sqrt{a_i}) \right)^{-2},$$

де a_i – температуропровідність i -го компонента ПКМ,

а шаруватого ПКМ за умови розповсюдження теплового потоку вздовж шарів – за формулою [54, 60]:

$$a_{\text{ПКМ}}^{\parallel} = \left(\sum_{i=1}^n (\varphi_i \sqrt{a_i}) \right)^2.$$

Густину ПКМ можна приблизно розрахувати за правилом адитивності об'ємів n компонентів:

$$1/\rho_{\text{ПКМ}} = \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i / \rho_i),$$

де ρ_i – густина i -го компонента ПКМ.

Для бінарного ПКМ

$$\frac{1}{\rho_{\text{ПКМ}}} = \frac{\bar{x}_{\text{H}}}{\rho_{\text{H}}} + \frac{1 - \bar{x}_{\text{H}}}{\rho_{\text{П}}} \quad \text{або} \quad \rho_{\text{ПКМ}} = \frac{\rho_{\text{П}} \rho_{\text{H}}}{\bar{x}_{\text{H}} \rho_{\text{П}} + (1 - \bar{x}_{\text{H}}) \rho_{\text{H}}},$$

де $\bar{x}_{\text{П}}$ і \bar{x}_{H} – масові частки полімерної матриці й наповнювача;

$\rho_{\text{П}}$ і ρ_{H} – густини полімерної матриці й наповнювача.

Густину газонаповнених ПКМ можна визначити за правилом адитивності:

$$\rho_{\text{ПКМ}} = \rho_{\text{Г}} \varphi_{\text{Г}} + \rho_{\text{П}} (1 - \varphi_{\text{Г}}),$$

де $\rho_{\text{Г}}$ – густина газового наповнювача ПКМ.

За відомою масовою часткою наповнювача ПКМ можна визначити його об'ємну частку

$$\varphi_{\text{H}} = \bar{x}_{\text{H}} \rho_{\text{ПКМ}} / \rho_{\text{H}},$$

а для бікомпонентного ПКМ [56]:

$$\varphi_{\text{H}} = \bar{x}_{\text{H}} / \left(\bar{x}_{\text{H}} + \frac{\rho_{\text{H}}}{\rho_{\text{П}}} (1 - \bar{x}_{\text{H}}) \right).$$

З метою визначення однієї з основних теплофізичних властивостей ПКМ або його компонентів (зазвичай температуропровідності або питомої масової ізобарної теплоємності) також можна скористатися залежністю, яка зв'язує їх між собою: $a = \lambda / (c_p \rho)$, де ρ – густина речовини.

Для ізотропних тіл залежність між об'ємним α і лінійним β коефіцієнтами теплового розширення має вигляд $\alpha = 3\beta$.

Для полімерів з підвищенням температури α і β зростають незначно, а під час переходу зі склоподібного до високоеластичного або в'язкоплинного стану значення α і β зростають суттєво.

У разі наповнювача у вигляді сферичних частинок значення лінійного коефіцієнта теплового розширення ПКМ можна розрахувати за правилом адитивності [17]:

$$\beta_{\text{ПКМ}} = \sum_{i=1}^n \varphi_i \beta_i,$$

де β_i – лінійний коефіцієнт теплового розширення i -го компонента ПКМ.

Для подовжених і хаотично зорієнтованих частинок наповнювача значення лінійного коефіцієнта теплового розширення ПКМ зазвичай розраховують за правилом адитивності логарифмів [17]:

$$\lg \beta_{\text{ПКМ}} = \sum_{i=1}^n (\varphi_i \lg \beta_i).$$

Наведені залежності для визначення $\beta_{\text{ПКМ}}$ справедливі лише для ступенів наповнення, менших за критичні, коли відбувається контакт частинок наповнювача одна з одною.

Лінійний коефіцієнт теплового розширення пористих ПКМ дорівнює лінійному коефіцієнту теплового розширення полімерної матриці [61].

Слід зазначити, що ефективні властивості багатокомпонентних ПКМ зернистої структури можна визначити послідовним обчисленням ефективних властивостей бікомпонентних систем. При цьому беруть до уваги лише об'єми (об'ємні частки) компонентів, а відносні розміри, форму та орієнтацію частинок не враховують [55, 61].

Однією з основних характеристик системи, здатних до течії, є в'язкість η , яка є коефіцієнтом пропорційності між дотичним напруженням τ і градієнтом швидкості $\dot{\gamma}$ під час простого зсуву: $\eta = \tau/\dot{\gamma}$. Оскільки для більшості полімерних матеріалів, у тому числі й композитних, співвідношення $\tau/\dot{\gamma}$ залежить не тільки від температури, а й від режимів деформування, зазначене співвідношення називають ефективною (позірною) в'язкістю. Для "чистих" полімерів у літературі (наприклад у працях [62, 63]) є досить повні дані, необхідні для визначення їхніх реологічних властивостей, а от властивості ПКМ, незважаючи на наявність певних даних (наприклад у працях [23, 64]), найчастіше доводиться розраховувати [65].

Реологічну поведінку розведених суспензій з твердими частинками (при об'ємній частці наповнювача в ПКМ $\phi_n < 0,06$) описують рівнянням Ейнштейна [17, 61, 66]:

$$\eta_{\text{ПКМ}} = \eta_{\text{П}}(1 + k_e \phi_n), \quad (2.3)$$

де $\eta_{\text{ПКМ}}$ і $\eta_{\text{П}}$ – в'язкість ПКМ і полімеру; k_e – коефіцієнт форми частинок наповнювача (коефіцієнт Ейнштейна).

Коефіцієнт форми у формулі (2.3) дорівнює для кулястих частинок – 2,5, для пластинчастих – 5, для частинок невизначеної форми – 4, а для циліндрів (волокон) значення k_e залежить від співвідношення довжини циліндра l до його діаметра d (при $l/d=2$ $k_e=2,58$, при $l/d=4$ $k_e=3,1$, при $l/d=6$ $k_e=3,8$ і при $l/d=10$ $k_e=5,9$). Значення k_e для частинок, форма яких відрізняється від кулястої, визначають реологічним методом [21].

Для оцінювання зміни в'язкості наповненої системи $\eta_{\text{ПКМ}}$ порівняно з в'язкістю дисперсійного середовища $\eta_{\text{П}}$ зручно застосовувати безрозмірну величину – відносну в'язкість $\eta_{\text{відн}}$: $\eta_{\text{відн}} = \eta_{\text{ПКМ}}/\eta_{\text{П}}$. Тоді формулу Ейнштейна (2.3) можна записати у вигляді:

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + k_e \phi_n.$$

Також можна скористатися залежністю Кернера [23]

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + k_e \varphi_n / (1 - \varphi_n)$$

або узагальненою формулою Ейнштейна [67]

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + k_e \varphi_n + B_2 \varphi_n^2,$$

де B_2 – коефіцієнт, який залежить від k_e і φ_n .

Коефіцієнт B_2 для кулястих частинок при малих значеннях φ_n приблизно дорівнює $5,2 \pm 0,3$. Тоді справедливе рівняння: $\eta_{\text{відн}} = 1 + 2,5 \varphi_n + 5,2 \varphi_n^2$. Для кулястих же частинок при $\varphi_n \leq 0,25$ значення коефіцієнта B_2 залежно від φ_n з достатньою точністю можна апроксимувати поліномом виду [65]: $B_2 = 5 + 4,04 \varphi_n - 1,42 \varphi_n^2 + 8,06 \varphi_n^3$.

У праці [58] узагальнена формула Ейнштейна для ПКМ зі сферичними частинками наповнювача пропонується у вигляді $\eta_{\text{відн}} = 1 + 2,5 \varphi_n + 1,4 \varphi_n^2$.

Для несферичних частинок був введений коефіцієнт форми f , який визначають як співвідношення довжини частинок до його поперечного розміру [58]:

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + 0,67 f \varphi_n + 1,62 f^2 \varphi_n^2.$$

Для моделі ефективного середовища узагальнене рівняння Ейнштейна набуває вигляду [67]:

$$\eta_{\text{відн}} = 1 / (1 - k_e \varphi_n).$$

Слід відзначити, що формула (2.3) одержана за умови ідеального адгезійного зв'язку між компонентами ПКМ (тобто виконується умова “прилипання” потоку в'язкої рідини до поверхні частинок наповнювача), а також не відбувається гідродинамічної взаємодії частинок наповнювача між собою. У разі же ідеального взаємного проковзування компонентів системи без порушення суцільності потоку справедливо рівняння [19]

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + \varphi_n.$$

При об'ємній частці наповнювача до 0,15 використовують рівняння Смолвуда–Гута [17]

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + k_e \varphi_n + \beta \varphi_n^2,$$

де β – коефіцієнт, що враховує взаємодію частинок і дорівнює 14,7.

При об'ємній же частці наповнювача до 0,30 включно застосовують рівняння Муні [17], яке дає задовільні результати порівняно з експериментом і для систем поліфракційного складу [68]:

$$\ln(\eta_{\text{відн}}) = \frac{k_e \varphi_n}{1 - \varphi_n / \varphi_{\text{max}}} \quad \text{або} \quad \eta_{\text{відн}} = \exp[k_e \varphi_n / (1 - \varphi_n / \varphi_{\text{max}})], \quad (2.4)$$

де φ_{\max} – максимальна об’ємна частка наповнювача при щільній упаковці частинок (для випадкової упаковки кулястих частинок $\varphi_{\max} = 0,61 \pm 0,02$ [67]).

Більш коректною, ніж формула Муні, вважають формулу Дохерті–Крігера [67]

$$\eta_{\text{відн}} = (1 - \varphi_{\text{н}}/\varphi_{\max})^{-k_e \varphi_{\max}}.$$

У праці [69] запропонована інша, але аналогічна, залежність:

$$\eta_{\text{відн}} = (1 - \varphi_{\text{н}}/\varphi_{\max})^{-[\eta]\varphi_{\max}},$$

де $[\eta]$ – характеристична в’язкість, яка залежить від форми частинок наповнювача та ряду інших чинників (добуток $[\eta]\varphi_{\max}$ при цьому пропонується брати рівним двом).

Також розповсюджене рівняння Ейлера [23]

$$\eta_{\text{відн}} = \left(1 + \frac{1,25\varphi_{\text{н}}}{1 - \varphi_{\text{н}}/\varphi_{\max}}\right)^2.$$

За умови об’ємної частки наповнювача понад 0,30 пропонують залежність Ландела–Мозера–Баумана [17, 23]

$$\eta_{\text{відн}} = 1/(1 - \varphi_{\text{н}}/\varphi_{\max})^{2,5}.$$

Також при $\varphi_{\text{н}} > 0,30$ застосовують залежність [67]

$$\eta_{\text{відн}} = \frac{3z}{16} \frac{1}{(\varphi_{\max}/\varphi_{\text{н}})^{1/3} - 1},$$

де $z = \frac{4 - \varphi_{\text{н}} + \sqrt{(4 - \varphi_{\text{н}})^2 - 16(1 - \varphi_{\text{н}})}}{2(1 - \varphi_{\text{н}})}.$

При $\varphi_{\text{н}} < 0,40$ можна скористатися залежністю [67]

$$\eta_{\text{відн}} = \frac{27}{20\varphi_{\max}} \frac{\varphi_{\text{н}}^2}{(1 - \varphi_{\text{н}}/\varphi_{\max})^3}.$$

Також за умови об’ємної частки наповнювача до 0,45 прийнятні результати можна отримати за допомогою формули Арреніуса [67]

$$\eta_{\text{відн}} = \exp(k_e \varphi_{\text{н}}).$$

При $\varphi_{\text{н}} < 0,50$ задовільні результати дає залежність [67]

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + 5,5\varphi_{\text{н}} \frac{4\varphi_{\text{н}}^{7/3} + 10 - 84/11\varphi_{\text{н}}^{2/3}}{10(1 - \varphi_{\text{н}}^{10/3}) - 25\varphi_{\text{н}}(1 - \varphi_{\text{н}}^{4/3})}.$$

Ефективну в’язкість в’язкої рідини з абсолютно жорсткими частинками можна визначити за залежністю [61]:

$$\eta_{\text{відн}} = \frac{1 + 0,5\varphi_{\text{н}}}{(1 - \varphi_{\text{н}})^2}.$$

Також в'язкість системи з твердими частинками можна визначити за формулою Муні (2.4), а системи, для якої модулі пружності під час розтягу частинок наповнювача й полімеру зіставні (це характерно для жорстких частинок), – за залежністю [17, 70]

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + \frac{2,5(8 - 10\nu_{\text{п}})}{15(1 - \nu_{\text{п}})} \left(\frac{G_{\text{ПКМ}}}{G_{\text{п}}} - 1 \right),$$

де $\nu_{\text{п}}$ – коефіцієнт Пуассона полімеру; $G_{\text{ПКМ}}$ і $G_{\text{п}}$ – модулі пружності під час розтягу ПКМ і полімеру відповідно.

У високонаповнених системах спостерігається наявність границі плинності $\tau_{\text{пл}}$. При напруженнях нижче від $\tau_{\text{пл}}$ такі системи не течуть, а при напруженнях більших за $\tau_{\text{пл}}$ течію системи описують рівнянням Гершеля–Бланкі [17]:

$$\tau = \left(\tau_{\text{пл}}^{0,5} + k_1 \dot{\gamma}^{0,5} \right)^2,$$

де τ – напруження зсуву; $\dot{\gamma}$ – швидкість зсуву; k_1 – константа.

В'язкість високонаповнених систем також може бути розрахована згідно з теорією вільного об'єму [17], відповідно до якої плинність системи тим більша, чим більша відстань між частинками наповнювача, тобто чим більше вільний об'єм $\varphi_{\text{в}}$:

$$\eta_{\text{ПКМ}} = 1 / (K \varphi_{\text{в}}^n), \quad (2.5)$$

де K і n – константи; $\varphi_{\text{в}} = \varphi_{\text{макс}} - \varphi_{\text{н}}$.

На відміну від формули Муні (2.4) залежність (2.5) справедлива для ПКМ з частинками наповнювача довільної форми й за умови широкого розподілу за розмірами.

У разі перероблення суміші полімерів в'язкість гомогенного (однофазного) розплаву можна оцінити за правилом логарифмічної адитивності в'язкостей компонентів полімерної матриці [17]:

$$\lg \eta_{\text{ПКМ}} = \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i \lg \eta_i) \quad \text{або} \quad \eta_{\text{ПКМ}} = \prod_{i=1}^n \eta_i^{\bar{x}_i}, \quad (2.6)$$

де η_i і \bar{x}_i – в'язкість і масова частка i -го компонента полімерної матриці ПКМ.

В'язкість же гетерогенного (наприклад двофазного) розплаву суміші полімерів зазвичай нижче в'язкості однофазного, розрахованого за формулою (2.6), за рахунок зниженої взаємодії в міжфазному шарі.

Для попереднього оцінювання залежності в'язкості розплаву суміші двох полімерів можна скористатися рівнянням Кулезньова–Кандиріна [21]

$$\lg \eta_{\text{ПКМ}} = \varphi_{\text{п1}}^2 \lg \eta_{\text{п1}} + (1 - \varphi_{\text{п1}}^2) \lg \eta_{\text{п2}},$$

де $\varphi_{\text{п1}}$, $\eta_{\text{п1}}$ і $\eta_{\text{п2}}$ – об’ємна частка та в’язкості компонентів ПКМ.

В’язкість газонаповненого ПКМ можна обчислити за формулою Гута–Марка [19]

$$\eta_{\text{відн}} = 1 - \varphi_{\text{н}}$$

або за залежністю [61]

$$\eta_{\text{відн}} = \frac{3(1 - \varphi_{\text{н}})^2}{3 - \varphi_{\text{н}}}.$$

Також у широкому діапазоні вмісту наповнювача ефективна в’язкість наповнених систем добре описується квадратичним поліномом виду [23]

$$\eta_{\text{відн}} = 1 + \alpha_1 \varphi_{\text{н}} + \alpha_2 \varphi_{\text{н}}^2,$$

де α_1 і α_2 – коефіцієнти, які залежать від властивостей компонентів ПКМ.

У разі перероблення наповненої кулястими частинками системи, поведінку дисперсійного середовища якої можна описати степеневим законом Освальда де Віля ($\tau = K \dot{\gamma}^n$, де K – коефіцієнт консистенції; n – індекс течії), її відносну в’язкість можна описати рівнянням [67]:

$$\eta_{\text{відн}} = \frac{C(m)}{\left[(\varphi_{\text{max}} / \varphi_{\text{н}})^{1/3} - 1 \right]^{1-3/2m}},$$

де $m = 1 - n$; $C(m)$ – функція індексу течії дисперсійного середовища ПКМ:

$$C(m) = \begin{cases} \frac{3}{8} 2^{m/2} \left[\frac{(3-2m)(2-m)}{1-m} \right] B\left(2 - \frac{m}{2}, 1 - \frac{3m}{2}\right), & 0 < m \leq 0,3; \\ 1,77, & m > 0,3. \end{cases} \quad (2.7)$$

У виразі (2.7) значення $C(m)$ визначають за допомогою бета-функції $B(p, q)$ [71] (тут p і q – аргументи бета-функції).

Величина φ_{max} може коліватися в широкому діапазоні. Так, вільно насипані кулясті частинки однакового розміру характеризуються величиною $\varphi_{\text{max}} = 0,60 - 0,64$. За умови зміни фракційного складу, форми частинок, умов їх насипання тощо значення φ_{max} може суттєво змінюватися. Наприклад, для частинок діоксиду силіцію колоїдного розміру $\varphi_{\text{max}} = 0,06$. Тому зрозуміло, що чим менше φ_{max} , тим більше виражений ефект наповнення за одного й того ж значення $\varphi_{\text{н}}$. Так, якщо ПКМ містить 15 % об. наповнювача при $\varphi_{\text{max}} = 0,6$, то це малонаповнений матеріал, але за умови $\varphi_{\text{max}} = 0,2$ ПКМ стає високонаповненим [17].

Слід зазначити, що ефективну в'язкість багатокomпонентних ПКМ зернистої структури, як і їхні теплофізичні властивості, можна визначити послідовним обчисленням ефективних властивостей бікомпонентних систем [61]. Але, зважаючи на те, що при цьому беруть до уваги лише об'єми (об'ємні частки) компонентів і не враховують відносні розміри, форму та орієнтацію частинок, такий підхід може призвести до одержання даних, відмінних від реальних.

3. АНАЛІЗ ОСНОВНИХ МЕТОДІВ РЕЦИКЛІНГУ ПОЛІМЕРНИХ ВІДХОДІВ ТА ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ ЇХ РЕАЛІЗАЦІЇ

Аналіз найбільш розповсюджених технологій дозволяє зробити висновок, що утилізація полімерних відходів здійснюється в основному за описаною нижче загальною схемою [72–74].

Відходи термопластів подрібнюють окремо за видами й кольорами матеріалу на частинки розміром зазвичай не більше 5 мм, сепарують з метою видалення з них металевих включень, за необхідності промивають проточною водою або розчином мийних засобів, сушать, за необхідності модифікують (додаючи пластифікатори, стабілізатори тощо) і гранулюють. Одержані гранули використовують переважно для одержання композиції з первинним полімером, у полімер-полімерних композиціях, як самостійну (вторинну) полімерну сировину для одержання невідповідальних виробів, а також як матрицю ТпКМ [12, 75, 76].

Якщо вторинна полімерна сировина надходить як складова побутових відходів, то технологічний процес зазвичай складається з семи основних операцій: сортування з відокремленням полімерної фракції, підсушування, попереднього подрібнювання, гранулювання, змішування з гранулами первинного полімеру, гомогенізації розплаву ПКМ та одержання напівфабрикату або формування виробу (рис. 3.1).

Основні проблеми для такої схеми виникають під час сортування відходів. Однак їх можна уникнути, забезпечивши прямий контакт переробників вторинної сировини з виробниками: заводами з виробництва пластмас, фармацевтичними підприємствами тощо. Якщо вторинна сировина надходитиме

безпосередньо з цих підприємств, технологічна схема складатиметься тільки з п'яти операцій: попереднього подрібнювання, гранулювання, змішування з гранулами первинного полімеру, гомогенізації розплаву ПКМ та одержання напівфабрикату або формування виробу (рис. 3.2). При цьому, якщо вторинний полімерний гранулят не буде містити сторонніх домішок, до суміші зв'язуючого і наповнювача можна не додавати первинну сировину.

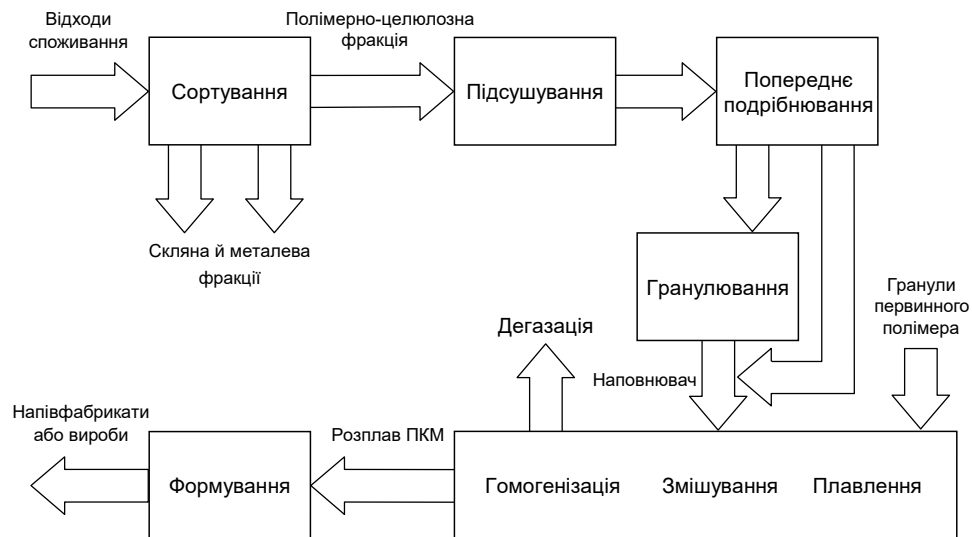


Рис. 3.1. Схема одержання ПКМ, коли вторинна сировина наявна у вигляді відходів споживання

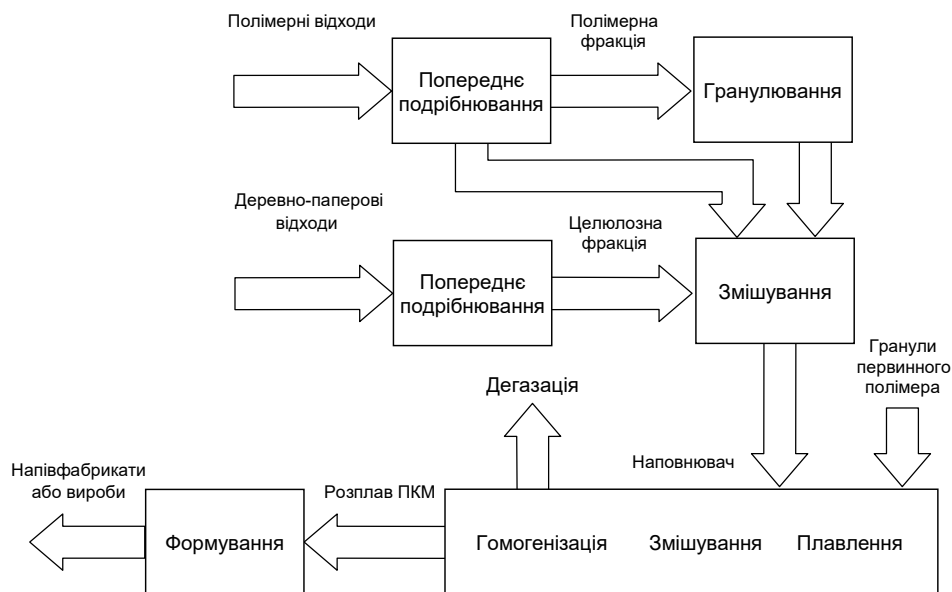


Рис. 3.2. Схема одержання ПКМ, коли вторинна сировина наявна у вигляді полімерних і целюлозномісних відходів

На етапі попереднього подрібнювання полімерної вторинної сировини найчастіше застосовують валкові дробарки і черв'ячні подрібнювачі, а після попереднього подрібнювання відходи зазвичай доподрібнюють у ножових грануляторах. Останнім часом поширення набуває високоефективний пружнодеформаційний метод руйнування полімервмісних матеріалів, на якому ґрунтується робота роторних подрібнювачів для утилізації відпрацьованих шин та інших відходів. Зазначений метод не лише забезпечує одержання кришки з розвиненою активованою питомою поверхнею, а й відрізняється невисокою енергоємністю [45, 76–80].

Схему технологічної лінії виробництва грануляту з вторинної поліетиленової сировини у вигляді зношеної плівки сільськогосподарського призначення й мішків з-під мінеральних добрив наведено на рис. 3.3.

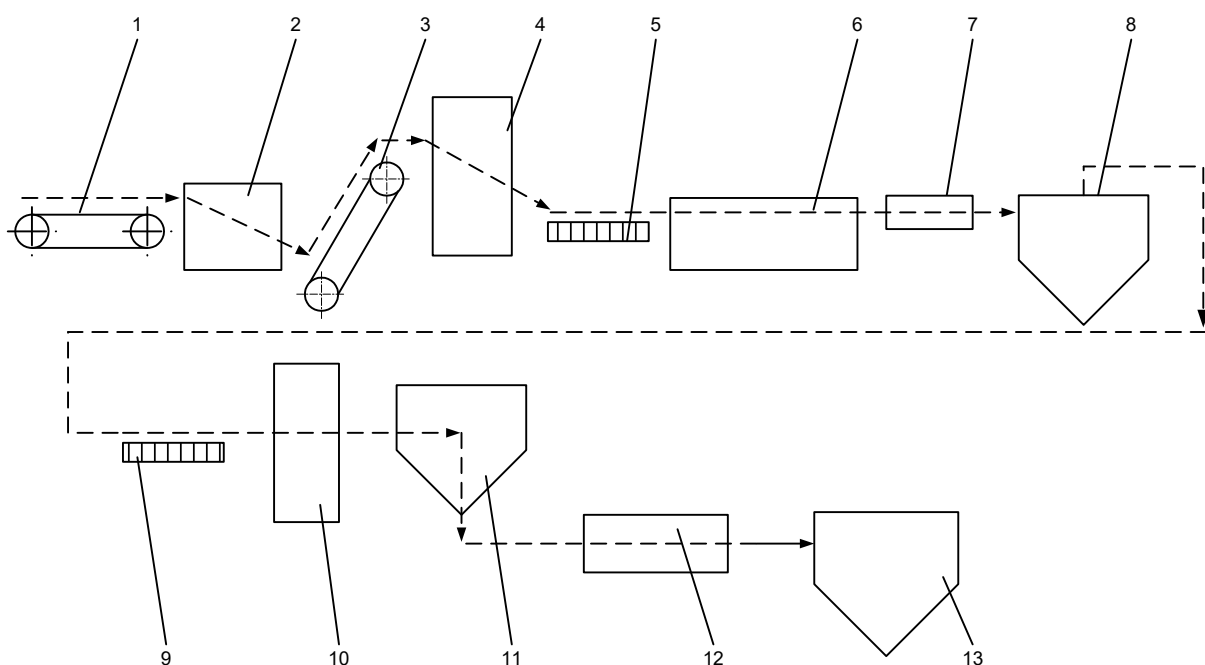


Рис. 3.3. Схема технологічної лінії виробництва агломерату: 1 – ланцюговий транспортер; 2 – ножиці; 3 – стрічковий транспортер; 4 – мийно-різальна машина; 5 – віброрито; 6 – фло-таційна машина; 7 – пульповий насос; 8 – гідроциклон; 9 – віброрито; 10 – двокамерна пароповітряна сушарка; 11 – бункер-нагромаджувач; 12 – агломератор; 13 – приймальний бун-кер, споряджений гранулятором

Процес виробництва агломерату або грануляту складається з таких опе-рацій: завантажування автотранспортом пак плівок розміром 800×800×1200 мм на ланцюговий транспортер 1; подавання пак ланцюговим транспортером на ножиці 2, де паки розрізаються на плити розміром 800×800×100 мм; подавання плит стрічковим транспортером 3 у мийно-різальну машину 4 для різання обертовими й нерухомими ножами; виванта-

ження порізаної плівки (січки) на вібросито 5 з додатковим промиванням під водяним душем; подавання січки у флотаційну машину 6 для відділення забруднень густиною більше 1000 кг/м^3 ; відсмоктування січки разом з водою з поверхні ванни пульповим насосом 7; подавання січки через гідроциклон 8 на вібросито 9; подавання січки в двокамерну пароповітряну сушарку 10, а потім у бункер-нагромаджувач 11; завантаження січки в агломератор 12, подачу агломерату в споряджений гранулятором приймальний бункер 13 або безпосередньо на перероблення у виріб. Агломерат являє собою сукупність частинок розміром до 8 мм, що дозволяє переробляти його екструзією без попередньої грануляції.

На рис. 3.4 наведено схему технологічної лінії виробництва грануляту з полімерних відходів. Сировина завантажується в контейнер скіпового підйомника 1, який подає її на приймальний стіл 2. Потім сировину завантажують у бак агломератора 3, де відбувається неперервний цикл послідовного її різання, промивання, сушіння та агломерації. Далі агломерат надходить у бункер-змішувач 4, а після цього – в екструдер 5. Полімерні стренги охолоджуються у ванні охолодження 6, після чого гранулюються в грануляторі 7, звідки гранулят надходить у бункер-нагромаджувач 8.

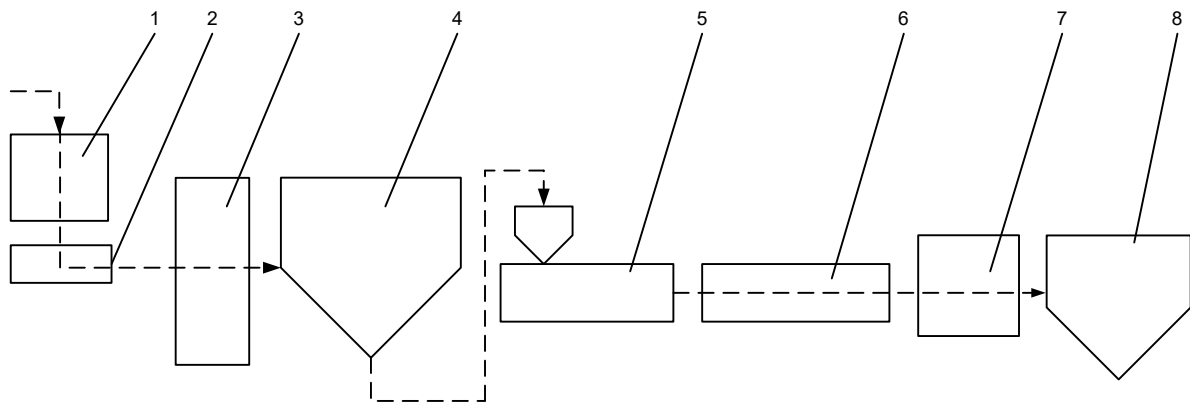


Рис. 3.4. Схема технологічної лінії виробництва грануляту: 1 – скіповий підйомник; 2 – приймальний стіл; 3 – агломератор; 4 – бункер-змішувач; 5 – екструдер; 6 – ванна охолодження; 7 – гранулятор; 8 – бункер-нагромаджувач

Для змішування з гранулами первинного полімеру, гомогенізації розплаву ТпКМ та одержання напівфабрикату або формування виробів одним з ефективних є використання екструзійної установки на основі одночерв'ячного екструдера, який в цьому випадку має три функціональні зони: плавлення, змішування й гомогенізації (рис. 3.5). У першу зону подаються гранули полімеру, які розплавляються й надходять до другої зони, де дозується наповнювач з частинками завдовжки 0,1–3,0 мм і завтовшки 0,1–0,5 мм, температурою

20–40 °C і відносною вологістю не більше 3 %. У другій зоні відбувається змішування розплаву полімеру з наповнювачем і дегазація. Потім суміш надходить до третьої зони, де остаточно гомогенізується та екструдується крізь формувальний пристрій у вигляді листового або погонного виробу [76].

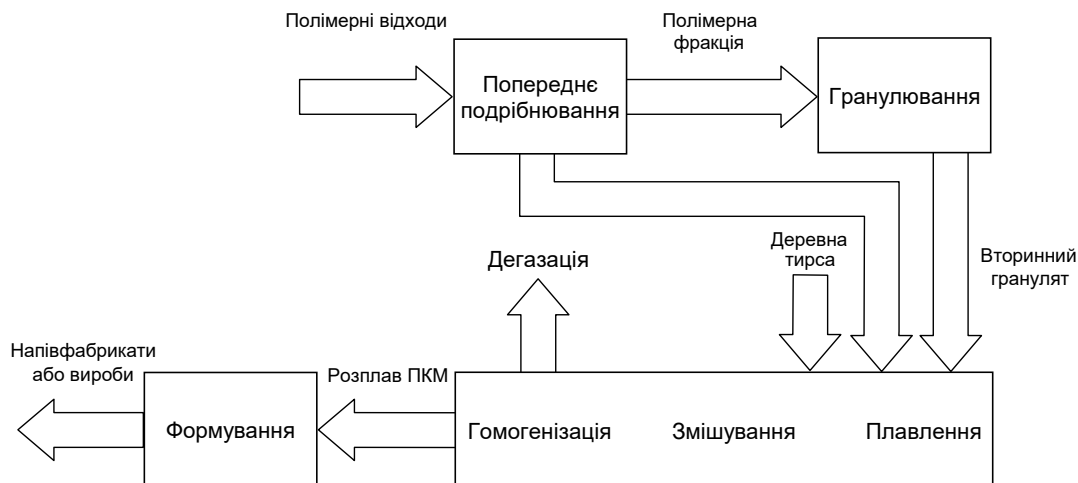


Рис. 3.5. Схема одержання ПКМ, коли вторинна сировина наявна у вигляді полімерних відходів і деревної тирси

Утилізація полімерних відходів пов'язана з певними проблемами. Рівень використання полімерних відходів споживання практично у всіх країнах світу значно нижчий за рівень використання полімерних відходів виробництва (співвідношення приблизно 1:9 [81]). Це можна пояснити різноманіттям видів відходів споживання, значним діапазоном їхніх властивостей, забрудненістю іншими речовинами та сполуками, комбінуванням з іншими матеріалами, внаслідок чого переробленню часто підлягають суміші полімерів невизначеного складу, а також суміші полімерів з іншими матеріалами (папером, текстилем, гумою, металом тощо).

Хоча існує ряд способів визначення виду полімерів у відходах (за густиною, температурами розм'якшення та плавлення, хімічною тривкістю, запахом під час горіння, характером розрізу виробів з полімерів, за допомогою флотації, спектральних методів та ін.), їх використання на практиці потребує досить високої кваліфікації заготівників, спеціального обладнання й виробничих площ для його розміщення. Проведення цих заходів пов'язано із збільшенням витрат на заготовлення, які досягають 70 % від загальних витрат на утилізацію відходів [81]. Заготівельна система може суттєво збільшити обсяги заготовлення полімервмісних відходів споживання, якщо застосовувати прості й надійні методи розпізнавання полімерів. Одним із шляхів збільшення ефективного використання таких відходів є маркування виробів під час їх виробництва у вигляді так званого «рециклового коду» [12].

Безумовно, навіть за умови бездоганних ідентифікування, очищення та остаточної підготовки полімерних відходів у ряді випадків застосування методів фізичної утилізації стає неможливим або недоцільним, наприклад, за умови наявності важко розділюваної суміші полімерних відходів, сплавів полімерів, прогінних мас, які утворюються під час переходу з одного матеріалу на інший, термодеструктованих мас та ін. У таких випадках відходи доцільно застосовувати як вторинні енергетичні ресурси, оскільки теплота згоряння полімервмісних відходів складає 38–46 МДж/кг, а теплота згоряння кам'яного вугілля й мазуту – 31 і 44 МДж/кг відповідно [82, 83].

Спалювання є єдиним дозволеним методом утилізації полімерних виробів, застосовуваних у лікарнях, пологових будинках, ветеринарних клініках, медичних лабораторіях тощо. До таких виробів належать шприци одноразового використання, одноразові системи взяття й переливання крові, полімерні катетери та ін. Такі полімерні відходи, не будучи своєчасно зібрані та утилізовані, можуть стати причиною розповсюдження серйозних захворювань (СНІД, гепатит та ін.).

Процес одержання та переробки ПКМ зазвичай поділяється на такі стадії: підготовка й дозування компонентів, їх змішування, формування, термообробка (у першу чергу, охолодження), різання, оздоблювання тощо [84].

Однією з найвідповідальніших із зазначених стадій є змішування. Оскільки всі характеристики композитного матеріалу визначаються його складом, ізотропність властивостей досягається тільки за високого ступеня однорідності розподілу компонентів у об'ємі полімеру.

Методи змішування можна класифікувати за двома ознаками: характером процесу в часі й фазовим станом робочого середовища.

За характером процесу в часі розрізняють періодичне (циклічне) й неперервне змішування. У випадку періодичного змішування всі компоненти одночасно або у певній послідовності вводяться до обмеженого об'єму полімеру, на який багатократно діють робочі органи змішувального обладнання. За цим принципом працюють барабанні, лопатеві, вихрові, роторні змішувачі й вальці періодичної дії. У випадку неперервного змішування певна кількість суміші одноразово проходить крізь робочу зону змішувача. За цим принципом працюють одно-, дво- та багаточерв'ячні змішувачі (екструдери), дискові, черв'ячно-дискові, дисково-черв'ячні, дисково-камерні змішувачі й вальці неперервної дії.

За фазовим станом робочого середовища розрізняють:

– змішування в рідкій фазі, яке відбувається внаслідок спільної дії процесів молекулярної дифузії та механічного перемішування; цей вид змішування є характерним у разі одержання ПКМ з розчинів полімерів;

– змішування сипких речовин, яке відбувається внаслідок механічної дії на систему; цей вид змішування використовується для приготування сухих композицій на основі порошкоподібного полівінілхлориду та для змішування гранульованих полімерів;

– змішування компонентів суміші в умовах в'язкоплинного стану полімеру, яке здійснюється під дією зовнішніх сил, тому що процеси дифузії внаслідок високої в'язкості суміші суттєво уповільнені.

У промисловості одержання й перероблення ПКМ найширшого розповсюдження набули два останніх способи (і особливо змішування в умовах в'язкоплинного стану полімеру).

Розглянемо конструкції найрозповсюджених змішувачів і перспективи їх застосування.

Лопатеві змішувачі застосовуються для приготування ПКМ, які використовуються для формування окремих заготовок, напівфабрикатів і деталей скінченних розмірів. Крім розповсюджених однолопатевих змішувачів з Z-подібним робочим валом, широке застосування знаходять так звані «симплекс-змішувачі» – одновальні машини з термостатованим корпусом і змішувальним обертовим органом, стрічкові елементи якого утворюють гвинтову навивку. Застосовуються також універсальні двовальні змішувачі-пластикатори з Z-подібними робочими лопатями, які розвантажуються перекиданням корпуса та обладнані пристроєм вакуумної дегазації.

У лопатевих змішувачах-пластикаторах зі шнековим вивантаженням готової композиції механізовано трудомістку операцію вивантаження суміші завдяки формі робочої камери, виконаної у вигляді двох півциліндрів, у спільних донних щелепах яких розташовано вивантажувальний шнек. При цьому такий шнек у ряді випадків може бути використано і як формувальний.

Щоб підвищити якість змішування застосовуються диспергувальні лопатеві змішувачі-пластикатори, в яких використовуються не стаціонарні, а підпірні кришки, оснащені змінними поршневиими змішувальними елементами – пуансонами фасонної конструкції з механічним або гідравлічним приводом.

Одним з традиційних видів змішувального обладнання залишаються вальці як періодичної, так і неперервної дії, робочими органами яких є два валки, що обертаються назустріч один одному [85]. Незважаючи на певні переваги вальців (можливість регулювання часу та інтенсивності дії валків на оброблювану композицію, забезпечення продуктивності у широкому діапазоні, зручність експлуатації), вони відрізняються суттєвими матеріало- та енергоємністю.

Удосконалення одночерв'ячних змішувачів (екструдерів) здійснюється в основному застосуванням різноманітних змішувальних елементів, якими споряджаються як черв'як, так і циліндр. Також проводяться роботи з підвищення

продуктивності таких машин: фірмою Verstorff GmbH (Німеччина) виготовлено одночерв'ячний екструдер з діаметром черв'яка 800 мм для переробки поліетилену низької густини продуктивністю 40 т/год [86]).

З середини другої половини минулого століття набули поширення статичні змішувачі й різноманітні комбіновані (зокрема, каскадні) машини [87].

Статичні змішувачі являють собою пристрої без рухомих робочих органів, які встановлюються між черв'яком та екструзійною головкою. Конструктивні особливості статичних змішувачів дозволяють так змінювати поля швидкостей і напрям ліній току, що площа поверхні поділу суттєво збільшується й композиція весь час проходить крізь кожен з повторюваних елементів змішувача. Поверхню поділу між змішуваними компонентами можна розвинути двома способами: за рахунок зсувної течії, а також поділом і перестроюванням потоків композиції. В обох випадках необхідним є створення перепаду тиску, який визначає кількість змішувальних елементів, а отже і якість змішування.

Ряд факторів стримує широке промислове впровадження статичних змішувачів. По-перше, їх застосування робить необхідним створення додаткового (іноді суттєвого) перепаду тиску, і, по-друге, інтенсивні зсувні деформації та створення складнапруженого стану в потоці може призвести до термомеханічної деструкції полімеру та/або наповнювача.

Каскадні (двостадійні) екструдери являють собою зазвичай два послідовно встановлені одночерв'ячні екструдери або одночерв'ячний і дисковий екструдери, в яких під час поздовжнього руху композиції перший екструдер виконує операції завантаження (подавання) й пластикації полімеру, а другий – змішування (гомогенізації) і нагнітання маси в формувальній пристрій – головку [88].

Кожен елемент каскаду є простішим за конструкцією, ніж «повномірний» одночерв'ячний екструдер, але разом вони виконують усі операції. Такі машини дорожчі, ніж класичні одночерв'ячні екструдери, але вони мають кілька переваг. По-перше, розмежування операцій дозволяє автономно та більш точно корегувати технологічні режими і простіше досягати оптимальних умов на окремих стадіях, забезпечуючи високу якість екструдату за умови необхідної продуктивності. По-друге, поділ екструдера на дві окремі функціональні частини дозволяє ефективно організувати видалення летких речовин (дегазацію полімеру) на проміжній ділянці поєднання цих частин, що суттєво поліпшує якість одержуваних напівфабрикатів і виробів. Часто друга машина каскаду працює практично в адіабатичному режимі і потребує зовнішнього обігріву тільки під час пуску екструдера, що також певною мірою спрощує обслуговування установки в цілому.

Технологія багатостадійної екструзії використовується фірмами Battenfeld, Barmag (ФРН), Buss (Швейцарія), Mitsubishi Petrochemical (Японія), Egan, John Brown (Велика Британія), Sterling Extruder Corp., Davis-Standard (США) та ін. [89–91]. При цьому фірма Egan виготовляє каскадні екструдери з використанням черв'яка другої вітки каскаду значної $((40-48)D)$ довжини й подачею мінерального наповнювача практично вздовж усього черв'яка (тут D – діаметр черв'яка). Щоб зменшити абразивне зношення обладнання, завантажуваний наповнювач попередньо може бути оброблений розплавом [91].

Поряд з традиційним горизонтальним розташуванням екструдерів каскаду використовуються вертикальні й вертикально-горизонтальні схеми (наприклад, фірмою Reotec (Франція)), що покращує умови перероблення термочутливих матеріалів [92].

У 80–90-х роках минулого століття тенденція створення принципово нових конструкторських рішень поступилася місцем вдосконаленню конструкцій черв'яків, матеріальних циліндрів, а також систем автоматичного контролю й регулювання. При цьому підвищення якості змішування досягається заміною традиційних черв'яків з трьома конструктивно-технологічними зонами (живлення, плавлення й дозування) черв'яками з чотирма основними зонами: живлення, стискання та зсуву, змішування, дозування.

Одночерв'ячні екструзійні змішувачі [93–96] за якістю змішування практично не поступаються двочерв'ячним машинам. У дрібно- й середньотоннажних виробництвах ПКМ таким машинам надають перевагу порівняно зі складнішими двочерв'ячними екструдерами. Одночерв'ячні машини вирізняються відносно невеликими витратами на виготовлення, порівняно простими обслуговуванням і ремонтом. Значне відносне подовження черв'яка (з $(18-25)D$ у 70-і роки до $(24-35)D$ на сьогодні) пов'язане не з подовженням їхньої нарізної частини, а з введенням до конструкції таких черв'яків спеціальних змішувальних пристроїв.

Окреме місце займають змішувачі типу Transfermix, у яких черв'як і циліндр мають конічні й циліндричні ділянки зі змінною глибиною нарізки за сталого поперечного перерізу міжвиткових каналів. Така конструкція забезпечує високу якість змішування, але є складнішою у виготовленні та експлуатації.

На початку 80-х років минулого століття розроблено екструдери з черв'яком і циліндром нетрадиційної форми: у зоні пластикації черв'як має чотирикутний поперечний переріз, а матеріальний циліндр – шестикутний. Цим досягається високий змішувальний ефект за умови низької температури перероблення. Такі машини отримали назву НМ-екструдерів (від англ. High Mix) [89].

Незважаючи на чи не найскладнішу конструкцію й високу вартість, дво- й багаточерв'ячні екструдери залишаються основним обладнанням для високопродуктивних ліній одержання наповнених композицій. Продуктивність двочерв'ячних екструдерів досягає 25 т/год і зберігається стійка тенденція до її зростання [97].

Двочерв'ячні екструдери здатні забезпечувати стабільне живлення дисперсними матеріалами з довільною насипною масою, у тому числі й порошкподібними, змішувати компоненти в рідкому, твердому чи газоподібному стані, вони малочутливі до умов завантаження, а набірні черв'яки дозволяють підбирати профілі робочих органів із стандартних елементів, якими комплектується екструдер (транспортувальних, змішувальних, стискальних, диспергувальних, протизахідних та ін.). Порожністі стрижні (осердя), на яких закріплюються елементи черв'яків, дають можливість подачі в них теплоносіїв, що разом з системою теплозабезпечення циліндра дозволяє з високою точністю регулювати температуру маси.

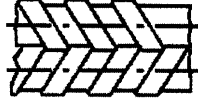


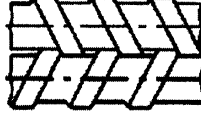






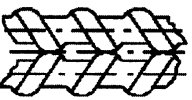

Розрізняють екструдери, що мають черв'яки із взаємним зачепленням і без нього з утворенням робочого каналу різного ступеня замкненості, при цьому черв'яки обертаються в одному чи в протилежних напрямках (екструдери з одно- і різноспрямованим обертанням черв'яків) (табл. 3.1 [98]).

Екструдери з черв'яками без взаємного зачеплення простіші у виготовленні та експлуатації (зокрема потребують відносно невеликого часу очищення), проте збільшений час перебування в них перероблюваної композиції підвищує ймовірність її термодеструкції. Екструдери з черв'яками із взаємним зачепленням практично позбавлені цього недоліку, крім того, вони дозволяють розвивати високий тиск на порівняно короткій ділянці, що є неабиякою перевагою під час перероблення ПКМ.

Обертання черв'яків в одному напрямі дозволяє підвищити частоту їх обертання без можливості заклинювання і, відповідно, збільшувати продуктивність за якісного змішування компонентів суміші. Екструдери з черв'яками із взаємним зачепленням, що обертаються у протилежних напрямках, забезпечують високий змішувальний ефект за значної продуктивності.

Один з недоліків двочерв'ячних екструдерів – виникнення під час роботи радіальних (розпірних) зусиль, які призводять до підвищеного зношення робочих органів (у першу чергу циліндра).

Класифікація двочерв'ячних екструдерів за взаємним розташуванням черв'яків

Наявність зачеплення черв'яків		Схема зачеплення черв'яків		Обертання черв'яків у протилежних напрямках	Обертання черв'яків в одному напрямі
черв'яки, що перебувають у взаємному зачепленні	повне зачеплення	закриті в поздовжньому й поперечному напрямках			теоретично неможливо
		відкриті в поздовжньому й закриті в поперечному напрямках		теоретично неможливо	черв'яки 
		відкриті в поздовжньому й поперечному напрямках		теоретично можливо, але практично не реалізується	кулачки 
	часткове зачеплення	відкриті в поздовжньому й закриті в поперечному напрямках			теоретично неможливо
		відкриті в поздовжньому й поперечному напрямках			
					
черв'яки без взаємного зачеплення	відкриті в поздовжньому й поперечному напрямках	з контактом вершин гребенів черв'яків			
		без контакту вершин гребенів черв'яків			

Багато двочерв'ячних екструдерів провідних фірм обладнано набірними черв'яками. Геометрія таких черв'яків забезпечується набором втулкових елементів, споряджених кулачками з криволінійною поверхнею (найчастіше – в формі криволінійного трикутника або еліпса, що збільшує об'єм міжвиткового простору та забезпечує більш „м'які” режими переробки), які встановлюються на робочих валах з кутовим зміщенням один відносно другого і створюють зсувні напруження, які в 3–5 рази більші за напруження в транспортувальних витках черв'яка. Основна перевага таких екструдерів полягає в тому, що система їхніх робочих органів (черв'яка і циліндра) за рахунок підбору змінних елементів черв'яка може забезпечити необхідну геометрію робочого каналу, а

отже і відповідні напруження зсуву на різних ділянках по довжині екструдера. Крім того, екструдери з місильними кулачками для одержання дисперсно-армованих композицій забезпечують можливість використання безпосередньо ровінгів армувального наповнювача (при цьому кулачки виступають також і як подрібнювальні елементи) [15].

Суттєва перевага цих машин – можливість одержання високонаповнених композицій, а також неперервних і погонних напівфабрикатів і виробів безпосередньо, тобто уникаючи стадію грануляції, що дозволяє знизити вартість виробів на 30–50 % порівняно з двостадійною технологією (одержання гранул ПКМ та їх переробка у виробі на окремій екструзійній лінії). Однак одним із суттєвих недоліків таких машин є ускладнене плавлення ПКМ. Також двочерв'ячні екструдери часто дозволяють відмовитися від попереднього підсушування перероблюваного матеріалу або його компонента, наявність вологи в яких сприяє їх деструкції під час переробки. Часто двочерв'ячні екструдери обладнуються однією або декількома зонами дегазації, які дозволяють відводити леткі речовини, що виділяються під час перероблення композиції (проте збільшення кількості зон дегазації часто потребує і суттєвого – до $(50-55)D$ – подовження циліндра) [15].

За останні роки ряд провідних фірм освоїли випуск двочерв'ячних екструдерів із збільшеним відношенням робочої довжини L до діаметра D і, відповідно, збільшеним крутним моментом. Так, наприклад, фірма Battenfeld Extrusionstechnik GmbH пропонує екструдери з діаметром черв'яків 50–130 мм, робочою довжиною до $30D$ із зонами дегазації і підвищеним крутним моментом для переробки композицій на основі полівінілхлориду продуктивністю до 1000 кг/год [99]. Італійська фірма Industrie General Group SPA освоїла випуск двочерв'ячних екструдерів продуктивністю від 160 до 2100 кг/год для виробів із полівінілхлориду, АБС-пластика, поліуретанів та інших матеріалів із зонами дегазації [100]. Фірма Berstorff GmbH випускає високошвидкісні екструдери з діаметром черв'яків від 25 до 324 мм, довжиною до $40D$, кількістю обертів до 1200 хв^{-1} і потужністю привода до 4,525 МВт [101], а фірма Coperion Corp. – екструдери з діаметром черв'яків від 25 до 380 мм і потужністю привода до 20,354 МВт [102]. З іншого боку, фірма Cincinnati Milacron пропонує екструдери довжиною $26D$ і невисокою кількістю обертів ($20-26 \text{ хв}^{-1}$), потужністю 50–90 кВт і продуктивністю 380–700 кг/год для виробництва труб, профілів, листів з повітряним охолодженням циліндра і термостатуванням черв'яків [103]. Фірма Reifenhauer GmbH випустила серію екструдерів з діаметром черв'яків 90 мм і 115 мм і робочою довжиною $25D$ продуктивністю до 550 кг/год [104]. Вісім варіантів конструктивного виконання екструдерів з діаметрами черв'яків 156 мм для виробництва наповнених ПВХ композицій

для труб продуктивністю до 1500 кг/год, потужністю привода 200 кВт і з системою темперування черв'яків випускає фірма H. Weber GmbH [105]. Для виробництва труб із ПВХ фірма Kunststofftechnik GmbH випускає двочерв'ячні екструдери односпрямованого обертання довжиною 36D з двома зонами дегазації, кількістю обертів $41\text{--}28 \text{ хв}^{-1}$, потужністю 51–150 кВт і продуктивністю 490–1400 кг/год [106]. Екструдери з діаметрами черв'яків 50 мм і кількістю обертів до 1500 хв^{-1} для переробки термолабільних наповнених композицій пропонує фірма Krupp Werner und Pfleiderer [107].

Наведені приклади показують велику різноманітність двочерв'ячних екструдерів, які суттєво відрізняються за частотою обертання, довжиною робочих органів, системою теплозабезпечення та іншими параметрами залежно від того, для переробки яких матеріалів вони призначені. Отже, під час розробки технологічних ліній для виробництва конкретної продукції із конкретного матеріалу перед проектувальниками постає завдання за всієї різноманітності екструзійного устаткування вибрати саме ту конструкцію, яка для заданої продуктивності забезпечить необхідну якість переробки при найменших енерговитратах.

Серед іншого змішувального обладнання вирізняється розроблений японською фірмою Ishinaka Iron Works Co Ltd. універсальний тричерв'ячний змішувач (один центральний і два бокових черв'яки), призначений для перероблення полімерів з наповненням їх карбонатом кальцію, тальком, скловолоконом, металевими порошками, деревною мукою тощо. Однак цей високоефективний екструдер має значну вартість [108].

Суттєвим досягненням в області багаточерв'ячних машин є розробка планетарно-валкових машин, які забезпечують продуктивність від 300 до 3500 кг/год [89].

До безчерв'ячних екструдерів належать у першу чергу дискові, валкові й дисково-камерні («дископак») екструдери.

Принцип дії дискових екструдерів полягає у використанні ефекту нормальних напружень, які виникають у полімері, що перебуває між двома дисками, один з яких обертається. Поряд зі своїми безумовними перевагами: високою диспергувальною й гомогенізувальною здатностями, простотою конструкції й компактністю, вони мають порівняно з черв'ячними екструдерами і суттєві недоліки: низький тиск і невелику продуктивність. Щоб позбутися цих недоліків запропоновано дисково-черв'ячні й черв'ячно-дискові екструдери.

Валковий екструдер являє собою обертовий валок, розміщений у замкненій робочій камері, яка утворює з валком серпоподібну робочу зону, що сходиться. Ці екструдери мають ті ж самі недоліки, що й дискові.

На відміну від дискових екструдерів, робота яких забезпечується за рахунок нормальних напружень, що виникають у полімері внаслідок обертання рухомого диска відносно нерухомого, в екструдерах «дископак» у спільному корпусі-камері розташовано два обертових диски. Такі машини, подібно до черв'ячних екструдерів, мають зони плавлення, змішування, дегазації й нагнітання, щоб продавлювати матеріал крізь формувальний пристрій. Цей тип машин особливо ефективний для перероблення порошкоподібних полімерів.

Лінії з виробництва неперервних і листових виробів з ПКМ можна поділити на три групи: каландрові, екструзійні й комбіновані [76].

Каландрові лінії застосовуються для одержання листових і рулонних виробів і відрізняються великою продуктивністю (до 10 млн м²/рік та більше), однак необхідність спеціального змішувального та змішувально-підігрівального обладнання (роторних змішувачів і вальців) значно ускладнює та здорожує лінію. Крім того, такі лінії можуть забезпечити доволі обмежений асортимент одержуваної продукції. Тому лінії на базі каландрів використовуються виключно у великотоннажних виробництвах.

Екструзійні лінії, хоч і мають меншу продуктивність, відрізняються безперечними перевагами: суміщенням багатьох функцій в одній машині (плавлення полімеру, змішування, дегазації, формування композиції), можливістю швидкого переходу на випуск виробу іншої форми й розмірів (заміною формувального пристрою), універсальністю (одержанням майже всіх видів і типорозмірів неперервних і погонних матеріалів).

У зв'язку з цим переваги ліній на базі екструдерів безперечні й завдання полягає головним чином у правильному виборі базової машини чи агрегату, визначення послідовності подавання компонентів підготовленої суміші, а також агрегатного стану полімеру під час введення до його складу наповнювача.

Аналіз сучасних конструкторських рішень у технології формування полімерних виробів на основі суміші полімерів з різними наповнювачами дозволив виділити такі варіанти реалізації процесу [15, 76, 84, 109] (рис. 3.6).

