

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

# **ПРОЦЕСИ ТА ОБЛАДНАННЯ ХІМІЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ – 1. БАЗОВІ ПРИНЦИПИ ТЕОРІЇ ТЕПЛОМАСООБМІНУ НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для студентів,  
які навчаються за спеціальністю 133 «Галузеве машинобудування»,  
спеціалізацією «Інжиніринг, обладнання та технології хімічних та  
нафтопереробних виробництв»*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2018

Процеси та обладнання хімічних технологій – 1. Базові принципи теорії тепломасообміну: навчальний посібник [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», спеціалізації «Інжиніринг, обладнання та технології хімічних та нафтопереробних виробництв» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: А.Р. Степанюк, С.В. Гулієнко – Електронні текстові дані (1 файл: 3,57 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 160 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 3 від 22.11.2018 р.)  
за поданням Вченої ради інженерно-хімічного факультету  
(протокол 9 від 30.10.2018р.)*

Електронне мережне навчальне видання

# **ПРОЦЕСИ ТА ОБЛАДНАННЯ ХІМІЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ – 1. БАЗОВІ ПРИНЦИПИ ТЕОРІЇ ТЕПЛОМАСООБМІНУ НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

Укладачі: *Степанюк Андрій Романович, канд. наук, доц.  
Гулієнко Сергій Валерійович, канд. техн. наук, ст. викл.*

Відповідальний редактор *Корнієнко Я.М. докт. таех. наук, професор*

Рецензенти: *Сокольський О.Л., канд.тех. наук, доц.*

Навчальний посібник складається з чотирьох розділів: "Технічна гідравліка", "Гідростатика", "Гідродинаміка", "Гідравлічні машини".

У розділі "Технічна гідравліка" викладено поняття про тепло-фізичні властивості рідини та газів.

У розділі "Гідростатика" Наведено вивід основного рівняння гідростатики та розглянуто випадки практичного використання основного рівняння гідростатики . Викладено закон Архімеда. Розглянуто принцип дії з'єднаних посудин та роботу гідростатичних машини.

У розділі "Гідродинаміка" розглянуто основні характеристики рухомої рідини. Наведено рівняння безперервності (суцільності) потоку та диференційне рівняння руху рідини. Викладено рівняння Ейлера для ідеальної рідини та диференційні рівняння руху реальної рідини. рівняння Нав'є – Стокса. Виведено та проаналізовано рівняння Бернуллі, Проаналізовано умови визначення швидкості і витратку речовин. Розглянуто поняття гідродинамічний приграничний шар, гідравлічний радіус і еквівалентний діаметр. Наведено поняття про класифікацію гідравлічних опорів. Розглянуто втрати напору при ламінарному та при турбулентному русі рідини та місцеві гідравлічні опори. Проаналізовано гідравлічний розрахунок простих трубопроводів та витрати рідини при встановленому (стаціонарному) потоці. Виведено рівняння Пуазейля. Встановлено зв'язок між максимальною і середньою швидкістю. Обгрунтовано методику визначення оптимального діаметра трубопроводу. Розглянуто поняття, кавітація, гідравлічний удар та зміна пропускної здатності трубопроводів в процесі їх експлуатації.

У розділі "Гідравлічні машини" наведено класифікацію насосів та розглянуто особливості конструкції і підбору лопатевих і поршневих насосів. Розглянуто індикаторну діаграму поршневих насосів та баланс енергії в насосах.

До всіх розділів наведено приклади вирішення задач та надано контрольні запитання і завдання.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	6
1. ТЕХНІЧНА ГІДРАВЛІКА.....	9
1.1 Рідини та їх властивості.....	9
1.2 Приклади вирішення задач до розділу 1 .....	15
1.3 Контрольні запитання та задачі до розділу 1 .....	17
2 ГІДРОСТАТИКА .....	19
2.1 Диференційне рівняння статички рідини. Рівняння Ейлера.....	19
2.2 Основне рівняння гідростатики .....	21
2.3 Випадки практичного використання основного рівняння гідростатики... 24	
2.3.1 Сила тиску на стінку. Закон Архімеда .....	24
2.3.2 Принцип дії сполучених посудин.....	26
2.3.3 Гідростатичні машини .....	28
2.4 Приклади вирішення задач до розділу 2.....	29
2.5 Контрольні запитання та задачі до розділу 2 .....	43
3. ГІДРОДИНАМІКА.....	52
3.1 Основні характеристики рухомої рідини.....	52
3.2 Рівняння безперервності (суцільності) потоку .....	53
3.3 Диференційне рівняння руху рідини. Рівняння Ейлера для ідеальної рідини .....	56
3.4 Диференційні рівняння руху реальної рідини. Рівняння Нав'є – Стокса .	58
3.5 Рівняння Бернуллі .....	61
3.6 Визначення швидкості і витрат речовини .....	64
3.7 Гідродинамічний пограничний шар .....	69
3.8 Гідравлічний радіус і еквівалентний діаметр.....	70
3.10 Гідравлічні опори .....	74
3.10.1 Втрати напору при ламінарній течії рідини .....	74
3.10.2 Втрати напору при турбулентному русі рідини.....	77
3.10.4 Місцеві гідравлічні опори .....	83
3.11 Гідравлічний розрахунок простих трубопроводів.....	91

3.12 Витрати рідини при встановленому (стаціонарному) потоці. Рівняння Пуазейля.....	95
3.13 Зв'язок між максимальною і середньою швидкістю.....	97
3.14 Визначення оптимального діаметра трубопроводу.....	100
3.15 Трубопроводи з насосною подачею рідин.....	101
3.16 Кавітація.....	104
3.17 Гідравлічний удар.....	107
3.18 Зміна пропускної здатності трубопроводів в процесі їх експлуатації...	110
3.19 Приклади вирішення задач до розділу 3.....	111
3.20 Контрольні запитання та задачі до розділу 3.....	122
<b>4 ГІДРАВЛІЧНІ МАШИНИ.....</b>	<b>130</b>
4.1 Загальні визначення.....	130
4.2 Лопатеві насоси.....	135
4.5 Поршневі насоси.....	143
4.5 Індикаторна діаграма поршневих насосів.....	146
4.6 Баланс енергії в насосах.....	147
4.7 Приклади вирішення задач до розділу 4.....	150
4.8 Контрольні запитання та задачі до розділу 4.....	151
<b>ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....</b>	<b>156</b>
Додаток 1. Теплофізичні властивості води.....	157
Додаток 2. Теплофізичні властивості етанової кислоти.....	157
Додаток 3. Теплофізичні властивості насиченої водяної пари.....	158
Додаток 4. Теплофізичні властивості властивості димових газів.....	158
Додаток Г. Фізичні властивості води.....	159

## ВСТУП

Матеріал викладено за авторами [1...8]. Для створення єдиного уявлення про умови протікання хімічних та нафтопереробних процесів необхідне чітке розуміння про умови протікання процесів, яке базується на розумінні процесів переміщення рідин і газів. Це неможливо без основних понять, гіпотез, аксіом, фундаментальних законів та аспектів історичного розвитку цих процесів. Механіка рідин та газів є базовою інженерною дисципліною для інженерів механіків, які навчаються спеціальністю 133 «Галузеве машинобудування», спеціалізацією «Інжиніринг, обладнання та технології хімічних та нафтопереробних виробництв». При вивченні дисципліни студенти оволодівають основними законами рівноваги і руху крапельних і газоподібних рідин, а також їх силового взаємодії з твердими тілами. Закони гідродинаміки широко використовуються як під час моделювання так і при вирішенні практичних завдань у багатьох галузях техніки: хімічному машинобудуванні, нафтопереробці, мембранній техніці, переробці полімерів, виробництві фармацевтичних препаратів та холодильній техніці, водопостачанні та вентиляції, тощо. Розвиток теоретичної гідродинаміки дозволив вирішити велику кількість теоретичних та практичних задач – від знаходження гідравлічного опору апаратів та трубопроводів, тобто від підбору насосів необхідної потужності до створення фізичних і математичних моделей протікання самих процесів.

Механіка рідини має глибоке історичне коріння. Походження цієї науки досить нерозривно пов'язане з розвитком людства. Явища, які стосуються гідравліки, цікавили людину ще в давні часи. Багато практичних питань пов'язаних із зрошенням, водопостачанням та використанням водної енергії. Розвиток науки пройшов складний шлях від перших, примітивних, водопроводів до сучасних каналізаційних систем та водопостачання. Від примітивних двигунів до сучасних насосів та вентиляторів.

Перший законом гідравліки, який установлює кількісний зв'язок між окремими елементами явищ, вважають загальновідомий закон Архімеда, описаний в трактаті "Про плаваючі тіла" описаний за 250 років до н. е. Далі розвитком гідравліки займалися вчені XVI та XVII ст. Нідерландський учений Сімон Стевін встановив правила визначення тиску рідини на стінку і дно посудини (1548–1620 рр). Італійський фізик і математик Еванджелісто Торрічеллі (1608–1647 рр), учень Галілео Галілея (1564-1642 рр), відкрив закон витікання рідини з посудини і запропонував залежність, у якій визначено швидкість витікання рідини з малого отвору в посудині під дією сили тяжіння. Французький математик і фізик Блез Паскаль запропонував закон, який і досі називається законом Паскаля (1623-1662 рр). Засновником гідравліки, як науки вважається Даніель Бернуллі (29 січня (8 лютого) 1700 – 17 березня 1782). У XVIII ст. почала розвиватися теоретична гідродинаміка, яка ґрунтувалася на диференціальних рівняннях руху ідеальної рідини Ейлера (15 квітня 1707 – 7 (18) вересня 1783).

Починаючи з кінця XVIII століття багато вчених і інженерів (А. Шезі, А. Дарсі, А. Базен, Ю. Вейсбах і ін.) дослідним шляхом вивчали рух води в різних окремих випадках, в результаті чого наука збагатилася значним числом емпіричних формул. Починаючи з кінця XIX століття почалося узагальнення отриманих результатів у єдину структуру, цьому сприяли праці О. Рейнольдса, який розглядав процеси течії реальної рідини і поклав початок вченню про турбулентний рух та гідравлічні опори. Згодом це вчення, завдяки дослідженням Л. Прандтля і Т. Кармана, завершилося створенням напівемпіричних теорій турбулентності, які отримали широке практичне застосування.

До цього ж періоду відносяться дослідження Н. Є. Жуковського, з яких для гідравліки найбільше значення мали роботи про гідравлічному ударі і про рух ґрунтових вод.

Розвиток промисловості викликав потребу у вирішенні задач по транспортуванню рідин і газів різного призначення та їх руху у апаратах.

Перші задачі гідравліки полягали у дослідженні лише однієї рідини – води, а в сучасних умовах все більша увага приділяється вивченню закономірностей руху неньютонівських рідин (розчинів і розплавів полімерів, нафти та нафтопродуктів) та газів. На сьогодні значна увага приділяється руху рідин і газів в різноманітних апаратах, які використовуються у різних галузях, які засовуються у механічних і гідромеханічних, тепло- і масообмінних процесах.

## **1. ТЕХНІЧНА ГІДРАВЛІКА**

Матеріал викладено за авторами [1...4].

Більшість технологічних процесів хімічної промисловості пов'язані з рухом рідин, газів і парів, перемішуванням в рідких середовищах, а також з розділенням неоднорідних сумішей шляхом відстоювання, фільтрування і центрифугування. Швидкість всіх наведених фізичних процесів визначається законами гідромеханіки. Тому такі процеси називаються гідромеханічними.

Закони гідромеханіки і їх практичне застосування вивчаються в гідравліці, яка складається з двох розділів:

- А. Гідростатика – розглядає закони рівноваги у стані спокою.
- Б. Гідродинаміка – вивчає закони руху рідин та газів.

### **1.1 Рідини та їх властивості**

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

В хімічній технології відбувається переробка речовин із сировини та напівфабрикатів в готову продукцію. Речовини можуть знаходитися в різних агрегатних станах, при чому частіше використовуються речовини в рідкому та газоподібному стані. Тому властивості рідин та газів мають виключне значення при проектуванні обладнання. Варто також відзначити, що з точки зору гідравліки (науки про закономірності течії рідин та газів, яка також розглядає практичне застосування цих законів) як рідкі так і газоподібні речовини мають близькі закономірності поведінки, тому обидва ці агрегатні стани називають рідиною. Основна відмінність полягає в тому, що газ стискується, тоді як власне рідина (крапельна рідина) – нестислива.

В усіх випадках, коли це можливо слід використовувати дослідні дані про властивості рідин, котрі наводяться в різноманітних довідниках. Зазвичай в довідковій літературі дані наводять для відносно широких інтервалів фізичних умов, температур, тисків, концентрацій тощо. Проміжні

значення знаходять інтерполяцією. Для практичних цілей доцільно користуватися формулою лінійної інтерполяції:

$$y^* = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x^* - x_1).$$

За відсутності дослідних даних властивості речовин слід визначати розрахунковим шляхом. При повній відсутності даних або неможливості провести розрахунок теоретично необхідно користуватися подібністю фізико-хімічних та інших властивостей.

В довідковій літературі фізико-хімічні властивості наводяться в різній системі одиниць вимірювання. Отримані з довідників чи обраховані різносистемні одиниці необхідно привести до одиниць СІ (таблиця 1.1).

Властивості речовин вибирають із довідників або розраховуються за заданою чи середньою температурою. При використанні величин в критеріальних рівняннях необхідно користуватися визначальною температурою. **Визначальною температурою** називається температура, за якої вибирається значення теплофізичних властивостей рідин та газів і яка відповідає умові, що при зміні фізичних властивостей рідини ці рівняння зберігають той же вигляд, що й при постійних значеннях.

### **Густина.**

Густина рідини або газу визначається:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Розмірність густини в системі СІ – кг/м<sup>3</sup>.

Густина рідини залежно від температури може бути визначена:

$$\rho = \rho_{20} + \beta_t (t_{cp} - 20^\circ\text{C}),$$

або

$$\rho = \rho_{20} + \beta_t / (1 + \Delta t),$$

де  $\rho_{20}$  – густина рідини при температурі 20°C;  $\beta_t$  – температурна поправка на 1°C;  $t_{cp}$  – температура середовища.

Густина суміші рідин та газів:

$$\rho_{\text{см}} = y_1\rho_1 + y_2\rho_2 + \dots + y_n\rho_n,$$

де  $y_1, y_2, \dots, y_n$  – об’ємні частки компонентів;  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$  – густини компонентів сумішей.

Таблиця 1.1 – Основні одиниці

Назва		Позначення		Фізична величина	Визначення
українська	міжнародна	українське	міжнародне		
метр	metre (meter)	м	m	довжина	Метр дорівнює довжині шляху, який світло проходить у вакуумі за 1/299 792 458 секунди.
кілограм	kilogram	кг	kg	маса	Кілограм точно дорівнює масі міжнародного прототипу кілограма (платино-іридієвого циліндру), що зберігається в Міжнародному бюро мір та ваг (м. Севр, Франція).
секунда	second	с	s	час	Секунда дорівнює часу, за який відбуваються точно 9 192 631 770 періодів випромінювання, що відповідають переходу між двома надтонкими рівнями незбудженого атома Цезію-133 при температурі нуль кельвін.
ампер	ampere	A	A	сила електричного струму	Ампер – це сила постійного електричного струму, що, протікаючи по двох прямих паралельних провідниках нескінченної довжини з незначним поперечним перетином, розташованих на відстані 1 метр один від одного у вакуумі, створює між цими провідниками силу, яка дорівнює $2 \times 10^{-7}$ ньютон на метр довжини.
кельвін	kelvin	K	K	термодинамічна температура	Кельвін точно дорівнює 1/273,16 термодинамічної температури потрійної точки води.
моль	mole	моль	mol	кількість речовини	Моль є кількість речовини, що містить стільки ж елементарних часток (атомів, молекул, електронівтощо), скільки атомів міститься в 0,012 кілограмах вуглецю-12.

Густини рідин, при змішуванні яких не відбувається суттєвих фізико-хімічних змін можна розрахувати, приймаючи, що об'єм дорівнює сумі об'ємів компонентів:

$$\frac{1}{\rho_{\text{см}}} = \frac{x_1}{\rho_1} + \frac{x_2}{\rho_2} + \dots + \frac{x_n}{\rho_n},$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – масові частки компонентів;  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$  – густини компонентів сумішей.

Густина суспензії:

$$\frac{1}{\rho_{\text{с}}} = \frac{x}{\rho_{\text{ТВ}}} + \frac{1-x}{\rho_{\text{р}}},$$

де  $x$  – масова частка твердої фази в суспензії;  $\rho_{\text{ТВ}}, \rho_{\text{р}}$  – густини твердої і рідкої фази.

### **В'язкість.**

В'язкість індивідуальних речовин визначається за допомогою спеціальних приладів – віскозиметрів. Розрізняються динамічний ( $\mu$ ) і кінематичний ( $\nu$ ) коефіцієнт в'язкості, зв'язок між якими такий:

$$\mu = \rho \nu.$$

В системі СІ динамічна в'язкість вимірюється в Па·с, а кінематична – в м<sup>2</sup>/с.

Характерною особливістю в'язкості є те, що вона не відповідає правилу адитивності, що ускладнює роботу з сумішами.

Динамічний коефіцієнт газової суміші може бути визначений:

$$\frac{M_{\text{см}}}{\mu_{\text{см}}} = \frac{y_1 M_1}{\mu_1} + \frac{y_2 M_2}{\mu_2} + \dots + \frac{y_n M_n}{\mu_n},$$

де  $M_{\text{см}}, M_1, M_2, \dots, M_n$  – мольні маси газової суміші і окремих компонентів;  $\mu_{\text{см}}, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  – динамічні коефіцієнти в'язкості газової суміші і компонентів суміші;  $y_1, y_2, \dots, y_n$  – об'ємні частки компонентів в суміші.

В'язкість суміші рідин, що не асоціюються (молекули не об'єднуються в групи):

$$\lg \mu_{\text{см}} = x_1 \lg \mu_1 + x_2 \lg \mu_2 + \dots + x_n \lg \mu_n,$$

де  $\mu_{см}$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , ...,  $\mu_n$  – динамічні коефіцієнти в'язкості суміші і компонентів;  $x_1$ ,  $x_2$ , ...,  $x_n$  – мольні частки компонентів.

Динамічний коефіцієнт в'язкості розбавлених суспензій визначається за такими формулами:

1) при об'ємній концентрації твердої фази, менш ніж 10%:

$$\mu_c = \mu_p(1 + 2,5\varphi);$$

2) при об'ємній концентрації твердої фази понад 10%:

$$\mu_c = \mu_p(1 + 4,5\varphi);$$

3) при об'ємній концентрації твердої фази до 30% можна користуватися залежністю:

$$\mu_c = \mu_p \frac{0,59}{(0,77 - \varphi)^2},$$

де  $\mu_p$  – динамічний коефіцієнт в'язкості чистої рідини (дисперсійного середовища);  $\varphi$  – об'ємна частка твердої (дисперсної фази).

### **Теплоємність.**

Теплоємність індивідуальних речовин визначається експериментально калориметричними методами. Одиниця вимірювання питомої теплоємності в системі СІ – Дж/(кг·К).

Теплоємність є адитивною і для сумішей можна скористатися формулою:

$$c = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n,$$

де  $c_1$ ,  $c_2$ , ...,  $c_n$  – питомі теплоємності компонентів;  $x_1$ ,  $x_2$ , ...,  $x_n$  – масові частки компонентів.

### **Теплопровідність.**

Коефіцієнт теплопровідності індивідуальних речовин вимірюється експериментально (наприклад методом гарячого дроту), а в окремих випадках може бути розрахована за відомими іншими властивостями. Одиниця вимірювання теплоємності в системі СІ – Вт/(м·К).

Коефіцієнт теплопровідності рідини при температурі 30°C може бути визначена:

$$\lambda_{30} = A \rho c \sqrt{\rho / M},$$

де  $c$  – питома теплоємність рідини;  $\rho$  – густина рідини;  $M$  – мольна маса рідини;  $A$  – коефіцієнт, що залежить від ступеня асоціації рідини.

Коефіцієнт теплопровідності рідини при температурі  $t$ :

$$\lambda_t = \lambda_{30} [1 - \varepsilon(t - 30)],$$

де  $\varepsilon$  – температурний коефіцієнт.

Для сумішей рідин, що змішуються одна з одною, коефіцієнт теплопровідності визначається за формулою:

$$\lambda_{\text{см}} = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_n x_n,$$

де  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  – питомі теплоємності компонентів;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – мольні частки компонентів частки компонентів.

Для бінарних сумішей неполярних рідин коефіцієнт теплопровідності визначається за рівнянням:

$$\lambda_{\text{см}} = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 - 0,72 x_1 x_2 (\lambda_2 - \lambda_1),$$

Коефіцієнт теплопровідності суспензій:

$$\lambda_{\text{сусп}} = \lambda_c \frac{2\lambda_c + \lambda_T - 2\varphi(\lambda_c - \lambda_T)}{2\lambda_c + \lambda_T + \varphi(\lambda_c - \lambda_T)},$$

де  $\lambda_c, \lambda_T$  – коефіцієнти теплопровідності суцільної і дисперсної фази;  $\varphi$  – об'ємна частка дисперсної фази.

Теплопровідність газових сумішей можна розрахувати за правилом адитивності:

$$\lambda_{\text{см}} = \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \dots + \lambda_n y_n,$$

де  $y_1, y_2, \dots, y_n$  – об'ємні частки компонентів.

Правилом адитивності можна користуватися тоді, коли значення  $\lambda$  компонентів незначно відрізняються один від одного.

## 1.2 Приклади вирішення задач до розділу 1

Матеріал підрозділу викладено за авторами [5...7].

### Приклад 1.1.

**Завдання.** Для суміші вода-етанова кислота зданого складу визначити густину, теплопровідність, коефіцієнт динамічної в'язкості та коефіцієнт теплопровідності

#### Вихідні дані:

Температура суміші, °С, $t$	19
Концентрація кислоти в суміші, мас. частка, $c$	0,05
Молярна маса води, кг/кмоль, $M_B$	18
Молярна маса етанової кислоти, кг/кмоль, $M_K$	60

#### Розв'язок:

Теплофізичні властивості води в найближчих вузлових точках.

При 10°C:

- Густина – 1000 кг/м<sup>3</sup>;
- Теплоємність – 4,19 кДж/(кг·К);
- Коефіцієнт теплопровідності –  $57,5 \cdot 10^{-2}$  Вт/(м·К)
- Коефіцієнт динамічної в'язкості –  $1310 \cdot 10^{-6}$  Па·с

При 20°C:

- Густина – 998 кг/м<sup>3</sup>;
- Теплоємність – 4,19 кДж/(кг·К);
- Коефіцієнт теплопровідності –  $59,9 \cdot 10^{-2}$  Вт/(м·К)
- Коефіцієнт динамічної в'язкості –  $1000 \cdot 10^{-6}$  Па·с

Теплофізичні властивості води при робочій температурі:

- густина:

$$\rho_B = 1000 + \frac{998 - 1000}{20 - 10} \cdot (19 - 10) = 998,2 \text{ кг/м}^3;$$

- теплоємність – оскільки в вузлових точках величина однакова, то  $c_B = 4,19$  кДж/(кг·К);

- коефіцієнт теплопровідності

$$\lambda_b = \left( 57,5 + \frac{59,5 - 57,5}{20 - 10} \cdot (19 - 10) \right) \cdot 10^{-2} = 0,597 \text{ Вт/(м·К)};$$

- коефіцієнт динамічної в'язкості:

$$\mu_b = \left( 1310 + \frac{1000 - 1310}{20 - 10} \cdot (19 - 10) \right) \cdot 10^{-6} = 1,031 \cdot 10^{-3} \text{ Па·с.}$$

Теплофізичні властивості етанової кислоти в найближчих вузлових точках.

При 0°C:

- Густина – 1072 кг/м<sup>3</sup>;
- Теплоємність – 1,886 кДж/(кг·К);
- Коефіцієнт теплопровідності – 0,176 Вт/(м·К)
- Коефіцієнт динамічної в'язкості – 1440·10<sup>-6</sup> Па·с.

При 20°C:

- Густина – 1048 кг/м<sup>3</sup>;
- Теплоємність – 1,994 кДж/(кг·К);
- Коефіцієнт теплопровідності – 0,173 Вт/(м·К)
- Коефіцієнт динамічної в'язкості – 1220·10<sup>-6</sup> Па·с

Теплофізичні властивості етанової кислоти при робочій температурі:

- густина:

$$\rho_k = 1072 + \frac{1048 - 1072}{20 - 0} \cdot (19 - 0) = 1049 \text{ кг/м}^3;$$

- теплоємність:

$$c_k = 1,886 + \frac{1,994 - 1,886}{20 - 0} \cdot (19 - 0) = 1,989 \text{ кДж/(кг·К)};$$

- коефіцієнт теплопровідності:

$$\lambda_k = 0,176 + \frac{0,173 - 0,176}{20 - 0} \cdot (19 - 0) = 0,173 \text{ Вт/(м·К)}.$$

- коефіцієнт динамічної в'язкості:

$$\mu_k = \left( 1440 + \frac{1220 - 1440}{20 - 0} \cdot (19 - 0) \right) \cdot 10^{-6} = 1,231 \cdot 10^{-3} \text{ Па·с.}$$

Вираження концентрації етанової кислоти в суміші в мольних частках:

$$x_m = \frac{\frac{x}{M_k}}{\frac{x}{M_k} + \frac{1-x}{M_b}} = \frac{\frac{0,05}{60}}{\frac{0,05}{60} + \frac{1-0,05}{18}} = 0,016.$$

Густина суміші:

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{x}{\rho_k} + \frac{1-x}{\rho_b}} = \frac{1}{\frac{0,05}{1049} + \frac{1-0,05}{998,2}} = 1001 \text{ кг/м}^3.$$

Коефіцієнт динамічної в'язкості суміші:

$$\begin{aligned} \lg(\mu_c) &= x_m \lg(\mu_k) - (1-x_m) \lg(\mu_b) = \\ &= 0,016 \cdot \lg(1,231 \cdot 10^{-3}) - (1-0,016) \lg(1,031 \cdot 10^{-3}) = -2,986 \\ \mu_c &= 10^{\lg(\mu_c)} = 10^{-2,986} = 1,034 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}. \end{aligned}$$

Теплоємність суміші:

$$c_c = x \cdot c_e + (1-x) \cdot c_a = 0,05 \cdot 4190 + (1-0,05) \cdot 1989 = 4080 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}.$$

Коефіцієнт теплопровідності суміші:

$$\lambda_c = x_m \cdot \lambda_e + (1-x_m) \cdot \lambda_a = 0,016 \cdot 0,173 + (1-0,016) \cdot 0,597 = 0,59 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}.$$

### 1.3 Контрольні запитання та задачі до розділу 1

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...7].

1. Проаналізуйте поняття технічна гідравліка.
2. Проаналізуйте основні одиниці СІ.
3. Проаналізуйте поняття визначальної температури.
4. Проаналізуйте методи визначення густини рідини або газу.
5. Проаналізуйте методи визначення густини суміші рідин та газів.
6. Проаналізуйте поняття коефіцієнт в'язкості.
7. Проаналізуйте методи визначення коефіцієнтів в'язкості.
8. Проаналізуйте визначення динамічного коефіцієнту в'язкості розбавлених суспензій.
9. Проаналізуйте визначення теплоємності.

10. Проаналізуйте визначення коефіцієнта теплопровідності індивідуальних речовин.

11. Проаналізуйте визначення коефіцієнта теплопровідності бінарних сумішей неполярних рідин, суспензій та газових сумішей.

12. **Задача.** Для суміші вода-етанова кислота зданого складу визначити густину, теплопровідність, коефіцієнт динамічної в'язкості та коефіцієнт теплопровідності.

**Вихідні дані:**

Температура суміші  $t=19+2 \cdot n$ , °C.

Концентрація кислоти в суміші  $x=0,05+0,01 \cdot n$ , мас. частка.

Молярна маса води  $M_B=18$  кг/кмоль.

Молярна маса етанової кислоти  $M_K=60$  кг/кмоль.

Тут  $n$  – номер студента за списком групи.

Теплофізичні властивості води наведені в таблиці додатку 1, теплофізичні властивості етанової кислоти – в таблиці додатку 2.

## 2 ГІДРОСТАТИКА

Матеріал розділу викладено за авторами [1...4].

**Гідростатика** – це розділ гідравліки, що вивчає поведінку рідини, яка знаходиться в стані відносного спокою, при якому в рідині що рухається її частинки не рухаються одні відносно інших. В цьому стані в рідині не проявляються дотичні напруги і рідину розглядають як єдине ціле.

### 2.1 Диференційне рівняння статички рідини. Рівняння Ейлера

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Виділимо в об'ємі рідини елементарний об'єм  $dV = dxdydz$ , де  $dx, dy, dz$  - ребра елементарного паралелепіпеда, паралельні координатним осям  $x, y$  і  $z$  відповідно (рисунок 2.1). Необхідно визначити, як тиск змінюється по поверхні рідини  $p = f(x, y, z)$ .

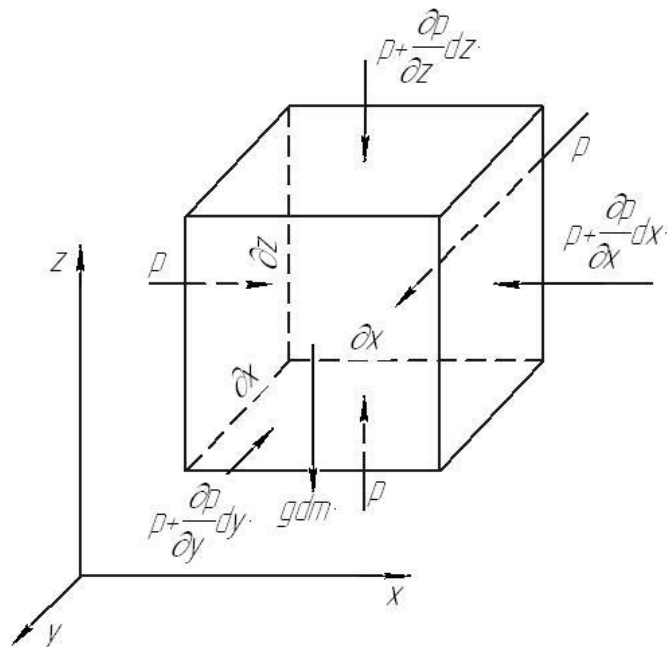


Рисунок 2.1 – До виведення диференційного рівняння рівноваги Ейлера

На паралелепіпед діє сила тяжіння  $gdm$ . Припустимо, що вектор сили тяжіння паралельний осі  $z$  і направлений в протилежну сторону (вниз), тоді, згідно основного принципу статички сума проекцій, сума проекцій всіх сил,

що діють на елементарний об'єм, який знаходиться в рівновазі, дорівнює нулю.

Сила тяжіння:

$$-gdm = -g\rho dV = -g\rho dx dy dz$$

Сила тиску дорівнює добутку тиску на площу будь-якої грані на яку діє сила, тоді на кожну грань діє сила  $p dx dy$ . Проекція сили гідростатичного тиску на вісь  $z$

$$-(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz) dx dy$$

Проекція рівнодійної сили тиску на вісь  $z$

$$p dx dy - (p + \frac{\partial p}{\partial z} dz) dx dy = -\frac{\partial p}{\partial z} dz dx dy$$

Сума проекцій сил на вісь  $z$  дорівнює нулю, тобто

$$-\rho g dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz = 0$$

$$-\rho g dV - \frac{\partial p}{\partial z} dV = 0 = (-\rho g - \frac{\partial p}{\partial z}) dV$$

Так як  $dV \neq 0$ , то справедлива наступна рівність:

$$-\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Аналогічно проекція сил тяжіння на осі  $x$  і  $y$  дорівнюють нулю. Тому сума проекцій на вісь  $x$

$$p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz = 0$$

звідки, після розкриття дужок і скорочення, знаходимо

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dV = 0$$

або

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

Відповідно для осі  $y$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = -\frac{\partial p}{\partial y} dV = 0$$

або

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Таким чином умови рівноваги елементарного паралелепіпеда виражаються системою рівнянь:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ -\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \end{cases}$$

Отримана система рівнянь – називається **системою диференціальних рівнянь Ейлера**, яка описує рідину в спокої.

### *Аналіз системи рівнянь*

Із перших двох рівнянь видно, що по осі  $Ox$  і по осі  $Oy$  тиск не змінюється, а змінюється тільки по висоті.

## **2.2 Основне рівняння гідростатики**

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Основне рівняння гідростатики – це один із випадків закону збереження енергії, який можна сформулювати так: сума енергії положення і енергії тиску є величина постійна (рисунок 2.2) або сума питомих енергій положення і тиску є величина постійна, або питома потенціальна енергія для всіх точок рідини, що знаходиться в стані спокою, є величина постійна.

Сили, що діють на масу рідини, діляться на масові (або об'ємні) і поверхневі. Масові сили діють на кожен частинку даного об'єму рідини і пропорційні масі. До їх числа належать сили тяжіння, інерції та відцентрова. Поверхневі сили (тиску, тертя) діють на поверхнях, що відділяють даний об'єм рідини від навколишнього середовища; вони пропорційні розміру поверхні. Оскільки ідеальна рідина опирається розтягу і зсуву, то під дією сил тиску в рідині виникає напруження стискання, котре прийнято називати

гідромеханічним тиском. Напруження, обумовлене дією рівномірно розподіленої поверхневої сили  $P$  на поверхню  $F$  називається гідростатичним тиском  $p$ .

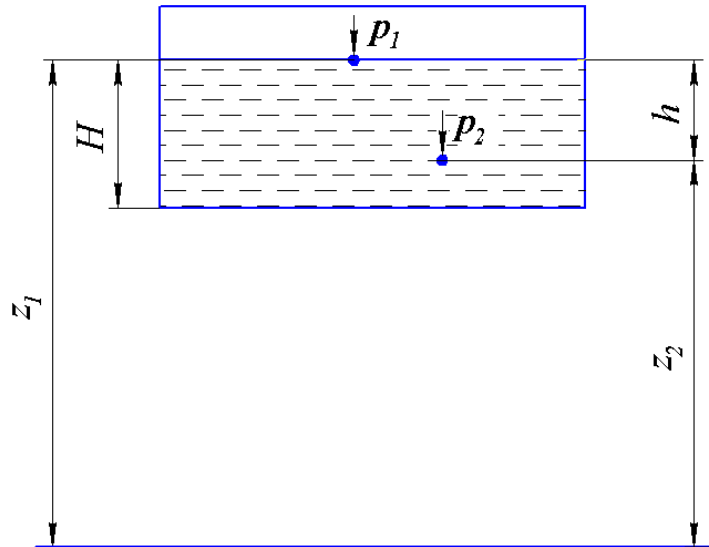


Рисунок 2.2 – До основного рівняння гідростатики.

Для отримання закону розподілу тиску по всьому об'ємі необхідно проінтегрувати систему диференціальних рівнянь статки рідини (рівняння Ейлера). В зв'язку з тим що в цій системі частинні похідні  $\frac{\partial p}{\partial x}$  і  $\frac{\partial p}{\partial y}$  дорівнюють нулю, то тоді частинна похідна в третьому рівнянні  $\frac{\partial p}{\partial z}$  може бути замінена на повну  $\frac{dp}{dz}$ . Приймаючи, що густина і прискорення вільного падіння величини постійні  $\rho = \text{const}$ ,  $g = \text{const}$ , маємо:

$$dz + d\left(\frac{p}{\rho g}\right) = d\left(z + \frac{p}{\rho g}\right) = 0$$

Звідки після інтегрування отримаємо

$$z + \frac{p}{\rho g} = \text{const}$$

де  $z$  - геометричний напір [м], висота розташування точки над площиною порівняння;

$\frac{p}{\rho g}$  - гідростатичний напір.

Для двох горизонтальних площин 1 та 2 отримане рівняння можна виразити у вигляді:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}$$

Це рівняння називається **основним рівнянням гідростатики**.

Із рівняння виходить що сума геометричного і гідростатичного напорів є величина постійна для кожної точки рідини в стані спокою.

Основне рівняння гідростатики можна записати у вигляді

$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2$$

або

$$p_2 = p_1 + \rho g (z_1 - z_2) = p_1 + \rho g h$$

Отримане рівняння є математичним записом **закону Паскаля**, згідно з яким тиск, що створюється в будь-якій точці нестисливої рідини що знаходиться в стані спокою, передається однаково всім точкам її об'єму.

Необхідно відзначити, що гідростатичний тиск наявний для всіх рідин та газів, включаючи земну атмосферу. Тому розрізняють атмосферний, абсолютний і надлишковий тиск, а також тиск розрідження (рисунок 2.3).

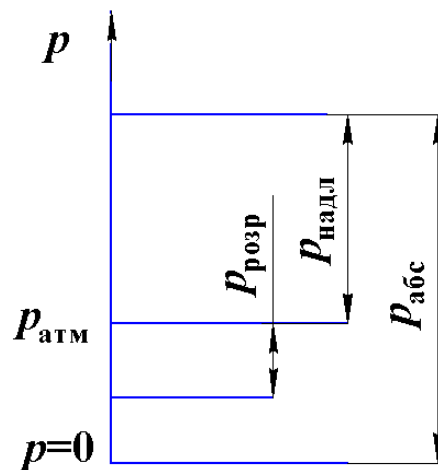


Рисунок 2.3 – До пояснення визначення тиску

Атмосферний тиск вимірюється за допомогою барометрів, тому іноді ще називається барометричним. Тиск, виміряний відносно посудини, з якої повністю викачали повітря, називається абсолютним ( $p_{\text{абс}}$ ). Однак такий метод вимірювання незручний і затратний, тому на практиці тиск найчастіше вимірюють відносно атмосферного. Тиск, більший за атмосферний називається надлишковим ( $p_{\text{надл}}$ ). Його вимірюють за допомогою манометрів. В такому разі:

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{надл}} + P_{\text{атм}}.$$

Тиск менший за атмосферний називається тиском розрідження ( $p_{\text{розр}}$ ). Його вимірюють за допомогою вакуумметрів. Тоді:

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{атм}} - P_{\text{розр}}.$$

В системі СІ тиск вимірюється в Паскалях (Па), однак поряд з ними широко використовуються одиниці з інших систем, зв'язок між якими такий:

$$\begin{aligned} 1 \text{ технічна атмосфера} &= 98100 \text{ Па} = 735 \text{ мм. рт. ст} = 10 \text{ м вод. стовпа} = \\ &= 14,2 \text{ psi} \end{aligned}$$

Також використовуються такі одиниці як бар (1 бар = 0,1 МПа) та фізична атмосфера (1 фізична атмосфера = 760 мм. рт. ст.)

