

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»**

**О.І. Толочко**

## **МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ**

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ АСИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ**

Затверджено Вченою радою НТУУ «КПІ»  
як навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю  
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

(протокол №5 від 11 квітня 2016 р.)

Київ  
НТУУ «КПІ»  
2016

**Рецензенти:** **В. М. Михальський** – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник відділу перетворення та стабілізації електромагнітних процесів № 1 інституту електродинаміки НАН України;

**М. В. Гребченко** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри електропостачання Національного університету біоресурсів та природо користування

**Відповідальний редактор:** **С. М. Пересада** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автоматизації електромеханічних систем та електроприводу НТУУ «КПІ»

*Гриф надано Вченою радою Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» як навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (протокол №5 від 11.04.2016)*

**Моделювання електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу: навчальний посібник / О. І. Толочко.** – Київ, НТУУ «КПІ», 2016. – 150 с. Іл.

Навчальний посібник присвячено питанню математичного та імітаційного моделювання електроприводів з асинхронними електроприводами. Розглянуті питання математичного опису та побудови структурних моделей асинхронних двигунів у природних трифазних та в ортогональних двофазних системах координат в середовищі *MATLAB-Simulink*. Пояснені принципи координатних перетворень. Розглянуті основні прийоми імітаційного моделювання електромеханічних систем в середовищі *MATLAB-Simulink-SimScape*. Розглянуті моделі систем регульованого асинхронного електроприводу без врахування особливостей напівпровідникових перетворювачів частоти і напруги. Майже для усіх розроблених моделей наведені результати моделювання.

Посібник призначений для використання студентами спеціалізації «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод» спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» при вивченні дисциплін «Моделювання електромеханічних систем», «Системи керування електроприводом», «Електричні машини» та деякі інші. Він буде корисним і студентам інших спеціалізацій електромеханічного та електротехнічного напрямку не тільки при вивченні базових дисциплін, але й при виконанні бакалаврських, дипломних і магістерських робіт, а також аспірантам.

Іл. 70, табл. 1, бібліогр. 51 наімен.

© О. І. Толочко

© 2016.

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА. . . . .	6
СПИСОК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ. . . . .	10
<b>1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ТА КЛАСИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА. . . . .</b>	<b>11</b>
<b>1.1.</b> Класифікація математичних моделей АД. . . . .	11
<b>1.2.</b> Припущення при розробці моделей АД. . . . .	15
<b>1.3.</b> Контрольні запитання та завдання . . . . .	16
<b>2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА У ПРИРОДНИХ ФАЗНИХ КООРДИНАТАХ. . . . .</b>	<b>17</b>
<b>2.1.</b> Математична модель АД, що живиться від ідеального джерела напруги. . . . .	17
<b>2.2.</b> Врахування асиметрії електромагнітної системи АД. . . . .	34
<b>2.3.</b> Математична модель АД, що живиться від ідеального джерела змінного струму. . . . .	36
<b>2.4.</b> Контрольні завдання та запитання . . . . .	37
<b>3. КООРДИНАТНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ . . . . .</b>	<b>38</b>
<b>3.1.</b> Поняття про узагальнений (просторовий) вектор. . . . .	38
<b>3.2.</b> Перетворення трифазних сигналів статора у складові ортогональної стаціонарної системи координат та навпаки (пряме та зворотне <i>Clarke</i> -перетворення). . . . .	39
<b>3.3.</b> Перетворення складових нерухомих систем координат статора у складові довільної рухомої ортогональної системи координат та навпаки (перетворення Парка). . . . .	43
<b>3.4.</b> Особливості координатних перетворень фазних сигналів ротора. . . . .	45

3.5.	Перетворення проекцій узагальненого вектору на координатні осі в амплітудні та ефективні значення фазних сигналів. . . . .	46
3.6.	<i>Simulink</i> -моделі координатних перетворювачів. . . . .	46
3.7.	Контрольні запитання . . . . .	50
4.	МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА В ОРТОГОНАЛЬНИХ КООРДИНАТАХ. . . . .	51
4.1.	Матричні <i>Simulink</i> -моделі асинхронного двигуна в довільній ортогональній системі координат. . . . .	51
4.2.	Моделі АД у двофазній нерухомій системі координат статора $\alpha\beta$ . . . . .	57
4.3.	Математичні моделі асинхронного двигуна в ортогональних системах координат, орієнтованих за узагальненими векторами напруги та струму статора. . . . .	61
4.4.	Математичні моделі асинхронного двигуна в ортогональній системі координат, орієнтованій за вектором потокозчеплення ротора. . . . .	65
4.5.	Контрольні запитання та завдання . . . . .	68
5.	МОДЕЛІ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ В БІБЛІОТЕЦІ <i>SIMPOWERSYSTEMS</i> . . . . .	69
5.1.	Особливості блоків бібліотеки <i>SimPowerSystems</i> . . . . .	70
5.2.	SPS-блоки моделей асинхронної машини. . . . .	72
5.3.	Використання SPS-моделі АД для побудови механічної та електромеханічної характеристик двигуна. . . . .	82
5.4.	Використання SPS-моделі АД для дослідження системи «механічний вал» . . . . .	86
5.5.	Використання SPS-моделі АД з <i>SimScape</i> -портом S для дослідження двомасової електромеханічної системи. . . . .	86

5.6.	Моделювання асинхронного двигуна при обриві фази статора . . . . .	93
5.7.	Контрольні завдання та запитання . . . . .	105
6.	МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ ШВИДКОСТІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА БЕЗ ВРАХУВАННЯ ДИСКРЕТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЕНЕРГІЇ	106
6.1.	Моделювання процесу пуску нерегульованих систем асинхронного електроприводу. . . . .	
6.1.1.	Моделювання процесу реостатного пуску АД. . . . .	107
6.1.2.	Моделювання двоступінчатого пуску АД шляхом перемикання обмоток статора з «зірки» на «трикутник» . . . . .	112
6.2.	Моделювання асинхронного двигуна при регулюванні амплітуди напруги живлення. . . . .	116
6.3.	Моделювання систем скалярного частотного регулювання швидкості. . . . .	122
6.4.	Моделювання системи векторного керування швидкістю асинхронного двигуна. . . . .	126
6.5.	Дослідження замкненої системи електропривода за схемою «асинхронно-вентильний каскад». . . . .	137
6.6.	Контрольні запитання та завдання . . . . .	144
	ЛІТЕРАТУРА. . . . .	146

## **ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ**

АВК – асинхронно-вентильний каскад;

АД – асинхронний двигун;

АІН – автономний інвертор напруги;

АІС – автономний інвертор струму;

ЕРС – електрорушійна сила;

ППП – пристрій плавного пуску;

ПК – перетворювач координат;

ПЧ – перетворювач частоти;

ПФ – передавальна функція;

САК – система автоматичного керування;

СВК – система векторного керування;

СЕП – система електроприводу;

СК – система координат;

СНПЕ – силові напівпровідникові перетворювачі енергії;

ТРН – тиристорний регулятор напруги;

ШІМ – широтно-імпульсна модуляція.

## ВСТУП

Математичне моделювання електромеханічних систем є важливим етапом проектування систем автоматизованого електроприводу. На цьому етапі виконується аналіз динамічних властивостей електроприводу з точки зору відповідності технологічним вимогам, уточняється структура системи керування, типи регуляторів, їх параметри. При моделюванні можна безбоязно досліджувати поведінку системи в аварійних ситуаціях, що неможливо на лабораторних і тим паче на діючих промислових установках. Іноді моделювання проводять для того, щоб оцінити коректність прийнятих при математичному опису системи спрощень.

Перехідні процеси можна розраховувати як за допомогою програм, написаних будь-якою алгоритмічною мовою, що потребує від дослідника достатньо високої кваліфікації в галузі програмування та обчислювальної математики, так і за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення, що дозволяє користувачеві задавати моделі у вигляді математичних рівнянь або у вигляді структурних схем, обирати методи розв'язання диференціальних рівнянь та їх параметри в діалоговому режимі та отримувати результати у зручній формі.

Одним із найпоширеніших програмних засобів структурного математичного моделювання на теперішній час є додаток *Simulink* пакета *MATLAB* фірми *Mathwork* [1-12].

Основою для розробки моделей в *Simulink* [5-12] є бібліотеки блоків, з котрих складаються структурні схеми систем автоматичного регулювання, що повинні бути дослідженими. Розрахунок перехідних процесів може бути виконаний за допомогою відповідних операцій *Simulink*-меню або в програмному режимі (з використанням функцій пакета *MATLAB*).

Процедуру математичного моделювання різноманітних фізичних процесів можна значно спростити, скориставшись підпорядкованими додатку *Simulink* бібліотеками, що не потребують від користувача знання

математичного опису цих процесів. До таких додаткових програм віртуального (імітаційного) фізичного моделювання належить програмний продукт *SimScape*. До його складу поряд з фундаментальною бібліотекою процесів *Foundation Library (Electrical, Hydraulic, Magnetic, Mechanical, Pneumatic, Thermal)* входять такі бібліотеки як *SimElectronics*, *SimMechanics*, *SimHydraulics*, *SimDriveline* та *SimPowerSystems* [13-15].

Невід'ємною складовою частиною систем електроприводу є електричні двигуни. Серед них найбільшого розповсюдження набули асинхронні двигуни, які можуть застосовуватися як у найпростіших системах розімкненого нерегульованого електроприводу, так і в найскладніших сучасних системах регульованого електроприводу.

Незважаючи на досить просту конструкцію асинхронних машин, вони, з точки зору теорії автоматичного керування, є складними нелінійними багатовимірними об'єктами, з різними формами подання математичного опису, що зумовлює наявність великої кількості їх математичних моделей. Отже, кожного разу при виконанні досліджень асинхронних електроприводів методом математичного моделювання треба обрати саме ту модель, яка забезпечить отримання бажаних результатів.

Даний навчальний посібник написаний із припущенням, що його читачі обізнані з основами теорії автоматичного керування, основами математичного моделювання в середовищі *Simulink* [5, 6, 11, 12] та з основами програмування у системі *MATLAB* [3, 4], а також мають уяву про вибір методів чисельного інтегрування та їх параметрів [11].

Посібник складається з 6 розділів.

У *першому розділі* надана класифікація математичних моделей асинхронних двигунів з визначенням сфери їхнього застосування та сформульовані припущення, прийняті при їх математичному описі.

У *другому розділі* дано ретельний математичний опис та наведені структурні векторно-матричні *Simulink-моделі* асинхронного двигуна у природних трифазних системах координат статора і ротора.

*Третій розділ* присвячений поясненню принципу координатних перетворень трифазних синусоїдальних сигналів за допомогою поняття просторового вектору, виведенню основних формул координатних перетворень та різноманітним способам їх моделювання в середовищі *Simulink*.

*У четвертому розділі* показано, як здійснюється перехід від математичного опису асинхронного у трифазних координатах до опису у двофазних ортогональних координатах різної спрямованості та швидкості обертання; пояснено методику утворення різних математичних моделей асинхронного двигуна на основі його математичного опису в довільній обертовій ортогональній системі координат; наведені векторно-матричні та скалярні *Simulink*-моделі асинхронного двигуна у двофазних ортогональних координатах, що найчастіше застосовуються при аналізі та синтезі систем асинхронного електроприводу.

*П'ятий розділ* присвячений віртуальному фізичному моделюванню електромеханічних об'єктів на базі асинхронних двигунів у середовищі *MATLAB-Simulink-SimScape*. В цьому розділі найбільшу увагу приділено новим можливостям імітаційного моделювання, що з'явилися в останніх версіях пакета *MATLAB* внаслідок прихованого від користувача відокремлення електромагнітної та механічної частин моделей двигунів, та можливості комплексного використання бібліотек блоків різних додатків пакета у складі єдиної моделі.

*У шостому розділі* розглянуті приклади математичного моделювання різноманітних систем асинхронного електроприводу без врахування дискретних і нелінійних властивостей напівпровідникових перетворювачів, якщо вони входять до складу системи керування. Врахуванню цих особливостей планується присвятити окрему книгу.

Даний посібник розрахований у першу чергу на студентів спеціалізації «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод» спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» при вивченні ними

таких дисциплін, як «Моделювання електромеханічних систем», «Системи керування електроприводом», «Електричні машини» та т.і., а також при дипломному проектуванні. Сподіваюсь, що він буде корисним і студентам інших спеціалізацій електромеханічного та електротехнічного напрямку, а також аспірантам і науковим співробітникам.

# 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ТА КЛАСИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Питання математичного опису і моделювання асинхронних машин в літературі часто розглядаються спільно з питанням аналізу та синтезу різноманітних систем автоматизованого електроприводу на базі АД. Тому потрібну інформацію з цього питання можна знайти не тільки у джерелах, присвячених безпосередньо моделюванню [16-21], але і у книжках з електричних машин, наприклад, [22, 23] та систем керування електроприводами зарубіжних [24-28], російських [29-35] і українських [36-38] авторів, а також у довідниках [39, 40] та чисельних методичних посібниках і статтях, [41-46]. Таких джерел настільки багато, що перелічити навіть найвідоміші з них неможливо. Тому ми обмежуємось посиланнями на науково-технічну та навчально-методичну літературу, найбільш знайому і доступну для українського читача.

## 1.1. Класифікація математичних моделей АД

Трифазний асинхронний двигун з точки зору теорії автоматичного керування є нелінійним багатомірним об'єктом із досить складною структурою. При його математичному описі величезне значення має коректність прийнятих у кожному конкретному випадку припущень. Різноманітність математичних моделей АД пов'язана зі способом живлення двигуна, з особливостями його конструкції (фазний ротор, біляча клітка, подвійна біляча клітка), зі зробленими при математичному описі припущеннями, із системою координат, у якій виконано його математичний опис, зі складом вхідних і вихідних сигналів моделі та із системою прийнятих відносних величин (у разі їхнього використання).

Моделі АД, для яких вхідними сигналами є напруги статора, будемо називати *напруговими*, а моделі, в яких вхідними сигналами є струми

статора, – *струмовими*. Перші використовують при моделюванні двигунів, що живляться від джерел змінної ЕРС, а другі – при живленні двигунів від джерел змінного струму. Наприклад, при частотному керуванні АД застосовуються перетворювачі частоти з автономними інверторами напруги (АІН) та з автономними інверторами струму (АІС).

Залежно від прийнятої системи координат (СК) моделі асинхронних двигунів розподіляються на моделі у природних трифазних системах координат статора ( $ABC$ ) та ротора ( $abc$ ), моделі у двофазних ортогональних системах координат та моделі з використанням ефективних або амплітудних значень електромагнітних сигналів (назвемо їх умовно однофазними моделями).

*«Однофазні» моделі* відрізняються більш-менш точним відображенням статичних властивостей АД, дуже спрощеним відображенням динамічних властивостей та відсутністю інформації про миттєві значення фазних сигналів. Отже, їх доцільно використовувати переважно для дослідження двигунів, що працюють у тривалому режимі роботи або при малих діапазонах регулювання швидкості. Це стосується систем «тиристорний регулятор напруги (ТРН) – АД», асинхронно-вентильних каскадів (АВК), двигунів з реостатним пуском. Ще більш спрощені лінійні «однофазні» моделі АД часто застосовують при дослідженні технологічних процесів, які протікають значно повільніше, ніж електромагнітні процеси у двигуні.

*Трифазні моделі у природних фазних координатах статора та ротора* характеризуються високим порядком системи диференціальних рівнянь, що описують двигун, наявністю в моделі гармонічних коефіцієнтів та необхідністю вирішення на кожному кроці чисельного інтегрування системи лінійних рівнянь зі змінними коефіцієнтами для визначення струмів статора і ротора. Ці недоліки компенсуються можливістю дослідження різноманітних несиметричних режимів.

*Двофазні моделі* розподіляються між собою залежно від швидкості обертання системи координат та її орієнтації, а також від наявності в них тих чи інших сигналів. Вони створюються за допомогою розкладання просторових (узагальнених) векторів фазних величин на ортогональні осі відповідних СК; одна з осей при цьому умовно вважається дійсною, інша – уявною.

За швидкістю обертання ортогональні СК розподіляються на *нерухомі*, або *стаціонарні* ( $\omega_k = 0$ ) та *обертові* ( $\omega_k \neq 0$ ). СК, що обертаються з кутовою швидкістю, яка дорівнює кутовій частоті джерела живлення АД ( $\omega_k = 2\pi f_s$ ) називають *синхронними*.

За орієнтацією ортогональні системи розділяються на СК, прив'язані до однієї з електричних осей статора або ротора (зазвичай  $A$  і  $a$  відповідно) та СК, прив'язані до будь якого з узагальнених (просторових) векторів фазних величин АД: напруги або ЕРС статора або ротора; струму статора, ротора або струму намагнічування; потокозчеплення статора, ротора або потокозчеплення у повітряному зазорі. Зазвичай дійсна вісь ортогональної СК спрямовується впродовж відповідного вектору або «електричної» осі, а уявна – повернута відносно дійсної на кут  $90^\circ$  проти годинникової стрілки. Узагальнений вектор  $\vec{\psi}$ , за яким орієнтована СК, називають *опорним*.

Особливістю обертових систем координат, орієнтованих за деяким опорним вектором, є те, що дійсна складова опорного вектору дорівнює амплітудному значенню відповідного фазного сигналу ( $v_{re} = v_m$ ), а уявна складова цього вектору відсутня, тобто дорівнює 0 ( $v_{im} = 0$ ). Це приводить до зменшення загальної кількості сигналів у моделі та відповідно до її спрощення.

Найчастіше при створенні двофазних моделей та при виконанні еквівалентних координатних перетворень використовують такі СК:

- *нерухому (стаціонарну) СК статора*, в якій дійсна ось суміщається з віссю  $A$  статора;
- *рухому СК з довільною швидкістю обертання*;
- *прив'язану до осі а ротора рухому СК ротора*;
- *синхронні обертові системи координат*, орієнтовані за вектором напруги статора (для напружових моделей) або за струмом статора (для струмових моделей);
- *обертові системи координат*, орієнтовані за вектором потокозчеплення ротора, за вектором потокозчеплення статора або за вектором потокозчеплення у повітряному зазорі (потокозчеплення намагнічування).

**Моделі АД в синхронних оберткових системах координат статора** зручно використовувати для синтезу та дослідження систем скалярного частотного керування та пристроїв плавного пуску асинхронних двигунів, тому що вхідними сигналами таких моделей є частота та амплітуда напруги або струму статора статора.

**Моделі АД в оберткових системах координат, орієнтованих за векторами потокозчеплення**, використовуються для синтезу та аналізу різноманітних систем векторного керування (СВК). Зокрема, орієнтація за потокозчепленням ротора застосовується у так званих полеорієнтованих СВК (FOC – *Field Oriented Control*), а орієнтація за потокозчепленням статора – в СВК з прямим керуванням моментом (DTC – *Direct Torque Control*). Усі фазні величини в таких системах координат втрачають свою періодичність, що значно спрощує синтез регуляторів.

Усі обертові СК є окремими випадками рухомої СК з довільною швидкістю обертання. **Рухома СК ротора, прив'язана до осі а ротора**, застосовується для проміжного перетворення фазних сигналів ротора в будь-які інші ортогональні СК.

Двофазні моделі у порівнянні з трифазними мають менший порядок і більш прості залежності для розрахунку струмів і моментів. Однак вони не можуть застосовуватися для дослідження несиметричних режимів. Точніше, для дослідження несиметричних режимів можна створити двофазні моделі, але вони будуть набагато складнішими та залежними від різновидності досліджуваного режиму.

Необхідно відзначити, що *всі двофазні моделі отримують із трифазних методом еквівалентних координатних перетворень*, тобто всі вони теоретично в однакових умовах при правильно обраних методах і параметрах розрахунку перехідних процесів повинні давати практично однакові результати. Можливі лише невеликі відхилення в чисельних даних, практично не помітні при візуалізації перехідних процесів.

Вибір системи координат та конфігурації моделі, тобто складу вхідних та вихідних сигналів, залежить від структури системи керування, зокрема від сукупності сигналів, за допомогою яких зорганізуються зворотні зв'язки, та від особливостей джерела живлення двигуна.

## **1.2. Припущення при розробці моделей АД**

Щоб отримати більш-менш доступні для дослідження математичні моделі АД, при їх розробці на першому етапі зазвичай роблять такі допущення:

- намагнічувальні сили обмоток розподілені синусоїдально вздовж кола рівномірного повітряного зазору, тобто відсутні вищі гармоніки магнітного потоку;
- втрати та насичення магнітних кіл у сталі статора та ротора відсутні;
- обмотки статора та ротора симетричні, тобто фазні обмотки мають однакову кількість витків;
- комплексні опори обмоток не мають ємних складових;

- параметри обмоток ротора приведені до статора;
- відсутнє явище витиснення струму з пазів;
- джерело живлення є ідеальним джерелом ЕРС або струму.

Далі моделі можна ускладнювати залежно від того, яке саме із знехтуваних явищ повинно бути досліджено.

При використанні моделей АД у трифазних природних координатах досить просто можна врахувати асиметрію електромагнітних параметрів фаз статора і ротора, несинусоїдальність і асиметрію сигналів живлення, наявність в них вищих гармонійних складових, тощо.

### **1.3. Контрольні запитання та завдання**

1. За якими ознаками здійснюють класифікацію математичних моделей АД?
2. Які математичні моделі АД є найпростішими?
3. Порівняйте між собою «однофазні», двофазні та трифазні моделі АД.
4. Охарактеризуйте моделі АД у двофазних ортогональних системах координат. Перелічіть найбільш розповсюджені із них та визначте область їхнього застосування.
5. Які припущення зазвичай використовуються при складанні математичних моделей АД?

## 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА У ПРИРОДНИХ ФАЗНИХ КООРДИНАТАХ

### 2.1. Математична модель АД, що живиться від ідеального джерела напруги

При математичному описі АД електромагнітні процеси у статорних обмотках описуються в нерухомій системі координат статора  $ABC$ , а електромагнітні процеси у роторних обмотках – в обертовій системі координат ротора  $abc$ . Напрямки осей збігаються з просторовим розташуванням відповідних обмоток за умов приведення кутової швидкості ротора до кутової частоти магнітного поля статора. Взаємне розташування 3-фазних систем координат відображено на рис. 2.1.

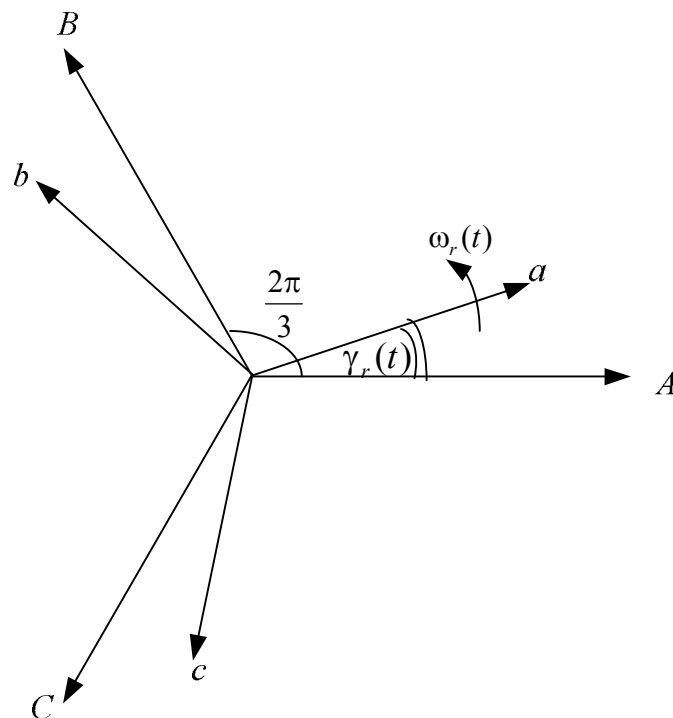


Рисунок 2.1 – Природні 3-фазні системи координат статора і ротора

Система координат ротора обертається проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю  $\omega_r(t)$ , яка пов'язана з кутовою механічною швидкістю ротора  $\omega(t)$  рівнянням

$$\omega_r(t) = Z_p \omega(t), \quad (2.1)$$

де  $Z_p$  – число пар полюсів АД.

Кут  $\gamma_r(t)$  між однойменними осями статора і ротора знаходиться інтегруванням швидкості  $\omega_r(t)$  та пов'язується з механічним кутом повороту ротора  $\varphi(t)$  виразом

$$\gamma_r(t) = Z_p \varphi(t), \quad (2.2)$$

Взаємозв'язок між розглянутими кутами та кутовими швидкостями визначається формулами

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t), \quad \frac{d\gamma_r(t)}{dt} = \omega_r(t). \quad (2.3)$$

**Система диференціальних рівнянь електричної рівноваги кіл статора і ротора АД у відповідних 3-фазних системах координат для миттєвих значень напруг, струмів і потокозчеплень, записана в матричній формі, має вигляд:**

$$\begin{cases} \mathbf{U}_s = \mathbf{R}_s \mathbf{I}_s + \frac{d\mathbf{\Psi}_s}{dt}, \\ \mathbf{U}_r = \mathbf{R}_r \mathbf{I}_r + \frac{d\mathbf{\Psi}_r}{dt}, \end{cases} \quad (2.4)$$

де

$$\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_s = \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Psi}_s = \begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_r = \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_r = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Psi}_r = \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

– вектори напруг, струмів і потокозчеплень фаз статора  $ABC$  і фаз  $abc$  ротора, відповідно;

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} R_A & 0 & 0 \\ 0 & R_B & 0 \\ 0 & 0 & R_C \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_r = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

– матриці активних опорів фаз статора і ротора, які приведені до статора.

За умови симетричності фаз

$$R_A = R_B = R_C = R_s, \quad R_a = R_b = R_c = R_r \quad (2.7)$$

діагональні матриці опорів (2.6) у рівняннях (2.4) можуть бути замінені відповідними скалярними змінними (2.7).

Для двигуна з короткозамкненим ротором

$$\mathbf{U}_r = \mathbf{0}.$$

При ненасиченому магнітному колі машини потокозчеплення фаз статора і ротора виражаються через струми фаз статора і ротора, відповідні індуктивності  $L_A, \dots, L_a$  і взаємні індуктивності  $L_{AB}, \dots, L_{aC}$  у такий спосіб:

$$\begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

де

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{ss} &= \begin{bmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_B & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_C \end{bmatrix}, & \mathbf{L}_{sr} &= \begin{bmatrix} L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{L}_{rs} &= \begin{bmatrix} L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} \end{bmatrix}, & \mathbf{L}_{rr} &= \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_b & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_c \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

За умови симетрії фаз, рівномірності повітряного зазору, синусоїдальності магніторушійної сили і приведення усіх величин до обмотки статора **індуктивності фаз та взаємні індуктивності, що є складовими матриць (2.9), визначаються такими рівняннями:**

$$\begin{cases} L_A = L_B = L_C = L_h + L_{s\sigma} = \frac{2}{3}L_m + \sigma_s L_m = \frac{2}{3}L_m \left(1 + \frac{3}{2}\sigma_s\right), \\ L_a = L_b = L_c = L_h + L_{r\sigma} = \frac{2}{3}L_m + \sigma_r L_m = \frac{2}{3}L_m \left(1 + \frac{3}{2}\sigma_r\right), \\ L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = L_h \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}L_h, \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\begin{cases} L_{Aa} = L_{Bb} = L_{Cc} = L_h \cos(\gamma_r), \\ L_{Ab} = L_{Bc} = L_{Ca} = L_h \cos(\gamma_r + 2\pi/3), \\ L_{Ac} = L_{Ba} = L_{Cb} = L_h \cos(\gamma_r + 2\pi/3), \end{cases} \quad (2.11)$$

де

$$L_h = \frac{2}{3}L_m; \quad (2.12)$$

$L_h$  – індуктивність однієї фази статора від основного магнітного потоку при відсутності струмів у інших фазах і максимальна взаємна індуктивність двох різних фаз статора і ротора, що має місце при збігу їхніх магнітних осей;

$L_m$  – індуктивність однієї фази статора від основного магнітного потоку при наявності струмів у інших фазах та індуктивність гілки намагнічування Т-подібної схеми заміщення АД;

$$\sigma_s = L_{s\sigma}/L_m, \quad \sigma_r = L_{r\sigma}/L_m; \quad (2.13)$$

$\sigma_s, \sigma_r$  – коефіцієнти розсіяння статора і ротора.

Позначимо

$$c_1 = \cos(\gamma_r), \quad c_2 = \cos(\gamma_r + 2\pi/3), \quad c_3 = \cos(\gamma_r + 4\pi/3); \quad (2.14)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_3 & c_1 & c_2 \\ c_2 & c_3 & c_1 \end{bmatrix}; \quad (2.15)$$

$$l_s = 1 + \frac{3}{2}\sigma_s, \quad l_r = 1 + \frac{3}{2}\sigma_r.$$

Підставляючи в (2.9) вирази (2.10), (2.11) з урахуванням введених позначень, одержимо:

$$\mathbf{L}_{ss} = \frac{2}{3}L_m \begin{bmatrix} l_s & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & l_s & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & l_s \end{bmatrix}; \quad \mathbf{L}_{rr} = \frac{2}{3}L_m \begin{bmatrix} l_r & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & l_r & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & l_r \end{bmatrix}; \quad (2.16)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \frac{2}{3}L_m \mathbf{C}; \quad \mathbf{L}_{rs} = \frac{2}{3}L_m \mathbf{C}^T = \mathbf{L}_{sr}^T. \quad (2.17)$$

Поєднуючи вектори струмів і потокозчеплень статора і ротора та клітинну матрицю індуктивностей рівняння (2.8) в одне ціле, одержимо

$$\Psi_o = \mathbf{L}_o \mathbf{I}_o, \quad (2.18)$$

де

$$\Psi_o = \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix}; \quad \mathbf{L}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

*Якщо живлення двигуна здійснюється симетричними напругами або струмами та його обмотки також симетричні, то сума фазних струмів статора та ротора у будь-яку мить часу дорівнює нулю, тобто*

$$I_A + I_B + I_C = 0, \quad I_a + I_b + I_c = 0. \quad (2.20)$$

*Наведені співвідношення виконуються у трифазних системах без нульового проводу згідно з першим законом Кірхгофа навіть при наявності будь-якої асиметрії обмоток.*

Використовуючи цю властивість фазних струмів, матриці  $\mathbf{L}_{ss}$  та  $\mathbf{L}_{rr}$  (2.16) можна спростити. Наприклад, якщо в першому рівнянні системи (2.8) виконати заміну  $-I_B - I_C = I_A$ , то складові потокозчеплення фази  $A$  статора, що формуються струмами статора, можна перетворити у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} L_m \left[ \left( 1 + \frac{3}{2} \sigma_s \right) I_A - \frac{1}{2} I_B - \frac{1}{2} I_C \right] &= \frac{2}{3} L_m \left[ \left( 1 + \frac{3}{2} \right) \sigma_s I_A + \frac{1}{2} I_A \right] = \\ &= L_m (1 + \sigma_s) I_A = (L_m + L_{s\sigma}) I_A = L_s I_A. \end{aligned}$$

Після виконання відповідних операцій послідовно над усіма рівняннями потокозчеплень, матриці (2.16) перетворюються на діагональні:

$$\mathbf{L}_{ss} = L_s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_{rr} = L_r \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

а рівняння (2.8) набудуть вигляду:

$$\begin{cases} \Psi_s = L_s \mathbf{I}_s + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{I}_r, \\ \Psi_r = \mathbf{L}_{rs} \mathbf{I}_s + L_r \mathbf{I}_r, \end{cases} \quad (2.22)$$

де

$$L_s = L_m + L_{s\sigma} = L_m(1 + \sigma_s), \quad L_r = L_m + L_{r\sigma} = L_m(1 + \sigma_r)$$

– повні індуктивності кіл статора і ротора.

З (2.18) можна визначити об'єднаний вектор струмів статора і ротора, вирішуючи лінійну систему рівнянь 6-го порядку з гармонійними коефіцієнтами

$$\mathbf{I}_o = \mathbf{L}_o^{-1} \Psi_o \quad (2.23)$$

на кожному кроці чисельного інтегрування.

**Електромагнітний момент асинхронного двигуна може бути знайдений як частинна похідна від електромагнітної енергії по куту повороту ротора** (див. рівняння (2.2), (2.3)). Вираз для електромагнітної енергії АД має вигляд

$$W_\Delta = \frac{1}{2} \Psi_o^T \mathbf{I}_o = \frac{1}{2} (\Psi_s^T I_s + \Psi_r^T I_r), \quad (2.24)$$

звідкіля

$$M = \frac{\partial W_\Delta}{\partial \varphi} = Z_p \frac{\partial W_\Delta}{\partial \gamma_r}. \quad (2.25)$$

Враховуючи, що з системи (2.22) можна визначити будь-яку пару струмів і потокозчеплень статора і ротора  $\mathbf{I}_s, \mathbf{I}_r, \Psi_s, \Psi_r$  через іншу пару електромагнітних сигналів, то зрозуміло, що, використовуючи різні підстановки, з рівнянь (2.24), (2.25) можна отримати різні **вирази для електромагнітного моменту**, кількість яких дорівнює числу сполучень із 4 по 2, тобто 6, із них два з постійними коефіцієнтами [16, 39]

$$M = \frac{Z_p}{\sqrt{3}} \cdot \begin{cases} \mathbf{I}_r^T \mathbf{D} \Psi_r, \\ \Psi_s^T \mathbf{D} \mathbf{I}_s, \end{cases} \quad (2.26)$$

де

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

і 4 – з гармонійними (синусоїдальними) коефіцієнтами [17, 29], які утворюються при диференціюванні матриці (2.15) з косинусоїдальними елементами (14):

$$M = -\frac{2}{3} Z_p \cdot \begin{cases} L_m \mathbf{I}_s^T \mathbf{S} \mathbf{I}_r, \\ \frac{L_m}{L_r} \mathbf{I}_s^T \mathbf{S} \boldsymbol{\Psi}_r, \\ \frac{L_m}{L_s} \boldsymbol{\Psi}_s^T \mathbf{S} \mathbf{I}_r, \\ \frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} \boldsymbol{\Psi}_s^T \mathbf{S} \boldsymbol{\Psi}_r, \end{cases} \quad (2.28)$$

де

$$\mathbf{S} = -\frac{d\mathbf{C}}{d\gamma_r} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ s_3 & s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 & s_1 \end{bmatrix}; \quad (2.29)$$

$$s_1 = \sin(\gamma_r), \quad s_2 = \sin(\gamma_r + 2\pi/3), \quad s_3 = \sin(\gamma_r + 4\pi/3). \quad (2.30)$$

Вирази (2.26) мають досить простий вигляд і у скалярній формі:

$$M = \frac{Z_p}{\sqrt{3}} [I_a(\Psi_b - \Psi_c) + I_b(\Psi_c - \Psi_a) + I_c(\Psi_a - \Psi_b)],$$

$$M = \frac{Z_p}{\sqrt{3}} [\Psi_A(I_B - I_C) + \Psi_B(I_C - I_A) + \Psi_C(I_A - I_B)].$$

Відзначимо, що синусоїдні коефіцієнти при моделюванні треба перераховувати на кожному кроці чисельного інтегрування, що приводить до збільшення часу розрахунку перехідних процесів. Тому перевагу слід віддавати формулам (2.26), до яких залучені тільки сигнали ротора або тільки сигнали статора.

В деяких джерелах для симетричного АД із формул моменту виключено усі сигнали однієї з фаз ротора і статора [33].

Доповнивши рівняння (2.4), (2.23), одне з рівнянь моменту (2.26) або

(2.38), (2.2), (2.3), *рівнянням руху привода з постійним моментом інерції*  
 $J$

$$M - M_C = M_j = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (2.31)$$

де  $M_C$ ,  $M_j$  – статичний та динамічний моменти двигуна, можна побудувати структурну *Simulink*-модель АД з короткозамкненим ротором у фазних координатах [41], приведена на рис. 2.2.

Для дослідження режиму прямого пуску *вхідні напруги фаз статора* формуються джерелами синусоїдальних сигналів *Sine Wave* бібліотеки *Sources* за рівняннями:

$$\begin{aligned} U_A &= U_{sfm} \sin(\omega_s t), \\ U_B &= U_{sfm} \sin(\omega_s t - 2\pi/3), \\ U_C &= U_{sfm} \sin(\omega_s t - 4\pi/3), \end{aligned} \quad (2.32)$$

де  $U_{sfm}$ ,  $\omega_s$  – амплітуда та кутова частота фазної напруги статора.

Фазні сигнали за формулою (2.32) можна сформуванати і одним блоком *Sine Wave*, якщо параметр *Phase* цього блоку задати вектором  $[0 \ -2 \ -4] \cdot \pi/3$ . При заданій частоті живильної напруги у герцах  $f_s$  і номінальній величині ефективної фазної напруги статора  $U_{sfe} = U_{sfn}$

$$U_{sfm} = \sqrt{2} U_{sfe}, \quad \omega_s = 2\pi f_s. \quad (2.33)$$

Об'єднання сигналів у вектори і розподіл їх на окремі складові виконується блоками *Mux* і *Demux*.

Можливість багатьох блоків додатка *Simulink*, зокрема блоків *Integrator* і *Gain*, обробляти векторні сигнали дозволяє створити дуже компактну й наочну модель АД у трифазній системі координат. Компактності моделі рис. 2.2 сприяє і наявність у складі *Simulink* блоку *Matlab Fcn*, що створює інтерфейс між *MATLAB*-функціями і додатком *Simulink*.

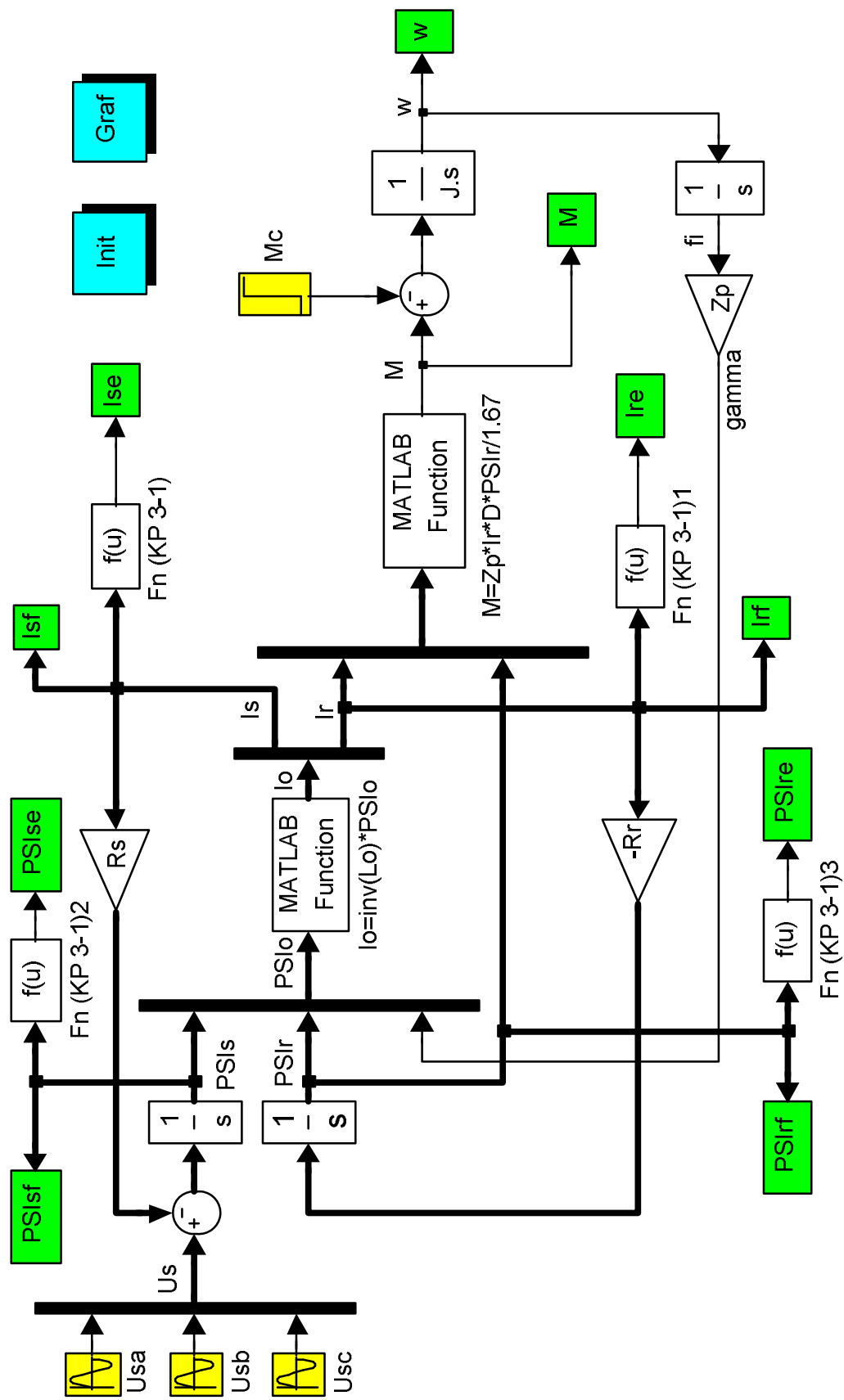


Рисунок 2.2 – Модель АД з короткозамкненим ротором, що живиться від джерела напруги, у фазних координатах

При рішенні розглянутої задачі цей блок зручно використовувати для формування матриці індуктивностей (2.19) і рішення системи рівнянь (2.18), а також для формування електромагнітного моменту за однією з формул (2.26), (2.28). Для цього користувач повинен написати такі власні функції :

```
function Io = matrix_L(u)    % заголовок функції
global Lm Is Ir;    % опис глобальних змінних
% формули (2.16):
Iss=[ Is -1/2 -1/2;    -1/2 Is -1/2;    -1/2 -1/2 Is ];
Irr= [ Ir -1/2 -1/2;    -1/2 Ir -1/2;    -1/2 -1/2 Ir ];
% розподіл векторного вхідного сигналу блоку MATLAB Fcn:
PSIo=u(1:6); gamma=u(7);
% формули (2.14):
c1=cos(gamma); c2=cos(gamma+2*pi/3); c3=cos(gamma+4*pi/3);
C=[c1 c2 c3;    c3 c1 c2;    c2 c3 c1]; % формула (2.15)
% формули (2.17):
Lsr=2/3*Lm*C; Lrs=Lsr';
Lo=2/3*Lm*[Iss C;    C' Irr];    % формули (2.19)
PSIo=PSIo(:);    % витягування вектора в стовпець
Io=Lo\PSIo;    % рішення системи рівнянь, формула (2.22)
```

```
function Mem=Moment(u)
global Zp Lm
u=u(:)';    % витягування вектора вхідних сигналів у рядок
Ir=u(1:3);    % формування вектора-рядка струмів
PSIr=u(4:6)' % формування вектора-стовпця поточкозчеплень
            % ротора
% формули (2.30):
D=[0 1 -1; -1 0 1; 1 -1 0];
Mem=Zp*Ir*D*PSIr/sqrt(3);
```

Ці функції необхідно зберегти в *m*-файлах під іменами, що співпадають з іменами функцій *matrix\_L.m* і *Moment.m* і зробити посилання на них у вікнах параметрів блоків. Аргументи функцій відповідають вхідним сигналам ланки, а результати – вихідним. Для прикладу на рис. 2.3 показано вікно введення параметрів блоку *MATLAB Fcn*.

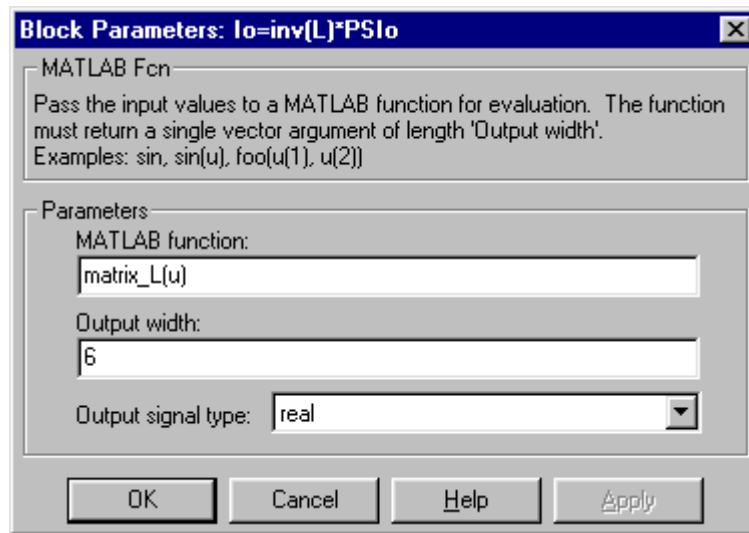


Рисунок 2.3 – Вікно визначення параметрів блока MATLAB Fcn

Момент статичного опору  $M_C$  формується блоком *Step*. Для фіксації результатів у приведеній моделі використані ланки *To Workspace*.

Для перетворення трифазних струмів статора і ротора в їхні діючі (ефективні) значення, відповідно до формули

$$Y_e = \sqrt{(Y_A^2 + Y_B^2 + Y_C^2) / 3}, \quad (2.34)$$

застосовано координатні перетворювачі, реалізовані за допомогою блока *Fcn*. У полі *Expression* вікна визначення параметрів цього блока повинен бути записаний вираз  $\text{sqrt}((u(1)^2+u(2)^2+u(3)^2) / 3)$ .

Для ініціалізації моделі та побудови графіків перехідних процесів у ній передбачені «кнопки» *Init* і *Graf*, створені з порожніх блоків *Subsystem*. Кнопка *Init* запускає виконання програми, що визначає параметри моделі. Вона має наступний вигляд:

```
% Дані для АД з к.з. ротором (тип МТК-11-6) [26]
% Паспортні дані
typ='МТК-11-6';
% Загальні дані
Pn=2200; Nn=883; Zp=3; J=0.04;
% Статор
Ufn=220; f=50; Isn=6.4; Is0=4.7; Rs=3.67; Xs_sig=2.54;
```

```

% Ротор (усі параметри приведені до кола статора)
lrn=4.2; Rr=5.02; Xr_sig=2.88;
global Lm Zp Ls Lr Is If;
ws=2*pi*f; Ufm=Ufn*sqrt(2); N0=3000/Zp; Sn=(N0-Nn)/N0;
w0=2*pi*N0/60; wn=w0*(1-Sn); Mn=Pn/w0;
Ls_sig=Xs_sig/ws; Lr_sig=Xr_sig/ws;
PSlso=Ufn/ws, Lm=PSlso/Is0-Ls_sig; PSlro=Lm*Is0;
Ls=Lm+Ls_sig; Lr=Lm+Lr_sig;
sigs=(Ls-Lm)/Lm; sigr=(Lr-Lm)/Lm;
Is=1+3/2*sigs; If=1+3/2*sigr;

```

Для розрахунку параметрів двигуна у програмі застосовані формули (2.33), а також вирази

$$\Psi_{s0} = \frac{U_{sfn}}{\omega_s}, \quad L_m = \frac{\Psi_{s0}}{I_{s0}} - L_{s\sigma}, \quad \Psi_{r0} = L_m I_{s0}, \quad (2.35)$$

де  $I_{s0}$ ,  $\Psi_{s0}$ ,  $\Psi_{r0}$  – ефективні значення струму статора, потокозчеплення статора та потокозчеплення ротора у режимі холостого ходу.

Кнопка *Graf* забезпечує виконання такої послідовності команд:

```

figure(1), plot(t,[M/Mn,w/w0]), grid on, legend('M/Mn','W/Wo'),
figure(2), plot(t,[Is/Isn,Ir/Irn, PSlse/PSlso,PSlre/PSlro]), grid on,
    legend('Isd/Isn','Ird/Irn','PSlse/PSlso','PSlre/PSlro')
figure(3), plot(t,[Isf/Isn]), grid on, legend('IsA/Isn', 'IsB/Isn', 'IsC/Isn'),
figure(4), plot(t,[Irf/Irn]), grid on, legend('Ira/Irn', 'Irb/Irn', 'Irc/Irn'),
figure(5),plot(t,PSlsf/PSlso,grid on,
    legend('PSIsA/PSlso','PSIsB/PSlso','PSIsC/PSlso')
figure(6),plot(t,PSlrf/PSlro),grid on,
    legend('PSIra/PSlro','PSIrb/PSlro','PSIrc/PSlro')

```

Графіки перехідних процесів, отримані за допомогою моделі, зображеної на рис. 2.2, показано на рис. 2.4.