1. Каскадна екструзійна установка на основі дискового або черв'ячного розплавлювача й двочерв'ячного змішувача (рис. 3.6, *a*). У цьому варіанті процесу гранули полімеру надходять (або дозуються у випадку «голодного» живлення) в розплавлювач. До двочерв'ячного екструдера надходить розплав і дозується наповнювач у вигляді порошку. Є можливим масове чи об'ємне дозування останнього. Розплав полімеру під тиском, що розвивається першим екструдером каскаду, надходить в об'єм наповнювача, легко омиваючи частинки останнього, та ефективно розподіляється в міжжитковому просторі другого екструдера, що сприяє одержанню високогомогенізованої композиції. Основні переваги: інтенсивне розплавлення полімеру та якісне змішування у двочерв'ячному змішувачі. Недолік – ускладнена конструкція екструзійної установки.

2. Каскадна екструзійна установка на основі дискового розплавлювача-змішувача та одночерв'ячної машини (рис. 3.6, б). У цій схемі гранули полімеру та наповнювач у вигляді порошку одночасно дозуються в дисковий розплавлювач, потім розплав з наповнювачем надходить до одночерв'ячного екструдера, остаточно гомогенізується та екструдується крізь формувальний пристрій. Основні переваги: висока якість змішування в дисковому екструдері, спрощена конструкція другого ступеня екструзійної установки (замість двочерв'ячної машини встановлено одночерв'ячну). Недолік – зменшення інтенсивності плавлення полімеру в присутності порошкоподібного наповнювача. У цьому випадку необхідно передбачити попереднє змішування полімеру з наповнювачем.

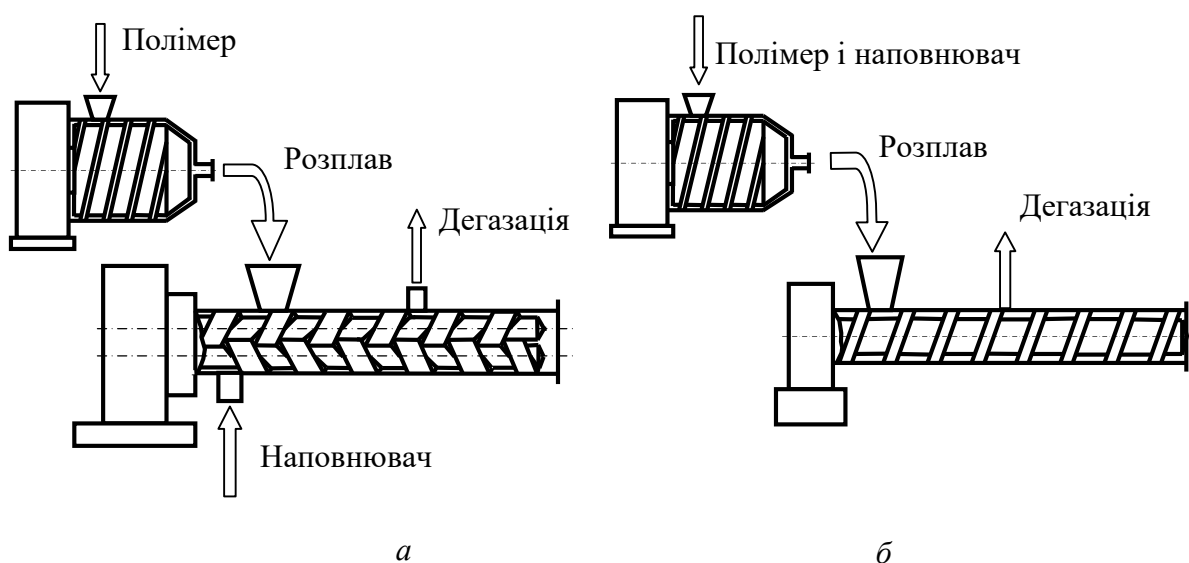


Рис. 3.6. Варіанти реалізації процесу формування ПКМ у каскадній схемі з дисковим розплавлювачем і дво- (а) або одночерв'ячним змішувачем (б)

3. Екструзійна установка на основі одного двочерв'ячного екструдера. У цьому випадку можливі два варіанти організації процесу:

а) заздалегідь змішані гранули полімеру й порошкоподібний наповнювач дозуються на входній ділянці екструдера (рис. 3.7, а). Під час проходження суміші вздовж осі екструдера відбувається розплавлення полімеру, його змішування з наповнювачем, гомогенізація та екструдування крізь формувальний пристрій. Основні переваги: висока якість змішування (гомогенізації), простота конструкції установки (один екструдер), проста схема керування процесом, можливість використання порошкоподібного полімеру. Недоліки: достатньо складна конструкція основного агрегату (двочерв'ячного екструдера), уповільнений режим плавлення внаслідок одночасного подавання полімеру й наповнювача;

б) компоненти суміші (гранули й порошкоподібний наповнювач або порошкоподібні полімер і наповнювач) дозуються окремо (рис. 3.7, б). На вхідній ділянці екструдера дозується полімер, а після його розплавлення – наповнювач. Під час подальшого проходження суміші вздовж осі екструдера відбувається її гомогенізація та екструдювання крізь формувальний пристрій. Основні переваги: висока якість змішування (гомогенізації), можливість використання порошкоподібного полімеру, підвищена порівняно з варіантом 3,а, інтенсивність плавлення полімеру. Недоліки: достатньо складна конструкція основного агрегату, необхідність встановлення системи дозування порошкоподібного наповнювача.

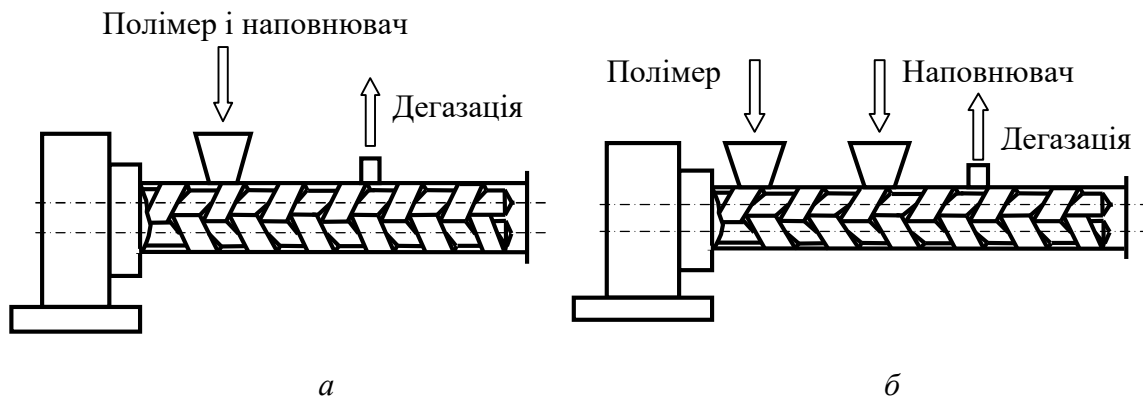


Рис. 3.7. Варіанти реалізації процесу формування ПКМ у схемі на базі двочерв'ячного екструдера з одночасним (а) і роздільним (б) подаванням компонентів ПКМ

4. Каскадна екструзійна установка на основі черв'ячного розплавлювача-змішувача й черв'ячного змішувача (гомогенізатора) (рис. 3.8, а). Гранули полімеру надходять (дозуються у випадку «голодного» живлення) у перший екструдер-розплавлювач. До другого екструдера з першого надходить розплав, а також дозується порошкоподібний наповнювач. У другому екструдері відбувається процес змішування (гомогенізації) та екструдювання суміші крізь формувальний пристрій. Екструдер-змішувач обладнується спеціальними пристроями, що інтенсифікують змішування. Основні переваги: інтенсивне розплавлення полімеру в першому екструдері й достатньо якісне змішування. Недолік – ускладнена конструкція екструзійної установки.

5. Екструзійна установка на основі одночерв'ячного екструдера. Одночерв'ячний екструдер (одночерв'ячна екструзійна установка) має в цьому випадку три функціональні зони: плавлення, змішування й гомогенізації (рис. 3.8, б). У першу зону подаються гранули полімеру, які розплавляються, й надходять до другої зони, на початку якої дозується порошкоподібний наповнювач. У другій зоні відбувається змішування розплаву полімеру з наповнювачем і за допомогою спеціальних пристроїв забезпечується якісне змішуван-

ня та дегазація. Потім суміш надходить до третьої зони, де остаточно гомогенізується та екструдується крізь формувальний пристрій. Основні переваги: спрощення конструкції екструзійної установки (порівняно з каскадом), забезпечення достатньо якісного змішування, спрощення процесу керування екструдерами.

Варіанти, які передбачають спільне завантаження компонентів одержуваного ТПКМ (див. рис. 3.6,б, 3.7,а), реалізують за двома схемами. Перша з них передбачає попереднє приготування суміші на спеціальному змішувальному обладнанні, після якого підготована суха суміш надходить у завантажувальний бункер екструдера, а друга, більш доцільна, потребує лише наявності дозаторів, встановлених на вході в екструдер. При цьому процес змішування здійснюється безпосередньо в екструдері. Проте обидві схеми мають суттєвий недолік – під час одночасного руху твердих компонентів вздовж екструдера виникають інтенсивні температурні та зсувні навантаження, які можуть спричинити деструкцію нестабільних компонентів композиції. Крім того, під час реалізації цих варіантів (і особливо у випадку однчерв'ячного екструдера (див. рис. 3.6,б)) процес плавлення полімеру суттєво уповільнюється.

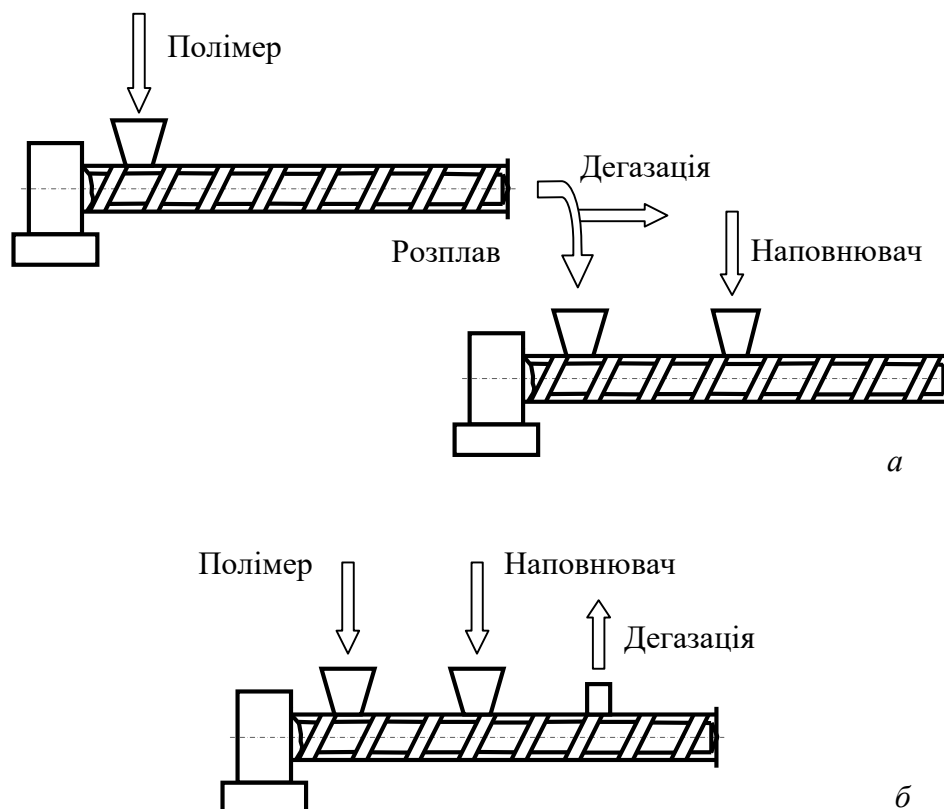


Рис. 3.8. Варіанти реалізації процесу формування ПКМ у схемі на базі однчерв'ячних екструдерів: *а* – каскадна установка на основі черв'ячного розплавлювача-змішувача й черв'ячного змішувача; *б* – установка на основі однчерв'ячного екструдера

Як показали дослідження й лабораторні випробування, проведені спеціалістами кафедри машин та апаратів хімічних і нафтопереробних виробництв НТУУ «КПІ», а також промислова експлуатація екструзійного обладнання, розробленого та виготовленого Київським ВАТ «Більшовик» та УкрНДПпластмаш, найбільш доцільним для виробництва виробів з ПКМ з точки зору співвідношення «продуктивність – якість виробів – ціна» є використання екструзійних установок на основі одно- і двочерв'ячних екструдерів.

4. АНАЛІЗ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕРОБКИ ПОЛІМЕРІВ

4.1. Загальні питання моделювання

Широке застосування протягом останніх півстоліття полімерів та особливості їх переробки у вироби спричинило інтенсивні наукові дослідження, результатом яких стала значна кількість монографій і навчальних посібників [110–130 та ін.], дисертаційних праць, численних статей, патентних і нормативних документів, а також інших матеріалів.

Номенклатура сучасних термопластів дуже велика. До того ж останнім часом суттєво збільшилася частка композитних матеріалів, біосировини, продуктів сільського господарства, що переробляються екструзійними методами. Ці матеріали являють собою реологічно складні середовища, в'язкість яких часто на декілька порядків перевищує в'язкість низькомолекулярних рідин і залежить не тільки від температури, але і від інтенсивності деформування та інших факторів. Процеси їх переробки характеризуються значними дисипативними тепловиділеннями, які можуть значно перевищувати кількість теплоти, що підводиться в обладнанні до перероблюваного матеріалу або відводиться від нього. Крім того, в разі використання як вихідної сировини для одержання полімерних композицій вторинних матеріалів, які вже були піддані відповідній переробці, в них можливе утворення значної кількості активних груп, що суттєво збільшує ймовірність термомеханічної деструкції під час подальшої переробки [15, 131]. Тому практично кожний полімер, композит або біосировина потребує певної конструкції робочих органів та/або режимів переробки, за яких досягається необхідна якість виробів. У зв'язку з цим зростає значення математичного моделювання процесів переробки термопластів, особливо

композитних і термочутливих, яке дозволяє для конкретного перероблюваного матеріалу числовим моделюванням здійснювати пошук як геометрії робочих органів обладнання, так і режимів переробки, за яких досягається необхідна якість виробів, а також з великої різноманітності наявного та розроблюваного обладнання вибирати саме те, яке може забезпечити необхідну якість виробів.

4.2. Моделювання черв'ячної екструзії

Теорія екструзії розроблена переважно для випадку переробки синтетичних полімерів, які в усьому об'ємі мають відносно рівномірну молекулярну масу й характеризуються високим рівнем дисипації механічної енергії, завдяки чому в багатьох випадках регулюється температурний режим переробки. При цьому збільшення кількості обертів черв'яка приводить до збільшення як продуктивності, так і інтенсивності дисипації, а тому у відносно широких межах питомі енергетичні витрати змінюються мало. Отже, під час переробки полімерів екструдери можуть працювати при різних кількості обертів і продуктивності, зберігаючи практично ту саму якість переробки. Нетрадиційні матеріали зазвичай мають значно складнішу будову і до їхнього складу входять як високомолекулярні, так і низькомолекулярні сполуки. У процесі екструзії можуть мати місце фазові, хімічні чи біохімічні перетворення, а тому важливого значення набуває температурний режим, який у ряді випадків лімітує продуктивність екструдера, оскільки частка теплоти, підведеної крізь стінку циліндра, зростає. Прикладом таких процесів є переробка спінених (газонаповнених) полімерів, коли в об'єм маси вводиться спінювальний компонент, що являє собою низькомолекулярну рідину, і в екструдері відбуваються фазові перетворення. Отже, в усіх цих випадках на перше місце при складанні математичних моделей слід ставити умови тепломасообміну в об'ємі маси. У випадку двочерв'ячних екструдерів, які працюють переважно при дозованому живленні і їх реальна продуктивність за даної геометрії й фіксованій кількості обертів менше від максимально можливої, особливого значення набувають також умови теплообміну з обмежувальними поверхнями черв'яка і циліндра, що необхідно враховувати в математичних моделях.

Розглянемо далі питання моделювання одно- і двочерв'ячної екструзії.

У переважній більшості праць з моделювання процесу одночерв'ячної екструзії розглядається обернена модель черв'яка, яка дозволяє привести задачу до прямокутної системи координат, вважаючи черв'як нерухомим і роз-

горнутим на площині, а циліндр – таким, що рухається відносно каналу черв'яка й теж розгорнутим на площині. Така модель не повністю відповідає дійсності, оскільки в реальному процесі швидкість руху полімеру відносно черв'яка й циліндра буде іншою і, крім того, процеси біля поверхні черв'яка, що в дійсності обертається, умовно переносяться до стінки циліндра. Класична теорія екструзії базується в основному на використанні теоретичних розв'язків математичних моделей процесів [110–119 та ін.], які є спрощеними і дозволяють визначати в основному інтегральні параметри. Застосування комп'ютерної техніки дозволило значно ускладнити моделі і проаналізувати міру впливу різних факторів на процес. Недоліком багатьох праць є те, що в них аналізуються окремі процеси, які відбуваються в екструдерах, і недостатньо уваги приділяється побудові математичних моделей екструзії в цілому, що дозволило б врахувати взаємний вплив окремих зон (живлення, плавлення, гомогенізації). Крім того у значній частці праць вводяться коефіцієнти, отримання яких для розрахунку відповідних процесів та обладнання досить ускладнене і які врешті-решт практично не впливають на кінцевий результат, що показує порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними. На нашу думку, для інженерних розрахунків не завжди доцільним є ускладнення моделей, оскільки реальні властивості перероблюваних матеріалів не завжди повною мірою можуть бути враховані в теоретичних моделях. Докладно моделювання одночерв'ячних, комбінованих та дискових екструдерів розглядається нами в працях [127, 128], а тому в подальших розділах основна увага буде приділена моделюванню двочерв'ячних екструдерів.

Беручи до уваги значну кількість принципів схем двочерв'ячної екструзії (див. табл. 3.1), стає зрозумілим, що неабиякого значення набуває моделювання процесу екструзії з черв'яками різної конструкції і при різних режимах переробки, що дозволяє суттєво скоротити експериментальні роботи й вибрати необхідну конструкцію екструдера. Як зазначалось вище, розроблені в ранніх працях методики розрахунку базуються на аналітичних розв'язках системи рівнянь, що описують процес екструзії, а тому не дозволяють з достатньою точністю врахувати як змінні реологічні та теплофізичні властивості, так і повною мірою геометрію робочих органів. Крім того, значна частка праць з теоретичного дослідження двочерв'ячної екструзії за аналогією з одночерв'ячною екструзією ґрунтується на оберненій моделі черв'яків з усіма притаманними їй недоліками. Застосування комп'ютерної техніки, як і у випадку одночерв'ячної екструзії, дозволяє розв'язувати значно складніші моделі, але при цьому слід враховувати таке: значне ускладнення математичних мо-

делей з одного боку дає можливість оцінити вплив ряду факторів на процес екструзії, а з іншого – у багатьох випадках не приводить до суттєвого уточнення результатів. Тому для розробки методик і програм інженерних розрахунків доцільно проаналізувати вплив тих чи інших факторів і вибрати серед них тільки ті, які найбільш суттєво впливають на процес. При цьому слід мати на увазі точність визначення теплофізичних і реологічних параметрів, а також таких величин, як, наприклад коефіцієнти тертя тощо та їхню залежність від змінних параметрів процесу екструзії. Отже, для інженерних розрахунків доцільно розробити такі методики, які за мінімально необхідних вихідних даних дають результати розрахунку, що із врахуванням існуючого практичного досвіду задовольняють вимогам проектувальника. Оскільки розрахунок екструдерів з черв'яками без взаємного зачеплення з достатнім ступенем точності може бути приведений до розрахунку двох одночерв'ячних екструдерів, то в подальшому розглядатимемо тільки екструдери із взаємним зачепленням черв'яків.

4.3. Моделювання термообробки матеріалів і виробів

Формування виробів здійснюють із попередньо одержаних гранул, тому процес охолодження гранул, який суттєво впливає на продуктивність гранулятора, розглянемо окремо.

Найбільш поширеними методами гранулювання є гарячий і холодний. У першому випадку стренги, які продавлюються крізь профілювальну головку екструдера, ріжуться на гранули безпосередньо біля цієї головки і в гарячому стані транспортуються потоком повітря або води, одночасно при цьому охолоджуючись. У випадку холодного гранулювання відформовані стренги спочатку охолоджуються у водяній ванні, проходять через тягнучий пристрій і потім у холодному стані ріжуться на гранули. За недостатнього охолодження можливе злипання гранул під час їх пакування. Крім того, для кристалічних полімерів структура матеріалу в одержуваних гранулах, яка формується в процесі охолодження стренг або гранул і залежить від режиму охолодження, визначає і структуру (кристалічну або аморфну) одержуваних з них виробів, а тому дослідження процесів охолодження має важливе значення для проектування технологічного та допоміжного обладнання.

Процеси охолодження гранул або стренг описуються рівнянням нестационарної теплопровідності, для розв'язання якого зазвичай використовують межові умови першого або третього роду, тобто вважається відомими температура поверхні полімеру, яка зазвичай приймається рівною температурі охолоджувального середовища, або коефіцієнт тепловіддачі до цього середовища.

Теоретичне розв'язання задач нестационарної теплопровідності для тіл простої форми є класичною задачею математичної фізики і наводиться в багатьох підручниках та іншій літературі. У той же час теоретичні розв'язки цього рівняння не враховують залежності теплофізичних властивостей від температури, що призводить до значних похибок, оскільки полімер охолоджується від в'язкоплинного до твердого стану і при цьому має місце суттєва зміна його властивостей. Крім цього внаслідок малих розмірів гранул і діаметра стренг визначення коефіцієнта тепловіддачі є проблематичним з точки зору чисто експериментальних досліджень. Таким чином, для ефективного й коректного аналізу необхідна розробка математичних моделей охолодження гранул і стренг, у яких усувалася би необхідність визначення коефіцієнтів тепловіддачі і при числовому розв'язанні задачі враховувалася залежність теплофізичних властивостей від температури. Розв'язання цієї задачі розглядається в подальших розділах.

5. МОДЕЛЮВАННЯ ДВОЧЕРВ'ЯЧНИХ ЕКСТРУДЕРІВ

5.1. Продуктивність екструдерів

Принциповою відмінністю двочерв'ячних екструдерів є те, що гвинтові канали черв'яків являють собою ряд практично ізольованих С-подібних об'ємів (рис. 5.1). Матеріал, який потрапив у такий об'єм, транспортується під час обертання черв'яків у напрямі формувальної головки і за один оберт видавлюється два С-подібних об'єми практично незалежно від опору формувальної головки.

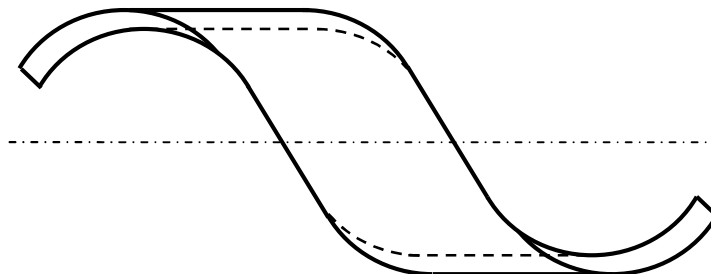


Рис. 5.1. С-подібна секція двочерв'ячного екструдера

При цьому продуктивність екструдера не залежить від цього опору, а глибина нарізки може бути відносно великою, що зменшує швидкість деформації і, відповідно, інтенсивність дисипації, а отже і збільшує частку теплоти, яка підводиться від стінки циліндра. Повне видавлювання С-подібних об'ємів забезпечує рівність часу перебування матеріалу в каналах черв'яків, що особливо важливо при переробці термолабільної сировини. Слід зазначити, що наявність проміжків між черв'яками та між черв'яком і корпусом призводить до зменшення продуктивності, а з іншого боку сприяє кращому перемішуванню маси. Переток маси з одного С-подібного об'єму в інший залежить від перепаду тиску між об'ємами і, зрештою, є функцією опору формувальної головки. Такі проміжки існують між гребенями одного і осердям іншого черв'яка δ_b (валковий проміжок), між бічними поверхнями гребенів δ_c і між гребенями витків і стінкою циліндра δ_o (рис. 5.2).

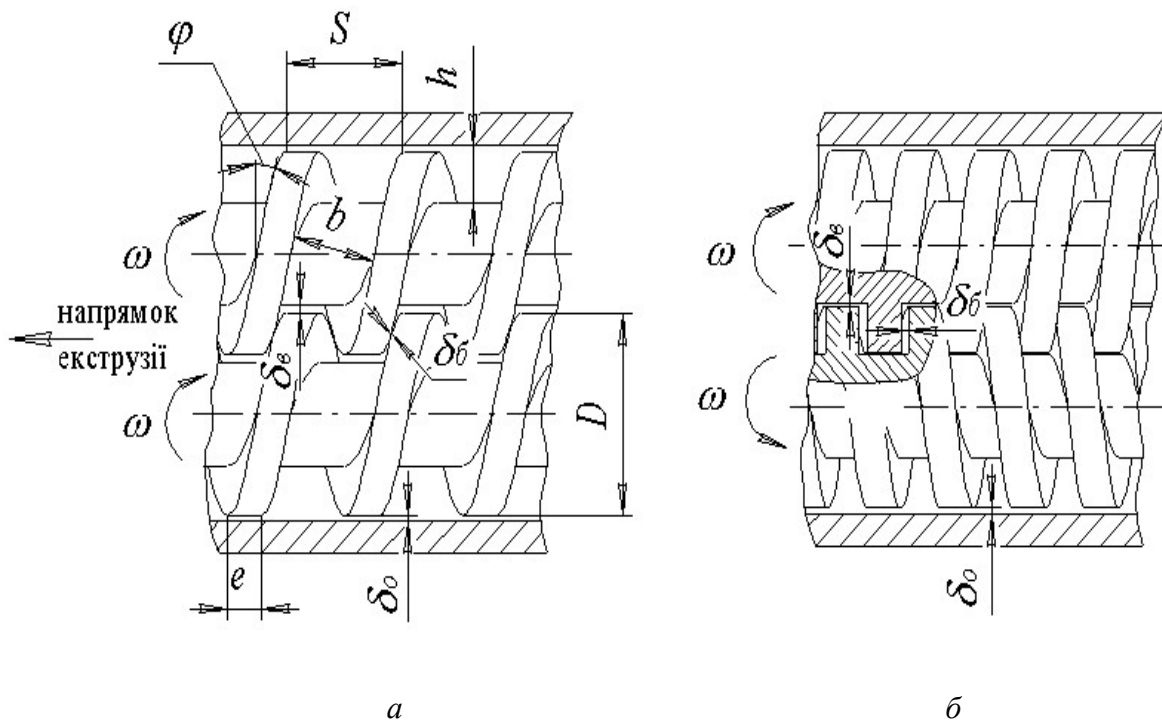


Рис. 5.2. Характер зачеплення черв'яків двочерв'ячного екструдера за умови односпрямованого (а) та різноспрямованого (б) обертання черв'яків

При різноспрямованому обертанні швидкості поверхонь у проміжках δ_c черв'яків одна відносно іншої практично рівні нулю, а тому їхній вплив на інтенсивність дисипації незначний. При односпрямованому обертанні відносні швидкості бічних поверхонь гребенів приблизно дорівнюють подвоєній швидкості обертання черв'яків, а тому маса в проміжках δ_c інтенсивно деформується, що збільшує дисипативні тепловиділення.

Обертання черв'яків в одному напрямі дозволяє підвищити їхню кількість обертів, не побоючись заклинювання черв'яків, і, відповідно, збільшувати продуктивність при якісному змішуванні компонентів суміші й самоочищенні черв'яків. Екструдери з черв'яками із взаємним зачепленням, що обертаються у протилежних напрямках, забезпечують високий змішувальний ефект при значній продуктивності. Однак необхідно зауважити, що радіальні (розпірні) зусилля, які виникають у двочерв'ячних екструдерах, призводять до підвищеного зношення робочих органів (у першу чергу циліндра).

Багато двочерв'ячних екструдерів провідних фірм обладнано набірними черв'яками. Такі черв'яки часто набирають з окремих дискових деталей, що утворюють так звані місильні елементи-кулачки з криволінійною поверхнею (найчастіше – у формі криволінійного трикутника або еліпса, що збільшує об'єм міжвиткового простору), які встановлюються на робочих валах з кутовим зміщенням один відносно другого, імітуючи гвинтову нарізку (рис.5.3). Профілі гвинтової нарізки черв'яків найчастіше мають форму прямокутників або трапецій, а при односпрямованому обертанні широкого застосування набув напівкруглий профіль із тризахідною нарізкою. На сьогодні існують прикладні програми геометричного моделювання, які дозволяють знайти геометрію робочих органів, що задовольняє умови геометричної сумісності.

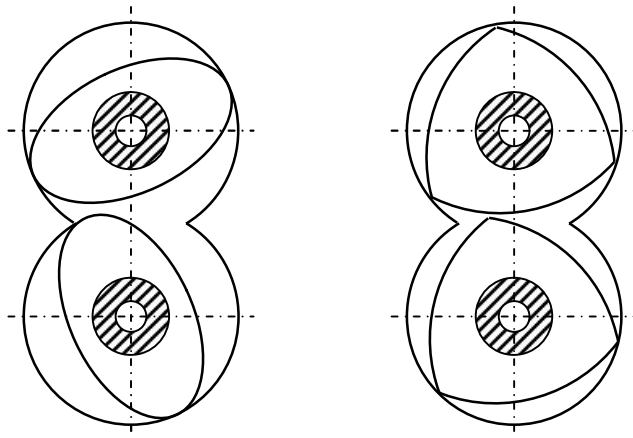


Рис. 5.3. Кулачки в зоні змішування двочерв'ячного екструдера

Ущільнення маси у двочерв'ячному екструдері здійснюється за рахунок зменшення об'єму замкненої С-подібної секції. Таке зменшення здійснюється монотонним збільшенням ширини витка, ступеневого зменшення кроку нарізки, а також за рахунок використання конічних черв'яків.

Ступінь стиснення характеризується відношенням С-подібних об'ємів на вході й виході екструдера і для двочерв'ячних екструдерів залежно від перероблюваного матеріалу досягає значень 3...4. При цьому слід мати на увазі, що при різних значеннях ступеня стиснення черв'яків і ступеня стиснення ма-

теріалу із врахуванням замкненості С-подібних об'ємів можливе переуцільнення матеріалу на виході і, як наслідок, заклинювання черв'яків. Отже, двочерв'ячні екструдери повинні мати дозоване живлення завантажувальної лійки.

Вимоги до якості й номенклатури одержуваної продукції, що постійно зростають, привели до створення високопродуктивних екструдерів у сполученні зі спеціалізованими пристроями. У центрі уваги розробок постійно знаходяться такі параметри, як простота конструкції, економічність, легкість в обслуговуванні й широкі технологічні можливості. Основною метою пошуків при цьому є постійне підвищення продуктивності при поліпшенні якості одержуваних виробів.

Для того, щоб досягти високої продуктивності під час переробки термолабільних полімерів, потрібно [132]:

- підвищити момент обертання за рахунок використання більш потужних передач;
- подовжити робочі органи (черв'яки й циліндри);
- збільшити питому продуктивність екструдера;
- модифікувати геометрію черв'яків.

Добитися підвищення продуктивності екструдера з паралельними черв'яками за умови збереження необхідної якості екструдованого продукту тільки за рахунок збільшення кількості обертів черв'яка дуже важко, бо у цьому випадку виникають занадто великі швидкості зсуву і термочутливий полімер просто „горить”. При цьому для підвищення продуктивності необхідно збільшити питому продуктивність екструдера.

З використанням нових концепцій передач стає можливим реалізувати збільшення обертового моменту на 25–50 % при однаковій кількості обертів. За рахунок цього стає можливим збільшити питому продуктивність екструдера без підвищення швидкості обертання черв'яка. Швидкість обертання черв'яка залишається такою, за якої не відбувається перегрівання полімеру [132].

Ще один важливий момент – рівномірна пластикація. Сучасний технологічний агрегат, що має довжину L/D до 27 одиниць, дозволяє переробляти матеріал дуже м'яко. Необхідна для пластифікації енергія створюється моментом обертання і нагріванням циліндра екструдера. Для забезпечення максимально можливої рівномірності пластикації в зоні до дегазації підводиться енергія у виді темперування черв'яків. Найкраще підходять для цього закриті внутрішні системи темперування [132]. Для переробки термочутливих полімерів також використовують відносно „м'які” геометрії черв'яків, що вносять мало механічної енергії в матеріал.

Все вище перераховане забезпечує високу продуктивність при „м'якому” режимі переробки термочутливих матеріалів. Але для того, щоб підібрати оптимальну геометрію черв'яка та параметри переробки полімеру, необхідно провести багато експериментів і досліджень. Це не завжди можливо, оскільки вимагає витрати значних коштів і часу. Тому для вирішення поставлених завдань доцільно використовувати математичне моделювання.

З точки зору математичного моделювання двочерв'ячні екструдери набагато складніші, ніж одночерв'ячні, а тому довгий час розробка геометрії і вибір режимів переробки базувались на практичному досвіді та експериментальних даних і, крім цього, вони мали обмежене застосування внаслідок більш складної конструкції [110]. Перші спроби теоретичного опису базувались на аналітичних розв'язках спрощених рівнянь і були спрямовані на визначення продуктивності й потужності приводу [110–113, 133–136]. Теоретично об'ємна продуктивність без врахування перетоків може бути визначена як добуток двох С-подібних об'ємів на виході екструдера на кількість обертів черв'яків [110, 112]. Тоді масова продуктивність дорівнює

$$G = 2\rho Vn, \quad (5.1)$$

де ρ – густина перероблюваного матеріалу; V – об'єм С-подібної секції; n – кількість обертів черв'яків.

Об'єм V для однозахідного черв'яка визначається за формулою (рис. 5.4) [110]

$$V = (\pi D \operatorname{tg} \varphi - E) \left\{ \pi (D - H) H - \left[\frac{\alpha D^2}{4} - \frac{1}{2} (D - H) \sqrt{2DH - H^2} \right] \right\}. \quad (5.2)$$

Відповідно кут α дорівнює

$$\cos \alpha = 1 - \frac{4H}{D} + \frac{2H^2}{D^2}. \quad (5.3)$$

Підставляючи (5.2) у (5.1), одержимо

$$G = 2\rho n (\pi D \operatorname{tg} \varphi - E) \left\{ \pi (D - H) H - \left[\frac{\alpha D^2}{4} - \frac{1}{2} (D - H) \sqrt{2DH - H^2} \right] \right\}.$$

Виразивши площу зачеплення черв'яків через кут α' , у праці [110] запропонована спрощена формула для визначення продуктивності (див. рис. 5.4)

$$G = 2\rho n (2\pi - \alpha') (\pi D \operatorname{tg} \varphi - E) (D - H) H,$$

$$\text{де } \cos \alpha' = 1 - \frac{2H}{D - H} + \frac{H^2}{2(D - H)^2}.$$

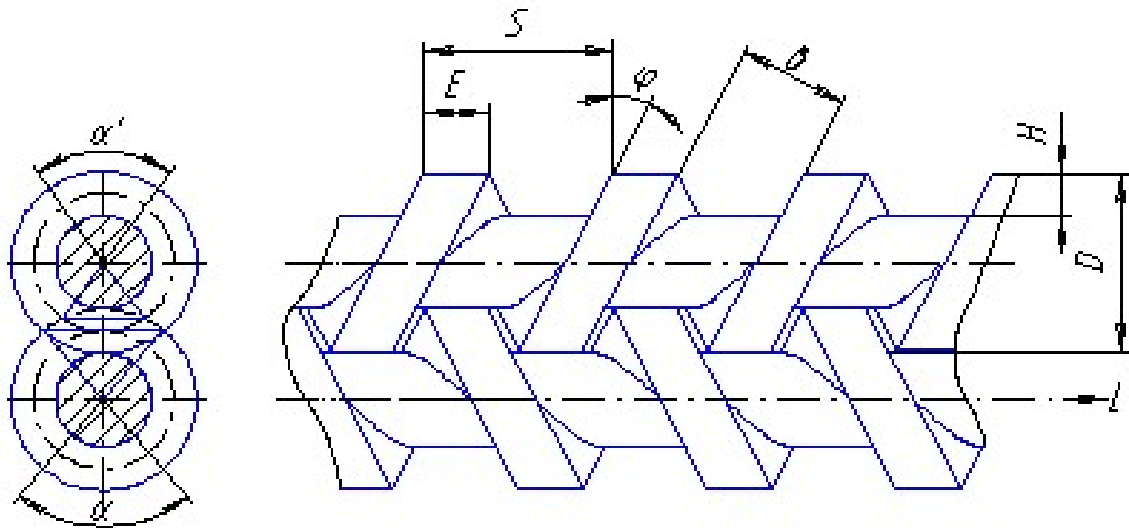


Рис. 5.4. Схема зачеплення черв'яків двочерв'ячного екструдера з різноспрямованим обертанням черв'яків α – кут зачеплення черв'яків; D – діаметр черв'яка; b – ширина каналу; E – ширина гребеня; S, H, φ – крок, глибина й кут підйому нарізки

Виходячи з рівняння (5.1), у праці [112] наводиться залежність для визначення продуктивності для j -західного черв'яка

$$G = 2\rho n j \left\{ (D-H)H\pi - \frac{D}{2} \left[D \frac{\alpha}{2} - (D-H) \sin \frac{\alpha}{2} \right] \right\} (\pi D t \operatorname{tg} \varphi - E),$$

де $\cos \alpha = \frac{D-H}{2D}$.

Другий підхід до визначення продуктивності базується на припущенні, що С-подібний об'єм переміщується в напрямі осі черв'яка зі швидкістю $V_L = Sn$.

Тоді продуктивність екструдера можна визначити як добуток цієї швидкості на площу поперечного перерізу каналів [113]

$$G = \rho \pi (D-H) n S H \times \left[1 - \frac{1}{2\pi} \frac{D}{D-H} \frac{D}{H} \arccos \left(1 - \frac{H}{D} \right) + \frac{1}{2\pi} \frac{D}{D-H} \left(1 - \frac{H}{D} \right) \sqrt{\frac{2D}{H} - 1} \right].$$

Важливе значення має визначення профілів швидкості в С-подібних об'ємах. Як показано в праці [112], процес плавлення у двочерв'ячному екструдері відрізняється від процесу плавлення в одночерв'ячному тим, що тверда складова дуже швидко змішується з розплавом, що суттєво ускладнює теоретичний аналіз. Для визначення швидкісних полів в області розплаву розглядається розгорнутий у площину С-подібний об'єм, що дозволяє аналізувати процес у прямокутній системі координат. Якщо знехтувати силами тяжіння та

інерції і вважати процес течії стаціонарним, то для каналів невеликої глибини й ньютонівської рідини рівняння руху набувають вигляду:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} &= 0; \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

де p – тиск; μ – динамічна в'язкість (далі просто в'язкість); W_x і W_z – складові швидкості в напрямі осей x і z (рис 5.5).

Для формулювання межових умов у працях [112, 113, 133–136 та ін.] використовувались різні моделі: плоскопаралельна обернена модель, аналогічна одночерв'ячному екструдеру, у якій черв'як вважається нерухомим, а циліндр рухається (рис. 5.5,а) і так звана пластинчасто-рамкова модель (рис.5.5,б).

Для плоскопаралельної моделі межові умови мають вигляд (див. рис. 5.5,а):

$$\text{якщо } y = 0, \text{ то } W_x = 0, W_z = 0; \quad (5.5)$$

$$\text{якщо } y = H, \text{ то } W_x = -V_x, W_z = V_z, \quad (5.6)$$

де $V_x = \pi D n \sin \varphi$ і $V_z = \pi D n \cos \varphi$ – проекції лінійної швидкості на координатні осі.

Відповідно для пластинчасто-рамкової моделі межові умови запишуться так (див. рис. 5.5,б):

$$\text{якщо } y = 0, \text{ то } W_x = 0, W_z = V_s = \frac{V_L}{\sin \varphi}; \quad (5.7)$$

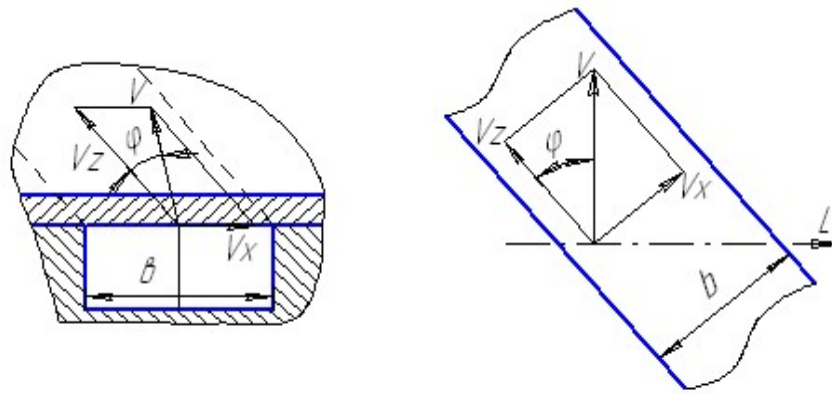
$$\text{якщо } y = H, \text{ то } W_x = V_x = V_L \cos \varphi, W_z = V_z = V_L \sin \varphi, \quad (5.8)$$

де V_s – швидкість руху черв'яка в напрямі осі z .

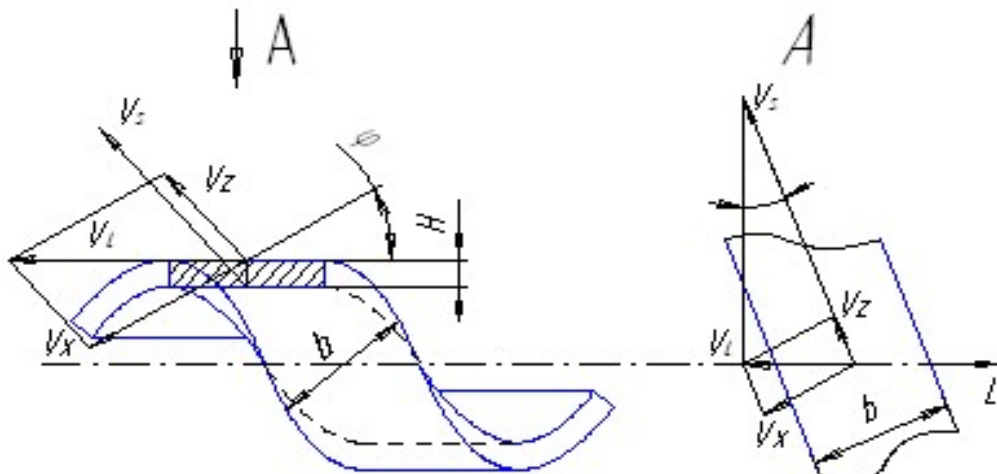
Якщо знехтувати перетоком маси крізь проміжки, то С-подібний об'єм можна вважати замкненим і циркуляція розплаву здійснюється як у напрямі осі x , так і в напрямі осі z , а продуктивність при цьому крізь поперечні перерізи, перпендикулярні цим осям, – дорівнює нулю. Тоді рівняння нерозривності набувають вигляду:

$$\int_0^H W_x dy = 0, \quad (5.9)$$

$$\int_0^H W_z dy = 0. \quad (5.10)$$



a



б

Рис. 5.5. Плоскопаралельна обернена (а) і пластинчасто-рамкова (б) моделі С-подібного об'єму

Розв'язання системи рівнянь і межових умов (5.3)–(5.6), (5.9) і (5.10) дає такі вирази для складових швидкості для оберненої плоскопаралельної моделі:

$$W_x = V_x \left(3 \frac{y^2}{H^2} - 2 \frac{y}{H} \right), \quad (5.11)$$

$$W_z = V_z \left(3 \frac{y^2}{H^2} - 2 \frac{y}{H} \right). \quad (5.12)$$

Ці вирази наводяться в багатьох працях з теорії одночерв'ячної екструзії [110–113, 115–119 та ін.], причому рівняння (5.12) записане для закритого виходу, коли продуктивність екструдера дорівнює нулю. Як уже зазначалось, С-

подібний об'єм розглядається в даному випадку як одночерв'ячний екструдер із закритим виходом і довжиною черв'яка, що дорівнює одному кроку нарізки.

Відповідно для пластинчасто-рамкової моделі розв'язання системи (5.3), (5.4), (5.7)–(5.10) приводить до таких виразів [113]:

$$W_x = V_L \cos \varphi \left(3 \frac{y^2}{H^2} - 2 \frac{y}{H} \right), \quad (5.13)$$

$$W_z = V_L \sin \varphi \left(3 \frac{y^2}{H^2} - 2 \frac{y}{H} \right) + \frac{V_L}{\sin \varphi} \left(1 + 3 \frac{y^2}{H^2} - 4 \frac{y}{H} \right). \quad (5.14)$$

Визначення за рівнянням (5.11), (5.12) або (5.13) і (5.14) складових швидкості дозволяє обчислити інтенсивність дисипації в об'ємі С-подібної секції інтегруванням функції дисипації по об'єму:

$$N_{д1} = \iiint_V q_{disc} dV = \iiint_V \mu \left[\left(\frac{\partial W_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_z}{\partial y} \right)^2 \right] dV. \quad (5.15)$$

де μ – в'язкість, яка є функцією швидкості зсуву й температури.

Так, наприклад, диференціюючи вирази (5.11) і (5.12) і підставивши в (5.15), після інтегрування одержимо [112]

$$N_{д1} = \frac{4\mu}{H} (V_x^2 + V_z^2) b(2\pi - \alpha) \frac{D}{2 \cos \varphi}.$$

У цій праці одержані також вирази для визначення потужності дисипації в проміжку між гребенем витка і стінкою циліндра

$$N_{д2} = V \left(\frac{V}{\delta_0} \right)^m k_0 \exp(-\beta T_{ц}) E b(2\pi - \alpha) \frac{D}{2},$$

а також потужності в проміжку δ_6 (див. рис. 5.1)

$$N_{д3} = \omega(D - H) \left[\omega \left(\frac{D - H}{\delta_6} \right) \right]^m k_0 \exp(-\beta T_{ц}) F_c,$$

де m, β, k_0 – коефіцієнти степеневого реологічного рівняння; $T_{ц}$ – температура стінки циліндра; ω – кутова швидкість; F_c – площа поверхні зачеплення черв'яків.

Для різноспрямованого обертання складова $N_{д3}$ практично дорівнює нулю.

Сумарна потужність

$$N_d = 2k(N_{d1} + N_{d2} + N_{d3}),$$

де k – загальна кількість витків, які входять у зачеплення.

Продуктивність двочерв'ячних екструдерів із врахуванням перетоків також досліджувалась теоретично та експериментально у працях [133–137]. При цьому відзначалось, що теоретичні залежності дають суттєво більші значення продуктивності порівняно з практичними даними, що можна пояснити наявністю дозаторів і необхідністю досягнення якості переробки. Отже, теоретичні дані дають тільки верхнє обмеження продуктивності. З іншого боку, при дозованому живленні продуктивність екструдера визначається продуктивністю дозатора, а тому її обчислення не має суттєвого значення для подальшого розрахунку екструдера, якщо ця продуктивність не перевищує максимально можливої для заданої геометрії черв'яків і кількості обертів.

Дослідження механізму процесу переробки в експериментах здійснювалось витягуванням черв'яків після зупинки екструдера і аналізу стану матеріалу на різних ділянках черв'яка. При цьому встановлено, що ділянка переходу від твердого гранульованого до монолітного в'язкоплинного стану становила 1/3 кроку нарізки, а на довжину ділянки на виході екструдера, повністю заповнену розплавом, суттєво впливає ступінь стиснення нарізки і значно менше – опір формувальної головки [134].

Як уже зазначалось, аналітичні розв'язки системи рівнянь, що описують процес екструзії, базуються на спрощених моделях і не враховують таких факторів, як залежність реологічних властивостей від температури, яка є змінною по поперечному перерізу потоку розплаву, змінності теплофізичних властивостей, а також те, що в процесі екструзії маса, переміщуючись вздовж циліндра, послідовно проходить ряд стадій, які відрізняються як режимами деформування, так і температурними режимами. Оскільки перероблювана маса зазвичай має низьку теплопровідність, для описання процесу її переробки необхідно здійснити розрахунок температурних полів, що дозволить оцінити можливу температурну неоднорідність і вибрати конструктивні елементи черв'яків для її зменшення. При переробці термолабільних матеріалів необхідно також оцінювати співвідношення між енергією дисипації та енергією, що підводиться від нагрівників циліндра. Цю задачу можна вирішувати, якщо для розрахунку температурних полів вибрати швидкісні поля, які найбільш наближені до реального процесу.

Застосування комп'ютерної техніки дозволило здійснювати розв'язання задач у більш складній постановці. Так у працях [138, 139] досліджена гідродинаміка течії у валковому проміжку й розроблена програма розрахунку

швидкісних полів і тиску. У праці [139] ця задача розв'язувалась методом скінченних елементів для черв'яків з односпрямованим обертанням і встановлено, що в основній області каналу за виключенням валкового проміжку градієнт тиску такого ж порядку, як і в одночерв'ячних екструдерах, а двовимірне моделювання в області валкового проміжку дає достатню точність. У праці [140] виконані числові розрахунки швидкісних полів для рідини, реологія якої описується степеневим рівнянням, із врахуванням гальмівної дії бічних стінок каналу черв'яка. У праці [141] відзначається, що математичне моделювання двочерв'ячних екструдерів стримується відсутністю надійного програмного забезпечення і проектування здійснюється переважно на основі експериментальних і практичних даних. У працях [142–145] наводяться результати експериментальних досліджень інтенсивності дисипації в каналах робочих органів, а також дається аналіз впливу на якість переробки різної конструкції змішувальних елементів.

Таким чином, аналіз літературних джерел дозволяє зробити такі висновки:

- для вибору оптимальної конструкції й режиму переробки кожного конкретного матеріалу доцільне застосування методів математичного моделювання, що дозволяє здійснити в першому наближенні вибір геометрії черв'яків і режимів переробки, які для даного матеріалу є оптимальними, і тим самим значно скоротити пошукові експериментальні дослідження;

- наведена в літературі інформація щодо побудови математичних моделей і їх розв'язання базується на використанні аналітичних розв'язків спрощених моделей, або на розв'язанні більш складних задач, які аналізують вплив лише окремих факторів на процес екструзії;

- у літературі наводиться обмежена кількість публікацій щодо розробки програмного забезпечення розрахунку двочерв'ячних екструдерів, причому ці публікації носять лише інформативний характер щодо можливостей цих програм (наприклад, праці [141, 146] та ін).

Виходячи із викладеного, в подальших розділах більш докладно розглядаються такі результати досліджень:

- формулювання математичного опису неізотермічної течії реологічно складних середовищ у каналах робочих органів двочерв'ячних екструдерів;

- вибір методів дискретизації диференціальних рівнянь і числових методів їх розрахунку;

- побудова алгоритмів розрахунку процесів неізотермічної течії реологічно складних середовищ у каналах робочих органів екструдерів з різноспрямованим і односпрямованим обертанням черв'яків;

- результати числового моделювання та аналіз впливу технологічних факторів на процес екструзії.

5.2. Формулювання загального математичного опису неізотермічної течії реологічно складних середовищ у каналах конструктивних елементів екструдерів

Для розробки математичної моделі будемо розглядати процес екструзії в нерухомій циліндричній системі координат (рис. 5.6).

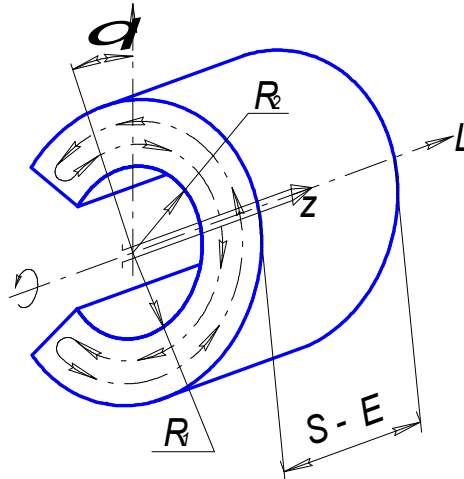


Рис. 5.6. Системи координат для формулювання математичної моделі

Рівняння збереження енергії в загальному випадку має вигляд

$$\frac{\partial J}{\partial t} = -\nabla q + q_V, \quad (5.16)$$

де J – питома енергія маси, віднесена до одиниці об’єму; q – тепловий потік; q_V – питома енергія внутрішніх джерел.

У подальшому складові рівняння (5.16) подамо у вигляді, запропонованому в праці [147]. Запишемо питому енергію як суму внутрішньої $\rho c_V T$,

потенціальної $\rho p v$ і кінетичної $\rho \frac{W^2}{2}$ енергії

$$J = \rho \left(c_V T + p v + \frac{W^2}{2} \right), \quad (5.17)$$

де ρ – густина; T – температура; p – тиск; v – питомий об’єм; W – швидкість.

Ураховуючи, що $(c_V T + p v) = c_p T$, де c_p – теплоємність при постійному тиску (далі просто c) і нехтуючи кінетичною енергією, яка набагато менша від решти складових, приведемо рівняння (5.17) до вигляду $J = \rho c T$.

Тепловий потік q є сумою потоку дифузії носіїв енергії (теплопровідності) $[-\nabla(\lambda T)]$ і теплового потоку конвекції ρWcT (тут λ – коефіцієнт теплопровідності). Із врахуванням цих виразів рівняння збереження енергії набуває вигляду

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla[\nabla(aT)] - \nabla(WT) + \frac{q_V}{\rho c}. \quad (5.18)$$

де $a = \lambda/(c\rho)$ – коефіцієнт температуропровідності.

Інтенсивність внутрішніх джерел q_V є інтенсивністю дисипації, яку можна визначити, якщо відомі швидкісні поля. Їх розрахунок здійснюється в результаті розв'язання системи рівнянь руху, нерозривності й реологічного рівняння, що зв'язує компоненти тензорів напружень і швидкостей деформації. Розв'язання цієї системи рівнянь дає можливість визначити також складові швидкості W , що входить до рівняння (5.18). Можна скористатись відомими розв'язками гідродинамічної задачі, одержаними для плоскопаралельної моделі черв'яка. Проте слід зауважити, що ці розв'язки одержані зазвичай для так званої оберненої моделі, в якій вважається, що черв'як нерухомий, а циліндр обертається, а отже розраховані профілі швидкості будуть також "обернені", що при розрахунку теплообміну зі стінкою циліндра вносить відповідну похибку в його результати.

Питання математичного моделювання двочерв'ячних екструдерів розглядалися нами в працях [148–152 та ін.]. Розглянемо далі ці питання більш докладно. Для складання математичної моделі теплообміну виберемо нерухому циліндричну систему координат, зв'язану з екструдером, і розглянемо С-подібний об'єм, що рухається вздовж циліндра (система координат Лагранжа) в напрямі його осі L . Умовно zdeформуємо об'єм, розгорнувши його на кут нахилу гвинтової нарізки φ таким чином, щоб він набув кільцеподібної форми, і виберемо рухому систему координат r, ϑ і z , зв'язану з цим об'ємом (див. рис. 5.6). Тоді в рухомій системі координат процес теплообміну можна розглядати як нестационарний з дисипативними внутрішніми джерелами, а рівняння (5.18) за відсутності конвективної складової в циліндричній системі координат набуває вигляду

$$\rho(T)c(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda_r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\lambda_\vartheta\frac{\partial T}{\partial \vartheta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) + q_V, \quad (5.19)$$

де λ_r, λ_z і λ_ϑ – еквівалентна теплопровідність, яка крім дифузійного переносу враховує і перемішувальну дію черв'яків.

Дисипативні джерела пов'язані з циркуляцією розплаву в напрямках осей ϑ і z , яка описується відповідними рівняннями гідродинаміки. Як видно з

рис. 5.6, циркуляційний рух у напрямі осі ϑ за винятком області зачеплення черв'яків можна вважати вісесиметричним і тому в ряді випадків похідною по ϑ у рівнянні (5.19) знехтувати. Час переміщення t зв'язаний з рухомою координатою L , спрямованою вздовж осі черв'яка, співвідношенням $t = L/V_L = L/(Sn)$, де V_L – швидкість переміщення С-подібного об'єму.

Із врахуванням цих спрощень рівняння (5.19) набуває вигляду

$$\rho(T)c(T)V_L \frac{\partial T}{\partial L} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_V. \quad (5.20)$$

Для розв'язання рівняння (5.20) необхідно сформулювати межові умови, від яких суттєво залежать результати розрахунку. При цьому можливі два такі варіанти: межові умови першого роду, коли задаються температури поверхонь, і межові умови другого роду, за якими вважаються заданими теплові потоки на поверхні черв'яка $q_{\text{ч}}$ і циліндра $q_{\text{ц}}$. Ці потоки у випадку електрообігріву виражаються через потужність нагрівників, а у випадку рідинного нагріву – через коефіцієнти тепловіддачі й температуру охолоджувальної рідини T_p (умови третього роду). Температура стінки циліндра задається і підтримується системою регулювання, а ось задання температури поверхні черв'яка є проблематичним, оскільки вона взагалі невідома. Тому в даному випадку необхідно вводити певні припущення щодо цієї температури, які внесуть відповідну похибку в результати розрахунку. З іншого боку, за наявності системи темперування черв'яка, задаючи температуру його поверхні, можна визначити кількість теплоти, яку має підвести (або відвести) ця система й відповідним чином виконувати розрахунок умов теплообміну цієї системи.

