

УДК 006.83

*І. Б. Мацюк, студент гр. ВВ-71мн, к.т.н., доц. Шведова В.В.*  
КПІ ім. Ігоря Сікорського

## ОЦІНЮВАННЯ ДОСТОВІРНОСТІ ПОВІРКИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

**Анотація.** В статті отримано аналітичний вираз, що дозволяє оцінити достовірність повірки засобів вимірювальної техніки, похибка яких має нормальний розподіл, для випадків використання різних за точністю еталонних засобів вимірювальної техніки та різного запасу з оцінки поля контрольного допуску.

**Ключові слова:** повірка, достовірність повірки, засіб вимірювальної техніки, оперативна характеристика.

### ВСТУП

Повірка за своєю гносеологічною суттю є процедурою контролю. Якість процедури контролю, ступінь його правдоподібності характеризується достовірністю контролю прийняття правильних рішень, що знаходяться в межах від 0 до 1. Кількісною оцінкою достовірності є ймовірність того, що результат контролю відповідає дійсному стану об'єкта. [1]

В свою чергу, достовірність повірки – властивість повірки, що характеризується ступенем відповідності висновку про приналежність контрольованої характеристики дійсній приналежності її до області допустимих для неї значень. Значення достовірностей повірки великою мірою обумовлюються розподілами похибки ЗВТ. Аналізу впливу розподілу похибки на достовірність проведення повірки присвячена дана стаття.

### АНАЛІЗ ДЖЕРЕЛ

При проведенні повірки, її достовірність характеризується оперативною характеристикою засобу вимірювальної техніки (ЗВТ)  $L(\chi)$ , яку можна представити наступним чином (рисунки 1, 2). [2]

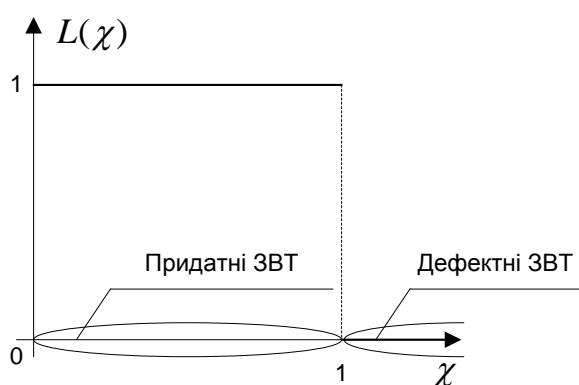


Рисунок 1 - Ідеальна оперативна характеристика.

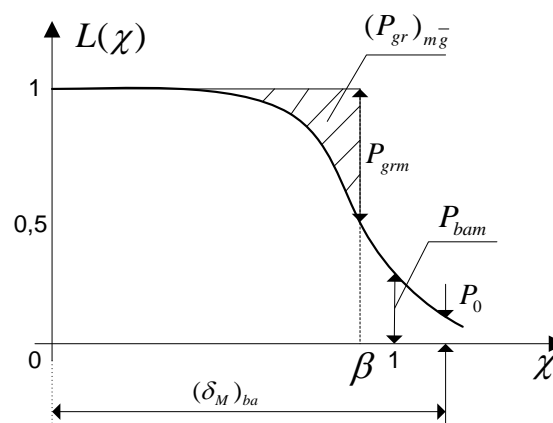


Рисунок 2 - Реальна оперативна характеристика.

Оперативна характеристика ЗВТ  $L(\chi)$  це умовна ймовірність визнання екземпляра, який повіряється, придатним за умови, що  $\chi$  набуває деяке конкретне значення, де параметр  $\chi$  - частка значення контрольованої характеристики  $Q$  до модуля її граничного допустимого значення  $G_p$

Відповідно до [2, 3] вихідні дані для встановлення параметрів методик повірки поділяють на основні та додаткові. При цьому проводять контроль основної похибки ЗВТ на відповідність нормі, встановленої в нормативно-технічній документації на ЗВТ.