Із графіків видно, що перехідні процеси електромагнітного моменту та діючих величин струмів статора і ротора (а, б) в режимі прямого пуску мають коливальний характер та максимальні значення, значно вищі за номінальні.

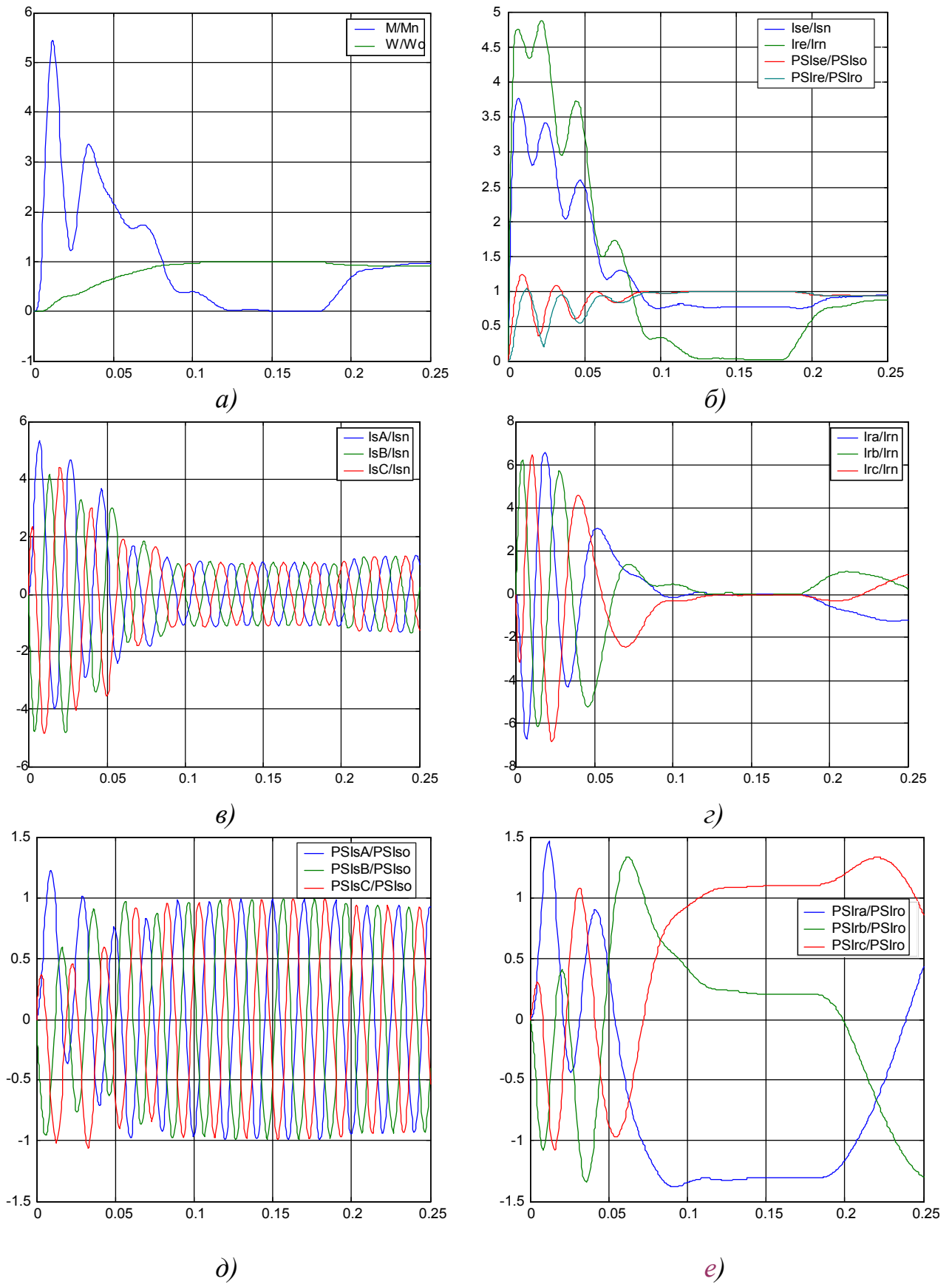


Рисунок 2.4 – Перехідні процеси, отримані при використанні математичної моделі рис. 2.2 у природній трифазній системі координат  
 Результати аналізу усталених режимів збігаються з положеннями,

відомими з курсу електричних машин: в режимі ідеального холостого ходу струм статора містить лише реактивну складову, яка утворює магнітне поле машини, а струм ротора та електромагнітний момент дорівнюють нулю; при накиді номінального навантаження швидкість двигуна зменшується, а момент і струми збільшуються до своїх номінальних значень.

При повільному збільшенні моменту статичного опору, можна визначити критичний момент та критичне ковзання АД, фіксуючи появу режиму перекидання двигуна. Із графіків перехідних процесів фазних сигналів видно, що частота струму та потокозчеплення статора залишається постійною (в, д), а частота відповідних сигналів ротора зменшується пропорційно ковзанню (г, є).

Для дослідження впливу несинусоїдальності вхідної напруги на якість перехідних процесів можна замінити джерела на вході моделі сумами гармонічних складових з відповідними коефіцієнтами або сформувати будь-які інші періодичні сигнали.

Наприклад, на рис. 2.5 показана модель формування напруг статора у вигляді прямокутних періодичних сигналів за допомогою множення синусоїдальних сигналів на знакову функцію *Sign*.

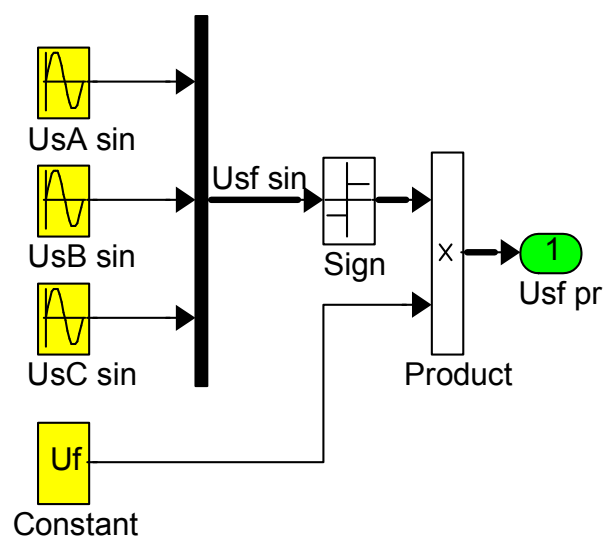


Рисунок 2.5 – Модель формування прямокутних періодичних сигналів

На основі трифазної моделі АД можна імітувати й такий несиметричний режим, як *динамічне гальмування*. Для моделювання цього процесу треба в момент початку гальмування напругу однієї з фаз статора зробити рівною нулю, а на дві інші подати постійні за значенням та протилежні за знаком сигнали:  $U_A = U_f / 2$ ,  $U_B = -U_f / 2$ ,  $U_C = 0$ . У кінці гальмування треба обнулити напруги всіх трьох фаз. Такі перемикання можна здійснити за допомогою моделі, наведеної на рис. 2.6.

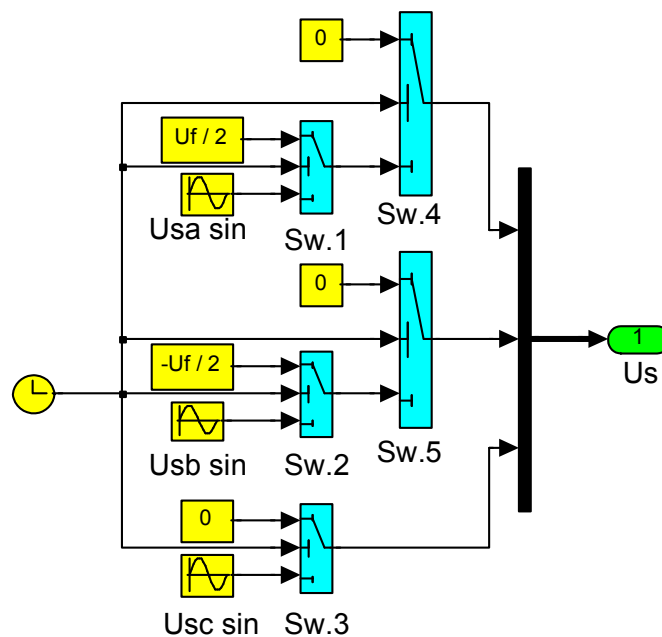


Рисунок 2.6 – Вузол завдання напруги статора для моделювання пуску та динамічного гальмування АД

В останній моделі головна роль належить блокам *Switch* з бібліотеки *Nonlinear*, керуючі входи яких підключені до ланки *Clock* з бібліотеки *Source*, завдяки чому перемикання здійснюються у функції часу моделювання. Параметр *Threshold* ключів *Sw.1*, *Sw.2* та *Sw.3* обирається рівним часу початку гальмування  $t_{пг}$ , а ключів *Sw.4* та *Sw.5* – часу закінчення гальмування  $t_{зг}$ , коли швидкість двигуна стає менше, ніж 5-10 % від номінальної.

Графіки перехідних процесів в АД при зміні фазних напруг статора за прямокутним законом подано на рис. 2.7,а,б. Графіки отримано при різних значеннях амплітуди та частоти напруги живлення: на рис. 2.7,б ці значення вчетверо менші, ніж на рис. 2.7,а. Останні перехідні процеси демонструють проблему впливу спотворення синусоїдального вихідного сигналу перетворювача частоти на діапазон регулювання швидкості АД.

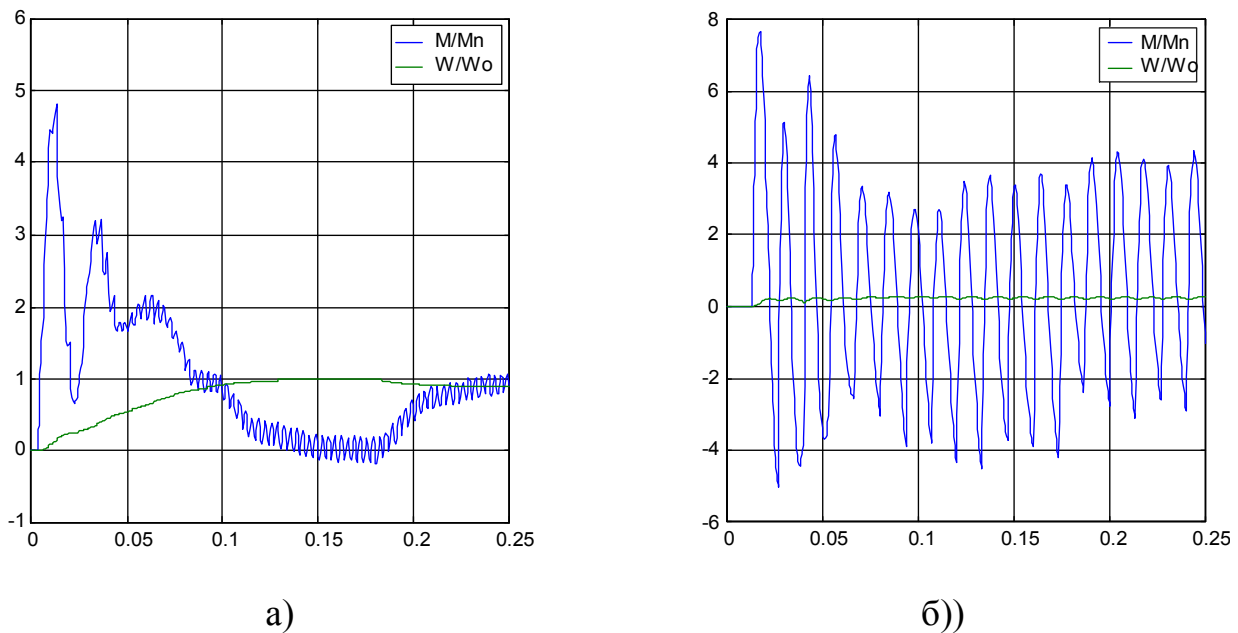


Рисунок 2.7 – Перехідні процеси в АД при живленні статора від джерела періодичної прямокутної напруги:

а)  $U_{sfe} = U_{sfH}$ ;  $f_s = 50$  Гц; б)  $U_{sfe} = U_{sfH}/4$ ;  $f_s = 12,5$  Гц

Графіки перехідних процесів пуску АД без навантаження та подальшого динамічного гальмування, одержані при використанні в моделі рис. 2.2 вузла завдання рис. 2.6 з початком гальмування при  $t = 0,15$ с та відключенням напруги при  $t = 0,18$ с показані на рис. 2.8. Наведені результати моделювання свідчать про занадто великі значення струмів та моменту в режимі динамічного гальмування, для зменшення яких можна рекомендувати зниження величини  $U_f$  постійної напруги, що подається на статор.

Для реверсу АД достатньо переключити в потрібний момент будь-які дві фази статора.

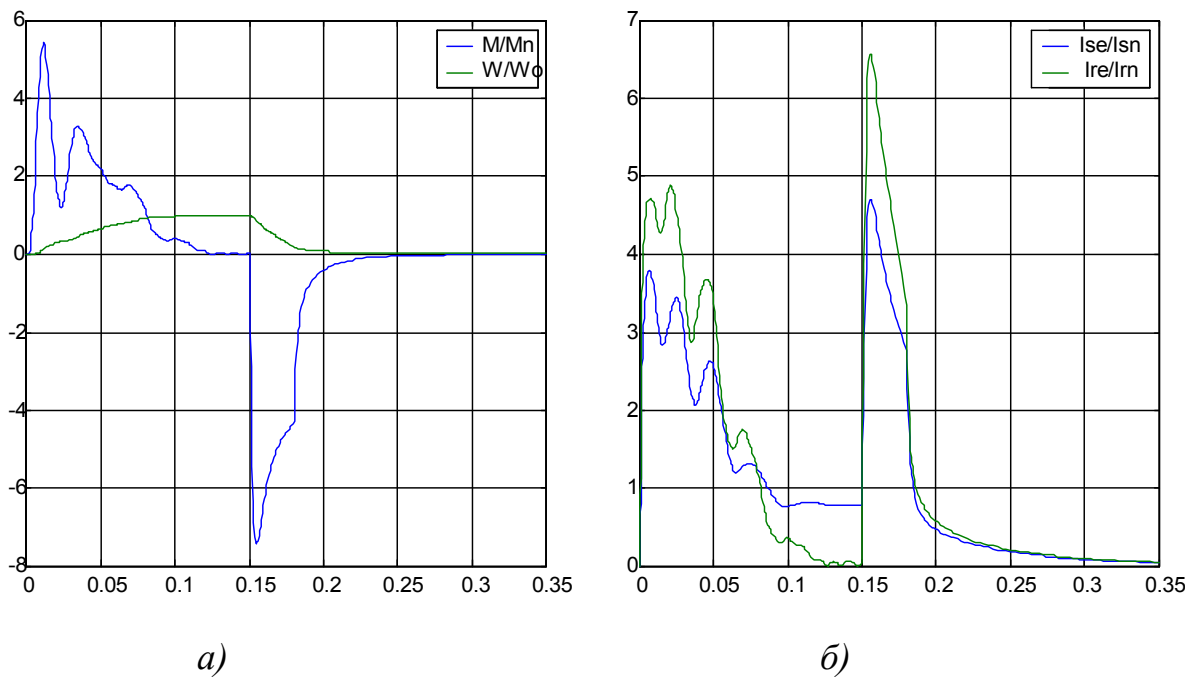


Рисунок 2.8 – Перехідні процеси пуску та динамічного гальмування АД

При повільному збільшенні моменту статичного опору можна визначити критичний момент та критичне ковзання двигуна, спостерігаючи режим перекидання АД.

Для дослідження впливу вищих гармонік на якість регулювання можна до сигналів (2.32) додати синусоїдальні сигнали з іншими амплітудами та частотами, що перевищують основну частоту у потрібне число разів.

## 2.2. Врахування асиметрії електромагнітної системи АД

Асиметрія магнітної системи АД може виникнути в результаті неточностей, припущених при виготовленні або при ремонті двигуна, а також внаслідок аварій в процесі експлуатації, наприклад, *при міжвиткових коротких замиканнях*. При цьому змінюються як активний опір, так і індуктивність розсіювання пошкодженої фази, а також індуктивність намагнічування. Усі перелічені вище параметри залежать від кількості витків у обмотках і визначаються за формулами [23]:

$$R_d = k_d R, \quad L_{\sigma d} = k_d^2 L_\sigma, \quad L_{md} = k_d L_m, \quad (2.36)$$

де  $R_d, L_{\sigma d}$  – активний опір та індуктивність розсіювання пошкодженої фази статора або ротора;  $L_{md}$  – індуктивність намагнічування зі врахуванням пошкодження однієї з фаз,

$$k_d = \frac{w_d}{w}, \quad (2.37)$$

$w_d, w$  – кількість витків в ушкодженій та неушкодженій фазах відповідно,  $k_d$  – коефіцієнт асиметрії.

Отже, для дослідження АД з асиметричними обмотками в моделі, що зображена на рис. 2.2, необхідно блоки *Gain* зі скалярними коефіцієнтами **Rs** та **Rr** замінити блоками *Matrix Gain* та скоригувати *MATLAB*-функцію, що формує узагальнену матрицю індуктивностей і розраховує струми статора і ротора.

Наприклад, при пошкодженні фази *A* статора матриці активних опорів та індуктивностей статора матимуть вигляд:

$$\mathbf{R}_{sd} = r_s \begin{bmatrix} k_d & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_{ssd} = \frac{2}{3} L_m k_d \begin{bmatrix} 1 + \frac{3}{2} \sigma_s k_d^2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 + \frac{3}{2} \sigma_s & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 + \frac{3}{2} \sigma_s \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

В інших складових матриці індуктивності (2.16), (2.17) зміниться тільки значення індуктивності намагнічування згідно з (2.37).

Діагональні матриці у середовищі пакета *MATLAB* можна створити за допомогою функції *diag*, наприклад, `diag (Rs*[kd 1 1])`.

Матрицю індуктивностей можна сформувати у такий спосіб:

```
A=-ones(3,3)./2;
diag (A)=(1+3/2*sig_s)*[1 1 1];
A(1,1)= 1+3/2*sig_s*kd^2;
Lssd=2/3*Lm*kd*A
```

На рис. 2.9 подано графіки зміни швидкості та моменту АД під час пуску без навантаження та кидку навантаження на усталеній швидкості при пошкодженій фазі  $A$  статора, в якій кількість витків скоротилася на 15%, тобто  $k_d = 0.85$ . Як бачимо, навіть невеликі відхилення опорів та індуктивностей статора від каталожних значень приводять до появи коливань електромагнітного моменту в усталених режимах. Причому частота цих коливань дорівнює подвоєній частоті напруги живлення статора, тобто

$$f_{sm} = 2f_s = 100 \text{ Гц}. \quad (2.39)$$

Цей факт цілком узгоджується з теорією електричних машин [23], згідно з якою в асиметричних режимах в електричних колах АД протікають струми прямої та зворотної послідовностей, взаємодія яких з магнітними полями зворотної та прямої послідовностей призводить до описаних вище наслідків. В результаті у двигуні виникають вібраційні радіальні зусилля тієї ж частоти.

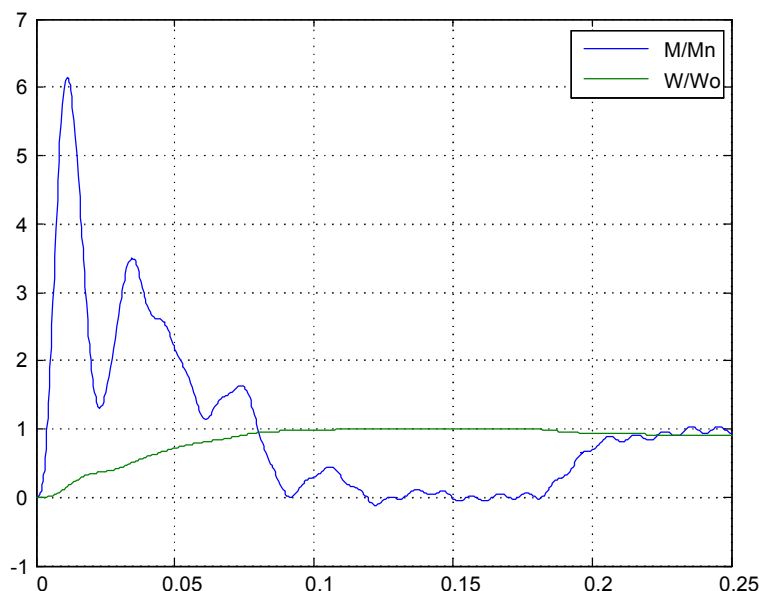


Рисунок 2.9 – Електромагнітний момент і частота обертання ротора АД при наявності асиметрії обмоток статора

### 2.3. Математична модель АД, що живиться від ідеального джерела змінного струму

При живленні статора АД від ідеального трифазного джерела струму рівняння електричної рівноваги статора (перше рівняння систем (2.4)) стає зайвим.

Рівняння електричної рівноваги короткозамкненого ротора має вигляд:

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = -R_r I_r. \quad (2.40)$$

Із другого рівняння системи (2.22) можна виразити струми ротора через струми статора та потокозчеплення ротора:

$$I_r = (\Psi_r - L_{rs} I_s) / L_r. \quad (2.41)$$

Струмову трифазну модель короткозамкненого АД, побудовану на підставі рівнянь (2.40), (2.41), (2.26) та (2.31) зображено на рис. 2.10.

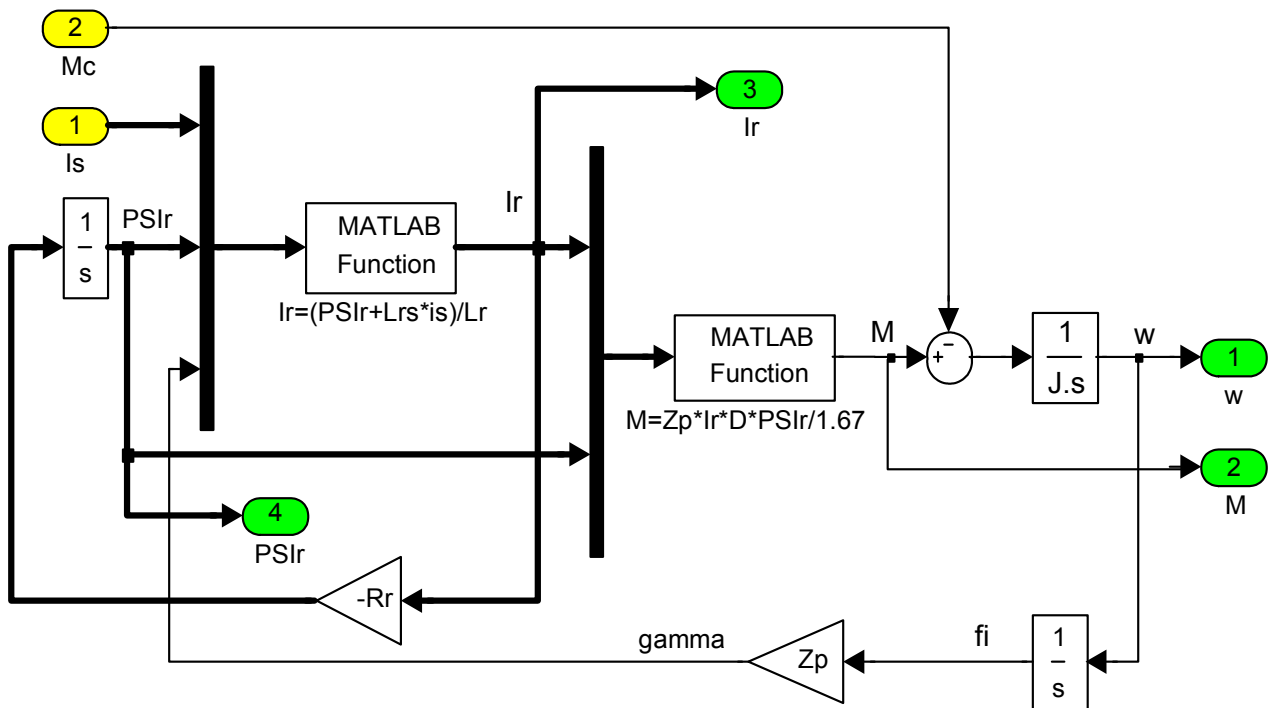


Рисунок 2.10 – Векторна модель короткозамкненого АД з живленням статора від джерела струму у фазних координатах

Для реалізації матричної формули (2.41) створено відповідну *Matlab*-функцію, яка стає досяжною для моделі завдяки використанню блока *Matlab Function*.

### 2.3. Контрольні завдання та запитання

1. Зобразите взаємне розташування електричних осей статора та ротора. Запишіть рівняння швидкості обертання системи координат ротора та кутів між подібними осями статора і ротора.
2. Запишіть скалярні та векторно-матричні рівняння електричної рівноваги кіл статора і ротора та складіть за ними структурні моделі.
3. Якими співвідношеннями пов'язані між собою струми та потокозчеплення статора і ротора?
4. Охарактеризуйте компоненти матриці індуктивностей АД.
5. З якого рівняння можна визначити вирази для розрахунку електромагнітного моменту АД? Скільки таких виразів можна знайти?
6. За якими правилами складують функції користувача для використання їх блоком *MATLAB Function* програми *Simulink*?
7. Охарактеризуйте перехідні процеси та усталені значення координат при прямому пуску АД та при накиді навантаження. З якою частотою коливаються фазні та ефективні значення струмів і потокозчеплення?
8. Які режими роботи АД можна дослідити за допомогою трифазної моделі? Як їх можна реалізувати?
9. Як залежать величини активних опорів та індуктивностей від кількості витків у обмотках АД?
10. З якою частотою коливається електромагнітний момент АД в усталеному режимі внаслідок асиметрії електромагнітної системи?
11. Чим відрізняються математичні описи та структурні моделі АД при живленні його від джерела змінної напруги та від джерела струму?

## 3. КООРДИНАТНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

### 3.1. Поняття про узагальнений (просторовий) вектор

Еквівалентні перетворення фазних сигналів АД з однієї системи координат в іншу здійснюються на основі поняття *узагальненого вектору*, який досить часто називають також *просторовим вектором*.

За визначенням, *узагальненим вектором деякого багатофазного сигналу називають такий вектор  $\tilde{v}$ , проєкції якого на осі фаз дорівнюють миттєвим значенням відповідних фазних величин у заданий момент часу*.

Періодичній зміні фазних величин відповідає обертання узагальненого вектору з амплітудою, яка дорівнює максимальному значенню фазної величини, проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю, що збігається з кутовою частотою відповідного періодичного сигналу:

$$\omega_v = \frac{d\varphi_v}{dt}, \quad |\tilde{v}| = v_m. \quad (3.1)$$

На рис. 3.1 зображено узагальнений вектор деякої фізичної величини статора  $\tilde{v}_s$ , його проєкції на фазні осі  $\bar{v}_A, \bar{v}_B, \bar{v}_C$ , векторна сума цих проєкцій  $\bar{v}_A + \bar{v}_B + \bar{v}_C$  та проєкції узагальненого вектору на дійсну (*Re*) та уявну (*Im*) осі, перша з яких ( $\alpha$ ) співпадає з віссю *A*, а друга ( $\beta$ ) розташована перпендикулярно до першої (повернена відносно неї на 90 проти годинникової стрілки). Таку систему координат (СК) називають нерухомою або стаціонарною системою ортогональних координат статора  $\alpha\beta$ .

Доведено, що *сума векторів  $\bar{v}_A, \bar{v}_B, \bar{v}_C$  є вектором, що співпадає з узагальненим вектором за напрямком та перевищує його амплітуду у півтора рази*. Тому узагальнений вектор аналітично можна виразити у такий спосіб:

$$\tilde{v}_s = \frac{2}{3}(\bar{v}_A + \bar{v}_B + \bar{v}_C) = \frac{2}{3}(v_A + v_B e^{j2\pi/3} + v_C e^{j4\pi/3}) = \frac{2}{3} \mathbf{a} \mathbf{v}_s, \quad (3.2)$$

де

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \end{bmatrix}; \quad (3.3)$$

$$\bar{a} = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \bar{a}^2 = e^{j4\pi/3} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad (3.4)$$

$$\mathbf{v}_s = \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\bar{v}_A| \\ |\bar{v}_B| \\ |\bar{v}_C| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{s\max} \cos(\varphi_{vs}(t)) \\ v_{s\max} \cos(\varphi_{vs}(t) - 2\pi/3) \\ v_{s\max} \cos(\varphi_{vs}(t) - 4\pi/3) \end{bmatrix}.$$

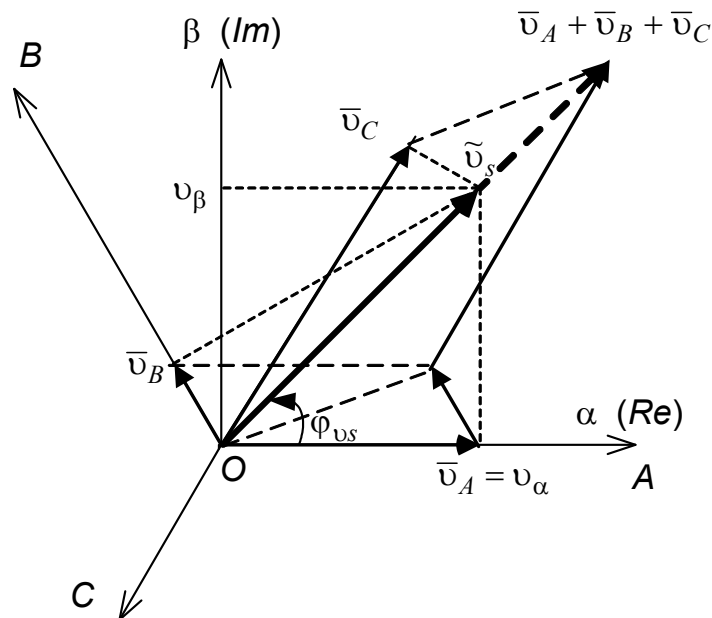


Рисунок 3.1 – Узагальнений вектор та його складові

### 3.2 Перетворення трифазних сигналів статора у складові ортогональної стаціонарної системи координат та навпаки (пряме та зворотнє *Clarke*-перетворення)

Знайдемо зв'язок між проекціями узагальнених векторів на осі систем координат, поданих на рис. 3.1.

Після підстановки (3.4) у (3.3) та групування дійсних і уявних складових отримуємо

$$\begin{aligned}
\tilde{v}_s &= \frac{2}{3} \left[ v_A + v_B \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + v_C \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] = \\
&= \frac{2}{3} \left[ v_A - \frac{1}{2} (v_B + v_C) + j \frac{\sqrt{3}}{2} (v_B - v_C) \right] = \\
&= \frac{1}{3} [3v_A - (v_A + v_B + v_C)] + j \frac{1}{\sqrt{3}} (v_B - v_C). \tag{3.5}
\end{aligned}$$

Якщо живлення двигуна здійснюється симетричними напругами або струмами та його обмотки також симетричні, то, подібно до (2.20), сума фазних сигналів статора та ротора у будь-яку мить часу дорівнює нулю:

$$v_A + v_B + v_C = 0. \tag{3.6}$$

Співвідношення (3.6) автоматично виконуються у трифазних системах без нульового проводу. При порушенні симетрії треба враховувати наявність постійних (нейтральних) складових гармонічних сигналів, тобто сигналів нульової послідовності:

$$v_{s0} = (v_A + v_B + v_C) / 3. \tag{3.7}$$

При виконанні умови (3.6) вираз (3.5) спрощується

$$\tilde{v}_s = v_A + j \frac{1}{\sqrt{3}} (v_B - v_C) = v_\alpha + j v_\beta, \tag{3.8}$$

звідкіля можна записати в скалярній або у векторно-матричній формі:

$$\begin{cases} v_\alpha = v_A, \\ v_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} (v_B - v_C); \end{cases} \tag{3.9}$$

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = \underset{3\text{H} \rightarrow 2\text{H}}{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}; \tag{3.10}$$

Зворотне перетворення знаходимо вирішенням системи (3.9), доповненої рівнянням (3.6):

$$\begin{cases} v_A = v_\alpha, \\ v_B = -\frac{1}{2}v_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}v_\beta, \\ v_C = -\frac{1}{2}v_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}v_\beta, \end{cases} \quad (3.11)$$

яке у векторно-матричній формі має вигляд

$$\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{2\text{H} \rightarrow 3\text{H}} \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

При наявності асиметрії фазних сигналів, тобто при виконанні умови (3.7) розглянуті трансформації набувають вигляду

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{3\text{H} \rightarrow 2\text{H}0} \cdot \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}; \quad (3.13)$$

$$\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_{s0} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{2\text{H}0 \rightarrow 3\text{H}} \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_{s0} \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Оскільки струми нульової послідовності не беруть участь у формуванні електромагнітного моменту, то у багатьох випадках при моделюванні їх наявність не враховують. Але цього не можна робити, наприклад, при дослідженні теплових процесів.

Розглянуті перетворення називають **прямим та зворотним перетвореннями Кларк (Clarke Transformation)** на честь видатної американської жінки – інженера-електрика (*General Electric*) і професора інженерії Техаського університету *Edith Clarke* (1883-1959). Вони були уперше описані у фундаментальній роботі «*Circuit Analysis of A-C Power Systems*» (1944).

### 3.3. Перетворення складових нерухомих систем координат статора у складові довільної рухомої ортогональної системи координат та навпаки (перетворення Парка)

Нехай нам відомі проекції узагальненого вектора будь-якої 3-фазної величини статора або ротора на осі ортогональної нерухомої СК статора, та існує ще одна ортогональна СК  $uv$  (див. рис. 2.12), що обертається проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю  $\omega_k$ , утворюючи з системою кут  $\gamma_k$ , тобто

$$\omega_k = d\gamma_k/dt. \quad (3.15)$$

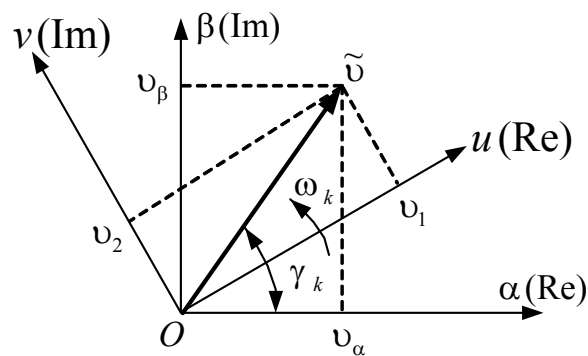


Рисунок 3.2 – Ілюстрація перетворення фазних сигналів із нерухомої ортогональної системи координат статора у довільну рухому

Знайдемо взаємозв'язок між дійсними та уявними складовими узагальненого вектора в СК  $\alpha\beta$  і  $uv$ :

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{uv} = v_u + jv_v &= \tilde{v}_{\alpha\beta} e^{-j\gamma_k} = (v_\alpha + jv_\beta)(\cos \gamma_k - j \sin \gamma_k) = \\ &= v_\alpha \cos \gamma_k + v_\beta \sin \gamma_k + j(-v_\alpha \sin \gamma_k + v_\beta \cos \gamma_k), \end{aligned} \quad (3.16)$$

звідкіля

$$\begin{bmatrix} v_u \\ v_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_k & \sin \gamma_k \\ -\sin \gamma_k & \cos \gamma_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{2H \rightarrow 2P} \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Зворотнє перетворення здійснюється за формулами

$$\begin{aligned}\tilde{v}_{\alpha\beta} &= v_{\alpha} + jv_{\beta} = \tilde{v}_{uv}e^{j\gamma_k} = (v_u + jv_v)(\cos \gamma_k + j \sin \gamma_k) = \\ &= v_u \cos \gamma_k - v_v \sin \gamma_k + j(v_u \sin \gamma_k + v_v \cos \gamma_k),\end{aligned}\quad (3.18)$$

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_k & -\sin \gamma_k \\ \sin \gamma_k & \cos \gamma_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_u \\ v_v \end{bmatrix} = \underset{2p \rightarrow 2n}{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} v_u \\ v_v \end{bmatrix}.\quad (3.19)$$

Перетворення сигналів з довільної ортогональної СК у трифазну нерухому СК статора та навпаки можна здійснювати у два етапи (з проміжною трансформацією у нерухому ортогональну систему  $\alpha\beta$ ) за допомогою формул (3.10) та (3.12) і (3.17) та (3.19).

Але можна використовувати і безпосереднє перетворення за формулами

$$\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \gamma_k & -\sin \gamma_k \\ \cos(\gamma_k - 2\pi/3) & -\sin(\gamma_k - 2\pi/3) \\ \cos(\gamma_k + 2\pi/3) & -\sin(\gamma_k + 2\pi/3) \end{bmatrix}}_{\underset{2p \rightarrow 3n}{\mathbf{A}}} \cdot \begin{bmatrix} v_u \\ v_v \end{bmatrix},\quad (3.20)$$

$$\begin{bmatrix} v_u \\ v_v \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma_k & \cos(\gamma_k - 2\pi/3) & \cos(\gamma_k + 2\pi/3) \\ -\sin \gamma_k & -\sin(\gamma_k - 2\pi/3) & -\sin(\gamma_k + 2\pi/3) \end{bmatrix}}_{\underset{3n \rightarrow 2p}{\mathbf{A}}} \cdot \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}.\quad (3.21)$$

Матрицю  $\underset{2p \rightarrow 3n}{\mathbf{A}}$  легко знайти за формулою

$$\underset{2p \rightarrow 3n}{\mathbf{A}} = \underset{2n \rightarrow 3n}{\mathbf{A}} \cdot \underset{2p \rightarrow 2n}{\mathbf{A}},$$

а перетворення (3.15) простіше вивести з рівняння

$$\begin{aligned}\tilde{v}_{uv} &= \tilde{v}_{ABC}e^{-j\gamma_k} = [v_A \quad v_B \quad v_C]^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} e^{-j\gamma_k} = \\ &= \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \end{bmatrix} (\cos \gamma_k - j \sin \gamma_k).\end{aligned}$$

Розглянуті перетворення називають *прямим та зворотним перетвореннями Парка (Park Transformation)*, автор яких, *Robert H. Park* (1902-1994), також, як і Едіт Кларк, деякий час працював на фірмі *General Electric*.

Слід відзначити, що результатом множення матриць прямого та зворотного перетворень завжди буде одинична діагональна матриця  $\mathbf{E}$  відповідного розміру:

$$\mathbf{A}\mathbf{A}_3 = \mathbf{E}.$$

З останнього виразу випливає, що для квадратної матриці  $\mathbf{A}$  матрицю зворотного перетворення  $\mathbf{A}_3$  можна знайти за формулою

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{A}^{-1}. \quad (3.22)$$

Для матриць з гармонійними коефіцієнтами справедливі співвідношення

$$\mathbf{A}_{2n \rightarrow 2p} = \mathbf{A}_{2p \rightarrow 2n}^T, \quad \mathbf{A}_{3n \rightarrow 2p} = \frac{2}{3} \mathbf{A}_{2p \rightarrow 3n}^T. \quad (3.23)$$

Окремим випадком перетворення із рухомої СК у нерухому є перетворення опорних сигналів, за просторовими векторами яких орієнтовані дійсні осі рухомої СК.

Наприклад, в синхронній системі координат  $xu$ , орієнтовній за напругою статора

$$U_{sx} = |\tilde{U}_s| = U_{sm}, \quad U_{sy} = 0, \quad \omega_k = \omega_s = 2\pi f_s. \quad (3.24)$$

Тоді формули (3.19) набудуть вигляду:

$$\begin{bmatrix} U_{s\alpha} \\ U_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_k \\ \sin \gamma_k \end{bmatrix} U_{sm},$$

тобто

$$\begin{cases} U_{s\alpha} = U_{sm} \cos \gamma_k, \\ U_{s\beta} = U_{sm} \sin \gamma_k. \end{cases} \quad (3.25)$$

### 3.4. Особливості координатних перетворень фазних сигналів ротора

При координатних перетвореннях фазних сигналів ротора необхідно враховувати, що система координат  $abc$  є рухомою (див. рис. 2.1). Тому матриця  $\mathbf{A}_{3\text{н} \rightarrow 2\text{н}}$  (див. формулу (3.10)) перетворюватиме фазні сигнали ротора не в систему  $\alpha\beta$ , а в рухому ортогональну СК, у якої дійсна вісь збігається з віссю  $a$  ротора. Назвемо таку систему  $aa_0$ . Тепер для перетворення отриманих проекцій на осі ортогональної СК ротора в систему  $\alpha\beta$  треба використати формулу (3.19), в якій кут  $\gamma_k$  треба замінити кутом  $\gamma_r$  (див. формули (2.1)-(2.3)), тобто

$$\begin{bmatrix} v_{r\alpha} \\ v_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_r & -\sin \gamma_r \\ \sin \gamma_r & \cos \gamma_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (3.26).$$

Перетворення сигналів ротора з рухомої ортогональної СК ротора до довільної ортогональної рухомої СК та навпаки здійснюється за формулами (3.17) і (3.19) відповідно, в яких кут  $\gamma_k$  замінюється кутом  $\gamma_k - \gamma_r$ , що пояснюється взаємним розташуванням СК, показаним на рис. 3.3.

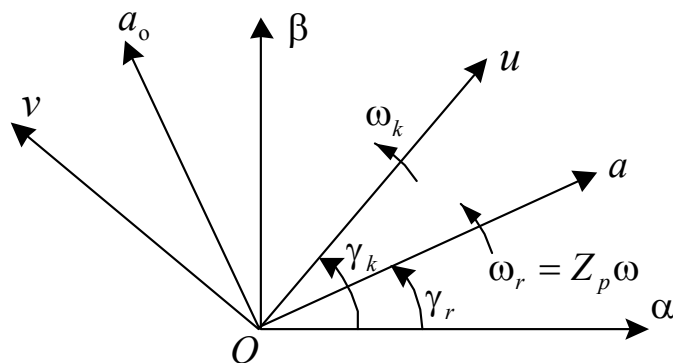


Рисунок 3.3 – Взаємне розташування ортогональних СК

### 3.5. Перетворення проєкцій узагальненого вектору на координатні осі в амплітудні та ефективні значення фазних сигналів

Амплітудні значення гармонічних сигналів знаходяться через проєкції відповідних узагальнених векторів будь-якої ортогональної СК за відомою формулою, що випливає з теореми Піфагора:

$$|\tilde{v}| = v_m = \sqrt{v_u^2 + v_v^2} = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2}. \quad (3.27)$$

Після підстановки (3.9) у (3.27) отримуємо

$$|\tilde{v}| = v_m = \sqrt{v_A^2 + (v_B + v_C)^2 / 3}. \quad (3.28)$$

Виконуючи еквівалентні перетворення можна отримати формулу [17]:

$$|\tilde{v}| = v_m = \sqrt{\frac{2}{3}(v_A^2 + v_B^2 + v_C^2)}. \quad (3.29)$$

Діючі, або ефективні, значення фазних сигналів АД обчислюються за формулами:

$$v_e = v_m / \sqrt{2} = \sqrt{(v_u^2 + v_v^2) / 2} = \sqrt{(v_A^2 + v_B^2 + v_C^2) / 3}. \quad (3.30)$$

### 3.6. *Simulink*-моделі координатних перетворювачів

Моделі координатних перетворювачів у середовищі *Simulink* можуть бути реалізовані декількома способами:

1) на основі розгорнутих рівнянь для складових узагальненого вектора за допомогою блоків *Sum*, *Gain* та *Trigonometric function* (якщо матриця перетворення складається з гармонічних функцій);

2) на основі матричних рівнянь за допомогою блока *Gain* з матричним множником (*Matrix(K\*u)*) для матриць перетворення з постійними коефіцієнтами або за допомогою блоків *Fcn* або *Matlab Function* для матриць

з гармонічними коефіцієнтами;

3) на основі рівнянь у комплексних змінних за допомогою блоків перетворення комплексних чисел.

Продемонструємо ці способи на прикладах. На рис. 3.4 зображені моделі таких перетворювачів:

- а) перетворювач  $\alpha\beta - ABC$  на підставі рівнянь (3.11);
- б) перетворювач  $ABC - \alpha\beta$  на підставі рівнянь (3.10);
- в) перетворювач  $ABC - 12$  на підставі рівнянь (3.19);
- г) перетворювач  $\alpha\beta - 12$  на підставі рівнянь (3.17);
- д) перетворювач  $12 - \alpha\beta$  на підставі рівняння (3.16).

Для блока *MATLAB Function* моделі рис. 3.4,в необхідно написати функцію користувача, яка може мати вигляд:

```
function y12=ABC_12(u)
yA=u(1); yB=u(2); yC=u(3); yk=u(4);
y1=yk-2*pi/3; y2=yk+2*pi/3;
Ap=[ cos(yk)  cos(y1)  cos(y2);
     -sin(yk) -sin(y1) -sin(y2)]*2/3;
y12=Ap*[yA; yB; yC];
```

*Simulink*-моделі деяких координатних перетворювачів існують в системі MATLAB і у вигляді стандартних блоків, але вони знаходяться не в бібліотеках програми *Simulink*, а у папці *Transformation* бібліотеки *Control and Measurements Library* додатку *SimPowerSystem*. Вміст цієї папки показано на рис. 3.5. В усіх наведених блоках враховується наявність у періодичному сигналі постійної складової за рахунок його асиметрії (див. (3.7)).

На відміну від позначень, прийнятих в даному посібнику, довільна рухома система координат  $uv$  в цих блоках позначена як  $dq$ , а кут  $\gamma_k$  між відповідними осями стаціонарної та довільної рухомої СК – як  $wt$ .

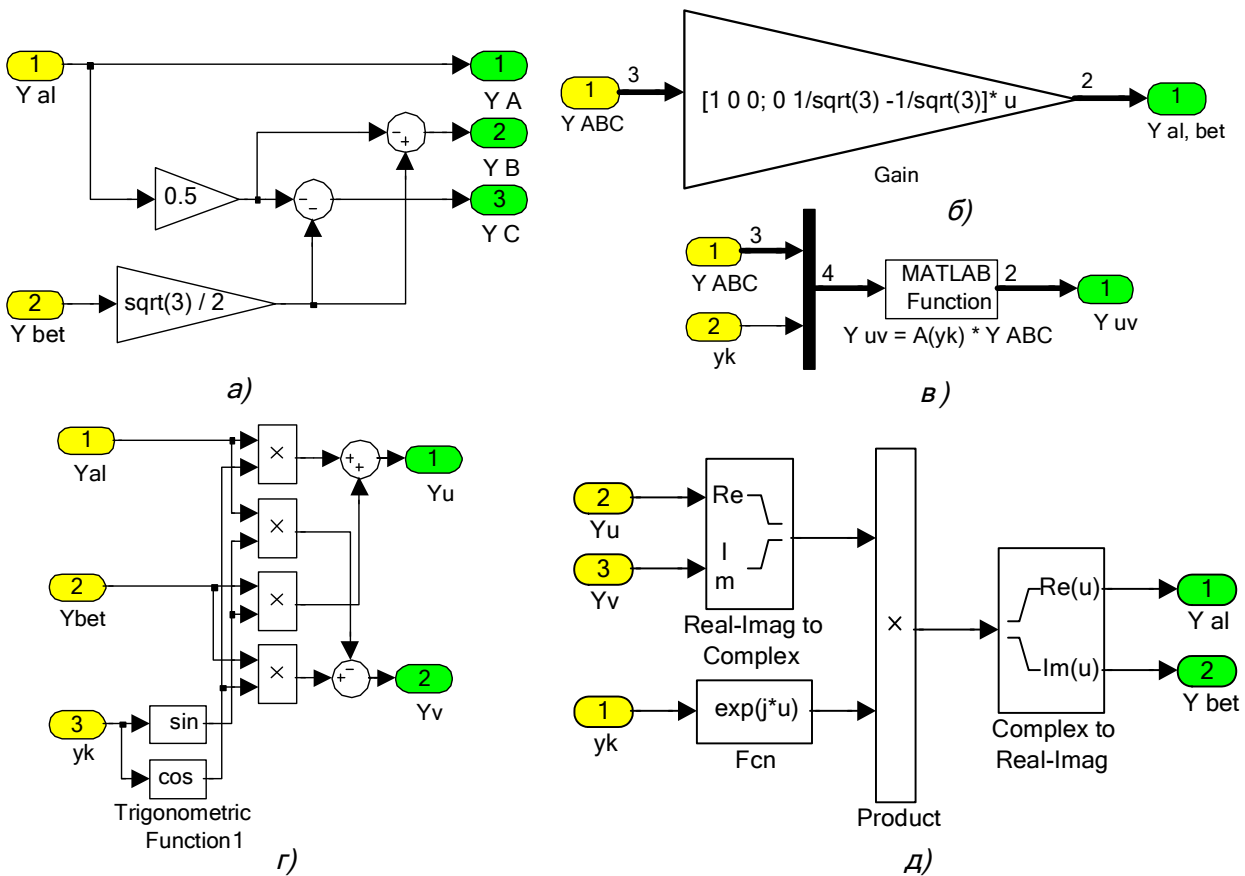


Рисунок 3.4 – Приклади моделей координатних перетворювачів

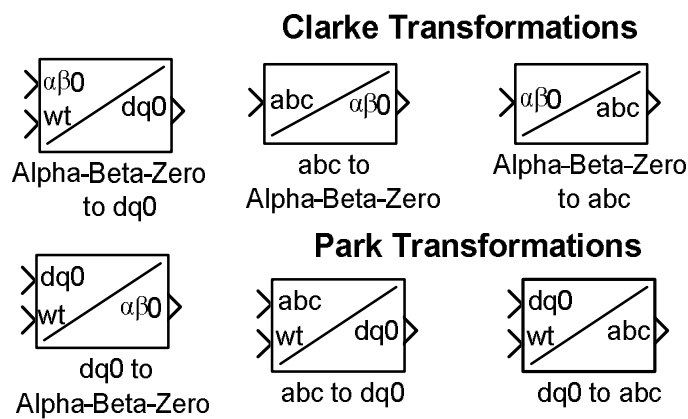


Рис. 3.5 – Стандартні Simulink-блоки координатних перетворювачів папки Transformation

Блоки *abc to Alpha-Beta-Zero* та *Alpha-Beta-Zero to abc* виконують пряме та зворотнє *Clarke*-перетворення за формулами (3.13), (3.14) в матричній формі подібно до моделі рис. 3.4,б.