Рівняння збереження енергії (5.19) або (5.20) записані в загальному вигляді і при розгляді конкретних випадків можуть бути спрощеними. Уведена в ці рівняння еквівалентна теплопровідність дозволяє аналізувати перемішувальну дію черв'яка, її вплив на температурні поля та енергетичні витрати для подальшого використання результатів числового моделювання під час проектування екструдерів.

Для визначення інтенсивності дисипації q_V необхідно визначити швидкісні поля в об'ємі С-подібної секції. При цьому доцільно використати відомі розв'язки рівнянь гідродинаміки, одержані для плоскопаралельної моделі черв'яка, розгорнувши в площині С-подібний об'єм, що дозволяє розглядати процес течії в декартовій системі координат (рис. 5.7). При цьому вісь x спрямована перпендикулярно гребеню витка, вісь y – по висоті нарізки, а вісь z – вздовж розгорнутого каналу. Слід зауважити, що при подальшому

використанні розв'язків для розв'язання рівняння збереження енергії необхідно узгодити відповідні системи координат.

У теорії екструзії в переважній більшості праць вважається, що черв'як нерухомий, а циліндр обертається (обернена модель черв'яка). Лінійна швидкість обертання проектується на координатні осі і її проекція V_x визначає циркуляційний рух у поперечному напрямі, а проекція V_z – рух вздовж розгорнутого каналу черв'яка. Така модель, як уже зазначалось, не відповідає реальному процесу, оскільки інтенсивність дисипації біля рухомої й нерухомої поверхонь буде різною, що вносить відповідну похибку при визначенні розподілу складової енергії в рівнянні збереження енергії (5.20). Тому при використанні розв'язків рівнянь гідродинаміки, одержаних для обертового циліндра, необхідно відповідним чином „повернути” профілі швидкості на 180° .

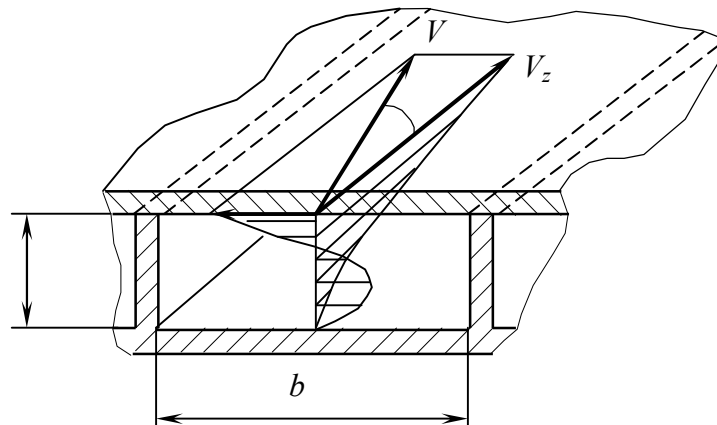


Рис. 5.7. Плоскопаралельна модель черв'яка

Оскільки в'язкість перероблюваних середовищ висока, в рівняннях гідродинаміки нехтують силами інерції й тяжіння і враховують тільки сили тиску і в'язкості. Тоді система рівнянь руху в напруженнях набуває вигляду

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

Градієнти тиску в рівняннях (5.21) мають бути такими, щоб задовольнялось рівняння нерозривності, яке для нестисливих рідин має вигляд

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0. \quad (5.22)$$

Компоненти напружень τ_{ij} у системі рівнянь (5.21) залежать від в'язкості, яка у свою чергу для реологічно складних середовищ є функцією швидкості зсуву й температури. У реології полімерів швидкість зсуву визначається за залежністю

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} I_2}, \quad (5.23)$$

де I_2 – другий інваріант тензора швидкостей деформації, який дорівнює

$$I_2 = 4 \left[\left(\frac{\partial W_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_z}{\partial z} \right)^2 \right] + 2 \left[\left(\frac{\partial W_x}{\partial y} + \frac{\partial W_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_x}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_y}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad (5.24)$$

Залежності між компонентами тензорів напружень і швидкостей деформації для нестисливих реологічно складних рідин із врахуванням того, що в'язкість $\mu(\dot{\gamma}, T)$ є функцією швидкості зсуву і температури, мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu(\dot{\gamma}, T) \frac{\partial W_x}{\partial x}, \\ \tau_{yy} &= 2\mu(\dot{\gamma}, T) \frac{\partial W_y}{\partial y}, \\ \tau_{zz} &= 2\mu(\dot{\gamma}, T) \frac{\partial W_z}{\partial z}, \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_x}{\partial y} + \frac{\partial W_y}{\partial x} \right), \\ \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_x}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial x} \right), \\ \tau_{zy} = \tau_{yz} &= \mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_z}{\partial y} + \frac{\partial W_y}{\partial z} \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

За аналогією з рівнянням Арреніуса залежність в'язкості від температури враховується експонентою $k_0 \exp[-\beta(T-T_0)]$, де k_0 і β – експериментальні коефіцієнти, а T_0 – температура, за якою визначене значення k_0 .

Тоді для в'язкості можна записати

$$\mu(\dot{\gamma}, T) = k_0 \mu(\dot{\gamma}) \exp[-\beta(T - T_0)]. \quad (5.26)$$

Підставляючи вирази (5.25) у систему рівнянь (5.21), одержимо

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu(\dot{\gamma}, T) \frac{\partial W_x}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_x}{\partial y} + \frac{\partial W_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_x}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad (5.27a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_y}{\partial x} + \frac{\partial W_x}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu(\dot{\gamma}, T) \frac{\partial W_y}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_y}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial y} \right) \right] - \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad (5.27б)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_z}{\partial x} + \frac{\partial W_x}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial W_z}{\partial y} + \frac{\partial W_y}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu(\dot{\gamma}, T) \frac{\partial W_z}{\partial z} \right] - \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (5.27в)$$

Розв'язання системи рівнянь гідродинаміки навіть для ізотермічної течії є досить складною задачею, враховуючи залежність в'язкості від швидкості зсуву. Проте для інженерних розрахунків у цьому немає потреби хоча б тому, що розкриття залежності $\mu(\dot{\gamma})$ із врахуванням усіх складових рівняння (5.24) є проблематичним, а тому похибки визначення та апроксимації в'язкості роблять недоцільним ускладнення розв'язку і рівняння (5.27) можна записати так:

$$\left. \begin{aligned} \mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0, \\ \mu(\dot{\gamma}, T) \left(\frac{\partial^2 W_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.28)$$

Для розв'язання рівнянь гідродинаміки як межові умови найчастіше використовують умови „прилипання”, згідно з якими вважають, що рідина прилипає до твердої поверхні і швидкість її руху дорівнює швидкості руху цієї поверхні. Ці умови є, власне, межовими умовами першого роду.

Визначення швидкісних полів дає можливість обчислити інтенсивність внутрішніх дисипативних джерел енергії q_V для розв'язання рівняння (5.19) або (5.20)

$$\begin{aligned} q_V = & \tau_{xx} \frac{\partial W_x}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial W_y}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial W_z}{\partial z} + \\ & + \tau_{xy} \left(\frac{\partial W_x}{\partial y} + \frac{\partial W_y}{\partial x} \right) + \tau_{xz} \left(\frac{\partial W_x}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial x} \right) + \tau_{yz} \left(\frac{\partial W_y}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (5.29)$$

Компоненти напружень, які входять до рівняння (5.29), визначаються за реологічними рівняннями (5.25) і (5.26). Слід зауважити, що при розв'язанні рівняння (5.19), яке записане в циліндричній системі координат, необхідне відповідне узгодження її з прямокутною системою координат, в якій визначається значення q_V .

Якщо в об'ємі маси мають місце хімічні, фазові або інші перетворення, то для визначення концентрації ρ_i , до системи рівнянь необхідно додати рівняння збереження маси, яке за аналогією з рівнянням збереження енергії (5.19) можна записати так

$$V_L \frac{\partial \rho_i}{\partial L} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_{ir} \frac{\partial \rho_i}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\frac{D_{i\vartheta}}{r} \frac{\partial \rho_i}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{iz} \frac{\partial \rho_i}{\partial z} \right) + q_{vi}, \quad (5.30)$$

де D_{ir} , $D_{i\vartheta}$ і D_{iz} – коефіцієнти перемішування, які враховують як дифузійний перенос, так і перенос маси внаслідок перемішувальної дії черв'яка; q_{vi} – інтенсивність внутрішніх джерел маси, яка для гомогенної реакції дорівнює швидкості цієї реакції. Отже, для визначення інтенсивності внутрішніх джерел маси необхідно додати рівняння кінетики перетворень.

Розділивши рівняння (5.30) почленно на густину $\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i$, одержимо рівняння збереження маси, виражене через масову концентрацію x_i

$$V_L \frac{\partial x_i}{\partial L} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_{ir} \frac{\partial x_i}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\frac{D_{i\vartheta}}{r} \frac{\partial x_i}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{iz} \frac{\partial x_i}{\partial z} \right) + q_{vi}.$$

Відповідно систему рівнянь слід доповнити функціями, які апроксимують залежність фізичних властивостей від температури.

Рівняння збереження енергії, кількості руху та маси є диференціальними рівняннями другого порядку з частинними похідними. У математиці рівняння другого порядку, наприклад, для двох незалежних змінних формально записують так

$$A \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + f \left(x, y, \Phi, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = 0, \quad (5.31)$$

де Φ – залежна змінна (температура, концентрація, проекція швидкості).

Диференціальне рівняння $\frac{dy}{dx} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$ називається характеристичним, а його розв'язки – характеристиками рівняння (5.31).

Залежно від знаку дискримінанта характеристичного рівняння $(B^2 - 4AC)$ диференціальне рівняння (5.31) відносять до таких типів:

– $(B^2 - 4AC) > 0$ – рівняння гіперболічного типу, що має дві характеристики;

– $(B^2 - 4AC) = 0$ – рівняння параболічного типу з однією характеристикою;

– $(B^2 - 4AC) < 0$ – рівняння еліптичного типу, характеристичне рівняння якого має два комплексних кореня.

При моделюванні конкретних процесів систему диференціальних рівнянь зазвичай спрощують, а для їх однозначного розв'язку формулюють крайові умови. Якщо процес нестационарний, то додатково задають початкові умови (задача Коші). Якщо на межах розглядуваного об'єму задається значення функції, то це межові умови першого роду (задача Дирихле), а якщо задаються значення похідних, то це межові умови другого роду (задача Неймана). У багатьох задачах задаються змішані умови, коли на межах задана функція й похідна.

Для числового розв'язання диференціальне рівняння апроксимують дискретними аналогами, розв'язання яких дає значення функції у вузлових точках, що з певною похибкою заміняють істинні значення функції в цих точках. Якщо ця похибка прямує до нуля при зменшенні кроку розрахунку без додаткових умов, то дискретний аналог безумовно апроксимує диференціальне рівняння. Якщо ж необхідне виконання додаткових умов, за яких похибка прямує до нуля, то дискретний аналог умовно апроксимує диференціальне рівняння. Апроксимувальна схема називається стійкою, якщо невеликій зміні вихідних даних відповідають невеликі зміни розв'язків. Стійкість також буває умовною й безумовною залежно від того, накладаються чи ні певні обмеження на співвідношення між кроками розрахунку по різних координатах (змінних). Коректною називають апроксимувальну схему, для якої розв'язок існує для довільних вихідних даних і є єдиним, а сама схема відповідає умовам стійкості.

У наступному розділі розглянемо числові методи розв'язання такого типу рівнянь, які досить часто застосовують під час моделювання процесів екструзії.

6. МЕТОДИ ЧИСЛОВОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ ЗБЕРЕЖЕННЯ

Метод скінченних різниць є одним з поширених методів числового розв'язання диференціальних рівнянь і докладно описаний, наприклад, у працях [153–162] та ін. Нижче наведемо деякі аспекти його застосування для розв'язання практичних задач.

Апроксимація похідних при використанні методу скінченних різниць здійснюється за формулою Тейлора, яка апроксимує функцію поліномом і має вигляд

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \sum_{n=1}^{n-1} \frac{\Delta x^n}{n!} f^{(n)}(x) + R_n, \quad (6.1)$$

де R_n – залишковий член.

Якщо R_n достатньо малий і прямує до нуля зі збільшенням n , то поліном (6.1) апроксимує функцію з точністю, що дорівнює значенню залишкового члена. Якщо позначити $h = \Delta x$, то похибку апроксимації записують у вигляді $O(h^k)$, де k – порядок похибки апроксимації (або просто порядок апроксимації). При цьому вважають, що крок розрахунку $|h| < 1$.

Запишемо формулу Тейлора, обмежившись тільки першим членом ряду

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{\Delta x}{1!} f'(x) + O(h).$$

Звідси одержимо апроксимувальну формулу для першої похідної

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + O(h). \quad (6.2)$$

Отже, ця формула дає перший порядок апроксимації.

Запишемо тепер формулу Тейлора для $\Delta x = h$ і $\Delta x = -h$, тобто для попередньої й наступної різниць:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x f'(x) + \frac{\Delta x^2}{2} f''(x) + O(h^3), \quad (6.3)$$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - \Delta x f'(x) + \frac{\Delta x^2}{2} f''(x) + O(h^3). \quad (6.4)$$

Віднімаючи від першого рівняння друге, одержимо

$$f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) = 2\Delta x f'(x) + O(h^3).$$

Вважаючи, що $20(h^3) \approx 0(h^2)$, одержимо рівняння, яке апроксимує першу похідну у вигляді

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} + 0(h^2). \quad (6.5)$$

Отже, у цьому випадку похибка апроксимації має другий порядок, оскільки ми беремо ніби два члени ряду Тейлора.

Додаючи вирази (6.3) і (6.4), одержимо

$$f(x + \Delta x) + f(x - \Delta x) = 2f(x) + \Delta x^2 f''(x) + 20(h^3).$$

Звідси знаходимо формулу для апроксимації похідної другого порядку

$$f''(x) = \frac{f(x - \Delta x) - 2f(x) + f(x + \Delta x)}{\Delta x^2} + 0(h^2). \quad (6.6)$$

Похибка апроксимації зі зменшенням кроку обчислень зазвичай зменшується. На відміну від похибки апроксимації, зі зменшенням кроку розрахунку зростають похибки округлень, а тому сумарна похибка числових обчислень зменшується при зменшенні кроку обчислень тільки до певного значення, після якого подальше зменшення кроку розрахунку точність не підвищує.

Рівняння збереження містять тільки похідні першого та другого порядку і не містять змішаних похідних, а тому для апроксимації у подальшому обмежимося формулами (6.2), (6.5) і (6.6).

Як зазначалось вище, сутність методу скінченних різниць полягає в заміні диференціального рівняння системою алгебраїчних рівнянь, до яких входять значення функції в дискретних (вузлових) точках. У результаті розв'язання цієї системи одержують масиви числових значень функції в цих точках. Для цього розглядуваний простір розділяють сіткою з кроками Δx , Δy , Δz і Δt . Як приклад, така сітка для двовимірного випадку зображена на рис. 6.1. Значення функції у вузлових точках позначають відповідними індексами. Тоді рівняння (6.2), (6.5) і (6.6) для даного випадку набувають вигляду:

– для координати x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &\approx \frac{\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j}}{\Delta x} + 0(h), \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x} &\approx \frac{\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i-1,j}}{2\Delta x} + 0(h^2), \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} &\approx \frac{\Phi_{i-1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i+1,j}}{\Delta x^2} + 0(h^2); \end{aligned}$$

– для координати y :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \approx \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}}{\Delta y} + o(h),$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \approx \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j-1}}{2\Delta y} + o(h^2),$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \approx \frac{\Phi_{i,j-1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j+1}}{\Delta y^2} + o(h^2).$$

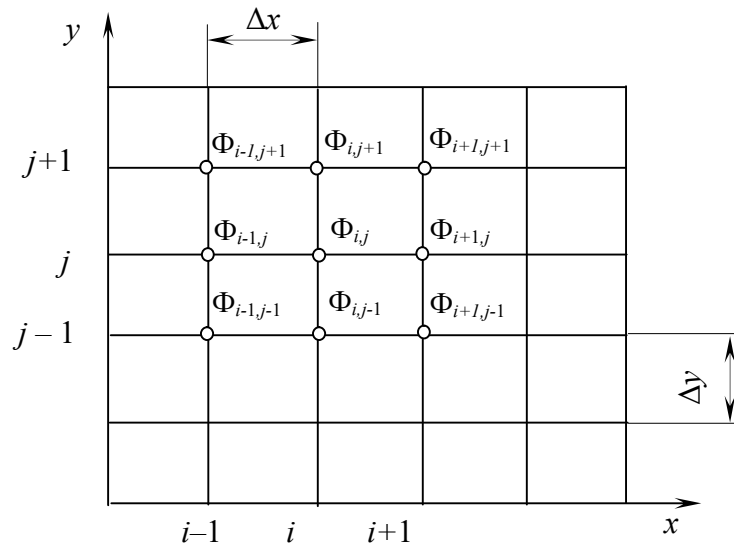


Рис. 6.1. Двовимірна сітка

Запишемо рівняння еліптичного й гіперболічного типів у скінченнорізницевому вигляді

$$\frac{\Phi_{i-1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i+1,j}}{\Delta x^2} \pm \frac{\Phi_{i,j-1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j+1}}{\Delta x^2} = 0.$$

Ці рівняння зв'язують значення функції у п'яти вузлових точках, шаблон яких зображено на рис. 6.2,а. Аналогічно апроксимуємо рівняння параболічного типу

$$\frac{\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j}}{\Delta x} - \frac{\Phi_{i,j-1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j+1}}{\Delta y^2} = 0.$$

Це рівняння зв'яже значення функції в чотирьох вузлових точках, причому значення функції у наступній $(j+1)$ -й вузловій точці залежить від трьох

значень попереднього j -го шару по координаті x (рис. 6.2,б). Отже, у випадку рівняння еліптичного або гіперболічного типів умови перебігу процесу в розглядуваній точці (i, j) залежать від умов перебігу процесу у всіх сусідніх точках $(i+1, j)$, $(i-1, j)$ та $(i, j+1)$, $(i, j-1)$. Такі координати називають двосторонніми. З фізичної точки зору двосторонні координати пов'язані з дифузійними процесами, оскільки дифузійний перенос здійснюється в усіх напрямках. У рівнянні параболічного типу процес у точці $(j+1)$ залежить тільки від процесів у вузлових точках попереднього j -го шару й координату x у цьому випадку називають односторонньою. Час є завжди односторонньою координатою, а просторові координати можуть бути як односторонніми, так і двосторонніми.

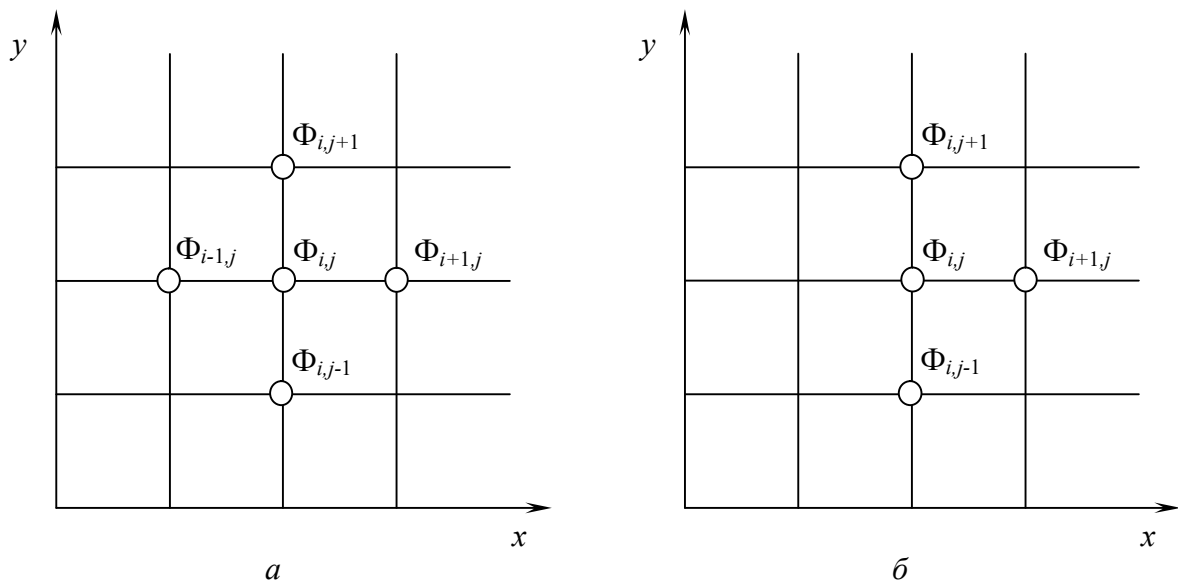


Рис. 6.2. Шаблони рівнянь еліптичного та гіперболічного (а), а також параболічного (б) типів

Односторонньою просторова координата може бути, наприклад, при одновимірній течії рідини, коли конвективний перенос значно перевищує дифузійний і на перебіг процесу в розглядуваній точці впливають умови за течією до розглядуваної точки й мало впливають умови за течією після цієї точки.

Розглянемо більш складне рівняння нестационарної теплопровідності

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right).$$

Запишемо це рівняння у скінченнорізницевому вигляді

$$\frac{T_{i,j,n+1} - T_{i,j,n}}{\Delta t} = a \left(\frac{T_{i-1,j,n} - 2T_{i,j,n} + T_{i+1,j,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j-1,n} - 2T_{i,j,n} + T_{i,j+1,n}}{\Delta y^2} \right).$$

Шаблон для розв'язання цього рівняння зображений на рис. 6.3. Ця задача є еліптичною по просторовим координатам і параболічною по часу. Її розв'язання може розглядатись як знаходження температурного поля в координатах $x - y$ (еліптична задача) в момент часу $t + \Delta t$, якщо в момент часу t температурне поле відоме (параболічна задача). Виділення односторонньої координати дозволяє значно скоротити розв'язання, оскільки воно зводиться до багаторазового повторення одного й того самого алгоритму розв'язання еліптичної задачі. Аналогічно можна розв'язувати задачу і для односторонньої просторової координати.

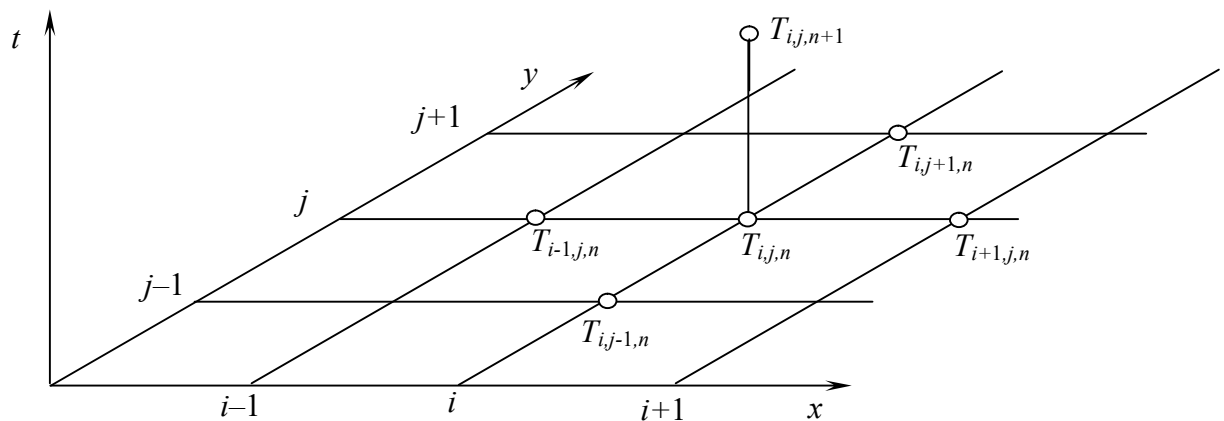


Рис. 6.3. Шаблон для розв'язання рівняння нестационарної теплопровідності

Рівняння з односторонньою координатою вимагає задання початкових (межових) умов на першому шарі, в той час як подальші обчислення в напрямі односторонньої координати взагалі необмежені. У випадку двосторонніх координат значення функції або її похідних задається на всіх границях, що обмежують розглядуваний об'єм (тривимірна задача) або поверхню (двовимірна задача). Це пов'язане з необхідністю розв'язання системи алгебраїчних рівнянь для кожної вузлової точки об'єму або поверхні.

У загальному випадку умови на межах називають крайовими умовами (або крайовою задачею) і записують так

$$\alpha\Phi + \beta \frac{\partial\Phi}{\partial n} = \varphi, \quad (6.7)$$

де α і β – коефіцієнти; Φ і $\partial\Phi/\partial n$ – значення функції і її похідної по нормалі до межової поверхні; φ – функція, яка задається на відповідних поверхнях.

При $\alpha \neq 0$, $\beta = 0$ маємо задачу Дирихле, а при $\alpha = 0$ і $\beta \neq 0$ – задачу Неймана. Умову (6.7) називають змішаною крайовою задачею.

Для дискретизації рівнянь сітки можуть бути рівномірними (з постійним кроком) і нерівномірними (зі змінним кроком), вузловими й центральними (рис. 6.4).

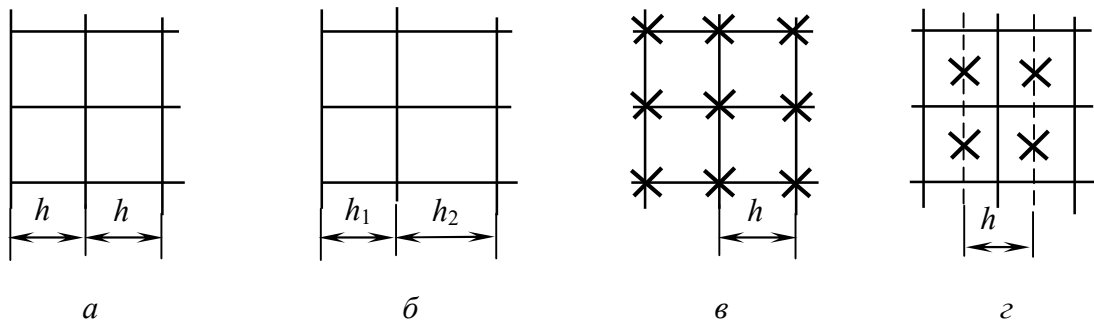


Рис. 6.4. Сітки для дискретизації рівнянь: рівномірна (а), нерівномірна (б), вузлова (в), центральна (з)

У випадку нерівномірних сіток дискретизацію похідних здійснюють за формулами:

$$f'(x) = \frac{1}{2} \frac{f(x+h_1) - f(x)}{h_1} + \frac{1}{2} \frac{f(x) - f(x-h_2)}{h_2},$$

$$f''(x) = \frac{f(x+h_1) - f(x)}{h_1 \bar{h}} - \frac{f(x) - f(x-h_2)}{h_2 \bar{h}},$$

де $\bar{h} = \frac{1}{2}(h_1 + h_2)$.

Для вірного вибору сітки розглянемо деякі окремі випадки.

1) По краях області задане значення функції (задача Дирихле). У цьому випадку вибирається вузлова сітка, причому в крайніх вузлових точках значення функції відомі.

2) По краях області задане значення похідної (задача Неймана). Вибирається центральна сітка з добавкою по краях фіктивних блоків (рис. 6.5).

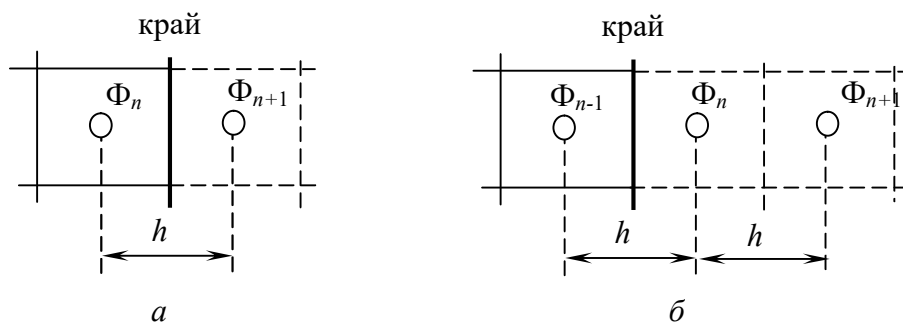


Рис. 6.5. Сітки для крайової задачі Неймана

При цьому для різниці

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{1}{h} (\Phi_{n+1} - \Phi_n) + 0(h) \quad (6.8)$$

необхідний один фіктивний блок (рис. 6.5,а), а для різниці

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{1}{2h} (\Phi_{n+1} - \Phi_{n-1}) + 0(h^2) \quad (6.9)$$

відповідно, півтора фіктивних блока (рис. 6.5,б).

3) На одному краю області задане значення функції, а на іншому її похідної. У цьому випадку вибирається центральна сітка з доповнювальними блоками відповідно до п. 2.

4) На краях задані змішані умови. Вибирається центральна сітка з фіктивними блоками й підставляється значення φ для рівняння (6.8)

$$\varphi = \frac{1}{2} \alpha_0 (\Phi_n + \Phi_{n+1}) + \frac{\alpha_1}{h} (\Phi_{n+1} - \Phi_n)$$

і для рівняння (6.9)

$$\varphi = \frac{1}{2} \alpha_0 (\Phi_{n-1} + \Phi_{n+1}) + \frac{\alpha_1}{2h} (\Phi_{n+1} - \Phi_{n-1}).$$

5) Окремі або всі блоки мають внутрішні джерела. У цьому випадку вважається, що джерела сконцентровані в центральній точці блоку і вибирається центральна сітка.

Якщо область обмежена кривою, а нормалі не паралельні осям координат, то в цьому випадку можливі такі варіанти:

- для сіток з малим кроком крайні криволінійні блоки замінюють прямокутними;
- на краях вибирається більш густа сітка із заміною криволінійних блоків прямокутними;
- інтерполюється значення функції або її похідної в оточенні криволінійної області.

У загальному випадку рівняння нестационарного дифузійного переносу (нестационарної теплопровідності, масопровідності) має вигляд

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + q_V. \quad (6.10)$$

Розглянемо спочатку випадок, коли коефіцієнт переносу Γ постійний, а внутрішні джерела відсутні ($q_V = 0$). Тоді рівняння (6.10) набуває вигляду

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Gamma \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right). \quad (6.11)$$

Помноживши час t на коефіцієнт переносу Γ , уведемо нову змінну, яку в подальшому будемо позначати також t і називати часом. Для спрощення запису похідні позначатимемо відповідними індексами:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Phi_t; \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \Phi_{xx}; \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \Phi_{yy}; \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \Phi_{zz}.$$

Тоді рівняння (6.11) запишеться так

$$\Phi_t = \Phi_{xx} + \Phi_{yy} + \Phi_{zz}. \quad (6.12)$$

Індексами i, j, k позначатимемо значення функції у вузлових точках по координатах x, y, z , а індексом n – по часу (для двовимірного випадку шаблон зображено на рис. 6.3).

Для дискретизації рівняння (6.12) виберемо прямокутну сітку. Значення функції в початкову мить часу вважаємо заданим у кожній вузловій точці. Замінюючи для n -го часу похідні їх дискретними аналогами (6.2) і (6.6), дискретизуємо рівняння (6.12)

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi_{i,j,k,n+1} - \Phi_{i,j,k,n}}{\Delta t} = \frac{\Phi_{i-1,j,k,n} - 2\Phi_{i,j,k,n} + \Phi_{i+1,j,k,n}}{\Delta x^2} \\ & + \frac{\Phi_{i,j-1,k,n} - 2\Phi_{i,j,k,n} + \Phi_{i,j+1,k,n}}{\Delta y^2} + \frac{\Phi_{i,j,k-1,n} - 2\Phi_{i,j,k,n} + \Phi_{i,j,k+1,n}}{\Delta z^2}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Аналогічно замінимо похідні для $(n+1)$ -го часу

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi_{i,j,k,n+1} - \Phi_{i,j,k,n}}{\Delta t} = \frac{\Phi_{i-1,j,k,n+1} - 2\Phi_{i,j,k,n+1} + \Phi_{i+1,j,k,n+1}}{\Delta x^2} + \\ & + \frac{\Phi_{i,j-1,k,n+1} - 2\Phi_{i,j,k,n+1} + \Phi_{i,j+1,k,n+1}}{\Delta y^2} + \\ & + \frac{\Phi_{i,j,k-1,n+1} - 2\Phi_{i,j,k,n+1} + \Phi_{i,j,k+1,n+1}}{\Delta z^2}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Рівняння (6.13) містить тільки одну невідому функцію $\Phi_{i,j,k,n+1}$, оскільки значення функції у вузлових точках попереднього n -го шару відомі. Це рівняння можна явно розв'язати відносно невідомої $\Phi_{i,j,k,n+1}$, тому апроксимувальна схема називається явною. Така схема є умовно стійкою і її стійкість виконується за умови

$$\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \Delta t \leq \frac{1}{2}.$$

Рівняння (6.14), навпаки, містить тільки одну відому величину $\Phi_{i,j,k,n}$, а тому для знаходження решти невідомих необхідно розв'язати систему рівнянь, складену для всіх вузлових точок. Така схема називається неявною і для всіх позитивних значень кроку розрахунку її стійкість забезпечується при довільному виборі співвідношення між кроками розрахунку. Помилка дискретизації має порядок 0 ($\Delta t + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$).

Одновимірне рівняння дифузійного переносу $\Phi_t = \Phi_{xx}$ для явної схеми при виконанні умови стійкості розв'язується досить просто, оскільки дискретний аналог містить тільки одне значення невідомої $\Phi_{i,n+1}$. Розв'язуючи це рівняння відносно невідомої $\Phi_{i,n+1}$, одержимо

$$\Phi_{i,n+1} = \frac{1}{\Delta x^2} (\Phi_{i-1,n} - 2\Phi_{i,n} + \Phi_{i+1,n}) + \Phi_{i,n}.$$

Якщо відомі значення функції у початковий мить часу ($t=0$) і задані межові умови, тобто значення функції або її похідної у крайніх точках $\Phi(t,0)$ і $\Phi(t,l)$, то це дає можливість послідовно обчислити значення функції у всіх вузлових точках. Проте умова стійкості при малих Δx вимагає значного об'єму обчислень, оскільки крок по часу стає дуже малим.

Неявна схема (6.14) є безумовно стійкою, але вимагає розв'язання системи алгебраїчних рівнянь, записаних для кожної вузлової точки обчислюваного часового шару.

Запишемо дискретний аналог для одновимірного випадку

$$\frac{\Phi_{i,n+1} - \Phi_{i,n}}{\Delta t} = \frac{\Phi_{i-1,n+1} - 2\Phi_{i,n+1} + \Phi_{i+1,n+1}}{\Delta x^2}, \quad (6.15)$$

де $i = 1, 2, 3, \dots, m-1$ і $n = 1, 2, 3, \dots$

Початкова умова для розв'язання рівняння має вигляд

$$\Phi(0, x) = f(x),$$

а межові умови запишемо так

$$\Phi(t, 0) = \varphi(t) \quad \text{і} \quad \Phi(t, l) = \psi(t). \quad (6.16)$$

Перепишемо рівняння (6.15), опускаючи індекс $(n+1)$, таким чином

$$\Phi_{i-1} - (2+l)\Phi_i + \Phi_{i+1} = -L\Phi_{i,n} \quad (6.17)$$

$$\varphi(t_{n+1}) - (2+l)\Phi_1 + \Phi_2 = -\Phi_{1,n}.$$

Розв'язуючи відносно Φ_1 , маємо

$$\Phi_1 = \frac{1}{2+L} [\varphi(t_{n+1}) + L\Phi_{1,n} + \Phi_2].$$

Порівняння цього рівняння з (6.19) дає можливість визначити коефіцієнти a_1 і b_1 :

$$a_1 = \frac{1}{2+L}, \quad b_1 = \varphi(t_{n+1}) + L\Phi_{1,n}. \quad (6.21)$$

Значення Φ_m знаходиться з межевої умови (6.16)

$$\Phi_m = \psi(t_{n+1}).$$

Визначивши за рівняннями (6.20) і (6.21) коефіцієнти прямої прогонки і з межевих умов значення Φ_0 і Φ_m , здійснюється зворотна прогонка з визначенням всіх значень функції Φ_i у вузлових точках для $(n+1)$ -го шару по часу.

Алгоритм розрахунку для одного кроку по t наведено на рис. 6.6. Пряма прогонка здійснюється в блоках 1–4, а зворотна – у блоках 5–7. Виведення обчислених для $(n+1)$ -го кроку значень здійснюється в блоці 8, а в блоках 9–11 переіндексуються значення функції, що необхідно для наступного кроку розрахунку по t .

Слід зазначити, що в багатьох випадках має місце різка зміна функції на початку розрахунку, оскільки перебіг значної кількості фізичних процесів здійснюється за законом, близьким до експоненціального. Проте для рівнянь параболічного типу похибки розрахунку на початкових часових шарах швидко зменшуються і далі мало впливають на більш пізні часові шари.

Рівняння (6.15) має помилку дискретизації $O(\Delta t_{n+1} + \Delta x^2)$. Якщо вибрати комбінацію явної й неявної схем у вигляді

$$\frac{\Phi_{i,n+1} - \Phi_{i,n}}{\Delta t_{n+1}} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_{i-1,n} - 2\Phi_{i,n} + \Phi_{i+1,n}}{\Delta x^2} + \frac{1}{2} \frac{\Phi_{i-1,n+1} - 2\Phi_{i,n+1} + \Phi_{i+1,n+1}}{\Delta x^2},$$

то похибка буде $O(\Delta t_{n+1}^2 + \Delta x^2)$. Незважно бачити, що ця схема має тридіагональну матрицю, безумовно стійка й називається схемою Кранка – Нікольсона.

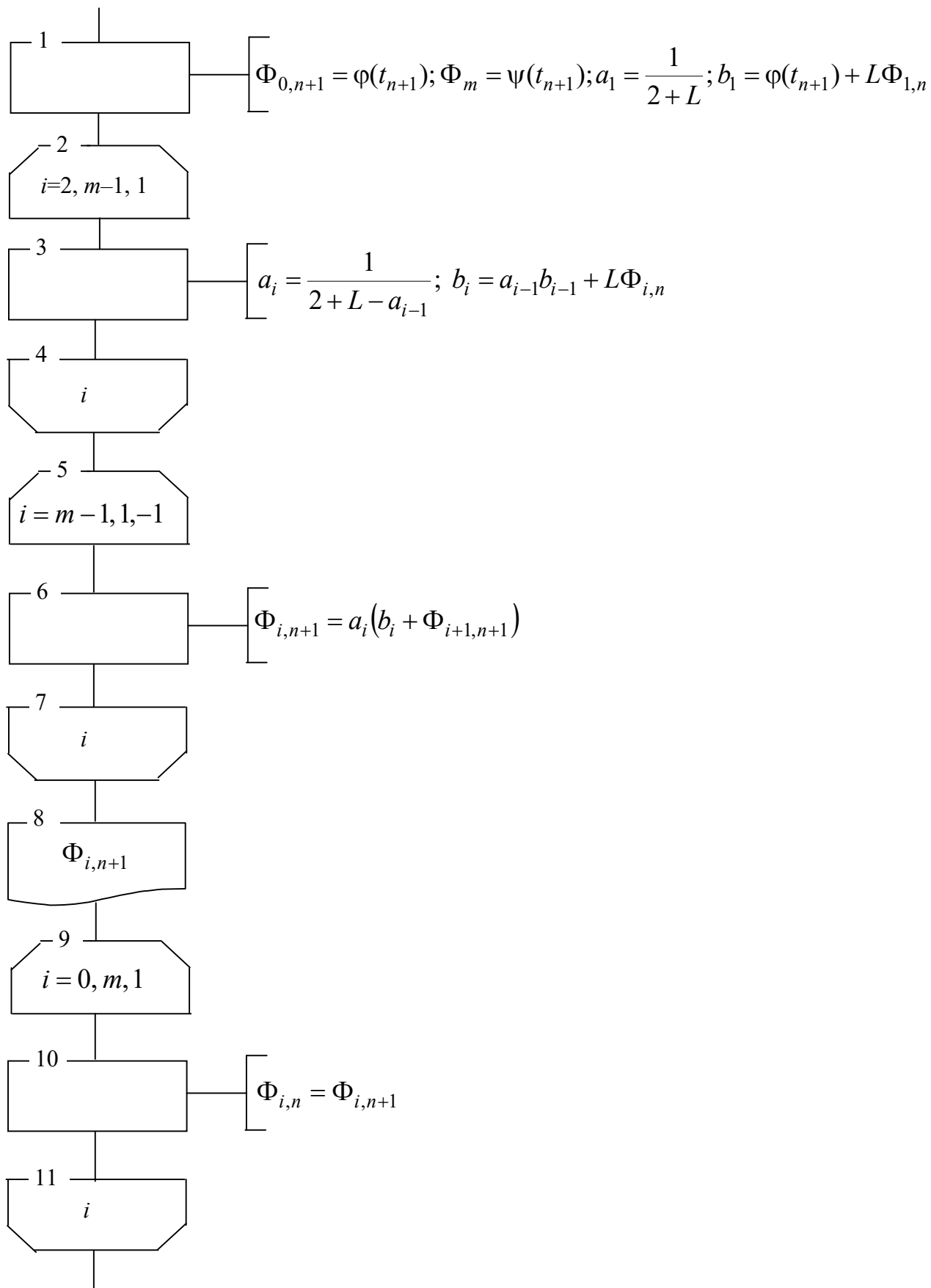


Рис. 6.6. Алгоритм методу прогонки

При розв'язанні двовимірних задач знайшли поширення схеми розщеплення. Основою побудови таких схем є перехід від n -го до $(n+1)$ -го кроку по часу розбиттям цього кроку на окремі етапи. Так, наприклад, для двовимірного рівняння крок по часу ділиться навпіл і розрахунок ведеться в два етапи. На першому з них похідна Φ_{xx} неявно апроксимується на проміжному шарі $(t + \Delta t/2)$, а похідна Φ_{yy} апроксимується явно

$$\frac{\Phi_{i,j,n+\frac{1}{2}} - \Phi_{i,j,n}}{\frac{1}{2}\Delta t_{n+1}} = \frac{\Phi_{i-1,j,n+\frac{1}{2}} - 2\Phi_{i,j,n+\frac{1}{2}} + \Phi_{i+1,j,n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} + \frac{\Phi_{i,j-1,n} - 2\Phi_{i,j,n} + \Phi_{i,j+1,n}}{\Delta y^2}. \quad (6.22)$$

Оскільки до другої складової правої частини входять відомі значення попереднього кроку $\Phi_{i,j,n}$, то рівняння (6.22) зводиться до тридіагональної матриці для визначення значень $\Phi_{i,j,n+1/2}$. На другому кроці неявна апроксимація здійснюється для Φ_{yy}

$$\frac{\Phi_{i,j,n+1} - \Phi_{i,j,n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t_{n+1}} = \frac{\Phi_{i-1,j,n+\frac{1}{2}} - 2\Phi_{i,j,n+\frac{1}{2}} + \Phi_{i+1,j,n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} + \frac{\Phi_{i,j-1,n+1} - 2\Phi_{i,j,n+1} + \Phi_{i,j+1,n+1}}{\Delta y^2}. \quad (6.23)$$

Рівняння (6.23), у свою чергу, має тридіагональну матрицю, оскільки до першої складової входять обчислені на першому етапі за рівнянням (6.22) значення функції для кроку $(n+1/2)$. Таким чином, для розв'язання рівнянь (6.22) і (6.23) можна застосувати метод прогонки. При цьому спочатку необхідно розв'язати систему рівнянь (6.22), з якої визначаються значення $\Phi_{i,j,n+1/2}$, а потім ці значення використати для обчислення $\Phi_{i,j,n+1}$ за системою (6.23). Схема є безумовно стійкою, ефективна для двох просторових змінних і називається схемою змінних напрямів або повздовжньо-поперечною схемою. Проте для тривимірних задач вона може бути нестійкою.

Для розв'язання тривимірних задач набули поширення схеми змінних напрямів (локально-одновимірні схеми), суттю яких є розщеплення тривимірної задачі на послідовність одновимірних по кожній координаті. Позначимо

проміжні значення функції зірочками й запишемо в скороченому вигляді систему рівнянь для розв'язання тривимірної задачі:

$$\frac{\Phi_{n+1}^* - \Phi_n}{\Delta t_{n+1}} = (\Phi_{xx}^*)_{n+1} + (\Phi_{yy})_n + (\Phi_{zz})_n, \quad (6.24a)$$

$$\frac{\Phi_{n+1}^{**} - \Phi_n}{\Delta t_{n+1}} = (\Phi_{xx}^*)_{n+1} + (\Phi_{yy}^{**})_{n+1} + (\Phi_{zz})_n, \quad (6.24б)$$

$$\frac{\Phi_{n+1} - \Phi_n}{\Delta t_{n+1}} = (\Phi_{xx}^*)_{n+1} + (\Phi_{yy}^{**})_{n+1} + (\Phi_{zz})_{n+1}. \quad (6.24в)$$

У цих рівняннях індекси вказують координату, по якій апроксимується відповідна друга похідна (права частина рівнянь) і для якого кроку по часу. Неважко бачити, що кожне з рівнянь приводиться до тридіагональної матриці й розв'язується методом прогонки відповідно (6.24a) відносно Φ_{n+1}^* , (6.24б) – відносно Φ_{n+1}^{**} і (6.24в) – відносно Φ_{n+1} . Цей метод у поєднанні з ітераційним є досить ефективним і може застосовуватись також і для двовимірних задач. Слід зазначити, що проміжні розрахунки не апроксимують диференціальне рівняння, а похибки проміжних обчислень взаємно знищуються.

У випадку стаціонарного процесу рівняння (6.11) переходить у рівняння еліптичного типу (рівняння Лапласа)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0.$$

Це рівняння можна привести до розв'язання фіктивної нестационарної задачі, якщо врахувати, що при $t \rightarrow \infty$ нестационарний процес виходить на стаціонарний режим. Для цього до рівняння Лапласа додають рівний нулю при стаціонарному режимі член $\partial \Phi / \partial t$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

і задачу розв'язують до деякого досить великого проміжку часу, коли значення функції для n -го і $(n+1)$ -го шарів збігаються із заданою точністю. Початкові умови, які необхідно задати, для достатньо великих значень t впливу на розв'язок практично не мають, а межові умови при цьому від часу не залежать. Така схема розв'язання носить назву схеми устанавлення.

Неявні схеми приводять до необхідності розв'язання систем алгебраїчних рівнянь, які не завжди зводяться до тридіагональної матриці. У цьому випадку доцільно використовувати ітераційні методи.

Розглянемо деякі особливості ітераційного процесу розв'язання лінійного рівняння, зведеного до вигляду

$$x = ax + b. \quad (6.25)$$

Задамо довільне початкове наближення $x^{(0)}$ і знайдемо перше наближення $x^{(1)}$

$$x^{(1)} = ax^{(0)} + b.$$

Аналогічно будемо уточнювати розв'язок:

$$x^{(2)} = ax^{(1)} + b = a(ax^{(0)} + b) = a^2x^{(0)} + b(a + 1)$$

.....

$$x^{(k+1)} = a^{k+1}x^{(0)} + b(a^k + a^{k-1} + \dots + a + 1).$$

Неважко бачити, що при $|a| < 1$ значення a^{k+1} прямує до нуля зі збільшенням k , а геометрична прогресія $(a^k + a^{k-1} + \dots + a + 1)$, відповідно до значення $\frac{b}{1-a}$, яке є точним розв'язком рівняння. Якщо $|a| \geq 1$, то ітераційний цикл розбіжний.

Запишемо тепер рівняння (6.25) у вигляді

$$x = \omega(ax + b) + (1 - \omega)x.$$

Дійсно, розкриваючи дужки, маємо $x = \omega ax + \omega b + x - \omega x$, звідки $\omega x = \omega(ax + b)$ або $x = ax + b$.

Запишемо рівняння ітераційного циклу у вигляді

$$x^{(k+1)} = \omega(ax^{(k)} + b) + (1 - \omega)x^{(k)}.$$

Доведено, що ітераційний цикл збіжний, якщо виконується нерівність $0 < (1 - a)\omega < 2$. Цю нерівність можна задовольнити, вибираючи відповідним чином значення ω .

Розглянемо тепер систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

Розділимо кожну i -у строчку на a_{ii} і розв'яжемо рівняння відносно x_i .

Наприклад, для першого рівняння маємо $\frac{a_{11}}{a_{11}}x_1 + \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 = \frac{b_1}{a_{11}}$, звідки

$$x_1 = 0 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 + d_1, \text{ де } c_{12} = -\frac{a_{12}}{a_{11}}; d_1 = \frac{b_1}{a_{11}}.$$

У загальному випадку можна записати такі вирази для коефіцієнтів

$$c_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{ii}} \quad (i \neq j); \quad c_{ii} = 0; \quad d_i = \frac{b_i}{a_{ii}}. \quad (6.26)$$

Виконавши подібну операцію з кожним з рівнянь, одержимо:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 + d_1, \\ x_2 &= c_{21}x_1 + 0 + c_{23}x_3 + d_2, \\ x_3 &= c_{31}x_1 + c_{32}x_2 + 0 + d_3. \end{aligned} \right\} \quad (6.27)$$

Тоді для $(k+1)$ -го наближення ітераційний цикл запишеться так:

$$\begin{aligned} x_1^{(k+1)} &= 0 + c_{12}x_2^{(k)} + c_{13}x_3^{(k)} + d_1, \\ x_2^{(k+1)} &= c_{21}x_1^{(k+1)} + 0 + c_{23}x_3^{(k)} + d_2, \\ x_3^{(k+1)} &= c_{31}x_1^{(k+1)} + c_{32}x_2^{(k+1)} + 0 + d_3. \end{aligned}$$

Введемо тепер ω у рівняння (6.27) (метод Зейделя–Гаусса):

$$\begin{aligned} x_1^{(k+1)} &= \omega(0 + c_{12}x_2^{(k)} + c_{13}x_3^{(k)} + d_1) + (1 - \omega)x_1^{(k)}, \\ x_2^{(k+1)} &= \omega(c_{21}x_1^{(k+1)} + 0 + c_{23}x_3^{(k)} + d_2) + (1 - \omega)x_2^{(k)}, \\ x_3^{(k+1)} &= \omega(c_{31}x_1^{(k+1)} + c_{32}x_2^{(k+1)} + 0 + d_3) + (1 - \omega)x_3^{(k)}. \end{aligned}$$

У матричній формі рівняння (6.27) можна записати у вигляді

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & c_{12} & c_{13} \\ 0 & 0 & c_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix},$$

або скорочено $\{x\} = [L]\{x\} + [M]\{x\} + \{d\}$.

Уводячи значення ω , маємо

$$\{x\} = \omega[L]\{x\} + \omega[M]\{x\} + \omega\{d\} + (1 - \omega)\{x\}.$$

Тоді ітераційні цикли можна записувати по-різному:

$$\{x^{(k+1)}\} = [L]\{x^{(k)}\} + [M]\{x^{(k)}\} + \{d\}, \quad (6.28a)$$

$$\{x^{(k+1)}\} = [L]\{x^{(k+1)}\} + [M]\{x^{(k)}\} + \{d\}, \quad (6.28б)$$

$$\{x^{(k+1)}\} = \omega[L]\{x^{(k)}\} + \omega[M]\{x^{(k)}\} + \omega\{d\} + (1-\omega)\{x^{(k)}\}, \quad (6.28г)$$

$$\{x^{(k+1)}\} = \omega[L]\{x^{(k+1)}\} + \omega[M]\{x^{(k)}\} + \omega\{d\} + (1-\omega)\{x^{(k)}\}. \quad (6.28д)$$

Для збіжності рівняння (6.28а) і (6.28б) достатньо, щоб модулі діагональних коефіцієнтів кожного з системи рівнянь були не менше від суми модулів решти коефіцієнтів

$$|a_{ii}| \geq \sum_{i \neq j} |a_{ij}|. \quad (6.29)$$

При цьому хоча б для одного із рівнянь нерівність (6.29) має виконуватись точно. Збіжність рівнянь (6.28в) і (6.28г) має місце при виборі значення ω у межах $0 < \omega < 1$, причому при $\omega = 1$ ці рівняння переходять відповідно в рівняння (6.28а) або (6.28б).

Розглянемо тепер випадки рівнянь, коли коефіцієнти переносу нелінійні. Квазілінійними називають рівняння, лінійні відносно похідних шуканої функції, але сама функція входить у коефіцієнти рівняння.

Зупинимось спочатку на стандартному квазілінійному рівнянні параболічного типу, яке в загальному випадку записується так [158]

$$A(\Phi, t, x) \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\Gamma(\Phi, t, x) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] + B(\Phi, t, x) \frac{\partial \Phi}{\partial x} + f(\Phi, t, x). \quad (6.30)$$

Оскільки коефіцієнти рівняння нелінійні, то його розв'язання доповнюється ітераційним циклом. Розглянемо схему розв'язання рівняння (6.30) при змішаних межових умовах:

$$\alpha_1(t)\Phi + \beta_1(t) \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \varphi_1(t), \quad (6.31)$$

$$\alpha_2(t)\Phi + \beta_2(t) \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \varphi_2(t). \quad (6.32)$$

Для спрощення запису індекс $(n+1)$ функції Φ опускаємо. Так, наприклад, для функції $\Phi_{i,n+1}$ записуватимемо просто Φ_i . Наведемо без виведення вирази для визначення коефіцієнтів прямої прогонки [158]:

– для $i = 0$:

$$\text{якщо } \beta_1(t) = 0 \quad \text{то} \quad a_0 = 0; \quad b_0 = \frac{\varphi_1(t)}{\alpha_1(t)}; \quad (6.33)$$

якщо $\beta_1 \neq 0$ то:

$$\begin{aligned}
E &= \alpha_1(t) \left[\Gamma(\Phi_0, t, x) - \frac{\Delta x}{2} B(\Phi_0, t, x) \right] - \beta_1(t) \Gamma\left(\frac{\Phi_0 + \Phi_1}{2}, t, x + \frac{\Delta x}{2}\right) \frac{1}{\Delta x} - \\
&\quad - \beta_1(t) \Delta x A(\Phi_0, t, x) \frac{1}{2\Delta t}, \\
E_1 &= -\beta_1(t) \Gamma\left(\frac{\Phi_0 + \Phi_1}{2}, t, x + \frac{\Delta x}{2}\right) \frac{1}{\Delta x}, \\
E_2 &= \varphi_1(t) \left[\Gamma(\Phi_0, t, x) - \frac{\Delta x}{2} B(\Phi_0, t, x) \right] - \beta_1(t) \frac{\Delta x}{2} f(\Phi_0, t, x) - \\
&\quad - \beta_1(t) \Delta x A(\Phi_0, t, x) \frac{1}{2\Delta t} \Phi_{0,n}, \\
a_0 &= \frac{E_1}{E}, \quad b_0 = \frac{E_2}{E}; \tag{6.34}
\end{aligned}$$

– для $i = 1, 2, \dots, m-1$:

$$\begin{aligned}
E &= A(\Phi_i, t, x) \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2} \left[\Gamma\left(\frac{\Phi_i + \Phi_{i-1}}{2}, t, x - \frac{\Delta x}{2}\right) + \Gamma\left(\frac{\Phi_i + \Phi_{i+1}}{2}, t, x + \frac{\Delta x}{2}\right) \right] + \\
&\quad + \left[\frac{1}{2\Delta x} B(\Phi_i, t, x) - \frac{1}{\Delta x^2} \Gamma\left(\frac{\Phi_i + \Phi_{i-1}}{2}, t, x - \frac{\Delta x}{2}\right) \right] a_{i-1}, \\
E_1 &= \frac{1}{\Delta x^2} \Gamma\left(\frac{\Phi_i + \Phi_{i+1}}{2}, t, x + \frac{\Delta x}{2}\right) + \frac{1}{2\Delta x} B(\Phi_i, t, x), \\
E_2 &= \left[\frac{1}{\Delta x^2} \Gamma\left(\frac{\Phi_i + \Phi_{i-1}}{2}, t, x - \frac{\Delta x}{2}\right) - \frac{1}{2\Delta x} B(\Phi_i, t, x) \right] b_{i-1} + \\
&\quad + f(\Phi_i, t, x) + A(\Phi_i, t, x) \frac{1}{\Delta t} \Phi, \\
a_i &= \frac{E_1}{E}, \quad b_i = \frac{E_2}{E}; \tag{6.35}
\end{aligned}$$

– для $i = m$:

$$\begin{aligned}
E &= \beta_2(t) \Gamma\left(\frac{\Phi_m + \Phi_{m-1}}{2}, t, x - \frac{\Delta x}{2}\right) \frac{1}{\Delta x} + \alpha_2(t) \left[\Gamma(\Phi_m, t, x) + \frac{\Delta x}{2} B(\Phi_m, t, x) \right] + \\
&\quad + \beta_2(t) \Delta x A(\Phi_m, t, x) \frac{1}{2\Delta t}, \\
E_1 &= \beta_2(t) \Gamma\left(\frac{\Phi_m + \Phi_{m-1}}{2}, t, x - \frac{\Delta x}{2}\right) \frac{1}{\Delta x},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_2 = & \beta_2(t)\Delta x f(\Phi_m, t, x) \frac{1}{2} + \varphi_2(t) \left[\Gamma(\Phi_m, t, x) + \frac{\Delta x}{2} B(\Phi_m, t, x) \right] + \\
& + \beta_2(t)\Delta x A(\Phi_m, t, x) \frac{1}{2\Delta t} \Phi_{m,n}, \\
a_m = & \frac{E_1}{E}, \quad b_m = \frac{E_2}{E}.
\end{aligned} \tag{6.36}$$

Зворотна прогонка здійснюється за формулами:

– для $i = m$:

$$\text{якщо } \beta_2 = 0, \quad \text{то} \quad \Phi_m = \frac{\varphi_2(t)}{\alpha_2(t)}; \tag{6.37}$$

$$\text{якщо } \beta_2 \neq 0, \quad \text{то} \quad \Phi_m = \frac{b_{m-1}a_m + b_m}{1 - a_{m-1}a_m}; \tag{6.38}$$

– для $i = m-1, m-2, \dots, 0$

$$\Phi_i = a_i \Phi_{i+1} + b_i. \tag{6.39}$$

При зворотній прогонці одночасно визначається максимальна похибка попереднього k -го і обчислюваного наближень. Якщо ця похибка перевищує задане значення, ітераційний процес продовжується. Значення Φ_i для початкового часу задаються початковими умовами. Як початкові наближення для кожного наступного шару беруться значення функції попереднього шару по часу. Схема (6.33)–(6.39) для розв’язання рівняння (6.30) з межовими умовами (6.31) і (6.32) є безумовно стійкою. Алгоритм розв’язання наведено на рис. 6.7. Як уже зазначалось, алгоритм доповнений ітераційним циклом з визначенням максимального значення відносної похибки ε знаходження функції попереднього й розглядуваного наближень i , якщо ця похибка перевищує задане значення ε_0 , то ітераційний цикл продовжується. Розрахунок ведеться до кінцевого значення часу t_k .