Основне рівняння гідростатики використовується для проведення значної кількості практичних розрахунків.

## **2.3 Випадки практичного використання основного рівняння гідростатики**

### **2.3.1 Сила тиску на стінку. Закон Архімеда**

Матеріал пункту викладено за авторами [1...4].

На практиці часто виникає потреба визначення дії тиску рідини на стінки посудини, в якій вона знаходиться. Найчастіше така потреба виникає при визначенні розмірів посудини для забезпечення її міцності.

Можна показати, що сила тиску, що діє на плоску стінку може бути розрахована за формулою:

$$F = (p_0 + \rho g h_c) S,$$

де  $p_0$  – тиск на вільній поверхні рідини;  $h_c$  – глибина розташування центру мас плоскої фігури;  $S$  – площа стінки, на яку діє тиск.

Тобто повна сила тиску рідини на плоску стінку дорівнює добутку площі стінки на гідростатичний тиск і прикладена в центрі мас цієї площі.

В окремому випадку, коли тиск на поверхні рідини дорівнює атмосферному і також діє з іншого боку стінки, сила надлишкового тиску на стінку дорівнює лише силі тиску від ваги рідини, тобто:

$$F = \rho g h_c S,$$

Проте в загальному випадку, тиск на поверхні рідини може суттєво відрізнитися від атмосферного, тому повну силу тиску необхідно розглядати як суму двох сил: від зовнішнього тиску і від ваги рідини.

Знаходження сили тиску рідини на поверхні довільної форми в загальному випадку зводиться до визначення трьох складових сумарної сили і трьох моментів. Частіше всього розглядають циліндричні або сферичні поверхні, що мають вертикальну площину симетрії. Сила тиску рідини в цьому випадку зводиться до рівнодіючої сили, що лежить в площині симетрії.

В такому випадку, сила, що діє в вертикальному напрямку буде визначатися:

$$F_v = p_0 S_r + G,$$

де  $p_0$  – тиск на вільній поверхні рідини;  $S_r$  – проекція поверхні на горизонтальній площині,  $G$ .

Горизонтальна складова становитиме:

$$F_r = S_b \rho g h_c + p_0 S_b,$$

де  $S_b$  – проекція поверхні на горизонтальній площині.

Після визначення вертикальної і горизонтальної складової повної сили тиску можна знайти:

$$F = \sqrt{F_B^2 + F_r^2},$$

У випадку розташування рідини з низу від поверхні, під величиною  $G$  слід розуміти вагу рідини в об'ємі над площиною, хоча цей об'єм і не заповнений рідиною. На цьому ґрунтується закон Архімеда, який зазвичай формулюється так: на тіло, занурене в рідину діє виштовхувальна сила (сила Архімеда), направлена вертикально вгору, що за величиною дорівнює вазі рідини, витісненої тілом, і прикладена в центрі тяжіння об'єму зануреної частини тіла:

$$F_A = V\rho g.$$

Залежно від співвідношення ваги тіла і сили Архімеда можливі три випадки:

- 1)  $G > F_A$  – тіло тоне;
- 2)  $G < F_A$  – тіло спливає і плаває на поверхні в частково зануреному стані;
- 3)  $G = F_A$  – тіло плаває в повністю зануреному стані.

### 2.3.2 Принцип дії сполучених посудин

Матеріал пукнту викладено за авторами [1...4].

Нехай дві відкриті сполучені посудини заповнені рідиною густиною  $\rho$ . Оберемо довільну площину порівняння  $0-0$  і деяку точку  $A$ , таку що знаходиться всередині рідини і належить цій площині (рисунок 2.4). Якщо вважати, що точка  $A$  належить лівій посудині, то тиск в даній точці згідно закону Паскаля буде:

$$p = p_0 + \rho g z'_0.$$

Якщо ж вважати точку  $A$  такою, що належить лівій посудині, то тиск в ній буде:

$$p = p_{\text{атм}} + \rho g z''_0$$

( $z' = z'' = 0$ , так як площина  $0-0$  проходить через точку  $A$ )

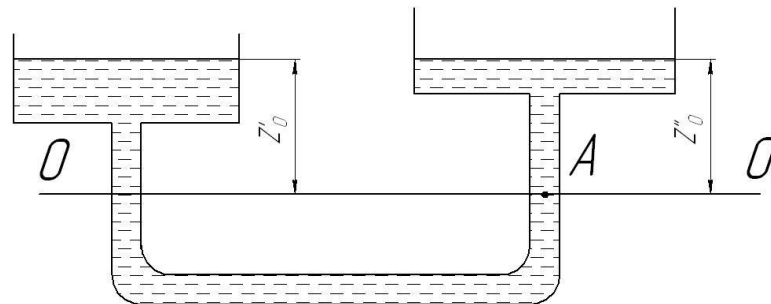


Рисунок 2.4 – Умова рівноваги в сполучених посудинах з однорідною рідиною

У стані рівноваги для кожної точки тиск однаковий в будь-якому напрямку (в іншому випадку мав би місце рух рідини).

Отже

$$p_{\text{атм}} + \rho g z'_0 = p_{\text{атм}} + \rho g z''_0,$$

або

$$z'_0 = z''_0.$$

Аналогічний висновок міг би бути зроблений для двох закритих сполучених посудин, в яких тиск над вільною рідиною однаковий.

Таким чином, в відкритих або закритих сполучених посудинах, які знаходяться під однаковим тиском, заповнені однорідною рідиною, її рівні розташовуються на однаковій висоті незалежно від форми і поперечного перерізу посудин. Цей принцип використовується для вимірювання рівня рідини в закритій посудині за допомогою мірних шибок.

Якщо сполучені посудини заповнені двома рідинами, що не змішуються і мають густини  $\rho'$  (ліва посудина) і  $\rho''$  (права посудина), то при проведенні площини порівняння  $0-0$  через границю поділу між рідинами, аналогічно попередньому одержимо:

$$\rho' z'_0 = \rho'' z''_0,$$

або

$$\frac{z'_0}{z''_0} = \frac{\rho''}{\rho'}$$

звідси випливає, що в сполучених посудинах висота рівня різнорідних рідин над поверхнею їх розділу обернено пропорційна густинам цих рідин.

Якщо посудини заповнені однією рідиною з густиною  $\rho$ , але тиск над рівнем рідини в них неоднаковий і дорівнює  $p'$  (ліва посудина) і  $p''$  (права посудина), тоді:

$$p' + \rho g z'_0 = p'' + \rho g z''_0$$

Звідси різниця рівнів в посудинах може бути визначена із співвідношення:

$$z''_0 - z'_0 = \frac{p' - p''}{\rho g}$$

Ця властивість використовується в диференційних U-подібних манометрах.

### 2.3.3 Гідростатичні машини

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4]. Прикладом таких машин є гідравлічні преси та домкрати (Рисунок 2.5). Якщо прикласти відносно невелике навантаження  $P_1$  до поршня 1, що рухається в циліндрі меншого діаметра  $d_1$ , і створити тиск  $p$  на поршень, то, згідно закону Паскаля, такий же тиск  $p$  буде приходиться на поршень 2 в циліндрі більшого діаметра  $d_2$ . При цьому сила тиску на поршень 1 складе

$$P_1 = p \frac{\pi d_1^2}{4},$$

а сила тиску на поршень 2

$$P_2 = p \frac{\pi d_2^2}{4}.$$

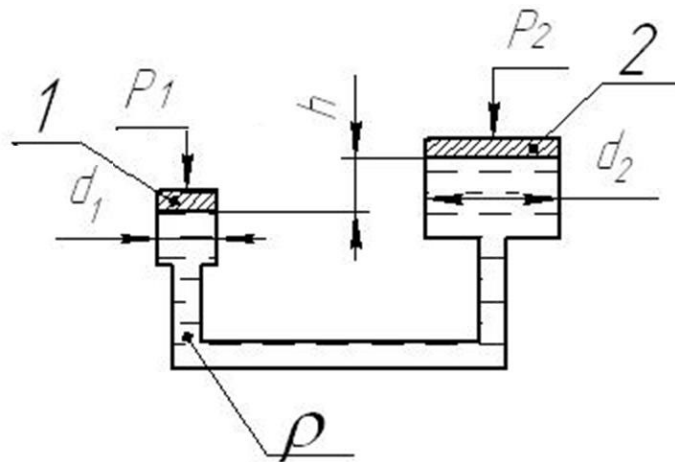


Рисунок 2.5 – Схема гідравлічного преса

В результаті поршень в циліндрі більшого діаметру передасть силу тиску, в стільки разів більшу, ніж сила, прикладена до поршня в циліндрі меншого діаметру, у скільки разів поперечний переріз циліндра 2 більше ніж циліндра 1.

Таким чином, за допомогою порівняно невеликих зусиль здійснюють пресування матеріалу 3, розміщеного між поршнем 2 та нерухомою плитою 4.

## 2.4 Приклади вирішення задач до розділу 2

Матеріал підрозділу викладено за авторами [5...8].

### Приклад 2.1.

**Завдання.** Визначити висоту вільної поверхні (рівень) бензину в резервуарі  $H$ , за показом манометра  $p_m$ , розташованим на висоті  $h$ , якщо відома густина бензину (рисунок 2.3).

#### Вихідні дані:

Показ манометра, кПа $p_m$ ,	20
Висота розташування манометра, м, $h$ ,	0,5
Густина бензину, кг/м <sup>3</sup> , $\rho$ ,	850
Прискорення вільного падіння прийняти рівним $9,81 \text{ м/с}^2$ .	

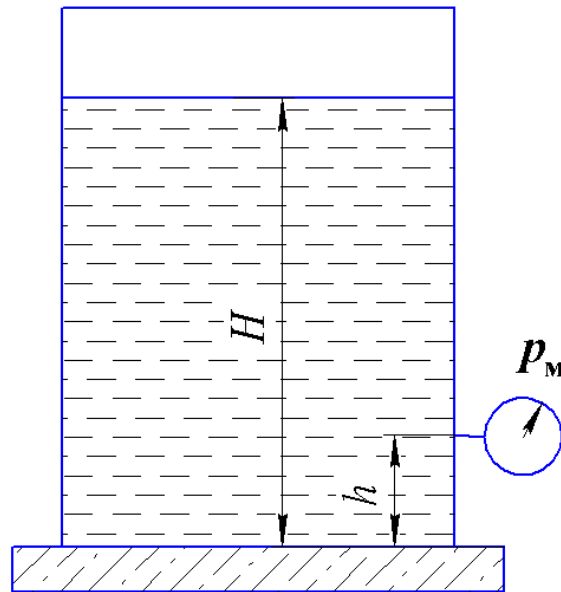


Рисунок 2.3 – До задачі 2.1

**Рішення:**

Тиск на дно резервуару описується співвідношенням:

$$p_m + \rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot g \cdot H .$$

Звідси отримуємо:

$$H = \frac{p_m + \rho \cdot g \cdot h}{\rho \cdot g} = \frac{2 \cdot 10^4 + 8509,81 \cdot 0,5}{8509,81} = 2,899 \text{ м.}$$

Отже, рівень бензину в резервуарі становить 2,899 м.

**Приклад 2.2.**

**Завдання.** Вакуумметр на барометричному конденсаторі показує вакуум  $P_v$ . Барометричний тиск –  $P_6$  (рисунок 2.4). Визначити абсолютний тиск в конденсаторі в Па, кгс/см<sup>2</sup> та psi, а також на яку висоту  $H$  підніметься рідина в барометричній трубі.

**Вихідні дані:**

Показ вакуумметра, см.рт.ст, $p_v$	50
Барометричний тиск, мм.рт.ст, $p_6$	732
Густина води, кг/м <sup>3</sup> , $\rho$	998

Прискорення вільного падіння прийняти рівним  $9,81 \text{ м/с}^2$ .

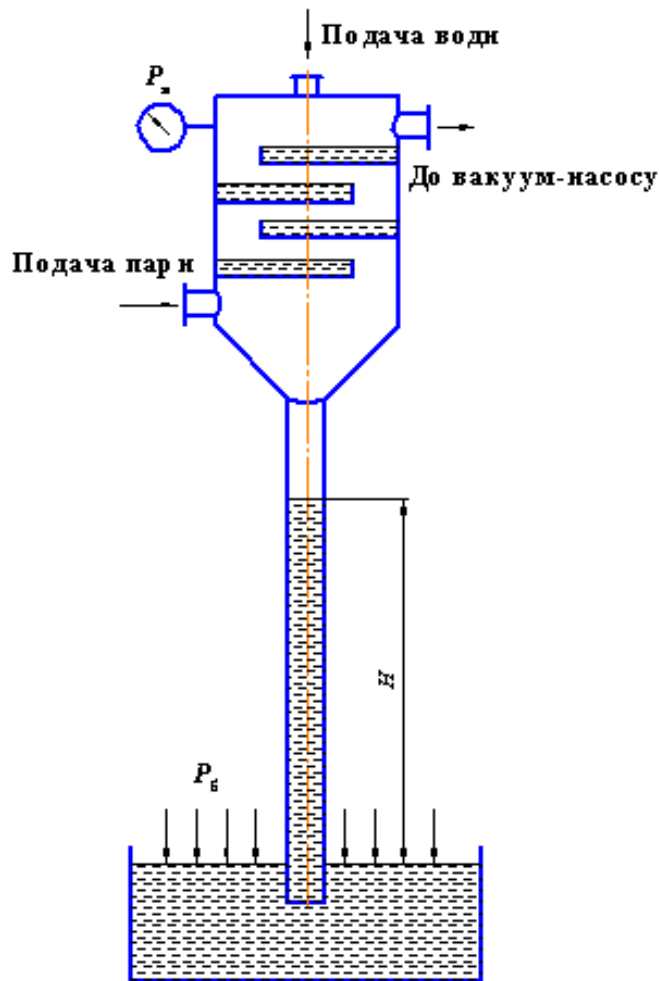


Рисунок 2.4 – До задачі 2.2

**Рішення:**

Спершу необхідно звести покази приладів до однієї розмірності. Оскільки міліметри ртутного стовпа є більш традиційною розмірністю, то показ вакуумметра буде 500 мм. рт. ст. Тоді абсолютний тиск в барометричному конденсаторі становитиме:

$$p_a = p_г - p_v = 732 - 500 = 232 \text{ мм. рт. ст.}$$

В Паскалях ця величина становитиме:

$$p_a^{\text{Па}} = \frac{98100 \cdot p_a}{735} = 3,096 \cdot 10^4 \text{ Па,}$$

в фунтах на квадратний дюйм (psi):

$$p_a^{\text{psi}} = \frac{14,2 \cdot p_a}{735} = 4,482 \text{ psi}$$

Висота підйому води (з урахуванням того, що атмосферний тиск виражений в мм. рт. ст.):

$$H = \frac{133,3 p_6 - p_a^{\text{Па}}}{\rho \cdot g} = \frac{133,3 \cdot 732 - 3,096 \cdot 10^4}{9989,81} = 6,804 \text{ м.}$$

Таке значення реальним умовам роботи барометричних конденсаторів.

### Приклад 2.3

**Завдання.** Визначити яку силу необхідно прикласти до поршня 2, щоб зрівноважити дію сили  $P_1$ ,  $H$ , яка діє на поршень 1, діаметр якого  $d$ , м, якщо  $P_2 = 100 \text{ Н}$ ,  $D = 0,5 \text{ м}$ ,  $d = 0,01 \text{ м}$ ,  $h = 1 \text{ м}$ ,  $\rho_{\text{рідини}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $g \cong 9,81 \text{ м/с}^2$  (рисунок 2.5).

**Рішення:**

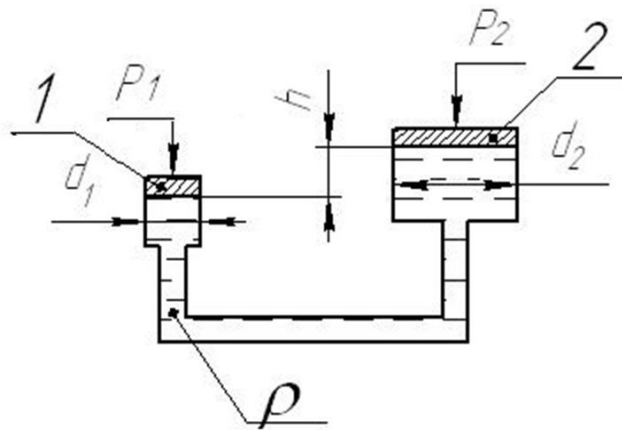


Рисунок 2.5 – До задачі 2.3

$$\frac{P_1}{s_1} = \frac{P_2}{s_2} + \rho \cdot g \cdot h,$$

$$s_1 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 0,196 \text{ м}^2,$$

$$s_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} = 0,00785 \text{ м}^2,$$

$$P_2 = s_2 \left( \frac{P_1}{s_1} - \rho \cdot g \cdot h \right) = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \left( \frac{P_1}{\left( \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right)} - \rho \cdot g \cdot h \right) =$$

$$= 0,196 \left( \frac{100}{0,00785} - 1000 \cdot 9,81 \cdot 1 \right) = 574 \text{ Н}$$

### Приклад 2.4

**Завдання.** З метою уникнення розриву суцільності потоку під поршнем в циліндрі (рисунок 2.6) під час всмоктування рідини необхідно визначити максимальну висоту всмоктування, якщо відомий тиск насиченої пари.

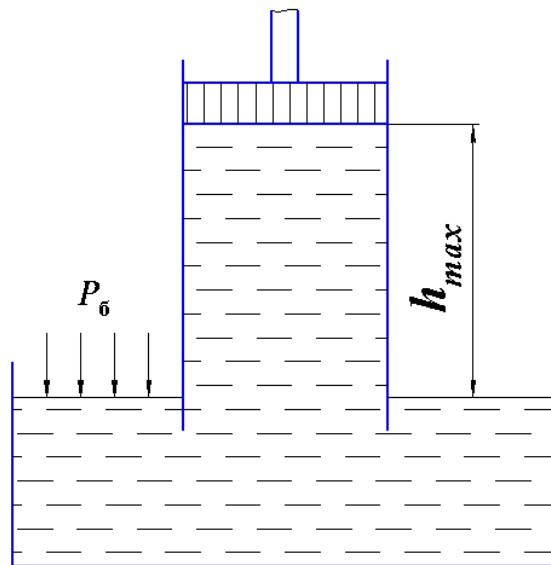


Рисунок 2.6 – До задачі 2.4

### Вихідні дані:

Тиск пари насиченої рідини, Па $p_{\text{нас}}$ ,	10
Густина рідини $\text{кг/м}^3$ , $\rho$	800
Барометричний тиск $\text{мм.рт.ст.}$ , $p_6$	730
Прискорення вільного падіння прийняти рівним $9,81 \text{ м/с}^2$ .	

### Рішення:

Для проведення розрахунків необхідно перевести тиск в Паскалі:

$$p_6 = \frac{98100 \cdot p_6}{735} = 97430$$

Допустиме розрідження:

$$[p] = p_{\text{в}} - p_{\text{нас}} = 97430 - 10 = 97420$$

Допустима висота вмоктування:

$$[h] = \frac{[p]}{\rho \cdot g} = \frac{97420}{800 \cdot 9,81} = 12,41 \text{ м.}$$

Отже висота всмоктування не повинна перевищувати 12,41 м.

### Приклад 2.5.

**Завдання.** Ґрунтові води, що формують систему з нафтовим пластом, виходять на поверхню (рисунок 2.7). Визначити густину глинистого розчину, що застосовується при бурінні, щоб не було фонтанування при розкритті пласту.

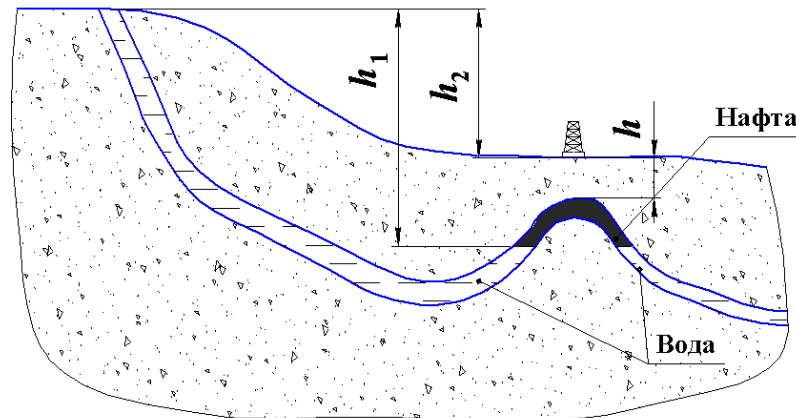


Рисунок 2.7 – До задачі 2.5

### Вихідні дані:

Глибина свердловини м, $h$	2000
Відстань між рівнем виходу підземних вод і границею нафта-вода м, $h_1$	3000
Відстань між рівнем виходу ґрунтових вод і устям свердловини м, $h_2$	400
Густина підземних вод кг/м <sup>3</sup> , $\rho_{\text{в}}$	1100
Густина нафти кг/м <sup>3</sup> , $\rho_{\text{н}}$	850

### Рішення:

Складемо рівняння рівноваги системи ґрунтові води–нафта:

$$\rho_B \cdot g \cdot h_1 = \rho_{\min} \cdot g \cdot h + \rho_H \cdot g \cdot (h_1 - h_1 - h)$$

Звідки:

$$\begin{aligned} \rho_{\min} &= \frac{\rho_B \cdot g \cdot h_1 - \rho_H \cdot g \cdot (h_1 - h_1 - h)}{g \cdot h} = \\ &= \frac{1100 \cdot 9,81 \cdot 3000 - 850 \cdot 9,81 \cdot (3000 - 400 - 2000)}{9,81 \cdot 2000} = 1395 \end{aligned}$$

Отже густина бурового розчину має становити 1395 кг/м<sup>3</sup>.

### Приклад 2.7.

**Завдання.** Визначити сили тиску на стінки та основу відкритої посудини (рисунок 3.1).

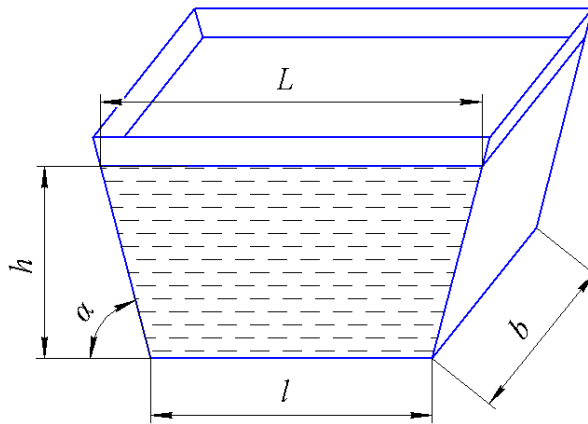


Рисунок 2.8 – До задачі 3.1

### Вихідні дані:

Лінійні розміри посудини, м:

$L$  2

$b$  2

$h$  2

Кутовий розмір посудини, °,  $\alpha$  60

Густина рідини, кг/м<sup>3</sup>, 800

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>.

### Рішення:

Довжина сторони трапеції

$$L = l + 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = 2 + 2 \cdot 2 \cdot \operatorname{tg}(180^\circ - 60^\circ) = 4,309 \text{ м.}$$

Площа трапеції:

$$S = (L + l) \cdot \frac{h}{2} = (4,309 + 2) \cdot \frac{2}{2} = 6,309 \text{ м}^2.$$

Координата центру ваги трапеції:

$$h_c = \frac{h}{3} \cdot \frac{2 \cdot l + L}{l + L} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2 \cdot 2 + 4,309}{2 + 4,309} = 0,878 \text{ м}^2.$$

Сила тиску рідини на стінку:

$$P_c = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S = 800 \cdot 9,81 \cdot 0,878 \cdot 6,309 = 4,347 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Сила тиску на основу посудини:

$$P_o = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot l \cdot b = 800 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6,278 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

### Приклад 2.8

**Завдання.** Трубопровід діаметром  $d$ , закінчується резервуаром, що заповнений нафтопродуктом густиною  $\rho$  (рисунок 2.9). Резервуар закритий кришкою з 12 болтами. Вільна поверхня в резервуарі знаходиться на відстані  $h_d$  від центра мас кришки. Напруження на розрив сталі болтів становить  $[\sigma]$ . Визначити силу тиску на кришку, глибину центра тиску і діаметр болтів, якщо  $d=D$ .

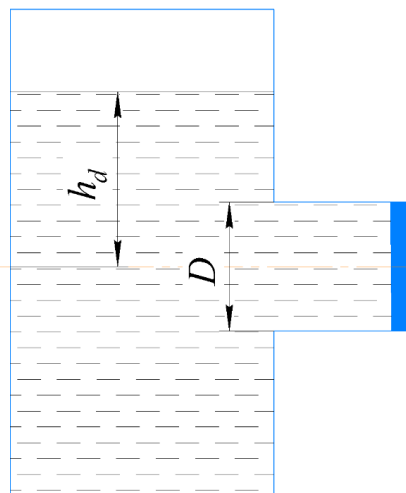


Рисунок 2.9 – До задачі 3.2

**Вихідні дані:**

Діаметр трубопроводу м, $d$	0,5
Густина нафтопродукту кг/м <sup>3</sup> , $\rho$	800
Кількість болтів $n_b$	12
Висота вільної поверхні м, $h_d$	5
Напруження на розрив матеріалу болтів МПа, $[\sigma]$	250
Прискорення вільного падіння $g=9,81$ м/с <sup>2</sup> .	

**Рішення:**

Площа поперечного перерізу кришки:

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 0,196 \text{ м}^2.$$

Сила тиску рідини на кришку

$$P = \rho \cdot g \cdot h_d \cdot S = 800 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 0,196 = 7,705 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Момент інерції відносно осі, що проходить через центр тяжіння:

$$I_d = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 0,5^4}{64} = 3,068 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4.$$

Глибина центру тиску визначається за формулою:

$$h_c = h_d + \frac{I_d}{h_d \cdot S} = 5 + \frac{3,068 \cdot 10^{-3}}{5,003 \cdot 0,196} = 5,003 \text{ м.}$$

Сумарна площа поперечного перерізу болтів:

$$S_{bs} = \frac{P}{[\sigma]} = \frac{7,705 \cdot 10^3}{250 \cdot 10^6} = 3,082 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2.$$

Площа поперечного перерізу одного болта:

$$S_b = \frac{S_{bs}}{n_b} = \frac{3,082 \cdot 10^{-5}}{12} = 2,568 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

Діаметр болта:

$$d_b = \sqrt{\frac{4 \cdot S_b}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2,568 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 1,808 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Необхідно прийняти розміри болтів, більші за розраховане значення. Оскільки розраховане значення мале, тому з експлуатаційних міркувань приймаємо болти М6.

### Приклад 2.9.

**Завдання.** Мається циліндрична цистерна з бензином (рисунок 2.10). Манометр показує надлишковий тиск парів над вільною поверхнею. Визначити силу тиску на поверхню АВ та координату центру прикладення тиску.

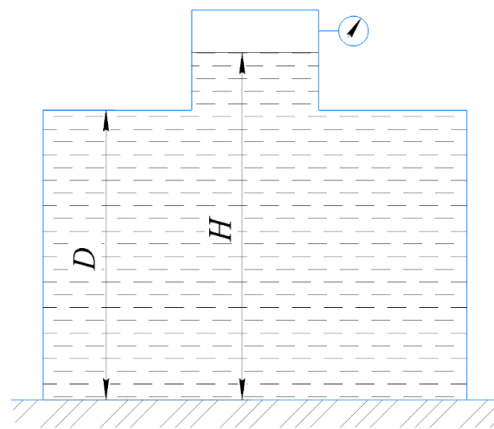


Рисунок 2.10 – До задачі 2.9

#### Вихідні дані:

Діаметр цистерни м, $D$	2,2
Висота шару бензину м, $H$	2,4
Густина бензину кг/м <sup>3</sup> , $\rho$	700
Показ манометра Па, $p_m$	$1,2 \cdot 10^5$
Прискорення вільного падіння $g=9,81$ м/с <sup>2</sup> .	

#### Рішення:

Координати центра ваги поверхні АВ:

$$h_g = H - \frac{D}{2} = 2,4 - \frac{2,2}{2} = 1,3 \text{ м.}$$

Площа поверхні АВ:

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2,2^2}{4} = 3,801 \text{ м}^2.$$

Сила тиску на поверхню  $AB$ :

$$P = (\rho \cdot g \cdot h_g + p_m) \cdot S = (700 \cdot 9,81 \cdot 1,3 + 1,2 \cdot 10^5) \cdot 3,801 = 4,901 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Момент інерції:

$$I_d = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 2,2^4}{64} = 1,15 \text{ м}^4.$$

Ексцентриситет сили тяжіння:

$$e = \frac{I}{h_g \cdot S} = \frac{1,15}{1,3 \cdot 3,801} = 0,233 \text{ м.}$$

Координата центру тиску:

$$h_c = h_g + e = 1,3 + 0,233$$

Отже, сила тиску на поверхню  $AB$  становить  $4,901 \cdot 10^5 \text{ Н.}$

### Приклад 2.10.

**Завдання.** Резервуар заповнений бензином. Визначити сили тиску, що діють основу, бокові поверхні та дах.

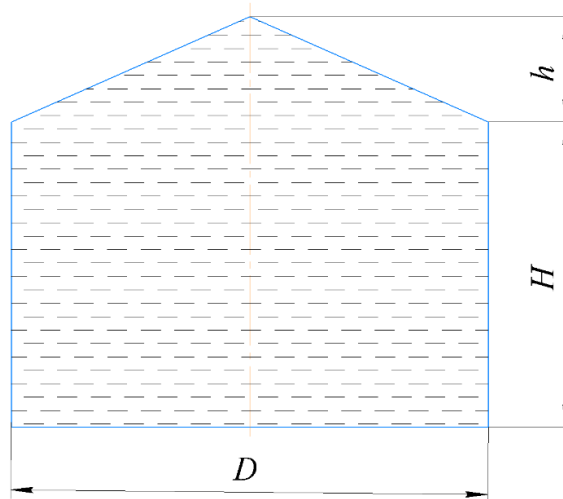


Рисунок 2.11 – До задачі 3.4

Діаметр апарата м,  $D$

5

Висота конічної частини м,  $h$

1,5

Висота циліндричної частини м, $H$	4
Густина бензину кг/м <sup>3</sup> , $\rho$	750
Прискорення вільного падіння прийняти $g=9,81$ м/с <sup>2</sup> .	

**Рішення:**

Сила тиску на основу резервуара:

$$F_o = \rho \cdot g \cdot (H + h) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 750 \cdot 9,81 \cdot (4 + 1,5) \cdot \frac{3,14 \cdot 5^2}{4} = 7,946 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Сила тиску бензину на дах резервуару дорівнює силі тяжіння рідини в фіктивному тілі тиску, об'єм якого дорівнює:

$$W = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot h - \frac{\pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2}{3} \cdot h = 3,14 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot 1,5 - \frac{3,14 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2}{3} \cdot 1,5 = 19,635 \text{ м.}$$

Сила тиску на кришку резервуара:

$$F_d = \rho \cdot g \cdot W = 750 \cdot 9,81 \cdot 19,635 = 1,445 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Відстань від центру тяжіння до верхньої кришки резервуару:

$$h_g = \left(\frac{H}{2} + \frac{h}{2}\right) = \left(\frac{4}{2} + \frac{1,5}{2}\right) = 2,75 \text{ м.}$$

Площа бокової поверхні:

$$S_b = \pi \cdot D \cdot H = 3,14 \cdot 5 \cdot 4 = 62,832 \text{ м}^2.$$

Сила тиску на бокову поверхню:

$$F_b = \rho \cdot h_g \cdot S_b = 750 \cdot 9,81 \cdot 62,832 \text{ Н.}$$

Отже визначені сили на елементи резервуара.

**Приклад 2.11.**

**Завдання.** Човен пливе по воді (рисунок 3.5). Визначити глибину занурення  $H$ . Скільки людей однакової маси може розміститися в човні за умови, що вона не зануриться повністю.

**Вихідні дані:**

Розміри човна м, $a$	0,3.
$b$	5 м

$h$	0,3
Густина човна $\text{кг/м}^3$ , $\rho_b$	700
Густина води $\text{кг/м}^3$ , $\rho_w$	998
Маса однієї людини $\text{кг}$ , $m_h$	60
Прискорення вільного падіння $g=9,81 \text{ м/с}^2$ .	

**Рішення:**

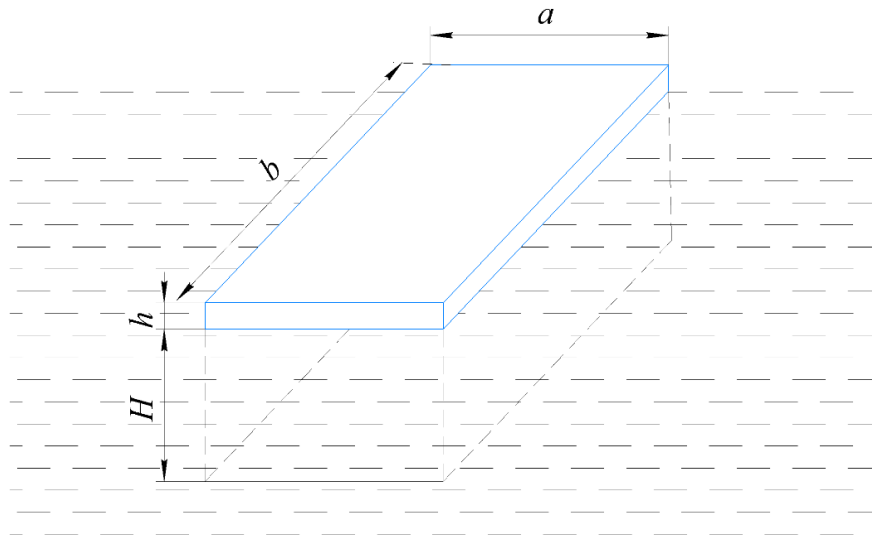


Рисунок 3.5 – До задачі 3.5

Глибину занурення знаходимо зі співвідношення:

$$\rho_b \cdot g \cdot (H + h) \cdot a \cdot b = \rho_w \cdot g \cdot H \cdot a \cdot b$$

Або підставивши числові значення:

$$700 \cdot 9,81 \cdot (H + 0,3) \cdot 0,3 \cdot 5 = 998 \cdot 9,81 \cdot H \cdot 0,3 \cdot 5$$

Звідки  $H=0,705 \text{ м}$ .

Сумарна маса людей, що може перебувати на човні:

$$\begin{aligned} G_p &= \rho_w \cdot g \cdot a \cdot b \cdot (H + h) - \rho_b \cdot g \cdot a \cdot b \cdot (H + h) = \\ &= 998 \cdot 9,81 \cdot 0,3 \cdot 5 \cdot (0,705 - 0,3) - 700 \cdot 9,81 \cdot 0,3 \cdot 5 \cdot (0,705 - 0,3) = 4,406 \cdot 10^3 \text{ Н} \end{aligned}$$

Тоді кількість людей, що може поміститися на човні становитиме

$$n_p = \frac{G_p}{m_h \cdot g} = \frac{4,406 \cdot 10^3}{60 \cdot 9,81} = 7,485$$

Отже човен може перевозити до семи людей масою 60 кг.

**Приклад 2.12.**

**Завдання.** Конічне тіло плаває в воді (рисунок 3.6). Яку кількість води треба залити в цю ємність, для її повного занурення.

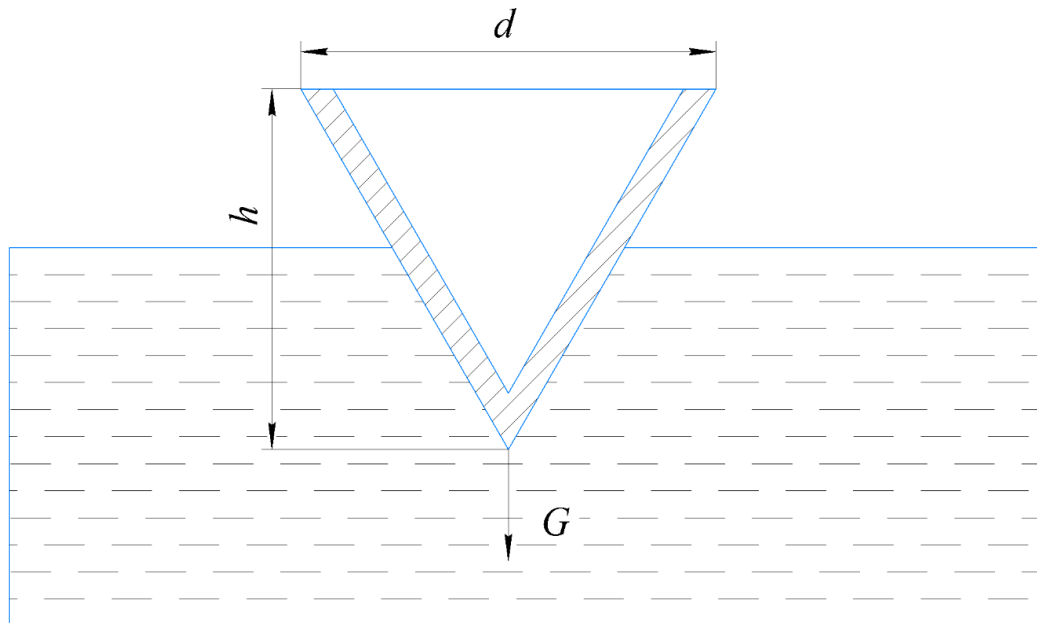


Рисунок 3.6 – До задачі 3.6

**Вихідні дані:**

Діаметр конуса м, $d$	0,4
Висота конуса м, $h$	0,5
Маса конуса кг, $m$	8
Густина води кг/м <sup>3</sup> , $\rho$	985
Прискорення вільного падіння $g=9,81$ м/с <sup>2</sup> .	