Блоки *Alpha-Beta-Zero to dq0* та *dq0 to Alpha-Beta-Zero* виконують перетворення складових просторового вектора в нерухомій СК статора в довільну рухому ортогональну систему координат та навпаки за формулами (2.54), (2.56) за допомогою блоків *Fcn*, як це показано на рис. 3.6.

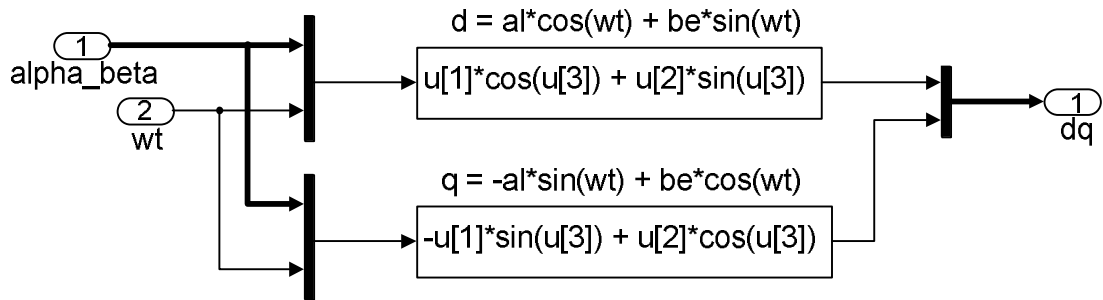


Рисунок 3.6 – *Simulink*-модель перетворення стаціонарної СК статора в довільну рухому СК, що виконується блоком *Alpha-Beta-Zero to dq0*

Складові нульової послідовності (при їх наявності) в цьому разі не змінюються.

*Park*-перетворення блоки *abc to dq0* та *dq0 to abc* здійснюють у два етапи, як це показано на рис. 3.7.

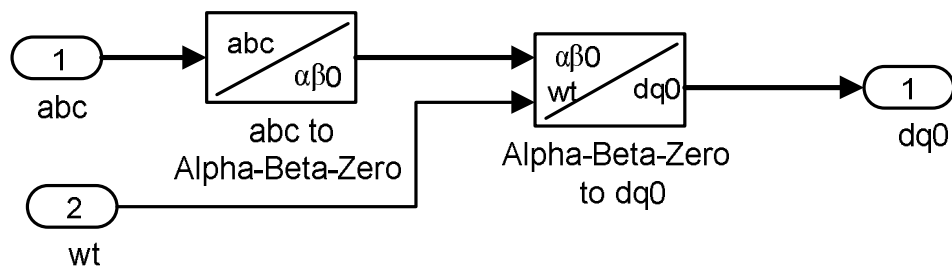


Рисунок 3.7 – *Simulink*-модель прямого перетворення Парка, що виконується блоком *abc to dq0*

Особливістю бібліотечних *Simulink*-блоків координатних перетворень, в яких застосовується довільна обертова ортогональна система координат, є наявність параметра *Rotating frame alignment at wt=0* (спрямованість СК при  $\gamma_k = 0$ ), який може приймати значення *Aligned with phase A axis* (спрямована за фазою *A*) або *90° behind phase A axis* (відстає від фази *A* на 90°).

Спрямованість за фазою  $A$  означає, що дійсна вісь рухомої ортогональної СК в перший момент часу співпадає з цією віссю. Саме такий випадок розглянуто в попередніх підрозділах. При відставанні дійсної осі на  $90^\circ$  від фази  $A$  з цією фазою на початку моделювання співпадатиме уявна вісь ортогональної системи координат.

### 3.7. Контрольні запитання

6. Як визначити поняття “узагальнений вектор”?
7. У чому складається сутність координатних перетворень?
8. Як відрізняються сигнали у системі координат  $\alpha\beta$  від відповідних їм сигналів у системі координат  $ABC$ ?
9. Що таке *Clarke*-перетворення?
10. Що таке *Park*-перетворення?
11. Чим відрізняються перетворення симетричних сигналів від перетворень несиметричних сигналів?
12. Чим відрізняються перетворення сигналів ротора від перетворень сигналів статора?
13. Які *Simulink*-блоки використовують в моделях координатних перетворювачів? Наведіть приклади.
14. Де знаходяться стандартні *Simulink*-блоки, що здійснюють перетворення Кларк і перетворення Парка?

## 4. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА В ОРТОГОНАЛЬНИХ КООРДИНАТАХ

### 4.1. Матричні *Simulink*-моделі асинхронного двигуна в довільній ортогональній системі координат

Помножуючи рівняння (2.4) зліва на  $\frac{2}{3}\mathbf{a}$  (див. формули (3.3), (3.4)) та маючи на увазі, що узагальнені вектори сигналів статора і ротора описуються у різних системах координат, отримаємо

$$\begin{cases} \tilde{U}_{s\alpha\beta} = \tilde{I}_{s\alpha\beta} R_s + \frac{d\tilde{\Psi}_{s\alpha\beta}}{dt}, \\ \tilde{U}_{raa_0} = \tilde{I}_{raa_0} R_r + \frac{d\tilde{\Psi}_{raa_0}}{dt}. \end{cases} \quad (4.1)$$

Якщо виконати ту ж саму операцію з рівнянням (2.8), то після перетворень матимемо

$$\begin{cases} \tilde{\Psi}_{s\alpha\beta} = L_s \tilde{I}_{s\alpha\beta} + L_m \tilde{I}_{raa_0} e^{j\gamma_r} = L_s \tilde{I}_{s\alpha\beta} + L_m \tilde{I}_{r\alpha\beta}, \\ \tilde{\Psi}_{raa_0} = L_m \tilde{I}_{s\alpha\beta} e^{-j\gamma_r} + L_r \tilde{I}_{raa_0} = L_m \tilde{I}_{s\alpha\beta} + L_r \tilde{I}_{raa_0}, \end{cases} \quad (4.2)$$

де

$$L_s = L_m + L_{s\sigma} = L_m(1 + \sigma_s); \quad L_r = L_m + L_{r\sigma} = L_m(1 + \sigma_r). \quad (4.3)$$

Приведемо рівняння (4.1), (4.2) до однієї СК: довільної обертової ортогональної системи  $uv$ , використовуючи співвідношення

$$\tilde{v}_{uv} = \tilde{v}_{\alpha\beta} e^{-j\gamma_k} = \tilde{v}_{aa_0} e^{-j(\gamma_k - \gamma_r)},$$

та перетворимо їх з урахуванням виразів (2.1)-(2.3) і (3.15) та правил диференціювання складних функцій. Враховуючи, що після цієї операції усі просторові вектори виявляться поданими в одній СК, опустимо для скорочення її позначення. В результаті отримаємо рівняння, які є базовими для побудови моделей АД у будь-яких ортогональних двофазних координатах:

$$\begin{cases} \tilde{U}_s = \tilde{I}_s R_s + \frac{d\tilde{\Psi}_s}{dt} + j\omega_k \tilde{\Psi}_s, \\ \tilde{U}_r = \tilde{I}_r R_r + \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + j(\omega_k - Z_p \omega) \tilde{\Psi}_r; \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\begin{cases} \tilde{\Psi}_s = L_s \tilde{I}_s + L_m \tilde{I}_r, \\ \tilde{\Psi}_r = L_m \tilde{I}_s + L_r \tilde{I}_r. \end{cases} \quad (4.5)$$

Деякі двофазні моделі АД потребують розв'язання системи рівнянь (2.71) відносно струмів статора та ротора. Це рішення досить просто знайти аналітично:

$$\begin{cases} \tilde{I}_s = \frac{1}{\sigma L_s} (\tilde{\Psi}_s - k_r \tilde{\Psi}_r), \\ \tilde{I}_r = \frac{1}{\sigma L_r} (\tilde{\Psi}_r - k_s \tilde{\Psi}_s), \end{cases} \quad (4.6)$$

де

$$k_s = \frac{L_m}{L_s} = \frac{1}{1 + \sigma_s}; \quad k_r = \frac{L_m}{L_r} = \frac{1}{1 + \sigma_r}; \quad (4.7)$$

$$\sigma = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r} = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} = 1 - k_s k_r = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_s)(1 + \sigma_r)}. \quad (4.8)$$

Коефіцієнт розсіювання за Блонделем  $\sigma$  є надзвичайно важливим параметром, що суттєво впливає на властивості двигуна. При проектуванні АД величина цього параметра визначається перш за все вибором форми клітки та повітряного зазору. Нормальні значення  $\sigma$  становлять від 0,05 до 0,2 [24]. Коефіцієнти магнітних зв'язків статора  $k_s$  та ротора  $k_r$  для більшості машин мають значення 0,9...0,97 [28].

Сигнали, подані у вигляді узагальнених векторів, можна розкласти на дійсні й уявні складові:

$$\tilde{v} = v_{re} + jv_{im} = v_u + jv_v.$$

Після запису просторових векторів відповідних рівнянь у вигляді комплексних змінних виконують групування дійсних і уявних складових.

Потім, виходячи з посилання, що комплексні числа є рівними тільки тоді, коли є рівними їхні дійсні та уявні частини, записують окремо рівняння для цих частин. У такий спосіб із кожного рівняння у просторових векторах, тобто у комплексних числах, складають по два скалярних рівняння: одно для дійсних частин, а друге – для уявних.

В результаті виконання послідовності перелічених вище дій із рівняннями (4.4)-(4.6) отримуємо

$$\begin{cases} U_{su} = I_{su}R_s + \frac{d\Psi_{su}}{dt} - \omega_k \Psi_{sv}, \\ U_{sv} = I_{sv}R_s + \frac{d\Psi_{sv}}{dt} + \omega_k \Psi_{su}, \\ U_{ru} = I_{ru}R_r + \frac{d\Psi_{ru}}{dt} - (\omega_k - Z_p \omega) \Psi_{rv}, \\ U_{rv} = I_{rv}R_r + \frac{d\Psi_{rv}}{dt} + (\omega_k - Z_p \omega) \Psi_{ru}; \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\begin{cases} \Psi_{su} = L_s I_{su} + L_m I_{ru}, & \Psi_{sv} = L_s I_{sv} + L_m I_{rv}, \\ \Psi_{ru} = L_r I_{ru} + L_m I_{su}, & \Psi_{rv} = L_r I_{rv} + L_m I_{sv}. \end{cases} \quad (4.10)$$

$$\begin{cases} I_{su} = \frac{1}{\sigma L_s} (\Psi_{su} - k_r \Psi_{ru}), & I_{sv} = \frac{1}{\sigma L_s} (\Psi_{sv} - k_r \Psi_{rv}), \\ I_{ru} = \frac{1}{\sigma L_r} (\Psi_{ru} - k_s \Psi_{su}), & I_{rv} = \frac{1}{\sigma L_r} (\Psi_{rv} - k_s \Psi_{sv}). \end{cases} \quad (4.11)$$

За методикою, викладеною в підрозділі 2.2 (див. рівняння (2.24)-(2.25)), можна вивести 6 варіантів формули визначення електромагнітного моменту АД через ортогональні складові його струмів та потокозчеплень:

$$M = \frac{3}{2} Z_p \cdot \begin{cases} (\Psi_{su} I_{sv} - \Psi_{sv} I_{su}), \\ (I_{ru} \Psi_{rv} - I_{rv} \Psi_{ru}), \\ L_m (I_{ru} I_{sv} - I_{rv} I_{su}), \\ k_s (I_{ru} \Psi_{sv} - I_{rv} \Psi_{su}), \\ k_r (\Psi_{ru} I_{sv} - \Psi_{rv} I_{su}), \\ \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} (\Psi_{ru} \Psi_{sv} - \Psi_{rv} \Psi_{su}). \end{cases} \quad (4.12)$$

У багатьох джерелах [24, 31, 32] формули (4.12) записують через

векторний добуток векторів-аргументів, що уявляє собою також вектор, напрям якого визначається за правилом правої руки, а модуль дорівнює площі паралелограма, побудованого на помножуваних векторах. Наприклад, перше рівняння системи (4.12) у такій постановці матиме вигляд:

$$\vec{M} = \frac{3}{2} Z_p (\vec{\Psi}_s \times \vec{I}_s).$$

Для розробки математичної моделі нам потрібно знати лише величину моменту, тобто його модуль. Тому останню формулу можна зустріти у такій інтерпретації:

$$M = \frac{3}{2} Z_p |\vec{\Psi}_s| \cdot |\vec{I}_s| \cdot \sin(\varepsilon),$$

де  $\varepsilon$  – кут між помножуваними векторами. Тотожність цієї формули і першої формули системи (4.12) можна довести.

На основі рівнянь (4.9)-(4.11), однієї з формул моменту (4.12) та рівняння руху (2.31) утворимо структурну модель АД, що живиться від джерела напруги, у довільній ортогональній системі координат. Для того, щоб надати цій моделі більш компактний вигляд, запишемо перелічені вище рівняння у векторно-матричній формі. Її можна отримати поєднанням дійсних та уявних складових узагальнених векторів у вектори-стовпці.

Позначивши

$$\mathbf{u}_s = \begin{bmatrix} U_{su} \\ U_{sv} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_r = \begin{bmatrix} U_{ru} \\ U_{rv} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_s = \begin{bmatrix} I_{su} \\ I_{sv} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_r = \begin{bmatrix} I_{ru} \\ I_{rv} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Psi}_s = \begin{bmatrix} \Psi_{su} \\ \Psi_{sv} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Psi}_r = \begin{bmatrix} \Psi_{ru} \\ \Psi_{rv} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

отримаємо

$$\begin{cases} \mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_s}{dt} + \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\Psi}_s \omega_k, \\ \mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_r}{dt} + \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\Psi}_r (\omega_k - Z_p \omega), \end{cases} \quad (4.14)$$

де

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (4.15)$$

$$\begin{cases} \Psi_s = L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r, \\ \Psi_r = L_r \mathbf{i}_r + L_m \mathbf{i}_s; \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\begin{cases} \mathbf{i}_s = \frac{1}{\sigma L_s} (\Psi_s - k_r \Psi_r), \\ \mathbf{i}_r = \frac{1}{\sigma L_r} (\Psi_r - k_s \Psi_s); \end{cases} \quad (4.17)$$

$$M = \frac{3}{2} Z_p L_m \mathbf{i}_s^T \mathbf{A}_1 \mathbf{i}_r. \quad (4.18)$$

Модель АД, побудована на підставі матричних рівнянь (4.14)-(4.18), зображена на рис. 4.1. На ній застосовано позначення

$$L_{s1} = \sigma L_s, \quad L_{r1} = \sigma L_r.$$

Для побудови струмової моделі відкинемо перше рівняння системи (4.14); ортогональні складові струму ротора виразимо через відповідні складові струму статора і потокозчеплення ротора з рівнянь (4.16)

$$\mathbf{i}_r = (\Psi_r - L_m \mathbf{i}_s) / L_r. \quad (4.19)$$

Отриманий вираз підставимо при  $\mathbf{u}_r = [\mathbf{0}]$  з урахуванням позначень (4.7) та поняття електромагнітної сталої часу ротора

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \quad (4.20)$$

у друге рівняння системи (4.14). Після розв'язання відносно похідної потокозчеплення ротора отримаємо:

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = \mathbf{i}_s k_r R_r - \Psi_r / T_r - \mathbf{A}_1 \Psi_r (\omega_k - Z_p \omega). \quad (4.21)$$

Момент у такій моделі короткозамкненого АД можна отримати за рівнянням

$$M = \frac{3}{2} Z_p k_r \mathbf{i}_s^T \mathbf{A}_1 \Psi_r. \quad (4.22)$$

Модель АД у середовищі *Simulink*, складена на основі наведеного математичного опису, зображена на рис. 4.2.

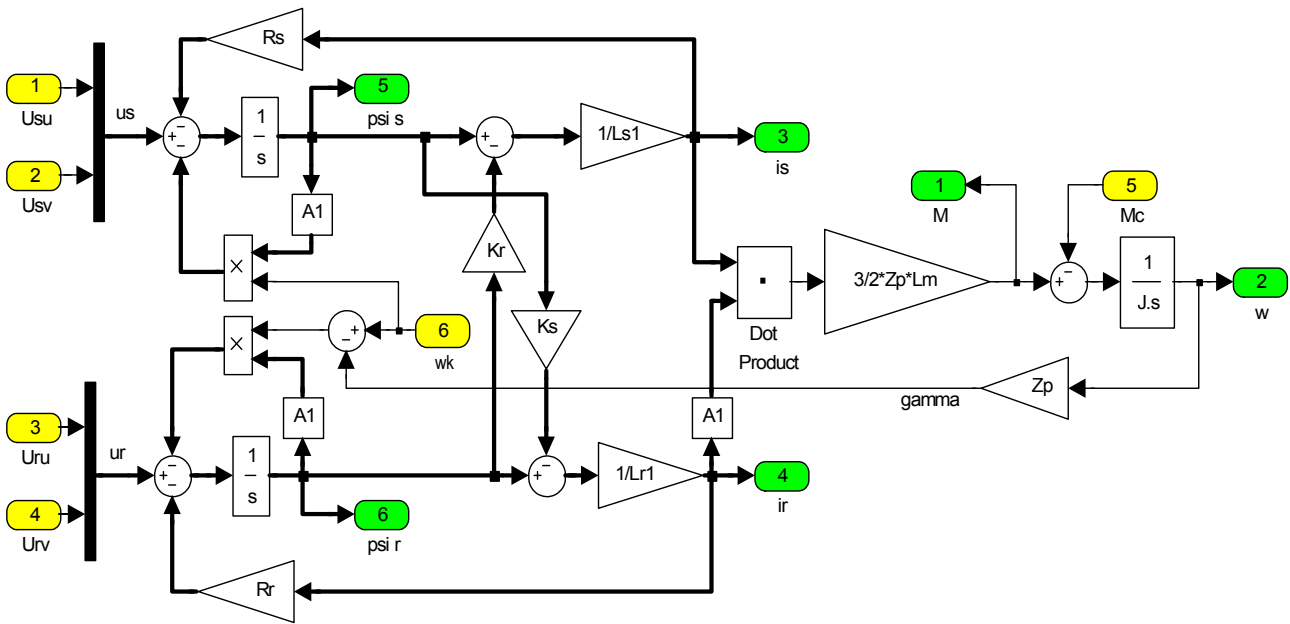


Рисунок 4.1 – Матрична модель машини подвійного живлення в довільній ортогональній системі координат

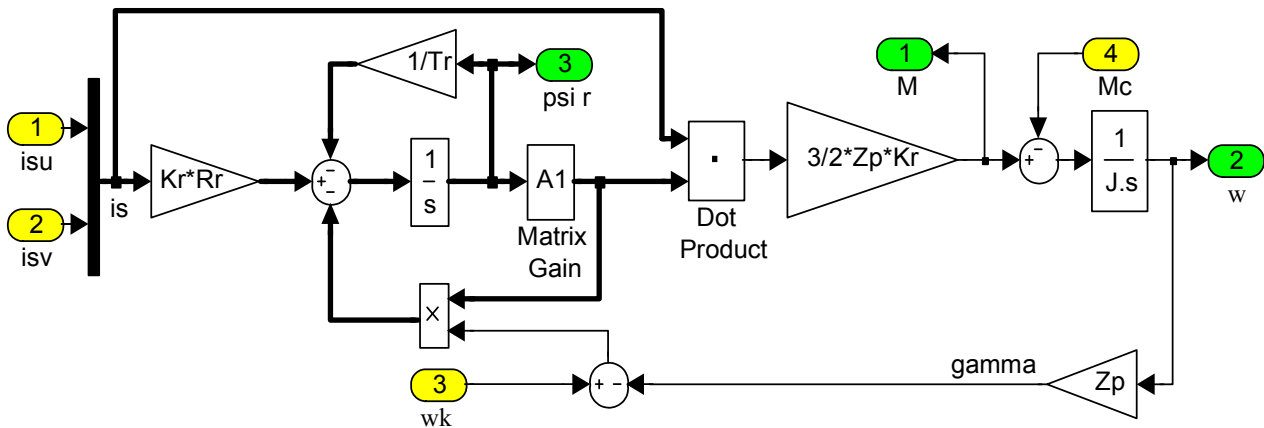


Рисунок 4.2 – Матрична модель АД з живленням статора від ідеального джерела струму в довільній ортогональній системі координат

Слід підкреслити, що струмова модель асинхронного двигуна в ортогональних двофазних координатах описується системою диференціальних рівнянь, що має порядок на дві одиниці нижче, ніж система, яка описує напругову модель.

## 4.2. Моделі АД у двофазній нерухомій системі координат статора $\alpha\beta$

Нагадаємо, що в такій СК  $\omega_k = 0$ , дійсні складові усіх просторових векторів статора збігаються з відповідними сигналами фази  $A$ , тобто  $u_{su} = u_{s\alpha} = u_A$ , а уявні складові  $u_{sv} = u_{s\beta}$  відстають за фазою від дійсних на  $90^\circ$ .

Для моделювання АД у такій системі координат можна скористатися матричними моделями, що показані на рис. 4.1 та 4.2, якщо до входів, помічених портами  $wk$ , приєднати блок *Constant* (джерело постійного сигналу) з нульовим значенням вихідної координати, ортогональні складові вхідних сигналів статора отримати із трифазних за допомогою координатних перетворювачів, що здійснюють пряме перетворення Кларк (2.48), а ортогональні складові вхідних сигналів ротора – за допомогою подвійного перетворення: прямого перетворення Кларк та зворотного перетворення Парка (див. (3.26)).

Інший підхід полягає у створенні скалярної математичної моделі шляхом заміни в рівняннях (4.8)-(4.11) індексів  $u$  і  $v$  індексами  $\alpha$  і  $\beta$  і підстановки в них виразу  $\omega_k = 0$ .

У такий спосіб отримуємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{s\alpha} = I_{s\alpha} R_s + \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt}, \\ U_{s\beta} = I_{s\beta} R_s + \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt}, \\ U_{r\alpha} = I_{r\alpha} R_r + \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} + Z_p \omega \Psi_{r\beta}, \\ U_{r\beta} = I_{r\beta} R_r + \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} - Z_p \omega \Psi_{r\alpha}; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{s\alpha} = \frac{1}{\sigma L_s} (\Psi_{s\alpha} - k_r \Psi_{r\alpha}), \\ I_{s\beta} = \frac{1}{\sigma L_s} (\Psi_{s\beta} - k_r \Psi_{r\beta}), \\ I_{r\alpha} = \frac{1}{\sigma L_s} (\Psi_{r\alpha} - k_s \Psi_{s\alpha}), \\ I_{r\beta} = \frac{1}{\sigma L_s} (\Psi_{r\beta} - k_s \Psi_{s\beta}). \end{array} \right.$$

Після підстановки рівнянь струмів у рівняння напруг, одержимо рівняння електричної рівноваги, в яких напруги виражені через потокозчеплення:

$$\begin{cases} U_{s\alpha} = \frac{R_s}{\sigma L_s} \Psi_{s\alpha} - k_r \frac{R_s}{\sigma L_s} \Psi_{r\alpha} + \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt}, \\ U_{s\beta} = \frac{R_s}{\sigma L_s} \Psi_{s\beta} - k_r \frac{R_s}{\sigma L_s} \Psi_{r\beta} + \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt}, \\ U_{r\alpha} = \frac{R_r}{\sigma L_r} \Psi_{r\alpha} - k_s \frac{R_r}{\sigma L_r} \Psi_{s\alpha} + \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} + Z_p \omega \Psi_{r\beta}, \\ U_{r\beta} = \frac{R_r}{\sigma L_r} \Psi_{r\beta} - k_s \frac{R_r}{\sigma L_r} \Psi_{s\beta} + \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} - Z_p \omega \Psi_{r\alpha}. \end{cases}$$

Введемо позначення

$$L_{s1} = \sigma L_s, \quad L_{r1} = \sigma L_r, \quad T_{s1} = \frac{L_{s1}}{R_s}, \quad T_{r1} = \frac{L_{r1}}{R_r} \quad (4.23)$$

та запишемо попередні рівняння в операторній формі, виконавши деякі перетворення:

$$\begin{cases} U_{s\alpha} + \frac{k_r}{T_{s1}} \Psi_{r\alpha} = \frac{1}{T_{s1}} \Psi_{s\alpha} (T_{s1} p + 1), \\ U_{s\beta} + \frac{k_r}{T_{s1}} \Psi_{r\beta} = \frac{1}{T_{s1}} \Psi_{s\beta} (T_{s1} p + 1), \\ U_{r\alpha} + \frac{k_s}{T_{r1}} \Psi_{s\alpha} - Z_p \omega \Psi_{r\beta} = \frac{1}{T_{r1}} \Psi_{r\alpha} (T_{r1} p + 1), \\ U_{r\beta} + \frac{k_s}{T_{r1}} \Psi_{s\beta} + Z_p \omega \Psi_{r\alpha} = \frac{1}{T_{r1}} \Psi_{r\beta} (T_{r1} p + 1). \end{cases} \quad (4.24)$$

При використанні такого математичного опису електромагнітної системи формування моменту двигуна має бути узгодженим із останньою формулою системи (4.12), тобто

$$M = \frac{3}{2} \frac{Z_p k_r}{\sigma L_s} (\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\beta} - \Psi_{r\beta} \Psi_{s\alpha}).$$

*Simulink*-модель машини подвійного (з боку статора та з боку ротора) живлення (МПЖ), що виконана у вигляді підсистеми (з вхідними та вихідними портами), зображена на рис. 2.20 і не потребує особливих пояснень.

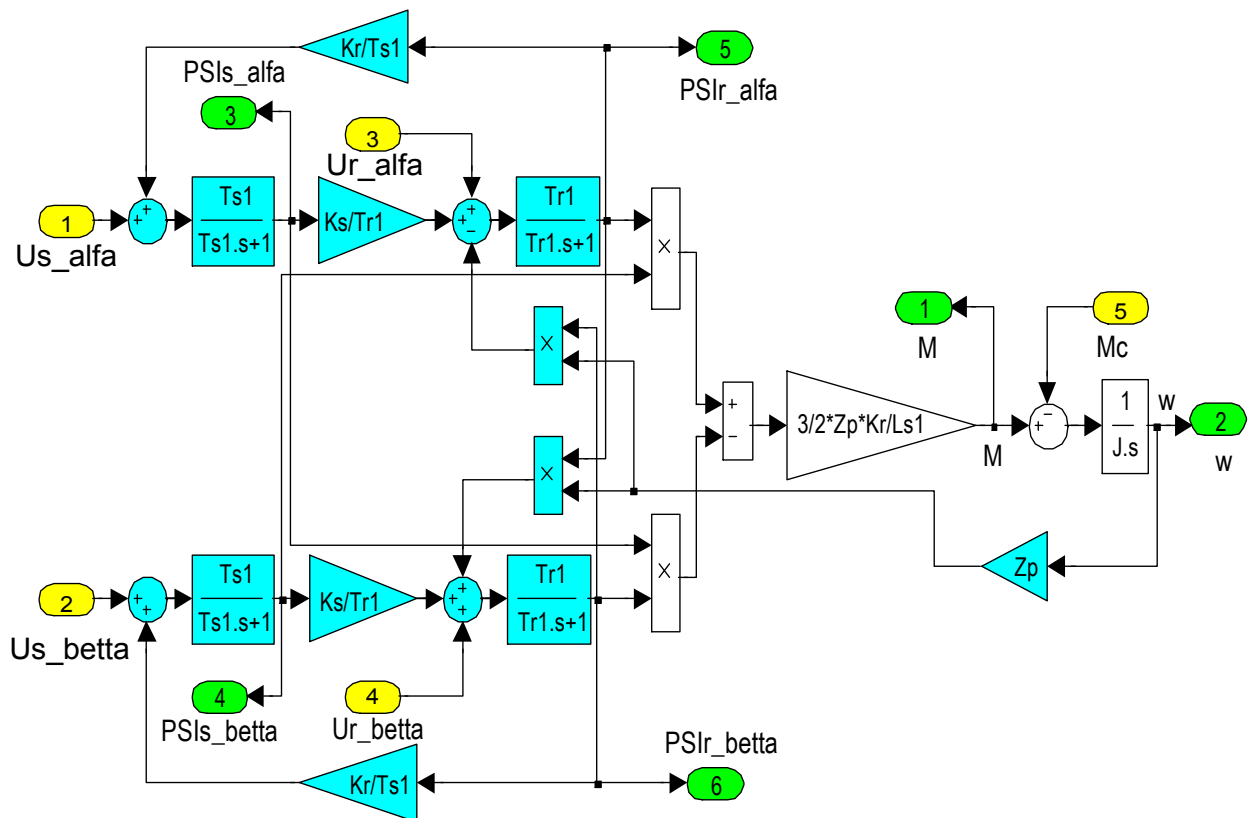


Рисунок 4.3 – Скалярна напругова модель МПЖ у нерухомій ортогональній системі координат

При моделюванні прямого пуску АД від ідеального джерела напруги можна обійтися без координатних перетворювачів, а просто подати на входи  $U_{su}$ ,  $U_{sv}$ ,  $U_{ru}$  і  $U_{rv}$  моделі рис. 4.1 або на входи  $U_{s\_alfa}$ ,  $U_{s\_beta}$ ,  $U_{r\_alfa}$  і  $U_{r\_beta}$  моделі рис. 4.3 сигнали

$$U_{s\alpha} = U_{sm} \sin(\omega_s t), \quad U_{s\beta} = U_{sm} \sin(\omega_s t - \pi/2), \quad U_{r\alpha} = U_{r\beta} = 0.$$

Якщо існує необхідність спостереження поведінки у перехідних процесах струмів статора та (або) ротора, то модель, наведену на рис. 4.3, можна доповнити підсистемою, побудованими на підставі рівнянь (4.11), як це показано на рис. 4.4. Оскільки рівняння (4.11), що виражають взаємозв'язок між потокозчепленнями та струмами, не залежать від швидкості та орієнтації системи координат, то модель 4.4 може бути використана для відповідного перетворення сигналів у будь-якій моделі в ортогональній системі координат.

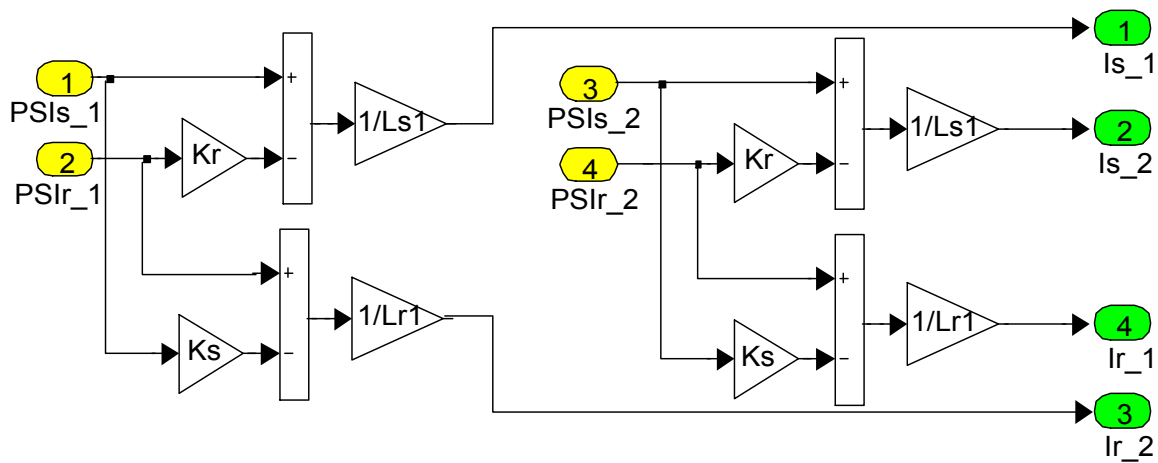


Рисунок 4.4 – Підсистема перетворення ортогональних складових потокозчеплень в ортогональні складові струмів статора та ротора

Для розробки скалярної струмової двофазної моделі короткозамкненого АД у нерухомих координатах скористаємося векторним диференціальним рівнянням (4.21) при  $\omega_k = 0$ , яке після переходу від оператора диференціювання до оператора Лапласа з урахуванням позначень осей системи координат матиме у скалярній формі такий вигляд:

$$\begin{cases} \Psi_{r\alpha}(T_r p + 1) = I_{s\alpha} L_m + Z_p \omega T_r \Psi_{r\beta}, \\ \Psi_{r\beta}(T_r p + 1) = I_{s\beta} L_m - Z_p \omega T_r \Psi_{r\alpha}. \end{cases} \quad (4.25)$$

Для формування електромагнітного моменту в ній використано п'ять рівняння системи (4.12). Відповідну модель зображено на рис. 4.5.

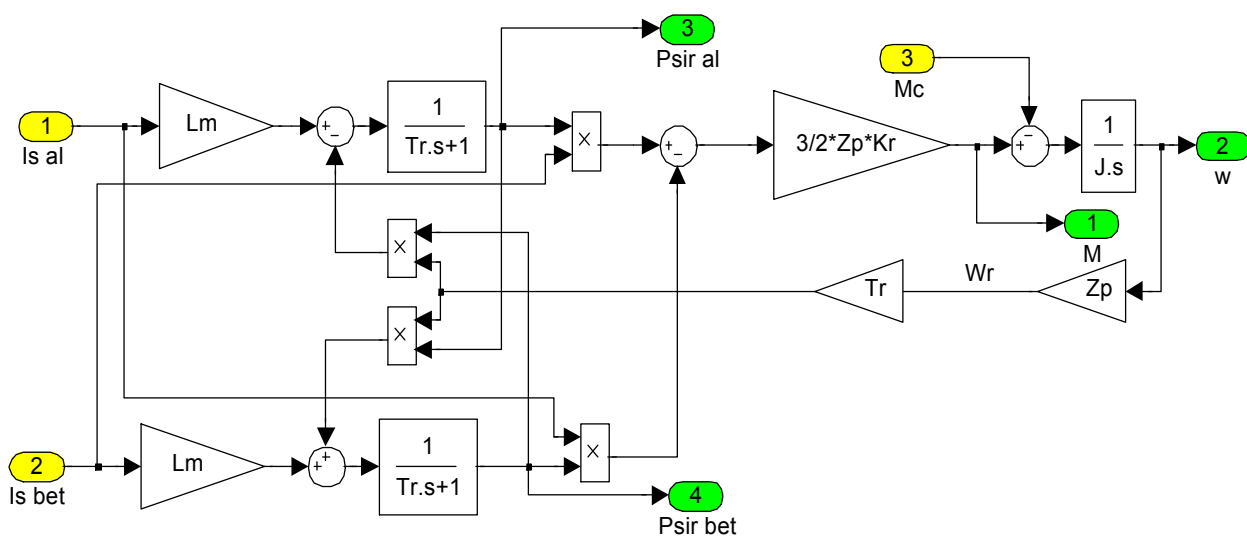


Рисунок 4.5 – Скалярна струмова модель короткозамкненого АД у нерухомій ортогональній системі координат статора

### 4.3. Математичні моделі асинхронного двигуна в ортогональних системах координат, орієнтованих за узагальненими векторами напруги та струму статора

Моделі АД в ортогональних системах координат, орієнтованих за узагальненими векторами напруги та струму статора, доцільно використовувати для дослідження засобів керування швидкістю двигунів, пов'язаних із зміною частоти та (або) амплітуди вихідного сигналу керованого джерела напруги або струму. У першому випадку використовують напругову модель в ортогональній системі координат, орієнтованій за вектором напруги статора, а у другому – струмову модель в ортогональній системі координат, орієнтованій за вектором струму статора.

В обох випадках СК називають синхронними, бо вони обертаються проти годинникової стрілки зі швидкістю електромагнітного поля статора  $\omega_{k_s}$ , тобто

$$\omega_k = \omega_s. \quad (4.26)$$

Позначимо дійсну вісь системи координат, орієнтованої за вектором напруги статора,  $x$ , а уявну –  $y$ . Тоді

$$U_{sy} = 0, \quad U_{sx} = |\tilde{U}_s| = U_{sm}. \quad (4.27)$$

В СК, орієнтованій за вектором струму статора, позначимо дійсну вісь  $x^*$ , а уявну –  $y^*$ . Для такої СК справедливі вирази

$$I_{sy^*} = 0, \quad I_{sx^*} = |\tilde{I}_s| = I_{sm}. \quad (4.28)$$

Для представлення АД у таких системах координат можна скористатися матричними моделями, що показані на рис. 4.1 та 4.2, якщо на входи, помічені портами  $wk$ , подати кругову частоту статора  $\omega_s$ , до входів, помічених портами  $U_{sv}$  у моделі рис. 4.1 та  $i_{sv}$  у моделі рис. 4.2, підключити блоки *Constant* із нульовим значенням вихідної координати, а на входи  $U_{su}$  та  $i_{su}$  подати амплітудні значення напруги і струму статора відповідно до (4.27), (4.28).

Синтезуємо у таких координатах скалярні моделі АД.

За методикою, викладеною у попередньому підрозділі з урахуванням особливостей (4.26) і (4.27), отримаємо наступні рівняння:

$$\begin{cases} U_{sx} + \omega_s \Psi_{sy} + \frac{k_r}{T_{s1}} \Psi_{rx} = \frac{1}{T_{s1}} \Psi_{sx} (T_{s1}p + 1), \\ -\omega_s \Psi_{sx} + \frac{k_r}{T_{s1}} \Psi_{ry} = \frac{1}{T_{s1}} \Psi_{sy} (T_{s1}p + 1), \\ (\omega_s - Z_p \omega) \Psi_{ry} + \frac{k_s}{T_{r1}} \Psi_{sx} = \frac{1}{T_{r1}} \Psi_{rx} (T_{r1}p + 1), \\ -(\omega_s - Z_p \omega) \Psi_{rx} + \frac{k_s}{T_{r1}} \Psi_{sy} = \frac{1}{T_{r1}} \Psi_{ry} (T_{r1}p + 1). \end{cases} \quad (4.29)$$

Для утворення електромагнітного моменту скористаємось останнім рівнянням системи (4.12).

Модель АД, побудована на основі цих рівнянь та рівняння руху, показана на рис. 4.6.

Для дослідження процесів керування швидкістю АД зміною частоти та (або) амплітуди напруги статора можна сформувані вхідні сигнали останньої моделі так, як це показано на рис. 4.7.

Вузол завдання передбачує можливість зміни вхідних сигналів стрибкоподібно або лінійно. Перемикання здійснюється “ручними” ключами *Manual Switch*, що змінюють свій стан під дією подвійного натискання “мишки” в зоні піктограми блока.

Лінійне зростання сигналів  $U_s$  та  $\omega_s$  від 0 до заданого рівня ( $U_{sfm}$  та  $\omega_{sn}$ , відповідно) забезпечується інтеграторами з обмеженням вихідних величин на цих рівнях. На входи інтеграторів підключені джерела постійних сигналів, що завдають темпи зміни амплітуди та частоти напруги статора на лінійних ділянках. Ці темпи обрані такими, що час зростання вхідних сигналів становить 0,15 с.

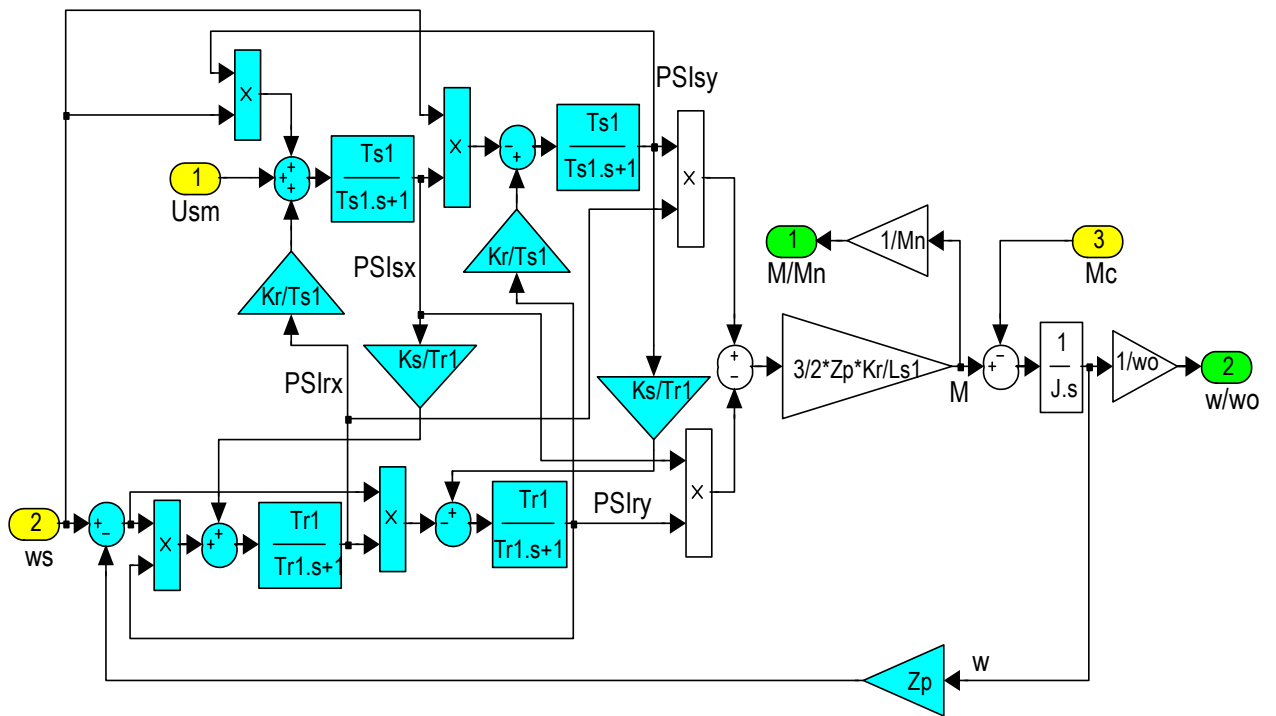


Рисунок 4.6 – Скалярна модель АД в ортогональній системі координат, орієнтованій за напругою статора

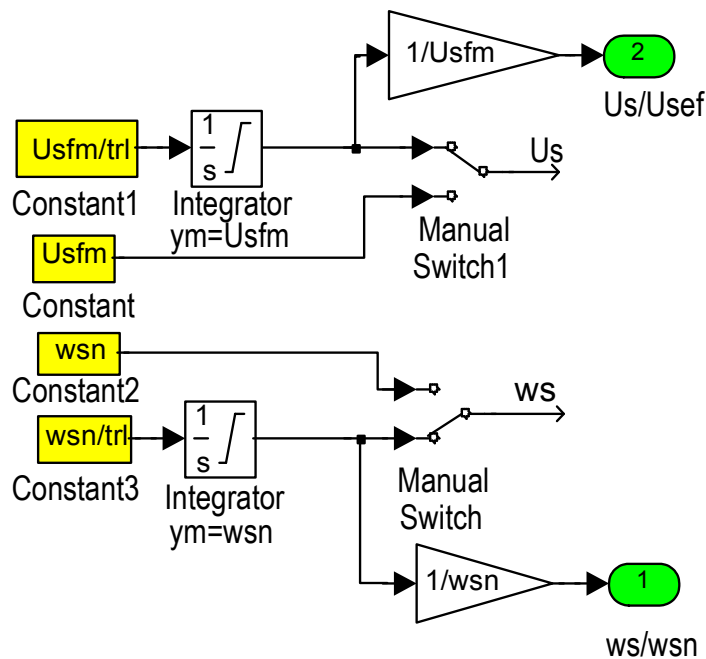


Рисунок 4.7 – Вузол завдання амплітуди та частоти напруги статора

Графіки, отримані за допомогою моделі рис. 4.6 з вузлом завдання рис. 4.7, зображені на рис. 4.8 (а – при лінійній зміні амплітуди й постійному значенні частоти, б – при лінійній зміні амплітуди та частоти).

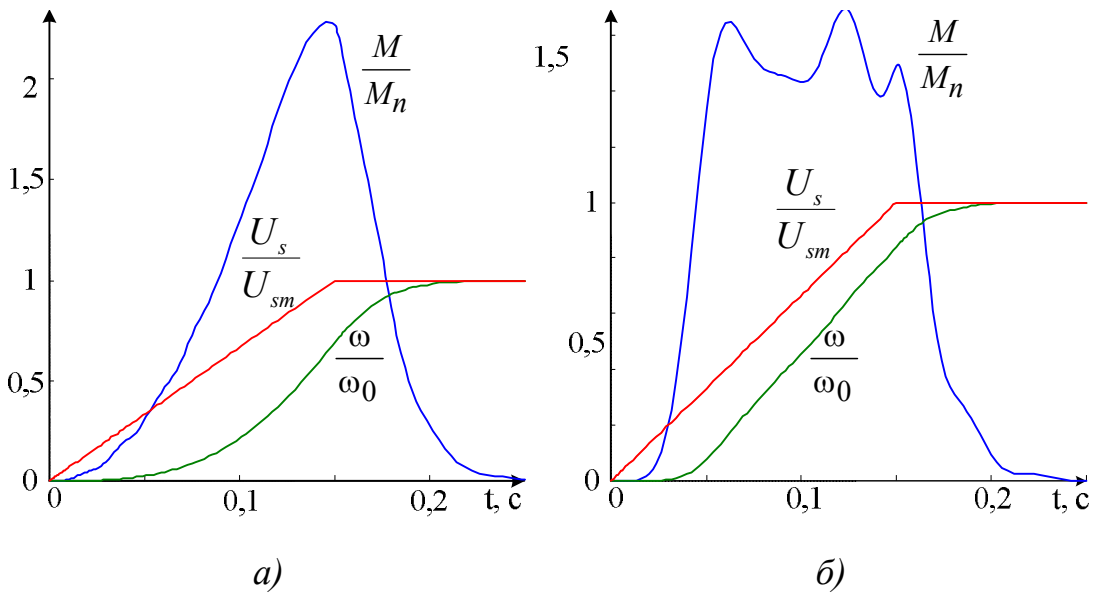


Рисунок 4.8 – Перехідні процеси пуску АД:  
 а) при  $f_s = f_{sn} = const$ ; б) при  $U_s / f_s = const$

За аналогічною методикою розробляємо математичний опис струмової моделі АД в системі координат  $x^*y^*$ :

$$\begin{cases} \Psi_{rx^*} \frac{T_r p + 1}{T_r} = I_{sm} k_r R_r - (\omega_s - Z_p \omega) \Psi_{ry^*}, \\ \Psi_{ry^*} \frac{T_r p + 1}{T_r} = (\omega_s - Z_p \omega) \Psi_{rx^*}; \end{cases} \quad (4.30)$$

$$M = -\frac{3}{2} Z_p k_r \Psi_{ry^*} I_{sm}. \quad (4.31)$$

Модель АД, побудована на основі цих рівнянь, приведена на рис. 4.9.