Слід відзначити, що цей алгоритм можна використовувати для решти рівнянь, які приводяться до тридіагональної матриці. Для цього необхідно вихідне диференціальне рівняння привести до вигляду (6.30) і визначити вирази для коефіцієнтів A, Γ, B і f . Так, наприклад, розглянуте в попередньому розділі рівняння (6.24a) можна в диференціальному вигляді записати так

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial x^2} + (\Phi_{yy})_n + (\Phi_{zz})_n. \tag{6.40}$$

Порівнюючи його з рівнянням (6.30), маємо значення коефіцієнтів: $A = 1; \Gamma = 1; B = 0; f = (\Phi_{yy})_n + (\Phi_{zz})_n$.

Значення $(\Phi_{yy})_n$ і $(\Phi_{zz})_n$ відомі, оскільки визначаються за значеннями функції на попередньому шарі

$$(\Phi_{yy})_n + (\Phi_{zz})_n = \frac{\Phi_{i,j-1,k,n} - 2\Phi_{i,j,k,n} + \Phi_{i,j+1,k,n}}{\Delta y^2} + \frac{\Phi_{i,j,k-1,n} - 2\Phi_{i,j,k,n} + \Phi_{i,j,k+1,n}}{\Delta z^2}.$$

Подальший розв'язок рівняння (6.40) може здійснюватись за алгоритмом розв'язання рівняння (6.30).

За цією схемою розв'язується також ряд рівнянь із врахуванням конвективної складової при умові, що течія рідини одновимірна й параболічна вздовж однієї з координат, тобто відсутні циркуляційні складові швидкості.

У загальному випадку конвективні складові не містять похідних другого порядку і їх можна ввести до складу функції f . Тоді, наприклад, для рівняння (6.22) функція f буде мати вигляд

$$f \left[x_i, y_j, t_{n+\frac{1}{2}}, \Phi_{i,j,n}, (\Phi_x)_n, (\Phi_y)_n \right],$$

а для рівняння (6.23), відповідно

$$f \left[x_i, y_j, t_{n+\frac{1}{2}}, \Phi_{i,j}^*, \Phi_x^*, \Phi_y^* \right],$$

де $t_{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(t_n + t_{n+1})$, $(\Phi_x)_n = \frac{\Phi_{i+1,j,n} - \Phi_{i-1,j,n}}{2\Delta x}$, $(\Phi_y)_n = \frac{\Phi_{i,j+1,n} - \Phi_{i,j-1,n}}{2\Delta y}$,

$$\Phi_x^* = \frac{\Phi_{i+1,j}^* - \Phi_{i-1,j}^*}{2\Delta x}, \quad \Phi_y^* = \frac{\Phi_{i,j+1}^* - \Phi_{i,j-1}^*}{2\Delta y}.$$

Уведення цих функцій не змінює загальної схеми розв'язання, оскільки функція f визначається за відомими значеннями попереднього кроку розрахунку.

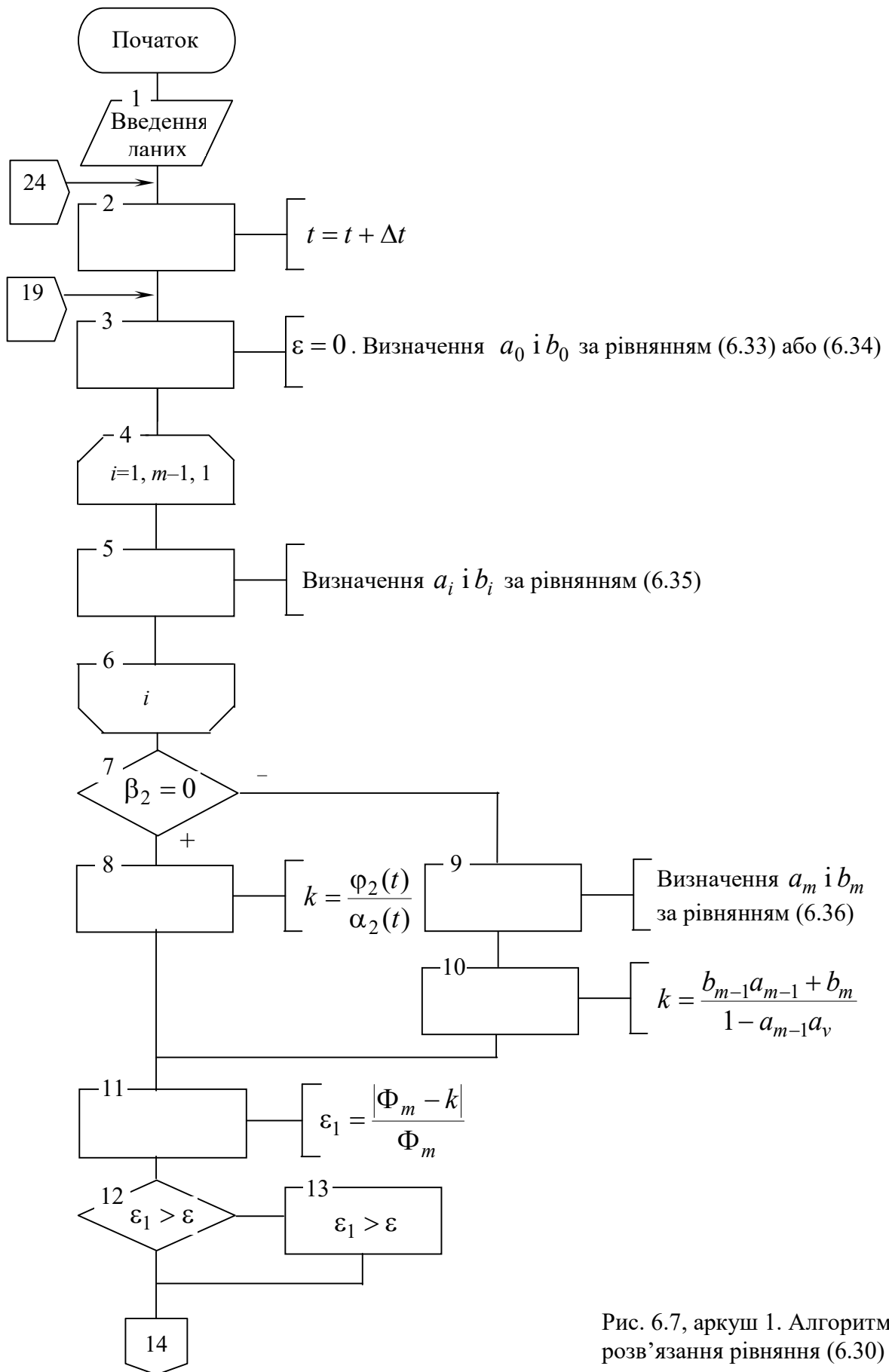


Рис. 6.7, аркуш 1. Алгоритм розв'язання рівняння (6.30)

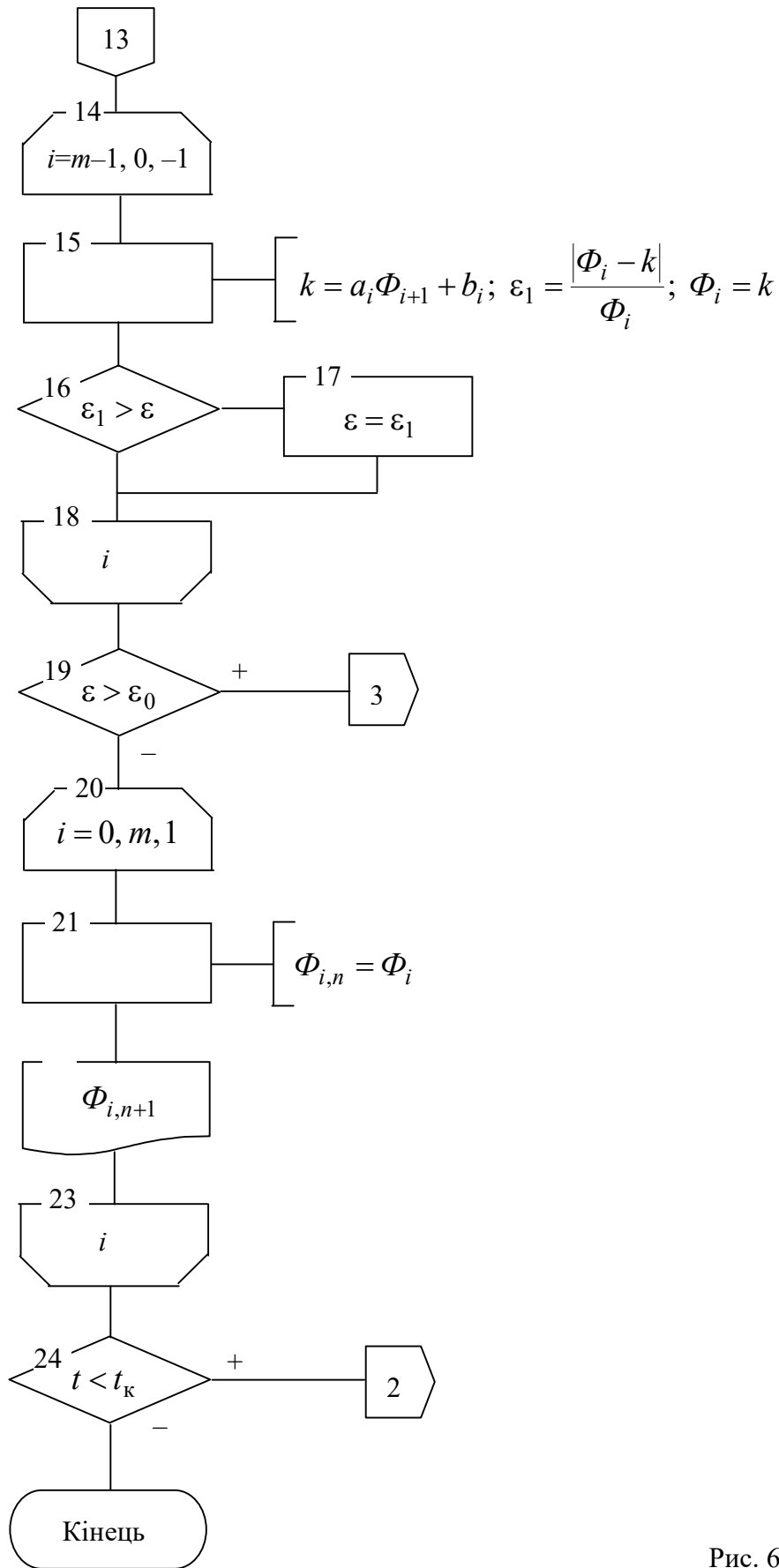


Рис. 6.7, аркуш 2

Для розв'язання рівнянь конвективно-дифузійного переносу необхідна інформація щодо швидкісних полів, яку можна одержати або на основі експериментальних даних, або розв'язанням рівнянь гідродинаміки. Система рівнянь руху аналогічна рівнянню дифузійно-конвективного переносу і для її розв'язання можна використовувати розглянуті методи, а нелінійність враховувати введенням ітераційних циклів. Складність полягає у тому, що градієнти тиску визначаються з рівняння нерозривності, в яке тиск явно не входить. Градієнти тиску в цьому випадку підбираються за певними алгоритмами таким чином, щоб швидкісні поля задовольняли рівняння нерозривності.

7. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ПРОЦЕСІВ НЕІЗОТЕРМІЧНОЇ ТЕЧІЇ В КАНАЛАХ РОБОЧИХ ОРГАНІВ ДВОЧЕРВ'ЯЧНИХ ЕКСТРУДЕРІВ

7.1. Математична модель і алгоритм розрахунку процесу теплообміну

Відповідно до узагальненого підходу, розробленого нами в працях [127, 128, 149–151, 163 та ін.], алгоритми розрахунку процесів екструзії у двочерв'ячних екструдерах будемо будувати як послідовність алгоритмів розрахунку окремих процесів, які відбуваються в екструдері і які послідовно проходить кожна С-подібна секція, рухаючись вздовж циліндра. Тому спочатку розглянемо докладно процес теплообміну в С-подібній секції, зображеній на рис. 5.6.

Двочерв'ячні екструдери в більшості випадків мають по довжині різний об'єм каналів С-подібних секцій з метою забезпечення ущільнення матеріалу. Перші секції мають більший об'єм, а тому вони не повністю заповнені полімером, що забезпечується дозованим живленням. Зменшення об'єму секцій, як це було зазначено в п. 5.1, досягається трьома основними способами: зменшенням кроку нарізки, застосуванням конічних черв'яків або збільшенням ширини гребенів нарізки, при цьому ступінь стиснення об'єму С-подібних секцій залежно від перероблюваного матеріалу досягає 3...4. Отже, розрахунок продуктивності екструдера необхідно здійснювати за розмірами останньої С-подібної секції.

Як відзначалося в працях [112, 133, 134], незалежно від ступеня заповнення нарізки, перероблювана маса дуже швидко монолітизується, розплав заповнює проміжки між нерозплавленими частинками і в об'ємі маси мають місце деформації зсуву в розплаві, який оточує ці частинки. Валковий проміжок між осердями і гребенями черв'яків сприяє перемішуванню розплаву й нерозплавлених частинок, а тому в екструдері практично відсутня явно виражена зона плавлення, в якій розплав і твердий полімер рухаються окремо, як це має місце в одночерв'ячних екструдерах. Тому при побудові алгоритму розрахунку вважатимемо, що на всій довжині екструдера перероблювана маса являє собою суцільне реологічно складне середовище з дисипативними тепло-виділеннями в усьому об'ємі маси.

Як видно з рис. 7.1, характер циркуляційного руху в напрямі координати φ за виключенням відносно невеликих зон у області валкового проміжку приблизно однаковий, а тому похідними по координаті φ у рівнянні (5.19) можна знехтувати.

Оскільки в межах С-подібної секції її розмір у напрямі осі z значно більший за глибину нарізки, теплопровідністю в напрямі цієї координати також можна знехтувати. Із врахуванням цих спрощень рівняння (5.19) набуває вигляду

$$\rho c V_L \frac{\partial T}{\partial L} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_e \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_V, \quad (7.1)$$

де λ_e – еквівалентна теплопровідність, яка, крім дифузійного переносу, враховує і перемішувальну дію черв'яка.

Перенос енергії крізь стінку черв'яка і стінку циліндра описується рівнянням

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0. \quad (7.2)$$

Межові умови для розв'язання рівнянь (7.1 і (7.2) мають вигляд:

$$\text{якщо } L=0, \text{ то } T=T_{\text{вх}}, \quad (7.3)$$

$$\text{якщо } r=R_1, \text{ то } -\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = q_{\text{ч}}, \quad (7.4)$$

$$\text{якщо } r=R_2, \text{ то } -\lambda_e \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = -\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = q_{\text{ч}}, \quad (7.5)$$

$$\text{якщо } r=R_3, \text{ то } -\lambda_e \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_3} = -\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_3} = q_{\text{ц}}, \quad (7.6)$$

$$\text{якщо } r=R_4, \text{ то } -\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_4} = q_{\text{ц}}, \quad (7.7)$$

де $T_{\text{вх}}$ – температура маси на вході; $\lambda_{\text{ст}}$ – теплопровідність стінок черв'яка і циліндра; $q_{\text{ч}}$ і $q_{\text{ц}}$ – теплові потоки від поверхонь черв'яка й циліндра, які визначаються за відомими значеннями коефіцієнтів тепловіддачі у випадку рідинного (парового) обігріву або за потужністю нагрівників у випадку електрообігріву (при цьому коефіцієнти тепловіддачі можна знайти за відомими рівняннями теплообміну при конвекції або зміні агрегатного стану).

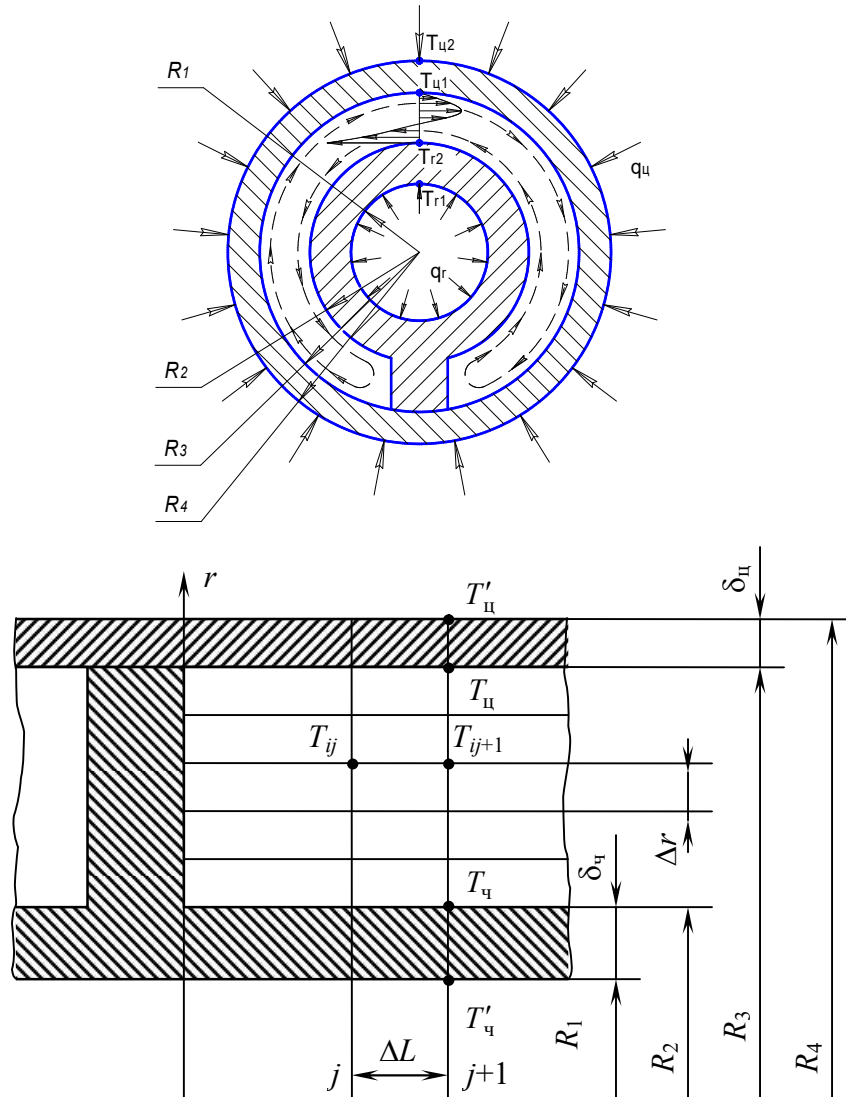


Рис. 7.1. Розрахункова схема С-подібної секції: $\delta_{\text{ч}}$ і $\delta_{\text{ц}}$ – товщина стінки черв'яка й циліндра; $T'_{\text{ч}}$ і $T_{\text{ч}}$ – температури поверхонь черв'яка з боку охолоджувальної води і полімеру; $T'_{\text{ц}}$ і $T_{\text{ц}}$ – температури поверхонь циліндра з боку охолоджувальної води і полімеру; R_1 і R_2 – радіус осевого отвору черв'яка й радіус його осердя; R_3 і R_4 – внутрішній і зовнішній радіуси поверхонь циліндра; $T_{\text{рч}}$ і $T_{\text{рц}}$ – температури рідин, що охолоджують черв'як і циліндр

Таким чином, система рівнянь (7.1)–(7.7) описує процес теплообміну в екструдері і її можна застосовувати для розрахунку як одно-, так і дво-черв'ячних екструдерів.

При переробці спінених полімерів, біосировини та інших матеріалів в об'ємі екструдера можливі фазові перетворення, які пов'язані зі значними тепловими ефектами. Канал черв'яка є закритим об'ємом і в ньому за певних умов можливе пароутворення. При цьому пара не відводиться у вільний простір, як це характерно, наприклад, для сушарок, а залишається в об'ємі маси. Оскільки цей об'єм обмежений, то поряд з тиском, який генерується черв'яком, виникає й термодинамічний тиск, що суттєво впливає на процес пароутворення.

Рівняння (7.1) є квазілінійним рівнянням параболічного типу, яке при дискретизації за методом скінченних різниць утворює тридіагональну матрицю коефіцієнтів. Його доцільно розв'язувати методом прогонки з уточненням температур ітераційним методом. Для цього виберемо сітку, зображену на рис. 7.1, з кроками розрахунку Δr і ΔL . Коефіцієнти прямої прогонки a_i і b_i для внутрішніх вузлових точок ($i=1, \dots, m-1$) відповідно до рівняння (6.35) після спрощень набувають вигляду:

$$a_i = \frac{E_1}{E}, \quad b_i = \frac{E_2}{E}, \quad (7.8)$$

$$\text{де } E = \rho_i c_i V_L \frac{1}{\Delta L} + \frac{1}{\Delta r^2} \left(\frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2} + \frac{\lambda_i + \lambda_{i+1}}{2} \right) + \left(\frac{\lambda_i}{2r\Delta r} - \frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2\Delta r^2} \right) a_{i-1},$$

$$E_1 = \frac{\lambda_i + \lambda_{i+1}}{2\Delta r^2} + \frac{\lambda_i}{2r\Delta r}, \quad E_2 = \left(\frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2\Delta r^2} - \frac{\lambda_i}{2r\Delta r} \right) b_{i-1} + \rho_i c_i V_L \frac{1}{\Delta L} T_{ij} + q_{vi}.$$

Теплофізичні властивості маси визначаються за температурами у відповідних вузлових точках. Розв'язання рівняння (7.2) за межових умов першого роду дає такий вираз для теплового потоку (див. рис. 7.1):

– стінка циліндра

$$q_{\text{ц}} = \frac{T'_{\text{ц}} - T_{\text{ц}}}{\frac{R_3}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{R_4}{R_3}}; \quad (7.9)$$

– поверхня черв'яка

$$q_{\text{ч}} = \frac{T'_{\text{ч}} - T_{\text{ч}}}{\frac{R_2}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{R_2}{R_3}} = \alpha (T'_{\text{ч}} - T_{\text{п}}); \quad (7.10)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі від рідини до внутрішньої поверхні черв'яка.

Підставимо вираз (7.9) у межу умову (7.6) і після дискретизації похідної одержимо

$$q_{\text{ц}} = \lambda_m \frac{T_{\text{ц}} - T_{m-1,j+1}}{\Delta r} = \frac{T'_{\text{ц}} - T_{\text{ц}}}{\frac{R_3}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{R_4}{R_3}}. \quad (7.11)$$

Якщо задана температура стінки $T_{\text{ц}} = T_{m,j+1}$, то з рівняння (7.11) можна визначити тепловий потік, необхідний для підтримання температури $T_{\text{ц}}$

$$q_{\text{ц}} = \lambda_m \frac{T_{\text{ц}} - T_{m-1,j+1}}{\Delta r} \quad (7.12)$$

і температуру зовнішньої поверхні циліндра

$$T'_{\text{ц}} = T_{\text{ц}} + q_{\text{ц}} \frac{R_3}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{R_4}{R_3}. \quad (7.13)$$

Якщо ж заданий тепловий потік $q_{\text{ц}}$, то з рівняння (7.11) можна визначити температуру $T_{\text{ц}} = T_{m,j+1}$

$$T_{\text{ц}} = T_{m,j+1} = T_{m-1,j+1} + q_{\text{ц}} \frac{\Delta r}{\lambda_m} \quad (7.14)$$

і температуру $T'_{\text{ц}}$

$$T'_{\text{ц}} = T_{\text{ц}} + q_{\text{ц}} \frac{R_3}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{R_4}{R_3}. \quad (7.15)$$

Розглянемо тепер рівняння (7.5) і (7.10) і подамо їх у дискретизованому вигляді, враховуючи, що $T_{\text{ч}} = T_{0,j+1}$:

$$q_{\text{ч}} = \lambda_0 \frac{T_{\text{ч}} - T_{1,j+1}}{\Delta r} = \frac{T'_{\text{ч}} - T_{\text{ч}}}{\frac{R_2}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{R_2}{R_1}} = \alpha(T'_{\text{ч}} - T_{\text{п}}). \quad (7.16)$$

Якщо задається температура черв'яка $T_{\text{ч}} = T_{0,j+1}$, то з рівняння (7.16) можна визначити тепловий потік, необхідний для забезпечення цієї температури

$$q_{\text{ч}} = \lambda_0 \frac{T_{\text{ч}} - T_{1,j+1}}{\Delta r} \quad (7.17)$$

і температуру внутрішньої поверхні

$$T'_{\text{ч}} = T_{\text{ч}} + q_{\text{ч}} \frac{R_2}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad (7.18)$$

Система термостатування має забезпечувати таке значення коефіцієнта тепловіддачі

$$\alpha = \frac{q_{\text{ч}}}{T_{\text{ч}} - T_{\text{р}}}. \quad (7.19)$$

Визначивши α , далі можна визначити режим руху рідини крізь термостатувальні канали черв'яка, а також багатоваріантними розрахунками підібрати її температуру $T_{\text{р}}$.

Якщо задані межові умови третього роду (коефіцієнт тепловіддачі й температура рідини), то, розв'язуючи систему рівнянь (7.15) і (7.16), одержимо вирази для визначення температур поверхонь стінки черв'яка

$$T_{\text{ч}} = T_{0,j+1} = \frac{T_{\text{р}} + \left(\frac{A\lambda_0}{\Delta r} + \frac{\lambda_0}{\alpha\Delta r} \right) T_{1,j+1}}{1 + \left(\frac{A\lambda_0}{\Delta r} + \frac{\lambda_0}{\alpha\Delta r} \right)}, \quad (7.20)$$

$$T'_{\text{ч}} = T_{\text{р}} + \frac{\lambda_0}{\alpha\Delta r} (T_{0,j+1} - T_{1,j+1}), \quad (7.21)$$

де $A = \frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{R_2}{R_1}$.

Після визначення температур $T_{0,j+1}$ і $T_{m,j+1}$ зворотна прогонка здійснюється за формулою

$$\text{для } i=1 \dots m=1 \quad T_{s,j+1} = a_i T_{i,j+1} + b_i. \quad (7.22)$$

Ітераційний процес закінчується, коли найбільша похибка попереднього та обчислюваного значень стане менше від заданої.

Таким чином, система рівнянь (7.8), (7.12)–(7.15), (7.17)–(7.22) дозволяє здійснити розв'язання рівняння (7.1) методом прогонки. Алгоритм розрахунку процесу теплообміну в С-подібній секції зображено на рис. 7.2. В алгоритмі для спрощення запису індекс $i+1$ опущений. У блоці 1 приймається рівним нулю початкове значення відносної похибки, обчислюються постійні для заданої геометрії циліндра значення коефіцієнтів A_1 і A_2 , а також задається початкове значення поточного радіуса. Далі в циклі (блоки 2–22) визначаються теплофізичні властивості у вузлових точках, а також потужність внутрішніх джерел у цих точках. При цьому передбачається можливість апроксимації теплофізичних властивостей у вигляді функцій для чотирьох температурних інтервалів, що дає можливість врахувати складність залежності цих властивос-

тей від температури. Значення температури для визначення в'язкості при обчисленні інтенсивності внутрішніх джерел приймається не меншим від температури плавлення $T_{пл}$ (блоки 18–20) виходячи із припущення, що в області, де має місце монолітизація маси, зсув відбувається в розплаві, який оточує (капсулює) нерозплавлені частинки, а температура цього розплаву приблизно дорівнює температурі плавлення. Швидкості зсуву, необхідні для визначення інтенсивності дисипативних джерел, мають бути обчислені для кожної вузлової точки і їх визначення буде розглянуте в наступних розділах. У блоках 23–29 залежно від межових умов визначаються температури T_q і T'_q на внутрішній і зовнішній поверхнях черв'яка, а також значення коефіцієнтів прямої прогонки a_0 і b_0 .

Якщо температура поверхні черв'яка T_q у вихідних даних задається, то обчислюється тепловий потік, необхідний для її забезпечення, і температура T'_q (блоки 23, 24), визначаються коефіцієнти прямої прогонки a_0 і b_0 , після чого здійснюється перехід на блок 30. Якщо ж температура поверхні черв'яка у вихідних даних задається рівною нулю, то передбачені два можливі випадки теплообміну: без теплообміну з поверхнею черв'яка (адіабатичні умови) або при його рідинному охолодженні. У випадку адіабатичних умов коефіцієнт тепловіддачі у вихідних даних дорівнює нулю і працюють блоки 25 і 26, після чого здійснюється перехід на блок 30. Якщо ж коефіцієнт тепловіддачі відмінний від нуля, то працюють блоки 25, 27–29. Обчислення коефіцієнтів прямої прогонки в проміжних вузлових точках (для $i=1, \dots, m-1$) здійснюється в блоках 30–33. Значення температур T_m і T'_m знаходяться в блоках 34–38. Якщо задається температура стінки циліндра (межові умови першого роду), то в блоках 34 і 35 визначається тепловий потік, необхідний для її підтримання, а також температура T'_m , після чого здійснюється перехід на блок 39. Якщо ж заданий тепловий потік нагрівників (межові умови другого роду), то в блоках 34, 36–38 визначаються температури T_m і T'_m . Зворотна прогонка з визначенням максимальної похибки здійснюється в блоках 39–43. Якщо ця похибка перевищує задане значення, то блок 44 забезпечує перехід на блок 1 для продовження ітераційного циклу.

Для визначення інтенсивності внутрішніх джерел далі розглянемо гідродинаміку течії в об'ємі С-подібної секції.

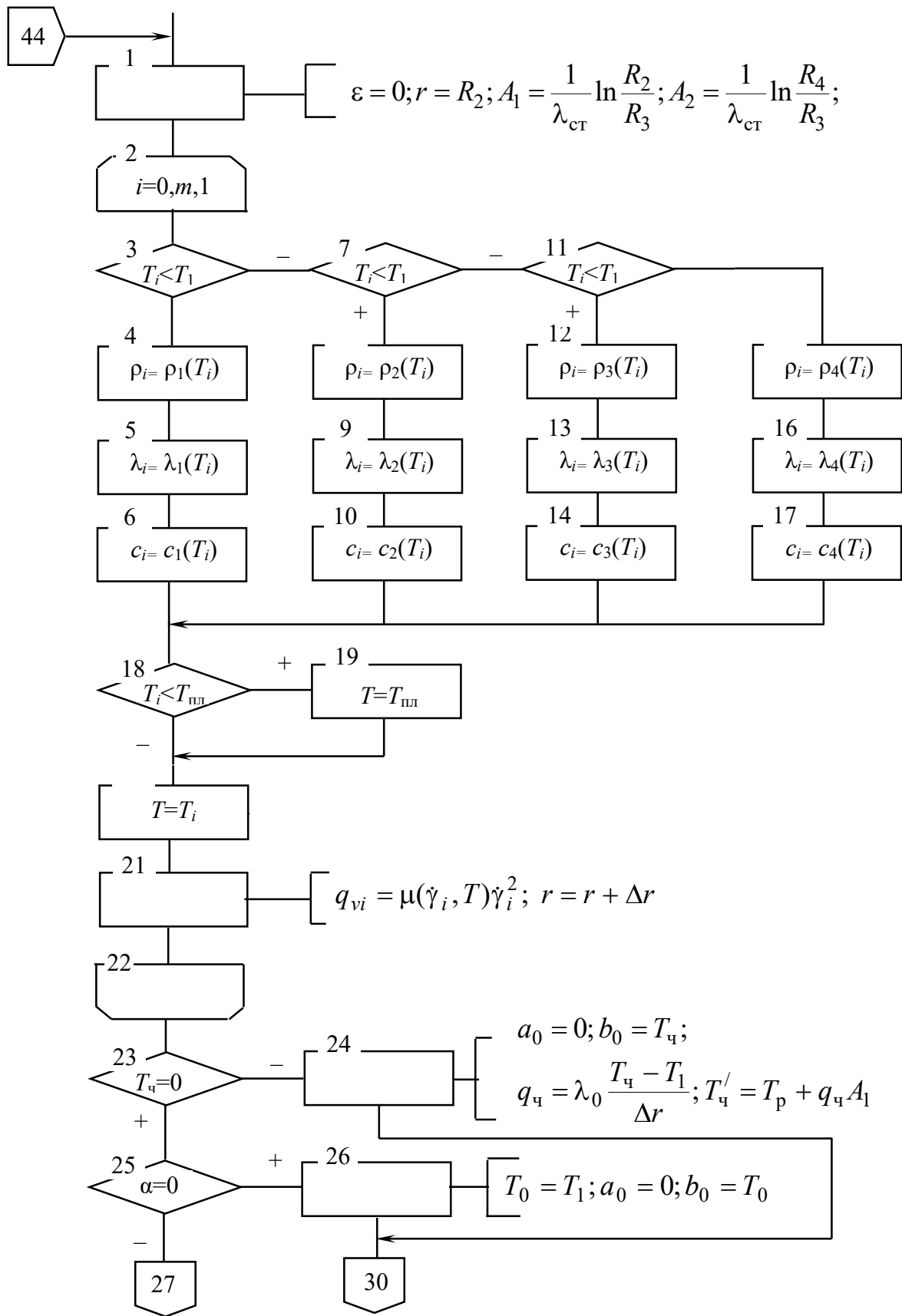


Рис. 7.2, аркуш 1. Алгоритм розрахунку теплообміну в С-подібній секції

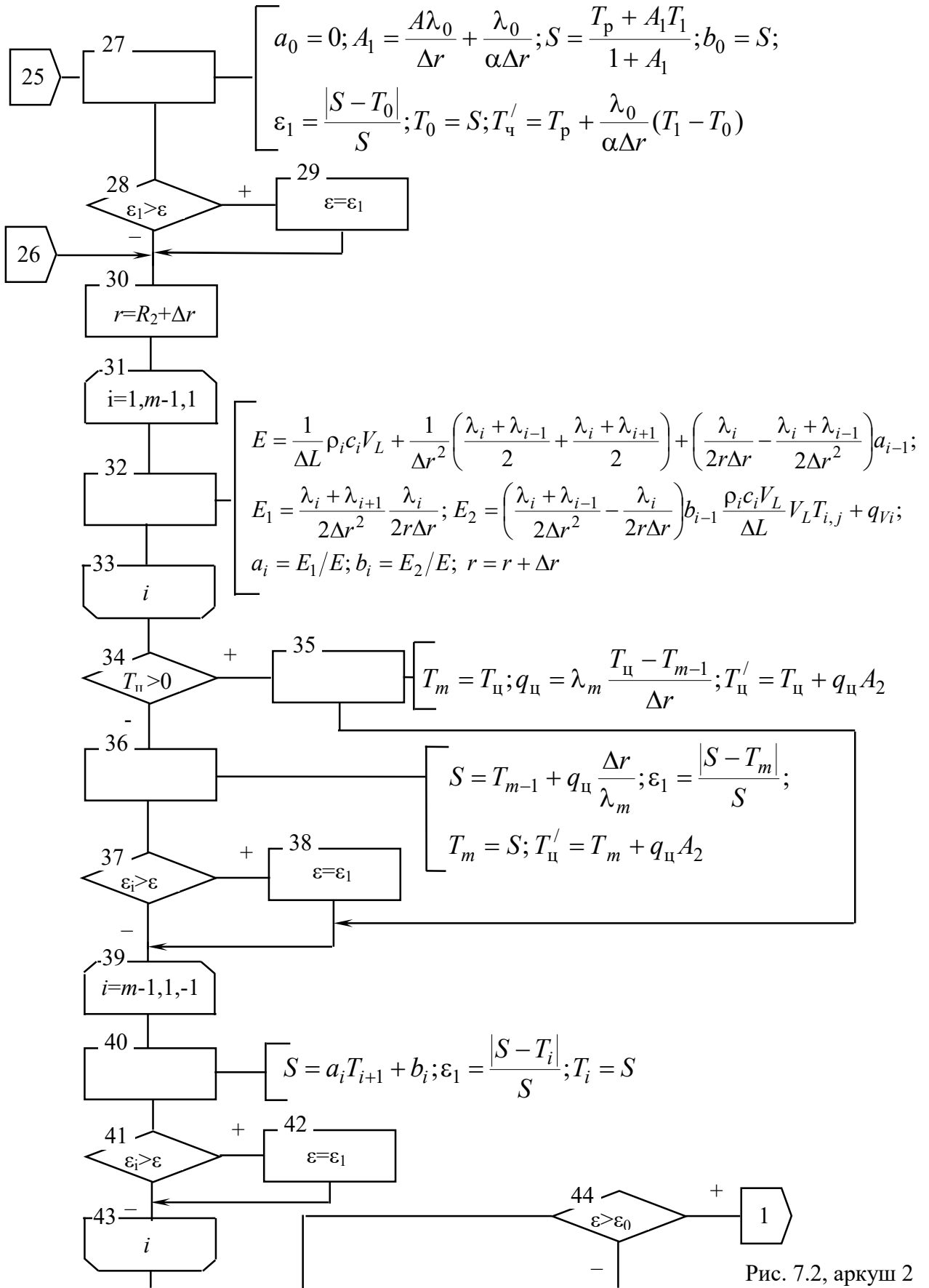


Рис. 7.2, аркуш 2

7.2. Визначення інтенсивності дисипативних джерел енергії

7.2.1. Формулювання загальної математичної моделі

У загальному випадку інтенсивність внутрішніх джерел q_V визначається за рівнянням (5.29), для розв'язання якого необхідно знати компоненти напружень і швидкостей деформації. Ці компоненти знаходяться внаслідок розв'язання рівнянь збереження кількості руху (5.21), нерозривності (5.22) і реологічного рівняння (5.26), в якому розкрита функція $\mu(\dot{\gamma}, T)$, за відповідним чином заданих межових умов. У попередніх розділах згадувався ряд праць, у яких зроблені спроби розв'язання системи рівнянь гідродинаміки з тим чи іншим ступенем точності, які пояснюють характер течії й дозволяють визначити швидкісні поля на окремих ділянках С-подібного об'єму, але складність процесу утруднює використання цих розв'язків для практичних розрахунків, оскільки непросто об'єднати в одне ціле математичні розв'язки течії розплаву в об'ємі секції, міжвалковому та інших проміжках. З іншого боку, за наявності такої інформації необхідно було б розв'язувати рівняння збереження енергії в тривимірній постановці і з врахуванням циркуляційних конвективних потоків в об'ємі С-подібної секції. Проте з точки зору практичного застосування для інженерних розрахунків доцільність такого ускладнення сумнівна. Дійсно, в теорії екструзії існує велика кількість праць, у яких процес екструзії як у одно-, так і у двочерв'ячних екструдерах описується як спрощеними, так і ускладненими математичними моделями, але переважна більшість авторів відзначає узгодження з достатньою для інженерних розрахунків точністю в обох випадках теоретичних і експериментальних результатів. Це свідчить про те, що прості моделі, які є складовими більш складних, з достатньою точністю описують процес екструзії. Аналіз швидкісних полів на основі ускладнених моделей дозволяє оцінювати процеси перемішування в екструдері, але для розрахунку рівняння збереження енергії мають значення не самі швидкості, а швидкості їх зміни в об'ємі, пов'язані з дисипативними тепловиділеннями. Розв'язання рівнянь гідродинаміки у випадку двочерв'ячних екструдерів ускладнюється ще й тим, що канали черв'яків у своїй більшості не повністю заповнені, а тому досить проблематичним є формулювання межових умов і визначення градієнтів тиску.

Розглянемо докладніше вплив процесів у проміжках на процес екструзії взагалі. У праці [164] проведені експериментальні дослідження впливу проміжку між стінкою циліндра й поверхнею гребеня витка черв'яка для одночерв'ячного екструдера. Величина проміжку змінювалась від 0,06 до 0,75 мм. Результати досліджень показали, що вплив цього проміжку значно менший

від прогнозованого в теоретичних дослідженнях. Спробуємо якісно пояснити цей факт. Припустимо, що діаметр циліндра зменшився на величину цього проміжку. Тоді в рівняння для визначення продуктивності необхідно підставити зменшену на величину проміжку глибину нарізки i , відповідно, одержимо зменшене значення продуктивності. Але поверхня гребеня витка має осьову складову швидкості, спрямовану в напрямі формувальної головки, а отже розплав, що міститься в проміжку, також буде рухатись у тому самому напрямі під дією цієї складової, збільшуючи тим самим продуктивність, визначену для зменшеної на величину проміжку глибини нарізки. Припустимо далі, що черв'як миттєво перестав обертатись, але профіль тиску по довжині екструдера умовно залишився тим же самим. Якщо максимум тиску не збігається з виходом екструдера (рис. 7.3), то ліворуч від максимуму розплав у проміжку буде рухатись під дією градієнта тиску в напрямі завантажувальної горловини, а праворуч – у напрямі формувальної головки.

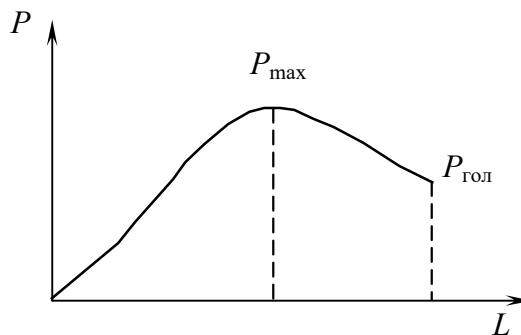


Рис. 7.3. Профіль тиску по довжині екструдера

Оцінимо продуктивність, спричинену лише наявністю градієнта тиску, крізь проміжок, величина якого менше міліметра. Прості розрахунки показують, що ця продуктивність дуже мала порівняно з продуктивністю екструдера, оскільки для продавлення розплаву крізь такий проміжок, враховуючи високу в'язкість перероблюваного матеріалу, необхідне створення великого градієнта тиску, який у реальних умовах не реалізується. Отже, наявність реального градієнта тиску дуже мало впливає на профіль швидкості в проміжку і тому течію можна розглядати як течію між нерухомою й рухомою поверхнями і градієнтом тиску при цьому знехтувати.

Розглянемо тепер умови теплообміну в проміжку між поверхнею гребеня витка і стінкою циліндра. Оскільки величина проміжку мала, то в ньому виникають значні швидкості деформації і, відповідно, дисипативні тепловиділення. Але об'єм маси, деформованої в проміжку, набагато менший від об'єму маси, транспортованої в каналі черв'яка. У теоретичних працях не враховується той факт, що маса в проміжку контактує зі стінкою циліндра, товщина

якої значно перевищує величину проміжку, а теплопровідність на два порядки більша за теплопровідність розплаву. Отже, енергія дисипації в проміжку відводиться стінкою циліндра і залежно від заданого значення температури цієї стінки віддається нею або розплаву за межами проміжку (в об'єм каналу черв'яка), або охолоджувальному циліндру середовищу. Таким чином, у межових умовах задачі теплообміну в С-подібній секції значення теплового потоку від стінки циліндра слід розглядати як суму енергії зовнішнього теплозабезпечення та енергії дисипації в проміжку, яка внаслідок високої теплопровідності передається циліндром. Енергію дисипації в проміжку необхідно враховувати при виборі привода екструдера.

Із врахуванням вище викладеного в рівняннях руху (5.21) залишимо тільки ті складові, які мають найбільший вплив на інтенсивність дисипації і запишемо ці рівняння таким чином:

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad (7.23)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0. \quad (7.24)$$

Відповідно рівняння (5.29) спрощується до вигляду

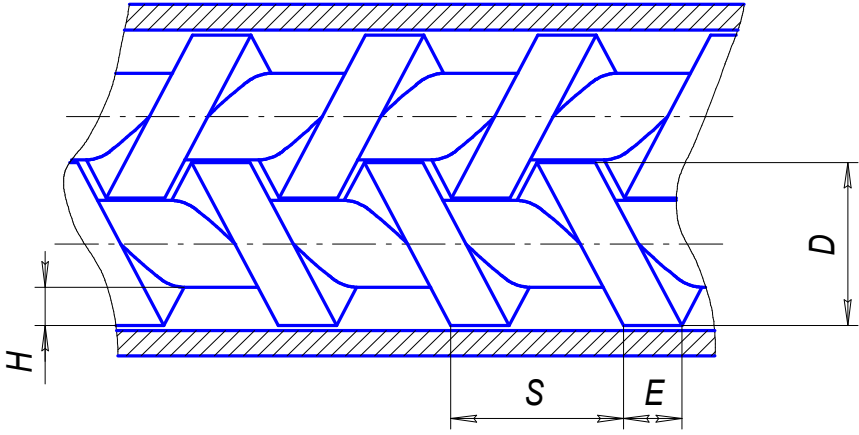
$$q_V = \tau_{yx} \frac{\partial W_x}{\partial y} + \tau_{yz} \frac{\partial W_z}{\partial y}. \quad (7.25)$$

Для розв'язання рівнянь (7.23)–(7.25) разом з рівняннями нерозривності необхідно сформулювати межові умови і вибрати відповідне реологічне рівняння, яке зв'язує компоненти напружень і компоненти швидкостей деформації.

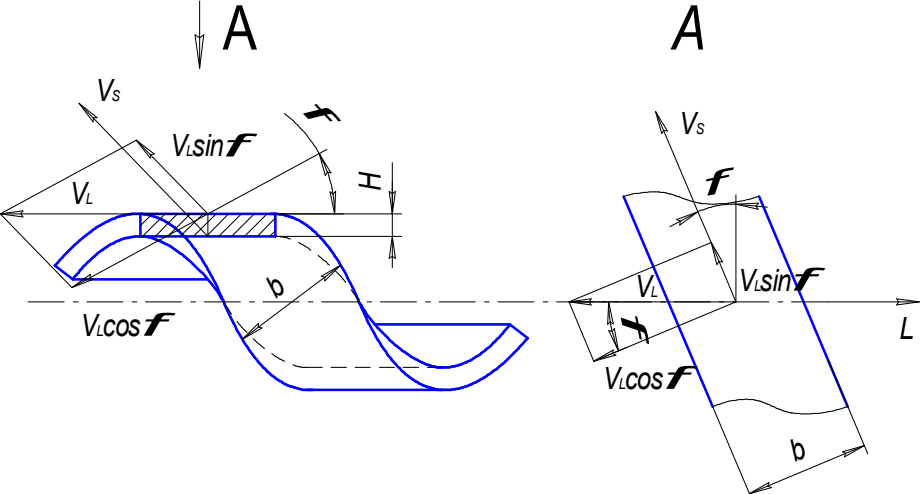
7.2.2. Ньютонівська модель рідини

Гвинтовий канал двочерв'ячного екструдера розбивається на ряд ізольованих С-подібних секцій (рис.7.4,б), довжина яких менша від довжини одного розгорнутого витка (перетоками крізь проміжки знехтуємо). Отже, за один оберт черв'яків у формувальну головку незалежно від її опору виштовхується два С-подібних об'єми, що забезпечує практичну рівність часу перебування матеріалу в екструдері. Як відзначено вище, функції, що описують гідродинаміку течії розплаву у двочерв'ячному екструдері, можуть мати різний вигляд залежно від межових умов, які задаються для розв'язання рівнянь руху. Якщо для визначення інтегральних величин це особливого значення не має, то для теплових розрахунків із врахуванням теплообміну зі стінками циліндра і черв'яка

та розрахунком температурних полів суттєве значення має інтенсивність дисипації q_V та її розподіл в об'ємі.



a



б



в

г

Рис. 7.4. Варіанти задання межових умов для розв'язання рівнянь руху

Розглянемо і порівняємо три моделі гідродинаміки течії розплаву в С-подібній ізольованій секції, обмежившись ньютонівською моделлю рідини і нехтуючи потоками перетікання через гребені черв'яків і крізь валковий проміжок. Процес будемо розглядати в декартовій системі координат, вісь x яких спрямована перпендикулярно гребеню, вісь y – по висоті нарізки, а вісь z – вздовж каналу черв'яка (див. рис. 7.4).

Для нестисливої ньютонівської рідини рівняння руху (7.23) і (7.24) запишуться так:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} = 0, \quad (7.26)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} = 0. \quad (7.27)$$

Оскільки секція замкнена, то сумарні витрати в напрямках x і z дорівнюють нулю і рівняння нерозривності набувають вигляду:

$$\int_0^H W_x dy = 0, \quad (7.28)$$

$$\int_0^H W_z dy = 0. \quad (7.29)$$

Вигляд функцій, що є розв'язком системи рівнянь (7.26)–(7.29), залежить від межових умов, які можуть бути задані відповідно до рис. 7.4 трьома способами:

– плоскопаралельна модель, черв'як нерухомий, циліндр обертається, (рис. 7.4,а):

$$\text{якщо } y = 0, \text{ то } W_x = 0, \quad W_z = 0; \quad (7.30)$$

$$\text{якщо } y = H, \text{ то } W_x = V_x, \quad W_z = V_z; \quad (7.31)$$

– плоскопаралельна модель, циліндр нерухомий, черв'як обертається, (рис. 7.4,б):

$$\text{якщо } y = 0, \text{ то } W_x = V_x, \quad W_z = V_z; \quad (7.32)$$

$$\text{якщо } y = H, \text{ то } W_x = 0, \quad W_z = 0; \quad (7.33)$$

– пластинчасто-рамкова модель (рис. 7.4,б), яка аналізувалася в праці [113]:

$$\text{якщо } y = 0, \text{ то } W_x = 0 \quad W_z = V_s = \frac{V_L}{\sin \varphi_{\psi}}; \quad (7.34)$$

$$\text{якщо } y = H, \text{ то } W_x = V_L \cos \varphi_{\psi}, \quad W_z = V_L \sin \varphi_{\psi}, \quad (7.35)$$

де $V_L = Sn$ – швидкість руху С-подібного об'єму вздовж осі черв'яка (за один оберт об'єм переміщується на відстань, рівну кроку нарізки); V_s – швидкість руху черв'яка відносно об'єму.

Розв'язання рівнянь (7.26)–(7.29) за межових умов (7.30) і (7.31) дає такі вирази для складових швидкості W_x і W_z :

$$W_x = V_x \left(3 \frac{y^2}{H^2} - 2 \frac{y}{H} \right), \quad (7.36)$$

$$W_z = V_z \left(3 \frac{y^2}{H^2} - 2 \frac{y}{H} \right). \quad (7.37)$$

Одержані розв'язки наводяться в багатьох працях по теорії одночерв'ячних екструдерів [110–119 та ін.], причому рівняння (7.37) записане для так званого закритого виходу екструдера, коли продуктивність дорівнює нулю. У розглядуваному випадку С-подібну секцію двочерв'ячного екструдера можна розглядати як одночерв'ячний екструдер з закритим виходом, довжина якого дорівнює одному кроку гвинтової нарізки. Проте при розв'язанні задачі теплообміну зі стінкою циліндра використання рівнянь (7.36) і (7.37) для розрахунку q_V може призвести до суттєвих похибок, оскільки в дійсності обертається черв'як, а не циліндр.

Складові швидкості на стінці циліндра визначаються за рівняннями:

$$V_x = V \sin \varphi_{\psi} = \pi D n \sin \varphi_{\psi},$$

$$V_z = V \cos \varphi_{\psi} = \pi D n \cos \varphi_{\psi}.$$

Диференціювання рівнянь (7.36) і (7.37) дає такі вирази для визначення швидкості деформації:

$$\dot{\gamma}_x = \frac{\partial W_x}{\partial y} = V_x \left(\frac{6y}{H^2} - \frac{2}{H} \right), \quad (7.38)$$

$$\dot{\gamma}_z = \frac{\partial W_z}{\partial y} = V_z \left(\frac{6y}{H^2} - \frac{2}{H} \right). \quad (7.39)$$

Розглянемо тепер випадок, коли циліндр нерухомий, а обертається черв'як, тобто мають місце межові умови (7.32) і (7.33). У результаті розв'язання рівнянь (7.26)–(7.29) за цих умов одержимо вирази для складових швидкості:

$$W_x = V_x \left(1 - 4 \frac{y}{H} + 3 \frac{y^2}{H^2} \right),$$

$$W_z = V_z \left(1 - 4 \frac{y}{H} + 3 \frac{y^2}{H^2} \right).$$

Компоненти швидкості деформації дорівнюють:

$$\dot{\gamma}_x = \frac{\partial W_x}{\partial y} = \frac{2V_x}{H} \left(\frac{3y}{H} - 2 \right), \quad (7.40)$$

$$\dot{\gamma}_z = \frac{\partial W_z}{\partial y} = \frac{2V_z}{H} \left(\frac{3y}{H} - 2 \right). \quad (7.41)$$

Розв'язання рівнянь (7.26)–(7.29) за межових умов (7.34) і (7.35) для пластинчасто-рамкової моделі дає так вирази для складових швидкості [113]:

$$W_x = V_L \cos(\varphi) \left(3 \frac{y^2}{H^2} - 2 \frac{y}{H} \right), \quad (7.42)$$

$$W_z = V_L \sin(\varphi) \left(3 \frac{y^2}{H^2} - 2 \frac{y}{H} \right) + V_s \left(1 - 4 \frac{y}{H} + 3 \frac{y^2}{H^2} \right). \quad (7.43)$$

Відповідно компоненти швидкості деформації дорівнюють:

$$\dot{\gamma}_x = \frac{\partial W_x}{\partial y} = \frac{V_L}{H} \cos(\varphi) \left(6 \frac{y}{H} - 2 \right), \quad (7.44)$$

$$\dot{\gamma}_z = \frac{\partial W_z}{\partial y} = \frac{V_L}{H} \sin(\varphi) \left(6 \frac{y}{H} - 2 \right) + \frac{V_s}{H} \left(-4 + 6 \frac{y}{H} \right). \quad (7.45)$$

На рис. 7.5 наведені криві зміни потужності дисипації, обчисленої за рівнянням

$$q_V = \mu(\dot{\gamma}) (\dot{\gamma}_x^2 + \dot{\gamma}_z^2) \quad (7.46)$$

залежно від безрозмірної координати y/H для всіх трьох випадків опису швидкісних полів. Як видно з рисунка, результати розрахунків достатньо близькі

для пластинчасто-рамкової моделі й моделі з обертовим черв'яком, в яких максимальна інтенсивність дисипації прогнозується біля поверхні черв'яка, в той час як модель з обертовим циліндром прогнозує максимальну інтенсивність дисипації біля поверхні циліндра.

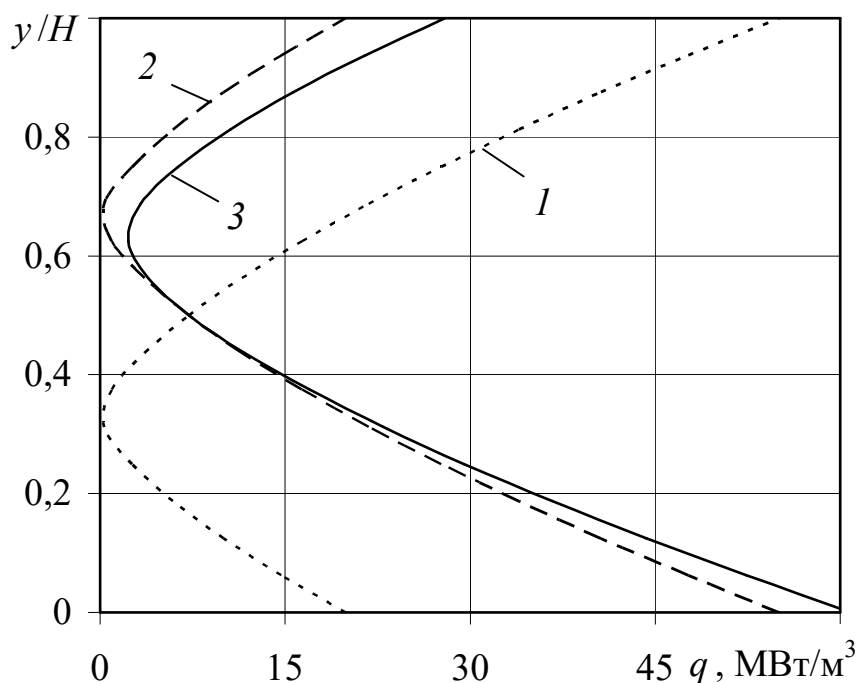


Рис. 7.5. Залежність потужності дисипації від безрозмірної координати y/H для різних моделей (1 – плоскопаралельної оберненої; 2 – плоскопаралельної; 3 – пластинчасто-рамкової)

Якщо розглядати інтегральні (сумарні) дисипативні енерговитрати, то відмінність особливого значення не має і мало вплине на середню температуру розплаву. Але при врахуванні теплообміну зі стінкою циліндра ця відмінність набуває суттєвого значення. Отже, для визначення інтенсивності дисипації при розв'язанні моделі теплообміну приймаємо профілі швидкості, обчислені для моделі з обертовим черв'яком. Неважко впевнитись, що профілі швидкості, одержані для моделі з обертовим циліндром, достатньо «розвернути» на 180° для одержання профілів швидкостей із обертовим черв'яком і використати таким чином відомі для цієї моделі розв'язки системи рівнянь руху.