Перед проведенням повірки встановлюють:

- $P_{bam}$  найбільша ймовірність помилкового визнання придатним в дійсності дефективного екземпляра ЗВТ;
- $(\delta_M)_{ba}$  частка найбільшого можливого модуля контрольованої характеристики похибки екземпляра ЗВТ, який може бути помилково визнаний придатним, до границі її допустимих значень;

а також для встановлення значень параметрів:

- $\alpha$  частка границі допустимого значення похибки повірки  $\Delta_l$  (при  $n = 1$ ) або характеристик похибки спостережень (при  $n > 1$ ) при повірці до границі допустимого значення контрольованої характеристики;
- $\gamma$  абсолютне значення частки границі  $\pm G_\gamma$  поля контрольного допуску, з яким порівнюють отриману при повірці оцінку  $\tilde{Q}$  контрольованої характеристики  $Q$  з метою прийняття рішення щодо придатності або дефектності конкретного екземпляра ЗВТ, до модуля  $G_p$ ;
- $n$  кількість спостережень при експериментальному визначенні значень похибки в точці, яку повіряють, що підлягаю сумісній обробці для отримання результату вимірювання похибки.

За нормативно-технічною документацією [2, 3] основні характеристики визначаються за параметрами  $\alpha$  та  $\gamma$ . Для встановлення найбільшої ймовірності помилкового визнання придатним в дійсності дефективного екземпляра ЗВТ  $P_{bam}$ , використовується інформація про ці параметри, що дозволяє розрахувати таблицю для вибору можливих варіантів проведення повірки.

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Оскільки в нормативно-технічних документах [2, 3] проведено розрахунок тільки для нормального розподілу похибки ЗВТ і обмеженого номіналу додаткових характеристик, в дослідженні було вирішено проаналізувати можливість оцінити достовірність повірки (за допомогою характеристик  $P_{bam}$  та  $(P_{gr})_{mg}$  в залежності від виду розподілу похибки ЗВТ та розширеного номіналу додаткових характеристик методики повірки.

Відповідно до методик повірки [2, 3] ймовірність визнання придатного ЗВТ непридатним  $P_{bam}$  визначається за функцією Іордана, яка охоплює різні види розподілів.

$$P_{bam} = \int_{-\gamma-1}^{\gamma-1} f(\rho) d\rho. \quad (1)$$

Канонічний вид функції Іордана має вигляд:

$$f(\rho) = \frac{\pi}{2\alpha_p} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2\alpha_p} \rho\right)}{\sqrt{1 + \varepsilon \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2\alpha_p} \rho\right)}} \cdot D(\varepsilon), \quad (2)$$

де  $\alpha_p$  - граничне значення при контролі основної похибки,  
 $D(\varepsilon)$  - дисперсія, що дорівнює:

$$D(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{|\varepsilon|}} \cdot \arcsin \sqrt{|\varepsilon|}, & \text{при } \varepsilon < 0, \\ 2, & \text{при } \varepsilon = 0, \\ \frac{2}{\sqrt{|\varepsilon|}} \cdot \ln(\varepsilon + \sqrt{1 + \varepsilon}), & \text{при } \varepsilon > 0. \end{cases} \quad (3)$$

Від параметра  $\varepsilon$  залежить вид функції щільності розподілу. Розглядають зміни параметра  $\varepsilon$  від -1 до 100.

При  $\varepsilon = 10$  дисперсія дорівнює:

$$D(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{|10|}} \cdot \ln(10 + \sqrt{1 + 10}) = 1,6374. \quad (4)$$

Оскільки одним з основних видів закону розподілу є нормальний, то розглянемо цей випадок, при  $\varepsilon = 10$ , і розрахуємо  $P_{bam}$ , що залежна від параметрів  $\alpha$  та  $\gamma$  з вище наведених формул.

Для прикладу оберемо  $\alpha = \frac{1}{2}$ , тоді функція Йордана набуває вигляду:

$$f(\rho) = \frac{\pi}{2 \cdot 0,5} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot 0,5} \rho\right)}{\sqrt{1 + 10 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2 \cdot 0,5} \rho\right)}} \cdot D(\varepsilon) = \pi \frac{\cos(\pi\rho)}{\sqrt{1 + 10 \cdot \sin^2(\pi\rho)}} \cdot D(\varepsilon) \quad (5)$$

а ймовірність відповідно:

$$P_{bam} = \int_{-\gamma-1}^{\gamma-1} f(\rho) d\rho = \int_{-\gamma-1}^{\gamma-1} 1,6374 \frac{\pi \cos(\pi\rho)}{\sqrt{1 + 10 \cdot \sin^2(\pi\rho)}} d\rho. \quad (6)$$