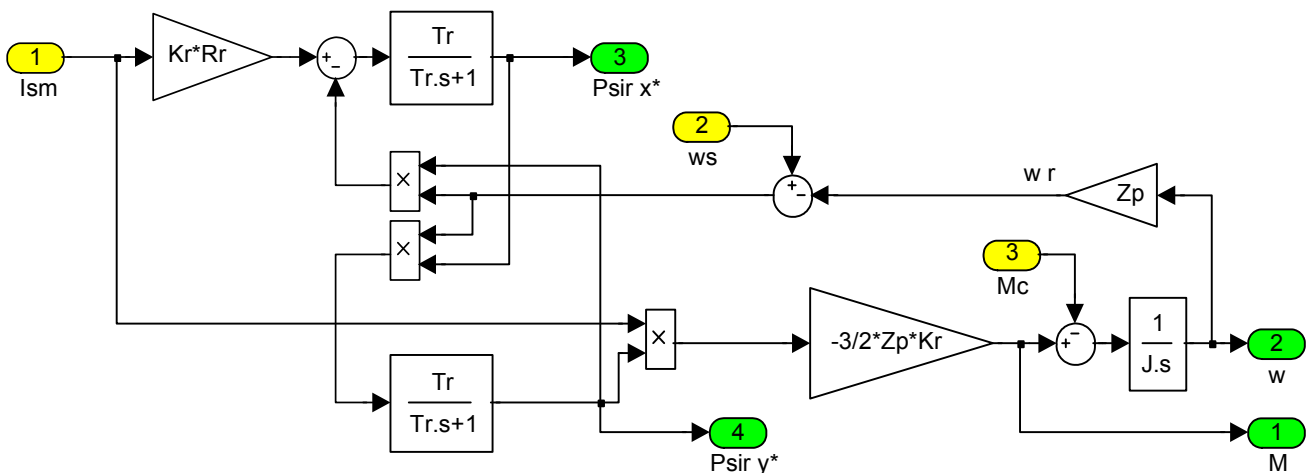


Рисунок 4.9 – Скалярна модель АД в системі координат, орієнтованій за струмом статора

#### 4.4. Математичні моделі асинхронного двигуна в ортогональній системі координат, орієнтованій за вектором потокозчеплення ротора

Для того, щоб напрямок дійсної осі ортогональної системи координат у будь-який час співпадав з напрямком узагальненого вектору потокозчеплення ротора, система координат повинна обертатися синхронно з цим вектором. Вектор потокозчеплення ротора у ній буде мати тільки дійсну складову. Позначимо дійсну вісь цієї системи координат  $d$ , а уявну –  $q$ . Тоді передумови математичного опису АД у цих координатах матимуть вигляд:

$$\omega_k = \omega_{\Psi_r}; \quad (4.32)$$

$$\Psi_{rq} = 0, \quad \Psi_{rd} = |\tilde{\Psi}_r| = \Psi_{rm}. \quad (4.32)$$

Модель у системі координат  $dq$  стала основою розробки системи векторного управління *TRANSVECTOR* коротко-замкненим АД. Тому в доповнення до передумов (4.32), (4.33) додамо

$$U_{rd} = U_{rq} = 0. \quad (4.34)$$

При живленні обмоток статора двигуна від джерела напруги система векторного керування має зворотні зв'язки за складовими струму статора та за потокозчепленням ротора. Тому ще однією умовою для розробки цієї моделі буде наявність у ній перелічених сигналів.

Математичний опис за перелічених вище умов почнемо з рівняння в узагальнених векторах (4.4) з урахуванням передумови (4.34):

$$\begin{cases} \tilde{U}_s = \tilde{I}_s R_s + \frac{d\tilde{\Psi}_s}{dt} + j\omega_k \tilde{\Psi}_s, \\ 0 = \tilde{I}_r R_r + \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + j(\omega_k - Z_p \omega) \tilde{\Psi}_r. \end{cases} \quad (4.35)$$

Для того, щоб забезпечити зазначений раніше склад сигналів моделі, з другого рівняння системи (4.5) знайдемо узагальнений вектор струму ротора та підставимо отриманий вираз у перше рівняння цієї системи з урахуванням позначень (4.7), (4.8):

$$\tilde{I}_r = \frac{1}{L_r} \tilde{\Psi}_r - \frac{L_m}{L_r} \tilde{I}_s = \frac{1}{L_r} \tilde{\Psi}_r - k_r \tilde{I}_s; \quad (4.36)$$

$$\tilde{\Psi}_s = L_s \tilde{I}_s + \frac{L_m}{L_r} \tilde{\Psi}_r - \frac{L_m^2}{L_r} \tilde{I}_s = \sigma L_s \tilde{I}_s + k_r \tilde{\Psi}_r. \quad (4.37)$$

Після підстановки виразів (4.36), (4.37) у систему (4.35) одержимо

$$\begin{cases} \tilde{U}_s = \tilde{I}_s R_s + \sigma L_s \frac{d\tilde{I}_s}{dt} + k_r \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + j\omega_k (\sigma L_s \tilde{I}_s + k_r \tilde{\Psi}_r), \\ 0 = \frac{1}{T_r} \tilde{\Psi}_r - \frac{L_m}{T_r} \tilde{I}_s + \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + j(\omega_k - Z_p \omega) \tilde{\Psi}_r. \end{cases}$$

Для того, щоб перше рівняння останньої системи утримувало похідну тільки від одного сигналу, виразимо похідну від потокозчеплення ротора з другого рівняння цієї ж системи і підставимо отриманий вираз у перше:

$$\frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} = k_r R_r \tilde{I}_s - \frac{1}{T_r} \tilde{\Psi}_r - j(\omega_k - Z_p \omega) \tilde{\Psi}_r, \quad (4.38)$$

$$\tilde{U}_s = R_{sr} \tilde{I}_s + \sigma L_s \frac{d\tilde{I}_s}{dt} - \frac{k_r}{T_r} \tilde{\Psi}_r + j\omega_k \sigma L_s \tilde{I}_s - jZ_p \omega k_r \tilde{\Psi}_r, \quad (4.39)$$

де

$$R_{sr} = R_s + k_r^2 R_r. \quad (4.40)$$

Використовуючи загальну методику переходу від рівнянь в узагальнених векторах до рівнянь в їх дійсних та уявних складових, що викладена раніше, перетворимо рівняння в узагальнених векторах (4.38) та (4.39) у систему скалярних рівнянь

$$\begin{cases} U_{sd} = R_{sr} I_{sd} + \sigma L_s \frac{dI_{sd}}{dt} - \frac{k_r}{T_r} \Psi_{rm} - \omega_k \sigma L_s I_{sq}, \\ U_{sq} = R_{sr} I_{sq} + L_{s1} \frac{dI_{sq}}{dt} + \omega_k \sigma L_s I_{sd} - Z_p \omega k_r \Psi_{rm}, \\ \frac{d\Psi_{rm}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} I_{sd} - \frac{1}{T_r} \Psi_{rm}, \\ 0 = k_r R_r I_{sq} - (\omega_k - Z_p \omega) \Psi_{rm}. \end{cases} \quad (4.41)$$

Позначимо

$$T_{sr} = \sigma L_s / R_{sr} \quad (4.42)$$

та перепишемо диференціальні рівняння в операторній формі:

$$\begin{cases} U_{sd} + \frac{k_r}{T_r} \Psi_{rm} + \omega_k L_{s1} I_{sq} = I_{sd} R_{sr} (T_{sr} p + 1), \\ U_{sq} - \omega_k L_{s1} I_{sd} - Z_p \omega k_r \Psi_r = I_{sq} R_{sr} (T_{sr} p + 1), \\ L_m I_{sd} = \Psi_{rm} (T_r p + 1), \\ \omega_k = k_r R_r \frac{I_{sq}}{\Psi_{rm}} + \omega_r. \end{cases} \quad (4.43)$$

В останньому рівнянні системи (4.43) можна позначити

$$\Delta \omega_r = k_r R_r I_{sq} / \Psi_{rm} = \omega_k - \omega_r \quad (4.44)$$

– абсолютне ковзання ротора відносно швидкості обертання електромагнітного поля.

Приєднавши до рівнянь (4.43), (4.44) рівняння електромагнітного моменту

$$M = \frac{3}{2} Z_p k_r \Psi_{rm} I_{sq} \quad (4.45)$$

та рівняння руху, одержимо модель короткозамкненого АД, що приведена на рис. 4.10.

Блок ділення *BD* реалізований за допомогою того ж самого блоку *Product*, що й блоки множення. Для того, щоб виключити можливість ділення на нуль у початковій фазі моделювання, на вхід блока *BD* подається не  $\Psi_{rm}$ , а сигнал, що дорівнює  $\max(\Psi_{rm}, eps)$ , де  $eps = 2,22 \cdot 10^{-16}$  – одна з зарезервованих констант пакета *MATLAB*.

Пошук максимального сигналу здійснюється блоком *MinMax* математичної бібліотеки *Math*.

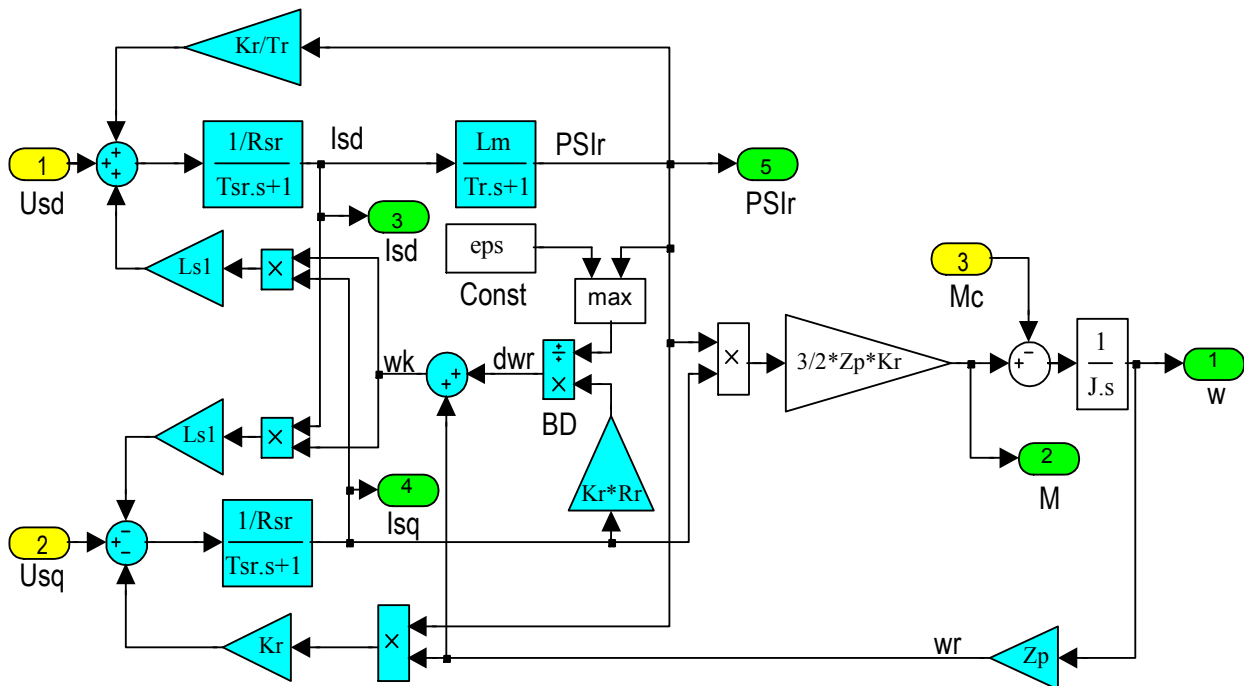


Рисунок 4.10 – Модель короткозамкнутого АД в ортогональній системі координат, орієнтованій за потокозчепленням ротора

Приведену модель зручно застосовувати при дослідженні систем векторного управління асинхронним електроприводом з орієнтацією за полем ротора.

#### 4.5. Контрольні запитання та завдання

1. Які особливості математичного опису АД в ортогональних координатах у порівнянні із описом у фазних координатах?
2. У чому переваги використання моделі АД в ортогональних координатах?
3. Як отримуються рівняння АД, записані через дійсну та уявну складові?
4. Що таке умова обертання та умова орієнтації системи координат?
5. Які переваги використання при моделюванні АД орієнтованих систем координат?
6. Перелічіть можливі області застосування розроблених моделей.

## 5. МОДЕЛІ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ В БІБЛІОТЕЦІ *SIMPOWERSYSTEMS*

Система програмування *MATLAB*, окрім основного ядра, що забезпечує користування відповідною алгоритмічною об'єктно-орієнтованою мовою, отримує у своєму складі велику кількість додаткових пакетів прикладних програм, що можуть виконуватися в даному середовищі. Одним з таких додатків є програма структурного математичного моделювання *Simulink*, в якій модель розробляється на основі математичного опису (МО) досліджуваного об'єкту і по суті є його графічним відображенням. Це стало передумовою надзвичайно широкого застосування середовища *Simulink* при математичному моделюванні динамічних систем.

Але процес математичного моделювання різноманітних фізичних процесів можна значно спростити, скориставшись підпорядкованими додатку *Simulink* бібліотеками, що не потребують від користувача знання математичного опису фізичних процесів.

Віртуальні фізичні моделі двигунів у додатку *Power System Blockset*, що входив до пакетів *MATLAB-5*, *MATLAB-6* і який, починаючи з версії *MATLAB-6.1*, змінив свою назву на *SimPowerSystems*, виявилися дуже зручними для користувача, тому що не вимагали від нього глибокого знання математичного опису і швидко налаштовувались. Однак їх не можна було використовувати при ускладненні механічної частини систем електроприводу.

Починаючи з версій *MATLAB-7*, авторами пакета ужито заходів щодо усунення цього недоліку. Спочатку у блоків електродвигунів з'явилась опція, яка надала можливість користувачеві, у разі необхідності, замінювати основний вхідний механічний порт  $T_m$  (момент навантаження) портом  $\omega$  «швидкість», що створило передумови для моделювання багатодвигунних

систем електроприводу, працюючих на спільний механічний вал. Потім, після переміщення додатку *SimPowerSystems* в бібліотеку віртуального фізичного моделювання *SimScape*, ця опція була доповнена можливістю підключення до двигунів механічного *Simscape*-порта **S**, призначеного для створення механічних навантажень за допомогою віртуальних механічних блоків бібліотеки *Simscape*, що мають механічні обертові порти.

У такий спосіб, шляхом подальшого розвитку концепції віртуального фізичного моделювання, блоки електричних машин набули більшої гнучкості за рахунок можливості приєднання до них механічних блоків і забезпечення необхідних, прихованих від користувача, змін в математичних моделях двигунів.

Оскільки кожна версія *MATLAB* має свої особливості, в цьому підрозділі буде подана інформація, справедлива для версії *MATLAB R2013a*. В цій версії *Simulink* поширено додатком віртуального фізичного моделювання *SimScape*. До його складу поряд з фундаментальною бібліотекою процесів *Foundation Library* (*Electrical, Hydraulic, Magnetic, Mechanical, Pneumatic, Thermal*) входять такі бібліотеки як *SimElectronics, SimMechanics, SimHydraulics, SimDriveline* та *SimPowerSystems*.

В даному розділі ми розглянемо частково тільки деякі блоки поширення *SimPowerSystems* (SPS) [3], призначеного для моделювання електротехнічних схем, засобів силової електроніки, електричних машин і систем електроприводу, та деякі блоки розділу *Mechanical* бібліотеки фізичних процесів *Foundation Library*.

## **5.1. Особливості блоків бібліотеки *SimPowerSystems***

На відміну від *Simulink*, блоки бібліотеки *SimPowerSystems* подано у вигляді позначень відповідних елементів на принципових електричних схемах. З'єднуючись між собою, ці блоки утворюють електричні кола.

Математичний опис окремих елементів приховано від користувача, завдяки чому створюється ілюзія віртуального фізичного моделювання. Насправді ж кожному з блоків *SimPowerSystems* поставлено у відповідність неперервні та дискретні *Simulink*-моделі, які можна побачити після завантаження файлів *powerlib\_models*, *powerlib\_extras*, *powerlib\_meascontrol*. Шлях до цих файлів у версії *R2013a* має вигляд: *ProgramFiles\MATLAB\R2013a\toolbox\physmod\powersys\powersys*.

Отже, не зважаючи на ілюзію фізичного моделювання, користувач повинен чітко уявляти, що SPS-блоки створені на основі математичного опису, складеного розробниками пакету із певними припущеннями, які необхідно знати для адекватного застосування SPS-моделей в процесі досліджень. Для цього треба користуватись довідковою інформацією за допомогою функції *help*. Якщо цієї інформації не вистачає, можна проаналізувати відповідні *Simulink*-моделі.

SPS-блоки мають такі особливості [5]:

- їх входи та виходи, на відміну від *Simulink*-блоків (S-блоків), не вказують напрямок передачі сигналу, бо вони фактично є еквівалентами електричних контактів;
- лінії зв'язку між SPS-блоками є моделями ідеальних (без опору) електричних проводів, по яким струм може протікати в обох напрямках;
- SPS- та S-блоки не можуть з'єднуватися один з іншим безпосередньо; сигнал від S-елементів можна передати до SPS-елементів тільки через керовані джерела енергії (*Controlled Voltage/Current Source*) SPS-бібліотеки *Electrical Sources*, а навпаки – через блоки бібліотек засобів вимірювання (*Measurements*);
- в моделі, яка отримує в собі SPS-блоки, має бути присутнім хоча б один з вимірювальних SPS-приборів, що пов'язано з особливостями перетворення SPS-моделі в еквівалентну розрахункову S-модель;
- в SPS-модель необхідно встановлювати блок *powergui*.

## 5.2. SPS-блоки моделей асинхронної машини

В розділі *Machines* бібліотеки *SimPowerSystems* представлені два блоки трифазної асинхронної машини: *Asynchronous Machine SI Units* (асинхронна машина в абсолютних одиницях системи СІ) та *Asynchronous Machine pu Units* (асинхронна машина у відносних одиницях).

Блоки мають порти А, В, С та а, b, с, що відповідають «електричним» затискачам статора та ротора відповідно. Крім «електричних» портів, моделі мають один механічний вхід та векторний «інформаційний» вихід *m* (від *measurements*), який передбачає подальшу обробку або фіксацію сигналів засобами базових блоків *Simulink*.

Зовнішній вигляд блоків *Asynchronous Machine* (рис. 5.1, 5.2) визначається типом ротора та типом механічного входу, які встановлюються за допомогою меню параметрів *Rotor type* і *Mechanical input* вкладки *Configuration* (рис. 5.3а).

Порт «швидкість» встановлюють при моделюванні механічного зв'язку двигунів при роботі їх на один вал. В цьому випадку вихідна швидкість першого двигуна  $w_1$ , що має механічний вхід  $T_m$ , подається з коефіцієнтом  $\omega_{02} / \omega_{01}$  на вхідний механічний порт  $w_2$  другого двигуна, а електромагнітний момент, утворений другим двигуном (вихідний порт  $T_e$ ), поєднується з механічним входом першого двигуна. Момент інерції другого двигуна ігнорується, а момент інерції першого двигуна збільшується на величину моменту інерції другого двигуна, приведеного до валу першого:

$$J = J_1 + J_2 (\omega_{02} / \omega_{01})^2.$$

Механічний *Simscape*-порт призначений для створення механічних навантажень за допомогою інших блоків бібліотеки *Simscape*, що мають механічні обертові порти.

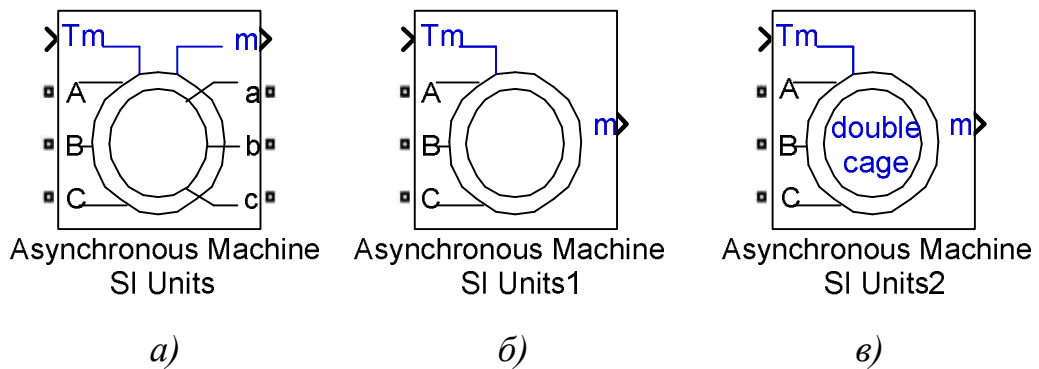


Рисунок 5.1 – Блоки *Asynchronous Machine SI Units*

з різними типами ротора (*Rotor Type*):

а – з фазним ротором (*Wound*),

б – з білячою кліткою на роторі (*Squirrel-cage*),

в – з двома білячими клітками на роторі (*Double squirrel-cage*)

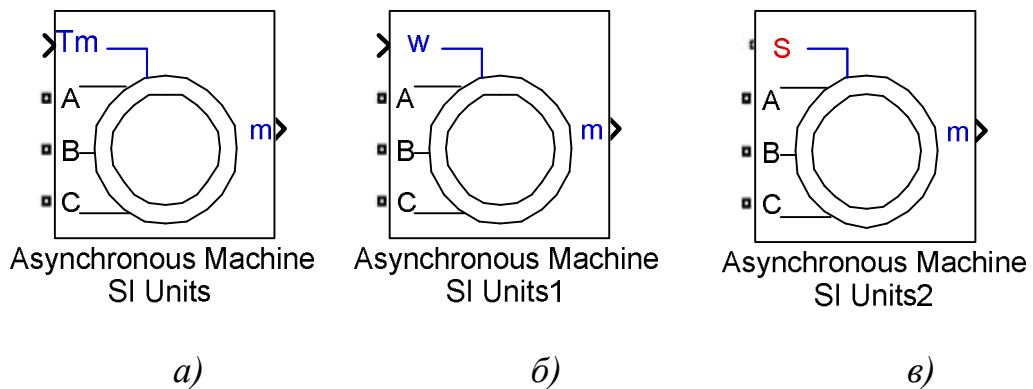


Рисунок 5.2 – Блоки моделей *Asynchronous Machine SI Units*

з різними типами механічних входів (*Mechanical input*):

а – з *Simulink*-портом «момент навантаження»  $T_m$  (*Torque*),

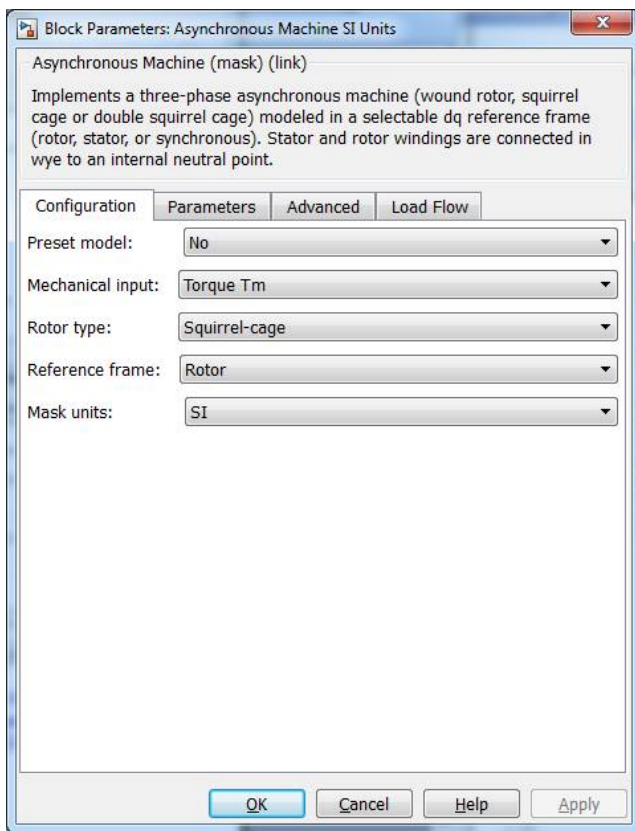
б – з *Simulink*-портом «швидкість»  $w$  (*Speed*),

в – з механічним *Simscape*-портом  $S$

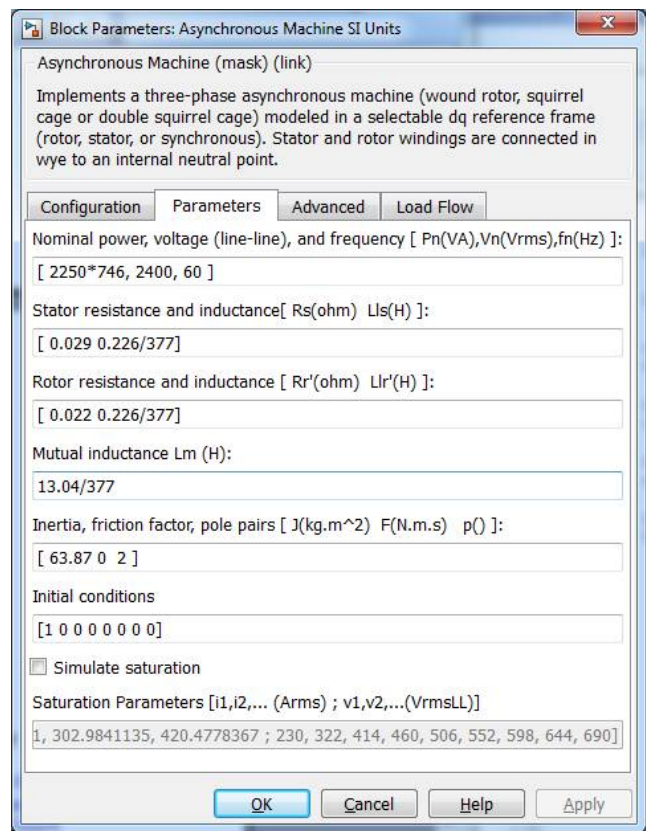
Вкладка *Parameters* (рис. 5.3б) діалогового вікна установки параметрів блока дозволяє встановити значення таких параметрів АД:

- *Nominal power*  $P_n$  (VA) – номінальна потужність  $P_n$  (ВА);
- *Voltage (line-line)*  $V_n$  (Vrms) – діюче, тобто ефективне, або середньоквадратичне (*rms – root mean square*) значення номінальної лінійної напруги статора  $U_{len}$  (В);
- *Frequency*  $f_n$  (Hz) – номінальна частота напруги живлення  $f_n$  (Гц);

- *Stator resistance*  $R_s$  (Ohm) – активний опір фази статора,  $R_s$  (Ом);
- *Stator inductance*  $L_{ls}$  – індуктивність розсіяння фази статора,  $L_{s\sigma}$  (Гн);
- *Rotor resistance*  $R_r'$  (Ohm) – активний опір фази ротора, приведений до статора  $R_r$  (Ом);
- *Rotor inductance*  $L_{lr}'$  – індуктивність розсіяння фази ротора, приведена до статора  $L_{r\sigma}$  (Гн);
- *Mutual inductance*  $L_m$  (H) – головна взаємна індуктивність,  $L_m$  (Гн);



a)



b)

Рисунок 5.3 – Вкладки діалогового вікна встановлення параметрів блоку *Asynchronous Machine SI Units*

- *Inertia*  $J$  ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ) – момент інерції ротора,  $J$  ( $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ );
- *Friction factor*  $F$  (N.m.s) – коефіцієнт в'язкого тертя  $k_{fv}$  ( $\text{Н}\cdot\text{м}/(\text{рад}/\text{с})$ );
- *Pole pairs*  $p$  () – кількість пар полюсів  $Z_p$ ;

- *Initial conditions* – початкові умови за координатами: ковзання, кутове положення ротора, амплітуди та фазові кути струмів фаз статора та (якщо треба) ротора;
- *Simulate saturation* – при наявності в полі цього параметру прапорця буде враховуватись ефект насичення магнітного кола за табличними даними кривої намагнічування  $U_s = f(I_s)$ , що вводяться у вигляді дворядкової матриці параметру *Saturation Parameters*; перший стовбець цієї матриці отримує координати тієї точки кривої намагнічування, з якої починає проявлятися ефект насичення, тобто він повинен бути ненульовим.

Для машини з двома білячими клітками активний опір ротора і індуктивність розсіювання наводяться для кожної з кліток.

Для моделі *Asynchronous Machine pu Units* номінальні значення потужності, напруги і частоти задаються в абсолютних одиницях, а інші параметри – у відносних (тобто в долях деякої базової величини).

Базовий опір дорівнює відношенню номінальних значень фазних напруги і струму, тобто

$$Z_b = \frac{U_{fen}}{I_{fen}} = \frac{U_{len} / \sqrt{3}}{I_{fen}},$$

базова індуктивність –

$$L_b = \frac{Z_b}{2\pi f_n} = \frac{U_{len} / \sqrt{3}}{2\pi f_n I_{fen}}.$$

Замість моменту інерції в цій моделі слід задавати електромеханічну сталу часу двигуна

$$T_m = J \frac{\omega_0}{M_n}.$$

Параметри АД та можливість їх встановлення або коригування залежать від стану функції *Preset Model* (попередня ініціалізація моделі даними деякого двигуна) вкладки *Configuration* (рис. 5.3a).

У початковому стані ця функція має значення *No*, параметри вкладки *Parameters* мають певні значення, які після переміщення блоку у вікно моделі можна змінювати.

В меню функції *Preset Model* наводиться перелік, з якого можна обрати конкретний двигун за його потужністю у кінських силах HP ( $1\text{HP} = 746\text{ Вт}$ ), діючим значенням лінійної напруги статора у  $V_{\text{rms}}$ , номінальною частотою в Hz та номінальною швидкістю в RPM (*Revolutions Per Minute* = об/хв). Вибір певного двигуна, підтверджений натисканням кнопки *Apply*, призводить до автоматичного встановлення відповідних параметрів у вкладці *Parameters*, які тепер не можуть бути скориговані користувачем.

Слід зазначити, що до параметрів попередньо обраних двигунів не входять координати кривої намагнічування, тобто, ці координати задані тільки для одного двигуна, параметри якого встановлюються за замовченням (початковий стан моделі).

Для того, щоб зробити дані попередньо обраного двигуна доступними до коригування, треба після вибору цього двигуна віртуальною кнопкою *Apply* знову встановити функцію *Preset Model* у значення *No*. Підкреслимо, що можливість ініціалізації моделі через встановлення певного набору параметрів АД передбачена тільки для двигунів з однією білячою кліткою на роторі.

Призначення вкладки *Reference frame* буде пояснено нижче, а параметри вкладок *Advanced* та *Load Flow* (рис. 5.3а) зазвичай можна не змінювати.

В основі SPS-моделей АД лежить еквівалентна *Simulink*-модель рис. 5.4, що знаходиться в розділі *Continuous* бібліотеки *powerlib\_models*.

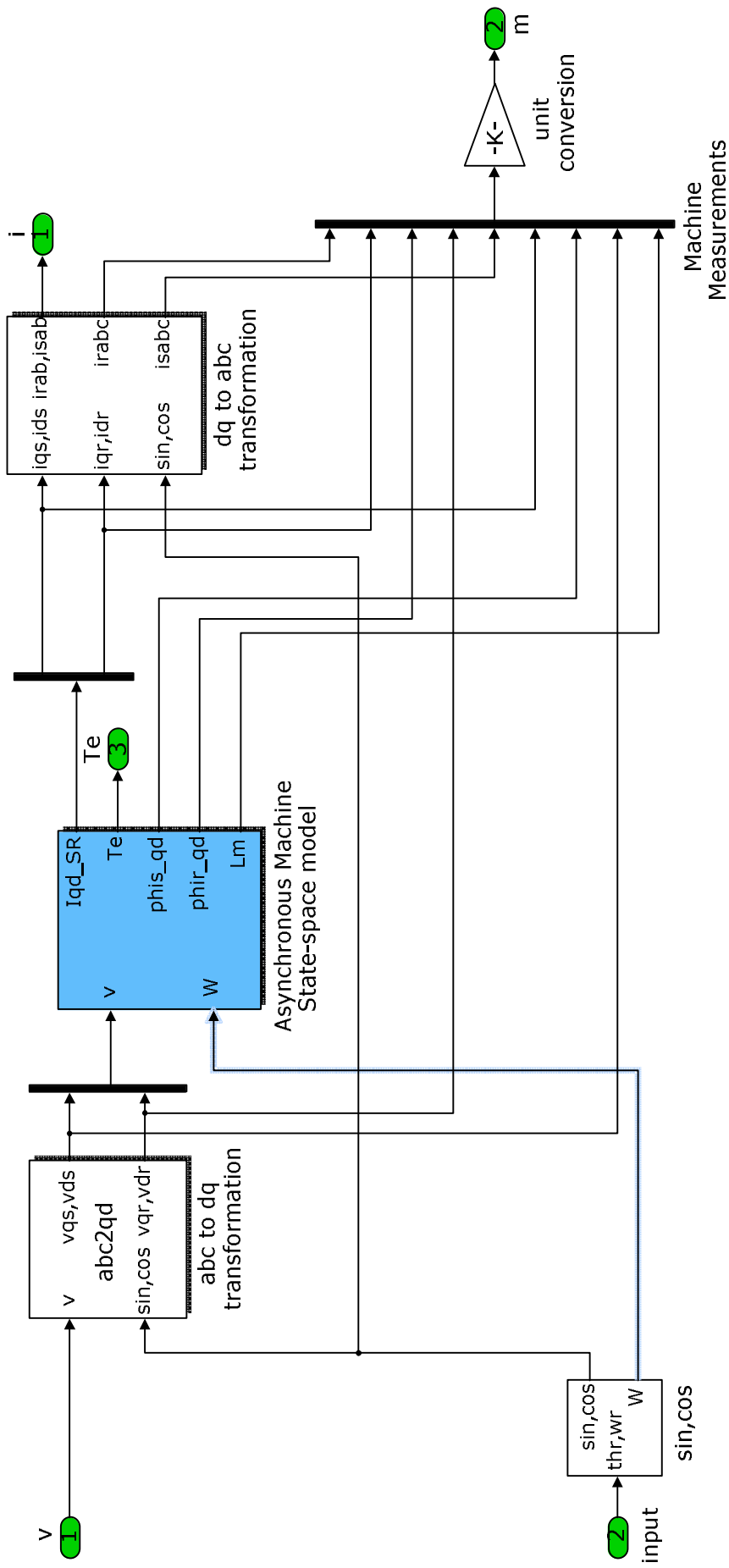
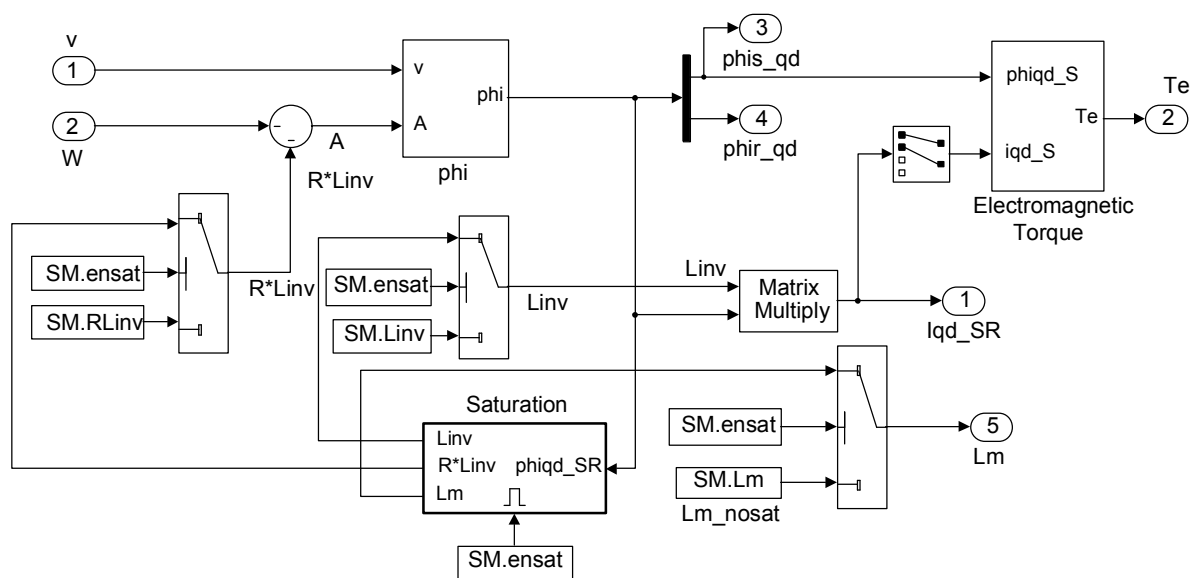


Рисунок 5.4 – Еквівалентна Simulink-модель, що лежить в основі моделей асинхронної машини в бібліотеці SimPowerSystems

Вона складається з таких підсистем:

- *Asynchronous Machine State-Space model* – модель електромагнітної частини АД (від напруг статора до електромагнітного моменту) у довільній ортогональній СК (вміст підсистеми див. на рис. 5.5);
- *abc to dq transformation* та *dq to abc transformation* – координатні перетворювачі, що здійснюють перетворення вхідних і вихідних сигналів АД із 3-фазної СК в одну із ортогональних СК і навпаки в залежності від значення параметру *Reference frame*.



Implement continuous integration of machine equations in rotor, stationary, or synchronous reference frame:

$$v = [R]*i + d\phi/dt + [W]*\phi$$

$$\phi = [L]*i$$

where:

[R] = diagonal matrix (4,4) of winding resistances in d q axis

[L] = matrix (4,4) of winding self and mutual inductances in d q axis

[W] = matrix (4,4) depending on rotor speed  $\omega_r$  and reference frame

$v = \text{voltage vector} = [v_{qs} \ v_{ds} \ v_{qr} \ v_{dr}]^T$

Рисунок 5.5 – Підсистеми State-Space model моделі рис. 5.4

Двофазна матрична модель АД рис. 5.5 практично узгоджується з математичним описом (4.14)-(4.18) та моделлю рис. 4.1 в довільній ортогональній системі координат  $uv$ .

Винятком є можливість врахування ефекту насичення сталі для машин з однією білячою кліткою за допомогою підсистеми Saturation, вміст якої

показаний на рис. 5.6 та винесення механічної частини приводу в окрему підсистему.

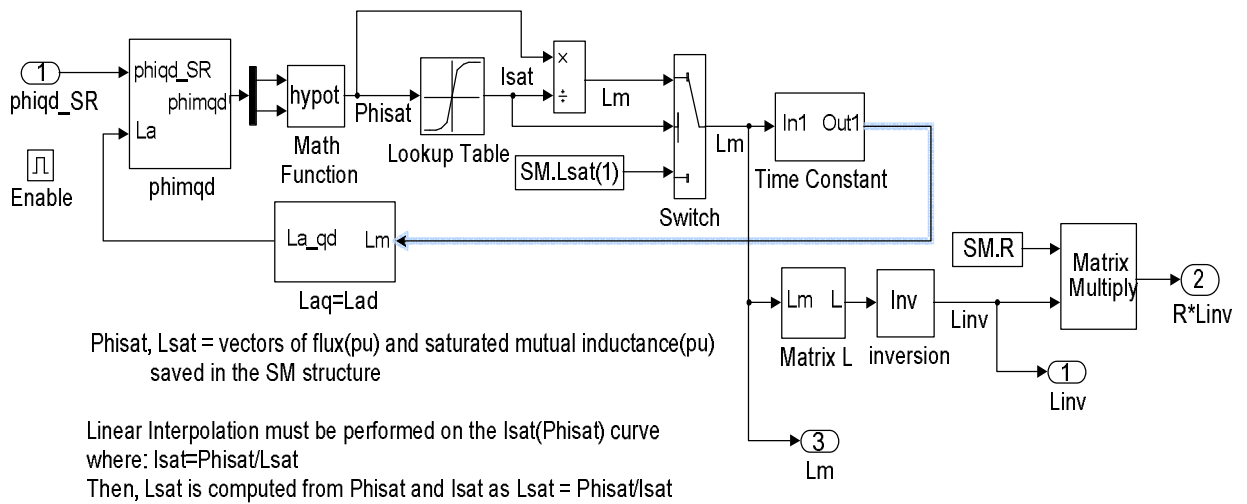


Рисунок 5.6 – Вміст підсистеми Saturation з SPS-моделі асинхронного двигуна

Як видно з рис. 5.4, трифазні напруги статора та ротора (якщо він фазний), що формуються користувачем на входах SPS-моделі, зазнають координатного перетворення 3-2 (блок *abc to dq transformation*). Сигнали струмів статора та ротора, які розраховані в ортогональній двофазній СК, зазнають зворотного координатного перетворення 2-3 (блок *dq to abc transformation*).

При встановленні параметрів блоку моделі АД у вкладці *Configuration* (рис. 5.3а) користувач може обрати кутову швидкість обертання  $\omega_k$  ортогональної СК, яка подається на вхідний порт моделей рис. 5.4 і 5.5, через встановлення для параметра *Reference Frame* одного з трьох значень: *Rotor* ( $\omega_k = \omega_r = Z_p \omega$ ), *Stationary* ( $\omega_k = 0$ ) і *Synchronous* ( $\omega_k = \omega_s = 2\pi f_s$ ), які у відповідності з позначеннями, прийнятими в попередніх підрозділах, узгоджуються з системами координат  $aa_o$ ,  $\alpha\beta$  і  $xu$ . Це дає змогу спостереження за відповідними складовими векторів та використання їх при побудові систем керування АД.

Важливою особливістю ортогональних складових просторових векторів, присутніх в масиві сигналів вихідного порту  $m$  SPS-моделей АД, є те, що, на відміну від відповідних СК, описаних у розділах 3, 4, з віссю А статора у стаціонарній СК та з узагальненим вектором напруги статора у синхронній СК узгоджуються не дійсні, а уявні осі ортогональних систем. Тому  $q$ -складові фазних сигналів SPS-моделей АД при відповідному встановленні параметру *Reference Frame* збігаються з  $\alpha$ - та  $x$ -складовими, описаними у розділах 3, 4, а  $d$ -складові – з від'ємними значеннями  $\beta$ - та  $y$ -складових відповідно.

Це треба обов'язково враховувати при побудові моделей систем векторного керування з використанням блоків SPS.

Із розглядання моделі рис. 5.4 видно, що всі параметри двигуна знаходяться у різних полях структури *SM*. Блок *phi* розраховує ортогональні складові потокозчеплень статора і ротора за рівняннями (4.14), блок *Matrix Multiply* розв'язує систему (4.16) відносно струмів статора і ротора шляхом множення вектору потокозчеплень на зворотну матрицю індуктивностей аналогічно розв'язанню рівняння (2.18) у трифазній моделі рис. 2.2:

$$\mathbf{i}_o = \mathbf{L}_o^{-1} \boldsymbol{\Psi}_o.$$

Для двофазної моделі об'єднана матриця індуктивностей  $\mathbf{L}_o$  розміром 4x4, яка визначається із системи скалярних рівнянь (4.10), і зворотна до неї матриця  $\mathbf{L}_o^{-1}$  мають вигляд

$$\mathbf{L}_o = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_o^{-1} = \frac{1}{L_m^2 - L_s L_r} \cdot \begin{bmatrix} -L_r & 0 & L_m & 0 \\ 0 & -L_r & 0 & L_m \\ L_m & 0 & -L_s & 0 \\ 0 & L_m & 0 & -L_s \end{bmatrix}.$$

Блок *Electromagnetic Torque* розраховує електромагнітний момент за першою формулою рівнянь (2.18), тобто векторним множенням потокозчеплення і струму статора. Три керованих ключа здійснюють вибір

між постійним значенням взаємоіндуктивності  $L_m$  і матриць, до яких вона входить, якщо ефектом насичення сталі нехтують, і її змінного значення при врахуванні нелінійності кривої намагнічування, що розраховується блоком *Saturation*.

У підсистемі *Saturation* (рис. 5.6) блок *psimqd* перетворює складові потокозчеплення статора і ротора на складові потокозчеплення намагнічування  $\Psi_{\mu d}$ ,  $\Psi_{\mu q}$ , блок *Math Function* за допомогою функції *hypot* розраховує амплітуду потокозчеплення намагнічування  $\Psi_{\mu} = \sqrt{\Psi_{\mu d}^2 + \Psi_{\mu q}^2}$ , блок *Look Up Table* здійснює кусково-лінійну апроксимацію кривої, зворотної до кривої намагнічування і визначає струм намагнічування  $I_{\mu}$ . Після цього розраховується індуктивність намагнічування  $L_m = \Psi_{\mu} / I_{\mu}$  та інші масиви даних, до складу яких вона входить.

Отже, враховуючи, що в основі SPS-моделей АД лежать рівняння ідеалізованої еквівалентної двофазної машини, їм притаманні ті ж обмеження, що були вказані при розгляданні моделей АД в ортогональних системах координат (розділ 4). Тим не менш, описані SPS-моделі асинхронної машини є найбільш зручними у застосуванні, якщо дослідником не ставиться мета врахування асиметрії АД, зміни його параметрів, тощо. Слід також відзначити той факт, що при комп'ютерному наборі схеми *Simulink*-моделі існує ймовірність внесення як структурних, так і параметричних похибок. Один з найбільш зручних методів перевірки коректності набору моделі полягає у порівнянні результатів, одержаних за допомогою розробленої користувачем моделі з SPS-моделлю АД, яка виступатиме в якості еталону. Зрозуміло, що при цьому мається на увазі, що обидві моделі складені при однакових припущеннях.

### 5.3. Використання SPS-моделі АД для побудови механічної та електромеханічної характеристик двигуна

Адекватність моделей та точність визначення їх параметрів, можна оцінити, виконавши розрахунок статичних характеристик системи електроприводу  $\omega = f(M)$  та  $\omega = f(I_s)$ . Цю задачу можна розв'язати за допомогою модельного експерименту, який імітує послідовність операцій, що виконують на практиці при експериментальному визначенні статичних характеристик. При моделюванні діапазон зміни моменту статичного навантаження може бути суттєво розширеним, аж до імітації перекидання двигуна. Те ж саме відноситься і до переліку реєстрованих координат.

Приклад моделі, призначеної для розрахунку статичних характеристик АД, наведений на рис. 5.7, де в якості моделі власно АД застосовано стандартний SPS-блок *Asynchronous Machine (SI Units)*.