7.2.3. Неньютонівські моделі рідини

Розглянемо спочатку рух рідини в проміжку між нерухомою пластиною і пластиною, що рухається зі швидкістю V_x , за наявності градієнта диску, який докладно проаналізований в праці [123]. Для рідини, реологічні властивості якої описуються степеневую залежністю, справедливе рівняння

$$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0. \quad (7.47)$$

Оскільки перша складова залежить тільки від x , а друга тільки від y , то це означає, що $\frac{\partial P}{\partial x} = \text{const}$ і $\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = \text{const}$, а отже тиск по координаті x і напруження по координаті y змінюються лінійно.

Інтегрування рівняння (7.47) по y приводить до виразу

$$\tau_{yx} = \frac{\partial P}{\partial x} y + C,$$

який можна записати у вигляді

$$\tau_{yx} = \frac{\partial P}{\partial x} (y - y_0),$$

якщо постійну інтегрування визначити таким чином

$$C_1 = -\frac{\partial P}{\partial x} y_0.$$

Отже, y_0 – це координата, на якій напруження τ_{yx} дорівнює нулю. Враховуючи, що напруження є функцією швидкості зсуву, профіль швидкості при $y = y_0$ має точку екстремуму. Можливі варіанти зміни напружень по координаті y і відповідні їм профілі швидкості зображені на рис 7.6 [123].

Для випадку ізотермічної течії рідини, реологічні властивості якої описуються степеневим рівнянням, рівняння (7.47) набуває вигляду

$$\frac{\partial P}{\partial x} (y - y_0) = k_0 \left| \frac{\partial W_x}{\partial y} \right|^{\frac{1-n_1}{n_1}} \frac{\partial W_x}{\partial y}, \quad (7.48)$$

де k_0 і n_1 – коефіцієнт консистентності і показник степеня степеневого рівняння (слід зауважити, що в більшості праць як показник степеня вибирається величина, обернена n_1 і яка для псевдопластичних рідин менша одиниці).

Межові умови:

$$\text{якщо } y = 0, \quad \text{то } W_x = 0; \quad (7.49)$$

$$\text{якщо } y = H, \quad \text{то } W_x = V_x. \quad (7.50)$$

Об'ємна витрата Q крізь канал одиничної ширини описується рівнянням нерозривності в інтегральній формі

$$Q = H \frac{1}{H} \int_0^H W_x dy. \quad (7.51)$$

У праці [123] виконане інтегрування рівняння (7.48) за межових умов (7.49) і (7.50) для всіх можливих випадків, зображених на рис. 7.6.

Якщо ввести безрозмірні координати $\eta = \frac{y}{H}$ і $\eta_0 = \frac{y_0}{H}$, то ці рівняння мають вигляд:

$$\frac{dP}{dx} > 0; \eta_0 \leq 0 \quad (\text{рис. 7.6, а, б});$$

$$W_x = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n_1} H^{n_1+1}}{k_0^{n_1} (n_1+1)} \left[(\eta - \eta_0)^{n_1+1} - (-\eta_0)^{n_1+1} \right], \quad (7.52)$$

$$\frac{dP}{dx} < 0; \eta_0 > 0 \quad (\text{рис. 7.6, в}),$$

$$W_x = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n_1} H^{n_1+1}}{k_0^{n_1} (n_1+1)} \left[(\eta - \eta_0)^{n_1+1} - \eta_0^{n_1+1} \right] \text{ для } \eta_0 \leq \eta \leq 1, \quad (7.53)$$

$$W_x = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n_1} H^{n_1+1}}{k_0^{n_1} (n_1+1)} \left[\eta_0^{n_1+1} - (\eta - \eta_0)^{n_1+1} \right] \text{ для } 0 \leq \eta \leq \eta_0, \quad (7.54)$$

$$\frac{dP}{dx} < 0; 0,5 \leq \eta_0 < \infty \quad (\text{рис. 7.6, д}),$$

$$W_x = \frac{\left(-\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n_1} H^{n_1+1}}{k_0^{n_1} (n_1+1)} \left[\eta_0^{n_1+1} - (\eta_0 - \eta)^{n_1+1} \right], \quad (7.55)$$

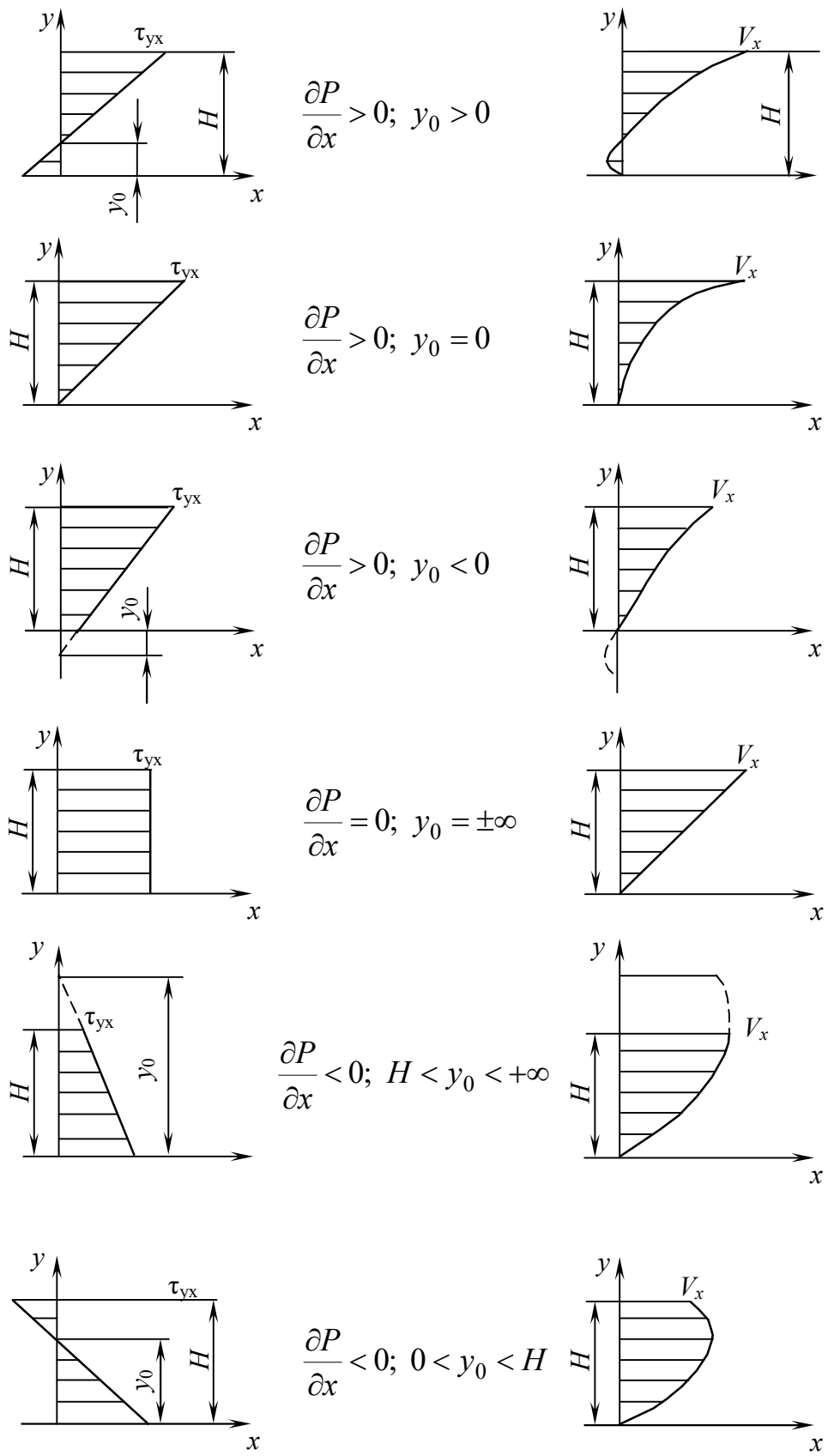


Рис. 7.6. Можливі варіанти розподілу напружень і відповідні їм профілі швидкості

$$\frac{dP}{dx} < 0; 0,5 < \eta_0 < 1 \text{ (рис. 7.6,e),}$$

$$W_x = \frac{\left(-\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n_1} H^{n_1+1}}{k_0^{n_1}(n_1+1)} \left[\eta_0^{n_1+1} - (\eta - \eta_0)^{n_1+1} \right] \text{ для } 1 \geq \eta \geq \eta_0, \quad (7.56)$$

$$W_x = \frac{\left(-\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n_1} H^{n_1+1}}{k_0^{n_1}(n_1+1)} \left[\eta_0^{n_1+1} - (\eta_0 - \eta)^{n_1+1} \right] \text{ для } \eta_0 \geq \eta \geq 0. \quad (7.57)$$

Якщо $\eta = 1$, то $W_x = V_x$ і, вводячи безрозмірну координату W_x/V_x , з рівнянь (7.52)–(7.57) можна виключити градієнт тиску. Так, наприклад, з рівняння (7.53) для $\eta = 1$ маємо

$$V_x = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n_1} H^{n_1+1}}{k_0^{n_1}(n_1+1)} \left[(1 - \eta_0)^{n_1+1} - \eta_0^{n_1+1} \right].$$

Розділивши (7.53) на цей вираз, одержимо

$$\frac{W_x}{V_x} = \frac{(\eta - \eta_0)^{n_1+1} - \eta_0^{n_1+1}}{(1 - \eta_0)^{n_1+1} - \eta_0^{n_1+1}}.$$

До аналогічного вигляду можна привести і решту рівнянь. Рівняння (7.52) – (7.54) для випадку $\partial P/\partial x > 0$ у безрозмірному вигляді при введенні знаків модуля можна записати одним виразом

$$\frac{W_x}{V_x} = \frac{|\eta - \eta_0|^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}}{|1 - \eta_0|^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}}. \quad (7.58)$$

Значення η_0 має задовольняти рівняння нерозривності (7.51). Після підстановки в нього значень W_x і інтегрування, в праці [123] одержано такий вираз для об'ємної витрати на одиницю ширини

$$Q = \frac{V_x H}{n_1 + 2} \psi(\eta_0), \quad (7.59)$$

де $\psi(\eta_0)$ визначається за рівняннями:

$$\text{для } \frac{\partial P}{\partial x} > 0 \quad \psi(\eta_0) = \frac{(1 - \eta_0)^{n_1+2} + \text{sign} \eta_0 |\eta_0|^{n_1+2} - (n_1 + 2) |\eta_0|^{n_1+1}}{(1 - \eta_0)^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}}; \quad (7.60)$$

для $\frac{\partial P}{\partial x} < 0$ і $0,5 \leq \eta_0 < \infty$:

$$\psi(\eta_0) = \frac{(n_1 + 2) |\eta_0|^{n_1+1} - \eta_0^{n_1+2} + |\eta_0 - 1|^{n_1+2} \text{sign}(\eta_0 - 1)}{\eta_0^{n_1+1} - |\eta_0 - 1|^{n_1+1}}. \quad (7.61)$$

Отже, знаючи об'ємну витрату Q , можна за рівнянням (7.61) визначити $\psi(\eta_0)$:

$$\psi(\eta_0) = \frac{(n_1 + 2)Q}{V_x H}, \quad (7.62)$$

а потім за одним із трансцендентних рівнянь (7.60) або (7.61) знайти значення η_0 і розрахувати профілі швидкості.

Розглянемо тепер процес течії в С-подібному об'ємі. Якщо розгорнути його в площину, то для випадку оберненої плоскопаралельної моделі (черв'як нерухомий, циліндр обертається) має місце циркуляція розплаву як в напрямі осі x , так і в напрямі осі z (рис. 7.7) з нульовою об'ємною витратою і профілем швидкості, що відповідає рис. 7.6,а ($dP/dx > 0; \eta_0 > 0$).

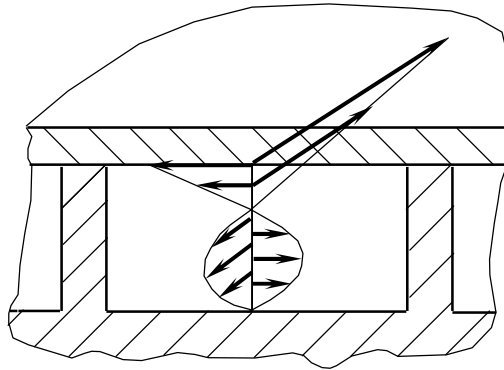


Рис. 7.7. Циркуляція розплаву в С-подібній секції

Як впливає з рівнянь (7.58), (7.60) і (7.62), значення η_0 і профіль швидкості залежать тільки від швидкості поверхні й показника степеня, оскільки $\psi(\eta_0)$ при нульовій витраті дорівнює нулю. Тоді рівняння (7.60) для $\eta_0 > 0$ набуває вигляду

$$(1 - \eta_0)^{n_1+2} + \eta_0^{n_1+2} - (n_1 + 2) \eta_0^{n_1+1} = 0. \quad (7.63)$$

Визначивши з рівняння (7.63) значення η_0 , можна обчислити відповідні профілі швидкості в С-подібному об'ємі:

$$W_x = V_x \frac{|\eta - \eta_0|^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}}{|1 - \eta_0|^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}}, \quad (7.64)$$

$$W_z = V_z \frac{|\eta - \eta_0|^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}}{|1 - \eta_0|^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}}. \quad (7.65)$$

На рис. 7.8 наведено обчислені для різних значень n_1 профілі швидкості W_x у С-подібному об'ємі, «обернені» на 180° , що відповідає моделі з нерухомим циліндром і обертовим черв'яком. З рис. 7.8 видно, що найбільш ефективною буде циркуляція розплаву при $n_1=1$ (ньютонівська рідина). Зі збільшенням відхилення рідини від ньютонівської поведінки циркуляція розплаву погіршується і в центрі об'єму утворюється малорухоме ядро. Отже, для інтенсифікації процесу змішування розплаву доцільним є установка змішувальних елементів.

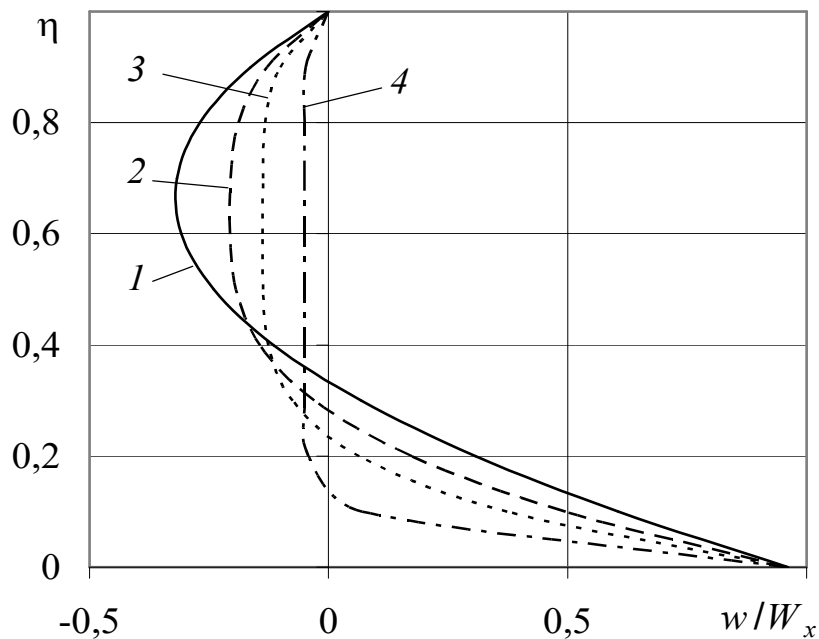


Рис. 7.8. Профілі безрозмірної швидкості для степеневі рідини для різних значень $1/n_1$:
 1 – 1; 2 – 0,5; 3 – 0,3; 4 – 0,1

Виконуючи диференціювання рівнянь (7.64) і (7.65), одержимо вирази для компонент швидкості деформації:

$$\dot{\gamma}_x = \frac{\partial W_x}{\partial y} = \frac{V_x(n_1+1)|\eta - \eta_0|^{n_1}}{|1 - \eta_0|^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}} \frac{1}{H}, \quad (7.66)$$

$$\dot{\gamma}_z = \frac{\partial W_z}{\partial y} = \frac{V_z(n_1+1)|\eta - \eta_0|^{n_1}}{|1 - \eta_0|^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1}} \frac{1}{H}. \quad (7.67)$$

Для степеневого реологічного рівняння компоненти напружень дорівнюють:

$$\tau_{yx} = k_0 \left(\dot{\gamma}_x^2 + \dot{\gamma}_z^2 \right)^{\frac{1-n_1}{n_1}} \dot{\gamma}_x,$$

$$\tau_{yz} = k_0 \left(\dot{\gamma}_x^2 + \dot{\gamma}_z^2 \right)^{\frac{1-n_1}{n_1}} \dot{\gamma}_z.$$

Підставивши ці вирази в рівняння (7.46), одержимо

$$q_V = k_0 \left(\dot{\gamma}_x^2 + \dot{\gamma}_z^2 \right)^{\frac{1-n_1}{n_1}} \left(\dot{\gamma}_x^2 + \dot{\gamma}_z^2 \right) \exp[-\beta(T - T_0)], \quad (7.68)$$

де значення $\dot{\gamma}_x$ і $\dot{\gamma}_z$ підставляються відповідно до виразів (7.66) і (7.67), а експонента враховує залежність в'язкості від температури.

На рис. 7.9 наведено обчислені для ізотермічного режиму ($T = T_0$) значення q_V залежно від координати η для різних значень n_1 . З рис. 7.9 видно, що інтенсивність дисипації в об'ємі по висоті нарізки суттєво змінюється, причому біля поверхні черв'яка вона максимальна. Таким чином, теоретичні розрахунки підтверджують доцільність темперування черв'яка. Зі збільшенням відхилення поведінки рідини від ньютонівської нерівномірність дисипації в об'ємі збільшується.

Складова швидкості W_z не у всіх випадках відповідає умові рівності нулю продуктивності в напрямі координати z , а тому можливі профілі цієї швидкості зображені на рис. 7.6,а і 7.6,б. У цьому випадку значення $\psi(\eta_0)$ визначається за рівнянням

$$\psi(\eta_0) = \frac{G(n_1+2)}{\rho H b}, \quad (7.69)$$

а координата η_0 визначається за рівнянням (7.60), яке можна записати у вигляді

$$\eta_0 = \left\{ \frac{\psi(\eta_0) \left[(1 - \eta_0)^{n_1+1} - |\eta_0|^{n_1+1} \right] + (1 - \eta_0)^{n_1+2} + \eta_0^{n_1+2}}{n_1 + 2} \right\}^{\frac{1}{n_1+2}}. \quad (7.70)$$

Алгоритм розрахунку компонент швидкості деформації, необхідних для визначення інтенсивності внутрішніх дисипативних джерел, наведено на рис. 7.10. Для збільшення точності розрахунку компонент швидкості деформації обчислення ведуться для збільшеної кількості вузлових точок, яку позначимо mm . У блоці 1 задається значення кроку розрахунку $\Delta\eta_{0x}$, а в блоках 2–5 за схемою Горнера–Руффіні розв’язується трансцендентне рівняння (7.70) $\psi(\eta_0) = 0$, у результаті чого визначається значення координати η_{0x} .

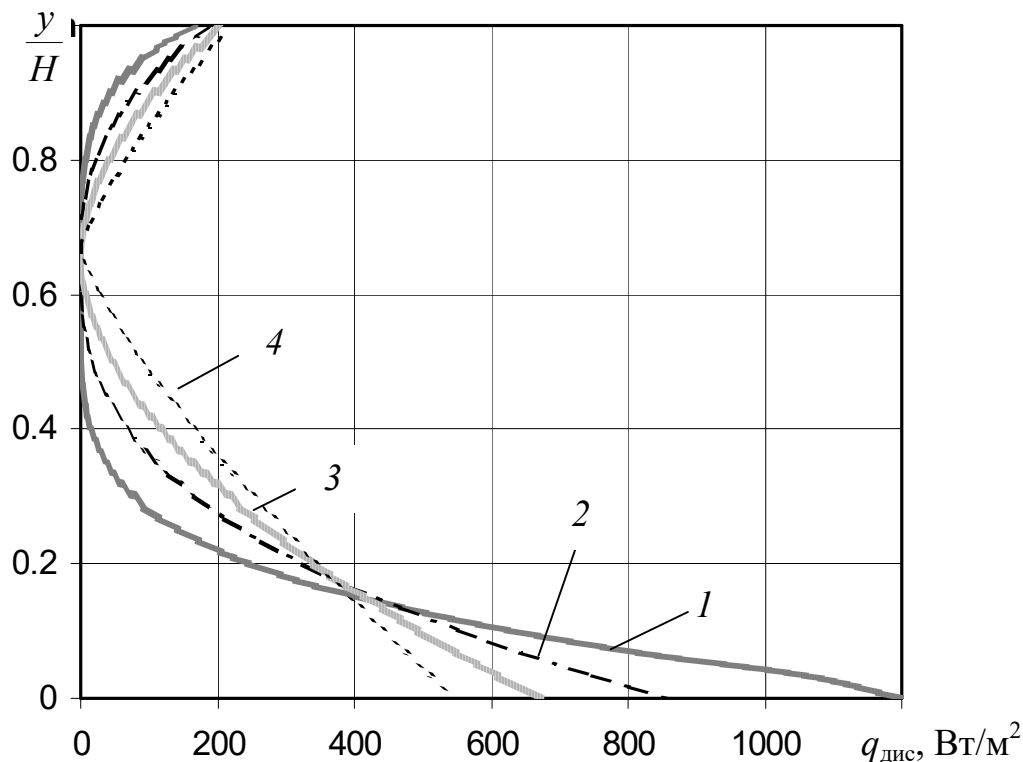


Рис. 7.9. Криві залежності потужності дисипації від безрозмірної координати η для різних значень $1/n_1$: 1 – 0,3; 2 – 0,5; 3 – 0,7; 4 – 1

Компоненти швидкості зсуву $\dot{\gamma}_{xi}$ у вузлових точках обчислюються в циклі 7–9. Одночасно в цьому ж циклі здійснюється переіндексація масиву значень $\dot{\gamma}_{xi}$, що відповідає «повороту» профілю швидкостей зсуву на 180° для випадку нерухомого циліндра та обертового черв’яка.

Аналогічні обчислення в блоках 10–18 здійснюються і для компоненти $\dot{\gamma}_{zi}$. Оскільки кількість вузлових точок mm більша за кількість таких точок у алгоритмі розрахунку теплообміну, то в блоках 19–22 формується масив m значень сумарної швидкості зсуву $\dot{\gamma}_i$, який використовується далі в алгоритмі розрахунку температурних полів.

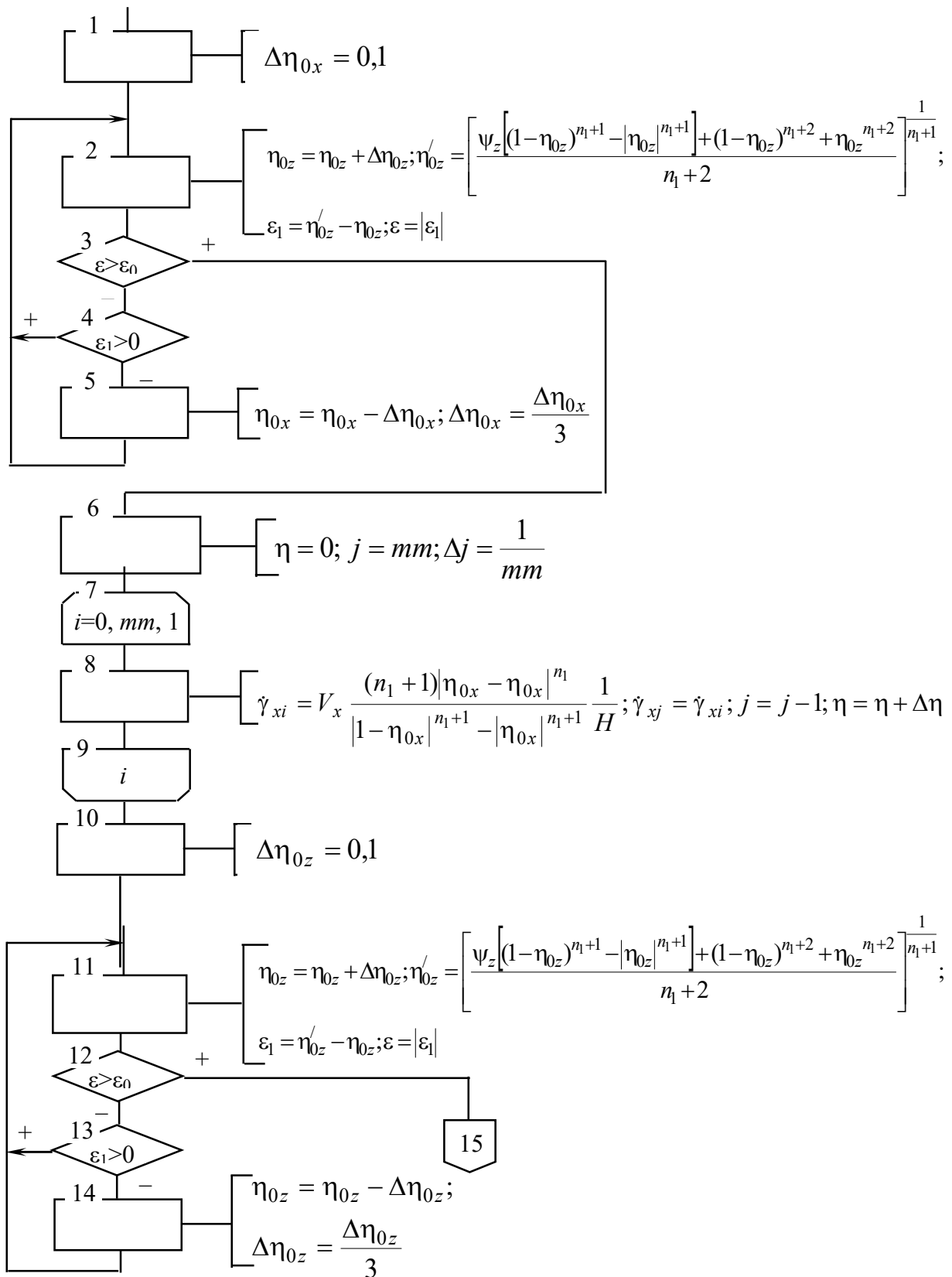


Рис. 7.10, аркуш 1. Алгоритм розрахунку швидкостей деформації

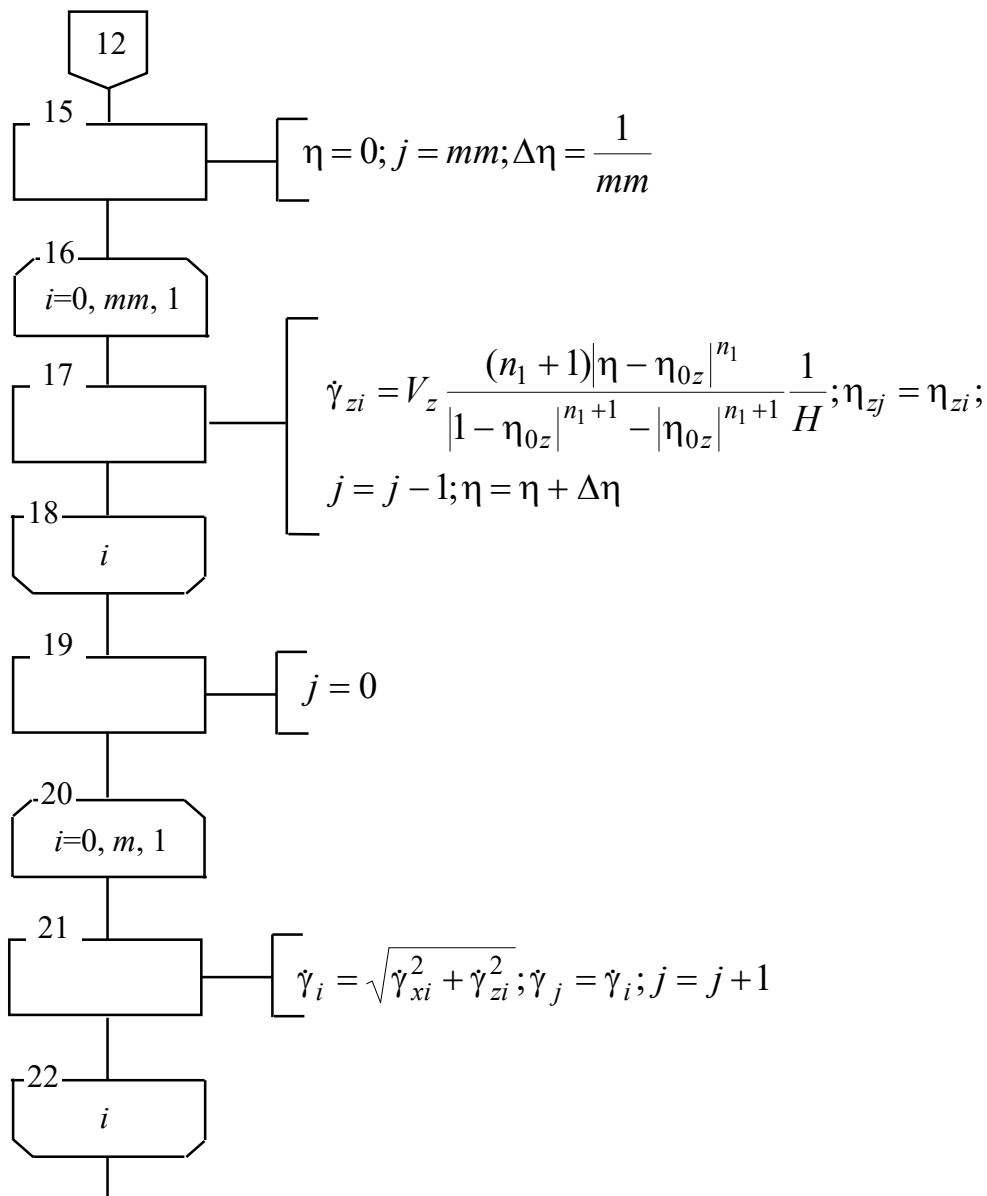


Рис. 7.10, аркуш 2

7.3. Гідродинаміка й теплообмін у каналах змішувальних елементів

Змішувальні конструктивні елементи черв'яків можуть мати різну геометричну форму й розміри, але для двочерв'ячних екструдерів найбільшого поширення набули кулачки овальної і трикутної форми, зміщені під деяким кутом таким чином, що їхні виступи імітують гвинтову нарізку. Гідродинаміка течії в таких елементах складна, швидкість змінюється у всіх напрямках і, відповідно, рівняння гідродинаміки і теплообміну слід було б розглядати у тривимірній постановці. При цьому виникають значні складнощі як під час

формулювання межових умов, так і умов стикування швидкісних і температурних полів при переході від одного елемента до іншого, що необхідно для складання алгоритму розрахунку екструдера в цілому. Тому для інженерних розрахунків виникає необхідність у спрощенні рівнянь, виходячи з аналізу процесу, яке не внесло б суттєвих похибок у загальні результати розрахунку. Іншими словами, необхідно спростити задачу таким чином, щоб загальний рівень дисипативних тепловиділень у каналі складної форми був з достатньою для інженерних розрахунків точністю таким самим, як і в еквівалентних каналах простої форми.

Розглянемо спочатку колову складову швидкості для кулачків найбільш поширеної овальної або трикутної форми. Поверхні кулачка й циліндра утворюють проміжок змінної по колу висоти, який обертається відносно нерухомого циліндра (рис. 7.11). В області зачеплення потоки зустрічаються, що спричиняє виникненню циркуляції розплаву в коловому напрямі аналогічно тому, як це має місце в С-подібній секції. Якщо зафіксувати в просторі переріз I–I (див. рис. 7.11), то в цьому перерізі має місце циклічна зміна профілю швидкості і, відповідно, швидкості деформації та інтенсивності дисипації внаслідок обертання кулачків, причому така зміна характерна для всіх перерізів за виключення відносно невеликої області зачеплення. Це дає можливість у рівнянні збереження енергії вважати потік умовно вісесиметричним і не враховувати похідні по координаті φ , а зміну інтенсивності дисипації по висоті нарізки обчислювати для усередненого в часі значення швидкості зсуву. Це значення можна визначити, якщо ввести еквівалентну висоту каналу H_e .

Оскільки швидкість зсуву змінюється по висоті проміжку лінійно, то величину еквівалентного проміжку можна визначити так

$$H_e = \frac{\frac{\pi D^2}{4} - F_k}{\pi D},$$

де F_k – площа поверхні кулачка.

Змішувальні елементи не генерують тиск, а є його „споживачами”, тобто рух розплаву здійснюється під дією тиску, створюваного гвинтовою нарізкою. Тому можна вважати, що об’єм проміжку повністю заповнений розплавом. Розрахунки показують, що швидкість переміщення розплаву в осьовому напрямі V_L , що входить до рівняння збереження енергії, на порядок менша від швидкості в тангенціальному напрямі, а тому вплив осьової складової швидкості на інтенсивність дисипації порівняно з тангенціальною значно менший і ним можна знехтувати при розрахунку потужності дисипації. Для порівняння нагадаємо відомі методи розрахунку формувальних головок, у яких інтенсивність дисипації зазвичай не враховується з тих самих причин.

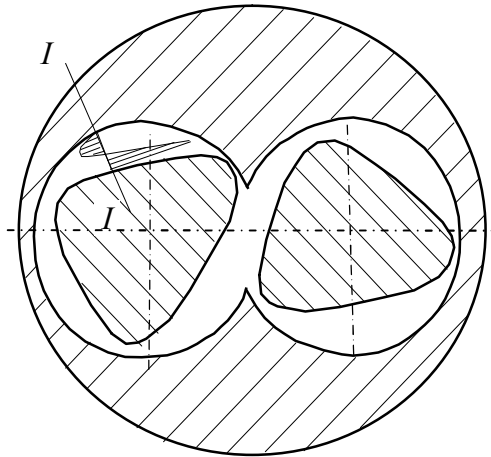


Рис. 7.11. Схема кулачкових змішувальних елементів

Таким чином, для розрахунку змішувальних елементів з достатньою для інженерних розрахунків точністю можна використати алгоритм розв'язання рівняння енергії, зображений на рис. 7.2, а інтенсивність внутрішніх джерел обчислювати виходячи із швидкості зсуву, знайденої для еквівалентного проміжку. Такі припущення вносять певну похибку в розрахунки, але, як показали виконані нами оціночні обчислення, при розрахунку процесу екструзії в цілому їх внесок у кінцеві результати знаходиться в межах, допустимих для інженерних розрахунків. Це можна пояснити тим, що обчислюваний з цими спрощеннями рівень дисипативних тепловиділень у цілому відповідає тим швидкостям деформації, які мають місце в реальному процесі.

8. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСТРУДЕРІВ З РІЗНОСПРЯМОВАНИМ ОБЕРТАННЯМ ЧЕРВ'ЯКІВ

Розрахунок двочерв'ячних екструдерів з різноспрямованим обертанням черв'яків розглядався нами також у працях [148–150 та ін.]. Двочерв'ячні екструдери працюють у режимі дозованого живлення з повним заповненням тільки декількох останніх С-подібних секцій, об'єм яких зазвичай найменший. Визначимо максимально можливу за цих умов продуктивність екструдера, якщо задана кількість обертів черв'яків дорівнює n . Розглянемо поперечний переріз двох черв'яків екструдера (рис. 8.1).

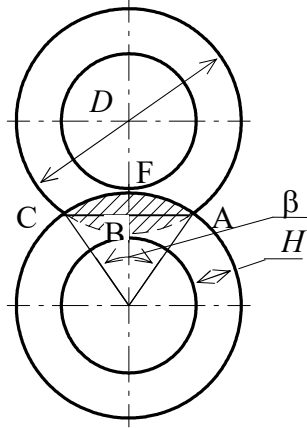


Рис. 8.1. Поперечний переріз черв'яків двочерв'ячного екструдера

За кожний оберт черв'яка з екструдера виштовхується подвоєна площа кільця $\frac{\pi}{4} [D^2 - (D - 2H)^2]$ за винятком заштрихованої на рис. 8.1 площі довжиною $(S - jE)$, де j – кількість заходів нарізки. Площа сегмента $ABCF$ дорівнює площі сектора $OAFC$ мінус площу трикутника OAC

$$F_{ABCF} = F_{OAFC} - F_{OAC}.$$

Визначимо ці площі:

$$F_{OAFC} = \frac{\pi D^2}{4} \frac{\beta}{2\pi} = \frac{D^2 \beta}{8}, \quad F_{OAC} = \frac{1}{2} |AC| \cdot |OB|,$$

$$OB = \frac{D}{2} - \frac{H}{2} = \frac{D - H}{2}, \quad AC = 2 \frac{1}{2} D \sin \frac{\beta}{2} = D \sin \frac{\beta}{2}.$$

Тоді маємо

$$F_{OAC} = \frac{1}{2} D \sin \frac{\beta}{2} \frac{D - H}{2} \quad \text{і} \quad F_{ABCF} = \frac{D^2 \beta}{8} - \frac{1}{2} D \sin \frac{\beta}{2} \frac{D - H}{2}.$$

Площа поперечного перерізу для двох черв'яків дорівнює

$$F = \frac{\pi}{2} [D^2 - (D - 2H)^2] - \frac{D}{2} \left[\frac{D\beta}{2} - (D - H) \sin \frac{\beta}{2} \right],$$

а об'єм С-подібної секції визначиться так

$$V_c = \left\{ \frac{\pi}{2} [D^2 - (D - 2H)^2] - \frac{D}{2} \left[\frac{D\beta}{2} - (D - H) \sin \frac{\beta}{2} \right] \right\} (S - jE). \quad (8.1)$$

Відповідно для продуктивності екструдера маємо

$$G = \rho F(S - jE)n = \rho \left\{ \frac{\pi}{2} \left[D^2 - (D - 2 \cdot H)^2 \right] - \frac{D}{2} \left[\frac{D\beta}{2} - (D - H) \sin \frac{\beta}{2} \right] \right\} (S - jE)n. \quad (8.2)$$

Кут β сектора $OAF C$, виражений через тангенс (рис. 8.1), дорівнює

$$\beta = 2 \arctg \left(\frac{AB}{OB} \right) = 2 \arctg \left[\frac{\sqrt{\left(\frac{D}{2} \right)^2 - \left(\frac{D-H}{2} \right)^2}}{\frac{D-H}{2}} \right].$$

Після відповідних перетворень маємо

$$\beta = 2 \arctg \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{H}{D} \right)^2} - 1}. \quad (8.3)$$

Площу поперечного перерізу неповністю заповнених секцій, яка заповнена полімером, можна визначити з рівняння (8.2), якщо відома продуктивність, що забезпечується дозатором

$$F = \frac{G}{\rho n(S - jE)}. \quad (8.4)$$

З іншого боку, ця площа дорівнює різниці площ секторів з радіусами R_3 і R_2 і кутом $(\pi - \beta_1)$, де β_1 – кут кільцевого простору, не заповненого полімером. Тоді для двох черв'яків маємо

$$F = 2 \left[\frac{(\pi - \beta_1) R_3^2}{2} - \frac{(\pi - \beta_1) R_2^2}{2} \right] = (\pi - \beta_1)(R_3^2 - R_2^2). \quad (8.5)$$

Прирівнюючи (8.4) і (8.5) та розв'язуючи одержаний вираз відносно кута β_1 , одержимо

$$\beta_1 = \pi - \frac{G}{\rho(S - jE)n(R_3^2 - R_2^2)}. \quad (8.6)$$

Визначимо далі сумарну потужність дисипації в об'ємі двох С-подібних секцій. Ураховуючи, що за прийнятих припущень інтенсивність дисипації q_v змінюється тільки по радіусу, за формулою числового інтегрування Сімпсона одержимо

$$\Delta N_{\partial} = \frac{2}{3}(\pi - \beta_1)\Delta r(S - jE) \left(q_{V0}R_2 + q_{Vm}R_3 + 4 \sum_{i=1}^{m-1} q_{Vi}r_i + 2 \sum_{j=1}^{m-2} q_{Vj}r_j \right), \quad (8.7)$$

де $i=1,3,\dots,m-1; j=2,4,\dots,m-2$, а r_i і r_j – радіуси відповідних елементів Δr .

Значення q_{Vi} і q_{Vj} , що входять у рівняння (8.7), визначаються при розрахунку процесу теплообміну відповідно до алгоритму, зображеному на рис. 7.2.

Крім цього потужність приводу витрачається на деформування розплаву в проміжках δ_o , δ_b і δ_{σ} (див. рис.5.2). Оскільки обертання черв'яків різноспрямоване, то деформації зсуву в бічних проміжках зачеплення δ_{σ} практично відсутні, а тому їх враховувати не будемо. Витрати потужності у валковому проміжку, як показали виконані нами розрахунки за методикою розрахунку валкових машин, також суттєвого впливу на результати інженерних розрахунків не мають. Найбільші витрати потужності мають місце в радіальному проміжку δ_o між гребенем витка і стінкою циліндра. Як раніше відзначалось, внаслідок малої величини цього проміжку вплив градієнта тиску на профіль швидкості незначний і течію в проміжку можна розглядати як течію між нерухомою й рухомою поверхнями з приблизно лінійним розподілом швидкості. Тоді для швидкості зсуву в проміжку маємо

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{\delta_o},$$

а потужність дисипації відповідно визначиться так

$$q_V = \mu(\dot{\gamma}, T_{\delta})\dot{\gamma}^2 = \mu(\dot{\gamma}, T_{\delta}) \left(\frac{V}{\delta_o} \right)^2, \quad (8.7)$$

де T_{δ} – середня температура розплаву в проміжку, яку можна приймати рівною температурі T_m біля поверхні циліндра.

Тоді витрати потужності в проміжках двох С-подібних секцій дорівнюють

$$\Delta N_{d0} = 2q_V(\pi - \beta_1)R_3E\delta_o. \quad (8.7)$$

Алгоритм розрахунку екструдера з різноспрямованим обертанням черв'яків зображений на рис. 8.2.

Вихідними даними для його розрахунку є: діаметр черв'яка D ; кількість заходів нарізки j_1 ; діаметр отвору охолодження черв'яка D_1 ; зовнішній діаметр циліндра D_4 ; кроки нарізки в п'ятьох зонах S_1-S_5 ; координати кінця геометри-

чних зон L_1-L_5 ; глибина нарізки H_1-H_5 і ширина гребеня витка E_1-E_5 у п'ятьох зонах; проміжок між гребенем витка й циліндром δ_0 ; теплоємність стінки циліндра $\lambda_{ст}$; масова продуктивність G ; температура маси на вході $T_{вх}$; тепловий потік нагрівників циліндра $q_{нц}$; коефіцієнт тепловіддачі для поверхні черв'яка α ; температура рідини T_p ; мінімальна температура стінки циліндра $T_{ц\ min}$; мінімальна температура стінки черв'яка $T_{ч\ min}$; температура плавлення $T_{пл}$; кількість обертів черв'яка n .

Крім цих даних необхідно задати функції, що апроксимують теплофізичні властивості полімеру для чотирьох інтервалів температур, як це передбачено в алгоритмі розрахунку: $T < T'$, $T' < T < T''$, $T'' < T < T'''$ і $T > T'''$. Залежність в'язкості від швидкості зсуву й температури апроксимується степеневим рівнянням.

Залежно від задання вихідних даних у алгоритмі можуть бути реалізовані такі умови на поверхнях черв'яка й циліндра:

– поверхня черв'яка:

$T_{ч\ min} \neq 0$ – межові умови першого роду;

$T_{ч\ min} = 0$; $\alpha \neq 0$; $T_p \neq 0$ – межові умови третього роду;

$T_{ч\ min} = 0$; $\alpha = 0$ – адіабатичні умови;

– поверхня циліндра:

$T_{ц\ min} \neq 0$ – межові умови першого роду;

$T_{ц\ min} = 0$; $q_{нц} \neq 0$ – межові умови другого роду;

$T_{ц\ min} = 0$; $q_{нц} = 0$ – адіабатичні умови.

Вихідні дані вводяться в блоці 1 алгоритму, зображеного на рис. 8.2. У блоці 2 визначаються секундна продуктивність, густина полімеру, приймаються рівними нулю початкові значення координати L , сумарних потужностей дисипації в об'ємі секції і в проміжку, потужностей нагрівання (охолодження) черв'яка й циліндра, задаються кількості вузлових точок для розрахунку гідродинаміки (mt) і теплообміну (m), а середня температура маси приймається рівною її температурі на вході. Початкові значення температур у вузлових точках задаються в циклі 3–5. У блоці 6 визначаються значення радіусів, обчислюється об'єм останньої С-подібної секції, визначається теоретично можлива максимальна продуктивність за заданої кількості обертів, а також запам'ятовується значення теплового потоку нагрівників циліндра $q_{цл}$. Якщо задане значення продуктивності перевищує обчислене максимальне, то розрахунок закінчується (блоки 7, 8). У цьому випадку необхідно зменшити продуктивність або збільшити кількість обертів і повторити розрахунок.

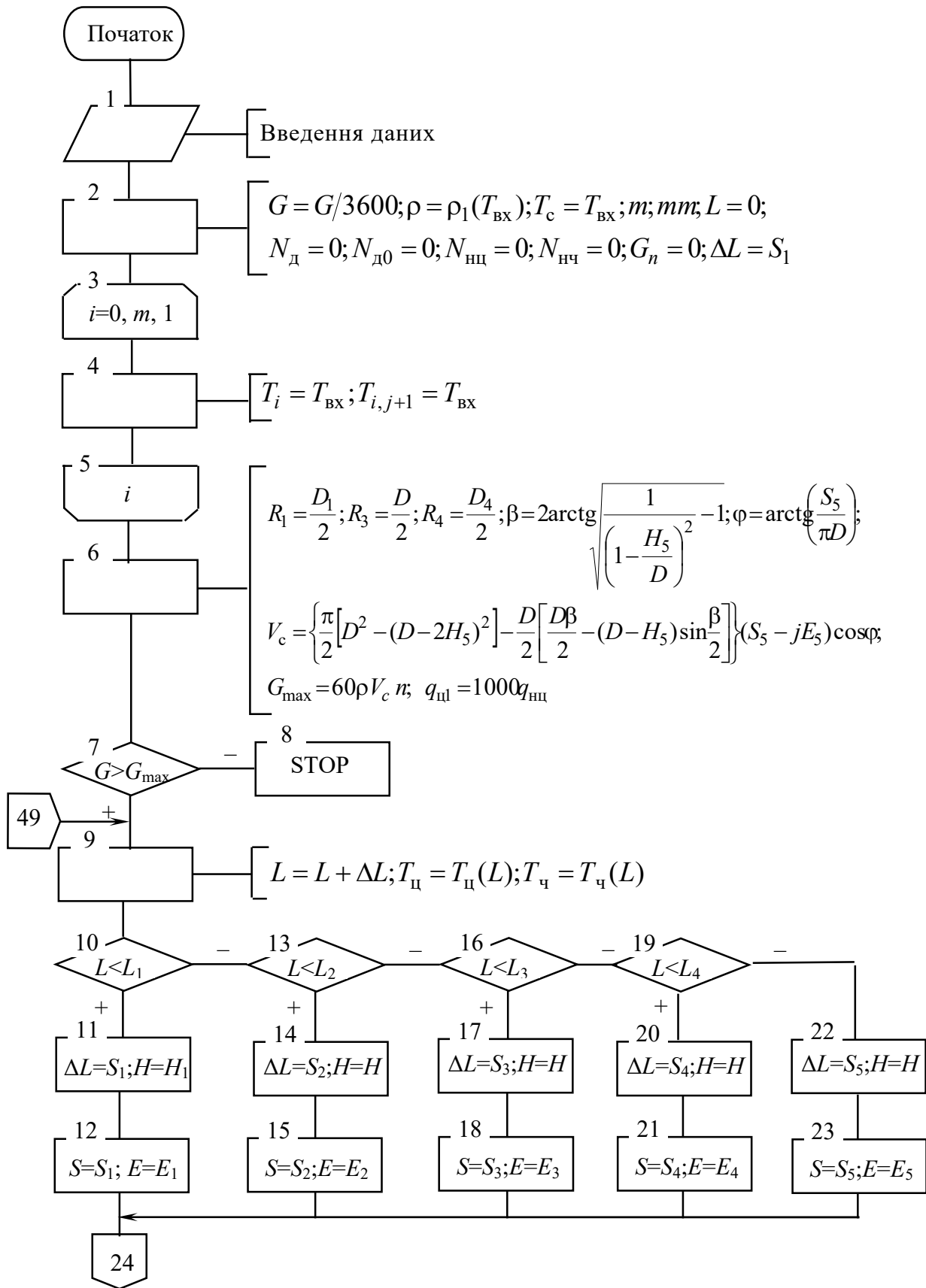


Рис. 8.2, аркуш 1. Алгоритм розрахунку екструдера

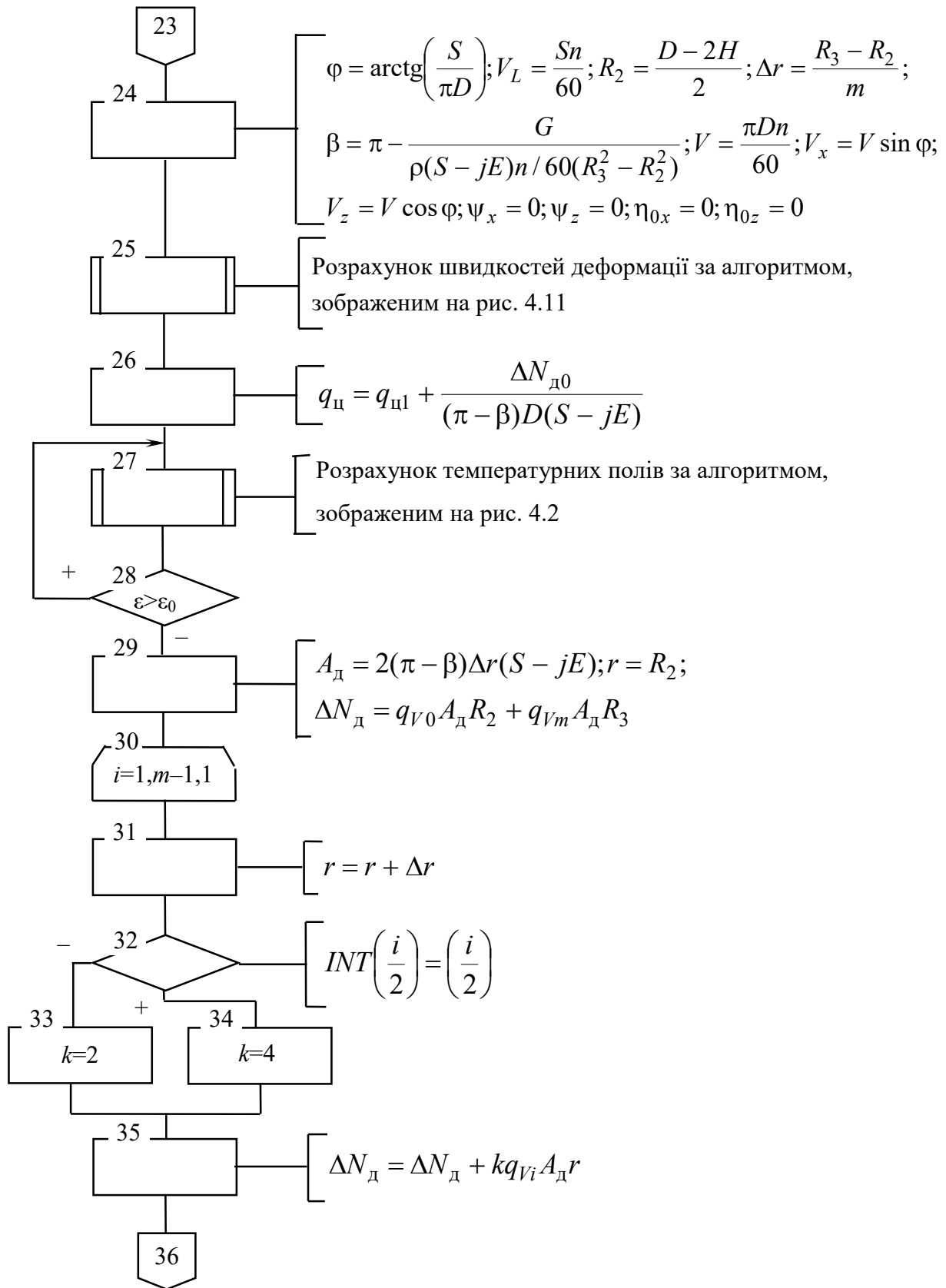


Рис. 8.2, аркуш 2

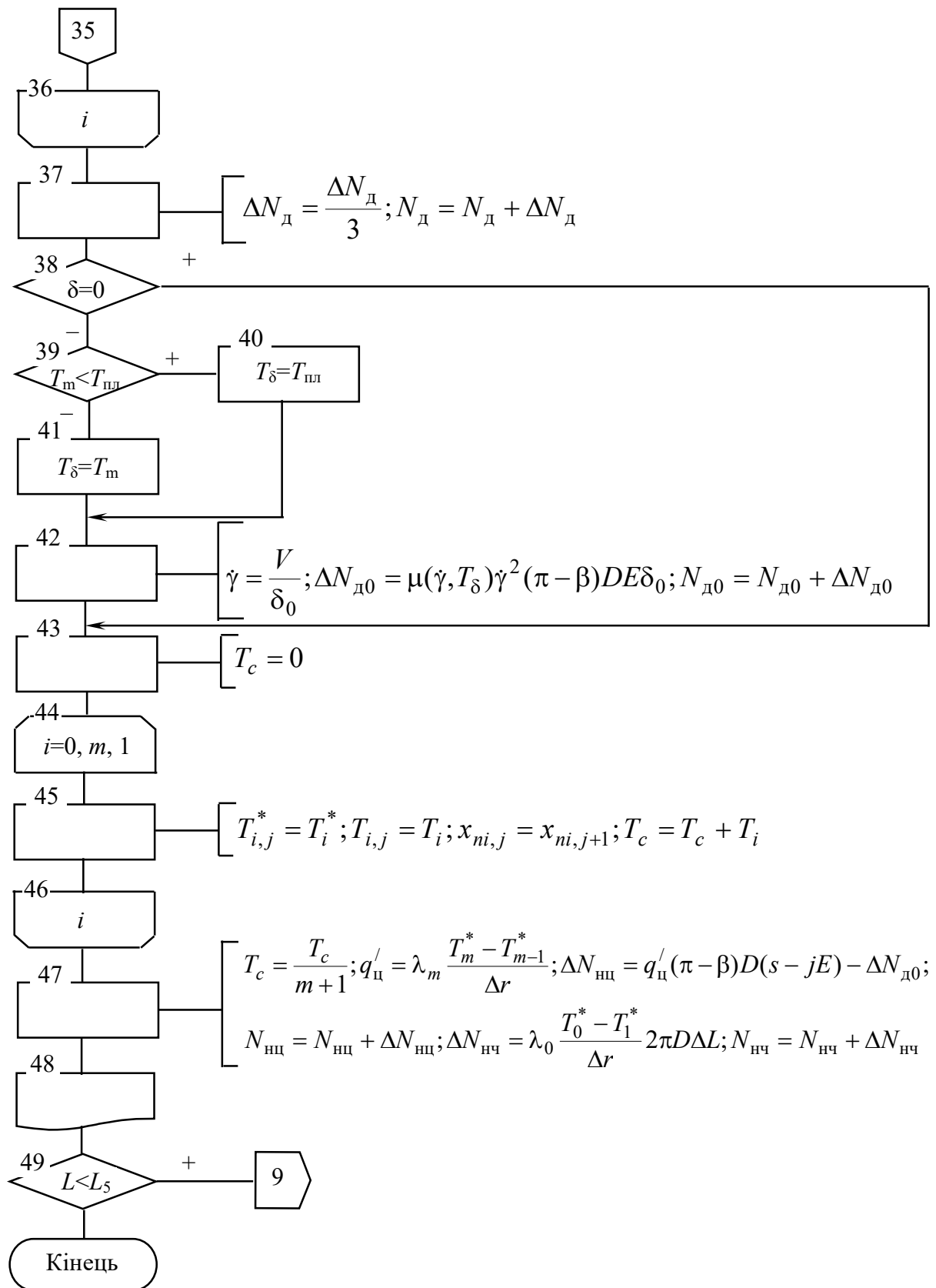


Рис. 8.2, аркуш 3

У блоці 9 визначається координата обчислюваного елемента й відповідні їй температури стінок циліндра і черв'яка, які задаються у вихідних даних у вигляді функцій довжини циліндра, якщо обчислення ведеться за межових умов першого роду. В іншому випадку ці значення будуть рівними нулю. У подальших розрахунках будуть визначені теплові потоки на поверхнях черв'яка й циліндра, які необхідні для підтримання заданих температур. Геометричні розміри нарізки і крок розрахунку вибираються для обчислюваного об'єму в блоках 10–23. При цьому передбачається можливість введення геометричних розмірів для п'яти зон. Далі в блоці 24 визначається кут нахилу гвинтової нарізки, осьова швидкість переміщення С-подібної секції, радіус впадин нарізки і крок розрахунку Δr . У цьому ж блоці знаходиться кут неповного заповнення кільцевого перерізу секції, складові швидкості на стінці циліндра і приймаються рівними нулю значення величин $\psi_x, \psi_z, \eta_{0x}$ і η_{0z} , необхідні для розрахунку швидкостей деформації у вузлових точках, який здійснюється відповідно до алгоритму, зображеному на рис. 7.10, у блоці-підпрограмі 25.