Для випадку, коли  $\gamma = 0,5$ , ймовірність прийняття придатного непридатним дорівнює:

$$\begin{aligned} P_{bam} &= \int_{-1,5}^{-0,5} \frac{\pi \cos(\pi\rho)}{\sqrt{1 + 10 \cdot \sin^2(\pi\rho)}} \cdot D(\varepsilon) d\rho = D(\varepsilon) \cdot \pi \int_{-1,5}^{-0,5} \frac{\cos(\pi\rho)}{\sqrt{1 + 10 \cdot \sin^2(\pi\rho)}} d\rho = \\ &= D(\varepsilon) \int_{-1,5}^{-0,5} \frac{\cos(\pi\rho)}{\sqrt{1 + 10 \cdot \sin^2(\pi\rho)}} d(\pi\rho) \end{aligned} \quad (7)$$

Замінімо  $\pi\rho = x$

$$P_{bam} = D(\varepsilon) \int_{-1,5}^{-0,5} \frac{\cos(x)}{\sqrt{1 + 10 \cdot \sin^2(x)}} dx \quad (8)$$

Введемо ще одну заміну  $\cos x dx = d(\sin(x))$

$$P_{bam} = D(\varepsilon) \int_{-1,5}^{-0,5} \frac{d(\sin(x))}{\sqrt{1+10 \cdot \sin^2(x)}} \quad (9)$$

Нехай  $\sin(x) = y$ , тоді

$$P_{bam} = D(\varepsilon) \int_{-1,5}^{-0,5} \frac{dy}{\sqrt{1+10y^2}} = D(\varepsilon) \int_{-1,5}^{-0,5} \frac{dy}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{\frac{1}{10} + y^2}} \quad (10)$$

Ми бачимо табличний інтеграл виду  $\frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$ , що легко можна взяти

$$P_{bam} = \frac{D(\varepsilon)}{\sqrt{10}} \int_{-1,5}^{-0,5} \frac{dy}{\sqrt{\frac{1}{10} + y^2}} = \frac{D(\varepsilon)}{\sqrt{10}} \cdot \ln \left| y + \sqrt{\frac{1}{10} + y^2} \right| \Bigg|_{-1,5}^{-0,5} \quad (11)$$

Повертаємось до замін та підставляємо значення:

$$\begin{aligned} P_{bam} &= \frac{D(\varepsilon)}{\sqrt{10}} \cdot \ln \left| \sin x + \sqrt{\frac{1}{10} + \sin^2 x} \right| \Bigg|_{-1,5}^{-0,5} = \frac{D(\varepsilon)}{\sqrt{10}} \ln \left| \sin(\pi\rho) + \sqrt{\frac{1}{10} + \sin^2(\pi\rho)} \right| \Bigg|_{-1,5}^{-0,5} = \\ &= \frac{D(\varepsilon)}{\sqrt{10}} \left[ \ln \left\{ \sin(-0,5\pi) + \sqrt{\sin^2(-0,5\pi) + \frac{1}{10}} \right\} - \ln \left\{ \sin(-1,5\pi) + \sqrt{\sin^2(-1,5\pi) + \frac{1}{10}} \right\} \right] = (12) \\ &= \frac{1.6374}{\sqrt{10}} \left[ \ln \{-0.0274 + 0.317\} - \ln \{-0.0822 + 0.327\} \right] = 0.518(-1.239 + 1.407) = 0.088 \end{aligned}$$

Отже, для додаткових параметрів методики перевірки  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\gamma = 0,5$  і нормального розподілу похибок ЗВТ маємо  $P_{bam} = 0.088$ .

Для порівняння результатів, наведених в методиках (див. таблиця 1) та за формулами (1-3) проведено розрахунки для значень  $\alpha = \frac{1}{2}; \frac{1}{2,5}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$  та  $\gamma$  тих самих, що і в таблиці 1.

Таблиця 1. Значення параметра  $\gamma$  (чисельник) та критерію  $(\delta_M)_{ba}$  (знаменник).

$p$	Значення параметра $\gamma$ (чисельник) та критерію $(\delta_M)_{ba}$ при $P_{bam}$ , що дорівнює										
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
1/5	0,80	0,88	0,91	0,93	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00
	1,00	1,08	1,11	1,13	1,14	1,16	1,17	1,18	1,19	1,19	1,20
1/4	0,75	0,85	0,88	0,91	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00
	1,00	1,10	1,13	1,16	1,18	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25
1/3	0,67	0,80	0,85	0,88	0,91	0,93	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00
	1,00	1,13	1,18	1,21	1,24	1,26	1,27	1,29	1,31	1,32	1,33
1/2,5	0,60	0,76	0,82	0,86	0,89	0,91	0,93	0,95	0,97	0,98	1,00
	1,00	1,16	1,22	1,26	1,29	1,31	1,33	1,35	1,37	1,38	1,40
1/2	0,50	0,70	0,77	0,82	0,86	0,89	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00
	1,00	1,20	1,27	1,32	1,36	1,39	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50

Отримані в дослідженні результати, що наведені в таблиці 2 дещо відрізняються від відомих.

Таблиця 2

$\frac{P_{bam}}{\alpha}$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
1/5	0,808	0,887	0,917	0,936	0,946	0,966	0,975	0,985	0,995	0,995	1,004
1/4	0,502	0,568	0,588	0,607	0,62	0,633	0,64	0,646	0,653	0,659	0,666
1/3	0,26	0,31	0,329	0,341	0,352	0,36	0,363	0,371	0,379	0,382	0,386
1/2,5	0,164	0,207	0,223	0,234	0,242	0,248	0,253	0,258	0,264	0,266	0,272
1/2	0,088	0,123	0,136	0,144	0,151	0,157	0,162	0,165	0,169	0,172	0,176

Вважаємо результати за методикою [2] дещо завищеними, що можна проілюструвати на таких прикладах.

Наприклад, за необхідності повірки ЗВТ з граничною похибкою 1% ми можемо обрати еталонний ЗВТ таким чином, щоб забезпечити похибку повірки на рівні:

$$\delta_n = \alpha \cdot \delta_{ЗВТ} = \frac{1}{2} \cdot 1\% = 0,5\% , \quad (13)$$

де  $\delta_n$  - похибка повірки (похибка еталонного ЗВТ);

$\delta_{ЗВТ}$  - похибка засобу вимірювальної техніки, що повіряється.

При нормальному розподілі похибки та  $\gamma = 0,5$  за проведеним розрахунком маємо  $P_{bam} = 0,088$ . Вважаючи, що  $P_{bam} \approx \{P_{rg}\}_{mg}$ , то достовірність прийняття правильного рішення щодо повірки дорівнюватиме:

$$D_{докл} = 1 - 2 \cdot P_{bam} = 0,82 . \quad (14)$$

У методиці [2] достовірність повірки при тих самих умовах дорівнює  $D_{мет} = 1$ .

В той же час для  $\gamma = 1$  достовірність за розрахунками набуває значення  $D_{докл} = 0,66$ , тоді як в методиці заявлено [2]  $D_{мет} = 0$ .

Оскільки достовірності можуть набувати значення 0 або 1 лише теоретично (на практиці такого не зустрічається), вважаємо, що отримані результати за формулами (1-12) більш адекватно відображаються ситуацію можливих помилок під час контролю повірки і дозволяють підвищити ефективність процедури проведення повірки. За рахунок правильного вибору еталонного обладнання.

## ВИСНОВКИ

Отримано аналітичний вираз для розрахунків ймовірності прийняття непридатного ЗВТ придатним  $P_{bam}$  для випадку нормального розподілу при різних значеннях додаткових параметрів методики повірки, що розширює можливості по відношенню до відомих на сьогодні рекомендаціях. В свою чергу процес розрахунку може бути автоматизований у вигляді системи розрахунку ймовірності прийняття рішень.

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

- [1] Є. Володарський, В. Кухарчук, В. Поджаренко, Г. Сердюк, «Метрологічне забезпечення вимірювань та контролю», 2001
- [2] МИ 187-86 Методические указания. Достоверность и требования к методикам поверки средств измерений.
- [3] МИ 188-86 Методические указания. Средства измерений. Установление значений параметров методик поверки.
- [4] Мацюк І.Б. Вплив розподілу похибки еталонного засобу вимірювальної техніки на достовірність проведення повірки // Збірник праць XIV Всеукраїнської науково-практичної конференції «Ефективність інженерних рішень у приладобудуванні», 4-5 грудня 2018 р., м. Київ, Україна.

*Наук. керівник – к.т.н., доцент, Шведова В. В.*