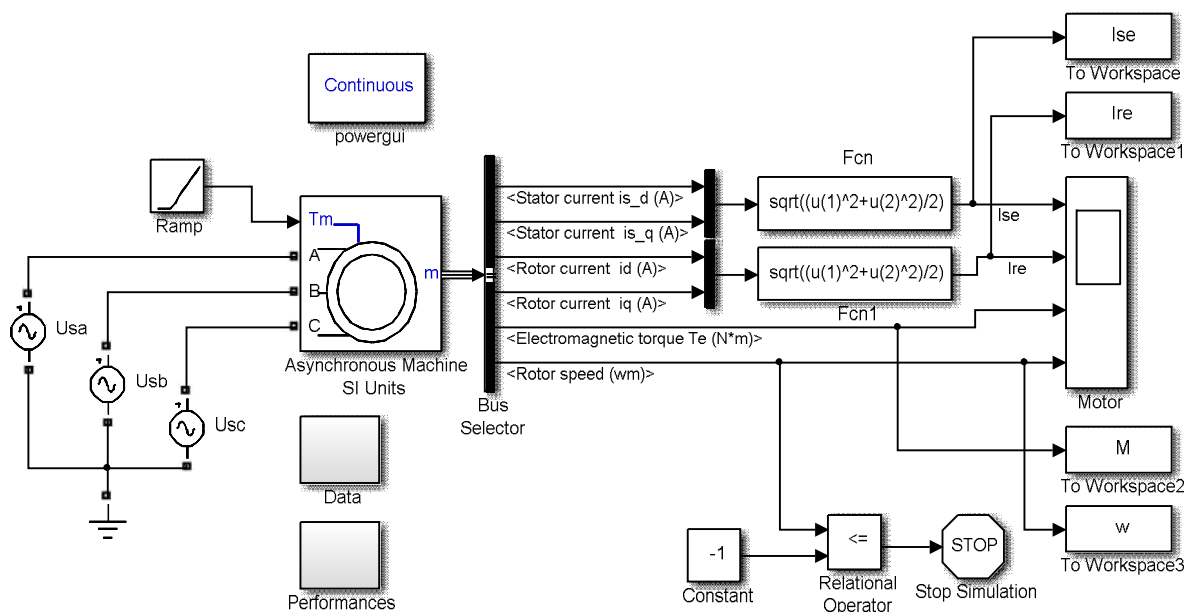


Рисунок 5.7 – Математична модель, що виконує розрахунок природних статичних характеристик АД

В моделі рис. 5.7 організується реєстрація (блоки *To Workspace*) поточних значень електромагнітного моменту, діючих значень струмів статора і ротора в функції часу. Обчислення діючих значень виконується в блоках *Fcn* за формулою:

$$I_e = \sqrt{(i_d^2 + i_q^2)/2}. \quad (5.1)$$

Вибір сигналів для реєстрації обирається з загального вектору вихідних *Simulink*-сигналів (порт *m*) *SPS*-блока *Asynchronous Machine SI Units S*-блоком *Bus Selector* бібліотеки *Signal Routing*. Вікно блоку *Bus Selector* показане на рис. 5.8.

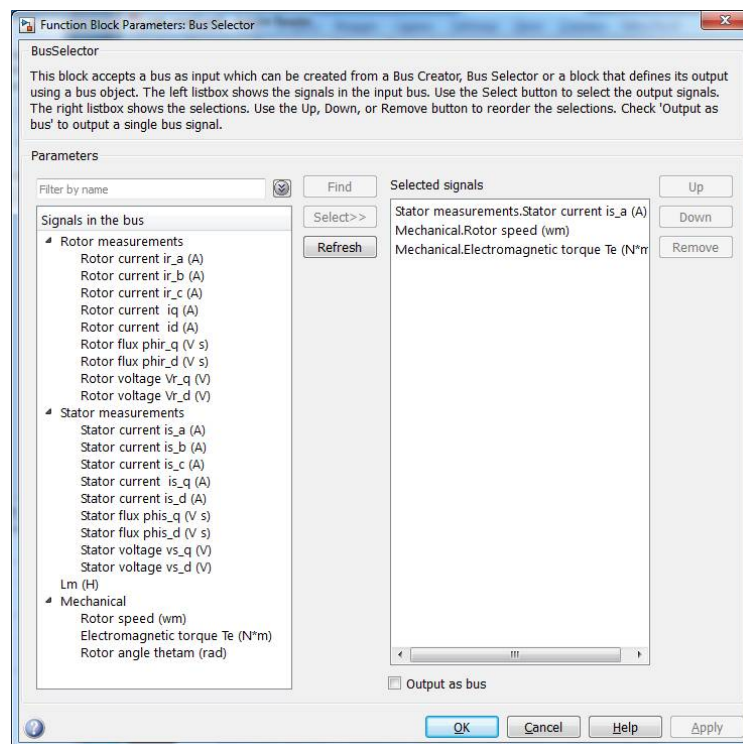


Рисунок 5.8 – Діалогове вікно блоку *Bus Selector*, підключеного до вихідного інформаційного порту двигуна

Ідеальне джерело напруги, від якого живиться статор АД, в моделі представлене трьома блоками *AC Voltage Source*, які задають трифазну систему фазних напруг з амплітудою і частотою, що відповідають номінальним параметрам АД.

При визначенні параметрів джерел необхідно звернути увагу на те, що

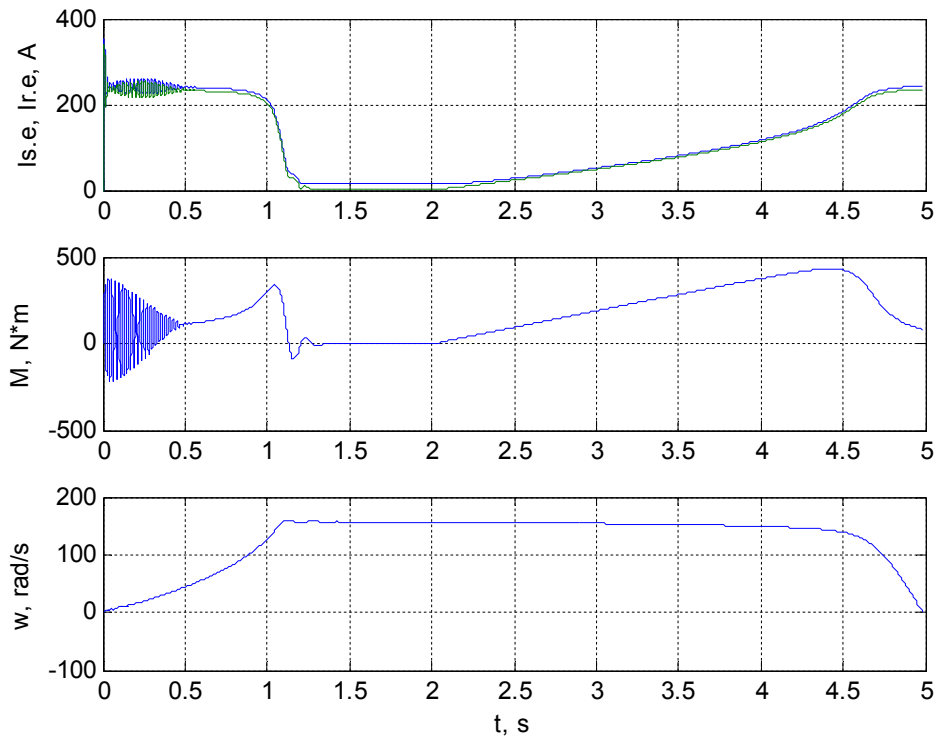
в параметрах двигуна задано діюче значення лінійної напруги [Voltage (line-line) (Vrms)], а блоки *AC Voltage Source* потребують амплітудних значень фазних напруг [Peak amplitude (V)], а також, що SPS-джерела *AC Voltage Source* використовують частоту не в рад/с, а в герцах, а фазовий зсув синусоїдальних сигналів – не в радіанах, а в градусах [Phase (deg)].

Модель рис. 5.7 виконує обчислення природних механічної та електромеханічної (швидкісної) характеристик через імітацію процесу навантаження досліджуваного АД. Так, спочатку, після підключення до ідеальної трифазної мережі, двигун розганяється до усталеної швидкості без навантаження. Після цього здійснюється повільна зміна моменту статичного навантаження (блок *Ramp*) від нуля до деякого значення, при якому АД перекинеться. Темп зміни  $M_C(t)$  має бути таким, щоб практично не призводить до збудження електромагнітного перехідного процесу.

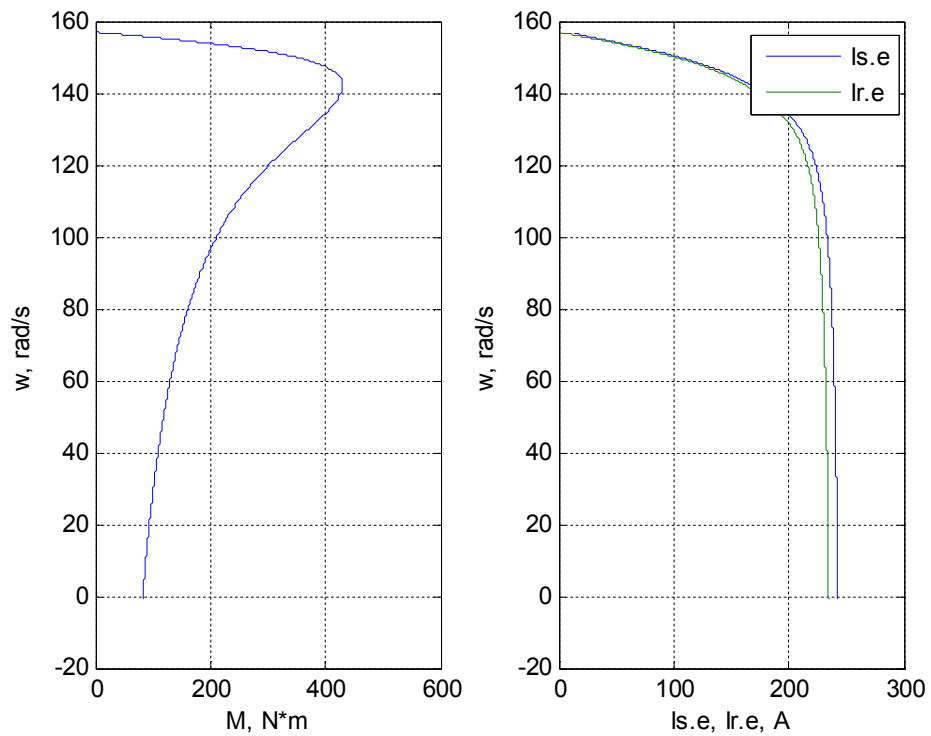
Завершення сеансу моделювання здійснюється за умови, що швидкість АД після перекидання явно перейде в область від'ємних значень (у блоці *Relational Operator* виконується неперервне порівняння поточної швидкості з деяким від'ємним значенням, наприклад,  $-1$ , при виконанні відповідної умови активується блок *Stop Simulation*, і сеанс моделювання завершується).

На рис. 5.9 наведені результати розрахунку статичних характеристик асинхронного двигуна 4А-180-М4 [46], параметри якого наведені у табл. 2.1. Для зручності зображення статичних характеристик в програмному файлі попередньо передбачено серію команд, яка забезпечує видалення елементів векторів, що відповідають динамічним перехідним процесам при пуску (до моменту часу  $t = 2$  с):

```
i = find(tout<2); M(i)=[]; w(i)=[]; lse(i)=[]; lre(i)=[];
subplot(121), plot(M,w), grid on, xlabel('M, N*m'), ylabel('w, rad/s'),
subplot(122), plot(lse,w,lre,w), grid on,
xlabel('ls.e, lr.e, A'), ylabel('w, rad/s'), legend('ls.e','lr.e')
```



a)



б)

Рисунок 5.9 – Перехідні процеси (а) і статичні характеристики (б), отримані за допомогою моделі рис. 5.7

Таблиця 5.1 – Технічні дані та параметри двигуна 4А-180-М4

$P_n$ кВт	$U_{sln}$ В	$f_n$ Гц	$n_n$ об/хв	$Z_p$	$I_{sn}$ А	$I_{rn}$ А	$R_s$ Ом	$X_{s\sigma}$ Ом	$R_r$ Ом	$X_{r\sigma}$ Ом	$X_m$ Ом	$J$ кг·м <sup>2</sup>
30,0	380	50	1472	2	51,8	52,6	0,16	0,38	0,078	0,51	15,3	1,0

За допомогою отриманих графіків визначаються координати характерних точок і зіставляються з даними каталогу. Для інженерних розрахунків точність попереднього розрахунку параметрів можна вважати достатньою, якщо похибки у визначенні номінального та критичного ковзання, максимального та пускового моменту лежать у припустимих межах.

Наприклад, для двигуна 4А-180-М4 у довіднику [46] надаються такі параметри характеристик:  $s_n = 2,0\%$ ;  $M_k/M_n = 2,2$ ;  $M_{п}/M_n = 1,4$ ;  $I_{п}/I_{sn} = 7,0$ .

Зіставляючи дані каталогу з даними модельного експерименту, робимо висновок про досить високу збіжність показників на лінійній (робочій) ділянці характеристик; у той же час розбіжність для даних пускового режиму є суттєвою.

#### 5.4. Використання SPS-моделі АД для дослідження системи «механічний вал»

Дослідження системи «механічний вал» за допомогою SPS-моделі АД стало можливим після відокремлення моделей електромагнітної та механічної частин двигуна, (див. параграф 5.2) та оснащення блоку *Asynchronous Machine* механічним портом «швидкість».. Модель такої дводвигунної системи електромеханічної системи подана на рис. 5.10 [42].

Вона складається з двох асинхронних двигунів АМ1 та АМ2 з однаковими значеннями номінальної напруги та швидкості, але з різними номінальними моментами. Тому вони живляться від спільного трифазного SPS-джерела *Three-Phase Programmable Voltage Source*. Механічний зв'язок між двигунами здійснюється подачею швидкості  $w_1$  першого двигуна АМ1, на механічний порт  $w$  другого двигуна АМ2.

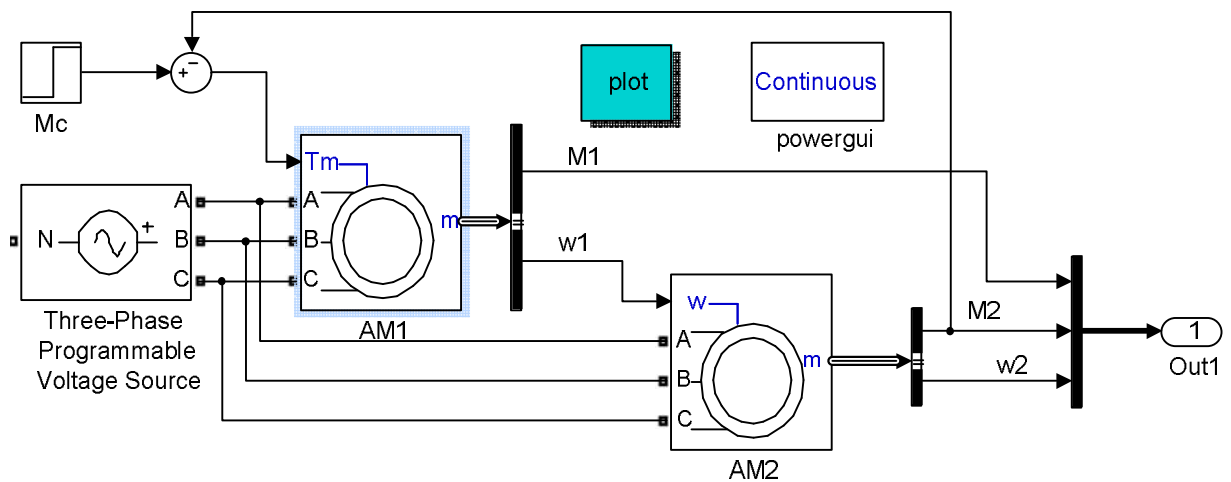


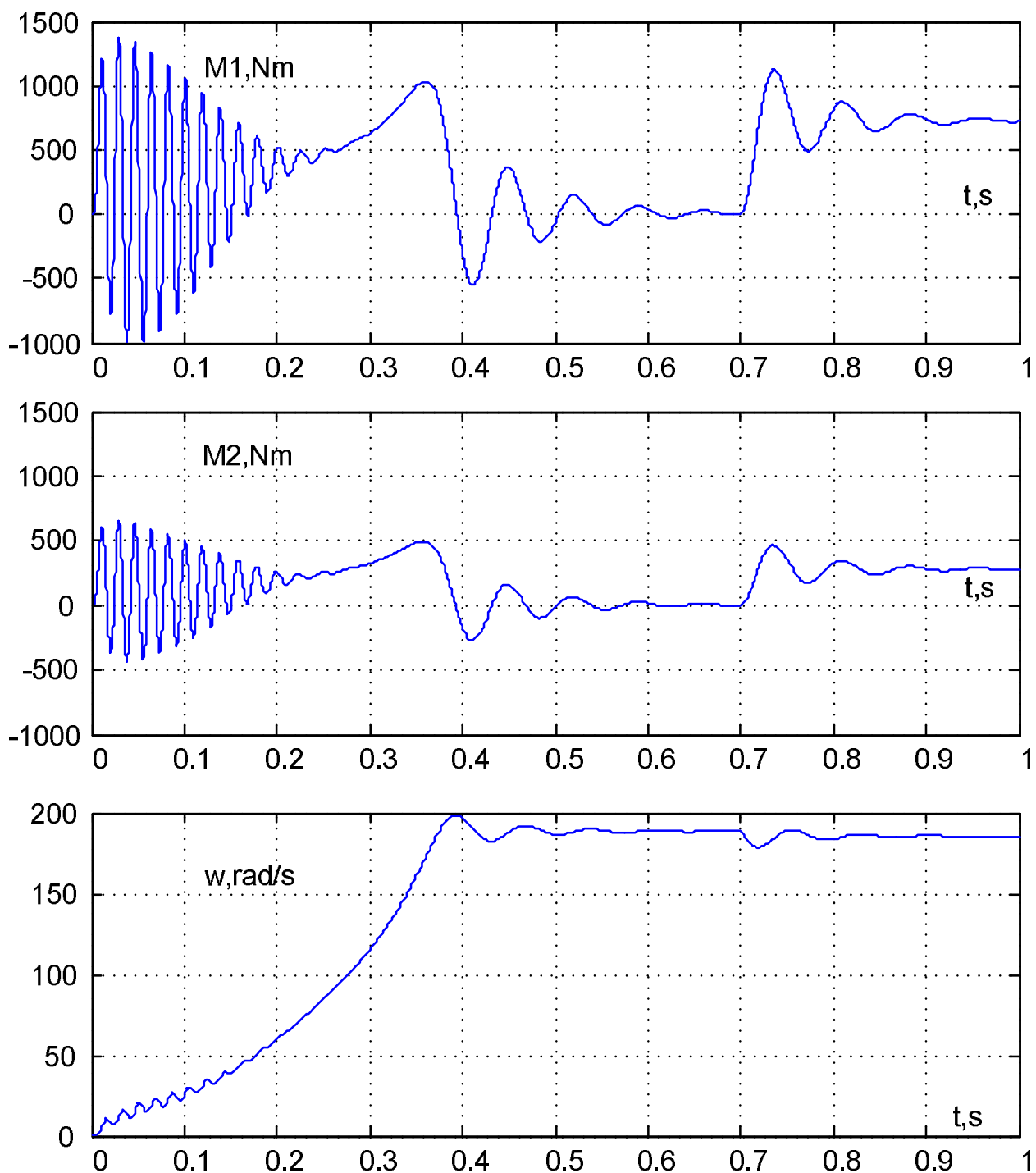
Рисунок 5.10 – SPS-модель системи «механічний вал»

Спільний момент статичного опору  $M_c$  формується блоком *Step*, але перед подачею його на механічний порт  $T_m$  першого двигуна від нього віднімається електромагнітний момент  $M_2$ , створений другим двигуном. Момент інерції машини зі швидкісним входним портом ігнорується і відноситься до першого двигуна. При чому перша частина цієї операції виконується автоматично, а друга частина повинна бути виконана власноруч користувачем. У такий спосіб моменти обох двигунів підсумовуються і разом діють на спільну механічну масу з моментом інерції  $J_\Sigma = J_1 + J_2$  згідно з рівнянням руху:

$$M_1 + M_2 - M_c = M_j = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt}, \quad (5.1)$$

де  $M_1$ ,  $M_2$  – електромагнітні моменти, створені першим AM1 та другим AM2 двигунами відповідно.

Дослідження системи «механічний вал» за допомогою моделі рис. 5.10 виконано для двигунів, обраних з використанням функції *Preset Model*: AM1 – 100 HP, 460 V, 60 Hz, 1780 RPM; AM2 – 50 HP, 460 V, 60 Hz, 1780 RPM. Перехідні процеси в досліджуваній системі при прямому пуску та при стрибкоподібному накиді навантаження  $M_c = 1000 \text{ H} \cdot \text{м}$  в момент часу 0,7 с зображені на рис. 5.11.



*Рисунок 5.11 – Результати імітаційного моделювання дводвигунної системи «механічний вал»*

Активний опір ротора двигуна АМ1 приблизно втричі перевищує відповідний опір двигуна АМ2. Як видно з наведених графіків, відповідно розподіляється навантаження між двигунами в усталеному режимі.

## 5.5. Використання SPS-моделі АД з *SimScapе*-портом S для дослідження двомасової електромеханічної системи

Механічний *Simscapе*-порт призначений для створення механічних навантажень за допомогою інших блоків бібліотеки *Simscapе*, що мають механічні обертові порти.

На рис. 5.12 продемонстрована модель асинхронної машини з використанням механічного *Simscapе*-порту для моделювання двомасової електромеханічної системи [47] з урахуванням моменту тертя, що діє на другу масу (робочий орган виконавчого механізму).

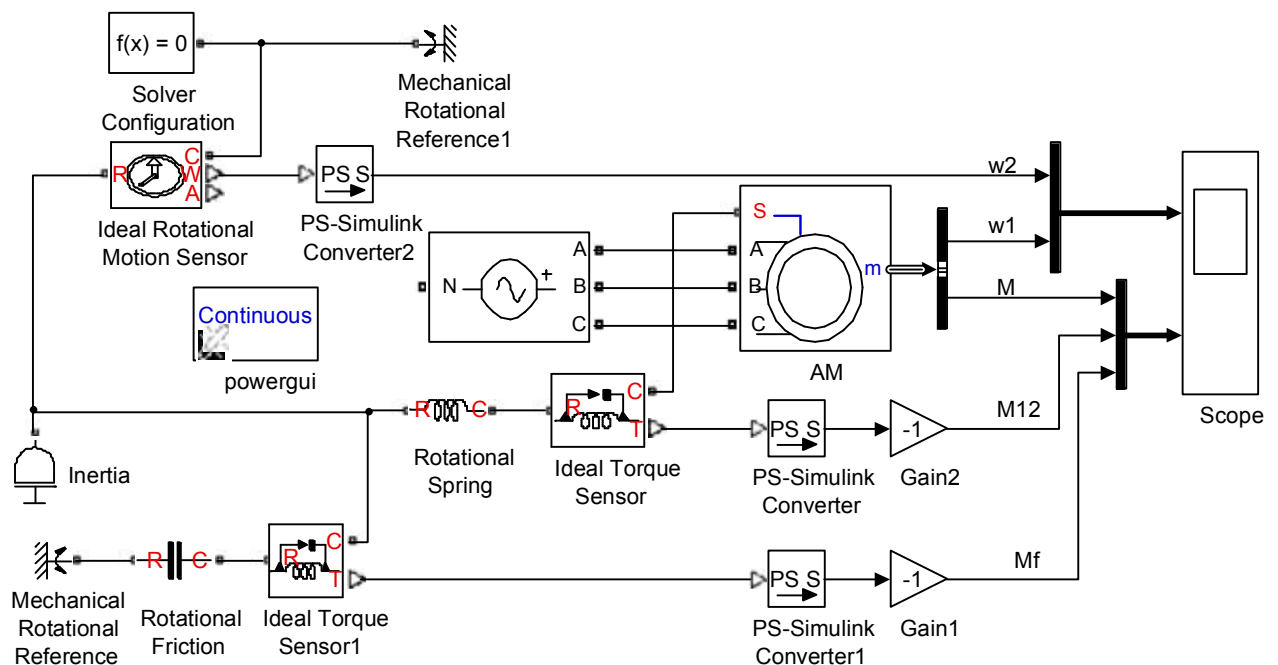


Рисунок 5.12 – Модель двомасової електромеханічної системи на базі АД, що реалізована за допомогою «електричних» та «механічних» блоків

Механічна частина досліджуваної системи описується рівняннями [47]:

$$\begin{cases} M - M_{12} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}, \\ M_{12} - M_f = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}, \\ \Delta\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2, \\ \frac{d\Delta\phi_{12}}{dt} = \omega_{12}, \\ M_{12} = c_{12}\Delta\phi_{12}, \end{cases} \quad (5.2)$$

де  $J_1, \omega_1$  – момент інерції та кутова швидкість першої маси (двигуна);  $J_2, \omega_2$  – момент інерції та кутова швидкість другої маси (механізму);  $M, M_{12}, M_f$  – електромагнітний момент АД, пружний момент та момент тертя відповідно;  $c_{12}, \Delta\omega_{12}, \Delta\phi_{12}$  – коефіцієнт пружності кінематичної передачі, різниця кутових швидкостей на її кінцях та кут її скручування.

Механічна частина моделі реалізована за допомогою блоків розділу *Mechanical* фундаментальної бібліотеки (*Foundational library*) інструментів *SimScape*.

В моделі рис. 5.12 друга маса представлена блоком *Inertia*, пружний вал – блоком *Rotational Spring*, а тертя – блоком *Rotational Friction* бібліотеки *Rotational Elements*. Блок *Mechanical Rotational Reference* прив'язує конкретну точку механічної системи до каркасу або до землі.

Блок *Rotational Friction* формує момент тертя за рівняннями:

$$M_f = \begin{cases} \frac{M_{brk}}{\omega_{th}} \omega, & \text{при } |\omega| \leq \omega_{th}, \\ [M_C + M_S e^{(-c_S |\omega - \omega_{th}|)} + f_v |\omega - \omega_{th}|] \text{sign}(\omega), & \text{при } |\omega| > \omega_{th}, \end{cases} \quad (5.3)$$

де  $M_{brk}$  – тертя спокою (зрушування), тобто початковий момент тертя при розгоні (*Breakway friction torque*);  $M_C$  – кулонівська компонента тертя (*Coulombic friction torque*), тобто момент так званого «сухого» тертя, амплітуда якого не залежить від величини швидкості;  $M_S = M_C - M_{brk}$  – компонента Штрібека (*Stribeck*), яка існує при умові врахування різниці між тертям спокою та тертям руху [48];  $c_S$  – коефіцієнт експоненціальної

складової тертя (*Transitional approximation coefficient*);  $f_v$  – коефіцієнт в'язкого тертя (*Viscous Friction coefficient*);  $\omega_{th}$  – межа лінійної ділянки (*Linear region velocity threshold*) статичної характеристики тертя  $M_f(\omega)$ , зображеної на рис. 5.13.

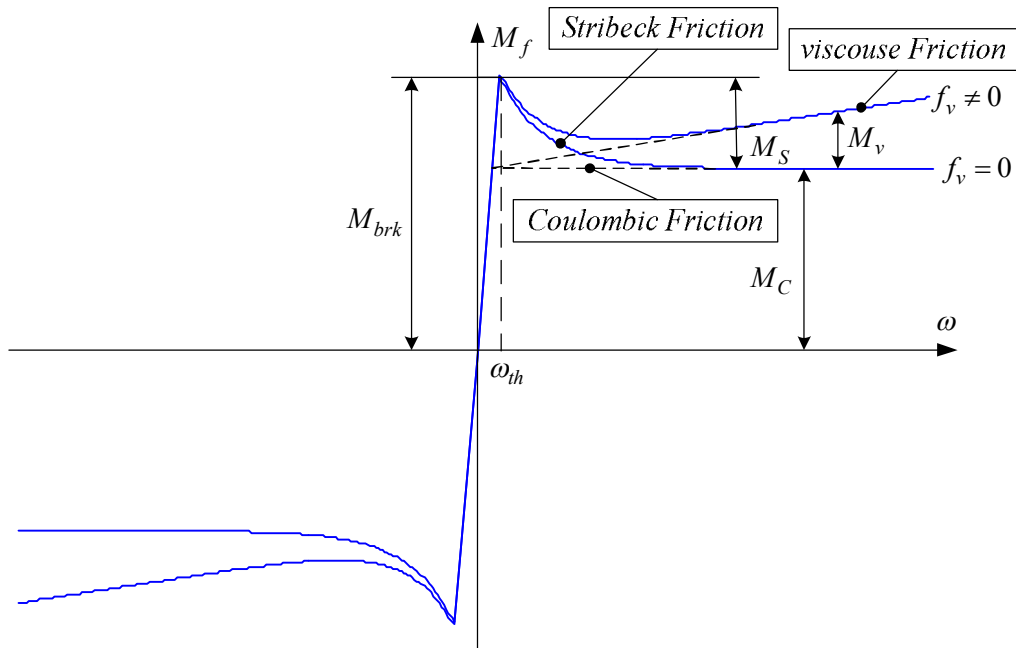


Рисунок 5.13 – Статична характеристика тертя, реалізованого SimScape-блоком *Rotational Friction*

Насправді коефіцієнт лінійної ділянки характеристики  $M_f(\omega)$  дорівнює  $\infty$ , тобто досліджувана функція має в точці  $\omega = 0$  розрив першого роду. Наявність таких ланок у замкнених контурах створює великі проблеми при цифровому моделюванні, пов'язані з дискретністю за часом, відсутністю «нуля» при використанні арифметики із плаваючою точкою, особливістю організації ітераційних процесів вибору кроку чисельного інтегрування диференціальних рівнянь [49]. Одним з виходів із цієї ситуації є заміна розривних функцій неперервними функціями з великим, але кінченим коефіцієнтом підсилення лінійної ділянки в зоні розриву. Автори програмного забезпечення стверджують, що гарного компромісу між

точністю моделювання і робастністю моделі та швидкістю розрахунків можна досягти при  $\omega_{th} = (10^{-5} \div 10^{-3})$  рад/с.

Необхідно зауважити, що таке спрощення характеристики тертя приводить до того, що при моделюванні процесу гальмування електромеханічна система не зупиняється, а рухається навколо нуля з дуже малою швидкістю.

Перехідні процеси у двомасовій системі, отримані за допомогою моделі рис. 5.12 для двигуна потужністю 3,7 кВт з моментом інерції  $J_1 = 0,02$  кг м<sup>2</sup> і приєднаної до нього через пружний вал з коефіцієнтом жорсткості  $c_{12} = 100$  Н·м/рад другої зосередженої обертової маси з моментом інерції  $J_2 = 0,005$  кг м<sup>2</sup> при врахуванні кулонівського тертя з ефектом Штрібека, приведені на рис. 5.14.

Для фіксації вихідних сигналів механічних *SimScape*-блоків у досліджувану модель підключені ідеальні датчики моменту (*Ideal Torque Sensor*) та руху (*Ideal Rotational Motion Sensor*). Усі механічні блоки мають механічні порти, позначені латинськими буквами **R** і **S**, причому передача моменту або зусилля здійснюється в напрямку від порту **R** до порту **S**. Механічні датчики, крім цих портів, мають ще порти фізичних сигналів, позначені трикутниками та відповідними буквами: **T** – *torque* (момент), **W** – *angular velocity* (кутова швидкість), **A** – *angular displacement* (кутове положення).

Фізичні сигнали після перетворення їх блоками *PS Simulink Converter* бібліотеки *Utilites* додатку *SimPowerSystem* можна використовувати для фіксації результатів засобами *Simulink*.

Ще однією з особливостей використання механічних *SimScape*-блоків є необхідність приєднання хоча б до одного з механічних портів блоку *Solver Configuration* бібліотеки *Utilites*.

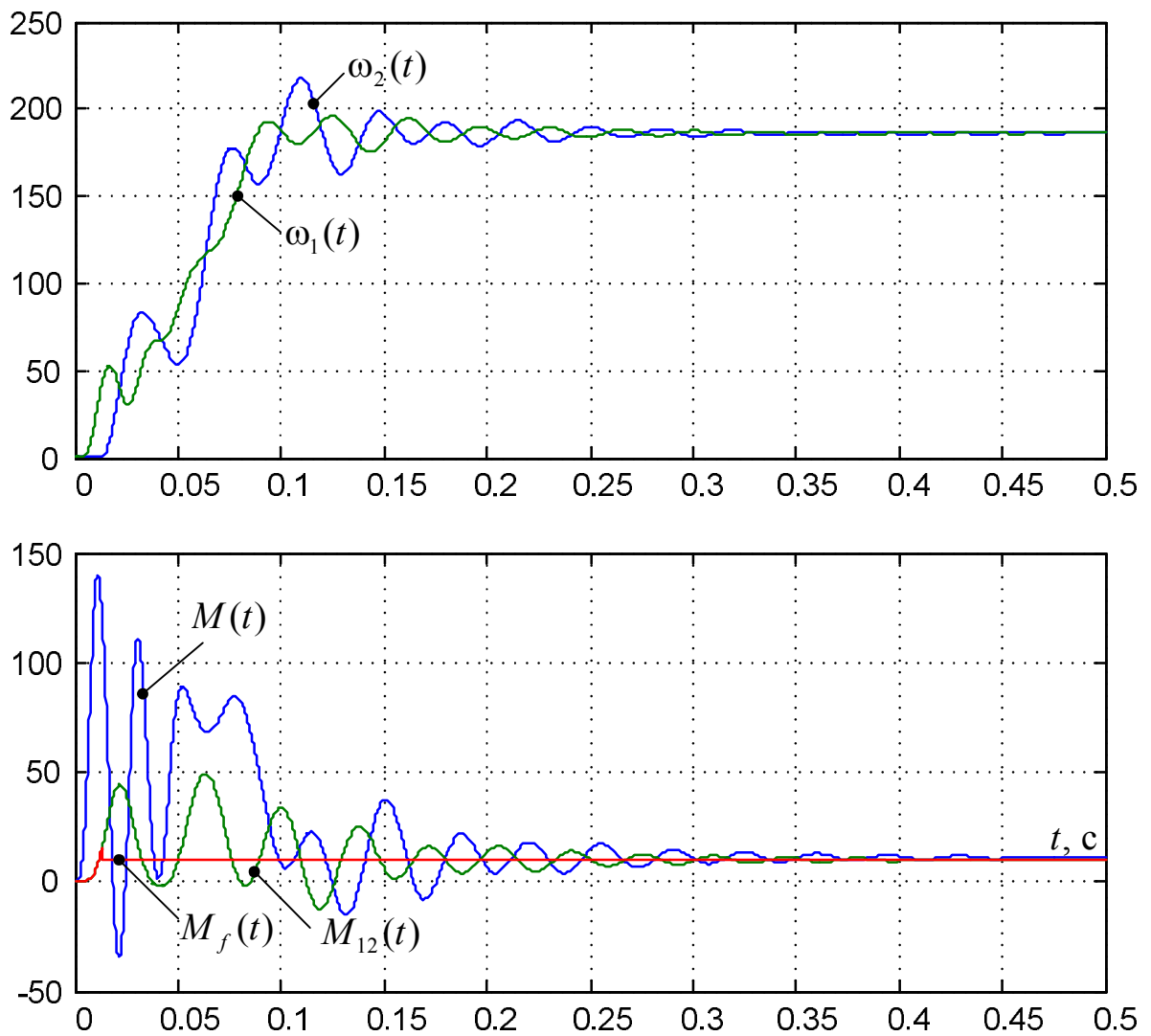


Рисунок 5.14 – Графіки перехідних процесів у моделі двомасового електромеханічного об'єкту рис. 5.12

## 5.6. Моделювання асинхронного двигуна при обриві фази статора

При експлуатації асинхронного двигуна можливе виникнення різноманітних нештатних ситуацій: обриви фаз, короткі замикання, тощо. Щоб розібратися, наскільки небезпечними є такі ситуації, до яких негативних наслідків і за який час вони можуть привести, як їх діагностувати та які міри треба застосувати до їх усунення, треба виконати їх дослідження.

Враховуючи, що кожна з цих ситуацій може виявитися аварійною, основним методом дослідження таких явищ слід вважати математичне моделювання.

Розглянемо методику моделювання описаних вище процесів на прикладі обриву на ходу однієї з фаз статора.

Першим спонуканням при розв'язанні цієї задачі є думка про використання SPS-моделі АД, в якій одна з фаз ідеального джерела змінної напруги приєднується до фази АД через блок *Breaker*, керований блоком *Step*, як це показано на рис. 5.15.

Як видно, ця модель імітує живлення обмоток статора від трифазного джерела напруги за схемою «зірка без нульового проводу». При чому врахувати наявність нульового проводу у поданій моделі неможливо, тому що обмотки статора «приховані» в моделі асинхронної машини.

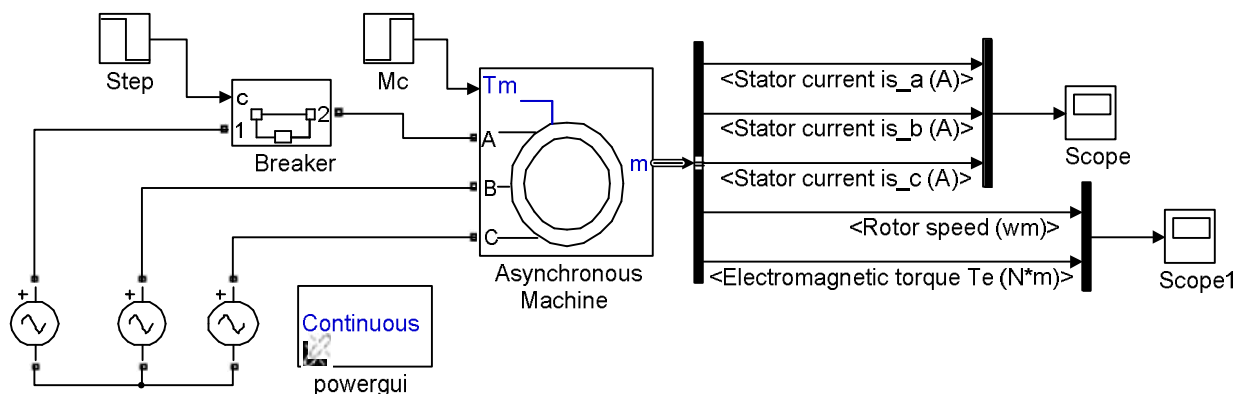


Рисунок 5.15 – SPS-модель процесу обриву фази АД при з'єднанні джерела напруги з обмотками статора за схемою «зірка без нульового проводу»

Графіки перехідних процесів, отримані за допомогою представленої моделі зображені на рис. 5.16. Віртуальний експеримент організовано так, що спочатку двигун запускається без навантаження у повнофазному режимі. При досягненні ним синхронної швидкості (в момент часу 0.15 с) відбувається обрив фази.

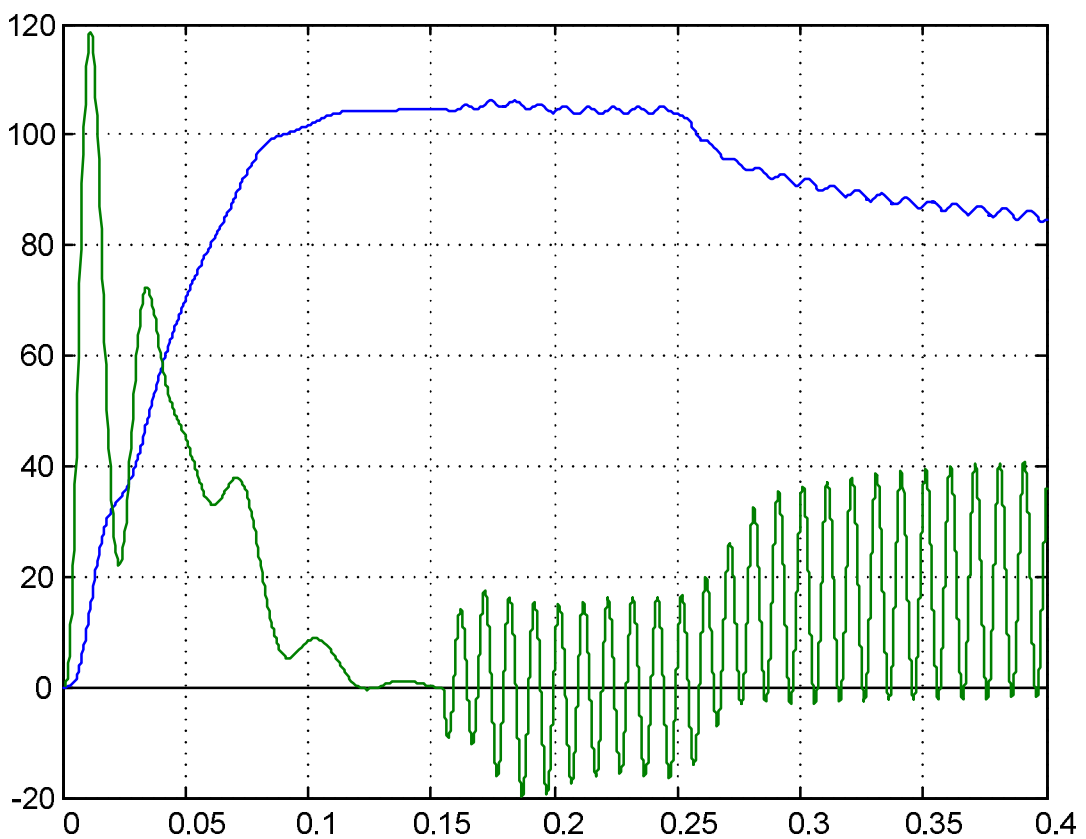
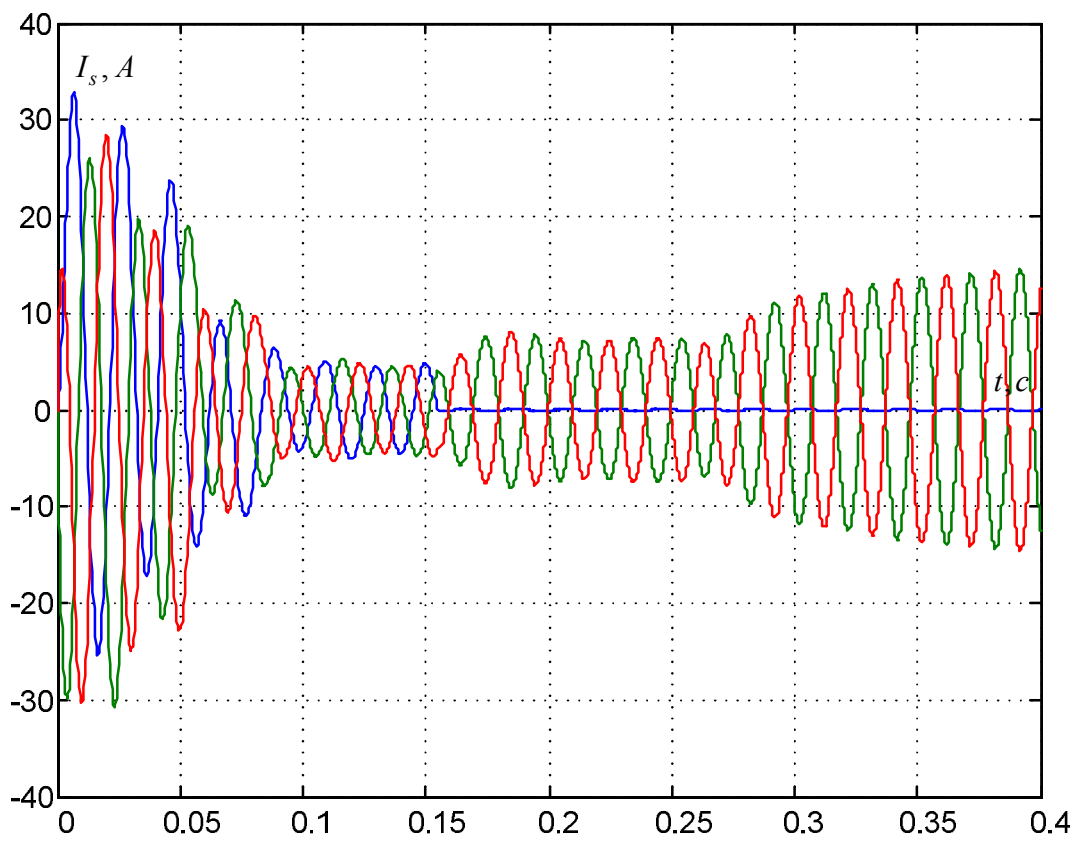


Рисунок 5.16 – Графіки перехідних процесів в АД при обриві фази А статора при живленні АД за схемою «зірка без нульового проводу»

Як видно із приведених графіків, обрив фази статора приводить до того, що струми у двох інших фазах зростають за амплітудою, а фазовій зсув між ними стає рівним  $180^\circ$ , тобто струми знаходяться у протифазі. Це зумовлено відсутністю нульового проводу. Електромагнітний момент стає синусоїдальним з частотою 100 Гц, що удвічі перевищує частоту напруги живлення  $f_M = 2f_s$ . Це пояснюється тим, що при переході до будь-якого несиметричного режиму в АД виникають напруги, струми і потокозчеплення прямої і зворотної послідовності, які при взаємодії подвоюють частоту електромагнітного моменту. Таку ж ситуацію можна спостерігати на графіках рис. 2.9, отриманих при асиметрії параметрів електромагнітного кола статора внаслідок міжвиткового короткого замикання у фазі А статора. Амплітуда коливань моменту близька до номінального значення, а амплітуда коливань струмів статора зростає приблизно на 60%. Це приводить до марних втрат електроенергії. Можна також показати, що в досліджуваному режимі зменшується критичний момент, і двигун може опрокинутися при незначному навантаженні. Слід також відзначити, що при такому способі живлення двигуна обрив фази унеможлиблює його запуск із зупиненого стану.

Відомо [23], що при можливості виникнення в АД неповнофазних режимів або асиметрії трифазного навантаження краще використовувати схему живлення з нульовим проводом, але наведена на рис. 5.15 SPS-модель не спроможна зімітувати таке схемотехнічне рішення.

Спробуємо скористатися для розв'язання такої задачі трифазною *Simulink*-моделлю АД у природних координатах (рис. 2.2). На перший погляд може показатися, що не існує різниці у відключенні «електричного» джерела синусоїдальної напруги та відповідного блоку *Simulink* (*Sine Wave*). Але насправді при відключенні одного з блоків *Sine Wave* трифазної *Simulink*-моделі струм у начебто пошкодженій фазі все одно протікає, що не відповідає умовам поставленої задачі.

Більш правильним рішенням є імітація обриву фази збільшенням активного опору пошкодженої фази майже до нескінченності. Опори фаз при їх асиметрії задаються матричними підсилювачами, як це описано в п. 2.2. Тільки в цьому випадку параметр *Gain* в момент обриву треба змінити з матриці  $\text{diag}(R_s*[1 \ 1 \ 1])$  на матрицю  $\text{diag}(R_s*[1000 \ 1 \ 1])$ . Збільшення опору фази у 1000 раз мусить зменшити струм цієї фази майже до нуля. Звісно, що значення коефіцієнту збільшення опору пошкодженої фази (1000) тут є чисто умовним, тобто йому можна присвоювати будь-яке «велике» значення, але не нескінченність (*Inf*). Така структурна модель зображена на рис. 5.17. У ній переключення між нормальним режимом роботи та режимом з обірваною фазою А виконується керуванням у функції часу ключовим елементом *Switch*.

Наведена *Simulink*-модель не дає уявлення про схему з'єднання обмоток статора із джерелом живлення. Але ми знаємо, що при з'єднанні «зірка без нульового проводу» суми фазних струмів статора і ротора у будь-який момент часу дорівнюють нулю навіть при наявності асиметрії живлячих напруг (2.20). При виконанні умов (2.20) матриці  $L_{ss}$  та  $L_{rr}$ , спрощуються до діагональних (порівняй вирази (2.16) і (2.22)). Отже, можна припустити, що при застосуванні для обчислення струмів матриць індуктивностей (2.16), як це зроблено при написанні функції  $Io = \text{matrix\_L}(u)$  (див. стор. 25), *Simulink*-модель рис. 2.2 буде імітувати з'єднання «зірка з нульовим проводом», а при застосуванні матриць (2.22) – з'єднання «зірка без нульового проводу». Щоб це здійснити треба у моделі рис. 5.17 замінити у першому з блоків *Matlab Function* звернення до функції  $Io = \text{matrix\_L}(u)$  зверненням до іншої функції  $Io = \text{matrixS\_L}(u)$ , яка матиме вигляд:

```
function Io = matrixS_L(u) % заголовок функції
global Lm Ls Lr; % опис глобальних змінних
% формули (2.21):
Lss=Ls*eye(3); Lrr=Lr*eye(3);
% розподіл векторного вхідного сигналу блоку MATLAB Fn:
PSIo=u(1:6); gamma=u(7);
```

```

% формули (2.14):
c1=cos(gamma); c2=cos(gamma+2*pi/3); c3=cos(gamma+4*pi/3);
C=[c1 c2 c3; c3 c1 c2; c2 c3 c1]; % формула (2.15)
% формули (2.17):
Lsr=2/3*Lm*C; Lrs=Lsr';
Lo=[Lss Lsr; Lrs Lrr]; % формули (2.19)
PSlo=PSlo(:); % витягування вектора в стовпець
Io=Lo\PSlo; % рішення системи рівнянь, формула (2.22)

```

Перехідні процеси струмів статора та швидкості і електромагнітного моменту, отримані за допомогою моделі рис. 5.17 для двох розглянутих вище способів формування матриць  $L_{ss}$  та  $L_{rr}$  показані на рис. 5.18 і рис. 5.19.

