

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ

«До захисту допущено»

В. о. завідувач кафедри

_____ Г. Є. Монастирський

(підпис)

(ініціали, прізвище)

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

зі спеціальності _____ 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»

на тему: Дослідження впливу логарифмічних поправок на фоні двофотонних ефектів у пружному електронно-дейтронному розсіюванні.

Виконав: студент 4 курсу, групи ФФ-01

_____ Шевчук Олександр Сергійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

_____ (підпис)

Науковий керівник: доцент, к.ф.-м.н., Кривенко-Еметов Я.Д.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

_____ (підпис)

Рецензент: _____

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

_____ (підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань

Студент _____

(підпис)

Національний Технічний Університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Навчально-науковий Фізико-технічний інститут

Кафедра прикладної фізики

Рівень вищої освіти — перший (бакалаврський)

Спеціальність 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»

«ЗАТВЕРДЖЕНО»

Завідувач кафедри

_____ Г. Є. Монастирський

(підпис)

(ініціали, прізвище)

«___» _____ 2024 р.

ЗАВДАННЯ

на бакалаврську роботу студенту

_____ Шевчук Олександр Сергійович _____

(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

1. Тема роботи: Дослідження впливу логарифмічних поправок на фоні двофотонних ефектів у пружному електронно-дейтронному розсіюванні
доцент, к.ф.-м.н. Кривенко-Еметов Я.Д.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

затверджені наказом по університету від «___» _____ 2024 р. №

2. Термін подання студентом роботи «15» червня 2024 р.

3. Об'єктом дослідження: процес пружного розсіювання електронів на дейтронах. Це явище є частиною ширшої тематики квантової електродинаміки та фізики елементарних часток, яка вивчає взаємодію електронів з ядрами атомів.

4. Предметом дослідження є вплив логарифмічних поправок на результати розрахунків двофотонних ефектів у пружному електронно-дейтронному розсіюванні.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити: Опрацювати наявну літературу, написати програму для підгонки форм-факторів дейтрона, порівняти отримані результати з наявними методами.

6 Орієнтовний перелік публікацій: XXII Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених "Теоретичні і прикладні проблеми фізики, математики та інформатики"» та на конференції Інституту Ядерних Досліджень.

Календарний план

№ З/П	Назва етапів виконання бакалаврської роботи	Термін виконання етапів проекту	Примітка
1.	Опрацювання літератури за темою	01.07.2023-01.09.2023	виконано
2.	Написання курсової	01.11.2023-04.01.2024	виконано
3.	Написання коду для підгонки форм-факторів дейтрона	22.04.2024-04.06.2024	виконано
4.	Написання статі	22.04.2024-11.05.2024	виконано
5.	Виступ на конференції	15.05.2024	виконано
6.	Написання диплому	15.05.2024-15.06.2024	виконано
7.	Подання роботи на рецензування	15.06.2024	виконано
8.	Подання роботи до захисту	15.06.2024	виконано

Студент

(підпис)

О.С.Шевчук

(ініціали, прізвище)

Науковий керівник роботи

(підпис)

Я.Д. Кривенко-Еметов

(ініціали, прізвище)

Реферат

Дипломна робота на тему «Дослідження впливу двохфотонних ефектів та логарифмічних поправок у пружному електрон-дейтронному розсіянні» включає в себе 63 сторінок тестової частини, 19 ілюстрацій (графіків та діаграм) та 25 джерел використаних джерел.

Мета роботи полягала у створенні фізичної моделі для опису пружного і непружного розсіяння дейтрона з урахуванням кваркової структури дейтрона на малих відстанях й одночасним урахуванням процесів двохфотонних обмінів, виявлені умов, коли починає проявлятися кваркова структура дейтрона в диференціальних перерізах та поляризаційних характеристиках процесів взаємодії дейтронів з електронами. Методом для досягнення мети було використання наявних розробок в цьому напрямку та запропонування нової феноменологічної параметризації двофотонних поправок. В результаті дослідження встановлено, що двохфотонні ефекти мають значний вплив на процес пружного розсіяння електронів на дейтронах, що виявляється у формі логарифмічних поправок до амплітуди розсіяння.

Результати роботи опубліковані у вигляді статей у «XXII Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених "Теоретичні і прикладні проблеми фізики, математики та інформатики"»[26] та на конференції Інституту Ядерних Досліджень[27].

Ключові слова: пружне електрон-дейтронне розсіяння, дейтрон, КХД, пКХД, КЕД, кварк, глюон.

Abstract

The diploma thesis titled "Investigation of the Impact of Two-Photon Effects and Logarithmic Corrections in Elastic Electron-Deuteron Scattering" includes 63 pages of the main text, 19 illustrations (graphs and diagrams), and 25 sources used.

The aim of the work was to create a physical model for describing elastic and inelastic deuteron scattering, taking into account the quark structure of the deuteron at small distances and simultaneously considering two-photon exchange processes. Conditions were identified under which the quark structure of the deuteron begins to manifest in differential cross-sections and polarization characteristics of the interaction processes between deuterons and electrons. To achieve this goal, existing developments in this area were used, and a new phenomenological parametrization of two-photon corrections was proposed. The research established that two-photon effects significantly influence the process of elastic electron-deuteron scattering, manifesting as logarithmic corrections to the scattering amplitude.

The results of the work have been published as articles in the "XXII All-Ukrainian Scientific and Practical Conference of Students, Postgraduates, and Young Scientists 'Theoretical and Applied Problems of Physics, Mathematics, and Computer Science'"[[26](#)] and at the Institute for Nuclear Research [[27](#)] conference.

Keywords: elastic electron-deuteron scattering, deuteron, QCD, pQCD, QED, quark, gluon.

Зміст

Перелік умовних позначень.....	6
Вступ	7
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	10
1.1. Короткий опис	10
1.2 Аналіз наявних досліджень та їх результати.....	14
1.2.1 Двухфотонні поправки	14
1.2.2 Логарифмічні поправки	22
1.3 Висновок	30
РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ ДАНИХ.....	32
2.1 Актуальність роботи.....	32
2.2 Запропонована методика	37
2.3. Опис моделі та отримані результати	40
2.4. Висновок	48
Висновок.....	50
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	53
ДОДАТКИ	56
Додаток А. Код файлу програми для підгонки без врахування поправок	56
Додаток Б. Код файлу програми для підгонки з врахуванням поправок .	60
Додаток В Використані дані файл data.txt і dataB.txt	64

Перелік умовних позначень

КХД — квантова хромодинаміка

пКХД — пертурбативна квантова хромодинаміка

КЕД — квантова електродинаміка

ООФ — обмін одним фотоном

ОДФ — обмін двома фотонами

Вступ

Сучасний науковий прогрес у фізиці елементарних частинок значною мірою залежить від глибокого аналізу явищ, що виникають під час взаємодії елементарних частинок. Одним з таких явищ є пружне електрон-дейтронне розсіяння, яке містить в собі складні механізми взаємодії, що потребують детального вивчення. Дослідження впливу двохфотонних ефектів та логарифмічних поправок у цьому процесі є важливим кроком у цьому напрямку, адже воно спрямоване на вирішення фундаментальних питань у галузі квантової електродинаміки та ядерної фізики. Це дослідження дозволяє глибше зрозуміти природу міжчастинкових взаємодій, що є надзвичайно важливим для подальшого розвитку як теоретичних моделей, так і практичних застосувань у фізиці високих енергій.

Актуальність даного дослідження зумовлена необхідністю точнішого розуміння механізмів електрон-дейтронної взаємодії, що має важливе значення для розвитку теоретичної фізики та експериментальних методів дослідження. Сучасні моделі та методика обчислення двохфотонних ефектів і логарифмічних поправок часто виявляються недосконалими та потребують удосконалення. Критичний аналіз відомих розв'язань цієї проблеми свідчить про існування суттєвих недоліків, які обмежують точність передбачень. Запропонована робота сприятиме розвитку цієї галузі науки, особливо на користь України, шляхом удосконалення теоретичних моделей та методів обчислення, що дозволить покращити розуміння фундаментальних взаємодій і впровадити нові підходи в експериментальних дослідженнях.

Метою роботи є дослідження впливу двохфотонних ефектів та логарифмічних поправок у пружному електрон-дейтронному розсіянні для покращення теоретичних моделей цієї взаємодії. Для досягнення цієї мети необхідно вирішити наступні завдання:

1. Провести аналіз існуючих теоретичних моделей електрон-дейтронного розсіяння з точки зору врахування двохфотонних ефектів та логарифмічних поправок.

2. Розробити нову теоретичну модель, яка враховує як двохфотонні ефекти, так і логарифмічні поправки, що виникають під час процесу розсіяння.

3. Виконати числові розрахунки для перевірки коректності та точності нової моделі.

4. Порівняти отримані результати з наявними експериментальними даними для підтвердження їх відповідності реальним процесам.

Об'єктом дослідження є процес пружного розсіяння електронів на дейтронах, що породжує проблемну ситуацію і є обраним для вивчення. Цей процес є важливим для розуміння фундаментальних принципів взаємодії між частинками.

Предметом дослідження є двохфотонні ефекти та логарифмічні поправки, які безпосередньо впливають на процес електрон-дейтронного розсіяння. Ці аспекти є ключовими для точного опису взаємодії та вдосконалення теоретичних моделей.

У роботі використовуються методи квантової електродинаміки для опису двохфотонних ефектів, а також числові методи для розв'язання рівнянь, що описують логарифмічні поправки. Застосування цих методів дозволяє забезпечити логічність та прийнятність отриманих результатів. Конкретні методи включають аналітичні розрахунки, числове моделювання та порівняльний аналіз з експериментальними даними.

Наукова новизна роботи полягає у розробці нової теоретичної моделі, яка вперше враховує як двохфотонні ефекти, так і логарифмічні поправки у процесі пружного електрон-дейтронного розсіяння. Це дозволяє покращити точність прогнозів та співвідношення з експериментальними даними, відкриваючи нові

можливості для дослідження фундаментальних процесів у фізиці елементарних частинок.

Практичне значення здобутих результатів полягає у можливості застосування нової моделі для розробки експериментальних методик і пристроїв, що можуть використовуватися у фізичних дослідженнях високих енергій. Одержані результати можуть бути впроваджені в наукових установах, що займаються дослідженнями в галузі ядерної фізики. Зокрема, ці результати можуть сприяти поліпшенню точності експериментальних вимірювань та розробці нових технологій для дослідження субатомних частинок.

Результати дипломної роботи були опубліковані у вигляді статей у «XXII Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених "Теоретичні і прикладні проблеми фізики, математики та інформатики"»[26] та на конференції Інституту Ядерних Досліджень[27].

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1.1. Короткий опис

Останнім часом зростає інтерес до вивчення поляризаційних характеристик у розсіюванні електронів на адронних системах, таких як нуклони, піони та легкі ядра. Це явище привертає все більше уваги завдяки значним досягненням в експериментальних методах, які дозволяють проводити більш точні й детальні вимірювання. Важливо відзначити, що вимірювання поляризації надають можливість отримати більш глибоку і точну інформацію про внутрішню структуру адронних систем порівняно з традиційним аналізом неполяризованого поперечного перерізу. Наприклад, дані про поляризацію, зібрані за останні роки, у поєднанні з даними про неполяризовані поперечні перерізи, дозволяють виявити важливі ефекти, які виходять за межі апроксимації Борна у розсіюванні електронів на протонах, значно збагачуючи наше розуміння цих процесів [1].

У випадку взаємодії електронів з дейтроном визначення поляризації стає особливо важливим при використанні апроксимації обміну одним фотоном (ООФ). Завдяки своїй спіновій структурі, дейтрон характеризується трьома електромагнітними форм-факторами: зарядовим G_C , квадрупольним G_Q та магнітним G_M . Ці форм-фактори залежать лише від однієї змінної - Q^2 , що полегшує їх вивчення. Метод Розенблютівського розділення дозволяє визначити дві структурні функції дейтрона: $A(Q^2)$ та $B(Q^2)$, які є ключовими для розуміння внутрішньої структури дейтрона. Для повного розкриття всіх трьох форм-факторів необхідно провести додаткові вимірювання, які зазвичай включають компоненту t_{20} тензорної поляризації дейтрона [2, 3, 12, 17].

Ці вимірювання мають важливе значення, оскільки дозволяють дослідникам більш детально аналізувати взаємодії на фундаментальному рівні. Наприклад, дослідження поляризації може виявити нові аспекти поведінки кварків та глюонів всередині адронів, які неможливо спостерігати за допомогою неполяризованих експериментів. Це робить дослідження поляризаційних

характеристик незамінним інструментом для сучасної фізики високих енергій, відкриваючи нові можливості для дослідження структури матерії.

Розвиток цих методів та подальші експериментальні дослідження допоможуть уточнити існуючі теоретичні моделі і, можливо, призведуть до відкриття нових фізичних явищ. Це, у свою чергу, сприятиме глибшому розумінню квантової хромодинаміки (КХД) і природи фундаментальних взаємодій. Тому продовження досліджень у цій галузі є надзвичайно важливим для подальшого прогресу в фізиці елементарних частинок.

Подібно до пружного електрон-нуклонного розсіювання, обмін двома фотонами (ОДФ) є одним із ключових ефектів, що виходять за межі апроксимації Борна у процесі розсіювання електронів на дейтроні. Цей ефект є важливим для точного опису взаємодій на мікроскопічному рівні, оскільки враховує внески, які не можна ігнорувати при високоточних експериментах. Діаграми Фейнмана для обміну двома фотонами (ОДФ) у розсіюванні електрона на дейтроні можна класифікувати на два основних види, що мають різні фізичні інтерпретації та методики обчислення. Один тип діаграм (тип I) передбачає взаємодію обох проміжних фотонів з одним і тим же нуклоном, що вказує на внутрішньо-нуклонні ефекти і потребує точного врахування електромагнітних властивостей окремих нуклонів. Інший тип діаграм (тип II) передбачає взаємодію кожного з фотонів з різними нуклонами, що є складнішим і включає аналіз взаємодії між нуклонами всередині дейтрона.

Розрахунки для обох типів діаграм проводилися в рамках напіврелятивістського наближення, що дозволяє врахувати деякі релятивістські ефекти, але не в повній мірі. Це наближення є корисним компромісом між точністю і обчислювальною складністю. Реалістичні потенціали NN для дейтрона використовувалися для моделювання взаємодій між нуклонами, забезпечуючи адекватне врахування ядерних сил і дозволяючи отримати результати, що добре узгоджуються з експериментальними даними.

Таким чином, врахування обміну двома фотонами є критично важливим для точного теоретичного опису пружного розсіювання електронів на дейтроні, оскільки воно суттєво впливає на кінцеві результати та їх відповідність експериментальним спостереженням.

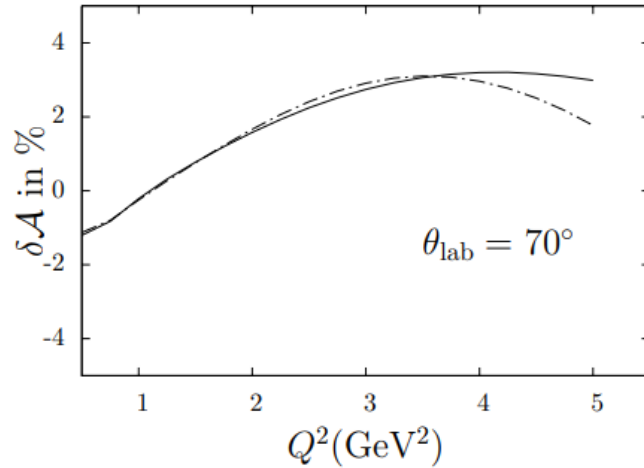


Рис. 1: Виправлення ОДФ для загальної функції структури А при $\theta_{lab} = 70^\circ$. Суцільні та пунктирні лінії відповідають хвильовим функціям CD-Bonn та Paris, відповідно (графік взято з [13]).

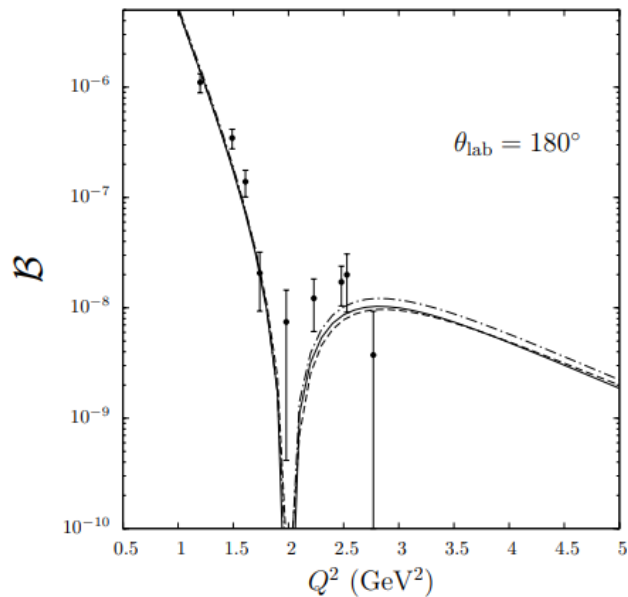


Рис. 2: Загальна функція структури В при $\theta_{lab} = 180^\circ$. Суцільні та пунктирні лінії відповідають розрахункам ООФ + ОДФ з використанням потенціалів CD-Bonn та Paris для NN, відповідно; лінія з штрих пунктиром представляє ОРЕ-параметризацію (графік взято з [13]).

Механізм виникнення аномально великого внеску двофотонного обміну при розсіюванні електронів на дейтроні є досить складним і багатоаспектним процесом, який потребує детального аналізу. Цей механізм можна зрозуміти через розгляд двох основних типів діаграм, які відіграють ключову роль у цьому явищі.

З рис.№ 3 перша діаграма (а) демонструє значне зменшення амплітуди з ростом переданого імпульсу Q . У цьому випадку інтеграл J_H зменшується за законом $\sim \frac{1}{Q^{10}}$, що вказує на дуже швидке спадання амплітуди з ростом Q . Це свідчить про те, що внесок цієї діаграми стає все менш значущим при великих значеннях Q .

