

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

# ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА

## ЕЛЕКТРОСТАТИКА.

### ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.

**Навчальний посібник**

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра  
за освітніми програмами “Інженіринг інтелектуальних електротехнічних та мехатронних  
комплексів”, “Електромеханічні системи автоматизації, електропривод та  
електромобільність”, “Електричні машини і апарати”  
спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

Укладачі: Т.І. Братусь, Г.В. Самар

Електронне мережне навчальне видання

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2023

Рецензенти

*Котовський В. Й.*, д-р.техн. наук, проф.,  
завідувач кафедри загальної фізики та моделювання фізичних процесів КПІ ім. Ігоря Сікорського  
*Ворона І.П.*, д-р. фіз.-мат. наук, с.н.с.,  
с.н.с. Інституту фізики напівпровідників ім. Лашкарьова В.Є. НАН України

Відповідальний редактор

*Решетняк С.О.*, д-р фіз.-мат. наук, професор

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 5 від 23.02.2023 р.)  
за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету  
(протокол № 2 від 15.02.2023 р.)*

Навчальний посібник “Загальна фізика. Електростатика. Закони постійного струму.” складено як конспект лекцій з прикладами типових задач. Розглянуті основні питання сучасної теорії електрики та магнетизму. Навчальне видання сприятиме засвоєнню україномовної фізичної і технічної термінології та сформулює у студентів компетентності, необхідні для подальшого вивчення предметів, які пов’язані із практичним застосуванням законів електрики і магнетизму. Призначений для студентів вищих учбових закладів, відповідає навчальній програмі дисципліни “Загальна фізика” для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою “Інжиніринг інтелектуальних електротехнічних та мехатронних комплексів”, “Електромеханічні системи автоматизації, електропривод та електромобільність”, “Електричні машини і апарати” за спеціальністю “141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” Посібник буде також корисним студентам інших технічних спеціальностей, що вивчають фізику в закладах вищої освіти.

Реєстр. № НП 22/23-487. Обсяг 5,6 авт. арк.

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056  
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023

## ВСТУП

Фізика є універсальною базою техніки, оскільки на закони фізики спираються всі прикладні й технічні науки технологічного та проектно-конструкторського спрямування. Тому вивчення фізики є необхідним для подальшої якісної фахової підготовки спеціалістів.

Пропонований посібник з курсу загальної фізики призначений для студентів усіх спеціальностей. В курсі представлені такі розділи загальної фізики: електростатика, закони сталого струму.

Навколишній світ за своєю природою є матеріальним. Фізика - це наука, яка вивчає найзагальніші форми руху матерії (механічні, електромагнітні, теплові, та інші) та їх взаємні перетворення. Матерія може існувати в двох формах: у вигляді речовини та поля. До першої форми матерії належать, наприклад, електрони, протони, атоми, молекули та всі речовини, з яких вони побудовані. До другої - електромагнітні, гравітаційні поля. Різні види матерії можуть переходити одна в одну. Наприклад, електрон і позитрон при взаємодії перетворюються в електромагнітне випромінювання у вигляді фотонів. Можливий і зворотній процес. У всій різноманітності електричних та електромагнітних явищ студенти можуть розібратися лише тоді, коли вони будуть знати теорію, що пояснює ці явища, – теорію електромагнітного поля Максвелла і електронну теорію Друде-Лоренца.

Навчальний матеріал, представлений в курсі, є адаптованим до рівня математичної підготовки студентів, яким фізику починають викладати з першого навчального семестру. Зокрема, в багатьох випадках, довелося відмовитися від строгих доведень і обмежитися тільки якісними міркуваннями та коментуванням змісту положень, що розглядаються. З тієї ж причини математичні викладки, що наводяться, по можливості виконуються детально й супроводжуються роз'ясненнями загального змісту відповідних математичних величин та операцій. Слід відзначити, що розуміння та засвоєння навчального матеріалу вимагає знання основних понять вищої математики: уміння брати

похідні та інтеграли, аналізувати функції на екстремум, розв'язувати прості диференціальні рівняння. Треба також знати основні поняття векторної алгебри, дії з векторами, вміти знаходити проекції векторів і оперувати ними.

В результаті опрацювання лекційного матеріалу студенти повинні:

Знати, розуміти та застосовувати на базовому рівні основні положення загальної фізики, зокрема, класичної механіки, релятивістської та квантової механіки, молекулярної фізики і термодинаміки, електромагнетизму, хвильової та квантової оптики, фізики атома і атомного ядра для встановлення, аналізу, тлумачення, пояснення і класифікації суті та механізмів різних фізичних явищ і процесів для розв'язування складних спеціалізованих задач та практичних проблем науки і техніки.

Знати основні фізичні моделі та поняття фізики; закони, що описують різні види рухів; закони збереження енергії та електричного заряду; закони сталого струму, основні поняття сучасної електромагнітної теорії.

Вміти формулювати фізичні закони; виводити формули, що пов'язують основні фізичні величини при формулюванні основних фізичних законів; пояснювати природу фізичних явищ і процесів; розв'язувати фізичні задачі; використовувати знання фізики для аналізу явищ, що вивчаються в рамках фахово-орієнтовних дисциплін.

Вміти планувати дослідження, обирати оптимальні методи та засоби досягнення мети дослідження, знаходити шляхи розв'язання технічних та наукових завдань і вдосконалення застосованих методів, а також впорядковувати, пояснювати та узагальнювати отримані наукові та практичні результати, робити висновки.

# 1. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ.

## 1.1 Заряд і поле.

Електричні і магнітні сили відомі людству здавна. Та лише в XIX столітті були досягнуті значні успіхи в їх вивченні. Широке практичне застосування електромагнітних сил багато в чому визначає характер сучасної технічної цивілізації.

Електромагнітні сили - це фундаментальні сили, до яких також відносять гравітаційні, ядерні і сили слабкої взаємодії.

Електричні властивості тіл описують за допомогою фізичної величини, що називається зарядом, який може бути як позитивним, так і негативним. Будь-яке заряджене тіло має заряд, кратний елементарному заряду  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Елементарним зарядом володіють мікрочастинки, такі як протони, електрони та інші.

Частинки, що мають заряд одного знаку, відштовхуються, а ті, що мають заряди різних знаків - притягуються. Одиниця виміру заряду - Кулон [Кл].

Закон збереження електричного заряду говорить, що в електрично ізольованій системі повний заряд залишається сталим.

До складу речовини входять як позитивно заряджені протони, так і негативно заряджені електрони. Якщо баланс між електронами і протонами в якомусь тілі є зруйнованим, то воно буде створювати навколо себе поле. На будь-яке інше заряджене тіло, внесене в це поле, з боку поля буде діяти сила. Якщо змінити поле, то ця зміна буде поширюватись у просторі зі швидкістю  $3 \cdot 10^8$  м/с.

Поля, що створюються зарядами, доцільно поділити на два види - електричні та магнітні поля. Магнітне поле можуть породжувати рухомі заряди, і воно діє на рухомі заряди. Для цих двох полів виконується принцип

суперпозиції: поле, створене в будь-якій точці простору декількома зарядами, є сумою полів, утворених кожним зарядом.

## 1.2. Взаємодія зарядів. Закон Кулона.

Електростатичним називають поле, характеристики якого не змінюються з часом. Електростатика вивчає взаємодію нерухомих зарядів.

Точковим зарядом називається заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати, порівнюючи з відстанню до інших заряджених тіл.

Ш. Кулон експериментально довів, що сила, з якою точковий нерухомий заряд  $Q$  діє на інший точковий нерухомий заряд  $q$ , пропорційна добутку величин зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2}, \quad (1.1)$$

де електрична стала  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  [Ф/м].

Сили, що діють на заряди  $Q$  і  $q$ , однакові за величиною, протилежні за напрямом і лежать на одній прямій, яка з'єднує заряди (рис.1).

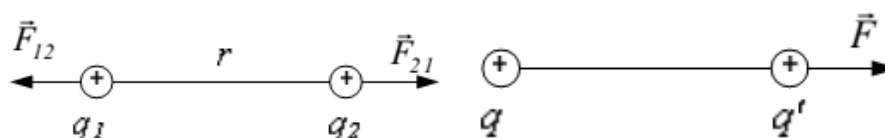


Рис.1

## 1.3. Напруженість електричного поля.

Напруженістю електричного поля  $E$  називають фізичну величину, що вимірюється силою, з якою електричне поле діє на одиничний позитивний точковий заряд, розміщений в цій точці:

$$E = F/q. \quad (1.2)$$

Напруженість - це вектор. Одиниці вимірювання - Вольт/метр [В/м].

Нерухомий точковий заряд  $Q$  створює в кожній точці простору навколо себе електричне поле з напруженістю:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \quad (1.3)$$

де  $r$  - радіус-вектор, проведений від заряду  $Q$  в цю точку.

Сила, що діє на заряд  $q$ , який знаходиться в полі заряду  $Q$ , дорівнює :

$$F = qE. \quad (1.4)$$

Якщо результуюче поле створене накладанням декількох полів, то напруженість у будь-якій точці такого поля дорівнює векторній сумі напруженостей всіх полів, що утворюють результуюче поле (принцип суперпозиції) .

#### 1.4. Потенціал та різниця потенціалів.

На заряд, що знаходиться в електростатичному полі, діє сила. Тому при переміщенні заряду  $q$  з точки 1 в точку 2 сили електростатичного поля виконують роботу  $A_{12}$ , яка залежить від поля та від величини заряду, що переміщується. На основі закону збереження енергії виконана робота дорівнює зменшенню потенціальної енергії заряду в заданому силовому полі.

Потенціал  $\phi$  можна визначити як відношення потенціальної енергії, яку має заряд в електростатичному полі, до величини цього заряду  $q$ . Якщо заряд переміщується з точки з потенціалом  $\phi_1$  в точку з потенціалом  $\phi_2$ , то його потенціальна енергія зменшується на  $q(\phi_1 - \phi_2)$ . Тоді різниця потенціалів між точками 1 і 2, за означенням, дорівнює відношенню цієї роботи до заряду:

$$\phi_1 - \phi_2 = A_{12} / q. \quad (1.5)$$

Одиниця вимірювання потенціалу - Вольт.

Оскільки робота дорівнює інтегралу від сили по переміщенню

$A_{12} = \int_1^2 F dr$ , а сила  $\mathbf{F} = q \mathbf{E}$ , то отримаємо зв'язок між потенціалом та напруженістю:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \left( \int_1^2 F dr \right) / q = \int_1^2 E dr. \quad (1.6)$$

Як відомо з курсу математики, цей вираз еквівалентний тому, що напруженість є градієнт від потенціалу (з від'ємним знаком)

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{e}_x - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{e}_y - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{e}_z. \quad (1.7)$$

У разі одновимірного випадку, зв'язок між напруженістю та потенціалом має простий вигляд :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dx; \quad E = -d\varphi/dx \quad (1.8)$$

Таким чином, електростатичне поле можна задавати двома еквівалентними характеристиками, а саме, задаючи в кожній точці простору напруженість (вектор), або потенціал (скаляр).

Вважають, що потенціал у точці на нескінченності дорівнює нулю. Тоді з (1.3) маємо, що потенціал точки електростатичного поля – це фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі, яку виконують сили електричного поля при переміщенні пробного одиничного заряду з заданої точки у нескінченність (або точку, для якої умовно прийнять, що потенціал дорівнює нулю):

$$\varphi_1 = A_{1\infty}/q_1 \quad (1.9)$$

Якщо результуюче поле створене накладанням декількох полів, то потенціал у будь-якій точці такого поля дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів всіх полів, що утворюють результуюче поле (принцип суперпозиції).

Доведемо, що електростатичне поле є потенціальним, тобто різниця потенціалів між точками 1 і 2 не залежить від траєкторії, за якою переміщувався заряд з точки 1 в точку 2.

Нехай поле утворює один точковий заряд  $Q$ . Тоді за означенням різниці потенціалів :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dr = \int_1^2 \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr, \quad (1.10)$$

де  $r$  - відстань до заряду,  $dr$  - приріст цієї відстані (рис.2). Тоді ,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.11)$$

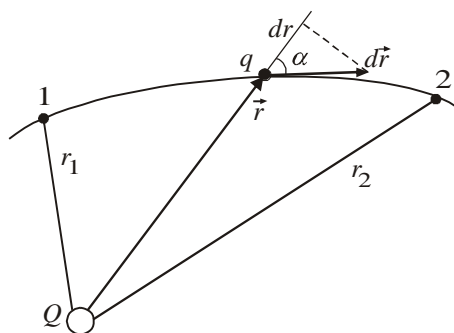


Рис.2

Потенціальність електростатичного поля доведена для одного точкового заряду, але з принципу суперпозиції полів впливає потенціальність електростатичного поля для довільної системи нерухомих зарядів.

З курсу механіки відомо, що поле, незалежне від часу, має особливу властивість: робота сил поля при переміщенні частинки з одного положення в друге не залежить від форми шляху, а визначається тільки положенням початкової та кінцевої точок переносу. Якщо в такому полі матеріальна точка рухається по замкнутому шляху, то робота, виконана при цьому силами поля, дорівнює нулю. Прикладами таких полів є поле тяжіння Землі, або поле нерухомих електричних зарядів. Тоді в електростатиці можливе таке рівняння:

$$\oint_r E dr = 0. \quad (1.12)$$

Для інших електричних полів це твердження не дійсне.

### 1.5. Силві лінії та екіпотенціальні поверхні.

Для зображення електростатичних полів застосовують силві лінії - лінії, дотичні до яких в кожній точці збігаються з напрямом вектору напруженості в цій точці. Силві лінії не можуть перехрещуватись і дотикатись одна до одної, бо в цьому випадку в таких точках напруженість була б спрямована в дві різні сторони, що неможливо. У вакуумі електричні силві лінії починаються на позитивних зарядах, а закінчуються на негативних зарядах, або на

нескінченності. На рис. 3, а ), б ), в) наведено приклади зображення електричних полів різних заряджених об'єктів.

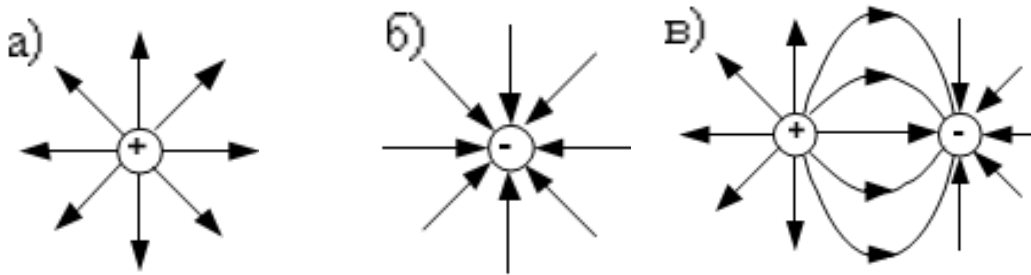


Рис.3

Еквіпотенціальною поверхнею називають таку поверхню, всі точки якої мають одне і теж значення потенціалу. Так як і силових ліній, еквіпотенціальних поверхонь може бути побудовано нескінченно багато. Переміщення заряду по такій поверхні не потребує виконання роботи, бо робота пропорційна різниці потенціалів, а ця різниця на еквіпотенціальній поверхні дорівнює нулю. Але робота пропорційна косинусу кута між переміщенням і силою, тому сила і напруженість завжди перпендикулярні до еквіпотенціальної поверхні. Таким чином, еквіпотенціальні поверхні завжди перпендикулярні силовим лініям.

### 1.6. Теорема Гауса для вектора напруженості електричного поля $E$

Для напруженості  $E$  електричного поля виконується теорема Гауса. Ми доведемо її, використовуючи закон Кулона.

Спочатку визначимо нову величину. Потоком вектору напруженості електричного поля  $E$  крізь поверхню  $S$  називають величину  $\Phi$ , яка дорівнює:

$$\Phi = \int_S E \cos \alpha dS = \int_S E_n dS, \quad (1.13)$$

де  $E_n = E \cos \alpha$  – проекція  $E$  на напрямок  $n$ ,  $n$  - одиничний вектор нормалі,  $dS$  - елементарна площа.

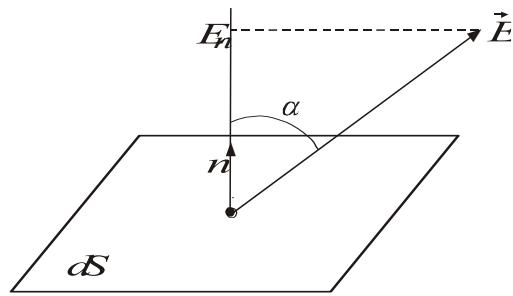


Рис.4

Потік – скалярна величина. За теоремою Гауса, потік вектору  $\vec{E}$  крізь замкнену поверхню зсередини назовні визначається лише загальним зарядом, що знаходиться всередині цієї поверхні. Доведемо це.

Окреслимо навколо точкового заряду  $Q$  сферу радіуса  $R_1$ , центр якої співпадає з зарядом (рис.5а).

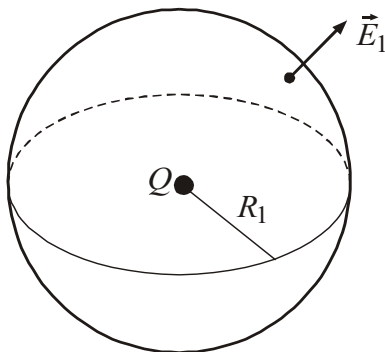


Рис.5 а

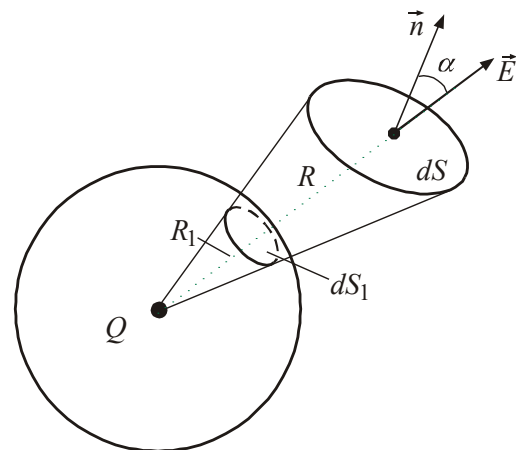


Рис.5б

У кожній точці сфери вектор напруженості має значення:  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2}$  і спрямований перпендикулярно до поверхні сфери.

Потік вектору напруженості  $\vec{E}$  крізь цю сферу :

$$\Phi = \oint_{S_1} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} \oint_{S_1} dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} 4\pi R_1^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Тепер окреслимо заряд  $Q$  довільною поверхнею  $S$ . Елемент її  $dS$  виділяється тим самим пучком ліній, що і елемент  $dS_1$  початкової сферичної поверхні (рис.5б). Очевидно, що

$$\frac{dS \cos \alpha}{R^2} = \frac{dS_1}{R_1^2},$$

де  $R$  - відстань від елемента поверхні  $dS$  до заряду,

$\alpha$  - кут між нормаллю до  $dS$  і радіус-вектором  $\mathbf{R}$ .

Тому 
$$dS = \frac{R^2}{R_1^2 \cos \alpha} dS_1.$$

Потік вектору напруженості крізь елемент поверхні  $dS$  дорівнює :

$$d\Phi = E \cos \alpha dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos \alpha \frac{R^2}{R_1^2 \cos \alpha} dS_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} dS_1,$$

тобто він дорівнює потоку крізь елемент  $dS_1$ . Тому загальний потік крізь довільну замкнену поверхню  $S$  такий самий, як і крізь поверхню сфери :

$$\Phi = \oint_S E_n dS = \oint_{S_1} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} dS_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} \oint_{S_1} dS_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} 4\pi R_1^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Якщо заряд знаходиться ззовні замкненої поверхні, у цьому випадку потік вектору напруженості крізь поверхню дорівнює нулю.

Якщо поле створено сукупністю зарядів, теорема Гауса сформулюється так: потік вектору напруженості електричного поля крізь довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що знаходяться всередині цієї поверхні, поділений на  $\epsilon_0$ .

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \Sigma Q \quad (1.14)$$

### ***Застосування теореми Гауса***

Теорема Гауса в інтегральній формі застосовується для визначення напруженості електростатичного поля, яке створюється достатньо симетричними зарядженими об'єктами.

1. Малюємо силові лінії.

2. Вибираємо замкнену поверхню таким чином, щоб силові лінії в кожній її точці були перпендикулярні ( $\vec{E} \perp d\vec{S}$ ), або паралельні ( $\vec{E} \parallel d\vec{S}$ ) до цієї поверхні.

3. Напруженість електричного поля по всій частині поверхні, через яку є ненульовий потік, має бути однаковою. Як правило, форма поверхні відповідає симетрії задачі.

### 1.7. Поле зарядженої сфери, нитки, площини.

#### *Рівномірно заряджена сфера.*

Окреслимо навколо зарядженої сфери сферичну поверхню радіуса  $r$  з центром, що збігається з центром сфери (рис.6а). З міркувань симетрії маємо, що вектор напруженості поля  $\vec{E}$  в довільній точці сфери збігається з напрямком нормалі. З тих же міркувань можна стверджувати, що значення напруженості однакові у всіх точках сферичної поверхні. Тому потік вектору напруженості крізь сферичну поверхню дорівнює:  $\Phi = E 4\pi r^2$ .

Згідно з теоремою Гауса :  $\Phi = Q / \epsilon_0$  .

Порівнюючи ці вирази, маємо вираз для напруженості поля зарядженої сфери:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \text{ якщо } r > R \text{ і } E = 0, \text{ при } r < R \text{ (рис.6.б)}$$

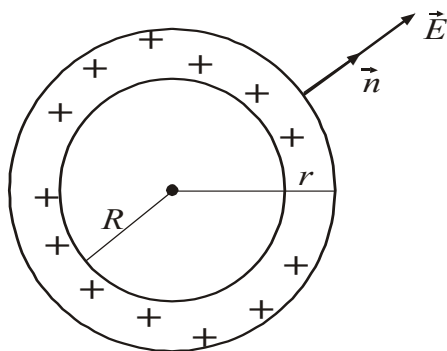


Рис. 6 а

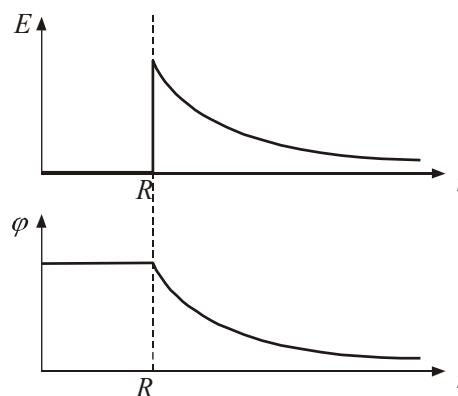


Рис. 6 б

Маючи значення напруженості поля, створеного в кожній точці простору зарядженої сфери, можна обчислити і потенціал (на нескінченності потенціал нульовий)  $\varphi = \int_0^\infty E dr$

Всередині зарядженої сфери потенціал має одне і теж значення у всіх точках

(рис.6 б): 
$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (r \leq R)$$

Зовні сфери потенціал обернено пропорційний відстані до її центра:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (r > R).$$

***Рівномірно заряджена нитка.***

Проведемо навколо зарядженої нитки циліндричну поверхню, вісь якої співпадає з ниткою (рис.7). В усіх точках цієї поверхні вектор  $\vec{E}$  напрямлений перпендикулярно до зарядженої нитки (з міркувань симетрії). Таким чином,

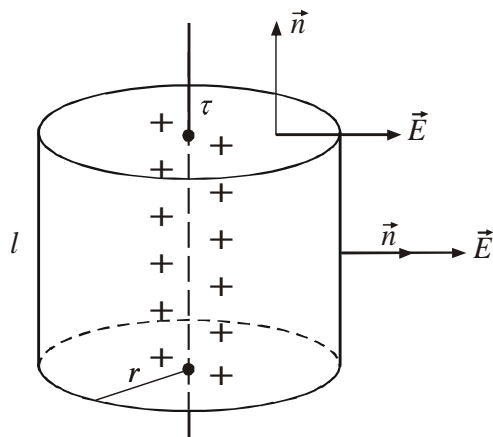


Рис.7

потік вектору  $\vec{E}$  крізь дві основи циліндра дорівнює нулю, тому що тут вектор  $\vec{E}$  перпендикулярний до вектору нормалі  $\vec{n}$  (рис.7).

На всій бічній поверхні  $\vec{E}$  і  $\vec{n}$  паралельні, тому повний потік дорівнює потоку крізь бічну поверхню:  $\Phi = E \cdot S = E 2\pi r l$ ,

де  $S$  - площа бічної поверхні,  $l$  - висота циліндра,  $r$  - радіус циліндра.

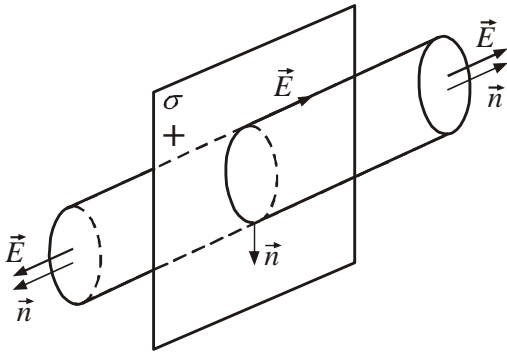
Згідно з теоремою Гауса потік  $\vec{E}$  дорівнює :

$$\Phi = Q/\epsilon_0 = \tau l / \epsilon_0, \text{ де } \tau - \text{ лінійна густина заряду нитки, } \tau = Q/l.$$

Тоді напруженість електричного поля нитки дорівнює :

$$E 2\pi r l = \tau l / \epsilon_0, \text{ звідки } E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} \text{ (неоднорідне електричне поле).}$$

### ***Рівномірно заряджена площина.***



*Рис.8*

Проведемо циліндричну поверхню, вісь якої перпендикулярна до зарядженої площини (рис.8). З міркувань симетрії маємо, що вектор  $\vec{E}$  є перпендикулярним до зарядженої площини.

Тому потік вектору напруженості крізь бічну поверхню циліндра дорівнює нулю. Весь потік крізь циліндричну поверхню складається тільки з потоків через дві основи циліндра:  $\Phi = 2E \cdot S$ . За теоремою Гауса маємо:

$\Phi = Q/\epsilon_0 = \sigma S/\epsilon_0$ , де  $\sigma$  - поверхнева густина заряду на площині.

Тоді напруженість поля, створеного рівномірно зарядженою площиною, дорівнює:  $E = \sigma/2\epsilon_0$ . Вона не залежить від відстані до площини, тому маємо однорідне електричне поле.

Однорідним полем називається поле, у кожній точці якого  $\vec{E} = \text{const}$ . Лінії напруженості такого поля являють собою паралельні лінії, які рівно стоять одна від одної. Прикладом однорідного поля може бути поле створене площиною або двома паралельними площинами, зарядженими однойменними чи різнойменними зарядами (рис.9а і 9б та рис 10).

### ***Електричне поле двох різнойменно заряджених площин.***

Розглянемо поле, яке утворюється двома різнойменно зарядженими площинами з однаковою поверхневою густиною заряду  $\sigma$ . Кожна заряджена площина утворює електричне поле з напруженістю  $E = \sigma/2\epsilon_0$

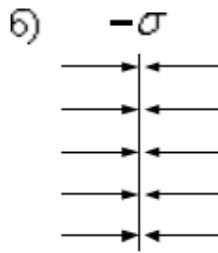
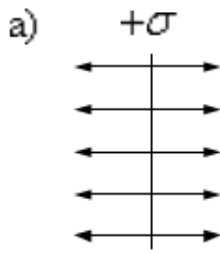


Рис.9

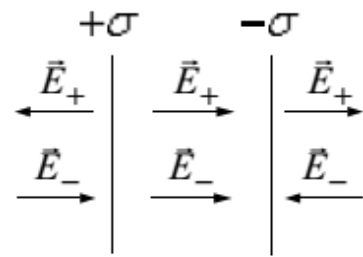


Рис.10

В кожній з областей, згідно з принципом суперпозиції напруженість поля двох площин:  $E = E_+ + E_-$ . В областях ліворуч і праворуч від площин вектори  $E_+$  і  $E_-$  спрямовані в різні боки, тому їхня векторна сума тут дорівнює нулю. В середній області між площинами вектори  $E_+$  і  $E_-$  спрямовані в один бік, тому напруженість результуючого поля дорівнює їх скалярній сумі:  $E = \sigma / \epsilon_0$ .

Таким чином, електричне поле повністю зосереджене між різнойменно зарядженими площинами з однаковою густиною заряду і це однорідне поле.

### ***Електричне поле двох концентричних різнойменно заряджених сферичних поверхонь.***

Розглянемо поле двох концентричних різнойменно заряджених сферичних поверхонь з радіусами  $R_1$  і  $R_2$  та однаковим за модулем зарядом  $q$  (рис.11). В якості поверхні інтегрування в теоремі Гауса виберемо концентричну сферичну поверхню  $S$  з радіусом  $r$ .

Якщо точка спостереження всередині внутрішньої сфери ( $r < R_1$ ), то всередині поверхні  $S$  заряду немає і з теореми Гауса  $E = 0$  при  $r < R_1$ . При знаходженні точки спостереження між зарядженими сферичними поверхнями ( $R_1 < r < R_2$ ) у середину поверхні інтегрування  $S$  попадає тільки заряд внутрішньої сфери, тому напруженість поля в цій області визначається за тією ж формулою, що і для окремої зарядженої сферичної поверхні, тобто при  $R_1 < r < R_2$  маємо

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Якщо точка спостереження лежить поза зовнішньою сферою ( $r > R_2$ ), то згідно з принципом суперпозиції:  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$ , або в скалярній

$$E = E_+ - E_-$$

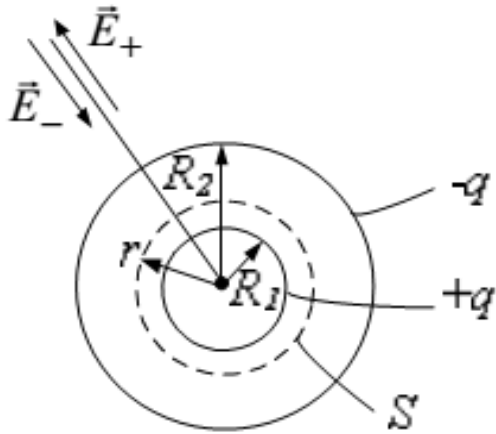


Рис.11

Оскільки заряди по сферах однакові по модулю, то  $E(r) = 0$  при  $r > R_2$ . Тобто електричне поле двох різнойменно заряджених сферичних поверхонь з однаковим по модулю зарядом повністю зосереджена між цими поверхнями. Таке поле виникає в сферичному конденсаторі.

### Розглянемо приклади задач.

При розв'язанні задач в розділі "Електростатика" слід пам'ятати, що стан електростатичного поля як фізичної системи визначається значенням вектору напруженості  $\mathbf{E}$  в будь-якій точці поля. При розрахунках електричного поля треба розрізняти три випадки :

- 1) поле утворене системою точкових зарядів;
- 2) поле утворене системою точкових та неточкових зарядів, розташованих на тілах правильної геометричної форми,
- 3) поле утворене довільним розподілом зарядів.

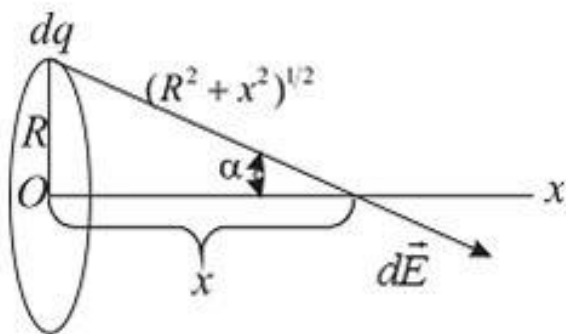
В першому випадку сумарне поле визначають, використовуючи принцип суперпозиції полів. В другому випадку спочатку за теоремою Гаусса розраховують поля неточкових зарядів, а потім, використовуючи принцип суперпозиції полів, визначають сумарне поле. При довільному розподілі зарядів використовують метод диференціювання та інтегрування (метод ДІ).

Потенціал електростатичного поля можна визначити двома способами: або використовуючи формулу потенціалу точкового заряду та метод диференціювання та інтегрування, або через формулу зв'язку напруженості з потенціалом (1.6).

**Задача 1.** Кільце радіуса  $R$  з тонкого дроту має заряд  $q$ . Знайти модуль напруженості електричного поля на осі кільця як функцію відстані  $x$  від його центра. Дослідити отриману залежність при  $x \gg R$ . Визначити максимальне значення напруженості та відповідну відстань  $x_m$ . Зобразити приблизний графік функції  $|E(x)|$ .

### Розв'язання.

Застосуємо метод диференціювання та інтегрування ( ДІ ) для визначення напруженості електричного поля. Розділимо кільце на такі малі ділянки, щоб їх заряд  $dq$  можна було вважати точковим ( рис.12). На осі кільця беремо на відстані  $x$  точку, в якій будемо визначати напруженість поля. Кожному заряду



$dq$  буде відповідати вектор напруженості  $d\vec{E}$ .

З рис. 12 видно, що модуль вектору  $d\vec{E}$  дорівнює:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{R^2 + x^2}.$$

Рис. 12

З міркувань симетрії випливає, що результуюче поле напрямлене вздовж осі  $x$ . Тому беремо проекцію:

$$dE_x = dE \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{R^2 + x^2} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{dqx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}},$$

І після інтегрування матимемо

$$E_x(x) = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

При  $x \gg R$

$$E_x(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}, \quad (2)$$

як для напруженості поля точкового заряду.

З (1) випливає, що  $E_x(0) = E_x(\infty) = 0$ , тоді функція  $|E_x|$  матиме максимум. Прирівнявши похідну від (1), дістанемо відстань  $x_m$  від центра кільця, на якій  $|E_x| = E_{\max}$ :

$$x_m = \pm R/\sqrt{2} \quad (3)$$

При цьому  $|E_{\max}| = \frac{q}{6\sqrt{3}\pi\epsilon_0 R^2}$ .

Отже, приблизний графік  $|E_{\max}|$  буде таким:

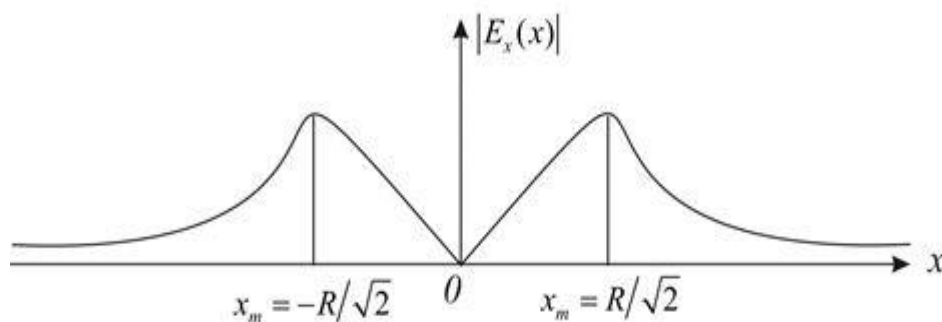


Рис.13

**Задача 2.** Півколо радіуса  $R = 2\text{м}$  рівномірно заряджене зарядом  $Q = 10^{-9}$  Кл. Визначити напруженість електричного поля, утвореного цим зарядом в геометричному центрі півкола.

### Розв'язання.

Заряд  $Q$ , що знаходиться на півколі, неточковий, бо він розташований на тілі, розміри якого  $\pi R$  можна порівняти з відстанню  $R$  до центру півкола. Теорема Гауса приведе в цьому випадку до складних розрахунків, тому

застосуємо метод диференціювання та інтегрування. Систему відліку пов'яжемо з півколом, вісь  $OX$  спрямуємо праворуч (рис.14). Розділимо півколо на такі малі дуги  $dl$ , щоб заряд  $dQ = Qdl / (\pi R)$  кожної такої дуги був точковим.

Розглянемо такий точковий заряд. Він утворює електричне поле, вектор напруженості  $dE_1$  якого в точці  $A$  складає кут  $\alpha$  з віссю  $OX$ . Очевидно, що будь-якому елементарному заряду в верхній напівплощині знайдеться симетрично розташований заряд у нижній напівплощині.

Геометрична сума векторів  $dE_1$  та  $dE_2$  – це вектор, спрямований вздовж осі  $OX$ . Тому при підсумовуванні треба враховувати тільки проекції елементарних векторів напруженості на вісь  $OX$ :

$$dE_x = dE_1 \cos\alpha = dQ \cos\alpha / 4\pi\epsilon_0 R^2 = Q \cos\alpha dl / 4\pi^2 \epsilon_0 R^2$$

Перший етап (знаходження диференціала невідомої величини) закінчено.

На другому етапі (інтегрування) необхідно вибрати змінну інтегрування. Положення точкового заряду на півколі визначається кутом  $\alpha$ . Тому кут  $\alpha$  обираємо як змінну інтегрування. За визначенням, кут  $\alpha$  визначається

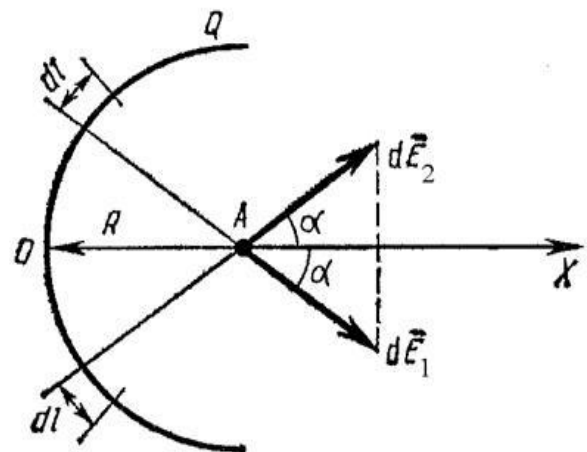


Рис.14

відношенням довжини дуги  $l$  до радіуса кола  $R$ :  $\alpha = l/R$ . Оскільки  $dl = R d\alpha$ , то

$$dE_x = Q \cos\alpha d\alpha / 4\pi^2 \epsilon_0 R^2 .$$

Інтегруючи це рівняння по куту  $\alpha$ , отримаємо:

$$E = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q \cos\alpha d\alpha / 4\pi^2 \epsilon_0 R^2 = Q / 2\pi^2 \epsilon_0 R^2, \quad E \cong 1,4 \text{ В/м.}$$

Якщо ввести лінійну густину заряду півкола  $\tau = Q/(\pi R)$ , то отримаємо, що напруженість електричного поля в центрі рівномірно зарядженої дуги у вигляді півкола  $E = \tau / 2\pi\epsilon_0 R$  визначається такою ж формулою, як і напруженість поля прямої нескінченної рівномірно зарядженої нитки.

**Задача 3.** Заряд  $q = 2,00$  мкКл розподілений рівномірно по об'єму кулі радіуса  $R = 40,0$  мм. Знайти потенціал  $\varphi$  і напруженість  $\vec{E}$  в центрі кулі.

### Розв'язання.

Застосуємо метод диференціювання та інтегрування до визначення потенціалу та напруженості поля. Розбиваємо кулю на тонкі сферичні шари, заряд яких  $dq$  можна вважати точковим, а об'єм  $dV$  дорівнює:

$$dV = 4\pi r^2 dr.$$

Заряд кожного з них  $dq = 4\pi r^2 dr \cdot \rho$ ,

де  $\rho$  – об'ємна густина заряду, яка при рівномірному розподілі заряду дорівнює:

$$\rho = \frac{q}{(4/3)\pi R^3},$$

отже  $dq = 4\pi r^2 dr \frac{3q}{4\pi R^3} = \frac{3q}{R^3} r^2 dr$ .

Тоді потенціал тонкого сферичного шару:

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{3q}{R^3} r^2 dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q}{R^3} r dr$$

Результуючий потенціал в центрі кулі:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q}{R^3} \int_0^R r dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q}{R^3} \frac{R^2}{2} = \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R}$$

$$\varphi = \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R} = 6,8 \cdot 10^5 \text{ В}, \quad \vec{E} = 0 \text{ В/м.}$$

**Задача 4.** Куля радіуса  $R$  заряджена однорідно з об'ємною густиною  $\rho$ . Знайти напруженість поля  $\vec{E}$  і потенціал  $\varphi$  для точок усередині кулі.

### Розв'язання.

Побудуємо всередині кулі сферу радіуса  $r < R$ . Заряд, що міститься в даній сфері,  $q' = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ . За теоремою Гауса потік вектора  $\mathbf{E}$  крізь цю сферу дорівнює:

$$E4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3}\pi r^3 \rho, \text{ звідси } E = \frac{1}{3\epsilon_0} \rho r, \text{ або,}$$

$$\text{у векторній формі: } \vec{E} = \frac{1}{3\epsilon_0} \rho \vec{r} \quad (1)$$

Для визначення потенціалу інтегруємо рівняння

$$-d\varphi = E(r)dr = \frac{1}{3\epsilon_0} \rho r dr \text{ у межах від } 0 \text{ до } r:$$

$$\varphi(0) - \varphi(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{r^2}{2} \quad (2)$$

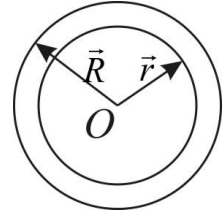
Значення  $\varphi(0)$  було знайдено в задачі 3:

$$\varphi(0) = \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R}, \quad (3)$$

де  $q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ , тому

$$\varphi(0) = \frac{3}{8\pi\epsilon_0 R} \rho \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \quad (4)$$

Підставляючи цей вираз в (2), дістанемо  $\varphi(r) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left( R^2 - \frac{r^3}{3} \right)$ .



Вираз для  $\varphi(0)$  можна також отримати з рівняння (2), записавши його для  $r = R$ :  $\varphi(0) - \varphi(R) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \frac{R^2}{2}$ .

$$\text{Але } \varphi(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R} \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}, \text{ тому}$$

$$\varphi(0) = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} + \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0 \cdot 2} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}.$$

**Задача 5.** Тонкий стрижень завдовжки  $l = 10$  см рівномірно заряджений зарядом  $q = 3$  нКл. Визначити модуль  $E$  напруженості поля і потенціал  $\varphi$  у точці, що лежить на осі стрижня на відстані  $x_0 = 20$  см від ближчого його кінця.

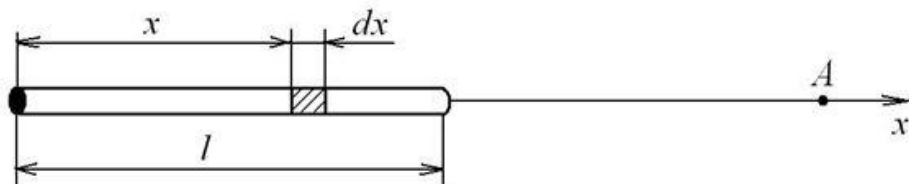


Рис.15

### Розв'язання.

Виділимо на стрижні нескінченно малу ділянку завдовжки  $dx$  (рис.15), заряд якої  $dq = q (dx/dl)$  можна розглядати як точковий. Тоді потенціал поля, що створюється в точці  $A$  цим зарядом, дорівнює  $d\varphi = \frac{q dx}{l(l-x+x_0)4\pi\varepsilon_0}$

Інтегрування за принципом суперпозиції полів дає:

$$\varphi(x) = (q/4\pi\varepsilon_0 l) \ln[(l+x_0)/(l+x_0-x)]$$

За формулою, що зв'язує напруженість поля з потенціалом  $E_x = - d\varphi/dx$ , визначасмо напруженість електричного поля у точці  $A$ :

$$E(x) = q/[4\pi\varepsilon_0 x_0(l+x_0)]$$

**Задача 6.** Електричне поле утворене довгим циліндром радіусом  $R = 1$  см, рівномірно зарядженим з лінійною густиною  $\tau = 20$  нКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що розташовані на відстанях  $a_1 = 0,5$  см і  $a_2 = 2$  см від поверхні циліндра в середній його частині.

**Розв'язання.** Для визначення різниці потенціалів використаємо зв'язок між напруженістю поля  $\mathbf{E}$  та зміною потенціалу:  $\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi$ . Для поля, що має осеву симетрію можна записати:  $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ ,  $d\varphi = -E dr$ . Проінтегрувавши цей вираз, знаходимо різницю потенціалів на відстанях  $r_1$  та  $r_2$  від осі циліндра.

$$\Delta \varphi = -\int_{r_1}^{r_2} E dr = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

де враховано, що циліндр довгий, тому напруженість поля можна визначати за формулою:  $E = \frac{\tau}{2\pi r \epsilon_0}$ .

Визначаємо значення  $\Delta \varphi$ , враховуючи, що  $r_1 = R + a_1$ ,  $r_2 = R + a_2$ .

$$\Delta \varphi = 250 \text{ В.}$$

**Задача 7.** Напруженість електричного поля залежить тільки від координат  $x$  і  $y$  згідно з законом  $\vec{E} = a(\vec{i}x + \vec{j}y)/(x^2 + y^2)$ , де  $a$  – стала,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  – орти відповідно осей  $x$  та  $y$ . Знайти потік вектору  $\vec{E}$  через сферу радіуса  $R$  з центром у початку координат.

**Розв'язання.**

З виразу  $a(\vec{i}x + \vec{j}y)/(x^2 + y^2)$  випливає, що  $E = a/\sqrt{x^2 + y^2}$ . Звідси виходить, що скрізь на бічній поверхні циліндра

$$x^2 + y^2 = \text{const} \quad E = \text{const}.$$

Візьмемо циліндр радіуса  $R$ :  $x^2 + y^2 = R^2$  (рис.16). На його поверхні  $E = a/R$ . Нехай висота циліндра  $h = 2R$ . Потік вектору  $\vec{E}$  через його

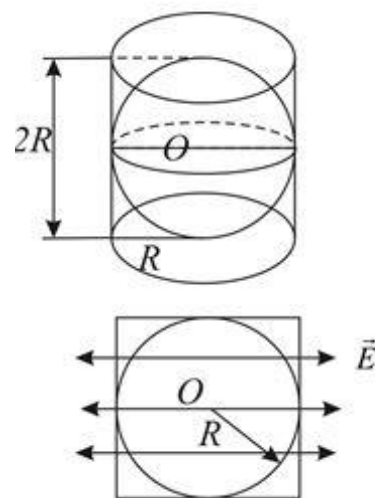


Рис.16

поверхню

$$\Phi_E = ES = \frac{a}{R} \cdot 2\pi R \cdot 2R = 4\pi aR.$$

Той самий потік пройде і крізь вписану в циліндр сферу радіуса  $R$ .

**Задача 8.** Знайти напруженість електричного поля, потенціал якого має вигляд  $\varphi = \vec{a} \cdot \vec{r}$ , де  $\vec{a}$  - постійний вектор,  $\vec{r}$  - радіус-вектор точки поля.

### Розв'язання.

Зв'язок напруженості з потенціалом  $\mathbf{E} = -\mathbf{grad} \varphi$ . Отже, для визначення напруженості нам необхідно взяти градієнт від потенціалу.

Оскільки  $\vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$ , а потенціал заданий через скалярний добуток двох векторів, нам необхідно записати ці вектори через координати.

Як відомо радіус-вектор через координати записують  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ , а постійний вектор  $\vec{a}$  можна представити, як добуток проекцій вектору по координатах на відповідні орти осей  $\vec{a} = ax\vec{i} + ay\vec{j} + az\vec{k}$ .

Тоді

$$\varphi = \vec{a} \cdot \vec{r} = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})(ax\vec{i} + ay\vec{j} + az\vec{k}).$$

Про всяк випадок нагадаємо що скалярний добуток перпендикулярних ортів, наприклад,  $\vec{i} \cdot \vec{k} = 0$  через те, що  $\cos 90^\circ = 0$

$$\Rightarrow \varphi = a_x x + a_y y + a_z z.$$

Для частинних похідних градієнт потенціалу, тобто вектор  $\mathbf{E}$  буде

$$\vec{E} = - \left[ \frac{\partial(a_x x)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial(a_y y)}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial(a_z z)}{\partial z} \vec{k} \right]$$

$$\vec{E} = -(ax\vec{i} + ay\vec{j} + az\vec{k}),$$

а відповідно до умови задачі  $\vec{E} = -\vec{a}$

Очевидно, що модуль величини напруженості поля рівний модулю вектору  $\vec{a}$ , а вектор напруженості поля напрямлений протилежно до постійного вектору  $\vec{a}$ .

**Задача 9.** Між двома великими паралельними пластинами, віддаленими одна від одної на відстань  $d$ , міститься рівномірно розподілений об'ємний заряд. Різниця потенціалів пластин дорівнює  $\Delta\varphi$ . При якому значенні об'ємної густини заряду  $\rho$  напруженість поля поблизу однієї з пластин дорівнюватиме нулю? Яка буде при цьому напруженість поля поблизу другої пластини?

### Розв'язання.

Теорема Гауса в диференціальній формі  $\operatorname{div}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$  в цьому разі має вигляд

$$\frac{dE(x)}{dx} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho.$$

Інтегрування дає:

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho x + \text{const}$$

За умовою  $E(0) = 0$ , отже  $\text{const} = 0$ , тому

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho x,$$

$$E(d) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho d. \quad (1)$$

Для визначення значення  $\rho$  напишемо формулу для різниці потенціалів між пластинами:

$$\Delta\varphi = \int_0^d d\varphi = \int_0^d E(x)dx = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \int_0^d xdx = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \frac{d^2}{2},$$

$$\text{Звідси } \rho = \frac{2\varepsilon_0\Delta\varphi}{d^2}, \text{ і після підстановки в (1) маємо: } E(d) = \frac{2\Delta\varphi}{d}.$$

**Задача 10.** Визначити прискорюючу різницю потенціалів  $U$ , яку повинен пройти в електричному полі електрон, що має швидкість  $v_1 = 10^6$  м/с, щоб його швидкість збільшилася вдвічі.

### Розв'язання.

Прискорюючу різницю потенціалів можна знайти, якщо визначити роботу  $A$  сил електростатичного поля. Така робота визначається добутком елементарного заряду на різницю потенціалів:  $A = eU$ .

Робота сил електростатичного поля в даному випадку дорівнює зміні кінетичної енергії електрона:  $A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$ , де  $m$  – маса електрона,  $v_1, v_2$  – відповідно, початкова та кінцева швидкості електрона.

Прирівнюючи праві частини отриманих виразів для роботи  $A$ , маємо:

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

звідки різниця потенціалів  $U$  дорівнює

$$U = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2e}.$$

Виконавши обчислення, маємо:  $U = 8,53$  В.

**Задача 11.** З поверхні нескінченного рівномірно зарядженого ( $\tau = 50$  нКл/м) прямого циліндра з радіусом  $R = 2$  см вилітає  $\alpha$ -частинка ( $v_0 = 0$  м/с). Визначити кінетичну енергію  $\alpha$ -частинки на відстані 16 см від поверхні циліндра (рис.17).

### Розв'язання.

Сили електростатичного поля є консервативними. Тому для визначення кінетичної енергії  $\alpha$ -частинки можна використати закон збереження енергії у вигляді:  $E_1 = E_2$ , де  $E_1$  та  $E_2$  – повна енергія частинки, відповідно, на початку руху і в заданій точці 2.

Оскільки  $E_1 = E_{к1} + U_1$ , а  $E_2 = E_{к2} + U_2$  ( $E_{к}$  – кінетична енергія  $\alpha$ -частинки, а  $U$  – потенціальна енергія), то можна записати  $U_1 = E_{к2} + U_2$ , оскільки  $E_{к1} = 0$  Дж. Тоді  $E_{к2} = U_1 - U_2$ . З іншого боку,  $U_1 - U_2 = A_{12}$  або  $U_1 - U_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ , де  $A_{12}$  – робота сил електростатичного поля при переміщенні  $\alpha$ -частинки,  $q$  – заряд  $\alpha$ -частинки,  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  – потенціали точок 1 і 2.

$$\text{Враховуючи, що } \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}, \text{ отримаємо}$$

$$E_{к2} = \frac{q\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 9 = 3,96 \text{ кеВ.}$$

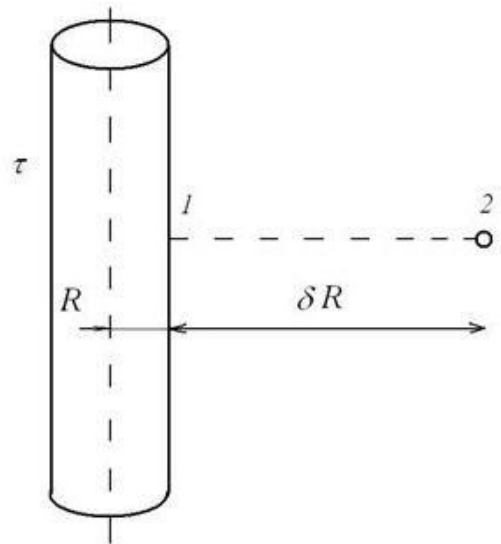


Рис.17

**Задача 12.** Електроди двохелектродної лампи (діода) мають форму нитки радіуса  $a = 0,100$  мм (катод) і коаксіального циліндра радіуса  $b = 2,72$  мм (анод). На електроди подана напруга  $U = 100$  В. Знайти модуль сили  $F_e$ , що діятиме на молекулу в точці, віддаленій від катода на відстань  $r = 1,00$  мм. Дипольний момент молекули води  $p = 0,62 \cdot 10^{-29}$  Кл·м.

### Розв'язання.

Поле, створене катодом (нитка) усередині циліндра, описується формулою:  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ , тоді напруга між електродами визначається інтегруванням:

$$U = \int_a^b E dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln(b/a).$$

Виключивши множник  $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}$ , дістанемо для напруженості вираз

$$E = \frac{U}{r \ln(b/a)}.$$

Сила, що діє на електрон

$$F_e = eE = \frac{eU}{r \ln(b/a)} = 4,8 \cdot 10^{-15} \text{ Н.}$$

Для визначення сили, що діє на молекулу, прийmemo, що її дипольний момент вже орієнтований уздовж поля. Тоді (див. підручник або конспект лекцій) маємо:

$$F_m = p \cdot \left| \frac{dE}{dr} \right| = p \cdot \left| \frac{d}{dr} \left[ \frac{U}{r \ln(b/a)} \right] \right| = \frac{pU}{\ln(b/a)} \frac{1}{r^2} = 1,9 \cdot 10^{-22} \text{ Н.}$$

## 2.ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ.

За своїми властивостями проводити електричний струм речовини можна поділити на три великі групи : провідники, діелектрики та напівпровідники. Відношення провідностей типових металів і діелектриків дуже велике  $\approx 10^{21}$ . Тому будемо вважати, що струм крізь діелектрик не тече.

### 2.1. Провідники.

Провідники - це речовини, які добре проводять електричний струм. Ці властивості пов'язані з наявністю в провідниках вільних електричних зарядів - електронів, які можуть рухатись в провіднику під дією електричного поля. Найбільш важливі та розповсюджені провідники - метали.

Метали у твердому стані являють собою сукупність іонів, які достатньо жорстко зв'язані між собою і можуть тільки коливатись відносно положення рівноваги. На кожний іон припадає приблизно один вільний електрон.

Якщо однорідний провідник внести в зовнішнє постійне (з часом) електростатичне поле, то всередині провідника напруженість поля буде нульовою. Якби це було не так, то вільні електрони провідника під дією поля прискорювались би, тоді як під час руху по провіднику вони повинні втрачати енергію. Рівновага зарядів на провіднику спостерігається при виконанні двох умов: 1)  $E = 0$  – усередині провідника; 2)  $E = E_n$  – на його поверхні. Якщо провіднику надати будь - який заряд, то цей заряд розподілиться по провіднику так, щоб виконувалися ці дві умови.

Оскільки напруженість поля всередині провідника є нульовою, то різниця потенціалів між двома довільними точками провідника дорівнює нулю, тобто всі точки провідника мають однаковий потенціал, а поверхня провідника є екіпотенціальною. З другої умови випливає, що вектор напруженості біля поверхні провідника напрямлений перпендикулярно до неї. Напруженість поля  $E$  поблизу поверхні провідника дорівнює:  $E = \sigma / \epsilon_0 \epsilon$ .

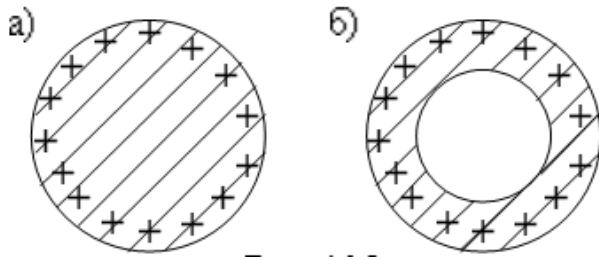


Рис.18

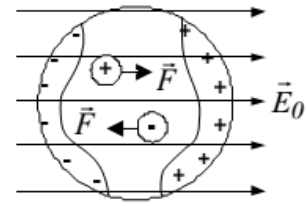


Рис.19

В умовах електростатичної рівноваги об'ємна густина зарядів всередині провідника всюди дорівнює нулю ( рис.18а). Цей висновок справедливий і для тіла з внутрішньою порожниною, де на внутрішній поверхні заряди відсутні (рис.18б). Якщо в деякій точці провідника вона була б більше нуля, то, згідно з теоремою Гауса, відрізнялась би від нуля і напруженість поля, що, як пояснено вище, неможливо.

Вимірюючи  $E$  поблизу поверхні можна визначити поверхневу густину заряду в різних точках поверхні, тобто розподіл заряду по поверхні провідника. Дослід показує, що густина заряду  $\sigma$  на поверхні визначається кривизною поверхні  $\sigma = 1/R$ , де  $R$ – радіус кривини в даній точці поверхні. Поверхнева густина  $\sigma$  заряду зростає зі збільшенням позитивної кривини (опуклості) і зменшується зі збільшенням негативної кривини (вгнутості). На гострих ребрах на провіднику  $\rho = \infty$ , густина заряду аномально велика, і заряди не утримуються на гострих ребрах, тому “стікають” з них внаслідок іонізації повітря.

При внесенні незарядженого провідника в електричне поле, носії заряду у провіднику починають рухатися. На кінцях провідника виникають заряди протилежних знаків – індуковані заряди (рис. 19). Індуковані заряди розподіляються на зовнішньої поверхні провідника, їх поле направлене назустріч зовнішньому і воно компенсує його. Перерозподіл зарядів закінчиться, коли будуть виконані обидві умови рівноваги зарядів на провіднику. Тому результуюче поле у середині провідника, який внесено в електричне поле, дорівнює нулю.

На явищі електростатичної індукції засновано електростатичний захист.

Дуже подібним є розподіл надлишкового заряду, якщо його надати провіднику. Цей заряд розтікається по поверхні провідника так, щоб поле всередині стало дорівнювати нулю.

Ці ж властивості провідників використовуються при розрахунку полів, що виникають в системі заряджене тіло - незаряджена провідна поверхня. Цей метод розрахунку називають методом дзеркального зображення зарядів.

Якщо в електричному полі замінити будь-яку еквіпотенціальну поверхнею провідником, що має потенціал і форму цієї поверхні, то електричне поле після такої заміни залишиться колишнім. Звідси, зокрема, випливає, що при приміщенні точкового заряду поблизу нескінченної провідної площини на останній заряди перерозподіляються так, що електричне поле між площиною і зарядом виявляється тотожним полю, створюваному розглядаються зарядом і його дзеркальним зображенням в провідній площині.

## 2.2. Діелектрики

Діелектриками називаються речовини, які не здатні проводити електричний струм, оскільки у них відсутні вільні електричні заряди. В зовнішньому електричному полі вони поляризуються, тобто напруженість поля всередині діелектрика не дорівнює нулю. Щоб визначити це поле, необхідно ввести в розглядання нове поняття - диполь.

Електричний диполь - сукупність двох однакових за величиною різнойменних точкових зарядів  $+q$  и  $-q$ , що знаходяться один від одного на малій відстані  $l$ , яку називають плечем диполя. Пряма, яка проходить через обидва заряди називається віссю диполя. Основною характеристикою диполя є електричний дипольний момент  $\mathbf{p}$  - вектор, що чисельно дорівнює добутку заряду на плече і направлений від негативного заряду до позитивного

$$\mathbf{p} = ql.$$

На великих відстанях  $r$  від диполя напруженість поля дорівнює :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{3(pr)}{r^3} - \frac{p}{r^3} \right], \quad (2.1)$$

де  $p$  - дипольний момент;  $r$  - радіус - вектор, проведений від диполя в точку спостереження (рис.20).

Можна ввести радіуси – вектори центрів тяжіння позитивних і негативних зарядів молекули:

$$\vec{r}^+ = \frac{\sum q_i \vec{r}_i^+}{q} \quad \vec{r}^- = \frac{\sum q_i \vec{r}_i^-}{-q}$$

де  $r_i$  – радіус- вектор усередненого за часом положення  $i$ - того заряду молекули.

В результаті отримуємо дипольну модель молекули, згідно з якою можна вважати позитивний заряд молекули зосередженим у центрі тяжіння позитивних зарядів, негативний – в центрі тяжіння негативних зарядів (рис.21).

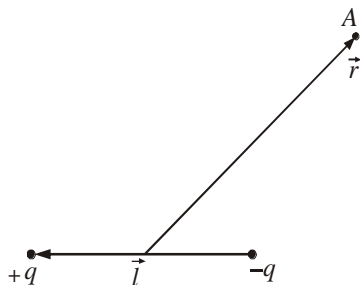


Рис.20

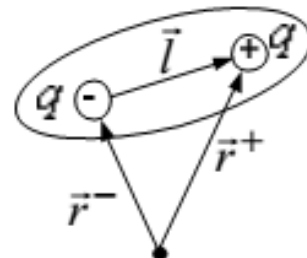


Рис.21

Всі діелектрики можна поділити на полярні та неполярні.

Якщо у відсутності зовнішнього електричного поля: а) центри тяжіння позитивних і негативних зарядів молекули збігаються, то така молекула називається неполярною, а діелектрики, утворені з таких молекул – неполярними (наприклад,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$  – симетричні молекули); б) центри тяжіння позитивних і негативних зарядів не збігаються, то така молекула називається полярною, а діелектрики – полярними (наприклад,  $HCl$ ,  $CO$ ).

Розглянемо, як поведуть себе неполярна і полярна молекули в електричному полі. Під дією поля центри тяжіння позитивних і негативних зарядів неполярної молекули розходяться вдовж лінії напруженості, молекула стає полярною і набуває дипольний момент.

Для полярної молекули з боку електричного поля на позитивний і негативний заряди молекули діють сили  $F = eE$ . На позитивний заряд діє сила за напрямком вектору напруженості електричного поля, а на негативний – у протилежному напрямку. Ці сили утворюють пару сил з моментом:

$$M = Fl \sin \alpha = qEl \sin \alpha = p_e E \sin \alpha,$$

Оскільки  $ql = p$  за означенням дипольного моменту, то момент сили, що діє на диполь з боку електричного поля, дорівнює

$$M = [p \times E].$$

Момент  $M$  обертає молекулу, доки її дипольний момент не встановиться за напрямком  $E$  (рис. 22)

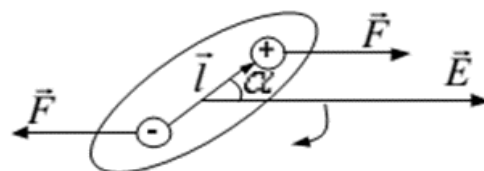


Рис. 22

В полярних діелектриках кожна молекула, яка в цілому нейтральна, являє собою маленький електричний диполь і має деякий дипольний момент. У відсутності зовнішнього поля всі молекули орієнтовані хаотично (рис.23). Тому сумарний дипольний момент всіх молекул, що знаходяться в одиниці об'єму, дорівнює нулю. Якщо такий діелектрик внести в електричне поле, то з'явиться

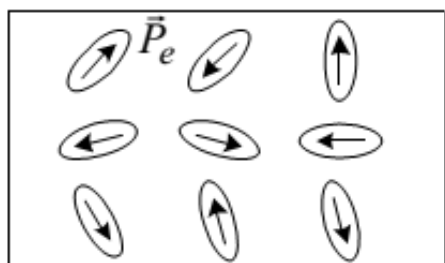


Рис.23

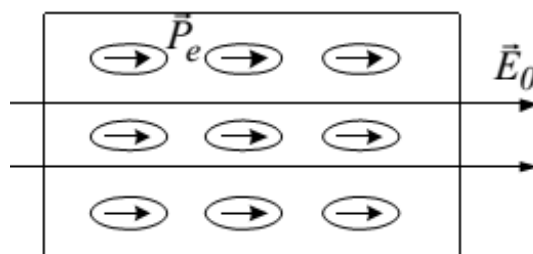


Рис.24

деяка орієнтація диполів (рис.24). Таким чином, дипольний момент одиниці об'єму полярного діелектрика, що знаходиться в полі, не дорівнює нулю.

У неполярних діелектриках дипольний момент кожної молекули дорівнює нулю. Якщо такий діелектрик розмістити в зовнішньому електричному полі, то під дією цього поля молекула набуває дипольний момент (поляризується), і дипольний момент одиниці об'єму стає не нульовим. При цьому неполярні молекули розтягуються,

Є діелектрики, у яких дипольний момент одиниці об'єму не дорівнює нулю і при відсутності зовнішнього електричного поля, оскільки вони спонтанно поляризуються. Це - сегнетоелектрики, але ми їх будемо розглядати далі.

Таким чином, діелектрик, вміщений в електростатичне поле, набуває дипольний момент. Це означає, що на кінцях діелектрика з'являються заряди. Ці заряди називають поляризаційними, їх неможливо відокремити від діелектрика.

### 2.3. Поверхнева густина поляризаційного заряду діелектрика

Визначимо нову характеристику - поляризованість діелектрика  $P$ . Вона дорівнює відношенню сумарного дипольного моменту в деякому об'ємі до величини цього об'єму  $V$ :

$$P = \Sigma P_i / V. \quad (2.2)$$

Досліди і розрахунки доводять, що для багатьох випадків для ізотропного однорідного діелектрика поляризованість  $P$  пропорційна напруженості поля  $E_v$  всередині діелектрика:  $P = \kappa \epsilon_0 E_v$ , де  $\kappa$  - коефіцієнт пропорційності, який залежить від діелектрика і називається діелектричною сприйнятливістю. Під  $E_v$  ми будемо розуміти напруженість, усереднену по малому об'єму, який утримує багато атомів речовини. Ми не будемо цікавитись мікроскопічними особливостями напруженості, що зв'язані з молекулярною будовою речовини.

Знайдемо зв'язок між поверхневою густиною поляризаційних зарядів  $\sigma$  і поляризованістю  $\mathbf{P}$ . Розглянемо діелектрик у вигляді призми з ребром  $L$  і площею основи  $S$ , який знаходиться в однорідному електричному полі з напруженістю  $\mathbf{E}$  (рис.25).

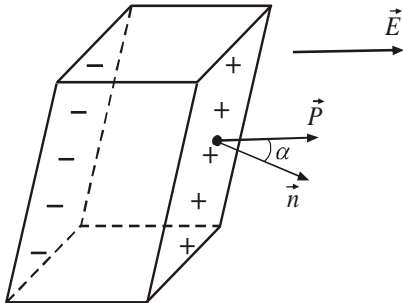


Рис. 25

Вектор поляризованості  $\mathbf{P}$  співпадає з напрямом вектора  $\mathbf{E}$  і, в загальному випадку, утворює кут  $\alpha$  з нормаллю до поверхні призми. Дипольний момент  $\mathbf{R}$  всієї призми дорівнює за модулем добутку поляризаційного заряду  $\sigma' \cdot S$  на довжину призми  $L$ :  $R = \sigma' \cdot S L$ . Але дипольний момент усієї призми є добутком її об'єму на дипольний

момент одиниці об'єму, тобто на поляризованість:  $R = V \cdot P = P L S \cos \alpha$ .

Звідки  $\sigma' S L = P S L \cos \alpha$ , тому  $\sigma' = P \cos \alpha = P_n$ , де  $P_n$  - проекція вектору  $\mathbf{P}$  на нормаль  $\mathbf{n}$ . Враховуючи зв'язок між  $\mathbf{P}$  і  $\mathbf{E}_b$  ( $\mathbf{P} = \kappa \epsilon_0 \mathbf{E}_b$ ), маємо зв'язок між поверхневою густиною поляризаційного заряду і полем всередині діелектрика:  $\sigma' = \kappa \epsilon_0 E_b \cos \alpha$ .

#### 2.4. Напруженість поля всередині діелектрика.

Нехай діелектрик у вигляді нескінченного плоского шару знаходиться в однорідному електричному полі так, що його поверхня перпендикулярна до

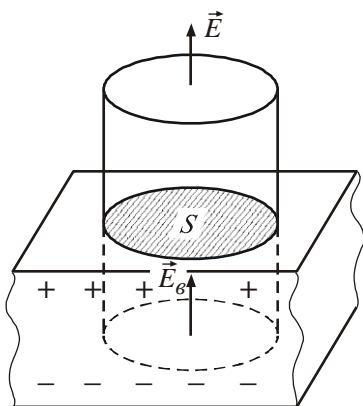


Рис.26

вектору  $\mathbf{E}$ . На верхній і нижній поверхнях діелектрика з'являються поверхневі поляризаційні заряди з густиною  $\sigma'$ .

Розглянемо уявну циліндричну поверхню, вісь якої паралельна вектору  $\mathbf{E}$  (рис.26), і застосуємо до неї теорему Гауса. Потік вектору  $\mathbf{E}$  крізь цю поверхню дорівнює:

$$\Phi = ES - E_{\sigma}S.$$

Згідно з теоремою Гауса :  $\Phi = \sigma' S / \epsilon_0$  .

Порівнюючи ці вирази, отримуємо :  $\sigma' / \epsilon_0 = E - E_b$ .

Враховуючи отриманий раніше зв'язок між густиною поляризаційного заряду та напруженістю поля всередині діелектрика,  $\sigma' = \kappa \epsilon_0 E_b$ , отримуємо  $\kappa E_b = E - E_b$ .

Звідси виражаємо напруженість поля всередині діелектрика через напруженість зовнішнього поля :

$$E_b = E / (1 + \kappa) = E / \epsilon, \text{ де } \epsilon = 1 + \kappa.$$

$\epsilon$  - діелектрична проникність, її значення залежить від діелектрика.

Розглянемо фізичний зміст нової введеної фізичної величини  $\epsilon$ . Для цього визначимо електричне поле у середині плоскої діелектричної пластини, яку розміщено в однорідному полі з напруженістю  $E_0$  (рис. 27).

В результаті поляризації діелектрика на його поверхнях з'являються зв'язані заряди з поверхневою густиною  $\sigma'$ , які утворюють своє поле  $E'$ , напрямлене назустріч зовнішньому полю  $E_0$ .

Результуюче поле в діелектрику:  $E = E_0 - E' = E_0 - \sigma' / \epsilon_0$ .

Оскільки  $\sigma' = \kappa \epsilon_0 E_b$ , то  $E = E_0 - \kappa E_0$ . Звідки  $E = E_0 / (1 + \kappa) = E_0 / \epsilon$ ,

В кінцевому вигляді маємо:  $\epsilon = E_0 / E$ .

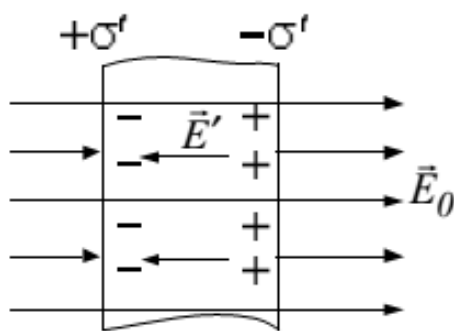


Рис.27

Формула розкриває фізичний зміст відносної діелектричної проникності – вона показує в скільки разів напруженість поля в діелектрику менша ніж напруженість зовнішнього поля. Усі діелектрики послаблюють електричне поле.

Ми обчислили напруженість поля всередині діелектрика в окремому випадку. Можна довести такий загальний результат : напруженість поля всередині діелектрика в будь-якій його точці в  $\epsilon$  разів менше, ніж у відсутності діелектрика, якщо діелектрик заповнює весь простір між двома екіпотенціальними поверхнями. Якщо ці умови не виконуються, то напруженість розраховується складніше.

## 2.5. Теорема Гауса для електричного поля в діелектрику

Якщо застосовувати теорему Гауса для вектору  $E$ , то необхідно враховувати всі заряди, вільні і поляризаційні, що знаходяться всередині замкненої поверхні  $S$ ,

$$\oint_S E dS = \frac{1}{\epsilon_0} \Sigma (Q_{\text{вільні}} + Q_{\text{поляр.}}) \quad (2.3)$$

Розрахунки за цією теоремою вектору  $E$  для діелектрика довільної форми незручні. Справа в тому, що поляризаційний заряд, який входить до правої частини, залежить від того самого поля, напруженість якого потрібно знайти, від форми діелектрика та від вибору поверхні  $S$ . Але поляризаційні заряди визначаються потоком вектору поляризованості  $P$ , тому зручно ввести вектор електричного зміщення  $D$ .

Для вектору електричного зміщення  $D$  ( іноді вектор  $D$  називають “вектор електричної індукції ”), який за означенням дорівнює :  $D = \epsilon_0 E_{\text{в}} + P$ , де  $E_{\text{в}}$  і  $P$  - напруженість поля і поляризованість діелектрика, теорема Гауса приймає такий вигляд :

$$\oint_S D dS = \Sigma Q_{\text{вільні}}, \quad (2.4)$$

тобто потік вектора  $D$  крізь довільну замкнену поверхню дорівнює тільки сумарному вільному заряду, що знаходиться всередині цієї поверхні. Саме незалежність потоку вектора  $D$  від поляризаційного заряду обумовлює зручність застосування вектора електричного зміщення  $D$ .

Теорема Гауса для вектору  $D$  виконується завжди, тобто для електричних полів будь - якої природи , а не тільки електростатичних.

## 2.6. Електричне поле на межі поділу діелектриків

Розглядаємо поведінку векторів  $E$  і  $D$  на межі розподілу двох різних діелектриків. Розкладаємо вектори  $E$  і  $D$  на нормальну і тангенціальну складові ( рис.28). З'ясуємо, як пов'язані між собою компоненти векторів  $D$  і  $E$  по різні боки від межі розподілу діелектриків 1 і 2. Для цього спочатку розглянемо уявну циліндричну поверхню нехтовно малої висоти , основи якої паралельні межі розподілу і знаходяться по різні боки від неї (рис.26 а).

Згідно з теоремою Гауса потік вектору  $D$  крізь всю циліндричну поверхню  $S$  дорівнює нулю, оскільки всередині її є тільки поляризаційні заряди. Потік крізь бічну поверхню нехтовно малий, так як нехтовно мала її площа. Тому потік крізь нижню основу дорівнює потоку крізь верхню основу:  $D_n^2 S = D_n^1 S$ . З цього маємо, що нормальні компоненти векторів електричного зміщення в діелектриках, що мають спільну межу, дорівнюють одна одній :  $D_n^1 = D_n^2$ .

Звідки  $\epsilon_1 \epsilon_0 E_{1n} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{2n}$ ;  $E_{1n}/E_{2n} = \epsilon_2/\epsilon_1$

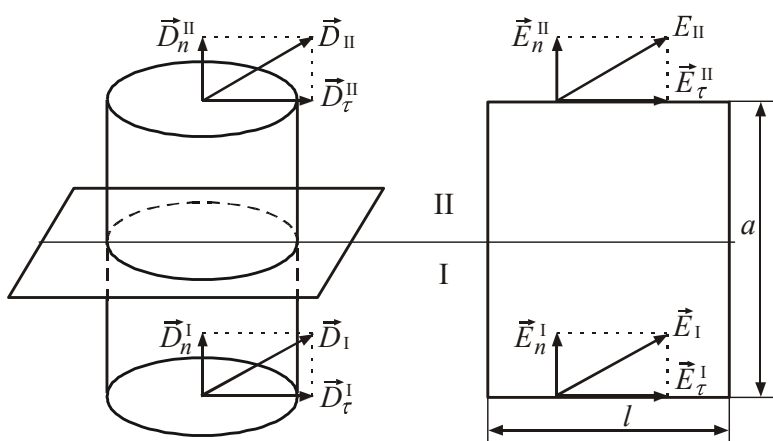


Рис.28 а

Рис.28 б

Розглянемо тепер маленький прямокутний замкнений контур, сторона якого  $l$  паралельна межі розподілу, а інша сторона  $a$  набагато менше  $l$  (рис.28б).

Раніше було показано, що інтеграл по замкненому контуру від напруженості дорівнює нулю. Для зображеного на рис.28б контуру цей інтеграл дорівнює :

$$\int \mathbf{E} d\mathbf{r} = E_{\tau}^1 l - E_{\tau}^2 l = 0, \text{ так як сторона } a \text{ нехтовно мала.}$$

Тому рівні одна одній тангенціальні компоненти векторів напруженості електричного поля в прилеглих діелектриках :  $E_{\tau}^1 = E_{\tau}^2$  . Для вектору електричного зміщення  $D$  маємо:  $D_{\tau}^1/D_{\tau}^2 = \epsilon_1/\epsilon_2$

### Сегнетоелектрики

Сегнетоелектрики - речовини, що володіють при відсутності електричного поля в деякому діапазоні температур електричною поляризацією, яка залежить від зовнішніх умов. Вони є електричним аналогом феромагнетиків. Відомо кілька сотен сегнетоелектриків, в тому числі сегнетокераміки, рідкі кристали і полімерні матеріали. До сегнетоелектриків відносяться сегнетова сіль ( $\text{Na KC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4 \text{H}_2\text{O}$ ), мететитанат барію ( $\text{BaTiO}_3$ ), ніобат літію ( $\text{LiNbO}_3$ ) та інші.

Сегнетоелектрики відрізняються від інших діелектриків дуже великими значеннями відносної діелектричної проникності  $\epsilon$  , яка сягає десятки тисяч одиниць, в той час як у звичайних діелектриків – одиниці і сотні(наприклад,  $\epsilon = 2$  для гасу і  $\epsilon = 81$  для води). Для них характерна нелінійна залежність поляризованості від напруженості зовнішнього поля. У сегнетоелектричних діелектриках, розміщених в електричному полі, виникає залишкова електрична поляризація (ефект пам'яті). Петля гістерезису, представлена на рис. 29, характеризується двома величинами: залишковою поляризацію  $P_r$ , наявною навіть при нульовому полі  $E$ , і коерцитивною силою  $E_c$ , при якій вектор поляризації змінює напрямок на протилежний.

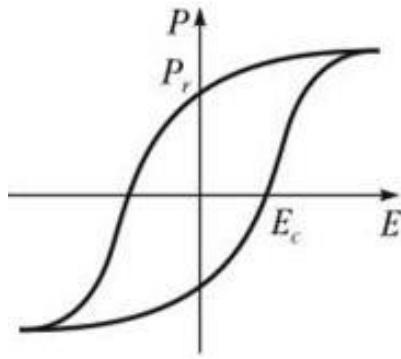


Рис.29

В сегнетоелектриках спостерігається аналогічна нелінійна залежність електричної індукції  $D$  від напруженості зовнішнього поля  $E$ .

Особлива поведінка сегнетоелектриків обумовлена наявністю доменів – областей, в яких дипольні моменти молекул паралельні один до одного. Під дією зовнішнього електричного поля дипольні моменти доменів встановлюються за напрямком поля. Сегнетоелектриками можуть бути тільки кристалічні речовини, у яких до того ж відсутній центр симетрії.

Для кожного сегнетоелектрика є температура, вище якої речовина втрачає свої надзвичайні властивості і стає звичайним діелектриком. Ця температура називається точка Кюрі. Сегнетова сіль має дві точки Кюрі :  $-15^{\circ}\text{C}$  і  $+22,5^{\circ}\text{C}$ , причому поводить себе як сегнетоелектрик лише в температурному інтервалі, обмеженому цими значеннями. Велике практичне значення має сегнетоелектрик – метатитанат барію з точкою Кюрі:  $125^{\circ}\text{C}$ .

### ***П'єзоелектричний ефект***

П'єзоелектрики - анізотропні кристалічні матеріали (діелектрики і напівпровідники), в яких при механічних деформаціях виникає електрична поляризація (п'єзо ефект). Вони також деформуються під впливом зовнішнього електричного поля (зворотний п'єзо ефект). Типовим прикладом п'єзоелектриків є кварц  $\text{SiO}_2$  в деяких модифікаціях, а також сегнетоелектрики (метатитанат барію, сегнетова сіль та інші) .

П'єзоефект виникає завдяки тому, що при деформації відбуваються зміщення іонів в кристалічній решітці і деформація електронних орбіт. Якщо кристал не має центру симетрії, то при деформаціях відбувається відносний зсув простих підрешіток кристала одна відносно одної, що призводить до виникнення у кристала електричного дипольного моменту, тобто його поляризації.

При зворотному п'єзоефекті поляризація діелектриків під впливом електричного поля супроводжується механічними деформаціями. Якщо на кристал п'єзоелектрика подавати змінну напругу, то він буде по черзі стискатись і розтягуватись, тобто в кристалі будуть відбуватись механічні коливання. Ці коливання стають особливо інтенсивними, якщо частота змінної напруги співпадає з власною (резонансною) частотою. Такі настроєні в резонанс п'єзоелектричні пластини використовують для збудження ультразвукових хвиль, для стабілізації частоти генераторів електричних коливань в радіотехніці.

## 2.7. Електрична ємність. Конденсатори.

Наданий провіднику електричний заряд розподіляється на його поверхні так, що поверхня провідника є еквіпотенціальною. Зміна заряду провідника приводить до відповідної зміни його потенціалу. Досліди показують, що різні за розмірами і формою провідники при наданні їм однакових зарядів набувають різних потенціалів. Але для кожного відокремленого провідника відношення заряду до потенціалу провідника є сталою величиною, яку називають електричною ємністю:

$$C = Q/\varphi. \quad (2.5).$$

Зміна величини заряду провідника веде до відповідної зміни його потенціалу:

$$\Delta Q = C \cdot \Delta \varphi. \quad (2.6)$$

З (2.6) зрозуміло, що електрична ємність провідника чисельно дорівнює заряду, який змінює потенціал провідника на одиницю. Електричну ємність вимірюють у фарадах (Ф).

Для тіл сферичної форми  $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ , тому електроємність відокремленого сферичного провідника  $C = Q/\varphi = 4\pi\epsilon_0 R$ , де  $R$  – радіус сфери (кулі). Звідси видно, що електрична ємність провідників залежить від їх розмірів, форми та від властивостей навколишнього середовища.

Широке практичне використання набули системи з близько розміщених один від одного провідників, заряди яких однакові за величиною і протилежні за знаком. Такі системи провідників називають конденсаторами.

Електричне поле в конденсаторах зосереджене в просторі між провідниками (обкладинками), тому електрична ємність конденсаторів практично не залежить від наявності оточуючих тіл (провідників).

Конденсатори – це пристрої, які при невеликому потенціалі накопичують (конденсують) значні за величиною заряди. Будову конденсатора засновано на тому, що електроємність провідника зростає при наближенні до нього інших тіл. Під дією ближнього індукованого заряду, який завжди протилежного знаку, потенціал провідника зменшується, а електроємність  $C = q/\varphi$  збільшується.

Залежно від форми обкладинок конденсатори поділяють на плоскі, сферичні, циліндричні та ін. За природою речовини між обкладинками конденсатора їх поділяють на повітряні, паперові, слюдяні, керамічні та ін.

Плоский конденсатор - це дві провідні пластини (обкладинки), що розташовані на малій відстані одна від одної. Простір між обкладинками заповнюють діелектриком.

Розглянемо конденсатор, площа обкладинки якого  $S$ , відстань між ними -  $d$ , вільний заряд на одній обкладинці  $+Q$ , а на другій -  $(-Q)$  (рис.30).

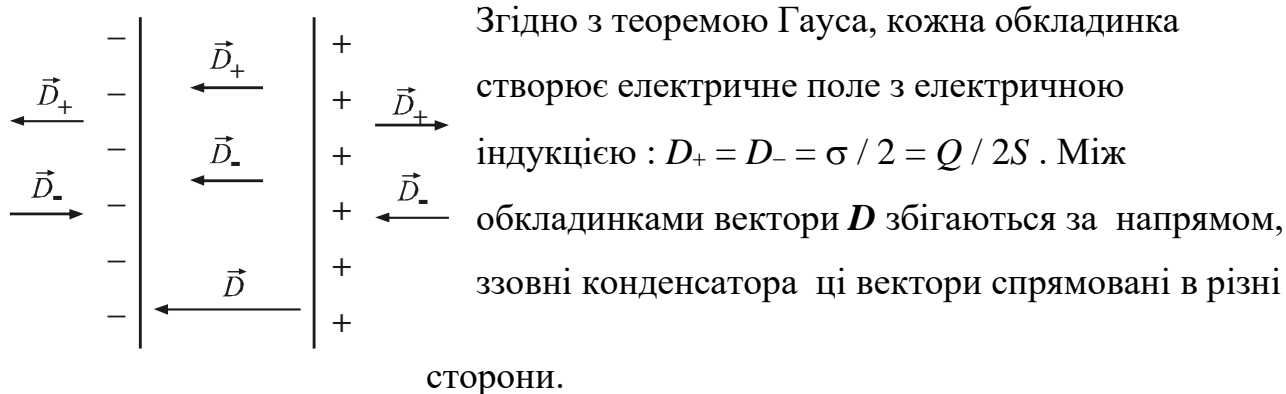


Рис.30

Тому результуюча електрична індукція відрізняється від нуля тільки всередині конденсатора. Вона дорівнює :  $D = D_+ + D_- = Q / S$ . Звідки напруженість поля всередині конденсатора :

$$E = D / 4\pi\epsilon_0 = Q / \epsilon\epsilon_0 S .$$

Різниця потенціалів між обкладинками конденсатора :

$$\Delta\varphi = \int_0^d Edx = E_1d = \frac{Qd}{\epsilon\epsilon_0 S} = \frac{\sigma d}{\epsilon\epsilon_0} .$$

Цю різницю потенціалів називають напругою і позначають :

$$U = \frac{Qd}{\epsilon\epsilon_0 S} .$$

Відношення заряду конденсатора до його напруги називають електричною ємністю (ємністю)  $C$  :  $C = Q / U$ . Тоді ємність плоского конденсатора дорівнює :

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} .$$

Одиниця виміру ємності - Фарада ( $\Phi$ ).

Визначаємо ємність сферичного та циліндричного конденсаторів.

У сферичному конденсаторі поле вважаємо радіально - симетричним, також нехтуємо крайовими ефектами. Сферичний конденсатор (рис. 29) складається з 2-х концентричних сферичних обкладинок, розділених

сферичним шаром діелектрика. Для розрахунку ємності конденсатора використовуємо формулу для різниці потенціалів:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

Ємність сферичного конденсатора визначаємо за формулою:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Циліндричний конденсатор – це система двох коаксіальних порожнистих провідних циліндрів з радіусами  $R_1$  і  $R_2$  (рис.31). Якщо висота циліндрів значно перевищує їхні радіуси  $l \gg R_1$  і  $l \gg R_2$ , то можна напруженість поля в конденсаторі

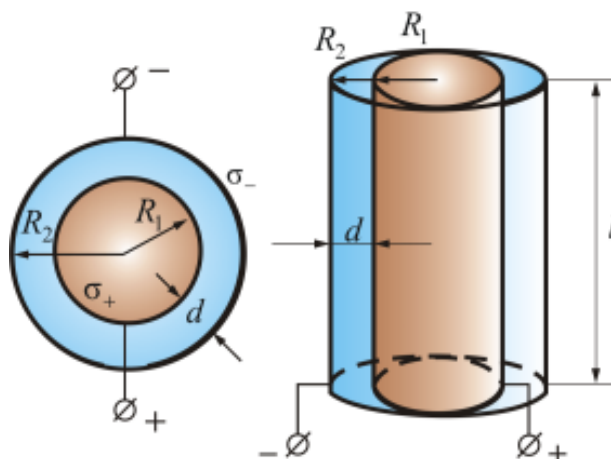


Рис.31

визначати за формулою  $E = \lambda / 2\pi\epsilon_0 r$ , де  $\lambda$  – лінійна густина зарядів на циліндрах. Різниця потенціалів між циліндрами^

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dr, \text{ отже } \Delta\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Тоді ємність циліндричного конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon L}{\ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right)}$$

де  $L$  – довжина коаксіальних циліндрів,  $R_1$  та  $R_2$  - радіуси внутрішнього та зовнішнього циліндрів, відповідно.

## 2.8. З'єднання конденсаторів

### Паралельне з'єднання.

Два конденсатора, паралельно з'єднані провідниками, можна замінити одним еквівалентним (рис.32 а). Визначимо його ємність. Очевидно, що потенціали обох конденсаторів рівні, загальний заряд дорівнює сумі зарядів кожного конденсатора :

$$U_1 = U_2 = U_0, Q_0 = Q_1 + Q_2.$$

З визначення ємності маємо:  $C_0 = Q_0 / U_0$ . Звідки одержуємо ємність еквівалентного конденсатора при паралельному з'єднанні:

$$C_0 = Q_0 / U_0 = (Q_1 + Q_2) / U_0 = (Q_1 / U_0) + (Q_2 / U_0) = C_1 + C_2.$$

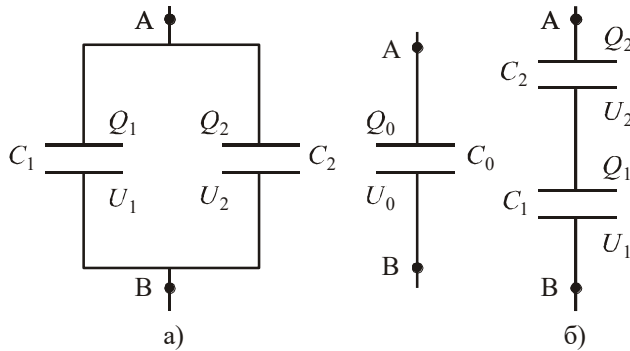


Рис.32

### Послідовне з'єднання конденсаторів.

З рисунку 32б видно, що різниця потенціалів між точками А і В дорівнює  $U_{AB} = U_1 + U_2$ , де  $U_1$  і  $U_2$  - відповідні різниці потенціалів для кожного конденсатора. Зв'язуючи їх з ємністю, отримаємо :

$$\frac{Q_0}{C_0} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}.$$

Заряди на обох конденсаторах рівні  $Q_1 = Q_2 = Q_0$ , тому маємо:

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{або} \quad C_0 = C_1 \cdot C_2 / (C_1 + C_2).$$

*Розглянемо приклади задач.*

**Задача1.** Два нескінчених тонкостінних коаксіальних циліндри радіусів  $R_1=5\text{см}$  та  $R_2=10\text{см}$  рівномірно заряджені електрикою з поверхневими густинами  $\sigma_1 = 10 \text{ нКл/м}^2$  та  $\sigma_2 = -3 \text{ нКл/м}^2$ . Простір між циліндрами заповнений парафіном ( $\epsilon = 2$ ). Визначити напруженість  $E$  поля в точках, що знаходяться на відстанях:  $r_1 = 2 \text{ см}$ ,  $r_2 = 6 \text{ см}$ ,  $r_3 = 15 \text{ см}$  від осі циліндрів.

### Розв'язання.

Загальне поле утворюється 4 зарядами: вільними зарядами з поверхневими густинами  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  та зв'язаними зарядами з густинами  $-\sigma_1'$  і  $+\sigma_1'$  (рис.33).

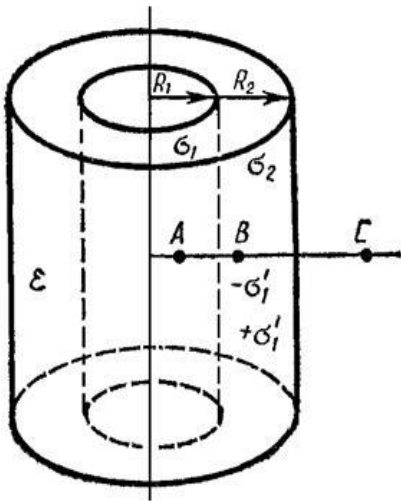


Рис. 33

нулю).

Зв'язані заряди утворюють поле, відмінне від нуля тільки в діелектрику. Очевидно, що поле в точці  $A$  (на відстані  $r_1 = 2 \text{ см}$  від осі) дорівнює нулю. Це можна довести за теоремою Гауса для вакууму.

Розглянемо точку  $B$ , віддалену від осі на відстані  $r_2 = 6 \text{ см}$ . В цій точці поле утворюється зарядами з густинами  $\sigma_1$  та  $-\sigma_1'$  (поле зарядів  $+\sigma_1'$  та  $\sigma_2$  в цій точці дорівнює нулю).

Розрахуємо методом Гауса напруженість поля в точці  $B$ . За теоремою Гауса потік  $D$  крізь поверхню циліндра радіусом  $r_2$  і довжиною  $l$  дорівнює:  $D2\pi r_2 l = 2\pi R_1 \sigma_1 l$ , звідки  $D = R_1 \sigma_1 / r_2$ . Враховуючи, що  $D = \epsilon_0 \epsilon E$ , знаходимо напруженість:  $E(r_2) = R_1 \sigma_1 / \epsilon_0 \epsilon r_2$ . Звідси отримаємо  $E(r_2) \approx 4.7 \cdot 10^2 \text{ В/м}$ . В точці  $C$ , віддаленій від осі на відстань  $r_3 = 15 \text{ см}$ , поле утворюється тільки вільними зарядами з густинами  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$ , тому, за принципом суперпозиції, напруженість:

$$E(r_3) = R_1 \sigma_1 / (\epsilon_0 r_3) - R_2 \sigma_2 / (\epsilon_0 r_3), \quad E(r_3) \approx 1.5 \cdot 10^2 \text{ В/м}.$$

Якщо напруженість поля відома, то можна визначити інші величини, наприклад, потенціал, енергію .

**Задача 2.** На відстані  $a$  від заземленої металевої стінки міститься точковий заряд  $q$  . Визначити поверхневу густину  $\sigma$  зарядів, індукованих на стінці, як функцію відстані  $x$  від основи перпендикуляра, опущеного з заряду на стінку. Обчислити сумарний заряд  $q_{\text{інд}}$ , вважаючи розміри стінки нескінченно великими.

### Розв'язання.

Оскільки металева стінка заземлена, то її поверхня є екіпотенціальною. Тепер уявимо собі, що ми забрали металеву стінку та при цьому хочемо, щоб та площина, яка раніше була поверхнею стінки, зберегла попередній потенціал. Для цього потрібно симетрично відносно площини на відстані  $a$  помістити точковий заряд  $-q$  (електричне зображення заряду  $q$ ) (рис. 34).

Тепер можна розрахувати поле в точці  $P$  на поверхні стінки як поле двох точкових зарядів  $q$  і  $-q$ . Поля обох зарядів за модулем однакові, а їх векторна сума за модулем дорівнює

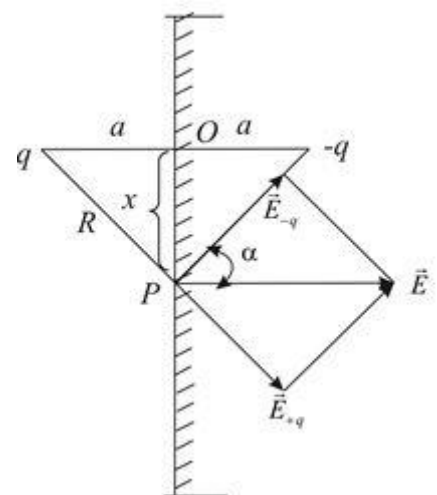


Рис.34

$$E = 2 \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos \alpha,$$

а оскільки  $\cos \alpha = a/R$ ,  $R = \sqrt{x^2 + a^2}$ , а  $E = \sigma/\epsilon_0$ , то враховуючи те, що поверхня стінки заряджена негативно, знайдемо

$$\sigma = - \frac{qa}{2\pi(a^2 + x^2)^{3/2}} \quad (1)$$

Щоб знайти індукований заряд  $q_{інд}$ , інтегруємо вираз для заряду на площі вузького кільця шириною  $dx$  з центром у точці  $O$  (рис. 35):

$$dq_{інд} = \sigma 2\pi x dx \text{ або, врахувавши (1)}$$

$$dq_{інд} = -\frac{qa}{2\pi(a^2 + x^2)^{3/2}} \cdot 2\pi x dx,$$

$$dq_{інд} = -qa \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}, \text{ і оскільки } x = a \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\text{то } q_{інд} = -q \int_0^{\pi/2} \sin \alpha d\alpha = -q.$$

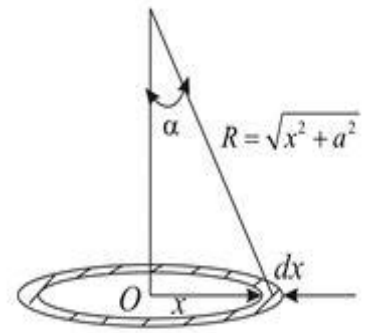


Рис. 35

**Задача 3.** Простір між обкладинками плоского конденсатора заповнений ізотропним діелектриком, проникність якого змінюється в перпендикулярному до обкладинок напрямі за лінійним законом від  $\epsilon_1$  до  $\epsilon_2$ , причому  $\epsilon_2 > \epsilon_1$ . Площа кожної обкладки  $S$ , відстань між ними  $d$  (рис.34). Визначити ємність конденсатора.

**Розв'язання.**

Спрямуємо вісь  $Ox$  вгору, а початок координат розташуємо на нижній пластині (рис.36) Оскільки  $\epsilon$  змінюється за лінійним законом, то  $\epsilon = a + bx$ , де  $a$  і  $b$  визначаються з граничних умов ( $\epsilon = \epsilon_1$  при  $x = 0$  та  $\epsilon = \epsilon_2$  при  $x = d$ ):  $a = \epsilon_1, b = (\epsilon_2 - \epsilon_1) / d$ . Таким чином,  $\epsilon = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1) x / d$ .

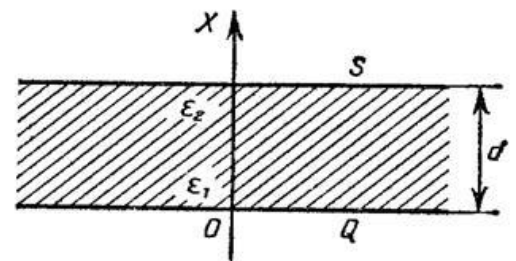


Рис.36

Надаємо нижній пластині конденсатора заряд  $Q$  і за методом Гауса розрахуємо напруженість поля, врахувавши, що  $\sigma = Q/S$ :

$$E = Q / \epsilon_0 \epsilon S = Q / \epsilon_0 (a + bx) S.$$

Врахуємо, що  $E = -d\phi / dx$  або  $-d\phi = Q dx / \epsilon_0 S (a + bx)$ , тоді після інтегрування визначимо різницю потенціалів між пластинами:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d \frac{Q dx}{\varepsilon_0 S(a + bx)} = Q [\ln(1 + bd/a)] / (\varepsilon_0 S b).$$

Таким чином, ємність конденсатора дорівнює:

$$C = Q / (\varphi_1 - \varphi_2) = \varepsilon_0 S b / \ln(1 + bd/a) = \varepsilon_0 S (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) / d \ln(\varepsilon_2 / \varepsilon_1).$$

Можна узагальнити цю задачу, припустивши, що проникність  $\varepsilon$  змінюється за будь-яким законом  $\varepsilon = f(x)$ , де  $f(x)$  - довільна функція (наприклад,  $f(x) = x^n$

**Задача 4.** Протон, прискорений різницею потенціалів  $U$ , попадає в момент  $t = 0$  в однорідне електричне поле плоского конденсатора, довжина пластин якого в напрямі руху дорівнює  $l$ . Напруженість поля змінюється в часі як  $E = \varepsilon t$ , де  $\varepsilon$  - стала. Вважаючи протон нерелятивістським, знайти кут між напрямками його руху до й після прольоту конденсатора. Крайовими ефектами знехтувати.

### Розв'язання

На протон в електричному полі конденсатора діє сила:

$$F = ma_E \text{ і } F = eE$$

$$E = \varepsilon t, \text{ де } \varepsilon - \text{ константа.}$$

Оскільки  $a_E = \frac{dv_E}{dt}$ , то

$$dv_E = a_E dt = \frac{eE}{m} dt = \frac{e\varepsilon t}{m} dt,$$

$$v_E = \frac{e\varepsilon t^2}{m \cdot 2}, \quad t = \frac{l}{v_0},$$

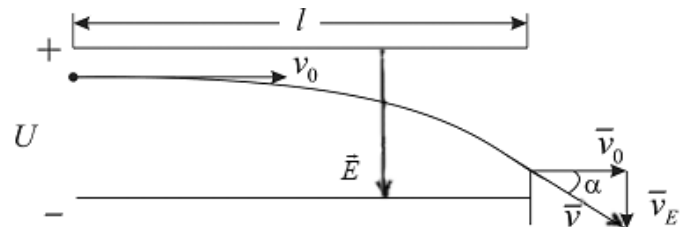


Рис.37

$$v_E = \frac{e\varepsilon l^2}{2m v_0^2}; \quad \frac{mv_0^2}{2} = eU \Rightarrow v_0^2 = \frac{2eU}{m};$$

$$v_E = \frac{e\varepsilon l^2 m}{2m 2eU} = \frac{\varepsilon l^2}{4U};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_E}{v_0} = \varepsilon l^2 \sqrt{\frac{m}{32eU^3}}.$$

**Задача 5.** Вирахувати швидкість  $v$ , яку дістає електрон, пройшовши різницю потенціалів  $U$ , що дорівнює: а) 100В, б) 100кВ.

### Розв'язання.

а) Енергія  $eU = 100\text{еВ} = 0,01\text{МеВ} \ll mc^2 = 0,51\text{МеВ}$ .

Це дає право користуватися нерелятивістською формулою:

$$eU = \frac{mv^2}{2}, \text{ або ж } v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 5,9 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

б) Енергія  $eU = 100\text{кВ} = 0,1\text{МеВ}$  того ж порядку, що і 0,5МеВ, тому потрібно обчислення виконувати за релятивістською формулою для кінетичної енергії:

$$eU = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) mc^2, \text{ з якої випливає:}$$

$$v \approx c \sqrt{1 - \left[ mc^2 / (eU + mc^2) \right]^2} = 1,64 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

**Задача 6.** Провідник довільної форми, що має заряд  $q = 2,5 \text{ мКл}$ , оточений однорідним діелектриком з проникністю  $\varepsilon = 5,0$  (рис.38). Знайти сумарні поверхневі і зв'язані заряди на внутрішній та зовнішній поверхні діелектрика.

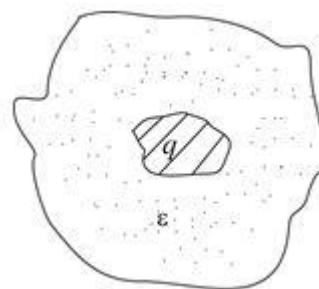


Рис.38

**Розв'язання.**

З формули П.8 випливає, що сумарний поверхневий заряд на внутрішній поверхні діелектрика

$$q'_{\text{вн}} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q = -2,0 \text{ мКл}$$

На зовнішній поверхні діелектрика внаслідок його однорідності заряд буде таким же за модулем, але протилежним за знаком:

$$q'_{\text{зовн}} = -q'_{\text{вн}} = 2,0 \text{ мКл}.$$

**Задача 7.** Спочатку в просторі між обкладинками плоского конденсатора є вакуум. У цьому разі напруженість поля в зазорі дорівнює  $E$ , а електричне зміщення  $D$ . Потім половина зазору заповнюється так, як показано на рис.39,



Рис.39

однорідним діелектриком з проникністю  $\varepsilon$ . Знайти значення  $E_1$  і  $D_1$  в частині зазору 1, а також значення  $E_2$  і  $D_2$  в частині зазору 2, які виникають у двох випадках:

- а) Залишається незмінною напруга між обкладинками;
- б) Залишаються незмінними заряди на обкладинках;

Зробити приблизний хід ліній  $\vec{E}$  та  $\vec{D}$  в зазорі.

**Розв'язання.**

$$\text{a) } U = \text{const}; \quad E_1 = E_2 = \frac{U}{d} = E$$

$$D_1 = \varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_0 E = D; \quad D_2 = \varepsilon_0 \varepsilon E_2 = \varepsilon_0 \varepsilon E = \varepsilon D.$$

б)  $q = \text{const}$ . Оскільки обкладки металеві, то на кожній з них скрізь потенціал сталий, отже і напруги на обох половинах конденсатора однакові:  $U_1 = U_2$ , тому однакові напруженості  $E_1 = E_2$ . Оскільки

$$E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon_0}, \quad E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad \text{то звідси і з попередньої рівності виходить, що}$$

$$D_1 = D_2 / \varepsilon \quad (1)$$

Далі,

$$q = q_1 + q_2,$$

де  $q_1$  і  $q_2$  заряди на пластинах 1 і 2 відповідно:

$$q_1 = \sigma_1 \frac{S}{2} = D_1 \frac{S}{2}; \quad q_2 = \sigma_2 \frac{S}{2} = D_2 \frac{S}{2}$$

(тут  $S$  – площа обкладки),  $q = q_1 + q_2 = (D_1 + D_2) \frac{S}{2}$ .

Але  $q = \sigma S = DS$ , отже  $DS = (D_1 + D_2) \frac{S}{2}$ ,  $D = \frac{D_1 + D_2}{2}$ ,

або, врахувавши (1),

$$D = \frac{D_1 + \varepsilon D_1}{2} = \frac{D_1}{2}(1 + \varepsilon),$$

звідки

$$D_1 = \frac{2D}{1 + \varepsilon}, \quad D_2 = \frac{2\varepsilon D}{1 + \varepsilon}.$$

Далі:

$$E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon_0} = \frac{2D}{\varepsilon_0(1 + \varepsilon)} = \frac{2E}{1 + \varepsilon},$$

$$E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{2\varepsilon D}{\varepsilon_0 \varepsilon (1 + \varepsilon)} = \frac{2E}{1 + \varepsilon}.$$

З цих результатів випливає, що:

- 1) густина ліній вектору  $\vec{E}$  в зазорі скрізь однакова;
- 2) у частині 2 зазору лінії вектору  $\vec{D}$  розміщені в  $\varepsilon$  разів густіше ніж у частині 1 зазору.

## 2.9. Енергія електричного поля зарядженого провідника та конденсатора

Визначимо енергію зарядженого провідника.

Розіб'ємо заряд на провіднику на елементарні заряди  $q_i$ . Як відомо, заряд концентрується лише на поверхні провідника і потенціал у всіх точках поверхні однаковий. Енергія системи елементарних зарядів:

$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i$$

Оскільки поверхня провідника екіпотенціальна, то  $\varphi_i = \varphi = \text{const}$  по поверхні і тоді маємо:  $W = \frac{1}{2} \varphi \sum_i q_i = \frac{1}{2} q \varphi$

де  $q$  – заряд провідника,  $\varphi$  – потенціал провідника.

Використовуючи формулу для електроємності провідника  $C = q/\varphi$ , можна формулі для енергії надати вигляд:  $W = \frac{q^2}{2C}$ .

Ця енергія зосереджена у електричному полі зарядженого провідника.

Підрахуємо енергію зарядженого конденсатора. Припустимо, що заряджений до напруги  $U$  конденсатор, розряджається. Позначимо  $U(t)$  значення різниці потенціалів у момент часу  $t$ . Якщо під час розрядки конденсатора проходить малий заряд  $dQ(t)$ , то робота поля дорівнює :

$$dA = U(t)dQ(t).$$

Але  $Q(t) = CU(t)$  в будь-який момент часу, тому

$$dQ(t) = d[CU(t)] = CdU(t).$$

Звідси робота по переміщенню малого заряду  $dQ$  дорівнює:  $dA = U \cdot CdU$ .

Повна робота, що виконується під час розрядки конденсатора дорівнює:

$$A = \int dA = \int_0^U UCdU = \frac{CU^2}{2}$$

Ця робота дорівнює енергії зарядженого конденсатора  $W$ . Враховуючи зв'язок між ємністю, потенціалом і зарядом, вираз для енергії конденсатора можна записати в кількох еквівалентних формах:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Енергія та ємність зарядженого провідника підраховуються так само, як і енергія та ємність конденсатора:  $W = C\varphi^2/2$ ,  $C = Q/\varphi$ , де  $\varphi$  - потенціал провідника.

Якщо вираз для ємності плоского конденсатора підставити у формулу для його енергії, то отримаємо такий вираз для енергії конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{d^2} = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 \frac{U^2}{d^2} Sd = \frac{1}{2} DEV,$$

де  $D$  - електрична індукція,  $E$  - напруженість поля,  $V$  - об'єм конденсатора.

Оскільки електричне поле конденсатора однорідне, то можна ввести величину – густину енергії електричного поля:  $w = W/V$ .

Тоді густина енергії електричного поля дорівнює:  $w = DE/2$ .

Тобто густина енергії електричного поля пропорційна напруженості поля і розподілена в просторі з певною густиною. Носієм цієї енергії є

електричне поле. Вектор електричного зміщення показує, яка частина енергії пов'язана з поляризацією діелектричного середовища.

$$w = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{EP}{2},$$

де  $\epsilon_0 E^2/2$  – густина енергії електричного поля у вакуумі,  $EP/2$  - густина енергії електричного поля в середовищі.

***Розглянемо приклади визначення енергії поля.***

**Задача 1.** Заряд  $q = 1,00 \cdot 10^{-10}$  Кл рівномірно розподілений по поверхні кулі радіуса  $R = 1,00$  см. Діелектрична проникність середовища навколо кулі  $\epsilon = 1$ .

- 1) Обчислити енергію  $W$  поля, зв'язаного з кулею;
- 2) Яка частина  $\eta$  цієї енергії міститься в межах концентричної з кулею сфери радіуса  $R' = 1,00$  м?
- 3) Чому дорівнює радіус  $R$  сфери, в межах якої міститься половина енергії?

Розв'язання.

Енергія поля в об'ємі  $V$  :

$$W = \int_{(V)} \omega dV,$$

де  $\omega = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$  – густина енергії поля.

1) Всередині кулі поле відсутнє, отже інтегрувати треба по всьому зовнішньому об'єму, де

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Елемент об'єму  $dV = 4\pi r^2 dr$ . Отже

$$W = \int_R^\infty \omega dV = \int_R^\infty \frac{\epsilon_0 E^2}{2} 4\pi r^2 dr = \int_R^\infty \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{q^2}{r^4} 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2R} = 4,5 \text{ нДж};$$

2) В об'ємі, обмеженому поверхнею кулі та концентричною з нею сферою радіуса  $R' = 1,00\text{м}$ , енергія

$$W' = \int_R^{R'} \omega dV = \int_R^{R'} \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{q^2 4\pi^2 dr}{r^2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{R' - R}{R' R}.$$

Отже

$$\eta = \frac{W'}{W} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{R' - R}{R' R} : \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{2R} = \frac{R' - R}{R'} = 0,99.$$

3) За умовою,  $\eta = 1/2$ , або  $\frac{R' - R}{R'} = \frac{1}{2}$ , звідки

$$R' = 2R = 2,00\text{см}.$$

**Задача 2.** Конденсатор ємністю  $C_1 = 3\text{ мкФ}$  був заряджений до різниці потенціалів  $U_1 = 40\text{ В}$ . Після відімкнення від джерела струму конденсатор  $C_1$  з'єднали паралельно з іншим незарядженим конденсатором ємністю  $C_2 = 5\text{ мкФ}$ . Визначити енергію  $W'$ , що витрачається на утворення іскри в момент приєднання другого конденсатора.

### Розв'язання.

Енергія, що витрачається на утворення іскри:

$$W' = W_2 - W_1,$$

де  $W_1$  – енергія першого конденсатора до приєднання до нього конденсатора  $C_2$ ,  $W_2$  – енергія батареї з двох конденсаторів.

Енергія зарядженого конденсатора :  $W = CU^2/2$ , тоді маємо

$$W' = C_1 U_1^2 / 2 - (C_1 + C_2) U_2^2 / 2,$$

де  $C = (C_1 + C_2)$  – загальна ємність паралельно з'єднаних конденсаторів,  $U_2$  – різниця потенціалів на такій батареї конденсаторів.

Враховуючи, що загальний заряд після приєднання другого конденсатора не змінюється, напишемо різницю потенціалів  $U_2$  так:  $U_2 = \frac{q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1^2}{C_1 + C_2}$ .

Підставивши значення  $U_2$  у вираз для енергії маємо:

$$W = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2 = 1,5 \text{ мДж.}$$

**Задача 3.** Яку роботу проти сил електричного поля треба виконати, щоб перенести диполь з електричним моментом  $p$  з положення 1, де напруженість електричного поля дорівнює  $E_1$ , в положення 2, де напруженість дорівнює  $E_2$  (рис. 40) і повернути його при цьому на  $90^\circ$  ?

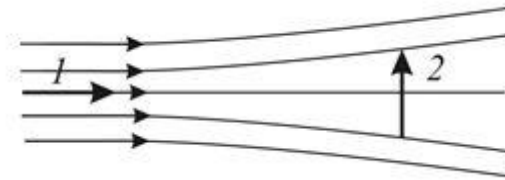


Рис.40

#### Розв'язання.

Енергія диполя в електричному полі  $W = -\vec{p} \hat{E}$  (див. підручник або конспект).

У положенні 1  $\cos(\vec{p} \hat{E}_1) = 1$ , тому  $W_1 = -pE_1$ .

У положенні 2  $\cos(\vec{p} \hat{E}_2) = 0$ , тому  $W_2 = 0$ .

Приріст енергії  $\Delta W = W_2 - W_1 = pE_1$  відбувся за рахунок роботи проти сил поля, тому  $A = pE_1$  і від  $E_2$  не залежить.

### 3. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

#### 3.1. Сила та густина струму

Струм - це впорядкований рух заряджених частинок. Сила струму  $i(t)$  дорівнює заряду, що проходить через переріз провідника в одиницю часу. Якщо за час  $dt$  пройшов заряд  $dQ(t)$ , то сила струму дорівнює:  $i(t) = dQ(t) / dt$ .  
Одиниця виміру сили струму - Ампер (А).

Крім сили струму, важливе значення має густина струму. Якщо сила струму - скаляр, то густина струму - це вектор. Цей вектор має напрям швидкості впорядкованого руху позитивних зарядів  $\mathbf{v}$ , чисельно він дорівнює струму крізь одиничну площину, яка розташована перпендикулярно до  $\mathbf{v}$ :  
 $\mathbf{j} = di / dS$ . Якщо в провіднику заряджені частинки мають концентрацію  $n$ , заряд  $e$  та середню швидкість напрямленого руху  $\mathbf{v}_{\text{сер}}$ , то вектор густини струму дорівнює:  $\mathbf{j} = en\mathbf{v}_{\text{сер}}$

Виділимо всередині провідника малу площину  $dS$  (рис.41). Заряд, що пройшов крізь неї за час  $dt$ , дорівнює:  $dq = \mathbf{j} dS dt = j \cos\alpha dS dt$ ,

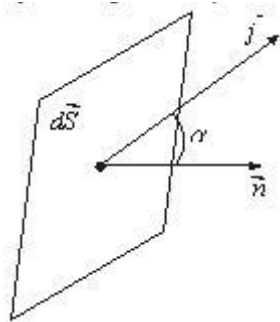


Рис.41

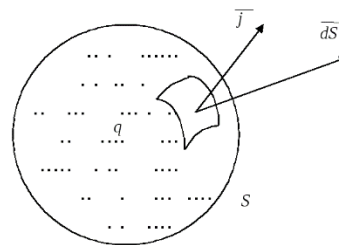


Рис. 1

Рис.42

де  $\alpha$  - кут між  $\mathbf{j}$  та нормаллю до елемента поверхні  $dS$ .

Заряд, що пройшов за час  $dt$  крізь весь переріз провідника:

$$dQ = \int_S dq = \int_S j \cos\alpha dS dt = \left( \int_S j \cos\alpha dS \right) dt$$

Поділивши цей вираз на  $dt$ , будемо мати зв'язок струму і модуля густини струму в кожній точці перерізу :

$$I = dQ / dt = \int_S j \cos\alpha dS = \int_S e n v_{\text{сеп}} \cos\alpha dS$$

Очевидно, що сила струму залежить і від напрямку. Так сила струму дорівнює нулю в напрямі, перпендикулярному до руху носіїв заряду ( $\cos\alpha=0$ ).

Визначимо зв'язок між об'ємною густиною заряду  $\rho$  і густиною струму  $j$ . Для цього закон збереження електричного заряду запишемо в математичній формі.

Розглянемо об'єм  $V$ , обмежений замкненою поверхнею  $S$ , в середині якої є заряди (рис. 42). Нехай в момент часу  $t_1$  кількість зарядів дорівнювала  $q_1$ , а в момент часу  $t_2$  – дорівнює  $q_2 = q_1 - \Delta q$ . На основі закону збереження заряду можна зробити висновок: якщо зарядів стало менше, то вони не зникли безслідно, а, залишивши межі об'єму  $V$ , утворили потік електричних зарядів, тобто електричний струм. При цьому зміну зарядів  $q$  подамо у вигляді частинної похідної в часі.

Тоді електричний струм визначається виразом:  $I = dq/dt$ , а струм через одиницю поверхні – густина електричного струму:  $j = dl/dS$ .

Визначимо електричний струм як :  $I = \oint j ds$ .

Тут права частина характеризує потік електричних зарядів крізь замкнену поверхню  $S$ . На основі розглянутих виразів отримаємо співвідношення:

$$\oint j dS = - \frac{dq}{dt}$$

яке відображає **інтегральну форму закону збереження електричного заряду**: будь-яка зміна зарядів з часом у середині деякого об'єму супроводжується виходом рівної кількості зарядів через поверхню, яка обмежує цей об'єм.

Тепер слід з'ясувати, що відбувається в конкретній точці об'єму  $V$  при зміні заряду. Користуючись теоремою Гауса – Остроградського про зв'язок інтегралів по поверхні та в об'ємі, напишемо:

$$\oint_S \mathbf{j} dS = \oint_V \operatorname{div} \mathbf{j} dV$$

Загальний заряд  $q$  визначається через густину електричного заряду  $\rho$ :  $q = \oint_V \rho dV$ .

$$\text{Тоді } \oint \operatorname{div} \mathbf{j} dV = - \frac{\partial}{\partial t} \oint \rho dV = - \oint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV.$$

Тут в лівій та правій частинах запису знаходяться інтеграли одного порядку. Але, якщо вони рівні, тоді рівні й підінтегральні вирази, тому отриманий вираз можна переписати у наступному вигляді:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Отримане співвідношення виражає **закон збереження електричного заряду, наданий в диференціальній формі**: дивергенція густини струму дорівнює швидкості зміни заряду в конкретній точці простору, взятій із зворотним знаком.

Припустимо тепер, що  $\rho = \text{const}$ . Тоді  $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$ .

Це означає, що сума струмів у точці їх сходження дорівнює нулю. Очевидно, що відомий з теорії електричних кіл перший закон Кірхгофа є наслідком цього співвідношення.

Кількість вільних зарядів в одиниці об'єму характеризує провідну властивість середовища. Тому означений ними електричний струм називається струмом провідності. Вираз закону збереження електричного заряду свідчить про те, що лінії густини струму провідності починаються і закінчуються в точках із змінною густиною зарядів. Співвідношення закону вказує на вихровий характер постійних струмів і свідчить про те, що для їх існування електричне коло повинне бути замкнутим.

## 3.2. Електричний опір

Опір провідника – це здатність провідника опиратись проходженню електричного струму.

Дослідним шляхом було визначено, що опір залежить від довжини провідника  $l$ , його матеріалу ( $\rho$  – питомий опір) та площі поперечного перерізу  $S$ :  $R = \rho l / S$ .

Одиниця опору в системі СІ - Ом, для питомого опору – Ом · м.

Причиною виникнення опору є розсіяння електронів на дефектах кристалічної ґратки або окремих атомах речовини. Провідниками першого роду називають речовини, в яких носіями заряду є електрони (до цієї групи, в першу чергу, відносяться метали), а провідниками другого роду — ті, у яких також іони рухаються в речовині. Металами є велика кількість простих елементів. Серед важливих, для електротехніки можна назвати: мідь, срібло, золото, алюміній. Більшість металів за нормальних умов є твердими кристалами.

Експериментальні дослідження показали, що вільний пробіг електронів в металі значно більший, ніж передбачає класична теорія, описана вище - електрони проходять сотні періодів ґратки між зіткненнями. Електронний газ у металах за нормальних умов є виродженим і описується рівняннями квантової механіки, а не класичної. Через виродженість електронного газу і великі енергії електронів (3-15 еВ) довжина хвилі, яка їм відповідає, дуже мала: 3-7 ангстрем. Тому, рухаючись у металах, електрони розсіюються навіть на дефектах атомного розміру. Таким чином, опір -  $R = I/U$  це величина, що характеризує спроможність речовини перетворювати електричну енергію на теплову.

У абсолютно чистому, без домішок і структурних дефектів, кристалі, практично весь опір буде визначатися температурними коливаннями. Можна наближено вважати, що ймовірність розсіяння на атомі пропорційна площі перерізу об'єму, який займає атом, що коливається. Ця площа пропорційна квадрату радіуса коливань. Якщо атом розглядати як гармонійний осцилятор, то його енергія дорівнює:  $\frac{k}{2} (a^2)$ , де  $a$  - радіус коливань. З іншого боку, середня

енергія атому дорівнює  $kT$  згідно рівнянь молекулярно-кінетичної теорії.

Таким чином, можна бачити, що опір у металі має збільшуватись пропорційно температурі.

Електричний опір використовується у випадках лінійної залежності електричного струму в провіднику від прикладеної напруги, і є коефіцієнтом пропорційності між падінням напруги та силою струму  $I$

Питомий опір речовини — фізична величина, що дорівнює опору куба, зробленого з даної речовини з ребром 1 метр.

Питомий опір провідника  $\rho$  залежить від температури  $t$  :

$\rho = \rho_0 ( 1 + \alpha \Delta t )$  , де  $\rho_0$  - питомий опір при температурі  $0^\circ\text{C}$  (273 K),  $\alpha$  - температурний коефіцієнт опору, що залежить від матеріалу. Одиниці виміру:  $\rho$  - Ом·метр,  $\alpha$  - град<sup>-1</sup>.

Температурний коефіцієнт опору  $\alpha$  чисельно дорівнює відносній зміні опору при зміні його температури на 1 К. Для різних речовин цей коефіцієнт має різні значення.

Залежно від величини питомого опору всі матеріали поділяються на наступні групи: провідники, речовини, питомий опір яких менший за  $10^{-5}$  Ом·м, діелектрики - речовини, питомий опір яких більший за  $10^{-8}$  Ом·м і напівпровідники, що посідають проміжне становище.

### **Явище надпровідності.**

За наднизьких температур, деякі матеріали переходять в стан, коли їх опір різко падає на багато порядків, практично до нуля (нижче  $10^{-23}$  Ом·м). Вперше це спостерігав в 1911 році Камерлінг - Оннес для ртуті при температурі 4,2 К (рідкий гелій). Надалі надпровідність була виявлена у свинця, олова, цинку, алюмінію та інших металів. Для кожного надпровідника є своя температура  $T_K$  переходу в надпровідний стан.

Явище надпровідності має суто квантову природу і може бути обґрунтоване тільки квантовою теорією. Механізм цього процесу пов'язаний з електрон - фононною взаємодією. За допомогою цієї взаємодії електрони притягуються один до одного, формуючи “куперівські пари” ( теорія Бардіна, Купера, Шриффера ). Об'єднання електронів в пари відбувається завдяки їх взаємодії через кристалічну решітку. Коли один електрон з пари натикається на дефект кристалічної ґратки, то він не може змінити свою енергію через зв'язок з іншим електроном, а лише змінює напрямок руху.

Під дією магнітного поля надпровідний стан порушується. Величина критичного поля  $H_K$ , що порушує стан надпровідності підвищується із зниженням температури і залежить від природи надпровідника. Критичне магнітне поле може створюватися і струмом в самому надпровіднику. Тому значення струму, при якому надпровідність зникає, називається критичним струмом. Кожній температурі відповідає певне значення критичного магнітного поля і температури.

Однією з проблем у фізиці надпровідності є проблема переходу в надпровідний стан, тобто проблема створення матеріалів температура переходу в надпровідний стан була б значно вища за температуру рідкого азоту (90 К). Цікаво, що найкращі провідники, такі як срібло, золото і мідь, не переходять у надпровідний стан. Загалом, для чистих металів, найвищу критичну температуру переходу в надпровідний стан має ніобій - 9,32 К. В той же час, деякі складні металовмісні сполуки, такі як  $BaYInC$ ,  $LaBiCuO_3$ ,  $SnCu$ , можуть переходити в надпровідний стан вже при 130 кельвінах і вище. Також відкриті надпровідні полімери і ведуться пошуки нових матеріалів, здатних переходити в стан надпровідності при кімнатних температурах.

### **3.3. Закон Ома в диференціальній формі**

Сила струму в провіднику визначається середньою швидкістю руху носіїв заряду. Якщо немає зовнішнього поля, то заряджені частинки рухаються хаотично, і вектор середньої швидкості цього руху дорівнює нулю

( $|\mathbf{v}_{\text{сер}}| = 0$ ). Але швидкість кожного заряду відрізняється від нуля, тому середнє абсолютне значення швидкості електронів  $|\mathbf{v}|_{\text{сер}}$  не дорівнює нулю. При кімнатній температурі вона складає кілька кілометрів за секунду.

Найважливішими провідниками є метали. Їх структуру можна приблизно уявити як жорстко зв'язані між собою іони, які утворюють кристалічну решітку, і електрони, що хаотично рухаються між іонами.

Розрахуємо середню швидкість електронів у зовнішньому полі з напруженістю  $\mathbf{E}$ . Позначимо цю швидкість  $\langle \mathbf{v}_E \rangle$ . Припустимо, що після кожного зіткнення з решіткою електрон віддає їй всю енергію, отриману від електричного поля. Початок відліку часу вибираємо у момент одного із зіткнень електрона з решіткою. На електрон діє сила  $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$  (знак “-” стоїть тому, що заряд електрона від'ємний).

За другим законом Ньютона  $\mathbf{F} = m\mathbf{a} = -e\mathbf{E}$ , прискорення електрона дорівнює  $\mathbf{a} = -e\mathbf{E}/m$ . Тому швидкість електрона у всі моменти часу після зіткнення і до наступного зіткнення дорівнює:

$\mathbf{v}_E = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t = \mathbf{v}_0 - e\mathbf{E}t/m$ , де  $\mathbf{v}_0$  - швидкість електрона у відсутності зовнішнього поля. Середня швидкість електронів дорівнює:

$\langle \mathbf{v}_E \rangle = \langle \mathbf{v}_0 - e\mathbf{E}t/m \rangle = \langle \mathbf{v}_0 \rangle - e\mathbf{E}\tau/2m$ , де  $\tau$  - середній час між зіткненнями електрона з решіткою ( коефіцієнт  $1/2$  з'являється внаслідок усереднення, так як швидкість, що набуває електрон під дією зовнішнього поля, лінійно залежить від часу ). Але  $\langle \mathbf{v}_0 \rangle$  - середня швидкість електронів в початковий момент - дорівнює нулю, тому середня швидкість електронів, що знаходяться в полі  $\mathbf{E}$ , дорівнює:  $\langle \mathbf{v}_E \rangle = e\mathbf{E}\tau/2m$ .

Тепер можна підрахувати густину струму:

$$\mathbf{j} = -en\langle \mathbf{v}_E \rangle = ne^2\tau\mathbf{E}/2m.$$

Таким чином, густина струму в кожній точці провідника пропорційна напруженості поля в цій точці. Це співвідношення називається законом Ома в диференціальній формі.

Цей закон отриманий з використанням класичної механіки, яка не може застосовуватись для пояснення мікроскопічних властивостей твердих тіл, зокрема не дозволяє обчислити середній час між зіткненнями. Але точні розрахунки і експерименти підтверджують, що густина струму пропорційна напруженості поля (для металів)  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ , де  $\sigma$  - питома провідність металу. Для інших середовищ ця залежність може бути складнішою.

Закон Ома може бути записаний у вигляді :  $\mathbf{j} = \mathbf{E} / \rho$ ,

де  $\rho$  - питомий опір провідника,  $\rho = 1/\sigma$ ,  $\sigma$ - питома електропровідність.

### 3.4. Закон Ома в інтегральній формі

Визначимо струм крізь провідник, використовуючи закон Ома в диференціальній формі. Для спрощення будемо вважати, що густина струму в усіх точках одного і того ж перерізу провідника однакова і дорівнює :

$$j = I / S.$$

Закон Ома напишемо у вигляді :  $\rho j = E$ .

Інтегруємо обидві частини цього виразу по довжині провідника  $L$  :

$$\int_0^L \rho j dL = \int_0^L E dL$$

або 
$$\int_0^L \rho (I/S) dL = \int_0^L E dL$$

Так як струм сталий, то він однаковий по всій довжині провідника, тому

$$I \int_0^L (\rho/S) dL = \int_0^L E dL,$$

де  $\int_0^L (\rho/S) dL = R$

$R$  залежить тільки від геометрії провідника та його питомого опору. Тому такий інтеграл є опором провідника. Якщо  $\rho$  і  $S$  однакові по всій довжині провідника, то опір дорівнює:

$$R = (\rho/S) \int_0^L dL = \frac{\rho L}{S}.$$

Інтеграл від напруженості по довжині провідника  $U = \int_0^L E dL$  називають напругою. Тому закон Ома в інтегральній формі можна сформулювати так: добуток сили струму в провіднику на опір провідника дорівнює напрузі на кінцях провідника  $U = IR$ .

### 3.5. Напруга. Електрорушійна сила.

В електростатичних полях постійний струм не може текти. Але з експерименту відомо, що такий струм можливий. Отже, можуть бути поля, в яких напруженість поля має не електростатичну природу. Напруженість таких полів, що зветься сторонніми, будемо позначати  $E_{стор.}$ . Очевидно, що напруженість загального електричного поля є сумою напруженості електростатичного поля  $E_e$  і  $E_{стор.}$ . Тому напруга між точками 1 і 2 провідника дорівнює:

$$U = \int_1^2 E dL = \int_1^2 (E_e + E_{стор.}) dL \quad \text{або} \quad U = \int_1^2 E_e dL + \int_1^2 E_{стор.} dL$$

Перший з цих інтегралів є різницею потенціалів між точками 1 і 2 :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_e dL$$

Другий інтеграл називається електрорушійною силою (ЕРС), що діє на цій ділянці провідника :

$$\varepsilon = \int_1^2 E_{стор.} dL.$$

Очевидно, що ЕРС чисельно дорівнює роботі, яку виконує стороннє (не електростатичне) поле по переміщенню одиничного позитивного заряду з точки 1 в точку 2 провідника. Іноді сторонні сили діють не локально, а одразу в усьому колі. З такою ЕРС на прикладі ЕРС індукції ми зустрінємось пізніше. Реальне джерело ЕРС має опір, його називають внутрішнім опором джерела  $r$ .

Таким чином, закон Ома в інтегральній формі можна сформулювати так: напруга на кінцях ділянки кола є сумою різниці потенціалів на кінцях провідника і діючої на цій ділянці кола ЕРС :

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon = A_{\text{кул.}} / q + A_{\text{стор.}} / q .$$

### 3.6. Правила Кірхгофа

Ці правила дають можливість розрахувати струми в розгалуженому колі постійного струму.

1 правило. Алгебраїчна сума струмів у вузлі кола дорівнює нулю :

$$\sum_{i=1}^n \pm I_i = 0$$

Наприклад, заряд, що прийшов у вузол, дорівнює (рис.43) :

$$Q(t) = Q_1(t) - Q_2(t) - Q_3(t).$$

З часом цей заряд не змінюється, тому  $dQ(t) / dt = 0$ .

Відповідно,  $dQ_1(t) / dt - dQ_2(t) / dt - dQ_3(t) / dt = 0$ .

Тобто сума струмів дорівнює нулю :  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ . Це правило є наслідком закону збереження електричного заряду.

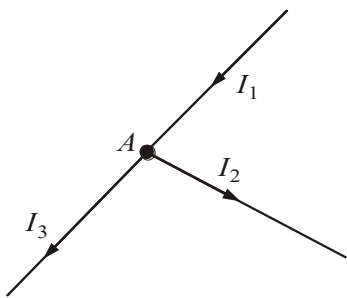


Рис.43

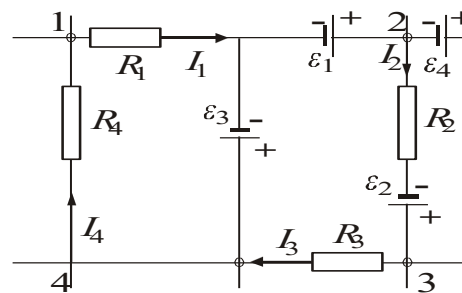


Рис.44

2 правило. В довільному замкненому колі сума ЕРС дорівнює сумі добутків сили струму на кожній ділянці на опір цієї ділянки :

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i$$

Розглянемо довільне замкнене коло 1-2-3-4 (рис.44). Напряга в цьому колі від точки 1 до точки 1(крізь точки 2-3-4) дорівнює сумі напруг на окремих ділянках кола:  $U = U_{12} + U_{23} + U_{34} + U_{41}$ .

Згідно закону Ома:  $U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ .

Тоді  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = U_{12} + U_{23} + U_{34} + U_{41}$ , але

$U_{12} = I_1 R_1$ ,  $U_{23} = I_2 R_2$ ,  $U_{34} = I_3 R_3$ ,  $U_{41} = I_4 R_4$ .

Зробивши ці заміни, отримаємо друге правило:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i$$

Застосовувати правила Кірхгофа потрібно в такій послідовності.

1. Довільно позначити напрями струмів. На кожній нерозгалуженій ділянці кола ставимо одну стрілку.
2. Записати 1 правило Кірхгофа для всіх вузлів схеми.
3. Записати 2 правило Кірхгофа для необхідної кількості замкнених контурів (повна кількість рівнянь повинна дорівнювати рівній кількості всіх невідомих струмів). Якщо обраний напрям обходу контуру збігається з обраним напрямом струму, то відповідна напруга  $IR$  береться із знаком "+", якщо ні - зі знаком "-". Якщо за напрямом обходу контуру доводиться проходити крізь ЕРС від "-" до "+", то ця ЕРС вважається додатною.
4. Всі ЕРС та всі опори повинні входити в систему рівнянь.
5. Якщо при розв'язку системи рівнянь для якихось струмів їх значення будуть від'ємні, це означає, що напрям цього струму треба змінити на протилежний раніше позначеному.

### 3.7. Закон Джоуля - Ленца

При проходженні заряду  $Q$  з точки 1 в точку 2 ділянки кола над зарядом виконується робота:

$$A = \int_1^2 QEdl = Q \int_1^2 Edl = QU$$

Потужність  $P$ , що розвивається на цій ділянці кола, дорівнює роботі, виконаній за одиницю часу:

$$P = dA / dt = (dQ / dt) U.$$

Але  $dQ / dt = I$  - це струм у колі. Тому потужність - це добуток струму на напругу:

$$P = IU.$$

Потужність струму може витрачатись по-різному, наприклад, на виконання провідником механічної роботи (електродвигуни), на хімічні процеси (гальваніка), на випромінювання електромагнітних хвиль (антени), на нагрівання провідника. Якщо вся робота використовується тільки на нагрівання провідника, і на цій ділянці кола немає ЕРС, то напруга на кінцях провідника дорівнює різниці потенціалів, теплова потужність дорівнює

$P = IU$ , а кількість теплоти  $Q$ , що виділяється в провіднику за час  $t$  :

$$Q = UIt.$$

Враховуючи закон Ома, теплову потужність можна записати так :

$$P = UI = I^2R = U^2/R.$$

Вирази для теплової потужності і кількості теплоти називають законом Джоуля - Ленца.

Якщо сила струму залежить від часу, то кількість тепла, що виділяється в провіднику за час  $t_0$ , дорівнює:

$$Q = \int_0^{t_0} P(t)dt = \int_0^{t_0} I^2Rdt$$

### 3.8. Послідовне та паралельне з'єднання провідників

#### Паралельне з'єднання.

В схемі на рис.45 а для вузла А згідно 1 правила Кірхгофа маємо:

$I = I_1 + I_2$ . Згідно 2 правила Кірхгофа для контурів МАДК і МВСД, відповідно, маємо:  $\varepsilon = I_1 R_1$ ,  $\varepsilon = I_2 R_2$ . Розв'язуючи ці три рівняння з трьома невідомими, отримаємо:

$$I = \varepsilon [(1/R_1) + (1/R_2)] = \varepsilon / R_0, \text{ де } 1/R_0 = (1/R_1) + (1/R_2)$$

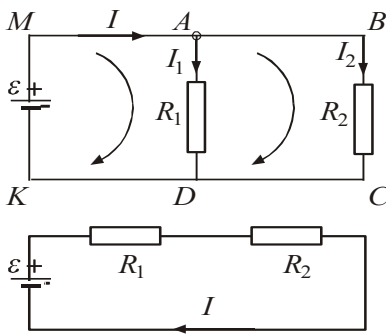


Рис. 45

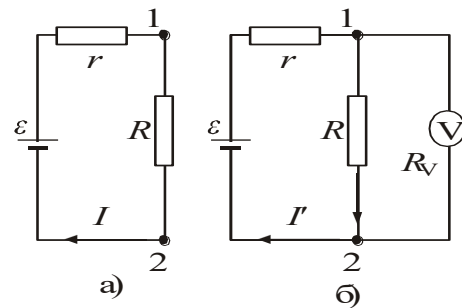


Рис. 46

#### Послідовне з'єднання провідників.

За другим правилом Кірхгофа  $IR_1 + IR_2 = \varepsilon$  (див. рис.45б). Звідки струм в колі дорівнює:  $I = \varepsilon / (R_1 + R_2) = \varepsilon / R_0$ .

Таким чином, два послідовно з'єднаних опори  $R_1$  і  $R_2$  еквівалентні одному, що дорівнює їх сумі  $R_0 = R_1 + R_2$ .

### 3.9. Вимірювання струму та напруги

Підрахуємо, чому дорівнює різниця потенціалів між точками 1 і 2 в колі на рисунку 46а. За другим правилом Кірхгофа:  $Ir + IR = \varepsilon$ .

Звідки  $I = \varepsilon / (r + R)$ ,  $\varphi_1 - \varphi_2 = IR = \varepsilon R / (r + R)$ .

Вольтметр має свій внутрішній опір  $R_V$  (рис.46б). Тому струм в колі після його підключення змінюється і дорівнює:

$$I_1 = \varepsilon / (r + RR_V / (R + R_V)).$$

Отож після підключення вольтметра різниця потенціалів між точками 1 і 2 буде мати інше значення:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = [\varepsilon R / (r + R / (R/R_V + 1))] 1 / (R/R_V + 1)$$

Із порівняння дійсної різниці потенціалів з тією, що покаже вольтметр, бачимо, що вони будуть однаковими, якщо внутрішній опір вольтметра  $R_V$ , буде нескінченно великим.

Струм в колі на рисунку 47а дорівнює:  $I = \varepsilon / (R + r)$

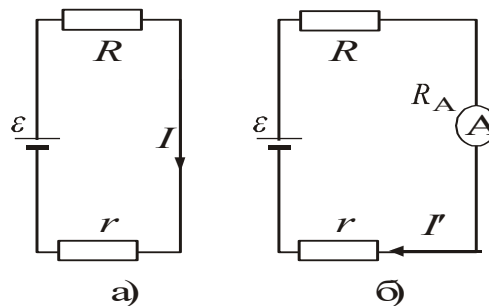


Рис.47

Після увімкнення амперметра (рис.47 б) струм дорівнює:

$$I_1 = \varepsilon / (R + r + R_A), \text{ де } R_A - \text{внутрішній опір амперметра.}$$

Таким чином, ідеальний амперметр повинен мати нескінченно маленький внутрішній опір, тоді  $I = I_1$ .

### 3.10 Коефіцієнт корисної дії джерела струму.

Електричне коло, як правило складається з джерела струму, навантаження і дротів, що підводять струм. Кожний з елементів кола має опір. Опір дротів, як правило малий і їм можна нехтувати. Тому сила струму в повному колі за законом Ома дорівнює:

$I = \varepsilon / (R + r)$ , де  $R$  – повний опір навантаження,  $r$  – опір джерела струму.

Напруга на навантаженні  $U = I \cdot R = R \cdot \varepsilon / (R + r) < \varepsilon$ .

При  $R = \infty$  (коло розімкнуте)  $U = \varepsilon$ , тобто напруга на затискачах розімкнутого джерела дорівнює його ЕРС.

Напишемо роботу джерела над зарядом в замкнутому колі:  $dA = \varepsilon \cdot dq$ . Поділивши цю роботу на час  $dt$ , отримаємо потужність, яку розвиває джерело струму:  $P = dA/dt = \varepsilon \cdot dq/dt = \varepsilon \cdot I$  або  $P = \varepsilon \cdot I$ .

Якщо підставити силу струму, то  $P = \varepsilon^2 / (R + r)$ . Це повна потужність, що виділяється у всьому колі.

На навантаженні виділяється лише частина цієї потужності:  $P_K = R \cdot I^2$ . Це корисна потужність. Інша потужність втрачається на дротах, що підводять струм.

Відношення корисної потужності до всієї потужності в колі визначає коефіцієнт корисної дії джерела струму:

$$\eta = P_K / P = R / (R + r).$$

Таким чином, ККД буде тим більше, чим більшим буде опір навантаження в порівнянні з опором джерела струму. Тому опір джерела роблять якомога меншим.

Потужність в колі залежить від опору навантаження. При короткому замиканні ( $R = 0$ ) потужність максимальна, але вона виділяється в самому джерелі. Коли  $R$  збільшується, повна потужність  $P$  зменшується ( $P \rightarrow 0$  при  $R \rightarrow \infty$ ).

Якщо взяти похідну від виразу корисної потужності та прирівняти її нулю, то отримаємо, що корисна потужність буде максимальною при  $R = r$ . Таким чином, щоб отримати найбільшу потужність від джерела треба взяти опір навантаження рівним опором джерела струму. В цьому випадку коефіцієнт корисної дії:  $\eta = 0,5$ .

### 3.11 Квазістаціонарні струми

В електричних колах сила струму та падіння напруги можуть у загальному випадку змінюватись в часі, тому необхідно визначити, за яких умов можна використовувати закони, які були встановлені для постійного струму, а за яких ні. Досліди та теорія показують, що закони постійного струму можна використовувати, якщо зміна сили струму в колі відбувається досить повільно. Тобто сила струму, що проходить через будь-який елемент ланцюга, в даний момент часу однакова для всіх елементів. Майже всі технічні змінні струми є квазістаціонарними.

Прикладом квазістаціонарного процесу може бути процес зарядки і розрядки конденсатора. Розглянемо цей процес за допомогою кола (RC-коло), що зображене на рис. 48, яке містить джерело струму з постійною ЕРС  $\varepsilon$ , активний опір  $R$ , конденсатор  $C$  та ключ  $K$ . У положенні 1 (рис. 48) ключа  $K$  („зарядження“) відбувається зарядка конденсатора через значний активний опір  $R$  до значення ЕРС джерела струму. При перемиканні ключа в положення 2 відбувається розрядка конденсатора через той же активний опір.

Визначимо залежність заряду від часу  $q(t)$  та сили струму  $I(t)$  в процесі зарядки конденсатора. Для цього застосуємо другий закон Кірхгофа до кола  $\varepsilon$  RC  $\varepsilon$ . Згідно з законом сума падінь напруги у замкненому колі дорівнює сумі всіх ЕРС, що є в контурі. Вважаючи внутрішній опір джерела струму малим, маємо:

$$RI + U = \varepsilon,$$

Де  $U = \frac{q}{C}$  – падіння напруги на конденсаторі. Враховуючи, що  $I = \frac{dq}{dt}$ ,

можемо записати:

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon$$

Приведемо це рівняння до зручної для подальшого інтегрування форми.

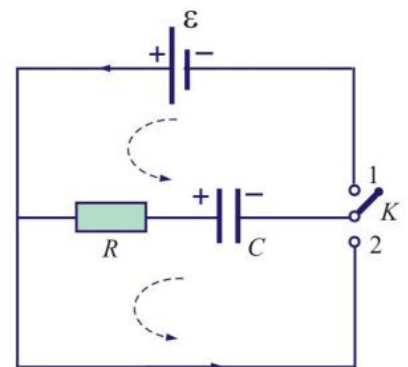


Рис 48

$$\frac{dq}{\varepsilon C - q} = \frac{dt}{RC}$$

Якщо врахувати, що за проміжок часу від 0 до  $t$  заряд зростає від 0 до  $q$ , то інтегрування попередньої формули запишеться у вигляді:

$$\int_0^q \frac{dq}{\varepsilon C - q} = \int_0^t \frac{dt}{RC}$$

Після інтегрування та підстановки меж інтегрування отримаємо рівняння

$$\ln\left(\frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C}\right) = -\frac{t}{RC},$$

з якого після експонування одержимо закономірність зміни заряду в часі  $q(t)$  при зарядженні конденсатора у вигляді

$$q(t) = \varepsilon C(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Аналізуючи отриману залежність, можемо побачити, що при  $t = 0$  заряд  $q = 0$ , а при  $t \rightarrow \infty$  заряд  $q_0 \rightarrow \varepsilon C$ . В останньому випадку значення напруги на конденсаторі зростає до значення  $\varepsilon$ .

Зміну сили струму в часі можна одержати, якщо знайти похідну від заряду за часом, тобто

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

де  $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$  - початкове значення струму при  $t = 0$ . З отриманої залежності випливає, що сила струму зменшується з часом за експонентою (релаксує). На графіку, наведений на рис. 49 процесу розрядження відповідає крива I. Бачимо, що через проміжок часу  $t = T = RC$  сила струму зменшиться в  $e = 2,72$  рази і стане рівною  $I = \frac{I_0}{e}$ .

При розрядженні конденсатора (ключ К в положенні 2 „розрядження”) джерело струму від’єднане, тому друге правило Кірхгофа набуде вигляду:

$$RI + U = 0$$

Аналогічно до попереднього розгляду отримаємо для заряду:

$$q(t) = \varepsilon C e^{-\frac{t}{RC}} = q_0 e^{-\frac{t}{RC}},$$

де  $q_0 = \varepsilon C$  початковий заряд конденсатора при  $t = 0$ . Відповідно, залежність для струму розрядження конденсатора від часу буде мати вигляд:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Порівнюючи вирази для струмів заряджання та розряджання конденсатора, бачимо, що залежності струму мають однакову (експоненціальну) залежність, але напрямки струму в цих процесах протилежні. Процесу розрядки на рис. 49 відповідає крива II.

У випадку розряджання конденсатора проміжок часу  $T = RC$  є час, за який сила струму зростає в  $e = 2,72$  рази.. Цей проміжок часу має назву сталої часу даного контуру і в СІ вимірюється в секундах.

### 3.12. Класична електронна теорія металів.

Електронна теорія пояснює різні властивості речовини існуванням і рухом в ній електронів. В основі електронної теорії металів лежать уявлення про електронний газ, який складається з вільних електронів. В основу теорії покладені положення теорії німецького фізика Друде (1900 р.), яку потім вдосконалив Лоренц.

Основні положення теорії:

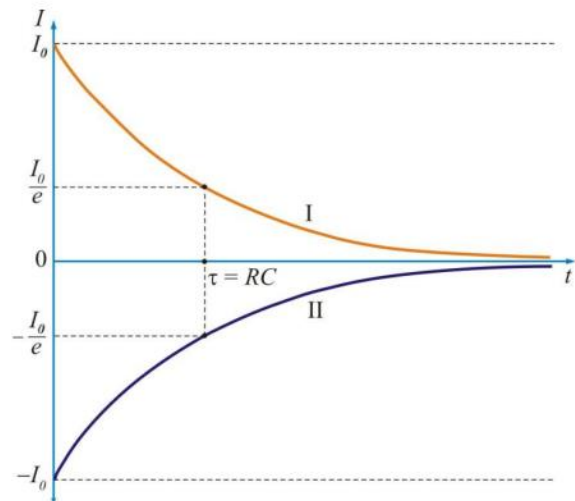


Рис. 49

1) метал являє систему іонів, які утворюють кристалічну решітку, і здійснюють теплові коливання біля вузлів цієї решітки, і електронів, що вільно рухаються між позитивними іонами;

2) електронний газ вважається ідеальним, тобто електрони взаємодіють тільки з іонами решітки, а взаємодією між електронами можна знехтувати;

3) такий електронний газ повинен підпорядковуватись всім законам ідеального газу. Зокрема, закону рівного розподілу енергії за ступенями вільності, згідно з яким середня кінетична енергія теплового руху, що припадає на кожний ступінь вільності, дорівнює  $\frac{1}{2}kT$ .

Вважається, що електронний газ перебуває в термодинамічній рівновазі з кристалічною решіткою. Оскільки вільний електрон має три ступеня вільності, то середня кінетична енергія теплового руху, що припадає на один електрон,

дорівнює:  $\frac{mv^2}{2} = \frac{3kT}{2}$ , де  $v$  – середня квадратична швидкість,  $m$  – маса електрона. Також вважається, що середня довжина вільного пробігу електрона не залежить від його швидкості.

4) внаслідок хаотичного руху електронів при відсутності зовнішнього електричного поля немає ніякого домінуючого напрямку їх перенесення. При наявності електричного поля у провіднику на тепловий рух електронів накладається “дрейф” у напрямку, протилежному до напрямку напруженості електричного поля.

5) вважається, що електрон набуває енергію впорядкованого руху тільки на шляху свого вільного пробігу. Зіткнення електрона з іоном непружне, тобто при зіткненні електрон передає іону енергію дрейфуючого руху. Внаслідок чого температура кристалічної решітки підвищується, тобто виділяється теплота Джоуля-Ленца.

Класична електронна теорія дала пояснення багатьом експериментальним законам і співвідношенням. Зокрема був теоретично обґрунтований закон Відемана - Франца. На основі дослідних даних німецькі фізики Г. Відеман та Р. Франц встановили, що відношення питомої теплопровідності к металів до їх питомої електропровідності  $\sigma$  при однаковій температурі є сталою величиною. З часом, вони довели, що при зміні температури металів це відношення змінюється пропорційно  $T$ :

$\kappa/\sigma = A \cdot T$ , де  $A$  – коефіцієнт пропорційності. Відеман і Франц визначили значення коефіцієнта  $A = 3(k/e)^2$ , яке збігалось з експериментальним значенням, і довели, що для значення  $A$  немає залежності від природи металу.

Класична електронна теорія має певні недоліки, які не зменшують її цінності як класичної теорії. Теорія не змогла пояснити:

1) явище надпровідності, тобто зникнення опору провідників при низьких температурах;

2) відсутність теплоємності у електронного газу. Теорія не змогла також пояснити температурну залежність теплоємності металів.

3) незрозуміло, чому середній пробіг електронів в металах в сотні разів більший, ніж його значення з теоретичних розрахунків. Таку “прозорість” металів для електронів неможливо пояснити в рамках класичної теорії.

Відомо, що концентрація вільних електронів у міді  $n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ , і питомий опір  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  при  $t = 20^\circ\text{C}$ . Якщо підставити ці величини, отриману раніше величину теплової швидкості електронів  $v \approx 105 \text{ м/с}$ , та заряд і масу електрона у формулу для середнього пробігу електрона, то виходить пробіг  $\langle \lambda \rangle \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ . Позаяк відстань між атомами в міді  $d = 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ , то виходить, що електрон без зіткнень проходить у середньому

півтора десятка іонів, які трапляються на його шляху. В класичній концепції електронного газу цього не можна збагнути, адже атоми в твердому тілі розміщені дуже щільно, практично впритул. Таку прозорість металів для електронів неможливо пояснити в рамках класичної теорії.

Істотні розбіжності між класичною теорією та дослідом існують і щодо температурної залежності опору металевих провідників  $\rho(T)$ . Згідно з формулами класичної теорії питомий опір має бути прямо пропорційним величині  $\sqrt{T}$ , але насправді експеримент показує, що в широкому температурному інтервалі залежність  $\rho(T)$  є лінійною.

Обмеженість класичної теорії електропровідності пояснюється тим, що електрони в металі не можна розглядати як матеріальні точки, підпорядковані законам класичної фізики. Як з'ясувалося, електрони в атомах мають складні *квантові* властивості, і їхній рух у твердому тілі радше нагадує не рух кульок, а поширення хвиль. При цьому виявляється, що перешкоду упорядкованому рухові електронів у провіднику, тобто опір, створюють не самі іони, а дефекти кристалічної структури - різні порушення строгої періодичності в розташуванні іонів у вузлах кристалічної ґратки. Такими можуть бути відсутність іонів у деяких вузлах ґратки, їх заміщення чужорідними атомами, розташування власних чи чужорідних атомів у міжвузлях, з рештою, і тепловий рух атомів. В оптиці подібні дефекти середовища є причиною розсіяння світла (розсіяння фотонів). Відповідно, взаємодію носіїв із дефектами структури провідника називають *розсіюванням носіїв струму*.

Кількість дефектів у провіднику є набагато меншою за кількість власних атомів, а відстань між ними, відповідно, більшою. Це пояснює аномально велику як для класичної теорії, довжину вільного пробігу носіїв струму. Квантова теорія правильно пояснює й інші властивості провідників, зокрема передбачає лінійну залежність опору від температури і пояснює явище надпровідності.

Квантова теорія твердого тіла дала пояснення цим властивостям металів, а також властивостям кристалічних діелектриків і напівпровідників.

### 3.13. Основи квантової теорії металів.

Властивості металів значною мірою визначаються станом електронів провідності, тобто електронів, здатних переміщуватись у металі під дією незначних напруженостей електричного поля. В класичній теорії металів вважалось, що електрони провідності можуть приймати будь-які значення енергії. Згідно квантової теорії енергія електронів в кристалічних тілах, зокрема в металах, так як і енергія електрона в атомі, квантується. Це означає, що енергія може приймати певні дискретні значення, розділені кінцевими проміжками, які називають рівні енергії. Дозволені рівні енергії об'єднуються в зони.

Щоб зрозуміти походження зон, розглянемо уявний процес об'єднання атомів в кристал. Нехай спочатку є  $N$  ізольованих однакових атомів якої-небудь речовини. Кожний електрон будь-якого атома має одне з дозволених значень енергії, тобто займає один з дозволених енергетичних рівнів. В основному, незбудженому стані атома сумарна енергія електронів має мінімальне можливе значення. Тому, здавалося б, всі електрони повинні перебувати на найнижчому рівні.

Проте електрони підкоряються принципу *заборони Паулі*, який свідчить, що *в будь-якій квантовій системі (атомі, молекулі, кристалі і т. д.) на кожному енергетичному рівні може перебувати не більше двох електронів, причому власні моменти (спіни) електронів, що займають одночасно один і той же самий рівень, повинні мати протилежні напрями.*

Отже, на найнижчому рівні атома може розміститися лише два електрони, інші заповнюють попарно більш високі рівні.



На рис. 50 показано розміщення електронів по рівнях в основному стані атома, який має 5 електронів. Схема рівнів зображена умовно, без дотримання масштабу. Електрони позначені кружечками зі стрілкою. Різні напрями стрілок відповідають протилежним напрямкам спінів (власних механічних моментів електронів).

Рис.50

Поки атоми ізольовані один від одного, вони мають повністю співпадаючі схеми енергетичних рівнів. Заповнення рівнів електронами здійснюється в кожному атомі незалежно від заповнення аналогічних рівнів в інших атомах. У міру зближення атомів між ними виникає взаємодія, яка, посилюючись, призводить до зміни положення рівнів. Замість одного однакового для всіх  $N$  атомів рівня виникають  $N$  дуже близьких, але не співпадаючих рівнів.

Таким чином, кожний рівень ізольованого атома розщеплюється в кристалі на  $N$  густо розташованих рівнів, що створюють *смугу* або *зону*.

Величина розщеплювання для різних рівнів не однакова. Рівні, заповнені в атомі більш близькими до ядра (внутрішніми) електронами, збурюються менше, ніж рівні, заповнені зовнішніми електронами. При достатньо малих відстанях між атомами може відбутися перекриття зон, що відповідають двом сусіднім рівням атома. Число рівнів в такій зоні, що злилася, дорівнює сумі кількостей рівнів, на які розщеплюються обидва рівні атома.

Взаємодіючі атоми є єдиною квантовою системою, в межах якої діє принцип заборони Паулі. Отже,  $2N$  електронів, які заповнювали якийсь рівень в ізольованих атомах, розмістяться в кристалі попарно (з протилежними спінами) на  $N$  рівнях відповідної смуги.

Нижні, утворені слабо розщепленими рівнями зони, заповнюються електронами, кожний з яких і в кристалі не втрачає міцного зв'язку зі своїм атомом. Ці зони і електрони, що їх заповнюють, надалі нас не цікавлять.

Дозволені значення енергії валентних електронів в кристалі об'єднуються в зони, розділені проміжками, в яких дозволених значень енергії немає. Ці проміжки називаються **забороненими зонами**. Ширина дозволених і заборонених зон не залежить від розмірів кристала. Таким чином, чим більше атомів містить кристал, тим тісніше розташовуються рівні в зоні. Ширина дозволених зон має величину порядку декількох електронвольт.

Отже, якщо кристал містить 1023 атомів, відстань між сусідніми рівнями в зоні складає  $\sim 10$  еВ. При абсолютному нулі енергія кристала повинна бути мінімальною. Тому валентні електрони заповнюють попарно нижні рівні дозвільної зони, що виникла з того рівня, на якому знаходяться валентні електрони в основному стані атома (її називають **валентною зоною**). Більш високі дозвільні зони будуть вільні від електронів.

Розподіл енергії електрона для обмеженого металу зображено на енергетичній діаграмі (рис. 51). За нульовий рівень прийнято енергію вільного електрона поза металом з нульовою кінетичною енергією.

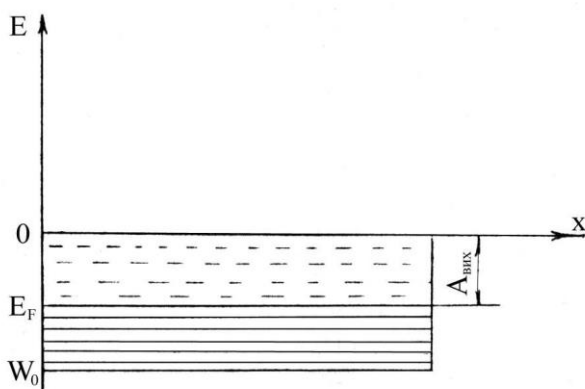


Рис. 51

Енергетичні рівні електронів позначені тонкими суцільними горизонтальними лініями, що заповнюють інтервал енергій від дна потенціальної ями  $W_0$  до енергії  $E_F$  – це рівень енергії Фермі (максимальна кінетична енергія, яку може мати електрон при  $T = 0$  К).

### Розподіл енергії електронів у металах.

Електрони провідності не можуть самостійно покинути метал. Для виходу за межі металу електронам, що знаходяться в потенціальній ямі на різних рівнях енергії необхідно надати різну енергію. Мінімальна кінетична

енергія, необхідна для видалення електрона з металу, називається *роботою виходу електрона* з металу у вакуум при  $T = 0 \text{ K}$ .

$$A_{\text{вих}} = W_0 - E_F$$

При температурі  $T$  електрони знаходяться у тепловому русі, тому до їх енергії Фермі  $E_F$  додається ще деяка тепла енергія. Робота виходу значною мірою залежить від стану поверхні металу. Рівень енергії Фермі при нагріві металу аж до розплавлення практично не змінюється, але при цьому виникає деяке число (невеликий відсоток) швидких електронів, які здатні виконати роботу виходу і таким чином вийти з металу.

Розглянемо природу сил, що перешкоджають виходу електрона з металу, створюючи на шляху виходу певний потенціальний бар'єр. Окремі електрони провідності, метал. Тому метал буде огорнутий електронною хмарою. Безпосередньо під поверхнею металу виникає позитивно заряджений шар (рис. 52). Цей шар і електронна хмара утворюють своєрідний конденсатор з різницею потенціалів  $U$ .

Електрон, що виходить з металу, повинен виконати роботу  $A = eU$ . Взаємодія електронів з іонами всередині провідника і в межах подвійного шару протидіє виходу електронів з металу. Електрон, який вилітає за межі металу, індукує на його поверхні позитивний заряд. Внаслідок цього між електроном і металом виникає сила притягання, величину якої можна знайти за допомогою

*методу дзеркальних зображень.*

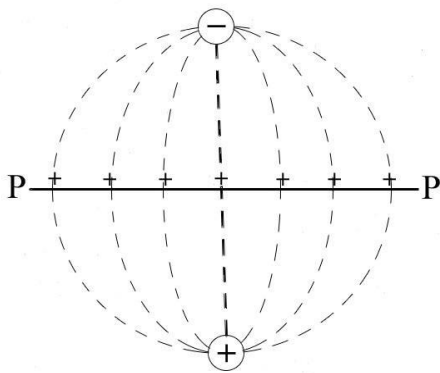


Рис.52.

Дія розподіленого по поверхні провідника індукованого заряду еквівалентна дії рівного за величиною додатного заряду, що є дзеркальним відображенням електрона у площині  $PP$  (рис.52).

Рухаючись всередині металу з великими швидкостями, електрони можуть перетинати поверхню металу і віддалятися на малі відстані.

При виході електрона з нейтрального провідника останній заряджається позитивно. Кулонівські сили взаємодії цих зарядів намагаються повернути електрон.

Ці фізичні процеси і визначають роботу виходу  $A_{\text{вих}}$ .

При кімнатній температурі практично усі вільні електрони «зачинені» в межах провідника і в наявності лише невелика кількість електронів, енергія яких виявляється достатньою, щоб подолати потенціальний бар'єр і вийти з металу. Однак електронам можна надати різними способами додаткову енергію. У цьому випадку частина електронів металу отримує можливість покинути метал, тобто матиме місце випромінювання електронів, так звана електронна емісія.

В залежності від того, у який спосіб надавати електронам енергію розрізняють типи електронної емісії. Якщо електрони отримують енергію за рахунок теплової енергії тіла при підвищенні його температури, говорять про термоелектронну емісію. Якщо енергія підводиться світлом, має місце явище фотоемісії. Якщо енергія надається електронам при бомбардуванні ззовні якимись іншими частинками, спостерігають вторинну емісію.

Для спостереження термоелектронної емісії можна використати вакуумну лампу, що містить два електроди: катод, що розжарюється струмом, і холодний електрод, що збирає термоелектрони – анод. Такі лампи називаються вакуумними діодами.

На рис. 53 зображено схему під'єднання такого діоду. Струм у цьому колі з'являється лише у тому випадку, коли додатній полюс батареї під'єднано до анода, а від'ємний – до катода. Це підтверджує, що катод випромінює від'ємні частинки – електрони.

Сила термоелектронного струму у діоді залежить від потенціалу анода відносно катода. Крива, що зображає залежність сили струму у діоді від анодної напруги, називається вольт-амперною характеристикою.

На рис.54 показані вольт-амперні характеристики діода при різних температурах катода. Коли потенціал анода дорівнює нулю, сила струму мала, вона визначається лише самими швидкими електронами, які здатні досягти анода. При збільшенні додатного потенціалу анода сила струму зростає. При досягненні насичення сила струму практично стає незалежною від анодної напруги.

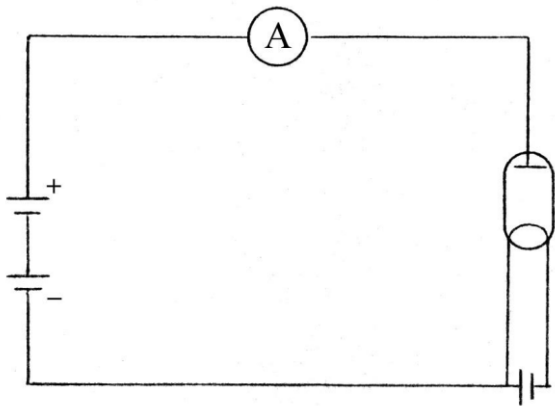


Рис.53. Схема під'єднання діода

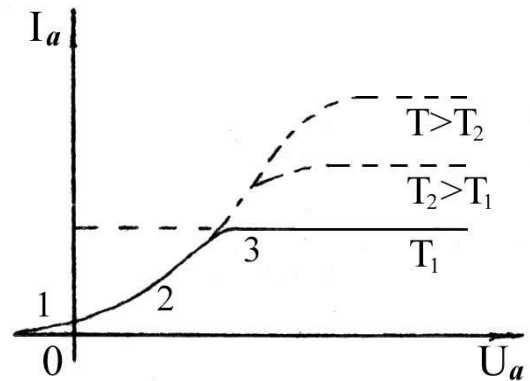


Рис.54. Вольт - амперні характеристики діода

При збільшенні температури катода зростає і значення струму, при якому досягається насичення. Одночасно збільшується і та анодна напруга, при якій струм досягає насичення.

Таким чином, вольт – амперна характеристика діода виявляється нелінійною, тобто не виконується закон Ома. Це пояснюється тим, що при термоелектронній емісії біля поверхні катода утворюється достатньо велика густина електронів. Вони утворюють об'ємний від'ємний заряд, і електрони, що вилітають з малими швидкостями, не можуть його проскочити. Зі збільшенням анодної напруги концентрація електронів у хмарі просторового заряду зменшується. Тому і гальмуюча дія просторового заряду знижується, а анодний струм зростає зі збільшенням анодної напруги нелінійно.

Теоретично залежність анодного струму від анодної напруги на ділянці 1-2 (рис.54) була отримана Ленгмюром і Богуславським, вона називається ще “законом трьох других”:

$$I_{\alpha} = A \cdot U_0^{3/2} . \quad (3.1)$$

Зростання анодної напруги призводить до того, що все більша частина електронів, які вилітають з катода, досягають анода. При певному значенні усі електрони, що вилетіли з катода за одиницю часу, досягають анода. Подальше зростання анодної напруги не може збільшити силу анодного струму, оскільки досягається насичення. Максимальний термоелектронний струм, можливий при даній температурі катода, називається струмом насичення.

При підвищенні температури збільшується швидкість хаотичного руху електрону в у металі. При цьому число електронів, здатних покинути метал, стрімко зростає. Густина струму насичення  $j_{\text{нас}}$  – сила струму на одиницю поверхні катода - вираховується за формулою Річардсона -Дешмена

$$j_{\text{нас}} = B T^2 e^{-A_{\text{вих}}/kT} , \quad (3.2)$$

де  $B$  – емісійна стала, різна для різних металів (для вольфраму  $B = 60,2 \cdot 10^4 \text{ A}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ );  $k$  – стала Больцмана,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ .

Густина струму насичення характеризує емісійну здатність катода, яка залежить від його природи і температури.

Квантова теорія електропровідності металів усуває труднощі класичної теорії в поясненні температурної залежності питомої провідності та дає узгоджену з дослідями оцінку довжини вільного перебігу електронів у металах. У квантовій теорії рух вільних електронів у металі описується на підставі рівнянь квантової механіки з урахуванням взаємодії електронів з іонною ґраткою.

У квантовій механіці рух вільного електрона розглядається як поширення деякої електронної хвилі в просторі.

**Розглянемо приклади задач.**

**Задача 1.** Знайти струми  $I_1, I_2, I_3$  в схемі зображеній на рисунку 55, де  $R_1 = 12,5 \text{ Ом}; R_2 = 17,5 \text{ Ом}; R_3 = 4,5 \text{ Ом}; \varepsilon_1 = 4,5 \text{ В}; \varepsilon_2 = 1,5 \text{ В}.$

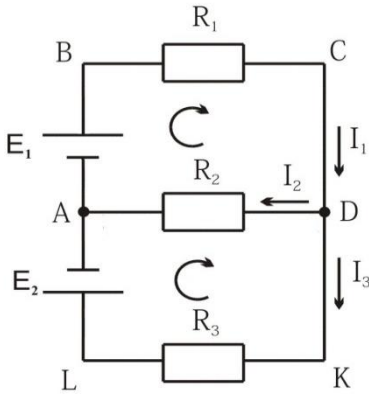


Рис.55

Розв'язання. У схемі два вузли  $A$  і  $D$ , тому ми можемо записати одне рівняння за 1-м правилом Кірхгофа, наприклад для вузла  $D$ :

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

У схемі три контури ( $ABCD$ ,  $ADKLA$  та  $ABCDKLA$ ), тому ми можемо записати 2 два рівняння за II-м правилом Кірхгофа.

Для контуру  $ABCD$ :

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \varepsilon_1$$

Для контуру  $ADKLA$ :

$$-I_2 R_2 + I_3 R_3 = -\varepsilon_2$$

Підставивши в отримані рівняння значення опорів та ЕРС отримаємо систему рівнянь.

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$12,5I_1 + 17,5I_2 = 4,5$$

$$-17,5I_2 + 4,5I_3 = -1,5$$

Розв'язавши дану систему рівнянь, маємо:

$$I_1 = 0,21 \text{ А}; I_2 = 0,11 \text{ А}; I_3 = 0,09 \text{ А}.$$

Відповідь:  $I_1 = 0,21 \text{ А}; I_2 = 0,11 \text{ А}; I_3 = 0,09 \text{ А}.$

**Задача 2.** Між точками  $A$  і  $B$  кола (рис.56) підтримують напругу  $U = 20 \text{ В}$ . Знайти струм  $i_x$  і його напрям на ділянці  $CD$ , якщо  $R = 5,0 \text{ Ом}$ .

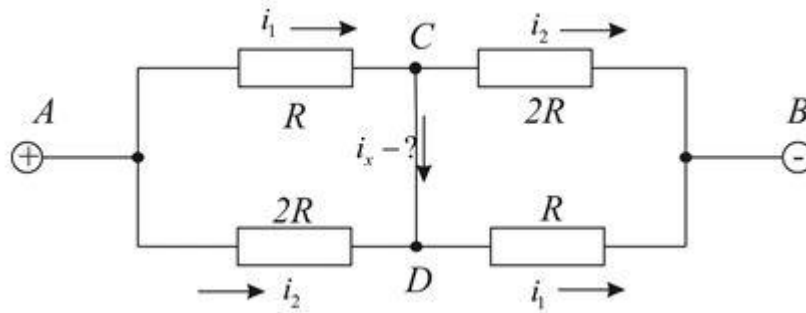
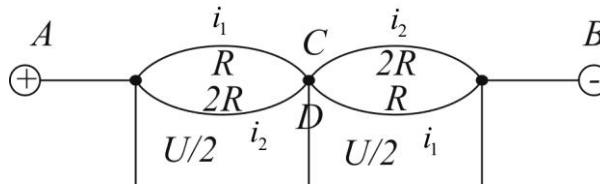


Рис.56

**Розв'язання.**

1 правило Кірхгофа для т.  $C$  і т.  $D$ :  $i_1 = i_2 + i_x$ . Тому еквівалентною схемою є:



$$i_1 = \frac{U}{2R}, \quad i_2 = \frac{U}{4R},$$

$$i_x = i_1 - i_2 = \frac{U}{4R} = 1A.$$

Напряг струму в  $CD$  – від  $C$  до  $D$ .

**Задача 3.** У схемі, що на рис.57,  $R = 100,0\text{Ом}$  і  $r = 50,0\text{Ом}$ . Знайти опір між точками  $A$  та  $B$ .

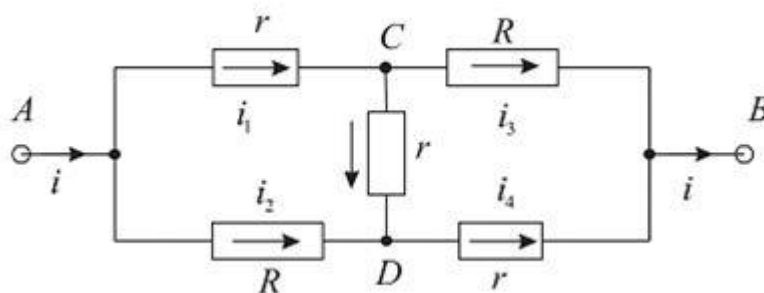


Рис.57

### Розв'язання.

У схемі, що на малюнку, маємо знайти  $R_x$  між  $A$  і  $B$ .

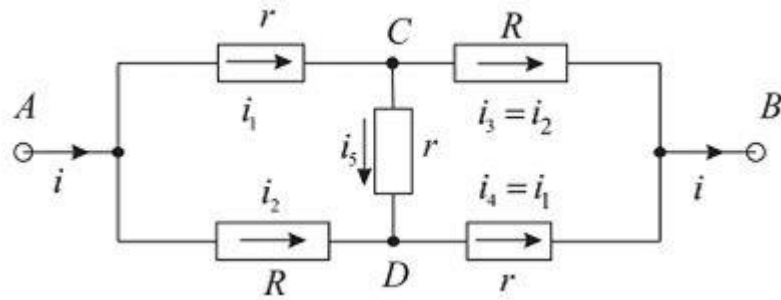


Рис.58

$$iR_x = i_1 r + i_2 R \Rightarrow R_x = \frac{i_1 r + i_2 R}{i},$$

але  $i = i_1 + i_2$ , тому

$$R_x = \frac{i_1 r + i_2 R}{i_1 + i_2} = \frac{r i_1 / i_2 + R}{i_1 / i_2 + 1} \quad (1)$$

Тепер шукаємо  $i_1 / i_2$ . Для лівого контуру за II правилом Кірхгофа:

$$i_1 r + i_5 r - i_2 R = 0; \quad (2)$$

З міркувань симетрії очевидно, що  $i_3 = i_2$ ,  $i_1 = i_4$  <sup>1</sup>.

$$\begin{cases} i = i_1 + i_2 \\ i_1 = i_5 + i_2 \\ i_1 r + i_5 r - i_2 R = 0 \end{cases}$$

З цих трьох рівнянь випливає, що  $i_1 = i_4$ ,  $i_2 = i_3$ .

Тому для ділянки  $ACDB$  (т.С) можна записати

$$i_1 = i_5 + i_2 \Rightarrow i_5 = i_1 - i_2,$$

і після внесення останнього в (2),

$$i_1 r + (i_1 - i_2) r - i_2 R = 0 \Rightarrow 2r i_1 - i_2 (r + R) = 0 \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{r + R}{2r}.$$

Підставивши останнє в (1), дістанемо

$$R_x = \frac{r(r + 3R)}{3r + R} = 70,0 \text{ Ом}.$$

**Задача 4.** На рис. 59 зображено коло постійного струму, що складається з трьох джерел струму і трьох опорів, з'єднаних послідовно. Визначити різницю потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$  між точками 1 і 2 Опором джерел струму та з'єднувальних проводів знехтувати.

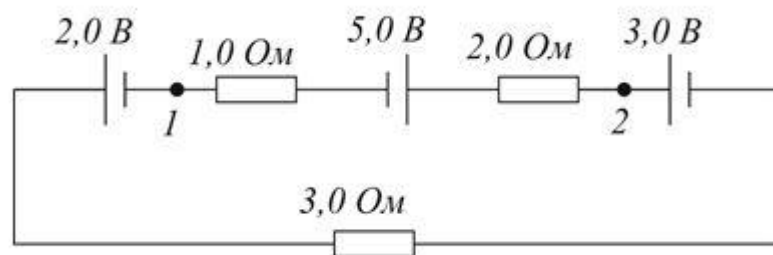


Рис.59

**Розв'язання.**

Напрямок струму  $I$  - за напрямом більшої ЕРС. Його величина

$$I = \frac{-2 + 5 - 2}{1 + 2 + 3} = \frac{1}{6} \text{ А}.$$

За узагальненим законом Ома для неоднорідної ділянки кола 1-2:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + 5}{1 + 2} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + 5}{3} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = -4,5 \text{ В}.$$

**Задача 5.** У схемі рис.60  $\mathcal{E}_1 = 1,0 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 2,5 \text{ В}$ ,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ . Знайти різницю потенціалів  $\varphi_A - \varphi_B$  між обкладинками конденсатора  $C$ .

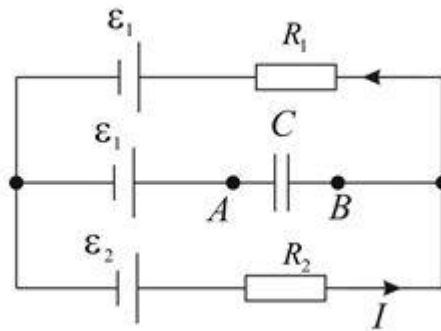


Рис.60

**Розв'язання.**

Згідно закону Ома, маємо:

$$I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \varphi(0) - \varphi_B = IR_2 - \mathcal{E}_2 & (2) \\ \varphi(0) - \varphi_A + \mathcal{E}_1 = 0, \text{ або} \\ \varphi(0) - \varphi_A = -\mathcal{E}_1 & (3) \end{cases}$$

Віднімемо (3) від (2) і, врахувавши (1), маємо:

$$\begin{aligned} \varphi_A - \varphi_B &= R_2 \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_1 + R_2} - (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1) \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - 1 \right) = \\ &= (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1) \frac{R_2 - R_1 - R_2}{R_1 + R_2} = -\frac{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)R_1}{R_1 + R_2} = -0,5 \text{ В.} \end{aligned}$$

**Задача 6.** Конденсатор ємності  $C = 5,00 \mu\text{Ф}$  приєднується до джерела постійної ЕРС  $\mathcal{E} = 200 \text{ В}$  (рис. 61). Потім перемикач  $\Pi$  перевели з контакту 1 на контакт 2. Знайти кількість тепла, виділеного на опорі  $R_1 = 500 \text{ Ом}$ , якщо  $R_2 = 330 \text{ Ом}$ .

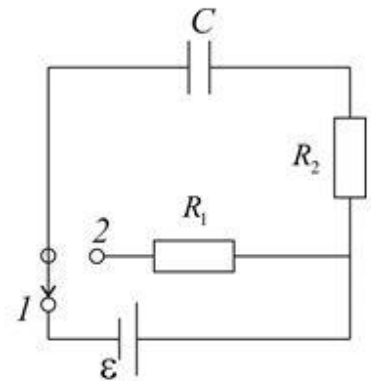


Рис.6

### Розв'язання.

Очевидно,

$$\frac{C\varepsilon^2}{2} = Q_1 + Q_2 = R_1 \int I^2 dt + R_2 \int I^2 dt,$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}; \quad Q_2 = Q_1 \frac{R_2}{R_1},$$

$$\frac{C\varepsilon^2}{2} = Q_1 + Q_2 = Q_1 + Q_1 \frac{R_2}{R_1} = Q_1 \frac{R_1 + R_2}{R_1},$$

$$Q_1 = \frac{R_1 2C\varepsilon^2}{R_1 + R_2} = 62,5 \text{ мДж}.$$

**Задача 7.** У мідному провіднику довжина якого  $l = 2$  м, а площа поперечного перерізу якого  $S = 0,4$  мм<sup>2</sup>, проходить струм. При цьому кожної секунди виділяється  $Q = 0,35$  Дж теплоти. Скільки електронів  $n$  проходить за час  $t = 1$  с через поперечний переріз цього провідника?

### Розв'язання.

Опір провідника визначається за формулою:

$$R = \frac{\rho l}{S}, \text{ де } \rho \text{ – питомий опір провідника (для міді } \rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}).$$

Кількість теплоти, яка виділяється в провіднику за час  $t$  визначається законом Джоуля-Ленца:  $Q = I^2 R t$

Сила сталого струму  $I$  зв'язана з зарядом  $q$ , що проходить по провіднику співвідношенням:

$$I = \frac{q}{t}$$

Кількість електронів можна визначити, поділивши заряд  $q$  на заряд електрона  $e$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл).

$$n = \frac{q}{e}$$

З наведених співвідношень отримуємо:

$$n = \sqrt{\frac{QtS}{e^2 \rho l}}$$

Підставляючи чисельні значення, маємо:

$$n = 1,26 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}$$

Відповідь:  $n = 1,26 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}$ .

**Задача 8.** Струм в провіднику змінюється за законом  $I = 4 + 2t$ , де  $I$  – в амперах, а  $t$  – в секундах. Яка кількість електрики  $q$  проходить через поперечний переріз провідника за час від  $t_1 = 2$  с до  $t_2 = 6$  с? Яким має бути сталий струм  $I_0$ , щоб через поперечний переріз провідника за той же час проходила така ж кількість електрики?

#### **Розв'язання.**

За визначенням, сила струму  $I = dq/dt$ , звідки  $dq = I dt$ .

Підставляємо вираз для сили струму з умови задачі та інтегруємо, тоді отримуємо:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} (4 + 2t) dt = 4t + t^2 \Big|_{t_1}^{t_2} = 4(t_2 - t_1) + t_2^2 - t_1^2$$

Підставимо чисельні значення:

$$q = 4(6 - 2) + 6^2 - 2^2 = 48 \text{ Кл}$$

Якщо сила струму стала, тоді  $I_0 = q/t$ , де  $t = t_2 - t_1 = 4$  с.

Підставимо чисельні значення:

$$I_0 = \frac{48}{4} = 12 \text{ А}$$

Відповідь:  $q = 48$  Кл,  $I_0 = 12$  А.

**Задача 9.** Елемент живлення, який має ЕРС  $\mathcal{E} = 1,1$  В, та внутрішній опір  $r = 1$  Ом, замкнено на зовнішній опір  $R = 9$  Ом. Знайти струм  $I$  у колі, падіння напруги  $U$  в зовнішньому колі та падіння напруги  $U_r$  всередині елемента. Який ККД має елемент?

**Розв'язання.**

Струм  $I$  у колі знайдемо за законом Ома для замкненого кола:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Підставимо чисельні значення:

$$I = \frac{1,1}{9 + 1} = 0,11 \text{ A}$$

Падіння напруги у зовнішньому колі та всередині елемента знайдемо за законом Ома для ділянки кола:  $U = IR$ ,  $U_r = Ir$ .

Підставимо чисельні значення:

$$U = 0,11 \cdot 9 = 0,99 \text{ В}$$

$$U_r = 0,11 \cdot 1 = 0,11 \text{ В}$$

ККД елемента знайдемо як відношення корисної потужності  $P_k$ , що виділяється у зовнішньому колі до повної потужності  $P$ , що виділяється у колі:

$$P_k = I^2 R$$

$$P = \mathcal{E} I$$

$$\eta = \frac{IR}{\mathcal{E}}$$

Підставимо чисельні значення, тоді маємо:

$$\eta = \frac{0,11 \cdot 9}{1,1} = 0,9$$

**Задача 10.** Вольфрамова спіраль електролампочки за температури  $t_1 = 20$  °С має опір  $R_1 = 35,8$  Ом. Якою буде температура  $t_2$  спіралі, якщо при підключенні до мережі з напругою  $U = 120$  В по спіралі тече струм  $I = 0,33$  А? Температурний коефіцієнт опору вольфраму  $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>.

### Розв'язання.

Залежність опору матеріалу від температури має вигляд:

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

де  $R_0$  – питомий опір за температури  $t_0 = 20$  °C.

Напишемо цей вираз для температур  $t_1$  і  $t_2$ :

$$R_1 = R_0(1 + \alpha t_1)$$

$$R_2 = R_0(1 + \alpha t_2)$$

Виразимо з цих двох рівнянь температуру  $t_2$

$$t_2 = \frac{R_2}{R_1} \left( \frac{1}{\alpha} + t_1 \right) - \frac{1}{\alpha}$$

Опір за температури  $t_2$  знайдемо, використавши закон Ома:

$$R_2 = \frac{U}{I}$$

Підставивши цей вираз в попередню формулу отримуємо:

$$t_2 = \frac{U}{IR_1} \left( \frac{1}{\alpha} + t_1 \right) - \frac{1}{\alpha}$$

Підставимо чисельні значення:

$$t_2 = \frac{120}{0,33 \cdot 35,8} \left( \frac{1}{4,6 \cdot 10^{-3}} + 20 \right) - \frac{1}{4,6 \cdot 10^{-3}} = 2194^\circ\text{C}$$

Відповідь: .  $t_2 = 2194$  °C.

## **Загальні вказівки до розв'язання задач та виконання контрольних робіт**

Під час виконання контрольних робіт з курсу загальної фізики студент має дотримуватися рекомендацій до оформлення робіт, наведених нижче.

**1.** Номери задач, які студент повинен розв'язати в контрольній роботі, визначаються згідно таблиць варіантів або вказівок викладача.

**2.** Задачі розв'язуються в зошиті, титульна сторінка якого має бути підписана наступним чином:

Контрольна робота з фізики

з теми «Електростатика.

Закони постійного струму»

студента групи \_\_\_\_\_

факультету \_\_\_\_\_

Прізвище Ім'я

Варіант № \_\_\_\_\_

**3.** Умови задач в контрольній роботі переписуються повністю без скорочень. Кожну задачу варто починати з нової сторінки, залишаючи після попередньої задачі декілька рядків для зауважень викладача.

**4.** Перед розв'язанням задач з будь-якої теми, спочатку варто вивчити теоретичний матеріал за підручником та розібратися в прикладах розв'язання типових задач.

**5.** Розв'язки задач варто супроводжувати короткими змістовними поясненнями та, якщо потрібно – схемами, кресленнями чи рисунками. Зображення мають бути виконані акуратно за допомогою олівця, лінійки чи циркуля. В деяких випадках тоді правильно виконане креслення буде базою для правильного розв'язання задачі.

**6.** Розв'язувати задачу потрібно в загальному вигляді: виразити невідому величину в літерних позначеннях величин, заданих в умові задачі. Потрібно

записати закон, якому підпорядкований фізичний процес і якими формулами він описується математично. Якщо формул декілька, варто порівняти величини, що входять у різні формули, із заданими в умові задачі величинами та тими, які необхідно знайти.

**7.** Після отримання розрахункової формули для перевірки її правильності необхідно підставити в неї замість символів фізичних величин одиниці вимірювання цих величин. Якщо одиниця вимірювання при перетворенні формули не відповідатиме одиниці вимірювання шуканої величини, це означає, що задачу розв'язано невірно і вона потребує доопрацювання.

Винятки із цього правила вкрай рідкі й бувають у двох випадках: якщо формула якої-небудь проміжної величини настільки громіздка, що обчислення цієї величини значно спрощує подальший запис розв'язання; якщо числовий розв'язок задачі значно простіший, ніж виведення формули.

**8.** Після перевірки цифрові значення підставляються в отриману формулу. Зверніть увагу: цифрові значення підставляються тільки в одиницях СІ. В деяких випадках дозволяється не переводити однорідні величини в СІ для тих величин, які входять у вигляді множників в чисельник та знаменник дроби з однаковими показниками степені. Їх можна виразити в будь-яких, але однакових одиницях.

**9.** Розрахунки по розрахунковій формулі потрібно проводити з дотриманням правил наближених обчислень. Остаточний результат потрібно заокруглити, зазвичай залишають три значущі цифри.

**10.** Остаточний результат записують в кінці всіх розрахунків, позначаючи словом «Відповідь:». У відповіді потрібно відобразити і розрахункову формулу, і чисельну величину з вказівкою одиниць вимірювання.

## Таблиця варіантів

Варіант	Номери задач							
1	101	201	301	401	501	601	701	801
2	102	202	302	402	502	602	702	802
3	103	203	303	403	503	603	703	803
4	104	204	304	404	504	604	704	804
5	105	205	305	405	505	605	705	805
6	106	206	306	406	506	606	706	806
7	107	207	307	407	507	607	707	807
8	108	208	308	408	508	608	708	808
9	109	209	309	409	509	609	709	809
10	110	210	310	410	510	610	710	810
11	111	211	311	411	511	611	711	811
12	112	212	312	412	512	612	712	812
13	113	213	313	413	513	613	713	813
14	114	214	314	414	514	614	714	814
15	115	215	315	415	515	615	715	815
16	116	216	316	416	516	616	716	816
17	117	217	317	417	517	617	717	817
18	118	218	318	418	518	618	718	818
19	119	219	319	419	519	619	719	819
20	120	220	320	420	520	620	720	820

### Задачі для самостійної роботи

101. Точкові заряди  $q_1 = 20$  мкКл,  $q_2 = -10$  мкКл розташовані на відстані  $d = 5$  см один від одного. Визначити напруженість електричного поля в точці, що міститься на відстані  $r_1 = 3$  см від першого заряду і на відстані  $r_2 = 4$  см від другого заряду. Визначити також силу  $F$ , що діє в цій точці на точковий заряд  $q = 1$  мкКл.

102. Три однакові точкові заряди  $q_1 = q_2 = q_3 = 2$  нКл розташовані у вершинах рівностороннього трикутника із стороною  $a = 10$  см. Визначити модуль та напрямок сили  $F$ , що діє на один з цих зарядів з боку двох інших.

103. Два позитивних точкових заряди  $q$  і  $9q$  закріплені на відстані  $d = 100$  см один від одного. Визначити, в якій точці на прямій, що проходить через заряди, треба розташувати третій заряд так, щоб він був у рівновазі. Яким має бути знак цього заряду, щоб рівновага була стійкою, якщо переміщення зарядів можливе тільки вздовж прямої, яка проходить через закріплені заряди.

104. Дві однаково заряджених кульки підвішені в одній точці на нитках, що мають однакову довжину. При цьому нитки розійшлися на кут  $\alpha$ . Потім кульки занурюють у масло. Чому дорівнює густина  $\rho$  цього масла, якщо кут розходження ниток при зануренні кульок у нього залишається незмінним? Густина матеріалу кульок  $\rho_0 = 1,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, діелектрична проникність масла  $\epsilon = 2,2$ .

105. Чотири однакових заряди  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 40$  нКл закріплені у вершинах квадрата із стороною  $a = 10$  см. Визначити модуль і напрямок сили  $F$ , що діє на один з цих зарядів з боку трьох інших.

106. Точкові заряди  $q_1 = 30$  мкКл і  $q_2 = -20$  мкКл розташовані на відстані  $d = 20$  см один від одного. Визначити напруженість  $E$  електричного поля в точці, що міститься на відстані  $r_1 = 30$  см від першого заряду і на відстані  $r_2 = 15$  см від другого заряду.

107. У вершинах правильного трикутника із стороною  $a = 10$  см розташовані заряди  $q_1 = 10$  мкКл,  $q_2 = 20$  мкКл і  $q_3 = 30$  мкКл. Визначити силу  $F$ , що діє на заряд  $q_1$  з боку двох інших зарядів.

108. У вершинах квадрата розташовані однакові заряди  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 8 \cdot 10^{-10}$  Кл. Який негативний заряд  $q$  треба розмістити у центрі квадрата, щоб сили взаємного відштовхування позитивних зарядів були врівноважені силами притягання з негативним зарядом?

109. На відстані  $d = 20$  см один від одного розташовані два точкових заряди  $q_1 = -50$  нКл і  $q_2 = 100$  нКл. Визначити силу  $F$ , що діє на заряд  $q_3 = -10$  нКл, який міститься від обох зарядів на однакових відстанях, рівних  $d$ .

110. Точкові заряди  $q_1 = 2$  нКл,  $q_2 = 4$  нКл розташовані на відстані  $d = 60$  см один від одного. Визначити, де треба розташувати третій заряд  $q_3$ , щоб система зарядів була у рівновазі. Який знак і величина заряду  $q_3$ ? Чи буде рівновага стійкою?

111. Нескінченна тонка пряма нитка заряджена з лінійною густиною  $\tau = 2,0$  мкКл/м. Знайти напруженість електричного поля  $E$  як функцію відстані  $r$  від нитки. Визначити  $E$  для відстані  $r = 10$  м.

112. Дві паралельні нескінченно довгі прямі нитки мають заряд, що рівномірно розподілений по довжині з лінійною густиною, відповідно,  $\tau_1 = 100$  нКл/м і  $\tau_2 = 200$  нКл/м. Визначити силу  $F$  взаємодії, яка припадає на відрізок нитки довжиною 1 м. Відстань  $r$  між нитками дорівнює 10 см.

113. Тонке кільце радіуса  $R = 5$  см позитивно заряджене зарядом  $q = 17$  нКл. Визначити напруженість  $E$ : 1) у центрі кільця; 2) у точці, що лежить на осі кільця на відстані  $h = 10$  см від його центра.

114. З якою силою  $F$  (на одиницю довжини) відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченні довгі паралельні нитки з однаковою лінійною густиною заряду  $\tau = 3,0$  мкКл/м, якщо вони розташовані на відстані  $r_1 = 20$  мм одна від одної? Яку роботу  $A$  (на одиницю довжини) треба виконати, щоб наблизити нитки до відстані  $r_2 = 10$  мм?

115. Дві однойменно заряджені нитки розташовані на відстані  $a = 10$  см одна від одної. Лінійна густина заряду на нитках  $\tau_1 = \tau_2 = 10^{-7}$  Кл/см. Знайти величину і напрямок напруженості результуючого електричного поля в точці, що розташована на відстані 10 см від кожної нитки.

116. Тонкий стрижень довжиною  $l = 10$  см рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду  $\tau = 3$  мкКл/м. Визначити напруженість  $E$  електричного поля, що створене цим зарядом в точці, яка розташована на осі стрижня і віддалена від ближнього його кінця на відстань 10 см.

117. З якою силою (на одиницю довжини) відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченно довгі нитки з однаковою лінійною густиною заряду  $\lambda = 3 \cdot 10^{-8}$  Кл/см, що знаходяться на відстані 2 см одна від одної. Яку роботу (на одиницю довжини) треба виконати, щоб наблизити ці нитки на відстань 1 см?

118. На тонкому дроті вигнутому у вигляді третини тонкого кільця радіуса  $R = 10$  см міститься рівномірно розподілений заряд  $q = 20$  нКл. Визначити в точці  $O$ , що співпадає з центром кільця силу  $F$ , що діє на точковий заряд  $q_0 = 2$  нКл.

119. Рівномірно заряджена тонка нитка, довжина якої  $l = 20$  см, має лінійну густину заряду  $\tau = 10$  нКл/м. На відстані  $a = 10$  см від нитки, навпроти її середини, міститься точковий заряд  $q = 1$  нКл. Яка сила діє на цей заряд з боку зарядженої нитки?

120. Тонкий однорідний диск радіуса  $R$  заряджений рівномірно з поверхневою густиною  $\sigma$ . Визначити напруженість  $E$  електричного поля у вакуумі: а) на висоті  $h$  над диском на осі симетрії; б) в центрі диска.

201. Електричне поле утворене двома нескінченними паралельними пластинами, що мають поверхневу густину зарядів, відповідно,  $\sigma_1 = +4,42$  нКл/м<sup>2</sup> та  $\sigma_2 = - 8,84$  нКл/м<sup>2</sup>. Визначити напруженість  $E$  поля: 1) між пластинами, 2) поза пластинами. Побудувати графік зміни напруженості поля вздовж лінії, яка перпендикулярна до пластин.

202. Дві концентричні металеві заряджені сфери з радіусами  $R_1 = 6$  см і  $R_2 = 10$  см мають заряди, відповідно,  $Q_1 = 1$  нКл і  $Q_2 = -0,5$  нКл. Визначити напруженість  $E$  поля в точках, які розташовані на відстанях  $r_1 = 5$  см,  $r_2 = 9$  см та  $r_3 = 15$  см від центра сфер. Побудувати графік залежності  $E(r)$ .

203. Дві прямокутні однакові паралельні пластини, довжини сторін яких  $a = 10$  см і  $b = 15$  см, розташовані на малій (в порівнянні з розмірами пластин) відстані одна від одної. На одній з пластин рівномірно розподілений заряд  $q_1 = 50$  нКл, на другій -  $q_2 = 150$  нКл. Визначити напруженість  $E$  електричного поля: 1) між пластинами; 2) поза пластинами. Побудувати графік зміни напруженості поля вздовж лінії, яка перпендикулярна до пластин.

204. Дві довгі тонкі коаксіальні трубки рівномірно заряджені по довжині з лінійною густиною заряду, відповідно,  $\tau_1 = 1$  нКл/м і  $\tau_2 = -0,5$  нКл/м. Трубки мають радіуси  $R_1 = 2$  см і  $R_2 = 4$  см. Визначити напруженість  $E$  поля в точках, що розташовані на відстанях  $r_1 = 1$  см,  $r_2 = 3$  см,  $r_3 = 5$  см від осі трубок. Побудувати графік залежності  $E$  від  $r$ .

205. Електричне поле утворене двома нескінченними паралельними пластинами, що мають поверхневу густину зарядів, відповідно,  $\sigma_1 = 2$  нКл/м<sup>2</sup> та  $\sigma_2 = -5$  нКл/м<sup>2</sup>. Визначити напруженість  $E$  поля: 1) між пластинами, 2) поза пластинами. Побудувати графік зміни напруженості поля вздовж лінії, яка перпендикулярна до пластин.

206. Заряд, який розміщений у центрі куба з ребром  $a$ , створює в центрі грані куба напруженість поля  $E$ . Чому дорівнює потік напруженості поля крізь поверхню куба?

207. Точковий заряд, який розташований посередині між центром і поверхнею сфери радіуса 25 см, створює крізь неї потік напруженості електричного поля  $589$  В·м. Чому дорівнює напруженість поля (кВ/м) в центрі сфери?  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

208. Лінійна густина заряду на нескінченній тонкій нитці складає  $q = 17,7$  нКл/м. Чому дорівнює потік (В·м) напруженості електричного поля нитки крізь поверхню циліндра висотою  $h = 20$  см і діаметром основи 10 см, вісь якого

перетинає нитку під кутом  $30^\circ$ ?  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

209. Точковий заряд, розміщений у центрі замкненого циліндра висотою 50 см, створює електричне поле з напруженістю в центрі основи 280 В/м. Чому дорівнює потік (В/м) напруженості поля через всю поверхню циліндра?  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

210. Поле створено точковим диполем з електричним моментом  $p_e = 200 \text{ пКл}\cdot\text{м}$ . Визначити різницю потенціалів двох точок поля, що розташовані симетрично відносно диполя на його осі на відстані  $r_1 = 8 \text{ см}$  та  $r_2 = 12 \text{ см}$ .

211. Визначити потенціал, до якого можна зарядити віддалену металеву кулю з радіусом  $R = 10 \text{ см}$ , якщо напруженість  $E$  поля, при якій відбувається пробій повітря, дорівнює 2 МВ/м. Знайти також максимальну поверхневу густину  $\sigma$  поверхневих зарядів перед пробоем.

212. Чому дорівнює сила, що діє на точковий заряд  $q$  з боку зарядженої ізольованої провідної сфери радіуса  $R = 5 \text{ см}$ , якщо потенціал сфери дорівнює 2В, а заряд  $q_0 = 1 \text{ мКл}$  міститься на відстані  $a = 10 \text{ см}$  від поверхні сфери ( $\phi_\infty = 0$ )?

213. Тонкі стрижні утворюють квадрат зі стороною  $a$ . стрижні заряджені з лінійною густиною  $\tau$ . Знайти потенціал в центрі квадрата.

214. На тонкому дроті вигнутому у вигляді третини тонкого кільця радіуса  $R = 10 \text{ см}$  міститься рівномірно розподілений заряд  $q = 20 \text{ нКл}$ . Визначити в точці  $O$ , що співпадає з центром кільця потенціал електричного поля.

215. Нескінченна тонка пряма нитка заряджена з лінійною густиною  $\tau = 2,0 \text{ мКл/м}$ . Знайти  $E$  і  $\phi$  як функції відстані  $r$  від нитки. Потенціал на відстані  $r_0 = 1 \text{ м}$  вважати рівним нулю. Визначити  $E$  і  $\phi$  для  $r = 10 \text{ м}$ .

216. Тонке кільце радіуса  $R = 5 \text{ см}$  позитивно заряджене зарядом  $q = 17 \text{ нКл}$ . Визначити потенціал  $\phi$ : 1) у центрі кільця; 2) у точці, що лежить на осі кільця на відстані  $h = 10 \text{ см}$  від його центра.

217. Електричне поле утворене двома паралельними круглими металевими пластинами з радіусом  $R = 10 \text{ см}$  кожна, що заряджені різнойменно

і притягуються одна до одної із силою  $F = 2$  мН. Відстань між пластинами  $d = 1$  см. Визначити різницю потенціалів  $U$  між пластинами.

218. Дві концентричні металеві заряджені сфери з радіусами  $R_1 = 3$  см і  $R_2 = 6$  см мають заряди, відповідно,  $Q_1 = -1$  нКл і  $Q_2 = 2$  нКл. Простір між сферами заповнений парафіном ( $\epsilon = 2$ ). Знайти потенціал  $\phi$  електричного поля на відстані: 1)  $r_1 = 1$  см; 2)  $r_2 = 5$  см; 3)  $r_3 = 9$  см.

219. Дві нескінченні паралельні площини розташовані на відстані  $d = 0,5$  см одна від одної. На площинах рівномірно розподілені заряди з поверхневою густиною  $\sigma_1 = 0,2$  мкКл/м<sup>2</sup> і  $\sigma_2 = -0,3$  мкКл/м<sup>2</sup>. Визначити різницю потенціалів  $U$  між площинами.

220. Диполь з електричним моментом  $p_e = 100$  пКл·м вільно розташувався в електричному полі, напруженість якого  $E = 200$  кВ/м. Визначити роботи зовнішніх сил, яку необхідно виконати для повороту диполя на кут  $180^\circ$ .

301. На відстані  $a = 40$  мм від заземленої в електричному полі нескінченної однорідно зарядженої площини міститься точковий заряд  $q = 2$  мкКл. Під дією поля заряд переміщується вздовж силової лінії на відстань  $2$  см, при цьому виконується робота  $A = 50$  мДж. Знайти поверхневу густина заряду на площині.

302. Два електрони з однаковою початковою кінетичною енергією, що дорівнює  $100$  еВ, рухаються вздовж прямої лінії з нескінченності назустріч один одному. Визначити мінімальну відстань  $r_{\min}$ , на яку вони наблизяться.

303. Електрон летить від однієї пластини плоского конденсатора до іншої. Різниця потенціалів  $U$  між пластинами дорівнює  $3$  кВ, відстань між пластинами  $d = 5$  мм. Знайти: 1) силу, що діє на електрон; 2) прискорення електрона; 3) швидкість, з якою електрон приходить до другої пластини конденсатора; 4) поверхневу густина заряду на пластинах конденсатора.

304. Електрон влітає в плоский повітряний горизонтальний конденсатор паралельно його пластинам із швидкістю  $v_0 = 10^7$  м/с. Напруженість поля в конденсаторі  $E = 10$  кВ/м, довжина конденсатора -  $5$  см. Знайти величину і напрямок швидкості електрона в момент вильоту його з конденсатора.

305. Відстань між пластинами плоского конденсатора дорівнює 1 см. Від однієї з пластин конденсатора одночасно починають рухатися  $\alpha$ - частинка і протон. Яку відстань проходить  $\alpha$ -частинка за час руху протона від однієї пластини до іншої? Заряд  $\alpha$ -частинки  $e' = 2e$ , маса  $m = 6,65 \cdot 10^{-27}$  кг.

306. Електричне поле утворене позитивно зарядженою нескінченною ниткою, лінійна густина зарядів на якій  $\tau = 2$  нКл /см. Яку швидкість отримає електрон під дією цього поля, якщо він наближається до нитки з відстані 1 см до відстані 0.5 см?

307. Частинка масою  $m = 200$  мкг, яка має заряд  $q = 40$  нКл, влітає в електричне поле за напрямком силових ліній. Після проходження різниці потенціалів  $U = 200$  В пилінка отримала швидкість  $v = 10$  м/с. Визначити швидкість частини до того, як вона потрапила в електричне поле.

308. Електрон, який мав кінетичну енергію  $T = 10$  еВ, влетів в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній поля. Яку швидкість отримає електрон після проходження в цьому полі різниці потенціалів  $U = 8$  В?

309. Яка мінімальна швидкість має бути в протона, щоб він міг долетіти до поверхні металевої кулі, яка заряджена до потенціалу  $\varphi = 400$  В.

310. Електрон рухається вздовж силової лінії однорідного електричного поля. В деякій точці поля з потенціалом  $\varphi_1 = 400$  В електрон мав швидкість  $v_1 = 6$  м/с. Визначити потенціал  $\varphi_2$  точки поля, дійшовши до якої електрон втратить половину своєї швидкості.

311. Сферичний повітряний конденсатор складається з двох концентричних сфер з радіусами  $R_1 = 2$  см і  $R_2 = 4$  см. Між сферами докладена напруга  $U = 1$  кВ. Знайти напруженість електричного поля на відстані  $x = 3$  см від центру сфер.

312. Дві концентричні металеві сфери  $R_1 = 4$  см,  $R_2 = 10$  см мають заряди  $Q_1 = -2$  нКл і  $Q_2 = 3$  нКл. Простір між сферами заповнений ебонітом ( $\epsilon = 3$ ). Визначити потенціал поля на відстані від центру сфер  $r_1 = 2$  см,  $r_2 = 6$  см,  $r_3 = 30$  см і ємність такого конденсатора.

313. Між пластинами плоского конденсатора, розташованими на відстані

1 см одна від одної, докладена різниця потенціалів  $U = 100$  В. До однієї з пластин прикладена плоскопаралельна пластина кристалічного бромистого талію ( $\varepsilon = 2$ ) товщиною 10 мм. Після відімкнення конденсатора від джерела напруги пластину кристала виймають. Якою буде після цього різниця потенціалів між пластинами конденсатора ?

314. Плоский конденсатор, відстань між пластинами якого 5 см, заряджений до 200В та відімкнений від джерела напруги. Яким буде напруга на конденсаторі, якщо його пластини розсунути до відстані 10 см.

315. Як зміниться ємність плоского конденсатора, якщо між його обкладками розмістити металеву пластину, товщина якої становить  $\eta=0,6$  відстані між обкладками конденсатора?

316. Двом однаковим кулькам, що з'єднані тонким дротом, надали загального заряду  $q=0,6$  мкКл. Радіуси кульок  $r_1=5$  см. Одну з них оточили концентричною сферою радіуса  $r_2=10$  см і заземлили. Яким буде заряд на цій кульці?

317. Визначити електроємність системи, яка складається з двох провідних куль радіуса  $a$ . Кулі розміщені на відстані  $r$  між їхніми центрами, що є значно більшою від радіусів куль.

318. Кулька, що заряджена до потенціалу 792 В, має поверхневу густину заряду  $3,33 \cdot 10^{-7}$  Кл/м<sup>2</sup>. Розрахуйте радіус кульки.

319. Коаксіальний електричний кабель складається з центральної жили та концентричної з нею циліндричної оболонки, між якими знаходиться ізоляція. Знайти ємність одиниці довжини кабелю (мкФ/м), якщо радіус жили 1,3 см, радіус оболонки 3 см, а діелектрична проникність ізоляції 3,2.

320. Циліндричний конденсатор складається з внутрішнього циліндра радіуса  $R_1=3$  мм, двох шарів діелектрика та зовнішнього циліндра радіуса  $R_2=1$  см. Перший шар діелектрика товщиною  $d_1=3$ мм прилягає до внутрішнього циліндра. Знайти відношення падінь потенціалу в цих шарах.

401. Одній з пластин плоского конденсатора ( $S = 0,5\text{м}^2$ ) надали заряд  $Q = 5 \cdot 10^{-9}$  Кл, а другу з'єднали із землею. Відстань між пластинами  $d = 5$  мм. Між

пластинами (паралельно до них) знаходяться скляна та фарфорові пластини, товщини яких дорівнюють відповідно 1,5 мм та 3,5 мм. Знайти напруженість електричного поля в склі і фарфорі, а також поверхневі густини зв'язаних зарядів на них.

402. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений діелектриком, відносна сприйнятливість якого дорівнює 0,08. На пластини конденсатора подана напруга  $U=2$  кВ. Знайти поверхневу густину зарядів на пластинах і на діелектрику. Простір між пластинами дорівнює 3 мм.

403. Для циліндричного конденсатора, заповненого діелектриком, розрахувати ємність, об'ємну густину енергії та побудувати графік залежності вектору поляризації від відстані  $x$  (рис.62). Радіуси внутрішнього і зовнішнього циліндрів  $R_1 = 4$  см,  $R_2 = 10$  см,

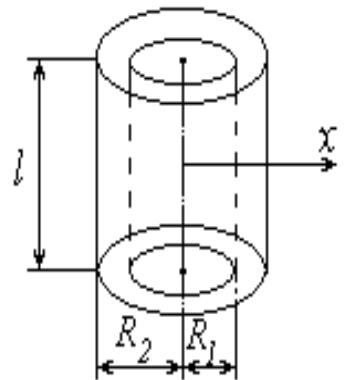


Рис.62

$\epsilon = 3/(2-e^x)$ ,  $\sigma = 5 \cdot 10^{-9}$  Кл/м<sup>2</sup>,  $l = 20$  см.

404. Визначити ємність сферичного конденсатора з радіусами обкладинок  $R_1 = 6$  см,  $R_2 = 12$  см, який заповнений ізотропним діелектриком з проникністю, що змінюється за законом  $\epsilon = 5 / r^2$ , де  $r$  – відстань від центру конденсатора. Визначити об'ємну густину енергії.

405. Одній з пластин плоского конденсатора площею  $S = 0.2$  м<sup>2</sup> надали заряд  $Q = 1 \cdot 10^{-9}$  Кл (друга пластина з'єднана з Землею). Відстань між пластинами  $d = 2$  мм. Між пластинами (паралельно до них) вміщені скляна ( $\epsilon_1 = 5$ ) і фарфорова ( $\epsilon_2 = 10$ ) пластини, товщини яких  $d_1 = 0,5$  мм,  $d_2 = 1,5$  мм. Визначити: 1) напруженість поля в кожному діелектрику; 2) поверхневу густину зв'язаних зарядів.

406. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено склом. Площа пластин конденсатора дорівнює 100 см<sup>2</sup>. Пластини конденсатора притягуються одна до одної із силою  $F = 4,9 \cdot 10^{-5}$  Н. Знайти поверхневу густину зв'язаних зарядів на склі.

407. Простір між двома концентричними сферами, радіуси яких  $R_1$  і  $R_2$  ( $R_2 \gg R_1$ ), заряджений з об'ємною густиною  $\rho = a/2^r$ , де  $a$  – стала величина. Знайти повний заряд сферичного шару, напруженість електростатичного поля і потенціал. Розглянути випадки: 1)  $r < R_1$ ; 2)  $R_1 < r < R_2$ ; 3)  $r > R_1$ .

408. Для циліндричного конденсатора (рис.63), заповненого діелектриком з  $\varepsilon = 2e^{-x}$  розрахувати ємність, об'ємну густину енергії та побудувати графік залежності вектору поляризації від відстані між обкладинками. Радіуси обкладинок  $R_1 = 4$  см,  $R_2 = 8$  см, їх довжина  $l = 10$  см поверхнева густина заряду  $\sigma = 4 \cdot 10^{-9}$  Кл/м<sup>2</sup>.

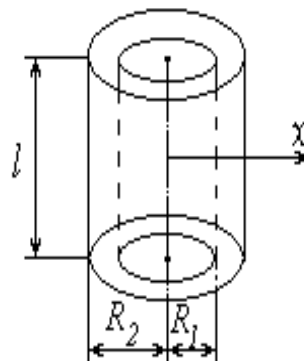


Рис. 63

409. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений діелектриком,  $\varepsilon$  якого змінюється за законом  $\varepsilon = 2e^x$ . Визначити ємність конденсатора, а також залежність вектору поляризації від відстані  $x$  між пластинами, якщо площа пластини  $S = 10$  см<sup>2</sup>, відстань між пластинами  $d = 5$  см, поверхнева густина заряду  $\sigma = 3 \cdot 10^{-9}$  Кл/м<sup>2</sup>. Знайти об'ємну густину енергії.

410. Простір між обкладинками сферичного конденсатора заповнений ізотропним діелектриком, проникність якого змінюється за законом  $\varepsilon = 2/(R-1)$ . Радіуси обкладинок:  $R_1 = 4$  см,  $R_2 = 8$  см. Поверхнева густина зарядів на обкладинках конденсатора  $\sigma = 5 \cdot 10^{-8}$  Кл/м<sup>2</sup>. Визначити ємність конденсатора та енергію електричного поля.

411. Циліндричний конденсатор, радіуси обкладинок якого  $R_1 = 2$  см,  $R_2 = 2,5$  см, заповнені двома коаксіальними шарами діелектрика. Перший шар – просякнутий папір ( $\varepsilon_1 = 4$ ), другий – скло ( $\varepsilon_2 = 7$ ). Радіус межі розподілу діелектриків  $R = 2,3$  см. При якій різниці потенціалів між обкладинками починається пробій конденсатора? Гранична напруженість для паперу  $E_1 = 1.2 \cdot$

$10^4$  кВ/м, для скла –  $E_2 = 10^4$  кВ/м.

412. Радіуси обкладинок сферичного конденсатора  $r_1 = 9$  см і  $r_2 = 11$  см. Простір між обкладинками заповнений діелектриком, проникність якого змінюється від центру конденсатора за законом  $\varepsilon = 2 r_1/r$ . Визначити ємність  $C$  конденсатора.

413. Між пластинами плоского конденсатора міститься діелектрик. Відстань між пластинами  $d = 2$  мм. На пластини подана напруга  $U = 600$  В. Якщо відімкнути конденсатор від джерела і вийняти діелектрик, то різниця потенціалів на пластинах конденсатора збільшиться до 1800 В. Знайти: 1) поверхневу густину зв'язаних зарядів на діелектрику; 2) відносну сприйнятливість діелектрика.

414. Плоский конденсатор з площею пластин  $S = 200$  см<sup>2</sup> кожна заряджений до різниці потенціалів  $U = 2$  кВ. Відстань між пластинами  $d = 2$  см. Діелектрик – скло. Визначити енергію  $W$  поля конденсатора та густину  $w$  енергії поля.

415. Плоский повітряний конденсатор ( $S = 200$  см<sup>2</sup>,  $d = 0,5$  см) заповнюють діелектриком, відносна сприйнятливість якого дорівнює 0,08. До пластин конденсатора подають різницю потенціалів 4 кВ. Знайти поверхневу густину заряду на пластинах і на діелектрику.

416. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений склом ( $\varepsilon = 6$ ). Відстань між пластинами дорівнює 4 мм. На пластини подано напругу  $U = 1200$  В. Знайти: 1) напруженість поля в склі; 2) поверхневу густину зарядів на пластинах конденсатора; 3) поверхневу густину зв'язаних зарядів на склі.

417. Визначити ємність сферичного конденсатора, що складається з двох концентричних сфер з радіусами  $R_1 = 10$  см і  $R_2 = 10,5$  см. Простір між сферами заповнений діелектриком ( $\varepsilon = 5$ ). Який радіус повинна мати куля, що занурена в цей діелектрик, щоб мати таку ж ємність?

418. Газорозрядний лічильник елементарних часточок складається з трубки радіусом  $r_1 = 10$  мм та нитки, що натягнута вздовж осі трубки і має радіус  $r_2 = 50$  мкм. Довжина лічильника  $l = 150$  мм. Вважаючи  $\varepsilon = 1$ , визначити

міжелектродну ємність  $C$  системи.

419. Простір між обкладинками плоского конденсатора заповнений ізотропним діелектриком, проникність якого змінюється в перпендикулярному до обкладинок напрямі за лінійним законом від  $\epsilon_1=2$  до  $\epsilon_2=8$ . Площа обкладки  $S=5\text{см}^2$ , відстань між обкладинками  $d = 2\text{мм}$ . Поверхнева густина зарядів  $\sigma = 5 \cdot 10^{-8}$  Кл/м<sup>2</sup>. Визначити ємність та енергію електричного поля конденсатора.

420. Густина енергії поля зарядженого конденсатора заповнений парафіном. Об'ємна густина енергії електричного поля у парафіні  $w_e=0,49$  Дж/м<sup>3</sup>. Обчислити поверхневу густину зв'язаних зарядів на поверхні парафіну.

501. Котушка з мідного дроту має опір  $R=10,8$  Ом. Вага мідного дроту дорівнює 33,5Н. Скільки метрів дроту та якого діаметру намотано на котушці?

502. Скільки витків ніхромового дроту діаметром 1 мм потрібно намотати на фарфоровий циліндр радіуса  $R=2,5$  см, щоб отримати нагрівник загальним опором 40 Ом?

503. Мідний та алюмінієвий циліндричні провідники мають однакову довжину, площу перерізу та опір. В скільки разів мідний провідник важчий за алюмінієвий.

504. Довгий провідник круглого перерізу радіуса  $a$  виготовлений з матеріалу, питомий опір якого залежить тільки від відстані  $r$  до осі провідника за законом  $\rho = \alpha/r^2$ , де  $\alpha$  – стала. Визначити опір одиниці довжини такого провідника.

505. Між коаксіальними циліндричними електродами, радіуси яких  $r_1 = 10$  см і  $r_2 = 10,5$  см, міститься провідне середовище. Питома електрична провідність електродів є значно більшою, ніж питома провідність середовища, питомий опір якого  $\rho = 3,9$  мкОм·м. Визначити опір середовища між електродами, якщо їх довжина  $l = 20$  см.

506. Знайти опір в схемі на рис.64 між точками а і b, якщо кожен з трьох резисторів має опір рівний 1 Ом (опором з'єднувальних дротів знехтувати).

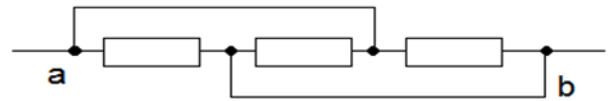


Рис. 64

507. Який питомий опір речовини, з якої виготовлено дротину довжиною 1 км і площею поперечного перерізу 0,2 мм<sup>2</sup>, якщо при напрузі 550 В сила струму в ній 0,1 А? Що це за речовина?

508. Плоский конденсатор ємністю  $C = 100$  пФ заповнений недосконалим діелектриком з проникністю  $\epsilon = 2,1$  і питомим опором  $\rho = 10^{-10}$  Ом·м. Визначити опір  $R$  між обкладками конденсатора.

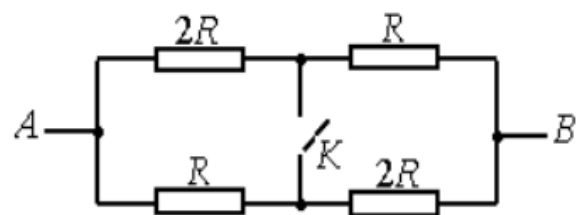


Рис. 65

509. Коли ключ К замкнутий, опір між точками А і В схеми на Рис. 65  $R_1 = 80$  Ом. Визначити опір  $R_2$  між цими точками, коли ключ розімкнутий.

510. Визначити опір  $R$  кола, зображеного на Рис.66.

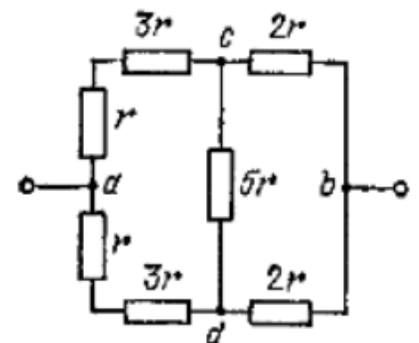


Рис. 66

511. При температурі  $t_1 = 20$  °С опір платиного дроту  $R_1 = 20$  Ом, а при температурі  $t_2 = 500$  °С опір становить  $R_2 = 59$  Ом. Знайти значення температурного коефіцієнта  $\alpha$  опору платини, порівняти з табличним.

512. Обмотка котушки з мідного дроту при  $t_1 = 14$  °С має опір  $R_1 = 10$  Ом. Після пропускання струму опір обмотки став рівним  $R_2 = 12,2$  Ом. До якої температури нагрілася обмотка? Температурний коефіцієнт опору міді  $\alpha = 4,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

513. Для визначення температури було використано залізний дріт, який при температурі  $10^{\circ}\text{C}$  мав опір  $15\ \Omega$ . За якої температури опір становитиме  $18,25\ \Omega$ ? Температурний коефіцієнт заліза  $6 \cdot 10^{-3}\text{K}^{-1}$ .

514. Електрична лампа має вольфрамову нитку розжарювання. При температурі  $27^{\circ}\text{C}$  напруга на нитці становить  $10\ \text{mV}$ , а сила струму  $4\ \text{mA}$ . У робочому стані напруга  $120\ \text{V}$  при силі струму  $4\ \text{A}$ . Яку робочу температуру має нитка?

515. На скільки має змінитися температура мідного провідника, якщо його опір збільшився в 2 рази? Температурний коефіцієнт опору міді  $\alpha = 4,15 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$ .

516. Якою буде напруженість електричного поля в мідному дроті з площею перерізу  $1,4\ \text{mm}^2$  при силі струму  $1\ \text{A}$ ? Питомий опір міді  $\rho = 17,2\ \text{n}\Omega\ \text{m}$ .

517. У мідному провіднику, площа поперечного перерізу якого  $S = 0,5\ \text{cm}^2$ , проходить струм силою  $I = 1,5\ \text{A}$ . З якою силою  $F$  діє електричне поле в цьому провіднику на кожний носій струму? Питомий опір міді  $\rho = 17,2\ \text{n}\Omega\ \text{m}$ .

518. До лампи розжарювання за допомогою мідного провідника підведено струм, сила якого  $I = 0,2\ \text{A}$ . Площа поперечного перерізу провідника  $S = 5\ \text{mm}^2$ . Температура вольфрамової нитки діаметра  $d = 0,02\ \text{mm}$  під час горіння лампи  $t = 2000\ ^{\circ}\text{C}$ . Визначити напруженість електричного поля  $E$  у міді та вольфрамі. Питомий опір міді  $\rho = 17,2\ \text{n}\Omega\ \text{m}$ , вольфраму  $\rho = 55\ \text{n}\Omega\ \text{m}$

519. На кінцях залізного провідника, довжина якого  $l = 1\ \text{m}$  і діаметр  $d = 1\ \text{mm}$  підтримується напруга  $U = 12\ \text{V}$ . Визначити густину струму  $j$  та кількість електронів  $N$ , які проходять крізь поперечний переріз провідника за  $1\ \text{s}$ .

520. Чому дорівнює дрейфова швидкість електронів у провіднику з перерізом  $5\ \text{mm}^2$  при силі струму  $10\ \text{A}$ ? Концентрацію вільних електронів у провіднику прийняти  $5 \cdot 10^{28}\ \text{m}^{-3}$ .

601. В схемі, зображеній на рис.67, опори  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ , ЕРС джерела струму  $\varepsilon = 5,0 \text{ В}$  і внутрішній опір джерела струму  $r = 0,1 \text{ Ом}$ . Знайти сили струмів  $I_1$  та  $I_2$ .

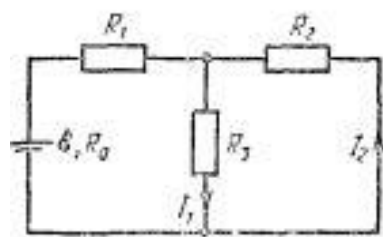


Рис.67

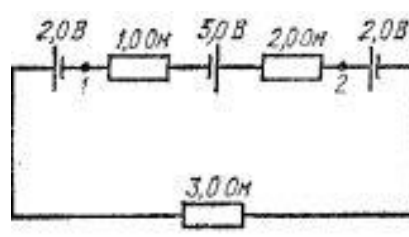


Рис. 68

603. Визначити силу струму  $I_3$ , що тече через опір  $R_3$  (рис.69), і напругу  $U_3$  на кінцях цього опору, якщо ЕРС  $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 3 \text{ В}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ . Внутрішнім опором джерел струму знехтувати.

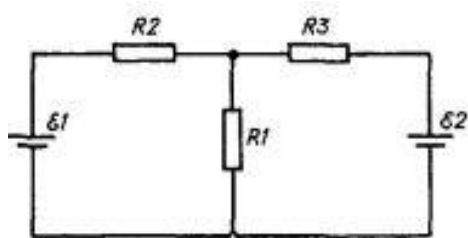


Рис.69

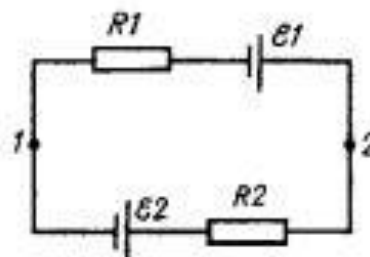


Рис.70

605. У схемі (рис.71) електрорушійна сила  $\varepsilon = 5\text{В}$ , опори  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ . Внутрішній опір джерела струму  $r = 0,1 \text{ Ом}$ . Визначити сили струмів, що проходять через резистори  $R_1$  і  $R_2$ .

606. Електричне коло складається з батареї, ЕРС якої  $\varepsilon = 3\text{В}$ , внутрішній опір  $r = 1\text{Ом}$ , конденсатора ємністю  $C = 2\text{ мкФ}$  і чотирьох резисторів  $R_1 = 1\text{Ом}$ ,  $R_2 = 2\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3\text{ Ом}$ ,  $R_4 = 4\text{ Ом}$  ( рис.72). Визначити заряд на обкладках конденсатора. Опором з'єднувальних провідників нехтувати.

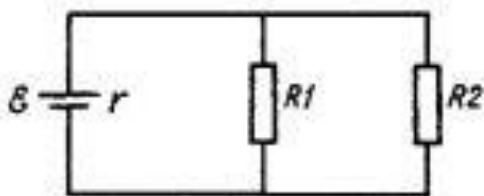


Рис.71

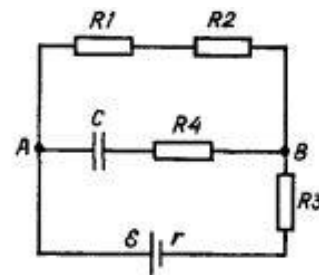


Рис. 72

607. Потенціометр з опором  $R = 100\text{ Ом}$  підключений до джерела струму, е.р.с. якого  $150\text{В}$  та внутрішній опір  $50\text{Ом}$ . Визначити, що показує вольтметр на рис. 73 з опором  $500\text{Ом}$ , з'єднаний провідником з однією з клем потенціометра та рухомим контактом з серединою потенціометра.

608. На схемі на рис. 74 опори резисторів  $R_1 = 8\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 12\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10\text{ Ом}$ , різниця потенціалів між точками  $\varphi_A - \varphi_B = 60\text{ В}$ . Визначити різницю потенціалів (В) між точками  $K$  та  $L$   $\varphi_K - \varphi_L$ .

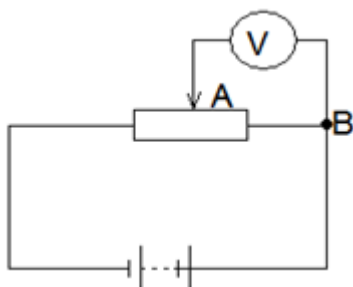


Рис. 73

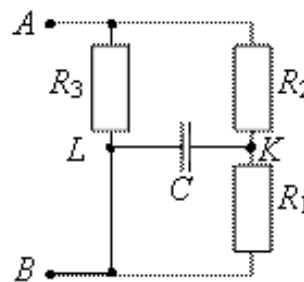


Рис. 74

609. Шкала гальванометра з опором  $200\text{ Ом}$  розрахована на силу струму до  $100\text{ мкА}$ . Який додатковий резистор (кОм) необхідно підключити, щоб приладом можна було вимірювати напругу до  $2\text{ В}$ ?

610. Шкала гальванометра з опором 200 Ом розрахована на силу струму до 100 мкА. Який шунт (Ом) необхідно використати, щоб гальванометр можна було використати як амперметр зі шкалою до 10 мА?

611. При зовнішньому опорі  $R_1 = 8$  Ом сила струму в колі  $I_1 = 0,8$  А, а при опорі  $R_2 = 15$  Ом в колі тече струм силою  $I_2 = 0,5$  А. Визначити силу струму  $I_k$  короткого замикання джерела ЕРС.

612. Акумулятор з ЕРС  $\varepsilon = 12$  В заряджається від джерела постійного струму з напругою  $U = 15$ В. Визначити напругу на клеммах акумулятора, якщо його внутрішній опір  $r = 10$  Ом.

613. Котушка і амперметр з'єднані послідовно та увімкнені до джерела струму. До клем джерела під'єднаний вольтметр з опором  $r = 4$  кОм. Амперметр показує силу струму  $I = 0,3$  А, вольтметр – напругу  $U = 120$  В. Визначити опір  $R$  котушки. Якою буде відносна похибка при визначенні опору  $R$ , якщо знехтувати силою струму, що тече через амперметр?

614. В коло з напругою  $U = 100$  В увімкнули послідовно котушку з опором  $R_k = 2$ кОм і вольтметр. Покази вольтметра  $U_1 = 80$  В. При заміні реостата на інший, вольтметр показує  $U_2 = 60$  В. Визначити опір  $R_2$  другої котушки.

615. Елемент з ЕРС в 2В має внутрішній опір 0,5Ом. Визначити падіння напруги всередині елемента при силі струму в колі 0,25А. Знайти зовнішній опір за цих умов.

616. Амперметр з внутрішнім опором 2 Ом, під'єднаний до клем батареї ЕРС, показує струм 5А. Вольтметр з внутрішнім опором 150Ом, підключений до тієї ж батареї, показує напругу 12В. Знайти струм короткого замикання батареї.

617. У схемі на рис. 75  $R = 0.5$  Ом,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$ В. Внутрішні опори елементів рівні  $r_1 = 1$  Ом й  $r_2 = 1.5$

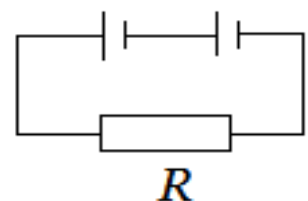


Рис. 75

Ом відповідно. Знайти різницю потенціалів на клеммах кожного елемента.

618. Дві групи з трьох послідовно з'єднаних ЕРС ( $\varepsilon = 1.2$  В,  $r = 0.2$  Ом) з'єднані паралельно. Отримана батарея замкнена на опір  $1.5$  Ом. Знайти силу струму у зовнішньому колі.

619. Внутрішній опір елемента  $r$  в  $k$  разів менший за зовнішній опір  $R$ , на який замкнений елемент. Знайти в скільки разів напруга на зажимах елемента відрізняється від ЕРС

620. При вмиканні в мережу вольтметр з додатковим опором показує  $12,7$  В. Яка справжня напруга в мережі, якщо величина додаткового опору в  $9$  разів більша за опір самого вольтметра?

701. ЕРС батареї  $\varepsilon = 80$  В, внутрішній опір  $r = 5$  Ом. Зовнішнє коло споживає потужність  $P = 100$  Вт. Визначити силу струму  $I$  в колі, напругу  $U$  на зовнішньому колі та зовнішній опір  $R$ .

702. Від джерела, ЕРС якого  $\varepsilon = 600$  В, необхідно передати енергію на відстань  $l = 1$  км. Потужність, що споживається,  $P = 5$  кВт. Визначити мінімальні втрати потужності в колі, якщо діаметр мідних з'єднувальних дротів  $d = 0,5$  см.

703. ЕРС джерела струму  $\varepsilon = 24$  В. Максимальна сила струму, що може дати таке джерело  $I_{\max} = 10$  А. Визначити максимальну потужність  $P_{\max}$ , яку може споживати зовнішнє коло.

704. Від джерела з напругою  $U = 800$  В необхідно передати споживачу потужність  $P = 10$  кВт на певну відстань. Визначити найбільший опір, що може мати лінія електропередачі, щоб втрати енергії на ній були не більше  $10\%$  потужності, яка передається.

705. При увімкненні електродвигуна в коло з напругою  $U = 220$  В він споживає струм  $I = 5$  А. Визначити потужність, що споживає двигун та його ККД, якщо опір обмотки двигуна  $R = 6$  Ом.

706. ЕРС джерела струму  $\varepsilon = 12$  В. При силі струму  $I = 4$  А ККД джерела  $\eta = 0,6$ . Визначити внутрішній опір  $r$  джерела струму.

707. Обчислити силу струму в підвідних проводах під час короткого замикання, якщо на двох електроплитках з опорами  $R_1 = 200$  Ом і  $R_2 = 500$  Ом при вмиканні їх по черзі виділяється однакова потужність  $P = 200$  Вт.

708. До затискачів джерела струму, внутрішній опір якого  $r = 1$  Ом, приєднують два однакових резистори з опорами  $R = 0,5$  Ом кожний. Спочатку резистори вмикають у коло послідовно, а потім – паралельно. Визначити відношення потужності, яка споживається в зовнішньому колі у першому і другому випадках.

709. При силі струму  $I_1 = 5$  А зовнішнє коло джерела споживає потужність  $P_1 = 9,5$  Вт, якщо ж опір зовнішнього кола  $R_2 = 0,225$  Ом, то споживана потужність  $P_2 = 14,4$  Вт. Визначити максимальну потужність  $P_{\max}$  в зовнішньому колі. Чому дорівнює при цьому ККД джерела струму?

710. Який зовнішній опір  $R$  треба підключити до  $n = 5$  однакових послідовно з'єднаних джерел, для яких ЕРС кожного  $\varepsilon = 1,5$  В, внутрішній опір  $r = 0,3$  Ом, щоб потужність, яка віддається в зовнішнє коло, була максимальною? Якими при цьому будуть сила струму  $I$  у колі та повна потужність  $P$  батареї?

711. В електричному колі ЕРС батареї дорівнює 20 В. При опорі зовнішньої кола  $R = 2$  Ом сила струму в колі  $I = 4$  А. Знайти ККД батареї. При якому значенні зовнішнього опора  $R$  ККД буде дорівнювати 99 %?

712. До затискачів батареї акумуляторів приєднали нагрівач. ЕРС батареї  $\varepsilon = 24$  В, внутрішній опір  $r = 1$  Ом. При вмиканні в коло нагрівач споживає потужність  $P = 80$  Вт. Розрахувати силу струму  $I$  в колі та ККД нагрівача.

713. З яким ККД працює свинцевий акумулятор, ЕРС якого  $\varepsilon = 2,15$  В, якщо в зовнішньому колі з опором  $R = 0,25$  Ом проходить струм  $I = 5$  А? Яку максимальну корисну потужність  $P_{\max}$  може дати акумулятор у зовнішньому колі? Як при цьому зміниться ККД?

714. При силі струму  $I_1 = 3$  А в зовнішньому колі батареї акумуляторів виділяється потужність  $P_1 = 18$  Вт, а при силі струму  $I_2 = 1$  А – відповідно  $P_2 = 10$  Вт. Визначити ЕРС  $\varepsilon$  та внутрішній опір  $r$  батареї.

715. З яким ККД працює свинцевий акумулятор, ЕРС якого  $\varepsilon = 2,15$  В, якщо в зовнішньому колі з опором  $R = 0,25$  Ом проходить струм  $I = 5$  А? Яку максимальну корисну потужність  $P_{\max}$  може дати акумулятор у зовнішньому колі? Як при цьому зміниться ККД?

716. При силі струму  $I_1 = 3$  А в зовнішньому колі батареї акумуляторів виділяється потужність  $P_1 = 18$  Вт, а при силі струму  $I_2 = 1$  А – відповідно  $P_2 = 10$  Вт. Визначити ЕРС  $\varepsilon$  та внутрішній опір  $r$  батареї.

717. ЕРС батареї акумуляторів  $\varepsilon = 12$  В, сила струму короткого замикання дорівнює 5 А. Яку найбільшу потужність  $P_{\max}$  можна отримати в зовнішньому колі, що приєднано до такої батареї?

718. Джерело струму замикають спочатку на зовнішній опір  $R_1 = 2$  Ом, а потім на опір  $R_2 = 0,5$  Ом. Знайти ККД джерела та його внутрішній опір, якщо відомо, що в кожному випадку в зовнішньому колі виділяється однакова потужність  $P = 2,54$  Вт.

719. Джерело струму, що має ЕРС  $\varepsilon$  і внутрішній опір  $r$ , замикають на зовнішній опір  $R$ . Найбільша потужність в зовнішньому колі дорівнює 9 Вт.

Сила струму, що тече в колі при цих умовах, дорівнює 3А. Знайти величини ЕРС та опору  $r$ .

720. Різниця потенціалів між двома точками А і Б дорівнює 9 В. Два провідника, опори яких відповідно,  $R_1 = 5$  Ом і  $R_2 = 3$  Ом, увімкнені між цими точками. Знайти кількість тепла, що виділяється в кожному провіднику за 1 сек., якщо провідники увімкнені: 1) послідовно; 2) паралельно.

801. Сила струму в провіднику рівномірно збільшується від нуля до певного максимуму протягом часу  $t = 20$  с. При цьому виділилася кількість теплоти  $Q = 4$  кДж. Визначити швидкість збільшення струму, якщо опір провідника  $R = 5$  Ом.

802. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ , де  $I_0 = 5$  А,  $\alpha = 10^2$  с<sup>-1</sup>. Визначити кількість теплоти, що виділяється в провіднику за час  $t = 10^{-1}$ .

803. Сила струму в провіднику з опором  $R = 10$  Ом протягом часу  $t = 50$ с рівномірно збільшується від  $I_1 = 5$ А до  $I_2 = 10$  А. Визначити кількість теплоти  $Q$ , яка виділилася за цей час в провіднику.

804. В провіднику протягом часу  $t = 10$  с рівномірно збільшується сила струму від  $I_1 = 1$ А до  $I_2 = 2$  А, при цьому виділяється кількість теплоти  $Q = 5$ кДж. Визначити опір провідника.

805. Сила струму в провіднику змінюється за законом  $I = I_0 \sin \omega t$ . Знайти заряд  $Q$ , що проходить через переріз провідника за час  $t$ , рівний половині періода  $T$ , якщо початкова сила струму  $I_0 = 10$  А, а циклічна частота  $\omega = 50$  пс<sup>-1</sup>.

806. В провіднику протягом часу  $t = 10$  с рівномірно збільшується сила струму від нуля до певного максимуму, при цьому виділяється кількість теплоти  $Q = 40$  кДж. Визначити середнє значення сили струму в провіднику, якщо його опір  $R = 25$  Ом.

807. Сила струму в провіднику з опором  $R = 8$  Ом рівномірно збільшувалася від нуля до певного значення протягом  $t = 8$ с, при цьому виділилася кількість теплоти  $Q = 500$  Дж. Визначити заряд  $q$ , що пройшов в провіднику.

808. Сила струму в провіднику змінюється за  $I = 5 + 3t$ , де  $I(A)$  сила струму,  $t(c)$  - час. Яка кількість електрики проходить через поперечний переріз провідника за час від 3с до 8с?

809. Сила струму в провіднику змінюється за законом  $I = I_0 \sin \omega t$ . Визначити кількість теплоти  $Q$ , що виділилася в провіднику з опором  $R = 10$  Ом за час  $t = T/4$ , де період  $T = 10$  с.

810. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ , де  $\alpha = 10^{-2} \text{ c}^{-1}$ . Визначити кількість теплоти, що виділилася в провіднику з опором  $R = 20$  Ом за час, протягом якого струм зменшився в  $e$  разів.

811. Струм, який проходить крізь резистор з опором  $R$ , змінюється з часом за законом  $I = k\sqrt{t}$ , де  $t$  - час в секундах,  $k=1 \text{ A/c}^{1/2}$ . Протягом якого часу струм проходив крізь резистор, якщо на ньому була виділена кількість теплоти  $Q$ .

812. Конденсатор ємністю  $C$  зарядили так, що заряд на його обкладинках досяг значення  $q_0$ , потім в момент часу  $t=0$  його замкнули на опір  $R$ . Знайти залежність від часу  $t$  кількості теплоти, яка виділиться на опорі.

813. Конденсатор ємністю  $C = 1$  мкФ розряджається через резистор, опір якого  $R = 4$  МОм. Через який проміжок часу  $t$  від початку розрядження початкова напруга зменшиться в 2 рази?

814. Пластини плоского конденсатора приєднані до джерела постійної напруги  $U = 300$  В. Пластини зближуються зі швидкістю  $v = 1$  мм/с. Визначити силу струму в провіднику в момент, коли пластина перебувають на відстані  $d = 2$  мм одна від одної. Площа пластин  $S = 400$  см<sup>2</sup>.

815. Конденсатор ємністю  $C = 1$  мкФ розряджається через резистор, опір якого  $R = 4$  МОм. Через який проміжок часу  $t$  від початку розрядження початковий заряд зменшиться в  $e = 2,718$  рази?

816. Напруга на резисторі з опором  $R = 100$  Ом, змінюється з часом за законом  $U = k\sqrt{t}$ , де  $t$  - час в секундах,  $k = 2$  В/с<sup>1/2</sup>. Яка кількість теплоти  $Q$  буде виділена у резисторі за перші 100 секунд?

817. Визначити заряд, що пройшов по провіднику з опором  $R = 3$  Ом, при рівномірному зростанні напруги на кінцях провідника від 2В до 4В протягом 4с

818. Резистор с опором  $R$  та нелінійний опір, вольт-амперна характеристика якого  $U = a\sqrt{I}$ ? Де  $a$  – стала, з'єднані послідовно та підключені до напруги  $U_0$ . Знайти струм в колі.

819. Заряд, що проходить по провіднику, змінюється з часом за законом  $q = 0,1\sin(2t)$ , (Кл). Чому дорівнює сила струму (А) в провіднику на момент часу  $t = \pi/6$ .

820. Сила струму, що протікає у провіднику опором 10 Ом, змінюється з часом так, як показано на рис. 76. Скільки тепла виділиться в провіднику часу (с) повинен протікати струм у провіднику, щоб в ньому пройшов заряд 0,7 Кл?

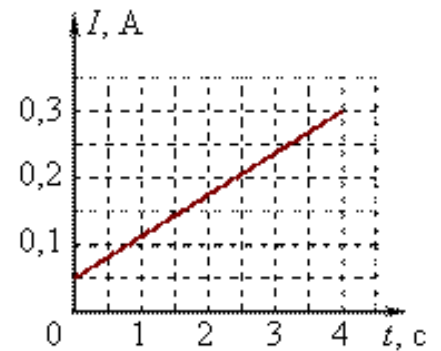


Рис. 76

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.2 Електрика і магнетизм. - К.: Техніка, 2006.
2. Вакарчук С.О., Демків Т.М., Мягкота С.В. Фізика.- Львів: ВЦ ЛНУ ім. Івана Франка, 2010.
3. Загальний курс фізики. Збірник задач. За ред. проф. І.П. Гаркуші – К.: Техніка, 2003.
4. Методичні вказівки до розв'язання задач з дисципліни „Фізика. Електрика і магнетизм ” для студентів фізико-математичного факультету НТУУ „КПІ” / Уклад.: В.К. Ковальов, С.О. Решетняк, П.О. Юрачківський. – К.: НТУУ «КПІ», 2010. – 88 с.

### Додаткова література.

1. Мусій, Роман Степанович. Фізичні основи класичної механіки, термодинаміки і молекулярної фізики : курс лекцій для студентів медичних спеціальностей / Р.С. Мусій, А.Р. Торський, О.С. Гаврилів ; Міністерство освіти і науки України, Львівський медичний інститут. - Львів : Растр-7, 2017. - 86 с.
2. Галушак, Мар'ян Олексійович. Курс фізики : [підручник у 3-х книгах] : підручник для студентів вищих навчальних закладів / М.О. Галушак, О.Є. Федоров ; за редакцією М.О. Галушака ; Міністерство освіти і науки України, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу. - Івано-Франківськ : Видавництво ІФНТУНГ, 2016- - 3 кн.
3. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1988.

## ЗМІСТ

Вступ	3
<b>1. Електричне поле у вакуумі</b>	4
1.1. Заряд і поле	4
1.2. Взаємодія зарядів. Закон Кулона.	5
1.3. Напруженість електричного поля	6
1.4. Потенціал та різниця потенціалів	6
1.5. Силові лінії та екіпотенціальні поверхні	9
1.6. Теорема Гауса для вектору $E$	9
1.7. Поле зарядженої сфери, нитки, площини	12
Приклади задач	16
<b>2. Електричне поле в речовині</b>	30
2.1. Провідники	30
2.2. Діелектрики	32
2.3. Поверхнева густина поляризаційного заряду діелектрика	35
2.4. Напруженість поля всередині діелектрика	36
2.5. Теорема Гауса для електричного поля в діелектрику	38
2.6. Електричне поле на межі поділу діелектриків	39
2.7. Електрична ємність. Конденсатори.	42
2.8. З'єднання конденсаторів	46
Приклади задач	47
2.9. Енергія електричного поля зарядженого провідника та конденсатора	54
Приклади задач	56
<b>3. Постійний електричний струм</b>	59
3.1. Сила і густина струму	59
3.2. Електричний опір	62
3.3. Закон Ома в диференціальній формі	64
3.4. Закон Ома в інтегральній формі	66
3.5. Напруга. Електрорушійна сила.	67

3.6. Правила Кірхгофа	68
3.7. Закон Джоуля-Ленца	70
3.8. Послідовне і паралельне з'єднання провідників	71
3.9. Вимірювання струму та напруги	72
3.10. Коефіцієнт корисної дії джерела струму	74
3.11 Квazистаціонарні струми	75
3.12. Класична електронна теорія металів	76
3.13. Основи квантової теорії металів	80
Приклади задач	87
<b>Загальні вказівки до розв'язання задач та виконання контрольних робіт</b>	96
<b>Задачі для самостійної роботи</b>	99
<b>Список літератури</b>	122