З аналізу графіків бачимо, що перехідні процеси рис. 5.18 дійсно майже збігаються з процесами рис. 5.16, що дає можливість стверджувати, що моделі рис. 2.2 і рис. 5.17 при формуванні  $L_{ss}$  та  $L_{rr}$  за формулами (2.21) імітують АД, що живиться від мережі «зірка без нейтрального проводу».

На графіках рис. 5.18 струми непошкоджених фаз залишаються зсунутими один від одного на  $120^\circ$ . При цьому коливання струмів та електромагнітного моменту мають менші амплітуди. При накиді навантаження зменшується також просадка швидкості. Тобто за деякими ознаками можна припустити, що досліджувані *Simulink*-моделі при формуванні  $L_{ss}$  та  $L_{rr}$  за формулами (2.16) імітують АД, що живиться від мережі «зірка з нейтральним проводом».

Для підтвердження цього припущення розробимо ще одну модель, в якій схема з'єднань обмоток статора з джерелом живлення виконується за допомогою SPS-блоків, а інші сигнали АД утворюються із струмів статора за допомогою *Simulink*-блоків. Такий підхід викладено у [37, 38].

Перетворимо математичний опис АД так, щоб у нього у явному вигляді входили проти-ЕРС обертання, які необхідні для схемотехнічного моделювання фаз статора.

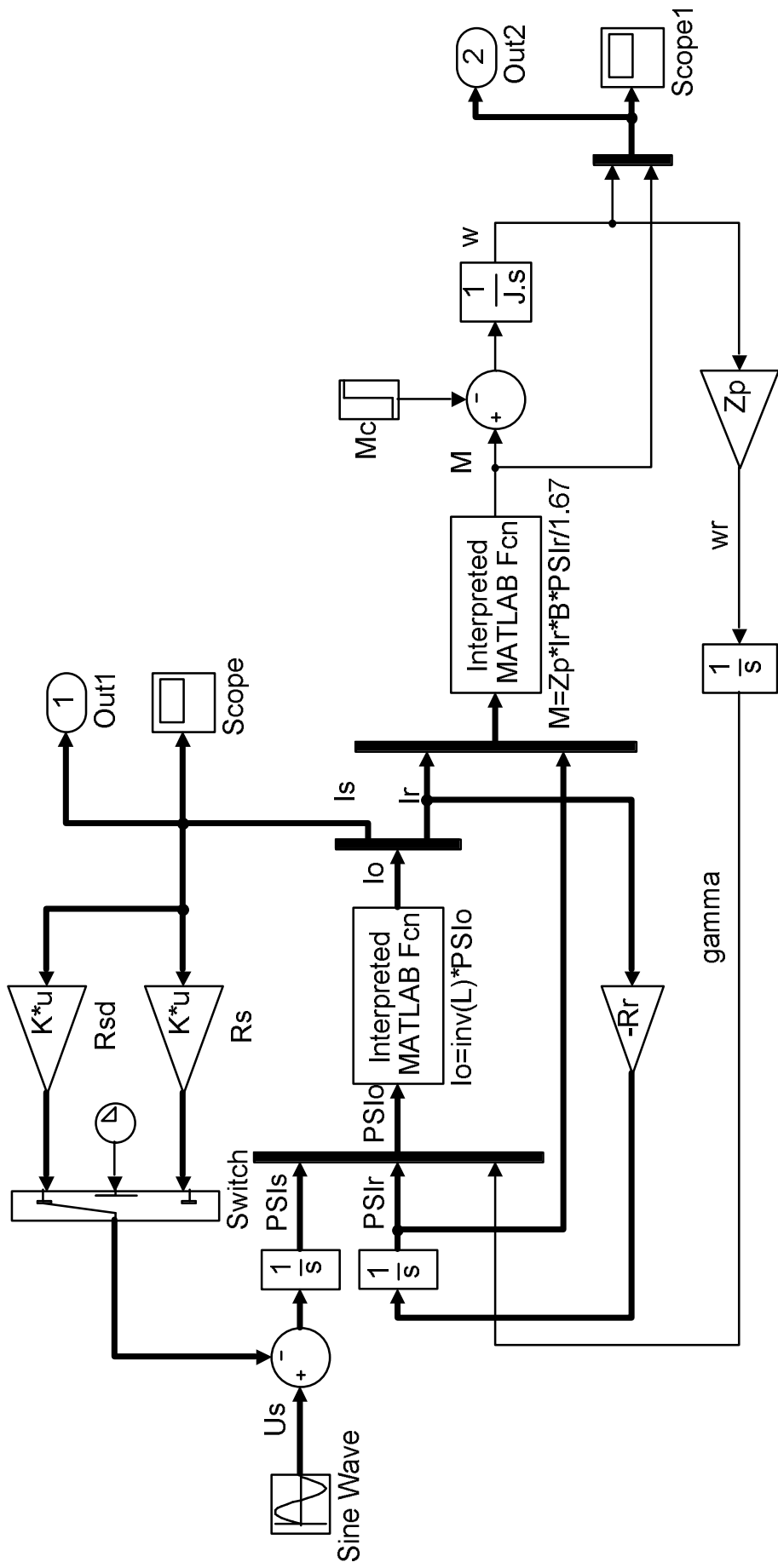
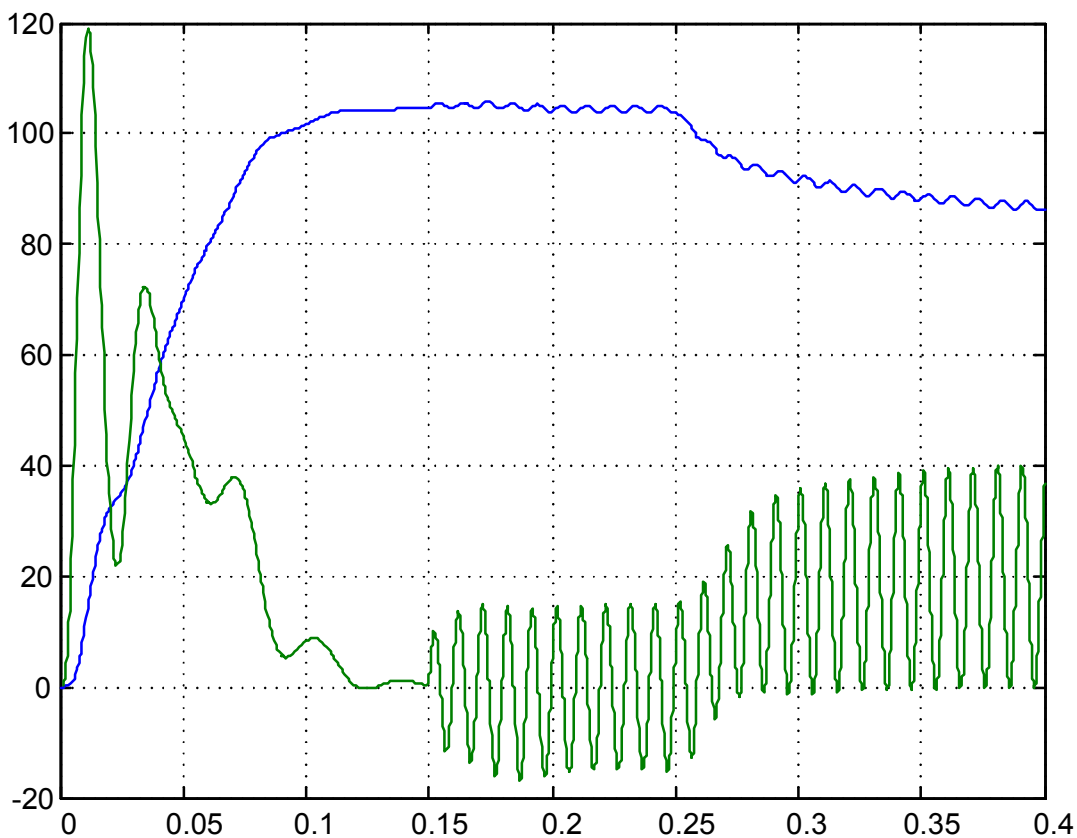
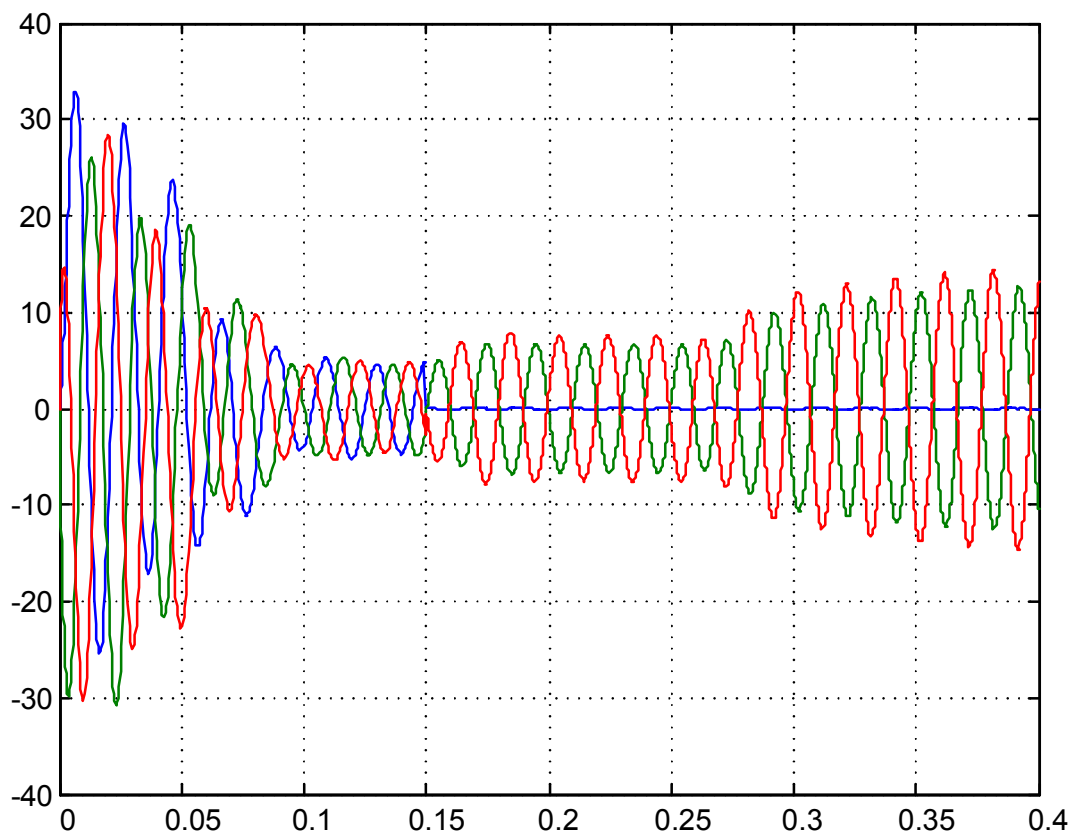
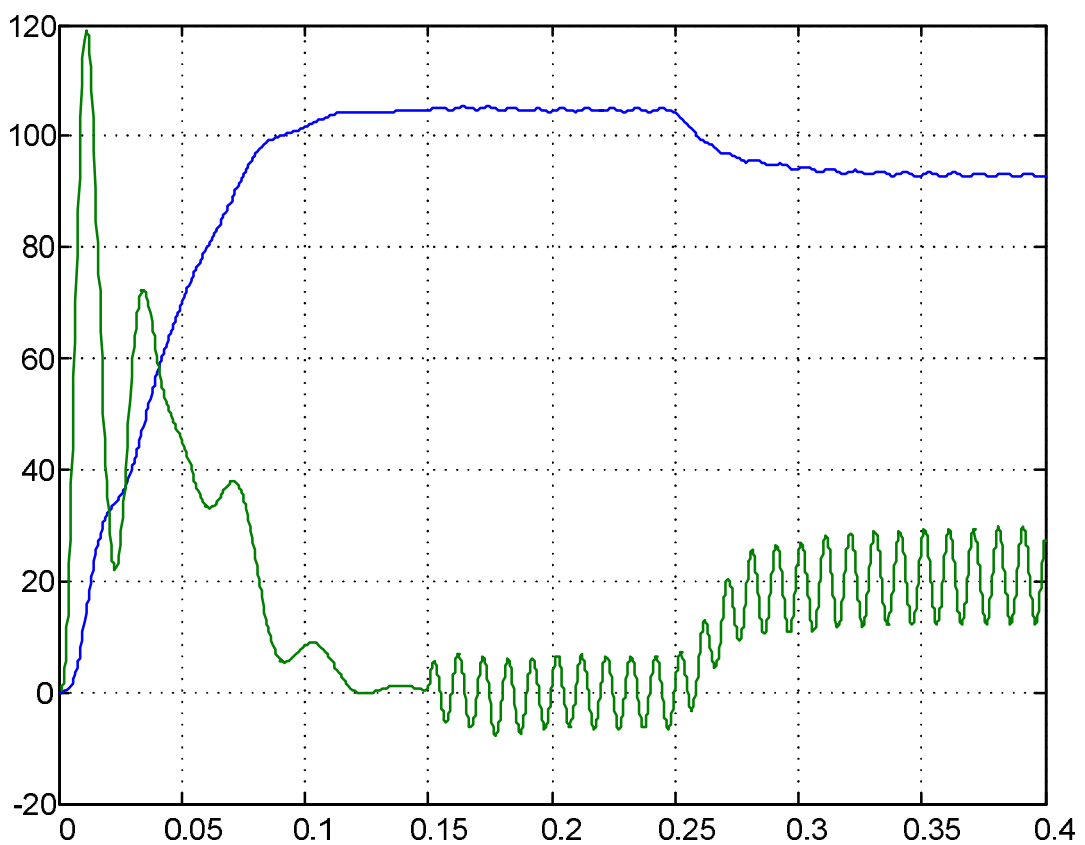
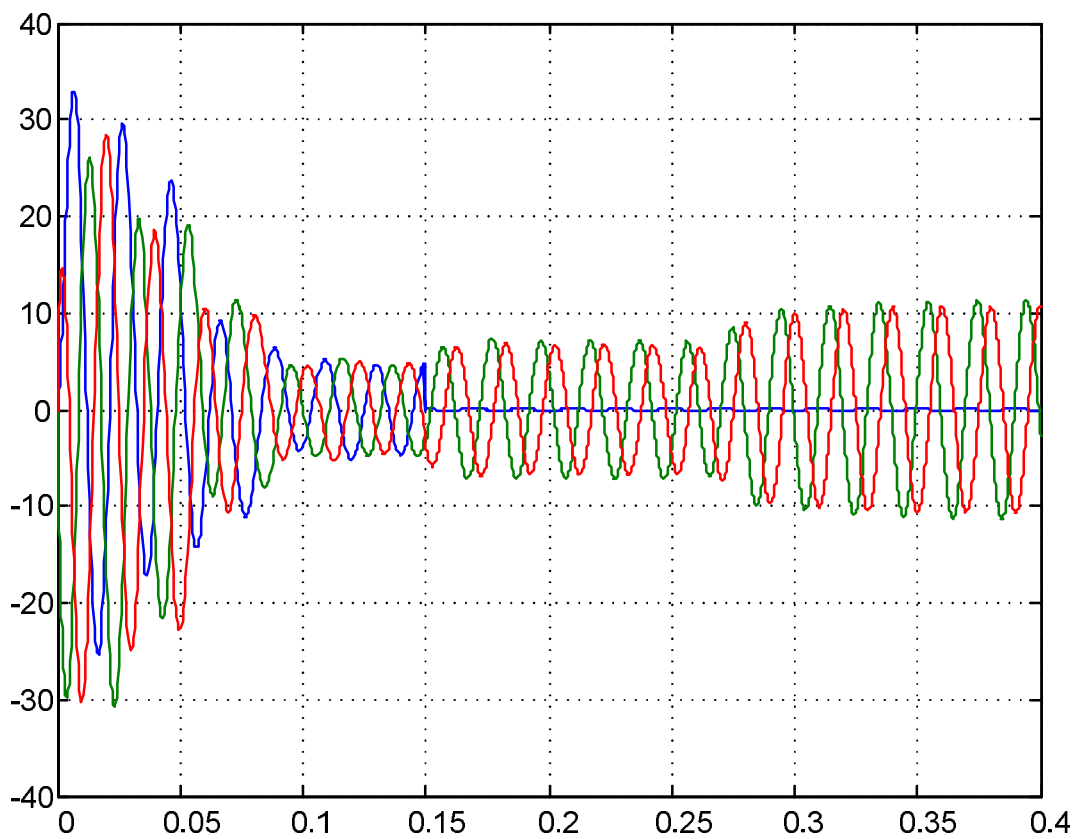


Рисунок 5.17 – Simulink-модель АД, що імітує обрив фази статора



*Рисунок 5.18 – Перехідні процеси при обриві фази А статора, отримані за допомогою моделі рис. 5.18 при використанні в ній матриць індуктивностей (2.21)*



*Рисунок 5.19 – Перехідні процеси при обриві фази А статора, отримані за допомогою моделі рис. 5.18 при використанні в ній матриць індуктивностей (2.16)*

Для цього в рівняннях електричної рівноваги кіл статора треба

виразити потокозчеплення статора через струми статора і потокозчеплення ротора.

Одразу зазначимо, що потрібне перетворення без диференціювання струмів статора та без надмірного ускладнення моделі можна отримати тільки при використанні рівнянь потокозчеплень (2.22), які є дійсними при виконанні умови (2.20).

Починаємо з того, що із другого рівняння системи (2.22) виражаємо струм ротора і підставляємо його у перше рівняння цієї ж системи з урахуванням (2.17):

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_r &= (\Psi_r - \mathbf{L}_{rs} \mathbf{I}_s) / L_r = (\Psi_r - L_h \mathbf{C}^T \mathbf{I}_s) / L_r ; \\ \Psi_s &= L_s \mathbf{I}_s + L_h \mathbf{C} \mathbf{I}_r = L_s \mathbf{I}_s + \frac{L_h}{L_r} \mathbf{C} \Psi_r - \frac{L_h}{L_r} \mathbf{C} \mathbf{C}^T \mathbf{I}_s . \end{aligned} \quad (5.4)$$

Добуток косинусоїдних матриць  $\mathbf{C}$  і  $\mathbf{C}^T$  (див. вирази (2.14), (2.15)) має вигляд:

$$\mathbf{C} \mathbf{C}^T = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

При виконанні умови (20) із (5.5), за аналогією перетворення (2.16) у (2.21), отримуємо:

$$L_h^2 \mathbf{C} \mathbf{C}^T \mathbf{I}_s = \frac{9}{4} L_h^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{I}_s = L_m^2 \mathbf{I}_s. \quad (5.6)$$

З урахуванням (5.6) рівняння потокозчеплення статора (5.4) приймає вид

$$\Psi_s = L_s \mathbf{I}_s + \frac{L_h}{L_r} \mathbf{C} \Psi_r - \frac{L_m^2}{L_r} \mathbf{I}_s = \sigma L_s \mathbf{I}_s + \frac{L_h}{L_r} \mathbf{C} \Psi_r. \quad (5.7)$$

Тепер продиференціюємо останнє рівняння та підставимо вираз для похідної від потокозчеплення статора у перше рівняння системи (2.4):

$$\frac{d\Psi_s}{dt} = \sigma L_s \frac{d\mathbf{I}_s}{dt} + \frac{L_h}{L_r} \left( \mathbf{C} \frac{d\Psi_r}{dt} - \frac{d\mathbf{C}}{dt} \Psi_r \right) = \sigma L_s \frac{d\mathbf{I}_s}{dt} + \frac{L_h}{L_r} \left( \mathbf{C} \frac{d\Psi_r}{dt} - \mathbf{S} \Psi_r Z_p \omega \right);$$

$$\mathbf{U}_s = R_s \mathbf{I}_s + \sigma L_s \frac{d\mathbf{I}_s}{dt} + \frac{L_h}{L_r} \left( \mathbf{C} \frac{d\Psi_r}{dt} - \mathbf{S} \Psi_r Z_p \omega \right),$$

де  $\mathbf{S}$  – матриця з синусними компонентами (див. (2.29), (2.30)).

Подамо останнє рівняння у вигляді

$$\mathbf{U}_s - \mathbf{E}_s = R_s \mathbf{I}_s + \sigma L_s \frac{d\mathbf{I}_s}{dt}, \quad (5.8)$$

де

$$\mathbf{E}_s = \frac{L_h}{L_r} \left( \mathbf{C} \frac{d\Psi_r}{dt} - \mathbf{S} \Psi_r Z_p \omega \right). \quad (5.9)$$

На підставі матричного рівняння (5.8) можна створити SPS-модель обмоток статора, а на основі другого рівняння системи (2.4), виразів для косинусної і синусної матриць (2.15), (2.14), (2.29), (2.30), рівняння електромагнітного моменту (2.26) та рівняння руху (2.31) – структурну частину моделі АД. Така гібридна модель зображена на рис. 5.20.

У цій моделі фазні напруги статора, його ЕРС обертання та їх різниці формуються блоками *Simulink*. Потім ці різниці перетворюються SPS-блоками *Controlled Voltage Source*, які позначені на схемі як  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ , в «електричні» сигнали, що дозволяє явно організувати живлення обмоток статора як за схемою «зірка без нульового проводу», так і за схемою «зірка з нульовим проводом» (нульовий провід показано на схемі моделі пунктиром).

Опори і індуктивності статора реалізуються елементами *Series RLC Branch*, які згідно з рівнянням (5.8) мають параметри *Branch Type*: *LR*, *Resistance (Ohms)*:  $R_s$ . *Inductance (H)*:  $\sigma L_s$ .

За допомогою амперметрів (*Current Measurement*) струми статора перетворюються у сигнали *Simulink*.

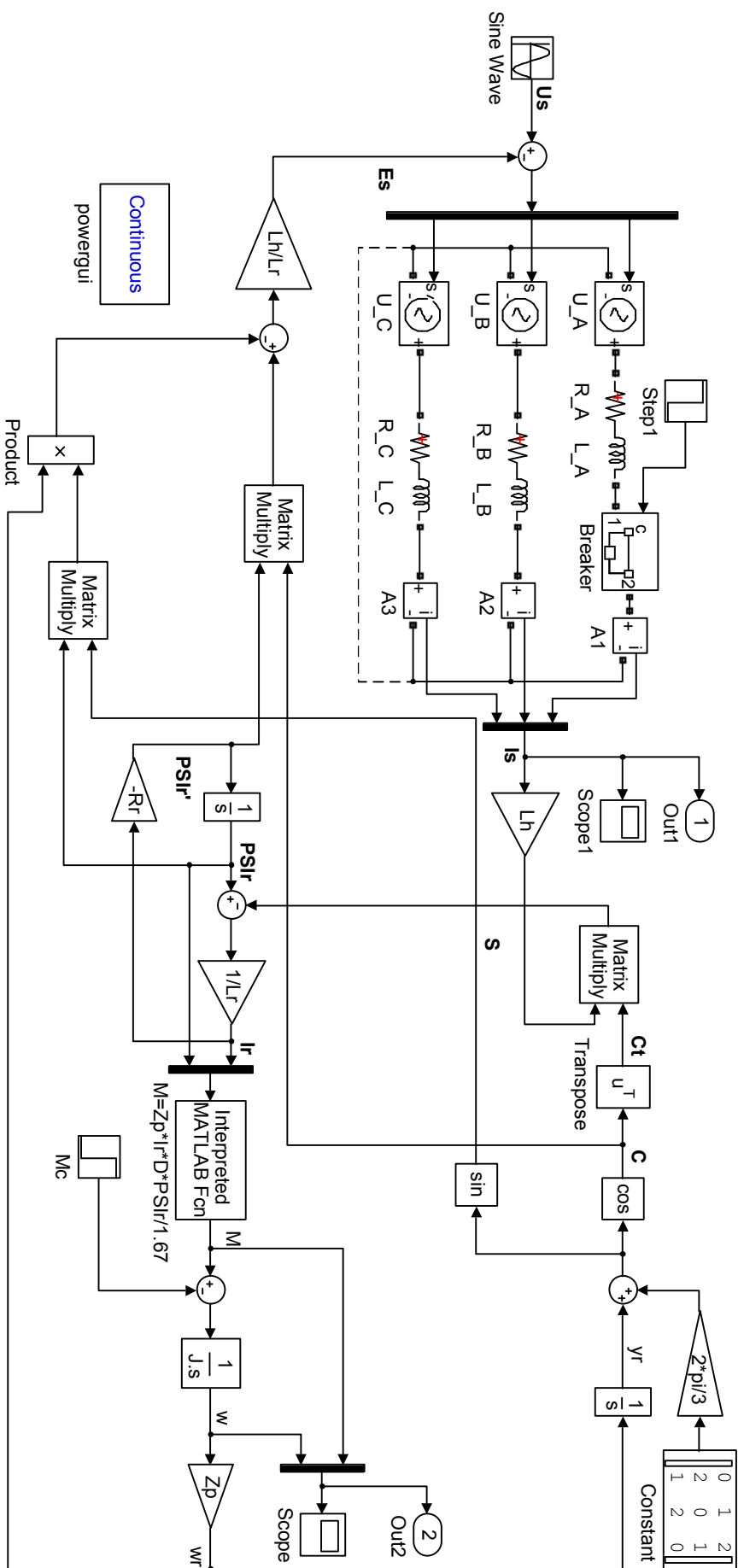


Рисунок 5.20 – Гірридна модель процесу обриву фази АД

У структурній частині моделі множення матриць та їх транспонування здійснюються блоками *Matrix Multiply* і *Transpose* розділу *Matrices and Linear Algebra* бібліотеки *Math Functions* додатку *DSP Control Toolbox*.

Результати розрахунку перехідних процесів за схемою рис. 5.20 при наявності нульового проводу практично збігаються з графіками рис. 5.19, а при відсутності нульового проводу співпадають з графіками рис. 5.17.

Отже, усі розглянуті моделі мають право на існування та використання для дослідження процесів, що відбуваються у асинхронному двигуні при обриві фази.

### 5.7. Контрольні завдання та запитання

1. Охарактеризуйте призначення і можливості поширення для віртуального фізичного моделювання *SimScape*.
2. Чим відрізняються одне від одного та як сполучаються між собою *Simulink*- та SPS-блоки?
3. Охарактеризуйте основні бібліотеки додатку *SimPowerSystems*.
4. Перелічіть основні властивості та параметри SPS-блоку *Asynchronous Machine*.
5. Як можна знайти у файлової системі MATLAB *Simulink*-моделі SPS-блоків?
6. Як враховується в SPS-моделі АД нелінійність кривої намагнічування?
7. Як методом математичного моделювання визначити статичну характеристику АД?
8. Як скласти *Simulink*- та SPS-моделі системи механічний вал?
9. Як скласти *Simulink*- та SPS-моделі двомасової електромеханічної системи?
10. Як можна зімітувати обрив фази АД. До яких наслідків це приведе?
11. Розберіться самостійно з призначенням блоку *PowerGUI*.

## **6. МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ ШВИДКОСТІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА БЕЗ ВРАХУВАННЯ ДИСКРЕТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЕНЕРГІЇ**

Сучасні керовані джерела напруги для електроприводів змінного струму будуються на основі силових напівпровідникових перетворювачів енергії (СНПЕ), що є найбільш швидкодіючими елементами систем електропривода. Напруга на виході таких перетворювачів не є синусоїдальною, але зазвичай характеризується низьким коефіцієнтом гармонічного спотворення, маючи відносно високу вагу основної гармоніки.

У зв'язку з цим у випадках, коли динамічні, енергетичні, комутаційні процеси в силовому перетворювачі не є важливими, математичне моделювання може бути виконано без врахування реальної форми вихідної напруги СНПЕ. Це означає нехтування у певній мірі динамічними властивостями перетворювачів (запізнення, пульсації, високочастотні гармонічні складові вихідної напруги), які дають швидкодіючі складові перехідних процесів. Отримувана при цьому модель є більш простою, застосовуваний крок чисельного інтегрування або максимально допустимі похибки обчислень (абсолютна та/або відносна) можуть бути значно збільшеними, час моделювання суттєво зменшується.

Крім того, існують можливо не дуже ефективні але досить прості методи пуску некерованих АД, які не потребують використання СНПЕ.

Отже, в даному розділі будуть розглянуті приклади моделювання різних систем асинхронного електроприводу, в яких або відсутні керовані джерела енергії або вони є але їхні дискретні властивості при розробці математичних моделей не враховані.

## **6.1. Моделювання процесу пуску нерегульованих систем асинхронного електроприводу**

На практиці для нерегульованих електроприводів на базі АД поруч із прямим пуском досить велике поширення мають прості схеми пуску, які передбачають тимчасове введення у коло статора або ротора додаткових елементів, що змінюють еквівалентний опір цих кіл. До таких способів пуску можна віднести реостатні способи з включенням додаткових опорів в коло ротора (для АД з фазним ротором) або в коло статора (для АД з короткозамкненим ротором), автотрансформаторний пуск, реакторний пуск, тощо.

Окремо можна виділити схеми ступінчатого пуску АД, в яких розгін двигуна до робочої швидкості здійснюється у декілька етапів (у найбільш простому випадку у два етапи) через ступінчасту зміну напруги, що підводиться до статора. До таких способів пуску відносяться зокрема пуск переключенням схеми з'єднань обмотки статора з «зірки» на «трикутник» та пуск переключенням обмоток з різною кількістю полюсів.

Для кожного з засобів пуску з великої кількості моделей АД, розглянутих у розділі 2, треба підібрати такі, що дозволять промоделювати досліджуваний процес найпростішим способом. Наприклад, пуск або дискретне регулювання швидкості АД переключенням числа пар полюсів не можна здійснити на базі SPS-моделі АД, тому що в ній не передбачена можливість зміни параметру  $Z_p$  в процесі симуляції.

### **6.1.1. Моделювання процесу реостатного пуску АД**

Реостатний пуск полягає у ступінчатому виведенні додаткових резисторів, включених в коло ротора. Вилучення резисторів може здійснюватися у функції швидкості, струму статора та часу.

Імітацію реальної зміни додаткових зовнішніх опорів у функції часу можна здійснити, використовуючи SPS-модель, зображену на рис. 6.1.

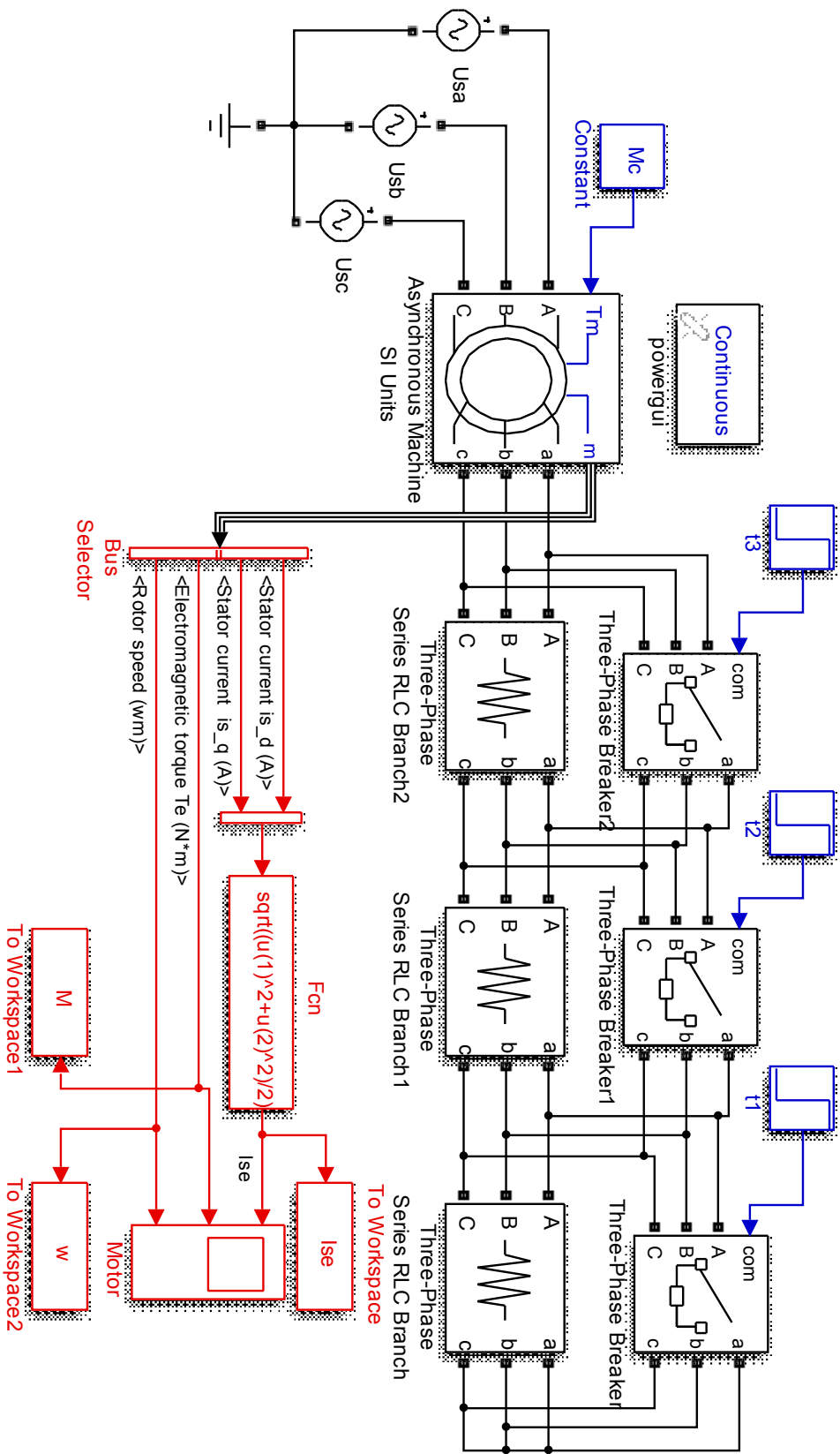


Рисунок 6.1 - SPS-модель для дослідження реостатного пуску АД

В коло ротора АД увімкнений реостат, що має три секції, які представлені SPS-блоками *Three-Phase Series RLC Branch*. Шунтування секцій в процесі пуску відбувається трифазними вимикачами *Three-Phase Breaker* в функції часу (блоки *Step* з різними значеннями параметра *Step Time*). Вихідні сигнали виводяться на осцилограф (блок *Scope*) і записуються в оперативну пам'ять (блоки *To Workspace*).

Результати моделювання наведені на рис. 6.2. Отримані графіки дають можливість оцінити динаміку процесів і коректність розрахунку параметрів пускової діаграми.

Дослідження процесу реостатного пуску можна виконати і на базі *Simulink*-моделей АД, серед яких перевагу слід віддати тим моделям, які містять параметр  $R_r$  у явному вигляді і не отримують інших параметрів, що визначаються через активний опір фази ротора (наприклад, або  $R_{sr} = R_s + k_r^2 R_r$  в *dq*-моделі рис. 4.10). До таких моделей із числа розглянутих раніше належать векторно-матричні моделі АД у трифазних природних координатах (рис. 2.2) та в довільних двофазних ортогональних координатах (рис. 4.1).

На рис. 6.3 показано, як можна організувати ступінчасту зміну параметра  $R_r$  у функції швидкості (вхідний порт  $w$ ), струму статора (вхідний порт  $I_{se}$ ) або часу (формується блоком *Clock*) при наявності відповідних графічних залежностей  $R_{ri}(\omega_i)$ ,  $R_{ri}(i)$ ,  $R_{ri}(t_i)$ , де  $i$  – порядковий номер сходинки пускового реостату. Перелічені залежності можна реалізувати блоками *1-D Lookup Table*, в яких у списку параметрів у поле *Breakpoints* заноситься вектор абсцис, а у поле *Table Data* – вектор ординат вузлових точок табличної функції. При цьому треба враховувати, що вектор абсцис повинен бути монотонно зростаючим, тобто не припустимо повторювати двічі однакові значення, щоб реалізувати ідеальну ступінчасту функцію. Рішення полягає у заміні ідеальної ступінчатої функції реальною з високим але скінченим коефіцієнтом підсилення у точках розриву.

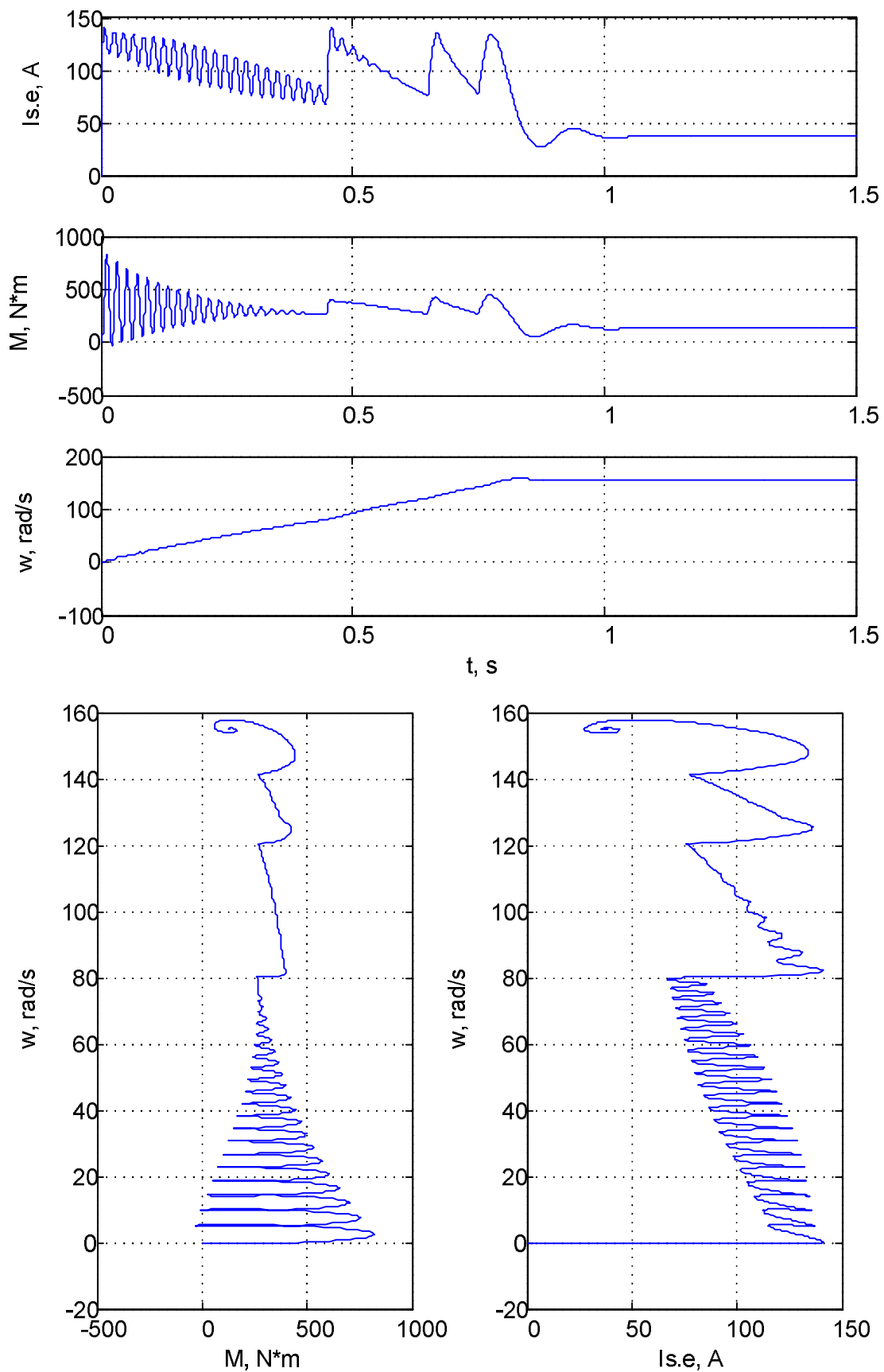


Рисунок 6.2 – Результати моделювання реостатного пуску АД з фазним ротором, отримані за допомогою моделі рис. 3.1

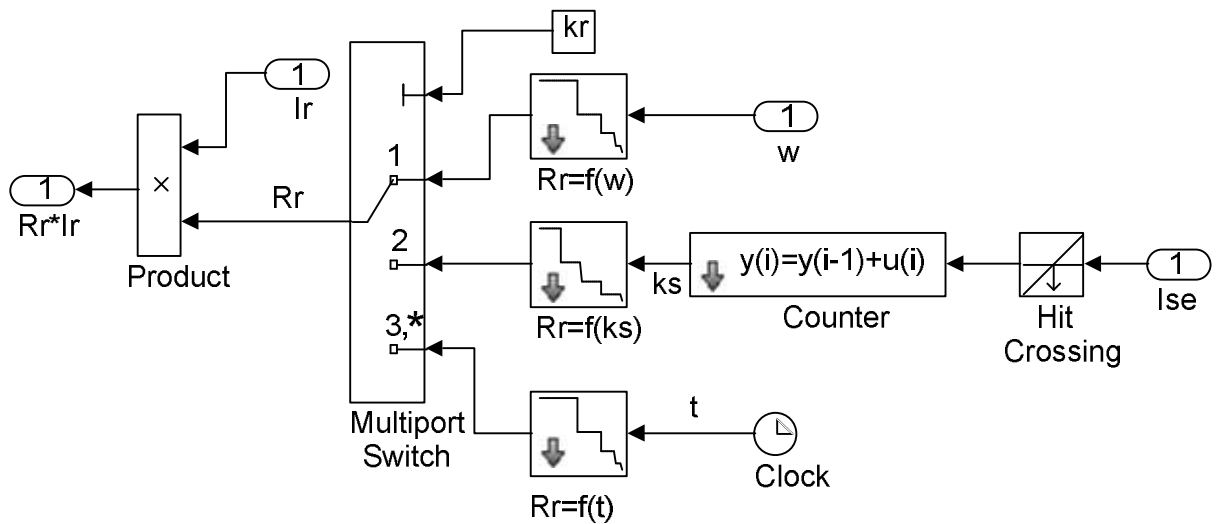


Рисунок 6.3 – Структурна модель підсистеми ступінчастої зміни активного опору ротору в функції швидкості, електромагнітного струму статора і часу

Також можна написати функцію користувача, що реалізуватиме алгоритм локального інтерполювання заданої табличної функції степеневими поліномами нульового порядку та імплементувати її в модель за допомогою блоку *MATLAB Function*.

В моделі рис. 6.3 блок *Multiport Switch* підключає один із досліджуваних способів керування зміною опорів у колі ротора в залежності від значення константи  $kr$ .

Найбільшу складність представляє собою реалізація реостатного пуску у функції струму. При цьому способі додаткові опори виводяться, коли струм статора сягає своєї нижньої межі, обраної при проектуванні (див. перший графік на рис. 6.2). Щоб зафіксувати цю подію в моделі рис. 6.3 встановлено блок *Hit Crossing*, налаштований на фіксацію перетину ефективним струмом статора указанного рівня (параметр *Hit Crossing Offset*) в напрямку зверху вниз (*Hit Crossing Detection=falling*), що проявляється у появі на виході цього блоку одиничного імпульсу. В інші миті часу вихідний сигнал блоку *Hit Crossing* є нульовим.

Для того, щоб визначити порядковий номер сходинки пускового реостату АД (або номер реостатної характеристики) на виході блоку

встановлено лічильник імпульсів, реалізований за допомогою замаскованої підсистеми *Counter*, зміст якої показано на рис. 6.4.

Блок *Memory* здійснює затримку вхідного сигналу на один крок чисельного інтегрування і в сукупності із суматором дозволяє накопичувати суму значень вхідного сигналу в послідовні моменту часу. Враховуючи, що на вхід підсистеми *Counter* поступають «одиницьки» тільки тоді, коли треба здійснити виведення чергової сходинки пускового реостату, вона є лічильником кількості виведених сходинок  $k_s$ . Константа  $k_0$  задає початкове значення лічильника.

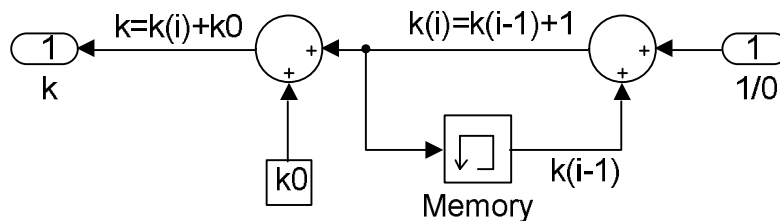


Рисунок 6.4 – Структурна модель підсистеми *Counter*

### 6.1.2. Моделювання двоступінчатого пуску АД шляхом перемикавання обмоток статора з «зірки» на «трикутник»

Досить велике поширення мають схеми пуску з переключенням схеми з'єднання обмоток статора АД з «зірки» на «трикутник». Стандартний SPS-блок *Asynchronous Machine* не може імітувати підключення до джерела живлення обох кінців обмоток статора. Тому одним з можливих способів створення імітаційної моделі може бути застосування блоків *Controlled Voltage Source*, які перетворюють інформаційний *Simulink*-сигнал в еквівалентний «електричний» сигнал напруги, що може бути поданий на SPS-модель. Такий підхід дозволяє долучити будь-які засоби *Simulink* для імітації зміни напруги, що підводиться до двигуна.

Приклад такої моделі, що поєднує в собі можливості бібліотек *Simulink* та *SimPowerSystems* наведена на рис. 6.5. Обмотки статора АД підключаються до контрольованого джерела синусоїдальної напруги (блоки

*Controlled Voltage Source*) через трифазний вимикач (блок *Three-Phase Breaker*). Момент часу  $t_0$ , в який відбувається підключення АД, задається блоком *Step*. Паралельно двигуну підключений трифазний реостат (блок *Three-Phase Series RLC Branch*) з дуже великим внутрішнім опором (у порівнянні з опором статора АД). Наявність цього реостату практично не впливає на точність розрахунку перехідних процесів, але його присутність в даній схемі є необхідною умовою коректної симуляції, що обумовлено особливостями перетворення SPS-моделі в еквівалентну *Simulink*-модель.

Власно напруга джерела живлення сформована засобами *Simulink*: три блоки *Sine Wave* задають сигнали напруг для випадку з'єднання обмоток статора за схемою «зірка». Ці сигнали помножуються блоками *Product* на коефіцієнт, що перемикається блоком *Step* з 1 (параметр *Initial Value* – для схеми з'єднань «зірка») на  $\sqrt{3}$  (параметр *Final Value* – для схеми «трикутник»). Час переключення з одного значення на інше задається параметром *Step Time*.

Модель передбачає, що навантаження  $T_m$  на валу АД є пропорційним квадрату швидкості і має реактивний характер (вентиляторне навантаження), знакова функція  $\text{sign}(\omega)$ , апроксимована послідовним з'єднанням блоку *Gain* з великим коефіцієнтом підсилення (1000) і блоку обмеження *Saturation*.

Фазна напруга статора вимірюється блоком *Multimeter*, в якому встановлена опція вимірювання напруги блоку *Controlled Voltage Source*, що відповідає фазі *A*).

Графіки перехідних процесів при такому способі пуску АД подані на рис. 6.6. Аналіз результатів моделювання дозволяє, зокрема, оцінити характер динамічних перехідних процесів в двигуні, а також правильно підібрати момент часу для переключення статорних обмоток без неприпустимих стрибків моменту.