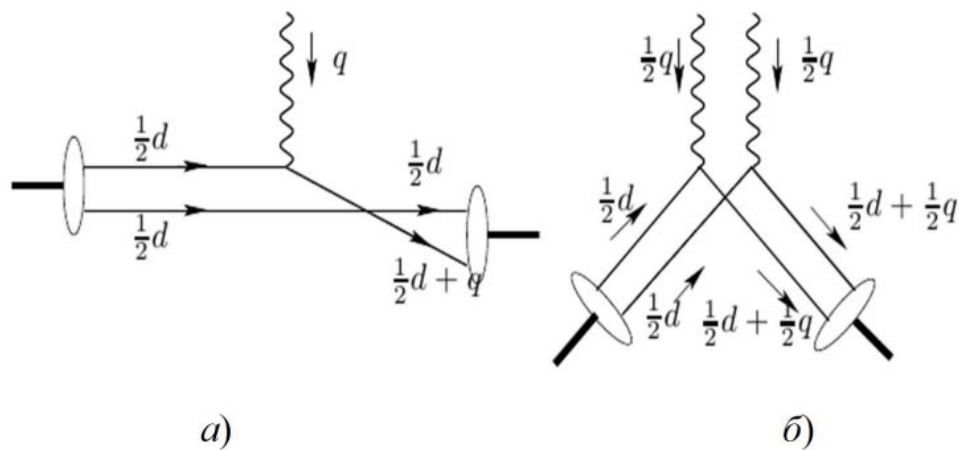


Рис.№ 3 Діаграми, що ілюструють домінування двофотонної амплітуди в пружному електрон-дейтронному розсіянні (рис. взято з [6]).

Друга діаграма (б) також має суттєвий внесок, який не менший, ніж внесок першої діаграми (а). Це відбувається завдяки імпульсній залежності спадання форм-фактора дейтрона. У цьому випадку амплітуда F_{box}^{II} залишається сталою, тобто $\sim const$, при величині $\alpha = \frac{1}{137}$. Така імпульсна залежність дозволяє другій діаграмі зберігати свій внесок на високому рівні навіть при великих значеннях Q , що робить її внесок особливо важливим для точного опису експериментальних даних.

Загальний внесок, отриманий з урахуванням всіх можливих діаграм, становить більше $\frac{6}{137} \approx \frac{1}{23}$, що перевищує 4%. Це означає, що внесок від другої діаграми (б) є не менш важливим, ніж внесок першої діаграми (а), завдяки її значному внеску в імпульсну залежність спадання форм-фактора дейтрона. Таким чином, врахування всіх діаграм дозволяє досягти високої точності в описі експериментальних даних і забезпечити комплексне розуміння механізмів, що відбуваються під час двофотонного обміну.

Ця інформація підкреслює важливість врахування двофотонних ефектів у дослідженнях взаємодій електронів з дейтроном. Такі ефекти можуть значно впливати на результати експериментів, тому їх необхідно враховувати для точного опису фізичних процесів. Аналіз двофотонного обміну дозволяє глибше зрозуміти природу взаємодій на субатомному рівні і відкриває нові перспективи для дослідження фундаментальних властивостей матерії.

У підсумку, розгляд механізму виникнення аномально великого внеску двофотонного обміну є важливим кроком у розумінні складних фізичних процесів, що відбуваються під час розсіювання електронів на дейтроні. Цей аналіз дозволяє не лише уточнити теоретичні моделі, але й покращити узгодження з експериментальними даними, що є ключовим для подальших досліджень у галузі фізики високих енергій.

1.2 Аналіз наявних досліджень та їх результати.

1.2.1 Двофотонні поправки

У наступних викладах розглядаються два типи діаграм обміну двома фотонами, в яких віртуальні фотони взаємодіють безпосередньо з нуклонами. Ці діаграми відіграють важливу роль у дослідженні електрон-дейтронної взаємодії, оскільки дозволяють більш точно моделювати процеси, що відбуваються на субатомному рівні. В рамках даного аналізу ми розглянемо два основних типи внесків, які виникають внаслідок обміну двома фотонами. Перший тип внеску позначається як M_1 , а другий включає два підтипи: M_2^I та M_2^{II} . Загальне

вираження для цих внесків можна записати у наступному вигляді:

$$M = M_1 + M_2^I + M_2^{II} = \frac{16\pi\alpha}{Q^2} E_e E_d T_{\lambda\lambda';h}, \quad (1)$$

E_e, E_d – енергії електрона і дейтрона, а $T_{\lambda\lambda';h}$ визначається за [6]:

$$T_{\lambda'\lambda;h} = \begin{pmatrix} \check{G}_{11} \cos \frac{\theta}{2} & -\sqrt{\frac{\eta}{2}} \check{G}_{10}^h & \check{G}_{1-1}^h \\ \sqrt{\frac{\eta}{2}} \check{G}_{10}^{-h} & \check{G}_{00} \cos \frac{\theta}{2} & -\sqrt{\frac{\eta}{2}} \check{G}_{10}^h \\ \check{G}_{1-1}^h & \sqrt{\frac{\eta}{2}} \check{G}_{10}^{-h} & \check{G}_{11} \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

де $(\lambda', \lambda) = +1, 0, -1; \eta = Q^2 / 4M^2; \check{G}_{11}(Q^2, \theta) = \check{G}_C(Q^2, \theta) - \frac{2}{3}\eta \check{G}_Q(Q^2, \theta);$

$$\check{G}_{00}(Q^2, \theta) = \check{G}_C(Q^2, \theta) + \frac{4}{3}\eta \check{G}_Q(Q^2, \theta), \quad \check{G}_{10}^h = f_1 + h \sin \frac{\theta}{2} f_2, \check{G}_{1-1}^h = f_3 + h \sin \frac{\theta}{2} f_4$$

$$f_1 = \check{G}_M(Q^2, \theta) + g_1 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad f_2 = \check{G}_M(Q^2, \theta) - g_1, \quad f_3 = g_2, \quad f_4 = g_3; \quad h - \text{знак}$$

спіральності електрона; θ – кут розсіювання у системі Брейта.

Цей підхід дозволяє детально аналізувати вплив обміну двома фотонами на результати розсіювання, надаючи можливість врахувати кожну діаграму та її вклад у повну амплітуду процесу. Вклад кожної діаграми залежить від багатьох факторів, таких як енергія взаємодіючих частинок та кут розсіювання. Використання різних моделей хвильових функцій дейтрона, зокрема потенціалів CD-Bonn і Paris, дозволяє порівняти передбачення та визначити межі точності для різних теоретичних підходів.

Дослідження також демонструє, як зміна параметрів впливає на кінцевий результат, що є важливим для розробки більш точних моделей. Розгляд різних сценаріїв і моделей сприяє кращому розумінню значущості окремих факторів та їх взаємодії між собою. Це, в свою чергу, дозволяє зробити висновки щодо ефективності використаних методик і вказати напрями для подальших

досліджень. Важливою складовою цього підходу є двофотонні внески, які можна описати наступним чином [13]:

$$\begin{aligned}
 \delta \check{G}_C^I &= 2\delta \check{G}_E^S [I_{00}^0(Q) + I_{22}^0(Q)] \\
 \delta \check{G}_Q^I &= 3\sqrt{2} \delta \check{G}_E^S [I_{20}^2(Q) - I_{22}^2(Q)/\sqrt{8}]/\eta \\
 \delta \check{G}_M^I &= M \{3/2 \delta \check{G}_E^S [I_{22}^0(Q) + I_{22}^2(Q)] + \\
 &+ 2\delta \check{G}_M^S [I_{00}^0(Q) - 0.5 I_{22}^0(Q) + \sqrt{0.5} I_{20}^2(Q) + 0.5 I_{22}^2(Q)]\}/m \\
 \check{F}_3 &= 2M\check{F}_3^S [I_{00}^0(Q) - 0.5 I_{22}^0(Q) + \sqrt{0.5} I_{20}^2(Q) + 0.5 I_{22}^2(Q)]/m
 \end{aligned} \tag{14}$$

де $g_1^I = -\varepsilon \frac{E_e}{m} \check{F}_3$, $g_2^I = g_3^I = 0$, $I_{00}^l = \int_0^\infty dr j_l\left(\frac{1}{2}Qr\right) u_0^2(r)$, $I_{20}^l = \int_0^\infty dr j_l\left(\frac{1}{2}Qr\right) u_2(r) u_0(r)$

$I_{22}^l = \int_0^\infty dr j_l\left(\frac{1}{2}Qr\right) u_2(r)$, а $j_l(z)$ - сферична функція Бесселя, $u_l(r)$ - радіальна хвильова функція дейтрона з орбітальним моментом l ,

$$\delta \check{G}_E^S = \frac{1}{2} (\delta \check{G}_E^p + \delta \check{G}_E^n).$$

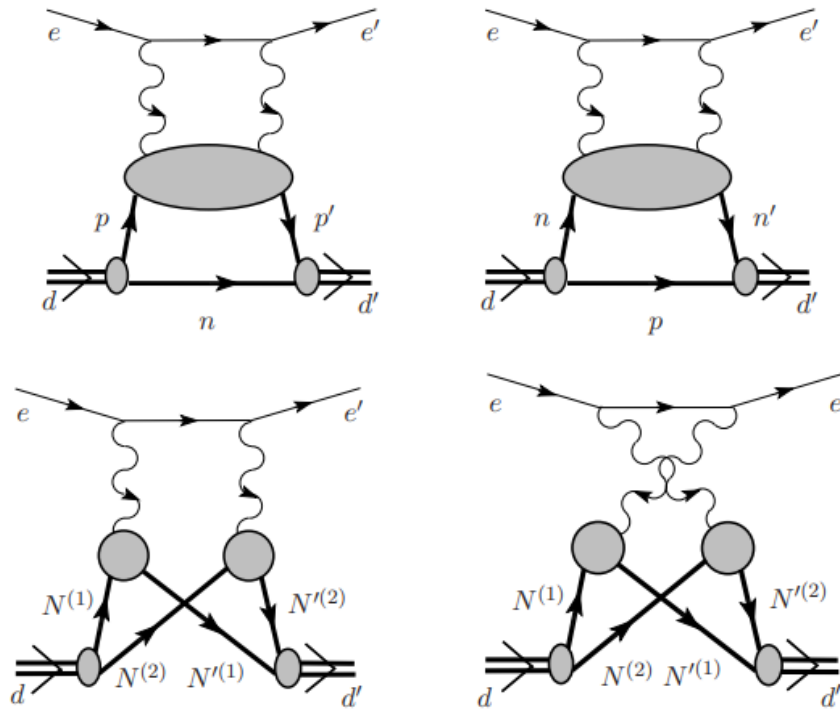


Рис.4: Діаграми двофотонного обміну: при амплитуді $M_2^I = M_p^I + M_n^I$ (зверху), при амплитуді $M_2^{II} = M_p^{II} + M_n^{II}$ (знизу) (рис. взято з [12]).

Для амплітуди $M_2^H = M_p^H + M_n^H$, ці внески у форм-фактори дорівнюють [13]:

$$\begin{aligned}
 \delta\check{G}_C^H &= \aleph \left(G_{EE} - \frac{1}{3} \eta G_{MM} \right) \\
 \delta\check{G}_Q^H &= -\aleph G_{MM} / 2 \\
 \delta\check{G}_M^H &= 2\aleph G_{EM} / \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\
 g_1^H &= \aleph G_{EM} \cos^2 \frac{\theta}{2} / \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\
 g_2^H &= g_3^H = \aleph \eta G_{MM} \cos \frac{\theta}{2}
 \end{aligned} \tag{15}$$

де $\aleph = -\alpha \frac{128 S E_e}{Q^4}$ $S = -if \int_0^\infty \frac{d\tau}{y^2} e^{ify} u_0^2(y) f = Q^2 / (4\sqrt{b^2 + c^2})$ $y = \tau\sqrt{b^2 + c^2}$

$$b = \frac{Q E_e}{M} \quad c = 2 E_e \cos \frac{\theta}{2}$$

На рисунках 5-6 детально представлено залежність поправок обміну двома фотонами (ОДФ) для різних форм-факторів, таких як G_C/G_E , $\delta G_Q/G_E$, $\delta G_M/G_E$ та $g_{1,2}/G_E$, від параметра ϵ . Ці залежності були обчислені з використанням хвильової функції дейтрона, яка була отримана для потенціалів CD-Bonn і Paris. У дослідженні форм-фактор $G_E(Q^2)$ був визначений в рамках імпульсного наближення, що дозволяє досить точно моделювати динаміку системи при високих значеннях переданих імпульсів.

Діаграми демонструють, як різні поправки ОДФ змінюються залежно від параметра ϵ , що є важливим для розуміння внутрішньої структури дейтрона і взаємодій між його складовими частинками. Використання потенціалів CD-Bonn і Paris у цих розрахунках забезпечує високий рівень точності, що дозволяє отримати надійні результати, які можна порівнювати з експериментальними даними.

Форм-фактор $G_E(Q^2)$, визначений у рамках імпульсного наближення, дозволяє моделювати поведінку електрон-дейтронної системи при високих переданих імпульсах, що є ключовим для аналізу динаміки взаємодій на малих відстанях. Це наближення є досить точним і дозволяє отримати детальну картину впливу ОДФ на різні форм-фактори. Відзначається значне домінування внеску від інтерференції однофотонної та двофотонної амплітуд порівняно з іншими можливими внесками. Внесок від цієї інтерференції виявляється настільки значним, що стає порівнянним з іншими ефектами лише в певних специфічних областях, де його величина може зрівнятися з іншими важливими впливами.

Причина такого посилення амплітуди пов'язана з механізмом, який нагадує процеси багаторазових обмінів, що спостерігаються у випадках розсіяння протонів і мезонів на ядрах. Це явище демонструє суттєвий вплив, який може мати інтерференція між однофотонними та двофотонними амплітудами на результати розсіяння.

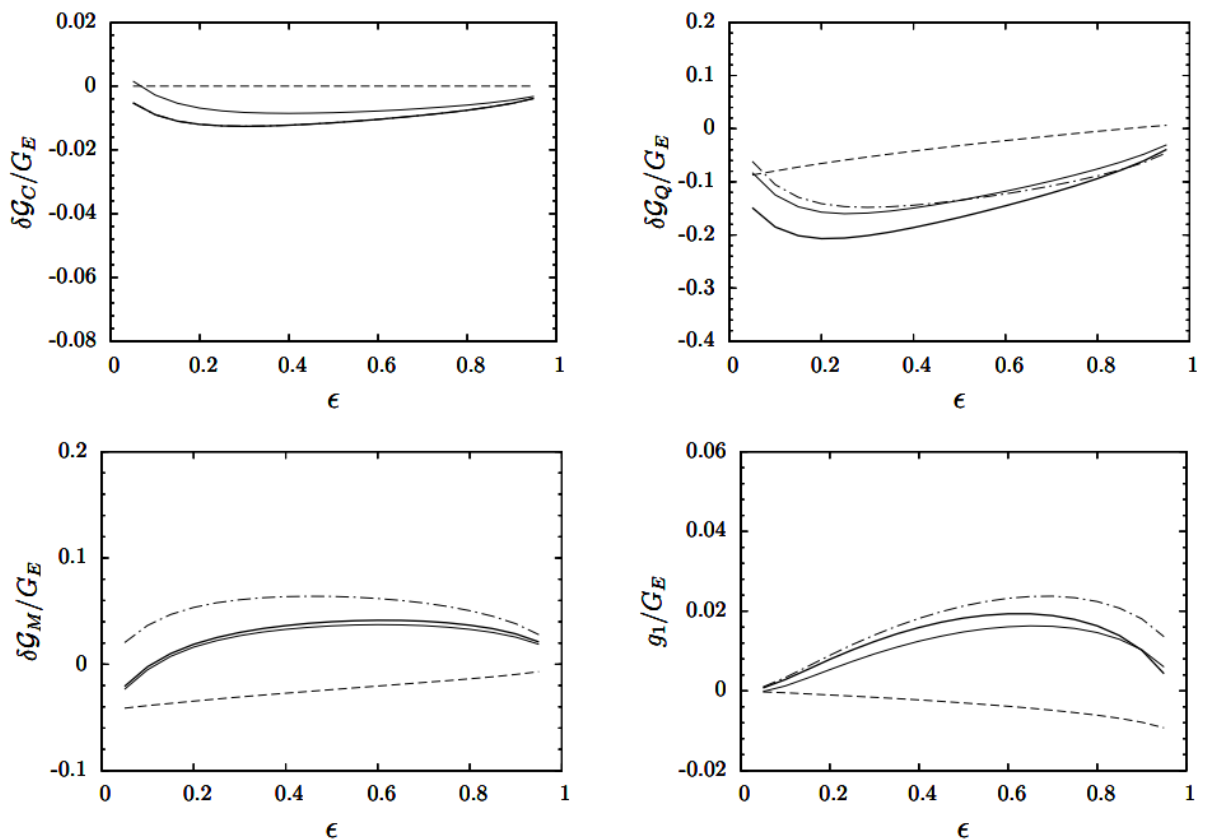


Рис. 5: Корекції двох-фотонного обміну $\delta G_C / G_E$, $\delta G_Q / G_E$, $\delta G_M / G_E$ та g_1 / G_E при $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ (графіки взято з [12]).

В обчисленнях поправок для процесу обміну одним фотоном (ООФ) у випадку M_2^I використовуються амплітуди $\Delta\tilde{F}_{1,2}^N$ та \tilde{F}_3 , які були отримані з теоретичних розрахунків, представлених у роботах [16], [19]. Важливо відзначити, що для значень $Q^2 < 6 \text{ GeV}^2$ ці амплітуди практично не залежать від параметризації форм-фактора нуклона, що значно спрощує розрахунки та аналіз.

Для розрахунків \mathcal{M}^{II} застосовується специфічна параметризація форм-фактора нуклона, яка дозволяє точно врахувати впливи цих амплітуд:

а) для використання дипольної параметризації для магнітних форм-факторів протона і нейтрона [12]:

$$G_M^p(Q^2) = \mu_p G_D(Q^2), \quad G_M^n(Q^2) = \mu_n G_D(Q^2), \quad (3)$$

де $G_D(Q^2) = (1 + Q^2/0.71)^{-2}$;

б) електричні форм-фактори протона були взяті з параметризації даних в JLab (див. [20]).

$$G_E^p(Q^2) = (1,0587 - 0,14265Q^2)G_D(Q^2), \quad (4)$$

що являє собою параметризацію для протона, а для нейтрона[21].

Ця параметризація форм-фактора є найбільш підходящою для опису низькоенергетичних ефектів і забезпечує кращу узгодженість з експериментальними даними. Вона дозволяє врахувати тонкі деталі взаємодії, які можуть значно впливати на результати розрахунків, зокрема для низьких енергій. Використання цієї узагальненої формули дозволяє врахувати різноманітні ефекти, що виникають у процесі розсіяння, включаючи впливи від амплітуд $\Delta\tilde{F}_{1,2}^N$ та \tilde{F}_3 , що забезпечує більш точний теоретичний опис. Це важливо для узгодження теоретичних моделей з експериментальними даними, що, в свою чергу, допомагає підтвердити або спростувати наявні теоретичні передбачення.

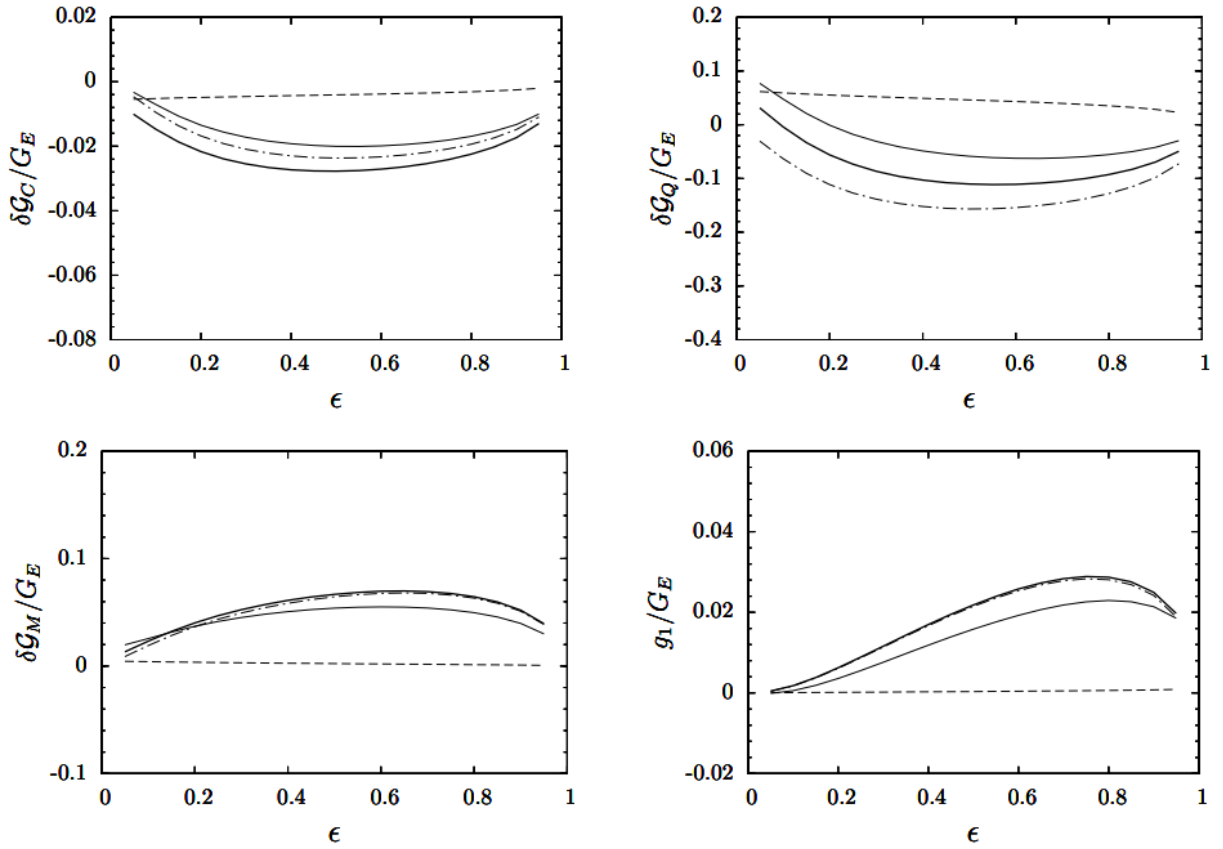


Рис.6 Аналогічно як і в Рис.4 для $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ (графіки взято з [12]).

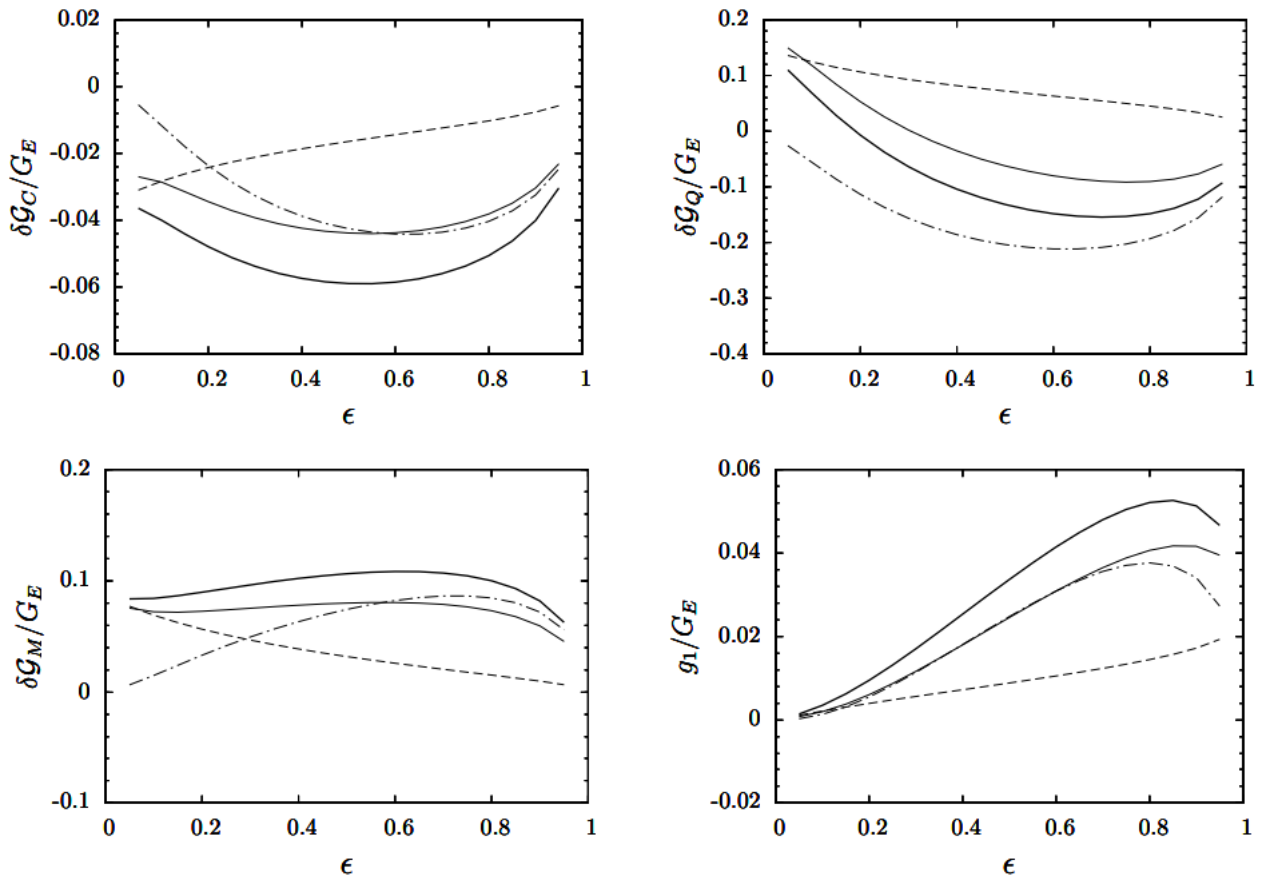


Рис.7 Аналогічно як і в Рис.4 для $Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$ (графіки взято з [12]).

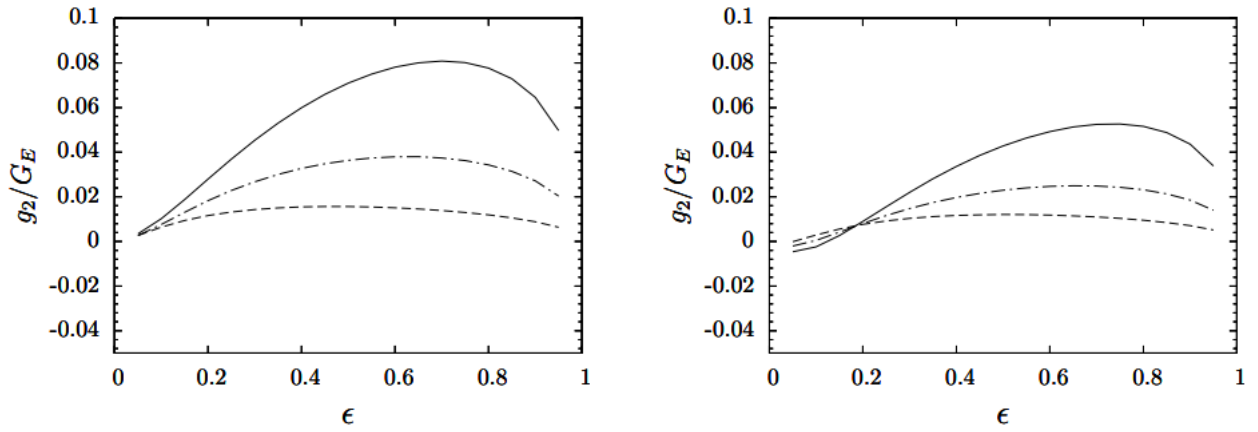


Рис. 8: Співвідношення $g_2 = g_3$ до G_E . Лінії, позначені пунктиром, штрих-пунктиром та суцільні, відповідають значенням $Q^2 = 1, 2$ та 3 GeV^2 відповідно. Ліві та праві панелі відображають дані для потенціалів CD-Bonn і Paris відповідно (графіки взято з [12]).

Виявляється, що обмін двома фотонами може суттєво впливати на процес розсіювання електронів на дейтроні. Проте слід бути обережним при інтерпретації цих результатів через значну невизначеність. Основним джерелом цієї невизначеності є вклад короткодійної частини хвильової функції дейтрона, інформація про яку є дуже неточною. Враховуючи, що в цьому регіоні, крім вільних ступенів свободи ядерних нейтронів, необхідно також враховувати неядерні (кваркові) ступені свободи, можна передбачити, що в більш реалістичних оцінках корекції двома фотонами можуть бути меншими.

Розуміння ролі обміну двома фотонами є важливим для точного опису розсіювання електронів на дейтроні, особливо при високих значеннях переданого імпульсу $Q^2 \sim$ кілька GeV^2 . Такі експерименти можуть стати одним із ключових джерел важливої інформації про структуру дейтрона на коротких відстанях. Наприклад, вивчення процесів розсіювання за участю обміну двома фотонами може надати додаткові дані про внутрішню будову дейтрона, зокрема про взаємодію між його складовими частинками на дуже малих відстанях.

Внесок обміну двома фотонами в розсіювання електронів на дейтроні слід розглядати в контексті загальної моделі розсіювання, що враховує як ядерні, так і кваркові ступені свободи. Оскільки дейтрон складається з протона і нейтрона,

які взаємодіють через ядерні сили, внесок від двофотонного обміну може бути істотним при високих енергіях, де короткодіючі взаємодії стають домінуючими. Це підкреслює необхідність проведення експериментів у цій області, що дозволить зменшити невизначеність у теоретичних розрахунках і покращити наше розуміння структури дейтрона.

Зокрема, дослідження обміну двома фотонами можуть допомогти з'ясувати деталі внутрішньої динаміки дейтрона, що включають кваркові ступені свободи. Ці дослідження також можуть виявити нові аспекти взаємодії між кварками і глюонами всередині дейтрона, які не можуть бути враховані в рамках простих моделей ядерних сил. Таким чином, проведення експериментів при високих значеннях Q^2 може значно сприяти розвитку квантової хромодинаміки (КХД) і нашому розумінню сильної взаємодії на фундаментальному рівні.

1.2.2 Логарифмічні поправки

Упродовж останніх кількох років лабораторія TJNAF оприлюднила значні нові дані щодо розсіювання електронів на дейтроні, що дозволяють значно поглибити наше розуміння цієї взаємодії. Ці нові відомості включають в себе електричну функцію структури $A(Q^2)$, яка була виміряна з високою точністю до значень $Q^2 = 3 (GeV/c)^2$ [13, 20], а також вимірювання тензорних поляризаційних спостережуваних t_{20} , t_{21} і t_{22} до $Q^2 = 1,7 (GeV/c)^2$ [4].

Ці дані, разом із інформацією про магнітну функцію структури $B(Q^2)$ [24], встановлюють нові обмеження для структури дейтрона на тих масштабах, де передбачається розморожування кварк-глюонних ступенів свободи. Наприклад, відповідно до оптимістичних оцінок, перехід до пертурбативної квантової хромодинаміки (пКХД) має відбуватися при значеннях Q^2 , що дорівнюють кільком $(GeV/c)^2$ [23]. Важливо зазначити, що це передбачення було підтверджено аналізом даних від TJNAF щодо функції $A(Q^2)$ при $Q^2 > 2 (GeV/c)^2$ [20]. Це підтвердження вказує на те, що на цих масштабах починають

відігравати значну роль кварк-глюонні ступені свободи, що раніше не враховувалися.

Для подальших висновків необхідно також розглянути спін-структуру дейтрона з точки зору пКХД. Однак, наявні дані щодо поляризаційних спостережуваних, а також $B(Q^2)$, стосуються значень $Q^2 \lesssim 2 (GeV/c)^2$, що не є достатніми для повноцінного застосування методів пКХД. Ця область є типовою проміжною між ядерно-мезонною та кварк-глюонною картинами, де ізобарні конфігурації, обмінні струми мезонів та ступені свободи складових кварків відіграють важливу роль [21].

Нові дані від TJNAF значно розширюють наші можливості у вивченні структури дейтрона, дозволяючи більш точно моделювати його внутрішню динаміку. Вони також підкреслюють важливість врахування багатофотонних ефектів та логарифмічних поправок у теоретичних моделях для досягнення кращої узгодженості з експериментальними результатами. Це, у свою чергу, сприяє покращенню нашого розуміння фундаментальних взаємодій у рамках квантової хромодинаміки і, зокрема, розкриває нові аспекти сильної взаємодії на коротких відстанях.

Враховуючи концепцію зменшених ядерних амплітуд у межах квантової хромодинаміки (КХД) [11], формулюємо зменшені амплітуди переходу спіральності g_{00} , g_{0+} та g_{+-} наступним чином [5],[8],[9]:

$$\frac{1}{2\mathcal{P}} J_{\lambda,\lambda'}^+(Q^2) = G^2 \left(\frac{Q^2}{4} \right) g_{\lambda,\lambda'}(Q^2), \quad (5)$$

де $G(Q^2)$ - форм-фактор трикваркового кластера. Для $G(Q^2)$ вважаємо, що вона проявляє дипольну залежність: $G(Q^2) = \left[1 + \frac{Q^2}{\mu^2} \right]^{-2}$, проте з параметром μ^2 , відмінним від того, що для вільного нуклона і становить $0,71 (GeV/c)^2$.

Аналізуючи дві різні кінематичні області: область великих значень Q^2 ($Q^2 > Q_{\text{КХД}}^2$) та область низьких значень Q^2 ($Q^2 < Q_{\text{КХД}}^2$). Очікується, що

значення параметра $Q_{\text{КХД}}^2$ буде приблизно декілька $(\text{GeV}/c)^2$. Точне значення цього параметра буде визначено згідно до експериментальних даних.

Згідно з пКХД передбачено, що при асимптотично великих значеннях Q^2 зменшені амплітуди переходу демонструють наступну поведінку [5],[8],[9]:

$$\begin{aligned} g_{00}^{(\text{асим})} &= \frac{N_1}{Q^2} \phi(Q^2), g_{+}^{(\text{асим})} = \frac{N_2}{Q^3} \phi(Q^2) \\ g_{+-}^{(\text{асим})} &= \frac{N_3}{Q^4} \phi(Q^2) \end{aligned}, \quad (6)$$

Формула (6) включає фактор $\phi(Q^2)$, який ураховує логарифмічні поправки

$$\phi(Q^2) = \frac{[\alpha_s(Q^2)]^5 (lg Q^2 / \Lambda_{\text{КХД}}^2)^{\gamma^d}}{\left[\alpha_s\left(\frac{Q^2}{4}\right)\right]^4 (lg Q^2 / [4\Lambda_{\text{КХД}}^2])^{\gamma^N}}, \quad (7)$$

де γ^d та γ^N - це провідні аномальні розмірності для дейтрона та нуклона відповідно

$$\gamma^d = \frac{6C_F}{5\beta}, \quad \gamma^N = \frac{C_F}{2\beta}, \quad (8)$$

де $C_F = (n_c^2 - 1)/(2n_c)$, $\beta = 11 - \frac{2}{3}n_f$, $n_c = 3$ це кількість кольорів кварків і

$n_f = 2$ це кількість ароматів, $\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta \ln Q^2 / \Lambda_{\text{КХД}}^2}$ це змінна зв'язування кварк-глюонового поля [15].

Для значень $Q^2 < Q_{\text{КХД}}^2$, використовується наступна параметризація для зменшених амплітуд [5]:

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{00} &= \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{Q^2 + \alpha_n^2}, & \tilde{g}_{0+} &= Q \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{Q + \alpha_n}, \\ \tilde{g}_{\pm} &= \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{Q^2 + \alpha_n^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\alpha_n = [\alpha_0 + (n - 1)t_0]^2$. Накладаються певні обмеження:

$$\sum_{n=1}^N \frac{a_n}{\alpha_n^2} = 1, \quad \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{\alpha_n^2} = \frac{2 - \mu_d}{2\sqrt{2}M} \quad (10)$$

$$\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{\alpha_n^2} = \frac{1 - \mu_d - Q_d}{2M^2}$$

Застосовуються обмеження до коефіцієнтів a_n , b_n та c_n з метою вимоги нормалізації форм-фактора при $Q^2 = 0$. У формулі (10) $\mu_d = 0.857406 M/m_p$ - це магнітний момент дейтрона в "дейтеронних магнетонах", а $Q_d = 25.84$ - це квадрупольний момент дейтрона в одиницях M^2/e .

Неможливо обчислити коефіцієнти N_1 , N_2 та N_3 , які знаходяться у формулі (6), за допомогою пКХД. Визначаємо їх шляхом гладкого з'єднання двох параметризацій у точці $Q^2 = Q_{\text{КХД}}^2$.

$$g_{ij}^{(\text{асим})} = \tilde{g}_{ij},$$

$$\frac{d^2 g_{00}^{(\text{асим})}}{dQ^2} = \frac{d^2 \tilde{g}_{00}}{dQ^2}, \quad (11)$$

$$\frac{d g_{0+}^{(\text{асим})}}{dQ} = \frac{d \tilde{g}_{0+}}{dQ},$$

$$\frac{d^2 g_{\pm}^{(\text{асим})}}{dQ^2} = \frac{d^2 \tilde{g}_{\pm}}{dQ^2}, \quad (12)$$

Рисунки 9 і 10 відображають порівняння теоретичної моделі з експериментальними даними для функції структури $A(Q^2)$. Щоб проілюструвати, наскільки експериментальні дані відрізняються від результатів пертурбативної квантової хромодинаміки (пКХД) у перед асимптотичній області, було продовжено асимптотичну поведінку, описану у рівнянні (6), до області, де $Q^2 < Q_{\text{КХД}}^2$ (пунктирна лінія на рис. 10, а також на рис. 11-15). Узагальнення полягає в тому, що для $A(Q^2)$ пКХД ефективно діє в діапазоні значень Q^2 між 1 та 2 $(\text{GeV}/c)^2$ (графік взято з: [5]).

Порівняння з експериментальними даними для функції структури $B(Q^2)$ та поляризаційних спостережуваних представлено на рис. 11-13. Очевидно, що для

магнітного форм-фактора в рамках пКХД ефективний початок виявляється у діапазоні Q^2 між 2 та 3 $(GeV/c)^2$, але для поляризаційних спостережуваних цей початок настає дещо раніше, приблизно при $Q^2 \approx 2 (GeV/c)^2$.

Далі у дослідженні було проаналізовано моменти $G_c(Q^2)$ та $G_q(Q^2)$, і наведено параметризацію форм-факторів дейтрона для значень Q^2 до 6 $(GeV/c)^2$. Асимптотична поведінка цих форм-факторів визначається правилами кваркового підрахунку та правилами спіральності пКХД, що забезпечує більш точне моделювання їхньої поведінки при високих значеннях Q^2 .

На рисунках 9-15 продемонстровано, як асимптотичні поведінки, передбачені теорією, порівнюються з реальними експериментальними даними, надаючи важливу інформацію про межі застосування пКХД та ступінь її відповідності даним при різних масштабах енергії. Такі порівняння дозволяють зробити висновки щодо валідності теоретичних моделей та необхідності їхнього вдосконалення для кращого узгодження з емпіричними даними.

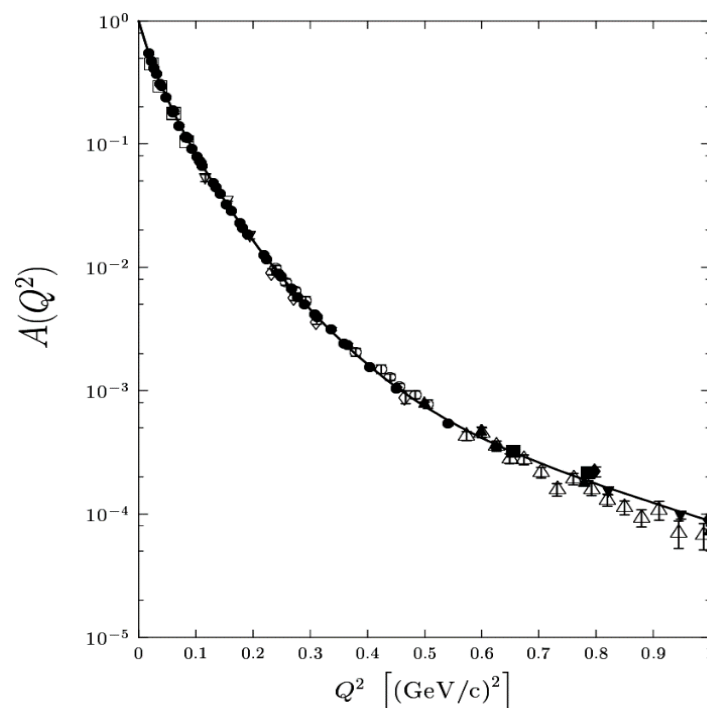


Рис.9 Аналіз відповідності моделі даним для $A(Q^2)$ для $Q^2 \leq 1 (GeV/c)^2$ (графік взято з [5]).

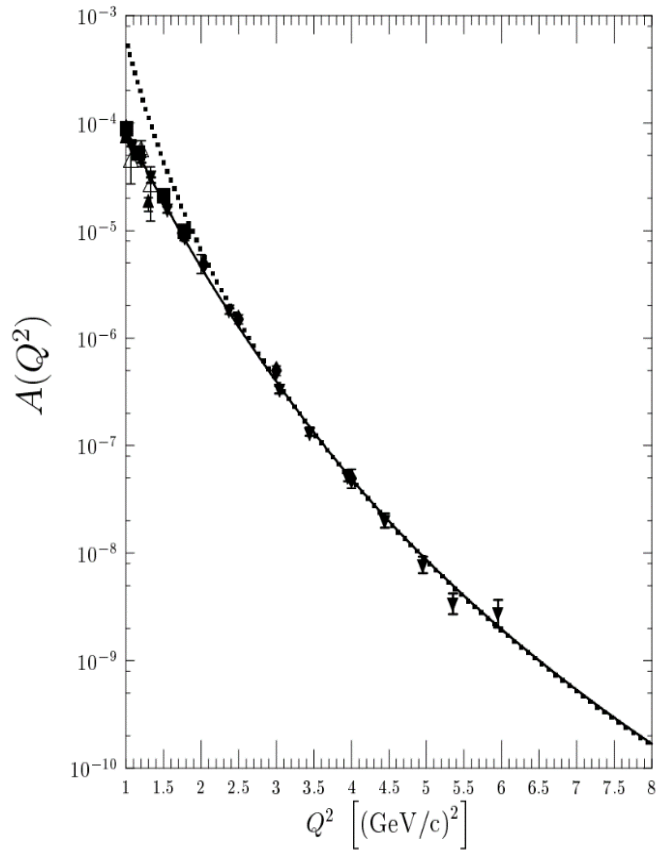


Рис. 10 Аналіз відповідності моделі (суцільна лінія) з даними для $A(Q^2)$ для $Q^2 \geq 1(\text{GeV}/c)^2$, пунктирною лінією – асимптота (графік взято з [5]).

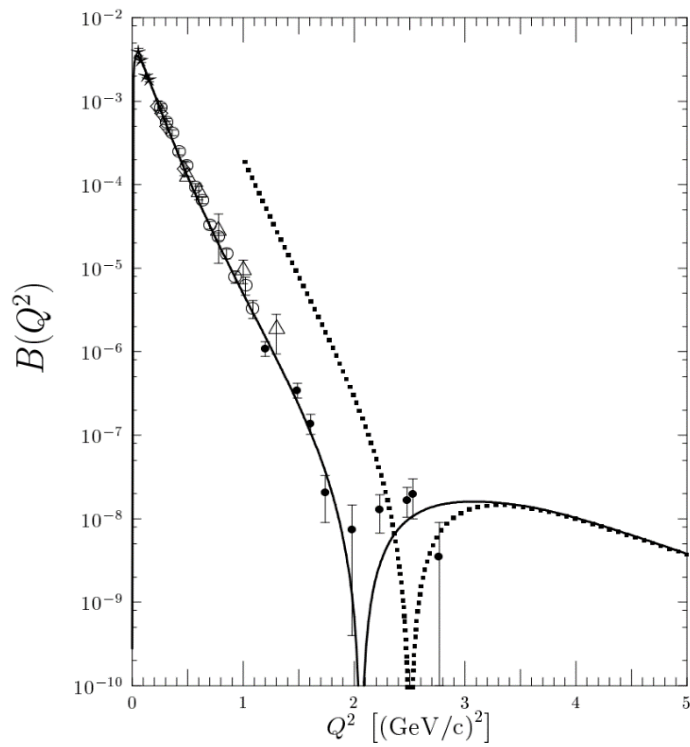


Рис. 11 Аналіз відповідності моделі даним для $B(Q^2)$, межі як в рис.10. (графік взято з [5])

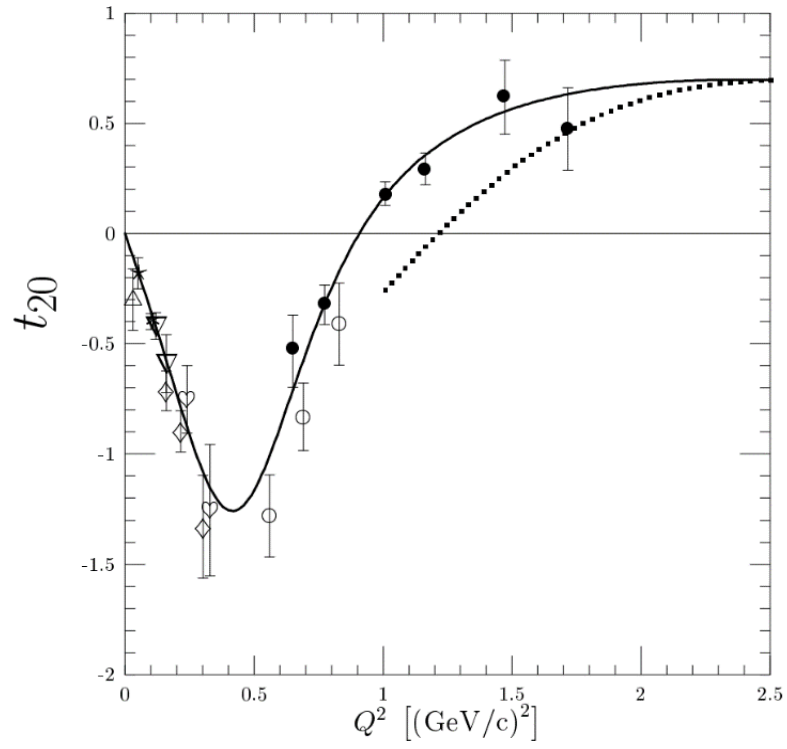


Рис.12 Аналіз відповідності моделі даним для t_{20} , межі як в рис.10. (графік взято з: [5])

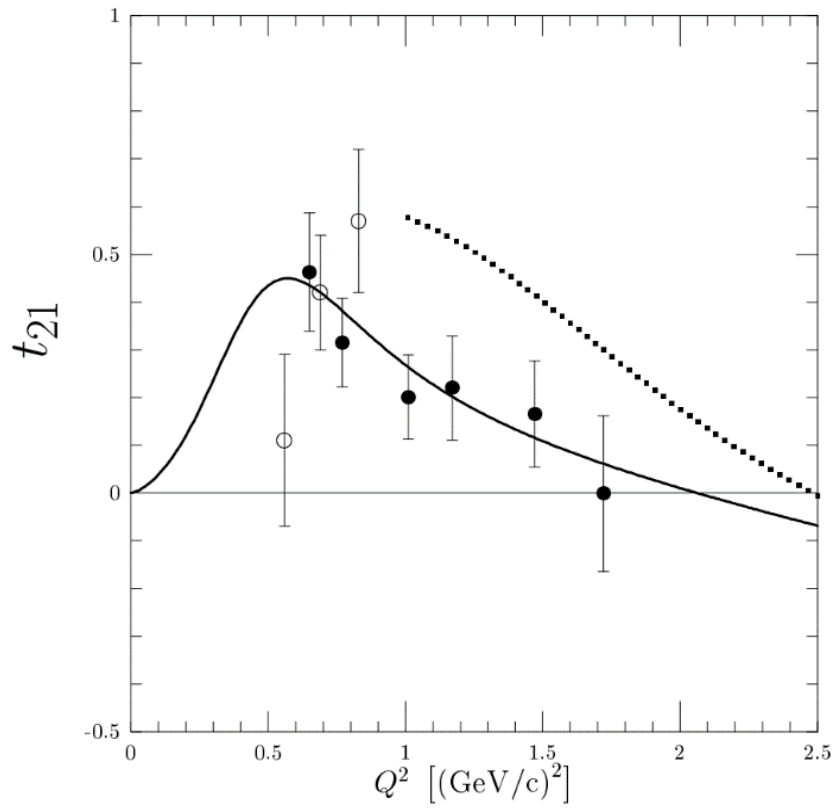


Рис.13 Аналіз відповідності моделі даним для t_{21} , межі як в рис.10. (графік взято з: [5])

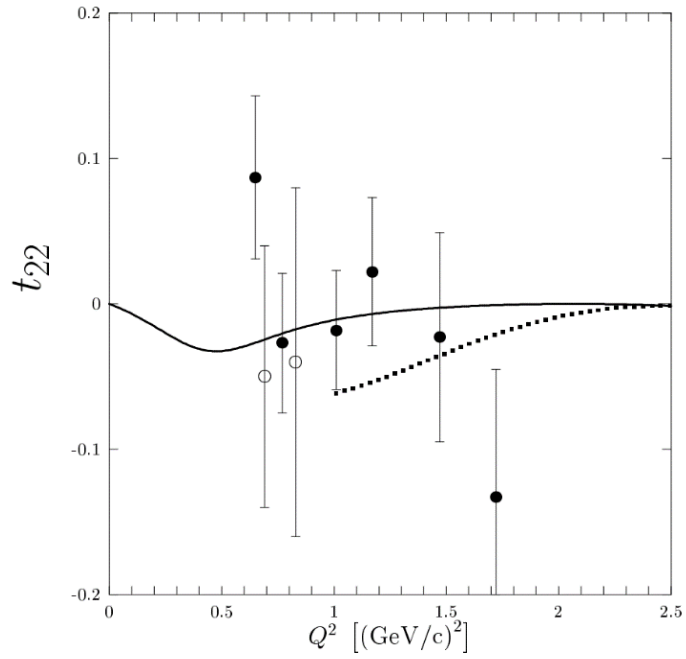


Рис.14 Аналіз відповідності моделі даним для t_{22} , межі як в рис.10 (графік взято з: [5])

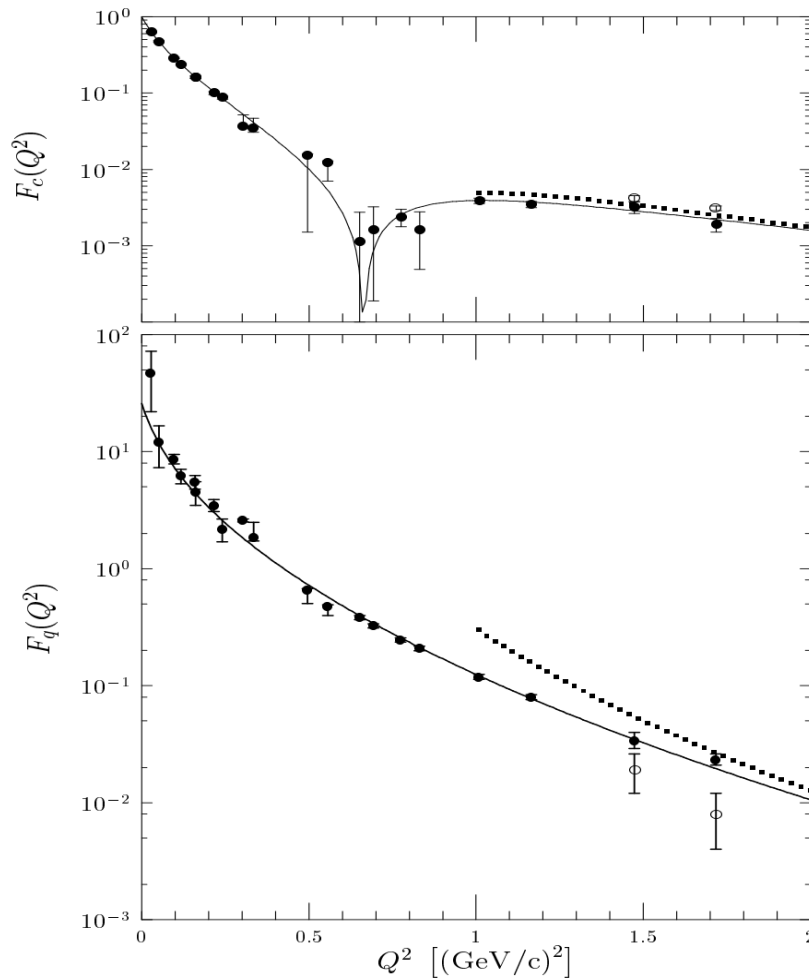


Рис.15 Аналіз відповідності моделі даним для $|G_c(Q^2)|$ (верхній графік) та $|G_q(Q^2)|$ (нижній графік), межі як в рис.10 (графіки взято з: [5])

1.3 Висновок

Було проведено детальний огляд результатів досліджень, представлених у роботах [5, 12, 13], які присвячені вивченню впливу двофотонних ефектів та логарифмічних поправок у пружному розсіянні електронів на дейтронах. Аналізуючи ці роботи, можна зробити висновок про значну важливість цих ефектів у дослідженні взаємодії електронів і дейтронів.

Двофотонні ефекти, що виникають у процесі взаємодії електронів із дейтронами, демонструють важливість їхнього врахування для досягнення високої точності в описі експериментальних даних. Вони впливають на результати настільки суттєво, що нехтування цими ефектами може призвести до значних похибок у вимірюваннях і висновках про внутрішню структуру дейтронів.

Логарифмічні поправки, як інший ключовий аспект даного дослідження, виявили свій унікальний вплив на процес пружного розсіяння. Вони забезпечують додаткову точність і деталізацію в розумінні фізичних процесів, що відбуваються при взаємодії частинок. Ці поправки є критично важливими для створення більш точних і надійних теоретичних моделей, які краще узгоджуються з експериментальними даними.

Слід зазначити, що логарифмічні поправки виявилися більш значущими, ніж двофотонні ефекти, завдяки меншій кількості параметрів і кращим результатам підгонки. Зокрема, при використанні 10 незалежних параметрів підгонки було досягнуто значення $\chi^2/(N_p - N_f) \approx 1,57$, у той час як для 13 параметрів цей показник становив $\chi^2/(N_p - N_f) \approx 1,81$ [20].

Отримані висновки підкреслюють важливість врахування як двофотонних ефектів, так і логарифмічних поправок у процесі взаємодії електронів із дейтронами. Це свідчить про необхідність вдосконалення теоретичних моделей, щоб забезпечити їхню максимальну відповідність експериментальним спостереженням. Важливою метою майбутніх досліджень є проведення

детальних експериментів, які дозволять більш точно виміряти ці ефекти. Крім того, необхідно розширити теоретичні підходи для комплексного врахування всіх визначальних фізичних явищ, що відбуваються у процесі пружного розсіяння електронів на дейтронах.

Дослідження, проведені в рамках цієї роботи, вказують на те, що логарифмічні поправки, завдяки меншій кількості параметрів, значно покращують результати підгонки даних. Водночас двофотонні ефекти також відіграють ключову роль у точному описі взаємодії. Тому, вдосконалення теоретичних моделей і проведення нових експериментів є критично важливими для подальшого розуміння процесів, що відбуваються при пружному розсіянні електронів на дейтронах. Це допоможе створити більш точні і надійні моделі, які забезпечать узгодження з експериментальними даними і дадуть змогу глибше зрозуміти внутрішню структуру дейтронів.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ ДАНИХ.

2.1 Актуальність роботи

На сьогоднішній день зібрано значний обсяг експериментальних даних щодо взаємодії поляризованих і неполяризованих дейтронів з великим переданим імпульсом. Це відкриття створює нові можливості для детального дослідження внутрішньої структури дейтрона на надзвичайно малих відстанях, менших за розмір нуклона. Вивчення цієї структури є важливим, оскільки воно дозволяє глибше зрозуміти фундаментальні властивості матерії на субатомному рівні. Однак, незважаючи на величезний масив зібраних даних, порівняння теоретичних передбачень пертурбативної квантової хромодинаміки (пКХД), заснованих на аналізі взаємодій кварк-кварк, з наявними експериментальними результатами та іншими методиками дослідження пружного розсіювання електронів на поляризованих і неполяризованих дейтронах, залишається недостатньо вивченим і розробленим. Ця недостатність зумовлена низкою причин, кожна з яких ускладнює загальний аналіз взаємодій на малих відстанях.

По-перше, взаємодії на таких малих відстанях є надзвичайно складними для аналізу через безліч різних факторів, які можуть впливати на результати експериментів. Це включає як внутрішні фактори, такі як специфічні властивості взаємодіючих частинок, так і зовнішні умови експериментів. Різноманітні процеси та явища на квантовому рівні створюють складну картину, яку важко однозначно розшифрувати та інтерпретувати.

По-друге, існує велика кількість теоретичних моделей і підходів, що пропонують різні пояснення спостережуваних явищ. Кожна з цих моделей базується на певних припущеннях і математичних формулюваннях, які відображають різні аспекти фізичних процесів. Узгодження теоретичних прогнозів з експериментальними даними стає складним завданням через потребу вибору найадекватнішої моделі, що найкраще пояснює наявні дані.

По-третє, технологічні обмеження і точність вимірювань також відіграють важливу роль. Сучасні експериментальні установки, хоча й високоточні, все ще мають певні обмеження у своїх можливостях. Від точності налаштувань і калібрування приладів до можливостей обробки і аналізу даних – усі ці аспекти можуть вносити похибки в отримані результати. Навіть найменші технічні деталі можуть суттєво впливати на підсумкові дані, створюючи додаткові труднощі для дослідників у прагненні отримати точні й надійні результати.

Таким чином, сукупність цих факторів робить процес дослідження взаємодій на малих відстанях надзвичайно складним і багатогранним. Кожен з вищезазначених аспектів вимагає глибокого розуміння і ретельного підходу, що ускладнює досягнення однозначних висновків та потребує постійного вдосконалення методи і технологій дослідження.

Отже, незважаючи на значний і вражаючий прогрес, досягнутий у сфері експериментальної фізики високих енергій протягом останніх десятиліть, порівняння передбачень квантової хромодинаміки у рамках теорії збурення з експериментальними даними залишається однією з найважливіших і водночас невирішених наукових проблем, яка вимагає безперервних і ґрунтовних досліджень та розробок. Таке порівняння відіграє критично важливу роль у підтвердженні або спростуванні існуючих теоретичних моделей, а також у виявленні їхніх можливих недоліків, обмежень і невідповідностей. Завдяки цьому науковці мають можливість не тільки вдосконалити наявні теоретичні моделі, але й розробити нові підходи, концепції та методології, що у підсумку сприятиме глибшому і більш детальному розумінню фундаментальних процесів, які відбуваються у рамках квантової хромодинаміки. Це, у свою чергу, дозволить створити більш цілісну і комплексну картину фізики елементарних частинок загалом, що є одним з найважливіших і найамбітніших завдань сучасної фізики. Поглиблене і всебічне дослідження у цій галузі надасть можливість не тільки перевірити точність і адекватність існуючих теоретичних моделей, але й відкрити нові горизонти у вивченні властивостей матерії, а також взаємодій на субатомному рівні. Така діяльність сприятиме розвитку нових технологій і

методів, які можуть мати широке застосування не лише у фундаментальних наукових дослідженнях, але й у різних практичних галузях. У підсумку, досягнення у цій сфері можуть значно розширити наші знання про Всесвіт і його фундаментальні закони, що відкриє нові перспективи для подальших наукових відкриттів та інновацій.

В асимптотичній області, де абсолютне значення квадрата переданого імпульсу значно перевищує квадрат маси дейтрона, відповідно до теорії збурень квантової хромодинаміки, передбачення форм-фактора дейтрона можуть бути отримані на основі явищ асимптотичної свободи та теореми факторизації. У цій області дейтрон розглядається як система, що складається з шести кварків, які рухаються колінеарно, кожен з яких робить свій внесок у загальну частку імпульсу дейтрона. Однак ці передбачення пКХД умовно поділяються на дві частини. Перша частина стосується передбачень, заснованих на так званих "правилах підрахунку кварків", що враховують "каскадні" пКХД-діаграми. Ці передбачення, як правило, добре підтверджуються експериментальними даними і отримали відносно широке визнання у науковій спільноті [1, 2, 3, 4]. Друга частина передбачень включає більш тонкі корекції, отримані з аналізу домінуючих внесків простіших "драбинчастих" пКХД-діаграм, які також називаються діаграмами "обміну кварками" [5, 6, 7, 8, 9]. Ці корекції не мають стійкого експериментального підтвердження, і, отже, не отримали такого широкого визнання, як передбачення, засновані на "правилах підрахунку кварків" [10, 11].

Таким чином, в асимптотичній області, де значення квадрата переданого імпульсу є значно більшим за квадрат маси дейтрона, пКХД дозволяє робити передбачення форм-фактора дейтрона, використовуючи концепції асимптотичної свободи та факторизації. Дейтрон розглядається як сукупність шести кварків, що рухаються в одному напрямку, кожен з яких вносить свою частку в імпульс дейтрона. Передбачення пКХД в цій області поділяються на дві категорії. Перша категорія, що базується на "правилах підрахунку кварків" і враховує "каскадні" пКХД-діаграми, підтверджується експериментальними даними [1, 2, 3, 4]. Друга

категорія включає більш детальні корекції, отримані з аналізу домінуючих внесків простіших "драбинчастих" пКХД-діаграм, відомих як діаграми "обміну кварками" [5, 6, 7, 8, 9]. Однак ці корекції поки що не мають стійкого експериментального підтвердження і тому не є настільки широко визнаними, як передбачення, засновані на "правилах підрахунку кварків" [10, 11].

Це пояснює, чому в асимптотичній області, де значення квадрата переданого імпульсу набагато перевищує квадрат маси дейтрона, пКХД надає можливість отримати передбачення форм-фактора дейтрона, використовуючи принципи асимптотичної свободи та теорему факторизації. Дейтрон, як сукупність шести кварків, що рухаються колінеарно і кожен з яких робить свій внесок у загальний імпульс дейтрона, дозволяє робити передбачення, які поділяються на дві основні категорії. Перша категорія передбачень базується на "правилах підрахунку кварків" і враховує "каскадні" пКХД-діаграми, які підтверджуються експериментальними результатами [1, 2, 3, 4]. Друга категорія включає тонші корекції, що випливають з аналізу домінуючих внесків простіших "драбинчастих" пКХД-діаграм, відомих як діаграми "обміну кварками" [5, 6, 7, 8, 9], які поки що не мають стійкого експериментального підтвердження і, відповідно, не отримали такого широкого визнання, як передбачення, засновані на "правилах підрахунку кварків" [10, 11].

З іншого боку, в останні кілька десятиліть в наукових колах активно обговорюється значення та вплив теорії збурень вищого порядку, що виходить за межі однофотонної апроксимації в розсіюванні електронів на адронних системах, в рамках квантової електродинаміки (КЕД). Особливу увагу до цього питання привертають точні вимірювання електричних та магнітних форм-факторів протона, які були проведені в Лабораторії Томаса Джефферсона, а також їх детальна теоретична інтерпретація. Завдяки цим дослідженням було виявлено, що включення двофотонних внесків суттєво змінює картину як диференціального поперечного перерізу, так і поляризаційних обсерваторій, що показують поведінку частинок під час розсіювання [12, 13]. Врахування двофотонних внесків виявилось надзвичайно важливим, оскільки без них не

можна було б отримати адекватний опис експериментальних результатів. Проте, одночасне врахування як двофотонних внесків, так і логарифмічних поправок в теорії збурювальної квантової хромодинаміки (пКХД) окремо, хоча і мало теоретичне значення, не дало значного прориву в експериментальному описі пружного розсіювання електронів на дейтроні [13, 5].

Ці питання стали предметом детального аналізу та дискусій, оскільки розуміння впливу теорії збурень вищого порядку є ключовим для точного опису фізичних процесів, що відбуваються під час взаємодії електронів з адронними системами. Виконані експерименти в Лабораторії Томаса Джефферсона дозволили виявити, що нехтування двофотонними внесками призводить до значних похибок в результатах, що, у свою чергу, впливає на інтерпретацію фізичних даних. Теоретичні дослідження в цій області підкреслили важливість врахування всіх можливих факторів і поправок для досягнення точності в розрахунках та прогнозах. Однак, попри досягнуті успіхи, окремий розгляд двофотонних внесків і логарифмічних поправок в рамках пКХД не привів до революційних змін у нашому розумінні процесу пружного розсіювання електронів на дейтроні, що свідчить про необхідність подальших досліджень та комплексного підходу до вирішення цієї проблеми.

Таким чином, можна підсумувати, що за останні десятиліття значення теорії збурень вищого порядку в розсіюванні електронів на адронних системах у рамках квантової електродинаміки стало об'єктом інтенсивних досліджень і дискусій. Точні вимірювання електричних та магнітних форм-факторів протона, проведені в Лабораторії Томаса Джефферсона, і їх теоретична інтерпретація показали, що врахування двофотонних внесків є надзвичайно важливим для адекватного опису фізичних процесів. Однак, окреме врахування двофотонних внесків та логарифмічних поправок в пКХД не призвело до значного прориву в експериментальному описі пружного розсіювання електронів на дейтроні, що підкреслює необхідність подальших комплексних досліджень у цій галузі [12, 13, 5].

2.2 Запропонована методика

У підході пертурбативної квантової хромодинаміки (пКХД) при високих енергіях маси кварків та адронів, як правило, не враховуються через їх відносно малий вплив на процеси, що досліджуються. Це значно спрощує математичний апарат і обчислення. В такому випадку амплітуда досліджуваного процесу виражається через амплітуду жорсткого розсіювання між електронами та кварками. Ця амплітуда помножується на непертурбативну частину, яка може бути пов'язана з параметрами, як детально описано нижче. Непертурбативна частина включає функції розподілу кварків та глюонів у дейтроні як у початкових, так і в кінцевих станах [14, 8, 9].

При обчисленні амплітуди жорсткого, зокрема пертурбативного, розсіювання, дейтрон розглядається як система з шести кварків, які рухаються колінеарно. Кожен з цих кварків робить свій внесок у загальний імпульс дейтрона. Величина цього внеску визначається часткою імпульсу дейтрона, яку несе кожен конкретний кварк: $x_i = p_i^+ / P^+$, де

$$p_i^+ = p_i^0 + p_i^3 < x_i < 1, \sum_i x_i = 1, \quad (13)$$

а x_i є часткою імпульсу дейтрона, яку несе кварк, p_i^+ є імпульсом кварка, а P^+ , представляє сумарний імпульс дейтрона. Таким чином, амплітуда процесу являє собою добуток трьох факторів, що демонструють дипольну, степеневу та логарифмічну поведінку відповідно [8, 9, 5].

$$F_1^d(Q^2) \sim N_1 G^2 \left(\frac{Q^2}{4} \right) \left[\frac{\alpha_s^5(Q^2)}{Q^2} \right] \left(\frac{\ln^{-2\gamma_d}(Q^2/\Lambda_{\text{КХД}}^2)}{\ln^{-4\gamma_N}(Q^2/4\Lambda_{\text{КХД}}^2)} \right). \quad (14)$$

У цьому контексті параметр N_1 є параметром підгонки, що дозволяє точніше налаштувати модель на експериментальні дані. $\alpha_s(Q^2)$ — це бігуча константа сильної взаємодії, яка змінюється залежно від енергетичної шкали процесу. γ_d і γ_N є так званими "аномальними розмірами" дейтрона і нуклона, які залежать від кількості смаків і кольорів у кварковій моделі. $\Lambda_{\text{КХД}}$ — це характеристичний

масштабний фактор квантової хромодинаміки, який визначає енергетичний масштаб, на якому відбуваються перехідні процеси між пертурбативним та непертурбативним режимами.

Форм-фактор $G(Q^2/4) = 1/(1 + Q^2/(4\mu^2))^2$ передбачає дипольну поведінку, яка є типовою для систем, що демонструють подібну динаміку. Параметр μ^2 в цій формулі відрізняється від значення $0.71 (GeV/c)^2$, яке характерне для вільного нуклона. Це відхилення обумовлене впливом ядерного середовища, яке вносить корективи у внутрішню структуру і взаємодії дейтрона.

Цей підхід дозволяє досить детально вивчати процеси, що відбуваються при високих енергіях. Використання моделей, які нехтують масами частинок, дозволяє зосередитися на ключових аспектах взаємодії, таких як розподіл імпульсів серед кварків у дейтроні. Розглядаючи дейтрон як сукупність шести кварків, що рухаються колінеарно, можна отримати точніші передбачення щодо результатів експериментів, що мають важливе значення для розуміння структури та поведінки адронних систем у високих енергетичних умовах [14, 8, 9].

Отже, підхід пертурбативної квантової хромодинаміки при високих енергіях значно спрощує аналіз складних адронних систем, дозволяючи нехтувати масами частинок і зосереджуватися на їх імпульсах і взаємодіях. Це сприяє кращому розумінню фізичних процесів, що відбуваються на субатомному рівні, і допомагає створювати точніші теоретичні моделі, які відповідають експериментальним даним.

В експериментальних даних умовно можна виділити дві різні кінематичні області, які розділяються певним характеристичним параметром Q_0^2 . Перша область відома як "пКХД область" і характеризується відносно великими значеннями квадрата переданого імпульсу $Q^2 > Q_0^2$. Ця високоенергетична область описується за допомогою передбачень пертурбативної квантової хромодинаміки (пКХД) [8, 9, 5]. Друга область, яку можна назвати "мезонною областю", відповідає низькоенергетичним значенням квадрата переданого імпульсу $Q^2 < Q_0^2$. Для опису експериментальних даних у цій

низькоенергетичній області була розроблена так звана "мезонна" апроксимація [7, 11, 15].

Характеристичний параметр Q_0^2 грає важливу роль у визначенні межі між цими двома кінематичними областями. Значення цього параметра, а також достовірність прийнятих параметризацій як низькоенергетичної, так і високоенергетичної областей, отримуються шляхом ретельного аналізу експериментальних даних. У високоенергетичній області параметри пКХД дозволяють зробити точні передбачення, які відповідають результатам, отриманим з експериментів [8, 9, 5]. Для низькоенергетичної області, де домінують мезонні ефекти, "мезонна" апроксимація забезпечує адекватний опис експериментальних спостережень [7, 11, 15].

У пКХД області, з великими значеннями Q^2 , розглядаються процеси, де пертурбативна квантова хромодинаміка є домінуючою. Тут амплітуди процесів можуть бути розраховані за допомогою методів пКХД, що дає змогу точно передбачити результати розсіювання частинок на високих енергіях. Навпаки, у мезонній області, з меншими значеннями Q^2 , домінуючу роль відіграють мезонні обмінні механізми, що вимагає використання альтернативних моделей для адекватного опису процесів.

Визначення значення параметра Q_0^2 і вивчення достовірності параметризацій для обох областей є критично важливими. Це дозволяє зрозуміти, як переходити від однієї кінематичної області до іншої і забезпечити точний опис процесів у всьому діапазоні енергій. Аналітичні методи і експериментальні дані разом дозволяють дослідникам верифікувати моделі, коригувати їх параметри та розширювати наше розуміння фізики високих енергій та низькоенергетичних взаємодій.

На додаток до цього, важливо розглянути двофотонний підхід, коли віртуальні фотони взаємодіють з нуклонами. В рамках цього підходу обчислюються два типи обміну двома фотонами [12]:

$$M_2 = M_2^I + M_2^{II}. \quad (15)$$

Перша амплітуда M_2^I може бути асоційована з діаграмами Фейнмана, в яких два фотони взаємодіють з тим самим нуклоном. Це означає, що обидва фотони обмінюються з одним і тим самим нуклоном, створюючи специфічну амплітуду взаємодії. Друга амплітуда M_2^{II} пов'язана з діаграмами, де кожен з двох віртуальних фотонів взаємодіє з різними нуклонами. Це створює інший тип амплітуди взаємодії, оскільки фотони обмінюються з різними нуклонами в системі.

Як показано в дослідженнях [13, 16], ці ефекти демонструють умовно логарифмічну поведінку. Це означає, що залежність амплітуди процесу від енергетичних параметрів може бути описана за допомогою логарифмічних функцій. Такий підхід дозволяє більш точно моделювати процеси взаємодії фотонів з нуклонами і отримувати результати, які відповідають експериментальним даним.

У підсумку, розподіл експериментальних даних на дві кінематичні області, розділені параметром Q_0^2 , дозволяє використовувати відповідні теоретичні підходи для кожної з них. Високоенергетична "пКХД область" піддається аналізу за допомогою пертурбативної квантової хромодинаміки, тоді як для низькоенергетичної "мезонної області" розроблена спеціальна "мезонна" апроксимація. Значення параметра Q_0^2 та ефективність цих параметризацій визначаються через аналіз експериментальних даних, забезпечуючи таким чином цілісне розуміння фізичних процесів у широкому діапазоні енергій. Крім того, двофотонний підхід дозволяє детально вивчити процеси взаємодії віртуальних фотонів з нуклонами, забезпечуючи ще один важливий аспект у дослідженні квантової хромодинаміки.

2.3. Опис моделі та отримані результати

Як зазначено у вступі, врахування вищих порядків теорії збурень у пертурбативній квантовій хромодинаміці (пКХД) та квантовій електродинаміці (КЕД) окремо не призвело до значного покращення в описі експериментальних

даних. Це свідчить про те, що необхідно застосовувати більш комплексний підхід для досягнення більш точного теоретичного опису. У той же час, було б надзвичайно цікаво дослідити, як ступені свободи кварків і глюонів проявляються в процесі пружного розсіювання електронів на дейтроні, особливо на фоні двофотонних внесків. Наприклад, це можна зробити, порівнюючи теоретичний опис експериментальних даних щодо пружного розсіювання електронів на дейтроні з урахуванням і без урахування двофотонних поправок. Таке порівняння дозволить визначити вплив двофотонних внесків на результати експериментів і зрозуміти, як вони можуть змінити наше уявлення про квантові процеси.

Було б цікаво вибрати найбільш передову теоретичну модель, яка враховує логарифмічні поправки пКХД, як базову теоретичну модель для такого аналізу. Логарифмічні поправки є важливим компонентом у пертурбативній теорії, оскільки вони можуть значно впливати на результати, особливо при високих енергіях. Використовуючи цю модель як основу, можна провести порівняльний аналіз теоретичних передбачень і експериментальних даних, що дозволить оцінити вплив двофотонних внесків і визначити їхню важливість.

На основі теоретичного та експериментального аналізу, проведеного раніше за межами однофотонного порядку теорії збурень, ми пропонуємо наступну феноменологічну параметризацію двофотонних поправок. Така параметризація дозволить більш точно врахувати двофотонні внески у теоретичних розрахунках і порівняти їх з експериментальними даними. Врахування двофотонних поправок є необхідним для досягнення більш точного опису процесів пружного розсіювання і дозволяє врахувати додаткові ефекти, які можуть бути важливими при високих енергіях.

Феноменологічна параметризація двофотонних поправок, яку ми пропонуємо, включає врахування різних компонентів двофотонного внеску, таких як внески від діаграм, де два фотони взаємодіють з тим самим нуклоном, а

також внески від діаграм, де кожен з двох фотонів взаємодіє з різними нуклонами:

$$\begin{aligned} A(Q^2) &= A_{one}(Q^2) \left(1 + a \ln^b(Q^2/\lambda_{EM}^2)\right) \\ B(Q^2) &= B_{one}(Q^2) \left(1 + a \ln^b(Q^2/\lambda_{EM}^2)\right) \end{aligned} \quad (16)$$

Такий підхід дозволяє більш точно моделювати процеси і враховувати всі можливі варіанти взаємодії фотонів з нуклонами.

На основі цього підходу ми можемо розрахувати амплітуди процесів з урахуванням двофотонних поправок і порівняти їх з експериментальними даними. Це дозволить оцінити точність теоретичних передбачень і визначити, наскільки важливими є двофотонні внески у процесах пружного розсіювання електронів на дейтроні. Такий аналіз дозволить покращити наші моделі і досягти більш точного опису квантових процесів, що відбуваються у цих експериментах.

Отже, врахування вищих порядків теорії збурень у пКХД та КЕД, а також використання феноменологічної параметризації двофотонних поправок, є важливим кроком для досягнення більш точного опису процесів пружного розсіювання електронів на дейтроні. Це дозволить покращити наше розуміння квантових процесів і досягти більш точної відповідності між теоретичними передбаченнями та експериментальними даними.

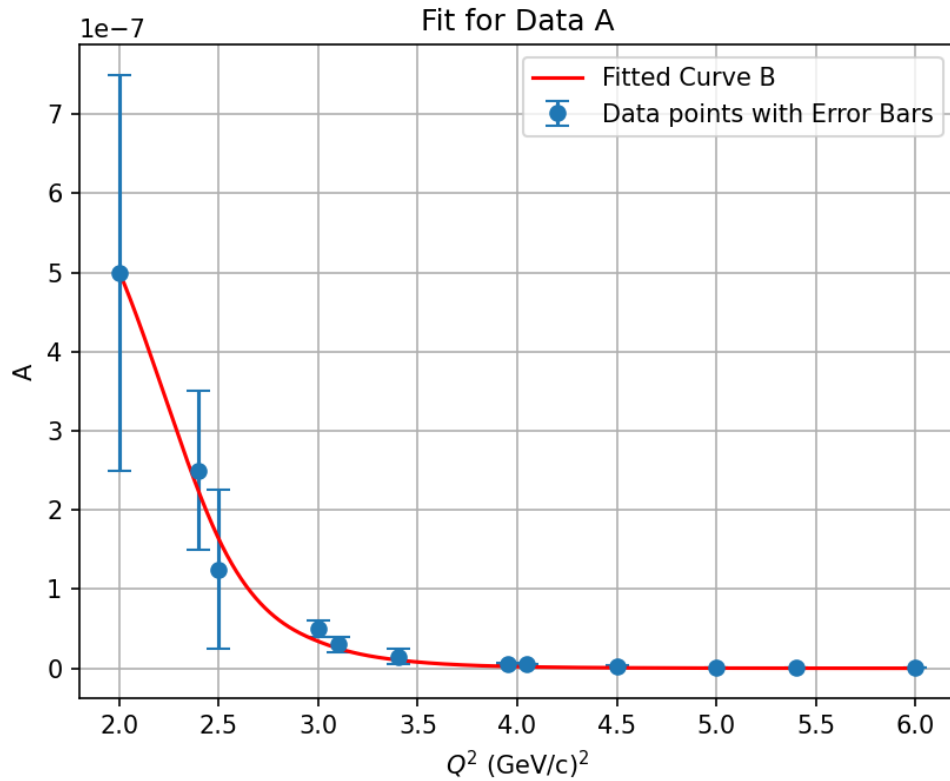


Рис.16 Загальні параметри підгонки: $N_1 = -8.274576709921156$, $N_2 = 2.344321987706355$, $N_3 = 18.911671966054392$ Параметри підгонки для A: $a = 40.25887560737174$, $b = 1.00227641162461$. Похибка для A: $2.262796462779981 \cdot 10^{-8}$

У цьому дослідженні проводиться порівняння передбачень пертурбативної квантової хромодинаміки (пКХД) з експериментальними даними для структурних функцій $A(Q^2)$ та $B(Q^2)$. На перших двох малюнках (Рисунок 16 і Рисунок 17) показано порівняння асимптотичного "логарифмічного" передбачення пКХД з запропонованою параметризацією двофотонних поправок щодо експериментальних даних. Для порівняння, на третьому та четвертому малюнках (Рисунок 18 і Рисунок 19) представлено те саме логарифмічне передбачення пКХД, але без урахування двофотонних поправок. Це дозволяє наочно продемонструвати вплив двофотонних поправок на теоретичні передбачення та їх відповідність експериментальним даним.

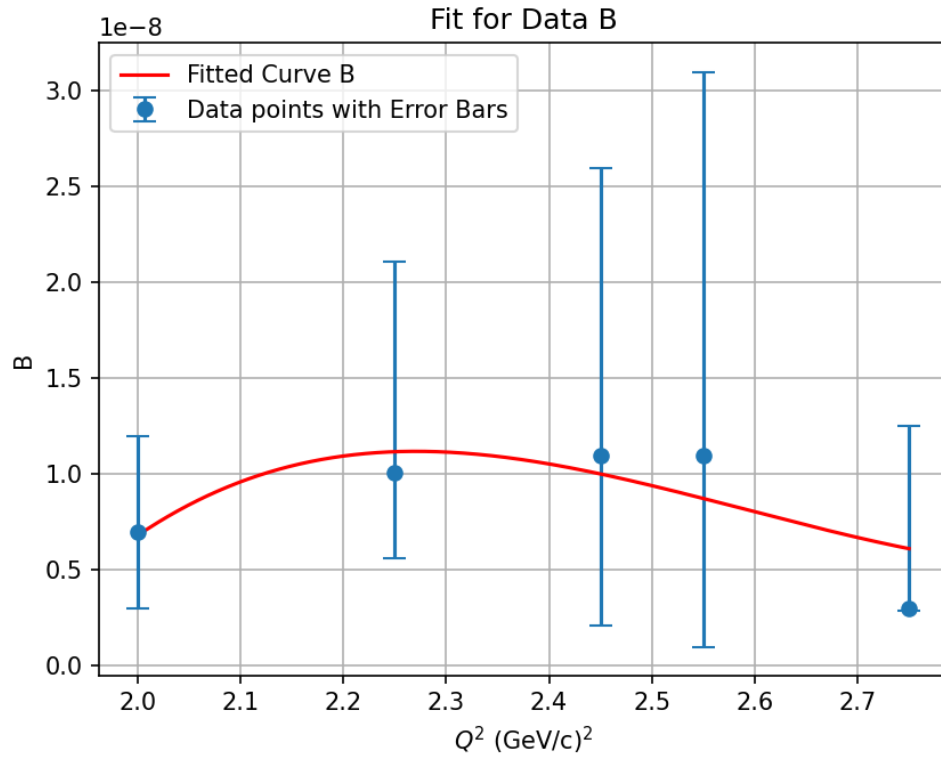


Рис.17 Загальні параметри підгонки: $N_1 = -8.274576709921156$, $N_2 = 2.344321987706355$, $N_3 = 18.911671966054392$ Параметри підгонки для : $a = 442.307$, $b = 2.199$. Похибка для V : $3.278 \cdot 10^{-8}$

Було виявлено, що асимптотична логарифмічна поведінка, передбачена пКХД, демонструє значне покращення при врахуванні двофотонних поправок у порівнянні з результатами, отриманими без цих поправок. Зокрема, значення критерію хі-квадрат при врахуванні двофотонних внесків $\chi_{2ph}^2 = 2.560 \cdot 10^{-15}$ є значно нижчим за значення хі-квадрат, отримане без урахування цих внесків $\chi_{1ph}^2 = 3.404 \cdot 10^{-15}$, що свідчить про більш точне узгодження теоретичних моделей з експериментальними даними.

Модель, яка використовувалася в даному дослідженні, базується на найбільш надійних результатах критичного аналізу відомих експериментальних даних. Порівняння було проведено для моделей з п'ятьма та трьома незалежними параметрами підгонки відповідно, плюс два загальних параметри, які ми зафіксували в обох випадках зі значеннями $\lambda_{EM} = 1.9$ та $n_f = 5$. Для отримання критерію підгонки було взято вибірку з 17 точок, що забезпечило достатню статистичну значущість результатів.

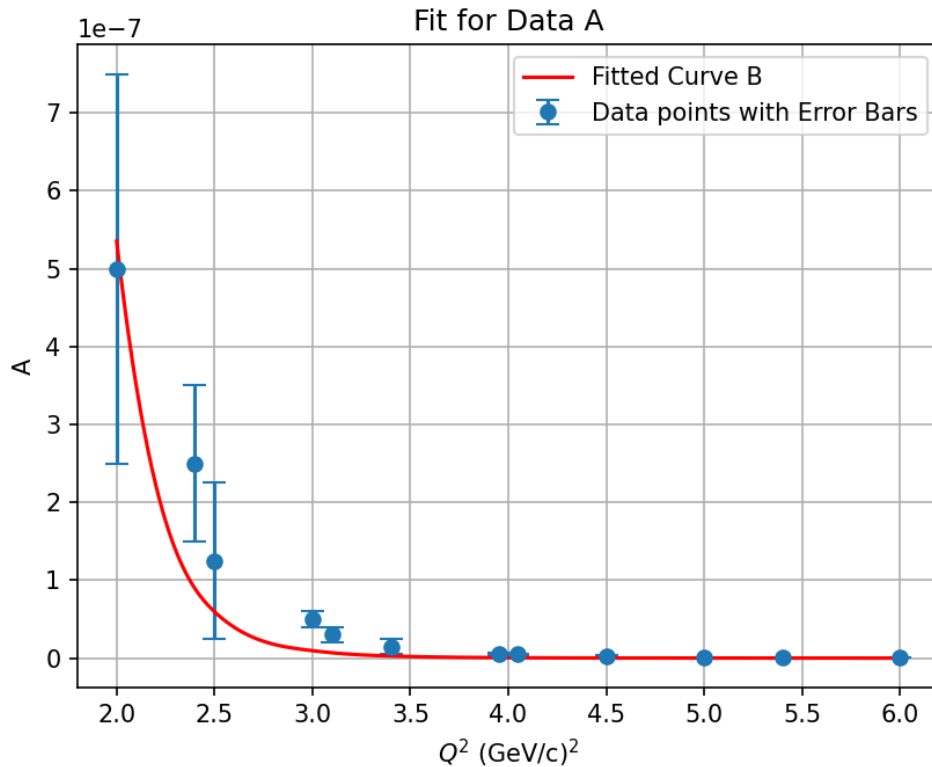


Рис.18 Загальні параметри підгонки: $N_1 = 36.491$, $N_2 = 3.164$, $N_3 = 22.109$. Похибка для A: $6.150 \cdot 10^{-8}$

Детальний аналіз отриманих даних показує, що врахування двофотонних поправок дозволяє досягти кращої відповідності між теоретичними передбаченнями та експериментальними даними, що є важливим для подальшого розвитку теорії та покращення моделей розсіювання. Крім того, це дослідження підкреслює важливість врахування комплексних ефектів, таких як двофотонні внески, при аналізі процесів високих енергій, що дозволяє досягти більш точних і надійних результатів.

Цікаво порівняти ці результати з роботами інших авторів, такими як [15, 4, 10, 7, 11]. Для обґрунтування запропонованої базової моделі з логарифмічними поправками пКХД слід зазначити, що, як вказано в [5], у роботі [7], де аномальні розміри не враховувалися, було отримано гірший опис із більшою кількістю параметрів підгонки (кількість параметрів підгонки становила 13, на відміну від 10 у [5]). Це свідчить про те, що навіть при більшій кількості параметрів підгонки, модель, яка не враховувала аномальні розміри, не змогла забезпечити точний опис експериментальних даних. Водночас, можна стверджувати, що

наступні підгонки, такі як у [10, 11], також не призвели до значно кращих результатів. Тому в нашому дослідженні ми використовували параметризацію, яка враховує логарифмічні поправки пКХД з [5], як базову, а не просту степеневу параметризацію з [7].

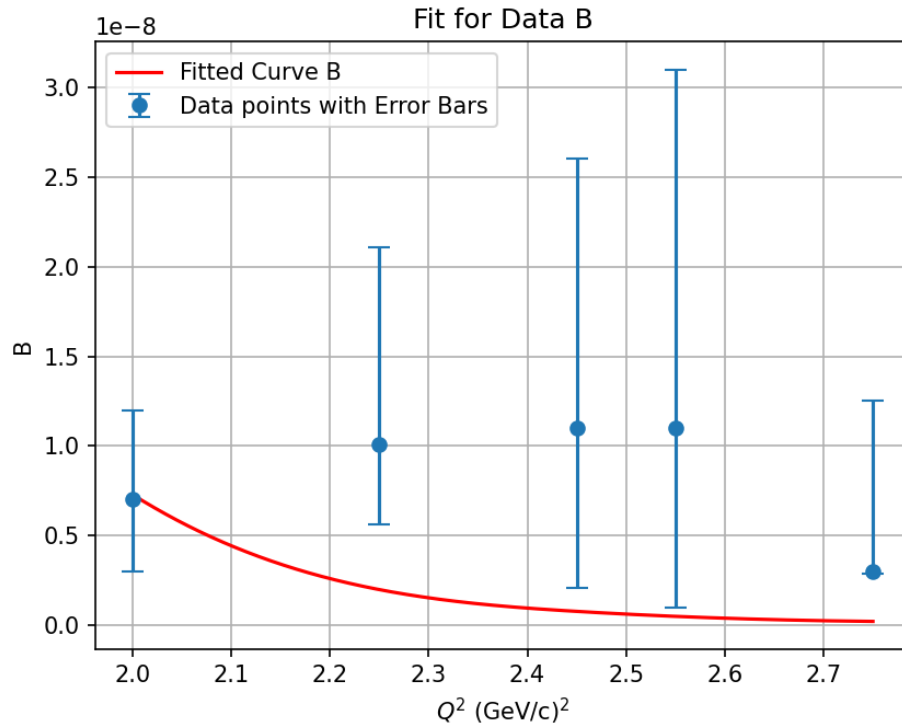


Рис.19 Загальні параметри підгонки: $N_1 = 36.491$, $N_2 = 3.164$, $N_3 = 22.109$. Похибка для B: $1.304 \cdot 10^{-8}$

Висновок

Узагальнюючи, можна сказати, що під час цього дослідження було проведено огляд результатів робіт [1, 12, 13, 5, 4, 10, 7, 11], які стосуються вивчення впливу двофотонних ефектів та логарифмічних поправок у пружному розсіянні електронів на дейтроні. Аналіз цих робіт дозволяє зробити висновок про значущість цих ефектів у вивченні взаємодії між електронами і дейтронами. Двофотонні ефекти, що виникають внаслідок взаємодії електронів і дейтронів, значною мірою через їх інтерференційну природу, демонструють важливість їх врахування для досягнення високої точності в описі експериментальних даних. Логарифмічні поправки, як ще один ключовий аспект дослідження, показали свій унікальний вплив на вивчення внутрішньої структури дейтрона.

Для підкріплення наших висновків, варто зазначити, що роботи, які не враховували логарифмічні поправки, не змогли досягти такого рівня точності в описі експериментальних даних. Наприклад, у [7], де аномальні розміри були проігноровані, результативність моделі була значно нижчою, незважаючи на більшу кількість параметрів підгонки. Крім того, інші підходи, представлені у [10, 11], також не показали значного покращення, що підкреслює важливість використання логарифмічних поправок пКХД. Таким чином, обрана нами базова модель, яка враховує логарифмічні поправки, є більш надійною та точною для опису пружного розсіювання електронів на дейтроні.

Ці висновки підкреслюють необхідність комплексного підходу до моделювання процесів розсіювання, враховуючи як двофотонні ефекти, так і логарифмічні поправки. Це дозволяє досягти більш точного та надійного опису експериментальних даних, що є критично важливим для подальшого розвитку теорії та розуміння фундаментальних взаємодій у квантовій хромодинаміці (КХД). У подальших дослідженнях слід продовжувати вдосконалювати моделі, враховуючи нові експериментальні дані та розробки в теорії, що дозволить ще більш точно описувати процеси розсіювання на субатомному рівні.

Як зазначено у вищезгаданому дослідженні, логарифмічні поправки мають значно більшу значущість порівняно з двофотонними ефектами, оскільки потребують меншої кількості параметрів для підгонки (3 незалежних параметри підгонки проти 5 параметрів). Проте, слід зазначити, що логарифмічні поправки суттєво покращують критерій підгонки лише у поєднанні з двофотонними поправками, що чітко видно на прикладах порівняння.

Результати нашого порівняння з експериментальними спостереженнями підкреслюють важливість врахування як двофотонних ефектів, так і логарифмічних поправок у процесі взаємодії електронів з дейтронами. Це підкреслює необхідність вдосконалення теоретичних моделей для забезпечення максимальної узгодженості з експериментальними даними. Таким чином, висновки цього дослідження вказують на напрямок для подальших досліджень у

цій галузі. Зокрема, слід провести більш детальні експерименти, а також розширити теоретичні підходи для всебічного врахування всіх визначальних фізичних явищ у пружному розсіянні електронів на дейтронах.

2.4. Висновок

Важливим аспектом подальших досліджень буде проведення розширених експериментів, щоб отримати більш точні дані, які могли б підтвердити або спростувати існуючі теоретичні моделі. Це дозволить досягти кращого розуміння процесу пружного розсіяння електронів на дейтронах та сприятиме розвитку теорії квантової хромодинаміки (КХД).

Також необхідно розробляти нові теоретичні підходи, які враховуватимуть усі можливі фізичні явища, що впливають на цей процес. Це допоможе досягти більш точного та надійного опису експериментальних даних і сприятиме подальшому розвитку теорії КХД та розумінню фундаментальних взаємодій у фізиці високих енергій.

Крім того, важливо звернути увагу на взаємодію між різними теоретичними підходами. Наприклад, комбінування логарифмічних поправок з іншими моделями, такими як моделі, що враховують аномальні розміри або мезонні ефекти, може значно покращити теоретичні передбачення. Це відкриває нові можливості для дослідження складних процесів у фізиці елементарних частинок і дозволяє отримати глибше розуміння природи взаємодії між субатомними частинками.

Узагальнюючи, результати нашого дослідження демонструють критичну важливість врахування двофотонних ефектів і логарифмічних поправок у теоретичних моделях пружного розсіяння електронів на дейтронах. Це підкреслює необхідність подальших досліджень і експериментів для вдосконалення теоретичних моделей і забезпечення їх максимальної узгодженості з експериментальними даними. Лише комплексний підхід, який враховує всі визначальні фізичні явища, може забезпечити точний і надійний опис процесів, що відбуваються на субатомному рівні.

Розширені експерименти та розробка нових теоретичних підходів є ключовими для поглиблення нашого розуміння фундаментальних взаємодій. Зокрема, вивчення процесів, що враховують обмін двома фотонами та логарифмічні поправки, надає важливу інформацію для створення більш точних моделей. Це дозволяє врахувати складні фізичні явища, які виникають у процесах розсіяння, і забезпечити кращу узгодженість теоретичних передбачень з експериментальними даними.

Таким чином, подальші дослідження та експерименти, що фокусуються на детальному вивченні двофотонних ефектів і логарифмічних поправок, є необхідними для розвитку сучасної фізики високих енергій. Вони сприятимуть глибшому розумінню структури матерії та фундаментальних взаємодій на субатомному рівні, що є важливим кроком до розвитку нових технологій і відкриття нових законів природи.

Висновок

Був проведений детальний огляд результатів досліджень, викладених у роботах [5, 8, 16], які присвячені впливу двофотонних ефектів і логарифмічних поправок у пружному розсіянні електронів на дейтронах. Аналіз цих робіт показує значну важливість цих ефектів для дослідження взаємодії електронів із дейтронами.

Двофотонні ефекти, що виникають під час взаємодії електронів з дейтронами, демонструють необхідність їх врахування для досягнення високої точності в описі експериментальних даних. Ігнорування цих ефектів може призвести до значних похибок у вимірюваннях і висновках щодо внутрішньої структури дейтронів.

Логарифмічні поправки, як інший важливий аспект дослідження, мають унікальний вплив на процес пружного розсіяння. Вони забезпечують додаткову точність і деталізацію в розумінні фізичних процесів, що відбуваються під час взаємодії частинок. Ці поправки є критично важливими для створення більш точних і надійних теоретичних моделей, які краще узгоджуються з експериментальними даними.

Слід зазначити, що логарифмічні поправки виявилися більш значущими, ніж двофотонні ефекти, завдяки меншій кількості параметрів і кращим результатам підгонки. Зокрема, при використанні 10 незалежних параметрів підгонки було досягнуто значення $\chi^2/(N_p - N_f) \approx 1,57$, у той час як для 13 параметрів цей показник становив $\chi^2/(N_p - N_f) \approx 1,81$ [20]. Це вагомий результат, який планується розвинути у подальшій дипломній роботі.

Отримані висновки підкреслюють важливість врахування як двофотонних ефектів, так і логарифмічних поправок у процесі взаємодії електронів із дейтронами. Це свідчить про необхідність удосконалення теоретичних моделей, щоб забезпечити їх максимальну відповідність експериментальним спостереженням. Важливою метою майбутніх досліджень є проведення

детальних експериментів, які дозволять більш точно виміряти ці ефекти. Крім того, потрібно розширити теоретичні підходи для комплексного врахування всіх визначальних фізичних явищ, що відбуваються у процесі пружного розсіяння електронів на дейтронах.

Дослідження, проведені в рамках цієї роботи, показують, що логарифмічні поправки значно покращують результати підгонки даних завдяки меншій кількості параметрів. Водночас двофотонні ефекти також відіграють важливу роль у точному описі взаємодії. Тому вдосконалення теоретичних моделей і проведення нових експериментів є критично важливими для подальшого розуміння процесів пружного розсіяння електронів на дейтронах. Це допоможе створити більш точні та надійні моделі, які забезпечать узгодження з експериментальними даними та дозволять глибше зрозуміти внутрішню структуру дейтронів.

Важливим аспектом майбутніх досліджень буде проведення розширених експериментів для отримання точніших даних, що можуть підтвердити або спростувати існуючі теоретичні моделі. Це сприятиме кращому розумінню процесу пружного розсіяння електронів на дейтронах та розвитку теорії квантової хромодинаміки (КХД). Крім того, необхідно розробляти нові теоретичні підходи, які враховуватимуть усі можливі фізичні явища, що впливають на цей процес. Це допоможе досягти більш точного і надійного опису експериментальних даних та сприятиме подальшому розвитку теорії КХД і розумінню фундаментальних взаємодій у фізиці високих енергій.

Крім того, важливо приділити увагу взаємодії між різними теоретичними підходами. Наприклад, поєднання логарифмічних поправок з іншими моделями, такими як моделі, що враховують аномальні розміри або мезонні ефекти, може значно покращити теоретичні передбачення. Це відкриває нові можливості для дослідження складних процесів у фізиці елементарних частинок та дозволяє отримати глибше розуміння природи взаємодії між субатомними частинками.

Узагальнюючи, результати нашого дослідження показують критичну важливість врахування двофотонних ефектів і логарифмічних поправок у теоретичних моделях пружного розсіяння електронів на дейтронах. Це підкреслює необхідність подальших досліджень і експериментів для вдосконалення теоретичних моделей та забезпечення їх максимальної узгодженості з експериментальними даними. Лише комплексний підхід, який враховує всі ключові фізичні явища, може забезпечити точний і надійний опис процесів на субатомному рівні.

Розширені експерименти та розробка нових теоретичних підходів є ключовими для поглиблення нашого розуміння фундаментальних взаємодій. Зокрема, вивчення процесів, що враховують обмін двома фотонами та логарифмічні поправки, надає важливу інформацію для створення більш точних моделей. Це дозволяє врахувати складні фізичні явища, які виникають у процесах розсіяння, і забезпечити кращу узгодженість теоретичних передбачень з експериментальними даними. Таким чином, подальші дослідження та експерименти, зосереджені на детальному вивченні двофотонних ефектів і логарифмічних поправок, є необхідними для розвитку сучасної фізики високих енергій. Вони сприятимуть глибшому розумінню структури матерії та фундаментальних взаємодій на субатомному рівні, що є важливим кроком до розвитку нових технологій і відкриття нових законів природи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Arrington J., Blunden P. G., Melnitchouk P. G.* Review of two-photon exchange in electron scattering // *Progress in Particle and Nuclear Physics*. — 2011. — Vol. 66. — P. 782–833. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2011.07.003>.
2. *Bing Dong Y., Chen D.* Two-photon exchange effect on deuteron electromagnetic form factors // *Physics Letters B*. — 2009. — Vol. 675. — P. 426–432. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2009.04.054>.
3. *Bing Dong Y.* Two-photon exchange corrections to the polarization P_y of the deuteron // *Phys. Rev.* — 2010. — Vol. 82. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.82.068202>.
4. *Abbott D.* Measurement of Tensor Polarization in Elastic Electron-Deuteron Scattering at Large Momentum Transfer // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 84, no. 5053. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.5053>.
5. *Kobushkin A., Krivenko-Emetov Y.* pQCD phenomenology of elastic ed scattering // *Scientific works of the Institute of Nuclear Research*. — 2003. — Vol. 3. — P. 49–69. — DOI: <https://arxiv.org/pdf/nucl-th/0112009>.
6. *Krivenko-Emetov Y.* Elastic and inelastic scattering involving the deuteron and the structure of the deuteron at short distances. — 2012.
7. *Kobushkin A. P., Syamtomov A. I.* Deuteron Electromagnetic Form Factors in the Transitional Region Between Nucleon-Meson and Quark-Gluon Pictures // *Physics of Atomic Nuclei*. — 1995. — Vol. 58, no. 1565–1571. — DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/9409411>.
8. *Brodsky S. J., Chertok B. T.* Deuteron Form Factor and the Short-Distance Behavior of the Nuclear Force // *Rev. Lett.* — 1976. — Vol. 37, no. 269. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.37.269>.
9. *Brodsky S., Ji C.-R., Lepage G.* Quantum Chromodynamic Predictions for the Deuteron Form Factor // *Phys. Rev.* — 1983. — Vol. 51, no. 83. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.51.83>.

10. Advanced extraction of the deuteron charge radius from electron-deuteron scattering data / Z. Jingyi, V. Khachatryan, H. Ashot, W. Xiong // Physical Review. — 2021. — Vol. 103, no. 024002. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.103.024002>.
11. *Jingyi Z.* Lowest-order QED radiative corrections in unpolarized elastic electron-deuteron scattering beyond the ultra-relativistic limit for the proposed deuteron charge radius measurement at Jefferson Laboratory // Eur. Phys. J. A. — 2023. — Vol. 59, no. 256. — DOI: <https://doi.org/10.1140/epja/s10050-023-01174-6>.
12. *Kobushkin A., Krivenko-Emetov Y., Dubnicka S.* Elastic electron-deuteron scattering beyond onephoton exchange // Phys. Rev. — 2010. — Vol. 5, no. 81. — P. 054001. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.81.054001>.
13. Two-photon exchange and elastic scattering of longitudinally polarized electrons on polarized deuterons / A. P. Kobushkin, Y. D. Krivenko- Emetov, S. Dubnicka, A. Z. Dubnickova // Phys. Rev. — 2011. — Vol. 84. — P. 054007. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.84.054007>.
14. *Lomon E. L.* Extended Gari-Krümpelmann model fits to nucleon electromagnetic form factors // Phys. Rev. — 2001. — Vol. 64, no. 035204. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.64.035204>.
15. *Abbott D.* Precise Measurement of the Deuteron Elastic Structure Function $A(Q^2)$ // Phys.Rev.Lett. — 1999. — Vol. 82, no. 1379. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.1379>.
16. *Borisyuk D., Kobushkin A.* Box diagram in the elastic electron-proton scattering // Physical Review. — 2006. — Vol. 74, no. 065203. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.74.065203>.
- [17]. F.M. Lev, Yad. Fiz. — 1975. — Vol. 21.
- [18]. P.E. Bosted et al., Elastic electron-deuteron scattering beyond one-photon exchange //Phys. Rev. — 1990. — Vol. 42. — P. R1. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.42.R1>.
- [19]. A.N. Ivanov, N.I. Troitskaya, M. Faber, and H. Oberhammer, On the relativistic field theory model of the deuteron I, II//Phys. Lett. — 1995. — Vol. 361. — P. 74-80.;

Nucl. Phys. — 1997. — Vol. 617. — P. 414-448. — DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(97\)00016-X](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(97)00016-X).

[20]. C.F. Perdrisat, V. Punjabi, and M. Vanderhaeghen, Nucleon electromagnetic form factors //Prog. Part. Nucl. Phys. — 2007. — Vol. 59. — P. 694-764. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2007.05.001>.

[21]. S. Gastler et al., Elastic electron-deuteron scattering and the electric neutron form factor at four-momentum transfers $5 \text{ fm}^{-2} < q^2 < 14 \text{ fm}^{-2}$ //Nucl. Phys. — 1971. — Vol. 32. — P. 221-237. — DOI: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(71\)90068-X](https://doi.org/10.1016/0550-3213(71)90068-X).

[22]. L.C. Alexa et al., Measurements of the Deuteron Elastic Structure Function $A(Q^2)$ for $0.7 \leq Q^2 \leq 6.0 (\text{GeV}/c)^2$ at Jefferson Laboratory //Phys. Rev. — 1999. — Vol. 82, — 1374. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.1374>.

[23]. D. Benaksas et al., Deuteron Electromagnetic Form Factors for $3F^{-2} < q^2 < 6F^{-2}$ //Phys. Rev. — 1966. — Vol. 148, — 1327. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.148.1327>.

[24]. R.G. Arnold et al., Measurement of the Electron-Deuteron Elastic-Scattering Cross Section in the Range $0.8 < q^2 < 6 \text{ GeV}^2$ //Phys. Rev. Lett. — 1975. — Vol. 35, — 776. — DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.35.776>.

[25]. Yaroslav Krivenko-Emetov, Logarithmic corrections of qcd in electron-deuteron scattering // International Science Group — 2021. — P. 488-490. — DOI: <https://doi.org/10.46299/ISG.2021.I.XXIX>.

ДОДАТКИ

Додаток А. Код файлу програми для підгонки без врахування поправок

```
import numpy as np
from scipy.optimize import minimize
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.interpolate import CubicSpline

n_f = 5

def calculate_a_s(Q, Y, n_f):
    b = (11 - 2 / 3 * n_f)
    return 4 * np.pi / (b * np.log(Q / Y ** 2))

def calculate_u(Q):
    M = 1875.6
    return Q / (2 * M ** 2)

def calculate_Y():
    return (0.211)

def calculate_N_values(Q, N_1, N_2, N_3, calculate_u, C_F, n_f, a_s):
    Y = calculate_Y()
    b = (11 - 2 / 3 * n_f)

    y_d = 6 * C_F / (5 * b)
    y_N = C_F / (2 * b)
    f = ((a_s(Q, calculate_Y(), n_f)) ** 5) * (((np.log(Q / Y ** 2)) ** (-2 *
y_d)) / ((np.log(Q / (4 * Y ** 2))) ** (-4 * y_N)))

    G = (1 + (Q / 4) / 0.71) ** (-2)
    g_00 = N_1 / Q * f
    g_10 = (N_2 / np.sqrt(Q) ** 3) * f
    g_11 = N_3 / Q ** 2 * f
    J_00 = (a_s(Q, calculate_Y(), n_f)) ** 4 * G ** 2 * g_00
    J_10 = (a_s(Q, calculate_Y(), n_f)) ** 4 * G ** 2 * g_10
    J_11 = (a_s(Q, calculate_Y(), n_f)) ** 4 * G ** 2 * g_11

    G_Q = (2 / (2 * calculate_u(Q) + 1)) * ((-1 / 2) * J_00 + np.sqrt(1 / (2 *
calculate_u(Q))) * J_10 - (calculate_u(Q) + 1) / (2 * calculate_u(Q)) * J_11)
    G_C = (2 / (2 * calculate_u(Q) + 1)) * ((3 - 2 * calculate_u(Q)) / 6 * J_00
+ 8 / 3 * np.sqrt(calculate_u(Q) / 2) * J_10 + (2 * calculate_u(Q) - 1) / 3 *
J_11)
    G_m = (2 / (2 * calculate_u(Q) + 1)) * (J_00 + (2 * calculate_u(Q) - 1) /
np.sqrt(2 * calculate_u(Q)) * J_10 - J_11)

    return G_C, G_m, G_Q

def function_to_minimize(params, Q_values_A, Q_values_B, A_values, B_values,
n_f):#Був змінений цей рядок
    N_1, N_2, N_3 = params#Був змінений цей рядок

    n_c = 3
    C_F = (n_c ** 2 - 1) / (2 * n_c )

    residuals_A = []
    residuals_B = []

    # For data set A
    for Q, A in zip(Q_values_A, A_values):
        result_A = calculate_N_values(Q, N_1, N_2, N_3, calculate_u, C_F, n_f,
```

```

calculate_a_s)#Був змінений цей рядок
    G_C_A, G_m_A, G_Q_A = result_A

    predicted_A = (G_C_A ** 2 + 2 / 3 * calculate_u(Q) * G_m_A ** 2 + 8 / 9
* calculate_u(Q) ** 2 * G_Q_A ** 2)

    residual_A = A - predicted_A
    residuals_A.append(residual_A)

# For data set B
for Q, B in zip(Q_values_B, B_values):
    result_B = calculate_N_values(Q, N_1, N_2, N_3, calculate_u, C_F, n_f,
calculate_a_s)#Був змінений цей рядок
    G_C_B, G_m_B, G_Q_B = result_B

    predicted_B = (4 / 3 * calculate_u(Q) * (1 + calculate_u(Q)) * G_m_B **
2)

    residual_B = B - predicted_B
    residuals_B.append(residual_B)

chi_squared_A = np.sum(np.square(residuals_A))
chi_squared_B = np.sum(np.square(residuals_B))
total_chi_squared = chi_squared_A + chi_squared_B

return total_chi_squared

data = np.loadtxt('dataB.txt')
Q_values = data[:, 0]
A_values = data[data[:, 1] == 1][:, 2]
B_values = data[data[:, 1] == 2][:, 2]
data_A = data[data[:, 1] == 1]
data_B = data[data[:, 1] == 2]

Q_values_A = data_A[:, 0]
Q_values_B = data_B[:, 0]

# Define parameter bounds
param_bounds = [(None, None), (None, None), (None, None)]

# Call the minimization function
initial_params = [36.49146183384837, 3.1661924879861543, 22.109806192679706]
result = minimize(function_to_minimize, initial_params, args=(Q_values_A,
Q_values_B, A_values, B_values, n_f), method='Powell', bounds=param_bounds)

optimal_params = result.x
optimal_N_1, optimal_N_2, optimal_N_3 = optimal_params[:3]
chi_squared_total = result.fun

num_data_points = len(Q_values)
degrees_of_freedom_total = num_data_points - len(optimal_params)

# Вычисление и вывод ошибки
error_A = np.sqrt(chi_squared_total / (len(Q_values_A) - len(optimal_params)))
error_B = np.sqrt(chi_squared_total / (len(Q_values_B) - len(optimal_params)))

# Calculate fitted curve for A
fitted_curve_A = []

for Q in Q_values_A:
    n_c = 3
    result_A = calculate_N_values(Q, optimal_N_1, optimal_N_2, optimal_N_3,
calculate_u, (n_c ** 2 - 1) / (2 * n_c), n_f, calculate_a_s)#Був змінений цей

```

```

рядок
    G_C_A, G_m_A, G_Q_A = result_A

    predicted_A = (G_C_A ** 2 + 2 / 3 * calculate_u(Q) * G_m_A ** 2 + 8 / 9 *
calculate_u(Q) ** 2 * G_Q_A ** 2)
    fitted_curve_A.append(predicted_A)

x_points = [2, 2.4, 2.5, 3, 3.1, 3.4, 3.95, 4.05, 4.5, 5, 5.4, 6]
y_points = [0.5E-06, 0.25E-06, 0.125E-6, 0.5E-7, 0.3E-7, 0.15E-7, 0.55E-8, 0.49E-8,
0.25E-8, 0.75E-9, 0.4E-9, 0.35E-9 ]
upper_errors = [0.25E-6, 0.1E-6, 0.1E-6, 0.1E-7, 0.1E-7, 0.1E-7, 0.1E-8, 0.1E-8, 0.2E-
8, 0.1E-9, 0.1E-9, 0.1E-9]
lower_errors = [0.25E-6, 0.1E-6, 0.1E-6, 0.1E-7, 0.1E-7, 0.1E-7, 0.1E-8, 0.1E-8, 0.2E-
8, 0.1E-9, 0.1E-9, 0.1E-9]

spline = CubicSpline(Q_values_A, fitted_curve_A)

# Generate smooth curve points
smooth_curve_x = np.linspace(min(Q_values_A), max(Q_values_A), 1000)
smooth_curve_y = spline(smooth_curve_x)

plt.figure()
plt.errorbar(x_points, y_points, yerr=[lower_errors, upper_errors],
fmt='o', capsize=5, label='Data points with Error Bars')
plt.plot(smooth_curve_x, smooth_curve_y, label='Fitted Curve B', color='red')
plt.xlabel(r"$Q^2$ (GeV/c)$^2$")
plt.ylabel('A')
plt.title('Fit for Data A')
plt.legend()
#plt.ylim(-0.5e-7, 6e-7)
plt.grid(True)
plt.show()
'''
# Calculate fitted curve for B
fitted_curve_B = []
for Q in Q_values_B:
    n_c = 3
    result_B = calculate_N_values(Q, optimal_N_1, optimal_N_2, optimal_N_3,
calculate_u, (n_c ** 2 - 1) / (2 * n_c), n_f, calculate_a_s)#Був змінений цей
рядок
    G_C_B, G_m_B, G_Q_B = result_B
    predicted_B = (4 / 3 * calculate_u(Q) * (1 + calculate_u(Q)) * G_m_B ** 2)
    fitted_curve_B.append(predicted_B)

x_points = [2, 2.25, 2.45, 2.55, 2.75]
y_points = [7E-9, 1.01E-8, 1.1E-8, 1.1E-8, 3E-9]
upper_errors = [0.5E-8, 1.1E-8, 1.5E-8, 2E-8, 9.5E-9]
lower_errors = [4E-9, 4.5E-9, 0.89E-8, 10E-9, 10E-11]

spline = CubicSpline(Q_values_B, fitted_curve_B)

# Generate smooth curve points
smooth_curve_x = np.linspace(min(Q_values_B), max(Q_values_B), 1000)
smooth_curve_y = spline(smooth_curve_x)

plt.figure()
plt.errorbar(x_points, y_points, yerr=[lower_errors, upper_errors], fmt='o',
capsize=5, label='Data points with Error Bars')
plt.plot(smooth_curve_x, smooth_curve_y, label='Fitted Curve B', color='red')
plt.xlabel(r"$Q^2$ (GeV/c)$^2$")
plt.ylabel('B')
plt.title('Fit for Data B')
plt.legend()

```

```
plt.grid(True)
plt.legend(loc='upper left')
plt.show()
'''
print("Optimal parameters (N_1, N_2, N_3):", optimal_N_1, optimal_N_2,
      optimal_N_3)
print("Error for A:", error_A)
print("Error for B:", error_B)
print("Total  $\chi^2$ :", chi_squared_total)
```

Додаток Б. Код файлу програми для підгонки з врахуванням поправок

```
import numpy as np
from scipy.optimize import minimize
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.interpolate import CubicSpline

n_f = 5

def calculate_a_s(Q, Y, n_f):
    b = (11 - 2 / 3 * n_f)
    return 4 * np.pi / (b * np.log(Q / Y ** 2))

def calculate_u(Q):
    M = 1875.6
    return Q / (2 * M ** 2)

def calculate_Y():
    return (0.211)

def calculate_N_values(Q, N_1, N_2, N_3, calculate_u, C_F, n_f, a_s):
    Y = calculate_Y()
    b = (11 - 2 / 3 * n_f)

    y_d = 6 * C_F / (5 * b)
    y_N = C_F / (2 * b)
    f = ((a_s(Q, calculate_Y(), n_f)) ** 5) * ((np.log(Q / Y ** 2)) ** (-2 *
y_d)) / ((np.log(Q / (4 * Y ** 2))) ** (-4 * y_N))

    G = (1 + (Q / 4) / 0.71) ** (-2)
    g_00 = N_1 / Q * f
    g_10 = (N_2 / np.sqrt(Q) ** 3) * f
    g_11 = N_3 / Q ** 2 * f
    J_00 = (a_s(Q, calculate_Y(), n_f)) ** 4 * G ** 2 * g_00
    J_10 = (a_s(Q, calculate_Y(), n_f)) ** 4 * G ** 2 * g_10
    J_11 = (a_s(Q, calculate_Y(), n_f)) ** 4 * G ** 2 * g_11

    G_Q = (2 / (2 * calculate_u(Q) + 1)) * ((-1 / 2) * J_00 + np.sqrt(1 / (2 *
calculate_u(Q))) * J_10 - (calculate_u(Q) + 1) / (2 * calculate_u(Q)) * J_11)
    G_C = (2 / (2 * calculate_u(Q) + 1)) * ((3 - 2 * calculate_u(Q)) / 6 * J_00
+ 8 / 3 * np.sqrt(calculate_u(Q) / 2) * J_10 + (2 * calculate_u(Q) - 1) / 3 *
J_11)
    G_m = (2 / (2 * calculate_u(Q) + 1)) * (J_00 + (2 * calculate_u(Q) - 1) /
np.sqrt(2 * calculate_u(Q)) * J_10 - J_11)

    return G_C, G_m, G_Q

def function_to_minimize(params, Q_values_A, Q_values_B, A_values, B_values,
n_f):
    N_1, N_2, N_3, a_A, b_A, a_B, b_B = params

    n_c = 3
    C_F = (n_c ** 2 - 1) / (2 * n_c)

    residuals_A = []
    residuals_B = []

    # For data set A
    for Q, A in zip(Q_values_A, A_values):
        result_A = calculate_N_values(Q, N_1, N_2, N_3, calculate_u, C_F, n_f,
calculate_a_s)
        G_C_A, G_m_A, G_Q_A = result_A
```

```

L_A = 1.9
log_term_A = np.log(Q / L_A)
multiplier_A = 1 + a_A * log_term_A ** b_A
predicted_A = multiplier_A * (G_C_A ** 2 + 2 / 3 * calculate_u(Q) *
G_m_A ** 2 + 8 / 9 * calculate_u(Q) ** 2 * G_Q_A ** 2)

residual_A = A - predicted_A
residuals_A.append(residual_A)

# For data set B
for Q, B in zip(Q_values_B, B_values):
    result_B = calculate_N_values(Q, N_1, N_2, N_3, calculate_u, C_F, n_f,
calculate_a_s)
    G_C_B, G_m_B, G_Q_B = result_B

    L_B = 1.9
    log_term_B = np.log(Q / L_B)
    multiplier_B = 1 + a_B * log_term_B ** b_B
    predicted_B = multiplier_B * (4 / 3 * calculate_u(Q) * (1 +
calculate_u(Q)) * G_m_B ** 2)

    residual_B = B - predicted_B
    residuals_B.append(residual_B)

chi_squared_A = np.sum(np.square(residuals_A))
chi_squared_B = np.sum(np.square(residuals_B))
total_chi_squared = chi_squared_A + chi_squared_B

return total_chi_squared

data = np.loadtxt('data.txt')
Q_values = data[:, 0]
A_values = data[data[:, 1] == 1][:, 2]
B_values = data[data[:, 1] == 2][:, 2]
data_A = data[data[:, 1] == 1]
data_B = data[data[:, 1] == 2]

Q_values_A = data_A[:, 0]
Q_values_B = data_B[:, 0]

# Define parameter bounds
param_bounds = [(None, None), (None, None), (None, None), (0, None), (1, 3),
(0, None), (1, 3)]

# Call the minimization function
initial_params = [-8.275361397557624, 2.34176454490812,
18.91311950817171, 40.241048067276886, 1.002125748645791, 442.368305581151,
2.199880777776404]
result = minimize(function_to_minimize, initial_params, args=(Q_values_A,
Q_values_B, A_values, B_values, n_f), method='Powell', bounds=param_bounds)

optimal_params = result.x
optimal_N_1, optimal_N_2, optimal_N_3 = optimal_params[:3]#Був змінений цей
рядок
optimal_a_A, optimal_b_A = optimal_params[3:5]
optimal_a_B, optimal_b_B = optimal_params[5:7]
chi_squared_total = result.fun

num_data_points = len(Q_values)
degrees_of_freedom_total = num_data_points - len(optimal_params)

# Вычисление и вывод ошибки
error_A = np.sqrt(chi_squared_total / (len(Q_values_A) - len(optimal_params)))
error_B = np.sqrt(-1*(chi_squared_total / (len(Q_values_B) -

```

```

len(optimal_params)))
'''
# Calculate fitted curve for A
fitted_curve_A = []

for Q in Q_values_A:
    n_c = 3
    result_A = calculate_N_values(Q, optimal_N_1, optimal_N_2, optimal_N_3,
calculate_u, (n_c ** 2 - 1) / (2 * n_c), n_f, calculate_a_s)
    G_C_A, G_m_A, G_Q_A = result_A
    L_A = 1.9
    log_term_A = np.log(Q / L_A )
    multiplier_A = 1 + optimal_a_A * log_term_A ** optimal_b_A
    predicted_A = multiplier_A * (G_C_A ** 2 + 2 / 3 * calculate_u(Q) * G_m_A **
2 + 8 / 9 * calculate_u(Q) ** 2 * G_Q_A ** 2)
    fitted_curve_A.append(predicted_A)

x_points = [2, 2.4, 2.5, 3, 3.1, 3.4, 3.95, 4.05, 4.5, 5, 5.4, 6]
y_points = [0.5E-06, 0.25E-06, 0.125E-6, 0.5E-7, 0.3E-7, 0.15E-7, 0.55E-8, 0.49E-8,
0.25E-8, 0.75E-9, 0.4E-9, 0.35E-9 ]
upper_errors = [0.25E-6, 0.1E-6, 0.1E-6, 0.1E-7, 0.1E-7, 0.1E-7, 0.1E-8, 0.1E-8, 0.2E-
8, 0.1E-9, 0.1E-9, 0.1E-9]
lower_errors = [0.25E-6, 0.1E-6, 0.1E-6, 0.1E-7, 0.1E-7, 0.1E-7, 0.1E-8, 0.1E-8, 0.2E-
8, 0.1E-9, 0.1E-9, 0.1E-9]

spline = CubicSpline(Q_values_A, fitted_curve_A)

# Generate smooth curve points
smooth_curve_x = np.linspace(min(Q_values_A), max(Q_values_A), 1000)
smooth_curve_y = spline(smooth_curve_x)

plt.figure()
plt.errorbar(x_points, y_points, yerr=[lower_errors, upper_errors],
fmt='o', capsize=5, label='Data points with Error Bars')
plt.plot(smooth_curve_x, smooth_curve_y, label='Fitted Curve B', color='red')
plt.xlabel(r"$Q^2$ (GeV/c)$^2$")
plt.ylabel('A')
plt.title('Fit for Data A')
plt.legend()
#plt.ylim(-0.5e-7, 6e-7)
plt.grid(True)
plt.show()
'''

# Calculate fitted curve for B
fitted_curve_B = []
for Q in Q_values_B:
    n_c = 3
    result_B = calculate_N_values(Q, optimal_N_1, optimal_N_2, optimal_N_3,
calculate_u, (n_c ** 2 - 1) / (2 * n_c), n_f, calculate_a_s)
    G_C_B, G_m_B, G_Q_B = result_B
    L_B = 1.9

    log_term_B = np.log(Q / L_B)
    multiplier_B = 1 + optimal_a_B * log_term_B ** optimal_b_B
    predicted_B = multiplier_B * (4 / 3 * calculate_u(Q) * (1 + calculate_u(Q))
* G_m_B ** 2)
    fitted_curve_B.append(predicted_B)

x_points = [2, 2.25, 2.45, 2.55, 2.75]
y_points = [7E-9, 1.01E-8, 1.1E-8, 1.1E-8, 3E-9]
upper_errors = [0.5E-8, 1.1E-8, 1.5E-8, 2E-8, 9.5E-9]
lower_errors = [4E-9, 4.5E-9, 0.89E-8, 10E-9, 10E-11]

```

```

spline = CubicSpline(Q_values_B, fitted_curve_B)

# Generate smooth curve points
smooth_curve_x = np.linspace(min(Q_values_B), max(Q_values_B), 1000)
smooth_curve_y = spline(smooth_curve_x)

plt.figure()
plt.errorbar(x_points, y_points, yerr=[lower_errors, upper_errors], fmt='o',
             capsize=5, label='Data points with Error Bars')
plt.plot(smooth_curve_x, smooth_curve_y, label='Fitted Curve B', color='red')
plt.xlabel(r"$Q^2$ (GeV/c)$^2$")
plt.ylabel('B')
plt.title('Fit for Data B')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.legend(loc='upper left')
plt.show()

print("Optimal parameters (N_1, N_2, N_3):", optimal_N_1, optimal_N_2,
      optimal_N_3)
print("Optimal parameters for A (a, b):", optimal_a_A, optimal_b_A)
print("Error for A:", error_A)
print("Optimal parameters for B (a, b):", optimal_a_B, optimal_b_B)
print("Error for B:", error_B)
print("Total  $\chi^2$ :", chi_squared_total)

```

Додаток В Використані дані файл data.txt і dataB.txt

2	1	0.5E-06
2.4	1	0.25E-06
2.5	1	0.125E-6
3	1	0.5E-7
3.1	1	0.3E-7
3.4	1	0.15E-7
3.95	1	0.55E-8
4.05	1	0.49E-8
4.5	1	0.25E-8
5	1	0.75E-9
5.4	1	0.4E-9
6	1	0.35E-9
2	2	7E-9
2.25	2	1.01E-8
2.45	2	1.1E-8
2.55	2	1.1E-8
2.75	2	3E-9