Як уже зазначалось, теплота дисипації в проміжку між гребенем витка і стінкою циліндра переноситься до основної маси полімеру в об'ємі секції завдяки високій теплопровідності стінки циліндра й разом з потоком маси, що перетікає крізь проміжок. Якщо задача розв'язується за межових умов другого роду, то цей тепловий потік $q_{ц0}$ додається до теплового потоку нагрівників у блоці 26 і таким чином враховується в розрахунку процесу теплообміну в С-подібному об'ємі. За адіабатичних умов тепловий потік нагрівників дорівнює нулю, але сумарний потік буде рівним $q_{ц0}$ і також буде врахований при розрахунку теплообміну. За межових умов першого роду в алгоритмі теплового розрахунку визначається тепловий потік, необхідний для підтримання заданої температури стінки, і його слід розглядати як суму потоків нагрівників і $q_{ц0}$. Визначення сумарного потоку здійснюється в блоці 26.

У блоці-підпрограмі 27 виконується розрахунок температурних полів за алгоритмом, зображеним на рис. 7.2. Якщо похибка обчислень попереднього та обчислюваного наближень перевищує задане значення, то блок 28 повертає на блок 27 для продовження ітераційного циклу. В іншому разі в блоках 29–37 за формулою числового інтегрування Сімпсона обчислюється потужність дисипації в об'ємі С-подібної секції і її сумарне значення. Розрахунок потужності, що витрачається в проміжку між гребенем витка і стінкою циліндра, і визначення її сумарного значення здійснюється у блоках 38–42. Якщо у вихідних даних задати значення величини проміжку рівним нулю, то таке обчислення не виконується (блок 38). У блоках 43–47 здійснюється переіндексація

температур, необхідна для наступних обчислень, а також знаходиться середня температура розплаву, теплові потоки на поверхнях черв'яка й циліндра і відповідні значення сумарних потужностей на цих поверхнях. Блок 48 здійснює виведення розрахованих результатів, а блок 49 порівнює поточну координату L з довжиною черв'яка і здійснює перехід на блок 9 для продовження розрахунку, якщо ця координата менша від довжини черв'яка, або розрахунок на цьому закінчується.

Як приклад наведемо результати розрахунку процесу екструзії полімеру на двочерв'ячному екструдері з діаметром черв'яків 125 мм і робочою довжиною $18D$ для продуктивності 500 кг/год і кількості обертів черв'яків 50 хв^{-1} . Розрахунки виконувались для двох варіантів: задані температури поверхонь черв'яка й циліндра; відсутній теплообмін з поверхнями черв'яка й циліндра (адіабатичний режим). Показник степеня реологічного рівняння в розрахунках приймався рівним 0.5; 1.

Криві зміни температур по безрозмірній висоті нарізки y/H для трьох поперечних перерізів на першому, п'ятнадцятому і тридцятому витках при значеннях показника степеня $n=1$ і $n=0,5$ для адіабатичного режиму наведені на рис. 8.3, з якого видно, що більш інтенсивне нагрівання має місце біля поверхні черв'яка, а температурна неоднорідність може досягати $30\text{--}50^\circ\text{C}$. У той же час зі збільшенням відхилення від ньютонівської поведінки має місце зниження температурного рівня переробки, що пов'язане зі зменшенням інтенсивності циркуляційного руху розплаву. Відповідно зміна температури по безрозмірній висоті нарізки y/H за межових умов першого роду (задані температури поверхонь) для різних значень z наведена на рис. 8.4.

З рис. 8.4 видно, що на перших витках для підтримання заданої температури необхідне нагрівання маси, а після деякого значення z навпаки, поверхні черв'яка й циліндра слід охолоджувати. Це чітко видно з рис. 8.5 і 8.6, на яких наведені криві зміни теплових потоків по довжині екструдера, які необхідно підвести або відвести від поверхонь черв'яка й циліндра для підтримання заданих температур. За цими кривими можна визначити й підібрати необхідний температурний режим переробки. На рис. 8.7 і 8.8 наведені у двовимірному варіанті розраховані температурні поля в екструдері для адіабатичного режиму й режиму, коли задані температури поверхонь черв'яка й циліндра (межові умови першого роду).

Слід відзначити, що за результатами розрахунку на перших витках необхідне підведення значної кількості теплоти для підтримання заданого температурного режиму поверхонь черв'яка й циліндра, що не завжди можливо, оскільки поверхня теплообміну циліндра обмежена. Тому спочатку доцільно виконати розрахунок для випадку межових умов другого роду, за результатами якого вибрати значення температур на поверхнях.

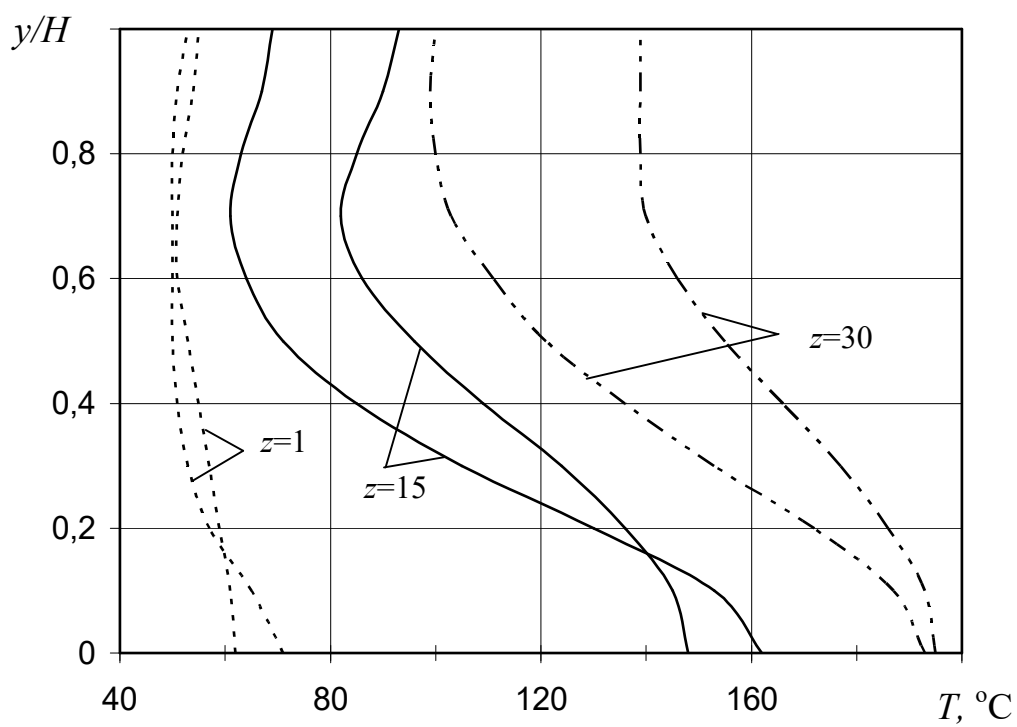


Рис. 8.3. Криві зміни температури по висоті нарізки для адиабатичного режиму

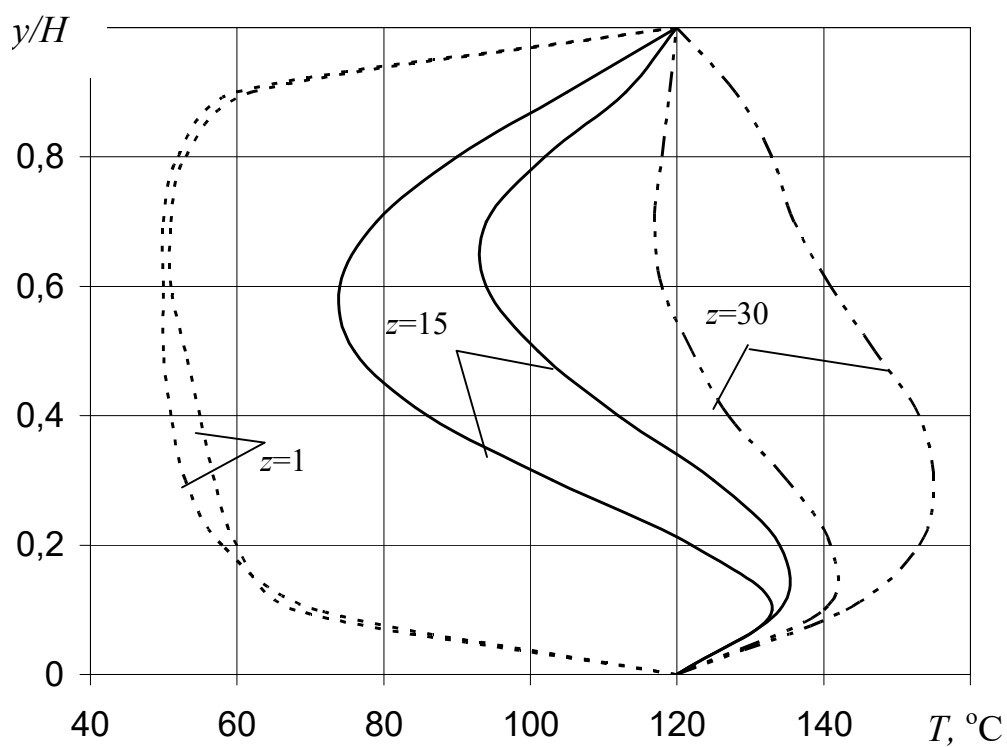


Рис. 8.4. Криві зміни температури по висоті нарізки для заданих температур поверхонь черв'яка і циліндра

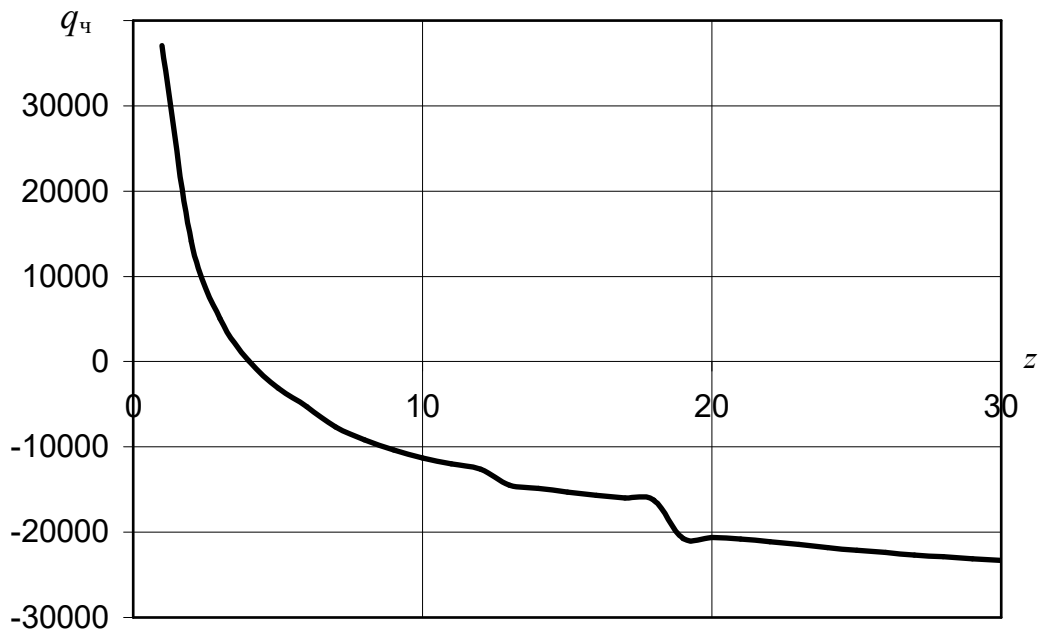


Рис. 8.5. Тепловий потік, який необхідно підвести або відвести від поверхні черв'яка

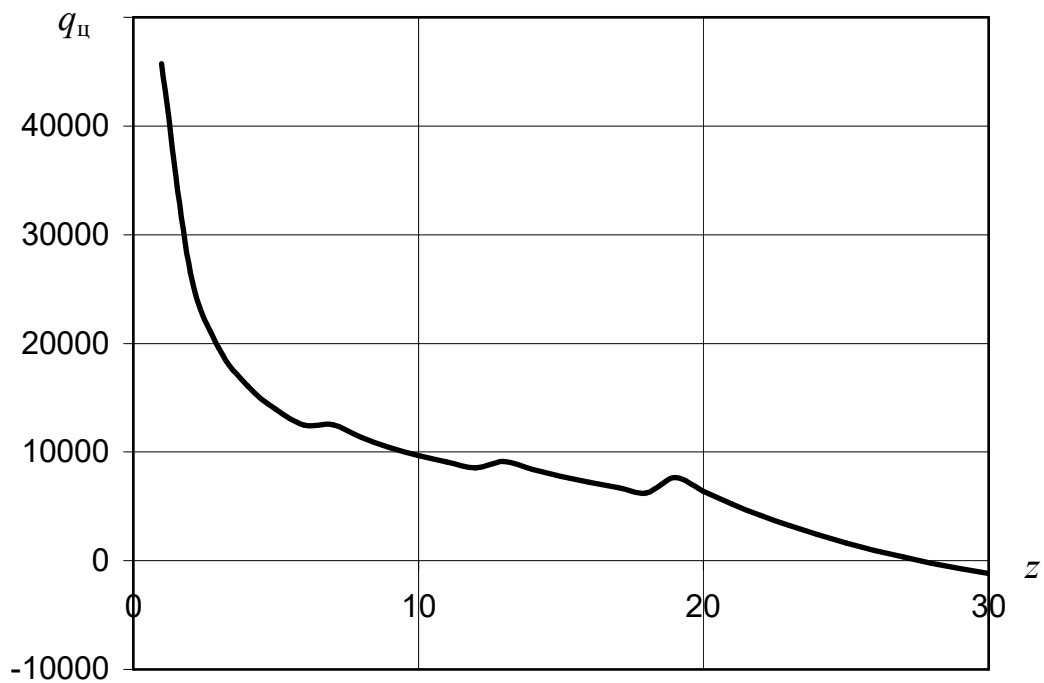


Рис. 8.6. Тепловий потік, який необхідно підвести або відвести від поверхні циліндра

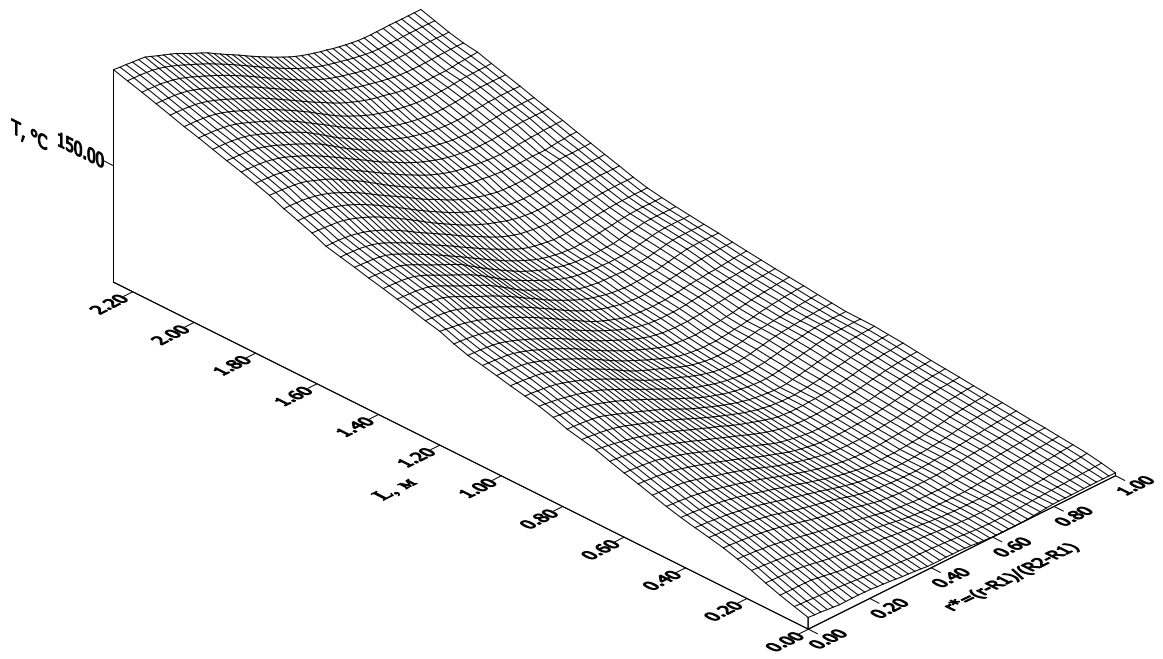


Рис. 8.7. Температурні поля в екструдері для адіабатичного режиму

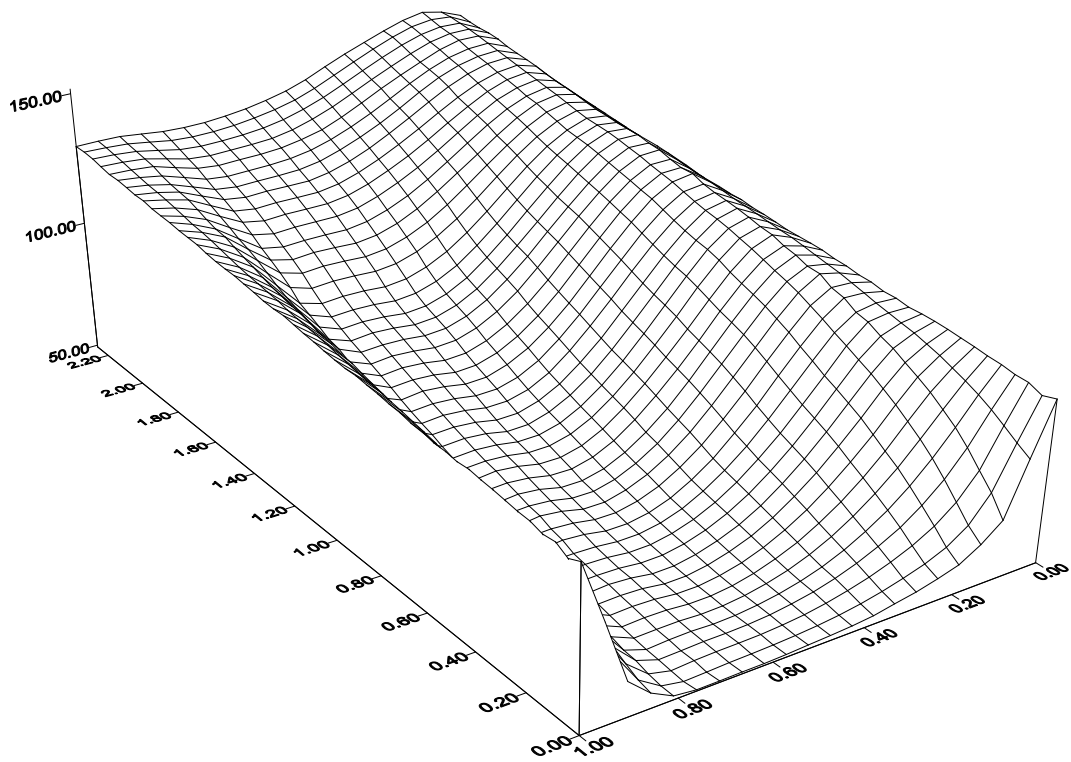


Рис. 8.8. Температурні поля в екструдері для межових умов першого роду

Отже, розроблена математична модель і програма розрахунку дозволяють виконувати багатоваріантні розрахунки з метою вибору геометрії черв'яків та температурних режимів переробки. При цьому слід відзначити, що температурна неоднорідність розплаву, викликана неоднорідністю швидкісних полів, вимагає для її зменшення встановлення конструктивних змішувальних елементів.

9. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСТРУДЕРІВ З ОДНОСПРЯМОВАНИМ ОБЕРТАННЯМ ЧЕРВ'ЯКІВ

Моделювання екструдерів з односпрямованим обертанням черв'яків, результати якого подані нижче, розглядалось нами також у праці [151]. У двочерв'ячному екструдері з односпрямованим обертанням черв'яків має місце самоочищення черв'яків, що особливо важливо при переробці термочутливих матеріалів. Схему екструдера зображено на рис. 9.1. У більшості випадків черв'яки виготовляють багатозахідними з напівкруглим профілем нарізки, що сприяє кращому перерозподілу потоків і змішуванню. Розглянемо тризахідний черв'як з кроком нарізки S , зображений на рис. 9.1,а. З рисунка видно, що потік полімеру в місці контакту черв'яків перерозподіляється між каналами нарізки, а для решти довжини каналів течія аналогічна течії в одночерв'ячному екструдері. Слід зауважити, що двочерв'ячні екструдери працюють за умови дозованого живлення, а тому повністю заповненими є лише декілька останніх витків черв'яка, які генерують необхідний тиск на виході. Об'єм каналів нарізки черв'яка зменшується в напрямі до виходу як за рахунок зменшення глибини, так і за рахунок зменшення кроку нарізки, причому найчастіше таке зменшення відбувається ступінчасто. У зв'язку з тим, що потік полімеру неперервно перерозподіляється й розплав у зоні плавлення змішується з твердим полімером, вважатимемо, що в даному випадку як і в екструдері з різноспрямованим обертанням чітко виражена зона плавлення відсутня, а деформація зсуву в усьому об'ємі має місце по всій довжині черв'яків.

На відміну від екструдерів з різноспрямованим обертанням черв'яків, у розглядуваному випадку об'єм С-подібної секції не є ізольованим (див. рис. 9.1,а). Проте останні секції нарізки завдяки наявності опору формувальної головки заповнені полімером повністю, а тому швидкість осьового переміщення полімеру V_L у цих секціях можна визначити з рівняння масової витрати (продуктивності):

$$G = \rho F_k V_L, \quad (9.1)$$

де F_k – площа перерізу каналів площиною, перпендикулярною осі черв'яків.

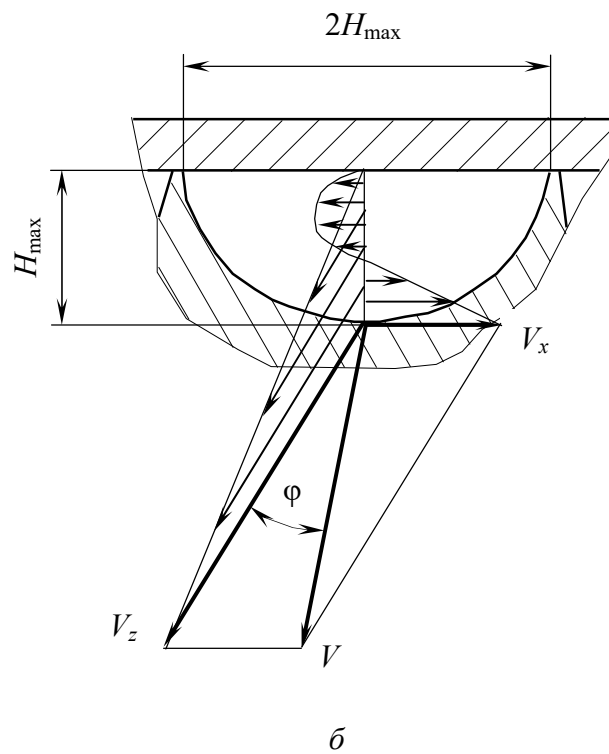
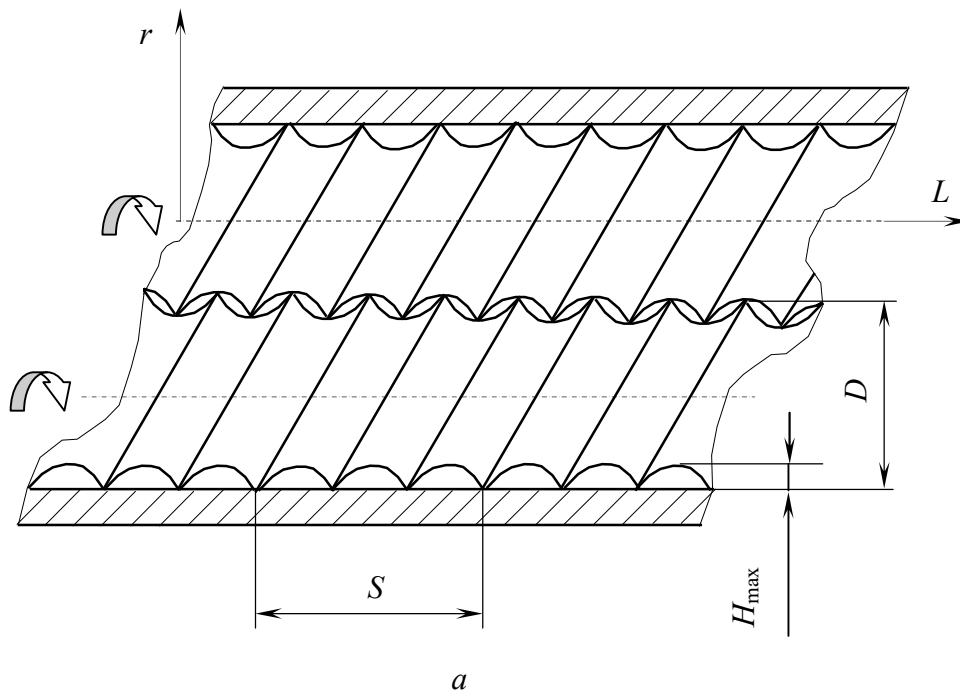


Рис. 9.1. Схема екструдера з односпрямованим обертанням черв'яків

Ураховуючи, що профіль каналу напівкруглий з радіусом нарізки, рівним H_{\max} , для двох черв'яків із j -західною нарізкою маємо

$$F_k = 2j \frac{\pi H_{\max}^2}{2 \sin \varphi}. \quad (9.2)$$

Підставляючи вираз (9.2) у рівняння (9.1) і розв'язуючи його відносно V_L , одержимо

$$V_L = \frac{G \sin \varphi}{j \rho \pi H_{\max}^2}. \quad (9.3)$$

Кут нахилу гвинтової нарізки φ визначається за формулою

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{S}{\pi D} \right).$$

Обчислену за рівнянням (9.3) середню швидкість переміщення для останніх секцій при розрахунку решти секцій будемо уточнювати множенням на відношення кроку нарізки розглядуваної секції до кроку нарізки останньої секції.

Визначимо для напівкруглого поперечного перерізу еквівалентну глибину нарізки, замінивши її прямокутною за умови рівності площ поперечного перерізу (рис. 9.1,б)

$$\frac{\pi H_{\max}^2}{2} = 2 H_{\max} H,$$

звідки еквівалентна глибина нарізки становить

$$H = \frac{\pi}{4} H_{\max}.$$

За наявності змішувальних кулачків еквівалентну глибину нарізки можна визначити аналогічно.

Еквівалентна нарізка в поперечному перерізі утворює неповністю заповнений полімером кільцевий простір, площа якого для двох черв'яків приблизно дорівнює

$$F_k = 2(\pi - \beta) H \frac{D - H}{2}, \quad (9.4)$$

де β – кут незаповненої полімером нарізки.

Підставляючи вираз (9.4) у рівняння для масової продуктивності (9.1) і розв'язуючи одержаний вираз відносно кута β , одержимо

$$\beta = \pi - \frac{G}{\rho V_L (D - H) H}. \quad (9.5)$$

Рівняння (9.5) дозволяє визначити кут неповного заповнення для неповністю заповнених секцій.

Продуктивність екструдера за умови дозованої подачі дорівнює продуктивності дозатора, але вона не може перевищувати максимальної продуктивності, яка визначається кількістю обертів черв'яків і геометрією повністю заповнених секцій. Як раніше зазначалось, у разі односпрямованого обертання С-подібні секції не повністю ізольовані, а тому для визначення продуктивності останніх секцій скористаємось теорією одночерв'ячної екструзії. Для плоскопаралельної моделі черв'яка за градієнта тиску, близького до нульового значення, продуктивність дорівнює

$$G_{\max} = 2j\rho \frac{\pi H_{\max}^2 G V_z}{2}, \quad (9.6)$$

де $V_z = \pi D n \cos \varphi$ – складова швидкості вздовж розгорнутого в площину каналу черв'яка.

Підставляючи цей вираз у рівняння (9.6), маємо

$$G_{\max} = \rho j \pi H_{\max}^2 \frac{\pi D n \cos \varphi}{2}.$$

Для визначення інтенсивності дисипації q_v в об'ємі полімеру, яка входить до рівняння збереження енергії, необхідне обчислення швидкостей деформації у вузлових точках. Для цього як і у випадку різноспрямованого обертання черв'яків скористаємось розв'язками, одержаними для плоскопаралельної моделі. Для циркуляційної складової значення швидкості деформації $\dot{\gamma}_x$ у вузлових точках можна виконати за алгоритмом, зображеним на рис. 7.10 (блоки 1–9). При визначенні складової $\dot{\gamma}_z$ слід мати на увазі, що в розглядуваному випадку С-подібні секції не замкнені і в них відсутня циркуляція в по-вздовжньому напрямі, як це має місце при різноспрямованому обертанні черв'яків. Але для незаповнених секцій градієнт тиску в напрямі z близький до нульового значення, тому можна припустити, що швидкість по висоті нарізки змінюється приблизно лінійно, а швидкість деформації відповідно дорівнює

$$\dot{\gamma}_z = \frac{V_z}{H} = \frac{\pi D n \cos \varphi}{H}. \quad (9.7)$$

Таким чином, для даного випадку в алгоритмі розрахунку гідродинаміки, зображеному на рис. 7.10, необхідно видалити блоки 10–18, а в блок 21 в якості $\dot{\gamma}_{zi}$ підставити постійне значення компоненти швидкості деформації, яке знаходиться за рівнянням (9.7).

Потужність дисипації визначимо інтегруванням інтенсивності дисипації q_V по об'єму полімеру, який знаходиться в розглядуваній секції

$$\Delta N_{\text{д}} = 2 \int_0^{\pi-\beta} \int_0^S \int_{\frac{D-2H}{2}}^{\frac{D}{2}} q_V d\phi dL dr. \quad (9.8)$$

Оскільки q_V залежить тільки від радіуса, то вираз (9.8) набуває вигляду

$$\Delta N_{\text{д}} = 2(\pi-\beta)S \int_{\frac{D-2H}{2}}^{\frac{D}{2}} q_V r dr. \quad (9.9)$$

Інтеграл у рівнянні (9.9) обчислимо за формулою числового інтегрування Сімпсона

$$\Delta N_{\text{д}} = \frac{2}{3}(\pi-\beta)S\Delta r \left(q_{V0}R_2 + q_{Vm}R_3 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} q_{Vi}r_i + 4 \sum_{j=1}^{m-2} q_{Vj}r_j \right),$$

де $i = 1, 3, 5, \dots, m-1$; $j = 2, 4, 6, \dots, m-2$.

Значення q_{Vi} і q_{Vj} у вузлових точках визначається в алгоритмі розрахунку теплообміну, зображеному на рис. 7.2.

На відміну від екструдера з різноспрямованим обертанням, профіль нарізки має форму сегмента, а тому деформування в проміжках δ_0 , δ_B і δ_6 для розрахунку потужності приводу суттєвого значення не мають. Похибку їх неврахування можна зменшити, інтегруючи інтенсивність дисипації по всьому заповненому об'єму С-подібної секції. Алгоритм розрахунку екструдера зображено на рис. 9.2.

Вихідні дані для розрахунку такі: діаметр черв'яка D ; кількість заходів нарізки j ; діаметр отвору охолодження черв'яка D_1 ; зовнішній діаметр циліндра D_4 ; кроки нарізки в зонах S_1 – S_5 ; координати кінця геометричних зон L_1 – L_5 ; глибина нарізки в зонах H_1 – H_5 ; теплоємність стінки циліндра $\lambda_{\text{ст}}$; масова продуктивність G ; температура маси на вході $T_{\text{вх}}$; тепловий потік нагрівників циліндра $q_{\text{нц}}$; коефіцієнт тепловіддачі для поверхні черв'яка α ; температура

рідини T_p ; мінімальна температура стінки циліндра $T_{\text{цmin}}$; мінімальна температура стінки черв'яка $T_{\text{чmin}}$; температура плавлення $T_{\text{пл}}$; кількість обертів черв'яка n , хв^{-1} .

Крім цих даних задаються також функції, що апроксимують теплофізичні властивості полімеру, для чотирьох інтервалів температур, як це передбачено в алгоритмі розрахунку: $T < T'$, $T' < T < T''$, $T'' < T < T'''$ і $T > T'''$. Залежність в'язкості від швидкості зсуву й температури апроксимується степеневим рівнянням.

Вихідні дані вводяться в блоці 1, а в блоці 2 визначається густина полімеру, середня температура приймається рівною температурі полімеру на вході в екструдер, а також задаються рівними нулю початкові значення координати L , сумарних потужностей дисипації й нагрівників і приймається початкове значення кроку розрахунку ΔL . У циклі 3–5 приймаються початкові значення температур у вузлових точках, а в блоці 6 визначаються радіуси, максимальна продуктивність і швидкість осьового переміщення в останній секції. Якщо задана продуктивність перевищує обчислене максимальне значення, блоки 7 і 8 припиняють розрахунок і для його поновлення необхідно зменшити у вихідних даних продуктивність або збільшити кількість обертів і повторити розрахунок спочатку. В іншому випадку у блоці 9 визначається координата обчислюваної секції й температури поверхонь черв'яка й циліндра, якщо вони задані відмінними від нуля у вихідних даних, а в блоках 10–23 відповідні геометричні розміри секції. У блоці 24 обчислюються кут нахилу гвинтової нарізки та її еквівалентна глибина, радіус R_2 і крок розрахунку Δr , а також уточнюється для розглядуваного об'єму значення осьової швидкості, визначається кут β і складові швидкості V , V_x і V_z . У цьому ж блоці приймаються рівними нулю значення ψ_x і η_{0x} , необхідні для розрахунку швидкостей деформації, який здійснюється в блоці-підпрограмі 25 за зображеним на рис. 7.10 алгоритмом із відповідними уточненнями, про які мова йшла вище.

Температурні поля із заданою точністю обчислюються ітераційним методом у блоках-підпрограмах 26–27, а потужність дисипації – за формулою Сімпсона у блоках 28–36. Середня температура полімеру, переіндексація температур, а також обчислення потужностей нагрівання чи охолодження черв'яка й циліндра здійснюється в блоках 38–41, а блок 42 виводить результати розрахунку. Блок 43 порівнює координату L з довжиною черв'яка і здійснює перехід на блок 9, якщо ця довжина не досягнута. В іншому випадку розрахунок закінчується.

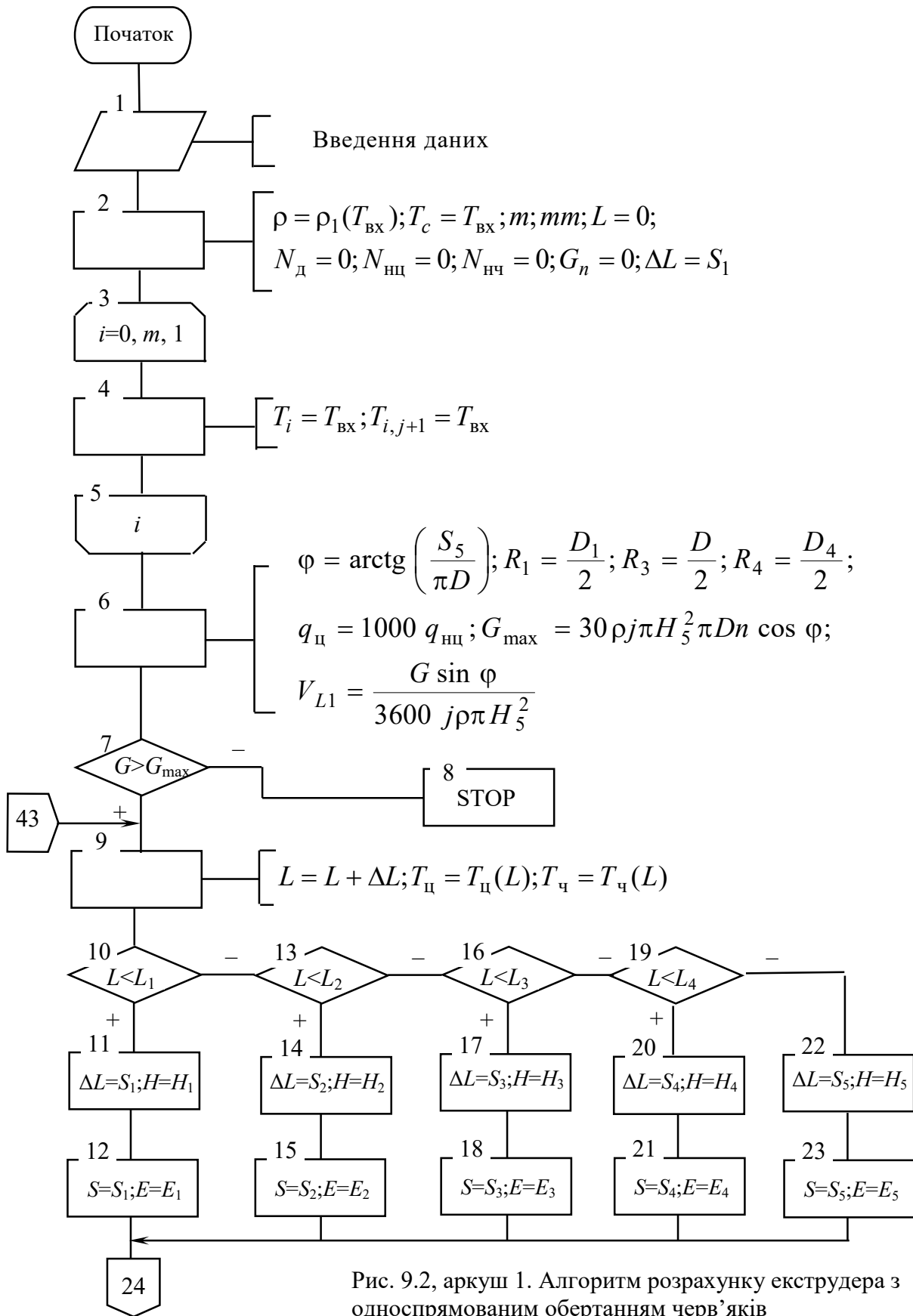


Рис. 9.2, аркуш 1. Алгоритм розрахунку екструдера з односпрямованим обертанням черв'яків

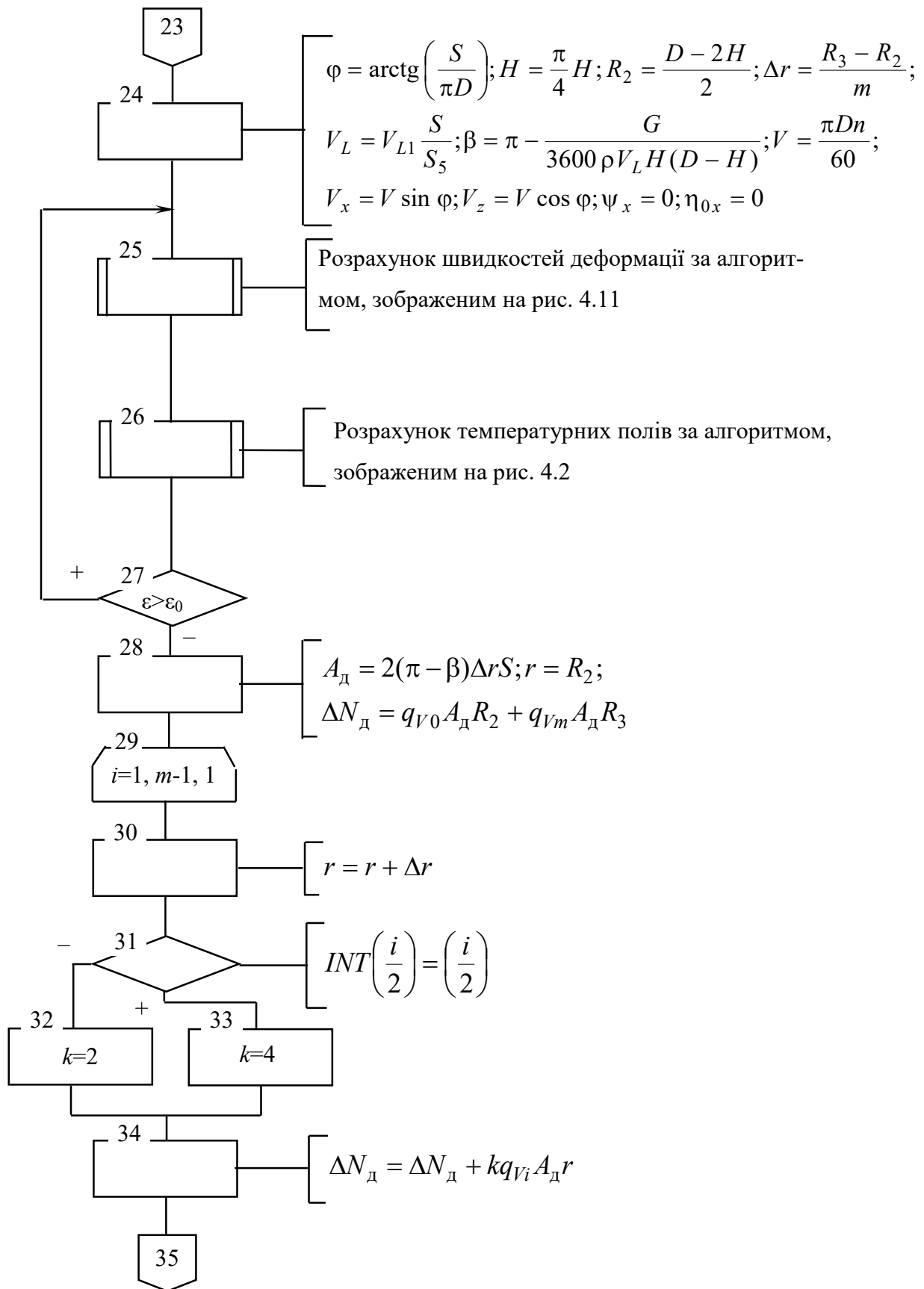


Рис. 9.2, аркуш 2

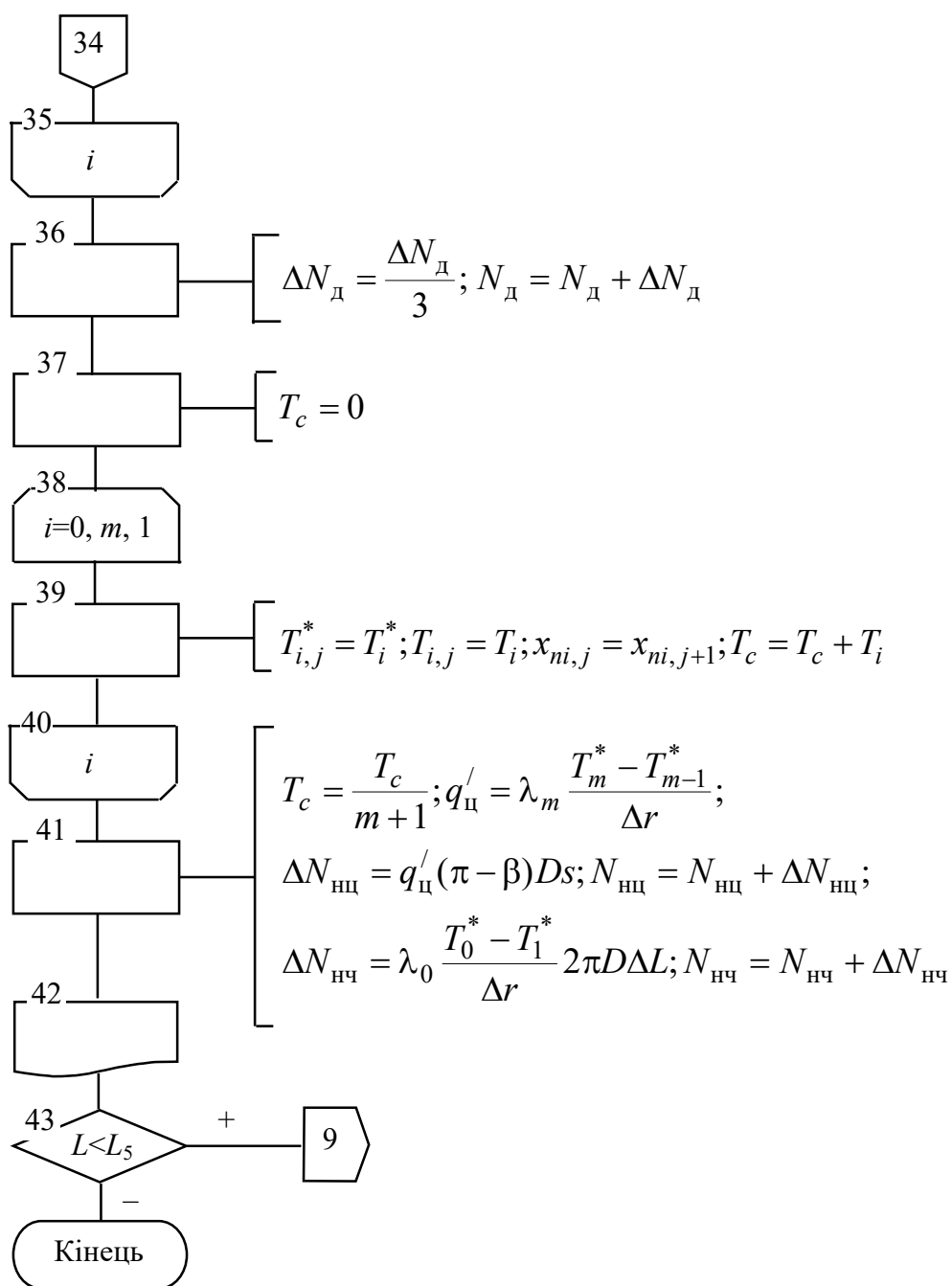


Рис. 9.2, аркуш 3

Як і у випадку різноспрямованого обертання черв'яків, залежно задання вихідних даних у алгоритмі можуть бути реалізовані такі умови на поверхнях черв'яка і циліндра:

– поверхня черв'яка:

$$T_{ч\min} \neq 0 \text{ – межові умови першого роду;}$$

$$T_{ч\min} = 0; \alpha \neq 0; T_p \neq 0 \text{ – межові умови третього роду;}$$

$$T_{ч\min} = 0; \alpha = 0 \text{ – адіабатичні умови;}$$

– поверхня циліндра:

$$T_{ц\min} \neq 0 \text{ – межові умови першого роду;}$$

$$T_{ц\min} = 0; q_{нц} \neq 0 \text{ – межові умови другого роду;}$$

$$T_{ц\min} = 0; q_{нц} = 0 \text{ – адіабатичні умови.}$$

Експериментальна перевірка розроблених моделей і програми розрахунку здійснювалась при виборі і відпрацюванні режимів переробки полімерної композиції на основі поліетилену з наповнювачем (до 60 %) і спеціальними добавками, яка використовується для нанесення самозатухаючої ізоляції на кабельну продукцію. Результати числового моделювання порівнювались з експериментальними даними, одержаними при гранулюванні цієї композиції у ВАТ „Київхімволокно” на двочерв'ячному екструдері з діаметрами черв'яків 83 мм і робочою довжиною $30D$ [151]. Набірні черв'яки комплектувались тризахідними секціями кроками 120, 90 і 60 мм із напівкруглим профілем нарізки радіусами 12, 8 і 6 мм відповідно, а також змішувальними кулачками трикутної форми. Експерименти проводились при продуктивності 50 кг/год для кількості обертів черв'яків 40 і 25 хв^{-1} . Температура стінки циліндра підтримувалась рідинною системою теплозабезпечення з чотирма автономними зонами. У ході експериментів неперервно записувались значення температури стінки циліндра, температура полімеру на виході екструдера, продуктивність і кількість обертів. Попередньо проведені реологічні дослідження, результати яких апроксимувались степеневим реологічним рівнянням, показали, що в'язкість композиції на 20–30 % перевищує в'язкість поліетилену.

Як приклад на рис. 9.3 наведено обчислені профілі температур по безрозмірній висоті нарізки на 7, 14, 21 і 28 витках для продуктивності 50 кг/год і кількості обертів 40 хв^{-1} .

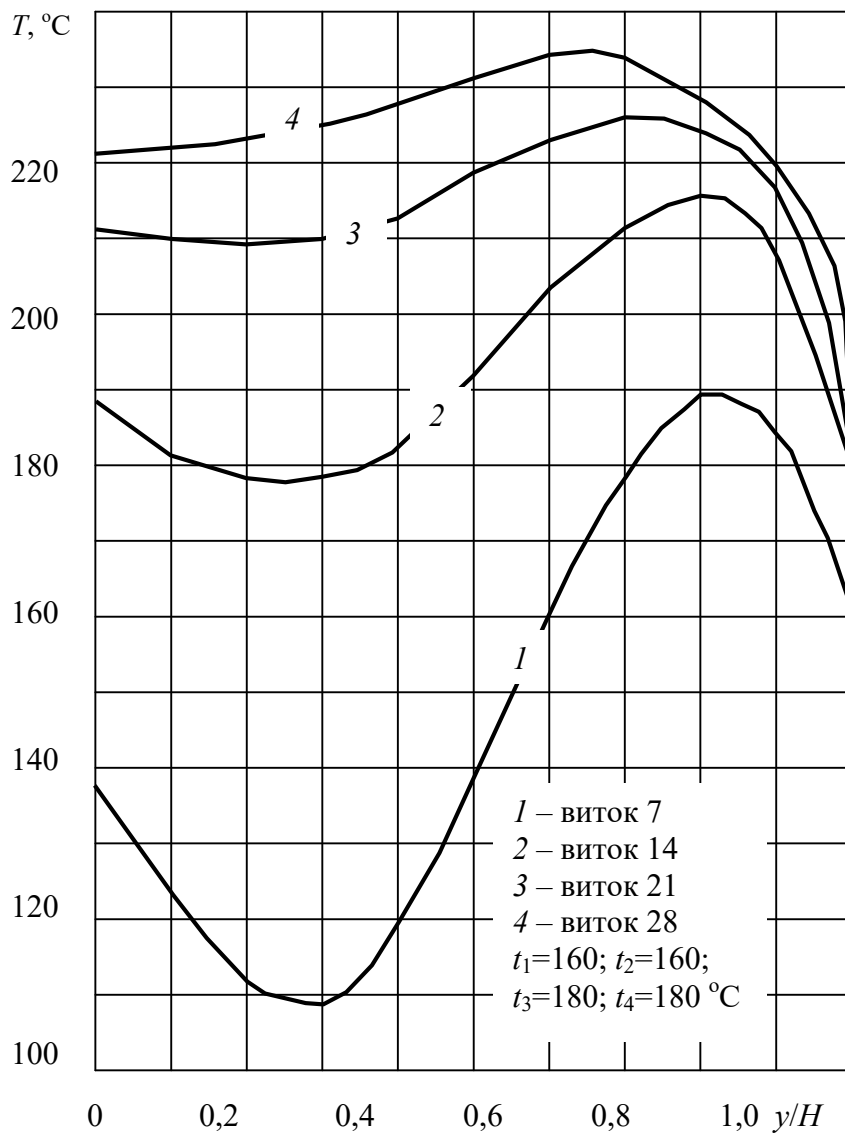


Рис. 9.3. Профілі температур по висоті нарізки для $n=40$ хв⁻¹

Температури стінки циліндра в зонах складали 160, 160, 180 і 180 °С, підтримувались системою теплозабезпечення, а при розрахунках вважались заданими. З рис. 9.3 видно, що температура в пристінному шарі біля поверхні циліндра різко падає до заданого значення, що дозволяє припустити, що тепловий потік, який відводиться системою теплозабезпечення, значний. Температура розплаву на виході екструдера становила 220 °С, що близько до розрахованого значення. У той же час співставлення результатів розрахунку з термограмою температури стінки показало, що реальна температура близька до середньої температури розплаву й перевищувала задане значення. Це свідчить про те, що система теплозабезпечення за даного режиму відводити теплоту дисипації не в змозі.

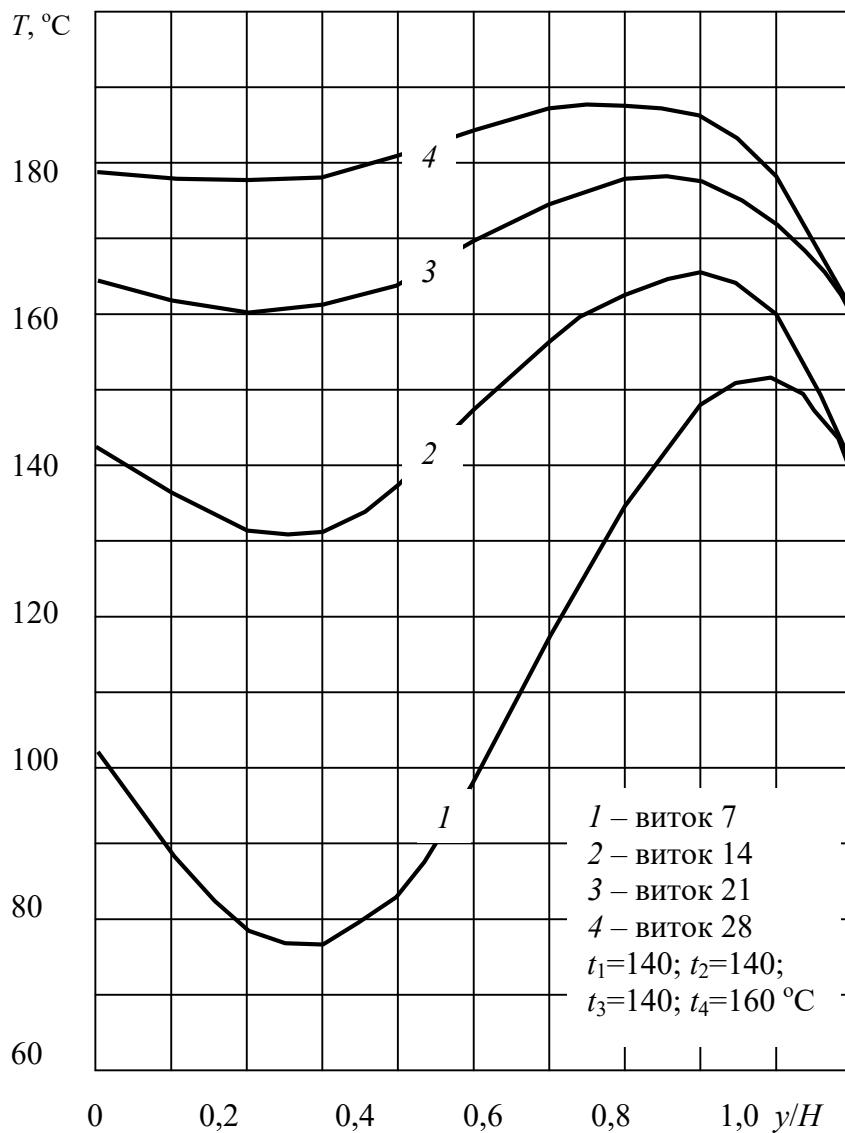


Рис. 9.4. Профілі температур по висоті нарізки для $n=25$ хв⁻¹

На рис. 9.4 наведені аналогічні криві, одержані для тієї самої продуктивності, але при зниженій до 25 хв⁻¹ кількості обертів і заданих температурах стінки циліндра в зонах відповідно $140, 140, 140$ и 160 °C.

Порівняння результатів розрахунку з термограмами температур стінки циліндра показує, що в перших трьох зонах система охолодження відводить теплоту, необхідну для підтримання заданих температур стінки, а значна амплітуда регулювання свідчить, що температура маси в цілому вища за задану температуру стінки. У четвертій зоні, де температура стінки становила 160 °C, амплітуда коливань регулювання менша, а отже температура стінки ближче до температури маси. Обчислене значення температури маси 180 °C близьке до вимірної температури стінки у цій зоні.

Таким чином, порівняння результатів моделювання з експериментальними дослідженнями показує, що розроблена програма розрахунку дозволяє прогнозувати режими роботи екструдера й вибрати необхідні для їх забезпечення конструктивні елементи черв'яків з достатньою для інженерних розрахунків точністю.

10. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛООБМІНУ ПРИ ГРАНУЛЮВАННІ

10.1. Математична модель процесу охолодження сферичних гранул

Процес охолодження гранул розглядався нами також у праці [165]. Як раніше зазначалось, теоретичні розв'язки рівняння теплопровідності базуються на припущенні, що теплофізичні властивості полімерів постійні. Це припущення можна вважати коректним для випадків, коли полімер знаходиться або у твердому, або у в'язкоплинному стані. Якщо ж охолодження (чи нагрівання) відбувається в діапазоні температур вищих і нижчих від температури плавлення, то неврахування залежності теплофізичних властивостей від температури може привести до суттєвих похибок [166, 167].

Крім неврахування залежності теплофізичних властивостей від температури у відомих розв'язках використовуються межові умови третього роду, тобто вважається відомим коефіцієнт тепловіддачі до охолоджувальної рідини. У той же час його визначення є проблематичним, оскільки поперечні розміри гранул або стренг малі і в літературі відсутні надійні залежності, що дозволили б обчислювати з необхідною точністю значення коефіцієнтів тепловіддачі. Крім цього процеси охолодження мають специфічні особливості, пов'язані з умовами контакту полімеру з охолоджувальним середовищем. У зв'язку з цим виникає необхідність розробки математичної моделі, що не потребувала би обчислення коефіцієнтів тепловіддачі.

Процес теплообміну в об'ємі сферичної гранули описується рівнянням нестационарної теплопровідності, яке у сферичній системі координат має вигляд

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \sin \varphi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \vartheta} \right) + q_V, \end{aligned} \quad (10.1)$$

де ρ , c , λ – густина, теплоємність і теплопровідність полімеру як функції температури; t – час; T – температура; r , φ , ϑ – координати; q_V – внутрішні джерела енергії.

Аналіз процесу дозволяє зробити припущення, які суттєво спрощують рівняння (10.1). Оскільки гранули практично не деформуються, а хімічні перетворення в об'ємі відсутні, то внутрішні джерела енергії дорівнюють нулю ($q_V=0$). Процес охолодження можна вважати симетричним відносно центра гранули, а тому похідні по φ і ϑ дорівнюють нулю. Із врахуванням цих спрощень рівняння (10.1) набуває вигляду:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (10.2)$$

Як уже зазначалось, фізичні властивості полімеру є функціями температури, а тому рівняння (10.2) відноситься до квазілінійних рівнянь параболічного типу, які лінійні відносно похідних шуканої функції (температури), але в коефіцієнти рівняння входить сама функція (температура), а тому такі рівняння доцільно розв'язувати числовими методами.

Оскільки гранула транспортується в потоці повітря або води, то можна припустити, що швидкість її переміщення приблизно дорівнює швидкості переміщення рідини, а тому відносною швидкістю також можна знехтувати.

Розглянемо спочатку процес охолодження одиночної гранули. Тоді відповідно з прийнятими вище припущеннями температурне поле в рідині симетричне відносно центра гранул, а тому рівняння збереження енергії аналогічне рівнянню (10.2):

$$\rho_p c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_p r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (10.3)$$

де ρ_p , c_p , λ_p – відповідно густина теплоємність і теплопровідність охолоджувальної рідини.

Початковою умовою для розв'язання рівнянь (10.2), і (10.3) є:

$$\text{якщо } t = 0 \text{ і } 0 \leq r \leq R, \text{ то } T = T_0; \quad (10.4)$$

$$\text{якщо } t = 0 \text{ і } R < r \leq \infty, \text{ то } T = T_p, \quad (10.5)$$

де R – радіус гранули; T_0 – початкова температура полімеру, що дорівнює температурі екструзії; T_p – температура охолоджуючої рідини на початку процесу охолодження.

Для формулювання межових умов розглянемо розрахункову схему процесу охолодження, зображену на рис.10.1. Оскільки процес охолодження си-

метричний відносно центра гранули, то межевою умовою в центрі є умова симетрії:

$$\text{якщо } r = 0, \text{ то } \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (10.6)$$

На поверхні контакту гранули з рідиною приймемо, що температура поверхні гранули і температура рідини однакові і, крім цього, зберігається сталість теплового потоку, який віддається полімером і сприймається рідиною:

$$\text{якщо } r = R, \text{ то } T_{|r=R-0} = T_{|r=R+0} \text{ і } \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R-0} = \lambda_p \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R+0}. \quad (10.7)$$

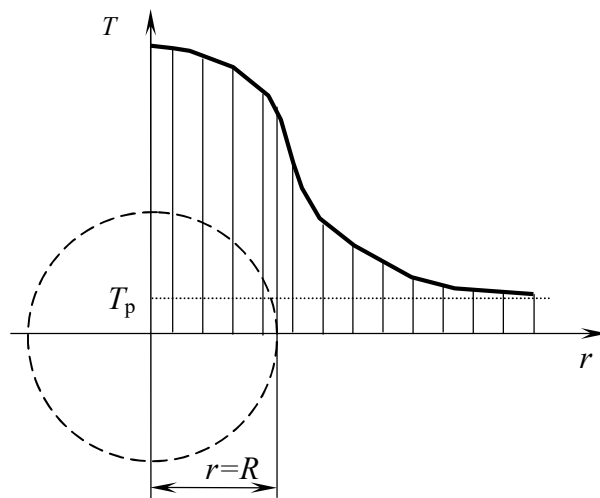


Рис. 10.1. Розрахункова схема процесу охолодження гранули

На достатньо великій відстані від поверхні контакту ($r \rightarrow \infty$) температура охолоджувальної рідини стає рівною температурі основного потоку T_p :

$$\text{якщо } r \rightarrow \infty, \text{ то } T \rightarrow T_p \quad (10.8)$$

Для числових розрахунків можна прийняти, що температура T відрізняється від T_p на задане значення, наприклад, 1–2 °С.

Таким чином, рівняння (10.2) і (10.3) з початковими і межовими умовами (10.4)–(10.8) описують процес охолодження одиночної сферичної гранули. Розв'язання цієї системи дозволить визначити час охолодження і оцінити зміну температури рідини навколо гранули. Якщо прийняти далі, що теплопровідність рідини λ_p враховує як дифузійний, так і турбулентний перенос енергії (еквівалентна теплопровідність), то можна також зробити оцінку впливу зовнішніх факторів на час охолодження і тим самим дати відповідь, наскільки доцільним буде врахування цих факторів у методиці інженерного розрахунку.

В останньому випадку мова йде про вплив сусідніх гранул, що рухаються в потоці рідини, а також урахування швидкості рідини відносно гранул і наявності примежового шару. Необхідно також відзначити, що значення еквівалентної теплопровідності в загальному випадку не є постійним, оскільки турбулентний перенос змінюється від нуля на поверхні контакту до максимуму в ядрі потоку рідини.

10.2. Алгоритм розрахунку і числове моделювання процесу охолодження гранул

Для розв'язання рівнянь математичної моделі необхідно додати функції, що описують залежність теплофізичних властивостей полімеру й рідини від температури. Слід зазначити, що залежність теплофізичних властивостей полімеру особливо в області температур переходу його у в'язкоплинний стан не може бути апроксимована одним поліномом, а тому для числового моделювання в алгоритмі передбачена апроксимація для чотирьох діапазонів температур.

Задачу будемо розв'язувати методом скінченних різниць. Для цього виберемо скінченнорізнцеву сітку з кроком Δr і розіб'ємо у межах гранули полімеру на m вузлових точок, а об'єм оточуючої рідини, відповідно, на $(m_1 - m)$ вузлових точок, вибравши значення m_1 достатньо великим ($m_1 > 200$), щоб реалізувалась із заданою похибкою межева умова (10.8). Оскільки λ є функцією тільки температури, то виконавши диференціювання правої частини рівняння (10.2), запишемо його у вигляді:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{2}{r} \lambda \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (10.9)$$

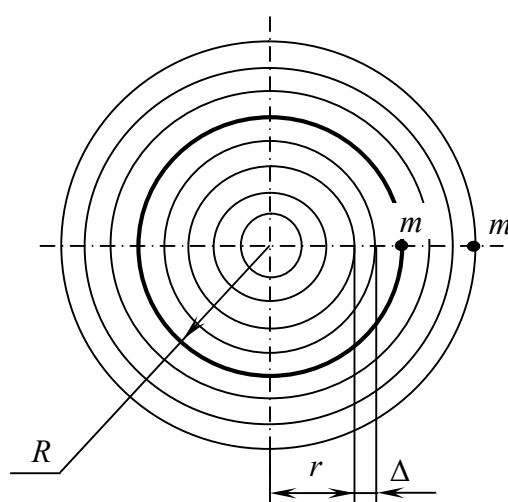


Рис. 10.2. Скінченнорізнцева сітка

Рівняння (10.9) є квазілінійним рівнянням параболічного типу. Порівнюючи його з виразом (6.30), запишемо значення коефіцієнтів:

$$A(T) = \rho c; \quad \Gamma(T) = \lambda; \quad B(T) = \frac{2\lambda}{r}; \quad f(T) = 0.$$

Порівнюючи далі межові умови (10.6) і (6.31), маємо $\alpha_1(t) = 0$; $\beta_1(t) = 1$; $\varphi_1(t) = 0$. Для спрощення записів будемо позначати температури для n -го шару по часу T_i , а для $(n+1)$ -го шару, відповідно, S_i . Індексами позначимо теплофізичні властивості, обчислені для вузлових точок, позначених цими ж індексами. Так, наприклад, λ_{i+1} – це теплопровідність, обчислена за температурою S_{i+1} .

Спрощуючи далі вирази (6.33)–(6.35) для визначення коефіцієнтів прямої прогонки, для об'єму в межах гранули полімеру маємо:

– для $i=0$:

$$\begin{aligned} E &= -\frac{\lambda_0 + \lambda_1}{2\Delta r} - \frac{\Delta r \rho_0 c_0}{2\Delta t}; \\ E_1 &= -\frac{\lambda_0 + \lambda_1}{2\Delta r}; \\ E_2 &= -\frac{\Delta r \rho_0 c_0}{2\Delta t} T_0; \\ a_0 &= \frac{E_1}{E}; \quad b_0 = \frac{E_2}{E}. \end{aligned} \tag{10.10}$$

– для $i=1 \dots m-1$:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{\rho_i c_i}{\Delta t} + \left(\frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2} + \frac{\lambda_i + \lambda_{i+1}}{2} \right) \frac{1}{\Delta r^2} + \left(\frac{\lambda_i}{r\Delta r} - \frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2\Delta r^2} \right) a_{i-1}; \\ E_1 &= \frac{\lambda_i + \lambda_{i+1}}{2\Delta r^2} + \frac{\lambda_i}{r\Delta r}; \\ E_2 &= \left(\frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2\Delta r^2} - \frac{\lambda_i}{r\Delta r} \right) b_{i-1} + \frac{\rho_i c_i T_i}{\Delta t}; \\ a_i &= \frac{E_1}{E}; \quad b_i = \frac{E_2}{E}. \end{aligned} \right\} \tag{10.11}$$

Дискретизуємо далі межову умову (10.7):

$$\lambda_{m-1} \frac{S_{m-1} - S_m}{\Delta r} = \lambda_{p,m+1} \frac{S_m - S_{m+1}}{\Delta r}. \tag{10.12}$$

Розв'язуючи вираз (10.12) відносно температури S_m , маємо:

$$S_m = \frac{\lambda_{m-1}S_{m-1} + \lambda_{p,m+1}S_{m+1}}{\lambda_{m-1} + \lambda_{p,m+1}}. \quad (10.13)$$

Тоді для коефіцієнтів a_m і b_m одержимо:

$$a_m = 0; \quad b_m = S_m. \quad (10.14)$$

Коефіцієнти прямої прогонки для рідини ($i=m+1 \dots m_1-1$) визначаються за рівнянням (10.11), в якому теплофізичні властивості обчислюються за апроксимуючими рівняннями для рідини. Температура S_{m+1} дорівнює температурі охолоджувальної рідини T_p . Зворотна прогонка для об'єму рідини і об'єму гранули здійснюється за рівнянням

$$S_i^{k+1} = a_i S_{i+1}^k + b_i, \quad (10.15)$$

де k – номер ітерації.

Розрахунок закінчується тоді, коли відносна похибка ε_{\max} попереднього k -го і наступного $(k+1)$ -го наближень стає менше від заданого значення ε_0 :

$$\varepsilon_{\max} = \frac{|S_i^{k+1} - S_i^k|}{S_i^k} < \varepsilon_0. \quad (10.16)$$

Залежності (10.10)–(10.16) використані для побудови алгоритму розрахунку процесу охолодження, схема якого наведена на рис. 10.3.

Вихідні дані для розрахунку є: діаметр гранули d , мм; початкова температура гранули T_0 , °С; температура охолоджувальної рідини T_p , °С; температурні інтервали апроксимації теплофізичних властивостей полімеру T' , T'' і T''' , °С; кінцева температура, до якої охолоджується центр гранули T_{κ} , °С; функції, що апроксимують залежність теплофізичних властивостей полімеру і рідини від температури.

Ці вихідні дані вводяться в блоці 1. У блоці 2 визначається радіус гранули і задаються кроки розрахунку по радіусу й часу. У циклі 3–5 температури у вузлових точках об'єму гранули приймаються рівними T_0 , а в блоках 6–8, відповідно, температури у вузлових точках оточуючого об'єму рідини приймаються рівними T_p .

Розрахунок процесу охолодження починається з блоку 9, в якому визначається поточне значення часу. У блоці 10 приймаються рівними нулю значення відносної похибки й радіуса. Розрахунок теплофізичних властивостей у вузлових точках гранули здійснюється в блоках 11–27, а у вузлових точках рі-

дини, відповідно, у блоках 28–30. Коефіцієнти прямої прогонки для вузлових точок $i=0, \dots, i=m-1$ обчислюються в блоках 31–34, а в блоці 35 визначається температура S_m і коефіцієнти a_m і b_m . Коефіцієнти прямої прогонки для рідини для $i=m+1, m_1-1$ знаходяться в блоках 36–38, а в блоці 39 температура S_{m1} приймається рівною температурі T_p . Зворотна прогонка здійснюється для вузлових точок гранули (блоки 41–45) і рідини (блоки 46–50) з визначенням максимальної похибки ε_{\max} .

Якщо ця похибка перевищує задане значення, то блок 51 здійснює повернення на блок 10 для розрахунку наступного наближення. В іншому разі у циклі 52–55 здійснюється переіндексація температур і виведення їхніх значень. Блок 56 порівнює температуру центра гранули із кінцевим її значенням T_k і здійснює перехід на блок 9 для продовження розрахунку, якщо це значення не досягнуте. В іншому разі розрахунок закінчується.

Перевагою розробленої математичної моделі процесу охолодження є те, що в ній відсутній коефіцієнт тепловіддачі від поверхні гранули до охолоджувальної рідини, визначення якого вимагає проведення спеціальних експериментальних досліджень. Проте модель розв'язується за припущенням, що перенесення теплоти від поверхні гранули до рідини здійснюється тільки теплопровідністю. Потоки повітря чи води, з якими рухається гранула, в дійсності турбулентні. Вплив турбулентного переносу можна оцінити, якщо як коефіцієнт теплопровідності рідини ввести в розрахунок коефіцієнт еквівалентної теплопровідності, який враховував би і турбулентний перенос. Запишемо вираз для еквівалентної теплопровідності таким чином:

$$\lambda_e = \eta \lambda, \quad (10.17)$$

де $\eta \geq 1$ – коефіцієнт, який враховує турбулентний перенос.

Слід зазначити, що значення η у потоці не постійне, оскільки поблизу поверхні розділу в рідині утворюється примежовий шар, в якому перенесення енергії здійснюється переважно теплопровідністю. Отже, у цьому шарі значення η близьке до одиниці і воно збільшується до максимуму в ядрі потоку.

Для аналізу виконано обчислення за розробленою програмою температурних полів в об'ємі гранули і оточуючому середовищі. Діаметр гранули прийнятий рівним 3 мм, а перероблюваний матеріал – поліетилен марки 15802-020. На рис. 10.4 і 10.5 наведена зміна температури по радіусу для різних значень часу охолодження і значень коефіцієнтів η , рівних 1 і 5. При цьому їх зміна по радіусу не враховується. З рисунків видно, що швидкість зміни температури в об'ємі гранули збільшується зі збільшенням η .

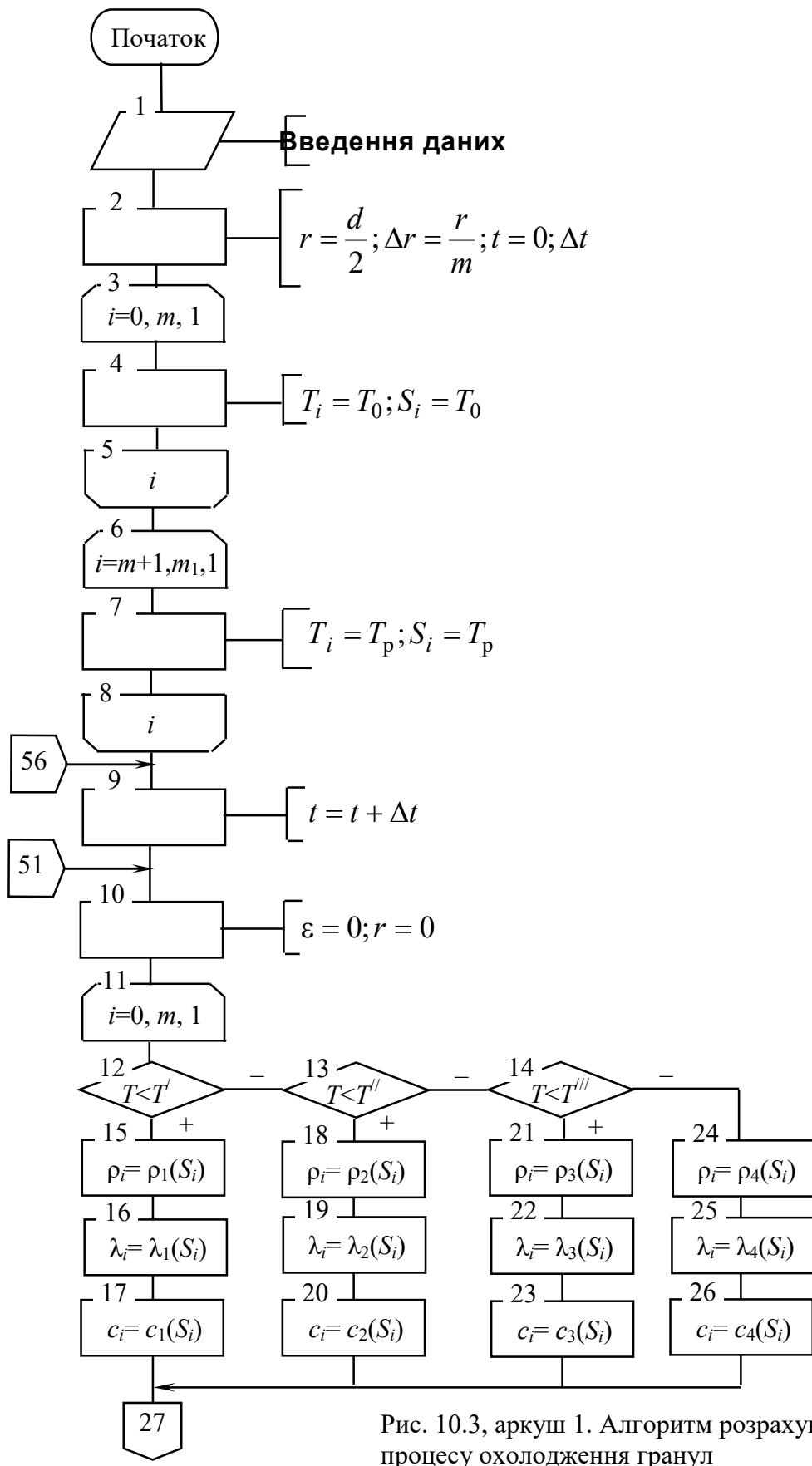


Рис. 10.3, аркуш 1. Алгоритм розрахунку процесу охолодження гранул

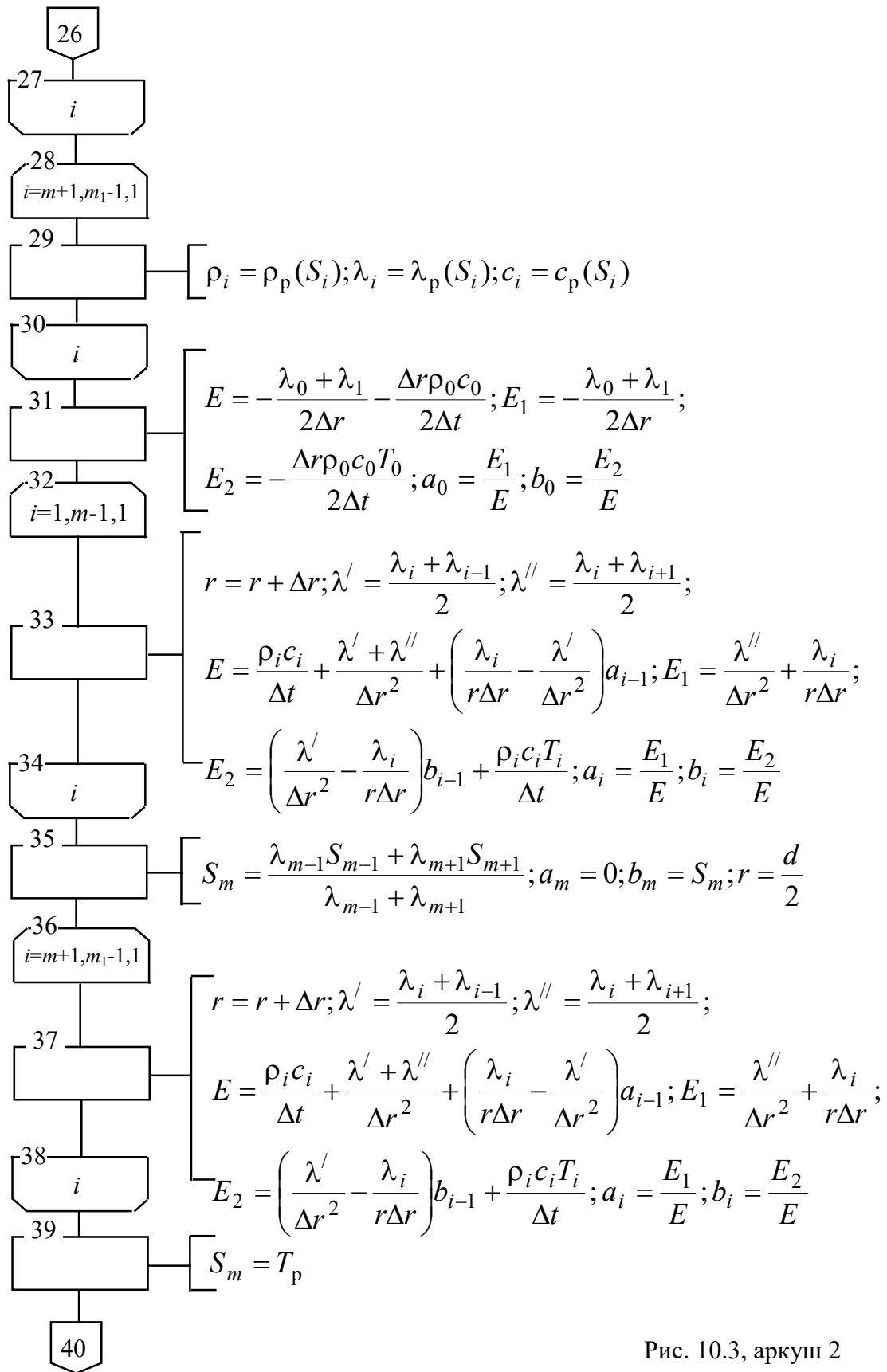


Рис. 10.3, аркуш 2

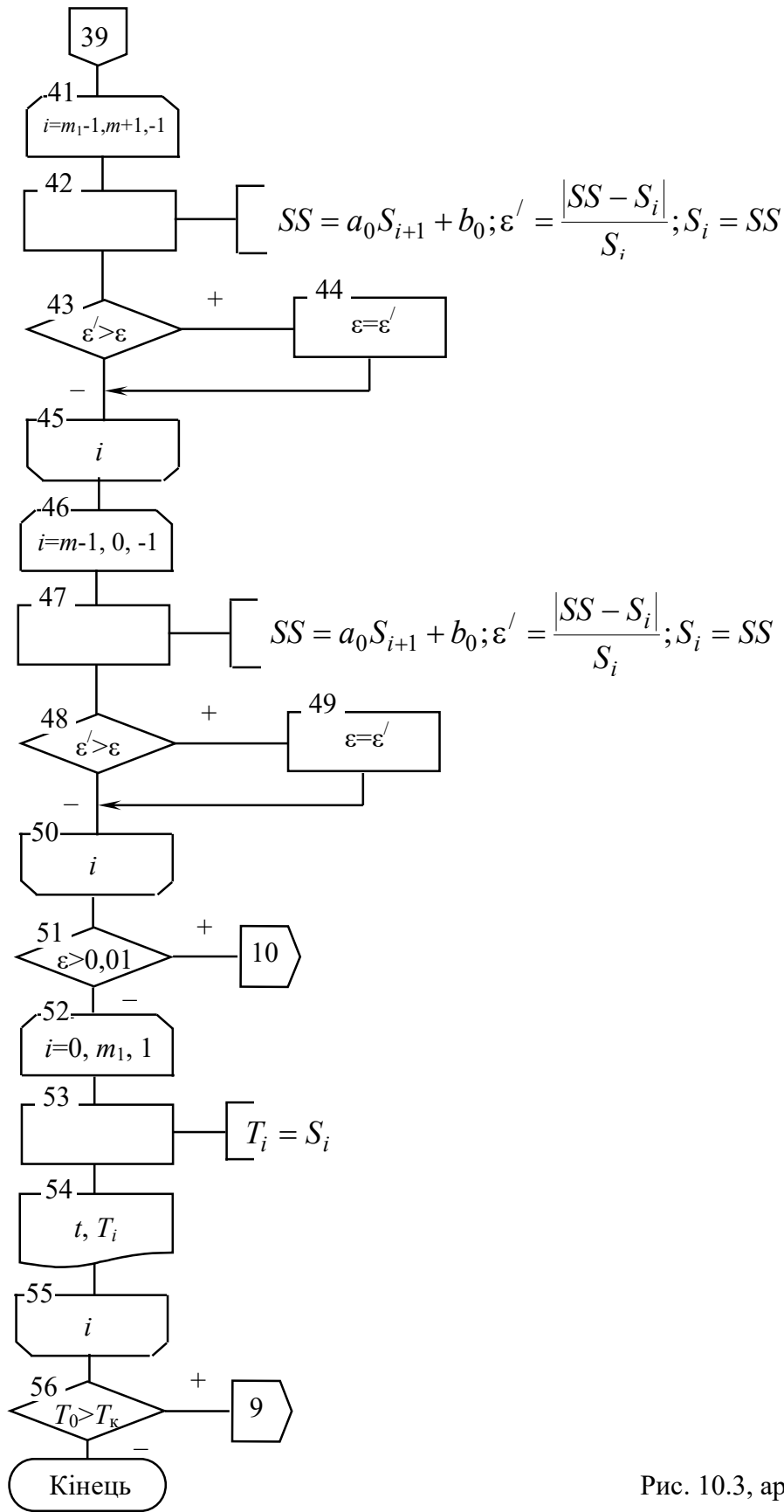


Рис. 10.3, аркуш 3

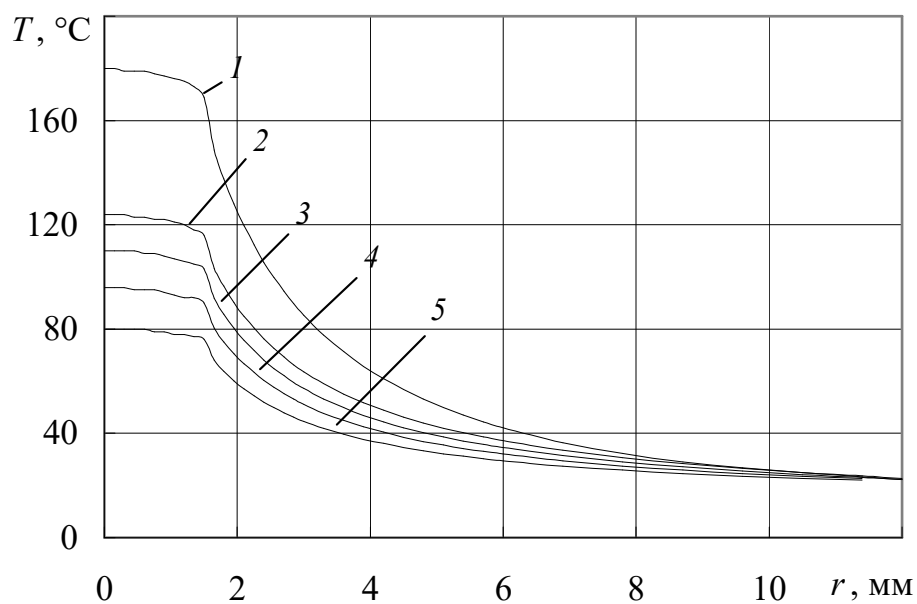


Рис. 10.4. Зміна температури по радіусу гранули, охолоджуваної повітрям ($\eta=1$):
 1 – $t=1$ с; 2 – $t=20$ с; 3 – $t=40$ с; 4 – $t=60$ с; 5 – $t=78$ с

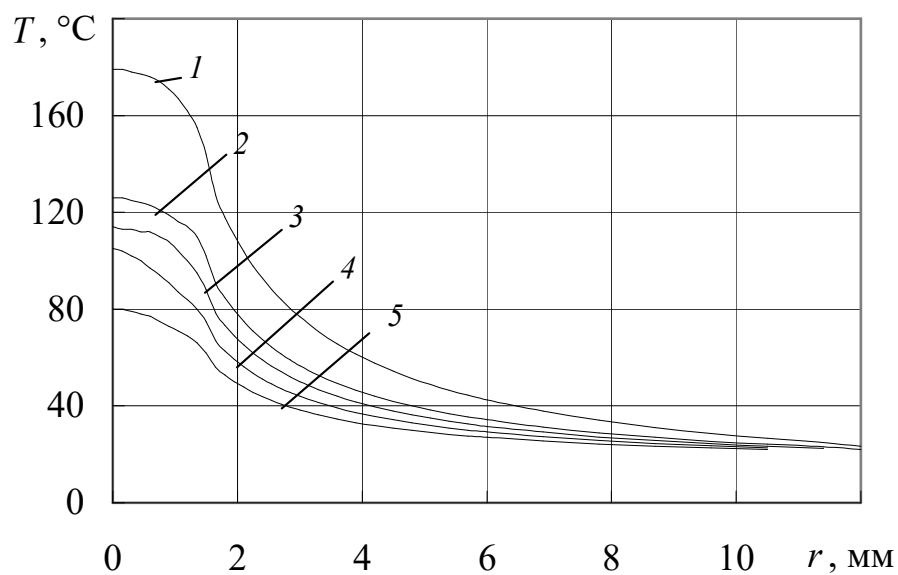


Рис. 10.5. Зміна температури по радіусу гранули, охолоджуваної повітрям ($\eta=5$):
 1 – $t=1$ с; 2 – $t=6$ с; 3 – $t=11$ с; 4 – $t=14$ с; 5 – $t=21$ с

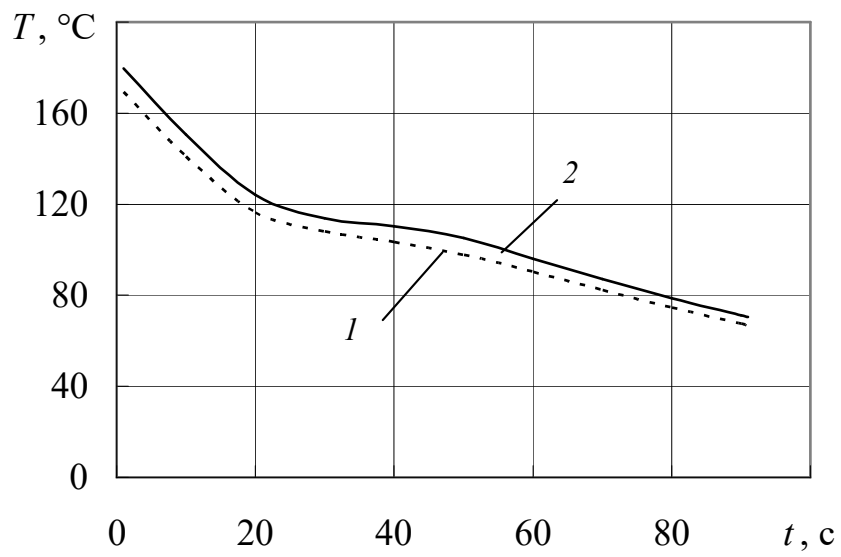


Рис. 10.6. Зміна температури по радіусу гранули, охолоджуваної повітрям ($\eta=1$):
 1 – центр; 2 – поверхня

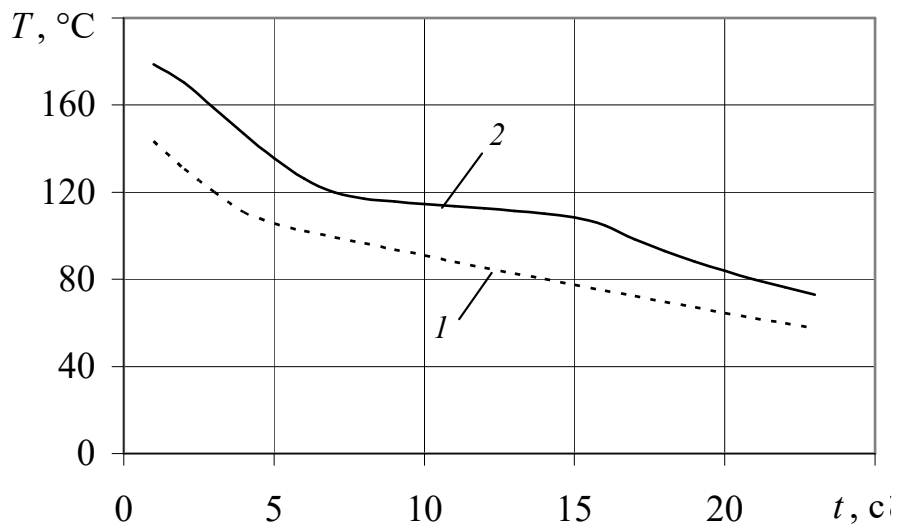


Рис. 10.7. Зміна температури по радіусу гранули, охолоджуваної повітрям ($\eta=5$):
 1 – центр; 2 – поверхня

Вплив турбулізації потоку чітко виявляється з рис. 10.6 і 10.7, на яких наведена зміна температури центра й поверхні гранул у часі для значень $\eta=1$ і $\eta=5$. З рисунків видно, що спочатку має місце швидке зниження температур, а зі збільшенням часу охолодження швидкість зниження температур зменшується. В області температур плавлення криві охолодження центра гранули майже горизонтальні, що пояснюється різким збільшенням теплоємності в цій області. Разом з тим ці криві ілюструють той факт, що різниця температур центра й поверхні незначна для $\eta = 1$ (внутрішня задача охолодження) і збільшується для $\eta = 5$.

Оптимальний час охолодження і довжину зони охолодження можна визначити тільки побудувавши криву охолодження в цілому. З рисунка також випливає, що турбулізація потоку в області температур, до яких необхідно охолодити центр гранул, мало впливає на час охолодження. Отже, розроблена методика розрахунку дозволяє вибирати конструктивні розміри і швидкості транспортування гранул в потоці повітря.

Температурні поля у вигляді функції $T=f(t,r)$ наведені на рис. 10.8.

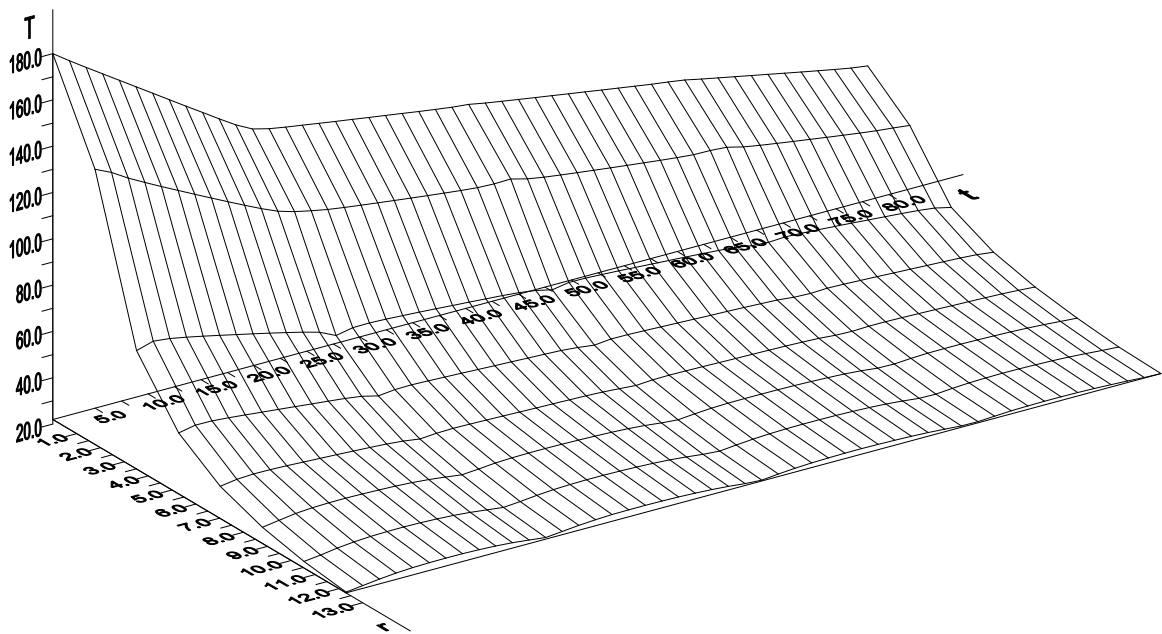


Рис. 10.8. Температурні поля гранули при охолодженні повітрям

Аналогічні розрахунки виконані і для випадку охолодження сферичної гранули діаметром 4 мм у потоці води. На рис.10.9 наведені криві зміни температури по радіусу для різних значень часу t . З рисунка видно, що у разі во-

дяного охолодження температура води біля поверхні гранули зменшується майже до температури T_p на відстані менше 1 мм, тобто в межах малорухомого примежового шару навколо гранули.

Криві охолодження центра й поверхні гранули для $\eta = 1$ і $\eta = 5$ зображені на рис. 10.10, з якого видно, що турбулізація потоку мало впливає на швидкість охолодження гранули у воді. Це пояснюється високими охолоджувальними властивостями води, тобто її великими теплоємністю й густиною. Турбулентність потоку у значно більшій мірі впливає на процес охолодження гранули в повітрі, ніж у воді. В останньому випадку процес охолодження більше лімітує внутрішня задача, тобто швидкість підведення теплоти з об'єму гранули до її поверхні. Це добре видно з рис. 10.11, на якому наведено залежність часу охолодження центра гранули від ступеня турбулентності (значення η) у потоці повітря й води. Проте слід відзначити, що при числовому моделюванні значення η приймалось однаковим для всього потоку і не враховувалась його зміна по товщині примежового шару. Отже, для вибору охолоджувальних пристроїв розрахунки необхідно проводити для значень η , близьких до одиниці, що гарантовано забезпечить умови охолодження.

Для інженерних розрахунків доцільно будувати криву охолодження і вибирати час охолодження, враховуючи зменшення швидкості охолодження в часі.

Розроблені алгоритм і програма розрахунку дозволяють моделювати процес охолодження і на основі аналізу результатів моделювання обґрунтовано вибирати час і довжину зони охолодження.

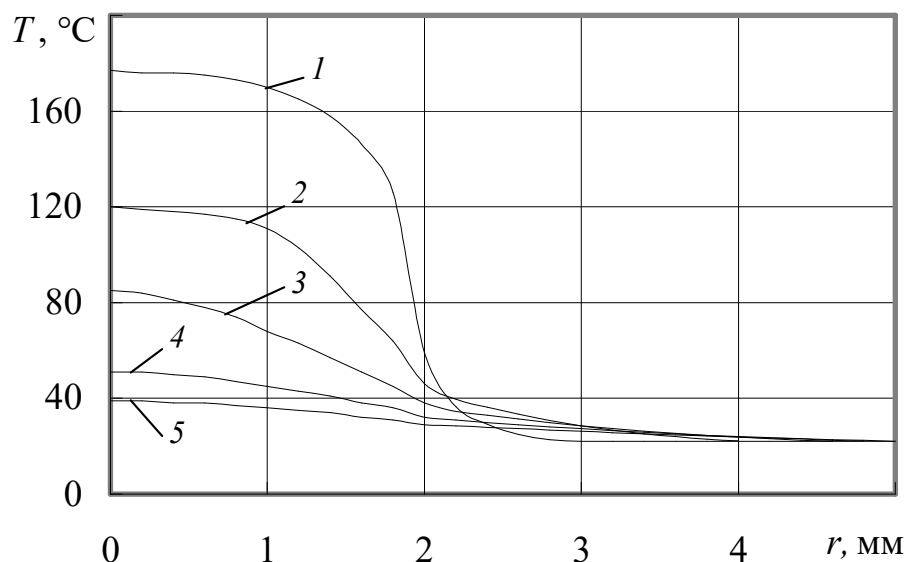


Рис. 10.9. Зміна температури по радіусу гранули під час її охолодження в потоці води:
1 – $t=1$ с; 2 – $t=7$ с; 3 – $t=14$ с; 4 – $t=21$ с; 5 – $t=27$ с

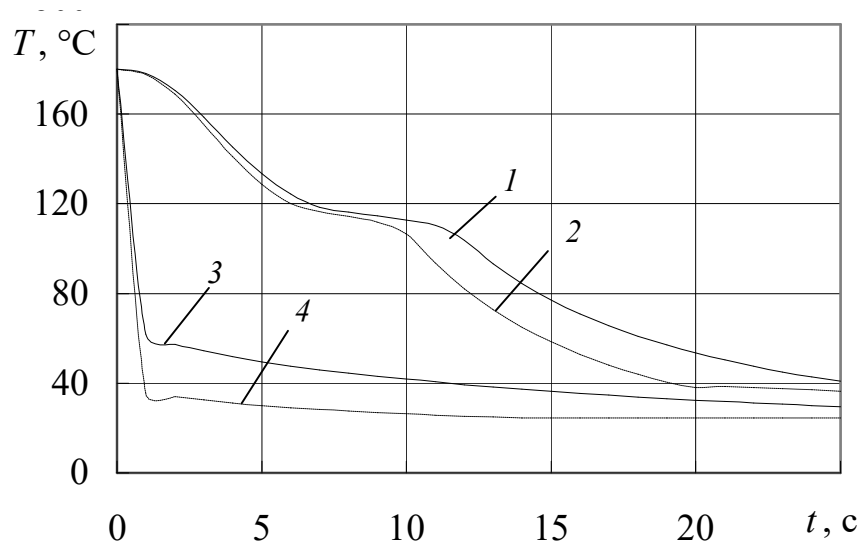


Рис. 10.10. Залежність температури центра (1, 2) і поверхні (3, 4) гранули від часу охолодження для $\eta=1$ (1, 3) і $\eta=5$ (2, 4)

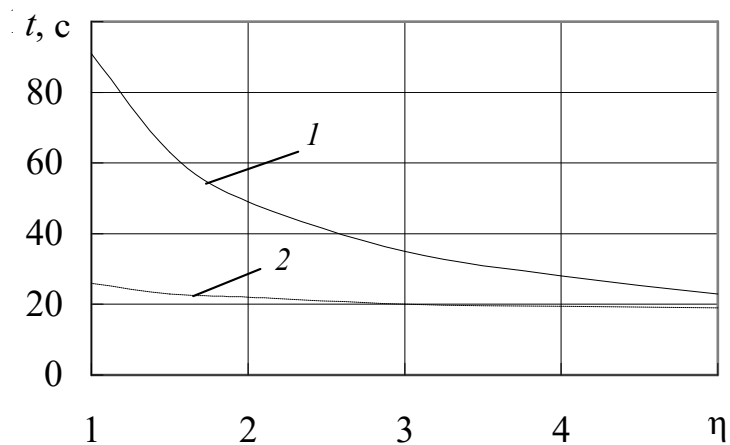


Рис. 10.11. Залежність часу охолодження t гранули від η :
1 – охолодження повітрям; 2 – охолодження водою

10.3. Математична модель процесу охолодження стренг у ванні

Процес охолодження стренг розглядався нами також у праці [165]. У випадку холодного різання сформовані у формувальній головці стренги (прутки) спочатку охолоджуються у ванні, а потім різуться в охолоджену вигляді на гранули.

Процес охолодження стренг розглянемо в циліндричній системі координат. Рівняння нестационарної теплопровідності в цій системі має вигляд

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_V. \quad (10.18)$$

Процес охолодження вважатимемо симетричним відносно осі стренги, а тому похідна по φ дорівнює нулю. Прийнемо далі, що в зоні охолодження діаметр стренги не змінюється, хімічні та інші перетворення відсутні, а тому внутрішні джерела енергії також дорівнюють нулю. Стренги рухаються крізь охолоджувальну ванну з постійною швидкістю V_z , яку можна визначити з рівняння масової витрати

$$G = \rho \frac{\pi d^2}{4} n V_z, \quad (10.19)$$

де d – діаметр стренги, а n – кількість стренг.

З рівняння (10.19) маємо

$$V_z = \frac{4G}{\rho \pi d^2 n}. \quad (10.20)$$

Якщо позначити через z переміщення стренги, то час t зв'язаний з переміщенням залежністю $t=z/V_z$. Підставляючи цей вираз у рівняння (10.18) і враховуючи описані раніше припущення, приводимо рівняння (10.18) до вигляду:

$$\rho c V_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (10.21)$$

Розглянемо тепер процес теплообміну в рідині (рис. 10.12).

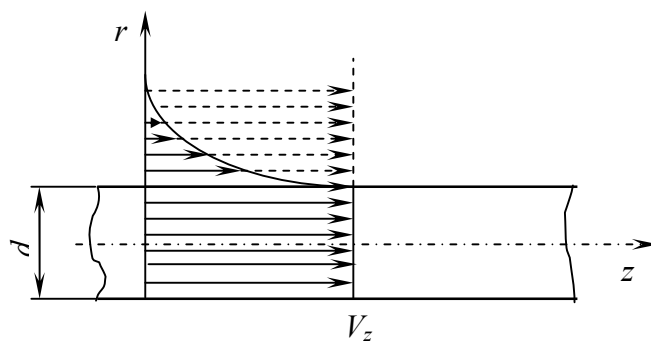


Рис. 10.12. Швидкісні поля стренги й рідини: z – координата, спрямована вздовж осі стренги

Рухаючись з постійною швидкістю V_z , стренга тягне за собою деякий шар рідини, швидкість якого змінюється від V_z на поверхні стренги до нуля на певній відстані від поверхні. Оскільки температура зменшується в напрямі осі z , то цей шар буде більш прогрітим, ніж наступні шари рідини. Оскільки рідина у ванні практично нерухома, а швидкість руху стренг відносно мала, то перенесення енергії в рідині здійснюється переважно теплопровідністю. Тому для формулювання математичної моделі припустимо, що рідина рухається разом із стренгою з постійною швидкістю V_z , як показано штриховими лініями на рис. 10.2. Тоді рівняння збереження енергії для рідини має вигляд:

$$\rho_p c_p V_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_p r \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (10.22)$$

Інший граничний випадок буде мати місце, якщо прийняти, що швидкість рідини дорівнює нулю (рідина нерухома). Тоді стренга в процесі переміщення буде неперервно контактувати з рідиною, температура якої дорівнюватиме початковій температурі рідини.

Початкові умови для розв'язання рівнянь (10.21) і (10.22) такі:

$$\text{якщо } t=0 \text{ і } 0 \leq r \leq R, \text{ то } T=T_0; \quad (10.23)$$

$$\text{якщо } t=0 \text{ і } R \leq r \leq \infty, \text{ то } T=T_p. \quad (10.24)$$

Оскільки процес симетричний відносно осі стренги, то межова умова в її центрі набуває вигляду:

$$\text{якщо } r=0, \text{ то } \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (10.25)$$

За аналогією з рівняннями (10.7) і (10.8) решту межових умов можна записати так:

$$\text{якщо } r = R, \text{ то } T|_{r=R-0} = T|_{r=R+0} \text{ і } \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R-0} = \lambda_p \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R+0}; \quad (10.26)$$

$$\text{якщо } r \rightarrow \infty, \text{ то } T \rightarrow T_p. \quad (10.27)$$

Таким чином рівняння (10.20)–(10.22) з початковими й межовими умовами (10.23)–(10.27) описують процес охолодження стренг у ванні. До них необхідно додати також функції, що описують залежність від температури теплофізичних властивостей полімеру і рідини.

Для розв'язання математичної моделі використаємо метод прогонки, описаний у попередніх розділах.

10.4. Алгоритм розрахунку процесу охолодження стренг і числове моделювання

Як уже відзначалось, задачу будемо розв'язувати для двох граничних випадків, коли рідина нерухома і коли рідина рухається разом зі стренгою. Для розв'язання диференціальних рівнянь (10.21)–(10.22) виберемо скінченнорізнцеву сітку з кроком по радіусу Δr і довжині зони охолодження Δz (рис. 10.13), вибравши m вузлових точок у межах радіуса гранули R і $(m_1 - m)$ вузлових точок за межами стренги ($m \geq 200$).

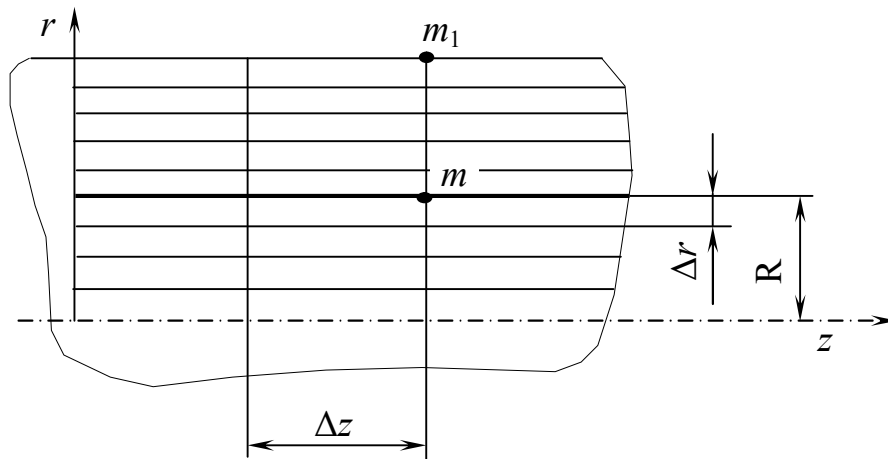


Рис. 10.13. Скінченнорізнцева сітка при охолодженні стренг

Виконавши диференціювання рівняння (10.21), одержимо

$$\rho c V_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \lambda \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (10.28)$$

Рівняння (10.28) є квазілінійним рівнянням параболічного типу по координаті z і, порівнюючи його з виразами (6.30)–(6.32), одержимо коефіцієнти рівняння у вигляді:

$$A(T) = \rho c V_z; \quad \Gamma(T) = \lambda; \quad B(T) = \frac{\lambda}{r}; \quad f(T) = 0.$$

Відповідно для межових умов маємо:

$$\alpha_1(T) = 0; \quad \alpha_2(T) = 1; \quad \beta_1(T) = 1; \quad \varphi_1(T) = 0; \quad \beta_2(T) = 0; \quad \varphi_2(T) = T_p.$$

Позначивши T_i і S_i температури на попередньому та обчислюваному кроках по z , спростимо вирази (6.33)–(6.36) для коефіцієнтів прямої прогонки:

– для $i=0$:

$$\begin{aligned}
 E &= -\frac{\lambda_0 + \lambda_1}{2\Delta r} - \frac{\Delta r \rho_0 c_0 V_L}{2\Delta z}; \\
 E_1 &= -\frac{\lambda_0 + \lambda_1}{2\Delta r}; \\
 E_2 &= -\frac{\Delta r \rho_0 c_0 V_L T_0}{2\Delta z}; \\
 a_0 &= \frac{E_1}{E}; \quad b_0 = \frac{E_2}{E};
 \end{aligned} \tag{10.29}$$

– для $i=1, m-1$:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{\rho_i c_i V_L}{\Delta z} + \frac{1}{\Delta r^2} \left(\frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2} + \frac{\lambda_i + \lambda_{i+1}}{2} \right) + \left(\frac{\lambda_i}{2r\Delta r} - \frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2\Delta r^2} \right) a_{i-1}; \\
 E_1 &= \frac{\lambda_i + \lambda_{i+1}}{2\Delta r^2} + \frac{\lambda_i}{2r\Delta r}; \\
 E_2 &= \left(\frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2\Delta r^2} - \frac{\lambda_i}{2r\Delta r} \right) b_{i-1} + \frac{\rho_i c_i V_L T_i}{\Delta z}; \\
 a_i &= \frac{E_1}{E}; \quad b_i = \frac{E_2}{E}.
 \end{aligned} \tag{10.30}$$

Як і у випадку охолодження гранул, з межої умови на поверхні контакту стренги й рідини можна визначити температуру S_m

$$S_m = \frac{\lambda_{m-1} S_{m-1} + \lambda_{p,m+1} S_{m+1}}{\lambda_{m-1} + \lambda_{p,m+1}}$$

Відповідно коефіцієнти прямої прогонки a_m, b_m дорівнюють:

$$a_m = 0; \quad b_m = S_m \tag{10.31}$$

Коефіцієнти прямої прогонки для рідини ($m < i \leq m_1$) визначаються за рівняннями (10.29)–(10.31), в яких теплофізичні властивості обчислюються за рівняннями для води. Зворотна прогонка з визначенням максимальної похибки здійснюється за рівняннями (6.37) і (6.39). Схема алгоритму розрахунку зображена на рис. 10.14. Вихідними даними для розрахунку є: діаметр стренги d , м; масова продуктивність G , кг/год; кількість стренг, що виходять із головки, n ; початкова температура стренг T_0 , °C; температура

охлаждающей воды $T_p, ^\circ\text{C}$; конечная температура центра стренги $T_k, ^\circ\text{C}$; температурные интервалы аппроксимации теплофизических свойств полимера T', T'' и T''' , $^\circ\text{C}$; функции, которые описывают теплофизические свойства полимера и воды в зависимости от температуры.

Эти выходные данные вводятся в блок 1, а в блок 2 задаются шаги расчета и определяется скорость движения стренг V_z . В дальнейшем алгоритм расчета аналогичный алгоритму расчета процесса охлаждения гранул и подробно описан в разделе 10.2. Этот алгоритм используется для расчета обоих граничных случаев: вода неподвижна и вода движется. В первом случае стренг движется через слой неподвижной жидкости и на каждом шаге расчета контактирует с жидкостью, температура которой равна T_p , то есть приповерхностный слой отсутствует. Интенсивность охлаждения в этом случае наибольшая. В алгоритме расчета этот случай учитывается, если переиндексацию температур, которая осуществляется в блоках 52–55, ограничить значениями $0 \leq i \leq m$. Значения T_i для узлов $i > m$ оставляются при этом равными T_p .

На рис. 10.15. и 10.16 приведены кривые изменения температуры по радиусу стренги для случаев, когда вода неподвижна и движется вместе со стренгой. Из рисунков видно, что в случае неподвижной воды толщина образованного теплового приповерхностного слоя меньше, а следовательно интенсивность теплообмена возрастает. Как уже отмечалось, эти случаи являются граничными, а реальный процесс охлаждения находится в промежутке между ними.

Для сравнения на рис. 10.17 приведены кривые изменения температур поверхности и центра стренги по длине зоны охлаждения для этих крайних случаев. Из рисунка видно, что существенные отклонения результатов расчета начинаются при достижении стренгой температур, близких к температуре плавления, а далее обе кривые почти параллельны. Температура поверхности стренги в случае неподвижной жидкости приближается к температуре этой жидкости.

Численное моделирование процесса охлаждения стренг выполнено для полиэтилена марки 15802-020 для диаметра стренг 4 мм.

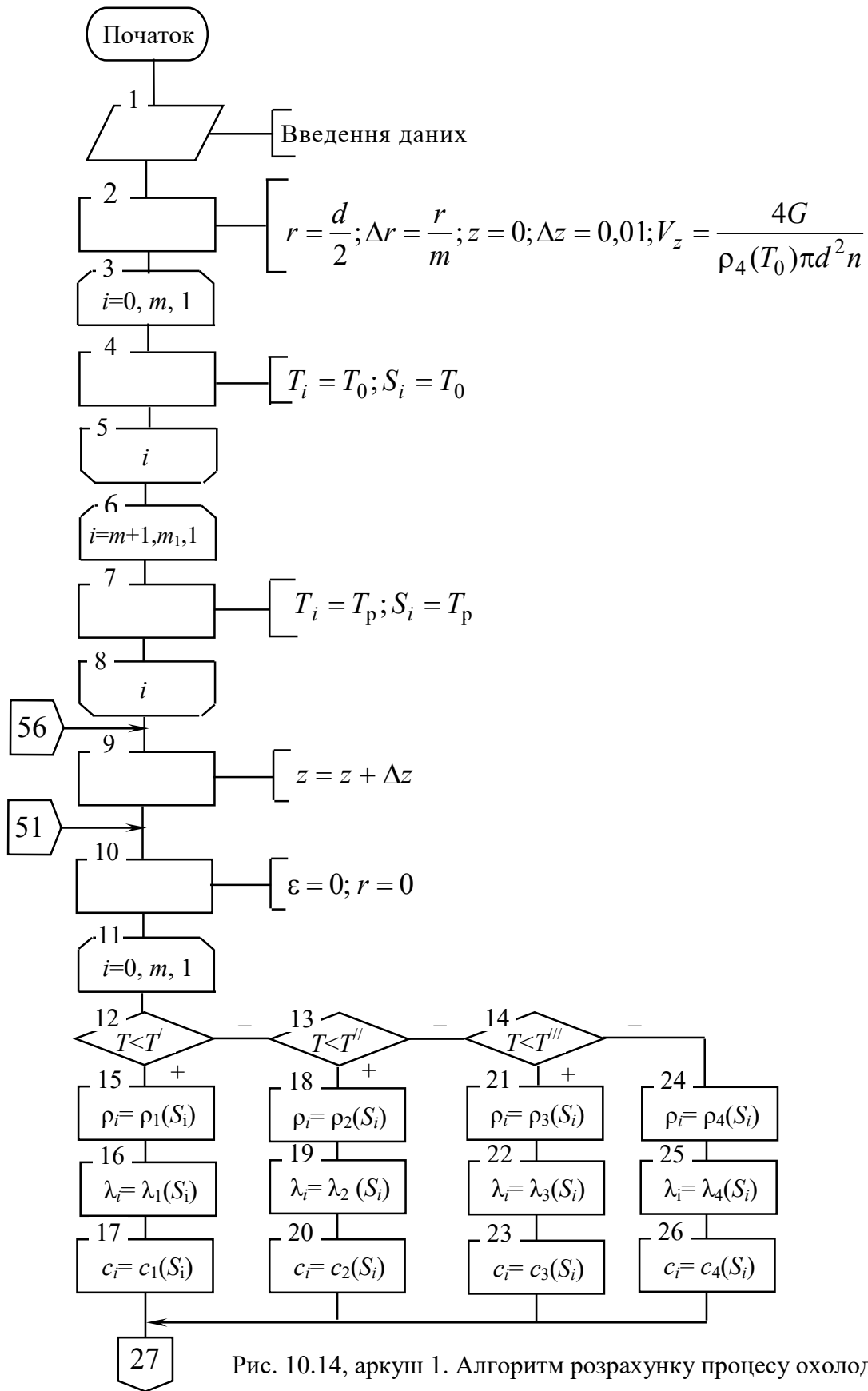


Рис. 10.14, аркуш 1. Алгоритм розрахунку процесу охолодження стренг

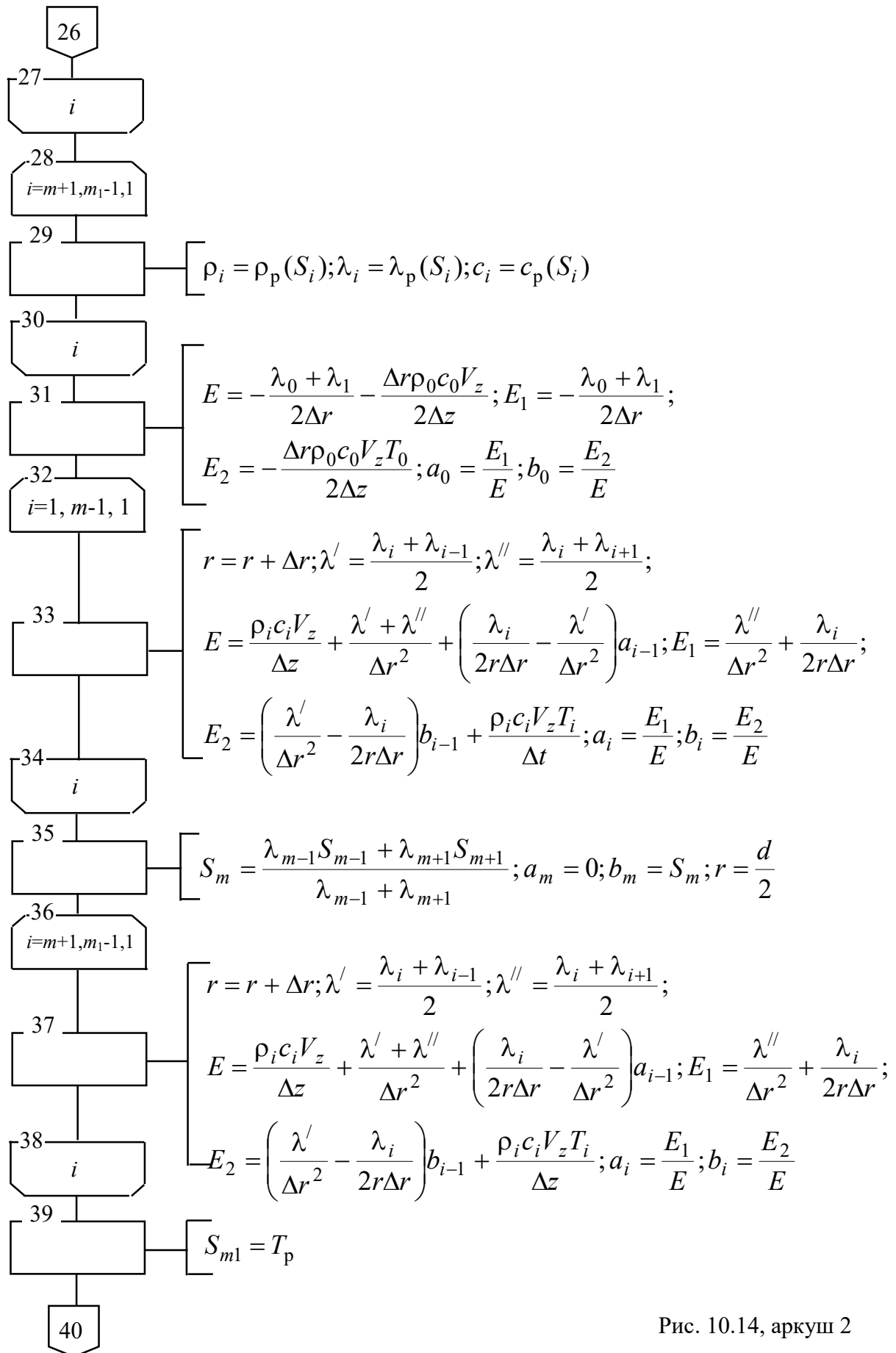


Рис. 10.14, аркуш 2

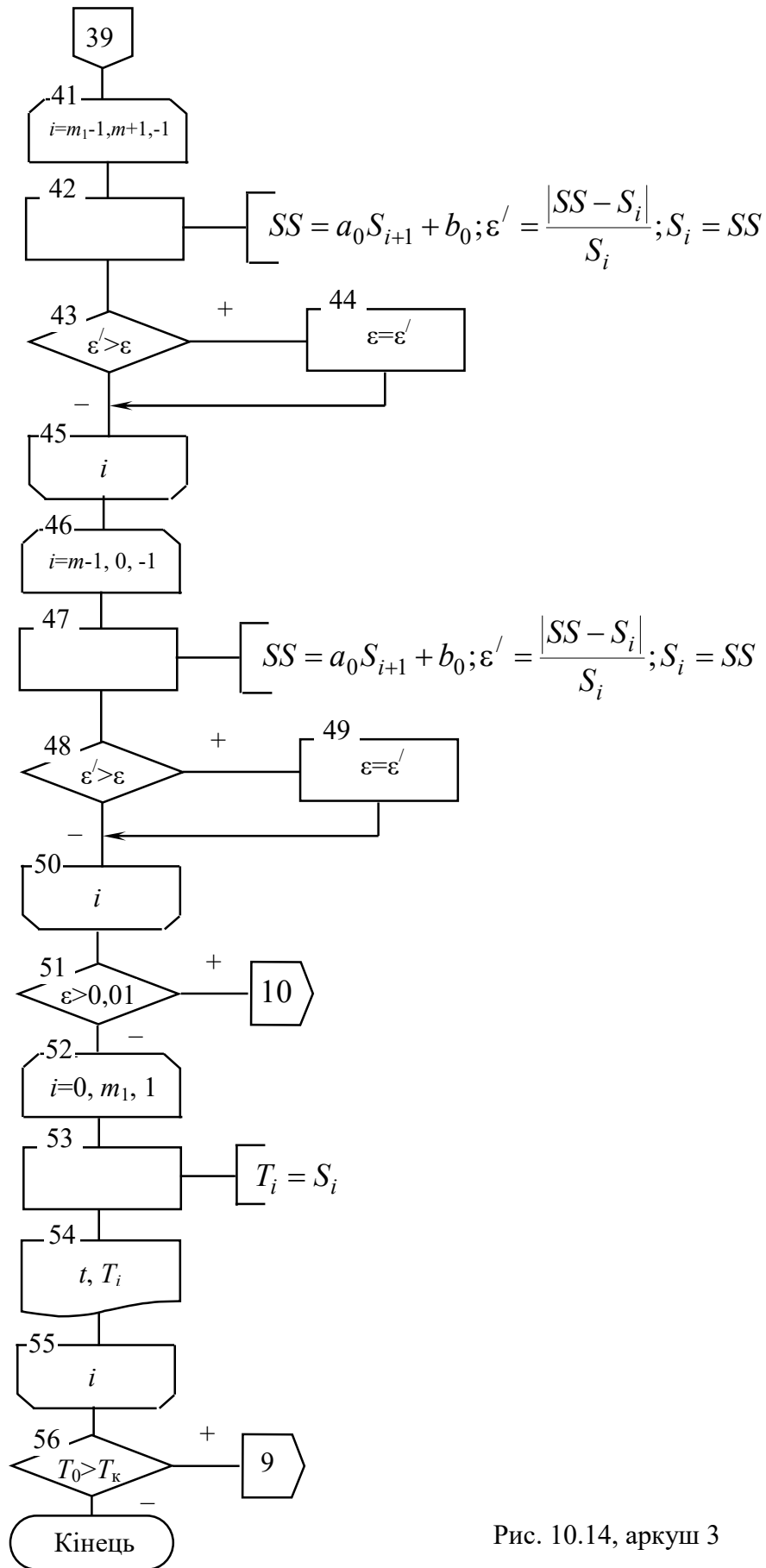


Рис. 10.14, аркуш 3

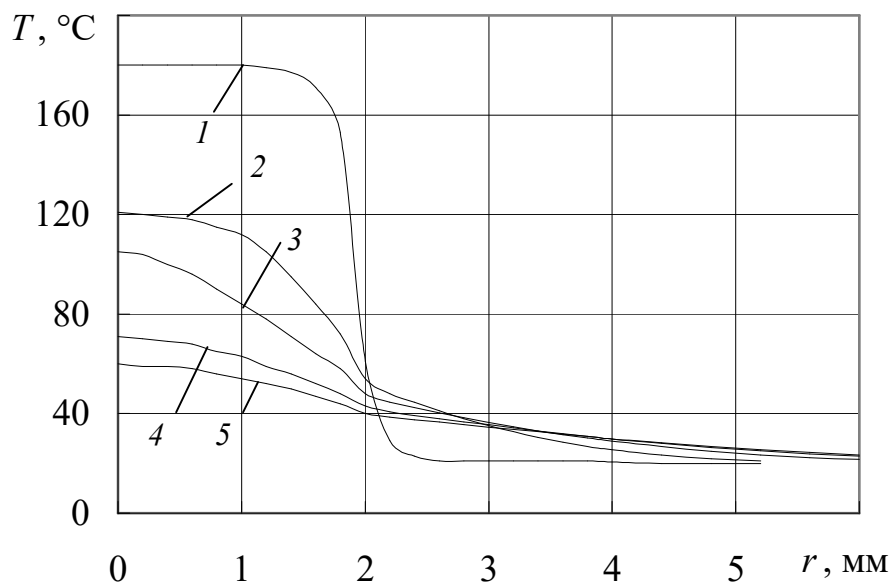


Рис. 10.15. Зміна температури по радіусу стренги для випадку, коли вода нерухома: 1 – $z=0,05$ м; 2 – $z=2$ м; 3 – $z=4$ м; 4 – $z=6$ м; 5 – $z=7,15$ м

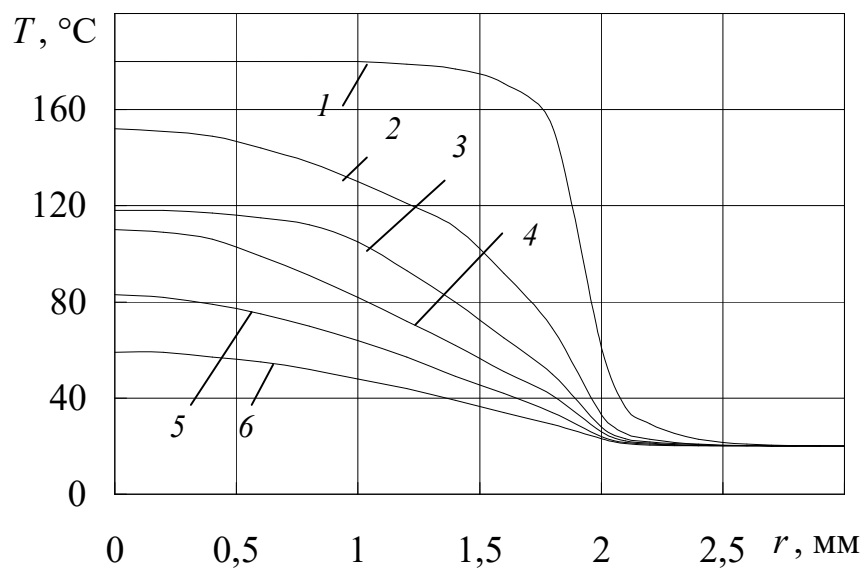


Рис. 10.16. Зміна температури по радіусу стренги для випадку, коли вода рухома: 1 – $z=0,05$ м; 2 – $z=1$ м; 3 – $z=2$ м; 4 – $z=3$ м; 5 – $z=4$ м; 6 – $z=5,1$ м

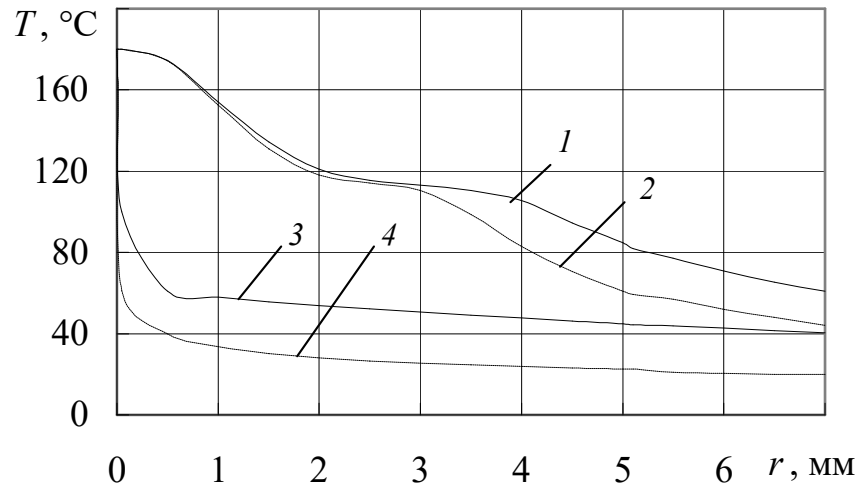


Рис. 10.17. Залежність температури центра (1, 2) і поверхні (3, 4) стренги від часу охолодження для нерухомої (1, 3) і рухомої (2, 4) води у ванні

Температурні поля стренги при охолодженні в рухомій і нерухомій рідинах зображені на рис.10.18 і 10.19.

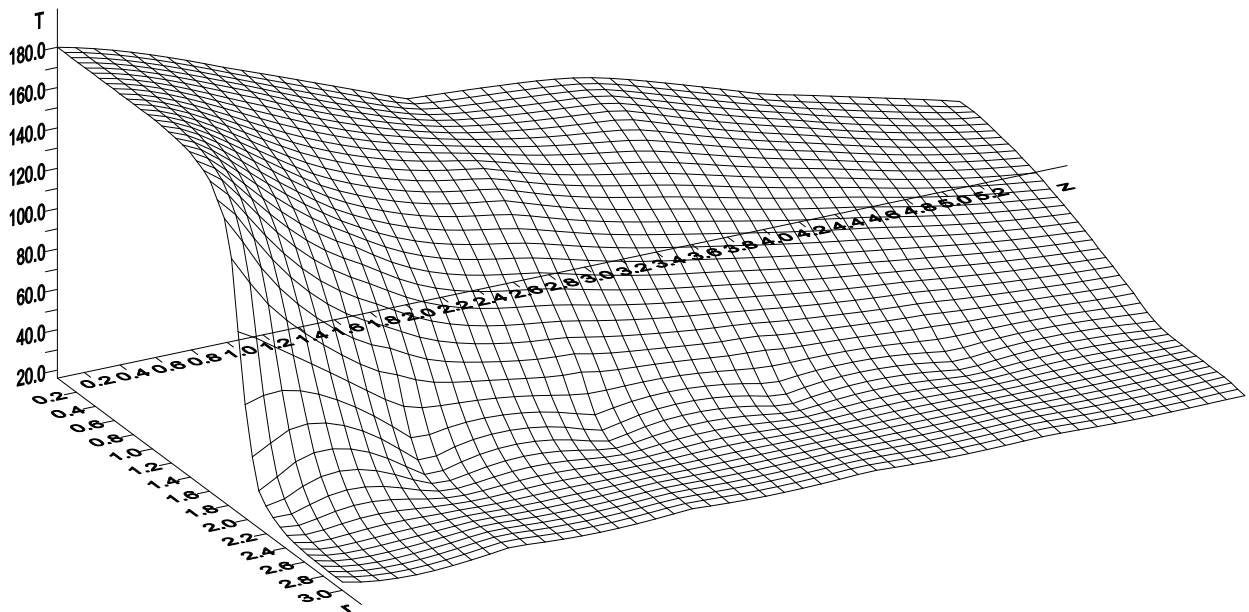


Рис. 10.18. Температурне поле стренги при охолодженні в потоці рухомої води у ванні

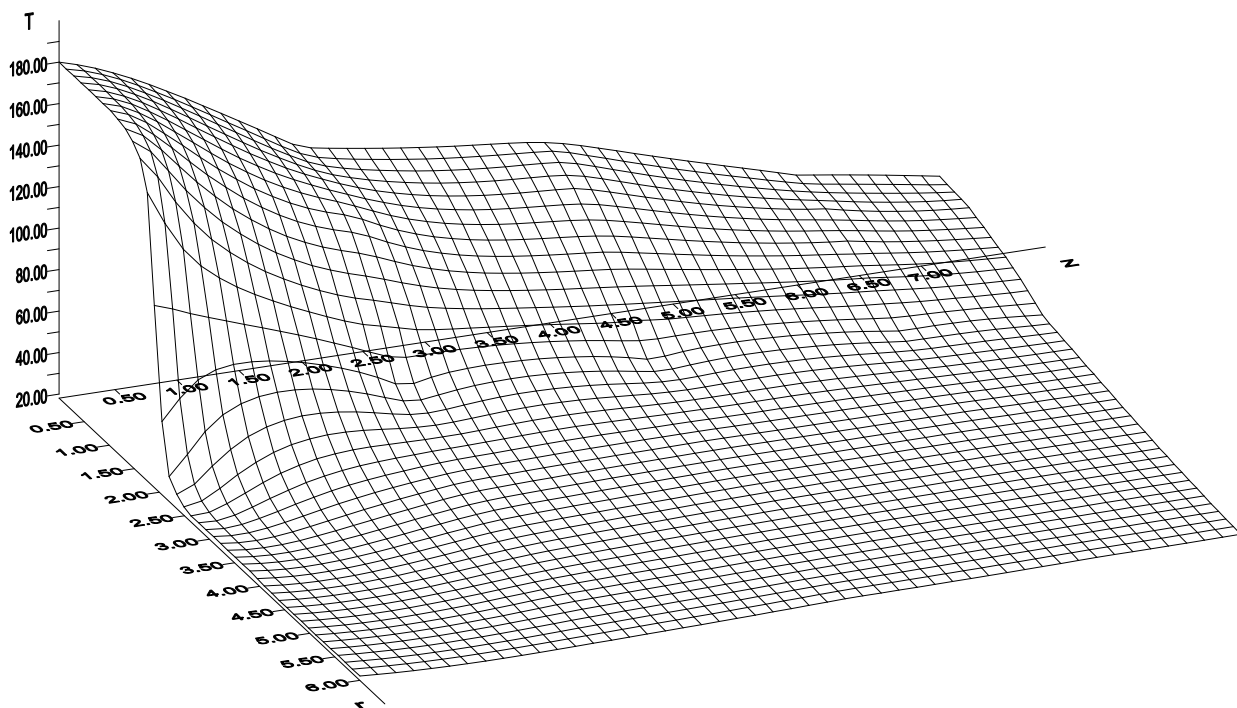


Рис. 10.19. Температурне поле стренги при охолодженні в потоці нерухокої води у ванні

Для оцінки впливу турбулізації потоку виконані розрахунки довжини зони охолодження до температури в центрі стренги, рівної $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ для різних значень η . Результати цих розрахунків наведено на рис. 10.20, з якого видно, що за відсутності примежового шару (вода нерухома) турбулізація потоку практично не впливає на інтенсивність теплообміну, оскільки полімер контактує безпосередньо з охолоджуючою рідиною.

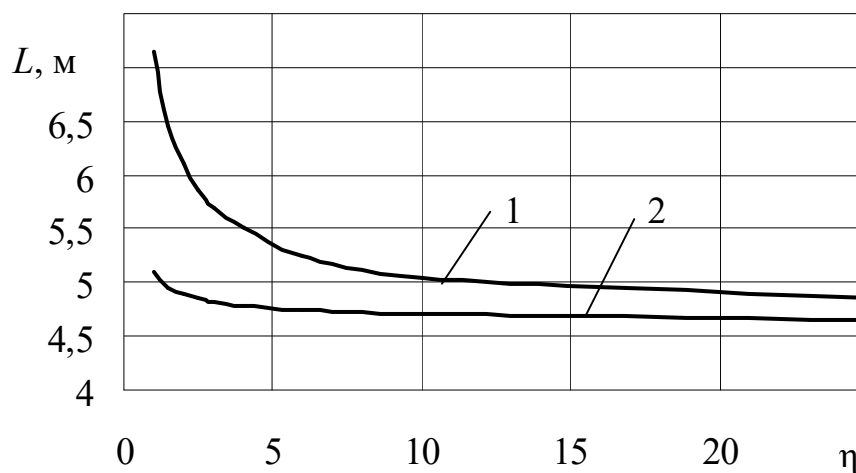


Рис. 10.20. Залежність довжини зони охолодження стренги від ступеня турбулентності: 1 – вода рухома; 2 – вода нерухома

Як і у випадку охолодження гранул, значення η у розрахунках приймалось постійним, хоча в дійсності ці значення змінюються від нуля на поверхні стренги до максимуму в ядрі потоку.

За реальних умов охолодження рідина в охолоджувальній ванні мало-рухома і турбулізація потоку практично відсутня. При високих швидкостях руху можлива тільки турбулізація примежового шару, але досягнення таких швидкостей у процесах гранулювання малоймовірно.

Для оцінки впливу стану рідини на реальний процес здійснені розрахунки товщини примежового шару при набіганні ламінарного потоку рідини на плоску пластину. Порівнюючи значення товщини примежового шару з кривими зміни температури біля поверхні стренги, можна зробити висновок, що товщина теплового примежового шару не перевищує товщини гідродинамічного примежового шару. Отже, для розрахунку реального процесу охолодження можна припустити, що він більше наближається до випадку, коли рідина рухається разом зі стренгою.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Мировой и европейский рынок пластмасс // Plastics Review (Ukraine Edition)*. – 2005. – С. 4–8.
2. *Рябцев Г. Л., Мікульонок І. О.* Полімерні пакувальні матеріали (стан та шляхи вдосконалення) // *Упаковка*. – 2006. – № 1. – С.42–47.
3. *Balsam M., Simon C.-J.* Kunststoff – der Werkstoff des 21 Jahrhunderts // *Kunststoffe*. – 2001. – Bd 91, № 8. – S. 46.
4. *Отходы и материальные потоки 2004: Европа, Кавказ и Центральная Азия // Ресурсосберегающие технологии: Экспресс-информация*. – М.: ВИНТИ, 2005. – Вып. 6. – С. 3–51.
5. *Закон України „Про відходи”* (№ 187/98 ВР від 05.03.1998 р.).
6. *Любарская М. А.* Стратегическое управление процессом обращения твердых отходов в регионе. – СПб.: СПбГИЭУ, 2004. – 182 с.
7. *Програма поводження з твердими побутовими відходами: Затверджена Постановою Кабінету Міністрів України від 04.03.2004 р., № 265.*
8. *Взаимодействие Дании со странами Восточной Европы в области окружающей среды. Национальная стратегия управления твердыми отходами Украины: отчет об оценках сценариев // Ресурсосберегающие технологии: Экспресс-информация*. – М.: ВИНТИ, 2005. – Вып. 19. – С. 19–49.
9. *Инвентаризация существующей информации о рециклинге селективных материалов отходов // Ресурсосберегающие технологии: Экспресс-информация*. – М.: ВИНТИ, 2005. – Вып. 22. – С. 3–40.
10. *Лотош В. Е.* Технология основных производств в природопользовании. – Екатеринбург: Изд-во Ур. гос. эконом. ун-та, 1998. – 536 с.
11. *Лотош В. Е.* Экология природопользования. – Екатеринбург: Изд-во Ур. гос. эконом. ун-та, 2000. – 540 с.
12. *Мікульонок І. О., Рябцев Г. Л.* Основні методи і шляхи використання полімервмісних відходів // *Наукові вісті НТУУ «КПІ»*. – 2001. – № 2. – С. 135–147.
13. *ДСТУ 2731–94.* Сировина полімерна вторинна. Порядок збирання, зберігання і перероблення відходів. – Чинний від 01.07.1995. – К.: Держстандарт України, 1994. – 13 с.
14. *ДСТУ 2102–92.* Ресурси матеріальні вторинні. Терміни та визначення. – Чинний від 01.07.1993. – К.: Держстандарт України, 1993. – 12 с.
15. *Калинчев Э. Л., Саковцева М. Б.* Научно-технические основы и опыт создания технологических линий стадии конфекционирования конструкционных полимеров. Часть 1 // *Пластические массы*. – 2003. – № 11. – С. 27–33.

16. *Полімерні композитні матеріали й вироби з них. Одержання, перероблення та властивості: Термінол. слов.* / І. О. Мікульонок, Л. Б. Радченко. – К.: ІВЦ „Видавництво «Політехніка»”, 2005. – 179 с.
17. *Основы технологии переработки пластмасс* / С.В. Власов, Э.Л. Калинин, Л.Б. Кандырин и др.; Под ред. В.Н. Кулезнёва и В.К. Гусева. – М.: Химия, 2004. – 596 с.
18. *Fiber-reinforced plastic market to cross 2.6 billion by 2007* // Polym. News. – 2002. – Vol. 27, № 11. – P. 388–389.
19. *Принципы создания композиционных полимерных материалов* / Ал. Ал. Берлин, С. А. Вольфсон, В. Г. Ошмян, Н. С. Ениколопов. – М.: Химия, 1990. – 240 с.
20. *Мікульонок І. О.* Термопластичні композитні матеріали та їх наповнювачі. Класифікація та загальні відомості // Хімічна промисловість України. – 2005. – № 5. – С. 30–39.
21. *Симонов-Емельянов И. Д., Кулезнёв В. Н.* Основы создания композиционных материалов. – М.: МИХМ, 1986. – 86 с.
22. *Симонов-Емельянов И. Д.* Принципы создания и переработки полимерных композиционных материалов дисперсной структуры // Пластические массы. – 2005. – № 1. – С. 11–16.
23. *Наполненные термопласты: Справочник* / В. А. Пахаренко, В. Г. Зверлин, Е. М. Кириенко; Под общ. ред. акад. Ю. С. Липатова. – К.: Техніка, 1986. – 182 с.
24. *Кац Г. С., Милевски Д. В.* Наполнители для полимерных композиционных материалов: Справ. пособие; Пер. с англ. / Под ред. П. Г. Бабаевского. – М.: Химия, 1981. – 736 с.
25. *Быков Е. А., Дегтярёв В. В.* Современные наполнители – важный фактор повышения конкурентоспособности композитов // Пластические массы. – 2006. – № 1. – С. 32–36.
26. *Taha M., Gerard J. F., Maazouz A.* In-situ thermoset polyurethane coating of glass beads dispersed in polystyrene by reactive extrusion // J. Mater. Sci. – 1999. – Vol. 34, № 17. – P. 4341–4346.
27. *Мікульонок І. О.* Механічні, гідромеханічні й масообмінні процеси та обладнання хімічної технології: Навч. посіб. – 2-ге вид., переробл. і допов. – К.: ІВЦ «Політехніка», 2002. – 304 с.
28. *Химическая энциклопедия: В 5 т.: т. 3: Меди – Полимерные* / Редкол.: Кнунянц И. Л. (гл. ред.) и др. – М: Большая Российская энцикл., 1992. – 639 с.
29. *Брык М. Т.* Деструкция наполненных полимеров. – М.: Химия, 1989. – 192 с.
30. *Шиц Е. Ю.* Исследование и разработка полимерных композиционных материалов с использованием природных алмазных порошков: Автореф.

... канд. техн. наук / Ин-т физ.-техн. проблем Севера Якут. науч. центра РАН. – Якутск, 2000. – 21 с.

31. Пат. 2255945 *Rosia*, МПК7 C08L 1/02. Полимерная композиция, формованные изделия и способ их получения / Ш. Цикели, Т. Эндл, М. Г. Мартл. – Оpubл. 10.07.2005.

32. *Вахтинская Т.Н., Гуринович Л.Н., Андреева Т.И.* Шунгитонаполненные термопласты // Пластические массы. – 2003. – № 11. – С. 33–35.

33. *Шаов А.Х., Аларханова З.З.* Последние достижения в области создания огнестойких полимерных материалов (Обзор). Часть 1 // Пластические массы. – 2005. – № 6. – С. 7–20.

34. *Головкин Г.С.* Волоконная технология производства и переработки в изделия термопластичных композиционных материалов // Пластические массы. – 2003. – № 9. – С. 35–39.

35. *Разработка* самосмазывающихся композитов на основе политетрафторэтилена для узлов трения сельскохозяйственной техники / Е. М. Иванова, И. И. Злотников, В. А. Смуругов и др. // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. – 2004. – № 1. – С. 20–25.

36. *Дроздовский В. Ф.* Получение и применение бикомпонентных резиноволокнистых наполнителей // Каучук и резина. – 1995. – № 4. – С. 45–49.

37. *Перспективные* виды полиолефиновых композитных материалов, способы их получения и основные области применения: Обзорная информация. Серия «Нефтехимия и сланцепереработка». Вып. 4–5 / А.С. Джафаров, Л. Н. Эфендиева, М. Д. Насибова, Н. А. Акперов. – М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1991. – 112 с.

38. *Кербер М. Л., Кравченко Т. П.* Термопластичные композиционные материалы для автомобилестроения // Пластические массы. – 2000. – № 9. – С. 46–48.

39. *Zhu S., Zhang Y., Zhang Y., Zhang C.* Effect of CaCO₃/LiCO₃ on the HCl generation of PVC during combustion // Polym. Test. – 2003. – Vol. 22, № 5. – P. 539–543.

40. *Заявка 10334889* Німеччина, МПК C08K 3/30. Flame-retardant polymethyl methacrylate molding made by bulk polymerization in casting cell, used in building, furniture, space-, air- or water-craft or land vehicle, contains fine ammonium sulfate powder as flame retardant / Stein P., Scherble J. – Оpubл. 24.02.2005.

41. *Барштейн Г. Р., Сабсай О. Ю.* Технологические свойства термопластов с минералоорганическими наполнителями: Обзорная информация. Сер. «Переработка пластмасс». – М.: НИИТЭХИМ, 1988. – 43 с.

42. *Tolinski M.* Glass fiber meets stiffer competition // Plast. Eng. – 2005. – Vol. 61, № 3. – P. 18–20.

43. *Fujita K., Torii T., Shibata M., Hirahara A., Murakami K.* // *Sen'i seihin shohi kagaku = J. Jap. Res. Assoc. Text. End-Uses.* – 2005. Vol. 46, № 5. – P. 41–50.
44. *Дроздовский В. Ф.* Получение резиновой крошки из амортизованных шин при низких температурах: Обзорная информация. Серия «Производство шин». Вып. 7. – М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1990. – 62 с.
45. *Мікульонок І. О.* Обладнання для механічного руйнування полімерта еластомервмісних відходів // *Вісник КНУТД: Напрямок «Хімія та хімічні технології».* – 2003. – № 1. – С. 131–134.
46. *Химическая энциклопедия: В 5 т.: т. 2: Даффа – Меди / Редкол.: Кнунянц И. Л. (гл. ред.) и др.* – М: Сов. энцикл., 1990. – 671 с.
47. *Carotenuto G.* Polymer-based nanocomposites: New potentialities for polymers // *Polym. News.* – 2000. – Vol. 25, № 6. – P. 190–199.
48. *Beyer G.* Nanocomposites – a new concept for flame retardant polymers // *Polym. News.* – 2001. – Vol. 26, № 11. – P. 370–378.
49. *Заявка 2004136782/04* Російська Федерація, МПК(2006.01) С08J 5/16. Антифрикционный композиционный полимерный материал / Б. М. Гиндзбург, Н. В. Дьяченко, А. К. Пугачев, Д. Г. Точильников. – Заявл. 15.12.2004; опубл. 27.05.2006.
50. *Пат. 2281960* Російська Федерація, МПК(2006.01) С08J 5/16. Антифрикционная полимерная композиция / А. А. Охлопкова, С. Н. Попов, С. А. Слепцова и др. – Заявл. 21.03.2005; опубл. 20.08.2006.
51. *Фомин В. А., Гузев В. В.* Биоразлагаемые полимеры, состояние и перспективы развития // *Пластические массы.* – 2001. – № 2. – С. 42–46.
52. *Харченко Н. В., Никонова Л. Н.* Теплообменное оборудование для аккумуляирования тепловой энергии: Обзорная информация. Сер. ХМ-1. – М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1989. – 41 с.
53. *Мікульонок І. О.* Полімерні композиційні матеріали. Визначення теплофізичних властивостей // *Хімічна промисловість України.* – 2003. – № 5. – С. 25–28.
54. *Пивень А. Н., Новиков В. В.* Методы расчета тепло- и температуропроводности полимерных материалов. – К.: УМК ВО, 1989. – 108 с.
55. *Дульнев Г. Н., Заричняк Ю. П.* Теплопроводность смесей и композиционных материалов: Справ. кн. – Л.: Энергия, 1974. – 264 с.
56. *Харитонов В. В.* Теплофизика полимеров и полимерных композиций. – Мн.: Выш. шк., 1983. – 162 с.
57. *Привалко В. П., Новиков В. В., Яновский Ю. Г.* Основы теплофизики и реофизики полимерных материалов. – К.: Наук. думка, 1991. – 232 с.
58. *Липатов Ю. С.* Физико-химические основы наполнения полимеров. – М.: Химия, 1991. – 260 с.

59. Годовский Ю. К. Теплофизические методы исследования полимеров. – М.: Химия, 1976. – 216 с.
60. Півень О. Н., Корнієнко Я. М., Удовенко Л. М. Методи розрахунку ефективного коефіцієнта температуропровідності дисперсних середовищ хаотичних структур // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2003. – № 1. – С.27–30.
61. *Механика композитов*: В 12 т. / Под общ. ред. А. Н. Гузя. – Т. 3: Статистическая механика и эффективные свойства материалов / Л. П. Хорошун, Б. П. Маслов, Е. Н. Шикула, Л. В. Назаренко. – К.: Наук. думка, 1993. – 389 с.
62. Калинин Э. Л., Саковцева М. Б. Свойства и переработка термопластов: Справ. пособие. – Л.: Химия, 1983. – 288 с.
63. *Теплофизические и реологические характеристики полимеров*: Справочник / А. И. Иванченко, В. А. Пахаренко, В. П. Привалко и др. – К.: Наук. думка, 1977. – 244 с.
64. *Теплофизические и реологические характеристики и коэффициенты трения наполненных термопластов*: Справочник / В. А. Пахаренко, В. Г. Зверлин, В. П. Привалко и др. – К.: Наук. думка, 1983. – 290 с.
65. Мікульонок І. О. Полімерні композиційні матеріали. Визначення реологічних властивостей // Хімічна промисловість України. – 2003. – № 6. – С. 58–61.
66. Урьев Н. Б. Высококонцентрированные дисперсные системы. – М.: Химия, 1980. – 320 с.
67. Урьев Н. Б., Потанин А. А. Текучесть суспензий и порошков. – М.: Химия, 1992. – 256 с.
68. Равичев Л.В., Беспалов А.В., Логинов В.Я. Математическое моделирование вязкостных свойств суспензий полифракционного состава // Химическая промышленность. – 2000. – № 9. – С. 45–49.
69. Residence time distribution in extruders determined by in-line ultrasonic measurements / R. Gendron, L. E. Daigneault, J. Tatibouët, M. M. Dumoulin // Adv. Polym. Technol. –1996. – Vol. 15, № 2. – P. 111–125.
70. Вострокнутов Е. Г., Виноградов Г. В. Реологические основы переработки эластомеров. – М.: Химия, 1988. – 232 с.
71. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). Определения, теоремы, формулы. – СПб.: Изд-во «Лань», 2003. – 832 с.
72. Лукач Ю., Микуленок И., Рябцев Г. Переработка отходов в композиционные материалы // Мир технологий. – 2000. – № 3. – С. 17–18.
73. Мікульонок І. О., Рябцев Г. Л. Рециркуляція відходів упаковки // Упаковка. – 2000. – № 3. – С. 17–18.
74. Мікульонок І. О., Рябцев Г. Л. Переробка відходів упаковки // Упаковка. – 2000. – № 5. – С. 54–56.

75. Мікульонок І. О. Основні методи використання гумовмісних відходів // Хімічна промисловість України. – 2001. – № 5. – С. 53–58.
76. *Виробництво* листових і лінійних виробів з полімернаповнених композиційних матеріалів / Ю. Ю. Лукач, П. М. Магазій, І. О. Мікульонок, Г. Л. Рябцев // Хімічна промисловість України. – 1999. – № 5. – С. 29–33.
77. *Упругодеформационное* измельчение термопластов / Е.Л. Акопян, А.М. Кармилов, В.Г. Никольский и др. // Доклады АН СССР. – 1986. – 291, № 1. – С. 133–136.
78. *Новое* в переработке изношенных шин / И. О. Микуленок, Г. Л. Рябцев, М. В. Сезонов, О. В. Вуйко // Мир технологий. – 2001. – № 2. – С. 135–147.
79. Бондаренко В., Мікульонок І., Сезонов М. Гумовмісні відходи як джерело економії хімічної сировини. Захист навколишнього середовища // Стандартизація. Сертифікація. Якість. – 2002. – № 1. – С. 70–72.
80. *Дрібнодисперсна* крихта, одержана методом високотемпературного зсувного подрібнення. Дослідження властивостей / Т. А. Бойко, Н. В. Савельєва, Н. І. Пасько, А. П. Піднебесний // Хімічна промисловість України. – 2003. – № 4. – С. 50–54.
81. *Вторичное* использование полимерных материалов / Под. ред. Е. Г. Любешкиной. – М.: Химия, 1989. – 192 с.
82. Тимошевский Б. Г., Ткач М. Р. Энергия из отходов упаковки // Упаковка. – 2000. – № 2. – С. 46–49.
83. *Рециркуляция* отходов // Ресурсосберегающие технологии: Экспресс-информация. – М.: ВИНТИ, 2003. – Вып. 7. – С. 16–22.
84. Миани М. Оборудование для производства полимерных листов и плит из полиолефинов с наполнением древесной мукой / Доклад семинара «Итальянское оборудование по переработке пластика и резины» 18.05.1993. – К.: Отдел по развитию торгового обмена (И. Ч. Е.) Посольства Италии в Украине, 1993. – 18 с.
85. Лукач Ю. Е., Рябинин Д. Д., Метлов Б. Н. Валковые машины для переработки пластмасс и резиновых смесей. – М.: Машиностроение, 1967. – 296 с.
86. *Weltrekord* bei PE-Aufbereitung // Kunststoffe. – 2000. – Bd 90, № 3. – S. 12.
87. *Лабораторные* и промышленные смесительные и пластицирующие машины: Проспект фирмы Werner und Pfleiderer. – 1997. – 148 с.
88. *Обладнання* для одержання і формування полімерних композиційних матеріалів / Ю. Ю. Лукач, І. О. Мікульонок, Г. Л. Рябцев, М. В. Сезонов // Хімічна промисловість України. – 2001. – № 6. – С. 55–61.

89. *Экструдеры*. Проспект фирмы Battenfeld. – 1997. – 120 с.
90. *Modern Plastics International*. – 1985. – № 6. – P. 42–45.
91. *Japan Plastics International Annals*. – 1984. – № 27. – P. 87–89.
92. *Петраков В.М.* Тенденции в совершенствовании одночервячных экструдеров: Обзор. инф. Сер. ХМ-2. – М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1983. – XX с.
93. *Патент 4 846 659* США, 1989. МПК4 В 29 С 47/00.
94. *Патент 4 904 285* США, 1990. МПК4 В 29 С 47/00.
95. *Патент 674 960* Швейцария, 1990. МПК4 В 29 С 47/00.
96. *Патент 148 699* Польша, 1990. МПК4 В 29 С 47/00.
97. *Фридман М.Л.* Развитие оборудования для смешения расплавов термопластов: Обзор. инф. Сер. ХМ-2. – М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1988. – 51 с.
98. *Todd David B.* Improving incorporation of fillers in plastics. A special report // *Adv. Polym. Technol.* – 2000. – Vol. 19, № 1. – P. 54–64.
99. *Jacker M., Mickley R.* Die neue Extrudergeneration für die PVC-Verarbeitung // *MAN Forsch., Plan., Bauen.* – 1996. – № 10. – P. 66–73.
100. *Mapleston P.* Two-stage twin-screw extruder is for calendering, compounding // *Mod. Plast. Int.* – 1997. – Vol. 27, № 9. – P. 151.
101. *Berstorff.* Оборудование для переработки пластмасс. Двухшнековые экструдеры ZE 90 – ZE 280 UT. Технические данные [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.berstorff.de/servlet/control/wtk_page/PublicSite@ru/wtk_invoker/PublicSiteMenu/menuid/73180/wtk_status/165811. – Дата доступа: квітень 2006 р. – Назва з екрану.
102. *Coperion.* Compounding Systems. ZSK. Technical Data [Electronic resource]. – Mode of access: WWW. URL: [http://www.coperion.com/\(ghyjgc45g5132cyrtq5dk45\)/Default-L1-2-26-55-124-135.aspx](http://www.coperion.com/(ghyjgc45g5132cyrtq5dk45)/Default-L1-2-26-55-124-135.aspx). – Last access: April 2006. – Title from the screen.
103. *Cincinnati Milacron.* Parallel und gegenläufig // *Kunststoffe.* – 1998. – Bd 88, № 9. – S. 1460.
104. *Leistungsstarker Doppelschneckenextruder* // *Maschinenmarkt.* – 1998. – Bd 104, № 41. – S. 65.
105. *Blasformmaschine* fertigt Behälter und Hohlteile für technische Anwendungen // *Maschinenmarkt.* – 1999. – Bd 105, № 14. – S. 119.
106. *Schneider H.-P.* Mehr Durchsatz, weniger Verschleiß // *Kunststoffe.* – 2001. – Bd 91, № 10. – S. 150–151.
107. *Gabriele Michall C.* No showdown seen for highspeed compounding // *Mod. Plast. Int.* – 1998. – Vol. 28, № 12. – P. 74.
108. *Japan Plastics Age.* – 1982. – 20, № 187. – P. 14.
109. *Экструзионные системы для производства полимерных пленок и плит:* Каталог. – Ганновер: Berstorff GmbH, [2005?]. – 23 с.

110. *Шенкель Г.* Шнековые прессы для пластмасс. Принцип действия, конструирования и эксплуатации. – Л.: Госхимиздат, 1962. – 467 с.
111. *Рябинин Д. Д., Лукач Ю. Е.* Смесительные машины для пластмасс и резиновых смесей. – М.: Машиностроение, 1972. – 272 с.
112. *Басов Н. И., Казанков Ю. В., Любартович В. А.* Расчет и конструирование оборудования для производства и переработки полимерных материалов. – М.: Химия, 1986. – 488 с.
113. *Тадмор З., Гогос К.* Теоретические основы переработки полимеров. – М.: Химия, 1984. – 632 с.
114. *Мак Келви Д. М.* Переработка полимеров. – М.: Химия, 1965. – 442 с.
115. *Бернхардт Э.* Переработка термопластичных материалов. – М.: Госхимиздат, 1968. – 748 с.
116. *Лукач Ю. Е., Рябинин Д. Д.* Червячные машины для переработки резиновых смесей и пластических масс. – М.: Машиностроение, 1967. – 296 с.
117. *Лукач Ю. Е., Петухов А. Д., Сенатос В. А.* Оборудование для производства полимерных пленок. – М.: Машиностроение, 1981. – 221 с.
118. *Красовский В. Н., Воскресенский А. М.* Сборник примеров и задач по технологии переработки пластических масс. – Минск: Вышш. шк., 1975. – 317 с.
119. *Техника переработки пластмасс* / Под ред. Н. И. Басова и В. М. Броя. – М.: Химия, 1985. – 528 с.
120. *Янков В. И., Первадчук В. П., Боярченко В. И.* Процессы переработки волокнообразующих полимеров. – М.: Химия, 1989. – 318 с.
121. *Оборудование для переработки пластмасс: Справ. пособ.* / Под ред. В. К. Завгороднего. – М.: Машиностроение, 1976. – 407 с.
122. *Виноградов Г. В., Малкин А. Я.* Реология полимеров. – М.: Химия, 1977. – 440 с.
123. *Торнер Р. В.* Теоретические основы переработки полимеров (механика процессов). – М.: Химия, 1977. – 464 с.
124. *Яхно О. М., Дубовицкий В. Ф.* Основы реологии полимеров. – К.: Вища шк., 1976. – 188 с.
125. *Яхно О. М.* Гідравліка неньютонівських рідин. – К.: Вища шк., 1995. – 199 с.
126. *Моделирование и оптимизация экструзии полимеров* / В. В. Скачков, Р. В. Торнер, Ю. В. Стунгур, С. В. Реутов. – Л.: Химия, 1984. – 152 с.
127. *Радченко Л. Б.* Переробка термопластів методом екструзії: Наук. посібник. – К.: ІЗМН, 1999. – 220 с.

128. Радченко Л. Б., Сівецький В. І. Основи моделювання та конструювання черв'ячних екструдерів: Навч. посіб. – К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2002. – 152 с.
129. *Rauwendaal C.* Understanding Extrusion. – Munich: Hanser, 1998. – 190 p.
130. *Ким В.С.* Теория и практика экструзии полимеров. – М.: Химия, КолосС, 2005. – 567 с.
131. *Калинчев Э.Л., Саковцева М.Б.* Научно-технические основы и опыт создания технологических линий стадии конфекционирования конструкционных полимеров. Часть 2 // Пластические массы. – 2004. – № 10. – С. 44–51.
132. *Штютцингер Х.* Инновационные решения для повышения гибкости процесса производства оконных профилей с использованием двухшнековых экструдеров // Пластич. массы. – 2003. – № 6. – С. 4–7.
133. *Константинов В. Н., Левин А. Н.* Определение производительности двухчервячных экструдеров // Хим. и нефт. машиностроение. – 1962. – № 3. – С. 18–22.
134. *Константинов В. Н.* Влияние конструкции червяка на производительность многочервячных экструдеров // Хим. и нефт. машиностроение. – 1964. – № 2. – С. 21–25.
135. *Janssen L. B. M., Mulders L. P. H. R. M., Smith J. M.* A Model for the Output From the Pump Zone of the Double Screw Processor Extruder // *Plast. Polym.* – 1975. – № 6. – P. 93–98.
136. *Wyman C. E.* Theoretical Model for Intermeshing Twin Screw Extruders Axial Velocity Profile for Shallow Channels // *Polym. Eng. and Sci.* – 1975. – 15. – P. 606–611.
137. *Евменов С. Д., Ким В. С.* К вопросу распределения потоков перерабатываемого материала в двухчервячном экструдере // Труды МИХМ. Вып. 49 – 1973. – С. 102–112.
138. *Войтушенко П. А., Яхно О. М.* Исследование течения в зазорах двухчервячного прессы // Хим. машиностроение: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – 1981. – Вып. 41. – С. 33–38.
139. *Numerical and Experimental Study of the Flow in the Nip Region of a Partially Intermeshing Co-Rotating Twin-Screw Extruder / T. Sastrohartono, M. Esseghir, T. H. Kwon, V. Sernas // Polym. Eng. and Sci.* – 1990. – Vol. 30, № 21. – P. 1382–1398.
140. *Войтушенко П. А.* Исследование течения расплава полимера в винтовых каналах двухчервячного экструдера // Хим. машиностроение: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – 1986. – Вып. 43. – С. 7–11.

141. *Potente H., Kretschmer K.* In 60 Sekunden optimiert // *Kunststoffe.* – 2001. – № 9. – S. 76, 78, 80–81.
142. *Tenge S., Mewes D.* Experimentelle Untersuchung der Dissipation und des Wärmeübergangs in der Meteringzone eines Doppelschneckenextruders // *Chem.-Ing.-Techn.* – 1997. – Bd 69, № 9. – S. 1233.
143. *Qian B., Gogos C.* The importance of plastic energy dissipation (PED) to the heating and melting of polymer particulate in intermeshing co-rotating twin-screw extruders // *Adv. Polym. Technol.* – 2000. – Vol. 19, № 4. – P. 287–299.
144. *Shearer G., Tzoganakis C.* Distributive Mixing Profiles for Co-Rotating Twin-Screw Extruders // *Adv. Polym. Technol.* – 2001. – Vol. 20, № 3. – P. 169–190.
145. *Rauwendaal C.* The geometry of Hef-cleaning twin-screw extruders // *Adv. Polym. Technol.* – 1996. – Vol. 15, № 2. – P. 127–133.
146. *Carneiro O. S., Covas J. A., Vergnes B. J.* Experimental and theoretical Study of twin-screw extrusion of polypropylene // *Appl. Polym. Sci.* – 2000. – Vol. 78, № 7. – P. 1419–1430.
147. *Шорин С. Н.* Теплопередача. – М.: Высш. шк., 1964. – 490 с.
148. *Радченко Л. Б., Двойнос Я. Г., Новік В. О.* Особливості моделювання процесів переробки термолабільних композиційних та біоматеріалів екструзійним методом // *Хімічна промисловість України.* – 2001. – № 4. – С. 50–52.
149. *Радченко Л. Б., Новік В. А., Пристайлов С. О.* Применение и моделирование червячных экструдеров как реакторов // *Труды Одесского политехн. университета: Научн.-произв.-практ. сб.: Одесса, 2002.* – С. 79–80.
150. *Радченко Л. Б., Мікульонок І. О., Новік В. О.* Моделювання процесу двочерв'ячної екструзії. 1. Екструзія в умовах різноспрямованого обертання черв'яків // *Наукові вісті НТУУ «КПІ».* – 2005. – № 3. – С. 75–83.
151. *Моделювання процесу двочерв'ячної екструзії. 2. Екструзія в умовах односпрямованого обертання черв'яків / О. Г. Зубрій, І. О. Мікульонок, Л. Б. Радченко, О. О. Радчук // Наукові вісті НТУУ «КПІ».* – 2005. – № 5. – С. 39–43.
152. *Мікульонок І. О., Новік В. О., Радченко Л. Б.* Моделювання процесу одержання полімерних композитних матеріалів з дисперсним наповнювачем у каскадному дисково-двочерв'ячному екструдері // *Матеріали 25-ї Міжнародної Конференції «Композиционные материалы в промышленности».* – Ялта–Київ, 2005, С.134–135.
153. *Марчук Г. И.* Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1987. – 534 с.
154. *Батунер Л. М., Позин М. Е.* Математические методы в химической технике. – Л.: Химия, 1971. – 823 с.

155. *Рихтмаэр Р., Мортон К.* Разностные методы решения краевых задач / Пер. с англ. Б. М. Будика, А. Д. Годунова. – М.: Мир, 1972. – 417 с.
156. *Турчак Л. И.* Основы численных методов. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
157. *Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З.* Численные методы анализа. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
158. *Набор программ для ЭЦВМ “МИР”.* – К.: Наук. думка, 1973. – 107 с.
159. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. – М.: Физматгиз, 1962.
160. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / Пер. с англ. под ред. В. Д. Виленского. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
161. *Краскевич В. Е., Зеленский К. Х., Гречко В. И.* Численные методы в инженерных исследованиях. – К.: Вища шк., 1986. – 263 с.
162. *Marsal D.* Die numerische Lösung partieller Differentialgleichungen. – Mannheim / Wien / Zurich.: B. I. Wissenschaftsverlag.
163. *Радченко Л. Б.* Моделивання неізотермічних процесів переробки термопластів методом екструзії // Хімічна промисловість України. – 1999. – № 4. – С. 40–44.
164. *Grunschloss E.* Einfluss des Schneckenpiel auf die Verfahrensparameter bei Einschnecken – Plastifizier – Extrudern // Kunststoffe. – 1987. – Vol. 77, № 9. – S. 888–892.
165. *Мікульонок І. О., Радченко Н. Л., Швед М. П.* Дослідження теплообміну в процесах гранулювання полімерів // Матеріали 26-й Междунар. конф. „Композиционные материалы в промышленности”. – Ялта: УИЦ «Наука. Техника. Технология», 2006. – С. 149–152.
166. *Мікульонок І. О., Радченко Л. Б., Ружинська Л. І.* Моделивання термообработки погонных композитных материалов // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2005. – № 2. – С. 66–71.
167. *Мікульонок І. О.* Матеріали і виробни, одержувані неперервним формуванням. Аналіз умов охолодження // Хімічна промисловість України. – 2006. – № 4. – С. 33–37.

ЗМІСТ

Вступ	3
Перелік основних позначень, символів і скорочень.....	4
1. Тенденції використання полімерних матеріалів та утилізації полімервмісних відходів.....	6
2. Класифікація термопластичних композитних матеріалів та їхні основні властивості	10
2.1. Класифікація термопластичних композитних матеріалів.....	10
2.2. Теплофізичні та реологічні властивості	20
3. Аналіз основних методів рециклінгу полімерних відходів та обладнання для їх реалізації.....	30
4. Аналіз методів моделювання переробки полімерів.....	47
4.1. Загальні питання моделювання	47
4.2. Моделювання черв'ячної екструзії	48
4.3. Моделювання термообробки матеріалів і виробів	50
5. Моделювання двочерв'ячних екструдерів	51
5.1. Продуктивність екструдерів	51
5.2. Формулювання загального математичного опису неізотермічної течії реологічно складних середовищ у каналах конструктивних елементів екструдерів.....	62
6. Методи числового розв'язання рівнянь збереження	70
7. Математична модель і алгоритм розрахунку процесів неізотермічної течії в каналах робочих органів двочерв'ячних екструдерів.....	92
7.1 Математична модель і алгоритм розрахунку процесу теплообміну.....	92
7.2. Визначення інтенсивності дисипативних джерел енергії.....	101
7.2.1. Формулювання загальної математичної моделі	101
7.2.2. Ньютонівська модель рідини	103
7.2.3. Неньютонівська модель рідини	109
7.3. Гідродинаміка й теплообмін у каналах змішувальних елементів.....	118
8. Моделювання екструдерів з різноспрямованим обертанням черв'яків	120
9. Моделювання екструдерів з односпрямованим обертанням черв'яків.....	133
10. Моделювання процесів теплообміну при гранулюванні	145
10.1. Математична модель процесу охолодження сферичних гранул.....	145
10.2. Математична модель процесу охолодження стренг у ванні.....	159
Список використаної літератури	172

Наукове видання

Мікульонок Ігор Олегович
Радченко Леонід Борисович

**ПЕРЕРОБКА
ВТОРИННОЇ СИРОВИНИ
ЕКСТРУЗІЄЮ**

В авторській редакції