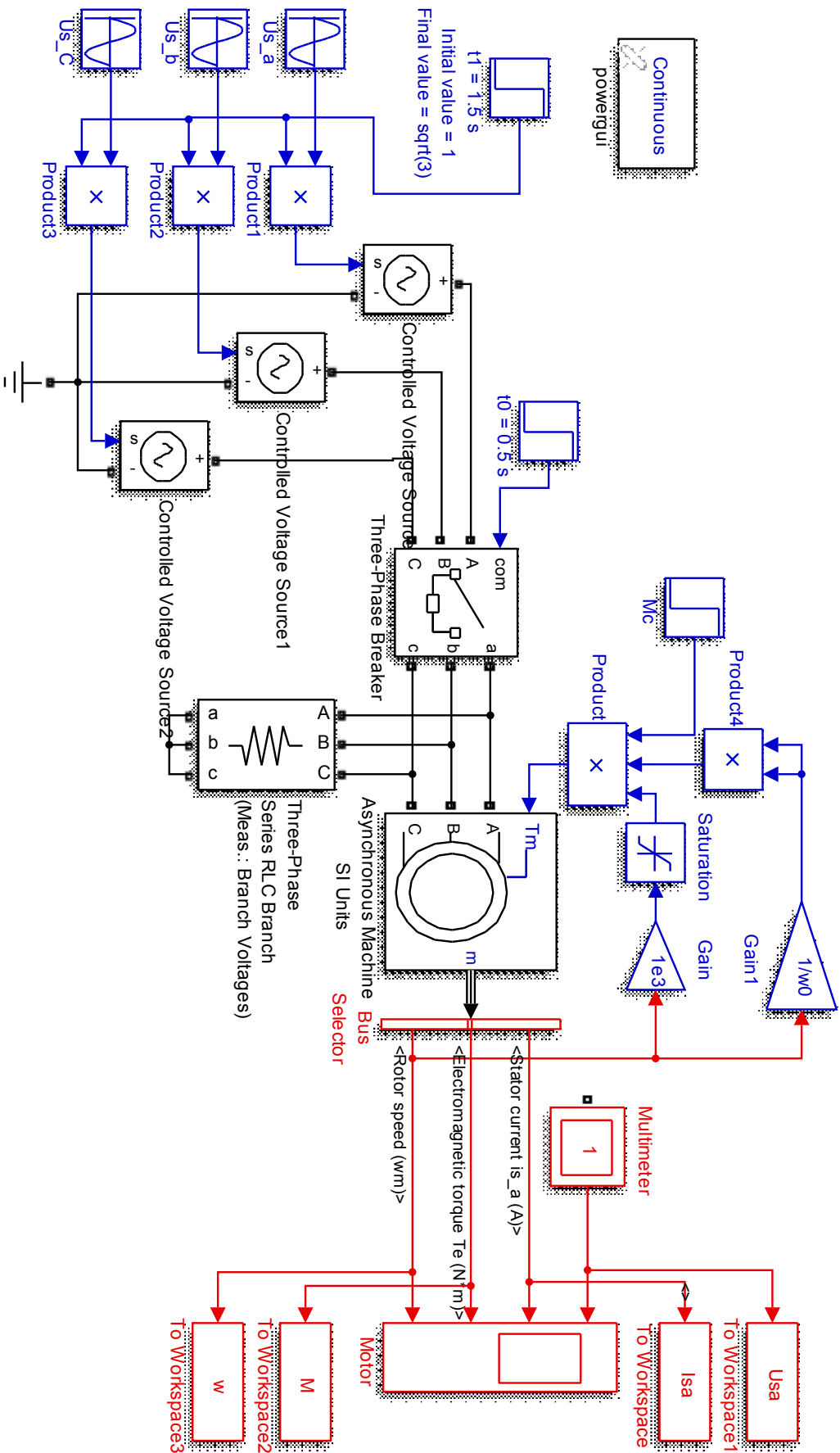
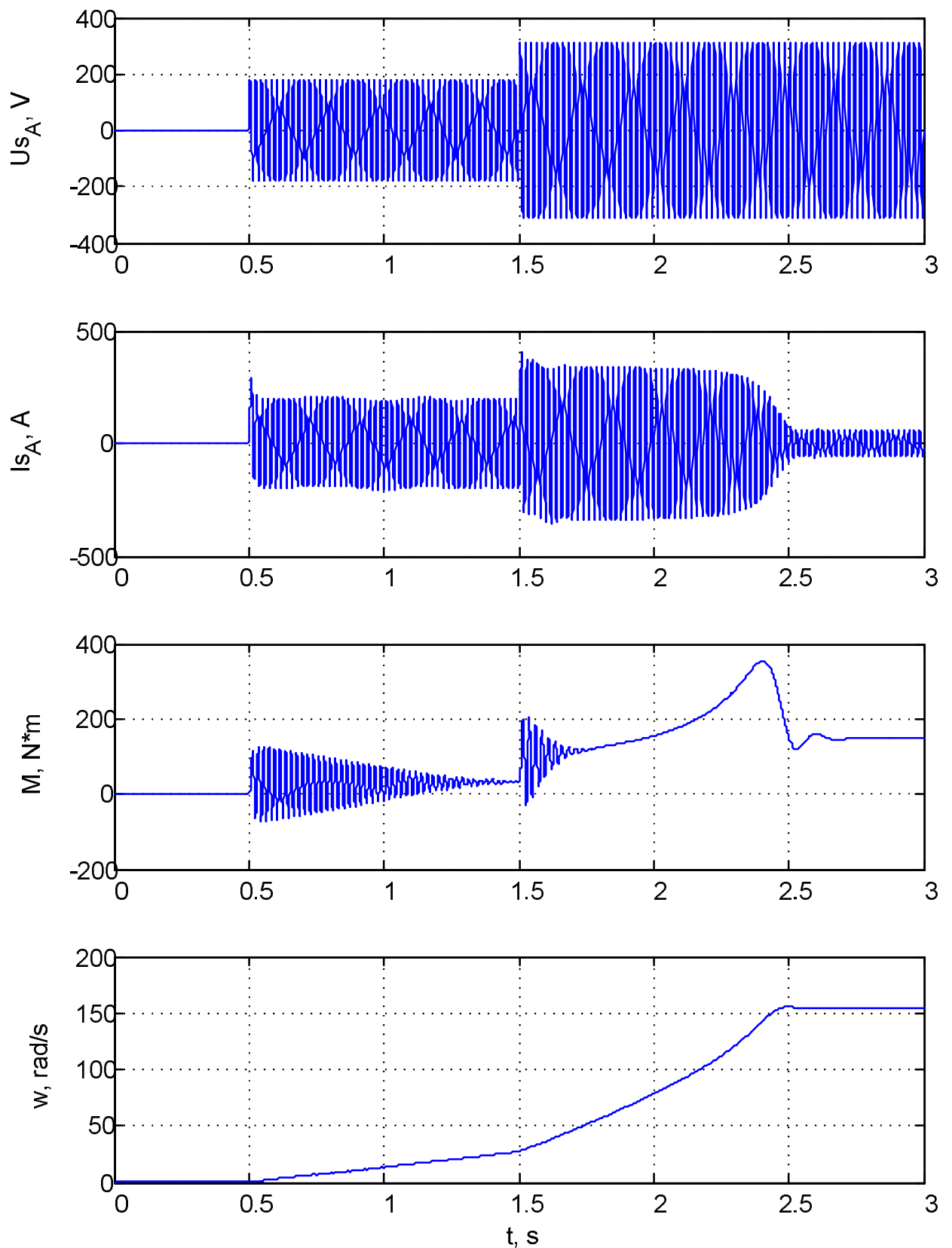


Рисунок 6.5 - Моделі пуску АД переключенням з «зірки» на «трикутник»



*Рисунок 6.6 – Осцилограми ступінчатого пуску АД  
переключенням з «зірки» на «трикутник»*

## 6.2. Моделювання асинхронного двигуна при регулюванні амплітуди напруги живлення

Трифазні тиристорні перетворювачі з зустрічно-паралельним включенням тиристорів на кожну фазу і імпульсно-фазовим керуванням дозволяють отримати на виході регульовану за амплітудою основної гармоніки напругу незмінної частоти. Такі пристрої зазвичай називають тиристорними перетворювачами напруги (ТПН). Переважна область застосування таких перетворювачів – створення простих та недорогих схем плавного пуску, тому комплектні пристрої на базі ТПН називають пристроями плавного пуску (ППП).

Зазначимо, що ТПН можна застосовувати і для регулювання швидкості у невеликому діапазоні, а також для підвищення енергетичних показників асинхронного електропривода [35].

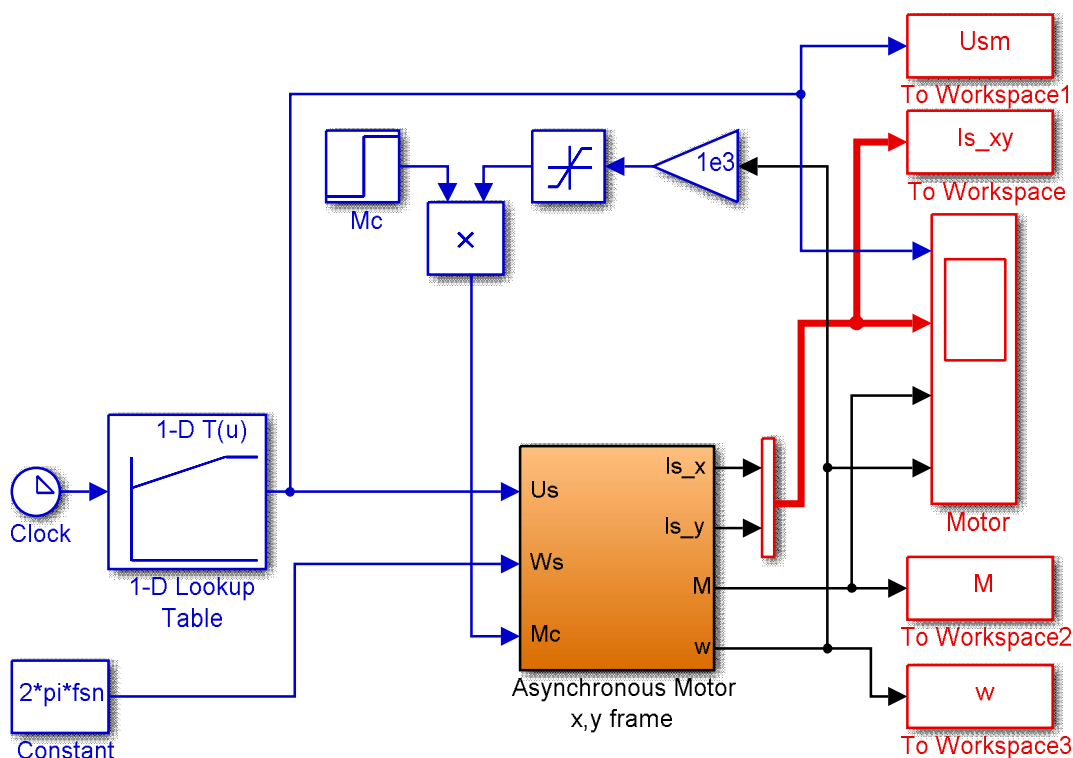
Вихідна фазна напруга ТПН є суттєво несинусоїдальною, особливо при малому куті провідності тиристорів. Крім того, регульовальна характеристика власно перетворювача є нелінійною (для її лінеаризації може застосовуватися локальний зворотний зв'язок за напругою). Врахування лише першої гармоніки живильної напруги можна вважати припустимим, якщо її регулювання відбувається у невеликому діапазоні. Звичайно у сучасних пристроях нижня межа амплітуди напруги встановлюється на рівні  $(40\div 70)$  % від номінального значення.

Принципово при побудові модельного експерименту може бути застосована будь-яка з *Simulink*-моделей АД, описаних у розділах 2, 4. З точки зору складності моделі різниця буде полягати у більшій чи меншій кількості еквівалентних координатних перетворень (див. розділ 3), що мають бути виконані для формування потрібної напруги на затискачах АД. Разом з тим слід відокремлювати процеси, що представляють собою предмет досліджень: при акцентуванні уваги на миттєвих значеннях величин доцільно

обирати моделі у трифазній або нерухомій ортогональній системах координат. Якщо акцент на миттєвих значеннях не робиться, модель доцільно обирати з точки зору мінімальної її складності.

Для дослідження АД при живленні його від ідеалізованого джерела синусоїдальної напруги з регульованою амплітудою оптимальною з точки зору кількості обчислень є модель у синхронній системі координат, орієнтованій за вектором напруги статора (див. п. 4.3).

Simulink-модель, яка дозволяє досліджувати процеси в АД, що живиться від ідеалізованого ТПН, який забезпечує збільшення амплітуди напруги статора від початкового значення (70% номінального) до кінцевого значення (100% номінального) за лінійним законом, може мати вигляд, поданий на рис. 6.7.



*Рисунок 6.7 – Модель для дослідження плавного пуску АД за допомогою ідеалізованого ТПН з використанням Simulink-моделі двигуна в ортогональній синхронній системі координат*

Асинхронний двигун представлений підсистемою, вміст якого відповідає моделі, наведеній на рис. 4.6, доповненій підсистемою 4.4.

Застосування цієї моделі дозволяє створити досить просту модель формування керуючих сигналів: частота напруги статора задається сталою за допомогою блока *Constant*, а залежність амплітуди напруги від поточного часу – за допомогою функціонального перетворювача *1-D Lookup Table*. При складанні моделі прийнято, що навантаження на валу двигуна є моментом сухого тертя.

Модель передбачає реєстрацію напруги статора, складових вектора струму статора в осях  $x_u$ , електромагнітного моменту та швидкості. Розраховані графіки перехідних процесів наведені на рис. 6.8.

У застосованій системі координат сигнал  $i_{sx}$  уявляє собою активний струм статора, а  $i_{sy}$  – реактивний. Це дозволяє, зокрема, зробити висновок про обсяг активної та реактивної потужностей, що споживаються двигуном з мережі. Наприклад, з графіків рис. 6.8 випливає, що в усталеному режимі при заданому навантаженні реактивної енергії споживається приблизно стільки ж, скільки і реактивної.

Недоліком моделі рис. 6.7 є відсутність в ній фазних величин (напруг, струмів, потокозчеплень), точніше для визначення цих величин необхідно додати в модель блоки координатних перетворень (див. розділ 3). Якщо відповідні сигнали у моделі відсутні (наприклад, струми ротора), то їх слід попередньо обчислити за допомогою додаткових *Simulink*-блоків. У підсумку модель може стати громіздкою.

Опишемо альтернативний підхід, який помітно підвищує рівень наочності моделі, оскільки дозволяє оперувати з еквівалентними реальних фазних сигналів. Сутність його полягає у застосуванні стандартного SPS-блоку *Asynchronous Machine SI/pu Units*. Модель, що за результатом є еквівалентною до моделі рис. 6.7, наведена на рис. 6.9.

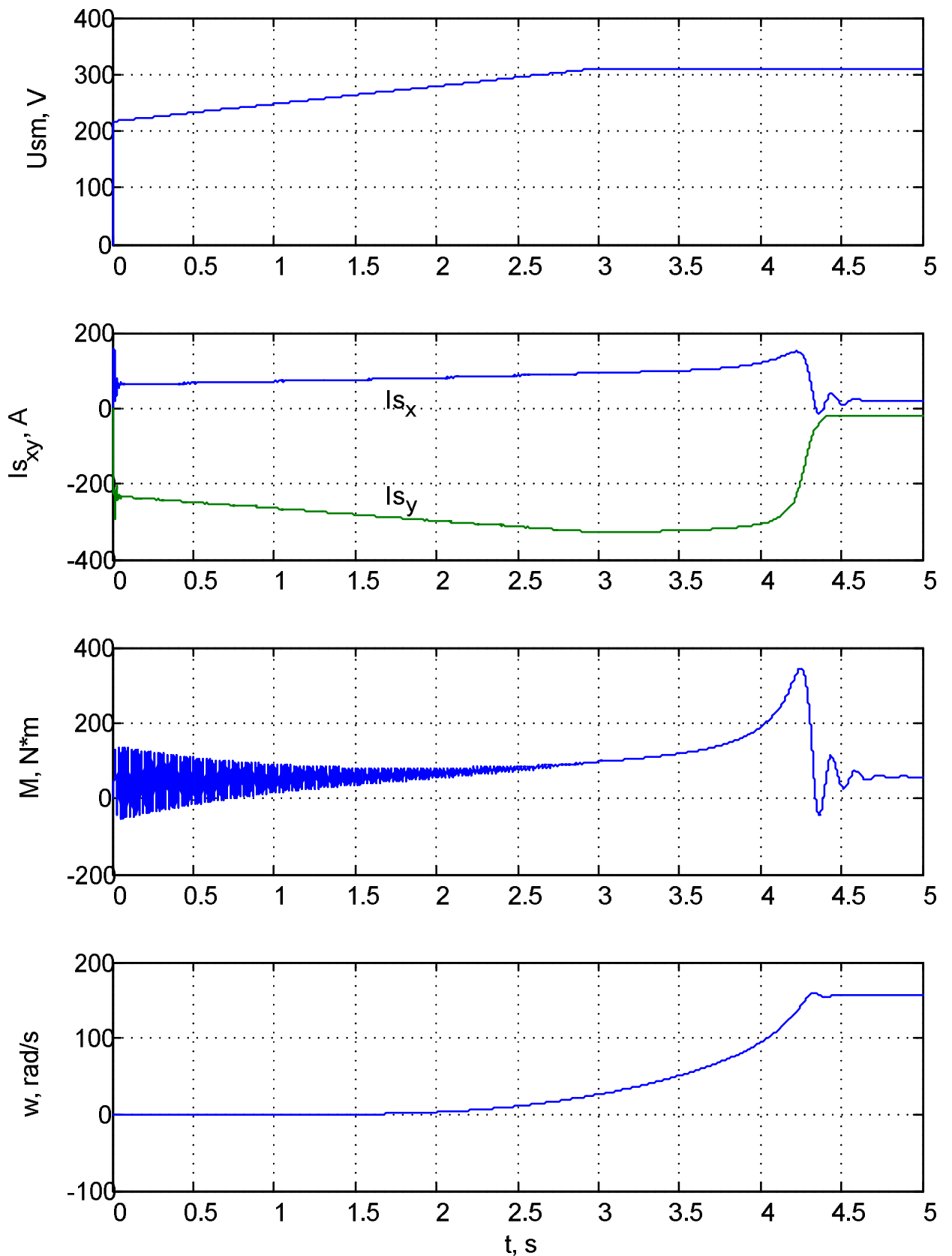


Рисунок 6.8 – Графіки перехідних процесів при плавному пуску асинхронного двигуна, отримані за допомогою моделі рис. 6.7

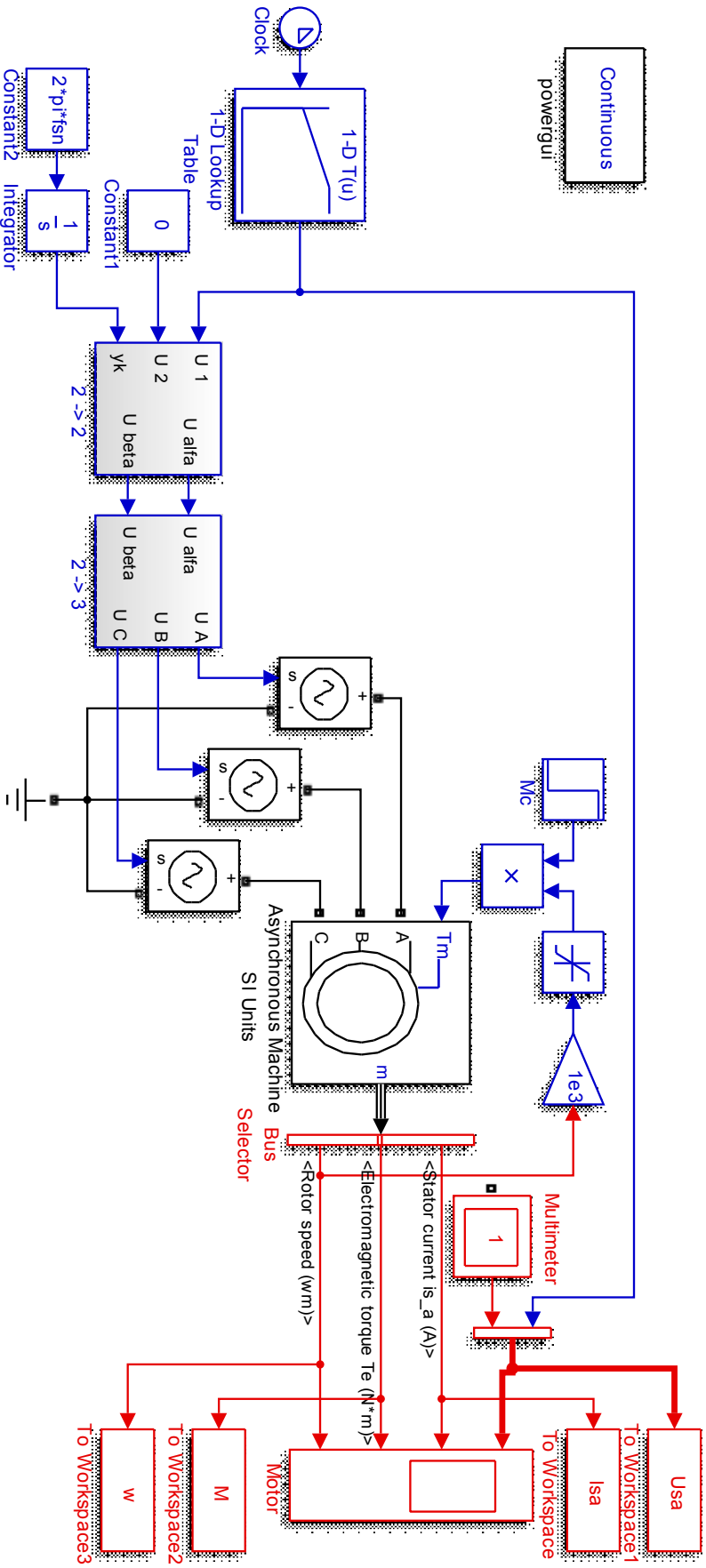
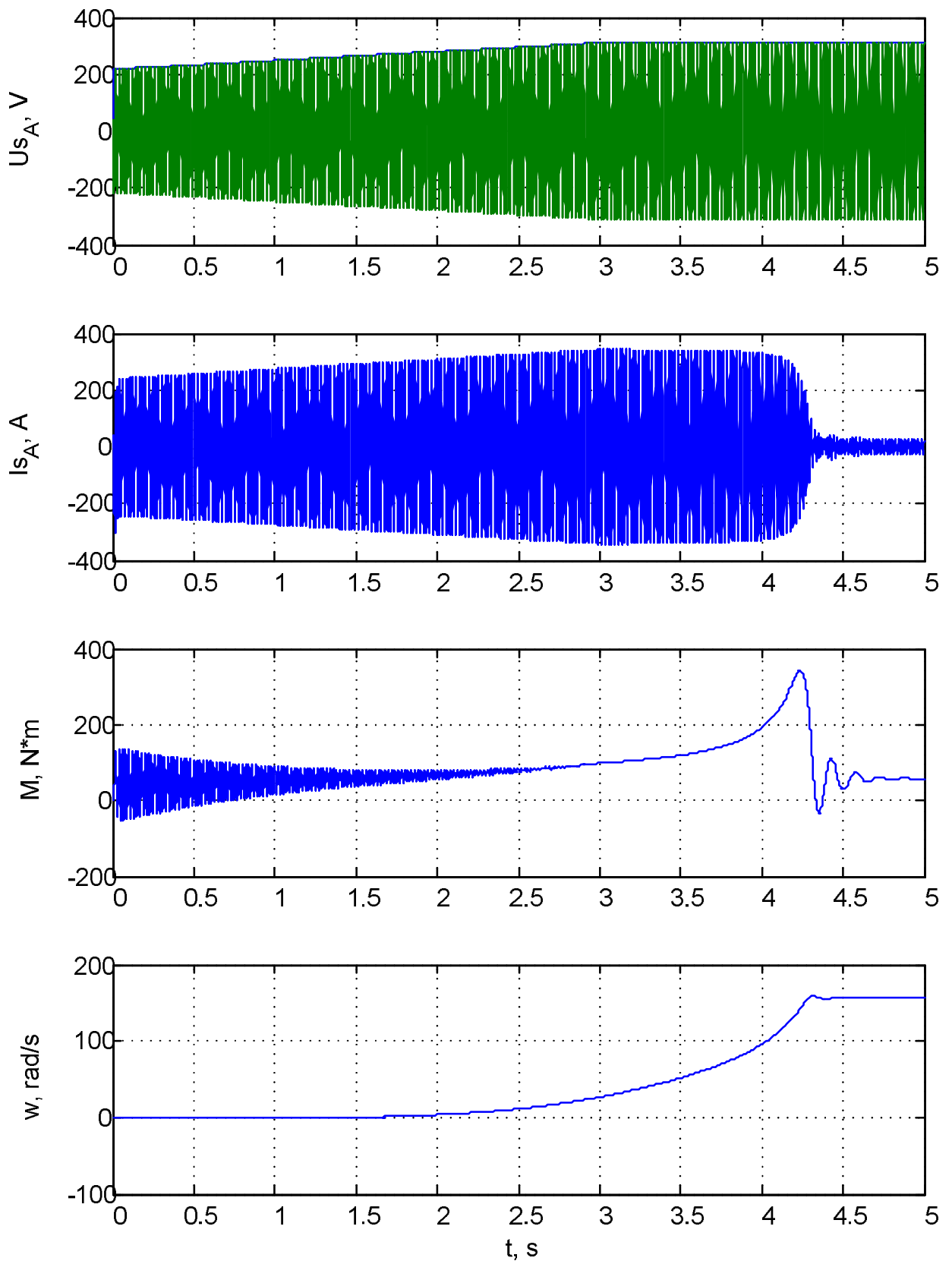


Рисунок 6.9 - Модель для дослідження плавного пуску АД за допомогою ідеалізованого ТПН із застосуванням віртуальної моделі двигуна бібліотеки SimPowerSystems



*Рисунок 6.10 – Графіки перехідних процесів при плавному пуску асинхронного двигуна, отримані за допомогою моделі рис.6.9. Шляхом нескладного доповнення моделі можуть бути реалізовані*

деякі цікаві особові випадки, а саме: корекція діаграми зміни напруги, наприклад, за рахунок введення короткочасного збільшення напруги на початку пуску – так званий *Boost* (додаткова напруга), коригування напруги живлення АД при реалізації енергозощаджувальних алгоритмів. Крім того, достатньо просто можна відобразити введення в систему регулювання додаткових зворотних зв'язків (за струмом, напругою, швидкістю), відповідних функціональних вузлів тощо.

### **6.3. Моделювання систем скалярного частотного регулювання швидкості**

Сучасні перетворювачі частоти (ПЧ) формують на виході практично синусоїдальну напругу, особливо при застосуванні для формування вихідної напруги широтно-імпульсної модуляції (ШІМ). Тому застосування моделей, що не враховують дискретність вихідної напруги перетворювача, є цілком допустимим, якщо дослідника не цікавлять особливості функціонування ПЧ.

Системи частотно-регульованого електропривода зі скалярним (вольт-частотним) керуванням, як відомо, дозволяють здійснювати регулювання швидкості у помірно широкому діапазоні (до 10:1), проте, на відміну від систем векторного керування, в них не вдається досягти високої якості перехідних процесів. В цілому характеристики таких систем багато в чому визначаються характером зміни вектора потокозчеплення статора, який, в свою чергу, залежить від параметрів АД та застосовуваного закону частотного керування. Чисельні різновиди таких систем описані у науково-технічній літературі, присвяченій керуванню електроприводами [26, 30-32, 36 та ін.]. Як і в попередньому випадку, для розв'язання поставленої задачі зручно застосувати модель АД у синхронній системі координат, орієнтованій за вектором напруги статора (рис. 4.6), тому що вхідними сигналами такої моделі є амплітуда і частота напруги статора.

У п. 4.3 описаний відносно простий модельний експеримент з

дослідження частотного пуску АД за пропорційним законом ( $U/f=const$ ) в розімкненій системі. В цьому пункті розглянемо замкнену систему скалярного частотного керування АД з регулятором швидкості, який іноді називають компенсатором ковзання. *Simulink*-модель такої системи подана на рис. 6.11.

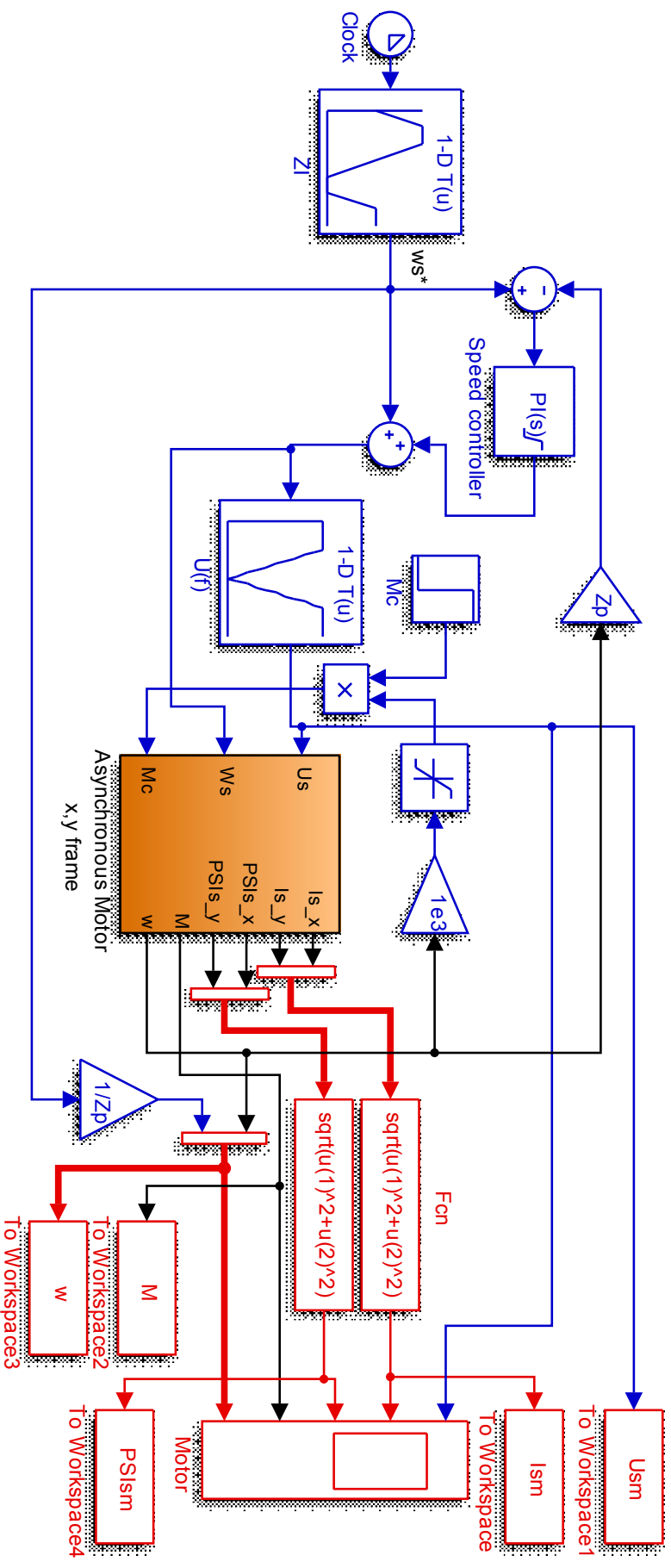
Бажана тахограма та залежність модуля просторового вектора напруги статора від кутової частоти (закон частотного керування) формуються за допомогою функціональних перетворювачів  $ZI$  та  $U(f)$ , створених за допомогою блоків *1-D Lookup Table*. Задане значення частоти утворюється як сума двох складових: сигналу завдання на швидкість від задатчика інтенсивності  $ZI$  та сигналу з виходу пропорційно-інтегрального регулятора швидкості з обмеженням вихідного сигналу (*Speed controller*). Регулятор швидкості реалізований за допомогою стандартного блоку *PID Controller* програми *Simulink*.

Результати математичного моделювання системи частотно-регульованого ЕП за знакозмінною тахограмою наведені на рис. 6.12.

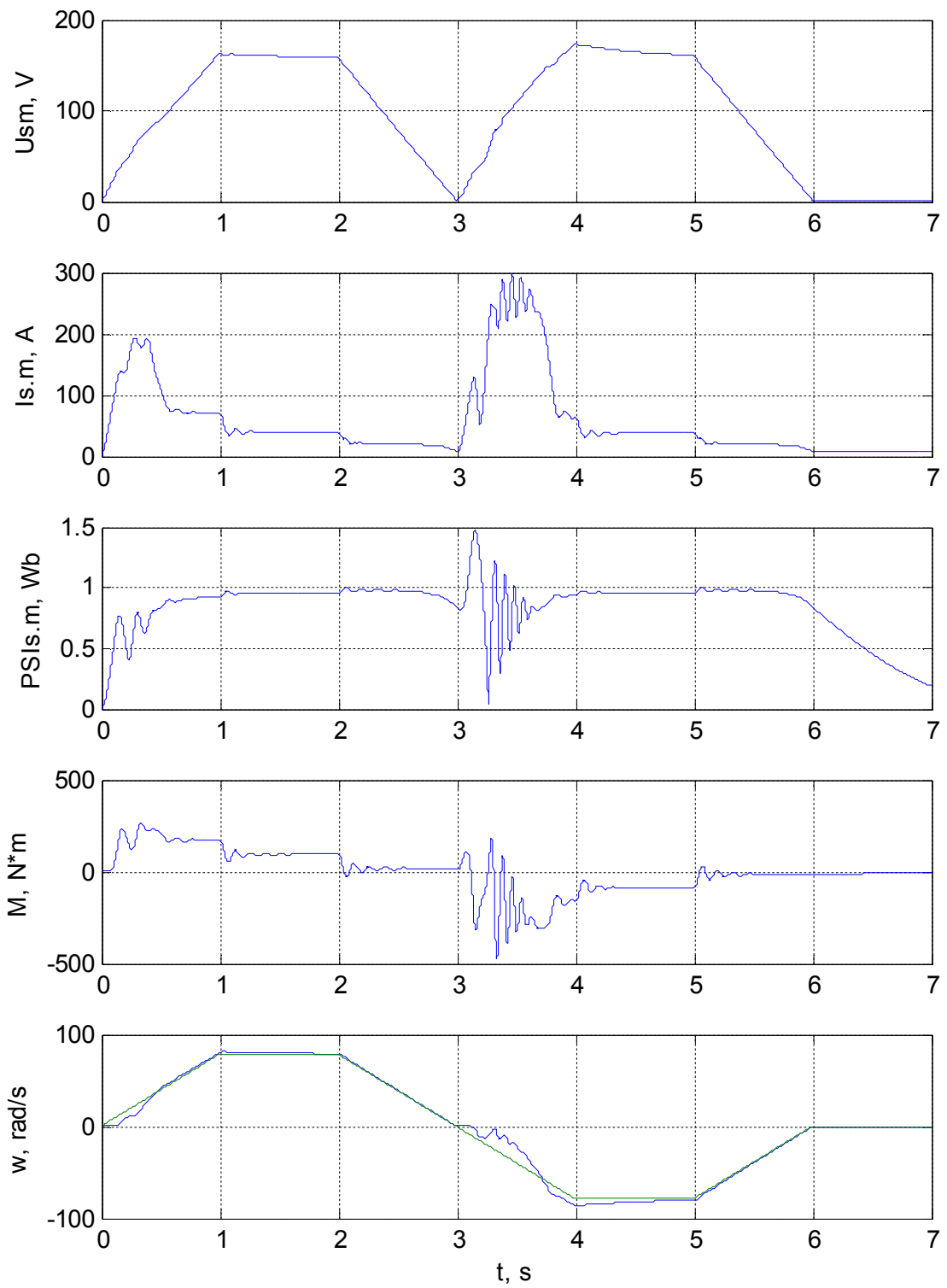
Шляхом аналізу отриманих результатів дослідник може зробити висновки про характер перехідних процесів в системі електропривода, про коректність настройки регулятора швидкості тощо.

Альтернативний, більш наочний, підхід до побудови моделі частотного, як і у попередньому випадку, реалізується через застосування стандартного блоку *Asynchronous Machine SI/pu Units* програми *SimPowerSystems*. Відповідна математична модель, що є еквівалентною моделі рис. 6.11, наведена на рис. 6.13.

Результати математичного моделювання системи частотно-регульованого ЕП при дослідженні аналогічних режимів роботи наведені на рис. 6.14.



**Рисунок 6.11 - Модель системи скалярного частотного керування зі зворотним зв'язком за швидкістю з використанням Simulink-моделі АД у синхронній ортогональній системі**



*Рисунок 6.12 – Графіки перехідних процесів, отримані за допомогою моделі рис. 6.11*

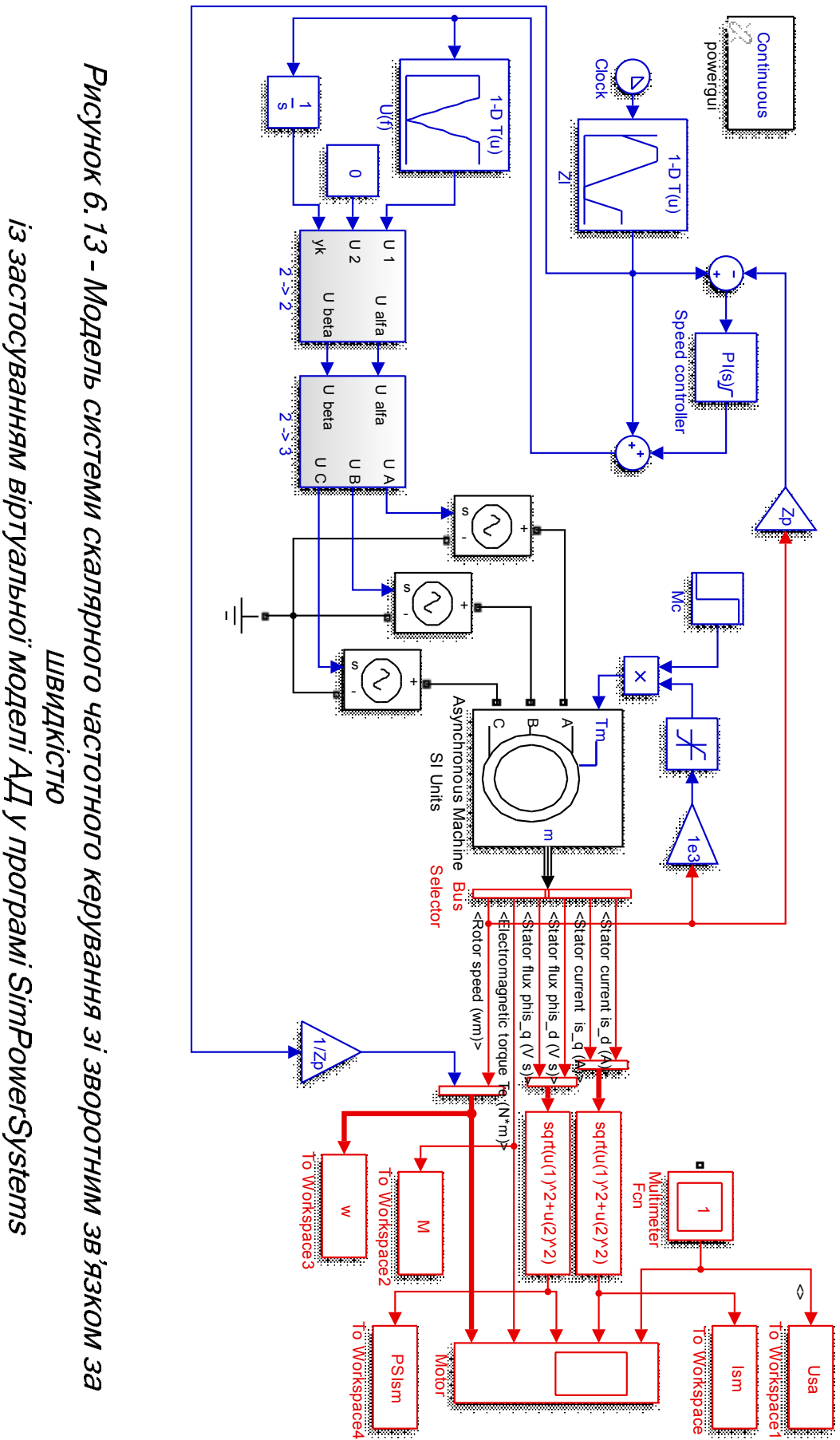
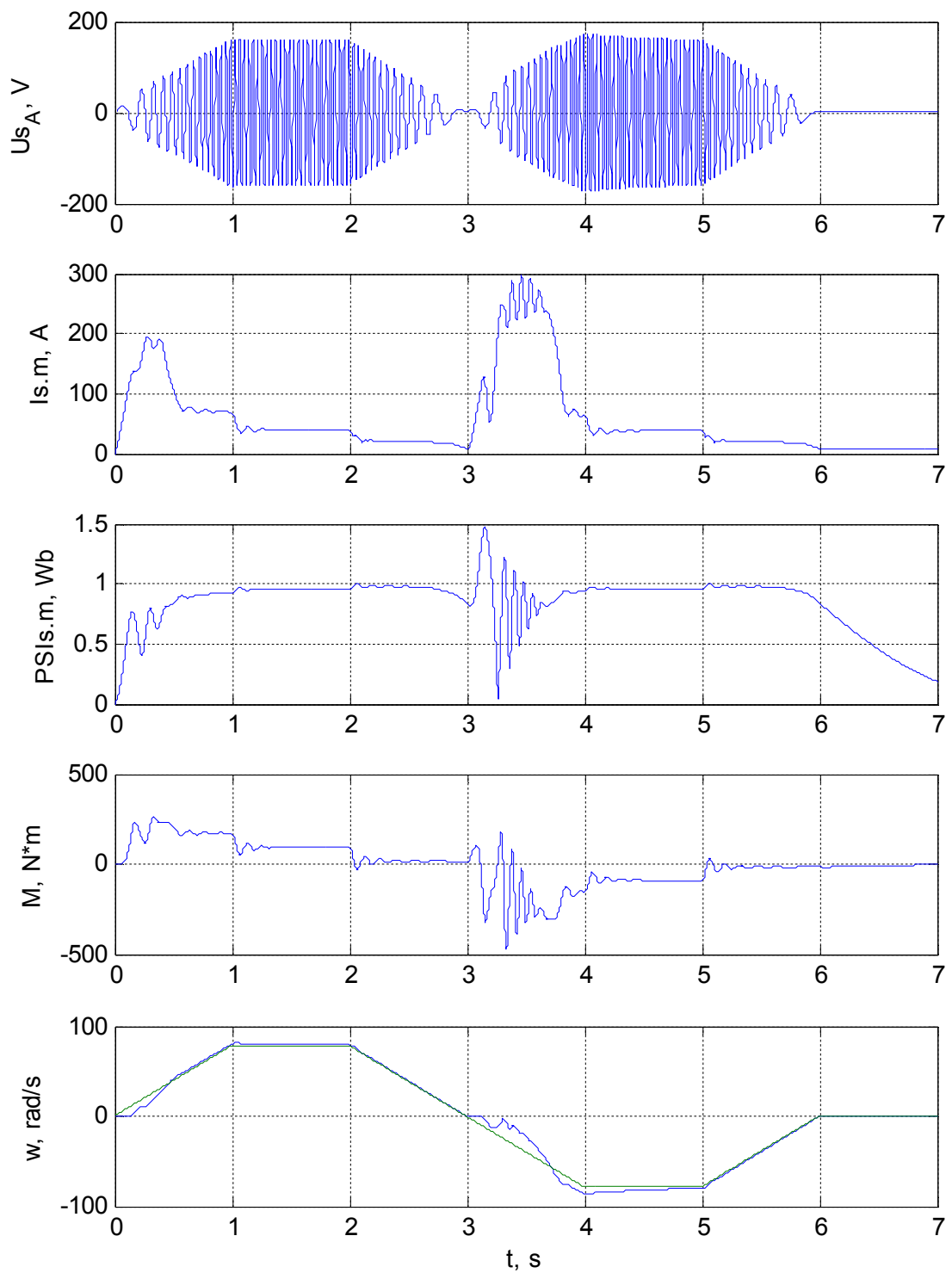


Рисунок 6.13 - Модель системи скалярного частотного керування зі зворотним зв'язком за ШВИДКІСТЮ

із застосуванням віртуальної моделі АД у програмі SimPowerSystems



*Рисунок 6.14 – Результати моделювання асинхронного частотно-регульованого електропривода зі скалярним керуванням, отримані за допомогою моделі рис.6.13.*

Характерною рисою моделі рис. 6.13 є формування фазних напруг за допомогою стандартного блоку керованого джерела напруги *Controlled Voltage Source*. Амплітуда фазної напруги статора та кутове положення вектора напруги задаються у синхронній ортогональній системі координат, після чого до напруги статора застосовуються координатні перетворення – спочатку перетворення  $xu \rightarrow \alpha\beta$ , потім перетворення  $\alpha\beta \rightarrow ABC$ .

За допомогою нескладного коригування наведених моделей можна урізноманітнити дослідження, наприклад, дослідити системи частотного керування з іншими тахограмами, при зміні закону частотного керування, введенні в систему регулювання додаткових зворотних зв'язків та відповідних функціональних вузлів, при реалізації енергозощаджувальних алгоритмів, тощо.

#### **6.4. Моделювання системи векторного керування швидкістю асинхронного двигуна**

Векторне керування швидкістю асинхронного електроприводу, синтезоване з використанням математичної моделі АД в системі координат, орієнтованій за полем ротора, як відомо, застосовуються при підвищених вимогах до якості перехідних процесів, точності відпрацьовування заданої тахограми, широкому діапазоні регулювання. Варіанти побудови систем векторного керування (СВК), що відрізняються одна від одної типом застосовуваного перетворювача частоти, набором регульованих координат, упереджувальних та зворотних зв'язків, функціональних вузлів та ін. достатньо широко освітлені в літературі [24, 27, 29-31, 33, 34 та ін.].

Застосування принципу векторного управління дозволяє створювати високодинамічні системи електроприводу (СЕП) широкого застосування з практично будь-яким потрібним діапазоном регулювання швидкості. Векторне управління призване забезпечити у першій зоні регулювання швидкості закон частотного керування  $|\tilde{\Psi}_r| = const$ , а у другій – зменшення

потокосцеплення ротора у зворотно-пропорційній залежності від завдання на швидкість. Отож, потрібні статичні та динамічні властивості СЕП можна забезпечити шляхом використання двоканальної САК з каналом керування механічними координатами (момент, швидкість) та каналом керування потокосцеплення ротора або потокоутворюючої складової струму статора. При векторному керуванні враховується взаємне положення узагальнених векторів електромагнітних величин.

В силовій схемі таких СЕП звичайно використовується ПЧ на основі некерованого випростувала та інвертора напруги (для тихохідних СЕП можливе також застосування безпосередніх перетворювачів частоти), формування вихідної напруги якого відбувається з використанням принципу широтно-імпульсної модуляції (ШІМ). Функціональна схема СВК короткозамкненим АД для випадку, коли усі регульовані координати можуть бути виміряні, наведена на рис. 6.15. Система має два канали керування: модулем вектора потокосцеплення ротора  $\Psi_r$ , та кутовою швидкістю ротора  $\omega$ , кожний з каналів має по два контури регулювання.

Завдання сигналів здійснюється у системі координат  $dq$ , орієнтованій за вектором потокосцеплення ротора.

Перетворення вихідних сигналів регуляторів струму до природної трифазної системи координат статора виконується у 2 етапи: спочатку перетворювачем  $2 \rightarrow 2$  із  $dq$  в  $\alpha\beta$ , а потім перетворювачем  $2 \rightarrow 3$  із  $\alpha\beta$  в  $ABC$ . Виміряні за допомогою датчиків струму (ДС) трифазні сигнали перетворюються в систему  $dq$  також у 2 етапи у зворотному порядку.

Регулятори внутрішніх контурів регулювання складових струму статора звичайно виконуються пропорційно-інтегральними.

Шляхом застосування датчиків Холла або вимірювальних обмоток виконується вимір складових головного потокосцеплення  $\tilde{\Psi}_m$  у системі координат  $ABC$ .