**Рішення:**

При плаванні конуса сила Архімеда дорівнює вазі. Тому:

$$P_A = m \cdot g = 8 \cdot 9,81 = 78,48 \text{ Н.}$$

Об'єм конічного тіла:

$$W = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{0,4}{2}\right)^2 \cdot 0,5 = 0,021 \text{ м}^3.$$

Відштовхувальна сила:

$$P_{A1} = \rho \cdot g \cdot W = 985 \cdot 9,81 \cdot 0,021 = 202,4 \text{ Н.}$$

Вага, еквівалентна об'єму води:

$$P_{A1} = \rho \cdot g \cdot W = 985 \cdot 9,81 \cdot 0,021 = 202,4 \text{ Н.}$$

Об'єм води:

$$\Delta W = \frac{\Delta G}{\rho \cdot g} = \frac{123,9}{985 \cdot 9,81} = 0,013 \text{ м}^3.$$

Отже, для повного затоплення конуса необхідно долити  $0,013 \text{ м}^3$ .

## 2.5 Контрольні запитання та задачі до розділу 2

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...7].

1. Проаналізуйте поняття – гідростатика.
2. Обґрунтуйте виведення і проведіть аналіз диференційного рівняння статки рідини. Рівняння Ейлера.
3. Обґрунтуйте виведення основного рівняння гідростатики.
4. Проаналізуйте поняття закон Паскаля.
5. Проаналізуйте випадки практичного використання основного рівняння гідростатики.
6. Проаналізуйте поняття закон Архімеда.
7. Проаналізуйте принцип дії з'єднаних посудин.
8. Проаналізуйте принцип дії гідростатичних машин.
9. Визначити висоту вільної поверхні (рівень) бензину в резервуарі  $H$ , за показом манометра  $p_m$ , розташованим на висоті  $h$ , якщо відома густина бензину (рисунок 2.3).

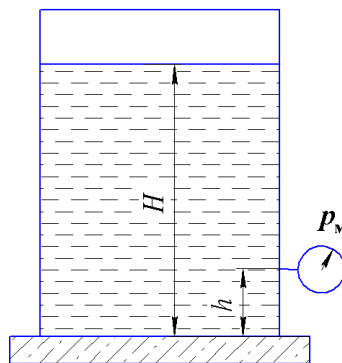


Рисунок 2.3 – До задачі 9

**Вихідні дані:**

Показ манометра:  $p_m = 20 + 2 \cdot n$ , кПа;

Висота розташування манометра  $h = 0,5 + 0,1 \cdot n$ , м;

Густина бензину  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup>;

Прискорення вільного падіння прийняти рівним  $9,81$  м/с<sup>2</sup>;

Варіант завдання  $n$ .

10. Вакуумметр на барометричному конденсаторі показує вакуум  $P_v$ . Барометричний тиск –  $P_b$  (рисунок 2.4). Визначити абсолютний тиск в конденсаторі в Па, кгс/см<sup>2</sup> та psi, а також на яку висоту  $H$  підніметься рідина в барометричній трубці.

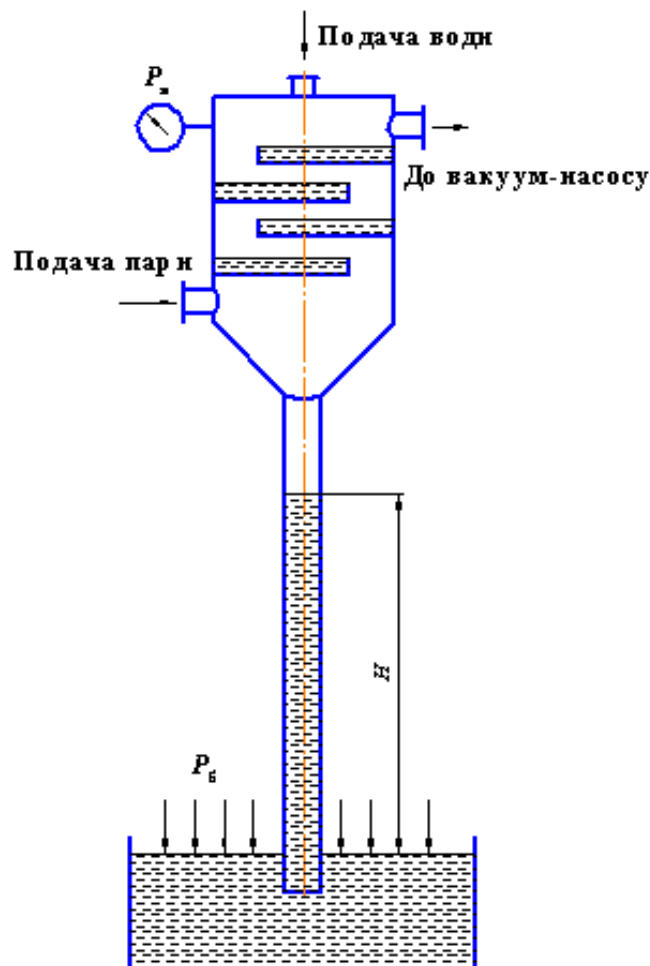


Рисунок 2.4 – До задачі 10

**Вихідні дані:**

Показ вакуумметра  $p_v = 50 + 0,8 \cdot n$  см.рт.ст.

Барометричний тиск  $p_b = 732 + 0,5 \cdot n$  мм.рт.ст.

Густина води  $\rho=998 \text{ кг/м}^3$ ;

Прискорення вільного падіння прийняти рівним  $9,81 \text{ м/с}^2$ ;

Варіант завдання  $n$ .

11. Яку силу треба прикласти до поршня 2, щоб зрівноважити дію сили  $P_2$ , що діє на поршень 1 діаметром  $d$  (рисунок 2.5), якщо відомо  $P_1, D, d, h, \rho$ .

**Вихідні дані:**

Сила  $P_1$   $P_1=120+5 \cdot n \text{ Н}$

Діаметр поршня  $D$   $D=300 \text{ мм}$

Діаметр поршня  $d$   $d=50 \text{ мм}$

Різниця рівнів  $h=180+10 \cdot n \text{ мм}$

Густина рідини  $\rho=800+10 \cdot n \text{ кг/м}^3$ ;

Прискорення вільного падіння прийняти рівним  $9,81 \text{ м/с}^2$ ;

Варіант завдання  $n$ .

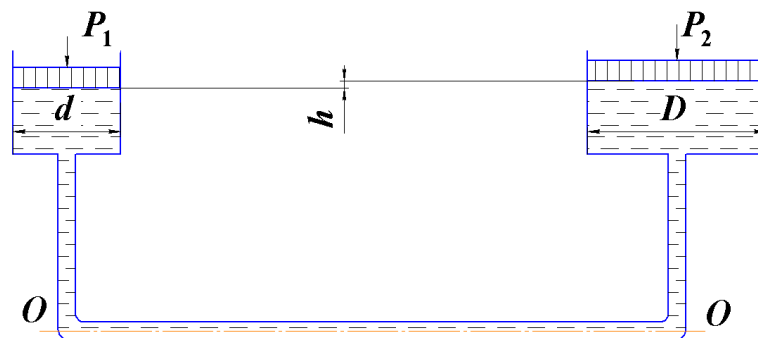


Рисунок 2.5 – До задач 11 та 12

12. Визначити з яким діаметром необхідно виготовити поршень 2, щоб зрівноважити дію сил яка діє на поршень 1 (рисунок 2.5), якщо відомо  $P_1, P_2, d, h, \rho$

**Вихідні дані:**

Сила  $P_1$   $P_1=120+5 \cdot n \text{ Н}$

Сила  $P_2$   $P_2=1+1 \cdot n \text{ Н}$

Діаметр поршня  $d$   $d=50 \text{ мм}$

Різниця рівнів  $h=180+10 \cdot n \text{ мм}$

Густина рідини  $\rho=800+10\cdot n$  кг/м<sup>3</sup>;

Прискорення вільного падіння прийняти рівним 9,81 м/с<sup>2</sup>;

Варіант завдання  $n$ .

13. З метою уникнення розриву суцільності потоку під поршнем в циліндрі (рисунок 2.6) під час всмоктування рідини необхідно визначити максимальну висоту всмоктування, якщо відомий тиск насиченої пари.

**Вихідні дані:**

Тиск пари насиченої рідини  $p_{\text{нас}}=10+2\cdot n$  Па

Густина рідини  $\rho=800+10\cdot n$  кг/м<sup>3</sup>;

Барометричний тиск  $p_6=730+2\cdot n$  мм.рт.ст.

Прискорення вільного падіння прийняти рівним 9,81 м/с<sup>2</sup>;

Варіант завдання  $n$ .

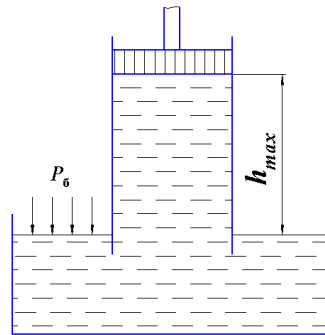


Рисунок 2.6 – До задачі 13

14. Ґрунтові води, що формують систему з нафтовим пластом, виходять на поверхню (рисунок 2.7). Визначити густину глинистого розчину, що застосовується при бурінні, щоб не було фонтанування при розкритті пласту.

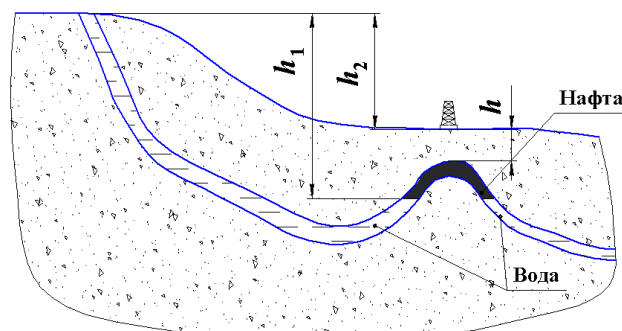


Рисунок 2.8 – До задачі 14

**Вихідні дані:**

Глибина свердловини  $h=2000+50 \cdot n$  м

Відстань між рівнем виходу підземних вод і  
 границею нафта-вода  $h_1=3000+80 \cdot n$  м

Відстань між рівнем виходу ґрунтових вод і  
 устям свердловини  $h_2=400+20 \cdot n$  м

Густина підземних вод  $\rho_B=1100$  кг/м<sup>3</sup>

Густина нафти  $\rho_H=850$  кг/м<sup>3</sup>;

Варіант завдання  $n$ .

15. Визначити сили тиску на стінки та основу відкритої посудини (рисунок 3.1).

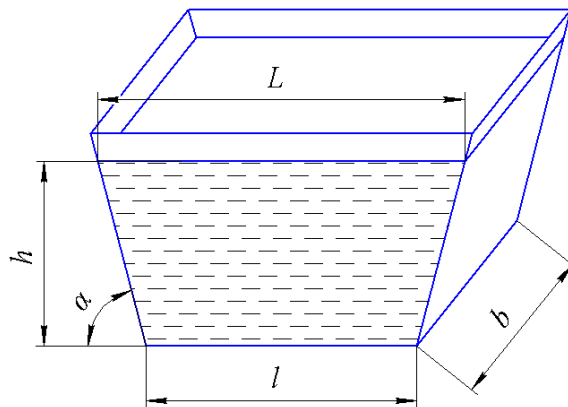


Рисунок 3.1 – До задачі 15

**Вихідні дані:**

Розміри посудини  $l=2+0,2 \cdot n$ , м

$b=2+0,2 \cdot n$ , м

$h=2$  м

$\alpha=60^\circ$

Густина рідини  $\rho=800+10 \cdot n$ , кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>;

Варіант завдання  $n$ .

16. Трубопровід діаметром  $d$ , закінчується резервуаром, що заповнений нафтопродуктом густиною  $\rho$  (рисунок 3.2). Резервуар закритий кришкою з 12 болтами. Вільна поверхня в резервуарі знаходиться на відстані  $h_d$  від центра мас кришки. Напруження на розрив сталі болтів становить  $[\sigma]$ . Визначити силу тиску на кришку, глибину центра тиску і діаметр болтів, якщо  $d=D$ .

**Вихідні дані:**

Діаметр трубопроводу  $d=0,5$  м

Густина нафтопродукту  $\rho=800+10 \cdot n$ , кг/м<sup>3</sup>

Кількість болтів  $n_b=12$

Висота вільної поверхні  $h_d=5+0,5 \cdot n$ , м

Напруження на розрив матеріалу болтів  $[\sigma]=250$  Мпа

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>;

Варіант завдання  $n$ .

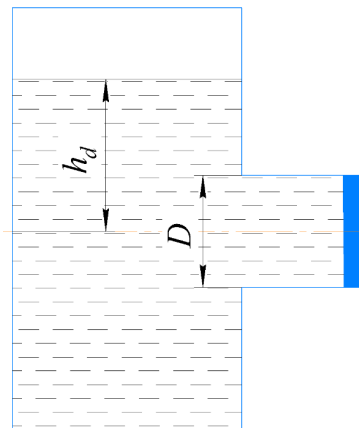


Рисунок 3.2 – До задачі 16

17. Є циліндрична цистерна з бензином (рисунок 3.3). Манометр показує надлишковий тиск парів над вільною поверхнею. Визначити силу тиску на поверхню АВ та координату центру прикладення тиску.

**Вихідні дані:**

Діаметр цистерни  $D=2,2$  м

Висота шару бензину  $H=2,4$  м

Густина бензину  $\rho=700+5 \cdot n$  кг/м<sup>3</sup>

Показ манометра  $p_m=(1,2+0,05 \cdot n) \cdot 10^5$  Па

Прискорення вільного падіння  $g=9,81 \text{ м/с}^2$ ;

Варіант завдання  $n$ .

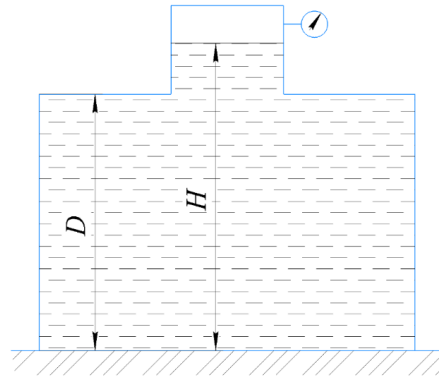


Рисунок 3.3 – До задачі 17

18. Резервуар заповнений бензином. Визначити сили тиску, що діють основу, бокові поверхні та дах.

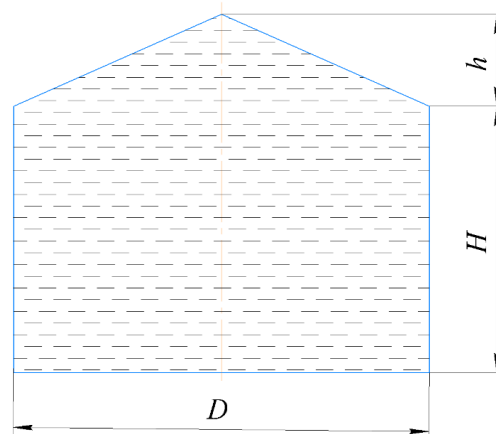


Рисунок 3.4 – До задачі 18

Діаметр апарата  $D=5 \text{ м}$

Висота конічної частини  $h=1,5 \text{ м}$

Висота циліндричної частини  $H=4 \text{ м}$

Густина бензину  $\rho=750+5 \cdot n \text{ кг/м}^3$

Прискорення вільного падіння  $g=9,81 \text{ м/с}^2$ ;

Варіант завдання  $n$ .

19. Човен пливе по воді (рисунок 3.5). Визначити глибину занурення  $H$ . Скільки людей однакової маси може розміститися в човні за умови, що вона не зануриться повністю.

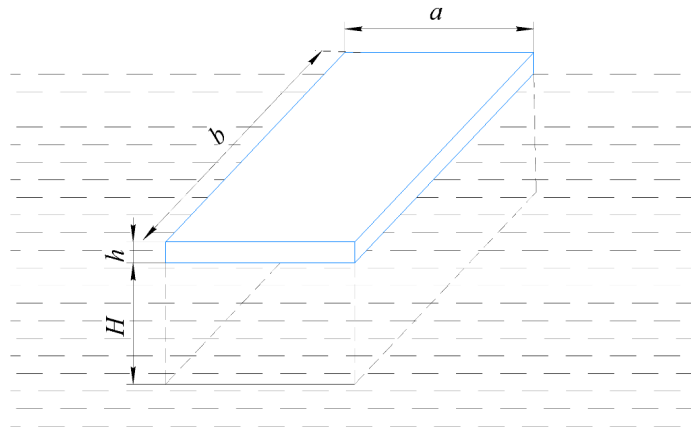


Рисунок 3.5 – До задачі 19

**Вихідні дані:**

Розміри човна  $a=0,3$  м.

$b=5$  м

$h=0,3$  м

Густина човна  $\rho_b=700$  кг/м<sup>3</sup>

Густина води  $\rho_w=998$  кг/м<sup>3</sup>

Маса однієї людини  $m_h=60+2 \cdot n$  кг

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>;

Варіант завдання  $n$ .

20. Конічне тіло плаває в воді (рисунок 3.6). Яку кількість води треба залити в цю ємність, для її повного занурення.

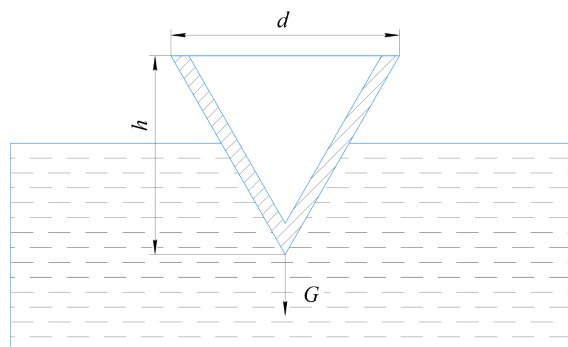


Рисунок 3.6 – До задачі 20

**Вихідні дані:**

Діаметр конуса  $d=0,4$  м

Висота конуса  $h=0,5$  м

Маса конуса  $m=8+0,5 \cdot n$  кг

Густина води  $\rho=985+1 \cdot n$  кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>;

Варіант завдання  $n$ .

### 3. ГІДРОДИНАМІКА

Матеріал розділу викладено за авторами [1...4].

**Гідродинаміка** – це розділ гідравліки, що розглядає рідини які рухаються.

Рухомою силою руху рідини є різниця тисків, яка створюється за допомогою насосів чи компресорів або ж в наслідок різниці рівнів чи густини.

#### 3.1 Основні характеристики рухомої рідини

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Кількість рідини, що протікає через поперечний переріз потоку за одиницю часу, називають **виратою рідини**. Розрізняють:

Об'ємні витрати  $V$ ,  $\left[ \frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right]$ .

Масові витрати  $G$ ,  $\left[ \frac{\text{кг}}{\text{с}} \right]$ .

$G = \underbrace{\rho \cdot \omega}_{\text{масова швидкість}} \cdot S$ ,  $\left[ \frac{\text{кг}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} \right]$ .

$V = \omega \cdot S$  - рівняння неперервності потоку в інтегральній формі.

$\omega$  - середня швидкість потоку рідини.

$S$  - переріз потоку.

$G = \rho V = \rho \omega S$ .

$\rho \omega$  - масова швидкість.

$\rho$  - густина рідини.

В подальшому рідина може рухатись в якихось температурних умовах.

$c_p$  - питома теплоємність, показує скільки теплоти треба підвести до 1

кг рідини щоб нагріти її на  $1^\circ$ ,  $\left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$ .

$\lambda$  - теплопровідність,  $\left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}} \right]$ .

$\mu$  - динамічний коефіцієнт в'язкості,  $[\text{Па} \cdot \text{с}]$ .

$\nu$  - кінематичний коефіцієнт в'язкості,  $\left[ \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]$ .

$\mu = \nu \rho$ .

$\rho$  - густина,  $\left[ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]$ .

Наведені вище величини є універсальними. Вони характеризують рідину, яка може рухатись.

### 3.2 Рівняння безперервності (суцільності) потоку

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Нерозривним або суцільним вважають такий потік в якому відсутні пустоти, незаповнені рідиною.

Виділимо в середині такого потоку елементарний паралелепіпед об'ємом  $dV = dxdydz$ , де  $dx, dy, dz$  - ребра паралелепіпеда, спрямовані паралельно координатним осям (рисунок 3.1).

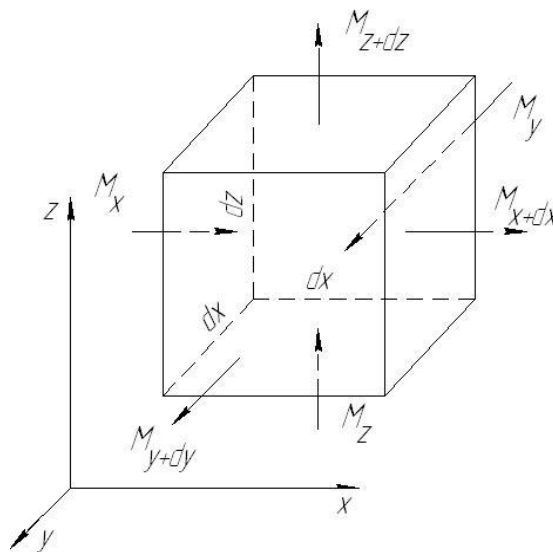


Рисунок 3.1 – До виведення диференційного рівняння нерозривності потоку

Нехай складова швидкості на лівій грані площею  $dydz = dS$  дорівнює  $w_x$ . Тоді через цю грань в паралелепіпед за одиницю часу ввійде маса:

$$M_x = \rho w_x dydzd\tau.$$

На протилежній правій грані швидкість і густина можуть відрізнятись і будуть дорівнювати  $\left(w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} dx\right)$  і  $\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right)$ . Тоді через праву грань в ту саму мить часу вийде маса

$$M_{x+dx} = \left[ \rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx \right] dydzd\tau.$$

Приріст маси в об'ємі паралелепіпеда вздовж осі  $x$

$$dM_x = M_x - M_{(x+dx)} = -\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx dydzd\tau.$$

Приріст маси в об'ємі паралелепіпеда вздовж осей  $y$  та  $z$  знайдемо по аналогії

$$dM_y = M_y - M_{(y+dy)} = -\frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} dx dydzd\tau,$$

$$dM_z = M_z - M_{(z+dz)} = -\frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} dx dydzd\tau.$$

Загальний приріст маси  $dM$  по всьому об'єму дорівнює сумі її приростів вздовж координатних осей:

$$dM = dM_x + dM_y + dM_z = -\left[ \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} \right] dx dydzd\tau.$$

Разом з тим зміна маси в об'ємі паралелепіпеда можлива тільки внаслідок зміни густини в цьому об'ємі,

$$dM = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dx dydzd\tau,$$

Прирівнявши два останні вирази та скоротивши, отримаємо:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0$$

Це рівняння називається **диференціальним рівнянням неперервності потоку для невстановленого руху стисливої рідини.**

Якщо  $\frac{\partial \rho}{\partial x} = \text{const}$  і  $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0$  тоді

і рівняння спрощується:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0.$$

Отримане рівняння називається **диференціальним рівнянням неперервності нестисливої рідини** (рисунок 3.2).

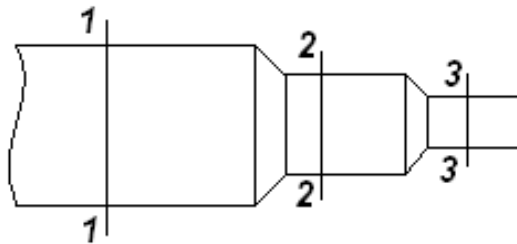


Рисунок 3.2 – До виведення рівняння нерозривності (суцільності) потоку

Щоб перейти від елементарного об'єму до всього об'єму рідини, який рухається по трубопроводу без пустот і розривів необхідно проінтегрувати диференціальним рівнянням неперервності для невстановленого руху стисливої рідини. Якщо переріз трубопроводу постійним, то інтегрування рівняння дало б наступну залежність:

$$\rho w = \text{const}.$$

Якщо ж площа перерізу  $S$  трубопроводу перемінна, то, інтегруючи також за площею, отримаємо:

$$\rho w S = \text{const}.$$

Для трьох різних перерізів трубопроводу (рисунок 3.2), маємо:

$$\rho_1 w_1 S_1 = \rho_2 w_2 S_2 = \rho_3 w_3 S_3$$

або

$$M_1 = M_2 = M_3$$

де  $M = \rho \cdot w \cdot S$  - масовий видаток рідини, кг/с.

Останні два рівняння називаються рівняннями нерозривності (суцільності) потоку в інтегральній формі.

Для крапельних рідин  $\rho = \text{const}$  і рівняння нерозривності набуває вигляду:

$$w \cdot S = \text{const}$$

Отже

$$w_1 S_1 = w_2 S_2 = w_3 S_3$$

або

$$V_1 = V_2 = V_3$$

де  $V = w \cdot S$  - об'ємні витрати рідини,  $\text{м}^3/\text{с}$ .

Із рівняння видно, що швидкість крапельної рідини в різних перерізах обернено пропорційна площі цих перерізів.

### 3.3 Диференційне рівняння руху рідини. Рівняння Ейлера для ідеальної рідини

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Ідеальною називається така рідина, яка має постійну густину, а її динамічна в'язкість рівна нулю.

Розглянемо встановлений рух рідини, яка рухається без тертя. Виділимо в потоці рідини елементарний паралелепіпед об'ємом  $dV = dx dy dz$ , де  $dx, dy, dz$  - ребра паралелепіпеда, спрямовані паралельно координатним осям. Проекції сил, які діють на виділений паралелепіпед, складають:

для осі  $x$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

для осі  $y$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz$$

для осі  $z$

$$-\left(\rho g + \frac{\partial p}{\partial z}\right) dx dy dz$$

Згідно основного принципу динаміки сума проєкцій сил, які діють на елементарний об'єм рідини що рухається дорівнює добутку маси рідини на прискорення.

Якщо рідина рухається зі швидкістю  $w$ , то прискорення дорівнює  $\frac{Dw}{d\tau}$ .

Для координатних осей прискорення буде відповідно  $\frac{Dw_x}{d\tau}$ ,  $\frac{Dw_y}{d\tau}$ ,  $\frac{Dw_z}{d\tau}$ . Згідно

основного принципу динаміки

$$\rho dx dy dz \frac{Dw_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

$$\rho dx dy dz \frac{Dw_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz$$

$$\rho dx dy dz \frac{Dw_z}{d\tau} = -\left(\rho g + \frac{\partial p}{\partial z}\right) dx dy dz$$

або після спрощення:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{Dw_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho \frac{Dw_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho \frac{Dw_z}{d\tau} = -\left(\rho g + \frac{\partial p}{\partial z}\right) \end{array} \right.$$

В рівняннях отриманої системи  $\frac{Dw_x}{d\tau}$  – субстанційна (повна) похідна.

Для координатних осей:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Dw_x}{d\tau} = \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z \\ \frac{Dw_y}{d\tau} = \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z \\ \frac{Dw_z}{d\tau} = \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z \end{array} \right.$$

Ця система рівнянь називається **диференціальним рівнянням руху ідеальної рідини Ейлера для встановленого потоку**.

### 3.4 Диференціальні рівняння руху реальної рідини. Рівняння Нав'є – Стокса

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

При русі реальної рідини в її потоці окрім сил тиску і ваги діють також сили тертя, які проявляються у виникненні на поверхні дотичних напружень  $\tau$ .

Розглянемо випадок одномірного плоского потоку крапельної рідини в напрямку  $x$ , коли проекція швидкості  $w_x$  залежить тільки від відстані  $z$  до горизонтальної площини відліку. В цьому випадку дотичні напруги виникають лише на поверхні  $dF = dx dy$  верхньої і нижньої грані елементарного паралелепіпеда.

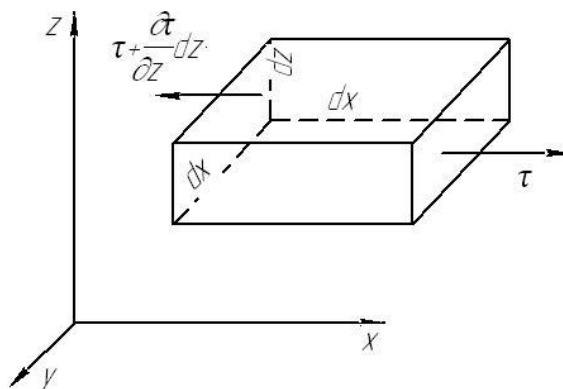


Рисунок 3.3 – До виведення рівнянь Нав'є-Стокса

Розглянемо випадок одномірного плоского потоку крапельної рідини в напрямку  $x$ , коли проекція швидкості  $w_x$  залежить тільки від відстані  $z$  до горизонтальної площини відліку. В цьому випадку дотичні напруги виникають лише на поверхні  $dF = dxdy$  верхньої і нижньої грані елементарного паралелепіпеда:

$$\tau dxdy - \left( \tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) dxdy = - \frac{\partial \tau}{\partial z} dxdydz.$$

Підставивши в це рівняння значення дотичної напруги:

$$\tau = -\mu \frac{\partial w_x}{\partial z},$$

де  $\mu$  - в'язкість рідини, отримаємо:

$$\mu \frac{\partial \left( \frac{\partial w_x}{\partial z} \right)}{\partial z} dxdydz = \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} dxdydz.$$

У випадку тривимірного простору складова  $w_x$  буде змінюватися по всіх трьох напрямках. Тоді проекція рівнодійної сил тертя на вісь  $x$  матиме вигляд:

$$\mu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \right) dxdydz.$$

Суму других координат по координатним осях називають оператором Лапласа:

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} = \nabla^2 w_x.$$

Тоді проекція рівнодійної сил тертя на координатні осі матиме вигляд для осі  $x$ :

$$\mu \nabla^2 w_x dxdydz,$$

для осі  $y$ :

$$\mu \nabla^2 w_y dxdydz,$$

для осі  $z$ :

$$\mu \nabla^2 w_z dxdydz.$$

Проекції на осі координат всіх сил, з урахуванням рівнянь Ейлера, матимуть вигляд:

для осі  $x$ :

$$\left( -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x \right) dx dy dz,$$

для осі  $y$ :

$$\left( -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y \right) dx dy dz,$$

для осі  $z$ :

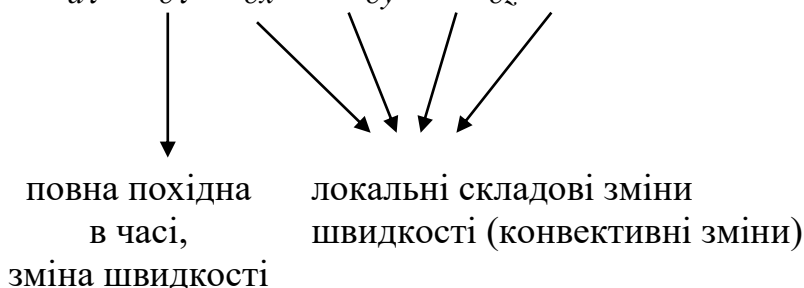
$$\left( -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z \right) dx dy dz.$$

Сума проекцій всіх сил на осі координат у відповідності з основним принципом динаміки повинна дорівнювати добутку маси рідини на проекції прискорення на координатні осі:

$$\begin{cases} \rho \frac{Dw_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x \\ \rho \frac{Dw_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y \\ \rho \frac{Dw_z}{d\tau} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z \end{cases}$$

У цій системі відповідні субстанційні похідні виражені через диференційні рівняння руху ідеальної рідини Ейлера для встановленого потоку:

де  $\frac{Dw_x}{d\tau} = \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z$  – субстанціональна похідна



Отримана система рівнянь називається **рівнянням Нав'є – Стокса**, що описують рух в'язкої крапельної рідини.

Аналіз системи рівнянь:

1. Якщо  $\mu = 0$  то система перетворюється в систему рівнянь Ейлера.
2. Якщо  $\mu = 0$  і  $\omega = 0$  то система перетворюється в систему рівнянь Ейлера для статички.

### 3.5 Рівняння Бернуллі

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Рівняння Бернуллі – це інтегральне рівняння руху Ейлера, для ідеальної рідини  $\mu = 0$ ,  $\rho = \text{const}$ .

Для встановленого стаціонарного руху рідини

$$\frac{\partial w_x}{\partial \tau} = \frac{\partial w_y}{\partial \tau} = \frac{\partial w_z}{\partial \tau} = \frac{\partial p}{\partial \tau} = 0.$$

Тиск – це функція координат  $p = f(x, y, z)$  і не залежить від часу.

Помноживши ліву і праву частину кожного з **диференціальних рівнянь руху ідеальної рідини Ейлера для встановленого потоку** відповідно на  $dx, dy, dz$  і розділивши на густину  $\rho$  рідини, отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} dw_x &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} dx \\ \frac{dy}{d\tau} dw_y &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} dy \\ \frac{dz}{d\tau} dw_z &= -gdz - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} dz \end{aligned} .$$

Складемо ці рівняння, враховуючи, що похідні  $\frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}, \frac{dz}{d\tau}$  виражають проєкції  $w_x, w_y, w_z$  на відповідні координатні осі. Тоді:

$$w_x dw_x + w_y dw_y + w_z dw_z = -gdz - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right).$$

Доданки лівої частини можна представити як

$$w_x dw_x = d\left(\frac{w_x^2}{2}\right), w_y dw_y = d\left(\frac{w_y^2}{2}\right) \text{ і } w_z dw_z = d\left(\frac{w_z^2}{2}\right),$$

з чого випливає, що їх сума:

$$d\left(\frac{w_x^2}{2}\right) + d\left(\frac{w_y^2}{2}\right) + d\left(\frac{w_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{w^2}{2}\right),$$

де  $w = |\vec{w}|$  – величина вектора швидкості.

В той же час, сума членів, які стоять в правій частині, являє собою повний диференціал тиску  $dp$ . Значить

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -\frac{dp}{\rho} - g dz.$$

Розділивши обидві частини цього рівняння на прискорення сили тяжіння, знаходимо

$$d\left(\frac{w^2}{2g}\right) + \frac{dp}{\rho g} + dz = 0,$$

причому для нестисливої однорідної рідини  $\rho = \text{const}$ .

Сума диференціалів може бути замінена диференціалом суми:

$$d\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right) = 0,$$

звідки

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g} = \text{const}.$$

Отримане рівняння є **рівнянням Бернуллі для ідеальної рідини**.

Для любых двох перерізів трубопроводу можна записати:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} = \text{const}.$$

Величину  $\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right)$  називають гідродинамічним напором.

**Таким чином, для будь-яких перерізів одного трубопроводу для встановленого потоку ідеальної рідини гідродинамічний напір є величина постійна.**

Гідродинамічний напір включає три складові.

$z$  - висотний або геометричний напір, [м]

$\frac{p}{\rho g}$  - гідростатичний або п'єзометричний напір, [м]

$\frac{w^2}{2g}$  - швидкісний або динамічний напір, [м]

**Висновок.** При встановленому стаціонарному русі ідеальної рідини повний гідродинамічний напір не змінюється при переході від одного перерізу до іншого або ж можна стверджувати, що сума потенціальної і кінетичної енергії для незмінного перерізу є величина постійна. Таким чином рівняння Бернуллі є **частковим випадком закону збереження енергії і виражає енергетичний баланс потоку.**

Якщо останнє рівняння помножити на  $\rho g$ , то отримаємо

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho w_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho w_2^2}{2} = \text{const.}$$

В цьому випадку кожен член виражає питому енергію, віднесену не до одиниці ваги, а до одиниці об'єму,  $\left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right] = [\text{Па}]$ .

При русі реальних рідин починають діяти сили внутрішнього тертя, обумовлені в'язкістю рідини  $\mu \neq 0$ , та режимом руху рідини і силами тертя об стінки каналу. Ці сили спричинюють опір руху, і на подолання цього гідравлічного опору витрачається якась частина енергії потоку. Тому загальна кількість енергії потоку по довжині трубопроводу буде безперервно зменшуватись, внаслідок переходу потенціальної енергії у втрати:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} > z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g},$$

для реальної рідини:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + h_{\text{втр}},$$

де  $h_{\text{втр}}$  – характеризує питому енергію, яка витрачена на подолання в'язкості:

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho w_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho w_2^2}{2} + \Delta p_{\text{втр}},$$

де  $\Delta p_{\text{втр}} = \rho g h_{\text{втр}}$  – втрата напору по трубопроводу.

За допомогою рівняння Бернуллі можна вирішити ряд важливих у техніці задач: визначити необхідний напір (або тиск) для того, щоб рідину з заданою швидкістю транспортувати по даному каналу (трубопроводу), а також швидкість і витрати рідини, час витікання рідини з отворів в резервуарі та багато інших.

### 3.6 Визначення швидкості і витрат речовини

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Рівняння Бернуллі широко використовується в техніці для визначення швидкості і витрат речовини.

Для визначення швидкості і витрат речовини в промисловості звичайно використовують дросельні прилади і пневмометричні трубки.

Принцип роботи пневмометричних трубок, на прикладі **трубки Піто-Прандтля**, може бути пояснений за допомогою рисунка 3.4. В кожному перерізі різниця рівняв рідини в трубках, зображених на рисунку, виражає величину швидкісного напору  $h_{\text{шв}}$  в точці перерізу, що лежить на осі труби:

$$h_{\text{втр}} = \left( z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} \right) - \left( z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} \right).$$

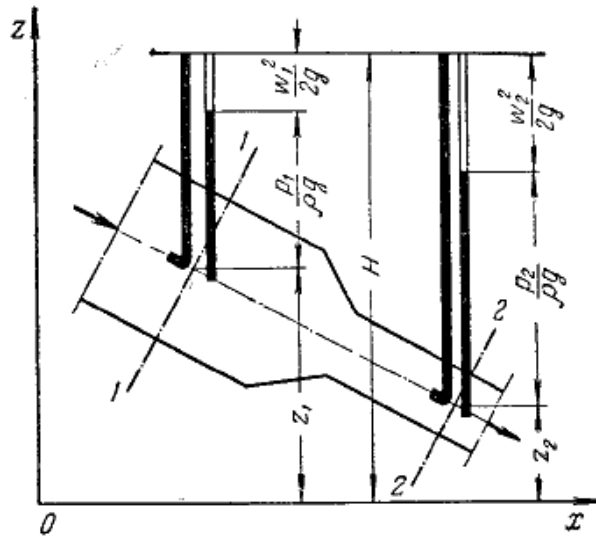


Рисунок 3.4 – До рівняння Бернуллі для ідеальної рідини

Різницю рівнів робочої рідини в трубках зручніше вимірювати не за допомогою **п'єзометричних трубок**, які зображено на рисунок 3.4, а за допомогою диференціального манометра (рисунок 3.5).

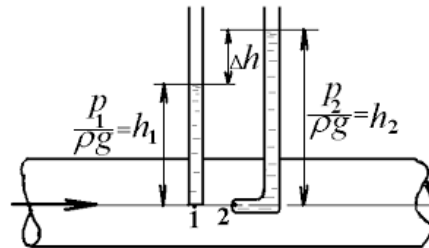


Рисунок 3.5 – Вимірювання швидкості рідини пневмометричною трубкою

Його U-подібна трубка заповнена рідиною, яка не змішується з робочою і має значно більшу густину, ніж остання (наприклад, вода і спирт – при роботі з газами або ртуть – при роботі з крапельними рідинами). Це дозволяє вимірювати перепади тиску у випадку значного надлишкового тиску (або вакууму) в трубопроводі при відносно невисокій висоті приладу.

За результатами вимірювань  $h_{\text{шв}} = \frac{w^2}{2g}$  знаходять максимальну швидкість рідини вздовж осі трубопроводу. Для визначення середньої швидкості рідини або знімають епюру розподілу швидкостей по перерізу

трубопроводу, пересуваючи пневмометричну трубку в різні точки перерізу, або використовують співвідношення між середньою а максимальною швидкостями при ламінарному і турбулентному режимах течії. Витрати рідини знаходять, помноживши середню швидкість на площу поперечного перерізу трубопроводу.

Такий спосіб визначення швидкості і видатку рідини достатньо простий, але недостатньо точний із-за складності встановлення пневмометричних трубок тільки вздовж осі трубопроводу.

Більш широко поширеним методом визначення швидкості і видатку рідини за допомогою дросельних приладів, принцип роботи яких заснований на вимірюванні перепаду тисків при зміні поперечного перерізу трубопроводу. При штучному звуженні перерізу потоку за допомогою дросельного приладу швидкість  $i$ , відповідно, кінетична енергія потоку в цьому більш вузькому перерізі зростають, що приводить до зменшення потенціальної енергії тиску в цьому ж перерізі. Тому, виміривши диференціальним манометром перепад тиску між перерізом трубопроводу до його звуження і перерізом в місці самого звуження (чи поблизу нього), можна вирахувати зміну швидкості між перерізами, а по ньому – швидкість і видаток рідини.

**Манометри.** Для вимірювання різниці між тиском усередині труби (посудини) і навколишньої атмосфери застосовують манометри.

Прилади, за допомогою яких вимірюють тиск менший атмосферного, називаються вакуумметрами, а прилади, що служать для вимірювання надлишкового тиску і розрідження –мановакуметрами.

За конструкцією манометри бувають рідинні і пружинні.

Рідинні манометри є U-подібними трубками, заповнені рідиною (водою, спиртом, ртуттю), один кінець якої приєднують до посудини, в якому вимірюють тиск. Величина тиску визначається по різниці рівнів рідини в колінах манометра. **Рідинний манометр**, заповнений рідиною, тиск якої вимірюється, називається пьезометр.

У **пружинних манометрах** тиск вимірюється трубчастою пружиною овальної перетину, закритою з одного кінця. Під дією внутрішнього тиску пружина вигинається, відхилення закритого кінця пружини передається на стрілку, що вказує тиск на шкалі приладу. Пружинні манометри відрізняються міцністю, компактністю і дозволяють вимірювати значно більші тиски, ніж рідинні; максимальний тиск, вимірюваний останніми, зазвичай не перевищує 1 ат.

Манометр може вимірювати або загальне тиск, якщо перетин його приймальної трубки розташоване перпендикулярно осі потоку, або тільки статичний тиск, якщо приймальна трубка приєднана безпосередньо через отвір в стінці трубопроводу.

Для вимірювання швидкісного (динамічного) напору використовують **диференціальний манометр** (рисунок 3.6), у якого одне коліно служить для вимірювання сумарного тиску, а інше для статичного тиску в тому ж перетині трубопроводу, або обидва коліна служать для вимірювання статичного тиску в двох різних перетинах трубопроводу. По різниці тисків визначається динамічний тиск.

В якості дросельних приладів використовують мірні діафрагми, сопла і труби Вентурі.

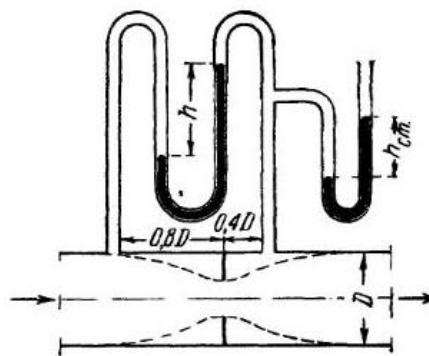


Рисунок 3.6 – Диференціальний манометр

**Мірна діафрагма** (рисунок 3.7) це тонкий диск з отвором круглого перерізу, центр якого розміщений на осі труби. **Мірне сопло** (рисунок 3.8) це насадка, що має плавно закруглений вхід і циліндричний вихід.

Динамометри мірних сопел (а також діафрагм) приєднуються до трубопроводу за допомогою кільцевих камер  $a$ , що з'єднані з внутрішнім простором трубопроводу отворами, рівномірно розміщеними по колу, чи двома каналами  $b$ .

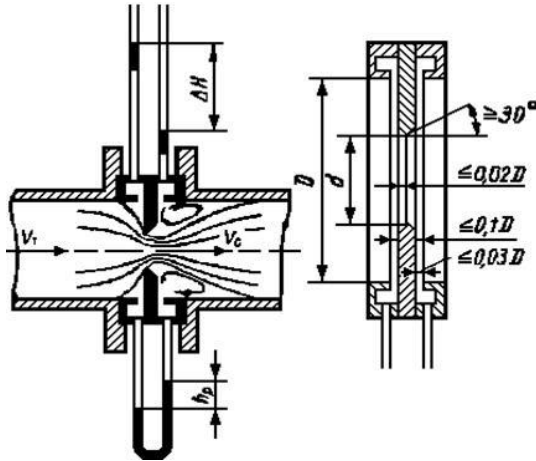


Рисунок 3.7 – Мірна діафрагма

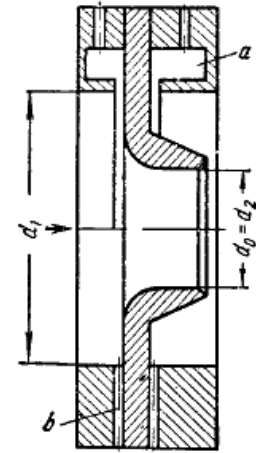
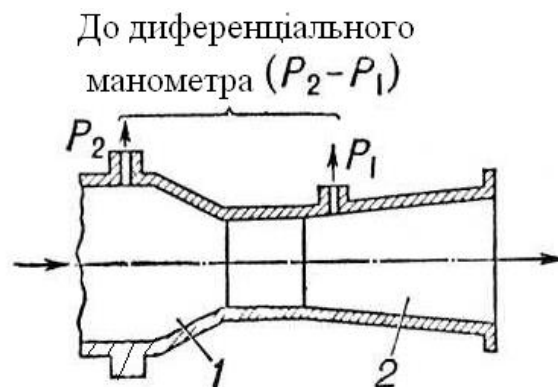


Рисунок 3.8 – Мірне сопло.

**Труба Вентурі** (рисунок 3.9) має переріз, що поступово звужується (конфузор 1), а потім розширюється (дифузор 2) до початкового розміру. Внаслідок такої форми труби Вентурі втрати тиску в ній менша, ніж в діафрагмах або соплах. Разом з тим довжина труби Вентурі дуже довга порівняно з довжиною діафрагми або сопла, які можуть бути встановлені між фланцями трубопроводу.



1 – конфузор, 2 – дифузор

Рисунок 3.9 – Труба Вентурі

### 3.7 Гідродинамічний пограничний шар

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Якщо рідина протікає по каналу (рисунок 3.10) то в випадку ідеальної рідини профіль швидкостей буде відображений профілем 4 (рідина рухається наче поршень).

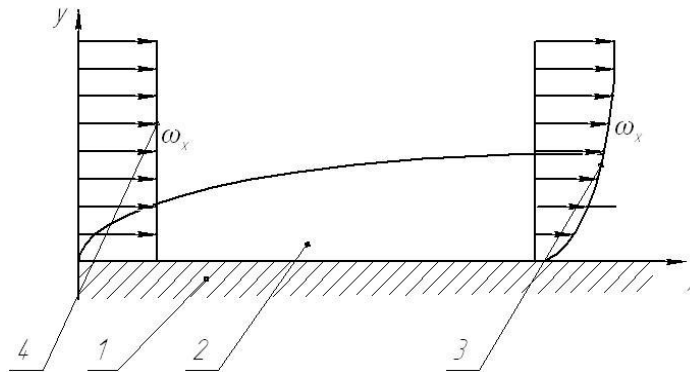


Рисунок 3.10 – До пояснення гідродинамічного пограничного шару.

Якщо ми маємо справу з реальною рідиною 3, то біля стінки труби виникає загальмований шар, обумовлений в'язкістю рідини, цей приграничний шар називається гідродинамічним шаром.

Рідина, яка контактує з твердою стінкою 1 не рухається, тобто нескінченно малий шар 2 біля стінки має нульову швидкість. Це твердження є частиною гіпотези прилипання.

Завжди біля стінки є ламінарний шар 2. Товщина цього шару залежить від режиму руху рідини. При ламінарному русі товщина цього шару завжди більша, при турбулентному – менша.

Коли рідина потрапляє в канал то на початку каналу створюється шар, що прилип, товщина якого зростає на довжину до п'ятдесяти діаметрів каналу для ламінарного режиму, і до сорока діаметрів каналу для турбулентного режиму. Надалі товщина шару стабілізується і він залишається постійним.

### 3.8 Гідравлічний радіус і еквівалентний діаметр

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

При русі рідини через поперечний переріз, відмінний від круглого, в якості розрахункового лінійного розміру використовують **гідравлічний радіус** або **еквівалентний діаметр**.

Під гідравлічним радіусом розуміють відношення площі вільного перерізу трубопроводу чи каналу, через який протікає рідина, до змоченого перерізу:

$$r_r = \frac{S}{P},$$

де  $S$  - переріз потоку,  $P$  - змочений периметр.

Для круглої труби:

$$r_r = \frac{S}{P} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{1}{\pi \cdot d} = \frac{d}{4}$$

$$d = 4r_r$$

Діаметр, виражений через гідравлічний радіус, називається **еквівалентним діаметром**:

$$d_e = \frac{4S}{P} = 4r_r.$$

Таким чином, еквівалентний діаметр дорівнює діаметру гіпотетичного трубопроводу круглого перерізу, для якого відношення площі  $S$  до змоченого периметру  $P$  таке ж як і для трубопроводу не круглого перерізу.

Рідина по трубопроводу може рухатись в стаціонарному або встановленому режимі. Це відбувається тоді, коли фактори, що впливають на рух частинок ( $\rho, T, P$ ), не змінюються в часі в кожній фіксованій точці простору, через яку протікає рідина. Якщо хоч один із факторів змінюється в часі то рух рідини називається невстановленим або нестаціонарним.

### 3.9 Режими руху рідини

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4]. При спостереженні за рухом рідини в трубах і каналах, можна помітити, що в одному випадку рідина зберігає певний лад своїх часток, а в інших - переміщаються безсистемно. Однак вичерпні досліді з цього питання були проведені Рейнольдсом в 1883 р. На рисунку 3.11 зображена установка, аналогічна тій, на якій Рейнольдс виробляв свої досліді.

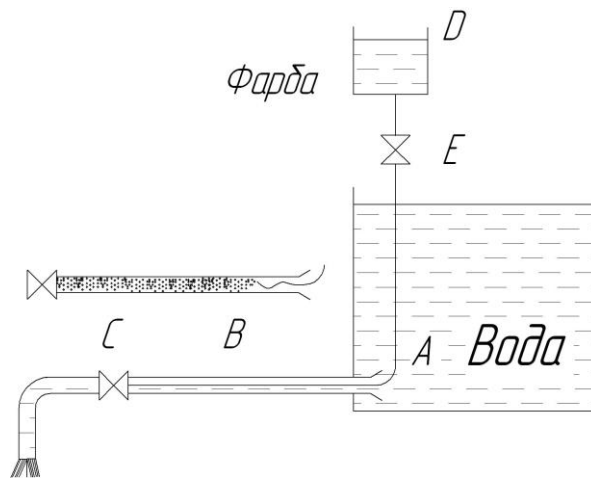


Рисунок 3.11 – Схема установки Рейнольдса

Установка складається з резервуара *A* з водою, від якого відходить скляна труба *B* з краном *C* на кінці, і посудини *D* з водним розчином фарби, яка може по трубці вводитися тонкою цівкою всередину скляної труби *B*.

Перший випадок руху рідини. Якщо трохи відкрити кран *C* і дати можливість воді протікати в трубі з невеликою швидкістю, а потім за допомогою крана *E* впустити фарбу в потік води, то побачимо, що введена в трубу фарба не буде перемішуватися з потоком води. Цівка фарби буде чітко видимою уздовж всієї скляної труби, що вказує на шаруватий характер перебігу рідини і на відсутність перемішування. Якщо при цьому, якщо до труби під'єднати пьезометр або трубку Піто, то вони покажуть незмінність тиску і швидкості за часом. Такий режим руху називається ламінарний.

Другий випадок руху рідини. При поступовому збільшенні швидкості течії води в трубі шляхом відкриття крана з картина перебігу спочатку не змінюється, але потім при певній швидкості течії настає швидка її зміна. Цівка фарби по виході з трубки починає колитися, потім розмивається і переміщується з потоком води, причому стають помітними вихреутворення і обертальний рух рідини. П'єзометр і трубка Піто при цьому покажуть безперервні пульсації тиску і швидкості в потоці води. Така течія називається турбулентною (рисунок 3.11, вгорі).

Якщо зменшити швидкість потоку, то відновиться ламінарний режим.

Отже, ламінарним називається шарувата течія без перемішування частинок рідини і без пульсації швидкості і тиску. При ламінарному русі рідини в прямій трубі постійного перетину осі лінії руху спрямовані паралельно осі труби, при цьому відсутні поперечні переміщення частинок рідини.

Турбулентним називається течія, що супроводжується інтенсивним перемішуванням рідини з пульсаціями швидкостей і тисків. Поряд з основним поздовжнім переміщенням рідини спостерігаються поперечні переміщення і обертальні рухи окремих об'ємів рідини.

Перехід від ламінарного режиму до турбулентного спостерігається при певній швидкості руху рідини. Ця швидкість називається критичною  $W_{кр}$ .

Значення цієї швидкості прямо пропорційно кінематичній в'язкості рідини і обернено пропорційно діаметру труби:

$$W_{кр} = \frac{\nu}{d} k,$$

де  $\nu$  - кінематична в'язкість;

$k$  - безрозмірний коефіцієнт;

$d$  - внутрішній діаметр труби.

Безрозмірний коефіцієнт  $k$ , однаковий для всіх рідин і газів, а також для будь-яких діаметрів труб.

Цей коефіцієнт називається критичним числом Рейнольдса  $Re_{кр}$  і визначається наступним чином:

$$Re_{кр} = \frac{W_{кр} d}{\nu}.$$

**Для напірних потоків:**

$$Re = \frac{Wd}{\nu},$$

де  $d$  – внутрішній діаметр напірного трубопроводу, м;

$W$  – швидкість потоку, м/с;

$\nu$  – кінематичний коефіцієнт в'язкості, м<sup>2</sup>/с.

**Для безнапірних потоків:**

$$Re = \frac{WR}{\nu},$$

де  $R$  – гідравлічний радіус безнапірного потоку, м.

**Число Рейнольдса** є співвідношенням інерційних та в'язкісних сил в потоці рідини. Кожен критерій – безрозмірна величина, співвідношення ефектів:  $\frac{\text{ефект інерційних сил}}{\text{в'язкісні сили}}$ .

Критичне число Рейнольдса  $Re_{кр}$  – це число Рейнольдса, при якому настає зміна режиму руху.

Ламінарний режим:

– для напірних потоків  $Re_{кр} = 2300$ ,

– для безнапірних потоків  $Re_{кр} = 500$ .

Розвинений турбулентний режим:

–  $10000 < Re$ .

Невстановлений або перехідний режим:

–  $2000 < Re < 10000$ .

Спрощено режим руху потоку можна визначити за величиною числа Рейнольдса. Розглянемо приклад з напірної водопровідної труби, у якій

$d = 20 \text{ мм}$ ,  $W = 1 \text{ м/с}$ ,  $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Для потоку в трубі число Рейнольдса буде:

$$\text{Re} = \frac{Wd}{\nu} = \frac{1 \cdot 0,02}{10^{-6}} = 20000.$$

Число 20000 більше, ніж  $\text{Re}_{\text{кр}} = 2320$  (для напірних потоків) і на, отже, режим потоку турбулентний і всі подальші гідравлічні розрахунки повинні проводитися тільки по залежностям і формулами для цього режиму.

Режим руху рідини безпосередньо впливає на ступінь гідравлічного опору трубопроводів.

### **3.10 Гідравлічні опори**

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4, 8].

Втрати енергії (зменшення гідравлічного напору) можна спостерігати в рідині, що рухається не тільки на порівняно довгих ділянках, але і на коротких. В одних випадках втрати напору розподіляються (іноді рівномірно) по довжині трубопроводу - це лінійні втрати; в інших - вони зосереджені на дуже коротких ділянках, довжиною яких можна знехтувати, - на так званих місцевих гідравлічних опорах: вентилях, всілякі заокруглення, звуження, розширення, тощо, коротше скрізь, де потік зазнає деформації. Джерелом втрат у всіх випадках є в'язкість рідини.

Слід зауважити, що втрати напору і по довжині і в місцевих гідравлічних опорах істотно залежать від так званого режиму руху рідини.

#### **3.10.1 Втрати напору при ламінарній течії рідини**

Матеріал викладено за авторами [1...4, 8].

Як показують дослідження, при ламінарній течії рідини в круглій трубі максимальна швидкість знаходиться на осі труби. Біля стін труби швидкість дорівнює нулю, тому що частинки рідини покривають внутрішню поверхню

трубопроводу тонким нерухомим шаром. Від стінок труби до її осі швидкості плавно зростає. Графік розподілу швидкостей по поперечному перерізі потоку – це параболоїд обертання, а перетин параболоїда осьової площиною - квадратичну параболу (рисунок 3.12).

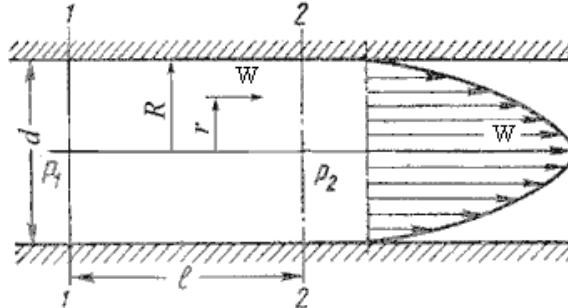


Рисунок 3.12 – Схема для розгляду ламінарного потоку

Рівняння, що зв'язує змінні  $v$  і  $r$ , має такий вигляд:

$$W = \frac{P_1 - P_2}{4 \cdot \mu \cdot l} (R^2 - r^2)$$

де  $P_1$  і  $P_2$  - тиску відповідно в перетинах 1 і 2.

Біля стін труби величина  $r = R$ , значить швидкість  $W = 0$ , а при  $r = 0$  (на осі потоку) швидкість буде максимальною:

$$W_{\text{макс}} = \frac{P_1 - P_2}{4 \cdot \mu \cdot l} (R^2 - 0^2) = \frac{P_1 - P_2}{4 \cdot \mu \cdot l} R^2$$

Тепер визначимо витрати рідини при ламінарному русі в круглій трубі. Так як еюра розподілу швидкостей в круглій трубі має вигляд параболоїда обертання з максимальним значенням швидкості в центрі труби, то витрати рідини чисельно дорівнюють об'єму цього параболоїда. Визначимо цей об'єм.

Максимальна швидкість дає висоту параболоїда:

$$h = W_{\text{макс}} = \frac{P_1 - P_2}{4 \cdot \mu \cdot l} R^2 .$$

Як відомо з геометрії, об'єм параболоїда висотою  $h$  і площею  $\pi \cdot R^2$  дорівнює:

$$V = \pi \cdot R^2 \frac{h}{2},$$

а в нашому випадку:

$$Q = \frac{1}{2} \pi \cdot R^2 \frac{P_1 - P_2}{4 \cdot \mu \cdot l} R^2 = \frac{P_1 - P_2}{8 \cdot \mu \cdot l} \pi \cdot R^4.$$

Якщо замість  $R$  підставити діаметр труби  $d$ , то формула (4.4) набуде вигляду:

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{128 \cdot \mu \cdot l} \pi \cdot d^4.$$

Витрати в трубі можна виразити через середню швидкість:

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{128 \cdot \mu \cdot l} \pi \cdot d^4 = W_{\text{сеп}} \frac{\pi \cdot d^2}{4},$$

Звідки:

$$W_{\text{сеп}} = \frac{P_1 - P_2}{32 \cdot \mu \cdot l} d^2.$$

Для визначення втрат напору при ламінарній течії рідини в круглій трубі розглянемо ділянку труби довжиною  $l$ , по якому потік тече в умовах ламінарного режиму (рисунок 3.12).

Втрата тиску в трубопроводі буде дорівнювати:

$$P_1 - P_2 = \frac{32 \cdot \mu \cdot l}{d^2} W_{\text{сеп}}.$$

Якщо у формулі динамічний коефіцієнт в'язкості  $\mu$  замінити через кінематичний коефіцієнт в'язкості  $\nu$  і густину  $\rho$  ( $\mu = \nu \cdot \rho$ ) і розділити обидві частини рівності на об'ємну масу рідини  $\gamma = g \cdot \rho$ , то отримаємо:

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{32 \cdot \mu \cdot \rho \cdot l}{g \cdot \rho \cdot d^2} W_{\text{сеп}}$$

Ліва частина отриманої рівності дорівнює втратам напору  $h_{\text{втр}}$  в трубі постійного діаметра, то остаточно це рівність набуде вигляду:

$$h_{\text{втр}} = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{32 \cdot \mu \cdot l}{g \cdot d^2} W_{\text{сеп}}$$

Рівняння може бути перетворено в універсальну формулу Дарсі–Вейсбаха, яка остаточно записується так:

$$h_{\text{втр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{W^2}{2 \cdot g}$$

де  $\lambda$  - коефіцієнт гідравлічного тертя, який для ламінарного потоку обчислюється за виразом:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}.$$

Однак при ламінарному режимі для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя  $\lambda$  Т.М. Башта рекомендує при  $\text{Re} < 2300$  застосовувати вираз:

$$\lambda = \frac{75}{\text{Re}}.$$

### 3.10.2 Втрати напору при турбулентному русі рідини

Матеріал викладено за авторами [1...4, 8].

Для турбулентного течії характерно перемішування рідини, пульсації швидкостей і тисків. Якщо за допомогою особливо чутливого приладу-самописця вимірювати пульсації, наприклад, швидкості за часом у фіксованій точці потоку, то отримаємо картину, подібну показаної на рисунку 3.13. Швидкість безладно коливається біля деякого усередненого за часом значення  $v_{\text{ср}}$ , яке даному випадку залишається постійним.

Характер ліній течії в трубі в даний момент часу відрізняється великою різноманітністю (рисунок 3.14).

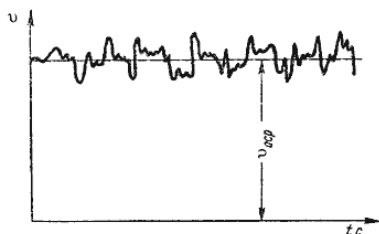


Рисунок 3.13 – Пульсація швидкості в турбулентному потоці

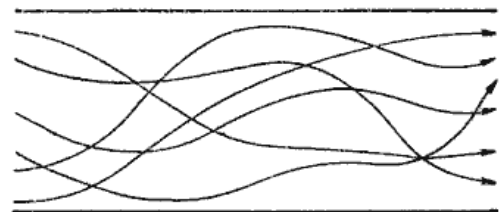


Рисунок 3.14 – Характер ліній течії в турбулентному потоці

При турбулентному режимі руху рідини в трубах еюра розподілу швидкостей має вигляд, показаний на рисунку 3.15. У тонкому пристінному шарі товщиною  $\delta$  рідина тече в ламінарному режимі, а інші шари течуть в турбулентному режимі, і називаються турбулентним ядром. Таким чином, строго кажучи, турбулентного руху в чистому вигляді не існує. Воно супроводжується ламінарним рухом під стінами, хоча шар  $\delta$  з ламінарним режимом дуже малий у порівнянні з турбулентним ядром.

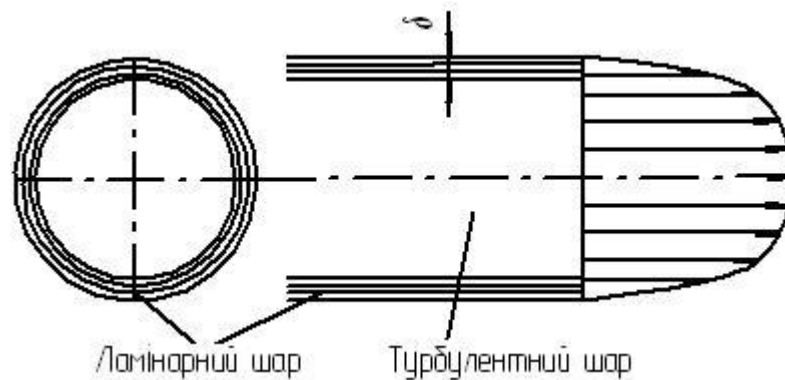


Рисунок 3.15 – Модель турбулентного режиму руху рідини

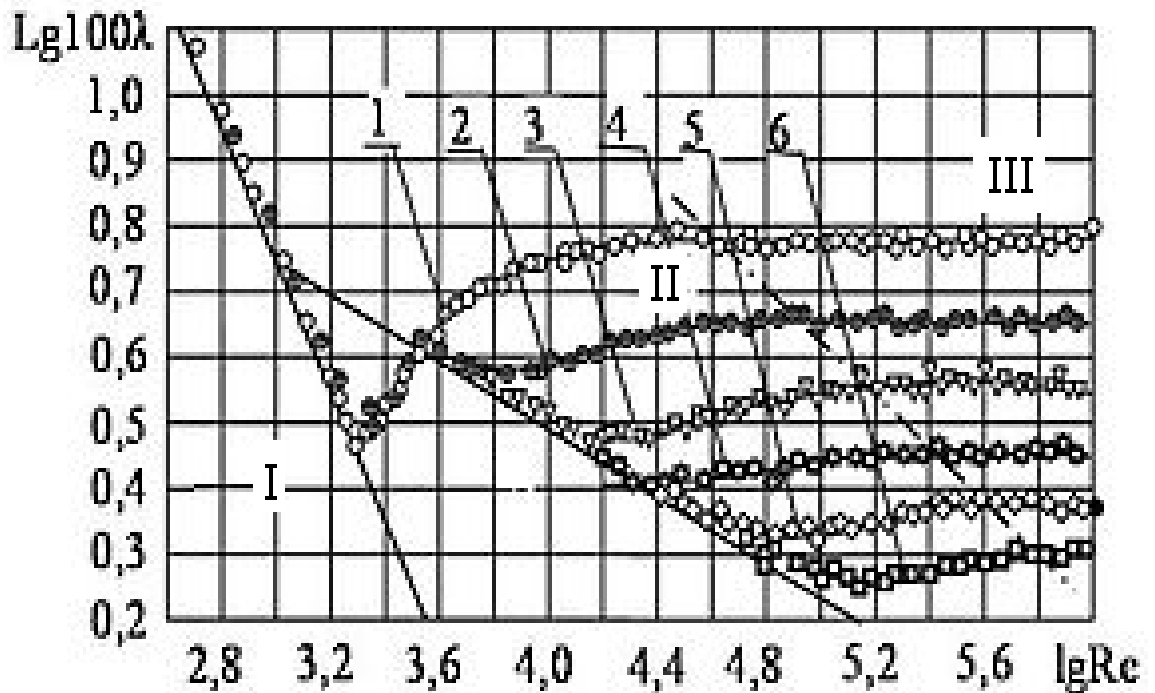
Основний розрахунковою формулою для втрат напору при турбулентній течії рідини в круглих трубах є вже наводив вище емпірична формула, звана формулою Дарсі–Вейсбаха і має такий вигляд:

$$h_{\text{втр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{W^2}{2 \cdot g}.$$

Різниця полягає лише в значеннях коефіцієнта гідравлічного тертя  $\lambda$ . Цей коефіцієнт залежить від числа Рейнольдса  $Re$  і від безрозмірного геометричного фактора - відносної шорсткості  $\Delta/d$  (або  $\Delta/r_0$ , де  $r_0$  – радіус труби).

Вперше найбільш вичерпної роботи по визначенню були дані І.І. Нікурадзе, який на основі дослідних даних побудував графік залежності  $\lg(1000\lambda)$  від  $\lg Re$  для ряду значень  $\Delta/r_0$ . Досліди Нікурадзе були проведені на трубах з штучно заданою шорсткістю, отриманої шляхом приклеювання піщинок певного розміру на внутрішні стінки трубопроводу. Результати цих

досліджень наведені на рисунку 3,16, де побудовані криві залежності  $\lg(1000\lambda)$  від  $\lg Re$  для ряду значень  $\Delta/r_0$ .



1-6 для труб з різною відносною шорсткістю  $\Delta/r_0$ ,  
відповідно 0,07, 0,33, 0,017, 0,008, 0,004, 0,002

Рисунок 3.16 – Графік Нікурадзе

Пряма I відповідає ламінарному режиму руху рідини.

Далі на графіку можна розглядати три області.

**Перша область** – область малих  $Re$  і  $\Delta/r_0$ , де коефіцієнт  $\lambda$  не залежить від шорсткості, а визначається лише числом  $Re$  (відзначена на рисунку 3,16 прямою II). Це область гідравлічно гладких труб. Якщо число Рейнольдса лежить в діапазоні  $4000 < Re < 10 (d/\Delta e)$  коефіцієнт  $\lambda$  визначається за напівемпіричної формулою Блазіуса:

$$\lambda_T = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}.$$

Для визначення існує також емпірична формула П.К. Конакова, яка може бути застосована для гідравлічно гладких труб:

$$\lambda_T = \frac{1}{(1,8 \cdot \text{Re} - 1,5)^2}$$

**Друга область** розташована між лініями II і пунктирною лінією праворуч, коефіцієнт  $\lambda$  залежить одночасно від двох параметрів – числа  $\text{Re}$  і відносної шорсткості  $\Delta/r_0$ , яку можна замінити на  $\Delta_e$ . Для визначення коефіцієнта  $\lambda$  в цій області може служити універсальна формула А.Д. Альтшуля:

$$\lambda_T = 0,11 \left( \frac{\Delta_e}{d} + \frac{68}{\text{Re}^2} \right)^{0,25}$$

де  $\Delta_e$  – еквівалентна шорсткість каналів.

В розрахунках при турбулентному режимі потоку практично можна приймати наступні значення  $\Delta_e$  (таблиця 3.1).

Таблиця 3.1 – Значення  $\Delta_e$  при турбулентному режимі потоку

Канали	Величина, $\Delta_e$
Гладкі металеві	0,025
Шорсткі металеві	0,04
Цегляні	0,05

Шляховий коефіцієнт гідравлічного опору може бути визначений по універсальній залежності:

$$\lambda = 0,1 \left( \varepsilon + \frac{100}{\text{Re}} \right)^{0,25},$$

де  $\varepsilon = \frac{k}{d}$  – відносна шорсткість, що є відношенням абсолютної шорсткості до  $k$  (середньої висоти виступів) стінки до внутрішнього діаметру трубопроводу  $d$ . У таблиці 3.2 наведено значення абсолютної шорсткості для труб з різних матеріалів.

**Третя область** – область великих  $\text{Re}$  і  $\Delta/r_0$ , де коефіцієнт  $\lambda$  не залежить від числа  $\text{Re}$ , а визначається лише відносною шорсткістю (область

розташована праворуч від пунктирною лінії). Це область шорсткуватих труб, в якій всі лінії з різними шорсткостями паралельні між собою. Цю область називають областю автомодельності або режимом квадратичного опору, тому, що тут гідравлічні втрати пропорційні квадрату швидкості.

Таблиця 3.2 – Значення абсолютної шорсткості для труб з різних матеріалів

Матеріали трубопроводу і характер поверхні	$k$ , мм
Суцільнотягнуті труби з міді, латунь, стекла, нові	0,0015...0,01
Суцільнотягнуті труби сталеві нові	0,02...0,1
Те ж, що були в експлуатації	0,12...0,2
Суцільнозварні сталеві труби, нові	0,04...0,1
те ж, що були в експлуатації	0,15
Оцинковані труби, нові	0,15
Те ж, що були в експлуатації	0,18
Труби з покрівельної сталі	0,02...0,04
Чавунні труби, нові	0,25...1,0
Те ж, що були в експлуатації	1,0...1,5
Бетонні труби з тією, що затерла	0,3...0,8
Залізобетонні труби	2,5
Азбоцементні труби, нові	0,65...1,1
Те ж, що були в експлуатації	0,6
Канал з цементною штукатуркою	0,05...0,22
Канал з шлакобетонових плит	1,5

Визначення  $\lambda$  для цієї області виробляють за спрощеною формулою Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_e}{d} \right)^{0,25}$$

або за формулою Прандтля – Нікурадзе:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_T}} = -2 \lg \left( \frac{\Delta_e}{3,71 \cdot d} \right)^{0,25}$$

Отже, втрати напору, що визначаються за формулою Вейсбаха-Дарсі, можна визначити, знаючи коефіцієнт гідравлічного опору, який визначається в залежності від числа Рейнольдса  $Re$  і від еквівалентної абсолютної шорсткості  $\Delta_e$ . Для зручності зведені дані по визначенню  $\lambda$  наведено в таблиці 3.3. Користуватися наведеними в таблиці 3.3 формулами для визначення коефіцієнта  $\lambda$  не завжди зручно. Для полегшення розрахунків можна скористатися номограмою Колбрука-Уайта (рисунок 3.17), за допомогою якої з відомих  $Re$  і  $d / \Delta_e$  значно зручніше визначити  $\lambda$ .

Таблиця 3.3 – Таблиця для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя

Режим руху		Число Рейнольдса	Визначення $\lambda$
Ламінарний		$Re < 2300$	$\lambda = \frac{64}{Re}$ або $\lambda = \frac{75}{Re}$
Перехідний		$2300 < Re < 4000$	Проектування трубопроводів при цьому режимі не рекомендується
Турбулентний	1-а область	$4000 < Re < 10 \frac{d}{\Delta_e}$	формула Блазіуса $\lambda_T = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$ . формула П.К. Конакова $\lambda_T = \frac{1}{(1,8 \cdot Re - 1,5)^2}$
	2-га область	$10 \frac{d}{\Delta_e} < Re < 560 \frac{d}{\Delta_e}$	формула А.Д. Альтшуля $\lambda_T = 0,11 \left( \frac{\Delta_e}{d} + \frac{68}{Re^2} \right)^{0,25}$
	3-тя область	$560 \frac{d}{\Delta_e} < Re$	формула Альтшуля: $\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_e}{d} \right)^{0,25}$ формула Прандтля – Нікурадзе: $\frac{1}{\sqrt{\lambda_T}} = -2 \lg \left( \frac{\Delta_e}{3,71 \cdot d} \right)^{0,25}$

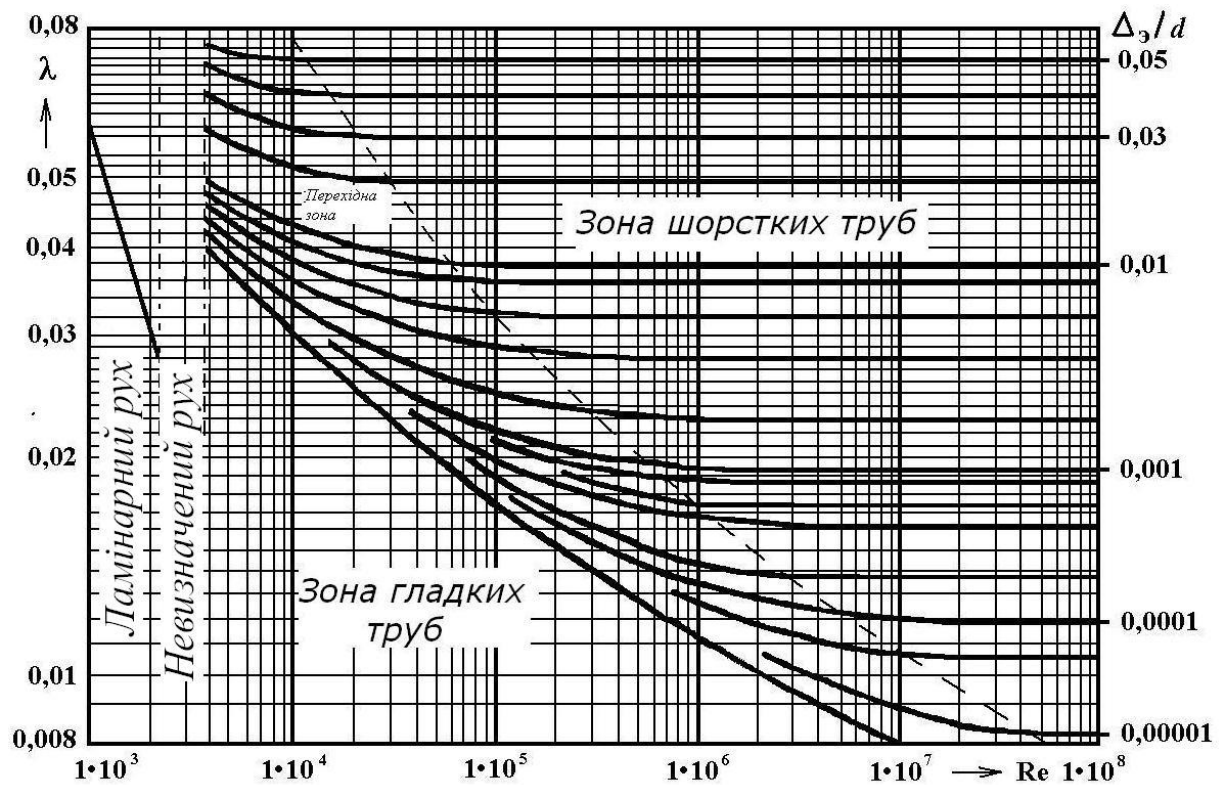


Рисунок 3.17 – Для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя

### 3.10.4 Місцеві гідравлічні опори

Матеріал викладено за авторами [1...4, 8].

Всі гідравлічні втрати енергії діляться на два типи: втрати на тертя по довжині трубопроводів і місцеві втрати, викликані такими елементами трубопроводів, в яких внаслідок зміни розмірів або конфігурації русла відбувається зміна швидкості потоку, відрив потоку від стінок русла і виникнення вихороутворення.

Найпростіші місцеві гідравлічні опору можна розділити на розширення, звуження та повороти русла, кожне з яких може бути раптовим або поступовим. Більш складні випадки місцевого опору є з'єднаннями або комбінації перерахованих найпростіших опорів.

Розглянемо найпростіші місцеві опору при турбулентному режимі течії в трубі.

**1. Раптове розширення русла.** Втрата напору (енергії) при раптовому розширенні русла витрачається на вихороутворенням, пов'язане з відривом

потіку від стінок, тобто на підтримку обертального безперервного руху рідких мас з постійним їх оновленням.

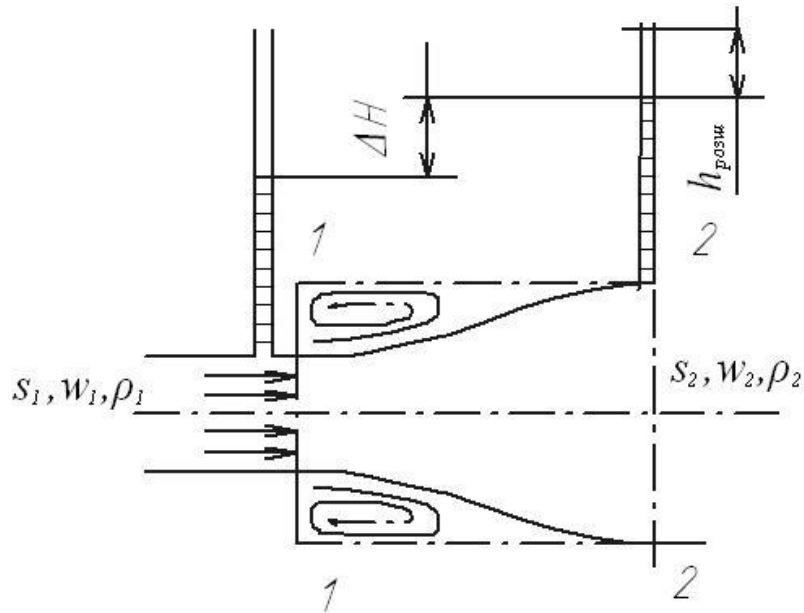


Рисунок 3.18 – Раптове розширення труби

При раптовому розширенні русла (труби) (рисунок 3.18) потік зривається з кута і розширюється не раптово, як русло, а поступово, причому в кільцевому просторі між потоком і стінкою труби утворюються вихори, які і є причиною втрат енергії. Розглянемо два перетину потоку: 1-1 – в площині розширення труби і 2-2 – в тому місці, де потік, розширившись, заповнив увесь перетин широкої труби. Так як потік між розглянутими перетинами розширюється, то швидкість його зменшується, а тиск зростає. Тому другий п'єзометр показує висоту на  $\Delta H$  більшу, ніж перший, але якби втрат напору в даному місці не було, то другий п'єзометр показав би висоту більшу ще на  $h_{\text{розши}}$ . Ця висота і є місцева втрата напору на розширення, яка визначається за формулою:

$$h_{\text{розши}} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \cdot \frac{w_1^2}{2 \cdot g},$$

де  $S_1, S_2$  – площа поперечних перерізів 1-1 і 2-2.

Цей вираз є наслідком теореми Борда, яка свідчить, що втрата напору при раптовому розширенні русла дорівнює швидкісному напору, визначеним за різниці швидкостей:

$$h_{\text{розш}} = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2 \cdot g}.$$

Вираз  $\left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$  позначається грецькою буквою  $\zeta$  (дзета) і називається коефіцієнтом втрат, таким чином:

$$h_{\text{розш}} = \zeta \frac{v_1^2}{2 \cdot g}.$$

**2. Поступове розширення русла. Дифузор.** Труба, яка поступово розширюється називається **дифузором** (рисунок 3.19). Переміщення потоку в дифузорі супроводжується зменшенням швидкості потоку та збільшенням тиску, тобто перетворенням кінетичної енергії рідини в енергію тиску. У дифузорі, так само як і при раптовому розширенні русла, відбувається відрив основного потоку від стінки і вихроутворенням. Інтенсивність цих явищ зростає зі збільшенням кута розширення дифузора  $\alpha$ .

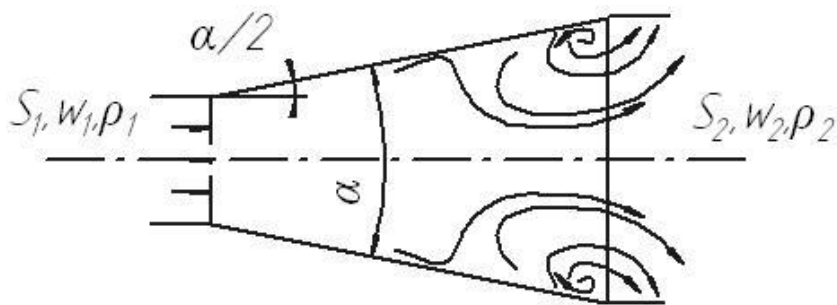


Рисунок 3.19 – Поступове розширення труби

Крім того рух середовища в дифузорі супроводжується і втратами на тертя, подібні до тих, які виникають в трубах постійного перерізу. Повну втрату напору в дифузорі розглядають як суму двох складових:

$$h_{\text{диф}} = h_{\text{тер}} + h_{\text{розш}}$$

де  $h_{\text{тер}}$  і  $h_{\text{розш}}$  – втрати напору на тертя і розширення (вихроутворення).

$$h_{\text{тер}} = \frac{\lambda_T}{8 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{w_1^2}{2 \cdot g}$$

де  $n = \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$  – ступінь розширення дифузора. Втрата напору на розширення  $h_{\text{розш}}$  має ту ж саму природу, що і при раптовому розширенні русла

$$h_{\text{розш}} = \left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right)^2 k \frac{w_1^2}{2 \cdot g}$$

де  $k$  - коефіцієнт пом'якшення, при  $\alpha = 5 \dots 20^\circ$ ,  $k = \sin(\alpha)$ .

З огляду на це повну втрату напору можна переписати у вигляді:

$$h_{\text{диф}} = \left[ \frac{\lambda_T}{8 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + k \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \right] \frac{w_1^2}{2 \cdot g} = \zeta_{\text{диф}} \frac{w_1^2}{2 \cdot g},$$

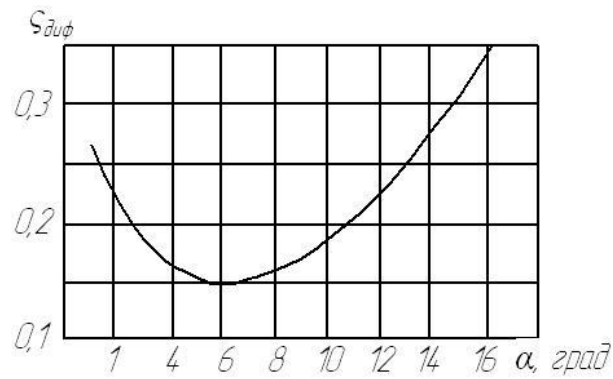
звідки коефіцієнт опору дифузора можна виразити виразом

$$\zeta_{\text{диф}} = \frac{\lambda_T}{8 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + \sin(\alpha) \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2.$$

Функція  $\zeta = f(\alpha)$  має мінімум при певному найвигіднішому (оптимальному) значенні кута  $\alpha$ , оптимальне значення кута  $\alpha$  визначиться за виразом:

$$\alpha = \arcsin \sqrt{\frac{n+1}{n-1} \cdot \frac{\lambda_T}{4}}$$

При підстановці в у цей вираз значення з інтервалу  $\lambda_T = 0,015 \dots 0,025$  та  $n = 2 \dots 4$  отримаємо  $\alpha_{\text{опт}} = 6$  (рисунок 3.20).

Рисунок 3.20 – Залежність  $\zeta$  від кута

**3. Раптове звуження русла.** В цьому випадку втрата напорю обумовлена тертям потоку при вході в більш вузьку трубу і втратами на вихороутворення, які утворюються в кільцевому просторі навколо звуженої частини потоку (рисунок 3.21).

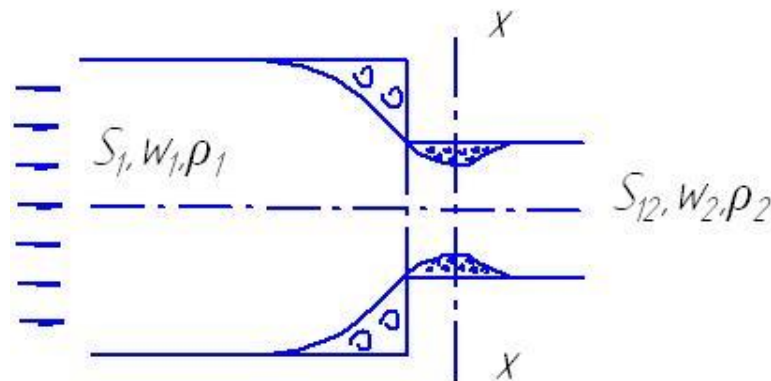


Рисунок 3.21 – Раптове звуження труби

Повна втрата напорю визначиться за виразом:

$$h_{\text{звуж}} = \zeta_{\text{звуж}} \frac{w_1^2}{2 \cdot g}$$

де  $\zeta_{\text{звуж}}$  – коефіцієнт опору звуження визначається по напівемпіричній формулою І.Є. Ідельчик:

$$\zeta_{\text{звуж}} = 0,5 \left( 1 - \frac{S_2}{S_1} \right)^2 = 0,5 \left( 1 - \frac{1}{n} \right),$$

в якій  $n = S_1/S_2$  – ступінь звуження.

При виході труби з резервуара великих розмірів, коли можна вважати, що  $S_2/S_1 = 0$ , а також за відсутності заокруглення вхідного кута, коефіцієнт опору  $\zeta_{\text{звуж}} = 0,5$ .

**4. Поступове звуження русла.** Такий місцевий опір має вид конічної труби, що поступово звужується, і має назву конфузор (рисунок 3.21).

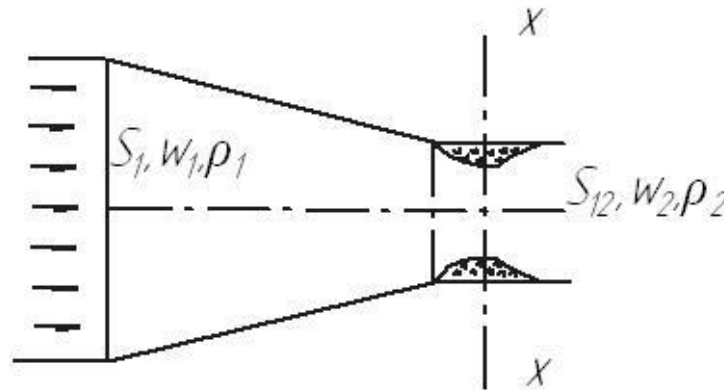


Рисунок 3.22 – Конфузор

Рух рідини в конфузорі супроводжується збільшенням швидкості і падінням тиску. У конфузорі є лише втрати на тертя:

де коефіцієнт опору конфузора визначається за виразом:

$$\zeta_{\text{конф}} = \frac{\lambda_T}{8 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

в якій  $n = S_1/S_2$  – ступінь звуження.

Невелике вихроутворення і відрив потоку від стінки з одночасним стисненням потоку виникає лише на виході з конфузора в місці з'єднання конічної та циліндричної труб. Заокругленням вхідного кута можна значно зменшити втрату напору при вході в трубу. Конфузор з плавно сполученими циліндричними і конічними частинами називається соплом (рисунок 3.23).

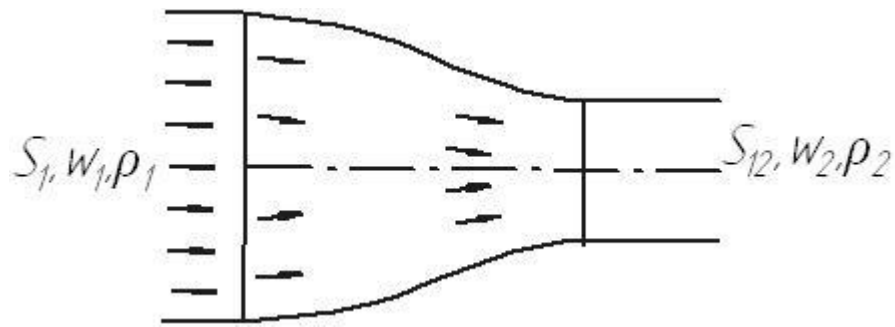


Рисунок 3.23 – Сопло

**5. Раптовий поворот труби (коліно).** Даний вид місцевого опору (рисунок 3.24) викликає значні втрати енергії, тому що в ньому відбуваються відрив потоку і вихроутворення, причому втрати тим більші, чим більший кут  $\delta$ . Втрату напору розраховуються за виразом:

$$h_{\text{кол}} = \zeta_{\text{кол}} \frac{w_2^2}{2 \cdot g}$$

де  $\zeta_{\text{кол}}$  – коефіцієнт опору коліна круглого перетину, який визначається за графіком, залежно від кута коліна  $\delta$  (рисунок 3.25).

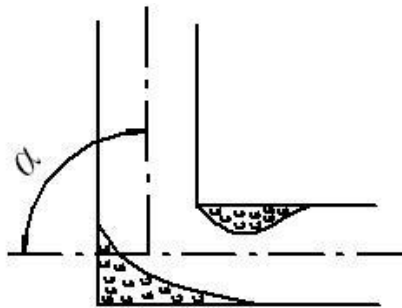
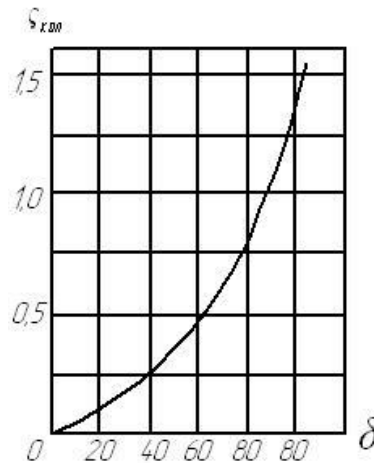


Рисунок 3.24 – Раптовий поворот труби (коліно)

Рисунок 3.25 – Залежність  $\zeta_{\text{кол}}$  від кута  $\delta$

## 6. Поступовий поворот труби (заокруглене коліно або відвід).

Плавність повороту значно зменшує інтенсивність вихроутворення, а отже, і опір відводу в порівнянні з коліном. Це зменшення тим більше, чим більше відносний радіус кривизни відведення  $R/d$  (Рисунок 3.26). Коефіцієнт опору відводу  $\zeta_{\text{відв}}$  залежить від відношення  $R/d$ , кута  $\delta$ , а також форми поперечного перерізу труби.

Для відводів круглого перетину з кутом  $\alpha = 90^\circ$  і  $R/d = 1$  при турбулентному режимі течії можна скористатися емпіричним виразом:

$$\zeta'_{\text{відв}} = 0,051 + \frac{0,19 \cdot d}{R}.$$

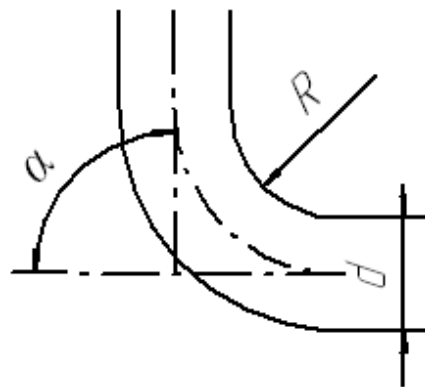


Рисунок 3.26 – Поступовий поворот труби  
(заокруглене коліно або відвід)

Для кутів  $\alpha = 70^\circ$  коефіцієнт опору:

$$\zeta_{\text{відв}} = \zeta'_{\text{відв}} \cdot \sin \alpha,$$

а при  $\alpha = 70^\circ$ :

$$\zeta_{\text{відв}} = \left( 0,7 + \frac{\alpha}{90} 0,35 \right) \zeta'_{\text{відв}}.$$

Втрата напору в коліні визначиться як:

$$h_{\text{відв}} = \zeta_{\text{відв}} \frac{v^2}{2 \cdot g}.$$

**Все вище викладене відноситься до турбулентному руху рідини.** При ламінарному русі місцеві опори грають малу роль при визначенні загального опору трубопроводу. Крім цього закон опору при ламінарному режимі є більш складним і досліджений в меншій мірі.

### **3.11 Гідравлічний розрахунок простих трубопроводів**

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Рідина по трубопроводу рухається завдяки тому, що її енергія на початку трубопроводу більше, ніж в кінці. Цей перепад рівнів енергії може створюватися кількома способами: роботою насоса, різницею рівнів рідини, тиском газу.

При розрахунках напірних трубопроводів основним завданням є або визначення пропускної здатності (витрат), або втрати напору на тій чи іншій ділянці, так само як і на всій довжині, або діаметра трубопроводу на заданих витраті і втрати напору.

У практиці трубопроводи поділяються на **короткі** та **довгі**.

До **коротких** трубопроводів відносяться всі трубопроводи, в яких місцеві втрати напору перевищують 5...10% втрат напору по довжині. При розрахунках таких трубопроводів обов'язково враховують втрати напору в місцевих опорах. До них відносять, наприклад, мастилопроводи об'ємних передач.

До **довгих** трубопроводів відносяться трубопроводи, в яких місцеві втрати менше 5...10% втрат напору по довжині. Їх розрахунок ведеться без урахування місцевих втрат. До таких трубопроводів відносять, наприклад, магістральні водоводи, нафтопроводи.

З огляду на гідравлічну схему роботи довгих трубопроводів, їх можна розділити також на **прості** і **складні**. Простими називаються послідовно з'єднані трубопроводи одного або різних перетинів, що не мають ніяких відгалужень. До складних трубопроводів відносять системи труб з одним або

декількома відгалуженнями, паралельними гілками, тощо. До складних належать і так звані кільцеві трубопроводи.

Розглянемо простий трубопровід постійного перетину, який розташований довільно в просторі (рисунок 3.27), має загальну довжину  $l$  і діаметр  $d$ , а також містить ряд місцевих опорів (вентиль, фільтр і зворотний клапан). У початковому перерізі трубопроводу 1-1 геометрична висота дорівнює  $z_1$  і надлишковий тиск  $P_1$ , а в кінцевому перетині 2-2 – відповідно  $z_2$  і  $P_2$ . Швидкість потоку в цих перетинах внаслідок сталості діаметра труби однакова і дорівнює  $v$ .

Запишемо рівняння Бернуллі для перетинів 1-1 і 2-2. Оскільки швидкість в обох перетинах однакова і  $\alpha_1 = \alpha_2$ , то швидкісний напір можна не враховувати. При цьому отримаємо:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \sum h$$

або

$$\frac{P_1}{\rho g} = z_2 - z_1 + \frac{P_2}{\rho g} + \sum h.$$

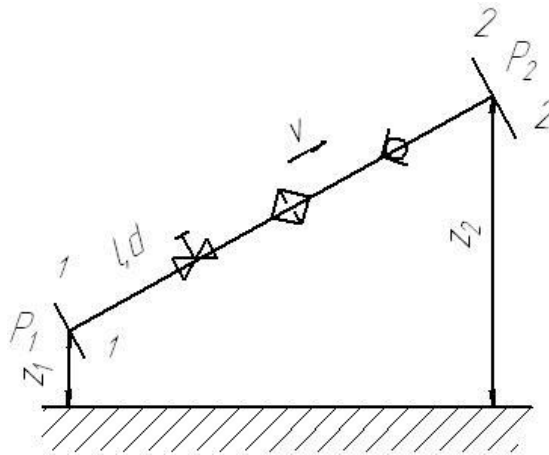


Рисунок 3.27 – Схема простого трубопроводу

П'езометричну висоту, що стоїть в лівій частині рівняння, назвемо потрібним напором  $H_{\text{потр}}$ . Якщо ж ця п'езометрична висота задана, то її називають розташовуваним напором  $H_{\text{розт}}$ . Такий напір складається з

геометричної висоти  $H_{\text{потр}}$ , на яку піднімається рідина, п'єзометричної висоти в кінці трубопроводу і суми всіх втрат напору в трубопроводі.

Назвемо суму перших двох доданків статичним напором  $H_{\text{ст}}$ , який представимо як деяку еквівалентну геометричну висоту

$$H_{\text{ст}} = z + \frac{P_2}{\rho g},$$

а останній доданок  $\sum h$  – як степеневу функцію витрати:

$$\sum h = K \cdot Q_m,$$

тоді

$$H_{\text{потр}} = H_{\text{ст}} + K \cdot Q_m,$$

де  $K$  – величина, яка називається опором трубопроводу;

$Q$  – витрата рідини;

$m$  – показник степеня, який має різні значення в залежності від режиму течії.

Для ламінарного течії при заміні місцевих опорів еквівалентними довжинами опір трубопроводу одно:

$$K = \frac{128 \cdot \nu \cdot l_{\text{розр}}}{\pi \cdot g \cdot d^4} \text{ та } m = 1,$$

$$\text{де } l_{\text{розр}} = l + l_{\text{екв}}.$$

Чисельні значення еквівалентних довжин  $l_{\text{екв}}$  для різних місцевих опорів зазвичай знаходять дослідним шляхом.

Для турбулентного течії, використовуючи формулу Вейсбаха-Дарсі, і виразивши в ній швидкість через витрати, отримуємо:

$$K = \left( \sum \zeta + \lambda_T \frac{l}{d} \right) \frac{16}{2 \cdot g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \text{ та } m = 2.$$

За цими виразами можна побудувати криву потрібного напору в залежності від витрат. Чим більші витрати  $Q$ , які необхідно забезпечити в трубопроводі, тим більший напір потрібний  $H_{\text{потр}}$ . При ламінарному режимі течії ця крива зображується прямою лінією (Рисунок 3.28, а), при

турбулентному – параболою з показником степені, що дорівнює двом (Рисунок 3.28, б).

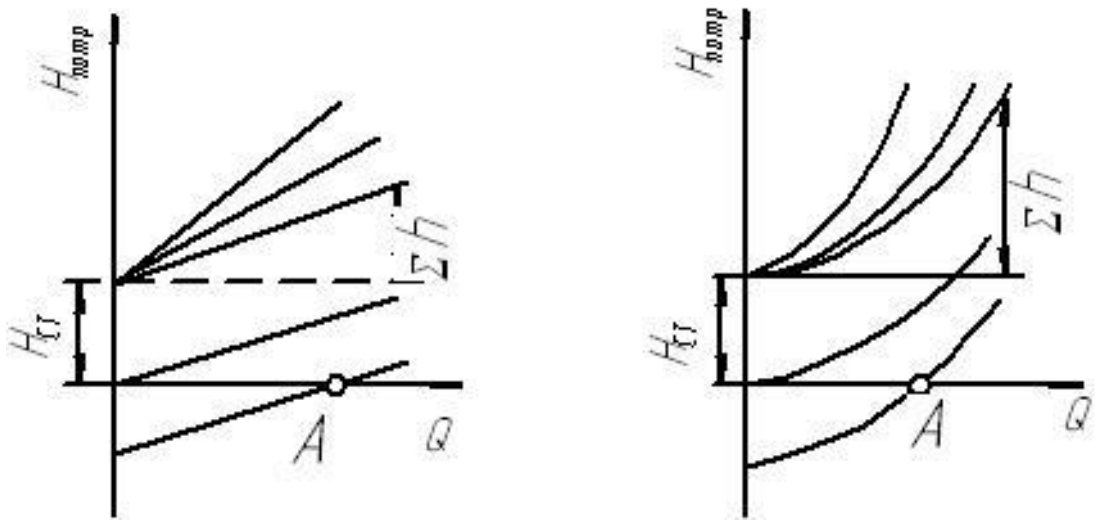


Рисунок 3.28 – Залежно потрібних напорів від витрати рідини в трубопроводі

Крутизна кривих потрібного напору залежить від опору трубопроводу  $K$  і зростає зі збільшенням довжини трубопроводу і зменшенням діаметра, а також зі збільшенням місцевих гідравлічних опорів.

Величина статичного напору  $H_{ст}$  позитивна в тому випадку, коли рідина рухається вгору або в порожнину з підвищеним тиском, і негативна при опусканні рідини або русі в порожнину зі зниженим тиском. Точка перетину кривої потрібного напору з віссю абсцис (точка  $A$ ) визначає витрати при русі рідини самотоком. Потрібних напір в цьому випадку дорівнює нулю.

Іноді замість кривих потрібного напору зручніше користуватися характеристиками трубопроводу. Характеристикою трубопроводу називається залежність сумарних втрат напору (або тиску) в трубопроводі від витрати:

$$\Sigma h = f(q).$$

### 3.12 Витрати рідини при встановленому (стаціонарному) потоці. Рівняння Пуазейля

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

У випадку ламінарного руху в прямій круглій трубі всю рідину умовно можна розділити на ряд кільцевих шарів, вісь яких співпадає з віссю труби (рисунок 3.29). Внаслідок того, що рідина прилипає до стінки труби шари будуть рухатись з неоднаковими швидкостями. В центрі швидкість шарів буде більше, зменшуючись в напрямку стінок труби, щоб досягти свого нуля на стінці.

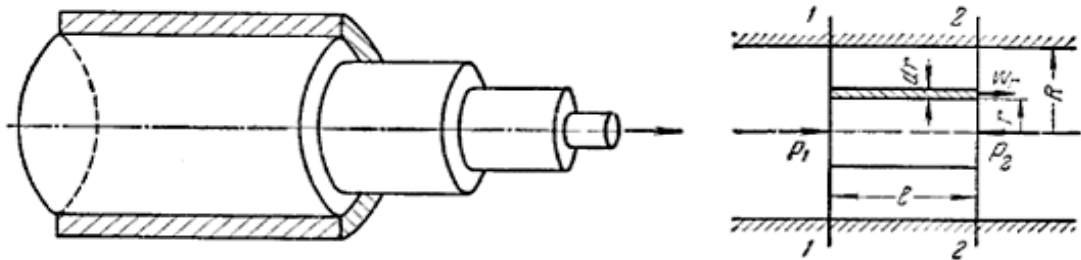


Рисунок 3.29 – До визначення розподілу швидкостей і витратів рідини при ламінарному русі.

Виділимо в потоці рідини циліндричний шар довжиною  $l$  і радіусом  $R$ . Рух шарів відбувається за рахунок сил, що виникли внаслідок різниці тисків  $p_1$  і  $p_2$ .

$$N_1 - N_2 = (p_1 - p_2) \pi \cdot r^2$$

Руху циліндра складає опір сила внутрішнього тертя

$$T = -\mu \cdot F \frac{dw_r}{dr}$$

знак мінус в останній формулі вказує на те, що швидкість зменшується при збільшенні радіуса. Коли  $r = R$  то  $w_r = 0$ .

Для встановленого стаціонарного руху

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -2\mu\pi r l \frac{dw_r}{dr}$$

Розкривши дужки та скупивавши доданки отримаємо

$$\frac{p_1 - p_2}{2\mu l} r dr = -dw_r$$

По всьому об'ємі

$$\int_r^R \frac{p_1 - p_2}{2 \cdot \mu \cdot l} r dr = - \int_{\omega_r}^0 dw_r$$

Після інтегрування маємо

$$\frac{p_1 - p_2}{2\mu l} \left( \frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2} \right) = w_r$$

$$w_r = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2)$$

Максимальна швидкість буде коли  $r=0$

$$w_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} R^2$$

Порівнюючи  $w_r$  і  $w_{\max}$  можемо записати, що

$$w_r = w_{\max} \frac{R^2 - r^2}{R^2} = w_{\max} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Це рівняння називається **законом Стокса** в математичній формі, який показує параболічний закон розподілу швидкості при ламінарному русі рідини.

Для визначення видатку рідини розглянемо кільцевий переріз з внутрішнім радіусом  $r$  і зовнішнім  $r+dr$ . Площа такого кільця буде  $dS = 2\pi r dr$ . Об'ємний видаток через цей переріз складає

$$dV_c = w_r dS = w_r 2\pi r dr$$

Підставивши замість швидкості вираз  $w_r = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2)$ , отримаємо

$$dV_c = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2) 2\pi r dr$$

Для визначення витратку через весь переріз візьмемо інтеграл

$$V_c = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} \int_0^R (R^2 - r^2) 2\pi r dr = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} \left( 2\pi R^2 \int_0^R r dr - 2\pi \int_0^R r^3 dr \right) = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} \pi R^4$$

враховуючи, що  $p_1 - p_2 = \Delta p$ ,  $R = \frac{d}{2}$

$$V_c = \frac{\pi \cdot d^4 \cdot \Delta p}{128 \cdot \mu \cdot l}$$

Це рівняння називається **рівнянням Пуазейля**, по якому можна визначити об'ємний витіток при ламінарному русі рідини.

### 3.13 Зв'язок між максимальною і середньою швидкістю

Матеріал викладено за авторами [1...4].

Співвідношення між середньою і максимальною швидкостями можна отримати, порівнюючи значення  $V_c$  із рівняння  $V_c = \omega \cdot S$  і рівняння Пуазейля:

$$V_c = \omega \cdot S = w\pi R^2 \text{ і } w\pi R^2 = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} \pi R^4$$

звідки

$$w = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} R^2 \quad (5.4)$$

Порівнюючи отриману швидкість з рівнянням максимальної швидкості, отриманої при виведенні закону Стокса  $w_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} R^2$ ,

знаходимо:

$$w = \frac{w_{\max}}{2}.$$

При ламінарному русі середня швидкість буде дорівнювати половині максимальної. Параболічний закон залежності швидкості від радіуса може бути записаний:

$$w_r = 2 \cdot w \cdot \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right),$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \rho g h_m,$$

$$V_c = w \cdot S = w \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^4 \rho g h_m}{128 \mu l},$$

$$h_T = \frac{32 w \mu l}{\rho g d^2},$$

де  $h_T$  – втрата геометричного напору між двома перерізами.

Помножимо чисельник і знаменник останнього рівняння на  $2\omega$ , отримаємо:

$$h_T = \frac{64 \mu}{w \rho d} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\omega^2}{2g} = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\omega^2}{2g},$$

Таким чином, при ламінарному русі по прямій круглій трубі:

$$h_T = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\omega^2}{2g},$$

таким чином, втрачений на тертя напір виражається через швидкісний напір.

Величина, яка показує в скільки разів напір, втрачений на тертя відрізняється від швидкісного напору називається коефіцієнтом опору по довжині труби, або опором тертя:

$$\varepsilon_T = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{l}{d},$$

відношення  $\frac{64}{\text{Re}}$  – це коефіцієнт тертя  $\lambda$ . Тоді :

$$h_m = \varepsilon_T \frac{\omega^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{\omega^2}{2g},$$

З умови, що  $\Delta p_T = \rho g h_T$ , то можемо записати:

$$\Delta p_T = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \omega^2}{2}.$$

Таким чином, при ламінарному русі рідини втрати напору через тертя пропорційні швидкості рідини, тобто:

$$h_T \cong w,$$

$$h_T \cong f(\text{Re}),$$

Коефіцієнт тертя для інших видів труб буде відрізнятись. Наприклад для квадратної труби  $\lambda_t = \frac{57}{\text{Re}}$ , для трубопроводу типу труба в трубі  $\lambda_t = \frac{96}{\text{Re}}$ .

Величина  $\lambda_m$  визначається за емпіричними формулами.

Для турбулентного режиму руху рідини коефіцієнт тертя не може бути вирахований теоретично, через слабкість структури турбулентного потоку.  $\lambda_t$  визначається за емпіричними формулами, які є узагальненням експериментальних даних. Наприклад:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[ \frac{\varepsilon}{3.7} + \left( \frac{6.81}{\text{Re}} \right)^{0.9} \right],$$

де  $\varepsilon = \frac{h_m}{d_e}$  – відносна шорсткість поверхні каналу.

При русі рідини по каналах, енергія потоку витрачається не тільки по довжині каналу, а й в місцях де відбувається різка зміна швидкості (зміна перерізу каналу, повороти, відгалуження, тощо). Втрати напору в цих місцях називають місцевим опором і можуть бути виражені через швидкісний напір:

$$h_m = \sum \xi_m \frac{w^2}{2g},$$

$$\Delta p_m = \sum \xi_m \frac{\rho w^2}{2},$$

$$\varepsilon_m = \frac{h_m}{w^2/2g},$$

де  $\xi_m$  – коефіцієнт місцевого опору. Він показує відношення втрати опору в даному місцевому опорі до швидкісного напору. Значення цього коефіцієнта приводяться в довідниковій літературі.

Таким чином, втрата напору знаходиться за рівняння:

$$h_{\text{втр}} = \left( \lambda \frac{l}{d_e} + \sum \xi_m \right) \frac{w^2}{2g}.$$

Відповідно втрата тиск:

$$\Delta p_{\text{втр}} = \left( \lambda \frac{l}{d_c} + \sum \xi_M \right) \frac{\rho w^2}{2g},$$

де  $\sum \xi_M$  – сума місцевих опорів.

Величину  $N = V_c \Delta p$  - називають втратами потужності.

### 3.14 Визначення оптимального діаметра трубопроводу

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

При заданих витратах рідини діаметр трубопроводу може бути визначений виходячи з рівняння витрат (рівняння неперервності в інтегральній формі):

$$V_c = w \cdot S = w \frac{\pi d^2}{4},$$

звідки внутрішній діаметр трубопроводу :

$$d = \sqrt{\frac{4V_c}{\pi w}},$$

де  $V_c$  - середні витрати, м<sup>3</sup>/с;

$w$  - середня швидкість рідини м/с.

Аналіз рівняння: чим більше буде значення  $w$ , тим менші будуть витрати матеріалу на виготовлення трубопроводу, а це означає, що меншою буде вартість трубопроводу. Разом з тим, при збільшенні швидкості потоку зростають втрати напору в трубопроводі, тобто потрібно збільшити потужність на прокачування, зростуть витрати енергії на подолання гідравлічних опорів, графічно ці залежності можна зобразити наступним чином – рисунок 3.30. На графіку крива А – відображає затрати на амортизацію та ремонт трубопроводу. Крива Е – собівартість електроенергії. М – сумарна крива. Оптимальний діаметр трубопроводу відповідає мінімуму на кривій М.

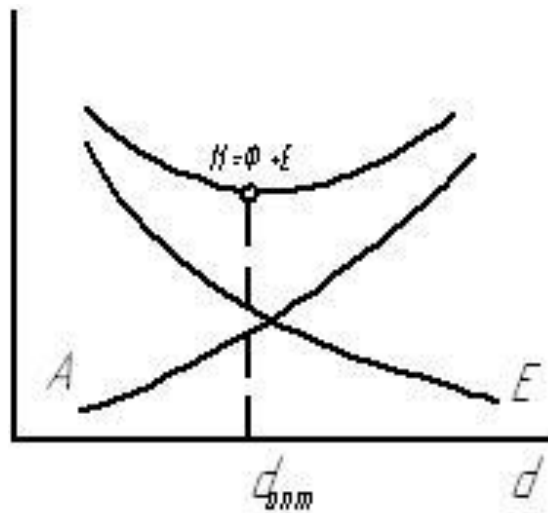


Рисунок 3.30 – До визначення оптимального діаметра трубопроводу.

На основі експериментальних і техніко-економічних даних встановлені середні швидкості, які рекомендуються при визначенні діаметру трубопроводу.

- для малов'язких рідин – до 3 м/с ;
- для в'язких рідин – до 1 м/с ;
- при русі самотечією 0,2-1 м/с ;
- при перекачці насосами 1-3 м/с ;
- для газів і насиченої пари – 8-30 м/с .

### 3.15 Трубопроводи з насосною подачею рідин

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

Перепад рівнів енергії, за рахунок якого рідина тече по трубопроводу, може створюватися роботою насоса, які широко застосовується в машинобудуванні. Розглянемо спільну роботу трубопроводу з насосом і принцип розрахунку трубопроводу з насосною подачею рідини.

Трубопровід з насосною подачею рідини може бути розімкненим (рисунок 3.31, а), тобто по якому рідина перекачується з однієї ємності в

іншу, або замкнутим (кільцевим, байпасним), в якому циркулює одна і та ж кількість рідини (рисунок 3.31, б).

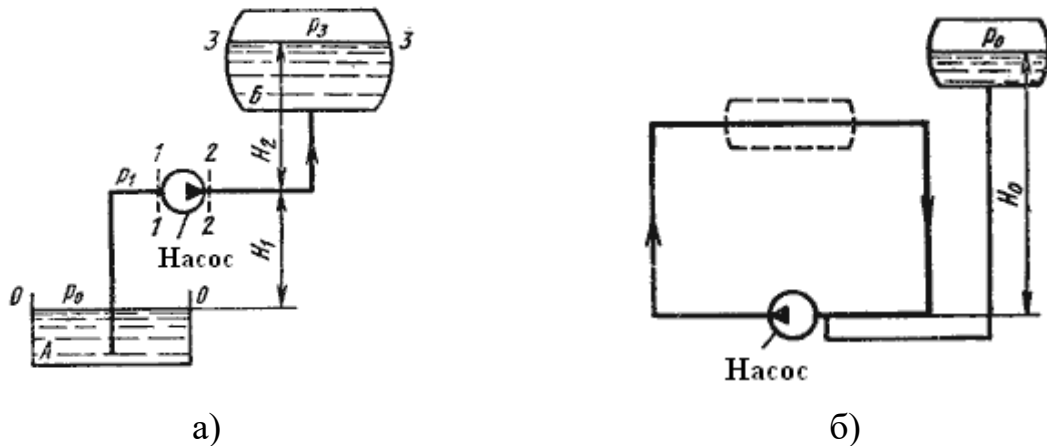


Рисунок 3.31 – Трубопроводи з насосною подачею

а) розімкнені, б) замкнуті (кільцеві, байпасні)

Розглянемо трубопровід, по якому перекачують рідину з нижнього резервуара з тиском  $P_0$  в інший резервуар з тиском  $P_3$  (рисунок 3.31, а). Висота розташування осі насоса  $H_1$  називається геометричною висотою всмоктування, а трубопровід, по якому рідина надходить до насоса, підводним трубопроводом або лінією всмоктування. Висота розташування кінцевого перетину трубопроводу  $H_2$  називається геометричною висотою нагнітання, а трубопровід, по якому рідина рухається від насоса, напірним або лінією нагнітання.

Складемо рівнянням Бернуллі для потоку робочої рідини у всмоктуючому трубопроводі, тобто для перетинів 0-0 і 1-1 (приймаючи  $\alpha = 1$ ):

$$\frac{P_0}{\rho g} = H_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} + \sum h_{0-1}$$

Це рівняння є основним для розрахунку всмоктуючих трубопроводів.

Тепер розглянемо напірний трубопровід, для якого запишемо рівняння Бернуллі, тобто для перетинів 2-2 і 3-3:

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} = H_2 + \frac{P_3}{\rho g} + \sum h_{2-3}$$

*енергія  
на виході  
з насосу*

Ліва частина цього рівняння є енергією рідини на виході з насоса. На вході до насоса енергію рідини можна буде аналогічно вразити рівнянням:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{P_0}{\rho g} - H_1 - \sum h_{0-1}$$

*енергія  
вході  
до насосу*

Таким чином, можна підрахувати приріст енергії рідини, що проходить через насос. Ця енергія передається рідині насосом і тому позначається зазвичай  $H_{\text{нас}}$ . Величину напору  $H_{\text{нас}}$  визначається з виразу:

$$H_{\text{нас}} = \left( \frac{P_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} \right) - \left( \frac{P_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} \right) = H_1 + H_2 + \frac{P_3 - P_0}{\rho g} + \sum h_{0-1} + \sum h_{2-3},$$

$$H_{\text{нас}} = \Delta z + \frac{P_3 - P_0}{\rho g} + KQ^m.$$

де  $\Delta z$  – повна геометрична висота підйому рідини,  $\Delta z = H_1 + H_2$ ;

$KQ^m$  – сума гідравлічних втрат,

$P_0$  і  $P_3$  – тиск у верхній і нижній ємності відповідно.

Якщо до дійсної різниці рівнів  $\Delta z$  додати різницю пьезометричних висот  $(P_3 - P_0)/\rho g$ , то можна розглядати збільшену різницю рівнів:

$$H_{\text{ст}} = \Delta z + \frac{P_3 - P_0}{\rho g},$$

і формулу можна переписати так:

$$H_{\text{нас}} = H_{\text{ст}} + KQ^m.$$

З цієї формули робимо висновок, що:

$$H_{\text{нас}} = H_{\text{потр}}.$$

Звідси впливає наступне правило стійкої роботи насоса: при сталих вимтратах рідини в трубопроводі насос розвиває напір, дорівнює необхідному.

Залежність напору, який створюється насосом, від його подачі (витрати рідини) при постійній частоті обертання валу насоса  $H_{\text{нас}} = f_2(Q)$  називається **характеристикою насоса**. На цій рівності ґрунтується метод розрахунку трубопроводів з насосною подачею, який полягає в спільній побудові в одному і тому ж масштабі і на одному графіку двох кривих: напору  $H_{\text{потр}} = f_1(Q)$  і характеристики насоса  $H_{\text{нас}} = f_2(Q)$  і в знаходженні точки перетину отриманих кривих, яка називається робочою точкою (рисунок 3.32). Щоб отримати іншу робочу точку, необхідно змінити відкриття регулювального крана (змінити характеристику трубопроводу) або змінити частоту обертання валу насоса. На рисунку 3.32 зображено два варіанти графіка: а – для турбулентного режиму, б – для ламінарного режиму.

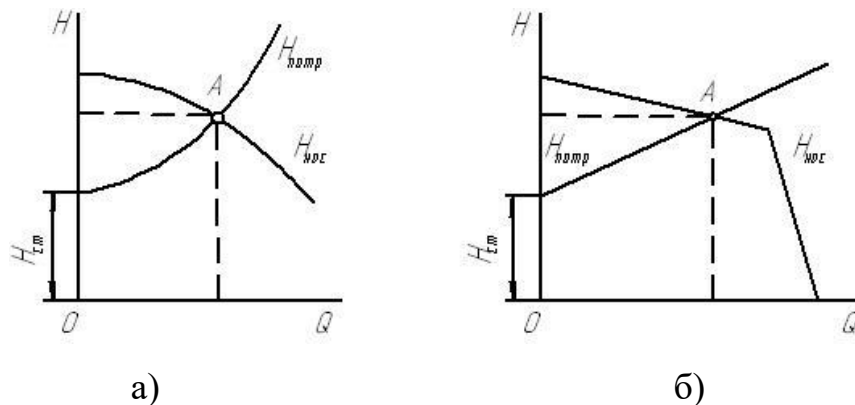


Рисунок 3.32 – Графічне знаходження робочої точки  
а – для турбулентний режим, б – для ламінарний режим

### 3.16 Кавітація

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4]. У деяких випадках при русі рідини в закритих руслах відбувається явище, пов'язане зі зміною агрегатного стану рідини, тобто перетворення її в пару з

виділенням з рідини розчинених у ній газів, **це явище називається кавітацією.**

Наочно це явище можна продемонструвати на простому пристрої, що складається з труби, на окремій ділянці якої встановлена прозора трубка Вентурі (рисунок 3.33). Вода під тиском рухається від перетину 1-1 через перетин 2-2 до перетину 3-3. Як видно з рисунка, перетин 2-2 має менший діаметр. Швидкість течії рідини в трубці можна змінювати, наприклад, встановленим після перетину 3-3 краном.

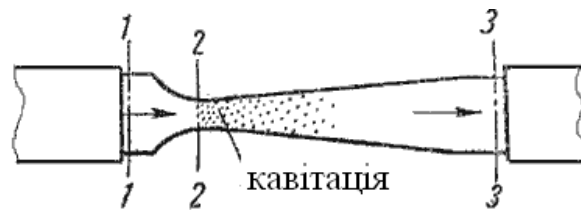


Рисунок 3.33 – Схема трубки для демонстрації кавітації

При невеликій швидкості ніяких видимих змін в русі рідини не відбувається. При збільшенні швидкості руху рідини у вузькому перерізі трубки Вентурі 2-2 з'являється чітка зона з утворенням бульбашок газу. Утворюється область місцевого кипіння, тобто утворюється пара з виділенням розчиненого у воді газу. Далі при переході рідини до перетину 3-3 це явище зникає, тобто пара конденсується, а газ знову розчиняється у воді.

Явище кавітації пояснюється наступним чином – під час руху рідкого або газоподібного середовища, тиск у ній падає. Причому, чим вище швидкість руху середовища, тим тиск в ній нижче. Тому, при течії рідини через місцеве звуження 2-2, відповідно до рівняння нерозривності течій, збільшується швидкість з одночасним падінням тиску в цьому місці. Якщо абсолютний тиск при цьому досягає значення тиску, який дорівнює тиску насичених парів рідини при даній температурі або значення тиску, при якому починається виділення з неї розчинних газів, то в даному місці потоку спостерігається інтенсивне пароутворення (кипіння) і виділення газів. Таке явище називається кавітацією.

При подальшому русі рідини до перетину 3-3, бульбашки зникають, тобто відбувається різке зменшення їх розмірів. У той час, коли бульбашка зникає (зхлопується), в точці її зхлопування відбувається різке збільшення тиску, яке передається на сусідні об'єми рідини і через них на стінки трубопроводу. Від таких численних місцевих підвищень тисків (гідроударів), виникає вібрація.

Таким чином, кавітація – це місцеве порушення суцільності течії з утворенням парових і газових бульбашок (каверн), обумовлене місцевим падінням тиску в потоці.

Кавітація в звичайних випадках є небажаним явищем, і її не слід допускати в трубопроводах та інших елементах гідросистем. Кавітація виникає в кранах, вентилях, засувках, жиклерах, тощо.

Кавітація може мати місце в гідромашинах (насосах і гідротурбінах), знижуючи при цьому їх коефіцієнт корисної дії, а при тривалому впливі кавітації відбувається руйнування деталей, схильних до вібрації. Крім цього руйнуються стінки трубопроводів, зменшується їхня пропускна здатність внаслідок зменшення живого перерізу труби.

Кавітація супроводжується характерним шумом, при тривалій дії кавітації може виникнути ерозія стінок труб, причому ерозія відбувається не в місці утворення бульбашок, а в місці їх конденсації. Кавітація також може виникнути у зв'язку із зменшенням зовнішнього тиску.

Для уникнення кавітації не рекомендується використовувати різкі звуження трубопроводів, а в напірних баках створюють додаткове тиск.

Виникнення кавітації призводить до наступних проблем:

- погіршуються гідравлічні характеристики дросельних пристроїв;
- може виникати ерозія каналів;
- протікає деструкція присадок гідравлічних рідин;
- виникають коливання тиску.

Явища пристрої які містять кавітаційні вузли досить широко використовують у промисловості:

- для очищення деталей від забруднення, або подрібнення частинок забруднювача;
- дробарки для ультратонкого подрібнення;
- у якості змішувачів для створення емульсій і суспенсій (наприклад мазей, бурових розчинів, майонезів, тощо).

### 3.17 Гідравлічний удар

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4]. Гідравлічним ударом називається різке підвищення тиску, що виникає в напірному трубопроводі при раптовому гальмуванні потоку робочої рідини. Цей процес є дуже швидкоплинним і характеризується чергуванням різких підвищень і знижень тиску, яке пов'язане з пружними деформаціями рідини і стінок трубопроводу. Гідравлічний удар найчастіше виникає при різкому відкритті або закритті крана або іншого пристрою, керованого потоком.

Нехай в кінці труби, по якій рухається рідина зі швидкістю  $v_0$ , вироблено миттєве закриття крана (рисунок 3.34, а).

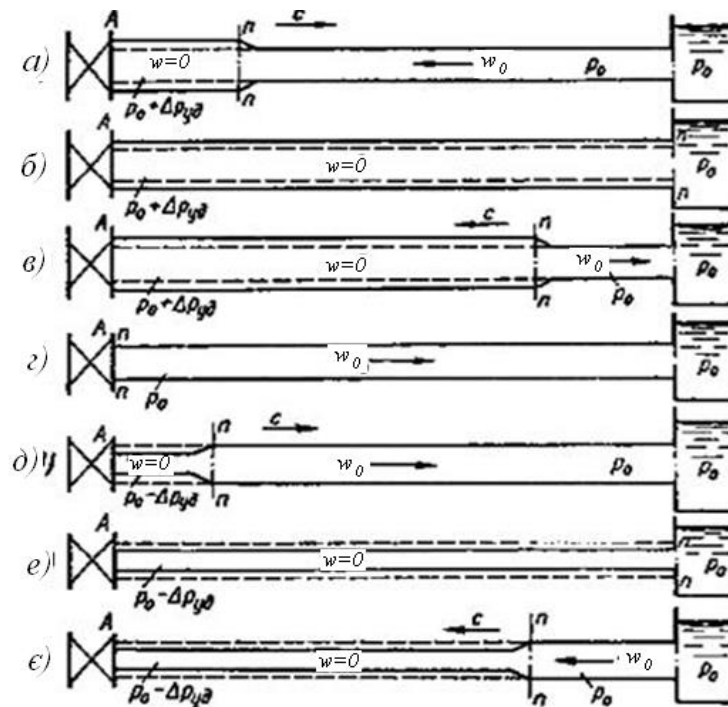


Рисунок 3.34 – Приклади стадій гідравлічного удару

При цьому швидкість часток, натрапивши на кран, буде погашена, а їх кінетична енергія перейде в роботу деформації стінок труби і рідини. При цьому стінки труби розтягуються, а рідина стискається відповідно до збільшення тиску на величину  $\Delta P_{\text{уд}}$ , яке називається ударним. Область (перетин  $n - n$ ), в якій відбувається збільшення тиску, називається ударною хвилею. Ударна хвиля поширюється вправо зі швидкістю  $c$ , яка називається швидкістю ударної хвилі.

Коли ударна хвиля переміститься до резервуара, рідина зупиниться і буде стиснутою у трубі, а стінки труби – розтягнутими. Ударне підвищення тиску пошириться на всю довжину труби (рисунок 3.34, б).

Далі під дією перепаду тиску  $\Delta P_{\text{уд}}$  частинки рідини повернуться з труби в резервуар, причому ця течія почнеться з перетину, безпосередньо прилегло до резервуару. Тепер перетин  $n-n$  переміститься назад до крану з тією ж швидкістю  $c$ , залишаючи за собою вирівняне тиск  $\Delta P_0$  (рисунок 3.34, в).

Рідина і стінки труби вважаються пружними, тому вони повертаються до попереднього стану, відповідному тиску  $\Delta P_0$ . Робота деформації повністю переходить в кінетичну енергію, і рідина в трубі набуває первісної швидкості  $w_0$ , але спрямованої тепер в протилежну сторону.

З цією швидкістю весь обсяг рідини прагне відірватися від крана, в результаті виникає зворотна ударна хвиля під тиском  $\Delta P_0 - \Delta P_{\text{уд}}$ , яка направляється від крана до резервуару зі швидкістю  $c$ , залишаючи за собою стиснуті стінки труби і розширилася рідина, що обумовлено зниженням тиску (рисунок 3.34, д). Кінетична енергія рідини знову переходить в роботу деформацій, але протилежного знаку.

Стан труби в момент приходу негативною ударної хвилі до резервуару показано на рисунку 3.34, е. Так само як і для випадку, зображеного на рисунку 3.34, б, не є рівноважним. На рисунку 3.34, є, показаний процес

вирівнювання тиску в трубі і резервуарі, що супроводжується виникненням руху рідини зі швидкістю  $w_0$ .

Очевидно, що як тільки відбита від резервуара ударна хвиля під тиском  $\Delta P_{уд}$  досягне крана, виникне ситуація, яка вже мала місце в момент закриття крана. Весь цикл гідравлічного удару повториться.

Перебіг гідравлічного удару в часі ілюструється діаграмою, наведеної на рисунку 3.34, а і б.

Штриховими лініями показано теоретична зміна тиску біля крана в точці А, а суцільний дійсний вид картини зміни тиску за часом (рисунок 3.35, а). При цьому загасання коливань тиску відбувається за рахунок втрат енергії рідини на подолання сил тертя і повернення енергії в резервуар.

Якщо тиск  $\Delta P_0$  невеликий ( $\Delta P_0 < \Delta P_{уд}$ ), то картина зміни амплітуди тиску виходить дещо інша, приблизно така, як наведено на рисунку 3.35, б.

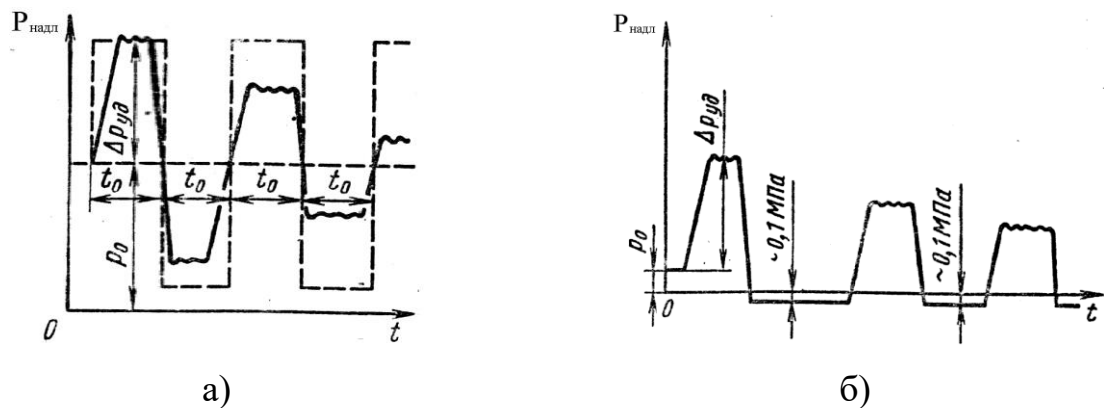


Рисунок 3.35 – Зміна тиску за часом у крана

а – теоретична зміна тиску біля крана, б – зміни амплітуди тиску

Підвищення тиску при гідравлічному ударі можна визначити за формулою:

$$\Delta P_{уд} = \rho \cdot v_0 \cdot c.$$

Цей вираз має назву формули Жуковського. У ньому швидкість поширення ударної хвилі  $c$  визначиться за виразом:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K} + \frac{2 \cdot \rho \cdot r}{\delta \cdot E}}},$$

де  $r$  – радіус трубопроводу;

$E$  – модуль пружності матеріалу труби;

$\delta$  – товщина стінки трубопроводу;

$K$  – об'ємний модуль пружності.

Якщо припустити, що труба має абсолютно жорсткі стінки, тобто  $E = \infty$ , то швидкість ударної хвилі визначиться з виразу:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}.$$

Для води ця швидкість дорівнює 1435 м/с, для бензину – 1116 м/с, для оливи – 1200 ... 1400 м/с.

### 3.18 Зміна пропускної здатності трубопроводів в процесі їх експлуатації

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

При проектуванні напірних трубопроводів слід враховувати, що їх пропускна здатність в період експлуатації знижується (наприклад, для водопровідних труб до 50% і навіть нижче). Внаслідок корозії і утворення відкладень в трубах (інкрустації), шорсткість труб збільшується. Це можна оцінити по формулі:

$$k_t = k_0 + \alpha \cdot t$$

де  $k_t$  – шорсткість через  $t$  років експлуатації,

$k_0$  – абсолютна шорсткість для нових труб, (мм),

$\alpha$  – коефіцієнт що характеризує швидкість зміни шорсткості в залежності від фізико хімічних властивостей води, що транспортується (мм / рік), значення коефіцієнта наведено у таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 – Коефіцієнт зміни шорсткості

Дія корозії	Характеристика природної води	$\alpha$ , мм/рік
Слабка	Маломінералізовані некорозійні води з незначним вмістом органічних речовин та розчиненого заліза	0,005...0,055 (середня 0,025)
Помірна	Маломінералізовані корозійні води, що містять органічних речовин та розчинене залізо в кількості 3 мг/л	0,035...0,18 (середня 0,007)
Значна	Сильнокорозійні води з вмістом розчиненого заліза більше 30 мг/л але малими вмістом хлоридів	0,18...0,40 (середня 0,20)
Сильна	Вміст хлоридів і сульфатів більше 500...700 мг/л, а також необроблені води з великим вмістом органічних речовин та розчиненого заліза	0,40...0,60 (середня 0,51)
Дуже сильна	Вода зі значною карбонатною та малою постійною жорсткістю, щільним осадом більше 2000мг/л, сильно мінералізовані та корозійні	від 0,6 до 1 та більше

### 3.19 Приклади вирішення задач до розділу 3

Матеріал підрозділу викладено за авторами [5...8].

#### Приклад 3.1.

Витрата ідеальної рідини відносної густини  $\delta$  в трубопроводі з розширенням від діаметру  $d_1$  (переріз 1–1) до діаметра  $d_2$  (переріз 2–2) дорівнює  $Q$  (рисунок 3.36). Різниця в позиціях центрів перерізів становить  $\Delta z$ . Показ манометра в перерізі 1-1 дорівнює  $p_1$ . Визначити швидкості рідини в перерізах 1-1 та 2-2 та тиск в перерізі 2-2.

#### Вихідні дані:

Відносна густина рідини, $\delta$	0,8
Діаметри трубопроводу, м, $d_1$	0,480
$d_2$	0,945
Витрата рідини, м <sup>3</sup> /с, $Q$	0,14
Різниця положень центрів перерізів, м, $\Delta z$	2

Показ манометра, Па, $p_1$	$2 \cdot 10^5$
Густина води, кг/м <sup>3</sup> , $\rho$	998
Прискорення вільного падіння, м/с <sup>2</sup> , $g$	9,81.

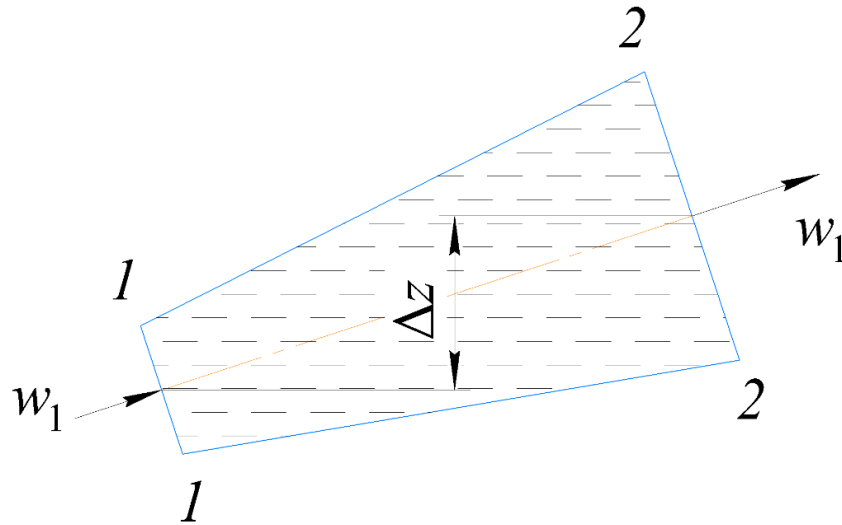


Рисунок 3.36 – До прикладу 3.1

**Рішення:**

Швидкість рідини в перерізі 1–1

$$W_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,14}{3,14 \cdot 0,480^2} = 0,774 \text{ м/с.}$$

Швидкість рідини в перерізі 2–2

$$W_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,14}{3,14 \cdot 0,945^2} = 0,157 \text{ м/с.}$$

Густина рідини

$$\rho_r = \rho \cdot \delta = 998 \cdot 0,8 = 798,4 \text{ кг/м}^3.$$

Для ідеальних умов з рівняння Бернуллі тиск буде визначатися:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 + \rho_r \cdot g \cdot \Delta z + \frac{\rho_r}{2} (W_1^2 - W_2^2) = \\ &= 2 \cdot 10^5 + 798,4 \cdot 9,81 \cdot 2 + \frac{798,4}{2} (0,774^2 - 0,157^2) = 2,159 \cdot 10^5 \text{ Па} \end{aligned}$$

Отже тиск в перерізі 2–2 становить 0,2159 МПа.

**Приклад 3.2.**

Через трубопровід діаметром  $d$  рухається вода з витратою  $Q$  (рисунок 3.37). За допомогою  $U$ -подібного ртутного манометра між перерізами 1-1 і 2-2, що розташовані на відстані  $l$  один від одного, береться різниця показів  $\Delta h$ . Відносна густина ртуті  $\delta$ . Визначити коефіцієнт втрати напора на тертя  $\lambda$ .

**Вихідні дані:**

Діаметр трубопроводу, м, $d$	0,1
Витрата води, л/с, $Q$	6
Відстань між перерізами, м, $l$	40
Різниця показів дифманометра, мм, $\Delta h_m$	40
Відносна густина ртуті, $\delta$	3,6
Прискорення вільного падіння, м/с <sup>2</sup> , $g$	9,81.

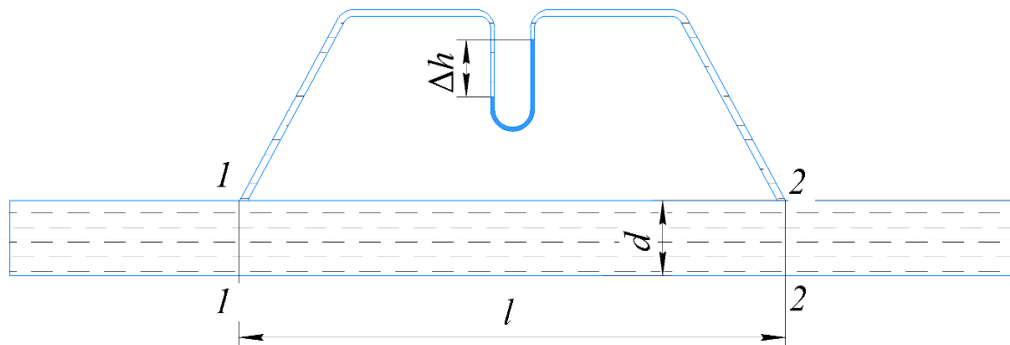


Рисунок 3.37 – До задачі 3.2

**Рішення:**

Переведемо покази манометра у трати напору:

$$\Delta h = \Delta h_m \cdot (\delta - 1) \cdot 10^{-3} = 40(13,6 - 1) \cdot 10^{-3} = 0,504 \text{ Па.}$$

Швидкість води:

$$w = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,1^2} = 0,764 \text{ м/с.}$$

Тоді за формулою Дарсі-Вейсбаха коефіцієнт тертя становитиме:

$$\lambda = \frac{\Delta h \cdot d \cdot 2 \cdot g}{l \cdot w^2} = \frac{0,504 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 9,81}{40 \cdot 0,764^2} = 0,042$$

Отже коефіцієнт тертя в трубопроводі становить 0,042.

### Приклад 3.3

Визначити критичну швидкість, що відповідає переходу від ламінарного до турбулентного режиму в трубі діаметром  $d$ , для води, повітря і бензолу, при температурі  $t$ .

#### Вихідні дані:

Діаметр труби, м, $d$	0,03
Температура речовини, °С, $t$	19

#### Рішення:

Критичне значення критерію Рейнольдса становить:

$$Re_{кр} = 2300$$

Тоді величину критичної швидкості можна визначити за рівнянням:

$$w_{кр i} = \frac{Re_{кр} \cdot \mu_i}{d \cdot \rho_i}$$

Для води при температурі 19 °С теплофізичні густина дорівнює  $\rho_1 = 998,1 \text{ кг/м}^3$ , а коефіцієнт динамічної в'язкості  $\mu_1 = 1,039 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ . Тоді критична швидкість для води буде дорівнювати:

$$w_{кр 1} = \frac{Re_{кр} \cdot \mu_1}{d \cdot \rho_1} = \frac{2300 \cdot 1,039 \cdot 10^{-3}}{0,03 \cdot 998,1} = 0,08 \text{ м/с.}$$

Аналогічно, для повітря:  $\rho_2 = 1,209 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu_2 = 2,127 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$ . Тоді:

$$w_{кр 2} = \frac{Re_{кр} \cdot \mu_2}{d \cdot \rho_2} = \frac{2300 \cdot 2,127 \cdot 10^{-5}}{0,03 \cdot 1,209} = 1,348 \text{ м/с.}$$

І для гліцерину:  $\rho_3 = 1127 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu_3 = 6,348 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ . Тоді:

$$w_{кр 3} = \frac{Re_{кр} \cdot \mu_3}{d \cdot \rho_3} = \frac{2300 \cdot 6,348 \cdot 10^{-3}}{0,03 \cdot 1127} = 0,432 \text{ м/с.}$$

Отже, властивості рідини чинять суттєвий вплив величину критичної швидкості.

### Приклад 3.4

Визначити трати напору по довжині трубопроводу, діаметром  $d$  і довжиною  $l$ , при перекачуванні води з витратою  $Q$ . Трубопровід виготовлений з нових сталевих труб. Як зміниться втрати напору, якщо витрати збільшити в два рази.

#### Вихідні дані:

Діаметр труби, м, $d$	0,1
Довжина трубопроводу, м, $l$	800
Температура води, °С, $t$	21
Витрата середовища, м <sup>3</sup> /год, $Q$	0,5

#### Рішення:

Площа поперечного перерізу трубопроводу:

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} = 7,854 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Швидкість руху води (витарта в м<sup>3</sup>/с):

$$w = \frac{Q}{F} = \frac{1,389 \cdot 10^{-4}}{7,854 \cdot 10^{-3}} = 0,018 \text{ м/с}.$$

При робочій температурі густина води становить  $\rho=997,7$  кг/м<sup>3</sup>, а коефіцієнт динамічної в'язкості  $\mu=9,828 \cdot 10^{-4}$  Па·с. Тоді критерій Рейнольдса становитиме:

$$\text{Re} = \frac{w \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{0,018 \cdot 0,1 \cdot 997,7}{9,828 \cdot 10^{-4}} = 1795.$$

Оскільки значення критерію Рейнольдса не перевищує критичне ( $\text{Re}=1795 < 2300$ ), то коефіцієнт тертя визначається за формулою:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{1795} = 0,036.$$

Тоді втрати тиску в трубопроводі становитимуть:

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho \cdot w^2}{2} = 0,036 \cdot \frac{800}{0,1} \cdot \frac{997,7 \cdot 0,018^2}{2} = 44,49 \text{ Па}$$

При збільшенні витрати в двічі за умови незмінності інших параметрів, швидкість та критерій Рейнольдса також зростуть в двічі, тобто:

$$w' = 2 \cdot w = 2 \cdot 0,018 = 0,036 \text{ м/с}$$

$$Re' = 2 \cdot Re = 2 \cdot 1795 = 3590$$

Отже режим течії – перехідний.

Для нових сталевих труб абсолютна шорсткість становить  $\Delta = 0,1$  мм.

Тоді відносна шорсткість становитиме:

$$e = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 10^{-3}$$

Оскільки виконується умова:

$$2300 < Re' = 3590 < \frac{10}{e} = 10000,$$

то для розрахунку коефіцієнта тертя використовується формула:

$$\lambda' = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re'}} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{3590}} = 0,041$$

Тоді втрати тиску в другому випадку становитимуть:

$$\Delta p' = \lambda' \frac{l}{d} \frac{\rho \cdot (w')^2}{2} = 0,041 \cdot \frac{800}{0,1} \cdot \frac{997,7 \cdot 0,036^2}{2} = 203,8 \text{ Па.}$$

Отже, в таких умовах збільшення витрат в двічі збільшує витрати тиску в 4,58 раз.

### Приклад 3.5

Визначити втрати тиску на тертя в змійовику (рисунок 3.38), по якому проходить вода з витратою  $Q$ . Змійовик виготовлений з мідної труби з внутрішнім діаметром  $d$  і числом витків  $D$ . Середня температура води  $t$ .

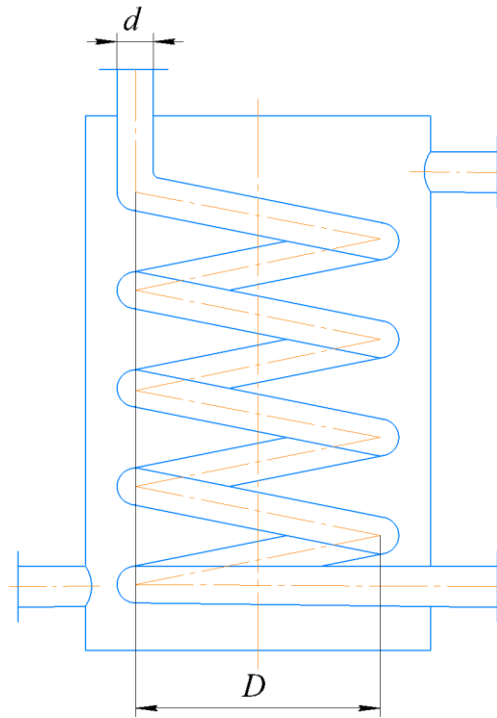


Рисунок 3.38 – До прикладу 3.5

**Вихідні дані.**

Витрата води, м <sup>3</sup> /год, $Q$	0,5
Діаметр труби, м, $d$	0,02
Діаметр витка змійовика, м, $D$	0,5
Число витків змійовика, $n_{\text{в}}$	10
Температура води, °С, $t$	21

**Рішення:**

Площа поперечного перерізу труби змійовика:

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,02^2}{4} = 3,142 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Швидкість води в змійовику (витрата в м<sup>3</sup>/с):

$$w = \frac{Q}{S} = \frac{1,389 \cdot 10^{-4}}{3,142 \cdot 10^{-4}} = 0,442 \text{ м/с.}$$

При робочій температурі густина води становить  $\rho=997,7$  кг/м<sup>3</sup>, а коефіцієнт динамічної в'язкості  $\mu=9,828 \cdot 10^{-4}$  Па·с. Тоді критерій Рейнольдса буде дорівнювати:

$$\text{Re} = \frac{w \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{0,442 \cdot 0,02 \cdot 997,7}{9,828 \cdot 10^{-4}} = 8976$$

Для мідних труб абсолютна шорсткість становить  $\Delta=0,01$  мм. Тоді відносна шорсткість становитиме:

$$e = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,01 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 5 \cdot 10^{-4}$$

Оскільки виконується умова:

$$2300 < \text{Re}' = 8976 < \frac{10}{e} = 2 \cdot 10^4,$$

то для розрахунку коефіцієнта тертя використовується формула:

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{\text{Re}}} = \frac{0,316}{8976} = 0,032$$

Довжина змійовика:

$$L = \pi \cdot D \cdot n_v = 3,14 \cdot 0,5 \cdot 10 = 15,71$$

Втрати тиску в прямій трубі:

$$\Delta p_p = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot w^2}{2} = 0,032 \cdot \frac{15,71}{0,02} \cdot \frac{997,7 \cdot 0,442^2}{2} = 2486 \text{ Па.}$$

Поправковий коефіцієнт:

$$\psi = 1 + 3,54 \cdot \frac{d}{D} = 1 + 3,54 \cdot \frac{0,02}{0,5} = 1,142$$

Втрати тиску в змійовику:

$$\Delta p_z = \psi \cdot \Delta p_p = 1,142 \cdot 2486 = 2889 \text{ Па.}$$

Отже втрати тиску в змійовику дещо перевищують втрати в прямій трубі такої ж довжини.

### Приклад 3.6

Визначити повний гідравлічний опір трубопроводу по якому рухається вода з температурою  $t$ , і витратою  $Q$ . Трубопровід виготовлений з нових сталевих труб. Геометричні розміри трубопроводу показані на схемі (рисунок 3.39).

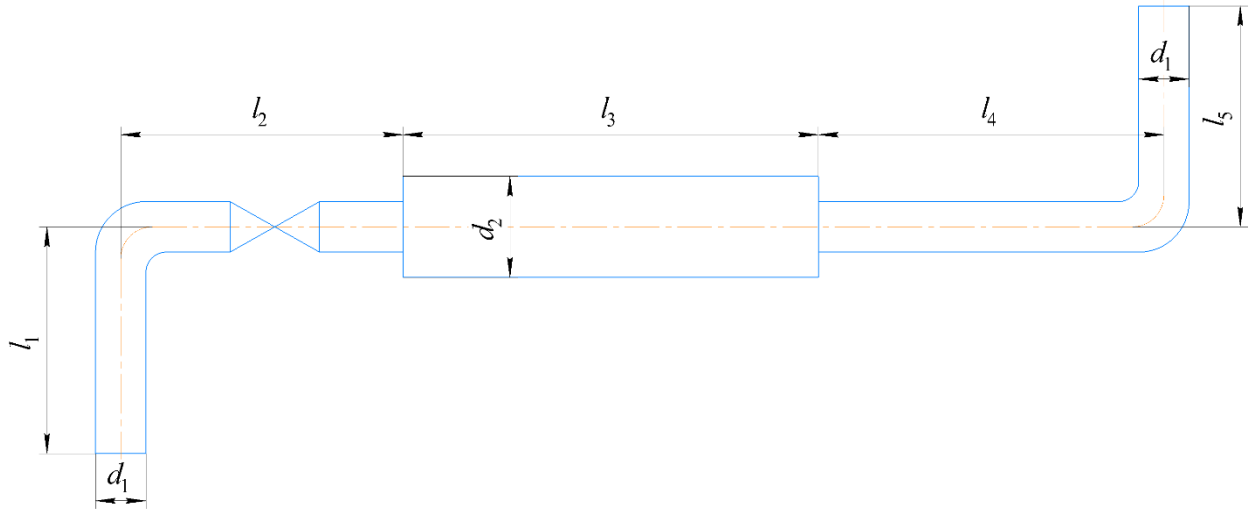


Рисунок 3.39 – До прикладу 3.6

**Вихідні дані:**

Витрата води

$$Q=2 \text{ м}^3/\text{ГОД}$$

Діаметр трубопроводу

$$d_1=0,095 \text{ м}$$

$$d_2=0,149 \text{ м}$$

Довжини на схемі

$$l_1=2 \text{ м}$$

$$l_2=3 \text{ м}$$

$$l_3=2 \text{ м}$$

$$l_4=2,5 \text{ м}$$

$$l_5=1,5 \text{ м}$$

Температура води

$$t=17 \text{ }^\circ\text{C}.$$

На ділянці трубопроводу  $l_2$  встановлено вентиль нормальний.

**Рішення:**

Оскільки трубопровід містить ділянки з різними діаметрами, а відповідно і різними швидкостями руху рідини в ньому, при розрахунках

гідравлічного опору його слід умовно розділити на ділянки, для яких гідравлічний опір рахується окремо, а сумарний опір знаходиться як сума опорів на ділянках. В даному випадку трубопровід слід розбити на три ділянки: 1) включає довжини трубопроводу  $l_1$  та  $l_2$ ; 2) включає довжину трубопроводу  $l_3$ ; 3) включає довжини трубопроводу  $l_4$  та  $l_5$ . Варто відзначити, що діаметр на ділянках 1 та 3 однаковий, тому значення швидкості, критерію Рейнольдса, та відносної шорсткості також будуть однаковими.

Площі поперечного перерізу трубопроводів:

$$F_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,095^2}{4} = 7,088 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2,$$

$$F_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,149^2}{4} = 0,017 \text{ м}^2.$$

Швидкість поперечного руху води в перерізах трубопроводів (витрата переведена в м<sup>3</sup>/с):

$$w_1 = \frac{Q}{F_1} = \frac{5,556 \cdot 10^{-4}}{7,088 \cdot 10^{-3}} = 0,078 \text{ м/с},$$

$$w_2 = \frac{Q}{F_2} = \frac{5,556 \cdot 10^{-4}}{0,017} = 0,032 \text{ м/с}.$$

При робочій температурі густина води становить  $\rho=998,3$  кг/м<sup>3</sup>, а коефіцієнт динамічної в'язкості  $\mu=1,119 \cdot 10^{-3}$  Па·с. Тоді критерій Рейнольдса на ділянках трубопроводу буде дорівнювати:

$$\text{Re}_1 = \frac{w_1 \cdot d_1 \cdot \rho}{\mu} = \frac{0,078 \cdot 0,095 \cdot 998}{1,119 \cdot 10^{-3}} = 6646,$$

$$\text{Re}_2 = \frac{w_2 \cdot d_2 \cdot \rho}{\mu} = \frac{0,032 \cdot 0,149 \cdot 998}{1,119 \cdot 10^{-3}} = 4237.$$

Оскільки в обох випадках режим руху – перехідний, то знайдемо відносну шорсткість труб. Для нових сталевих труб абсолютна шорсткість становить  $\Delta=0,1$  мм, тоді:

$$e_1 = \frac{\Delta}{d_1} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{0,095} = 1,053 \cdot 10^{-3},$$

$$e_2 = \frac{\Delta}{d_2} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{0,149} = 6,711 \cdot 10^{-4}.$$

Знайдемо коефіцієнт тертя на першій ділянці. Оскільки виконується умова:

$$2300 < \text{Re}_1 = 6646 < \frac{10}{e_1} = 9500,$$

то коефіцієнт тертя можна розрахувати за формулою:

$$\lambda_1 = \frac{0,316}{\sqrt[4]{\text{Re}_1}} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{6646}} = 0,035$$

Розглянемо місцеві опори на ділянці. Тут присутні вхід в трубу ( $\xi_1=0,5$ ), коліно ( $\xi_2=1,1$ ), вентиль ( $\xi_3=4,1$ ), та раптове розширення ( $\xi_4=0,36$ ). Тоді сумарний опір на ділянці 1 становитиме:

$$\xi_{c1} = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = 0,5 + 1,1 + 4,1 + 0,36 = 6,06$$

Тоді втрати тиску на ділянці становитимуть:

$$\Delta p_1 = \left( \lambda_1 \cdot \frac{l_1 + l_2}{d_1} + \xi_{c1} \right) \cdot \frac{\rho \cdot w_1^2}{2} = \left( 0,035 \cdot \frac{2+3}{0,095} + 6,06 \right) \cdot \frac{998,3 \cdot 0,078^2}{2} = 24,23 \text{ Па}$$

Розглянемо далі другу ділянку. На цій ділянці виконується умова:

$$2300 < \text{Re}_2 = 4237 < \frac{10}{e_2} = 14900,$$

тому коефіцієнт тертя знаходиться за формулою:

$$\lambda_2 = \frac{0,316}{\sqrt[4]{\text{Re}_2}} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{4237}} = 0,039.$$

На розглядуваній ділянці наявний один місцевий опір – раптове звуження ( $\xi_5=0,3$ ). Тоді втрати тиску на ділянці 1 становитимуть:

$$\Delta p_2 = \left( \lambda_2 \cdot \frac{l_3}{d_2} + \xi_5 \right) \cdot \frac{\rho \cdot w_2^2}{2} = \left( 0,039 \cdot \frac{2}{0,149} + 0,3 \right) \cdot \frac{998,3 \cdot 0,032^2}{2} = 0,418 \text{ Па.}$$

На третій ділянці коефіцієнт тертя буде такий самий, як і на першій ( $\lambda_3 = \lambda_1 = 0,035$ ). На цій ділянці присутні такі місцеві опори: коліно ( $\xi_2=1,1$ ) та вихід з труби ( $\xi_6=1,0$ ). Тоді сумарний опір становитиме:

$$\xi_{c3} = \xi_2 + \xi_6 = 1,1 + 1,0 = 2,1 \text{ МПа.}$$

Тоді втрати тиску на третій ділянці становитимуть:

$$\Delta p_3 = \left( \lambda_3 \cdot \frac{l_4 + l_5}{d_1} + \xi_{c3} \right) \cdot \frac{\rho \cdot w_1^2}{2} = \left( 0,035 \cdot \frac{2,5 + 1,5}{0,095} + 2,1 \right) \cdot \frac{998,3 \cdot 0,078^2}{2} = 10,958 \text{ Па.}$$

Тоді сумарні втрати тиску в трубопроводі становитимуть:

$$\Delta p_c = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 = 24,23 + 0,418 + 10,958 = 35,606 \text{ Па.}$$

### 3.20 Контрольні запитання та задачі до розділу 3

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...8].

1. Проаналізувати основні характеристики рухомої рідини.
2. Огрунтувати виведення і проаналізувати рівняння безперервності (суцільності) потоку.
3. Огрунтувати виведення і проаналізувати диференційне рівняння неперервності потоку для невстановленого руху стискаємої рідини.
4. Огрунтувати виведення і проаналізувати диференційне рівняння неперервності неперервності нестискаємої рідини.
5. Огрунтувати виведення і проаналізувати диференційне рівняння руху рідини. Рівняння Ейлера для ідеальної рідини.
6. Огрунтувати виведення і проаналізувати диференційні рівняння руху реальної рідини. Рівняння Нав'є – Стокса.
7. Огрунтувати виведення і проаналізувати рівняння Бернуллі.
8. Проаналізувати визначення швидкості і видатку речовини.
9. Проаналізувати конструкцію манометрів.
10. Проаналізувати конструкцію рідинних манометрів.
11. Проаналізувати конструкцію пружинних манометрів.
12. Проаналізувати конструкцію диференціальних манометрів.
13. Проаналізувати конструкцію мірних діафрагм.
14. Проаналізувати конструкцію сопел.
15. проаналізувати конструкцію труби Вентурі.
16. Проаналізувати поняття гідродинамічний приграничний шар.

17. Проаналізувати поняття гідравлічний радіус і еквівалентний діаметр.
18. Проаналізувати поняття режими руху рідини.
19. Проаналізувати поняття гідравлічні опори.
20. Проаналізувати поняття втрати напору при ламінарній течії рідини.
21. Проаналізувати поняття втрати напору при турбулентному русі рідини.
22. Проаналізувати поняття місцеві гідравлічні опори.
23. Проаналізувати поняття раптове розширення русла.
24. Проаналізувати поняття поступове розширення русла. Дифузор.
25. Проаналізувати поняття раптове звуження русла.
26. Проаналізувати поняття раптовий поворот труби (коліно).
27. Проаналізувати поняття поступовий поворот труби (заокруглене коліно або відведення).
28. Огрунтувати гідравлічний розрахунок простих трубопроводів
29. Огрунтувати витрати рідини при встановленому (стаціонарному) потоці. Рівняння Пуазейля.
30. Огрунтувати зв'язок між максимальною і середньою швидкістю.
31. Огрунтувати визначення оптимального діаметра трубопроводу.
32. Проаналізувати поняття трубопроводу з насосною подачею рідин
33. Проаналізувати поняття кавітацій.
34. Проаналізувати поняття гідравлічного удару.
35. Огрунтувати зміни пропускної здатності трубопроводів в процесі їх експлуатації.
36. Витрата ідеальної рідини відносної густини  $\delta$  в трубопроводі з розширенням від діаметру  $d_1$  (переріз 1–1) до діаметра  $d_2$  (переріз 2–2) дорівнює  $Q$  (рисунок 36). Різниця в позиціях центрів перерізів становить  $\Delta z$ . Показ манометра в перерізі 1-1 дорівнює  $p_1$ . Визначити швидкості рідини в перерізах 1-1 та 2-2 та тиск в перерізі 2-2.

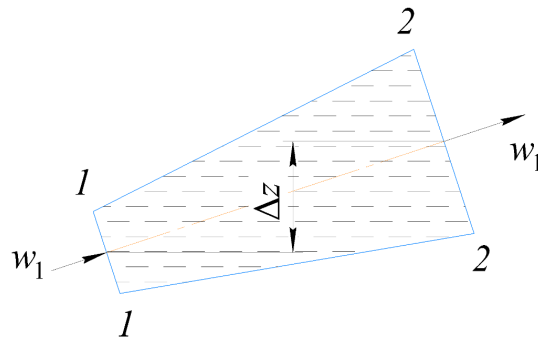


Рисунок 4.1 – До задачі 36

**Вихідні дані:**

Відносна густина рідини  $\delta=0,8+0,005 \cdot n$

Діаметри трубопроводу  $d_1=0,480$  м

$d_2=0,945$  м

Витрата рідини  $Q=0,14+0,005 \cdot n$  м<sup>3</sup>/с

Різниця положень центрів перерізів  $\Delta z=2$  м

Показ манометра  $p_1=(2+0,05 \cdot n) \cdot 10^5$  Па

Густина води  $\rho=998$  кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>.

37. Через трубопровід діаметром  $d$  рухається вода з витратою  $Q$  (рисунок 3.37). За допомогою U-подібного ртутного манометра між перерізами 1-1 і 2-2, що розташовані на відстані  $l$  один від одного, береться різниця показів  $\Delta h$ . Відносна густина ртуті  $\delta$ . Визначити коефіцієнт втрати напору на тертя  $\lambda$ .

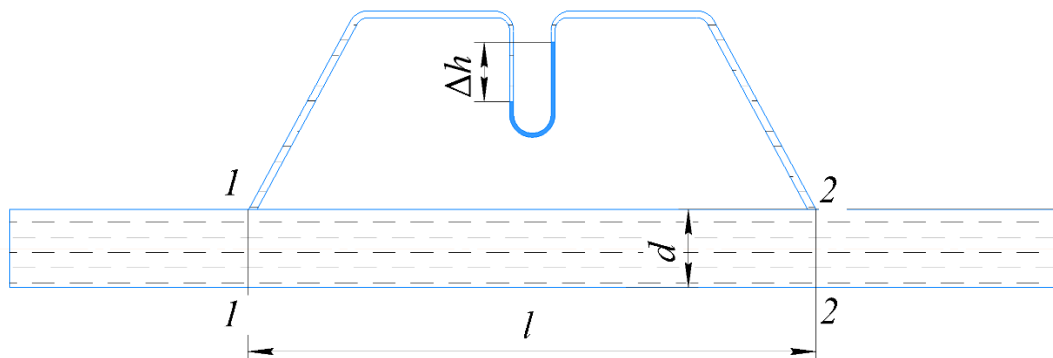


Рисунок 3.37 – До задачі 37

**Вихідні дані:**

Діаметр трубопроводу  $d=0,1$  м

Витрата води  $Q=6+0,2 \cdot n$  л/с

Відстань між перерізами  $l=40+2 \cdot n$  м

Різниця показів дифманометра  $\Delta h=40+2 \cdot n$  мм

Відносна густина ртуті  $\delta=13,6$

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>.

38. Нехтуючи всіма втратами напору, визначити висоту  $H$  і витрату  $Q$  струменя води, початковим діаметром  $d$  при виході з сопла довжиною  $h$ . Викид струменя здійснюється вертикальною трубкою діаметром  $D$  і довжиною  $H_0$ , котра підживлюється з резервуара з постійним рівнем під надлишковим тиском  $p_m$  над вільною поверхнею (рисунок 3.38).

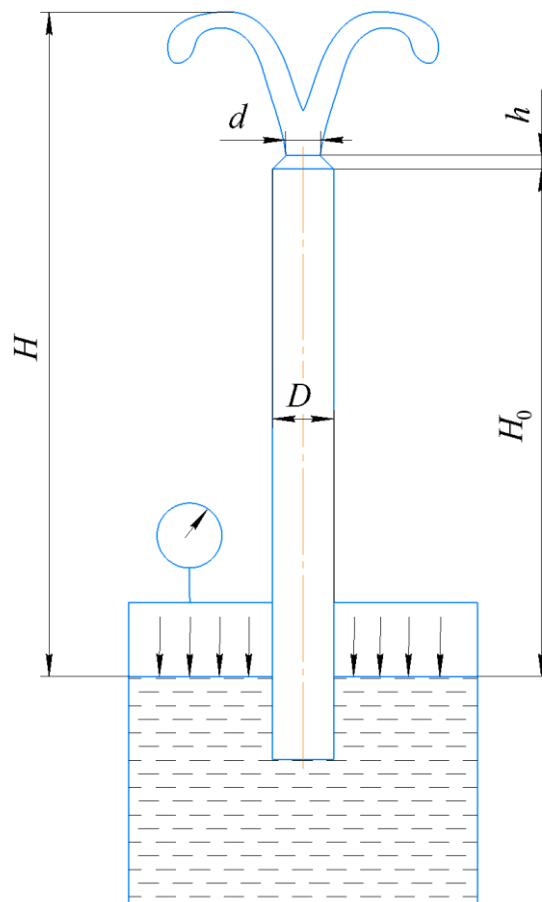


Рисунок 3.38 – До задачі 39

**Вихідні дані:**

Початковий діаметр струменя  $d=0,025$  м

Довжина сопла  $h=0,25$  м

Діаметр труби  $D=0,5$  м

Довжина труби  $H_0=2+0,2 \cdot n$  м

Надлишковий тиск  $p_m=(4+0,02 \cdot n)$  Па

Густина води  $\rho=998$  кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>.

39. Горизонтальна частина ежектора розташована на висоті  $h$  від вільної поверхні рідини. Діаметр горловини ежектора  $d$ , а діаметр вихідного перерізу  $D$  (рисунок 3.38). Визначити тиск в мінімальному перерізі ежектора та максимальну витрати при відсутності витрат в трубці  $A$ .

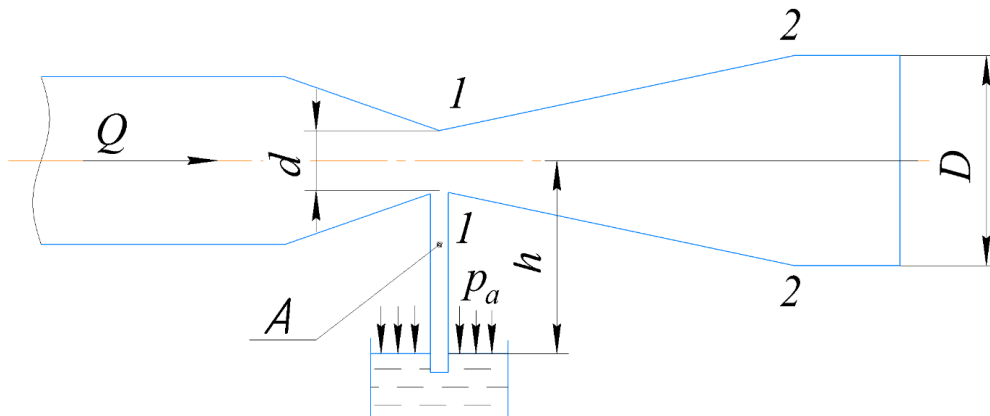


Рисунок 3.38 – До задачі 40

**Вихідні дані:**

Висота розташування ежектора  $h=1,8+0,02 \cdot n$  м

Діаметр горловини ежектора  $d=0,02$  м

Діаметр вихідного патрубку  $D=0,06$  м

Атмосферний тиск  $p_a=97500+50 \cdot n$  Па

Густина води  $\rho=998$  кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81 \text{ м/с}^2$ .

40. Підібрати діаметр трубопроводу для перекачування малов'язкої рідини (води), продуктивністю  $G = 25 \text{ кг/с}$ , густиною  $\rho = 988 \text{ кг/м}^3$ , враховуючи рекомендовану швидкість рідини в трубопроводах. Після розрахунку діаметра трубопроводу необхідно прийняти стандартні розміри внутрішнього діаметру трубопроводу з такого ряду, мм: 19, 28, 32, 39, 51, 81, 98, 121, 147, 207, 257, 313, 359, 406, 506.

41. Підібрати діаметр трубопроводу для перекачування високов'язкої рідини (мазуту), продуктивністю  $G = 15 \text{ кг/с}$ , густиною  $\rho = 965 \text{ кг/м}^3$ , враховуючи рекомендовану швидкість рідини в трубопроводах. Після розрахунку діаметра трубопроводу необхідно прийняти стандартні розміри внутрішнього діаметру трубопроводу з такого ряду, мм: 19, 28, 32, 39, 51, 81, 98, 121, 147, 207, 257, 313, 359, 406, 506.

42. Підібрати діаметр трубопроводу для перекачування газу пропану, продуктивністю  $G = 38 \text{ кг/с}$ , густиною  $\rho = 0,92 \text{ кг/м}^3$ , враховуючи рекомендовану швидкість газу в трубопроводах. Після розрахунку діаметра трубопроводу необхідно прийняти стандартні розміри внутрішнього діаметру трубопроводу з такого ряду, мм: 19, 28, 32, 39, 51, 81, 98, 121, 147, 207, 257, 313, 359, 406, 506.

43. Підібрати діаметр трубопроводу для перекачування водяної пари, продуктивністю  $G = 70 \text{ кг/с}$ , густиною  $\rho = 1,11 \text{ кг/м}^3$ , враховуючи рекомендовану швидкість газу в трубопроводах. Після розрахунку діаметра трубопроводу необхідно прийняти стандартні розміри внутрішнього діаметру трубопроводу з такого ряду, мм: 19, 28, 32, 39, 51, 81, 98, 121, 147, 207, 257, 313, 359, 406, 506.

44. Визначити втрати тиску  $\Delta P, \text{Н/м}^2$ , в прямому трубопроводі діаметром  $d = 0,019 \text{ м}$ , довжиною  $L = 55 \text{ м}$ , швидкість потоку, при русі в

ньому рідини,  $w = 2,5$  м/с, густина  $\rho = 920$  кг/м<sup>3</sup>, коефіцієнт гідравлічних втрат для труб вважати рівним  $\lambda = 0,04$ .

45. Визначити довжину прямого трубопровода  $L$ , м діаметром  $d = 0,019$  м, довжиною  $L = 60$  м, швидкість потоку, при русі в ньому рідини,  $w = 1,8$  м/с, густина  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>, втрати тиску  $\Delta P = 4,3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>, коефіцієнт гідравлічних втрат для труб вважати рівним  $\lambda = 0,06$ .

46. Визначити діаметр прямого трубопровода  $d$ , м, довжина якого складає  $L = 65$  м, швидкість потоку, при русі в ньому рідини,  $w = 2$  м/с, густина  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup>, втрати тиску  $\Delta P = 4,8 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>, коефіцієнт гідравлічних втрат для труб вважати рівним  $\lambda = 0,04$ .

47. Визначити швидкість потоку прямому трубопроводі, при русі в ньому рідини,  $w$ , м/с, діаметром  $d = 0,019$  м, довжина якого складає  $L = 50$  м, густина  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>, втрати тиску  $\Delta P = 4,5 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>, коефіцієнт гідравлічних втрат для труб вважати рівним  $\lambda = 0,04$ .

48. Визначити втрати тиску  $\Delta P$ , Н/м<sup>2</sup>, в русі рідини в повороті трубопровода на  $90^\circ$ , швидкість потоку, при русі в ньому рідини,  $w = 2,5$  м/с, густина  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>, коефіцієнт місцевих гідравлічних втрат вважати рівним  $\xi = 0,4$ .

49. Визначити швидкість потоку прямому трубопроводі, при русі в ньому рідини,  $w$ , м/с, в русі рідини в повороті трубопровода на  $90^\circ$ , густина  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup>, втрати тиску  $\Delta P = 6,2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>, коефіцієнт гідравлічних втрат для труб вважати рівним  $\xi = 0,4$ .

50. Визначити значення числа Рейнольдса, якщо швидкість потоку у трубопроводі, при русі в ньому гліцерину,  $w = 0,4$  м/с, діаметр трубопроводу  $d = 0,02$  м, значення коефіцієнта кінематичної в'язкості вважати рівним  $\nu = 3,91 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с.

51. Визначити критичну швидкість потоку у трубопроводі, при русі в ньому гліцерину,  $w$ , м/с, яка відповідає переходу режимів течії з перехідного до турбулентного, діаметр трубопроводу  $d = 0,032$  м, значення коефіцієнта кінематичної в'язкості вважати рівним  $\nu = 3,91 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

52. Визначити критичну швидкість потоку у трубопроводі, при русі в ньому гліцерину,  $w$ , м/с, яка відповідає переходу режимів течії з перехідного до ламінарного, діаметр трубопроводу  $d = 0,032$  м, значення коефіцієнта кінематичної в'язкості вважати рівним  $\nu = 3,91 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

## 4 ГІДРАВЛІЧНІ МАШИНИ

### 4.1 Загальні визначення

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4].

**Гідравлічними машинами** називаються машини, які передають середовище, що протікає через них механічну енергію (насос), або отримують від середовища частину енергії і передають її робочому органу для корисного використання (гідродвигун).

Насоси і гідромотори застосовують також в гідропередачах, призначенням яких є передача механічної енергії від двигуна до виконавчого органу, а також перетворення виду і швидкості руху останнього за допомогою рідини.

**Гідропередачі** в порівнянні з механічними передачами (муфти, коробки швидкостей, редуктори, тощо) мають наступні переваги:

- Більша плавність роботи.
- Можливість безступінчатого регулювання швидкості.
- Менша залежність моменту на вихідному валу від навантаження, прикладеного до виконавчого органу.
- Можливість передачі великих потужностей.
- Малі габаритні розміри.
- Висока надійність.

Ці переваги призвели до великого поширення гідропередач, незважаючи на їх дещо менший, ніж у механічних передач ККД.

#### **Насоси.**

Насоси класифікуються за двома групами:

- відцентрові;
- об'ємні, насоси та агрегати вакуумні і високовакуумні,

Все насосне обладнання, призначене для перекачування можна поділити на два види залежно від характеру впливу робочих органів насоса на рідину: насоси динамічні і насоси об'ємні.

Насоси динамічні підрозділяються на насоси:

- відцентрові
- осьові
- вихрові
- шнекові, черпакові
- струменеві

Насоси об'ємні підрозділяються на:

- поршневі
- мембранні
- гвинтові
- шестеренні,
- коловоротні,
- шлангові,
- шиберні.

**Подача** - це об'єм рідини, що подається насосом в одиницю часу, вираженої в м<sup>3</sup>/год (кубометрів на годину) або л / сек, (літрів в секунду). Позначається "Q".

**Напір** - це різниця питомих енергій рідини в перетинах після і до насоса, виражена в метрах водяного стовпа. Позначається "H".

У насосах об'ємного типу користуються поняттям "тиск", вираженим в атмосферах (кгс/см<sup>2</sup>) або мегапаскалях (МПа).

Звідси впливає класичне поняття – "**напірна**" **характеристика насоса**, в якій по осі абсцис відкладається подача, а по осі ординат – тиск для динамічних насосів і навпаки для насосів об'ємного типу.

**Кавітація** веде до швидкого зносу насоса або до його руйнування через вібрації, (найчастіше підшипникових вузлів). При появі ознак нестійкої

роботи насоса на це слід звернути увагу. На всмоктувальну здатність насоса негативно впливають такі чинники:

- висока температура (понад 60°) рідини;
- нещільність у фланцевих з'єднаннях і "сальникових" вузлах запірної арматури на всмоктуючій лінії;
- малий діаметр і велика довжина всмоктуючої лінії;
- засмічення всмоктуючої лінії.

**Під регулюванням роботи насоса** мається на увазі процес зміни співвідношення між подачею і напором.

Регулювання насоса можна здійснювати двома методами:

- конструктивна зміна характеристики насоса;
- зміна умови роботи системи "насос-мережу".

**Універсальним методом (як для динамічних насосів, так і для об'ємного типу) зміни характеристики насоса є зміна числа обертів приводу.** При цьому треба враховувати, що подача знаходиться в прямій залежності від числа обертів, а напір (в відцентрових) – в квадратичній залежності.

При існуючому рівні розвитку техніки цей метод для насособудування є дорогим, хоча з точки зору енергетичних витрат, він економічний.

У практиці насособудування знайшло застосування регулювання числа обертів в основному за допомогою редукторів і менше за допомогою гідromуфт, електромагнітних муфт ковзання (ЕМК) або регулювання електроприводу (тиристорні перетворювачі частоти і синхронні електродвигуни).

Позитивною особливістю цього методу є те, що на групу з кількох робочих насосів досить мати один регульований насос. Це істотно знижує витрати і забезпечує конкурентоспроможність цього методу з іншими методами.

### Конструктивна зміна характеристики насоса.

1. Широко поширеним методом регулювання характеристики відцентрового насоса є зміна діаметра робочого колеса (обточування). Мається на увазі, що напір насоса знаходиться в квадратичній залежності від діаметра робочого колеса при інших рівних умовах.

Обточуючи (зменшуючи) діаметр робочого колеса можна значно змінити поле роботи насоса. Щоб отримати потрібний напір насоса при обточуванні колеса, необхідно існуючий натиск помножити на квадрат величини відношення діаметра обточеного колеса до діаметра до обточування.

На практиці заводи, що виготовляють насоси, вже пропонують споживачам конкретні модифікації з різними діаметрами обточування коліс та з меншою потужністю комплектного електродвигуна.

2. За цим методом регулювання роботи відцентрового насоса є зміна умов роботи насоса на мережу. Якщо міняти опір мережі, наприклад закриваючи вентиль, то і робоча точка буде зміщуватися вліво по кривій, тобто насос буде вибирати режим роботи на меншій подачі, тому, що буде "змушений" працювати з великим напором, щоб подолати додатковий опір, що створюється вентилем.

3. Існує ще один спосіб зміни умов роботи насоса на мережу - це байпасування, тобто установка регульованого або нерегульованого перепуску (байпаса) з напірної лінії на всмоктування. По відношенню до насоса – це аналогічно зниженню опору, тобто відбувається зниження напору. По відношенню до споживчої мережі – це аналогічно зниженню подачі. В результаті робоча точка ( $Q-H$ ) зміститься круто вниз, тобто можемо в споживчій мережі отримати одночасно менший натиск і меншу подачу (енергія рідини йде на скидання).

Із загальної точки зору споживача частіше цікавить насосна система, що забезпечує потрібний напір і подачу. Такою системою виступає **насосна**

**станція.** Питання регулювання напору і подачі вирішується за рахунок можливостей з'єднання насосів паралельно і послідовно.

При паралельному з'єднанні насосів сумується подача, при послідовному сумується тиск. Якщо на насосній станції необхідно отримати потрібні робочі параметри ( $Q-H$ ), то завжди існує можливість шляхом комбінацій набору ряду насосів з обмеженою подачею з'єднати їх паралельно, щоб отримати більшу подачу і послідовно - щоб отримати більший тиск. На насосних станціях це здійснюється завжди. Для отримання необхідного напору на автономних насосних станціях послідовне з'єднання (бустерні або напірні насоси) застосовується рідше. У практиці це здійснюється через окремі каскади насосних станцій (наприклад станції I, II, III-го підйому).

Споживач досить часто стикається з відсутністю потрібного за проектом насосу через дефіцит або зняття його з виробництва, без відповідної заміни, тому слід враховувати забезпечення можливості застосування в роботі насосів з паралельним і послідовним з'єднанням, що широко увійшло в практику насособудування.

Слід звернути увагу, що послідовне і паралельне з'єднання відцентрових насосів, що мають положу напірну характеристику, не дає, як правило, можливості подвійного збільшення значення напору і подачі. Вони будуть дещо менше. Це відбувається з наступних причин:

- при паралельному з'єднанні не вдається плавно з'єднати потоки, напірні трубопроводи через зручності монтажу звужуються, виконують зайві повороти. Це все призводить до додаткового опору і відповідно до зміщення робочої точки на меншу подачу обох насосів;

- при послідовному з'єднанні насосів зменшення напору відбувається через втрати на проміжних ділянках між насосами. Це виникає через наявність арматури на проміжних ділянках і зменшеним діаметрів трубопроводів, які виконуються, як правило, рівними діаметру всмоктувального патрубку насосу, в який подає рідину інший насос.

## 4.2 Лопатеві насоси

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4]. У сучасній техніці застосовується велика кількість різновидів машин. Найбільшого поширення для водопостачання населення отримали лопатеві насоси. Робочим органом лопатевої машини є обертається робоче колесо, забезпечене лопатями. Лопатеві насоси діляться на відцентрові і осьові.

У відцентровому лопатевому насосі рідина під дією відцентрових сил переміщується через робоче колесо від центру до периферії.

**Напірна** характеристика відображає основні споживчі властивості насоса. Вибір насоса починається з підбору напору (тиску) і подачі.

Для правильної експлуатації відцентрових насосів і їх підбору необхідно знати, як змінюються основні параметри насосів при різних умовах їх роботи. Величини, що характеризують роботу відцентрового насоса при даному числі обертів, зазвичай зображають у вигляді графічних залежностей напору  $H$ , потужності  $N$  і ККД  $\eta$  від продуктивності  $V$ . Приклад енергетичних характеристик відцентрового насоса зображено на рисунку 4.1.

Залежності  $V-H$ ,  $V-N$  та  $V-\eta$  називаються енергетичними характеристиками насоса. Основою вважають характеристику  $V-H$ , тому, що витрати потужності  $N$  і ККД  $\eta$  є наслідком роботи по створенню подачі  $V$  і напору  $H$ , які, відповідно, і є метою застосування насоса.

При зміні в невеликих межах числа обертів відцентрового насоса (приблизно в 1,5...2 рази) його подача  $V$ , напір  $H$  і потужність, що споживається  $N$  змінюються по залежностях, які називаються законами пропорційності:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{H_1}{H_2}; \quad \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2; \quad \frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3$$

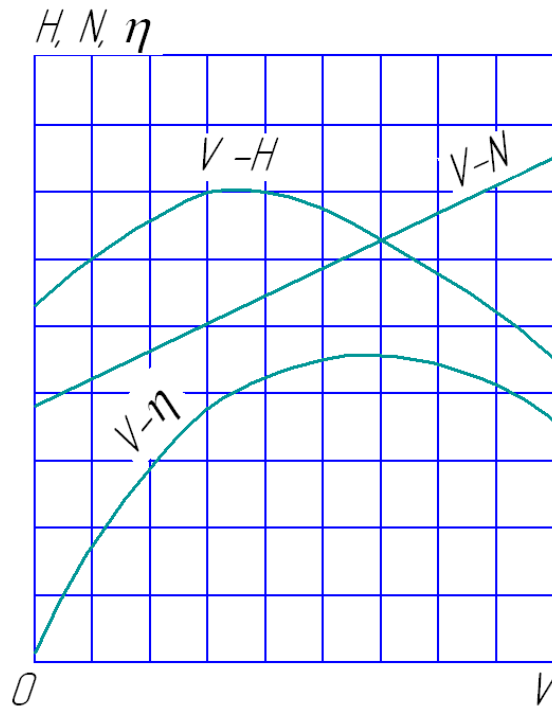


Рисунок 4.1 – Енергетичні характеристики відцентрового насоса

Як впливає з рисунку 4.1, зі збільшенням подачі  $V$  потужність  $N$ , що споживається насосом, безперервно зростає. При закритому вентилі на нагнітальному трубопроводі ( $V = 0$ ) насос споживає мінімальну кількість енергії, тобто має мінімальну потужність (лише на подолання тертя в підшипниках і сальникових ущільненнях, та на переміщення рідини робочим колесом в корпусі насоса). Тому, щоб не перевантажувати електродвигун, необхідно пускати відцентровий насос при закритій засувці. Вибір насоса та встановлення числа його обертів залежать від умов роботи насоса на мережу, що складається з трубопроводів та апаратів, що в ній встановлено. Ці умови визначаються так званою характеристикою мережі ( $V - H_c$ ), тобто залежністю між витратами  $V$  і напором мережі  $H_c$ , необхідним для подолання всіх опорів даного трубопроводу. У разі нестискуваної рідини:

$$H_c = \left( 1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \cdot \frac{w^2}{2 \cdot g} + H_{\text{під}} + H_{\text{дод}}.$$

Підставляючи до цього виразу значення швидкості рідини з рівняння витрат:

$$w = \frac{V}{S}.$$

Отримаємо:

$$H_c = \frac{\left(1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)}{2 \cdot g \cdot S^2} \cdot V^2 + H_{\text{під}} + H_{\text{дод}} = k \cdot V^2 + b.$$

де  $k = \frac{\left(1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right)}{2 \cdot g \cdot S^2}$  – величина, що має наближене до постійного

значення для даного трубопроводу (мережі).

Отриманий вираз :

$$H_c = k \cdot V^2 + b,$$

в координатах  $(H_c - V)$  має форму параболи (рисунок 4.2), вершина якої розташована на осі ординат, на висоті  $b = H_{\text{під}} + H_{\text{дод}}$  від початку координат ( $H_{\text{під}}$  – геометрична висота підйому рідини;  $H_{\text{дод}}$  – різниця напорів між просторами нагнітання і всмоктування).

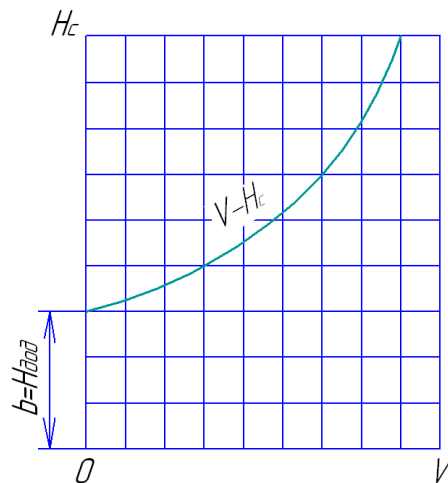


Рисунок 4.2 – Характеристика трубопроводу (мережі)

Характеристика насоса і характеристики мережі наведено в одній системі координат, рисунок 4.3. Перетин характеристик насоса  $V - H$  і мережі  $V - h_c$  визначає так звану «робочу точку». Ця точка показує умови спільної роботи системи «насос – трубопровід (мережа)», тобто  $H = H_c$ . У цій точці

всі гідравлічні опори трубопроводу долаються напором, що створюється насосом. Вертикальна пряма, проведена через робочу точку, перетинає характеристики насоса  $V-N$ ,  $V-\eta$  і вісь абсцис в точках, що визначають показники роботи насоса за даних умов. Наприклад, для робочої точки А (рисунок 4.3) параметри роботи насоса наступні: витрати  $V_A$ , напір  $H_A$ , потужність, що споживається  $N_A$ , ККД –  $\eta_A$ . Положення робочої точки дозволяє зробити висновок про ступінь використання можливостей насоса в даних умовах. Якщо, наприклад, взяти за робочу точку В, то, насос працюватиме на іншу мережу з іншими характеристиками.

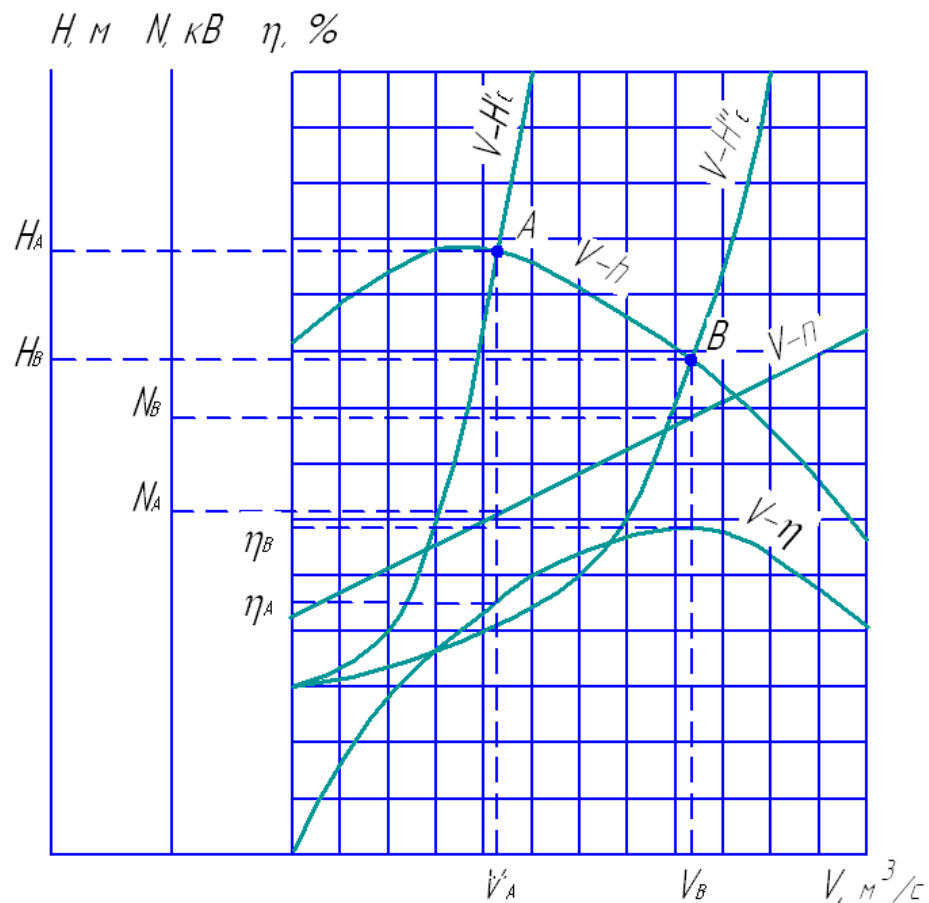
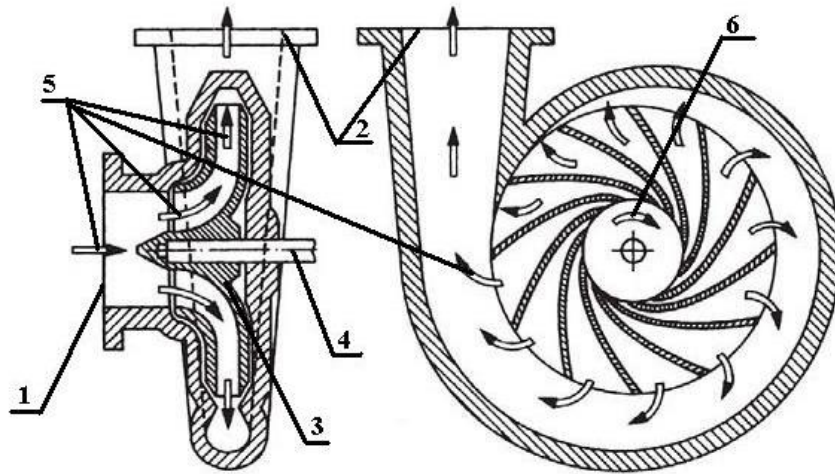


Рисунок 4.3 – Характеристики насоса і мережі, зображені в одній системі координат

На рисунку 4.4 зображена найпростіша схема відцентрового насоса. Одноступінчастий відцентровий насос має равликopodobний канал, всередині якого знаходиться робоче колесо 3. Робоче колесо 3 відцентрового насоса

встановлено на валу 4 та складається з одного чи двох дисків, з'єднаних лопатками, плавно вигнутими в сторону, протилежну напрямку обертання колеса. Рідина подається по всмоктуючому патрубку 1 та відводиться по нагнітаючому патрубку 2. Рідина, що знаходиться між ними, приводиться в обертання разом з робочим колесом. При цьому кожна частинка рідини переміщується по складній траєкторії. По-перше, відцентрова сила, що відкидає рідину, змушуючи її рухатися радіально, уздовж лопаток від осі колеса до периферії. По-друге, рідина, що захоплюється лопатками колеса, яке обертається, окрім радіальної швидкості, набуває ще й колової швидкості, однакової зі швидкістю колеса. Враховуючи, що колова швидкість на периферії колеса більша, ніж біля входу в лопатки, то абсолютна (рівнодіюча) швидкість рідини на виході з колеса більша, ніж на вході. Таким чином, рідина, що проходить через робоче колесо відцентрового насоса, набуває додаткової кількості енергії.



1 – всмоктуючий патрубок; 2 – нагнітаючий патрубок; 3 – робоче колесо;  
4 – вал; 5 – напрям руху робочої рідини в камері насоса; 6 – напрям руху валу

4 – вал; 5 – напрям руху робочої рідини в камері насоса; 6 – напрям руху валу

Рисунок 4.4 – Схема відцентрового насоса

При обертанні колеса на кожну частку рідини, що знаходиться всередині колеса, діє відцентрова сила, прямо пропорційна відстані частинки від центру колеса і квадрату кутової швидкості обертання колеса. Під дією

цієї сили рідина викидається в напірний трубопровід з робочого колеса, в результаті чого в центрі колеса створюється розрідження, а в периферійній його частині – підвищений тиск. Рух рідини по всмоктуючому трубопроводу відбувається внаслідок різниці тисків над вільною поверхнею рідини в приймальному резервуарі і в центральній області колеса, де є розрідження.

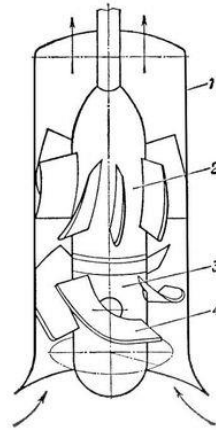
Рідина, що викидається з периферії робочого колеса, надходить в равликopodobний направляючий канал, який кільцем охоплює робоче колесо. Поперечний переріз равликopodobного направляючого каналу збільшується в напрямку до вихідного патрубку апарату, що призводить до плавного зниження швидкості рідини від максимальної, отриманої рідиною на виході з лопаток робочого колеса, до нормальної швидкості в трубопроводі. При цьому частина кінетичної енергії рідини перетворюється в потенційну енергію тиску, що супроводжується збільшенням напору (тиску) рідини.

Для правильної експлуатації відцентрових насосів і їх підбору необхідно знати, як змінюються основні параметри насосів при різних умовах їх роботи. Величини, що характеризують роботу відцентрового насоса при даному числі обертів, зазвичай зображають у вигляді графічних залежностей напору  $H$ , потужності  $N$  і ККД  $\eta$  від продуктивності  $V$ .

В осьовому лопатевому насосі рідина переміщається в основному уздовж осі обертання робочого колеса (рисунок 4.5). Робоче колесо осьового насоса схоже на гвинт корабля. Воно складається з корпусу 1, в якому встановлено втулка 3, на якій закріплено кілька лопатей 4 та осьовий направляючий апарат 2 за допомогою якого усувається закрутка рідини, і кінетична енергія її перетворюється в енергію тиску. Осьові насоси застосовують при великих подачах і малих тисках.

Осьові насоси можуть бути жорстколопатеві, в яких положення лопатей робочого колеса не змінюється, і поворотно-лопатевими, в яких положення робочого колеса може регулюватися.

**Зараз введено позначення відцентрових насосів у відповідності до міжнародних стандартів ISO 2853.**



1 – корпус, 2 – осьовий направляючий апарат, 3 – втулка, 4 – лопаті

Рисунок 4.5 – Схема осевого насоса

Наприклад, насос позначається Х100-65-250 К-СД:

"Х" – тип насоса;

"100" – діаметр всмоктуючого патрубку в мм;

"65" – діаметр напірного патрубку в мм;

"250" – номінальний діаметр робочого колеса в мм.

Якщо попередні позначення змінювалися без істотної зміни конструкції, то введення міжнародного стандарту ІСО зажадало значно змінити конструкцію відповідно до вимоги цього стандарту.

Основною відмінністю і перевагою конструкції відцентрових насосів (з осевим входом рідини Б робоче колесо), розроблених відповідно до міжнародних стандартів ІСО, є те, що демонтаж насоса можна здійснювати без від'єднання напірного і всмоктуючого трубопроводу.

При цьому трубопроводи кріпляться до корпусу, а робочі органи (робоче колесо) виймаються з боку електродвигуна, що передбачається конструкцією з'єднувальної муфти між насосом і електродвигуном.

Подальша індексація позначає:

"А" – індекс обточування робочого колеса.

Як правило, більше двох обточувань не буває, Тому позначення вводять "А" і "Б" (якщо колесо без обточування – то індексу немає).

"К" – виконання за матеріалом проточної частини.

У зв'язку з різноманіттям перекачуваних рідин в насосах застосовується велика кількість матеріалів, для яких введено такі позначення:

А – вуглецева сталь;

В – чавун, в т.ч. сірий чавун (як правило цей матеріал не показується);

Б – бронза;

Д – хромовий чавун типу 4Х28 або хромиста сталь типу 20Х13Л;

К – хромонікелева сталь типу 12Х18Н9Т;

Е – хромонікельмолібденових сталь типу 10Х17Н13М2Т;

І – хромонікельмолібденосталі типу 06ХН28МДТ;

М – хромонікелькремниста сталь типу 15Х18Н12С4ТЮ;

Н – сплав на нікелевій основі;

Т – титан і його сплави;

Ю – сплави алюмінію;

Л – кремнистий чавун типу 4С–15 (ферросілід);

П – пластмаса;

Р – гумове покриття;

Ф – кераміка, фарфор;

Г – графіт.

Для якісної оцінки впливу рідини на матеріал насоса введено водневий показник рН. Цей величина, що показує міру активності іонів водню ( $H^+$ ) в розчині, тобто ступінь кислотності або лужності цього розчину і виражається через негативні логарифми концентрації іонів водню в розчині. Нейтральна реакція води відповідає  $pH = 7$ , більше 7 – лужна, менше 7 – кисла.

Позначення по виду ущільнень:

"СД" – виконання по виду ущільнень.

С – одинарне сальникове ущільнення (без подачі затворної рідини);

СД – подвійне сальникове ущільнення (з подачею затворної рідини);

СП – промивне сальникове ущільнення;

2В – торцеве одинарне;

2Г (55) – торцеве подвійне;

Щ – щілинне;

М – манжетне.

Якщо вказується один вид ущільнення, а в дужках інший, то це показує можливе застосування і іншого виду, (в дужках менш кращого).

#### 4.5 Поршневі насоси

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4]. Поршневі насоси відносяться до числа об'ємних насосів, в яких переміщення рідини здійснюється шляхом її витіснення з нерухомих робочих камер витискувачами. Робочою камерою об'ємного насоса називають обмежений простір, поперемінно сполучається із входом і виходом насоса. Витескувачем називається робочий орган насоса, який здійснює витіснення рідини з робочих камер (плунжер, поршень, діафрагма).

Класифікуються поршневі насоси за наступними показниками:

- за типом витискувачів: плунжерні, поршневі і діафрагмові;
- за характером руху ведучої ланки: зворотно-поступальний рух привідної ланки; обертальний рух провідної ланки (кривошипні і кулачкові насоси);
- по числу циклів нагнітання і всмоктування за один подвійний хід: односторонньої дії; двосторонньої дії.
- за кількістю поршнів: однопоршневі; двопоршневі; багатопоршневі.

**Насос простої дії.** Схема насоса простої дії зображена на рисунку 4.6. Поршень 2 з'єднаний з кривошипно-шатунним механізмом через шток 3, в результаті чого він здійснює зворотно-поступальний рух в циліндрі 1. Поршень при ході вправо поршень створює розрідження в робочій камері, внаслідок чого всмоктувальний клапан 6 піднімається і рідина з витратного резервуара 4 по всмоктуючому трубопроводу 5 надходить в робочу камеру 7. При зворотному ході поршня (вліво) всмоктувальний клапан закривається, а

нагнітальний клапан 8 відкривається, і рідина нагнітається в напірний трубопровід 9.

Оскільки кожному обороту двигуна відповідає два ходи поршня, з яких лише один відповідає нагнітання, то теоретична продуктивність в одну секунду буде

$$Q_T = \frac{F \cdot l \cdot n}{60}, \text{ м}^3/\text{с},$$

де  $F$  – площа поршня,  $\text{м}^2$ ;

$l$  – хід поршня,  $\text{м}$ ;

$n$  – число обертів двигуна, об/хв.

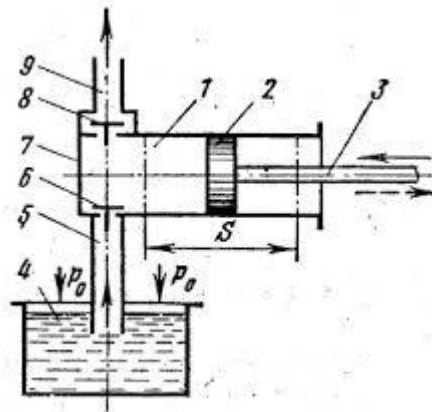


Рисунок 4.6 – Насос поршковий простої дії

Для підвищення продуктивності поршкових насосів їх часто виконують з двоєними, зтрьохними, тощо. Поршні таких насосів приводяться в дію від одного колінчастого вала зі зміщенням колін.

Насправді ж продуктивність насоса  $Q$  менше теоретичної, тому, що виникають перетоки, обумовлені несвоєчасним закриттям клапанів, нещільністю в клапанах і ущільненнях поршня і штока, а також неповнотою заповнення робочої камери.

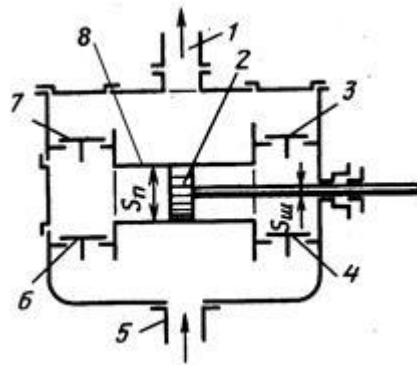
Відношення дійсної подачі  $Q$  до теоретичної  $Q_T$  називається об'ємним коефіцієнтом корсної дії (ККД) поршневого насоса:

$$\eta_0 = \frac{Q}{Q_T}$$

Об'ємний ККД – основний економічний показник, що характеризує роботу насоса.

**Насос подвійної дії.** Рівномірніша і збільшена подача рідини, в порівнянні з насосом простої дії, може бути досягнута насосом подвійної дії (рисунок 4.7), в якому кожному ходу поршня відповідають одночасно процеси всмоктування і нагнітання.

Середовище через всмоктуючий трубопровід 1 і всмоктувальні клапани 4 та 6 подається робочої камери 8. Далі поршнем 2 середовище через нагнітальні клапани 3 та 7 подається до напірного трубопровода 1.



1 – напірний трубопровід; 2 – поршень, 3, 7 – нагнітальний клапан, 4, 6 – всмоктувальний клапан, 5 – всмоктуючий трубопровід, 8 – робоча камера

Рисунок 4.7 – Поршневий насос подвійної дії

Ці насоси виконуються горизонтальними і вертикальними, причому останні найбільш компактні. Теоретична продуктивність насоса подвійної дії буде

$$Q_T = \frac{F \cdot l \cdot n}{60} + \frac{(F - f) \cdot l \cdot n}{60}, \text{ м}^3/\text{с},$$

де  $f$  - площа штока,  $\text{м}^2$ .

**Диференційний насос.** У диференційному насосі (рисунок 4.8) поршень 4 переміщається в якісно обробленому циліндрі 5. Як ущільнення поршня використовують сальник 3 (варіант I) або малий зазор (варіант II) зі стінкою циліндра. Насос має два клапани: всмоктуючий 7 і нагнітальний 6, а

також допоміжну камеру 1. Найсприятливіші умови для всмоктування за один хід поршня, а нагнітання за обидва ходи. Так, при ході поршня вліво з допоміжної камери в нагнітальний трубопровід 2 витісняється об'єм рідини, що дорівнює  $(F - f) \cdot l$ , при ході поршня вправо з основної камери витісняється обсяг рідини, що дорівнює  $(f_1) \cdot l$ . Таким чином, за обидва ходи поршня в нагнітальний трубопровід буде поданий об'єм рідини, рівний:

$$(F - f) \cdot l + f \cdot l = F \cdot l,$$

тобто стільки ж, скільки подається насосом простої дії. Різниця лише в тому, що це кількість рідини подається за обидва ходу поршня, отже, і подача відбувається більш рівномірно.

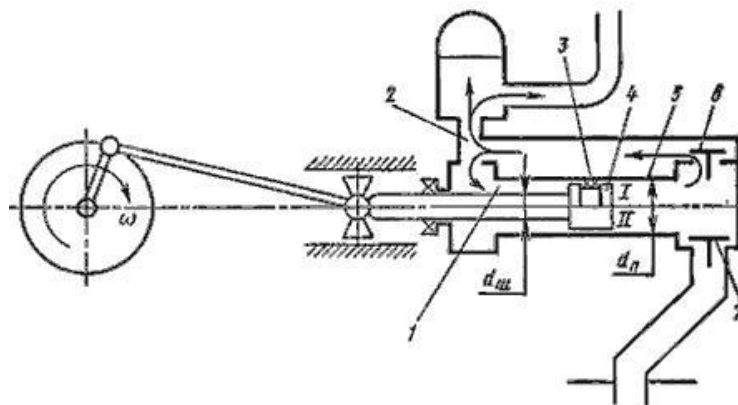


Рисунок 4.8 – Схема поршневого насоса з диференційним поршнем

#### 4.5 Індикаторна діаграма поршневих насосів

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4]. Робочий цикл поршневого насоса може бути графічно описаний на папері спеціальним приладом – індикатором. Графік зміни тиску в циліндрі за один повний оберт кривошипа називається індикаторною діаграмою. На рисунку 4.9 показана така діаграма насоса простої дії.

При русі поршня зліва направо (рисунок 4.9) (процес всмоктування) тиск в циліндрі насоса різко падає до тиску всмоктування  $P_{вс}$  по лінії а-б. Через піддатливість стінок циліндра і стисливості рідини лінія а-б розташована не вертикально, а трохи нахилена і переходить потім в хвилясту

лінію б-в. Далі на всмоктуючої лінії підтримується постійний тиск і лінія в-г залишається практично горизонтальною протягом усього ходу всмоктування.

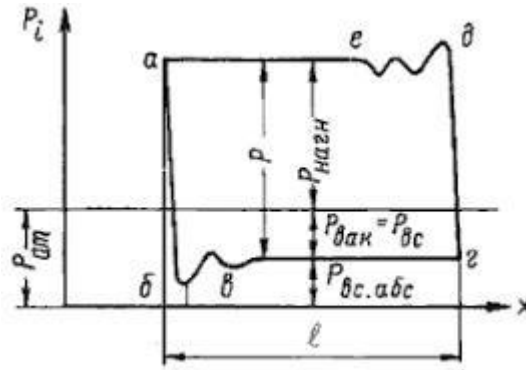


Рисунок 4.9 – Індикаторна діаграма

При зворотному русі поршня (хід нагнітання) тиск в циліндрі від  $P_{вс}$  піднімається до тиску  $P_{нагн}$  по прямій г-д, нахил якої вліво від вертикалі пояснюється тими ж самими причинами, що і для лінії а-б. Початок стиснення рідини супроводжується коливаннями тиску в циліндрі (лінія д-е). Надалі тиск  $P_{нагн}$  залишається незмінним протягом усього ходу нагнітання (лінія е-а). При повторному робочому циклі цей графік буде повторюватися.

Несправності, що виникають в гідравлічній частині поршневого насоса змінюють характер індикаторної діаграми. Аналізуючи різні індикаторні діаграми з тими чи іншими аномаліями, можна безпомилково сказати про несправності насоса.

#### 4.6 Баланс енергії в насосах

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...4]. Баланс потужності в насосі наочно можна зобразити у вигляді схеми, наведеної на рисунку 4.10.

Потужність, яка підводиться до вала насоса називається підведеною. Вона дорівнює добутку крутного моменту на валу на його кутову швидкість:

$$N_{\Pi} = M_{кр} \omega.$$

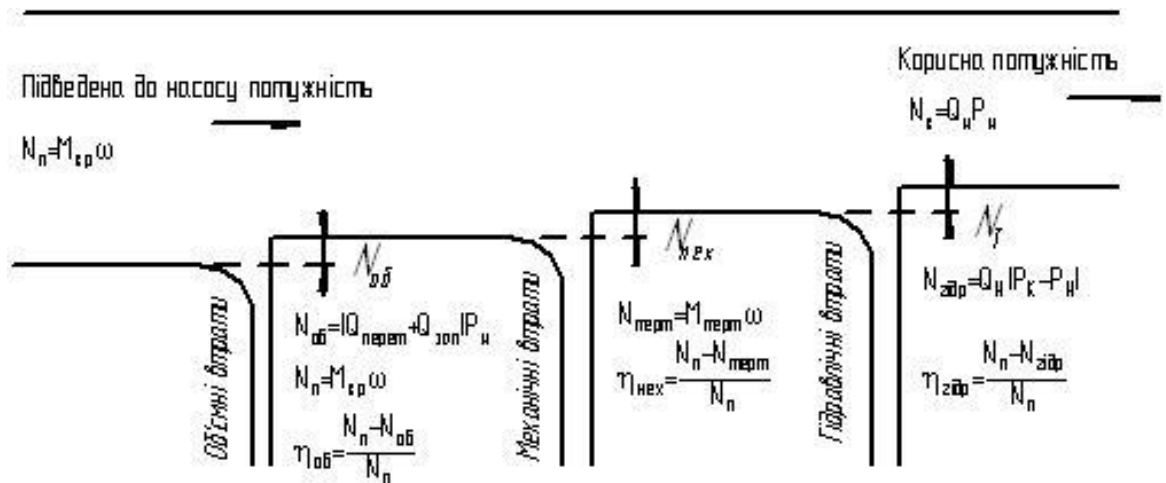


Рисунок 4.10 – Баланс потужності насоса

Відношення потужності насоса до підведеної потужності називається загальним ККД насоса:

$$\eta_{\Pi} = \frac{N_H}{N_T},$$

а різниця  $(N_{\Pi} - N_H) = N_{втрат}$  називається втратами потужності в насосі.

Втрати потужності в насосі діляться на об'ємні, механічні та гідравлічні.

Втрати потужності на внутрішні перетоки і неповне заповнення камер насоса:

$$N_{внутр} = (Q_{перет} + Q_{зап}) P_H.$$

**Об'ємний ККД** насоса визначиться із співвідношення:

$$\eta_{об} = \frac{N_{\Pi} - N_{об}}{N_{\Pi}}.$$

Для сучасних насосів об'ємний ККД знаходиться в межах 0,92... 0,96%.

Значення об'ємних ККД наведені в технічних характеристиках насосів.

**Механічні ККД** характеризує втрати на тертя в рухомих з'єднаннях між деталями насоса. При відносному переміщенні поверхонь, що контактують в зоні їх контакту завжди виникає сила тертя, яка спрямована в бік, протилежний напрямку руху. Ця сила витрачається на деформацію поверхневого шару, пластичну деформацію та на подолання міжмолекулярних зв'язків поверхонь, що контактують.

Потужність, витрачена на подолання сил тертя, визначається

$$N_{\text{терт}} = M_{\text{терт}} \cdot \omega,$$

де  $M_{\text{терт}}$  – момент тертя в насосі;

$\omega$  – кутова швидкість вала насоса.

Механічний ККД визначається зі співвідношення:

$$\eta_{\text{мех}} = \frac{N_{\text{П}} - N_{\text{терт}}}{N_{\text{П}}}.$$

Для сучасних насосів механічний ККД також знаходиться в межах 0,92... 0,96%.

**Гідравлічний ККД** характеризує втрати на деформацію потоку робочої рідини в напірній камері і на тертя рідини об стінки судини. Ці втрати приблизно на порядок нижче механічних втрат на тертя і часто в інженерних розрахунках не враховуються або об'єднуються з механічними втратами на тертя. В цьому випадку об'єднаний ККД називається гідромеханічним.

Потужність, витрачена на гідравлічні втрати, визначиться за виразом:

$$N_{\text{гідр}} = Q_{\text{Н}} (P_{\text{К}} - P_{\text{Н}}),$$

де  $P_{\text{К}}$  – тиск в напірній камері насоса;

$P_{\text{Н}}$  тиск в напірній гідролінії на виході з насоса.

Гідравлічний ККД визначається зі співвідношення

$$\eta_{\text{гідр}} = \frac{N_{\text{П}} - N_{\text{гідр}}}{N_{\text{П}}}.$$

Загальний ККД насоса дорівнює сумі ККД об'ємного, гідравлічного і механічного:

$$\eta = \eta_{\text{об}} + \eta_{\text{мех}} + \eta_{\text{гідр}}.$$

Таким чином, баланс потужності насоса дає уявлення про втрати, що виникають в насосі, загалом ККД і всіх його складових.

#### 4.7 Приклади вирішення задач до розділу 4

Матеріал підрозділу викладено за авторами [5...8].

##### Задача 4.1.

Відцентровий насос повинен забезпечувати витрату  $Q$  і тиск на виході  $p_2$ . Всмоктувальна труба має діаметр  $d$  і довжину  $L$ , а також фільтр на вході, що має коефіцієнт місцевого опору  $\xi$ . Всмоктування води здійснюється із відкритого резервуара (рисунок 4.4). Коефіцієнт втрат на тертя  $\lambda$ , коефіцієнт місцевих опорів  $\xi_{\text{п}}$ . Визначити висоту всмоктування  $H_{\text{вс}}$ .

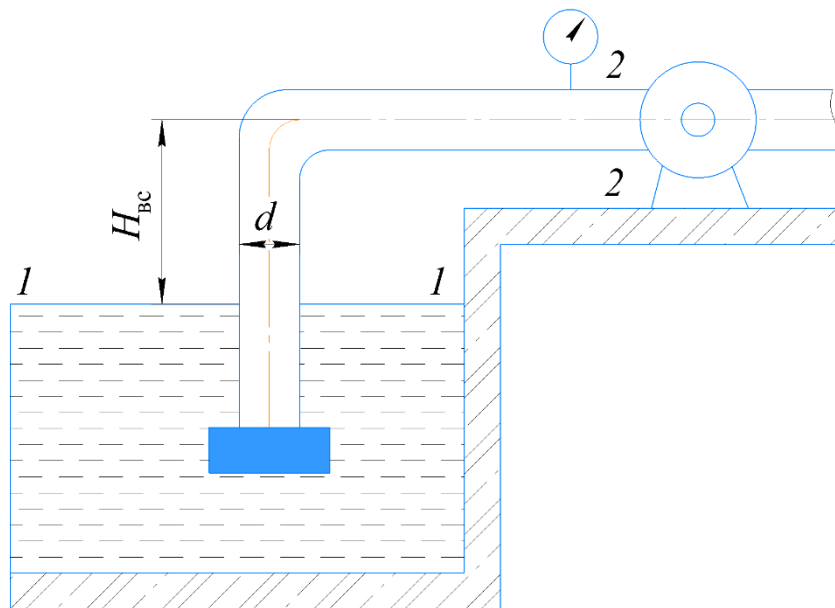


Рисунок 4.4 – До задачі 4.4

##### Вихідні дані:

Продуктивність насоса  $Q=0,08+0,002 \cdot n$  м<sup>3</sup>/с

Тиск на виході з насоса  $p_2=(4+0,2 \cdot n) \cdot 10^4$  Па

Діаметр вимотуючої труби  $d=0,3$  м

Довжина вимотуючої труби  $L=18+0,5 \cdot n$  м

Коефіцієнт опору фільтра  $\xi=5$

Коефіцієнт втрат на тертя  $\lambda=0,02$

Коефіцієнт місцевого опору (повороту)  $\xi_{\text{п}}=0,2$

Атмосферний тиск  $p_a=10^5$  Па

Густина води  $\rho=998$  кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>.

#### Задача 4.6

Є відцентровий насос з продуктивністю  $Q$ , що працює на систему, що складається із всмоктувального і нагнітального трубопроводів. На вході у всмоктувальний трубопровід діаметром  $d_1$  тиск становить  $p_1$ . В нагнітальному трубопроводі діаметром  $d_2$ , що знаходиться на висоті  $z$  над віссю всмоктувального трубопроводу, тиск  $p_2$ . Визначити гідравлічну потужність насоса.

#### Вихідні дані:

Продуктивність насосу  $Q=2+0,2 \cdot n$  м<sup>3</sup>/с

Діаметр всмоктувального трубопроводу  $d_1=1$  м

Тиск на вході в всмоктувальний  
трубопровід  $p_1=180+5 \cdot n$  мм.рт.ст

Діаметр нагнітального трубопроводу  $d_2=0,8$  м

Висота вихідного перерізу  $p_2=5+0,2 \cdot n$  Н/см<sup>2</sup>

Густина води  $\rho=998$  кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>.

#### 4.8 Контрольні запитання та задачі до розділу 4

Матеріал підрозділу викладено за авторами [1...5].

1. Проаналізувати поняття гідравлічні машини.
2. Проаналізувати гідродвигуни.
3. Проаналізувати гідропередачі.
4. Обґрунтувати класифікацію насосів.
5. Проаналізувати поняття подача.
6. Проаналізувати поняття напір.

7. Проаналізувати поняття "напірна" характеристика насоса.
8. Проаналізувати поняття кавітація.
9. Проаналізувати поняття регулювання роботи насоса.
10. Проаналізувати поняття насосна станція.
11. Проаналізувати можливість з'єднання насосів паралельно і послідовно.
12. Проаналізувати поняття лопатеві насоси.
13. Проаналізувати характеристики насоса і мережі, зображені в одній системі координат.
14. Проаналізувати схему відцентрового насоса.
15. Проаналізувати схему осьового насоса.
16. Проаналізувати позначення відцентрових насосів у відповідності до міжнародних стандартів ISO 2853.
17. Проаналізувати конструкцію поршневих насосів.
18. Обґрунтувати класифікацію поршневих насосів.
19. Проаналізувати конструкцію поршневого насосу простої дії.
20. Проаналізувати конструкцію поршневого насосу подвійної дії.
21. Проаналізувати конструкцію диференційного насосу.
22. Проаналізувати поняття – індикаторна діаграма поршневих насосів
23. Обґрунтувати баланс енергії в насосах.
24. Обґрунтувати поняття – загальне ККД насоса.
25. Обґрунтувати поняття – об'ємний ККД.
26. Обґрунтувати поняття – механічні ККД.
27. Обґрунтувати поняття – гідравлічний ККД.
27. Відцентровий насос повинен забезпечувати витрату  $Q$  і тиск на виході  $p_2$ . Всмоктувальна труба має діаметр  $d$  і довжину  $L$ , а також фільтр на вході, що має коефіцієнт місцевого опору  $\xi$ . Всмоктування води здійснюється із відкритого резервуара (рисунок 4.4). Коефіцієнт втрат на тертя  $\lambda$ , коефіцієнт місцевих опорів  $\xi_{\text{п}}$ . Визначити висоту всмоктування  $H_{\text{вс}}$ .

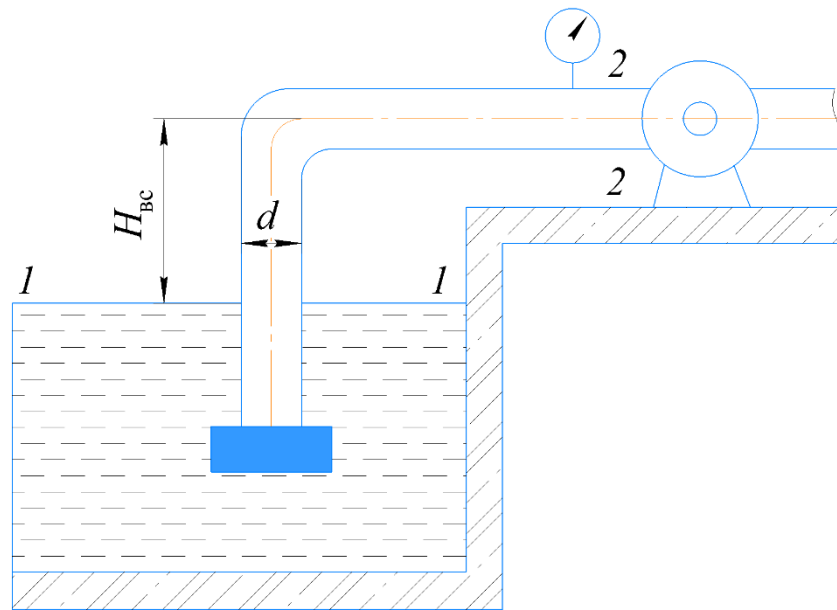


Рисунок 4.4 – До задачі 27

**Вихідні дані:**

Продуктивність насоса  $Q=0,08+0,002 \cdot n$  м<sup>3</sup>/с

Тиск на виході з насоса  $p_2=(4+0,2 \cdot n) \cdot 10^4$  Па

Діаметр вимотуючої труби  $d=0,3$  м

Довжина вимотуючої труби  $L=18+0,5 \cdot n$  м

Коефіцієнт опору фільтра  $\xi=5$

Коефіцієнт втрат на тертя  $\lambda=0,02$

Коефіцієнт місцевого опору (повороту)  $\xi_{п}=0,2$

Атмосферний тиск  $p_a=10^5$  Па

Густина води  $\rho=998$  кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>.

28. Є відцентровий насос з продуктивністю  $Q$ , що працює на систему, що складається із всмоктувального і нагнітального трубопроводів. На вході у всмоктувальний трубопровід діаметром  $d_1$  тиск становить  $p_1$ . В нагнітальному трубопроводі діаметром  $d_2$ , що знаходиться на висоті  $z$  над

віссю всмоктувального трубопроводу, тиск  $p_2$ . Визначити гідравлічну потужність насоса.

**Вихідні дані:**

Продуктивність насосу  $Q=2+0,2 \cdot n$  м<sup>3</sup>/с

Діаметр всмоктувального трубопроводу  $d_1=1$  м

Тиск на вході в всмоктувальний  
трубопровід  $p_1=180+5 \cdot n$  мм.рт.ст

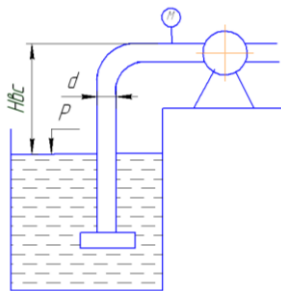
Діаметр нагнітального трубопроводу  $d_2=0,8$  м

Висота вихідного перерізу  $p_2=5+0,2 \cdot n$  Н/см<sup>2</sup>

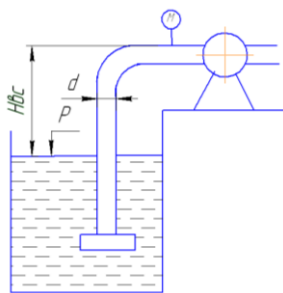
Густина води  $\rho=998$  кг/м<sup>3</sup>

Прискорення вільного падіння  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>.

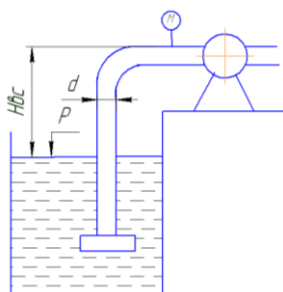
29. Визначити висоту  $H_{BC}$ , на якій можна встановити центробіжний насос, який повинен забезпечити витрати  $W=0,09$  м<sup>3</sup>/с та тиск на виході  $P_2=420$  Н/м<sup>2</sup>. Всмоктуюча труба має діаметр  $d=0,25$  м та довжину  $L=30$  м, сумарні місцеві коефіцієнти опору  $\xi_{CVM}=0,15$ , коефіцієнт втрат шляховий (на тертя)  $\lambda=0,05$ .



30. Визначити тиск на виході з центробіжного насоса, який забезпечує витрати  $W=0,22$  м<sup>3</sup>/с, висота всмоктування  $H_{BC}=7$  м. Всмоктуюча труба має діаметр  $d=0,2$  м та довжину  $L=28$  м, сумарні місцеві коефіцієнти опору  $\xi_{CVM}=0,52$ , коефіцієнт втрат шляховий (на тертя)  $\lambda=0,04$ .



31. Визначити швидкість, яку забезпечить насос, висота всмоктування  $H_{вс} = 8 \text{ м}$ , витрати  $W = 0,18 \text{ м}^3/\text{с}$  та тиск на виході  $P_2 = 350 \text{ Н/м}^2$ . Всмоктуюча труба має діаметр  $d = 0,1 \text{ м}$  та довжину  $L = 24 \text{ м}$ , сумарні місцеві коефіцієнти опору  $\xi_{сум} = 0,45$ , коефіцієнт втрат шляховий (на тертя)  $\lambda = 0,05$ .



## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1973. – 752 с.
2. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов / Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др.- 2-е изд., перераб.- М.: Машиностроение, 1982. – 423с., ил.
3. Гусев В.П. Основы гидравлики. Учебное пособие.- Томск. Изд-во ТПУ, 2009.- 172с.
4. Иоффе И.Л. Проектирование процессов и аппаратов химической технологии. – Л.: Химия, 1991. – 352 с.
5. Часс.С.И. Гидромеханика в примерах и задачах. Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГИ, 2006, 2016 с.
6. Сборник задач по курсу гидравлики с решениями: Учеб. Пособие для вузов/ В.Н. Метревели. – 2-е изд., стер. – М.: Висш. шк., 2008. – 192 с: ил.
7. Основные процессы и аппараты химической технологии. Пособие по проектированию / Под ред. Ю.И. Дытнерского. – М.: Химия, 1983. – 272 с.
8. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям/ Под ред. М.О. Штейнтерга. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение. 1992. – 672 с: ил.

**Додаток 1. Теплофізичні властивості води**

Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Густина, $\rho$ , $\text{кг/м}^3$	Теплоємність, $c$ , $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	Коефіцієнт теплопро- відності, $\lambda \cdot 10^2$ $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	Коефіцієнт динамічної вязкості, $\mu \cdot 10^6$ , $\text{Па}\cdot\text{с}$
0	1000	4,23	55,1	1790
10	1000	4,19	57,5	1310
20	998	4,19	59,9	1000
30	996	4,18	61,8	804
40	992	4,18	63,4	657
50	988	4,18	64,8	549
60	983	4,18	65,9	470
70	978	4,19	66,8	406
80	972	4,19	67,5	355
90	965	4,19	68,0	315
100	958	4,23	68,3	282

**Додаток 2. Теплофізичні властивості етанової кислоти**

Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Густина, $\rho$ , $\text{кг/м}^3$	Теплоємність, $c$ , $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	Коефіцієнт теплопро- відності, $\lambda$ $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	Коефіцієнт динамічної вязкості, $\mu \cdot 10^6$ , $\text{Па}\cdot\text{с}$
0	1072	1,886	0,176	–
20	1048	1,994	0,173	1220
40	1027	2,103	0,168	900
60	1004	2,208	0,164	700
80	981	2,317	0,160	560
100	958	2,426	0,155	460

### Додаток 3. Теплофізичні властивості насиченої водяної пари

Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Абсолютний тиск, $p, \text{кг/м}^3$	Густина, $\rho, \text{кг/м}^3$	Питома теплота пароутворення, $r, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$
$t, \text{К}, (^\circ\text{C})$	$p, \text{МПа}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$r, \text{кДж/кг}$
373, (100)	0,1013	0,598	2256,8
383, (110)	0,1430	0,826	2230,0
393, (120)	0,1980	1,121	2202,8
403, (130)	0,2700	1,496	2174,3
413, (140)	0,3610	1,966	2145,0
423, (150)	0,4760	2,547	2114,4

### Додаток 4. Теплофізичні властивості властивості димових газів

$$P_B = 760 \text{ мм рт. ст.} \approx 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}; \overline{P_{\text{CO}_2}} = 0,13; \overline{P_{\text{H}_2\text{O}}} = 0,11; \overline{P_{\text{N}_2}} = 0,76$$

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$c_p,$ $\text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$\lambda \cdot 10^3,$ $\text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$a \cdot 10^6,$ $\text{м}^2/\text{с}$	$\mu \cdot 10^6,$ $\text{Па}\cdot\text{с}$	$\nu \cdot 10^6,$ $\text{м}^2/\text{с}$	Pr
0	1,295	1,042	2,28	16,9	15,8	12,20	0,72
100	0,950	1,068	3,13	30,8	20,4	21,54	0,69
200	0,748	1,097	4,01	48,9	24,5	32,80	0,67
300	0,617	1,122	4,84	69,9	28,2	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,70	94,3	31,7	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,56	121,1	34,8	76,30	0,63
600	0,405	1,214	7,42	150,9	37,9	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,27	183,8	40,7	112,1	0,61
800	0,330	1,264	9,15	219,7	43,4	131,8	0,60

900	0,301	1,290	10,0	258,0	45,9	152,5	0,59
1000	0,275	1,306	10,90	303,4	48,4	174,3	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	345,5	50,7	197,1	0,57
1200	0,240	1,340	12,62	392,4	53,0	221,0	0,56

### Додаток Г. Фізичні властивості води

Темпе- ратура	Густина	Питома масова теплоємність	Коефіцієнт теплопровідності	Кінематична в'язкість	Коефіцієнт об'ємного розширення
t, К, (°С )	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	c, Дж/(кг·К)	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	$\beta \cdot 10^3$ , К <sup>-1</sup>
273, (0)	999,6	4212	0,551	1,789	-0,06
283, (10)	999,7	4191	0,575	1,306	0,08
293, (20)	998,2	4183	0,599	1,006	0,21
303, (30)	995,7	4174	0,618	0,805	0,30
313, (40)	992,2	4174	0,634	0,659	0,39
323, (50)	988,1	4174	0,648	0,556	0,43
333, (60)	983,2	4179	0,659	0,478	0,53
343, (70)	977,8	4187	0,668	0,415	0,58
353, (80)	971,8	4195	0,675	0,365	0,63
363, (90)	965,3	4208	0,680	0,326	0,69
373, (100)	958,4	4220	0,683	0,285	0,75