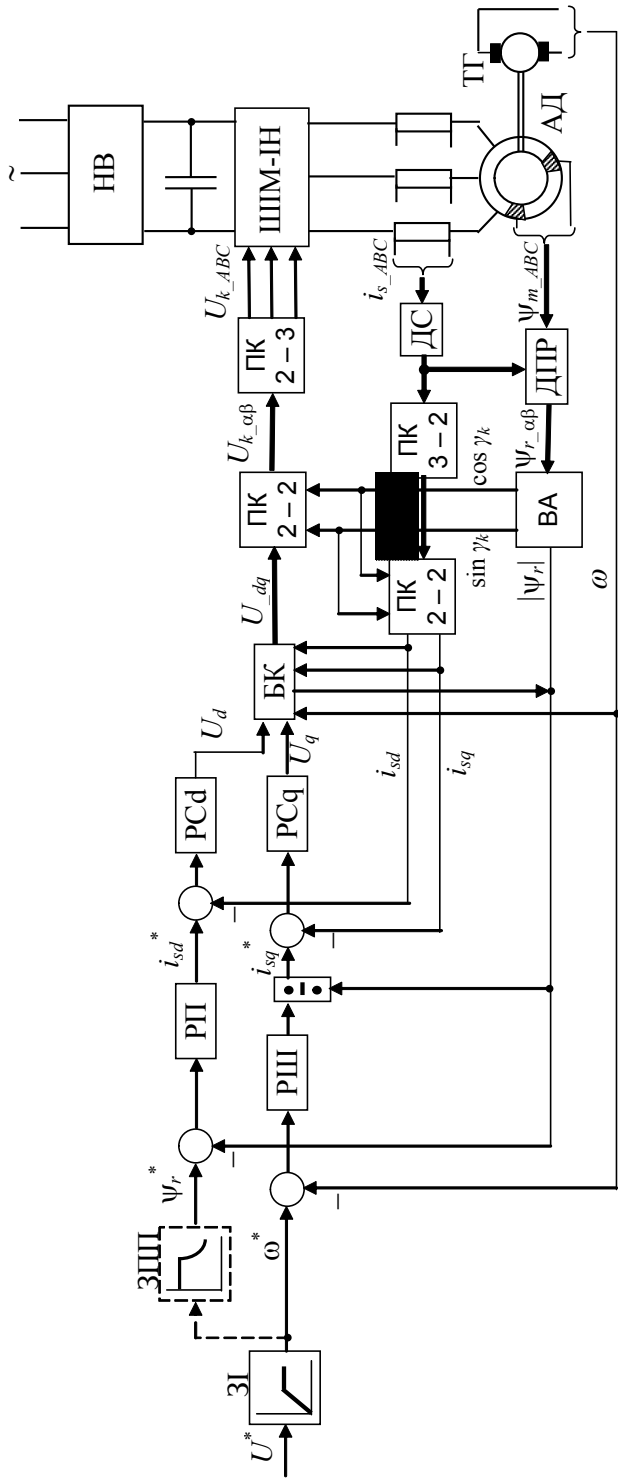


Рисунок 6.15 – Функціональна схема системи векторного управління АД з орієнтацією за вектором потокозчеплення ротора:

- НВ, ШПМ-ІН – некерований випростувач та інвертор напруги з ШПМ-комутацією перетворювача частоти;
- АД – асинхронний двигун; ДС, ДПП, ТГ – датчики струму, потокозчеплення ротора та швидкості відповідно;
- ПК – перетворювачі координат; ВА – векторний аналізатор; БК – блок компенсації; РШ, РП, РСd, РСq – регулятори швидкості, потокозчеплення ротора,  $d$ - і  $q$ -складових струму статора відповідно;
- ЗІ, ЗПШ – задавачі інтенсивності та послаблення поля (опціональний) відповідно

Складові потокозчеплення ротора  $\tilde{\Psi}_r$  обчислюються у датчику потокозчеплення ротора ДПР за такими залежностями (без урахування коефіцієнту передачі датчиків Холла):

$$\begin{cases} \Psi_{r\alpha} = k_r^{-1} \Psi_{m\alpha} - L_{r\sigma} i_{s\alpha}, \\ \Psi_{r\beta} = k_r^{-1} \Psi_{m\beta} - L_{r\sigma} i_{s\beta}. \end{cases} \quad (6.1)$$

Виділення сигналів амплітуди та фази вектора  $\tilde{\Psi}_r$  здійснюється у векторному аналізаторі (ВА). Сигнал, пропорційний до модуля вектору потокозчеплення ротора, заводиться на блок порівняння регулятора потокозчеплення (РП) (який, до речі, звичайно виконується ПІ-типу), а гармонічні сигнали  $\cos \gamma_k$  та  $\sin \gamma_k$  беруть участь у перетвореннях координат 2→2 шляхом їх заведення до відповідних координатних перетворювачів (ПК 2-2).

Вимір швидкості обертання ротора АД виконується за допомогою тахогенератора (ТГ), встановленого на валу двигуна. Регулятор швидкості (РШ) звичайно виконується пропорційним (П-) або пропорційно-інтегральним (ПІ-типу), в залежності від необхідності надання системі астатичних властивостей. Блок ділення на вході контуру регулювання  $q$ -складової струму статора компенсує операцію множення на потокозчеплення ротора при формуванні електромагнітного моменту в об'єкті регулювання.

Сигнали з виходів регуляторів швидкості ( $i_{sq}^*$ ) та потокозчеплення ( $i_{sd}^*$ ) повинні бути обмежені.

Сигнал завдання на швидкість обертання ротора двигуна отримується за допомогою задавача інтенсивності (ЗІ), завдання на потокозчеплення може бути організовано незалежно (завдання конкретної бажаної величини потокозчеплення ротора в однозонних системах) або в функції завдання на швидкість шляхом застосування нелінійного задавача послаблення поля (ЗПП).

Для усунення впливу перехресних та зворотних зв'язків  $dq$ -моделі АД на якість перехідних процесів система векторного керування доповнюється блоком компенсації (БК), який являє собою перелічені вище сигнали з

протилежним знаком, заведені на вхід інвертора напруги. На практиці компенсуються не всі зв'язки, а лише найбільш впливові.

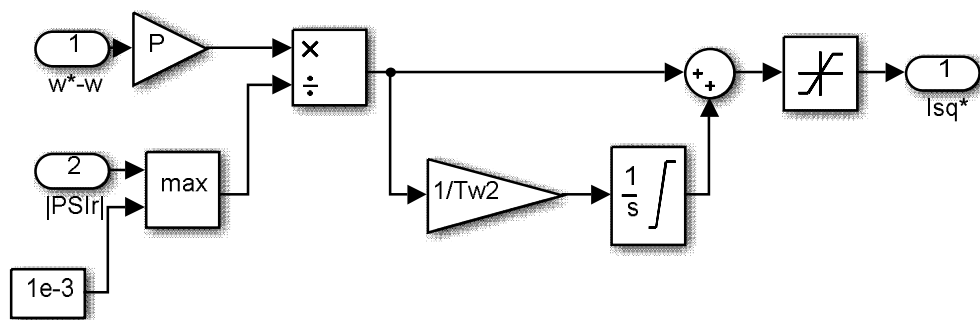
Якщо перетворювач частоти (ПЧ) розглядати як ідеальне джерело синусоїдальної напруги регульованої амплітуди і частоти, то найбільш зручно використовувати для моделювання СВК структурну математичну модель АД в ортогональній системі координат, орієнтованій за вектором потокозчеплення ротора (див. п. 4.4). В цьому разі модель СВК не буде мати у своєму складі жодного координатного перетворювача.

Така Simulink-модель СВК наведена на рис. 6.16. Застосування моделі двигуна у відповідній системі координат (вміст моделі поданий на рис. 4.10) надає можливість досліднику спостерігати за процесами в машині, «обертаючись» при цьому синхронно з полем ротора.

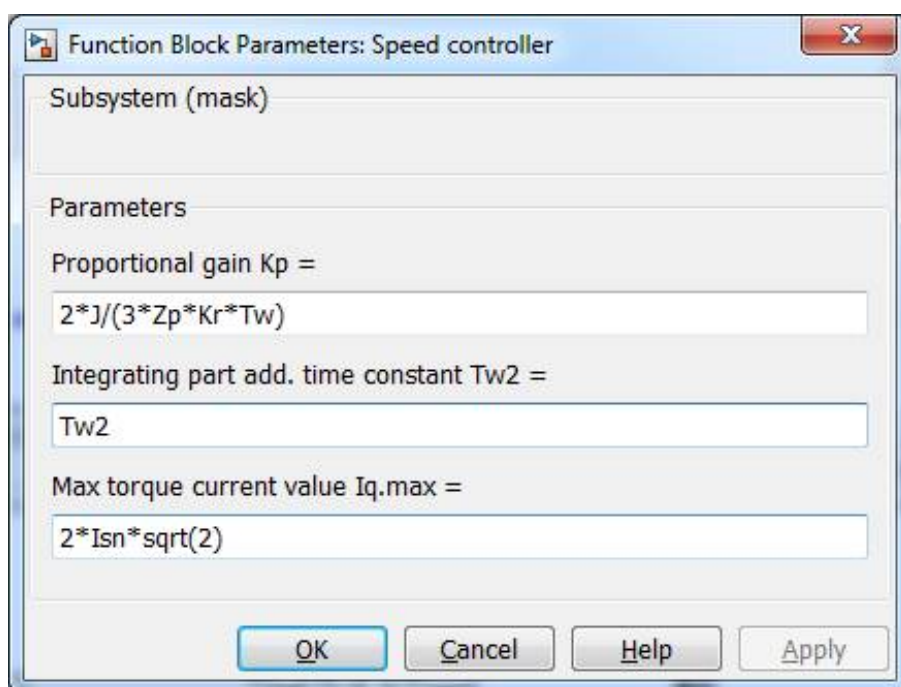
Модель відображає наявність двох каналів регулювання в системі векторного керування – модуля потокозчеплення ротора та електромагнітного моменту. Складові, що відповідають проекціям векторів напруги та струму статора на вісь  $d$ , мають сенс «потокоутворюючих», а проекції на вісь  $q$  – «моментоутворюючих». Кожен з каналів виконується у вигляді двоконтурної системи підпорядкованого регулювання. В досліджуваній моделі усі регулятори пропорційно-інтегральні. ПІ-регулятори струмів та ПІ-регулятор потокозчеплення ротора реалізовані за допомогою блоку PID Controller програми Simulink. Щодо регулятора швидкості з обмеженням вихідного сигналу (Speed controller), який формує задане значення «моментоутворюючої» складової струму  $i_{sq}^*$ , то його структура наведена на рис. 6.17.

При моделюванні спочатку подається завдання на потокозчеплення ротора в режимі холостого ходу, розраховане за формулами (2.35). В даному випадку воно сформовано стрибкоподібно. Тільки згодом (після намагнічування машини) завдання від задатчика інтенсивності  $ZI$  надходить на вхід регулятора швидкості.





a)



б)

Рисунок 6.17 – Модель регулятора швидкості (блок Speed controller) з обмеженням вихідного сигналу та адаптацією до зміни модуля потокозчеплення ротора (а) та діалогове вікно встановлення параметрів (б)

В СВК передбачена можливість послаблення поля АД у функції поточного завдання на швидкість  $w^*$  (блок задатчика послаблення поля Field Reduction при підвищенні заданої частоти напруги вище номінальної задає зниження модуля вектора потокозчеплення ротора у зворотно пропорційній

залежності до завдання на швидкість). У такий спосіб швидкість двигуна можна регулювати у другій зоні.

Модель рис. 6.16 можна доповнити двома аперіодичними ланками з малими сталими часу, залежними від частоти широтно-імпульсної модуляції (ШІМ), що відображають інерційність ПЧ, та пристроями компенсації впливу сигналів перехресних та зворотних зв'язків dq-моделі АД на якість перехідних процесів СВК.

Спостережуваними координатами в моделі рис. 6.16 обрані складові по осях  $d$  і  $q$  узагальнених векторів напруги та струму статора, модуль вектору поточкозчеплення ротора, електромагнітний момент та швидкість двигуна. Результати моделювання за допомогою описаної моделі наведені на рис. 6.18.

Отже, модель системи в системі координат, орієнтованій за вектором поточкозчеплення ротора, дозволяє відстежити усі процеси, що характеризують застосований алгоритм керування. На основі цієї моделі виконується структурний синтез системи керування.

Приклад більш наочного варіанту моделі системи векторного керування АД з орієнтацією за вектором поточкозчеплення ротора наведений на рис. 6.19. Модель власно САР, у порівнянні з моделлю рис. 6.16, залишилася незмінною. У той же час у даній моделі є потреба у блоках, що узгоджують значення сигналів у системі координат, орієнтованій за поточкозчепленням ротора, з відповідними значеннями у фазних координатах. Тому модель рис. 6.19 має два канали координатних перетворень.

Пряме перетворення виконується над сигналами заданої напруги статора у два етапи, як і у попередніх випадках, – спочатку перетворення  $dq \rightarrow \alpha\beta$  у відповідності до (3.19) та  $\alpha\beta \rightarrow ABC$  у відповідності до (3.11), (3.12).

Зворотному координатному перетворенню підлягає сигнал струму статора: спочатку виконується перетворення  $ABC \rightarrow \alpha\beta$  у відповідності до (3.9), (3.10), а потім – перетворення  $\alpha\beta \rightarrow dq$  згідно із (3.17).

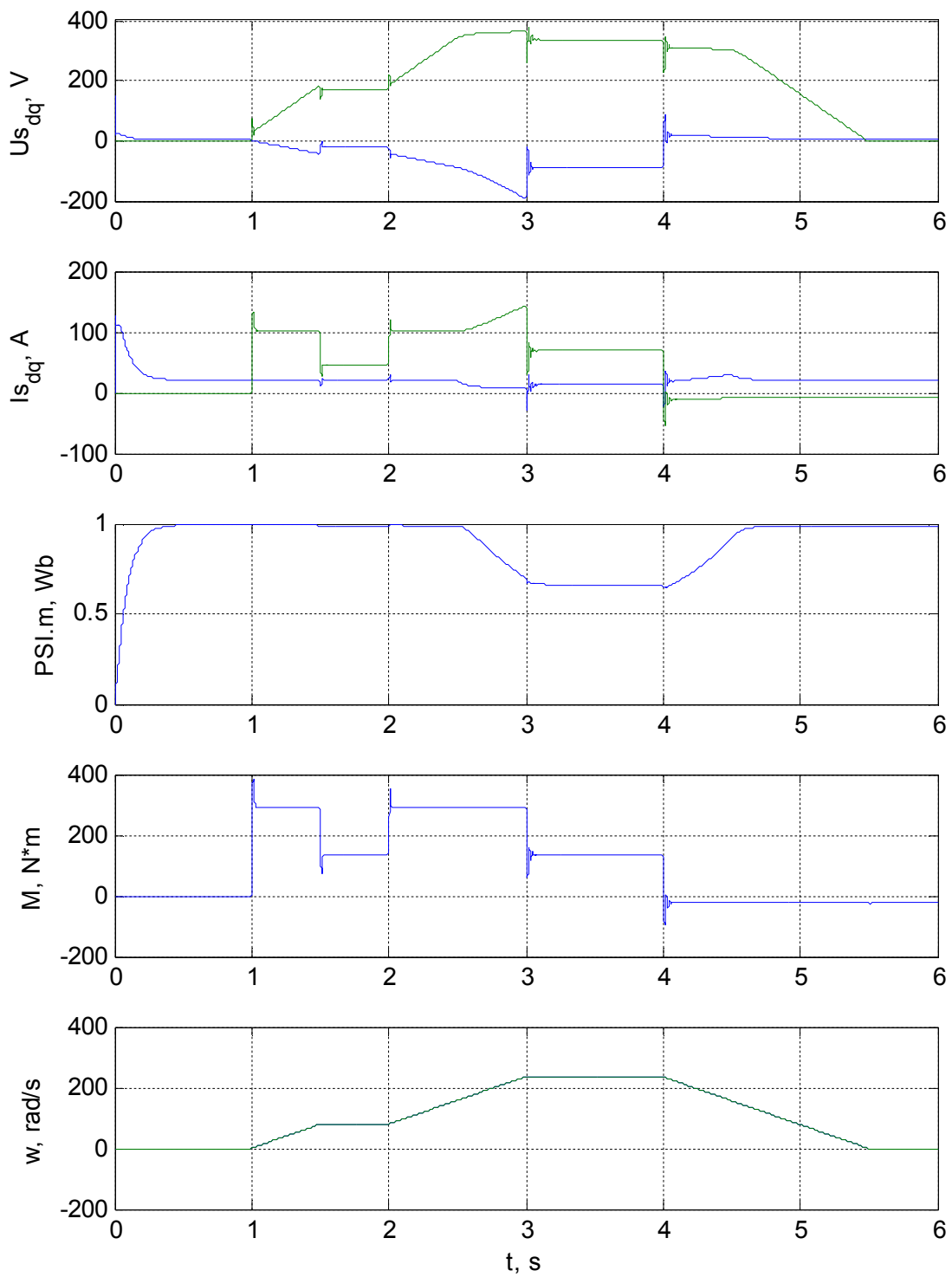


Рисунок 6.18 – Графіки перехідних процесів, що отримані за допомогою моделі рис. 6.16

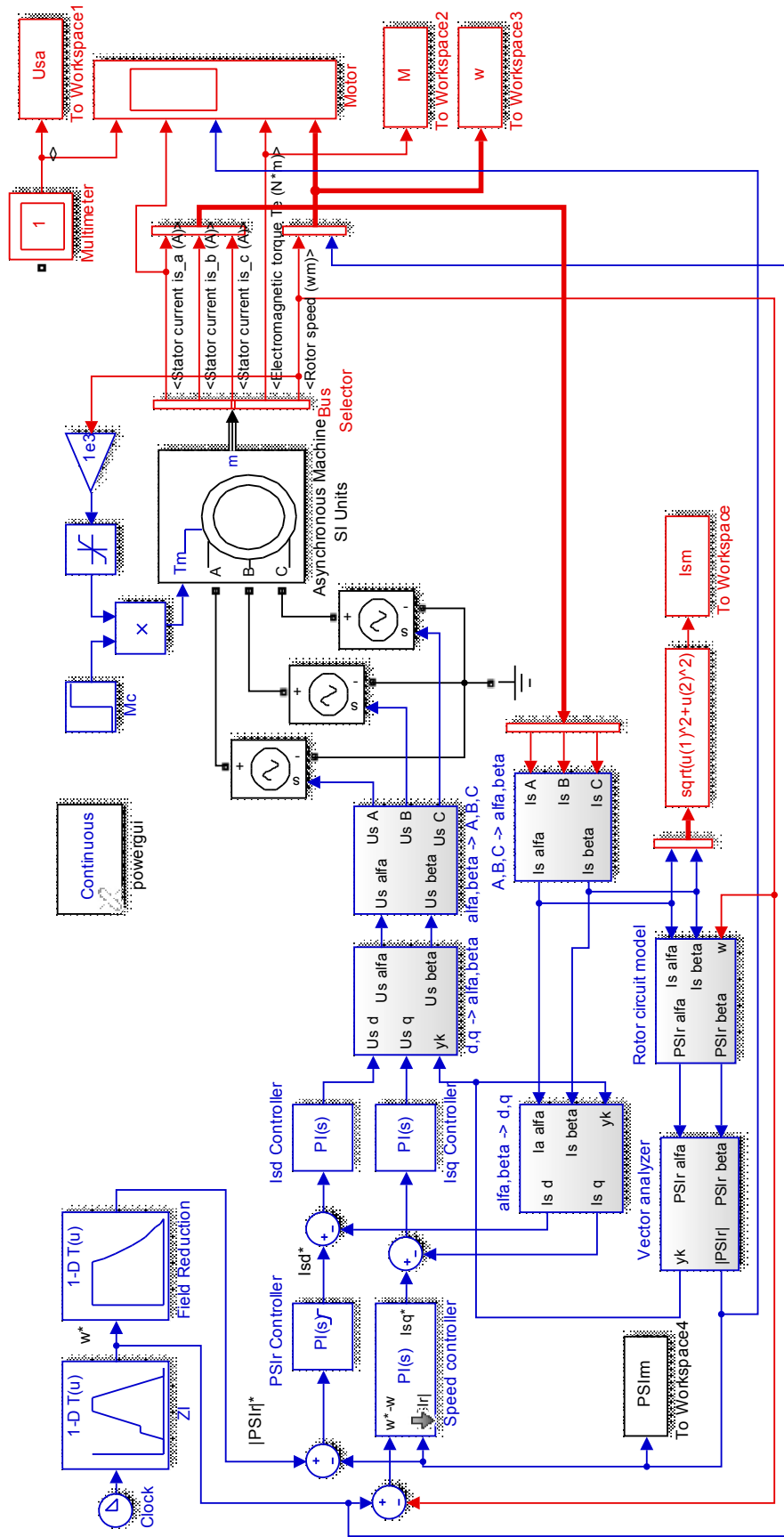


Рисунок 6.19 - Модель системи полеорієнтованого векторного керування АД (FOD) із застосуванням SPS-моделі АД

В розширеній моделі (рис. 6.19) передбачена також імітація непрямого визначення складових вектора потокозчеплення ротора (блок Rotor circuit model), а також обчислення модуля і кутового положення вектора (блок Vector analyzer). Кутове положення вектора потокозчеплення ротора застосовується для орієнтації системи координат dq, тобто, бере участь у координатних перетворюваннях  $\alpha\beta \rightarrow dq$  та  $dq \rightarrow \alpha\beta$ . Слід зауважити, що в реальних СВК частіше визначають не кутове положення  $\gamma_k$  вектору  $\tilde{\Psi}_r$ , а одразу синус та косинус цього кута

$$\sin \gamma_k = \Psi_{r\beta} / |\Psi_r|, \quad \cos \gamma_k = \Psi_{r\alpha} / |\Psi_r|,$$

де

$$|\Psi_r| = \sqrt{\Psi_{r\alpha}^2 + \Psi_{r\beta}^2},$$

які і визначаються простіше, і використовуються у вже готовому вигляді в синусно-косинусних КП.

В моделі передбачена реєстрація значень напруги та струму фази А статора, модуля вектора потокозчеплення ротора, електромагнітного моменту та швидкості АД.

Результати моделювання подані на рис. 6.20. Аналіз результатів дозволяє зробити ті ж самі висновки, що можуть бути отримані за допомогою моделі рис. 6.15, але додатково надає інформацію про миттєві значення і форму фазних величин. Наприклад, можна відстежити, як змінюються амплітуда та частота напруги статора в досліджуваній системі векторного керування. У попередній моделі для досягнення цієї ж мети необхідно було б долучити аналогічні додаткові блоки координатних перетворень. Вочевидь, модель рис. 6.19 більш наближена до реальних СВК, але в ній, на відміну від моделі рис. 6.16, набагато складніше організувати компенсацію сигналів перехресних та зворотних зв'язків двофазної полеорієнтованої моделі АД за причиною її відсутності.

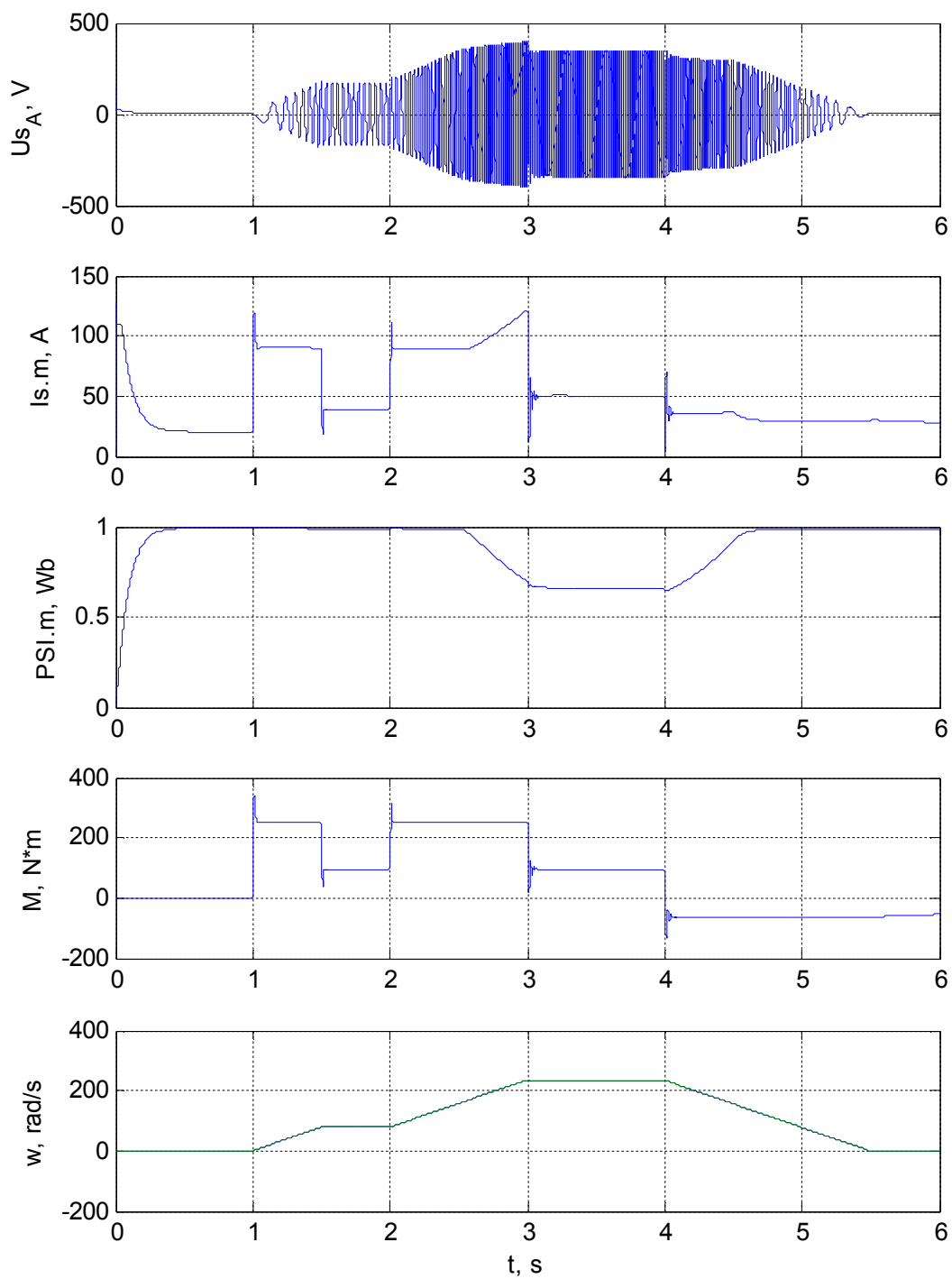


Рисунок 6.20 – Графіки перехідних процесів в системі векторного керування, отримані за допомогою моделі рис. 6.19

## 6.5. Дослідження замкненої системи електропривода за схемою «асинхронно-вентильний каскад»

Система електропривода за схемою «асинхронно-вентильний каскад» (АВК), описана, наприклад, у [51], уявляє собою один з розповсюджених способів регулювання швидкості АД з фазним ротором, який полягає у введенні в коло ротора ЕРС постійного струму  $E_{di}$ , спрямованої назустріч власній ЕРС обертання ротора  $E_{dr}$ . В результаті в колі постійного струму і в колі ротора в усталеному режимі протікає струм

$$I_d = \frac{E_{dr} - E_{di}}{R_d},$$

де  $R_d$  – еквівалентний активний опір кола спрямованого струму. Взаємодіючи з магнітним полем статора, цей струм утворює електромагнітний момент АД, який і приводить вал двигуна до руху.

Найбільш поширений варіант замкненої системи за схемою АВК – це двоконтурна система підпорядкованого регулювання (СПР) швидкості з внутрішнім контуром регулювання випрямленого струму ротора та зовнішнім контуром швидкості. Для дослідження такої системи доцільно застосовувати віртуальну SPS-модель АД, яка доповнюється імітаційною моделлю кола ротора. Такий підхід в даному випадку спрощує процедуру побудови моделі і дозволяє врахувати специфічні особливості системи електропривода.

Не вдаючись у деталі принципу регулювання і настройки параметрів регуляторів, наведемо лише загальний опис моделі двоконтурної СПР швидкості, наведеної на рис. 6.20, яка містить регулятор струму пропорційно-інтегрального типу і пропорційний регулятор швидкості.

Модель кола ротора включає некерований діодний випрямляч за мостовою схемою (блок *Universal Bridge*), дросель (блок *Series RLC Branch*) та керований інвертор, представлений ідеалізованою моделлю (блок *Controlled Voltage Source*).

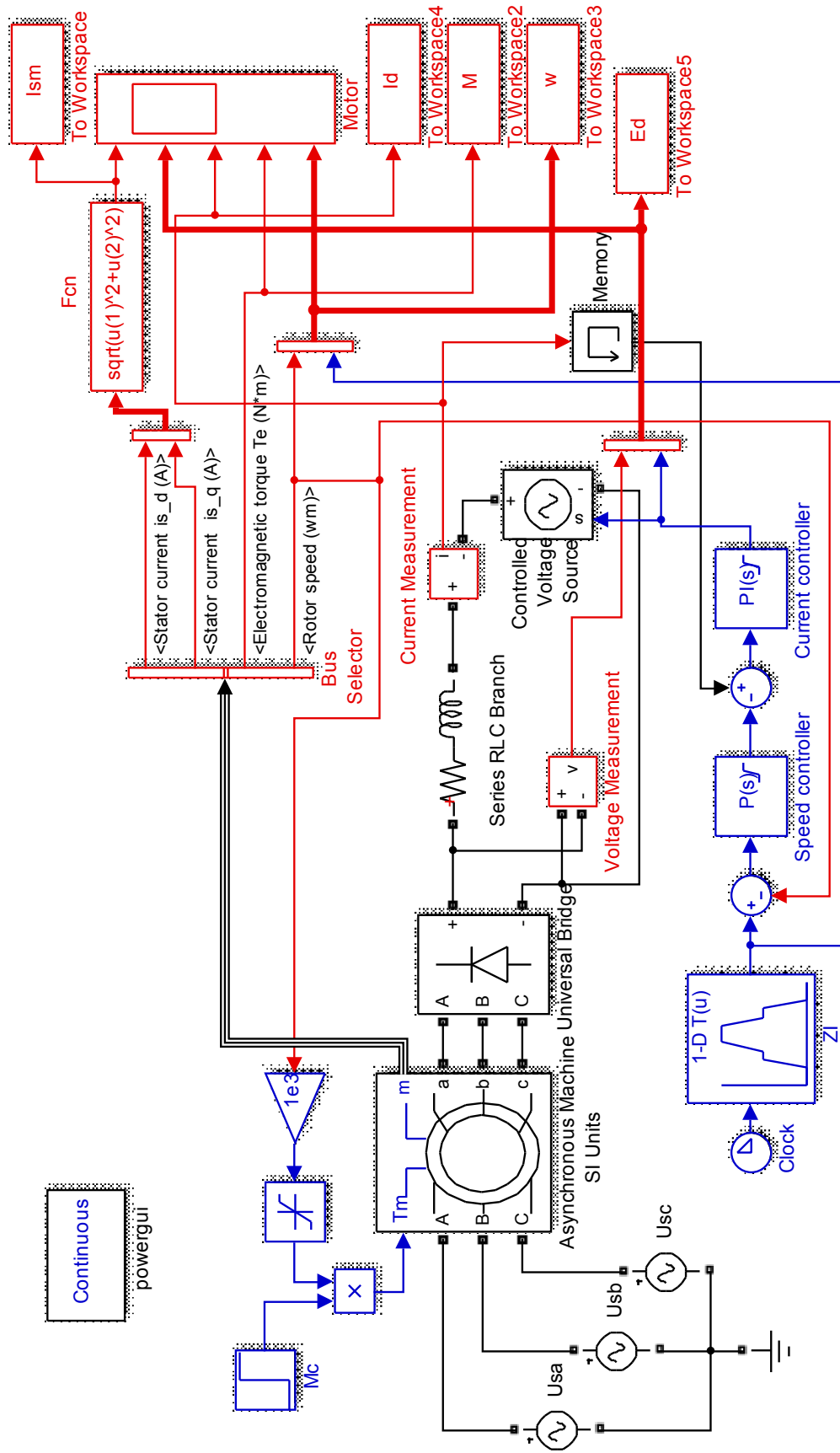


Рисунок 6.21 – Модель замкнутої системи електропривода за схемою АВК

Така структура однозначно визначає напрямок протікання

випрямленого струму.

Сигнал заданої ЕРС інвертора формується регулятором струму (*Current Controller*) з обмеженням вихідного сигналу на рівні  $0 \dots E_{di,max}$ , де нижня межа враховує однозначність напрямку ЕРС, що вводиться в коло ротора, верхня межа задає максимальне значення ЕРС.

Завдання на випрямлений струм формується регулятором швидкості (*Speed Controller*), виконаний з однополярним обмеженням вихідного сигналу. У колі зворотного зв'язку за струмом передбачений блок *Memory*, який робить затримку на один крок чисельного інтегрування (для запобігання утворенню алгебраїчного контуру).

За допомогою задатчика інтенсивності *ZI*, побудованого за допомогою блоків *Clock* та *Look Up Table 1-D*, формується бажана кусочно-лінійна тахограма.

В моделі реєструються характерні сигнали системи – струм статора (ефективне значення) та випрямлений струм ротора, ЕРС ротора та проти-ЕРС інвертора, електромагнітний момент АД, завдання на швидкість та фактична кутова швидкість двигуна.

Результати моделювання показані на рис. 6.22.

В момент часу  $t=0$  до мережі підключаються обмотки статора, виникає перехідний процес, пов'язаний з утворенням магнітного поля АД; замкнена система підтримує нульову швидкість двигуна (режим стоянки), вводячи проти-ЕРС інвертора, що приблизно дорівнює 500 В.

В момент часу  $t=1$ с подається сигнал завдання на контур швидкості, двигун розганяється до половинної швидкості (60 рад/с), в момент  $t=2$ с завдання на швидкість збільшується. Замкнена система забезпечує зменшення проти-ЕРС інвертора, в результаті двигун розганяється.

Приблизно при  $t=2,5$ с двигун досягає усталеної швидкості 120 рад/с. Проти-ЕРС інвертора при цьому дорівнює 110 В.

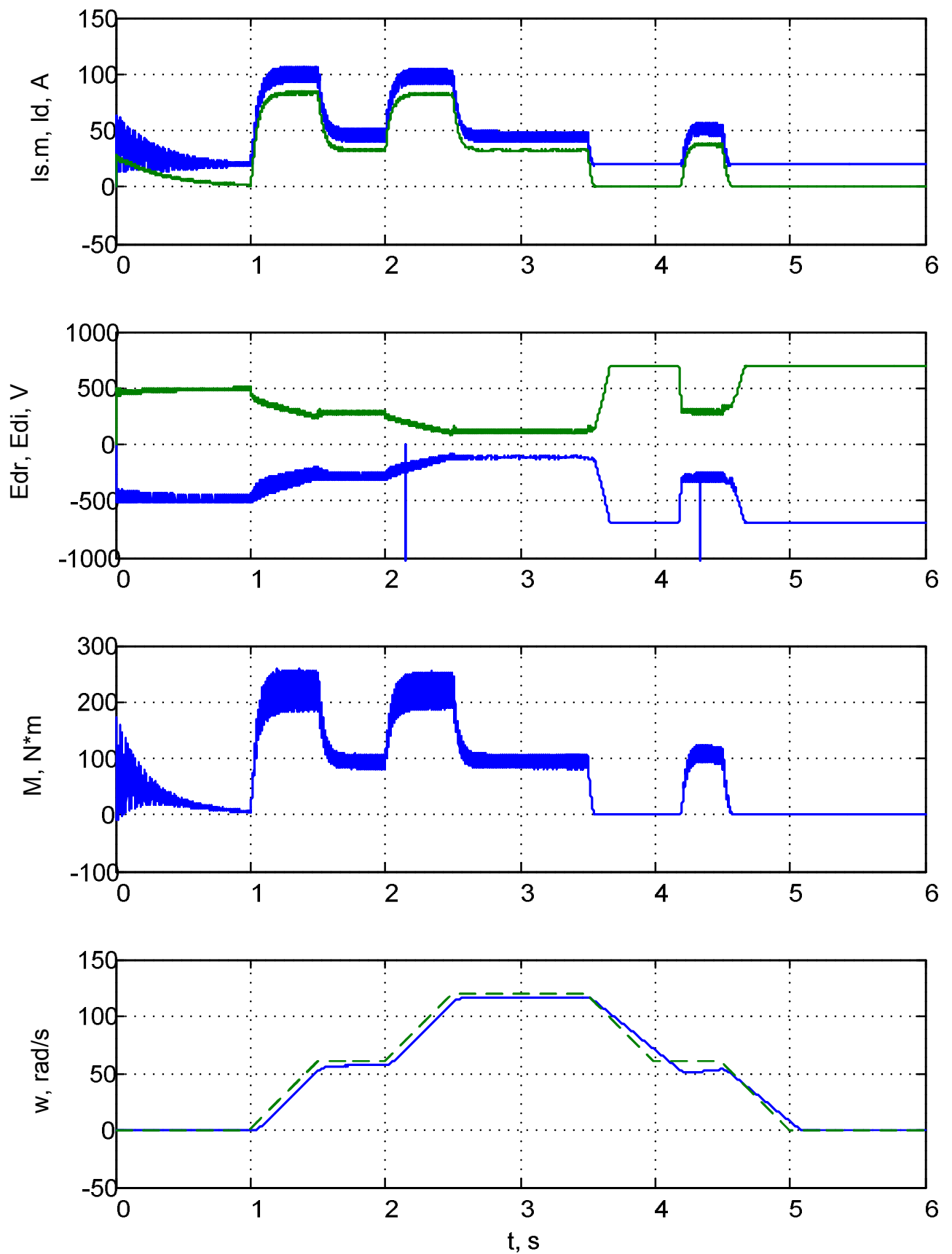


Рисунок 6.22 – Результати моделювання замкненої системи АВК

В момент часу  $t=3,5\text{с}$  завдання на швидкість зменшується, розпочинається гальмування, яке, з урахуванням однобічної провідності випрямляча, відбувається в режимі вибігу (випрямлений струм ротора та електромагнітний момент АД на ділянках гальмування дорівнюють нулю). ЕРС інвертора при цьому збільшується до максимальної величини.

В момент часу  $t=3,5\text{с}$  завдання на швидкість зменшується, розпочинається гальмування, яке, з урахуванням однобічної провідності випрямляча, відбувається в режимі вибігу (випрямлений струм ротора та електромагнітний момент АД на ділянках гальмування дорівнюють нулю). ЕРС інвертора при цьому збільшується до максимальної величини.

На ділянці гальмування присутній проміжний шабель (4,0÷4,5) с, на якому швидкість двигуна стабілізується. Через деякий час (обумовлений інерційністю системи) ЕРС ротора, збільшуючись в процесі гальмування, перевищує за величиною ЕРС інвертора. В колі ротора виникає струм, привод стає керованим, і переходить на роботу з усталеною швидкістю.

Наприкінці відбувається гальмування до нульової швидкості в режимі вибігу.

Представлена модель дозволяє досліджувати статичні та динамічні процеси в замкненій системі електропривода за схемою АВК, не беручи до уваги дискретність роботи інвертора напруги.

## **6.6. Контрольні запитання та завдання**

1. можна зімітувати за допомогою блоків *Simulink*- і *SPS*-бібліотек ступінчате виведення опорів ротору у функції часу, швидкості та ефективного значення струму статора під час реостатного пуску АД?

2. Запропонуйте засоби імітації переключення з'єднання обмоток статора з зірки на трикутник та регулювання швидкості АД за рахунок зміни числа пар полюсів?

3. Чи можна при моделюванні систем регульованого електроприводу нехтувати дискретними властивостями перетворювачів напруги та частоти?

4. Як зімітувати плавний пуск АД?
5. Підготуйте до моделювання задавальний пристрій, що формує завдання на амплітуду і частоту напруги статора при різних законах скалярного частотного керування.
6. Підготуйте модель перетворення амплітуди і частоти напруги статора у сигнали фазних напруг.
7. Поясніть різницю між розглянутими моделями системи полеорієнтованого векторного керування.
8. Поясніть, як складено запропоновану в посібнику модель асинхронно-вентильного каскаду.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В.П. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. –768 с.
2. MATLAB User Guide. – The MathWorks, Inc., 2014.
3. Лазарев Ю.Ф. МАТЛАБ 5.x. – К.: Издательская группа BHV, 200.– 384 с. (Серия “Библиотека студента”)
4. Лозинський А.О., Мороз В.І., Паранчук Я.С. Розв’язування задач електромеханіки в середовищі пакетів MathCAD і MATLAB: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Державного університету “Львівська політехніка”, 2000. – 166 с.
5. Дьяконов В.П. Simulink 4. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001. – 528с.
6. Дебни Дж. Simulink 4 / Секреты мастерства / Дж.Б. Дебни, Т.Л. Хартман. – М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2003. – 403 с.
7. Simulink. Dynamic System Simulation for MATLAB. – The MathWorks, 1999. – 604 p.
8. W.D. Pietruszka. MATLAB und Simulink in der Ingenieurpraxis. Modelbildung, Berechnung und Simulation. – Der B.G. Teubner Verlag, 2006. – 402 S.
9. Лазарев Ю.Ф. Моделирование процессов и систем в MATLAB. – СПб: Питер, 2005. – 512 с.
10. MATLAB und SIMULINK. Beispielorientierte Einführung in die Simulation dynamischer Systeme / Josef Hoffman – Bonn Addison-Wesley-Longman. – 1998.
11. Толочко О.И. Использование пакета Matlab и его расширения Simulink при исследовании систем электропривода / Методическое пособие (для студентов специальности 7.0922.08). – Донецк: ДонГТУ, 1999. – 87 с.

12. Толочко О.І. Методичний посібник до самостійної роботи з дисципліни „Моделювання електромеханічних систем”/ О.І. Толочко, Г.С. Чекавський, О.І. Песковатська, П.І. Розкаряка – Донецьк: ДонНТУ, 2006. – 96 с.
13. SimPowerSystems User’s Guide. – Hydro-Quebec and The MathWorks, Inc., 2009. – 402 p.
14. Герман-Галкин С.Г. MATLAB & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК. – СПб.: Корона–Век, 2008. – 368 с.
15. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. – 288 с.
16. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. – Екатеринбург: УРО РАН, 2000. – 654 с.
17. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: Учеб. для вузов. – 3-е изд., перераб и доп. – М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.: ил.
18. Математическое моделирование электромашиноинвентильных систем. Плахтына Е.Г. – Львов: Вища шк. Изд-во при Львов. ун-те, 1986. – 164с.
19. Моделювання електромеханічних систем: підручник / Чорний О.П., Луговой А.В., Родькін Д.Й., Сисюк Г.Ю., Садовой О.В. – Кременчук, 2001. – 376 с.
20. Алексеев В.В. Электрические машины. Моделирование электрических машин приводов горного оборудования: Учеб. пособие / В.В. Алексеев, А.Е. Козярук, Э.А. Загривный. – СПб.: СПбГИ (ТУ), 2006. – 58 с.
21. Krishnan, R. Electric motor drives: modeling, analysis, and control. – Prentice Hall, 2001. – 652 p.
22. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: учеб. пособие для вузов электромеханических и энергетических спец. – М.: Энергия, 1980. – 927 с.

23. Вольдек А.И. Электрические машины. Машины переменного тока: учебник для вузов / А.И. Вольдек, В.В. Попов. – СПб.: Питер, 2008. – 350 с.
24. Leonhard W. Control of Electrical Drives. 3rd Ed. Springer Verlag, 2001. – 470 p.
25. Krause P.C., Wasynczuk O., and S.D. Sudnoff. Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. – 2nd Edition. – IEEE Press, 2002. – 632 p.
26. Trzynadlowski A.M. Control of Induction Motors. – Academic Press, 2001. – 230 p.
27. Schröder D. Elektrische Antriebe – Regelung von AntriebsSystemen. – Berlin: Springer Verlag, 2009. – 1336 S.
28. Shönfeld R., Habiger E. Automatisierte Elektroantriebe. Berlin: Verl. Technik, 1997. – 292 p.
29. Системы подчиненного регулирования электроприводов переменного тока с вентильными преобразователями / О.В. Слежановский, Л.Х. Дацковский, И.С. Кузнецов и др. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 256 с.
30. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным управлением / учебник. – М.: Academia, 2006. – 265 с.
31. Козярук А.Е., Рудаков В.В. Современное и перспективное алгоритмическое обеспечение частотно-регулируемых электроприводов. – СПб.: Санкт-Петербургская Электротехническая компания, 2014. – 127 с.
32. Усольцев А.А. Частотное управление асинхронными двигателями / Учебное пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. – 94 с.
33. Виноградов А.Б. Векторное управление электроприводами переменного тока. – Иваново: ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет», 2008. – 298 с.
34. Калачев Ю.Н. Векторное регулирование (заметки практика), 2013 – 63 с.
35. Браславский И.Я., Ишматов З.Ш., Поляков В.Н. Энергосберегающий асинхронный электропривод. – М.: ИЦ Академия, 2004. – 249 с.

36. Плахтина О.Г. та ін. Частотно-керовані асинхронні та синхронні електроприводи: Навч. посібник / О.Г. Плахтина, С.С. Мазепа, А.С. Куцик. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2002. – 228 с.
37. Шевченко І.С., Морозов Д.І. Електромеханічні системи в асинхронному електроприводі: Навч. посібник / І.С. Шевченко, Д.І. Морозов. – Алчевськ: ДонДТУ, 2009. – 349 с.
38. Шевченко І.С., Морозов Д.І. Спеціальні питання теорії електропривода. Динаміка асинхронного електропривода: навч. посібник / І.С. Шевченко, Д.І. Морозов. – Київ: Кафедра, 2014. – 328 с.
39. Справочник по автоматизированному электроприводу / Под ред. В.А. Елисеєва, А.В. Шинянского. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 616 с.
40. Вешеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе. Изд. 6-е, исправленное. – М.: Энергия, 1977. – 431 с.
41. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни “Моделювання електромеханічних систем”. Розділ – “Моделювання система електроприводу змінного струму” (для студентів спеціальності 6.050702.03 “Електромеханічні системи автоматизації і електропривод”) / Укл.: О.І. Толочко, Г.С. Чекавський, О.В. Пісковатська. - Донецьк: ДонНТУ, 2005. – 92 с.
42. Толочко О.І., Чекавський Г.С., Мірошник Д.М. Векторні моделі асинхронного двигуна у середовищі пакета MATLAB // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: Наукові праці КДПУ. – 2003. – Т.1. –№ 2 (19). – С. 199-202.
43. Толочко О.І., Скоробогатова І.В. Розробка SPS-моделі системи «механічний вал» / Наукові праці ДонНТУ. Серія: “Обчислювальна техніка та автоматизація”. – Красноармійськ, 2015.– №1(28)) – С. 47-53.

44. Толочко О.І. Розробка моделей складних електромеханічних систем в середовищі пакета MATLAB з використанням блоків додатку віртуального фізичного моделювання Simscape // Вісник НТУ «ХП». Проблеми автоматизованого електропривода. – Харків: НТУ «ХП», 2015, 12 (1121). – С.118-123.
45. Толочко О.И., Розкаряка П.И., Журов И. О. Моделирование асинхронного двигателя при обрыве фазы статора / Электротехнические и компьютерные системы. №15 (91) – Киев: «Техника», 2014 – С. 262-266.
46. Чермалых В.М., Чермалых А.В., Майданский И.Я. Виртуальное моделирование режимов работы электропривода по схеме асинхронно-вентильного каскада // Промислова електроенергетика та електротехніка. Промелектро. – 2007. – № 1. – С. 61-66.
47. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник / А.Э. Кравчик, М.М. Шлаф, В.И. Афонин, Е.А. Соболенская. – М.: Энергоиздат, 1982. – 504 с.
48. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.
49. Armstrong B., de Wit C.C. Friction Modeling and Compensation. The Control Handbook. – CRC Press, 1995.
50. Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. Машинные методы машинных вычислений. Пер. с англ. – М.: “Мир”, 1980. – 279с.
51. Онищенко Г.Б. Электрический привод. Учебник для вузов. – М.: РАСХН, 2003. – 320 с.

Електронне видання

**Ольга Іванівна Толочко**

**Моделювання електромеханічних систем.**

**Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу**