

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

В. Г. БАРЬЯХТАР
Б. А. ИВАНОВ
В. Н. КРИВОРУЧКО
А. Г. ДАНИЛЕВИЧ

**СОВРЕМЕННЫЕ
ПРОБЛЕМЫ ДИНАМИКИ
НАМАГНИЧЕННОСТИ:
ОТ ОСНОВ ДО
СВЕРХБЫСТРОЙ
РЕЛАКСАЦИИ**

КИЕВ
«Химджест»
2013

УДК 538.611:538.221.539:538.24

PACS numbers: 75.10.Hk; 75.30.Ds; 75.78.-n; 76.20.+q; 75.50.Ee; 75.50.Gg.

«Современные проблемы динамики намагниченности: от основ до сверхбыстрой релаксации», В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, В.Н. Криворучко, А.Г. Данилевич, монография, Киев: Химджест, 2013. – 316 с.

Настоящая монография посвящена проблеме описания диссипативных процессов в магнитных материалах. Она состоит из 4 глав и содержит, как микроскопическое, так и феноменологическое рассмотрение процессов релаксации в магнетиках. Изложена микроскопическая теория в терминах функций Грина, которая дает последовательный способ расчета спектров и затухания спиновых волн и рассмотрен вопрос о характерных временах релаксации и установлении равновесных значений намагниченности.

Изложен общий феноменологический метод построения диссипативной функции, как для магнитоупорядоченных систем, так и для парамагнетиков. При этом учтена диссипация как обменной, так и релятивистской природы. По предложенной в работе модели приведен расчет и анализ спектров спиновых волн с учетом их затухания.

Существенным толчком для написания этой книги явились экспериментальные исследования последних нескольких лет. В этих экспериментах наблюдалась сверхбыстрая релаксация магнитных моментов в двухподрешеточных ферритах. Эти результаты потребовали пересмотра теории релаксации в магнитных материалах. В настоящей монографии дается объяснение этих экспериментов и излагается общая теория релаксационных явлений в таких материалах.

Ця монографія присвячена проблемі опису дисипативних процесів в магнітних матеріалах. Вона складається з 4 глав і містить, як мікроскопічний, так і феноменологічний розгляд процесів релаксації в магнетиках. Викладена мікроскопічна теорія в термінах функцій Гріна, яка дає послідовний спосіб розрахунку спектрів та загасання спинових хвиль і розглянуто питання про характерні часи релаксації і встановлення рівноважних значень намагніченості.

Викладено загальний феноменологічний метод побудови дисипативної функції, як для магнітопорядкованих систем, так і для парамагнетиків. При цьому врахована дисипація як обмінної, так і релятивістської природи. За запропонованою в роботі моделі наведено розрахунок і аналіз спектрів спинових хвиль з урахуванням їх загасання.

Істотним поштовхом для написання цієї книги стали експериментальні дослідження останніх кількох років. У цих експериментах спостерігалось надшвидка релаксація магнітних моментів в двопідграткових феритах. Ці результати зажадали перегляду теорії релаксації в магнітних матеріалах. У цій монографії дається пояснення цих експериментів і викладається загальна теорія релаксаційних явищ в таких матеріалах.

ISBN 978-966-8537-94-3

© В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, В.Н. Криворучко, А.Г. Данилевич

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА I	МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ	6
§ 1.	Гейзенберговский ферромагнетик. Основное состояние и спектр спиновых волн.....	8
§ 2.	Динамическое и кинематическое взаимодействия спиновых волн.	12
§ 3.	Тензор высокочастотной магнитной восприимчивости.....	20
3.1.	Линейный отклик системы на внешнее воздействие.....	22
3.1.1.	Поперечная восприимчивость ферромагнетика.....	27
3.1.2.	Продольная восприимчивость ферромагнетика.....	34
3.2.	Теория возмущений и магноны.	36
3.2.1.	Спектр и затухание спиновых волн, низкие температуры (разложение по обратному спину).....	37
3.2.2.	Спектр и затухание спиновых волн вблизи температуры перехода (разложение по обратному радиусу взаимодействия).....	40
3.3.	Корреляционная функция продольных компонент спина.....	45
§ 4.	Процессы взаимодействия магнонов с магнонами.....	51
4.1.	Гамильтониан взаимодействия магнонов друг с другом.....	52
4.2.	Вероятность распада и слияния магнонов.....	56
4.3.	Вероятность рассеяния магнонов на магнонах.....	62
§5.	Процессы взаимодействия магнонов и фононов.....	65
5.1.	Гамильтониан взаимодействия магнонов с фононами.....	65
5.2.	Вероятности распада и слияния магнонов и фононов.....	68
§6.	Релаксация магнитного момента в ферромагнетиках.....	76
6.1.	Квазиравновесные бозевские распределения магнонов и фононов.....	78
6.2.	Уравнения для определения параметров квазиравновесных распределений.....	84
6.3.	Релаксация магнитного момента и выравнивание температур спинов и решетки.....	88
	Микроскопический подход: выводы.....	91

ГЛАВА II	МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОПОДРЕШЕТОЧНЫХ МАГНЕТИКАХ	94
§ 7.	Антиферромагнетик. Затухание спиновых волн.....	95
7.1.	Низкие температуры.....	96
7.1.1.	Антиферромагнетик с магнитной анизотропией «легкая ось»...	96
7.1.2.	Антиферромагнетик с магнитной анизотропией «легкая плоскость».....	102
7.2.	Высокие температуры.....	111
§ 8.	Собственные процессы релаксации спиновых волн в двухподрешеточном ферромагнетике с эквивалентными подрешетками.....	113
8.1.	Гамильтониан спиновых волн.....	116
8.2.	Тензор высокочастотной магнитной восприимчивости.....	120
8.3.	Температурные поправки к спектру спиновых волн.....	122
8.4.	Затухание акустических магнонов.....	126
8.5.	Затухание оптических магнонов.....	131
8.6.	Собственные процессы релаксации спиновых волн при высоких температурах.....	132
8.7.	Ширина линии ферромагнитного резонанса вблизи температуры Кюри.....	136
§9.	Динамика намагниченности в двухподрешеточном ферромагнетике с неэквивалентными подрешетками.....	138
9.1.	Спектр спиновых волн.....	142
9.2.	Температурная область компенсации намагниченности и угловых моментов.....	151
9.2.1.	Спектр спин-волновых возбуждений.....	151
9.2.2.	Эффекты флуктуации намагниченности.....	156
9.3.	Затухание спиновых волн.....	161
	Многоподрешеточные магнетики: выводы.....	165
ГЛАВА III	ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ	168
§ 10.	Затухание спиновых волн в ферромагнетиках.....	169
10.1.	Квазиравновесный термодинамический потенциал и динамика намагниченности ферромагнетика.....	169
10.2.	Диссипативная функция ферромагнетика.....	175
10.3.	Спектр спиновых волн одноосного ферромагнетика.....	185
10.3.1.	Основное состояние «легкая ось».....	188
10.3.2.	Основное состояние «легкая плоскость».....	190

10.3.3.	Основное состояние «угловая фаза».....	193
10.4.	Спектр спиновых волн тетрагонального ферромагнетика.....	196
10.5.	Спектр спиновых волн кубического ферромагнетика.....	201
	Феноменологический подход, ферромагнетики: выводы....	205
§ 11.	Затухание спиновых волн в ферритах.....	209
11.1.	Квазиравновесный термодинамический потенциал феррита....	211
11.2.	Спиновая динамика и диссипативная функция феррита.....	213
11.3.	Спектр спиновых волн двухподрешеточного феррита.....	217
	Феноменологический подход, ферриты: выводы.....	221
§ 12.	Затухание спиновых волн в антиферромагнетиках.....	225
12.1.	Общие принципы построения диссипативной функции антиферромагнетика.....	225
12.2.	Диссипативная функция одноосного антиферромагнетика.....	229
12.3.	Затухание спиновых волн в одноосных антиферромагнетиках с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость».....	236
§ 13.	Диссипативная функция парамагнетика.....	240
 ГЛАВА IV ЭВОЛЮЦИЯ СУЩЕСТВЕННО НЕРАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ МАГНЕТИКОВ		 244
§ 14.	Существенно неравновесные состояния магнетиков.....	244
§ 15.	Нелинейная динамика ферромагнетика.....	254
§ 16.	Нелинейная динамика феррита.....	263
16.1.	Продольная эволюция.....	263
16.2.	Общая задача в обменном приближении.....	275
§ 17.	Диссипация энергии движущегося солитона.....	283
	Литература.....	300

В данной главе излагается микроскопическая теория релаксационных процессов. Микроскопический подход основан на вычислении высокочастотной магнитной восприимчивости системы, что, в свою очередь, сводится к вычислению спиновых функций Грина. Существуют строгие теоремы, доказывающие, что полюса запаздывающих функций Грина отвечают собственным частотам колебаний спиновой системы.

Расчет полюсов функций Грина при конечных температурах, когда необходимо учитывать взаимодействие спиновых волн друг с другом, приводит к тому, что полюса приобретают как вещественную $\delta\varepsilon(\mathbf{k}, T)$, так и мнимую $\gamma(\mathbf{k}, T)$ добавки. При этом мнимая часть $\gamma(\mathbf{k}, T)$ характеризует уширение энергетического уровня, т.е., затухание квазичастиц.

Формулировка теории в терминах функций Грина дает последовательный способ расчета как $\delta\varepsilon(\mathbf{k}, T)$, так $\gamma(\mathbf{k}, T)$ в любом порядке теории возмущений, и позволяет установить их свойства. Использование диаграммных методов вычисления функций Грина, с одной стороны, придает наглядную трактовку рассматриваемым процессам взаимодействия и релаксации квазичастиц, а с другой – позволяет решать значительно более ши-

рокий круг задач, не поддающихся решению методами, изложенными в первой части.

Мы не ставим здесь своей целью систематическое изложение метода функций Грина в теории магнетизма. Предполагается, что читатель знаком с основными идеями и понятиями этого метода, которые можно найти, например, в монографиях [1, 2, 3, 4]. В тоже время мы старались дать исчерпывающий комментарий о физическом содержании полученных результатов, так чтобы изложенный в данном разделе материал был полезен как теоретикам, так и экспериментаторам.

Кроме динамики намагниченности, актуальным является вопрос о взаимодействии спиновой подсистемы с другими подсистемами кристалла, в частности, механизмы, приводящие к выравниванию температур между спиновой подсистемой и решеткой, и установлению термодинамического равновесия в ферродизэлектрике. Эти вопросы приобрели особую актуальность в последнее время в контексте возможности манипулирования намагниченностью, вплоть до полного перемагничивания, с помощью лазерных импульсов фемтосекундной длительности. Микроскопические механизмы, лежащие в основе такого воздействия на магнитный момент, при таких временах пока не вполне ясны. Установлено, что перемагничивание сопровождается существенным нагревом области перемагничивания и в этой области температура может значительно отличаться от тем-

пературы решетки (фононов). Естественно, возникает вопрос о характерных временах релаксации и установлении равновесных значений в подсистеме магновов и фононов. Эти вопросы так же обсуждаются в данной главе. Будет показано, что установление равновесного значения величины магнитного момента происходит быстрее, чем изменение перпендикулярной составляющей полного магнитного момента. Иными словами, вначале устанавливается равновесное значение величины магнитного момента, а затем уже происходит поворот магнитного момента к оси легкого намагничивания. При этом релаксация поперечной составляющей магнитного момента происходит независимо от релаксации величины полного магнитного момента и от процесса выравнивания температур спинов и решетки.

§ 1. Гейзенберговский ферромагнетик. Основное состояние и спектр спиновых волн.

Классической микроскопической моделью магнитоупорядоченного кристалла является так называемая гейзенберговская модель ферромагнетика. Гамильтониан модели имеет вид

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{l \neq m} J_{lm} \mathbf{S}_l \mathbf{S}_m - g \mu_B H \sum_l S_l^z \quad (1.1)$$

Напомним, что здесь \mathbf{S}_l – оператор спина в узле l ; J_{lm} – интеграл обменного взаимодействия между спинами в узлах l и m ; g – фактор спектроскопического расщепления Ланде; μ_B – магнетон

Бора; H – магнитное поле, которое, для определенности, направлено вдоль оси z . Ферромагнитному упорядочению спинов соответствует положительный знак J_{lm} , антиферромагнитному – отрицательный.

Компоненты векторного оператора спина \mathbf{S}_l удовлетворяют известным правилам коммутации [5]

$$[S_l^\alpha, S_m^\beta] = i\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\delta_{lm}S_l^\gamma \quad (1.2)$$

($\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ – полностью антисимметричный единичный тензор, δ_{lm} – символ Кронекера, $\alpha, \beta, \gamma = x, y, z$). Вместо операторов S_l^x и S_l^y и S_l^z мы также будем использовать операторы $S_l^\pm = S_l^x \pm iS_l^y$ и S_l^z . Легко убедиться, что эти операторы удовлетворяют следующим правилам коммутации

$$[S_l^+, S_m^-] = 2\delta_{lm}S_l^z, \quad [S_l^\pm, S_m^z] = \mp\delta_{lm}S_l^\pm \quad (1.3)$$

Впервые модель (1.1) сильномагнитного вещества была рассмотрена в работах Гейзенберга [6] и Френкеля [7] в 1928 году. Квантовомеханическое обоснование возможности сведения кулоновского взаимодействия к эффективному спиновому гамильтониану вида (1.1) было дано Дираком [8].

При ферромагнитном упорядочении, основном состоянии системы $|0\rangle$ спины всех атомов параллельны друг и имеют максимальные проекции на ось z :

$$S_{tot}^z |0\rangle = \sum_l S_l^z |0\rangle = NS |0\rangle, \quad (1.4)$$

где $S_{tot}^z = \sum_l S_l^z$ – оператор полного спина системы, а N – число узлов решетки. Используя правила коммутации спиновых операторов, находим, что энергия основного состояния гейзенберговского ферромагнетика равна

$$\hat{H} |0\rangle = E_0 |0\rangle, \quad (1.5)$$

где $E_0 = -g\mu_B H + \frac{1}{2} S^2 J_0 N$, $J_0 = \sum_{\mathbf{m}} J_{l\mathbf{m}}$.

Одночастичное возбужденное состояние описывается волновой функцией

$$\Phi_1(\mathbf{k}) = (2SN)^{-1/2} \sum_l e^{-i\mathbf{k}l} S_l^- |0\rangle. \quad (1.6)$$

Легко убедиться, что энергия ферромагнетика в таком состоянии равна

$$\hat{H}\Phi_1(\mathbf{k}) = [E_0 + \varepsilon(\mathbf{k})]\Phi_1(\mathbf{k}), \quad (1.7)$$

здесь

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = S(J_0 - J_{\mathbf{k}}) + g\mu_B H, \quad (1.8)$$

и $J_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{m}} J_{l\mathbf{m}} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{l} - \mathbf{m})]$ – Фурье-образ обменного интеграла.

Видно, что если $J_{l\mathbf{m}} > 0$, то волновая функция (1.6) описывает возбужденное состояние, которое отделено от основного на величину $\varepsilon(\mathbf{k}) > 0$.

Состояние $\Phi_1(\mathbf{k})$ представляет собой распространение в кристалле одного спинового отклонения. Действительно, легко убедиться, что теперь

$$S_{tot}^z \Phi_1(\mathbf{k}) = (NS - 1)\Phi_1(\mathbf{k}).$$

В свою очередь, энергия $\varepsilon(\mathbf{k})$, определяемая выражением (1.8), тогда есть энергия одной спиновой волны или магнона.

В принципе, в рамках такого подхода можно попытаться найти и энергии большего числа спиновых отклонений. Однако полный анализ свойств системы с произвольным числом возбуждений пока удалось выполнить только для одномерной цепочки атомных спинов $S = 1/2$ [9]. Детальное изложение метода вычислений (анзатц Бете) можно найти в монографии [4], где на примере изотропной (XXX-модель) и анизотропной (XXZ-модель) цепочек подробно выведены уравнения для состояния с произвольным числом спиновых отклонений при учете периодических граничных условий. Обзор результатов по точным решениям для магнитных систем с низкой размерностью можно найти в публикациях [4, 10].

§ 2. Динамическое и кинематическое взаимодействия спиновых волн.

В этом параграфе мы кратко обсудим некоторые особенности алгебры спиновых операторов, конечномерность спиновых состояний и обусловленные этим особенности микроскопического описания спиновых систем. Более подробное обсуждение этих вопросов можно найти, например, в первоисточниках [11, 12, 13], или в монографии [3].

В § 1 для гейзенберговского ферромагнетика были найдены векторы состояний соответствующие основному состоянию системы $|0\rangle$ и одночастичным спин-волновым возбуждениям

$$\Phi_1(\mathbf{k}) \equiv |1_{\mathbf{k}}\rangle = (2S)^{1/2} S_{\mathbf{k}}^- |0\rangle, \quad (2.1)$$

так, что

$$\hat{H} |0\rangle = E_0 |0\rangle, \text{ и } \hat{H} |1_{\mathbf{k}}\rangle = \varepsilon(\mathbf{k}) |1_{\mathbf{k}}\rangle. \quad (2.2)$$

Обобщая (2.1), введем многомагнонные состояния, содержащие n_1 спиновых состояний с волновым вектором \mathbf{k}_1 ; n_2 состояний с волновым вектором \mathbf{k}_2 и т.д.

$$|n\rangle \equiv |n_1, n_2, \dots, n_m\rangle = \prod_{i=1}^m (2S)^{-n_i/2} n_i^{-1/2} (S_{\mathbf{k}_i}^-)^{n_i} |0\rangle \quad (2.3)$$

В соответствии с квантовой механикой [5], спин в данном узле может принимать всего $(2S+1)$ значений. Это означает, что со-

стояния (2.3) в общем случае неортогональны. Действительно, используя правила коммутации спиновых операторов

$$[S_{\mathbf{k}}^+, S_{\mathbf{q}}^-] = 2S_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^z, \quad [S_{\mathbf{k}}^z, S_{\mathbf{q}}^\pm] = \pm 2N^{-1}S_{\mathbf{q}\pm\mathbf{k}}^\pm, \quad (2.4)$$

где

$$S_{\mathbf{k}}^\pm = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{l}} e^{\pm i\mathbf{k}\mathbf{l}} S_{\mathbf{l}}^\pm, \quad S_{\mathbf{k}}^z = N^{-1} \sum_{\mathbf{l}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{l}} S_{\mathbf{l}}^z, \quad (2.5)$$

получаем

$$\langle 1_{\mathbf{k}} | 1_{\mathbf{q}} \rangle = \Delta(\mathbf{k} - \mathbf{q}),$$

$$\begin{aligned} \langle 1_{\mathbf{k}} 1_{\mathbf{k}'} | 1_{\mathbf{q}} 1_{\mathbf{q}'} \rangle &= \Delta(\mathbf{k} - \mathbf{q})\Delta(\mathbf{k}' - \mathbf{q}') + \Delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\Delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}') - \\ &- (2SN)^{-1} \Delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}' - \mathbf{q} - \mathbf{q}') \end{aligned}$$

и т.д. Как видно из этих выражений, ортогональными являются только одномагнонные состояния. Многомагнонные состояния ортогональны только в классическом пределе $S \rightarrow \infty$.

Итак, базис (2.3) не является эквивалентным ортогональным состояниям чисел заполнения для бозевских операторов. Неортогональность состояний растет по мере роста числа возбуждений n . Однако, при $n \ll SN$ отклонение состояний (2.3) от бозевских мало. Используя это обстоятельство, Дайсон [11] предложил для описания свойств ферромагнетика при низких температурах применять не спиновый гамильтониан, а гамильтониан бозе-частиц (идеальных спиновых волн), энергия и амплитуда взаимодействия которых совпадают с энергией и амплитудой взаимодействия возбужденных состояний в спиновом

пространстве. Найдем в явном виде амплитуду взаимодействия спиновых волн.

В импульсном представлении для гамильтониана (1.1) имеем:

$$\hat{H} = -g\mu_B H - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q}} J_{\mathbf{q}} (S_{\mathbf{q}}^+ S_{\mathbf{q}}^- + N S_{\mathbf{q}}^z S_{-\mathbf{q}}^z). \quad (2.6)$$

Действуя оператором (2.6) на состояния (2.3) можно получить явные выражения для $\hat{H} |n\rangle$. Так, для волновой функции двух-магнонного состояния имеем

$$\hat{H} |1_{\mathbf{k}}1_{\mathbf{p}}\rangle = (E_0 + \varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{\mathbf{p}}) |1_{\mathbf{k}}1_{\mathbf{p}}\rangle + (4N)^{-1} \sum_{\mathbf{q}} \Gamma_{k\mathbf{p}}^{\mathbf{q}} |1_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}1_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}\rangle, \quad (2.7)$$

Из (2.7) видно, что действие гамильтониана сводится к диагональной части и недиагональной, описывающей переход из состояния $|1_{\mathbf{k}}1_{\mathbf{p}}\rangle$ в состояние $|1_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}1_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}\rangle$. Этот переход из одного состояния в другое можно трактовать как рассеяние спиновых волн друг на друге. Амплитуда рассеяния равна

$$\Gamma_{k\mathbf{p}}^{\mathbf{q}} = J_{\mathbf{q}-\mathbf{k}} + J_{\mathbf{q}+\mathbf{p}} - J_{\mathbf{q}} - J_{\mathbf{p}+\mathbf{q}-\mathbf{k}}. \quad (2.8)$$

Можно показать, что в общем случае, действие гамильтониана (2.6) на произвольное состояние с n магнонами есть

$$\hat{H} |n\rangle = \left(E_0 + \sum_i n_i \varepsilon_{\mathbf{k}_i} \right) |n\rangle + (4N)^{-1} \sum_{n'} Q_{nn'} |n'\rangle, \quad (2.9)$$

Величина $Q_{nn'}$ с точностью до численных коэффициентов совпадает с амплитудой рассеяния двух спиновых волн друг на друге Γ_{kp}^q .

Взаимодействие, возникающее вследствие недиагональности гамильтониана относительно состояний (2.3), следуя Дайсону, называют *динамическим* взаимодействием спиновых волн.

Дайсон предложил вместо гамильтониана (2.6) рассмотреть гамильтониан бозе-частиц

$$\hat{H} = E_0 + \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{4N} \sum_{\mathbf{q}} \Gamma_{kp}^q a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+ a_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^+ a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{p}}, \quad (2.10)$$

в котором $a_{\mathbf{k}}^+$ и $a_{\mathbf{k}}$ есть бозе-операторы, а величины E_0 , $\varepsilon_{\mathbf{k}}$, Γ_{kp}^q определяются теми же выражениями, что и в спиновом гамильтониане. Нетрудно проверить, что действие гамильтониана (2.10) на состояния бозе-операторов

$$|n\rangle = \prod_{i=1} (n!)^{-1/2} (a_{\mathbf{k}_i}^+)^{n_i} |0\rangle, \quad a_{\mathbf{k}_i} |0\rangle = 0 \quad (2.11)$$

совпадает с действием гамильтониана (2.6) на состояния (2.3). Несмотря на это, соответствующие матричные элементы $\langle n' | \hat{H} | n \rangle$ и $(n' | \hat{H} | n)$ будут различны. Причина в том, что бозе-состояния (2.11) ортогональны, а спиновые (2.3) – нет. Естественно, неортогональность спиновых состояний будет давать вклад в результаты вычислений. Этот вклад можно трактовать как некоторое дополнительное взаимодействие между спиновы-

ми волнами. Дайсон назвал его *кинематическим*. Это взаимодействие есть следствием того, что спин в узле не может принимать более $(2S+1)$ значений, в то время как числа заполнения бозе-частиц могут принимать значения от 0 до ∞ .

Представление Дайсона - Малеева (ДМ). Гамильтониан (2.10) можно получить из гамильтониана Гейзенберга заменой спиновых операторов S_l^+ , S_l^- , S_l^z на комбинацию бозе-операторов вида (Малеев [14])

$$\begin{aligned} S_l^+ &\rightarrow \tilde{S}_l^+ = \sqrt{2S} a_l, \\ S_l^- &\rightarrow \tilde{S}_l^- = \sqrt{2S} \left(a_l^+ - \frac{1}{2S} a_l^+ a_l^+ a_l \right), \\ S_l^z &\rightarrow \tilde{S}_l^z = S - a_l^+ a_l \end{aligned} \quad (2.12)$$

где a_l^+ и a_l – бозевские операторы рождения и уничтожения, удовлетворяющие обычным коммутационным соотношениям бозе операторов $[a_l, a_m^+] = \delta_{l,m}$. Операторы a_l^+ и a_l действуют в стандартном пространстве чисел заполнения $|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a_l^+)^n |0\rangle$ с единичной метрикой. Легко убедиться, что операторы (2.12) удовлетворяют алгебре спиновых операторов (2.4) и условию $\tilde{S}^2 = S(S+1)$. В базисе чисел заполнения (2.11) операторы \tilde{S}_l^+ и \tilde{S}_l^- не есть эрмитово сопряженными. Соответственно преобразование (2.12) приводит к неэрмитовому гамильтониану. Однако

неэрмитовость представления не влияет на результаты вычислений.

В стандартном базисе чисел заполнения (2.11) с единичной метрикой состояния с $n \leq 2S$ называют физическими, а состояния с $n > 2S$ – нефизическими. Можно ввести метрику в пространстве состояний (2.11) так, чтобы матричные элементы операторов (2.12) совпадали с матричными элементами спиновых операторов. Однако наличие метрического оператора сильно усложняет практическое применение представления Дайсона - Малеева. В динамической области температур вклад нефизических состояний экспоненциально мал и представление ДМ достаточно корректно описывает свойства системы. В качестве примера эффективного использования представления ДМ, ниже, § 4, будут рассмотрены динамические свойства антиферромагнетика.

Существует и другие варианты перехода от спиновых операторов к бозевским и/или фермиевским. Мы ограничимся перечислением наиболее распространенных вариантов.

Представление Гольштейна - Примакова (ГП). Исторически первое представление спиновых операторов через бозевские было предложенное Гольштейном и Примаковым [15] и имеет вид:

$$\tilde{S}_i^+ = \sqrt{2S - a_i^+ a_i} a_i^+, \quad \tilde{S}_i^- = a_i^+ \sqrt{2S - a_i^+ a_i}, \quad \tilde{S}_i^z = S - a_i^+ a_i. \quad (2.13)$$

где a_l^+ и a_l – бозевские операторы рождения и уничтожения. Как уже отмечалось, подпространство состояний с числами заполнения $n = 0, 1, \dots, 2S$ является физическим. Состояния с $n > 2S$ числами заполнения на одном узле являются нефизическими. Нефизические состояния вносят определенную погрешность в вычисления, оценить величину которой довольно сложно. Представление (2.13) более громоздкое, чем (2.12). Непосредственное использование этого представления предполагает разложение подкоренных выражений в ряд по $1/2S$. Некоторые особенности писания спиновой системы в рамках представления ГП обсуждаются в работе [12].

Представления ГП и ДМ обладают одним общим недостатком. Число состояний спинового пространства – конечное; возможно только $(2S + 1)$ состояний на одном узле, в то же время пространство состояний бозе-операторов – бесконечное. Поэтому при переходе от спиновых переменных к бозевским возникает проблема исключения нефизических состояний. Введение метрического оператора сильно усложняет вычисления. Более удобным был бы формализм, в котором кинематическое взаимодействие учитывалось бы не с помощью метрического оператора, а в виде некоторой добавки в гамильтониане. Такой формализм был предложен в работе [16].

Представление Барьяхтара - Криворучко - Яблонского.

Представление [16] для спиновых операторов через бозевские и фермиевские операторы имеем вид:

$$\tilde{S}_i^- = \sqrt{2S} \left(a_i^+ - \frac{1}{2} a_i^+ a_i^+ a_i \right) - 2 \frac{2S+1}{\sqrt{2S}} a_i^+ b_i^+ b_i, \quad (2.14)$$

$$\tilde{S}_i^+ = \sqrt{2S} a_i, \quad \tilde{S}_i^z = S - a_i^+ a_i - (2S+1) b_i^+ b_i,$$

где a_i^+ и a_i – бозевские, а b_i^+ и b_i – фермиевские операторы рождения и уничтожения, удовлетворяющие обычным коммутационным соотношениям. Как и представление ДМ, преобразование (2.14) неэрмитово. Однако неэрмитовость представления, как и в случае представления ДМ, не влияет на результаты вычислений.

Пространство состояний, в котором действуют операторы (2.14) есть бесконечномерное гильбертово пространство чисел заполнения с базисными векторами:

$$\{\varphi_{n,0}(l); \varphi_{n,1}(l)\}, \quad n = 0, 1, \dots, \infty, \quad (2.15)$$

где $\varphi_{n,0}(l) = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a_i^+)^n |0\rangle$, $\varphi_{n,1}(l) = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a_i^+)^n b_i^+ |0\rangle$.

Действуя на (2.15) оператором S_i^z (2.14) легко убедиться, что состояния $\varphi_{n,0}(l)$ с $n > 2S$ и все состояния $\varphi_{n,1}(l)$ являются нефизическими.

Можно показать, что введение метрики в пространстве (2.15) вида

$$\langle \hat{O} \rangle = Sp \left\{ \exp \left(-\beta \hat{H} + i\pi \sum_l b_l^+ b_l \right) \hat{O} \right\} / Sp \exp \left(-\beta \hat{H} + i\pi \sum_l b_l^+ b_l \right) \quad (2.16)$$

позволяет последовательно решить проблему суммирования по физическим состояниям и корректно описать спиновую систему во всем интервале температур. Фактически [16], роль метрики (2.16) сводится к тому, что распределения ферми-частиц описывается бозевской функцией распределения. Роль ферми-частиц сводится к компенсации вклада от всех нефизических состояний $\varphi_{n,0}(l)$ с $n > 2S$. Таким образом, в данном формализме вычисление спиновых функций Грина сводится к вычислению функций Грина двух взаимодействующих полей – бозонного и фермионного [3].

§ 3. Тензор высокочастотной магнитной восприимчивости.

Если характерные частоты изменения внешнего поля значительно больше обратного времени установления равновесия с термостатом, то имеет место так называемый адиабатический режим (за время воздействия внешнего поля взаимодействием с термостатом можно пренебречь). В обратном предельном

случае система успевает прийти в равновесие с термостатом и находится в квазистатическом состоянии. Нас будет интересовать адиабатический режим.

Если на спиновую систему наложить постоянное магнитное поле и перпендикулярное ему – переменное поле $h(t)$, то при частоте переменного поля, близкой к частоте собственных колебаний спинов резко возрастает передача энергии от переменного поля к спиновой системе. Если внешнее воздействие $h(t)$ достаточно мало, то достаточно рассмотреть линейный отклик системы на внешнее воздействие $h(t)$. Наиболее общий способ нахождения линейного отклика системы был предложен Кубо [17], хотя ряд важных результатов был получен и другими исследователями [18]. При таком описании естественным образом вводятся температурные (запаздывающие и опережающие) функции Грина.

Формализм функций Грина получил широкое распространение в статистической механике как эффективный математический аппарат для вычисления, как наблюдаемых макроскопических характеристик системы, так и микроскопических, например, энергий элементарных возбуждений и времен их жизни. Обсуждению этих вопросов и посвящен данный параграф. В частности, будут приведены основные соотношения между динамической восприимчивостью – линейным откликом системы на

внешнее возмущение и двухвременными запаздывающими спиновыми функциями Грина [17, 18].

3.1. Линейный отклик системы на внешнее воздействие.

Пусть на систему, находившуюся первоначально в состоянии термодинамического равновесия, начинает действовать адиабатически включающееся внешнее возмущение. Удобно выбрать начальный момент при $t = -\infty$ (что задает граничные условия по t). Тогда часть гамильтониана \hat{V} , описывающую взаимодействие системы с возмущением, можно представить в виде

$$\hat{V} = -A(t)\hat{C} \exp(\delta t).$$

Здесь A есть амплитуда внешнего воздействия – поля (константа), \hat{C} – оператор, конкретный вид которого определяется природой взаимодействия. Множитель $\exp(\delta t)$ при $\delta \rightarrow +0$ описывает адиабатическое включение взаимодействия (при $t = -\infty$).

Состояние системы в произвольный момент времени t описывается матрицей плотности $\rho(t)$. Переходя к представлению взаимодействия

$$\rho_H(t) = \exp(i\hat{H}t)\rho(t)\exp(-i\hat{H}t),$$

для $\rho_H(t)$ можно получить интегральное выражение вида:

$$\rho_H(t) = \rho_H(-\infty) - i \int_{-\infty}^t [V_H(t'), \rho_H(t')] dt'. \quad (3.1)$$

Поскольку до внешнего воздействия система находилась в состоянии термодинамического равновесия, то $\rho_H(-\infty) = \rho_G$, где ρ_G – распределение Гиббса.

Уравнение (3.1) удобно тем, что может быть представлено в виде ряда по внешнему воздействию \hat{V} . Соответственно, и среднее значение произвольной величины \hat{B} в момент времени t тоже может быть найдено по теории возмущений. В первом порядке теории возмущений имеем:

$$\langle B \rangle_t = Sp\{\rho_H(t)\hat{B}(t)\} = \langle B \rangle_G + \langle B(t) \rangle^{(1)}.$$

Здесь $\hat{B}(t)$ – оператор \hat{B} в представлении взаимодействия,

$$\langle B \rangle_G = Sp\{\rho_G B\},$$

$$\langle B(t) \rangle^{(1)} = Sp\{\rho_1(t)\hat{B}(t)\} = -i \int_{-\infty}^t Sp\{[V_H(t'), \rho_G]\hat{B}(t)dt'\}.$$

Вводя обозначение

$$G_{BC}^R(t-t') = -i\theta(t-t')Sp\{\rho_G[\hat{B}(t), \hat{C}(t')]\} \equiv \langle\langle \hat{B}(t) | \hat{C}(t') \rangle\rangle^R,$$

где $\theta(x)$ есть тета-функция Хевисайда, для $\langle B(t) \rangle^{(1)}$ получаем выражение

$$\langle B(t) \rangle^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{BC}^R(t-t')A(t')dt' \quad (3.2)$$

Выражение (3.2) описывает в общем виде линейный отклик системы на внешнее воздействие. Величина $G_{BC}^R(t-t')$ называется

запаздывающей функцией Грина. Впервые такие функции были введены Н.Н. Боголюбовым и С.В. Тябликовым (1959).

Таким образом, зная функцию $G_{BC}^R(t)$, можно вычислить среднее значение величины B , если связь системы с внешним полем определяется оператором \hat{C} . О функции $G_{BC}^R(t)$ говорят также как об обобщенной восприимчивости системы.

Аналогичным образом можно получить среднее значение произвольной величины \hat{B} и в следующем приближении по внешнему воздействию \hat{V} . Для решения возникающей при этом цепочки уравнений нужно так же задать граничные условия по времени t . Как показали Келлен и Вельтон (1951) [18], удобно использовать фурье-образы функций Грина по времени. В этом случае роль граничных условий играют спектральные представления для функций Грина или дисперсионные соотношения, которые определяют правила обхода полюсов фурье-образов функций Грина (см. [19]). При этом естественным образом вводятся запаздывающие, опережающие и причинные функции Грина, которые отличаются правилом обхода полюсов функций Грина, а тем самым и граничными условиями по t .

В результате взаимодействия магнитной подсистемы с другими подсистемами (решеткой, электронами проводимости и т.д.) энергия внешнего магнитного поля поглощается и передается другим степеням свободы. По определению, энергия пере-

менного поля магнитного поля $Q(t)$, поглощаемая магнетиком в единицу времени, определяется так:

$$\frac{d}{dt} Q(t) = -\frac{d}{dt} Sp(\rho(t)(\hat{H} + V(t))),$$

где $\rho(t)$ – матрица плотности. Пусть $V(t) = -\int \mathbf{M}(\mathbf{r})\mathbf{h}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}$, тогда простые вычисления (см., например, [19]) дают

$$\frac{d}{dt} Q = \frac{i}{(2\pi)^4} \sum_{\mathbf{k}} \int d\omega \omega h_{\alpha}^*(\mathbf{k}, \omega) \{ \chi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega) - \chi_{\alpha\beta}^*(\mathbf{k}, \omega) \} h_{\beta}(\mathbf{k}, \omega) \quad (3.3)$$

Как это видно из (3.3), антиэрмитова часть тензора $\chi(\mathbf{k}, \omega)$ определяет энергию переменного поля, поглощенную магнетиком. Таким образом, вычислив тензор высокочастотной магнитной восприимчивости, можно определить энергию, поглощаемую системой на данной частоте и сопоставить результаты теории с экспериментом [17, 18].

В теории высокочастотных свойств магнетиков доказывается [18], что тензор высокочастотной магнитной восприимчивости системы $\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega)$ имеет полюсы при $\omega = \varepsilon(\mathbf{k})$, т. е. на собственных частотах колебаний спиновой системы. Конструктивный микроскопический подход основан на вычислении высокочастотной магнитной восприимчивости системы, что, в свою очередь, сводится к вычислению спиновых функций Грина.

Связь между тензором высокочастотной магнитной восприимчивости системы и двухвременной запаздывающей спиновой функцией Грина имеет вид [3, 20]:

$$\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{(g\mu_B)^2}{v_0} G_{\alpha\beta}^R(\mathbf{k}, \omega), \quad (3.4)$$

где запаздывающая функция Грина $G_{\alpha\beta}^R(\mathbf{k}, \omega)$ определяется соотношениями

$$G_{\alpha\beta}^R(\mathbf{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \sum_{l,l'} e^{-ik(l-l')} G_{\alpha\beta}^R(l-l'; t)$$

$$G_{\alpha\beta}^R(l-l'; t) = -i\theta(t) \langle [S_l^\alpha(t), S_{l'}^\beta(0)] \rangle.$$

Здесь $S_l^\alpha(t)$ – оператор спина в узле l в гейзенберговском представлении $S_l^\alpha(t) = \exp(i\hat{H}t) S_l^\alpha \exp(-i\hat{H}t)$; $\alpha, \beta = (x, y, z)$, $\theta(t)$ – тета-функция Хевисайда, v_0 – объем элементарной ячейки. Для гейзенберговского ферромагнетика отличными от нуля будут только диагональные компоненты тензора $\chi_{\alpha\alpha}(\mathbf{k}, \omega)$ и недиагональные $\chi_{xy}(\mathbf{k}, \omega) = -\chi_{yx}(\mathbf{k}, \omega)$.

3.1.1. Поперечная восприимчивость ферромагнетика.

Поперечные компоненты тензора восприимчивости равны:

$$\chi_{xx}(\mathbf{k}, \omega) = \chi_{yy}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{(g\mu_B)^2}{2\nu_0} [G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega) + G_{+-}^{R*}(-\mathbf{k}, -\omega)], \quad (3.5, a)$$

$$\chi_{xy}(\mathbf{k}, \omega) = -\chi_{yx}(\mathbf{k}, \omega) = -i\frac{(g\mu_B)^2}{2\nu_0} [G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega) - G_{+-}^{R*}(-\mathbf{k}, -\omega)], \quad (3.5, б)$$

где запаздывающая спиновая функция Грина $G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ определена в соответствии с соотношениями (3.4). Вычисление функции $G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ сводится к вычислению температурной спиновой функции Грина

$$K^{+-}(l-l'; \tau) = -1/2 \langle \hat{T}_\tau S_l^+(\tau), S_{l'}^-(0) \rangle. \quad (3.6)$$

Здесь \hat{T}_τ , как обычно, оператор хронологического упорядочения. Функция $K^{+-}(l-l'; \tau)$ может быть найдена несколькими способами. Большое распространение получили диаграммные методы вычислений, поскольку они позволяют развивать теорию, имеющую наглядную физическую интерпретацию. Здесь существует несколько вариантов теории. Так, спиновые функции Грина можно вычислить непосредственно, используя диаграммную технику для спиновых переменных [2, 3]. Наряду с диаграммной техникой, дающей возможность работать непосредственно с операторами спина, активно применяется диа-

граммная техника, основанная на различных представлениях спиновых операторов через бозевские и фермиевские операторы (см. § 2). В этом случае расчет спиновых функций Грина сводится к задаче нахождения бозевских и фермиевских гриновских функций.

Не ставя своей целью систематическое изложение метода функций Грина в теории магнетизма, здесь уместно сделать следующее замечание.

В соответствии с разложением матрицы рассеяния в ряд по взаимодействию, H_{int} всякая гриновская функция представляется в виде бесконечного диаграммного ряда. Как правило, необходимо просуммировать некоторую последовательность диаграмм, вклад которых вследствие условий задачи оказывается одинаков по порядку величины. Особенностью диаграммной техники для гриновских функций является то, что суммированию последовательности членов ряда теории возмущений можно сопоставить «графическое суммирование» диаграмм [1]. Графическое суммирование основано на правилах диаграммной техники и алгебре (правилах коммутации) операторов, которая задает топологическую структуру диаграмм. Основная трудность здесь состоит в том, что в гамильтониане Гейзенберга нет «универсального» малого параметра. Тем не менее, в настоящее время существует несколько вариантов теории возмущений: разложение по обратному спину, разложение по плотности маг-

нонов, разложение по обратному радиусу взаимодействия, каждый из которых имеет свою область применимости.

Исторически первый способ суммирования диаграмм для спиновых функций Грина был предложен Ваксом, Ларкиным и Пикиным [21], а затем существенно модифицирован в последующих работах [3, 4]. В частности, в работе [16] было показано, что суммирование диаграммного ряда для спиновых функций Грина можно выполнить, используя дайсоновский принцип выделения неприводимых диаграмм. В этом случае всякая диаграмма для функции Грина $K^{+-}(l-l'; \tau)$ представляет собой основную линию с нанизанными на неё неприводимыми собственно-энергетическими частями, заканчивающуюся силовой частью (все элементы, соединенные с остальной частью только одной линией Грина). Можно убедиться, что всю совокупность диаграмм для $K^{+-}(l-l'; \tau)$ можно представить в графическом виде, изображенном на рис. 3.1.



Рис. 3.1

Можно показать (см., например, [3, 16]), что диаграммам на рис. 3.1 соответствует следующее аналитическое выражение (мы перешли в Фурье-представление):

$$K^{+-}(\mathbf{k}; i\omega_n) = G(\mathbf{k}; i\omega_n) \left\{ \langle s_i^z \rangle + A(\mathbf{k}; i\omega_n) \right\}.$$

Из этого соотношения следует, что спиновая функция Грина $K^{+-}(\mathbf{k}; i\omega_n)$ выражается через одночастичную функцию Грина магнов $G(\mathbf{k}; i\omega_n)$ и коэффициент $\left\{ \langle s_i^z \rangle + A(\mathbf{k}; i\omega_n) \right\}$. Слагаемое $A(\mathbf{k}; i\omega_n)$ определяется диаграммами, не сводящимися к среднему значению намагниченности $\langle s_i^z \rangle$. Его наличие приводит к тому, что форма линии поглощения на частоте резонанса может существенно отличаться от лоренцевской (см. ниже выражения (3.10) и (3.11)).

Используя уравнение Дайсона, для одночастичной функции Грина магнов $G(\mathbf{k}; i\omega_n)$ можно получить выражение

$$G(\mathbf{k}; i\omega_n) = (i\omega_n - \varepsilon_{\mathbf{k}} - \Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n))^{-1}. \quad (3.7)$$

Здесь $\Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n)$ есть сумма всех неприводимых собственно энергетических частей, или *массовый оператор*, и совпадает с массовым оператором одночастичной бозевской функции Грина. Совокупность всех диаграмм для массового оператора, как правило, не содержит особенностей вблизи полюса одночастичной функции Грина, и в этой области переменных могут быть учтены по теории возмущений. Это удобно для исследования, как

самих одночастичных возбуждений, так и свойств системы, обусловленных этими одночастичными возбуждениями.

Таким образом, дайсоновский способ выделения неприводимых диаграмм для спиновых операторов дает следующее выражение для температурной спиновой функции Грина

$$K^{+-}(\mathbf{k}; i\omega_n) = \frac{\langle S_i^z \rangle + A(\mathbf{k}; i\omega_n)}{i\omega_n - \varepsilon_{\mathbf{k}} - \Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n)}. \quad (3.8)$$

Видно, что величина $\langle S_i^z \rangle + A(\mathbf{k}; i\omega_n)$ определяет «силу осциллятора» на данной частоте и называется *силовым оператором* [16]. Как обычно, выполняя аналитическое продолжение с дискретных точек $i\omega_n$ на мнимой оси, получаем выражение для соответствующей запаздывающей функции Грина:

$$G_{+-}^R(\mathbf{k}; \omega) = \frac{\langle S_i^z \rangle + A(\mathbf{k}; \omega + i\delta)}{\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}} - \Sigma(\mathbf{k}, \omega + i\delta) + i\delta}, \quad \delta \rightarrow +0. \quad (3.9)$$

Заметим, что силовой оператор в (3.9) не имеет особенностей вблизи полюса одночастичной функции Грина [16].

В соответствии с основными положениями диаграммной техники, полюса запаздывающих функций Грина определяют спектр и затухание квазичастиц в системе [1, 3]. Действительно, найденный по формулам (3.4), (3.8), (3.9) тензор высокочастотной магнитной восприимчивости имеет полюсы, соответствующие полюсам функций Грина. Из этого следует, что в окрестности полюсов функций Грина восприимчивость системы резко

возрастает и поглощение системы носит резонансный характер, что и соответствует определению собственных частот колебаний (возбуждений) спиновой системы.

При этом реальная часть полюса $\chi(\mathbf{k}, \omega)$ определяет спектр колебаний системы $\omega = \varepsilon(\mathbf{k})$, где $\varepsilon(\mathbf{k})$ собственные частоты колебаний спиновой системы, а мнимая – их затухание $\gamma(\mathbf{k})$. В общем случае, вычисляя массовый оператор, методом последовательных приближений, имеем:

$$\begin{aligned}\omega &= \varepsilon(\mathbf{k}, T) - i\gamma(\mathbf{k}, T), \\ \varepsilon(\mathbf{k}, T) &= \varepsilon(\mathbf{k}) + \operatorname{Re} \Sigma(\mathbf{k}, \varepsilon(\mathbf{k}) + i\delta), \\ \gamma(\mathbf{k}) &= -\operatorname{Im} \Sigma(\mathbf{k}, \varepsilon(\mathbf{k}) + i\delta).\end{aligned}$$

Т. е., реальная часть массового оператора $\operatorname{Re} \Sigma(\mathbf{k}, \varepsilon(\mathbf{k}) + i\delta)$ определяет перенормировку спектра магнонов, а мнимая – их затухание.

Силовой оператор спиновой функции Грина (3.8), (3.9) так же содержит реальную и мнимую части, зависящие от \mathbf{k} и ω . В результате, поведение $\operatorname{Im} G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ и $\operatorname{Re} G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ запаздывающей спиновой функции Грина $G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ как функции ω отличается от стандартного поведения для бозе операторов. Имеем:

$$\operatorname{Im} G_{+-}^R(\mathbf{k}; \omega) = -\frac{(\langle S_l^z \rangle + \operatorname{Re} A_{\mathbf{k}}) \gamma_{\mathbf{k}}}{(\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}})^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2} + \frac{(\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}})^2 \operatorname{Im} A_{\mathbf{k}}}{(\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}})^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2} \quad (3.10)$$

$$\operatorname{Re} G_{+-}^R(\mathbf{k}; \omega) = \frac{(\langle S_l^z \rangle + \operatorname{Re} A_{\mathbf{k}})(\omega - \xi_{\mathbf{k}})}{(\omega - \xi_{\mathbf{k}})^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2} + \frac{\gamma_{\mathbf{k}} \operatorname{Im} A_{\mathbf{k}}}{(\omega - \xi_{\mathbf{k}})^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2} \quad (3.11)$$

Здесь $\xi_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}} + \operatorname{Re} \Sigma(\mathbf{k}, \varepsilon_{\mathbf{k}})$ и $\gamma_{\mathbf{k}} = -\operatorname{Im} \Sigma(\mathbf{k}, \varepsilon_{\mathbf{k}})$ – энергия и затухание спиновых волн при данной температуре; $A_{\mathbf{k}} = A(\mathbf{k}, \varepsilon_{\mathbf{k}})$. Мы используем значения $\Sigma(\mathbf{k}, \varepsilon_{\mathbf{k}})$ и $A(\mathbf{k}, \varepsilon_{\mathbf{k}})$ при $\omega = \varepsilon(\mathbf{k})$, интересуясь формой кривых (3.10) и (3.11) вблизи резонанса.

Рассмотрим форму кривой $\operatorname{Im} G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ как функции ω . Как это видно из (3.10) она имеет максимум при $\omega = \xi_{\mathbf{k}} - \gamma_{\mathbf{k}} \operatorname{Im} A_{\mathbf{k}} / (2 \langle S_l^z \rangle)$. Как будет показано далее, в области низких температур $J_0 \operatorname{Im} A_{\mathbf{k}} \sim \gamma_{\mathbf{k}} \ll \varepsilon_{\mathbf{k}}$. Поэтому положение максимума $\operatorname{Im} G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ отличается от $\omega = \xi_{\mathbf{k}}$ на величину второго порядка малости по параметру $\gamma_{\mathbf{k}} / \varepsilon_{\mathbf{k}}$. В главном приближении по этому параметру полуширина кривой при этом равна $\gamma_{\mathbf{k}}$, а форма кривой – лоренцева. Однако уже при $\gamma_{\mathbf{k}} \ll |\omega - \xi_{\mathbf{k}}| \ll \varepsilon_{\mathbf{k}}$ вследствие второго слагаемого в выражении (3.9) форма крыльев кривой $\operatorname{Im} G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ оказывается асимметричной относительно точки максимума.

С ростом температуры величины $\gamma_{\mathbf{k}}$, $\operatorname{Re} A_{\mathbf{k}}$ и $\operatorname{Im} A_{\mathbf{k}}$ растут, а $\langle S_l^z \rangle$ убывает. При $|\omega - \xi_{\mathbf{k}}| < \gamma_{\mathbf{k}}$ форма линии $\operatorname{Im} G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ становится существенно нелоренцевой и асимметричной.

Рассмотрим форму кривой $\text{Re } G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$. Как это видно из (3.11) кривая $\text{Re } G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ как функция ω имеет максимум в точке $\omega = \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}} + \gamma_{\mathbf{k}} - \gamma_{\mathbf{k}} \text{Im} A_{\mathbf{k}} / (2 \langle S_i^z \rangle)$ и минимум в точке $\omega = \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}} - \gamma_{\mathbf{k}} - \gamma_{\mathbf{k}} \text{Im} A_{\mathbf{k}} / (2 \langle S_i^z \rangle)$. В области низких температур в главном приближении по параметру $\gamma_{\mathbf{k}} / \varepsilon_{\mathbf{k}}$ полуширина кривой равна $\gamma_{\mathbf{k}}$, а форма кривой – лоренцева. Однако крылья кривой асимметричны относительно точки максимума. С ростом температуры и не очень малых \mathbf{k} уже в области $|\omega - \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}}| < \gamma_{\mathbf{k}}$ форма кривой $\text{Re } G_{+-}^R(\mathbf{k}, \omega)$ становится существенно нелоренцевой.

3.1.2. Продольная восприимчивость ферромагнетика.

В соответствии с определением (3.4), продольная компонента тензора восприимчивость ферромагнетика определяется запаздывающей функцией Грина

$$G_{zz}^R(l-l'; t) = -i\theta(t) \langle [S_i^z(t), S_i^z(0)] \rangle.$$

Вычисление последней сводится к вычислению температурной функции Грина вида

$$K_{zz}(l-l'; \tau) = - \langle \hat{T}_{\tau} (S_i^z(\tau) - \langle S_i^z \rangle) (S_i^z(0) - \langle S_i^z \rangle) \rangle. \quad (3.12)$$

Функция Грина (3.12) называется *неприводимой* и именно с неприводимыми функциями Грина и связаны компоненты тензора магнитной восприимчивости.

Можно показать (см. раздел 3.3), что функция Грина продольных компонент спина на частотах одночастичных возбуждений $\omega \approx \varepsilon_{\mathbf{k}}$ особенностей не имеет, т.е. является плавной функцией частоты и волнового вектора. Это означает, что возбуждение спиновых волн продольным магнитным полем с частотой $\omega \approx \varepsilon_{\mathbf{k}}$ в гейзенберговском ферромагнетике невозможно. Вместе с тем, при достаточной интенсивности внешнего переменного поля, продольная часть в зеемановской энергии $\sim -h_z S_z$ может возбуждать пару спиновых волн (так называемая параллельная накачка спиновых волн). Происхождение такого (параметрического) возбуждения спиновых волн можно понять из простых геометрических соображений. Из-за магнитного дипольного взаимодействия и кристаллографической анизотропии намагниченность в каждой точке прецессирует по эллиптическому конусу. Формально это проявляется в том, что переменные $S_l^\pm = S_l^x \pm iS_l^y$ не являются нормальными и (после перехода к бозе-операторам, см. § 2) для диагонализации квадратичной части гамильтониана необходимо выполнить u - v -преобразование. Поскольку, при низких температурах, длина вектора остается постоянной, основание конуса прецессии не является плоским и возникает переменная продольная составляющая вектора намагниченности, осциллирующая с удвоенной частотой $2\varepsilon_{\mathbf{k}}$. Ясно, что эти волны можно возбудить с помощью магнитного поля

частоты $\omega = 2\varepsilon_k$ и поляризованного вдоль оси z . Детальное изложение теории параметрического возбуждения спиновых волн можно найти в монографии [22], к которой мы и отсылаем читателя за подробностями. Некоторые примеры вычисления функции $K_{zz}(l-l'; \tau)$ будут даны ниже в разделе 3.3 этого параграфа.

3.2. Теория возмущений и магноны.

Формулы (3.8) и (3.9) представляют собой общие выражения для поперечной спиновой функции Грина. Будучи формально точными, они являются бесконечными диаграммными рядами из функций Грина магнонов и амплитуд их взаимодействия. Поскольку просуммировать эти ряды в общем виде не удастся, при конкретных вычислениях необходимо использовать тот или иной вариант теории возмущений. Как уже отмечалось, основная трудность здесь состоит в том, что в гамильтониане Гейзенберга нет малого параметра. Предложено несколько вариантов теории возмущений: разложение по обратному спину, разложение по плотности магнонов, разложение по обратному радиусу взаимодействия, каждый из которых имеет свою область применимости.

Как показано в предыдущем параграфе, при низких температурах числа заполнения магнонов малы и факт ограниченного числа состояний в спиновом пространстве, $(2S + 1)$ состоя-

ние на одном узле, не является существенным. Т.е., мы можем считать, что спиновые возбуждения (магноны) подчиняются статистике Бозе. Эту область температур называют *низкотемпературной* или *динамической*. Область температур, где наличие конечного числа спиновых состояний на одном узле является существенным, называют *высокотемпературной* или *кинематической*. Простые оценки дают, что область $T \ll T_C$ является низкотемпературной; если же $T \sim T_C$ точный учет конечности пространства спиновых состояний является принципиально важным.

3.2.1. Спектр и затухание спиновых волн, низкие температуры (разложение по обратному спину).

При расчете спиновых функций Грина в динамической области температур можно развить последовательную теорию возмущений по обратному спину атома S^{-1} . Диаграммный ряд для массового оператора $\Sigma(\mathbf{k}, \varepsilon_{\mathbf{k}})$ с точностью до графиков второго порядка по $1/S$ включительно показан на рис. 3.2.

Используя правила диаграммой техники, можно получить явный вид соответствующих аналитических выражений (см., например, [3]). Мы приведем здесь результаты для ферромагнетика с простой кубической решеткой в некоторых предельных случаях.

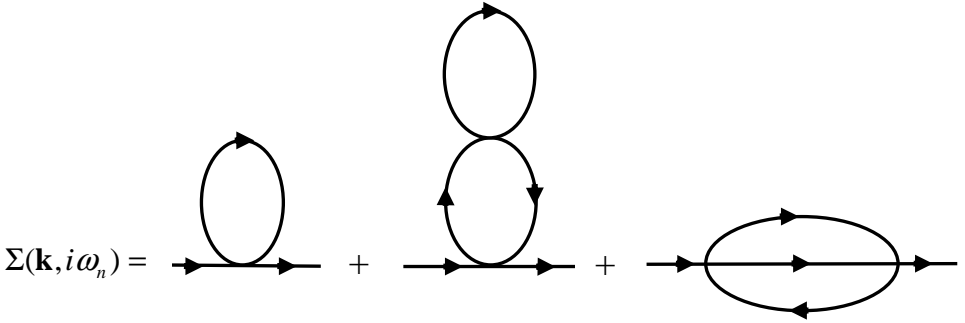


Рис. 3.2

Поправка к энергии магнонов при $T \ll SJ_0$ равна

$$\Delta\varepsilon_{\mathbf{k}}^{(1)} = (\varepsilon_{\mathbf{k}} - g\mu_B H) \frac{3Q}{2S} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{3/2} \left(\frac{T}{SJ_0} \right)^{5/2} Z_{5/2}(g\mu_B H/T), \quad (3.13)$$

где

$$Z_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \exp(-xm) / m^n,$$

$$Q = 1 + S^{-1} \sum_q \frac{\cos^2 q_x a}{3 - \cos q_x a - \cos q_y a - \cos q_z a}.$$

Для затухания спиновых волн в этой области температур получаем [23]:

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{4S^2} \left(\frac{3T}{2\pi SJ_0} \right)^{5/2} (ak) Z_{5/2}(g\mu_B H/T), \quad (3.14)$$

при $T \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll SJ_0$.

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{6\pi\mathcal{S}^2} \left(\frac{3T}{2\pi\mathcal{S}J_0} \right)^2 (ak)^2 \ln^2(T/\varepsilon_{\mathbf{k}}), \quad (3.15)$$

при $g\mu_B H \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} - g\mu_B H \ll T \ll SJ_0$.

Приведем результаты еще для одной характерной области температур, а именно: $SJ_0 \ll T \ll S^2J_0 \sim T_C = S(S+1)J_0/3$. В этой области температура больше энергии спиновых волн при всех \mathbf{k} , но вклад нефизических состояний мал.

Так как $\max(\varepsilon_{\mathbf{k}}) \sim SJ_0$, то числа заполнения магнонов $n_{\mathbf{k}} = \{\exp(\varepsilon_{\mathbf{k}}/T) - 1\}^{-1} \sim T/\varepsilon_{\mathbf{k}}$ велики при всех \mathbf{k} , т.е. магنونный газ является классическим. Кроме того, средняя энергия спиновых волн в этом температурном интервале $\sim SJ_0$ и превосходит энергию взаимодействия $\sim J_0$. Такой газ квазичастиц является слабо неидеальным. Для температурной перенормировки энергии и затухания спиновых волн тогда получаем [21]:

$$\Delta\varepsilon_{\mathbf{k}} = (\varepsilon_{\mathbf{k}} - g\mu_B H) \frac{T}{S^2J_0} \left(1 + \frac{3g\mu_B H}{2SJ_0} - \frac{SJ_0}{T} \right), \quad (3.16)$$

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{6\pi\mathcal{S}} \left(\frac{3T}{2\pi\mathcal{S}^2J_0} \right)^2 (ak)^2 \ln^2(SJ_0/\varepsilon_{\mathbf{k}}). \quad (3.17)$$

Из выражений (3.13) - (3.17) видно, что кроме формального параметра разложения $1/S$ малость поправок при $T \ll S^2J_0$ обеспечивается наличием дополнительных степенных множителей T/SJ_0 .

3.2.2. Спектр и затухание спиновых волн вблизи температуры перехода (разложение по обратному радиусу взаимодействия).

Если обменное взаимодействие в спиновой системе обладает большим радиусом взаимодействия R_0 , то можно развить теорию возмущений, основанную на последовательных приближениях к самосогласованному (молекулярному) полю. Действительно, приближение самосогласованного поля для системы взаимодействующих частиц связано с радиусом действия сил между частицами и с плотностью частиц. Флуктуации поля относительно его среднего значения будут малы, если в объеме радиусом, равным эффективному радиусу взаимодействия находится достаточно много частиц. Т.е., при данной плотности частиц в системе приближение самосогласованного поля тем лучше, чем больше радиус взаимодействия.

Таким образом, если обменное взаимодействие обладает радиусом взаимодействия R_0 таким, что $R_0/a \gg 1$ (здесь a – межатомное расстояние) то можно ожидать, что отклонения действующего на спин поля от среднего будут малы. Формальным параметром разложения в этом случае является относительный объем взаимодействия $(a/R_0)^3$. Поскольку этот параметр никак не связан с температурой, результаты расчета должны описывать свойства магнитной системы в широком интервале температур. Поправка первого порядка по обратному радиусу

взаимодействия описывается графиками, содержащими одну петлю, составленную из линий взаимодействия (соответствующее аналитическое выражение содержит одно суммирование по импульсам). Поправка второго порядка по обратному радиусу взаимодействия описывается графиками, содержащими две петли, составленные из линий взаимодействия (аналитическое выражение содержит два суммирования по импульсам); и т.д. Такой метод разложения в магнетизме был развит в работах Вакса, Ларкина, Пикина [21] (см., также [3]).

Приведем результаты для температурной перенормировки энергии и затухания спиновых волн, полученные разложением по обратному радиусу взаимодействия. (Далее мы следуем работам [21])

В приближении молекулярного поля для энергии магнона находим:

$$\mathcal{E}_k = g\mu_B H + \langle S^z \rangle^{(0)} (J_0 - J_k), \quad (3.18)$$

где значение спина в узле определяется выражением

$$\langle S^z \rangle^{(0)} = b(\beta g\mu_B H + \beta \langle S^z \rangle^{(0)} J_0) = b(\beta y_0) = SB_s(\beta y_0). \quad (3.19)$$

Здесь $\beta = T^{-1}$, $B_s(x)$ – функция Бриллюэна для спина S :

$$B_s(x) = \left(1 + \frac{1}{2S}\right) \operatorname{cth} \left(1 + \frac{1}{2S}\right) x - \frac{1}{2S} \operatorname{cth} \frac{x}{2S}.$$

Уравнение (3.19) есть не что иное, как уравнение молекулярного поля для намагниченности $\langle S^z \rangle^{(0)}$.

В первом неисчезающем приближении по обратному радиусу взаимодействия поправка к энергии равна:

$$\Delta \varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}}(T) - \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{q}} (J_{\mathbf{q}} - J_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) n_{\mathbf{q}} - \frac{b'(\beta y_0)}{b(\beta y_0)} N^{-1} \sum_{\mathbf{q}} \frac{(J_{\mathbf{q}} - J_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})(J_{\mathbf{k}} - J_{\mathbf{q}})}{(1 - \beta b'(\beta y_0))(J_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - J_{\mathbf{k}})}. \quad (3.20)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mathbf{k}} &= g\mu_B H + \langle S^z \rangle (J_0 - J_{\mathbf{k}}), \\ \langle S^z \rangle &= \langle S^z \rangle^{(0)} + \langle S^z \rangle^{(1)}, \end{aligned}$$

и $\langle S^z \rangle^{(1)}$ – поправка первого порядка по $(a/R_0)^3$ к значению спина в узле. Эта поправка равна

$$\begin{aligned} \langle S^z \rangle^{(1)} &= \\ &\left\{ -N^{-1} \sum_{\mathbf{q}} (n_{\mathbf{q}} - n_{y_0}) + \frac{1}{2} b''(\beta y_0) N^{-1} \sum_{\mathbf{q}} \frac{\beta J_{\mathbf{q}}}{1 - \beta b'(\beta y_0) J_0} + \beta b'(\beta y_0) N^{-1} \sum_{\mathbf{q}} J_{\mathbf{q}} n_{\mathbf{q}} \right\} \times \\ &\times [1 - \beta b'(\beta y_0) J_0]^{-1} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Для затухания спиновых волн $\gamma_{\mathbf{k}}(\omega)$ можно получить выражение

$$\gamma_{\mathbf{k}}^{fl}(\omega) = \pi b'(\beta y_0) N^{-1} \sum_{\mathbf{q}} \frac{(J_{\mathbf{q}} - J_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})(J_{\mathbf{q}} - J_{\mathbf{k}})}{1 - \beta b'(\beta y_0) J_{\mathbf{q}}} \delta(\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}). \quad (3.22)$$

Затухание спиновых волн (3.22), пропорциональное производной от функции $b(\beta y_0)$ называют флуктуационным. Оно описывает рассеяние магнонов на статических флуктуациях продольной компоненты намагниченности. В области низких темпера-

тур это затухание экспоненциально мало: $b'(\beta y_0) \sim \exp(-\beta y_0)$; напомним, что $y_0 = g\mu_B H + \langle S^z \rangle^{(0)} J_0$. При малых k оно падает пропорционально $(ak)^5$.

С ростом температуры и приближением к T_C флуктуационное затухание быстро возрастает из-за роста рассеяния спиновых волн на флуктуациях модуля спонтанного момента. Приведем явный вид относительного затухания при малых k в области температуры перехода, когда $|\tau| \ll 1$, где $\tau = (T - T_C)/T_C$.

Введем обозначения $h = \mu_B H / T_C$, $\alpha = S(S+1)/3$, $c = \alpha(6\alpha+1)/10$, $\zeta = \frac{c}{\alpha^2} 3\sqrt{6}/2\pi$. Тогда, если $\tau > 0$ и $ch^2/\alpha\tau^3 \ll 1$ выражение (3.22) дает для относительного затухания спиновых волн:

$$\frac{\gamma_k^fl}{\varepsilon_k - \mu_B H} \approx 2 \left(\frac{(ak)^2}{2\tau} \right)^{3/2} \frac{\alpha\tau^3}{ch^2}. \quad (3.23)$$

Если $ch^2/\alpha|\tau|^3 \gg 1$, имеем:

$$\frac{\gamma_k^fl}{\varepsilon_k - \mu_B H} \approx 2 \left(\frac{\zeta^6 \alpha}{9ch^2} \right)^{1/6} \left[\frac{(ak)^2}{2} \left(\frac{\alpha}{9ch^2} \right)^{1/3} \right]^{3/2}. \quad (3.24)$$

Выше температуры перехода, когда $\tau < 0$, а $ch^2/\alpha|\tau|^3 \ll 1$, получаем:

$$\frac{\gamma_k^fl}{\varepsilon_k - \mu_B H} \sim \frac{\zeta}{\sqrt{|\tau|}} \left(\frac{(ak)^2}{2|\tau|} \right)^{3/2}. \quad (3.25)$$

Эти соотношения показывают, что при любом малом $|\tau|$ существуют такие k , что $\gamma_k^{fl} / \varepsilon_k \ll 1$, т.е. в ферромагнетике даже вблизи T_C имеются длинноволновые слабозатухающие возбуждения спин-волнового типа. В тоже время, при $(ak)^2 > \max(|\tau|, h^{2/3})$ затухание быстро растет. Полученные выражения показывают, что флуктуационное затухание в слабом поле имеет существенно разный вид выше и ниже точки перехода. При $T < T_C$ относительное затухание (3.25) $\gamma_k^{fl} / \varepsilon_k \sim (ak)^3 |\tau|^{-2}$, в то время как выше T_C это выражение, согласно (3.23), приобретает дополнительный большой множитель $\sim \tau^3 h^{-2}$. Это означает, что выше температуры Кюри понятие спиновых волн или парамагнитный резонанс имеют смысл только при достаточно сильных полях и малых k .

С приближением к точке перехода, растет затухание, обусловленное и обычным рассеянием спиновых волн друг на друге. Не приводя общие выражения ввиду их громоздкости, рассмотрим те же предельные случаи, что и в (3.23) - (3.25).

Если $\tau > 0$ и $ch^2/\alpha\tau^3 \ll 1$ для относительного затухания спиновых волн, обусловленного спин-волновым рассеянием, имеем:

$$\frac{\gamma_k^s}{\varepsilon_k} = \frac{\zeta^2}{6\pi\tau} \frac{(ak)^2}{2\tau} \left(\frac{\alpha\tau^3}{ch^2} \right)^{3/2} \ln^2 \frac{1}{(ak)^2/2 + \tau}. \quad (3.26)$$

Если $ch^2/\alpha|\tau|^3 \gg 1$, имеем:

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}^s}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{\zeta^6 \alpha}{9ch^2} \right)^{1/3} \frac{(ak)^2}{2} \left(\frac{\alpha}{9ch^2} \right)^{1/3} \ln \frac{1}{(ak)^2/2 + (ch^2/3\alpha)^{1/3}}. \quad (3.27)$$

Наконец, выше температуры перехода, когда $\tau < 0$, а $ch^2/\alpha|\tau|^3 \ll 1$, получаем:

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}^s}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{54\pi} \frac{\zeta^2}{|\tau|} \frac{(ak)^2}{2|\tau|} \ln \frac{1}{(ak)^2/2 + (ch^2/3\alpha|\tau|)^{1/3}}. \quad (3.28)$$

Сравнивая эти выражения с (3.23) - (3.25), видно, что вблизи перехода зависимость затухания спиновых волн из-за рассеяния их друг на друге от температуры и поля носит тот же характер, что и для флуктуационного механизма.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что в ферромагнетике, несмотря на рост затухания, даже вблизи T_C имеются длинноволновые слабозатухающие возбуждения спиноволнового типа. Выше T_C понятие спиновых волн имеет смысл только при достаточно сильных магнитных полях.

3.3. Корреляционная функция продольных компонент спина.

Корреляционная функция продольных компонент спина определяется формулой (3.12). В первом приближении самосогласованного поля диаграммный ряд для $K_{zz}^{(0)}$ есть бесконечный ряд графиков, показанный на рис. 3.3. Светлыми точками здесь

изображены вершины, соответствующие операторам S^z ; взаимодействие изображено волнистыми линиями.

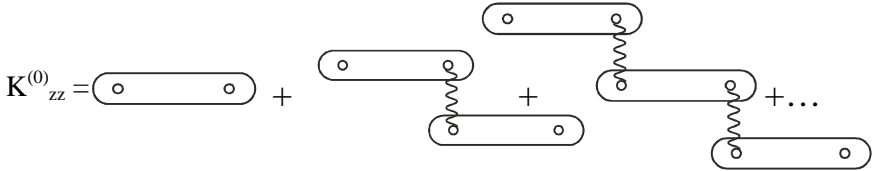


Рис. 3.3

По правилам диаграммой техники, блоку, охватывающему N операторов S^z , сопоставляется производная от функции $b(z)$ вида $\sim \delta_{\omega,0} b^{(N-1)}(z)$ (здесь ω – частота; более детально см., например, в [2,3]). Тогда в первом порядке самосогласованного поля выражение для корреляционной функции продольных компонент спина имеет вид

$$K_{zz}^{(0)}(\mathbf{k}, i\omega_n) = \delta_{n0} \frac{b'}{1 - b' J_{\mathbf{k}} / T}, \quad (3.29)$$

Напомним, что величина $\delta_{n0} b'$, где b' – производная функции Бриллюэна по среднему полю, описывает статические флуктуации продольной компоненты намагниченности. Вблизи перехода, когда $|\tau| \ll 1$, это выражение приобретает вид:

$$K_{zz}^{(0)}(\mathbf{k}, i\omega_n) = \delta_{n0} \frac{\alpha}{(ak)^2 / 2 + \tau + cy_0^2 / \alpha}. \quad (3.30)$$

Из (3.30) следует, что статическая восприимчивость

$$\chi_T = \sum_n K_{zz}^{(0)}(\mathbf{k}, i\omega_n)$$

(в этом приближении) удовлетворяет закону Кюри - Вейса, причем для отношения восприимчивостей выше и ниже T_C выполняется закон двойки.

Вблизи фазового перехода и при $y_0 = g\mu_B H + \langle S^z \rangle^{(0)} J_0 \rightarrow 0$ соотношение (3.30) приводит к известному результату Орштейна - Цернике

$$K_{zz}(R) \sim \frac{1}{R} \exp\left(-\frac{R}{\xi}\right),$$

где корреляционная длина $\xi \sim \tau^{1/2}$.

Формула (3.29) описывает только статические корреляции S^z и для изучения временной зависимости нужно найти следующее приближение, учитывающее, в частности, взаимодействие со спиновыми волнами (далее мы следуем работам [21], смотри также [24]). При малых температурах корреляции, описываемые (3.29), экспоненциально стремятся к нулю, в то время как в следующем приближении по обратному радиусу взаимодействия спин-волновые члены падают степенным образом. Наконец, в области самых малых k , спин-волновое слагаемое при всех T более существенно, чем (3.29).

Динамические зависимости возникают в следующем приближении по обратному радиусу взаимодействия. Интересу-

ясь динамическими корреляциями (т.е., слагаемыми, не содержащими δ_{n_0} и потому не исчезающими при аналитическом продолжении по частоте $i\omega_n \rightarrow \omega$), в первом неисчезающем приближении имеем

$$K_{zz}^{(0)}(\mathbf{k}, \omega) = T \sum_{\mathbf{q}} \frac{n_{\mathbf{q}} - n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{q}} - \omega - i\delta}, \quad (3.31)$$

где $n(\varepsilon_{\mathbf{q}}) = \{\exp(\beta\varepsilon_{\mathbf{q}}) - 1\}^{-1}$ есть числа заполнения магнов. Как следует из (31), функция Грина продольных компонент спина не имеет особенностей на частоте одночастичных колебаний, т.е., при $\omega \approx \varepsilon_{\mathbf{k}}$. Резонанс наблюдается на частоте $\omega \approx \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{q}}$, и соответствует рассеяние спиновой волны из состояния с импульсом \mathbf{q} в состояние с импульсом $\mathbf{k} + \mathbf{q}$ и поглощением фотона (кванта электромагнитного поля).

Наиболее интересным является поведение K_{zz} в области малых $ak \ll 1$. В этом случае выражение (3.31) зависит от соотношения между ω и k . Рассмотрим сначала область больших частот $\omega \gg bJ_0(ak)$. В области малых и больших температур (3.31) принимает соответственно вид

$$K_{zz}(k, \omega) = -2bJ_0 \frac{(ak)^2 T}{\omega} \left(\frac{3T}{2\pi bJ_0} \right)^{3/2}, \quad (32,a)$$

при $T \ll bJ_0$,

$$K_{zz}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{T^2}{\omega^2} \sum_{\alpha, \beta} a^2 k_\alpha k_\beta \sum_{\mathbf{q}} \frac{\partial^2 J_{\mathbf{q}}}{\partial q_\alpha \partial q_\beta} \frac{1}{J_0 - J_{\mathbf{q}}}, \quad (32,6)$$

при $\mu_B H \ll bJ_0 \ll T$. В последнем выражении сумма по \mathbf{q} представляет собой числовой тензор, структура которого определяется кристаллографической симметрией решетки.

При малых частотах $\omega \ll bJ_0(ak)$ для мнимой части K_{zz} можно получить замкнутое выражение:

$$\text{Im } K_{zz}(k, \omega) = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \left(\frac{T}{bJ_0} \right)^2 \frac{1}{ak} \ln \left(\frac{1 - \exp[\beta(2\omega + bJ_0(ak)^2)^2 / 8bJ_0(ak)^2 - \beta\mu_B H]}{1 - \exp[\beta(2\omega - bJ_0(ak)^2)^2 / 8bJ_0(ak)^2 - \beta\mu_B H]} \right) \quad (3.33)$$

В слабом магнитном поле в корреляционной функции K_{zz} имеется своеобразный «слабый резонанс» на частоте спиновых волн $2\omega = bJ_0(ak)^2$. Мнимая часть при этом логарифмически растет, а вещественная остается ограниченной.

Можно найти закон временного спадания корреляцией при малых k и больших временах t :

$$K_{zz}(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t} K_{zz}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \left(\frac{T}{bJ_0} \right)^2 \frac{\sin[bJ_0(ak)^2 t / 2]}{t} \exp\left\{-8t(ak)(\mu_B H bJ_0)^{1/2}\right\} \quad (3.34)$$

Видно, что благодаря нелокальности взаимодействия через спиновые волны диффузия спина носит необычный характер: это коллективная флуктуация, синусоидальная в пространстве, при

больших длинах волн $\lambda = 2\pi/k$ экспоненциально затухающая с характерным временем жизни $\tau(\mathbf{k}) \sim 1/[(ak)(\mu_B H b J_0)^{1/2}]$.

С приближением к точке перехода происходит замедление диффузии, пропорциональное $(\mu_B H b J_0)^{1/2}$. Для описания диффузии в случае очень слабых полей H и больших времен необходимо учесть следующее приближение, учитывающее затухание спиновых волн. В результате, закон убывания корреляций при больших временах будет экспоненциальным и при $H = 0$.

Учет поправок следующего порядка наиболее существенно влияют на слагаемое первого порядка (3.29) и (3.30). Учет этих процессов приводит, в частности, к тому, что « δ – функциональное» слагаемое (3.29) приобретает конечную ширину γ_z , так что корреляционная функция продольных компонент приобретает структуру:

$$K_{zz}^{(0)}(\mathbf{k}, i\omega_n) \rightarrow \frac{b'}{1 - b'J_{\mathbf{k}}/T - i\omega + \gamma_z}. \quad (3.35)$$

Более детальное обсуждение этих вопросов можно найти в работах [21] и в монографии [24]

В заключение данного раздела отметим, что приведенные результаты применимы при малых, но конечных τ , т.е. $1 \gg |\tau| \neq 0$. При $|\tau| \rightarrow 0$ мы попадаем в критическую область, где физика спиновых флуктуаций совершенно иная. В области малых частот и волновых векторов продольная восприимчивость

обнаруживает тенденцию к сингулярному поведению, что свидетельствует о переходе в так называемую область гидродинамического режима, где физика флуктуаций намагниченности определяется законами сохранения намагниченности [25]. Наконец, очень близко к T_C , в критической области, неприменимым становится и гидродинамический анализ. Он должен быть заменен методом динамического скейлинга (см., например, [26]).

§ 4. Процессы взаимодействия магнонов с магнонами.

Выполненные недавно эксперименты [27 - 33] продемонстрировали возможность перемагничивания отдельным ультракоротким лазерным импульсом. Микроскопические механизмы изменения направления намагниченности подрешеток при таких временах пока не вполне ясны, и вместе с доказательством возможности ультрабыстрого перемагничивания оптическим методом, работы [27 - 33] поставили как новые, так и возобновили актуальность ранее мало исследованных вопросов. В частности, установлено, что перемагничивание сопровождается существенным нагревом области перемагничивания и в этой области температура магнитной подсистемы может существенно отличаться от температуры решетки (фононов). Естественно, возникает вопрос о характерных временах релаксации и установлении равновесных значений в подсистеме магнонов и фононов. Феномено-

логическому описанию динамики намагниченности при сверхбыстром перемагничивании посвящена глава 4. В последующих параграфах данной главы, §4 - §6, неравновесная динамика намагниченности рассматривается в рамках микроскопического подхода. Будет показано, что установление равновесного значения величины магнитного момента происходит быстрее, чем изменение перпендикулярной составляющей полного магнитного момента. Иными словами, вначале устанавливается равновесное значение величины магнитного момента, а затем уже происходит поворот магнитного момента к оси легкого намагничивания [20, 34, 35]. При этом релаксация поперечной составляющей магнитного момента происходит независимо от релаксации величины полного магнитного момента и от процесса выравнивания температур спинов и решетки.

4.1. Гамильтониан взаимодействия магнонов друг с другом.

Будем рассматривать магнитоупорядоченный кристалл как совокупность газов частиц – в случае магнитоупорядоченного диэлектрика как совокупность газов магнонов и фонов – и описывать процессы взаимодействия в терминах операторов рождения и уничтожения частиц. С этой целью необходимо выразить гамильтониан ферромагнетика, построенный с помощью операторов спинов атомов, через операторы рождения и уничтожения частиц. Эту проблему мы уже изучали в §2 данной гла-

вы и видели, что она тесно связана с проблемой реализации операторов спина с помощью бозевских операторов. Как было показано в §2, гамильтониан ферромагнетика (точнее говоря, его спиновую часть) можно представить в виде бесконечной суммы членов, содержащих произведения различного числа бозевских операторов $a(\mathbf{k})$ и $a^+(\mathbf{k})$,

$$\hat{H}_s = \hat{H}_s^{(2)} + \hat{H}_s^{(3)} + \hat{H}_s^{(4)} + \dots,$$

где $\hat{H}_s^{(n)}$ – форма, содержащая произведения n операторов $a^+(\mathbf{k})$, $a(\mathbf{k})$. Производя стандартное унитарное u - v – преобразование, диагонализующее форму $\hat{H}_s^{(2)}$, т.е. приводящее ее к виду

$$\hat{H}_s^{(2)} = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_s(\mathbf{k}) c^+(\mathbf{k}) c(\mathbf{k}) \equiv \hat{H}_0 \quad (4.1, a)$$

мы выразим $\hat{H}_s^{(3)}$, $\hat{H}_s^{(4)}$ через операторы рождения и уничтожения магнонов $c^+(\mathbf{k})$, $c(\mathbf{k})$:

$$\hat{H}_s^{(3)} = \sum_{123} \Psi_s(12,3) c_1^+ c_2^+ c_3 \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) + h.c., \quad (4.1, б)$$

$$\hat{H}_s^{(4)} = \sum_{1234} \Psi_s(12,34) c_1^+ c_2^+ c_3 c_4 \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) + h.c., \quad (4.1, в)$$

где $\Psi_s(12,3)$, $\Psi_s(12,34)$ – некоторые функции волновых векторов магнонов $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots$ (мы пользуемся обозначением $\mathbf{k}_1 \equiv 1, \mathbf{k}_2 \equiv 2$ и т.д.)

Так как собственные значения \hat{H}_0 равны сумме энергий отдельных магнонов, то, оператор \hat{H}_0 следует интерпретировать

как гамильтониан газа свободных магнонов, а сумму операторов $\hat{H}_s^{(3)}$, $\hat{H}_s^{(4)}$, ... – как общий гамильтониан их взаимодействия

$$\hat{H}_{ss} = \hat{H}_s^{(3)} + \hat{H}_s^{(4)} + \dots \quad (4.2)$$

Ясно, что оператор $\hat{H}_s^{(n)}$ ($n = 3, 4, \dots$) описывает процессы, в которых участвуют n магнонов. В частности, оператор $\hat{H}_s^{(3)}$ описывает процессы слияния двух магнонов и распада магнонов на два магнона, а оператор $\hat{H}_s^{(4)}$ – процессы рассеяния двух магнонов. По этой причине величина $\Psi_s(12,3)$ называется амплитудой слияния (распада) магнонов, а величина $\Psi_s(12,34)$ – амплитудой рассеяния магнона магноном.

Наличие в выражениях для $\hat{H}_s^{(n)}$ функции $\Delta\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i\right)$ означает, что в процессах взаимодействия с точностью до вектора обратной решетки (умноженного на 2π) сохраняется суммарный волновой вектор спиновых волн.

Заметим, что в гамильтониане $\hat{H}_s^{(3)}$ мы не выписали членов типа $c_1^+ c_2^+ c_3^+$, а в гамильтониане $\hat{H}_s^{(4)}$ – членов типа $c_1^+ c_2^+ c_3^+ c_4^+$ и $c_1^+ c_2^+ c_3^+ c_4^-$. Члены $c_1^+ c_2^+ c_3^+$ и $c_1^+ c_2^+ c_3^+ c_4^+$, благодаря закону сохранения энергии не вносят вклада в вероятности процессов в первом борновском приближении; член же $c_1^+ c_2^+ c_3^+ c_4^-$ описывает процесс распада одного магнона на три, средняя вероятность которого

значительно меньше средней вероятности распада одного магнона на два.

Далее, для простоты, предполагаем, что энергия спиновой волны $\varepsilon_s(\mathbf{k})$ не зависит от направления волнового вектора, так что $\varepsilon_s(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 + \theta_C(ak)^2$. Мы не будем проводить здесь полностью выражений для амплитуд $\Psi_s(12,3)$ и $\Psi_s(12,34)$, так как они имеют громоздкий вид (см., например, [20]), а укажем только порядок их величин. Имеем:

$$\Psi_s(12,3) = \frac{\mu_B M_0}{\sqrt{N}} \varphi_r(12,3), \quad (4.3)$$

где $\varphi_r(12,3) \sim 1$.

Рассеяние магнона магном обусловливается как обменным, так и релятивистским взаимодействием, поэтому

$$\Psi_s(12,34) = \Psi_s^{(e)}(12,34) + \Psi_s^{(r)}(12,34),$$

где $\Psi_s^{(e)}(12,34)$ и $\Psi_s^{(r)}(12,34)$ – амплитуды обменного и релятивистского рассеяния:

$$\Psi_s^{(e)}(12,34) = \frac{\theta_C}{N} \varphi_e(12,34), \quad \Psi_s^{(r)}(12,34) = \frac{\mu_B M_0}{N} \varphi_r(12,34). \quad (4.4)$$

При малых волновых векторах

$$\varphi_e(12,34) = a^2 (\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4) / 4, \quad (4.5)$$

а $\varphi_r(12,34) \sim 1$.

Отметим, что $\Psi_s^{(e)}(12,34)$ и $\Psi_s^{(r)}(12,34)$ – симметричные функции, как по первым, так и по вторым двум аргументам.

Зная амплитуды взаимодействия, можно определить вероятности соответствующих процессов взаимодействия спиновых волн. В области низких температур, $T \ll T_C$, средние вероятности этих процессов уменьшаются с увеличением числа участвующих в них магнонов и наиболее вероятными являются процессы распада магнона на два магнона и обменного рассеяния магнона магноном.

4.2. Вероятность распада и слияния магнонов.

Вычислим сначала вероятность слияния двух магнонов. Матричный элемент этого процесса имеет вид

$$\begin{aligned} & (n_1 - 1, n_2 - 1, n_3 + 1 | \hat{H}_s^{(3)} | n_1, n_2, n_3) = \\ & = \frac{2\mu_B M_0}{\sqrt{N}} \varphi_r^*(12,3) \sqrt{n_1 n_2 (n_3 + 1)} \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3), \end{aligned}$$

где n_1 , n_2 и n_3 – числа магнонов в начальном состоянии. (Мы не учитываем процессы переброса, при которых суммарное изменение волнового вектора магнонов равно вектору обратной решетки $\boldsymbol{\tau}$, умноженному на 2π). Поэтому вероятность (отнесенная к единице времени) слияния двух магнонов с волновыми векторами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 в магнон с волновым вектором \mathbf{k}_3 , равна:

$$w^{(3)}(12 \rightarrow 3) = 8\pi \frac{(\mu_0 M_0)^2}{N} |\varphi_r(12,3)|^2 n_1 n_2 (n_3 + 1) \times \quad (4.6)$$

$$\times \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3),$$

где $\varepsilon_i \equiv \varepsilon_s(\mathbf{k}_i)$. (Здесь и ниже постоянная Планка \hbar в промежуточных формулах опущена и будет восстановлена лишь в некоторых окончательных результатах.)

Вероятность обратного процесса – распада магнона с волновым вектором \mathbf{k}_3 на два магнона с волновыми векторами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 равна:

$$w^{(3)}(3 \rightarrow 12) = 8\pi \frac{(\mu_0 M_0)^2}{N} |\varphi_r(12,3)|^2 (n_1 + 1)(n_2 + 1)n_3 \times \quad (4.7)$$

$$\times \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3).$$

В этих процессах обязаны выполняться законы сохранения, так что $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_3$, $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3$.

Изменение числа магнонов с волновым вектором \mathbf{k}_1 , в единицу времени в результате процессов слияния и обратных им процессов распада можно представить в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} n_1 \right)_c = L_c \{n\}, \quad (4.8)$$

где

$$L_c \{n\} = 8\pi \frac{(\mu_0 M_0)^2}{N} \sum_{23} |\varphi_r(12,3)|^2 \{(n_1 + 1)(n_2 + 1)n_3 - n_1 n_2 (n_3 + 1)\} \times$$

$$\times \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3).$$

Эта величина называется интегралом столкновений, описывающим процессы слияния и распада магнонов.

Легко убедиться, что интеграл столкновений обращается в нуль для планковского распределения магнонов

$$\bar{n}(\mathbf{k}) = \frac{1}{e^{\varepsilon_s(\mathbf{k})/T} - 1}.$$

Если числа магнонов $n(\mathbf{k})$ мало отличаются от своих равновесных значений $\bar{n}(\mathbf{k})$,

$$n(\mathbf{k}) = \bar{n}(\mathbf{k}) + \delta n(\mathbf{k}), \quad \bar{n}(\mathbf{k}) \gg |\delta n(\mathbf{k})|$$

то интеграл столкновений $L_c\{n\}$ можно разложить в ряд по степеням $\delta n(\mathbf{k})$. Коэффициент при линейных членах разложения (взятый с отрицательным знаком) представляет собой величину, обратную времени жизни магнона с волновым вектором \mathbf{k} по отношению к процессам слияния. Мы будем обозначать это время жизни через $\tau_c(\mathbf{k})$. Легко убедиться, что

$$\frac{1}{\tau_c(\mathbf{k}_1)} = -\frac{\delta L_c\{n\}}{\delta n(\mathbf{k}_1)} = 8\pi \frac{(\mu_0 M_0)^2}{N} \sum_{23} |\varphi_r(12,3)|^2 \{\bar{n}(\mathbf{k}_2) - \bar{n}(\mathbf{k}_3)\} \times \times \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3). \quad (4.9)$$

Вычисление (4.9) при $\varepsilon_s(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 + \theta_C(ak)^2$ и $\varphi_r(12,3) \sim 1$, дает [56]

$$\frac{1}{\tau_c(\mathbf{k})} \approx \left(\frac{\mu_B M_0}{2\pi\theta_C} \right)^2 \frac{T}{\hbar} \frac{\theta_C}{\varepsilon_0} ak, \quad |\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \varepsilon_0| \ll \varepsilon_0 \ll T, \quad (4.10, a)$$

$$\frac{1}{\tau_c(\mathbf{k})} \approx \left(\frac{\mu_B M_0}{2\pi\theta_C} \right)^2 \frac{T}{\hbar} \frac{1}{ak} \ln \left(\frac{\varepsilon_s(\mathbf{k})}{\varepsilon_0} \right), \quad \varepsilon_0 \ll |\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \varepsilon_0| \ll T, \quad (4.10,б)$$

$$\frac{1}{\tau_c(\mathbf{k})} \sim \left(\frac{\mu_B M_0}{2\pi\theta_C} \right)^2 \frac{T}{\hbar} \frac{1}{ak} \exp \left(-\frac{\varepsilon_0}{T} \right), \quad T \ll \varepsilon_0. \quad (4.10,в)$$

Определим теперь время жизни магнона по отношению к процессам его распада. Матричный элемент этого процесса имеет вид

$$\begin{aligned} & (n_1 - 1, n_2 + 1, n_3 + 1 | \hat{H}_s^{(3)} | n_1, n_2, n_3) = \\ & = \frac{2\mu_B M_0}{\sqrt{N}} \varphi_r(23,1) \sqrt{n_1(n_2 + 1)(n_3 + 1)} \Delta(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1) \end{aligned}$$

Поэтому вероятность (отнесенная к единице времени) распада магнона с волновым вектором \mathbf{k}_1 , на два магнона с волновыми векторами \mathbf{k}_2 и \mathbf{k}_3 равна

$$\begin{aligned} w^{(3)}(1 \rightarrow 23) &= 8\pi \frac{(\mu_0 M_0)^2}{N} |\varphi_r(23,1)|^2 n_1(n_2 + 1)(n_3 + 1) \times \\ &\times \Delta(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1) \delta(\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Вероятность обратного процесса равна

$$\begin{aligned} w^{(3)}(23 \rightarrow 1) &= 8\pi \frac{(\mu_0 M_0)^2}{N} |\varphi_r(23,1)|^2 (n_1 + 1)n_2 n_3 \times \\ &\times \Delta(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1) \delta(\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Законы сохранения в этих процессах имеют вид: $\varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_1$, $\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1$. Изменение числа магнонов с волновым вектором \mathbf{k}_1

в единицу времени в результате процессов распада и обратных им процессов слияния определяется, очевидно, формулой

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} n_1 \right)_d = L_d \{n\}, \quad (4.13)$$

$$L_d \{n\} = 8\pi \frac{(\mu_0 M_0)^2}{N} \sum_{23} |\varphi_r(32,1)|^2 \{(n_1 + 1)n_2 n_3 - n_1(n_2 + 1)(n_3 + 1)\} \times \\ \times \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3).$$

Отсюда легко найти время жизни $\tau_d(\mathbf{k})$ магнона с волновым вектором \mathbf{k} по отношению к процессам распада

$$\frac{1}{\tau_d(\mathbf{k}_1)} = - \frac{\delta L_d \{n\}}{\delta n(\mathbf{k}_1)} = 8\pi \frac{(\mu_0 M_0)^2}{N} \sum_{23} |\varphi_r(23,1)|^2 \{\tilde{n}_2 + \tilde{n}_3 + 1\} \times \\ \times \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3).$$

При $\varepsilon_s(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 + \theta_c(ak)^2$, из законов сохранения энергии и импульса следует, что процесс распада магнона с волновым вектором \mathbf{k}_1 на два магнона возможен только в том случае, если $\theta_c(ak_1)^2 > 2\varepsilon_0$, или $\varepsilon_s(\mathbf{k}_1) > \varepsilon_0$.

Приведем выражения для $1/\tau_d(\mathbf{k})$ в некоторых предельных случаях [36]:

$$\frac{1}{\tau_d(\mathbf{k})} \approx \left(\frac{\mu_B M_0}{\theta_c} \right)^2 \frac{T}{6\pi\hbar} \frac{\sqrt{\theta_c(\varepsilon_s(\mathbf{k}) - 3\varepsilon_0)}}{\varepsilon_0}, \quad |\varepsilon_s(\mathbf{k}) - 3\varepsilon_0| \ll \varepsilon_0 \ll T, \quad (4.14,a)$$

$$\frac{1}{\tau_d(\mathbf{k})} \approx \left(\frac{\mu_B M_0}{2\pi\theta_c} \right)^2 \frac{T}{4\pi\hbar} \left(\frac{\theta_c}{\varepsilon_s(\mathbf{k})} \right)^{1/2} \ln \left(\frac{\varepsilon_s(\mathbf{k})}{\varepsilon_0} \right), \quad \varepsilon_0 \ll \varepsilon_s(\mathbf{k}) \ll T, \quad (4.14,б)$$

$$\frac{1}{\tau_d(\mathbf{k})} \approx \left(\frac{\mu_B M_0}{\theta_c} \right)^2 \frac{\sqrt{(\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \varepsilon_0)(\varepsilon_s(\mathbf{k}) - 3\varepsilon_0)}}{8\pi\hbar(ak)}, \quad (4.14,в)$$

$$T \ll \sqrt{(\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \varepsilon_0)(\varepsilon_s(\mathbf{k}) - 3\varepsilon_0)}.$$

Сложив интегралы столкновений $L_c\{n\}$ и $L_d\{n\}$, найдем полное изменение числа магнонов с заданным волновым вектором \mathbf{k}_1 (в единицу времени), обусловленное процессами их распада и слияния:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} n_1 \right)^{(3)} = L_c\{n\} + L_d\{n\} \equiv L_s^{(3)}\{n\}. \quad (4.15)$$

Формулы (4.10) и (4.14) определяют обратные времена жизни спиновых волн с заданным волновым вектором по отношению к процессам слияния и распада. Для оценки роли различных процессов в установлении теплового равновесия в системе магнонов необходимо знать среднюю вероятность процессов слияния и распада магнонов, которую мы будем обозначать через $w_s^{(3)}$. Она определяется формулой

$$w_s^{(3)} = \frac{1}{\sum_{\mathbf{k}} \tilde{n}(\mathbf{k})} \sum_{\mathbf{k}} \tilde{n}(\mathbf{k}) \left\{ \frac{1}{\tau_c(\mathbf{k})} + \frac{1}{\tau_d(\mathbf{k})} \right\}.$$

Подставляя сюда выражения (4.9), (4.13) и выполняя интегрирование по \mathbf{k} , получим

$$w_s^{(3)} \approx \frac{(\mu_B M_0)^2}{\hbar T_C} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^{1/2} \ln^2 \left(\frac{2\mu_B H_0^{(i)}}{T} \right), \mu_B H_0^{(i)} \ll T, \quad (4.16)$$

$$w_s^{(3)} \approx \frac{\mu_B M_0}{\hbar T_C} \left(\frac{\mu_B M_0}{\theta_C} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{2\mu_B H_0^{(i)}}{T} \right), \mu_B H_0^{(i)} \gg T.$$

Здесь $H_0^{(i)}$ – эффективное магнитное поле.

4.3. Вероятность рассеяния магнов на магнонах.

Вычислим вероятность рассеяния магнона магномом. Матричный элемент этого процесса можно представить, согласно (4.1,а - 4.1,в), в виде

$$\begin{aligned} & (n_1 - 1, n_2 - 1, n_3 + 1, n_4 + 1 | \hat{H}_s^{(4)} | n_1, n_2, n_3, n_4) = \\ & = \Psi_s(12,34) \sqrt{n_1 n_2 (n_3 + 1)(n_4 + 1)} \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4). \end{aligned}$$

Поэтому вероятность рассеяния магнона магномом в единицу времени равна

$$w_s^{(4)}(12 \rightarrow 34) = 16\pi |\Psi_s(12,34)|^2 n_1 n_2 (n_3 + 1)(n_4 + 1) \times \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4). \quad (4.17)$$

Следовательно, изменение числа магнов с волновым вектором \mathbf{k}_1 в единицу времени в результате процессов рассеяния определяется формулой

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} n_1 \right)_s = L_s^{(4)} \{n\}, \quad (4.18)$$

где

$$L_s^{(4)}\{n\} = 16\pi \sum_{234} |\Psi_s(12,34)|^2 \{(n_1+1)(n_2+1)n_3n_4 - n_1n_2(n_3+1)(n_4+1)\} \times \\ \times \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4).$$

Величина $L_s^{(4)}\{n\}$, так же как и величина $L_s^{(3)}\{n\}$, носит название интеграла столкновений по отношению к процессам рассеяния магнона магноном.

Легко убедиться, что планковское распределение магнов обращает интеграл столкновений $L_s^{(4)}\{n\}$ в нуль.

Поступая так же, как и в предыдущем разделе, можно определить время жизни магнона с заданным волновым вектором по отношению к процессам рассеяния $\tau_s^{(4)}(\mathbf{k})$:

$$\frac{1}{\tau_s^{(4)}(\mathbf{k}_1)} = -\frac{\delta L_s^{(4)}\{n\}}{\delta n(\mathbf{k}_1)} = 16\pi \sum_{234} |\Psi_s(12,34)|^2 \{(\tilde{n}_2+1)\tilde{n}_3\tilde{n}_4 - \tilde{n}_2(\tilde{n}_3+1)(\tilde{n}_4+1)\} \times \\ \times \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4). \quad (4.19)$$

Опуская выкладки, приведем окончательно выражения для $1/\tau_s^{(4)}(\mathbf{k})$ в некоторых случаях [34]:

$$\frac{1}{\tau_s^{(4)}(\mathbf{k})} \approx \frac{\theta_C}{\hbar} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^{5/2} (ak)^3; T, \mu_B M_0 \ll \varepsilon_s(\mathbf{k}), \quad (4.20)$$

$$\frac{1}{\tau_s^{(4)}(\mathbf{k})} \approx \frac{(\mu_B M_0)^2}{\hbar \theta_C} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^2, |\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \varepsilon_0| \ll \varepsilon_0 \ll T.$$

Мы видим, что при $T \rightarrow 0$ величина $\tau_s^{(4)}(\mathbf{k})$ стремится к бесконечности. Это обстоятельство соответствует тому, что при $T = 0$ в ферромагнетике отсутствует «тепловые» спиновые волны. Подчеркнем, что при больших волновых векторах, когда $\varepsilon_s(\mathbf{k}) \gg \mu_B M_0$, рассеяние происходит главным образом благодаря обменному взаимодействию. Если же $|\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \varepsilon_0| \ll \varepsilon_0$, то основную роль играет релятивистское взаимодействие.

Формула (4.19) определяет время жизни спиновой волны с волновым вектором \mathbf{k} по отношению к процессам рассеяния. Усреднив величину $1/\tau_s^{(4)}(\mathbf{k})$ с равновесной функцией распределения $\tilde{n}(\mathbf{k})$, найдем среднюю вероятность рассеяния спиновых волн:

$$w_s^{(4)} = \frac{1}{\sum_{\mathbf{k}} \tilde{n}(\mathbf{k})} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\tau_s^{(4)}(\mathbf{k})} \tilde{n}(\mathbf{k}).$$

Величина, обратная $w_s^{(4)}$, представляет собой среднее время жизни $\tau_s^{(4)}(\mathbf{k})$ магнона по отношению к процессам рассеяния. Анализ показывает [34, 37], что в области температур $\mu_B M_0 \ll T \ll \theta_C$ основную роль играют процессы обменного рассеяния магнонов друг на друге

$$w_s^{(4)} \sim \frac{\theta_C}{\hbar} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^4. \quad (4.21)$$

Видно, что при $T \rightarrow 0$ средняя вероятность обменного рассеяния магнонов стремиться к нулю.

§5. Процессы взаимодействия магнонов и фононов.

5.1. Гамильтониан взаимодействия магнонов с фононами.

Перейдем к исследованию взаимодействия между спиновыми волнами и колебаниями решетки. Заметим, что атомы ферромагнетика не являются неподвижными, как мы предполагали при установлении вида гамильтониана ферромагнетика, а совершают малые колебания около положений равновесия – узлов кристаллической решетки. Поэтому в коэффициентах, стоящих перед произведениями операторов рождения и уничтожения магнонов в выражении для гамильтониана ферромагнетика и являющихся функциями радиус-векторов его атомов, мы должны под $\mathbf{R}_{l'}$ понимать

$$\mathbf{R}_{l'} = \mathbf{R}_{l'}^0 + \mathbf{u}_l - \mathbf{u}_{l'}$$

где $\mathbf{R}_{l'}^0$ есть равновесное значение радиус-вектора, соединяющего l -й и l' атомы, и \mathbf{u}_l смещение l -го атома из его положения равновесия. Это смещение можно, в свою очередь, разложить на плоские волны:

$$\mathbf{u}_l = (2\rho V)^{-1/2} \sum_{\mathbf{p}j} \frac{\mathbf{e}_j(\mathbf{p})}{\sqrt{\omega_{phj}(\mathbf{p})}} \left\{ b_j(\mathbf{p}) e^{i\mathbf{p}\mathbf{R}_l^0} + b_j^+(\mathbf{p}) e^{-i\mathbf{p}\mathbf{R}_l^0} \right\}. \quad (5.1)$$

Здесь \mathbf{p} и $\omega_{plj}(\mathbf{p})$ – волновой вектор и частота колебаний с поляризацией j , $\mathbf{e}_j(\mathbf{p})$ – единичный вектор поляризации, $b_j^+(\mathbf{p})$, $b_j(\mathbf{p})$ – операторы рождения и уничтожения фонона с волновым вектором \mathbf{p} и поляризацией j , ρ – плотность вещества.

Таким образом, коэффициенты перед произведениями операторов рождения и уничтожения магнов в гамильтониане ферромагнетика являются функциями операторов рождения и уничтожения фононов. Так как смещения малы, $|\mathbf{u}_l| \ll a$, то мы можем разложить эти коэффициенты в ряд по степеням компонент $\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_{l'}$. Первое слагаемое в этом выражении представляет собой гамильтониан собственно спиновой системы, а остальные слагаемые после подстановки в них выражений (5.1) – гамильтониан взаимодействия магнов с фононами. Мы сохраним в этом гамильтониане, который будем обозначать через \hat{H}_{sph} , только линейные по смещениям атомов члены:

$$\hat{H}_{sph} = \sum_{ll'} (\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_{l'})_\alpha \left(\frac{\partial \hat{H}_s}{\partial R_{ll'}^\alpha} \right)_0. \quad (5.2)$$

Заметим, что в это выражение смещения атомов входят в виде разностей $\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_{l'}$. Поэтому \hat{H}_{sph} обращается в нуль, если к нулю стремятся волновые векторы фононов.

Мы не будем рассматривать здесь процессы превращения магнона в фонон, которые приводят к существованию связанных

магнитоупругих волн и оказывают лишь малое влияние на спектры магнонов и фононов, а ограничимся только рассмотрением процессов с участием двух магнонов и одного фонона (процессы с участием большего числа частиц менее вероятны). Гамильтониан, описывающий процессы с участием двух магнонов и одного фонона, имеет вид

$$\hat{H}_{sph} = \sum_{123} \{ \Psi_{sph}(1,2,3) c_1^+ c_2 b_3 \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) + \Psi'_{sph}(12,3) c_1^+ c_2^+ b_3 \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) + h.c. \}. \quad (5.3)$$

Здесь, как и ранее, используются обозначения $c_i \equiv c(\mathbf{k}_i)$, $b_i \equiv b(\mathbf{p}_i)$; в гамильтониане не выписаны слагаемые $c^+ c^+ b^+$ и ccb , так как в первом борновском приближении они не вносят вклада в вероятности переходов.

Входящие в \hat{H}_{sph} величины $\Psi_{sph}(1,2,3)$ и $\Psi'_{sph}(1,2,3)$ представляет собой амплитуды процессов испускания (поглощения) фонона магноном и распада фонона на два магнона. Эти амплитуды можно, согласно (5.1), (5.2), представить в виде

$$\Psi_{sph}(1,2,3) = \theta_c \left(\frac{1}{Nm_F \omega_3} \right)^{1/2} a^2 k_1 k_2 p_3 \varphi_{sph}(1,2,3), \quad (5.4,а)$$

$$\Psi'_{sph}(12,3) = \mu_B M_0 \left(\frac{1}{Nm_F \omega_3} \right)^{1/2} p_3 \varphi'_{sph}(12,3), \quad (5.4,б)$$

где $m_F \equiv \rho a^3$, $\varphi_{sph}(1,23)$ и $\varphi'_{sph}(12,3)$ – некоторые функции от волновых векторов магнона и фонона, равные по порядку величины единице, если $(ak) \ll 1$ и $(ap) \ll 1$.

Отметим, что процессы испускания и поглощения фонона магноном обусловлены в основном обменным взаимодействием, а процессы слияния двух магнонов в фонон и распада фонона на два магнона – релятивистским взаимодействием.

Прибавив к сумме \hat{H}_0 и \hat{H}_{sph} гамильтониан \hat{H}_{ph} , описывающий колебания решетки, мы получим полный гамильтониан ферромагнетика \hat{H} :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{ss} + \hat{H}_{ph} + \hat{H}_{sph}. \quad (5.5)$$

Здесь \hat{H}_0 по-прежнему обозначает гамильтониан газа свободных магнонов, а \hat{H}_{ss} – гамильтониан взаимодействия между магнонами (этот гамильтониан определяется формулами (4.1), (4.2)).

5.2. Вероятности распада и слияния магнонов и фононов.

Рассмотрим, прежде всего, процессы испускания и поглощения фонона магноном. Эти процессы можно трактовать как черенковское излучение (поглощение) звуковых волн. Излучающей частицей при этом является магнон. Так как закон дисперсии спиновых волн совпадает (в пренебрежении релятивист-

скими эффектами) с законом дисперсии обычных нерелятивистских свободных частиц, то условие излучения фонона заключается в том, что скорость магнона v должна превосходить скорость звука v_{ph} . Замечая, что «масса» магнона равна $m_m \equiv \frac{\hbar^2}{2a^2\theta_C}$

и, следовательно, $v = \frac{\hbar k}{m_m} = \frac{2a}{\hbar} \sqrt{\theta_C \varepsilon_s(\mathbf{k})}$, можно представить условие излучения в виде

$$\varepsilon_s(\mathbf{k}) \geq \frac{\theta_D^2}{4\theta_C}, \quad (5.6)$$

где $\theta_D = \hbar v_{ph} / a$ – температура Дебая.

Запишем теперь матричный элемент, соответствующий процессу испускания фонона магноном:

$$\begin{aligned} & (n_1 + 1, n_2 - 1, N_3 + 1 | \hat{H}_{sph} | n_1, n_2, N_3) = \\ & = \Psi_{sph}(13,2) \sqrt{(n_1 + 1)n_2(N_3 + 1)} \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{p}_3 - \mathbf{k}_2). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Отсюда следует, что вероятность черенковского излучения фонона равна

$$\begin{aligned} w_{sph}(2 \rightarrow 13) &= 2\pi |\Psi_{sph}(13,2)|^2 (n_1 + 1)n_2(N_3 + 1) \times \\ &\times \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{p}_3 - \mathbf{k}_2) \delta(\varepsilon_1 + \omega_3 - \varepsilon_2). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Изменение числа магнонов, обусловленное процессами испускания и поглощения магноном фонона, можно представить в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} n_1 \right)_{ph} = L_{sph} \{n, N\}, \quad (5.9)$$

где

$$\begin{aligned} L_{sph} \{n, N\} = & 2\pi \sum_{23} \{ |\Psi_{sph}(23,1)|^2 [(n_1+1)n_2N_3 - n_1(n_2+1)(N_3+1)] \times \\ & \times \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{p}_3) \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \omega_3) + \\ & + |\Psi_{sph}(13,2)|^2 [(n_1+1)n_2(N_3+1) - n_1(n_2+1)N_3] \times \\ & \times \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 + \mathbf{p}_3) \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \omega_3) \}. \end{aligned}$$

Легко видеть, что интеграл столкновений $L_{sph} \{n, N\}$ обращается в нуль для равновесных распределений магнов и фононов

$$\tilde{n}(\mathbf{k}) = \frac{1}{e^{\varepsilon_s(\mathbf{k})/T} - 1}, \quad \tilde{N}(\mathbf{p}) = \frac{1}{e^{\omega_{ph}(\mathbf{p})/T} - 1}.$$

Поступая так же, как в предыдущем параграфе, можно определить время жизни магнона с данным волновым вектором по отношению к процессам испускания и поглощения фонона, которое мы будем обозначать через $\tau_{sph}(\mathbf{k})$. Обратная величина этого времени жизни определяется формулой

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{sph}(\mathbf{k}_1)} = & -\frac{\delta L_{sph}}{\delta n(\mathbf{k}_1)} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{23} \{ |\Psi_{sph}(23,1)|^2 (1 + \tilde{n}_2 + \tilde{N}_3) \times \\ & \times \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{p}_3) \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \omega_3) + \\ & + |\Psi_{sph}(13,2)|^2 (\tilde{N}_3 - \tilde{n}_2) \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 + \mathbf{p}_3) \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \omega_3) \}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Усреднив $1/\tau_{sph}(\mathbf{k}_1)$ по равновесному распределению магнонов, найдем среднюю вероятность испускания и поглощения фонона магноном

$$w_{sph} = \frac{1}{\sum_{\mathbf{k}} \tilde{n}(\mathbf{k})} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\tau_{sph}(\mathbf{k})} \tilde{n}(\mathbf{k}).$$

В предельных случаях, когда $T \ll \theta_D^2/\theta_C$ и $T \gg \theta_D^2/\theta_C$, эта величина имеет вид

$$w_{sph} \approx \frac{\theta_C}{\hbar} \frac{T}{m_F \tilde{v}_{ph}^2} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^{5/2} \exp\left(-\frac{\theta_D^2}{4\theta_C T} \right), T \ll \theta_D^2/\theta_C, \quad (5.11)$$

$$w_{sph} \approx \frac{\theta_C}{\hbar} \frac{T}{m_F \tilde{v}_{ph}^2} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^{5/2}, T \gg \theta_D^2/\theta_C,$$

где \tilde{v}_{ph} – некоторая средняя скорость звука. Заметим, что экспоненциальная зависимость средней вероятности испускания фонона при $T \ll \theta_D^2/\theta_C$ от температуры связана с тем, что в процессах излучения могут принимать участие только те магноны, энергия которых больше $\theta_D^2/4\theta_C$.

Поступая аналогичным образом, можно определить среднюю вероятность превращения двух магнонов в один фонон (и обратного процесса превращения фонона в два магнона). Эта вероятность, которую мы будем обозначать через w'_{sph} , определяется выражениями

$$w'_{sph} \approx \frac{\mu_B M_0}{\hbar} \frac{\mu_B M_0}{m_F \tilde{v}^2} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^2, T \ll \theta_D^2 / \theta_C, \quad (5.12)$$

$$w'_{sph} \approx \frac{\hbar}{m_F a^2} \left(\frac{\mu_B M_0}{\theta_C} \right)^2 \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^{1/2}, T \gg \theta_D^2 / \theta_C,$$

Сравнение этих формул с формулами (5.11) показывает, что $w_{sph} \gg w'_{sph}$ вплоть до температур порядка одного градуса.

Используя выражение (5.3) можно определить и другой процесс – изменение числа фононов с заданным волновым вектором в единицу времени, вызываемое поглощением и испусканием фонона магноном. Повторяя приведенные выше рассуждения, для изменения числа фононов получаем кинетическое уравнение следующего вида:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} N_1 \right)_s = L_{phs} \{N, n\}, \quad (5.13)$$

где

$$L_{phs} \{N, n\} = 2\pi \sum_{23} |\Psi_{sph}(21,3)|^2 [(N_1 + 1)(n_2 + 1)n_3 - N_1 n_2 (n_3 + 1)] \times \\ \times \Delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\omega_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3)$$

Интеграл столкновений $L_{phs} \{n, N\}$, естественно, обращается в нуль для равновесных распределений магнонов и фононов.

Поступая так же, как и в предыдущем разделе, можно определить время жизни фонона с заданным волновым вектором и

поляризацией, $\tau_{phs}(\mathbf{p}_1, j_1)$, по отношению к процессам поглощения и испускания фонона магноном:

$$\frac{1}{\tau_{phs}(\mathbf{p}_1, j_1)} = -\frac{\delta \mathcal{L}_{phs}}{\delta N_{j_1}(\mathbf{p}_1)}$$

Мы приведем здесь уже окончательное выражение для средней вероятности процессов поглощения и испускания фонона магноном, которое равно:

$$w_{phs} = \frac{1}{\tau_{phs}} \approx \frac{\theta_D^2}{\hbar \theta_C} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^2, \theta_D^2 \ll \theta_C T. \quad (5.14)$$

Фононы взаимодействуют не только с магнонами, но и между собой. Простейшими процессами взаимодействия фононов друг с другом являются распад фонона на два фонона и слияние двух фононов. Мы ограничимся здесь рассмотрением только этих процессов.

Гамильтониан, описывающий трехфононные процессы, имеет вид

$$\hat{H}_{phph} = \sum_{123} \{ \Psi_{ph}(12,3) b_1^+ b_2 b_3 \Delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3) + h.c. \}, \quad (5.15)$$

где

$$\Psi_{ph}(12,3) = \left(\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{Nm_F \tilde{v}^2} \right)^{1/2} \varphi_{ph}(12,3)$$

и $\varphi_{ph}(12,3)$ – некоторая функция от направлений волновых векторов и поляризаций фононов, по порядку величины равная

единице. Отсюда легко получить выражения для вероятностей процессов распада фонона на два фонона и слияния двух фононов:

$$w_{ph}(3 \rightarrow 12) = 2\pi |\Psi_{ph}(12,3)|^2 (N_1 + 1)(N_2 + 1)N_3 \times \\ \times \Delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3) \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) \quad (5.16)$$

$$w_{ph}(23 \rightarrow 1) = 2\pi |\Psi_{ph}(32,1)|^2 (N_1 + 1)N_2N_3 \times \\ \times \Delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3) \delta(\omega_1 - \omega_2 - \omega_3)$$

и найти изменение числа фононов с заданным волновым вектором и поляризацией (в единицу времени), обусловленное процессами распада и слияния фононов:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} N_1 \right)_{ph} = L_{ph}^{(3)}\{N\}, \quad (5.17)$$

$$L_{ph}^{(3)}\{N\} = 4\pi \sum_{23} \{ 2 |\Psi_{ph}(12,3)|^2 [(N_1 + 1)(N_2 + 1)N_3 - N_1N_2(N_3 + 1)] \times \\ \times \Delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3) \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) + \\ + |\Psi_{ph}(13,2)|^2 [(N_1 + 1)N_2N_3 - N_1(N_2 + 1)(N_3 + 1)] \times \\ \times \Delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3) \delta(\omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \}$$

Легко проверить, что интеграл столкновений фононов друг с другом $L_{ph}^{(3)}\{N\}$ обращается в нуль для планковского распределения фононов.

Поступая так же, как и в предыдущем разделе, можно определить времена жизни фонона с заданным волновым вектором и поляризацией по отношению к процессам распада и слияния

фононов. Приведем окончательное выражение для средней вероятности этих процессов:

$$w_{ph}^{(3)} = \frac{1}{\tau_{ph}^{(3)}} \approx \frac{\theta_D}{\hbar} \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^5, T \ll \theta_D. \quad (5.18)$$

Сравнение этой формулы с формулой для w_{phs} показывает, что если $\theta_D \gg T \gg \theta_D^2 / \theta_C$, то $w_{ph}^{(3)} \gg w_{phs}$, т.е. изменение функции распределения фононов происходит главным образом благодаря столкновениям фононов друг с другом.

Сравним в заключение этого параграфа вероятности $w_s^{(3)}$ и $w_s^{(4)}$, характеризующие интенсивность взаимодействия магнов друг с другом, с вероятностями w_{sph} и w'_{sph} , характеризующими интенсивность взаимодействия магнов с фононами. Легко видеть, что

$$w_s^{(4)} \gg w_s^{(3)}, w_{sph}, \text{ если } T \gg \theta_C \left(\frac{\mu_B M_0}{\theta_C} \right)^{4/7} \quad (5.19)$$

$$w_s^{(3)} \gg w_{sph}, w'_{sph}, \text{ если } \mu_B M_0 \ll T \ll \theta_C \left(\frac{\mu_B M_0}{\theta_C} \right)^{4/7}$$

Таким образом, взаимодействие магнов друг с другом, вплоть до температур порядка $\mu_B M_0$, сильнее взаимодействия магнов с фононами. Отсюда можно заключить, что равновесие в

системе магненов должно наступить быстрее, чем равновесие между магнонами и фононами. Поэтому температуры спиновой системы и решетки могут, вообще говоря, отличаться друг от друга.

§6. Релаксация магнитного момента в ферромагнетиках.

Перейдем к изучению процесса релаксации магнитного момента и, тесно связанного с этим, процессом установления термодинамического равновесия в ферромагнетиках. Этот процесс, как и все кинетические явления, протекающие в ферромагнетиках, существенно определяется различными процессами взаимодействия магненов, фононов и электронов проводимости. Мы будем здесь рассматривать только ферродиелектрики, и поэтому не будем учитывать процессов взаимодействия с участием электронов проводимости. Кроме того, будем считать кристалл достаточно чистым и лишенным дефектов, так что можно не учитывать процессов рассеяния магненов и фононов примесными атомами и дефектами решетки.

В предыдущем параграфе мы оценили среднюю вероятность обменного рассеяния магнона магненом, $w_s^{(4)}$, и среднюю вероятность распада магнона $w_s^{(3)}$. Эти вероятности оказались

равными $w_s^{(4)} \approx \frac{\theta_C}{\hbar} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^4$ и $w_s^{(3)} \approx \frac{(\mu_B M_0)^2}{\hbar \theta_C} \left(\frac{T}{\theta_C} \right) \ln^2 \left(\frac{T}{\mu_B M_0} \right)$, со-

ответственно. Напомним, мы предполагаем, что энергия спиновой волны $\varepsilon_s(\mathbf{k})$ не зависит от направления волнового вектора: $\varepsilon_s(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 + \theta_C (ak)^2$. (Далее, как обычно, постоянная Планка \hbar в промежуточных формулах будет опускаться, и будет восстановлена лишь в некоторых окончательных результатах). Вероятности остальных процессов в системе магненов значительно меньше.

При не слишком низких температурах, т.е., когда $\theta_C (\mu_B M_0 / \theta_C)^{4/7} \ll T \ll \theta_C$, $w_s^{(4)} \gg w_s^{(3)}$ и в этом интервале температур наиболее сильным является обменное рассеяние магненов. Как будет показано далее, это рассеяние приводит к установлению бозевого распределения магненов. Однако, это распределение, вообще говоря, будет квазиравновесным, так как температура спиновой подсистемы может отличаться от температуры фононов, т.е. температуры кристаллической решетки. Соответствующий этому распределению магнитный момент может отличаться от равновесного значения магнитного момента ферромагнетика. Заметим, что, так как гамильтониан обменного взаимодействия коммутирует с полным магнитным моментом \mathbf{M} и одной из его проекций (проекция на ось z) M_z , то в этом случае \mathbf{M} и M_z могут иметь произвольные значения.

Переход к равновесным значениям этих величин, а также выравнивание температур спинов и решетки, обусловливается взаимодействиями, могущими изменять магнитный момент системы, т.е. магнитным дипольным взаимодействием и спин-орбитальным взаимодействием. Эти взаимодействия в области температур $\theta_c (\mu_B M_0 / \theta_c)^{4/7} \ll T \ll \theta_c$ являются слабыми по сравнению с обменным взаимодействием. Поэтому релаксация магнитного момента и выравнивание температур спинов и решетки происходят медленно по сравнению с процессом установления квазиравновесного бозевского распределения для магнонов с заданным значением магнитного момента.

6.1. Квазиравновесные бозевские распределения магнонов и фононов.

Чтобы исследовать процесс релаксации магнитного момента в ферродиэлектриках и выравнивание температур спинов и решетки, будем исходить из кинетических уравнений для функций распределения магнонов и фононов:

$$\frac{\partial n(\mathbf{k})}{\partial t} = L_s \{n, N\}, \quad \frac{\partial N_j(\mathbf{p})}{\partial t} = L_{ph} \{N, n\}, \quad (6.1)$$

где $n(\mathbf{k})$ и $N_j(\mathbf{p})$ – числа магнонов и фононов (сорта j) с волновыми векторами \mathbf{k} и \mathbf{p} и $L_s \{n, N\}$ и $L_{ph} \{N, n\}$ – интегралы столкновений магнонов и фононов.

Интеграл столкновений магнонов $L_s\{n, N\}$ представляет собой сумму интегралов столкновений магнонов друг с другом ($L_s^{(4)}\{n\}$ и $L_s^{(3)}\{n\}$) и интеграла столкновений магнонов с фононами ($L_{sph}\{n, N\}$):

$$L_s\{n, N\} = L_s^{(4)}\{n\} + L_s^{(3)}\{n\} + L_{sph}\{n, N\}, \quad (6.2)$$

где интегралы столкновений определяются формулами (4.8), (4.13) и (4.18), и (5.9), соответственно.

Интеграл столкновений фононов $L_{ph}\{N, n\}$ представляет собой сумму интеграла столкновений фононов друг с другом, $L_{ph}^{(3)}\{N\}$, и интеграла столкновений фононов с магнонами $L_{phs}\{n, N\}$

$$L_{ph}\{N, n\} = L_{ph}^{(3)}\{N\} + L_{phs}\{n, N\} \quad (6.3)$$

(интегралы столкновений $L_{ph}^{(3)}\{N\}$ и $L_{phs}\{n, N\}$ определяются формулами (5.17), (5.13), соответственно).

Мы рассмотрим сначала температуры, удовлетворяющие условиям: $\theta_C (\mu_B M_0 / \theta_C)^{4/7} \ll T \ll \theta_C$, $\theta_D^2 / \theta_C \ll T \ll \theta_D$. При этом наиболее вероятными будут следующие процессы: для магнонов – обменное рассеяние и для фононов – распад и слияние фононов. Соответственно этому мы выделим из интеграла столкновений слагаемое $L_s^{(4e)}\{n\} \equiv \xi_S L_s^{(e)}\{n\}$, определяющее изменение функции распределения магнонов, обусловленное их

обменным рассеянием, и запишем кинетическое уравнение для магнонов в виде

$$\frac{\partial n(\mathbf{k})}{\partial t} = \xi_S L_s^{(e)} \{n\} + \delta L_s \{n, N\}, \quad (6.4)$$

где $\delta L_s \{n, N\}$ включает в себя все остальные слагаемые в интеграле столкновений магнонов:

$$\delta L_s \{n, N\} = L_s^{(3)} \{n\} + L_s^{(4r)} \{n\} + L_{sph} \{n, N\}. \quad (6.5)$$

Здесь $L_s^{(4r)} \{n\}$ описывает релятивистское рассеяние магнонов, а формально вводимый большой параметр ξ_S характеризует интенсивность обменного рассеяния. В рассматриваемой области температур интеграл столкновений $\delta L_s \{n, N\}$ можно рассматривать как малое возмущение.

Аналогичным образом кинетическое уравнение для фононов в рассматриваемой области температур запишем в виде

$$\frac{\partial N_j(\mathbf{p})}{\partial t} = \xi_{ph} L_{ph}^{(p)} \{N\} + \delta L_{ph} \{N, n\}, \quad (6.6)$$

где $\xi_{ph} L_{ph}^{(p)} \{N\} \equiv L_{ph}^{(3)} \{N\}$, $\delta L_{ph} \{N, n\} = L_{phs} \{N, n\}$ и ξ_{ph} – формально вводимый большой параметр, характеризующий интенсивность процессов взаимодействия фононов друг с другом. В рассматриваемой области температур интеграл столкновений $\delta L_{ph} \{N, n\}$ можно рассматривать как малое возмущение.

Так как кинетические уравнения для функций распределения магнонов и фононов содержат большие параметры ξ_S и ξ_{ph} ,

то мы будем искать решения этих уравнений в виде разложений по обратным степеням параметров ξ_S и ξ_{ph} :

$$\begin{aligned} n(\mathbf{k}) &= n^{(0)}(\mathbf{k}) + n^{(1)}(\mathbf{k}) + \dots \\ N_j(\mathbf{p}) &= N_j^{(0)}(\mathbf{p}) + N_j^{(1)}(\mathbf{p}) + \dots \end{aligned}$$

Подставляя эти разложения в (6.4), (6.6), получим следующие уравнения для определения $n^{(0)}(\mathbf{k})$, $n^{(1)}(\mathbf{k})$, $N_j^{(0)}(\mathbf{p})$, $N_j^{(1)}(\mathbf{p})$:

$$\begin{aligned} L_s^{(e)}\{n^{(0)}\} &= 0, \quad L_{ph}^{(p)}\{N^{(0)}\} = 0 \\ \xi_S L_s^{(e)}\{n^{(1)}\} &= \frac{\partial n^{(0)}}{\partial t} - \delta L_S\{n^{(0)}, N^{(0)}\}, \\ \xi_{ph} L_{ph}^{(p)}\{N^{(1)}\} &= \frac{\partial N^{(0)}}{\partial t} - \delta L_{ph}\{N^{(0)}, n^{(0)}\}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Рассмотрим сначала первые два уравнения для определения функций $n^{(0)}(\mathbf{k})$, $N_j^{(0)}(\mathbf{p})$. Как и ранее, будем предполагать, что стороннее магнитное поле (или константа анизотропии) достаточно велико, так что энергию магнона можно считать равной $\varepsilon_s(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 + \theta_C(ak)^2$, где $\varepsilon_0 = const$. Можно показать, что при этом общее решение уравнения $L_s^{(e)}\{n^{(0)}\} = 0$ имеет вид [34]

$$n^{(0)}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_s(\mathbf{k}) - \zeta}{T_s}\right) - 1}, \quad \text{если } \mathbf{k} \neq 0, \quad (6.8,a)$$

и

$$n^{(0)}(\mathbf{k}) = n_0, \quad \text{если } \mathbf{k} = 0, \quad (6.8,b)$$

где ζ , T_s и n_0 – некоторые пока произвольные функции времени.

Обратим внимание на то, что $n^{(0)}(0)$ является произвольной величиной. Это связано со структурой интеграла столкновений $L_s^{(e)}\{n\} = 0$, содержащего (под знаком интеграла), согласно (4.5), выражение, $(\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3\mathbf{k}_4)\Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4)$ которое обращается в нуль, если один из импульсов магнонов равен нулю. Заметим, что отсюда вытекает также соотношение $L_s^{(e)}\{n\} |_{\mathbf{k}_1=0} = 0$, справедливое при произвольной функции распределения магнонов $n(\mathbf{k})$.

Общее решение уравнения $L_{ph}^{(p)}\{N^{(0)}\} = 0$ имеет вид

$$N_j^{(0)}(\mathbf{p}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\omega_{phj}(\mathbf{p})}{T_{ph}}\right) - 1}, \quad (6.9)$$

где T_{ph} – некоторая, пока произвольная функция времени.

Величины ζ , T_s и T_{ph} имеют простой физический смысл: T_s и T_{ph} представляют собой температуры системы магнонов и системы фононов, а ζ – химический потенциал системы магнонов.

Мы видим, что если учитывать только наиболее сильные взаимодействия в системе магнонов и системе фононов, т.е. обменное рассеяние магнонов и распад и слияние фононов, то температуры магнонов и фононов могут различаться и химический потенциал магнонов может быть отличен от нуля. Поэтому

мы будем называть распределения $n^{(0)}(\mathbf{k})$ и $N_j^{(0)}(\mathbf{p})$ квазиравновесными.

Для того чтобы распределения магнонов и фононов стали равновесными (т.е. чтобы температуры T_s и T_{ph} выровнялись, а химический потенциал ζ обратился в нуль), необходимо наряду с рассмотренными сильными взаимодействиями магнонов и фононов учитывать также их слабые взаимодействия, т.е. релятивистское рассеяние магнонов и процессы испускания и поглощения магнонов фонона.

Таким образом, мы приходим к картине двухступенчатой релаксации в ферромагнетиках, первая ступень которой обусловлена сильными, а вторая – слабыми взаимодействиями в системе магнонов и фононов, причем первая ступень завершается установлением квазиравновесных, а вторая – полностью равновесных распределений.

Ясно, что время установления квазиравновесного бозевского распределения магнонов определяется вероятностью обменного рассеяния магнонов и по порядку величины равно $\tau_s^{(4)} = 1/w_s^{(4)} \approx \hbar \theta_C^{-1} (\theta_C / T)^4$. Время же установления квазиравновесной функции распределения фононов определяется вероятностью процессов слияния (распада) фононов и по порядку величины равно $\tau_{ph} = 1/w_{ph}^{(3)} \approx \hbar \theta_D^{-1} (\theta_D / T)^5$.

6.2. Уравнения для определения параметров квазиравновесных распределений.

Установим теперь уравнения для определения параметров квазиравновесных распределений [34]. Заметим с этой целью, что интегралы столкновений $L_s^{(e)}\{n\}$, $L_{ph}^{(p)}\{N\}$ удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} L_s^{(e)}\{n\} |_{\mathbf{k}_1=0} &= 0, \quad \sum_{\mathbf{k}_1} L_s^{(e)}\{n\} = 0, \\ \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_s(\mathbf{k}) L_s^{(e)}\{n\} &= 0, \quad \sum_{\mathbf{p},j} \omega_{phj}(\mathbf{p}) L_{ph}^{(p)}\{N\} = 0 \end{aligned} \quad (6.10)$$

при произвольных функциях распределения для фононов и магнов. Первое из этих соотношений было доказано выше, второе является следствием сохранения числа магнов при обменном рассеянии, а третье и четвертое – следствием закона сохранения энергии.

Используя соотношения (6.10) в уравнениях (6.7), следует, что должны выполняться условия

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_0}{\partial t} &= \delta L_s\{n^{(0)}, N^{(0)}\} |_{\mathbf{k}_1=0}, \\ \sum_{\mathbf{k}_1} \frac{\partial n_1^{(0)}}{\partial t} &= \sum_{\mathbf{k}_1} \delta L_s\{n^{(0)}, N^{(0)}\}, \\ \sum_{\mathbf{k}_1} \frac{\partial n_1^{(0)}}{\partial t} \varepsilon(\mathbf{k}_1) &= \sum_{\mathbf{k}_1} \varepsilon(\mathbf{k}_1) \delta L_s\{n^{(0)}, N^{(0)}\}, \\ \sum_{\mathbf{p},j} \omega_{phj}(\mathbf{p}) \frac{\partial N_1^{(0)}}{\partial t} &= \sum_{\mathbf{p},j} \omega_{phj}(\mathbf{p}) \delta L_{ph}\{n^{(0)}, N^{(0)}\}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Эти условия, являющиеся условиями разрешимости уравнений (6.7) для функций $n^{(1)}(\mathbf{k})$ и $N_j^{(1)}(\mathbf{p})$, представляют собой одновременно уравнения для определения параметров квазиравновесного распределения.

Заметим, что вместо последнего уравнения можно пользоваться уравнением

$$\sum_{\mathbf{k}_1} \varepsilon_1 \frac{\partial n_1^{(0)}}{\partial t} + \sum_{j_1, j_2} \omega_1 \frac{\partial N_1^{(0)}}{\partial t} = 0, \quad (6.12)$$

которое вытекает из того, что

$$\sum_{\mathbf{k}_1} \varepsilon_1 \delta L_s \{n, N\} + \sum_{\mathbf{p}_1, j_1} \omega_1 L_{phs} \{N, n\} = 0.$$

Предполагая распределения (6.8) и (6.9) квазиравновесными, будем считать величины ζ , $\delta T = T_s - T_{ph}$, и $v = \varepsilon_0(n_0/N)$, где N – полное число атомов, малыми (величина n_0/N считается малой, но конечной при $N \rightarrow \infty$). Разложим величины, входящие в уравнения (6.11), по степеням ζ , δT и v . Сохраняя в разложении только линейные члены, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \delta T + G_1 \frac{\partial}{\partial t} \zeta - \frac{1}{c_{ph}} \frac{\partial}{\partial t} v &= B_{\zeta\zeta} \zeta + B_{\zeta v} v + B_{\zeta T} \delta T, \\ \frac{\partial}{\partial t} \delta T + G_2 \frac{\partial}{\partial t} \zeta + \frac{1}{c_s} \frac{\partial}{\partial t} v &= B_{T\zeta} \zeta + B_{Tv} v + B_{TT} \delta T, \\ \frac{\partial}{\partial t} v &= B_{vv} v, \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\frac{c_s}{c_{ph}} \frac{\partial}{\partial t} T_s + \frac{\partial}{\partial t} T_{ph} + \frac{1}{c_{ph}} \frac{\partial}{\partial t} \nu + G_2 \frac{\partial}{\partial t} \zeta = 0,$$

где c_s и c_{ph} – спиновая и фоновая теплоемкости, отнесенные к одному атому. Входящие в систему уравнений (6.13) коэффициенты разложения равны

$$G_1 = -\frac{1}{c_{ph}} \left\{ \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial T} + (c_s + c_{ph}) \frac{\sum_{\mathbf{k}} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varepsilon}}{\sum_{\mathbf{k}} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial T}} \right\}, \quad G_2 = \frac{T}{N c_{ph}} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial T},$$

$$B_{\zeta \zeta} = \frac{c_s + c_{ph}}{c_s c_{ph} G_2} T \sum_{\mathbf{k}_1} \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} \delta L_s \{n^{(0)}, N^{(0)}\} \right)_0,$$

$$B_{T \zeta} = \frac{c_s + c_{ph}}{c_s c_{ph}} \sum_{\mathbf{k}_1} \varepsilon_1 \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} \delta L_s \{n^{(0)}, N^{(0)}\} \right)_0,$$

$$B_{\zeta \nu} = \frac{c_s + c_{ph}}{c_s c_{ph} G_2} T \sum_{\mathbf{k}_1} \left(\frac{\partial}{\partial \nu} \delta L_s \{n^{(0)}, N^{(0)}\} \right)_0, \quad (6.14)$$

$$B_{T \nu} = \frac{c_s + c_{ph}}{c_s c_{ph}} \sum_{\mathbf{k}_1} \varepsilon_1 \left(\frac{\partial}{\partial \nu} \delta L_s \{n^{(0)}, N^{(0)}\} \right)_0,$$

$$B_{\zeta T} = \frac{c_s + c_{ph}}{c_s c_{ph} G_2} T \sum_{\mathbf{k}_1} \left(\frac{\partial}{\partial \delta T} \delta L_s \{n^{(0)}, N^{(0)}\} \right)_0,$$

$$B_{TT} = \frac{c_s + c_{ph}}{c_s c_{ph}} \sum_{\mathbf{k}_1} \varepsilon_1 \left(\frac{\partial}{\partial \delta T} \delta L_s \{n^{(0)}, N^{(0)}\} \right)_0,$$

$$B_{\nu \nu} = \frac{\varepsilon_0}{N} \left(\frac{\partial}{\partial \nu} \delta L_s \{n^{(0)}, N^{(0)}\} \Big|_{\mathbf{k}_1=0} \right)_0.$$

Здесь индекс 0 означает, что значения производных от интегралов столкновений берутся при $\zeta = \delta\Gamma = \nu = 0$, а \tilde{n} есть равновесная функция распределения магновов

$$\tilde{n}(\mathbf{k}) = \frac{1}{e^{\varepsilon_s(\mathbf{k})/T} - 1}.$$

Обратим внимание на то, что $B_{\zeta T} = B_{T\zeta}$. Это соотношение выражает принцип симметрии кинетических коэффициентов Онзагера.

Первые три уравнения (6.13) определяют величины ζ , $\delta\Gamma$ и ν , а четвертое – величины T_s и T_{ph} . Предполагая, что величины ζ , $\delta\Gamma$ и ν изменяются по закону $e^{-\lambda t}$, мы получим три возможных значения λ . Одно из них равно

$$\begin{aligned} \lambda_3 = -B_{\nu\nu} = 16\pi \left(e^{\frac{\varepsilon_0}{T}} - 1 \right) \sum_{1,2} |\Psi_r(0,1+2;1,2)|^2 \times \\ \times \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 (1 + \tilde{n}_{1+2}) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_{1+2} - \varepsilon_0) \end{aligned} \quad (6.15)$$

а два других λ_1 и λ_2 являются корнями квадратного уравнения

$$\begin{aligned} \lambda^2 (G_2 - G_1) + \lambda (G_2 B_{\nu T} + B_{T\zeta} - G_1 B_{TT} - B_{\zeta\zeta}) + \\ + B_{\nu T} B_{T\zeta} - B_{TT} B_{\zeta\zeta} = 0. \end{aligned} \quad (6.16)$$

В области температур $\theta_C (\mu_B M_0 / \theta_C)^{4/7} \ll T \ll \theta_C$ выражения для λ_1 , λ_2 и λ_3 сильно упрощаются и можно показать, что

$$\lambda_1 \approx \mu_B M_0 \frac{\mu_B M_0}{\hbar \sqrt{\varepsilon_0 \theta_C}} \frac{T}{\theta_C}, \quad \lambda_2 \approx \frac{\hbar}{m_F a^2} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^{5/2}, \quad \lambda_3 \approx \mu_B M_0 \frac{\mu_B M_0}{\hbar \theta_C} \left(\frac{T}{\theta_C} \right)^2. \quad (6.17)$$

6.3. Релаксация магнитного момента и выравнивание температур спинов и решетки.

Покажем, что ζ и ν определяют величину магнитного момента ферромагнетика \mathbf{M} и проекцию полного магнитного момента M_z на плоскость, перпендикулярную оси анизотропии M_{\perp} :

$$\mathbf{M}^2 = \left(\int \mathbf{M}(r) dV \right)^2,$$

$$M_{\perp}^2 = M_x^2 + M_y^2 = \left(\int M_x(r) dV \right)^2 + \left(\int M_y(r) dV \right)^2.$$

Действительно, используя формулы §2, выражающие спиновые операторы через бозевские, имеем (далее мы предполагаем намагниченность нормированной на единицу объема):

$$\mathbf{M}^2 = M_0^2 - 4\mu_B \sum_{\mathbf{k} \neq 0} n(\mathbf{k}), \quad M_{\perp}^2 = 4\mu_B M_0 n(0), \quad (6.18)$$

где $M_0 = 2\mu_B S / v_0$.

Подставляя вместо $n(\mathbf{k})$ выражение (6.8), получим в линейном по ζ и δT приближении

$$M = \tilde{M}(T) + \delta T_s \frac{\partial}{\partial T} \tilde{M}(T) + 2\mu_B \zeta \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varepsilon} \quad (6.19)$$

$$M_{\perp}^2 = \frac{2}{S} M_0^2 \frac{\nu}{\varepsilon_0},$$

где $\tilde{M} \equiv \tilde{M}(T)$ – равновесное значение плотности магнитного момента при температуре T , которая установится в теле при полном равновесии и $\delta T_s = T_s - T$.

Мы видим, что проекция полного момента M_{\perp} полностью определяется величиной v , которая изменяется со временем по закону $v(t) = v(0) \exp(B_{vv}t)$. Поэтому

$$M_{\perp}(t) = M_{\perp}(0)e^{-t/\tau_{\perp}}, \quad (6.20)$$

где $1/\tau_{\perp} = \lambda_3/2 = -B_{vv}/2$. Величина τ_{\perp} представляет собой время релаксации поперечной составляющей магнитного момента. Подчеркнем, что релаксация поперечной составляющей магнитного момента происходит независимо от релаксации величины полного магнитного момента и от процесса выравнивания температур спинов и решетки.

Релаксация величины полного магнитного момента и процесс выравнивания температур спинов и решетки происходит по более сложным законам:

$$M(t) - \tilde{M} = \sum_{i=1}^3 a_i e^{-\lambda_i t}, \quad \delta\Gamma(t) = \sum_{i=1}^3 b_i e^{-\lambda_i t},$$

где коэффициенты a_i и b_i определяются начальными значениями магнитного момента и разности температур спинов и решетки.

Мы не будем приводить здесь общих выражений для этих коэффициентов, а ограничимся только рассмотрением некоторых наиболее интересных случаев.

Если $M_{\perp}(0) = \delta\Gamma(0) = 0$, то

$$M(t) - \tilde{M} = (M(0) - \tilde{M})e^{-\lambda_1 t},$$

$$\frac{\delta\Gamma(t)}{T} \approx \frac{M(t) - \tilde{M}}{\tilde{M}} \left(\frac{\varepsilon_0 \theta_c}{T^2} \right)^{1/2} \frac{\theta_c}{T} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (21)$$

Из этих формул видно, что величина $\tau = 1/\lambda_1$ представляет собой время релаксации величины магнитного момента.

Если $M_{\perp}(0) = 0$ и $M(0) - \tilde{M} = 0$, то

$$M(t) - \tilde{M} = \frac{\delta\Gamma(0)}{T} \frac{\varepsilon_0}{\theta_c} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^2 \left(\frac{T}{\theta_c} \right)^{1/2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}),$$

$$\delta\Gamma(t) = \delta\Gamma(0) \frac{e^{-\lambda_2 t} + q e^{-\lambda_1 t}}{1 + q}, \quad (6.22)$$

где

$$q = 2 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon_0}{T} \right)^{1/2}.$$

Отметим, что величины λ_1 , λ_2 , λ_3 удовлетворяют неравенству $\lambda_2 \gg \lambda_1 \gg \lambda_3$.

Так как $q \ll 1$ ($\lambda_2 \gg \lambda_1$ и $\varepsilon_0 \ll T$), то в начальной стадии выравнивания температур основную роль играет первая экспонента $e^{-\lambda_2 t}$, а на конечной стадии – вторая экспонента $e^{-\lambda_1 t}$.

Из формул (6.20), (6.21) и неравенств $\lambda_2 \gg \lambda_1 \gg \lambda_3$ следует, что установление равновесного значения величины магнитного момента происходит быстрее, чем изменение перпендикулярной составляющей полного магнитного момента. Иными словами, вначале устанавливается равновесное значение величины магнитного момента, а затем уже происходит поворот

магнитного момента к оси легкого намагничения [34]. Последний этап релаксации феноменологически может быть описан с помощью релаксационного члена типа $\frac{1}{\tau M^2} (\mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \dot{\mathbf{H}}))$. При $T = 100^\circ \text{K}$ для $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ имеем следующие оценки: $\lambda_2 \approx 10^9 \text{ сек}^{-1}$, $\lambda_1 \approx 10^7 \text{ сек}^{-1}$, $\lambda_3 \approx 10^5 \text{ сек}^{-1}$.

В заключение, обратим внимание на то, что равновесная температура $T = T(\infty)$ связана с начальной температурой $T(0)$ соотношением

$$T = T(0) + \frac{\varepsilon_0 n_0(0)}{Nc_s},$$

где c_s – теплоемкость спиновых волн, отнесенная к одному атому. Таким образом, $T > T(0)$. Повышение температуры объясняется переходом в тепло энергии, связанной с отклонением магнитного момента от равновесного значения.

Микроскопический подход: выводы.

Микроскопическое рассмотрение процессов релаксации магнонов показывает, что установление равновесного значения величины магнитного момента существенно зависит от соотношения между температурой T и характерной (обменной) энергией взаимодействия в системе J_0 . При $T \ll SJ_0$ для затухания спиновых волн получаем:

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} \sim \frac{1}{S^2} \left(\frac{T}{SJ_0} \right)^{5/2} (ak).$$

При $SJ_0 \ll T \ll S^2J_0 \sim T_C$ температура больше энергии спиновых волн при всех \mathbf{k} и числа заполнения магновов велики для всех волновых векторов $n(\mathbf{k}) \gg 1$, т.е. магنونный газ является классическим. Кроме того, средняя энергия спиновых волн в этом температурном интервале $\sim SJ_0$ и превосходит энергию взаимодействия $\sim J_0$. Такой газ квазичастиц является слабо неидеальным. В результате затухание спиновых волн и при таких температурах по-прежнему мало

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} \sim \frac{1}{S} \left(\frac{T}{S^2J_0} \right)^2 (ak)^2 \ln^2(SJ_0 / \varepsilon_{\mathbf{k}}).$$

Т.е., как это видно из приведенных выражений, малость затухания при всех $T \ll S^2J_0 \sim T_C$ обеспечивается, кроме формального параметра разложения $1/S$, еще и наличием дополнительных степенных множителей T/SJ_0 .

Наконец, в области температуры перехода, $|(T - T_C)/T_C| = |\tau| \ll 1$, когда основным механизмом затухания становится рассеяние магновов на продольных флуктуациях намагниченности, для относительного затухания спиновых волн имеем (при $H \rightarrow 0$ и $(T - T_C)/T_C < 0$):

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}^H}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} \sim \frac{\zeta}{\sqrt{|\tau|}} \left(\frac{(ak)^2}{2|\tau|} \right)^{3/2}.$$

Выше T_C понятие спиновых волн имеет смысл только при достаточно сильных магнитных полях.

Таким образом, в ферромагнетике с повышением температуры, несмотря на рост затухания, даже вблизи T_C имеются длинноволновые слабозатухающие возбуждения спин-волнового типа.

В условиях неравновесной динамики намагниченности, когда температуры магнонов и фононов (решетки) существенно отличаются, релаксация продольной компоненты намагниченности происходит быстрее, чем изменение перпендикулярной составляющей полного магнитного момента: вначале устанавливается равновесное значение величины магнитного момента, а затем уже происходит поворот магнитного момента к оси легкого намагничения. При этом релаксация поперечной составляющей магнитного момента происходит независимо от релаксации величины полного магнитного момента и от процесса выравнивания температур спинов и решетки.

В предыдущей главе мы рассматривали системы, у которых обменное взаимодействие приводит к ферромагнитному упорядочению спинов. Такое упорядочение энергетически выгодно при положительном знаке обменного интеграла. При отрицательном знаке обменного взаимодействия энергетически более выгодным становится антипараллельное упорядочение магнитных моментов. Материалы с таким типом упорядочения могут иметь или не иметь средний макроскопический спонтанный момент. Это так называемые ферримагнетики или антиферромагнетики, соответственно.

Для антиферромагнетика, по гипотезе Нееля (1932) и Ландау (1933), характерно наличие нескольких ферромагнитных подрешеток, антипараллельно упорядоченных друг относительно друга, так что результирующий момент равен нулю или много меньше величины спонтанной намагниченности подрешеток (при наличии так называемого взаимодействия Дзялошинского [1]).

В ферримагнетиках, также и в антиферромагнетиках, обменное взаимодействие вызывает антипараллельную ориентацию моментов, принадлежащих к разным подрешеткам. Но

вследствие различия абсолютных величин намагниченностей подрешеток возникает сравнительно большой результирующий спонтанный момент. Различие величин намагниченности подрешеток может быть вызвано разным количеством ионов в подрешетках, различием магнитных моментов этих ионов или и тем и другим одновременно.

В данной главе мы рассмотрим динамику намагниченности и исследуем спектр спиновых волн и его температурную перенормировку в двухподрешеточных магнетиках – антиферромагнетиках и ферримагнетиках. Основное внимание уделено затуханию спиновых волн в таких системах.

§ 7. Антиферромагнетик. Затухание спиновых волн.

В данном параграфе мы исследуем спектр спиновых волн и его температурную перенормировку в антиферромагнетике (АФМ) с анизотропией типа «легкая ось» и «легкая плоскость». Рассматривая свойства системы в области низких температур, мы будем следовать работам [2, 3, 4]. Обсуждая условия существования длинноволновых спиновых возбуждений при конечных температурах и вблизи температуры Кюри, воспользуемся результатами работ [5, 6].

7.1. Низкие температуры.

7.1.1. Антиферромагнетик с магнитной анизотропией «легкая ось».

Простейший гамильтониан двухподрешеточного АФМ с магнитной анизотропией типа «легкая ось» имеет вид

$$\hat{H} = 2J \sum_{f,g} \mathbf{S}_{1f} \mathbf{S}_{2g} - K \left[\sum_f (S_{1f}^z)^2 + \sum_g (S_{2g}^z)^2 \right]. \quad (7.1)$$

Здесь S_{1f} , S_{2g} – операторы спинов в узлах подрешеток 1 и 2; $J > 0$ – интеграл обменного взаимодействия между подрешетками; K – константы легкоосной анизотропии внутри подрешеток. Мы пренебрегли обменным взаимодействием спинов внутри подрешеток. Как обычно, для АФМ считается, что в отсутствие внешнего магнитного поля намагниченности подрешеток равны и противоположно направлены, так что $\langle S_f^z \rangle = - \langle S_g^z \rangle \equiv \langle S^z \rangle$.

Ранее на примере ферромагнетика было показано, что для описания свойств системы при низких температурах можно ввести эффективный гамильтониан взаимодействующих бозе-частиц который точно учитывает динамическое взаимодействие (см. выражения (2.7) - (2.10) в §2). Этот гамильтониан может быть получен заменой в исходном гамильтониане операторов спина бозевскими операторами согласно представлению Дайсона - Малеева. Мы здесь воспользуемся этим преобразованием

для исследования свойств двухподрешеточного антиферромагнетика.

Для узлов первой и второй подрешетки преобразование ДМ имеет вид:

$$\tilde{S}_f^- = \sqrt{2S}a_f^+, \quad \tilde{S}_f^+ = \sqrt{2S}\left(a_f - \frac{1}{2S}a_f^+a_f a_f\right), \quad \tilde{S}_f^z = S - a_f^+a_f, \quad (7.2)$$

$$\tilde{S}_g^- = \sqrt{2S}b_g^+, \quad \tilde{S}_g^+ = \sqrt{2S}\left(b_g^+ - \frac{1}{2S}b_g^+b_g^+b_g\right), \quad \tilde{S}_g^z = -S + b_g^+b_g, \quad (7.3)$$

где a_f^+ , a_f и b_g^+ , b_g – бозевские операторы рождения и уничтожения, удовлетворяющие стандартным правилам коммутации. Переходя в Фурье представление

$$a_f = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{f}}, \quad b_g = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{g}},$$

гамильтониан (7.1) можно представить в виде

$$\hat{H} = E_0 + \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}},$$

где энергия основного состояния E_0 , квадратичный гамильтониан \hat{H}_0 и гамильтониан взаимодействия \hat{H}_{int} имеют вид

$$E_0 = -2J_z S^2 N - 2NDS^2, \quad (7.4)$$

$$\hat{H}_0 = (H_E + H_A) \sum_{\mathbf{p}} (a_{\mathbf{p}}^+ a_{\mathbf{p}} + b_{\mathbf{p}}^+ b_{\mathbf{p}} + \xi \gamma_{\mathbf{p}} (a_{\mathbf{p}}^+ b_{-\mathbf{p}}^+ + a_{\mathbf{p}} b_{\mathbf{p}})), \quad (7.5)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} = (2SN)^{-1} \sum_{1,2,3,4} \delta(\mathbf{1} + \mathbf{2} - \mathbf{3} - \mathbf{4}) [& H_E (2\gamma_{2-4} a_1^+ b_{-4}^+ a_3 b_{-2} + \\ & + \gamma_2 a_1^+ b_{-2} a_3 a_4 + \gamma_{3+4-2} a_1^+ b_{-3}^+ b_{-4}^+ b_{-3}) + K(2S)(a_1^+ a_2^+ a_3 a_4 + b_1^+ b_2^+ b_3 b_4)]. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Здесь мы использовали обозначения: $\mathbf{1} = \mathbf{k}_1$, $\mathbf{2} = \mathbf{k}_2$ и т.д., а также

$$\begin{aligned} H_E &\equiv \hbar\omega_E = 2JzS, \quad H_A \equiv \hbar\omega_A = K(2S-1), \\ \xi &\equiv H_E(H_E + H_A)^{-1}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Далее будет предполагаться кубическая объемно центрированная решетка и в единицах постоянной решетки

$\gamma_{\mathbf{p}} = \cos \frac{1}{2} p_x \cos \frac{1}{2} p_y \cos \frac{1}{2} p_z$. Диагонализация квадратичной формы (7.5) достигается известным u-v-преобразованием Боголюбова:

$$a_{\mathbf{k}}^+ = u_{\mathbf{k}}\alpha_{\mathbf{k}}^+ + v_{\mathbf{k}}\beta_{-\mathbf{k}}, \quad b_{\mathbf{k}}^+ = u_{\mathbf{k}}\beta_{\mathbf{k}}^+ + v_{\mathbf{k}}a_{-\mathbf{k}}.$$

Коэффициенты $u_{\mathbf{k}}$ и $v_{\mathbf{k}}$ определяются выражениями

$$u_{\mathbf{k}} = [(1 + \varepsilon_{\mathbf{p}})/2\varepsilon_{\mathbf{p}}]^{1/2}, \quad v_{\mathbf{k}} = -[(1 - \varepsilon_{\mathbf{p}})/2\varepsilon_{\mathbf{p}}]^{1/2},$$

где $\varepsilon_{\mathbf{p}} = (1 - \xi^2 \gamma_{\mathbf{p}}^2)^{1/2}$.

В результате имеем

$$\hat{H}_0 = (H_E + H_A) \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} (\alpha_{\mathbf{p}}^+ \alpha_{\mathbf{p}} + \beta_{\mathbf{p}}^+ \beta_{\mathbf{p}}), \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} &= \frac{1}{N} \sum_{1,2,3,4} \delta(\mathbf{1} + \mathbf{2} - \mathbf{3} - \mathbf{4}) [\Gamma_0^{\alpha\alpha}(\mathbf{12};\mathbf{34}) \alpha_1^+ \alpha_2^+ \alpha_3 \alpha_4 + \\ &+ \Gamma_0^{\beta\beta}(\mathbf{12};\mathbf{34}) \beta_1^+ \beta_2^+ \beta_3 \beta_4 + \Gamma_0^{\alpha\beta}(\mathbf{12};\mathbf{34}) a_1^+ b_2^+ a_3 b_4] + H'_{\text{int}} \end{aligned} \quad (7.9)$$

Явный вид амплитуд рассеяния спиновых волн друг на друге – $\Gamma_0^{\alpha\alpha}(\mathbf{12};\mathbf{34})$, $\Gamma_0^{\beta\beta}(\mathbf{12};\mathbf{34})$ и $\Gamma_0^{\alpha\beta}(\mathbf{12};\mathbf{34})$ – можно найти в работах [2, 6]. В H'_{int} включены все слагаемые, описывающие процессы слияния и распада спиновых волн, т.е. процессы не сохраняю-

щие число спиновых волн (содержащие разное число операторов рождения и уничтожения). В первом неисчезающем (борновском) приближении этими процессами можно пренебречь.

Таким образом, использование преобразования ДМ приводит к эффективному гамильтониану взаимодействующих бозе-частиц. Важным является то обстоятельство, что в (7.9), как и в случае ферромагнетика, амплитуды взаимодействия спиновых волн друг с другом совпадают с соответствующим амплитудами взаимодействия в спиновом пространстве состояний. Естественно, неортогональность спиновых состояний (кинематическое взаимодействие) при этом не учитывается.

Применяя диаграммную технику для бозе-операторов с использованием в качестве гамильтониана возмущения гамильтониан \hat{H}_{int} (7.9), можно получить выражения для температурных перенормировок спектра магнонов и их затухание.

Выражение для затухания спиновых волн в борновском приближении имеет вид:

$$\begin{aligned} \gamma(\mathbf{k}, T) = & \frac{\pi}{2} T^2 (n_{\mathbf{k}})^{-1} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} n_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{q}} (1 + n_{\mathbf{p}+\mathbf{q}-\mathbf{k}}) \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} + \varepsilon_{\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}-\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}}) \times \\ & \times \{ |\Gamma_0^{\alpha\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{p} + \mathbf{q} - \mathbf{k}; \mathbf{q}, \mathbf{p})|^2 + |\Gamma_0^{\beta\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{p} + \mathbf{q} - \mathbf{k}; \mathbf{q}, \mathbf{p})|^2 + \\ & + 2 |\Gamma_0^{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{p} + \mathbf{q} - \mathbf{k}; \mathbf{q}, \mathbf{p})|^2 \} \end{aligned}$$

где $n(\varepsilon_{\mathbf{q}}) = \{\exp(\beta\varepsilon_{\mathbf{q}}) - 1\}^{-1}$ есть числа заполнения магнонов. Авторы работы [2] определили четыре температурных интервала,

заданных безразмерной энергией спиновых волн $\varepsilon_{\mathbf{k}} = (1 - \xi^2 \gamma_{\mathbf{k}}^2)^{1/2}$ и безразмерной температурой $\tau \equiv T / JzS = 2T / H_E$: (i) $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll \tau^3 \ll 1$, (ii) $\tau^3 \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll \tau \ll 1$ (iii) $\tau \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll \tau^{1/3} \ll 1$, (iv) $\tau^{1/3} \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll 1$ и в этих интервалах получили выражения для затухания $\gamma(k, T)$ магнонов. Отсылая читателя за деталями к фундаментальной работе [2], приведем здесь окончательные выражения.

В первом неисчезающем приближении имеем:

$$\gamma(\mathbf{k}, T) = 2\omega_E S^{-2} \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 \tau^3 (2\pi)^{-3} (a |\ln \tau| + a'), \quad (7.10)$$

$$\gamma(\mathbf{k}, T) = (8\omega_E / 3S^2) \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 \tau^3 (2\pi)^{-3} (b |\ln \tau / k| + b'), \quad (7.11)$$

$$\gamma(\mathbf{k}, T) = \omega_E (\pi / 108S^2) \varepsilon_{\mathbf{k}} \tau^4, \quad (7.12)$$

$$\gamma(\mathbf{k}, T) = (\omega_E / 2S^2 \pi^3) \tau^5 \zeta(5) [g(k) \varepsilon_{\mathbf{k}}^2]^{-1}, \quad (7.13)$$

соответственно для режимов (i) - (iv). Здесь a , a' , b и b' – константы порядка единицы, $\zeta(5) = 1.037$, а среднее значение $g(k) \sim 1/20$.

Классический предел низких температур: $S \rightarrow \infty$, $\hbar \rightarrow 0$, $T \ll T_N$ (T_N – температура Нееля). Напомним, что согласно квантовой механики [7], магнитный μ и спиновый S моменты атома связаны между собой соотношением

$$\mu = -g \frac{|e| \hbar}{2mc} S.$$

Поэтому в классическом пределе $\hbar \rightarrow 0$ магнитный момент μ остается конечным при условии $S \rightarrow \infty$. Классический предел низких температур реализуется при $JzS \ll T \ll JzS^2$, т.е., при $1 \ll \tau \ll S$. В этом случае для затухания спиновых волн получаем:

$$\gamma(\mathbf{k}, T) = (4\eta / 3\pi)\omega_E(T/T_0)^2 \varepsilon_{\mathbf{k}}^2. \quad (7.14)$$

Здесь $T_0 = H_E S = 2zJS^2$ (в приближении среднего поля $T_0 = 3T_N$), а $\eta \approx 2$.

Приведем также выражения для затухания однородной прецессии подрешеток, т.е. при $k = 0$. Заметим, что температурные интервалы теперь несколько отличаются от предыдущих (см. [2]).

Режим $\varepsilon_0 \ll \tau^5 \ll 1$

$$\gamma(0, T) = (3\omega_A \tau^3 / S^2)(2\pi)^{-3}(a |\ln \tau| + a'). \quad (7.15)$$

Режим $\tau^5 \ll \varepsilon_0 \ll \tau^3 \ll 1$

$$\gamma(0, T) = (3\omega_A \tau^3 / S^2)(2\pi)^{-3}(a |\ln \tau| + a' - (8\pi^2 / 9) \ln 2). \quad (7.16)$$

Режим $\tau^3 \ll \varepsilon_0 \ll \tau \ll 1$,

$$\gamma(0, T) = (\omega_A \tau^3 / 2\pi^3 S^2)(b |\ln \tau / 2\varepsilon_0| + b' - 2\pi^2 / 9). \quad (7.17)$$

Режим $\tau \ll \varepsilon_0 \ll 1$

$$\gamma(0, T) = 16 \frac{\omega_0}{\pi^3 S^2} \left(\frac{T}{H_E} \right)^2 \frac{H_A}{H_E} \exp(-T_{AE}/T), \quad (7.18)$$

где $\hbar\omega_0 = H_E \varepsilon_0 = T_{AE}$.

Во всех режимах относительное затухание магнонов мало $\gamma(k, T)/\varepsilon_k \ll 1$. Это означает, что спиновые волны являются хорошо определенными элементарными возбуждениями в антиферромагнетике.

7.1.2. Антиферромагнетик с магнитной анизотропией «легкая плоскость».

Для исследования процессов магнон-магнонных взаимодействий в АФМ с анизотропией «легкая плоскость» рассмотрим систему, описываемую гамильтонианом вида:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_{f, g} J_{fg} \mathbf{S}_{1f} \cdot \mathbf{S}_{2g} + K \sum_{f, g} S_{1f}^z S_{2g}^z + \\ & + \sum_{f, g} (\mathbf{d}, [\mathbf{S}_{1f}, \mathbf{S}_{2g}]) - \mu_B H \sum_{f, g} (S_{1f}^x + S_{2g}^x). \end{aligned} \quad (7.19)$$

Здесь, как и ранее, $\mathbf{S}_{1f}, \mathbf{S}_{2g}$ – спины подрешеток, J_{fg} – межподрешеточный обмен. В (7.19) мы также ввели межподрешеточную анизотропию (константа $K > 0$) и взаимодействие Дзялошинского $\sim \mathbf{d}[\mathbf{S}_{1f}, \mathbf{S}_{2g}]$ с $\mathbf{d} = d\mathbf{n}$, где $d > 0$ – постоянная Дзялошинского, а \mathbf{n} – единичный вектор вдоль оси анизотропии ($\mathbf{n} \parallel Oz$).

\mathbf{H} – внешнее постоянное магнитное поле ($\mathbf{H} \parallel 0x$), спины подрешеток лежат в базисной (плоскости кристалла плоскость xOy), μ_B – магнетон Бора.

Идеализированная модель АФМ с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость» (7.19) обладает той интересной особенностью, что в отсутствие внешнего магнитного поля в базисной плоскости кристалла (плоскости, перпендикулярной оси анизотропии) одна из ветвей спектра спиновых волн такой системы имеет акустический или голдстоуновский характер $\varepsilon(\mathbf{k}) \sim c_s k$ (c_s – скорость спиновой волны). Соответственно, при стремлении к нулю волнового вектора, массовый оператор голдстоуновской моды обращается в нуль во всех порядках теории возмущений. Это условие является следствием более общего требования, а именно: для безактивационных (голдстоуновских) возбуждений должен выполняться принцип Адлера, который означает, что амплитуда взаимодействия с участием голдстоуновских квазичастиц должна обращаться в нуль на массовой поверхности (т.е. при учете законов сохранения энергии и импульса), если волновой вектор какого-либо голдстоуновского возбуждения стремится к нулю [3, 8].

Мы не будем постанавливать на процедуре перехода от бозе-операторов спиновых отклонений к нормальным спин-волновым колебаниям, которая, как и в случае легкоосного АФМ, совершается с помощью u - v -преобразования Боголюбова.

Основное состояние определяется из условия обращения в нуль слагаемых линейных операторов Бозе $\hat{H}_1 = 0$, которое дает

$$\cos \theta = \frac{H + H_d}{2H_E}, \quad \mu_B H_d = Sd, \quad H_E = SJ_0. \quad (7.20)$$

Здесь θ – угол, образуемый спинами подрешеток с внешним полем H , H_d и H_E – поля Дзялошинского и обмена, J_0 – фурье-компонента обменного интеграла.

В терминах операторов, соответствующих нормальным магنونным модам, гамильтониан магнонной системы легкоплоскостного АФМ имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_3 + \hat{H}_4 + \dots$$

Выражение для \hat{H}_0 стандартно

$$\hat{H}_0 = \sum_{\mathbf{k}} (\varepsilon_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}}^+ \alpha_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}}), \quad (7.21)$$

где энергии магнонов низко- и высокочастотной ветвей спектра, соответственно, равны:

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \sqrt{\varepsilon_0^2 + c_s^2 k^2}, \quad \varepsilon_0^2 = \mu_B^2 H(H + H_d),$$

$$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\Delta^2 + c_s^2 k^2}, \quad \Delta^2 = \mu_B^2 [2H_E H_A + H_d(H + H_d)],$$

а скорость спиновой волны c_s описывается выражением $c_s^2 = 2S^2 J_0 I a^2$. В этих формулах $\mu_B H_A = SK$ – поле анизотропии, $J_{\mathbf{k}} = J_0 - I(ak)^2$, a – постоянная решетки. Мы для простоты пре-

небрегли несущественным различием скоростей спиновых волн низко- и высокочастотной ветви спектра. Фигурирующие в (7.21) операторы α_k^+ , α_k и β_k^+ , β_k – это операторы рождения и уничтожения, соответственно, магнонов низко- и высокочастотной ветвей спектра спиновых волн.

Величины \hat{H}_3 и \hat{H}_4 описывают гамильтонианы трех- и четырех магнонных взаимодействий. Явный вид этих гамильтонианов и соответствующих амплитуд взаимодействий можно найти, например, в работе [3], и мы не будем их здесь приводить.

Взаимодействия магнонов друг с другом, а также с другими элементарными возбуждениями приводят к перестройке их спектра и возникновению затухания. В системе взаимодействующих квазичастиц структура спектра одночастичных возбуждений определяется массовым оператором одночастичной запаздывающей функции Грина. При этом если в системе возможно существование голдстоуновской моды, то в соответствии с общими принципами симметрии, процессы взаимодействия голдстоуновских квазичастиц друг с другом и другими элементарными возбуждениями не могут изменить безактивационного характера спектра.

Рассмотрим затухание голдстоуновской ветви спиновых волновых колебаний.

Анализ структуры массового оператора для голдстоуновского магнона показывает, что вклад в мнимую часть дают члены, описывающие второй порядок теории возмущений по взаимодействиям \hat{H}_3 (пропорциональные S^{-1}) и \hat{H}_4 (пропорциональные S^{-2}). Условия выполнения законов сохранения энергии и импульса трехмагнонных процессов показывают, что вклад в затухание голдстоуновского магнона дает лишь процесс слияния двух голдстоуновских магнонов с образованием высокочастотного, описываемый амплитудой $\Psi_1(1,2;3)\alpha_1^+\alpha_2^+\beta_3$. Из четырехмагнонных в рассматриваемом приближении ненулевой вклад дают процессы: $\Phi_1(1,2;3,4)\alpha_1^+\alpha_2^+\alpha_3\alpha_4$, $\Phi_2(1,2;3,4)\alpha_1^+\beta_2^+\alpha_3\beta_4$ и $\Phi_3(1,2;3,4)\alpha_1^+\alpha_2^+\beta_3\beta_4$.

Мнимую часть массового оператора можно тогда представить в виде: $\gamma(\mathbf{k}, T) = \gamma_3(\mathbf{k}, T) + \gamma_4(\mathbf{k}, T)$, где первое слагаемое, равное

$$\gamma_3(\mathbf{k}, T) = 4\pi \sum_{2,3} |\Psi_1(\mathbf{k}, \mathbf{2}; \mathbf{3})|^2 (n_2 - N_3) \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_2 - E_3) \quad (7.22)$$

описывает вклад в затухание от процессов трехмагнонных взаимодействий, а выражение

$$\begin{aligned}
\gamma_4(\mathbf{k}, T) = & \frac{8\pi}{n_{\mathbf{k}} \sum_{2,3,4}} |\Phi_1(\mathbf{k}, \mathbf{2}; \mathbf{3}, \mathbf{4})|^2 (1+n_2)n_3n_4\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4) + \\
& + \frac{\pi}{n_{\mathbf{k}} \sum_{2,3,4}} |\Phi_2(\mathbf{k}, \mathbf{2}; \mathbf{3}, \mathbf{4})|^2 (1+N_2)n_3N_4\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} + E_2 - \varepsilon_3 - E_4) + \\
& + \frac{8\pi}{n_{\mathbf{k}} \sum_{2,3,4}} |\Phi_3(\mathbf{k}, \mathbf{2}; \mathbf{3}, \mathbf{4})|^2 (1+n_2)N_3N_4\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_2 - E_3 - E_4)
\end{aligned} \tag{7.23}$$

описывает вклады процессов четырехмагнонных взаимодействий. Здесь $n_{\mathbf{k}}$ и $N_{\mathbf{k}}$ есть числа заполнения магнонов низко- и высокочастотной ветвей спектра.

Приведем здесь результаты расчета этих выражений при $H = 0$. Расчет выражения (7.22) при малых значениях волновых векторов или, что-то же, энергий магнона, $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T \ll \Delta$ и $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll \Delta^2/T \ll \Delta \ll T$, дает

$$\gamma_3(\mathbf{k}, T) \sim \frac{1}{S} \sin 2\theta \cos 2\theta \frac{\Delta^8 v_0}{\omega_E \varepsilon_{\mathbf{k}}^3 c_s^3} \exp\left[-\frac{\Delta^2}{4\varepsilon_{\mathbf{k}} T}\right], \text{ при } \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T \ll \Delta \tag{7.24}$$

Напомним, что в данном случае $\cos \theta = H_d / 2H_E$, v_0 – объем элементарной ячейки кристалла, $\omega_E = \mu_B H_E$. Как это следует из (24), при стремлении волнового вектора голдстоуновского магнона к нулю его затухание также стремится к нулю, но не степенным, а экспоненциальным образом. Это связано с тем, что данный процесс слияния двух безактивационных магнонов с образованием высокочастотного разрешен законом сохранения энергии и им-

пульса только тогда, когда энергии участвующих в нем голдстоуновских магнонов удовлетворяют условию $\varepsilon_{\mathbf{k}}\varepsilon_2 \geq \Delta^2/4$. Т.е., энергии «промежуточных» магнонов должны быть велики $\varepsilon_2 \geq \Delta^2/4\varepsilon_{\mathbf{k}}$. Но при $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T \ll \Delta$ и $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll \Delta^2/T \ll \Delta \ll T$ число таких магнонов экспоненциально мало $n_{\mathbf{k}} \sim \exp\{-\Delta^2/(4\varepsilon_{\mathbf{k}}T)\}$.

Вклады четырехмагнонных процессов в затухание голдстоуновского магнона удобно представить в виде суммы $\gamma_4(\mathbf{k}, T) = \gamma_4^{(1)}(\mathbf{k}, T) + \gamma_4^{(2)}(\mathbf{k}, T) + \gamma_4^{(3)}(\mathbf{k}, T)$, в которой первое слагаемое $\gamma_4^{(1)}(\mathbf{k}, T)$ описывает вклад в затухание от процесса рассеяния голдстоуновских магнонов друг на друге, слагаемое $\gamma_4^{(2)}(\mathbf{k}, T)$ – от процесса рассеяния голдстоуновских на высокочастотных, и $\gamma_4^{(3)}(\mathbf{k}, T)$ – от процесса превращения двух голдстоуновских магнонов в два высокочастотных.

Расчет парциальных вкладов приводит к следующим результатам. Рассеяние магнонов друг на друге приводит к затуханию:

$$\gamma_4^{(1)}(\mathbf{k}, T) \sim \frac{v_0^2 \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 T^7}{S^2 \omega_E^2 c_s^6}, \quad (7.25)$$

при $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T$. Процесс $\Phi_2(1,2;3,4)\alpha_1^+\beta_2^+\alpha_3\beta_4$ дает вклад в ширину линии равный

$$\gamma_4^{(2)}(\mathbf{k}, T) \sim \frac{v_0^2 \omega_E^2}{S^2 c_s^6} \varepsilon_{\mathbf{k}}^4 T \exp(-\Delta/T), \quad (7.26)$$

при $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T \ll \Delta$ и

$$\gamma_4^{(2)}(\mathbf{k}, T) \sim \frac{v_0^2 \omega_E^2}{S^2 c_s^6} \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 T^3 \ln(T / \Delta), \quad (7.27)$$

если $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll \Delta \ll T$. Наконец, величина $\gamma_4^{(3)}(\mathbf{k}, T)$, обусловленная слагаемым $\Phi_3(1,2;3,4)\alpha_1^+\alpha_2^+\beta_3\beta_4$ в гамильтониане взаимодействия, описывается выражениями

$$\gamma_4^{(3)}(\mathbf{k}, T) \sim \frac{v_0^2 \omega_E^2}{S^2 c_s^6} \varepsilon_{\mathbf{k}} \Delta^3 T \left(\frac{T}{\Delta}\right)^{1/2} \exp(-\Delta^2 / \varepsilon_{\mathbf{k}} T), \quad (7.28)$$

при $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T \ll \Delta$ и

$$\gamma_4^{(3)}(\mathbf{k}, T) \sim \frac{v_0^2 \omega_E^2}{S^2 c_s^6} \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 T^3 \ln(T / \Delta), \quad (7.29)$$

если $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll \Delta \ll T$.

Как видно из этих выражений, затухание голдстоуновских магнонов, обусловленное четырехмагнонными процессами, обращается в нуль при стремлении к нулю энергии магнона.

Отметим еще один факт. В интервалах энергий магнонов $\Delta \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T$, $T \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T_N$ полученные зависимости величин $\gamma_4^{(2)}(\mathbf{k}, T)$ и $\gamma_4^{(3)}(\mathbf{k}, T)$ от $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ и T по своей структуре совпадают с зависимостями, приведенными в [23] для изотропного АФМ. В этих интервалах энергий затухание магнона определяется суммой $\gamma_4(\mathbf{k}, T) = \gamma_4^{(2)}(\mathbf{k}, T) + \gamma_4^{(3)}(\mathbf{k}, T)$ и равно

$$\gamma_4(\mathbf{k}, T) \approx \frac{1}{36\pi} \frac{v_0^2 \omega_E^2}{S^2 c_s^6} \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 T^3 \ln(T / \varepsilon_{\mathbf{k}}), \quad (7.30)$$

при $\Delta \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T$ и

$$\gamma_4(\mathbf{k}, T) \approx \frac{\pi}{432} \frac{v_0^2 \omega_E^2}{S^2 c_s^6} \varepsilon_{\mathbf{k}} T^4, \quad (7.31)$$

когда $T \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T_N$. Данное совпадение неудивительно, так как при условиях $\Delta \ll \varepsilon_{\mathbf{k}}, T$ мы можем формально устремить величину магнитной анизотропии к нулю и тем самым перейти к случаю изотропного АФМ. Отметим, что в интервалах энергий $\Delta \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T$ и $T \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T_N$ затухание высокочастотного магнона имеет тот же вид.

Как отмечалось выше, формально в выражении для массового оператора мы удержали лишь те четырехмагнонные вклады, которые разрешены законами сохранения энергии и импульса. Остальные четырехмагнонные процессы приводят лишь к перенормировке спектра голдстоуновского магнона пропорциональной S^{-2} , которая также обращается в нуль при стремлении к нулю волнового вектора.

Мы не будем останавливаться на вычислении затухания высокочастотных магнонов. Отметим только, что при низких температурах, $T \ll \Delta$, число таких магнонов экспоненциально мало, а их затухание $\gamma(\mathbf{k}, T) \sim \exp\{-\Delta/T\}$.

7.2. Высокие температуры.

При температурах близких к температуре Нея T_N числа заполнения магновов велики и эффектами конечномерности спинового пространства (кинематическим взаимодействием) пренебрегать нельзя. Корректное описание свойств системы в этой области температур требует последовательного учета свойств спиновых операторов. Это достигается методами диаграммной техники для спиновых операторов.

Аналогично случаю одноподрешеточного магнетика, вычисление тензора высокочастотной магнитной восприимчивости АФМ $\chi^{\alpha\alpha}(\mathbf{k}, \omega)$ сводится к вычислению температурных спиновых функций Грина, которые теперь имеют и подрешеточный индекс:

$$K_{ij}^{+-}(l-l'; \tau) = -1/2 \langle \hat{T}_{\tau} S_{il}^{+}(\tau), S_{jl'}^{-}(0) \rangle, \quad i, j = 1, 2.$$

Функцию Грина K_{ij}^{+-} можно вычислить непосредственно, используя диаграммную технику для спиновых переменных [9, 10]. При этом функция Грина одной подрешетки K_{ii}^{+-} (K_{jj}^{+-}) будет связана с функцией Грина K_{ij}^{+-} (K_{ji}^{+-}), описывающей корреляции двух спинов из разных подрешеток. В целом получаем две системы из двух уравнений.

Как и для ферромагнетика, суммирование диаграммного ряда для спиновых функций Грина можно выполнить, используя

дайсоновский принцип выделения неприводимых диаграмм. В этом случае всякая диаграмма для функции Грина K_{ij}^{+-} представляет собой основную линию с нанизанными на неё неприводимыми собственно-энергетическими частями, заканчивающаяся силовой частью. Совокупность всех диаграмм для массового оператора не содержит особенностей вблизи полюса одночастичной функции Грина, и в этой области переменных может быть рассчитана по теории возмущений. Это удобно для исследования, как самих одночастичных возбуждений, так и свойств системы, обусловленных этими одночастичными возбуждениями.

Методом спиновых функций Грина спектр спиновых волн АФМ исследовался в работах [5, 6]. Приведем выражения для затухания спиновых волн в антиферромагнетике вблизи температуры Нееля. Новым механизмом релаксации спиновых волн здесь будет рассеяние на флуктуациях продольной компоненты намагниченности. Соответствующие вычисления при малых импульсах дают:

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} \sim \frac{1}{(ak)|\tau|} \ln \frac{(ak)^2}{|\tau|}, \quad (7.32)$$

при $(ak)^2 \gg |\tau|$, и

$$\frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} \sim \frac{(ak)}{|\tau|^2}, \quad (7.33)$$

при $(ak)^2 \ll |\tau|$; отметим, что в формулах (7.32) и (7.33) $\tau = (T - T_N)/T_N$.

Таким образом, длинноволновые спиновые волны в антиферромагнетике существуют вплоть до температур близких к точке Нееля. Однако интервал волновых векторов \mathbf{k} , для которых $\gamma_k/\epsilon_k \ll 1$ оказывается уже, чем в ферромагнетике притом же относительном отклонении температуры от точки фазового перехода.

§ 8. Собственные процессы релаксации спиновых волн в двухподрешеточном ферромагнетике с эквивалентными подрешетками.

В данном параграфе мы исследуем спектр спиновых волн и его температурную перенормировку в двухподрешеточном ферромагнетике, или ферримагнетике. Типичным примером ферримагнетика с эквивалентными подрешетками является железо-иттиевый гранат. В элементарной магнитной ячейке ЖИГ содержится 24 иона Fe^{3+} в позициях 24(d) и 16 ионов Fe^{3+} – в позициях 16(a). Таким образом, при точном описании такой системы необходимо ввести в рассмотрение 40 подрешеток. Спектр этой системы содержит одну акустическую и 39 оптических ветвей [11] и в общем случае может быть найден только численным расчетом [12]. Однако, как показано ранее [12, 13], при $\mathbf{k} = 0$ и

$H \neq 0$ из системы 40 уравнений, описывающих спектр ЖИГ, могут быть выделены две частоты, соответствующие колебаниям суммарного спина 24 ионов в позициях 24(d) и суммарного спина 16 ионов в позициях 16(a). Эти частоты являются в то же время и наиболее низко лежащими и поэтому можно предположить, что в области малых волновых векторов в реальном кристалле возбуждаются, прежде всего, эти ветви спектра. При описании высокочастотных свойств ЖИГ в рамках двухподрешеточной модели одна подрешетка объединяет 24 иона Fe^{3+} в позициях 24(d), а вторая – 16 ионов Fe^{3+} в позициях 16(a).

Изучению высокочастотных и термодинамических свойств ферромагнетика (или феррита) посвящено большое число как экспериментальных, так и теоретических работ. В первых теоретических моделях ферриты, как правило, рассматривались как одноподрешеточные магнетики. Хотя такой подход и позволяет простым образом получить ряд результатов, однако вопрос о границах их применимости остается открытым. Это связано с тем, что, как уже отмечалось, ферриты являются системами с несколькими магнитными подрешетками и даже в случае, когда эти подрешетки образованы одинаковыми магнитными ионами, пренебрежение их многоподрешеточной структурой есть довольно грубое приближение.

Более последовательное описание ферритов-гранатов в рамках двухподрешеточной модели приводит к некоторым вы-

водам, прямо противоположным тем, которые следуют из одно-
подрешеточной модели. Сюда, прежде всего, следует отнести
вывод о том, что энергия акустической ветви спектра спиновых
волн с данным волновым вектором увеличивается, а не убывает,
с ростом температуры, что находится в соответствии с экспери-
ментом [14]. Были проведены также прецизионные эксперимен-
ты по изучению зависимости затухания спиновых волн от вол-
нового вектора и температуры в иттрий-железном гранате
(ЖИГ) [15]. Эти эксперименты показали, что выводы, получае-
мые в рамках одноподрешеточной модели, не описывают на-
блюдаемые результаты, а именно: при температурах $200 \div 300$ К
экспериментальные данные систематически превышают теоре-
тические значения [15]. Как будет продемонстрировано ниже,
увеличение коэффициента затухания возникает за счет включе-
ния процесса рассеяния акустических магнонов на оптических
ветвях спектра спиновых волн.

В полях, при которых сохраняется коллинеарная струк-
тура магнетика, обменное взаимодействие допускает процессы с
участием четного числа магнонов. Четырехмагнонные процессы
в двухподрешеточной модели феррита впервые, по-видимому,
были рассмотрены в работе Барьяхтара и Урушадзе [16], где ис-
следовалась их роль в установлении термодинамического рав-
новесия. В работе Пикина [17] исследовался вклад четырехмаг-
нонных процессов в коэффициент затухания спиновых волн и

получены выражения для затухания акустической ветви спектра, обусловленного рассеянием акустических магнонов друг на друге. Нелинейные магнитные возбуждения в ферритах изучались в работах [18, 19]. Здесь мы будем следовать работам [20] и работе [17].

8.1. Гамильтониан спиновых волн.

Гамильтониан двухподрешеточного ферромагнетика, помещенного во внешнее магнитное поле \mathbf{H} , имеет вид

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} J_{1nn'} \mathbf{S}_{1n} \mathbf{S}_{1n'} - \frac{1}{2} \sum_{m \neq m'} J_{2mm'} \mathbf{S}_{2m} \mathbf{S}_{2m'} + \sum_{n,m} J_{3nm} \mathbf{S}_{1n} \mathbf{S}_{2m} - \mu_B \mathbf{H} \sum_{n,m} (g_1 \mathbf{S}_{1n} + g_2 \mathbf{S}_{2m}). \quad (8.1)$$

здесь \mathbf{S}_{1n} , \mathbf{S}_{2m} – операторы спинов в узлах \mathbf{n} и \mathbf{m} ; $J_{1nn'}$, $J_{2mm'}$, J_{3nm} – (положительные) обменные интегралы внутри первой, второй подрешеток и между подрешетками, соответственно; μ_B – магнетон Бора; g_1 , g_2 – g-факторы первой и второй подрешеток. Нас будут интересовать эффекты, обусловленные наличием двух типов колебаний (акустических и оптических) и, чтобы не усложнять аналитические выражения, в (8.1) пренебреженно энергией магнитной анизотропии и энергией магнитного дипольного взаимодействия.

Исследование системы, описываемой гамильтонианом (8.1) начнем с рассмотрения области низких температур. Удобно перейти от спиновых операторов к бозевским с помощью пред-

ставления Гольштейна-Примакова (см. § 2). В полях $H < H_C$ – поля фазового перехода в неколлинеарную фазу, гамильтониан (8.1) содержит процессы с участием только четного числа магнов: $\tilde{H} = E_0 + \tilde{H}_2 + \tilde{H}_4 + \dots$. Здесь E_0 есть энергия системы в основном состоянии и не содержит операторов. \tilde{H}_2 – квадратичная форма, а \tilde{H}_4 – форма четвертого порядка по операторам. В явном виде \tilde{H}_2 есть:

$$\tilde{H}_2 = \sum_{\mathbf{k}} \left\{ A_{1\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + A_{2\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}} + B_{\mathbf{k}} (a_{\mathbf{k}}^+ b_{-\mathbf{k}}^+ + a_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}) \right\}, \quad (8.2)$$

где

$$A_{1\mathbf{k}} = S_1(J_{10} - J_{1\mathbf{k}}) + S_2 J_{30} + \mu_B g_1 H,$$

$$A_{2\mathbf{k}} = S_2(J_{20} - J_{2\mathbf{k}}) + S_1 J_{30} - \mu_B g_2 H,$$

$$B_{\mathbf{k}} = J_{3\mathbf{k}} \sqrt{S_1 S_2}.$$

Здесь $J_{i\mathbf{k}}$ – фурье-образ i -го обменного интеграла ($i = 1, 2, 3$); S_1 и S_2 – величины спинов в узлах первой и второй подрешеток.

Для диагонализации гамильтониана, перейдем от операторов $a_{\mathbf{k}}^+$, $a_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}^+$, $b_{\mathbf{k}}$ к операторам рождения и уничтожения магнов $\alpha_{\mathbf{k}}^+$, $\alpha_{\mathbf{k}}$ и $\beta_{\mathbf{k}}^+$, $\beta_{\mathbf{k}}$ по стандартным формулам u - v – преобразования:

$$a_{\mathbf{k}} = u_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}} \beta_{-\mathbf{k}}^+, \quad b_{\mathbf{k}} = u_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}} \alpha_{-\mathbf{k}}^+,$$

$$u_{\mathbf{k}} = \frac{|B_{\mathbf{k}}|}{\left[B_{\mathbf{k}}^2 - (A_{1\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}})^2 \right]^{1/2}}, \quad v_{\mathbf{k}} = -\frac{B_{\mathbf{k}}}{|B_{\mathbf{k}}|} \frac{A_{1\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}}}{\left[B_{\mathbf{k}}^2 - (A_{1\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}})^2 \right]^{1/2}}.$$

В результате для оператора \tilde{H}_2 получаем выражение

$$\tilde{H}_2 = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}}^+ \alpha_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}} + \Delta E_0 ; \quad (8.3)$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = 1/2(A_{1\mathbf{k}} - A_{2\mathbf{k}}) + 1/2[(A_{1\mathbf{k}} - A_{2\mathbf{k}})^2 - 4B_{\mathbf{k}}^2]^{1/2},$$

$$E_{\mathbf{k}} = 1/2(A_{2\mathbf{k}} - A_{1\mathbf{k}}) + 1/2[(A_{1\mathbf{k}} - A_{2\mathbf{k}})^2 - 4B_{\mathbf{k}}^2]^{1/2},$$

$$\Delta E_0 = 1/2 \sum_{\mathbf{k}} \{\varepsilon_{1\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}} - A_{1\mathbf{k}} - A_{2\mathbf{k}}\}.$$

В области малых волновых векторов $ak \ll 1$ (a – постоянная решетки) и $H \ll H_C$ получаем хорошо известные результаты:

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{g_1 S_1 - g_2 S_2}{S_1 - S_2} \mu_B H + D_1 (ak)^2,$$

где

$$D_1 = \frac{1}{S_1 - S_2} (S_1^2 I_1 + S_2^2 I_2 + 2S_1 S_2 I_3), \quad (8.4)$$

для спектра акустических магнонов и

$$E_{\mathbf{k}} = (S_1 - S_2) J_{30} - \frac{g_2 S_1 - g_1 S_2}{S_1 - S_2} \mu_B H + D_2 (ak)^2,$$

где

$$D_2 = \frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} (I_1 + I_2 + 2I_3), \quad (8.5)$$

для спектра оптических магнонов. Здесь, в приближении ближайших соседей, $J_0 = zI$, z – число ближайших соседей. Заметим, что при акустическом типе колебаний подрешетки прецессиру-

ют синфазно; при оптическом типе колебаний подрешетки прецессируют антисинфазно.

Гамильтониан \hat{H}_4 содержит все возможные процессы с участием четырех спиновых волн (всего 35 процессов). Рассмотрение (8.1) в рамках представления ГП приводит к следующему гамильтониану взаимодействия магнонов (здесь и далее $\mathbf{k}_1 = \mathbf{1}$, $\mathbf{k}_2 = \mathbf{2}$ и.д.):

$$H_4 = \sum_{1,2,3,4} \{ \Phi \alpha_1^+ \alpha_2^+ \alpha_3 \alpha_4 + \Theta_2 \alpha_1^+ \alpha_2 \beta_3^+ \beta_4 + \Gamma \beta_1^+ \beta_2^+ \beta_3 \beta_4 \} + \sum_{1,2,3,4} \{ X \alpha_1^+ \alpha_2^+ \alpha_3 \beta_4^+ + \Theta_1 \alpha_1^+ \alpha_2^+ \beta_3^+ \beta_4 + \Lambda \alpha_1^+ \beta_2^+ \beta_3^+ \beta_4 + h.c. \} \quad (8.6)$$

Мы здесь не будем выписывать амплитуды взаимодействия ввиду их громоздкости. Отметим, что амплитуды взаимодействия удовлетворяют при $\mathbf{H} = 0$ условиям симметрии [21]. Выполнение этих условий автоматически обеспечивает правильное асимптотическое поведение тензора высокочастотной магнитной восприимчивости в области малых волновых векторов. Амплитуды удовлетворяют и требованиям теоремы Адлера [8], т. е. амплитуды взаимодействия, описывающие процессы с участием голдстоуновской частицы, обращаются в нуль на массовой поверхности (т.е., при выполнении законов сохранения энергии) при обращении в нуль импульса последней.

8.2. Тензор высокочастотной магнитной восприимчивости.

Компоненты тензора высокочастотной магнитной восприимчивости $\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega)$ связаны с запаздывающими функциями Грина соотношением (см. § 2). В случае двухподрешеточного магнетика в это соотношение входит Фурье-образ запаздывающей функции Грина $G_{\alpha\beta}^R(k, \omega)$ вида:

$$G_{\alpha\beta}^R(\mathbf{1}-\mathbf{m}; t) = -i\theta(t) \langle [g_1 S_{1l}^\alpha(t) + g_2 S_{2l}^\alpha(t), g_1 S_{1m}^\alpha(0) + g_2 S_{2m}^\alpha(0)] \rangle. \quad (8.7)$$

Здесь, как обычно, $S_l^\alpha(t)$ – оператор спина l -го атома в гейзенберговском представлении $S_l^\alpha(t) = \exp(\hat{H}t) S_l^\alpha \exp(-\hat{H}t)$; $\alpha, \beta = (x, y, z)$. Переходя от спиновых операторов к операторам рождения и уничтожения магнонов $\alpha_{\mathbf{k}}^+$, $\alpha_{\mathbf{k}}$ и $\beta_{\mathbf{k}}^+$, $\beta_{\mathbf{k}}$, например, для компоненты $\chi_{yy}(\mathbf{k}, \omega)$ тензора восприимчивости получаем выражение равное, с точностью до численного коэффициента, функции Грина

$$G_{yy}^R(\mathbf{k}, \omega) = -1/2 \langle\langle (u_k g_1 S_1^{1/2} - v_k g_2 S_2^{1/2})(\alpha_{\mathbf{k}}^+ - \alpha_{-\mathbf{k}}) + (u_k g_2 S_2^{1/2} - v_k g_1 S_1^{1/2})(\beta_{\mathbf{k}}^+ - \beta_{-\mathbf{k}}) | (u_k g_1 S_1^{1/2} - v_k g_2 S_2^{1/2})(\alpha_{-\mathbf{k}}^+ - \alpha_{\mathbf{k}}) + (u_k g_2 S_2^{1/2} - v_k g_1 S_1^{1/2})(\beta_{-\mathbf{k}}^+ - \beta_{\mathbf{k}}) \rangle\rangle_\omega \quad (8.8)$$

Здесь, как и при получении выражения (8.2), при переходе от спиновых операторов к бозевским мы учли, что в основном состоянии спины атомов второй подрешетки ориентированы в отрицательном направлении оси z . Задача, таким образом, сводит-

ся к вычислению одночастичных запаздывающих функций Грина на бозе-операторов.

Для нахождения $\chi_{yy}(\mathbf{k}, \omega)$ рассмотрим матричную функцию Грина

$$\hat{G}^R(\mathbf{k}, \omega) \equiv \hat{G}_{vv'}^R(\mathbf{k}, \omega) \equiv \langle\langle \alpha_{v\mathbf{k}}^+ | \alpha_{v'\mathbf{k}} \rangle\rangle_{\omega}$$

где $\alpha_{v\mathbf{k}}^+$ – четырехмерный вектор: $\alpha_{1\mathbf{k}}^+ = \alpha_{\mathbf{k}}^+$, $\alpha_{2\mathbf{k}}^+ = \beta_{\mathbf{k}}^+$, $\alpha_{3\mathbf{k}}^+ = \beta_{-\mathbf{k}}$, $\alpha_{4\mathbf{k}}^+ = \alpha_{-\mathbf{k}}$. Как обычно, запаздывающие функции Грина $\hat{G}^R(\mathbf{k}, \omega)$ будем вычислять с помощью аналитического продолжения температурных функций Грина $\hat{G}(\mathbf{k}, i\omega_n)$. Функция Грина $\hat{G}(\mathbf{k}, i\omega_n)$ удовлетворяет уравнению (здесь $p = (\mathbf{k}, i\omega_n)$)

$$\hat{G}(p) = \hat{G}^{(0)}(p) + \hat{G}^{(0)}(p)\hat{\Sigma}(p)\hat{G}(p),$$

решение которого имеет вид $\hat{G}(p) = [\hat{G}^{(0)-1}(p) - \hat{\Sigma}(p)]^{-1}$, где $\hat{G}^{(0)}(p)$ – диагональная матрица, элементы которой равны

$$\begin{aligned} G_{11}^{(0)}(p) &= (i\omega_n - \varepsilon_k)^{-1}, & G_{22}^{(0)}(p) &= (i\omega_n - E_k)^{-1}, \\ G_{33}^{(0)}(p) &= G_{22}^{(0)}(-p), & G_{44}^{(0)}(p) &= G_{11}^{(0)}(-p). \end{aligned} \quad (8.9)$$

а $\hat{\Sigma}(p)$ – матрица неприводимых собственно энергетических частей. Массовые операторы $\Sigma_{vv'}(p)$ можно представить в виде разложения по степеням S^{-1} причем каждому члену разложения соответствует определенная фейнмановская диаграмма.

Подстановка выражения (8.9) в (8.8) дает явный вид компоненты $\chi_{yy}(\mathbf{k}, \omega)$ тензора ВЧ восприимчивости феррита. Из соображений симметрии ясно, что $\chi_{xx}(\mathbf{k}, \omega) = \chi_{yy}(\mathbf{k}, \omega)$.

8.3. Температурные поправки к спектру спиновых волн.

Выражение (8.9) определяет полюсы $\chi_{yy}(\mathbf{k}, \omega)$, зная которые, можно определить спектр магнитных возбуждений в системе. Нетрудно убедиться, что, согласно (8.4) и (8.5), мы будем иметь в спектре две ветви, соответствующие акустическим и оптическим колебаниям системы спинов. Учтем температурную перенормировку акустической ветви спектра. В первом приближении температурный сдвиг частоты описывается диаграммами на рис. 8.1 из массового оператора $\Sigma_{11}(\mathbf{k}, \omega)$.

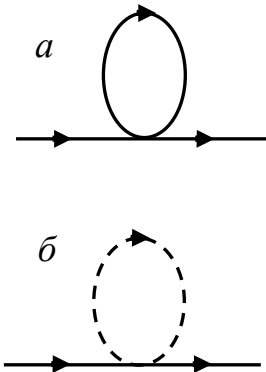


Рис. 8.1

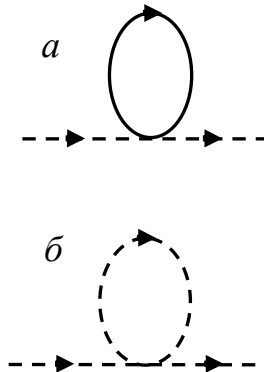


Рис. 8.2

На рисунках 8.1 - 8.4 сплошным линиям соответствуют функции Грина акустических магнонов, а пунктирным – оптических.

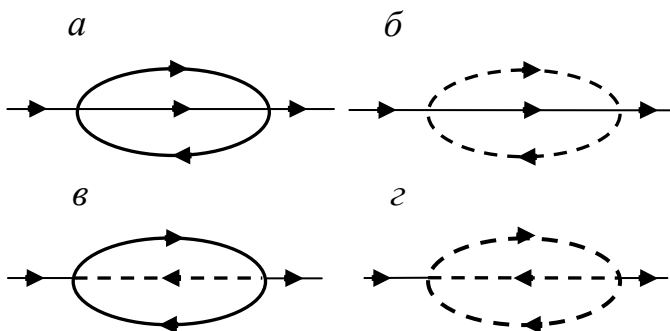


Рис. 8.3

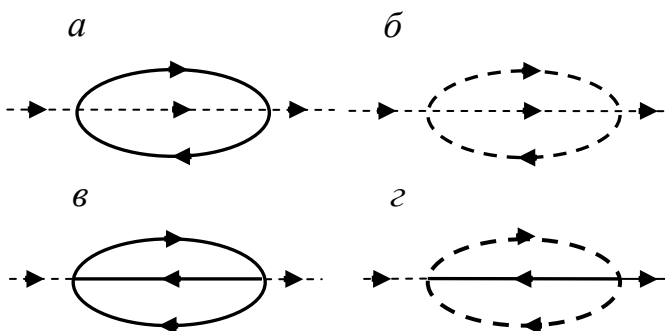


Рис. 8.4

При низких температурах главный вклад дает область малых волновых векторов. Имея в виду ЖИГ, для которого $I_3 \gg I_1, I_2$, и при $g_1 = g_2 = g$ получаем, что диаграмма (а) на рис. 8.1 дает поправку $\Delta\omega_{1a}(T)$ равную

$$\Delta\omega_{1a}(T) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{C_1}{(S_1 - S_2)^3} D(ak)^2 \left(\frac{T}{D}\right)^{5/2} \Gamma(5/2) Z_{5/2}(g\mu_B H/T). \quad (8.10)$$

Здесь коэффициент C_1 зависит от типа решетки и для решетки типа NaCl имеем $C_1 = 2S_1S_2/3$, а для объемноцентрированной кубической решетки $C_1 = (3S_1 - S_2)(3S_2 - S_1)/8$.

Диаграмма (б) на рис. 8.1 дает поправку $\Delta\omega_{1b}(T)$, равную

$$\Delta\omega_{1b}(T) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{S_1^2 + S_2^2}{S_1S_2(S_1 - S_2)} D(ak)^2 \left(\frac{T}{D}\right)^{3/2} \Gamma(3/2) Z_{3/2}(\Delta/T) \quad (8.11)$$

В этих формулах величина D определяется формулами (8.4) или (8.5), в которых можно пренебречь I_1 и I_2 ; $\Gamma(x)$ – гамма-функция;

$$\Delta = (S_1 - S_2)J_{30} - g\mu_B H, \text{ и } Z_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^{-n} \exp\{-xm\}.$$

Принимая, в случае ЖИГ, $S_1 = 24 \cdot 5/2$, $S_2 = 16 \cdot 5/2$, мы видим, что в отличие от случая ферромагнетика, в двухподрешеточной модели магнетика вклад диаграммы (а) на рис. 8.1 в температурный сдвиг частоты входит со знаком плюс. Этот результат обусловлен исключительно «многоподрешеточной» природой системы.

Диаграммы (а) и (б) на рис. 8.1 дают вклад противоположных знаков. Суммарный температурный сдвиг частоты $\Delta\omega_1(T)$ будет положительным. При низких температурах, как видно из (8.10) и (8.11), $\Delta\omega_1(T)$ растет примерно как $T^{5/2}$. При $T \sim \Delta$ становится существен вклад $\Delta\omega_{1b}(T)$, что приведет к замедлению роста $\Delta\omega_1(T)$ с температурой. По оценкам Харриса [12],

для ЖИГ $\Delta \sim 250 \div 300$ К, так что при комнатной температуре вклад оптических магнонов становится существенным.

Рассмотрим температурную перенормировку оптической ветви спектра. В первом приближении температурный сдвиг частоты описывается диаграммами на рис. 8.2 из массового оператора $\Sigma_{22}(\mathbf{k}, \omega)$. Соответствующие этим диаграммам аналитические выражения равны:

$$\Delta\omega_{2a}(T) = -\frac{1}{(2\pi)^2} 2 \frac{S_1^2 + S_2^2}{(S_1 - S_2)^3} I_3 \left(\frac{T}{D} \right)^{5/2} \Gamma(5/2) Z_{5/2}(g\mu_B H / T), \quad (8.12)$$

$$\Delta\omega_{2b}(T) = \frac{1}{(2\pi)^2} 2J_{30} \left(\frac{T}{D} \right)^{3/2} \Gamma(3/2) Z_{3/2}(\Delta/T). \quad (8.13)$$

Как видно из этих выражений, диаграммы (a) и (b) на рис. 8.2 дают вклад противоположных знаков. Суммарный сдвиг частоты будет отрицательным. При низких температурах, как следует из (8.12), щель в спектре оптических возбуждений убывает как $T^{5/2}$. При $T \sim \Delta$ становится существенным вклад $\Delta\omega_{2b}(T)$ что приведет к более медленному убыванию $\Delta\omega_2(T)$ с температурой.

8.4. Затухание акустических магнонов.

В первом по $1/S$ приближении затухание акустических магнонов определяется мнимыми частями диаграмм на рис. 8.3 массового оператора $\Sigma_{11}(\mathbf{k}, \omega)$. Жирные линии на рисунке обозначают тот факт, что мы произвели температурную перенормировку функций Грина в приближении случайных фаз, что фактически сводится к температурной перенормировке спектра спиновых волн согласно (8.10) - (8.13). Как это следует из рисунка, затухание $\gamma^\alpha(\mathbf{k})$ определяется четырьмя различными процессами взаимодействия магнонов друг с другом и в соответствии с этим может быть представлено в виде $\gamma^\alpha(\mathbf{k}) = \gamma_\Phi^\alpha(\mathbf{k}) + \gamma_{\Theta_2}^\alpha(\mathbf{k}) + \gamma_X^\alpha(\mathbf{k}) + \gamma_\Lambda^\alpha(\mathbf{k})$ (диаграммы (а), (б), (в) и (г) на рис. 8.3, соответственно).

Рассмотрим затухание, обусловленное рассеянием акустических магнонов друг на друге $\gamma_\Phi^\alpha(\mathbf{k})$. Сопоставляя графическому выражению аналитическое и выполняя суммирование по частотам, после аналитического продолжения получаем:

$$\gamma_\Phi^\alpha(\mathbf{k}) = 8\pi \sum_{2,3,4} |\Phi(\mathbf{k}, 2; 3, 4)|^2 \frac{[n(\varepsilon_2) + 1]n(\varepsilon_3)n(\varepsilon_4)}{n(\varepsilon_k)} \delta(\varepsilon_k + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4)$$

Для амплитуды $\Phi(\mathbf{1}, 2; 3, 4)$ в области малых волновых векторов справедливо разложение

$$\Phi(\mathbf{1}, 2; 3, 4) = -\frac{1}{2N} \frac{S_1 S_2}{(S_1 - S_2)^2} I_3 a^2 (\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4) \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4)$$

Используя тот же прием вычисления интегралов, что и в работе [14], получим при $\varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T$ и $g_1 = g_2$

$$\gamma_{\Phi}^{\alpha}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{(ak)^2 \varepsilon_{\mathbf{k}} T^2}{12(S_1 - S_2)^2} \frac{D^2(0)}{D^4(T)} F\left(\frac{T}{\omega_{\mathbf{k}}}, R\right). \quad (8.14)$$

Здесь $\omega_{\mathbf{k}} = D(T)(ak)^2$, а R есть отношение энергии магнитного поля к обменной энергии $R = \mu_B H / \omega_{\mathbf{k}}$; $D(T)$ определяется выражением

$$\begin{aligned} \frac{D(T)}{D(0)} = 1 + \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{T}{D}\right)^{3/2} & \left\{ \frac{3C_1}{2(S_1 - S_2)^3} \frac{T}{D} Z_{5/2}(\mu_B H / T) - \right. \\ & \left. - \frac{S_1^2 + S_2^2}{S_1 S_2 (S_1 - S_2)} Z_{3/2}(\Delta / T) \right\} \Gamma(3/2) \end{aligned} ;$$

а функция $F\left(\frac{T}{\omega_{\mathbf{k}}}, R\right)$ есть:

$$\begin{aligned} F\left(\frac{T}{\omega_{\mathbf{k}}}, R\right) \approx \frac{1}{2} \ln^2 \frac{T}{\omega_{\mathbf{k}}} + \\ + \left\{ -\ln(1+R) + 2 \left[\frac{5}{6} - R + R^{3/2} \operatorname{arctg}(R^{-1/2}) \right] \right\} \left\{ 1 + \ln \frac{T}{\omega_{\mathbf{k}}} \right\}. \end{aligned} \quad (8.15)$$

Приведем выражения для затухания акустической ветви спектра в случае $\varepsilon_{\mathbf{k}} \gg T$. Если $T \ll \varepsilon_{\mathbf{k}} \ll T_C$, то

$$\gamma_{\Phi}^{\alpha}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{D(ak)^3}{24(S_1 - S_2)^2} \left(\frac{T}{D}\right)^{5/2} \Gamma(5/2) Z_{5/2}(g\mu_B H / T). \quad (16)$$

Если же $\omega_{\mathbf{k}} \ll T \ll \mu_B H \ll T_C$ то

$$\gamma_{\Phi}^{\alpha}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{D(ak)^2}{12(S_1 - S_2)^2} \left(\frac{T}{D}\right)^3 \exp(-g\mu_B H/T). \quad (8.17)$$

Вклад оптических магнонов в этом интервале температур экспоненциально мал.

Как видно из формул (8.14) - (8.17), коэффициент затухания $\gamma^{\alpha}(\mathbf{k})$ обращается в нуль при $k = 0$. Учет неравенства g-факторов приводит к конечной величине $\gamma^{\alpha}(0)$. А именно, вычислив амплитуду $\Phi(\mathbf{1}, \mathbf{2}; \mathbf{3}, \mathbf{4})$ при $g_1 \neq g_2$, найдем коэффициент затухания однородной прецессии, обусловленной процессом $\alpha_1^+ \alpha_2^+ \alpha_3 \alpha_4$. При $\varepsilon_0 \ll T$ получаем:

$$\gamma_{\Phi}^{\alpha}(0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{S_1 S_2 (S_1 + S_2)}{12D(S_1 - S_2)^4} \right\}^2 (g_1 - g_2)^2 (\mu_B H)^2 \varepsilon_0 \left(\frac{T}{D}\right)^2 \ln(T/\varepsilon_0) \quad (8.18)$$

Как это впервые, по-видимому, отмечалось в работе [17], неравенство g-факторов для спинов разных подрешеток приводит к дополнительному затуханию спиновых волн во внешнем магнитном поле. При $g_1 \neq g_2$ частоты однородной прецессии спинов в подрешетках различны. Но обменная связь препятствует вращению спинов с разными частотами. В результате, возникающее в системе своеобразное взаимное «трение» подрешеток может приводить к конечному значению затухания спиновой

волны даже при $k = 0$ и в отсутствии магнитно-анизотропных взаимодействий между спинами подрешеток.

Рассмотрим слагаемое $\gamma_{\Theta_2}^\alpha(\mathbf{k})$, обусловленное рассеянием акустических магнонов на оптических. Сопоставляя по правилам диаграммой техники графическому выражению аналитическое и выполняя суммирование по частотам, после аналитического продолжения получаем:

$$\gamma_{\Theta_2}^\alpha(\mathbf{k}) = \pi \sum_{234} |\Theta_2(\mathbf{k}; 2 | 3; 4)|^2 \frac{n(\varepsilon_2)[n(E_3)+1]n(E_4)}{n(\varepsilon_k)} \delta(\varepsilon_k + E_3 - \varepsilon_2 - E_4)$$

Можно показать, (см., например, [12]), что при комнатной температуре и $\varepsilon_k \sim 1\text{К}$ в ЖИГ вклад $\gamma_{\Theta_2}^\alpha(\mathbf{k})$ составляет до 20% от вклада $\gamma_\Phi^\alpha(\mathbf{k})$. Если же $\varepsilon_k \sim 10\text{К}$, то этот вклад достигает уже величины 50%. В то же время при низких температурах $T \ll \Delta$ вклад этого процесса экспоненциально мал.

Анализ процессов взаимодействия магнонов, описываемых амплитудами $X(\mathbf{1}, \mathbf{2}; \mathbf{3} | \mathbf{4})$ и $\Lambda(\mathbf{1} | \mathbf{2}, \mathbf{3}; \mathbf{4})$, показывает, что в случае $\varepsilon_k \ll T$ и $T \leq \Delta$ вклад их оказывается на порядок меньше, чем $\gamma_{\Theta_2}^\alpha(\mathbf{k})$.

Наличие оптической ветви в спектре приводит к дополнительному затуханию спиновых волн с $k = 0$. Вычислив амплитуду $\Theta_2(\mathbf{1}; \mathbf{2} | \mathbf{3}; \mathbf{4})$ при $g_1 \neq g_2$ найдем коэффициент затухания однородной прецессии, который оказывается равным

$$\gamma_{\Theta_2}^{\alpha}(0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{(S_1 + S_2)}{4D(S_1 - S_2)^2} \right\}^2 (g_1 - g_2)^2 (\mu_B H)^2 \varepsilon_0 \left(\frac{T}{D} \right) \Phi \left(\frac{\varepsilon_0}{T}, \frac{E_0}{T} \right), \quad (8.19)$$

где

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{\exp(y) - 1} \{ 1 - \ln(x) + y - \ln[2 \sinh(y/2)] \} + \\ + \ln[2 \sinh(y/2)] - y/2.$$

Физическое происхождение затухания (8.19) то же, что и в случае (8.18): неравенство g -факторов для спинов разных подрешеток приводит к дополнительному затуханию спиновых волн во внешнем магнитном поле.

Как это вытекает из проведенного выше рассмотрения, в области низких температур числа заполнения оптических возбуждений экспоненциально малы, и влиянием последних на кинетику спиновых волн в ферримагнетике можно пренебречь. В этом случае релаксационные процессы в ферри- и ферромагнетике качественно ничем не отличаются, если магнетомеханические отношения $\gamma_i = g_i \mu_B$, где μ_B – магнетон Бора, для спинов разных подрешеток одинаковы ($\gamma_1 = \gamma_2$) или отсутствует внешнее магнитное поле. Если $\gamma_1 \neq \gamma_2$, затухание спиновой волны не равно нулю и при $k = 0$. Неравенство магнетомеханических отношений в случае, например, иттриевого феррита-граната может быть связано с тем, что ионы Fe^{3+} занимают неэквивалентные места в кристаллической решетке. Отличие $g_1 \mu_B = \mu_1$, $g_2 \mu_B = \mu_2$,

от $2\mu_B$ обусловлено спин-орбитальными взаимодействиями в решетке. Однако отношение $|\mu_1 - \mu_2|/\mu_B$ мало, так как подрешетки образованы одинаковыми ионами, находящимися в S-состоянии, и не превышает нескольких процентов.

8.5. Затухание оптических магнонов.

Коэффициент затухания оптических магнонов $\gamma^\beta(\mathbf{k})$ определяется мнимой частью диаграмм, приведенных на рис. 8.4, из массового оператора $\Sigma_{22}(\mathbf{k}, \omega)$. Так же как и в предыдущем случае, представим его в виде $\gamma^\beta(\mathbf{k}) = \gamma_{\Theta_2}^\beta(\mathbf{k}) + \gamma_\Gamma^\beta(\mathbf{k}) + \gamma_X^\beta(\mathbf{k}) + \gamma_\Lambda^\beta(\mathbf{k})$ (диаграммы (а), (б), (в) и (г) на рис. 8.4, соответственно). Основной вклад дают процессы, описываемые диаграммами (а) и (б). Приведем результаты для наиболее интересного предела $D(ak)^2 \ll T$, $H \ll H_C$ и $g_1 = g_2$. Имеем:

$$\gamma_{\Theta_2}^\beta(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{D(S_1^2 + S_2^2)^2}{16S_1^2 S_2^2 (S_1 - S_2)^2} \left(\frac{T}{D}\right)^4 I_1(\Delta/T). \quad (8.20)$$

Аналогичные вычисления для диаграммы (б) дают

$$\gamma_\Gamma^\beta(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{J_{30}^2}{4D} \left(\frac{T}{D}\right)^2 (1 - e^{-\Delta/T}) I_2(\Delta/T). \quad (8.21)$$

Здесь

$$I_1(a) = (1 - e^{-a}) \int_0^{\infty} \frac{x^2 e^x dx}{(e^x - 1)(e^{x-a} - 1)} \ln \frac{1 - e^{-x}}{1 - e^{-a}},$$

$$I_2(a) = Z_2(a) + \{a/2 - \ln[2 \sinh(a/2)]\}^2.$$

Как видно из этих выражений, в отличие от затухания акустических магнонов, коэффициент затухания оптических магнонов $\gamma^\beta(0)$ не обращается в нуль даже при $g_1 = g_2$.

Можно показать, что процессы рассеяния спиновых волн, описываемые диаграммами (в) и (з) на рис. 8.4, дают пренебрежимо малый вклад в затухание оптических магнонов и выражения для $\gamma_X^\beta(\mathbf{k})$ и $\gamma_\Lambda^\beta(\mathbf{k})$ мы не приводим.

8.6. Собственные процессы релаксации спиновых волн при высоких температурах.

В предыдущих разделах мы рассмотрели область низких температур. Однако результаты, полученные при рассмотрении механизмов спин-спиновой релаксации в области низких температур и экстраполированные в область комнатных температур, дают ширину линии на несколько порядков меньшую, чем необходимо для объяснения эксперимента. В окрестности точки Кюри ширина линии резко возрастает. Естественно предположить, что такое возрастание обусловлено процессами релаксации, связанными с тепловыми флуктуациями спонтанного момента.

Микроскопический подход позволяет выяснить роль спиновых волн и флуктуаций намагниченности в затухании однородной прецессии и получить аналитическое выражение для ширины линии как функции температуры вблизи T_C .

В данном разделе мы исследуем влияние двухподрешеточной структуры ферромагнетика на кинетику спиновых волн в интервале температур, где существенна роль флуктуаций продольной компоненты намагниченности. Из физических соображений ясно, что температурная и частотная зависимость затухания спиновых волн в двухподрешеточном магнетике может качественно отличаться от соответствующей зависимости в одноподрешеточном ферромагнетике. Это различие связано: (i) с существованием оптических возбуждений, рассеяние на которых весьма существенно при $T \sim T_C$; (ii) с неоднородностью спонтанного момента, пропорциональной разности спонтанных моментов подрешеток и влияющий на флуктуационное рассеяние; (iii) с неравенством магнетомеханических отношений для спинов разных подрешеток ($g_1 \neq g_2$), что приводит к дополнительному затуханию спиновых волн во внешнем магнитном поле. По названным выше причинам относительная роль процессов рассеяния спиновых волн на флуктуациях спонтанного момента и на коллективных возбуждениях различна в разных областях температур и магнитных полей.

Основной целью нашего обсуждения будет вклад перечисленных процессов в релаксацию спиновых волн и ширину ФМР двухподрешеточного феррита при $T \sim T_C$.

Как уже отмечалось, затухание спиновых волн определяется мнимой частью $\gamma(\mathbf{k})$ знаменателя корреляционной функции $K^+(\mathbf{k}, i\omega_n)$. Отсылая читателя за общими выражениями к работе [17], приведем здесь наиболее важные предельные случаи.

Как показано в §2, в первом исчезающем приближении по обратному радиусу взаимодействия возникает затухание акустической спиновой волны из-за рассеяния на флуктуациях модуля намагниченности $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k})$. При низких температурах вклад этого процесса затухание спиновых волн экспоненциально мал. Из результатов предыдущего раздела следует так же, что при $T \ll (b_1 b_2 / b) J_0$ затухание акустической спиновой волны из-за рассеяния на оптической ветви $\gamma_2(\mathbf{k})$ (возникающее во втором порядке теории возмущений), тоже экспоненциально мало. Здесь, как обычно, $b(x) = S B_s(x)$, а $B_s(x)$ – функция Бриллюэна для спина S .

С приближением к точке перехода существенно возрастает флуктуационное затухание $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k})$ и возрастает затухание, обусловленное рассеянием на оптических спиновых волнах $\gamma_2(\mathbf{k})$. Вычисления $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k})$ при $\tau = (T_C - T)/T_C \ll 1$ и $(\mu H / T_C) \tau^{-3/2} \ll 1$ дают:

$$\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k}) = T_C \tau^{-3/2} \left[\eta_1 (ak)^5 + \eta_2 (ak) \left((g_1 - g_2) \mu_B H / T_C + \eta_3 (ak)^2 \tau^{1/2} \right) \right]; \quad (8.22)$$

$$\eta_1 \approx \frac{b}{\pi(b_1 b_2 \theta)^{1/2}} \frac{1}{(a_1 a_2)^{1/4}}, \quad \eta_2 \approx \frac{b}{\pi(b_1 b_2 \theta)^{1/2}} (a_1 a_2)^{1/4},$$

$$\eta_3 \approx \frac{1}{(a_1 a_2)^{1/4}} \frac{\theta^{1/2}}{(N_1 N_2 b_1 b_2)^{1/2}} (b_1 N_1 + b_2 N_2).$$

Здесь и далее используются обозначения: $T_C = [S_1 S_2 (S_1 + 1)(S_2 + 1)]^{1/2} J_0 / 3$ – температура Кюри, N_1 и N_2 есть число узлов в подрешетках; остальные константы таковы:

$$b = \frac{(N_1 N_2)^{1/2} b_1 b_2}{b_1 N_1 - b_2 N_2}, \quad \theta = 6(N_1 N_2) a_1^2 a_2^2 / (N_1 c_2 a_1^2 + N_2 c_1 a_2^2),$$

$$a_j = S_j(S_j + 1)/3, \quad c_j = a_j(6a_j + 1)/10.$$

Как это следует из (8.22) при $T \rightarrow T_C$ флукуационное затухание быстро растет. Однако длинноволновые спиновые волны хорошо определены – для них относительное затухание $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k})/\varepsilon_{\mathbf{k}}$ мало. Так, при $g_1 = g_2$ и $T \rightarrow T_C$ затухание, определяемое выражением (8.22), спадает пропорционально k^5 .

В этой же области температур затухание, обусловленное рассеянием на спиновых волнах, может быть записано в виде

$$\gamma_2(\mathbf{k}) = \zeta_1 \omega_{\mathbf{k}} \tau^{-2} (ak)^2 + \zeta_2 \omega_{\mathbf{k}} \tau^{-3} (g_1 - g_2)^2 (\mu_B H / T_C)^2, \quad (8.23)$$

где ζ_1, ζ_2 являются медленно изменяющимися (логарифмически) функциями $(ak)^2$ и $\tau^{-1/2} \mu H / T_C$, где $\mu = \mu_B \frac{g_1 b_1 N_1 - g_2 b_2 N_2}{b_1 N_1 - b_2 N_2}$.

В частности, при $(ak)^2 \gg \tau^{-1/2}(\mu H/T_C)$ рассеяния спиновых волн друг на друге приводит к затуханию

$$\gamma_2(\mathbf{k}) = \frac{T_C}{8\pi} \frac{b}{(b_1 b_2)^{1/2} (a_1 a_2)^{1/4}} \frac{(ak)^4}{(\theta\tau)^{3/2}} \ln^2(ak), \quad (8.24)$$

Из этих выражений следует, что, несмотря на рост затухания вблизи T_C , для самых длинных спиновых волн относительное затухание мало.

Выше были рассмотрены два первых приближения по параметру $(\mu H/T_C)\tau^{-3/2} \ll 1$ в области таких температур вблизи T_C , когда этот параметр мал. Можно предполагать, что, как и в случае одноподрешеточной системы, зависимость от k флуктуационного затухания и затухания, обусловленного рассеянием на спиновых волнах и оптических возбуждениях, будет носить тот же характер и в высших порядках по данному параметру.

8.7. Ширина линии ферромагнитного резонанса вблизи температуры Кюри.

Затухание спиновой волны с волновым вектором $k = 0$ определяет ширину линии ферромагнитного резонансного поглощения. В общем случае ширина резонансных кривых в монокристаллах ферритов связана с несколькими процессами. Достаточно полно выяснена роль примесей, дефектов, неоднородностей магнитной структуры и т.п., которые обуславливают связь возбуждаемой при резонансе однородной прецессии ($k = 0$) с не-

однородными спиновыми волнами ($k \neq 0$). Перечисленные процессы дают существенный вклад в ширину линии, однако их влияние можно в значительной мере ослабить, проводя исследования на монокристаллах хорошего качества.

Процессы взаимодействия однородной прецессии со спиновыми волнами происходят и в идеальном ферромагнетике (спин-спиновая релаксация). Как показывает анализ [17], вклад в ширину линии (в иттриевом феррите-гранате) процессов рассеяния однородной прецессии на спиновых волнах и оптических возбуждениях, с учетом дипольных взаимодействий и неравенства магнетомеханических отношений подрешеток не зависит от формы образца и близи перехода по порядку величины равен

$$\Delta H_2 \equiv \gamma_2(0)/\mu \sim (10^{-3}\tau^{-3/2} + 10^{-4}\tau^{-3}\mu H^3 T_C^{-2}) \text{ э.} \quad (8.25)$$

При $\tau \sim 10^{-2}$, $\omega \sim 10^4$ МГц может ширина $\Delta H_2 \sim \Delta H_{fl} \sim 1\text{э}$. С увеличением τ величина ΔH_2 быстро уменьшается.

Вклад флуктуационного механизма релаксации в ширину линии ФМР имеет порядок

$$\Delta H_{fl} \equiv \gamma^{fl}(0)/\mu \sim (10^{-3}\tau^{-3/2} + 0.1\tau^{-1/2} + 10^{-4}\tau^{-3/2}\mu H^2 T_C^{-1}) \text{ э.} \quad (8.26)$$

и при $\tau \sim 10^{-2}$, $\omega \sim 10^4$ МГц может достигать нескольких эрстед, что согласуется с экспериментальными данными.

Отметим, что при оценке флуктуационной ширины ФМР и иттриевом феррите-гранате не учитывалась энергия кристаллографической анизотропии, так как последняя очень мала. В

общем случае введение энергии анизотропии приводит к дополнительной уширению линии ФМР.

§9. Динамика намагниченности в двухподрешеточном ферромагнетике с неэквивалентными подрешетками.

В данном параграфе мы исследуем динамику намагниченности в двухподрешеточном ферромагнетике с неэквивалентными подрешетками. Для определенности, будем предполагать, что «слабая» подрешетка образована магнитными моментами редкоземельных (РЗ) ионов, а «сильная» подрешетка образована магнитными моментами ионов переходного металла, например, ионов железа. Особенностью таких систем является наличие в магнитоупорядоченном состоянии области температур $T < T_C$ (T_C – температура Кюри), при которых температура превышает энергию обменного взаимодействия между подрешетками РЗ и железа. Фактически здесь мы имеем дело со «слабой» подрешеткой в парамагнитном состоянии, помещенной в обменное поле ферромагнитной подрешетки железа.

Различие в температурных зависимостях подрешеточных намагниченностей $M_1(T)$ и $M_2(T)$, обусловленные различной величиной внутриподрешеточных обменных взаимодействий, приводит к температурной зависимости результирующей намагниченности $M(T) = M_1(T) - M_2(T)$ отличной от обычного ферромагнетика. В частности, может существовать так называемая

точка магнитной компенсации T_M , при достижении которой намагниченности подрешёток точно компенсируются и результирующая намагниченность равна нулю. Кроме того, из-за различия g -факторов подрешеток, в ферритмагнетике может существовать и так называемая *точка компенсации механических (угловых) моментов* T_L . При температуре T_L механические моменты подрешёток $M_1(T)/g_1\mu_B$ и $M_2(T)/g_2\mu_B$ точно компенсируются и результирующий угловой момент подрешёток $L(T) = M_1(T)/g_1\mu_B - M_2(T)/g_2\mu_B$ равен нулю.

Как уже отмечалось, интерес к системам такого типа значительно возрос и обусловлен тем, что выполненные недавно эксперименты [22 - 28] (см., также обзоры [29, 30] и Главу IV) продемонстрировали возможность изменения направления намагниченности отдельным ультракоротким лазерным импульсом в редкоземельных ферритмагнетиках $GdFeCo$ и $TbCo$. Микроскопические механизмы изменения направления намагниченности подрешеток при таких временах пока не вполне ясны и, вместе с доказательством возможности ультрабыстрого перемагничивания оптическим методом, эксперименты [22 - 28] поставили как новые, так и возобновили актуальность ранее мало исследованных вопросов.

К перечню малоизученных, но актуальных в контексте работ [22 - 28] вопросов, относится вопрос о динамике намагниченности при температуре компенсации намагниченности T_M и

углового момента T_L . Действительно, ферримагнетики $GdFeCo$ и $TbCo$ имеют точки компенсации магнитного и углового моментов и, под воздействием лазерного импульса, локальная температура области перемагничивания превышает значения температур T_M и T_L . Возникает вопрос, является ли необходимым наличие этих особых точек для существования самого эффекта перемагничивания лазерным импульсом и, как составляющая этого вопроса, какова равновесная динамика намагниченности при таких температурах? Актуальность этих вопросов обусловлена еще и тем, что, как показано еще в работах Уонгснесс [31] и Уокера [32] (см. также [11, 33]), для динамики намагниченности в точках компенсации характерны специфические особенности. В частности, феноменологическое рассмотрение [11, 31, 33] предсказывает сильное возрастание затухания и частоты однородной прецессии в окрестности T_L .

В первой части данного параграфа проанализированы эффекты, обусловленные парамагнитными колебаниями РЗ спинов и, в частности, показано, что роль флуктуаций намагниченности «слабой» подрешетки сильно ослаблена. В то же время, в области высоких температур главный вклад в температурную зависимость спектра спиновых волн вносят линейные по температуре поправки, обусловленные парамагнитными колебаниями спинов. Рассмотрено затухание спиновых волн, вызванное их рассеянием на флуктуациях продольной компоненты намагни-

ченности R_3 подрешетки. Показано, что величина уже одного этого механизма диссипации спиновых волн в значительно превышает затухание магнонов в ферромагнетике с эквивалентными подрешетками. Здесь мы использовали результаты работы [34].

Высокочастотные свойства двухподрешеточного ферромагнетика с неэквивалентными подрешетками в окрестностях точек компенсации намагниченности T_M и углового момента T_L детально обсуждается в разделах 9.2 - 9.3. Используется диаграммная техника для спиновых операторов, которая позволяет получить аналитические выражения справедливые во всем температурном интервале магнитоупорядоченного состояния системы. Основное внимание уделено процессам рассеяния спиновых волн на продольных флуктуациях намагниченности слабой (редкоземельной) подрешетки при температуре вблизи температуры компенсации угловых моментов подрешеток T_L , где, как уже отмечалось, феноменологическое рассмотрение предсказывает особенности в динамике намагниченности. Здесь мы опирались на результаты работы [35].

Гамильтониан двухподрешеточной модели ферромагнетика с неэквивалентными подрешетками имеет вид

$$H = \sum_{f,1} J_{12f} \mathbf{S}_{1f} \mathbf{S}_{21} - \frac{1}{2} \sum_{1 \neq 1'} J_{211} \mathbf{S}_{21} \mathbf{S}_{21'} - \mu_B \mathbf{H} \sum_{f,1} (g_1 \mathbf{S}_{1f} + g_2 \mathbf{S}_{21}). \quad (9.1)$$

Здесь \mathbf{S}_{1f} , \mathbf{S}_{2f} – операторы спинов в узлах подрешеток; J_{2f} , J_{12f} – обменные интегралы внутри «сильной» подрешетки (подрешетки железа) и между подрешетками ($J_2 \gg J_{12}$); μ_B – магнетон Бора; g_1 , g_2 – g-факторы подрешеток. Обменным взаимодействием внутри «слабой» подрешетки мы не учитываем. В (9.1) мы пренебрегли релятивистскими взаимодействиями, ограничиваясь тем самым изучением обменного вклада подрешетки РЗ металла в динамические свойства. Будем рассматривать случай $S_1 > S_2$, который реализуется, например, в феррите-гранате гадолиния $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ (ФГГ), где спин иона гадолиния больше спина иона железа. Пусть также $H < H_C$ – поля перехода в неколлинеарную фазу.

9.1. Спектр спиновых волн.

Следуя [34], легко получить спектр спиновых волн ферромагнетика с двумя неэквивалентными подрешетками. При $H\mu_B(|g_1 - g_2|)$, $b_2 I_2 (ak)^2 \ll (b_1 - b_2) J_{120}$ в нулевом приближении по обратному радиусу взаимодействия имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{лк}} &= \mu_B H \frac{g_1 b_1 - g_2 b_2}{b_1 - b_2} + D_1 (ak)^2, \\ D_1 &= \frac{b_1}{b_1 - b_2} (b_2 I_2 + 2b_1 I_{12}) \end{aligned} \quad (9.2)$$

для энергии акустических магнонов и

$$\varepsilon_{2\mathbf{k}} = (b_1 - b_2)J_{120} - \mu_B H \frac{g_2 b_1 - g_1 b_2}{b_1 - b_2} + D_2 (ak)^2, \quad (9.3)$$

$$D_2 = \frac{b_1 b_2}{b_1 - b_2} (I_2 + 2I_{12})$$

для энергии оптических магнонов. Здесь $J_{\mathbf{k}}$ – фурье-образы обменных интегралов, $J_0 = zI$ (z – число ближайших соседей); $b(x) = SB_S(Sx)$, $B_S(Sx)$ – функция Бриллюэна для спина S ; $b_1 = b(\beta S_1 y)$, $b_2 = b(\beta S_2 x)$, где $y = g_1 \mu_B H + b_2 J_{120}$, $x = -g_2 \mu_B H + b_1 J_{120} + b_2 J_{20}$, $\beta = T^{-1}$. Из (9.2), (9.3) видно, что щель оптических колебаний (9.3) связана не с намагниченностью подрешетки РЗ металла, а с разностью намагниченностей подрешеток; $\varepsilon_{10} = 0$ при $H = 0$.

При $H \mu_B (|g_1 - g_2|) \ll (b_1 + b_2) J_{120} \ll b_2 (J_{20} - J_{2\mathbf{k}})$ вычисления дают

$$\varepsilon_{1\mathbf{k}} = \mu_B g_1 H + b_2 J_{120} - b_1 \frac{J_{12\mathbf{k}}^2}{J_{20} - J_{2\mathbf{k}}}, \quad (9.4)$$

$$\varepsilon_{2\mathbf{k}} = b_1 J_{120} - \mu_B g_2 H + b_2 (J_{20} - J_{2\mathbf{k}}) - b_1 \frac{J_{12\mathbf{k}}^2}{J_{20} - J_{2\mathbf{k}}}, \quad (9.5)$$

соответственно для энергии акустических и оптических магнонов. Выражения (9.4), (9.5) показывают существенное отличие спектра системы и от спектра двухподрешеточного ферромагнетика с эквивалентными подрешетками (ср. с формулами (8.4) и (8.5)). Как следует из (9.4), при не слишком малых (ak) , «слабая» подрешетка ведет себя как система парамагнитных спинов, на-

ходящихся в обменном поле «сильной» подрешетки. В этой же области волновых векторов перестраивается и спектр оптических возбуждений. Константа спиновой жесткости оптической ветки спектра спиновых волн D_2 (см. формулу (9.3)) переходит в b_2I_2 (см. выражение (9.5)) и по существу представляет собой константу спиновой жесткости ферромагнетика, образованного спинами «сильной» подрешетки.

Из (9.4) следует также, что уже при $T \sim S_2J_{120}$ (для ФГГ $S_2J_{120} \sim 25$ К) числа заполнения акустической магнонов становятся большими $n(\varepsilon_{1q}) = \{\exp(\beta\varepsilon_{1q}) - 1\}^{-1} \sim T/\varepsilon_{1q}$. Это означает, что в магнитоупорядоченном состоянии системы (9.1) существует широкая область температур $S_2J_{120} \leq T < T_C$, где необходим последовательный учет спиновой природы динамической переменной слабой подрешетки.

Температурная перенормировка спектра, обусловленная взаимодействием спиновых волн друг с другом, возникает в следующем приближении по обратному радиусу взаимодействия. Ограничимся областью температур $S_2J_{120} \leq T \ll T_C$, в которой для описания подрешетки железа справедливо спин-волновое приближение и флуктуациями намагниченности РЗ подрешетки можно пренебречь (пренебрежение членами порядка $\exp(-T_C/T)$).

Выписывая неприводимые диаграммы первого порядка по обратному радиусу взаимодействия, после стандартных вычислений [34], для энергии акустических (верхний знак) и оптических (нижний знак) спиновых волн получаем:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{ik} = & \tilde{\varepsilon}_{ik} + \frac{b_1}{\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}} \frac{1}{N} \sum_q \frac{J_{12k}}{\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q}} \left\{ \frac{b_2^2 J_{12k}^2 J_{12q}}{y_0 \pm \varepsilon_{ik}} - 2b_2 J_{12k} J_{12k+q} + \right. \\
 & + J_{12q} (y_0 \mp \varepsilon_{ik}) \left. \right\} (n_{1q} - n_{2q}) + \\
 & + \frac{y_0 \mp \varepsilon_{ik}}{\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}} \frac{1}{N} \sum_q \frac{J_{2q} - J_{2k+q}}{\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q}} \left\{ (y_0 - \varepsilon_{1q}) n_{1q} - (y_0 + \varepsilon_{2k}) n_{2q} \right\} - \\
 & - \frac{b'_1}{\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}} \frac{1}{N} \sum_q \frac{\left\{ (y_0 \mp \varepsilon_{ik}) J_{12k+q} - b_2 J_{12k} J_{12q} \right\}^2}{(\varepsilon_{1q} \mp \varepsilon_{iq})(\varepsilon_{2q} \pm \varepsilon_{iq})}.
 \end{aligned} \tag{9.6}$$

Здесь $\tilde{\varepsilon}_{ik}$ определяется формулами для энергии спиновых волн в нулевом приближении (9.4), (9.5) при замене в последних b_1 и b_2 на среднее значение спина подрешетки $\langle S_1^z \rangle$ и $\langle S_2^z \rangle$, а $y_0 = g_1 \mu_B H + b_2 J_{120}$. Явный вид выражений для $\langle S_1^z \rangle$ и $\langle S_2^z \rangle$ в рассматриваемом порядке теории возмущений приведен в Приложении к главе. Слагаемые, пропорциональные первой производной b'_1 (последнее слагаемое в (9.6), а также слагаемые в выражении (П.1) для $\langle S_1^z \rangle$) описывают вклад флуктуаций намагниченности слабой подрешетки в высокочастотные свойства системы. Рассмотрим несколько предельных случаев.

В области низких температур $T \ll b_2 J_{120}$ флуктуации намагниченности РЗ подрешетки экспоненциально малы и вкла-

дами, пропорциональными b'_1 , в (9.6) можно пренебречь (слабые порядки $\exp(-b_2 J_{120}/T)$). Поведение константы жесткости акустической ветви спектра $D_1(T)$ описывается тогда выражением

$$\frac{D_1(T)}{D_1} = 1 + \frac{b_1 b_2}{6(b_1 - b_2)^3} \frac{J_{20}}{J_{120}} \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{T}{D_1} \right)^{5/2} \Gamma(5/2) Z_{5/2}(\beta g \mu_B H) \quad (9.7)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция; $Z_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \exp(-xm)/m^n$. Мы пренебрегли здесь экспоненциально малыми членами порядка $\exp\{-\beta(b_1 - b_2)J_{120}\}$, обусловленными оптическими колебаниями спинов, а также J_{120} по сравнению с J_{20} . При вычислении температурных поправок к спектру будем считать также, что $g_1 = g_2 = g$. (Эффекты, обусловленные различием g -факторов подрешеток, обсуждаются в последнем разделе данного параграфа.) Сравнивая (9.7) с результатами §8 (Соответствующие результаты §8 можно получить, переходя в (9.6) к предельному случаю $J_{120} \gg J_{20}$, $g_1 = g_2$ и выполняя замену $b_1 \rightarrow S_1$, $b_2 \rightarrow S_2$), видим, что выражение (9.7) содержит большой множитель: отношение обменного интеграла внутри «сильной» подрешетки железа к межподрешеточному обменному интегралу. Такого множителя нет в аналогичном выражении для ферромагнетика с двумя неэквивалентными подрешетками. Таким образом, положительная перенормировка обменной константы акустической

ветви спектра, например, в РЗФГ на порядок должна превышать аналогичную перенормировку в ЖИГ, что действительно согласуется с экспериментом [36 - 38].

В области достаточно больших волновых векторов $(b_1 + b_2)J_{120} \ll b_2(J_{20} - J_{2k})$ температурная зависимость спектра описывается выражением

$$\frac{\varepsilon_{1k}(T) - \varepsilon_{1k}}{b_2 J_{120}} = \frac{1}{12} \frac{b_2}{(b_1 - b_2)^2} \frac{J_{20}}{J_{120}} \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{T}{D_1} \right)^{5/2} \Gamma(5/2) Z_{5/2}(\beta g \mu_B H), \quad (9.8)$$

т. е. при низких температурах во всей области волновых векторов происходит сильная положительная перенормировка акустической ветви спектра с функциональной зависимостью $T^{5/2}$.

Рассмотрим оптическую ветвь. Перенормировка щели в этом случае равна:

$$\frac{\varepsilon_{20}(T)}{\varepsilon_{20}} = 1 - \frac{1}{12} \frac{b_2(b_1 + b_2)}{(b_1 - b_2)^3} \frac{J_{20}}{J_{120}} \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{T}{D_1} \right)^{5/2} \Gamma(5/2) Z_{5/2}(\beta g \mu_B H). \quad (9.9)$$

Сравнивая (9.9) с соответствующими выражениями §8, видим, что в ферромагнетике с неэквивалентными подрешетками из-за большого множителя J_{20}/J_{120} в (9.9) и температурная перенормировка щели оптических спиновых волн на порядок превышает аналогичную перенормировку в ферромагнетике с эквивалентными подрешетками.

Используя (9.6), можно убедиться, что, в соответствии с (9.5), температурная перенормировка обменной константы оптической ветви спектра совпадает при $(b_1 + b_2)J_{120} \ll b_2I_2(ak)^2$ с перенормировкой константы жесткости одноподрешеточного ферромагнетика.

В области парамагнитного состояния слабой подрешетки, $b_2J_{120} \leq T \ll T_c$, как видно из (9.4), числа заполнения акустических магнонов становятся большими $n_{1q} \sim T/b_2J_{120}$. В этой области температур необходимо учитывать вклад флуктуирующей намагниченности РЗ подрешетки в энергию спин-волновых возбуждений, описываемый слагаемыми, пропорциональными b'_1 в (9.6). Пусть для определенности $bJ_{120} \leq T < T_c$ – температуры магнитной компенсации, так что $\langle S_1^z \rangle > \langle S_2^z \rangle$. (Динамические свойства системы в окрестностях температур компенсации намагниченности или угловых моментов обсуждается в разделе 9.2). В области малых волновых векторов, когда $b_2I_2(ak)^2 \ll (b_1 - b_2)J_{120}$, перенормировка константы жесткости $D_1(T)$ теперь равна:

$$\begin{aligned} \frac{D_1(T)}{D_1} = & 1 - \frac{b'_1 b_2^2 J_{120} + b_1^2 T}{(b_1 - b_2) b_2^3 J_{20}} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} (1 - J_{2\mathbf{q}} / J_{20})^{-1} + \\ & + \frac{b_1}{b_2(b_1 - b_2)} \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{T}{b_2 I_2} \right)^{3/2} \Gamma(3/2) Z_{3/2}(b_1 J_{120} \beta). \end{aligned} \quad (9.10)$$

(Здесь и в формулах (9.11) и (9.12) мы приводим выражения при $H = 0$.) Главный вклад в $D_1(T)$ дает второе слагаемое линейное по температуре и обусловленное парамагнитными колебаниями РЗ спинов.

При $(b_1 + b_2)J_{120} \ll b_2 I_2 (ak)^2$ поведение акустической ветви спектра описывается выражением

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{лк}}(T) - \varepsilon_{\text{лк}} = & \frac{J_{120} T}{b_2 J_{20}} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} (1 - J_{2\mathbf{q}} / J_{20})^{-1} + \\ & + \frac{J_{120}}{(2\pi)^2} \left(\frac{T}{b_2 I_2} \right)^{3/2} \Gamma(3/2) Z_{3/2}(b_1 J_{120} \beta). \end{aligned} \quad (9.11)$$

Акустические колебания в этой области волновых векторов фактически представляют собой парамагнитную прецессию, но частота этой прецессии не совпадает из-за наличия спиновых волн с частотой прецессии спинов слабой подрешетки [39]. Наличие обменного взаимодействия между подрешетками обуславливает своеобразную «вязкость» среды, что и приводит к положительным вкладам $\sim T$ (первое слагаемое в (9.11)) от парамагнитных и $\sim T^{3/2}$ (второе слагаемое в (9.11)) от ферромагнитных возбуждений. Считая $(b_1 J_{120} - \mu_B g H) \sim T$, $T/b_2 I_2 \sim 10^{-1}$ ($b_2 I_2 \sim T_C$) и учитывая численные коэффициенты, получаем, что первое слагаемое в (9.11) может на порядок и более превышать второе.

Температурная зависимость щели оптической ветви спектра спиновых волн равна

$$\frac{\varepsilon_{20}(T)}{\varepsilon_{20}} - 1 = -\frac{1}{b_1 - b_2} \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{T}{b_2 I_2} \right)^{3/2} \Gamma(3/2) Z_{3/2}(b_1 J_{120} \beta) + \quad (9.12)$$

$$+ \frac{b_1' b_2^2 J_{120} + b_1 (b_1 - b_2) T}{b_1 b_2^2 (b_1 - b_2) J_{20}} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} (1 - J_{2\mathbf{q}} / J_{20})^{-1}$$

Здесь так же главный вклад дают парамагнитные колебания спинов слабой подрешетки.

Температурная перенормировка константы жесткости D_2 оптической ветви совпадает с перенормировкой константы жесткости спин-волновых возбуждений одноподрешеточного ферромагнетика (первое слагаемое в (9.12)) плюс линейные по температуре добавки, обусловленные присутствием РЗ подрешетки (второе слагаемое в (9.12)).

Из формул (9.10) - (9.12) видно, что хотя флуктуации намагниченности слабой подрешетки не малы, теория возмущений «работает» и фактическим параметром разложения являются отношения $(T/b_2 I_2) \sim (T/T_C) \ll 1$ и $(J_{120}/J_{20}) \ll 1$. Ослабление роли флуктуаций намагниченности связано с тем, что длина волны тепловых спиновых волн определяется взаимодействием внутри сильной подрешетки. Для последней, в области температур $T \ll T_C$, основными являются длинноволновые колебания.

9.2. Температурная область компенсации намагниченности и угловых моментов.

Характерной особенностью двухподрешеточного ферромагнетика с неэквивалентными подрешетками является наличие двух точек компенсации по температуре: магнитной, T_M , в которой средняя (суммарная) намагниченность подрешеток обращается в ноль, и угловой, T_L , в которой средний (суммарный) угловой (механический) момент подрешеток обращается в ноль. Теория предсказывает, а эксперимент подтверждает существенные особенности в динамике системы вблизи точек компенсации. Обсуждению этих вопросов и посвящен данный раздел.

9.2.1. Спектр спин-волновых возбуждений.

Для дальнейшего рассмотрения удобно перейти к намагниченности подрешеток. Будем считать, что g -факторы подрешеток g_1 и g_2 отличаются и определим намагниченность подрешетки $M_i = \mu_B g_i b_i = \gamma_i b_i$, где $\gamma_i = g_i \mu_B$ есть гиромагнитное отношение. Тогда $M_1 - M_2 = M(T)$ есть средняя намагниченность, а $L(T) = M_1 / \gamma_1 - M_2 / \gamma_2$ – средний угловой момент, при данной температуре. В этих переменных мы и приведем аналитические выражения для ряда предельных случаев.

Начнем с известных выражений. А именно, пусть $\mu_B H(g_1 - g_2)$, $M_2(J_{20} - J_{2k}) \ll L(T) J_{120}$. Имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1k}(T) &= \varepsilon_{10}(T) + D_1(T)(ak)^2, \\ D_1(T) &= \frac{M_2/\gamma_2}{L(T)} \left(\frac{M_2}{\gamma_2} I_2 + 2 \frac{M_1}{\gamma_1} I_{12} \right) \end{aligned} \quad (9.13)$$

для энергии синфазных (акустических) колебаний подрешеток и

$$\begin{aligned} \varepsilon_{2k}(T) &= \varepsilon_{20}(T) + D_2(T)(ak)^2, \\ D_2(T) &= 2 \frac{M_1 M_2}{\gamma_1 \gamma_2 L(T)} (I_2 + I_{12}) \end{aligned} \quad (9.14)$$

для энергии антифазных (оптических) колебаний. Здесь при малых $(ak) \ll 1$ мы воспользовались разложениями вида $(J_{20} - J_{2k}) \approx I_2(ak)^2$, $(J_{120} - J_{12k}) \approx I_{12}(ak)^2$, так что $I_{12(2)}$ есть обменный интеграл между соответствующими ближайшими соседями с численным коэффициентом, учитывающим симметрию решетки. Отметим, что вместо традиционной классификации колебаний на акустические и оптические в (9.13), (9.14) и далее мы перешли к терминологии синфазных (антифазных) колебаний, более однозначно отражающей характер колебаний вблизи точки компенсации. Энергии однородных колебаний подрешеток равны

$$\varepsilon_{10}(T) = H \frac{M(T)}{L(T)} \quad (9.15)$$

для синфазной прецессии и

$$\varepsilon_{20}(T) = L(T) J_{120} - H \frac{(g_2/g_1)M_1 - (g_1/g_2)M_2}{L(T)} \quad (9.16)$$

для антифазной прецессии. Впервые выражения (9.15), (9.16) для частот однородных колебаний двухподрешеточного ферромагнетика были получены в работах [31, 33], а затем неоднократно воспроизводились различными авторами [11].

Как следует из (9.15), частота синфазной прецессии пропорциональна отношению суммарной намагниченности к суммарному механическому моменту. При приближении к температуре магнитной компенсации $M(T) \rightarrow 0$ и частота этих колебаний стремится к нулю. Магнитное поле не взаимодействует с системой, т.е. однородная прецессия намагниченности (ФМР) не возбуждается внешним полем. В отношении статических свойств система ведет себя как магнетик с большим полем коэрцитивности. В то же время частота антифазной прецессии (9.16) остается конечной.

Поведение системы вблизи точки компенсации угловых моментов подрешеток достаточно необычно. Как это следует из (9.15) и (9.16), когда $L(T) \rightarrow 0$, частота синфазной прецессии существенно возрастает, а антифазной наоборот – понижается. Следует, однако, отметить, что выражения (9.15) и (9.16), как и более общие (9.13) и (9.14), указывают только на тенденцию в динамике намагниченности, поскольку в окрестности точки компенсации угловых моментов подрешеток нарушается само условие их получения.

При $(b_1 - b_2)J_{120} = L(T)J_{120} \rightarrow 0$, используя (9.12), для частот синфазных и антифазных спин-волновых возбуждений получаем, соответственно:

$$\begin{aligned}
 2\varepsilon_{1k}(T) = & (g_1 + g_2)\mu_B H - L(T)J_{120} - \frac{M_2}{\gamma_2} I_2(ak)^2 + \\
 & + \left\{ 2(M_1/\gamma_1 + M_2/\gamma_2)J_{120} \left[|(g_1 - g_2)|\mu_B H + \frac{M_2}{\gamma_2} I_2(ak)^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 4 \frac{M_1 M_2}{(M_1 \gamma_2 + M_2 \gamma_1)} I_{12}(ak)^2 \right] \right\}^{1/2}, \quad (9.17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2\varepsilon_{2k}(T) = & -(g_1 + g_2)\mu_B H + L(T)J_{120} + \frac{M_2}{\gamma_2} I_2(ak)^2 + \\
 & + \left\{ 2(M_1/\gamma_1 + M_2/\gamma_2)J_{120} \left[|(g_1 - g_2)\mu_B H| + \frac{M_2}{\gamma_2} I_2(ak)^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 4 \frac{M_1 M_2}{(M_1 \gamma_2 + M_2 \gamma_1)} I_{12}(ak)^2 \right] \right\}^{1/2}. \quad (9.18)
 \end{aligned}$$

Видно, что при $L(T) \rightarrow 0$ энергии обоих типов колебаний остаются конечными, при этом энергия синфазной прецессии намагниченностей подрешеток становится выше энергии антифазной прецессии: $\varepsilon_{10}(T_L) - \varepsilon_{20}(T_L) = (g_1 + g_2)\mu_B H$.

Однако и выражения (9.17) - (9.18) являются приближенными. Дело в том, что уже при $T \sim S_2 J_{120}$ числа заполнения акустических магнонов становятся большими $n(\varepsilon_{1q}) = \{\exp(\beta\varepsilon_{1q}) - 1\}^{-1} \sim T/\varepsilon_{1q}$. Например, для $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$

имеем $S_2J_{120} \approx 25$ К, температура компенсации намагниченности $T_M \approx 290$ К, а $T_C \approx 550$ К [11]. Для исследованного в работе [22] ферримагнетика $GdFeCo$ температура компенсации угловых моментов $T_L = 220$ К. Это означает, что в окрестности точек компенсации, когда $S_2J_{120} \ll T \sim T_L$, необходим учет флуктуаций намагниченности слабой подрешетки и эффектов, обусловленных рассеянием спиновых волн на флуктуациях намагниченности. Графически эффекты флуктуаций намагниченности описываются блоками, охватывающими несколько операторов S^z (см., например, рис. 9.1, ниже). Блоку, охватывающему N операторов S^z , сопоставляется производная от функции $b(z)$ вида $\sim \delta_{\omega,0} b^{(N-1)}(z)$. Подчеркнем, что речь идет о *статических* флуктуациях *продольных* компонент спина. Традиционные представления спиновых операторов через бозевские операторы (например, представления Гольштейна - Примакова или Дайсона - Малеева) учитывают только динамические флуктуации намагниченности, т.е., уменьшение намагниченности подрешетки, обусловленное температурным возбуждением спиновых волн. Статические флуктуации продольных компонент спина в рамках этих представлений полностью игнорируются.

Температурная перенормировка спектра и затухание спин-волновых возбуждений, обусловленных рассеянием спиновых волн на (продольных) флуктуациях намагниченности, возникает уже в первом приближении по обратному радиусу

взаимодействия. Заметим, что «стандартное» затухание спиновых колебаний, обусловленное их рассеянием друг на друге, возникает только в следующем (втором) приближении теории возмущений. Проанализируем роль флуктуаций намагниченности в динамике системы при $L(T) \rightarrow 0$.

9.2.2. Эффекты флуктуации намагниченности.

Ограничимся рассмотрением области температур $S_2 J_{120} \leq T \sim T_L \ll T_C \sim S_2 J_{20}$, в которой флуктуациями намагниченности «сильной» подрешетки можно пренебречь. (В этой области температур $b'_2(\beta x_0) \sim \exp(-\beta x_0) \sim \exp(-S_2 J_{20}/T) \ll 1$).

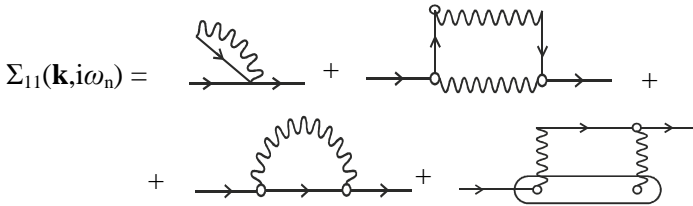


Рис.9.1 (а)

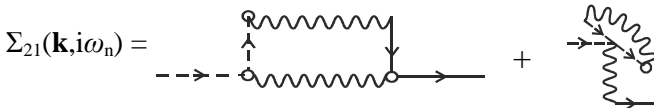


Рис.9.1 (б)

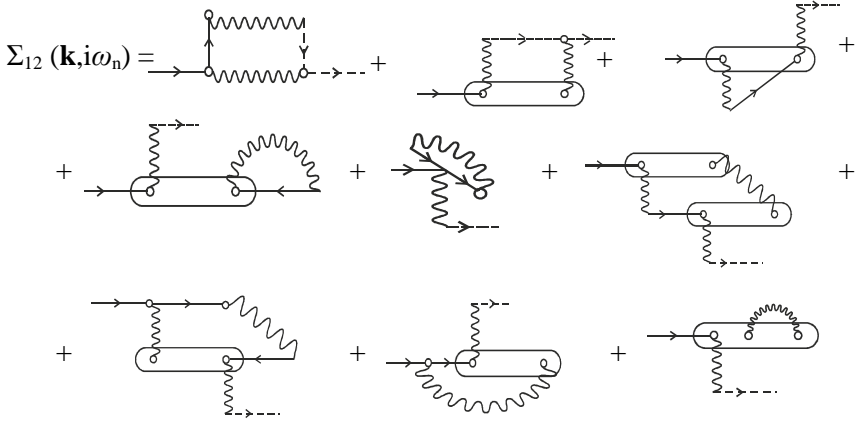


Рис.9.1 (в)

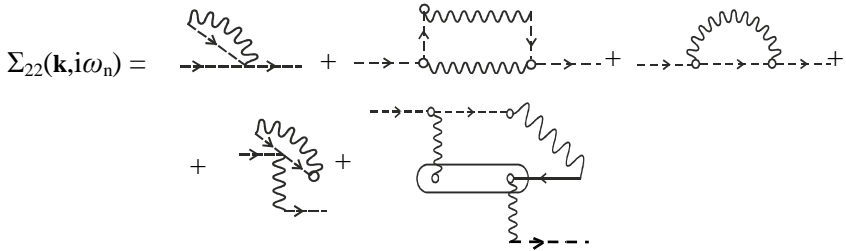


Рис.9.1 (г)

На рис. 9.1 (а) - (г) приведены графики для массовых операторов в первом порядке теории возмущений по обратному радиусу взаимодействия. Светлыми точками здесь изображены вершины, соответствующие операторам S^z . Как уже отмечалось, блоку, охватывающему N операторов S^z , сопоставляется производная от функции $b(z)$ вида $\sim \delta_{\omega,0} b^{(N-1)}(z)$. Сплошным

линиям соответствуют функция Грина $G(\mathbf{k}, \omega_n) = (i\omega_n - y)^{-1}$, а штриховым – функция Грина $F(\mathbf{k}, \omega_n) = (i\omega_n + x)^{-1}$, где $y = g_1\mu_B H + \langle S_2 \rangle J_{120}$, $x = -g_2\mu_B H + \langle S_1 \rangle J_{120} + \langle S_2 \rangle J_{20}$. Эфф-фективные линии взаимодействия изображены волнистыми линиями.

Сопоставляя графическим рядам на рис. 9.1 аналитические выражения и производя суммирование по частотам, можно получить аналитические выражения для полюсов функций Грина в искомом порядке теории возмущений. Мы здесь его не приводим из-за громоздкости. Решение этого уравнения дает для энергии синфазных (верхний знак) и антифазных (нижний знак) типов спиновых колебаний значения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ik} = & \tilde{\varepsilon}_{ik} + \frac{b_1}{\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}} \frac{1}{N} \sum_q \frac{J_{12k}}{\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q}} \left\{ \frac{b_2^2 J_{12k}^2 J_{12q}}{y_0 \pm \varepsilon_{ik}} - 2b_2 J_{12k} J_{12k+q} + \right. \\ & \left. + J_{12q} (y_0 \mp \varepsilon_{ik}) \right\} (n_{1q} - n_{2q}) + \\ & + \frac{y_0 \mp \varepsilon_{ik}}{\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}} \frac{1}{N} \sum_q \frac{J_{2q} - J_{2k+q}}{\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q}} \left\{ (y_0 - \varepsilon_{1q}) n_{1q} - (y_0 + \varepsilon_{2q}) n_{2q} \right\} - \\ & - \frac{b'_1}{\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}} \frac{1}{N} \sum_q \frac{\left\{ (y_0 \mp \varepsilon_{ik}) J_{12k+q} - b_2 J_{12k} J_{12q} \right\}^2}{(\varepsilon_{1q} \mp \varepsilon_{ik})(\varepsilon_{2q} \pm \varepsilon_{ik})} \end{aligned} \quad (9.19)$$

Здесь, как обычно, $n(\varepsilon_{iq}) = \left\{ \exp(\beta \varepsilon_{iq}) - 1 \right\}^{-1}$, $\tilde{\varepsilon}_{ik}$ определяется формулами (9.13) - (9.18) для энергии спиновых волн в нулевом приближении при замене в последних b_1 и b_2 на среднее значение спина подрешетки $\langle S_1^z \rangle$ и $\langle S_2^z \rangle$, соответственно. Явный вид

выражений для $\langle S_1^z \rangle$ и $\langle S_2^z \rangle$ в рассматриваемом порядке теории возмущений можно найти в работе [34]. Слагаемые, пропорциональные первой производной b'_1 (последнее слагаемое в (9.19), а также аналогичные слагаемые в выражении для $\langle S_1^z \rangle$) описывают вклад флуктуаций намагниченности слабой подрешетки в высокочастотные свойства системы.

При малых волновых векторах, $M_2 I_2 (ak)^2 \ll L(T) J_{120}$, энергия синфазных колебаний, по-прежнему, описывается выражением (9.13), но константа жесткости $D_1(T)$ приобретает дополнительную добавку $\Delta D_1^{(1)}(T)$:

$$\begin{aligned} \Delta D_1^{(1)}(T) / D_1(T) = & \frac{M_1 / \gamma_1}{M_2 / \gamma_2 L(T)} \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{T \gamma_2}{M_2 I_2} \right)^{3/2} \times \\ & \times \Gamma(3/2) Z_{3/2} (M_1 J_{120} \beta / \gamma_1 - g_1 \mu_B H \beta) - \\ & - \frac{(M_1 / \gamma_1)^2 T + M'_1 / \gamma_1 (M_2 / \gamma_2)^2 J_{120}}{L(T) (M_2 / \gamma_2)^3 J_{20}} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} (1 - J_{2\mathbf{q}} / J_{20})^{-1}. \end{aligned} \quad (9.20)$$

Главный вклад в $\Delta D_1^{(1)}(T)$ дает второе линейное по температуре слагаемое, обусловленное парамагнитными колебаниями слабой подрешетки.

При достаточно больших волновых векторах, когда $L(T) J_{120} < M(T) J_{120} \ll M_2 I_2 (ak)^2$, энергия синфазной прецессии подрешеток описывается выражением (9.11) и в рассматриваемом приближении температурные поправки не зависят от волнового вектора. Как и вдали от точки компенсации, коротковол-

новые синфазные (акустические) колебания фактически представляют собой парамагнитную прецессию намагниченности слабой подрешетки в обменном поле $\langle S_2 \rangle > J_{12}$ [39].

Статические флуктуации продольной компоненты намагниченности приводят и к температурной перенормировки щели антифазной ветви спектра. Приведем выражение для наиболее интересного случая $H \rightarrow 0$ и $L(T)J_{120} \gg M_2 I_2 (ak)^2 \rightarrow 0$. Вычисления дают

$$\begin{aligned} \varepsilon_{20}(T) = & \tilde{\varepsilon}_{20} - \frac{1}{(2\pi)^2} J_{120} \left(\frac{T\gamma_2}{M_2 I_2} \right)^{3/2} \Gamma(3/2) Z_{3/2}(M_1 J_{120} \beta / \gamma_1) + \\ & + \left(\frac{T\gamma_2^2 \tilde{\varepsilon}_{20}}{M_2^2 J_{20}} + \frac{M'_1 J_{120}^2}{M_1 J_{20}} \right) \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} (1 - J_{2\mathbf{q}} / J_{20})^{-1}. \end{aligned} \quad (9.21)$$

В рассматриваемом приближении из (9.17) и (9.18) следует, что $\tilde{\varepsilon}_{20} \approx L(T)J_{120}$, так что температурные поправки конечны при $L(T) \rightarrow 0$. Как и для синфазных колебаний, при $T \sim T_L$ главный вклад дают парамагнитные колебания спинов слабой подрешетки (второе слагаемое в (9.21)).

9.3. Затухание спиновых волн.

В рассматриваемом порядке теории возмущений затухание спиновых волн, обусловленное их рассеянием на флуктуациях намагниченности слабой подрешетки. Имеем:

$$\gamma_i^{fl}(\mathbf{k}, T) = \frac{\pi b_1'}{(\varepsilon_{1\mathbf{k}} + \varepsilon_{2\mathbf{k}})^2} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \{ (y \mp \varepsilon_{i\mathbf{k}}) J_{12\mathbf{k}+\mathbf{q}} - b_2 J_{12\mathbf{k}} J_{12\mathbf{q}} \}^2 \delta(\varepsilon_{i\mathbf{k}} - \varepsilon_{i\mathbf{q}}) \quad (9.22)$$

для синфазных (верхний знак) и антифазных (нижний знак) типов колебаний. Флуктуационное затухание пропорционально производной b_1' и в области температур $T \ll b_2 J_{120}$ экспоненциально мало. Однако с ростом температуры этот тип затухания быстро растет.

В общем случае время жизни магнонов $1/\gamma^{fl}(\mathbf{k}, T)$ зависит от соотношения между характерными величинами: $|(g_1 - g_2)|\mu_B H$, $M_2(J_{20} - J_{2\mathbf{k}}) \approx M_2 I_2(ak)^2$ и $L(T)J_{120}$. Так, если $H \rightarrow 0$ и $M_2 I_2(ak)^2 \ll L(T)J_{120}$, то используя (9.22), для флуктуационного затухания синфазных колебаний получаем

$$\gamma_1^{fl}(\mathbf{k}, T) \sim \frac{M'}{\pi \gamma_1} \frac{D_1(T)}{(\varepsilon_{1\mathbf{k}} + \varepsilon_{2\mathbf{k}})^2} J_{120}^2(ak)^5. \quad (9.23)$$

Здесь спектр спиновых волн $\varepsilon_{1\mathbf{k}}$ и $\varepsilon_{2\mathbf{k}}$ определен выражениями (9.13) и (9.14), соответственно. С приближением к точке компенсации механических моментов, т.е., при $L(T)J_{120} \ll M_2 I_2(ak)^2$ и $H \rightarrow 0$ вычисление (9.22) дает

$$\gamma_1^{fl}(\mathbf{k}, T) \sim \frac{M_1'}{\pi\gamma_1(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k})} \{(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}) - 2(M_2/\gamma_2)I_2(ak)^2\} \frac{J_{120}^2}{(M_2/\gamma_2)I_2}(ak), \quad (9.24)$$

где, в рассматриваемом приближении

$$(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}) \approx [(M_1/\gamma_1 + M_2/\gamma_2)(M_2/\gamma_2)J_{120}I_2]^{1/2}(ak).$$

Как видно из этих выражений, с приближением к точке компенсации механических моментов подрешеток затухание синфазных колебаний возрастает, но при $L(T) \rightarrow 0$ затухание остается конечным.

Как уже отмечалось (см. §8), неравенство g -факторов спинов разных подрешеток приводит к дополнительному затуханию спиновых волн во внешнем магнитном поле. В окрестности точки компенсации T_L , при $M_2I_2(ak)^2 \ll |(g_1 - g_2)\mu_B H|$, но $|(g_1 - g_2)\mu_B H| \ll L(T)J_{120}$, то указанный механизм в рассматриваемой системе приводит к дополнительному затуханию вида [35]:

$$\gamma_1^{fl}(\mathbf{k}, T) \approx \frac{M_1'}{\pi\gamma_1} \frac{[(g_1 - g_2)\mu_B H]^2}{D_1(T)} \left(\frac{M_2}{\gamma_2 L(T)} \right)^2 \frac{J_{120}^2}{(\varepsilon_{10} + \varepsilon_{20})^2}(ak) \quad (9.25)$$

Здесь энергии активации ε_{10} и ε_{20} определены выражениями (9.15) и (9.16), соответственно. Т.е., линия магнитного резонанса существенно уширяется при приближении к T_L .

Наконец, в непосредственной окрестности T_L , когда $[(M_1/\gamma_1 + M_2/\gamma_2)J_{120} | (g_1 - g_2) | \mu_B H]^{1/2} \gg M_2 I_2 (ak)^2 \gg L(T)J_{120} \rightarrow 0$, для ширины линии синфазной прецессии находим [35]:

$$\gamma_1^{fl}(\mathbf{k}, T) \approx \frac{M_1'}{\pi\gamma_1} \frac{J_{120}^2}{(M_2/\gamma_2)I_2} (ak). \quad (9.26)$$

Таким образом, как следует из (9.23) - (9.26), с приближением к точке компенсации механических моментов затухание синфазных возбуждений существенно возрастает при любом $k \neq 0$. Но, тем не менее, понятие спин-волновых возбуждений сохраняет смысл, поскольку всегда $\gamma_1^{fl}(\mathbf{k}, T)/\varepsilon_{1k}(T) \rightarrow 0$ при $(ak) \rightarrow 0$.

Рассеиваются на флуктуациях намагниченности слабой подрешетки и антифазные колебания. В соответствии с (9.14), при $M_2 I_2 (ak)^2 \ll L(T)J_{120}$, имеем

$$\gamma_2^{fl}(\mathbf{k}, T) \approx \gamma_2 M_1' \frac{L(T)}{\pi M_1 M_2} \frac{J_{120}}{I_2} J_{120}(ak). \quad (9.27)$$

В обратном предельном случае $L(T)J_{120} \ll M_2 I_2 (ak)^2$ и $H \rightarrow 0$ вычисления дают

$$\begin{aligned} \gamma_2^{fl}(\mathbf{k}, T) \sim & \frac{M_1'}{\pi\gamma_1(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k})} \{(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}) + \\ & + 2(M_2/\gamma_2)I_2(ak)^2\} \frac{J_{120}^2}{(M_2/\gamma_2)I_2} (ak), \end{aligned} \quad (9.28)$$

где, как и в выражении (9.24), $(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{2k}) \sim (J_{120}I_2)^{1/2}(ak)$. Т.е., затухание длинноволновых обменных колебаний остается конечным и при достаточно малых значениях $L(T)$. Наконец, при $|(g_1 - g_2)\mu_B H \ll L(T)J_{120}$ и $(ak) \rightarrow 0$ находим, что ширина линии антифазной прецессии описывается выражением

$$\gamma_2^{fl}(\mathbf{k}, T) \approx \frac{M'_1}{\pi\gamma_1} \frac{J_{120}^2}{(\varepsilon_{10} + \varepsilon_{20})^2} \frac{[L(T)J_{120}]^2}{D_2(T)}(ak). \quad (9.29)$$

Как следует из полученных результатов, в области малых волновых векторов и вдали от температуры компенсации угловых моментов, когда $M_2I_2(ak)^2 \ll L(T)J_{120}$, для коэффициентов затухания имеем $\gamma_1^{fl}(\mathbf{k}, T) < \gamma_2^{fl}(\mathbf{k}, T)$. В непосредственной окрестности T_L , при $L(T)J_{120} \ll M_2I_2(ak)^2$, коэффициенты затухания обоих типов колебаний становятся одного порядка $\gamma_1^{fl}(\mathbf{k}, T) \sim \gamma_2^{fl}(\mathbf{k}, T)$. Таким образом, в области точки компенсации угловых моментов в магнитном резонансе антифазные колебания смягчаются и становятся равноправными с синфазными.

Экспериментальные исследования, выполненные в недавних работах, качественно подтверждают результаты микроскопического рассмотрения. Так, в работе [22] исследовалась спиновая динамика в пленочных образцах ферромагнетика GdFeCo. Результаты указывают на взаимную компенсацию намагниченности подрешеток при $T_M = 160$ К и компенсацию уг-

ловых моментов при $T_L = 220$ К. Авторы наблюдали как акустическую, так и оптическую ветви колебаний. При приближении к точке T_L частота прецессии акустических колебаний существенно возрастала одновременно с ростом ширины линии. Одновременно частота оптических колебаний существенно понижалась, так что частоты обоих типов колебаний имели близкое значение. Как показывает проведенный в данной работе анализ, наиболее вероятной причиной такого поведения динамических характеристик системы могут быть парамагнитные флуктуации намагниченности редкоземельной подрешетки.

Многоподрешеточные магнетики: выводы.

Длинноволновые спиновые волны в антиферромагнетике существуют вплоть до температур близких к точке Нееля. Однако интервал волновых векторов \mathbf{k} , для которых понятие спиновых волн сохраняет смысл, т.е. $\gamma_k / \epsilon_k \ll 1$, оказывается уже, чем в ферромагнетике притом же относительном отклонении температуры от точки фазового перехода.

В ферритах (магнетиках с несколькими магнитными подрешетками) дополнительный механизм затухания длинноволновых колебаний намагниченности возникает из-за процессов рассеяния акустических магнонов на оптических ветвях спектра спиновых волн. При низких температурах вклад этих процессов затухания экспоненциально мал.

С приближением к точке перехода существенно возрастает флуктуационное затухание $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k})$ и возрастает затухание, обусловленное рассеянием на оптических спиновых волнах. Так $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k})$ при $\tau = (T_C - T)/T_C \ll 1$ и $(\mu H/T_C)\tau^{-3/2} \ll 1$ по порядку величины равно:

$$\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k}) \sim T_C \tau^{-3/2} [c_1(ak)^5 + c_2(ak)((g_1 - g_2)\mu_B H / T_C + c_3(ak)^2 \tau^{1/2})]$$

(здесь c_1 , c_2 и c_3 – постоянные порядка единицы). Как это следует из данного выражения, при $T \rightarrow T_C$ флуктуационное затухание быстро растет. Однако длинноволновые спиновые волны хорошо определены – для них относительное затухание $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k})/\varepsilon_{\mathbf{k}}$ мало. Так, при $g_1 = g_2$ и $T \rightarrow T_C$ затухание $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k})$ спадает пропорционально k^5 .

В окрестности точки компенсации механических моментов T_L вместо традиционной классификации колебаний намагниченности подрешеток на акустические и оптические, удобно разделять колебания на синфазные и антифазные, что более однозначно отражающей тип колебаний подрешеток в этой области температур.

С приближением к точке компенсации механических моментов затухание синфазных возбуждений существенно возрастает при любом $k \neq 0$. Но, тем не менее, понятие спин-волновых возбуждений сохраняет смысл, поскольку для этого типа колебаний всегда $\gamma^{\text{fl}}(\mathbf{k}, T)/\varepsilon_{\mathbf{k}}(T) \rightarrow 0$ при $(ak) \rightarrow 0$. В области точки

компенсации угловых моментов в магнитном резонансе анти-фазные колебания смягчаются и становятся равноправными с синфазными. Анализ показывает, что в непосредственной окрестности T_L коэффициенты затухания обоих типов колебаний становятся одного порядка.

Приложение

С точностью до членов первого порядка по обратному радиусу взаимодействия включительно выражения для $\langle S_1^z \rangle$ и $\langle S_2^z \rangle$ равны

$$\begin{aligned} \langle S_1^z \rangle = & b_1 + b_1' b_2 \frac{\beta}{N} \sum_q \frac{J_{12q}^2}{\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q}} (n_{1q} - n_{2q}) - \\ & - b_1 b_2 \frac{1}{N} \sum_q J_{12q}^2 \left\{ \frac{n_{1q}}{(\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q})(y - \varepsilon_{1q})} - \frac{n_{2q}}{(\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q})(y + \varepsilon_{1q})} + \frac{n_y}{(\varepsilon_{1q} - y)(\varepsilon_{2q} + y)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

$$\begin{aligned} \langle S_2^z \rangle = & b_2 + b_2 \frac{1}{N} \sum_q \frac{J_{2q}}{\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q}} (n_{1q} - n_{2q}) - \\ & - b_2 \frac{1}{N} \sum_q [b_1 J_{12q}^2 + (y + x) J_{2q}] \left\{ \frac{n_{1q}}{(\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q})(x + \varepsilon_{1q})} - \frac{n_{2q}}{(\varepsilon_{1q} + \varepsilon_{2q})(x - \varepsilon_{2q})} - \frac{n_y}{(\varepsilon_{1q} + x)(\varepsilon_{2q} - x)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Здесь $n_y = \{\exp(y/T) - 1\}^{-1}$; $n_x = \{\exp(x/T) - 1\}^{-1}$.

Общее уравнение, описывающее как динамические, так и статические свойства магнитоупорядоченных сред, было впервые предложено в работе Ландау и Лифшица [1]. Этой публикации суждено было стать одной из самых популярных работ Ландау и Лифшица, и не потерять своей актуальности до настоящего времени, а предложенное уравнение заслуженно получило в литературе имя «Уравнение Ландау - Лифшица».

Фундаментальным результатом работы [1] является построение квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика при низких температурах. Это построение базируется на соображениях симметрии кристалла и разделении взаимодействий в ферромагнетике на два класса – слабые релятивистские взаимодействия и сильное обменное взаимодействие. Не менее фундаментальным результатом является введение эффективного магнитного поля, как вариационной производной от термодинамического потенциала ферромагнетика по намагниченности.

В последующие десятилетия теория магнетизма Ландау получила широкое развитие. Однако, во многих случаях [2 - 4], для описания тех или иных явлений, использование классических моделей предложенных в работах Ландау и Лифшица ока-

зывалось недостаточным. Такие исследования показали необходимость дальнейшего совершенствования теории Ландау особенно в вопросе, связанном с диссипативными процессами в магнитоупорядоченных структурах.

§ 10. Затухание спиновых волн в ферромагнетиках.

10.1. Квазиравновесный термодинамический потенциал и динамика намагниченности ферромагнетика.

Напомним классические принципы построения квазиравновесного термодинамического потенциала F [1, 5]. Он строится на основе соображений симметрии и представления о том, что обменная энергия намного больше релятивистских энергий (энергии магнитного дипольного взаимодействия и энергии магнитной анизотропии) [1]. Рассмотрим состояние ферромагнетика с намагниченностью \mathbf{M} и температурой T . Согласно экспериментальным данным намагниченность ферромагнетика лежит в интервале $M_\infty > M > 0$ при температурах $0 < T < T_c$. Это означает, что намагниченность M в начальный момент времени может быть как больше $M_0(T)$, так и меньше $M_0(T)$. Например, при температурах $T \cong 0.7T_c$ отличие M от $M_0(T)$ может быть значительным.

Как известно, величина намагниченности формируется обменным взаимодействием. Поэтому разница между M и M_0 определяется вкладом в неравновесный термодинамический потенциал от обменной энергии, который может быть представлен в виде [5]:

$$f_{ex1} = \frac{(M^2 - M_0^2)^2}{8\chi M_0^2}. \quad (10.1)$$

Величина χ – обменная постоянная, которая имеет смысл продольной магнитной восприимчивости ферромагнетика. По порядку величины она равна

$$\chi \approx \mu_B M_0 / k_B T_C. \quad (10.2)$$

Здесь k_B – постоянная Больцмана, μ_B – магнетон Бора.

Кроме однородного обменного взаимодействия, определяющего величину намагниченности при заданной температуре, необходимо учесть неоднородное обменное взаимодействие, которое является следствием неоднородности намагниченности образца и также существенно проявляется при повышении температуры ($T \rightarrow T_C$). Его вклад описывается слагаемым [1]:

$$f_{ex,2} = \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2. \quad (10.3)$$

Постоянная неоднородного обменного взаимодействия α по порядку величины равна $\alpha \approx k_b T_C a^2$, где a – постоянная решетки. Конечно, главным обменным слагаемым является первое

слагаемое (10.2), описывающее однородное обменное взаимодействие. Это слагаемое не дает вклада в уравнение движения, а служит для определения основного состояния ферромагнетика.

Направление вектора магнитного момента кристалла \mathbf{M} определяется энергией магнитной анизотропии [1], которую обычно представляют в виде разложения в ряд $f_a(M_i)$ по степеням компонент \mathbf{M} . При этом комбинации произведений компонент намагниченности отвечают симметрии кристалла, и операции обращения времени [1, 5]. Как правило, оставляют только несколько первых членов разложения, в простейшем случае одноосного ферромагнетика:

$$f_a(M_i) = -\frac{1}{2} K M_z^2, \quad (10.4)$$

где K – константа анизотропии.

Диполь-дипольное взаимодействие, кроме вклада в энергию анизотропии, отвечает также и за энергию размагничивающих полей, которая может быть записана в следующем виде [5]:

$$f_{dd} = \frac{1}{8\pi} \mathbf{H}_m^2. \quad (10.5)$$

Если рассматривать ферромагнетик в присутствии внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 , то также необходимо учитывать и энергию намагниченности во внешнем магнитном поле – Зеемановскую энергию:

$$f_z = -\mathbf{M}\mathbf{H}_0. \quad (10.6)$$

Полное выражение для квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика в состоянии с намагниченностью \mathbf{M} и температурой T определяется интегрированием суммы всех плотностей энергий по объему кристалла [5]:

$$F = \int f(\mathbf{M}, \partial\mathbf{M} / \partial x_i) dV, \quad (10.7)$$

где $f(\mathbf{M}, \partial\mathbf{M} / \partial x_i) = f_{ex1} + f_{ex2} + f_a + f_{dd} + f_z$ – плотность полной энергии ферромагнетика, а интегрирование ведется по всему объёму V кристалла.

Спиновые волны могут быть изучены как на основе микроскопического квантового спинового гамильтониана [5], так и с помощью феноменологических уравнений. Феноменологический подход позволяет исследовать длинноволновые спиновые волны гораздо проще и с использованием минимального математического аппарата. Для феноменологического описания динамических свойств ферромагнетика используется уравнение движения магнитного момента, называемое также уравнением Ландау - Лифшица [1]:

$$\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{eff}]. \quad (10.8)$$

В этом уравнении \mathbf{M} – намагниченность, \mathbf{H}^{eff} – эффективное магнитное поле, $\gamma = g |\mu_B| / \hbar \approx 2 |\mu_B| / \hbar$ – гиромагнитное отношение. Эффективное магнитное поле определяется по квазирав-

новесному термодинамическому потенциалу следующим образом:

$$\mathbf{H}^{eff} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}}. \quad (10.9)$$

Линаризируя уравнение (10.8) и решая его в компонентной форме можно получить законы дисперсии спиновых волн в различных основных состояниях ферромагнетика. Напомним результаты для спектра спиновых волн [5] одноосного ферромагнетика в отсутствии внешнего магнитного поля. Если ферромагнетик имеет магнитную анизотропию типа легкая ось ($K > 0$), то в основном состоянии намагниченность ориентирована вдоль оси симметрии (оси z) и спектр спиновых волн имеет вид:

$$\omega(\mathbf{k}) = \gamma M_0 \sqrt{(\alpha k^2 + K)(\alpha k^2 + K + 4\pi \text{Sin}^2 \theta_k)}, \quad (10.10)$$

где θ_k – полярный угол волнового вектора \mathbf{k} .

Если ферромагнетик имеет магнитную анизотропию типа легкая плоскость ($K < 0$), то в основном состоянии намагниченность лежит в базисной плоскости (плоскости $x0y$). Спектр спиновых волн в этом случае имеет вид:

$$\omega(\mathbf{k}) = \gamma M_0 \sqrt{(\alpha k^2 + |K|)(\alpha k^2 + 4\pi \text{Sin}^2 \theta_k (\alpha k^2 + |K| \text{Sin}^2 \varphi_k))}, \quad (10.11)$$

где φ_k – азимутальный угол волнового вектора. Углы θ_k и φ_k отсчитываются от равновесного направления вектора намагни-

ченности. Значение этих углов также определяется в результате решения внешней магнитостатической задачи.

Прокомментируем формулы для спектров (10.10) и (10.11). При больших волновых векторах ($\alpha k^2 \gg |K|$) обе эти формулы дают одинаковый результат – закон Блоха [6]:

$$\omega(\mathbf{k}) = \gamma M_0 \alpha k^2 \equiv \Theta_c (ak)^2.$$

Здесь a – постоянная кристаллической решетки, Θ_c – обменный интеграл в энергетических единицах.

Обсудим также случай малых волновых векторов ($k \rightarrow 0$). В этом случае имеем:

$$\omega(0, \theta_k) = \gamma M_0 \sqrt{K(K + 4\pi \text{Sin}^2 \theta_k)}, \quad (10.10, a)$$

$$\omega(0, \theta_k, \varphi_k) = \gamma M_0 \sqrt{4\pi |K| \text{Sin}^2 \theta_k \text{Sin}^2 \varphi_k}. \quad (10.11, a)$$

Ясно, что спектр (10.10,а) содержит конечную активацию. В то же время, спектр (10.11,а) принадлежит ферромагнетику с вырожденным вакуумом, если его форма – плоскопараллельная пластинка, нормаль к которой совпадает с осью симметрии. Вырождение связано с поворотом \mathbf{M} на произвольный угол $\delta\varphi$ вокруг оси симметрии. По этой причине активация спектра (10.11,а) должна быть равной нулю. Повороту $\delta\varphi$ можно сопоставить возбуждение в ферромагнетике спиновых волн, волновой вектор которых равен нулю и угол $\theta_k = 0$. Из формулы (10.11,а) мы видим, что в этом случае $\omega(0, \theta_k = 0) = 0$.

10.2. Диссипативная функция ферромагнетика.

Для учета диссипативных процессов при рассмотрении динамических свойств магнитоупорядоченных кристаллов в уравнение движения магнитного момента (10.8) вводится релаксационное слагаемое \mathbf{R} [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{eff}] + \mathbf{R}. \quad (10.12)$$

Впервые вид релаксационного слагаемого был предложен в работе [1]:

$$\mathbf{R}_{LL} = \frac{\lambda_L}{M_0^2} [\mathbf{M}, [\mathbf{M}, \mathbf{H}^{eff}]]. \quad (10.13)$$

Диссипативная функция в работе [1] не рассматривалась, и релаксационный член в уравнении движения для намагниченности был предложен исходя из тех соображений, что он должен описывать приближение вектора намагниченности к эффективному магнитному полю. Много позже Гильберт [7] построил диссипативную функцию ферромагнетика, соответствующую релаксации Ландау-Лифшица, и предложил запись релаксационного слагаемого через производную по времени от намагниченности:

$$\mathbf{R}_G = \frac{\lambda_G}{M_0} [\mathbf{M}, \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}]. \quad (10.14)$$

Релаксационные слагаемые \mathbf{R}_{LL} и \mathbf{R}_G , как известно, совпадают с точностью до постоянного множителя. Как в работе Ландау и Лифшица, так и в работе Гильберта использовалась модель фер-

ромагнетика с постоянной по абсолютной величине намагниченностью. Другими словами, продольная восприимчивость ферромагнетика считалась равной нулю. Несмотря на векторное уравнение движения, релаксационный член Ландау - Лифшица - Гильберта характеризуется одной релаксационной постоянной, что соответствует изотропной среде. Недостаток релаксационного слагаемого Ландау - Лифшица в том, что релаксацию векторной величины, каковой является намагниченность, предлагается описывать с помощью одной релаксационной константы.

Так как в большинстве фундаментальных работ эксперименты проводились на железо-иттриевом гранате с кубической симметрией, то для их описания было достаточно одной константы релаксации. В экспериментах же по подвижности доменных стенок в одноосных пленках с большим фактором качества ($K / 4\pi M_0^2 \gg 1$), как отмечается в книге [5], одной константы релаксации в уравнении движения Ландау-Лифшица оказывается недостаточно. А именно: с помощью одной константы нельзя описать и эксперименты по ферромагнитному резонансу в таких пленках, и эксперименты по подвижности доменных границ.

Еще одну особенность релаксационного члена (10.13) отмечали в своей работе [1] Ландау и Лифшиц – это слагаемое обусловлено спин-спиновыми и спин-орбитальными взаимодействиями и не описывает релаксацию, обусловленную обменным

взаимодействием. Однако исследования последующих лет [2, 3] показали необходимость учета обменных диссипативных процессов. Первой работой, в которой было предпринято обобщение релаксационного члена Ландау - Лифшица - Гильберта на случай обменного взаимодействия, была работа Камберского [8]. Им было предложено дополнительное слагаемое:

$$\mathbf{R}_K = \frac{\lambda_K}{M_0} [\Delta \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}, \mathbf{M}]. \quad (10.15)$$

Однако, при учете закона сохранения намагниченности, можно показать, что релаксационный член Камберского не может описывать обменную релаксацию, так как он не сводится к дивергенции диссипативного потока. Только в линейном приближении можно говорить об его обменной природе.

Важно также отметить, что магнитные колебания могут быть описаны уравнением (10.12) и для парамагнитных кристаллов. Так, для описания динамик ядерной намагниченности Блох предложил уравнение [6]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma [\mathbf{M}, \mathbf{H}^{eff}] - \frac{M_z - M_0}{\tau_1} \mathbf{e}_z - \frac{M_x \mathbf{e}_x + M_y \mathbf{e}_y}{\tau_2}, \quad (10.16)$$

в котором для описания процесса релаксации используются уже две релаксационных константы τ_1 и τ_2 , в соответствии с симметрией изотропного парамагнетика во внешнем магнитном поле. Далее мы покажем, что использование диссипативной

функции позволяет единым образом описать релаксационные процессы и в магнитоупорядоченных кристаллах и в парамагнетиках.

В работах [9] было показано, что в случае ферромагнетика с вырожденным основным состоянием, релаксационное слагаемое дает качественно неправильные результаты. А именно: затухание спиновых волн, рассчитанное с использованием релаксационного слагаемого (10.13), получается конечной величиной, в то время как частота спиновых волн стремится к нулю при $k \rightarrow 0$. Рассмотрение выражения для релаксационного слагаемого (10.13) показывает, что в нем никак не учитывается симметрия магнитного материала, что и приводит к противоречию.

В работах [9, 10] был развит метод получения диссипативной функции ферромагнетика, основанный на соображениях симметрии и законах сохранения для намагниченности. Построение диссипативной функции ферромагнетиков базируется на основных феноменологических принципах, изложенных в работах Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица. Согласно данному методу выражение для диссипативной функции, учитывая (10.9), можно представить в следующем виде:

$$Q = -\frac{dF}{dt} = -\int \frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} dV = \int \mathbf{H}^{eff} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} dV. \quad (10.17)$$

Подставляя сюда вместо $\partial \mathbf{M} / \partial t$ его значение из уравнения (10.12) легко найти:

$$Q = \int \mathbf{H}^{eff} \mathbf{R} dV . \quad (10.18)$$

Отсюда следует, что релаксационный член может быть представлен в виде [10]:

$$\mathbf{R} = \frac{\delta Q}{\delta \mathbf{H}^{eff}} , \quad (10.19)$$

если Q – квадратичная функция \mathbf{H}^{eff} . Из формулы (10.18) также следует вывод, что релаксационный член необходимо строить в виде разложения по степеням эффективного магнитного поля: $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{H}^{eff}, \partial \mathbf{H}^{eff} / \partial x_i)$. То есть следует выбирать в качестве параметра, характеризующего квазиравновесное состояние, не $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$, а эффективное магнитное поле $\mathbf{H}^{eff}(\mathbf{r}, t)$. Это поле удобнее намагниченности тем, что оно мало для всех актуальных неравновесных состояний. В состоянии равновесия как $\mathbf{H}^{eff} = 0$, следовательно, и $\mathbf{R} = 0$. Поэтому в линейном приближении будет:

$$\mathbf{R} = \lambda \mathbf{H}^{eff} - \lambda_{ik}^{ex} \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{eff}}{\partial x_i \partial x_k} . \quad (10.20)$$

В этой формуле λ и λ_{ik}^{ex} – некоторые релаксационные тензоры в спиновом пространстве. Тензор λ можно представить в виде суммы двух тензоров: $\lambda = \lambda' + \lambda^e$, поскольку, первое слагаемое может описывать как диссипативные процессы обменной (λ^e), так и релятивистской (λ') природы. Второе слагаемое описыва-

ет релаксацию неоднородных распределений $\mathbf{H}^{eff}(\mathbf{r}, t)$ (и, естественно, намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$) к однородному распределению, этот тип релаксации определяется, главным образом, обменным взаимодействием.

Используя полученное выражение для релаксационного слагаемого, можно представить диссипативную функцию в виде [10]:

$$Q = \int q dV ,$$

где q – плотность диссипативной функции, которая имеет вид [10]:

$$q = \frac{1}{2} \lambda H_i^{eff} H_i^{eff} + \frac{1}{2} \lambda_{ik}^{ex} \frac{\partial H_i^{eff}}{\partial x_i} \frac{\partial H_k^{eff}}{\partial x_k} . \quad (10.21)$$

Диссипативная функция, как известно, должна быть инвариантна относительно преобразований группы симметрии кристалла. Рассмотрим, какие ограничения налагает это требование на конкретный вид диссипативной функции. Учтем сначала симметрию обменного взаимодействия. В обменном приближении q не должна изменяться при произвольном однородном повороте вектора намагниченности \mathbf{M} и вектора эффективного магнитного поля \mathbf{H}^{eff} . Если выбрать q в виде:

$$q = \frac{1}{2} \lambda^e H_i^{eff} H_i^{eff} + \frac{1}{2} \lambda_{ik}^{ex} \frac{\partial H_i^{eff}}{\partial x_i} \frac{\partial H_k^{eff}}{\partial x_k} , \quad (10.22)$$

то это выражение будет удовлетворять требованиям симметрии обменного взаимодействия. Это выражение, тем не менее, нельзя принять за окончательное выражение для диссипативной функции. Это связано с тем, что в обменном приближении сохраняется полная намагниченность ферромагнетика:

$$\mathbf{M}_{tot} = \int \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) dV = const .$$

Дифференциальная форма этого закона сохранения имеет вид [9]:

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} = 0 . \quad (10.23)$$

В этой формуле Π_{ik} – поток i -й компоненты вектора намагниченности через единичную площадку, перпендикулярную k -й оси. Используя (10.7) и (10.9), легко найти явное выражение для эффективного поля в пренебрежении релятивистскими взаимодействиями и внешним магнитным полем

$$\mathbf{H}_{ex}^{eff} = \alpha \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} - \frac{(M^2 - M_0^2) \mathbf{M}}{2 \chi M_0^2} . \quad (10.24)$$

Из формул (10.20) и (10.24) следует, что первое слагаемое релаксационного члена нельзя свести к дивергенции. По этой причине необходимо положить компоненты λ^e равными нулю. В результате диссипативная функция и релаксационное слагаемое

в обменном приближении приобретают вид:

$$q_{ex} = \frac{1}{2} \lambda_{ik}^{ex} \frac{\partial H_i^{eff}}{\partial x_i} \frac{\partial H_i^{eff}}{\partial x_k},$$

$$\mathbf{R}_{ex} = -\lambda_{ik}^{ex} \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{eff}}{\partial x_i \partial x_k}.$$

Подчеркнем, что для их определения необходимо не просто использовать инвариантность диссипативной функции относительно однородных поворотов эффективного магнитного поля, но и более глубокие соображения, также связанные, строго говоря, с обменной симметрией. В этом случае уравнение Ландау - Лифшица принимает вид закона сохранения (10.23), в котором

$$\Pi_{ik} = -\mathcal{N}[\mathbf{M}, \alpha \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_k}]_i - \lambda_{sk}^{ex} \frac{\partial \mathbf{H}_i^{eff}}{\partial x_s}.$$

Перейдем теперь к определению релятивистской части диссипативной функции [10]. Эта часть диссипативной функции определяется первым слагаемыми в выражении для плотности диссипативной функции (10.22). Так как q должна быть инвариантной относительно группы симметрии кристалла, то тензор λ^r определяется этой симметрией, аналогичное условие имеет место и для обменного тензора λ_{ik}^{ex} . Чтобы определить конкретный вид релаксационных тензоров λ^r и λ_{ik}^{ex} , необходимо конкретизировать магнитный кристаллический класс ферромагнетика.

Приведем вид тензоров λ^r и λ_{ik}^{ex} для наиболее популярных типов кристаллической симметрии. В случае кристаллов кубической симметрии:

$$\lambda^r = \text{diag}(\lambda^r, \lambda^r, \lambda^r), \quad \lambda_{ik}^{ex} = \text{diag}(\lambda^{ex}, \lambda^{ex}, \lambda^{ex}). \quad (10.25)$$

Для кристаллов гексагональной симметрии, к которым относятся одноосные и тетрагональные ферромагнетики, тензоры λ^r и λ_{ik}^{ex} имеют вид:

$$\lambda^r = \text{diag}(\lambda_{11}^r, \lambda_{11}^r, \lambda_{33}^r), \quad \lambda_{ik}^{ex} = \text{diag}(\lambda_{11}^{ex}, \lambda_{11}^{ex}, \lambda_{33}^{ex}). \quad (10.26)$$

Для кристаллов орторомбической симметрии:

$$\lambda^r = \text{diag}(\lambda_{11}^r, \lambda_{22}^r, \lambda_{33}^r), \quad \lambda_{ik}^{ex} = \text{diag}(\lambda_{11}^{ex}, \lambda_{22}^{ex}, \lambda_{33}^{ex}). \quad (10.27)$$

Выше была изложена методика построения диссипативной функции ферромагнетика в линейном приближении [10]. Однако в некоторых задачах возникает необходимость учета нелинейной части диссипативной функции. При этом необходимо следовать тем же соображениям, которые использовались в [1] при построении квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика. Другими словами, классификация слагаемых по порядку малости и степеням намагниченности для плотности диссипативной функции (10.22) аналогична классификации слагаемых по порядку малости и степеням намагниченности для квазиравновесной свободной энергии (10.7) [12].

На примере кубического кристалла легко показать, как провести учет нелинейной диссипации [10]. Аналогично тому, как это делалось для энергии магнитной анизотропии, убеждаемся, что инвариантами четвертого и шестого порядков являются величины

$$I_4 = (H_x^{eff})^4 + (H_y^{eff})^4 + (H_z^{eff})^4, \quad I_6 = (H_x^{eff})^2 (H_y^{eff})^2 (H_z^{eff})^2.$$

Таким образом, релятивистская часть диссипативной функции кубического кристалла равна [10]:

$$q_r = \frac{1}{2} \mathcal{L} (H_i^{eff})^2 + \frac{1}{4} \mathcal{L}_4 ((H_x^{eff})^4 + (H_y^{eff})^4 + (H_z^{eff})^4) + \frac{1}{2} \mathcal{L}_6 (H_x^{eff})^2 (H_y^{eff})^2 (H_z^{eff})^2. \quad (10.28)$$

Так как в кубическом кристалле основное состояние ферромагнетика имеет дискретный, а не непрерывный параметр вырождения, то для него нет каких-либо законов сохранения компонент намагниченности. Это означает, что диссипативная функция (10.28) является окончательным вариантом релятивистской части диссипативной функции кубического ферромагнетика в нелинейном приближении. Используя те же соображения, что и при построении квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика, можно показать, что слагаемые в диссипативной функции, содержащие более высокие степени вектора эффективного магнитного поля, являются членами, более высокого порядка малости, чем приведенные в формуле (10.22).

То есть, как и для констант магнитной анизотропии, для релаксационных констант λ^r , λ_4^r , λ_6^r справедливо неравенство $\lambda^r \gg \lambda_4^r \gg \lambda_6^r$.

10.3. Спектр спиновых волн одноосного ферромагнетика.

Обсудим теперь вопрос о формальном переходе от реального кристалла к модели ферромагнетика одноосной симметрии. Рассмотрим одноосный ферромагнетик, ось симметрии которого направлена по оси Oz . Плотность энергии магнитной анизотропии в этом случае можно представить в виде [5]:

$$f_a(M_i) = -\frac{1}{2} K_1 M_z^2 - \frac{1}{4} K_2 M_z^4. \quad (10.29)$$

В этой формуле K_1 , K_2 – константы магнитной анизотропии. Приведем результаты для одноосного ферромагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля, так же будем считать, что размагничивающие поля достаточно малы. Следовательно, энергии (10.5) и (10.6) в полной энергии ферромагнетика отсутствуют.

Используя соображения симметрии, плотность диссипативной функции одноосного ферромагнетика во втором порядке по степеням эффективного магнитного поля можно представить в виде [10]:

$$q = \frac{1}{2} \lambda_{11}^r \left((H_x^{eff})^2 + (H_y^{eff})^2 \right) + \frac{1}{2} \lambda_{33}^r (H_z^{eff})^2 + \frac{1}{2} \lambda^{ex} \left(\frac{\partial \mathbf{H}^{eff}}{\partial x_i} \right)^2. \quad (10.30)$$

Здесь и далее для простоты мы будем считать, что все компоненты тензора λ_{ik}^{ex} равны.

Для дальнейшего упрощения диссипативной функции необходимо обратиться к закону сохранения компоненты намагниченности вдоль оси симметрии:

$$\frac{\partial M_z}{\partial z} + \frac{\partial \Pi_{zk}}{\partial x_k} = 0. \quad (10.31)$$

Релаксационное слагаемое и эффективное магнитное поле, соответствующие диссипативной функции (10.30) и энергии магнитной анизотропии (10.29) имеют вид [10]:

$$\mathbf{R} = \lambda_{11}^r (H_x^{eff} \mathbf{e}_x + H_y^{eff} \mathbf{e}_y) + \lambda_{33}^r H_z^{eff} \mathbf{e}_z - \lambda^{ex} \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{eff}}{\partial x_i^2}, \quad (10.32)$$

$$\mathbf{H}^{eff} = K_1 M_z \mathbf{e}_z + K_2 M_z^3 \mathbf{e}_z + \alpha \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} - \frac{(M^2 - M_0^2) \mathbf{M}}{2 \chi M_0^2}, \quad (10.33)$$

где \mathbf{e}_i – единичные векторы вдоль соответствующих осей. Используя эти формулы, нетрудно убедиться, что динамическая часть уравнения Ландау - Лифшица $\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}]_z$ сводится к дивергенции. Компоненту R_z релаксационного слагаемого, как это следует из формулы (10.32), можно представить в виде дивер-

генции, только если $\lambda_{33}^r = 0$. Это означает, что в качестве диссипативной функции одноосного кристалла следует взять выражение [10]:

$$q = \frac{1}{2} \lambda_{11}^r ((H_x^{eff})^2 + (H_y^{eff})^2) + \frac{1}{2} \lambda^{ex} \left(\frac{\partial \mathbf{H}^{eff}}{\partial x_i} \right)^2. \quad (10.34)$$

Микроскопический расчет в рамках теории спиновых волн приводит к диссипативной функции этой структуры. В книге [5] приведены декременты затухания спиновых волн, по которым легко найти температурные зависимости констант λ_{11}^r и λ^{ex} при низких температурах $T \ll T_C$.

Как хорошо известно [5, 11], существуют следующие три основных состояния (фазы) одноосного ферромагнетика в таких условиях: фаза $\Phi(//)$ – «легкая ось», в которой намагниченность \mathbf{M} параллельна оси симметрии; фаза $\Phi(\angle)$ – «угловая», в которой \mathbf{M} ориентирована под углом θ к оси симметрии; фаза $\Phi(\perp)$ – «легкая плоскость», в которой \mathbf{M} лежит в базисной плоскости.

Зная свободную энергию одноосного ферромагнетика и соответствующее ей эффективное поле (10.33), диссипативную функцию (10.34) и соответствующие ей компоненты релаксационного члена

$$\mathbf{R} = \lambda_{11}^r (H_x^{eff} \mathbf{e}_x + H_y^{eff} \mathbf{e}_y) - \lambda^{ex} \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{eff}}{\partial x_i^2}, \quad (10.35)$$

а также уравнение движения намагниченности (10.12), можно найти закон дисперсии спиновых волн, их затухания, а также релаксацию величины намагниченности \mathbf{M} во всех трех основных состояниях.

10.3.1. Основное состояние «легкая ось».

Минимизируя полную энергию ферромагнетика можно получить не только условие на полярный угол магнитного момента $\theta = 0$, но и абсолютное значение магнитного момента в равновесном состоянии:

$$M^2 = M_0^2 \frac{1 - 2\chi K_1}{1 + 2\chi M_0^2 K_2}, \quad (10.36)$$

за счет наличия малой продольной восприимчивости, оно будет отличаться от M_0^2 . Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 + K_2 M_0^2 > 0$.

Линеаризуя уравнение (10.12) по малым отклонениям \mathbf{m} от абсолютного значения магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$, и переходя к компонентам Фурье для этих отклонений $m_i \sim \exp(-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}))$, можно получить закон дисперсии спиновых волн с учетом их затухания:

$$\omega_{sw} = -i(\lambda_{11}^r + \lambda^{ex} k^2)\Omega \pm \gamma M_0 \Omega, \quad (10.37)$$

где $\Omega = (\alpha k^2 + K_1 + K_2 M_0^2)$. Для того чтобы в данном основном состоянии существовали спиновые волны, необходимо, чтобы мнимая часть $\text{Im}(\omega_{sw})$ частоты спиновых волн, которая отвечает за диссипацию энергии, была намного меньше действительной части $\text{Re}(\omega_{sw})$. Как видно из (10.37) это условие выполняется:

$$\left| \frac{\text{Im}(\omega_{sw})}{\text{Re}(\omega_{sw})} \right| \xrightarrow{k \rightarrow 0} \left| \frac{\lambda_{11}^r}{\gamma M_0} \right| \ll 1,$$

если релаксационные константы среды λ_{11}^r и λ^{ex} малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика γM_0 , что всегда имеет место при слабых затуханиях.

Благодаря использованию релаксационного слагаемого в форме (10.35) и учету продольной магнитной восприимчивости из уравнения Ландау-Лифшица (10.12), можно получить также и частоту колебаний абсолютного значения магнитного момента:

$$\omega_M = -i\lambda^{ex}k^2 \left(\alpha k^2 + 2K_1 + \frac{1}{\chi} \right), \quad (10.38)$$

которая оказывается чисто мнимой, то есть эти колебания являются абсолютно затухающими. В свою очередь, релаксация величины магнитного момента определяется формулой:

$$M^2(t) = M_0^2 \frac{1 - 2\chi K_1}{1 + 2\chi K_2 M_0^2} + 2M_0 m(k, 0) \exp[-t / \tau_M(k)], \quad (10.39)$$

где $\tau_M(k) = 1/i\omega_M$ – время релаксации величины магнитного момента.

Обратим внимание на то, что, во-первых, время релаксации величины магнитного момента $\tau_M(k) \approx \chi/k^2$ уменьшено за счет продольной восприимчивости $\chi \ll 1$; во-вторых, что время релаксации обратно пропорционально волновому вектору k . То обстоятельство, что нет релаксации однородных отклонений намагниченности, обусловлено законом сохранения компоненты намагниченности M_z . Другими словами, в процессе релаксации, прежде всего, исчезают мелкомасштабные неоднородности магнитного момента, и в среде устанавливается однородная по величине намагниченность. Чтобы описать более медленную релаксацию однородных отклонений намагниченности от ее равновесных значений необходимо учесть взаимодействия, разрушающие закон сохранения M_z .

10.3.2. Основное состояние «легкая плоскость».

В этом случае минимизация полной энергии ферромагнетика дает: $\theta = \frac{\pi}{2}$, $M^2 = M_0^2$. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 < 0$.

Закон дисперсии спиновых волн с учетом затухания в данном основном состоянии имеет вид:

$$\omega_{sw} = -\frac{i}{2}((\lambda_{11}^r + \lambda^{ex} k^2)\Omega_1 + \lambda^{ex} k^2 \Omega_2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \Omega_1 \Omega_2 - [(\lambda_{11}^r + \lambda^{ex} k^2)\Omega_1 - \lambda^{ex} k^2 \Omega_2]^2}, \quad (10.40)$$

где $\Omega_1 = \alpha k^2$, $\Omega_2 = (\alpha k^2 - K_1)$. В выражении для частоты спиновых волн имеется слагаемое под знаком корня, пропорциональное квадратам релаксационных констант λ_{11}^r и λ^{ex} . Оно описывает стандартное уменьшение частоты за счет диссипации. Интересно отметить, что при выполнении условия:

$$\lambda_{11}^r \alpha + \lambda^{ex} K_1 = 0,$$

диссипация не меняет частоты спиновых волн. Условие существования спиновых волн в этом случае будет определяться следующим выражением:

$$\left| \frac{\text{Im}(\omega_{sw})}{\text{Re}(\omega_{sw})} \right| \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{k(\lambda_{11}^r \alpha - \lambda^{ex} K_1)}{2\gamma M_0 \sqrt{\alpha K_1}} \xrightarrow{k \rightarrow 0} 0. \quad (10.41)$$

Из закона дисперсии (10.40) и из условия (10.41) следует, что в вырожденном основном состояниях $\Phi(\perp)$ одноосного ферромагнетика спиновые волны являются хорошо определенными и слабозатухающими. Заметим, что при расчете закона дисперсии спиновых волн в данном основном состоянии одноосного ферромагнетика при помощи релаксационного слагаемого в форме Ландау - Лифшица (10.13), ситуация кардинально меняется:

$$\omega_{sw} = \frac{i}{2} \lambda_L (\Omega_1 + \Omega_2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \Omega_1 \Omega_2 - \lambda_L^2 K_1^2}. \quad (10.42)$$

Из этой формулы немедленно следует вывод об отсутствии однородных колебаний в одноосном ферромагнетике с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость». Действительно, при $k \rightarrow 0$ частота спиновых волн становится мнимой.

Как видно из (10.42), условие существования слабо затухающих спиновых волн в основном состоянии $\Phi(\perp)$ не выполняется не только при $k \rightarrow 0$, но и при малых волновых векторах k , удовлетворяющих условию:

$$4(\gamma M_0)^2 \alpha k^2 < \lambda_L^2 K_1. \quad (10.43)$$

При выполнении этого условия частоты спиновых волн являются мнимыми. В то же время при описании с помощью (10.13) основного состояния “легкая ось” $\Phi(//)$ спиновые волны оказываются хорошо выраженными слабозатухающими колебаниями:

$$\omega_{sw} = i\lambda_L \Omega \pm \gamma M_0 \Omega. \quad (10.44)$$

Таким образом, налицо парадокс возникновения затухающих волн намагниченности в ферромагнетике со слабой диссипацией $\lambda_L \ll \gamma M_0$ при переходе от одной фазы к другой.

Также важно отметить, что спользование релаксационного слагаемого в форме Ландау-Лифшица (10.13) или в форме

Гильберта (10.14) не дает возможности описать затухание абсолютного значения магнитного момента, не смотря на, учет продольной магнитной восприимчивости ферромагнетика.

Используя релаксационное слагаемое в форме (10.35) можно получить частоту колебаний абсолютного значения магнитного момента в основном состоянии $\Phi(\perp)$:

$$\omega_M = -i\left(\chi_{11}^r + \chi^{ex}k^2\right)\left(\alpha k^2 + \frac{1}{\chi}\right), \quad (10.45)$$

она также как и для фазы $\Phi(//)$ оказывается чисто мнимой, то есть эти колебания являются абсолютно затухающими. Релаксация величины магнитного момента в данном случае определяется формулой:

$$M^2(t) = M_0^2 + 2M_0m(k,0)\exp[-t/\tau_M(k)]. \quad (10.46)$$

10.3.3. Основное состояние «угловая фаза».

В этом случае минимизация полной энергии ферромагнетика дает: $\cos^2 \theta = -\frac{K_1}{K_2M_0^2}$, $M^2 = M_0^2$. Условия устойчивости для данного состояния имеют вид: $K_2 < 0$, $0 < K_1 < -K_2M_0^2$.

После линеаризации уравнения (10.12) по малым величинам \mathbf{m} и переходе в нем к компонентам Фурье для \mathbf{m} можно получить кубическое уравнение, определяющее закон дисперсии для основного состояния $\Phi(\angle)$. Поскольку его вид достаточно

грамоздок, представим в данном случае закон дисперсии спиновых волн в линейном приближении по малым константам затухания λ_{11}^r и λ^{ex} :

$$\omega_{sw} = -\frac{i}{2}[2(\lambda_{11}^r + \lambda^{ex} k^2)\Omega_1 + \lambda^{ex} k^2 \Omega_3 - (\lambda_{11}^r \sin^2 \theta + \lambda^{ex} k^2) \frac{\Omega_1 \Omega_3}{\Omega_2}] \pm \gamma \mathcal{M}_0 \sqrt{\Omega_1 \Omega_2}, \quad (10.47)$$

где $\Omega_1 = \alpha k^2$, $\Omega_2 = \alpha k^2 + 2K_1 \sin^2 \theta$, $\Omega_3 = (\alpha k^2 + 2K_1)$.

Условие существования спиновых волн в фазе $\Phi(\angle)$ так же выполняется, так как в длинноволновом пределе имеем:

$$\left| \frac{\text{Im}(\omega_{sw})}{\text{Re}(\omega_{sw})} \right| \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{k(\lambda_{11}^r + 2\lambda^{ex} K_1)}{2\gamma \mathcal{M}_0 \sqrt{2\alpha K_1 \sin^2 \theta}} \xrightarrow{k \rightarrow 0} 0. \quad (10.48)$$

Из формул (10.40) и (10.47) мы видим, что в фазах $\Phi(\perp)$ и $\Phi(\angle)$, в которых основное состояние вырождено с непрерывным параметром вырождения φ_0 (φ_0 – угол между намагниченностью и осью Ox в базисной плоскости), спектр спиновых волн безактивационный, затухание много меньше частоты и стремиться к нулю при стремлении к нулю волнового вектора. Этот результат есть проявление общих теорем Голдстоуна и Адлера для нашего случая [13].

Частота колебаний абсолютного значения магнитного момента в основном состоянии $\Phi(\angle)$ имеет вид:

$$\omega_M = -i \left(\lambda_{11}^r \sin^2 \theta + \lambda^{ex} k^2 \right) \left(\frac{\Omega_1 \Omega_3}{\Omega_2} + \frac{1}{\chi} \right), \quad (10.49)$$

а релаксация величины намагниченности в фазе $\Phi(\angle)$ описывается формулой (10.46).

Для данного основного состояния использование релаксационного слагаемого в форме Ландау - Лифшица также приводит к мнимым частотам спиновых волн в длинноволновом приближении:

$$\omega = \frac{i}{2} \lambda_L (\Omega_1 + \Omega_2) \pm \sqrt{\gamma^2 M_0^2 \Omega_1 \Omega_2 - \lambda_L^2 K_1^2 \sin^4 \theta}. \quad (10.50)$$

То есть в фазе $\Phi(\angle)$ также имеется целая область малых волновых векторов, в которой спиновые волны являются волнами с мнимыми частотами:

$$(\gamma M_0)^2 \alpha k^2 < \lambda^2 |K_1| (\sin \theta)^2. \quad (10.51)$$

Результаты (10.42) и (10.50) для затухания спиновых волн, полученные при использовании релаксационного слагаемого в форме Ландау - Лифшица, находятся в качественном противоречии с результатами (10.40), (10.47), полученными при использовании релаксационного слагаемого, соответствующего диссипативной функции (10.34). Это противоречие означает только одно: релаксационный член в форме Ландау - Лифшица не описывает релаксацию для состояний с непрерывным параметром вырождения. Именно таковыми являются состояния для фаз

$\Phi(\perp)$ и $\Phi(\angle)$, в то время как, использование релаксационного слагаемого в форме, предложенной в настоящей работе, позволяет правильно описывать затухание спиновых волн в ферромагнетиках с вырожденными основными состояниями.

10.4. Спектр спиновых волн тетрагонального ферромагнетика.

Изучение спиновых волн в кристаллах с такой симметрией позволяет рассмотреть реальную ситуацию, когда в спектре спиновых волн имеется активация, и продемонстрировать, с какой анизотропией связано затухание спиновых волн.

Плотность энергии магнитной анизотропии в случае тетрагональной симметрии можно представить в виде [10]:

$$f_a(M_i) = -\frac{1}{2}K_1M_z^2 - \frac{1}{4}K_2M_z^4 - \frac{1}{2}K_3M_x^2M_y^2. \quad (10.52)$$

Здесь также K_1 , K_2 , K_3 – константы магнитной анизотропии. Также будем рассматривать тетрагональный ферромагнетик в отсутствии внешнего магнитного поля и размагничивающих полей.

Тогда эффективное магнитное поле тетрагонального ферромагнетика будет иметь вид [10]:

$$\mathbf{H}^{eff} = K_1 M_z \mathbf{e}_z + K_2 M_z^3 \mathbf{e}_z + K_3 (M_y^2 M_x \mathbf{e}_x + M_x^2 M_y \mathbf{e}_y) + \alpha \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} - \frac{(M^2 - M_0^2) \mathbf{M}}{2 \chi M_0^2}. \quad (10.53)$$

В случае тетрагонального кристалла не выполняется закон сохранения для компонент вектора намагниченности (10.31) и, следовательно, плотность диссипативной функции тетрагонального ферромагнетика будет иметь вид (10.30), а соответствующие компоненты релаксационного слагаемого будут определяться выражением (10.32).

В случае тетрагональной симметрии становится важным направление азимутального угла φ вектора намагниченности \mathbf{M} в плоскости xOy . Угол φ в основном состоянии может принимать два значения $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$. Для простоты и краткости приведем результаты для законов дисперсии тетрагонального ферромагнетика только для основных состояний с $\varphi = 0$, так как при $\varphi = \pi/2$ полученные результаты принципиально не отличаются.

Фаза $\Phi(//)$, для которой $\theta = 0$. При этом минимизация полной энергии ферромагнетика также приводит к выражению (10.36) для значения магнитного момента в равновесном состоянии. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид:
 $K_1 + K_2 M_0^2 > 0$.

Закон дисперсии спиновых волн с учетом их затухания в этом случае полностью совпадает с законом дисперсии (10.37) для одноосного ферромагнетика, а частота колебаний абсолютного значения магнитного момента будет иметь вид:

$$\omega_M = -i(\lambda_{33}^r + \lambda^{ex}k^2) \left(\alpha k^2 + 2K_1 + \frac{1}{\chi} \right). \quad (10.54)$$

Релаксация величины магнитного момента также определяется формулой (10.39).

Фаза $\Phi(\perp)$. В этом случае минимизация полной энергии ферромагнетика дает: $\theta = \frac{\pi}{2}$, $M^2 = M_0^2$. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 < 0$, $K_3 < 0$.

Закон дисперсии спиновых волн с учетом затухания в данном основном состоянии будет иметь вид:

$$\omega_{sw} = -\frac{i}{2}((\lambda_{11}^r + \lambda^{ex}k^2)\Omega_1 + (\lambda_{33}^r + \lambda^{ex}k^2)\Omega_2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \Omega_1 \Omega_2 - [(\lambda_{11}^r + \lambda^{ex}k^2)\Omega_1 - (\lambda_{33}^r + \lambda^{ex}k^2)\Omega_2]^2}, \quad (10.55)$$

где $\Omega_1 = (\alpha k^2 - K_3 M_0^2)$, $\Omega_2 = (\alpha k^2 - K_1)$.

Как следует из (10.55) условие существования спиновых волн

$$\left| \frac{\text{Im}(\omega_{sw})}{\text{Re}(\omega_{sw})} \right| \ll 1 \text{ выполняется, если релаксационные константы } \lambda_{11}^r,$$

λ_{33}^r и λ^{ex} малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика \mathcal{M}_0 , что всегда имеет место при слабых затуханиях.

Частота колебаний абсолютного значения магнитного момента в основном состоянии $\Phi(\perp)$ тетрагонального ферромагнетика определяется выражением (10.45), а релаксация величины магнитного момента в данном случае определяется формулой (10.46).

Фаза $\Phi(\angle)$, для которой минимизация полной энергии ферромагнетика дает: $\cos^2 \theta = -\frac{K_1}{K_2 M_0^2}$, $M^2 = M_0^2$. Условия устойчивости для данного состояния имеют вид: $K_2 < 0$, $K_3 < 0$, $0 < K_1 < -K_2 M_0^2$.

Аналогично тому, как это было сделано для одноосного ферромагнетика, представим закон дисперсии спиновых волн в линейном приближении по малым константам затухания λ_{11}^r , λ_{33}^r и λ^{ex} :

$$\omega_{sw} = -\frac{i}{2} [2(\lambda_{11}^r + \lambda^{ex} k^2) \Omega_1 + (\lambda_{33}^r + \lambda^{ex} k^2) \Omega_3 - (\lambda_{11}^r \sin^2 \theta + \lambda_{33}^r \cos^2 \theta + \lambda^{ex} k^2) \frac{\Omega_1 \Omega_3}{\Omega_2}] \pm \mathcal{M}_0 \sqrt{\Omega_1 \Omega_2}, \quad (10.56)$$

здесь $\Omega_1 = (\alpha k^2 - K_3 M_0^2)$, $\Omega_2 = \alpha k^2 + 2K_1 \sin^2 \theta$, $\Omega_3 = (\alpha k^2 + 2K_1)$.

Условие существования спиновых волн $\left| \frac{\text{Im}(\omega_{sw})}{\text{Re}(\omega_{sw})} \right| \ll 1$ также выполняется, если релаксационные константы λ_{11}^r , λ_{33}^r и λ^{ex}

малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика γM_0 .

Частота колебаний абсолютного значения магнитного момента в основном состоянии $\Phi(\angle)$ имеет вид:

$$\omega_M = -i\left(\lambda_{11}^r \sin^2 \theta + \lambda_{33}^r \cos^2 \theta + \lambda^{ex} k^2\right) \left(\frac{\Omega_1 \Omega_3}{\Omega_2} + \frac{1}{\chi}\right), \quad (10.57)$$

а релаксация величины намагниченности в фазе $\Phi(\angle)$ тетрагонального ферромагнетика описывается формулой (10.46).

В случае тетрагонального ферромагнетика, использование релаксационного слагаемого Ландау-Лифшица не приводит к качественным противоречиям [10]. Это связано с тем, что в тетрагональном ферромагнетике нет основных состояний с непрерывным параметром вырождения. Однако, релаксационное слагаемое в форме (10.13) или (10.14) не позволяет описать релаксационные процессы обменной природы, а также затухание абсолютного значения магнитного момента.

На примере тетрагонального ферромагнетика легко показать влияние магнитной анизотропии кристалла на вид релаксационных тензоров [10]. Если в энергии анизотропии тетрагонального кристалла положить $K_3 = 0$, то мы придем к модели одноосного кристалла, для которого, как мы видели, $\lambda_{33}^r = 0$. При таком переходе законы дисперсии спиновых волн тетрагонального ферромагнетика (10.55) и (10.56) также переходят в

законы дисперсии для одноосного ферромагнетика (10.40) и (10.47). Отсюда можно сделать вывод о пропорциональности релаксационных констант и соответствующих констант анизотропии. Более того, поскольку, релаксационные константы не должны зависеть от знака констант анизотропии, то эта пропорциональность должна иметь вид $\lambda_{33}^r \sim K_3^2$. Это также можно утверждать исходя из следующих соображений: релаксационная константа λ_{33}^r определяется вероятностью процессов рассеяния спиновых волн друг на друге, обусловленных энергией анизотропии $-\frac{1}{2}K_3M_x^2M_y^2$. Так как вероятность процессов рассеяния спиновых волн пропорциональна квадрату матричного элемента энергии взаимодействия, то релаксационная константа $\lambda_{33}^r \sim K_3^2$. Аналогичные соображения можно привести при анализе релаксационной константы λ_{11}^r . Эта константа равна нулю в обменном приближении, когда все константы анизотропии равны нулю, по этой причине $\lambda_{11}^r \sim K_1^2$.

10.5. Спектр спиновых волн кубического ферромагнетика.

Сегодня активно изучается широкий круг систем, в которых обменное взаимодействие может играть существенную роль в затухании колебаний магнитного момента. Одним из примеров таких систем являются материалы с эффектом памяти формы, в

которых обменное взаимодействие может быть достаточно большим за счет наличия специфических неоднородностей, так называемых двойниковых структур [14]. Наиболее популярным представителем таких материалов является сплав NiMnGa, имеющий кубическую симметрию. Приведем результаты для законов дисперсии ферромагнетиков кубической симметрии, рассчитанных с помощью предложенной модели.

Рассмотрим кубический ферромагнетик в отсутствие внешнего магнитного поля и размагничивающих полей. Плотность энергии магнитной анизотропии в случае кубической симметрии имеет вид [5]:

$$f_a(M_i) = -\frac{1}{2}K_1(M_x^2M_y^2 + M_x^2M_z^2 + M_y^2M_z^2) - \frac{1}{2}K_2M_x^2M_y^2M_z^2. \quad (10.58)$$

Здесь также K_1, K_2 – безразмерные константы магнитной анизотропии. Такой симметрии будут отвечать релаксационные тензоры λ^r и λ_{ik}^{ex} вида (10.25), а соответствующее им релаксационное слагаемое имеет вид [10]:

$$\mathbf{R} = \lambda^r \mathbf{H}^{eff} - \lambda^{ex} \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{eff}}{\partial x_i^2}. \quad (10.59)$$

Минимизируя полную энергию кубического ферромагнетика легко показать, что в основных состояниях азимутальный угол φ и полярный угол θ магнитного момента могут принимать

значения: $0, \pm \pi/2, \pm \pi/4, \pm 3\pi/4$. Также в кубическом ферромагнетике направления вдоль граней решетки эквивалентны между собой, как и направления вдоль диагоналей решетки. Поэтому, для простоты рассмотрим здесь случай, когда $\varphi = 0$, а угол θ будет при этом принимать значения 0 и $\pi/4$.

Основное состояние: $\varphi = 0, \theta = 0, M^2 = M_0^2$. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 < 0$.

Линеаризуя уравнение (10.12) по малым отклонениям \mathbf{m} от абсолютного значения магнитного момента, и переходя к компонентам Фурье для этих отклонений, получим закон дисперсии спиновых волн с учетом их затухания:

$$\omega_{sw} = -i(\lambda^r + \lambda^{ex}k^2)\Omega \pm \gamma M_0 \Omega, \quad (10.60)$$

где $\Omega = (\alpha k^2 - K_1 M_0^2)$. В данном случае условие существования

спиновых волн $\left| \frac{\text{Im}(\omega_{sw})}{\text{Re}(\omega_{sw})} \right| \ll 1$ также будет выполняться, когда

релаксационные константы λ^r и λ^{ex} малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика γM_0 ,

Благодаря использованию релаксационного слагаемого в форме (10.59) и учету продольной магнитной восприимчивости из уравнения Ландау-Лифшица (10.12) можно получить также и частоту колебаний абсолютного значения магнитного момента:

$$\omega_M = -i(\lambda^r + \lambda^{ex} k^2) \left(\alpha k^2 + \frac{1}{\chi} \right), \quad (10.61)$$

а релаксация величины магнитного момента определяется формулой (10.45).

Основное состояние, для которого: $\varphi = 0$, $\theta = \pi/4$,

$$M^2 = \frac{M_0^2}{1 + (\sqrt{2} K_1 M_0^2 \chi / 2)}. \text{ Условие устойчивости для данного со-}$$

стояния имеет вид: $K_1 > 0$, $K_1 + K_2 M_0^2 / 2 < 0$.

Закон дисперсии спиновых волн с учетом их затухания в этом случае будет следующим:

$$\begin{aligned} \omega_{sw} = & -\frac{i}{2}(\lambda^r + \lambda^{ex} k^2)(\Omega_1 + \Omega_0) \pm \\ & \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \Omega_1 \Omega_2 - [(\lambda^r + \lambda^{ex} k^2)(\Omega_1 - \Omega_2)]^2}, \end{aligned} \quad (10.62)$$

где $\Omega_1 = (\alpha k^2 + (1/2 + \sqrt{2}/4) K_1 M_0^2)$, $\Omega_2 = (\alpha k^2 - (1 - \sqrt{2}/4) K_1 M_0^2 - K_2 M_0^2 / 4)$.

Частота колебаний абсолютного значения магнитного момента в этом основном состоянии кубического ферромагнетика определяется выражением:

$$\omega_M = -i(\lambda^r + \lambda^{ex} k^2) \left(\alpha k^2 - \frac{3(2 - \sqrt{2}) K_1 M_0^2}{4} + \frac{1}{\chi} \right). \quad (10.63)$$

Релаксация величины магнитного момента определяется формулой:

$$M^2(t) = \frac{M_0^2}{1 + (\sqrt{2}K_1 M_0^2 \chi / 2)} + 2M_0 m(k, 0) \exp[-t / \tau_M(k)]. \quad (10.64)$$

Феноменологический подход, ферромагнетики: выводы.

Обычно принято рассматривать спиновые волны в условиях их малого затухания. Этот случай описывается малыми релаксационными константами при феноменологическом рассмотрении спиновых волн $\lambda \ll \gamma M_0$. В этом приближении, как показано в настоящем обзоре, можно предъявить вариант последовательного описания высокочастотных и релаксационных свойств ферромагнетика.

Случай систем с вырожденным основным состоянием требует особого рассмотрения. Общепринятый метод описания релаксационных процессов, восходящий к работе Ландау и Лифшица [1], приводит к выводу об исчезновении однородных колебаний намагниченности после перехода из фазы типа «легкая ось» в фазу типа «легкая плоскость» в одноосном ферромагнетике даже при выполнении условия $\lambda \ll \gamma M_0$, точнее, после такого перехода спиновые волны в фазе типа «легкая плоскость» становятся сильно затухающими волнами. Тот же результат получается и для состояния «угловая фаза». Другими словами,

имеется следующий парадокс. В данном кристалле спиновые волны существуют в фазе «легкая ось» и исчезают (становятся релаксационными модами) в фазе «легкая плоскость» и «угловая фаза». Это означает, что использование для описания затухания спиновых волн релаксационного слагаемого в форме Ландау - Лифшица или Гильберта в отдельных случаях оказывается невозможным. Противоречия возникают при рассмотрении ферромагнетиков с высокой симметрией (обменное приближение, одноосный ферромагнетик), где имеются вырожденные основные состояния. Это связано с тем обстоятельством, что релаксационные слагаемые в форме Ландау - Лифшица или Гильберта построены без учета симметрии кристалла. Прямое использование соображений симметрии при построении диссипативной функции не дает решения отмеченного парадокса. Только привлечение законов сохранения полных компонент намагниченности позволило сформулировать те требования к диссипативной функции, которые решили отмеченный парадокс.

Построение диссипативной функции по методу, предложенному в работах [9, 10] и изложенному в данном обзоре, дает верные результаты и приводит нас к выводу, что затухание спиновых волн не накладывает никакого ограничения на теорию Ландау для описания спин ориентационных переходов.

Использование предложенной авторами диссипативной функции, позволяет описывать затухание величины магнитного

момента, что было невозможно при использовании релаксационных слагаемых в форме Ландау - Лифшица или Гильберта. Сравнение между собой времен релаксации величины намагниченности $\tau_M(k)$ и времени релаксации спиновых волн $\tau_{sw}(k) = 1/i \text{Im}(\omega_{sw})$ показывает, что последнее значительно больше:

$$\tau_{sw}(k) / \tau_M(k) \approx (1/\chi) \gg 1.$$

Это неравенство означает, что релаксация в ферромагнетике имеет двухступенчатый характер. На первом быстром этапе за счет обменного взаимодействия устанавливается равновесное распределение намагниченности по величине. Этот процесс описывается формулами (10.39), (10.46) и (10.64). На втором – медленном этапе релаксации, происходит прецессия намагниченности вокруг ее равновесного значения с частотой спиновых волн, и затухание амплитуды спиновых волн со временем релаксации $\tau_{sw}(k)$. Изложенные соображения о двухступенчатом характере процесса релаксации в ферромагнетике справедливы для любых основных состояний ферромагнетика.

Рассмотрение ферромагнетика с тетрагональной симметрией имеет большой методический интерес. На этом примере показана связь анизотропии магнетика с видом релаксационного слагаемого. Общепринятая градация констант магнитной анизотропии и понимание зависимости от них релаксационных кон-

стant ($\lambda_{33}^r \sim K_3^2$), позволяет конкретизировать общие идеи Н.Н. Боголюбова о квазисредних [15], применительно к описанию, спектров и затуханий спиновых волн в системах с непрерывным параметром, описывающим вырожденный вакуум. Рецепт расчета этих величин таков. Выбираем магнитную анизотропию так, чтобы полностью снять вырождение основного состояния, характерного для обменного взаимодействия. Строим диссипативную функцию, соответствующую симметрии спинового гамильтониана и решетки кристалла. Рассчитываем спектры и затухания спиновых волн для возможных фаз ферромагнетика. В полученных формулах при фиксированном волновом векторе k переходим к модели одноосного кристалла ($K_3 \rightarrow 0$), при этом вместе с K_3 обращается в нуль и релаксационная константа λ_{33}^r . Переход к обменной модели получаем, если $K_1 \rightarrow 0$, при этом λ_{11}^r также обращается в нуль. Полученные при такой процедуре спектры и затухания спиновых волн удовлетворяют условию существования слабо затухающих спиновых волн во всех возможных фазах ферромагнетика, включая фазы с вырожденным основным состоянием.

§ 11. Затухание спиновых волн в ферритах.

Рассмотрим теперь магнитоупорядоченные кристаллы, которые имеют несколько магнитных подрешеток, а именно ферриты. В последние годы сформировалась новая и перспективная область физики магнетизма, базирующаяся на возможности манипулирования намагниченностью магнетиков с помощью фемтосекундных лазерных импульсов [16]. Эта область получила название фемтомагнетизм [17], в ее рамках получено много интересных результатов. Недавно для ферримагнетиков (конкретно, сплава редкоземельных и переходных металлов $GdFeCo$) было обнаружено сверхбыстрое (за время порядка нескольких пикосекунд) изменение направления намагниченностей подрешеток под действием лазерного импульса с длительностью меньше 100 фемтосекунд [18]. Результат работы [18] оказался неожиданным и достаточно необычным, он характерен только для ферримагнетиков. Установлено, что эффект переориентации не связан с поляризацией света, и обусловлен только предельно коротким (но сильным, с максимальным значением температуры выше точки Кюри) нагревом образца [18] (см. новый подход к этой проблеме, основанный на анализе электронных процессов при лазерном возбуждении металла [19]). Эффект обнаружен как для сплошных пленок, так и для микрочастиц [20] и наночастиц [21], для материалов с точкой компенсации и в отсутствие ее [20]. Микроскопическая причина эффекта

переориентации пока не вполне ясна. Установлено только, что в формировании эффекта существенную роль играет изменение модулей магнитных моментов подрешеток $S_1 = |\mathbf{S}_1|$ и $S_2 = |\mathbf{S}_2|$ [20, 22]. Иными словами, для описания эффекта существенна чисто продольная эволюция магнитных моментов подрешеток. Такая продольная динамика в принципе отсутствует для классического уравнения Ландау - Лифшица [1], так как даже при учете стандартных релаксационных слагаемых типа Ландау - Лифшица - Гильберта [1, 18] эти уравнения сохраняют модуль намагниченности.

Ранее было показано, что продольная эволюция спинов естественным образом возникает при построении общей картины динамики намагниченности ферромагнетиков [9] и антиферромагнетиков [23]. В предложенной модели особую роль играет прямое влияние обменного взаимодействия на эволюцию спинов. Принимая во внимание симметрию обменного взаимодействия, оно не может приводить к изменению полного спина системы. В силу этого обстоятельства, вклад такого взаимодействия в стандартную поперечную спиновую динамику доминирует только в случае, когда стандартная релятивистская релаксация слабая [24]. Предложенная в [9, 23] феноменологическая концепция обменной релаксации оказалась наиболее адекватным инструментом для описания сверхбыстрой динамики спина, и была использована в работе [22] для качественного описания

данных эксперимента. Однако отсутствие развития этого подхода для ферримагнетика сдерживает количественное описание эффектов продольного перемагничивания.

11.1. Квазиравновесный термодинамический потенциал феррита.

Будем исходить из следующего выражения для квазиравновесного термодинамического потенциала двухподрешеточного феррита:

$$F = \int (f_{ex1} + f_{ex2} + f_a) dV, \quad (11.1)$$

которое включает энергию однородного обменного взаимодействия:

$$f_{ex1} = \frac{J_{11}}{4} (\mathbf{S}_1^2 - S_{01}^2)^2 + \frac{J_{22}}{4} (\mathbf{S}_2^2 - S_{02}^2)^2 + J_{12} \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2, \quad (11.2)$$

энергию неоднородного обменного взаимодействия:

$$f_{ex2} = \frac{\alpha_{11}}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\alpha_{22}}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{S}_2}{\partial x_i} \right)^2 \quad (11.3)$$

и энергию анизотропии f_a . Коэффициенты J_{11} и J_{22} определяют интенсивность обменного взаимодействия внутри первой и второй подрешеток, соответственно, J_{12} дает взаимодействие между подрешетками, α_{11} , α_{22} – константы неоднородного обменного взаимодействия. Будем рассматривать ферримагнетик одноосной анизотропии с константами магнитной анизотропии

$K_1 > 0$ и $K_2 > 0$ для подрешеток, легкую ось выберем вдоль оси Oz , тогда плотность энергии анизотропии будет иметь вид:

$$f_a = -\frac{1}{2}K_1 S_{1z}^2 - \frac{1}{2}K_2 S_{2z}^2. \quad (11.4)$$

Фактически, вклад в термодинамический потенциал, обусловленный обменным взаимодействием внутри подрешетки, выписан в виде разложения Ландау, величины S_{01} и S_{02} определяют равновесное значение спина при данной температуре без учета взаимодействия подрешеток. Соотношения между константами, входящими в энергию, даются неравенствами $J_{11}, J_{22}, J_{12} \gg K_1 \sim K_2$.

Зная квазиравновесный термодинамический потенциал, можно найти основное состояние феррита и величины намагниченности феррита в основном состоянии. Они определяются формулами:

$$\begin{aligned} K_1 \langle S_1 \rangle + J_{11} \langle S_1 \rangle X + J_{12} \langle S_2 \rangle &= 0, \\ K_2 \langle S_2 \rangle + J_{22} \langle S_2 \rangle Y + J_{12} \langle S_1 \rangle &= 0, \end{aligned} \quad (11.5)$$

где введены обозначения

$$X \equiv S_{01}^2 - \langle S_1 \rangle^2, \quad Y \equiv S_{02}^2 - \langle S_2 \rangle^2, \quad (11.6)$$

через $\langle S_1 \rangle > 0$ и $\langle S_2 \rangle > 0$, обозначены значения спиновых моментов подрешеток в основном состоянии (поскольку $J_{12} > 0$ спины подрешеток антипараллельны, и средние значения $\langle S_1 \rangle$ и $\langle S_2 \rangle$

направлены «вверх» и «вниз», соответственно). Для определенности будем считать, что $\langle S_1 \rangle > \langle S_2 \rangle$.

11.2. Спиновая динамика и диссипативная функция феррита.

Для описания динамики намагниченности ферромагнетика с учетом процессов релаксации и затухания спиновых волн будем исходить из уравнения Ландау - Лифшица (10.12), в случае двухподрешеточного феррита для спинов подрешеток имеем:

$$\frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial t} = [\mathbf{S}_1, \mathbf{H}_1^{eff}] + \mathbf{R}_1, \quad \frac{\partial \mathbf{S}_2}{\partial t} = [\mathbf{S}_2, \mathbf{H}_2^{eff}] + \mathbf{R}_2, \quad (11.7)$$

где \mathbf{H}_1^{eff} и \mathbf{H}_2^{eff} – эффективные магнитные поля для подрешеток:

$$\mathbf{H}_1^{eff} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{S}_1}, \quad \mathbf{H}_2^{eff} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{S}_2},$$

\mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 – соответствующие диссипативные слагаемые.

Следуя идеям, предложенным в работах [9, 23], диссипативную функцию необходимо строить исходя из выражений (10.17) и (10.18), тогда релаксационные слагаемые будут равны вариации диссипативной функции по соответствующему эффективному полю:

$$\mathbf{R}_1 = \frac{\delta Q}{\delta \mathbf{H}_1^{eff}}, \quad \mathbf{R}_2 = \frac{\delta Q}{\delta \mathbf{H}_2^{eff}}. \quad (11.8)$$

Диссипативную функцию следует строить как квадратичную функцию по эффективным магнитным полям \mathbf{H}_1^{eff} и \mathbf{H}_2^{eff} таким образом, чтобы она была инвариантной относительно преобразований симметрии феррита. Это позволяет представить структуру слагаемых, связанных с тем или иным взаимодействием. Тогда плотность диссипативной функции примет вид:

$$q = q_1^{ex} + q_2^{ex} + q_1^r + q_2^r = \frac{1}{2} (\mathbf{R}_1 \mathbf{H}_1^{eff} + \mathbf{R}_2 \mathbf{H}_2^{eff}). \quad (11.9)$$

Здесь первое слагаемое описывает вклад однородного обменного взаимодействия и равно, с учетом сохранения полного магнитного момента феррита:

$$q_1^{ex} = \frac{1}{2} \Lambda (\mathbf{H}_1^{eff} - \mathbf{H}_2^{eff})^2. \quad (11.10)$$

Это слагаемое отсутствует в случае ферромагнетиков, смысл остальных слагаемых такой же, как для ферромагнетиков. Вклад неоднородного обмена определяет слагаемое

$$q_2^{ex} = \frac{1}{2} (\lambda_1^{ex} (\frac{\partial \mathbf{H}_1^{eff}}{\partial x_i})^2 + \lambda_2^{ex} (\frac{\partial \mathbf{H}_2^{eff}}{\partial x_i})^2), \quad (11.11)$$

для линейной спиновой волны с волновым вектором k оно равно:

$$q_2^{ex} = \frac{1}{2} (\lambda_1^{ex} k^2 (\mathbf{H}_1^{eff})^2 + \lambda_2^{ex} k^2 (\mathbf{H}_2^{eff})^2). \quad (11.12)$$

Слагаемые q_1^r и q_2^r определяются присутствием чисто одноосной и ромбической анизотропии:

$$q_1^r = \frac{1}{2} \Lambda_1^r ((H_{1x}^{eff})^2 + (H_{1y}^{eff})^2) + \frac{1}{2} \Lambda_2^r ((H_{2x}^{eff})^2 + (H_{2y}^{eff})^2), \quad (11.13)$$

$$q_2^r = \frac{1}{2} \Lambda_3^r ((H_{1z}^{eff})^2 + (H_{2z}^{eff})^2). \quad (11.14)$$

Мы ограничились здесь линейными членами по эффективному полю для диссипативной функции. Например, не выписаны инварианты типа $H_{1x}^{eff} H_{2x}^{eff}$, $H_{1z}^{eff} H_{2z}^{eff}$ и т.д. Учет более высоких инвариантов по \mathbf{H}^{eff} качественно не меняет ответов, но значительно «удлиняет» формулы для релятивистских вкладов в затухание. Нашей главной задачей является анализ однородного обменного вклада, уникального для ферримагнетика.

По аналогии с тем, как это было сделано для ферромагнетика, проведем учет законов сохранения и для феррита. Обменная симметрия спиновой динамики означает, что при однородных поворотах намагниченности и вектора антиферромагнетизма феррита его квазиравновесный потенциал не изменяется. С этой симметрией связан закон сохранения полной намагниченности магнетика [23]. Используя уравнения движения (10.12) при условии, что $f_a = 0$ нетрудно убедиться, что дифференциальная форма закона сохранения для феррита в чисто обменном приближении имеет вид:

$$\frac{\partial(\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2)}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{\Pi}_k^{dyn} + \mathbf{\Pi}_k^{dis})}{\partial x_k} = 0, \quad (11.15)$$

где векторы в спиновом и координатном пространствах преобразуются независимо. Динамическая и диссипативная части потока намагниченности равны, соответственно:

$$\mathbf{\Pi}_k^{dyn} = \alpha_{11}[\mathbf{S}_1, \frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial x_k}] + \alpha_{22}[\mathbf{S}_2, \frac{\partial \mathbf{S}_2}{\partial x_k}], \quad (11.16)$$

$$\mathbf{\Pi}_k^{dis} = \lambda_1^{ex} \frac{\partial \mathbf{H}_1^{eff}}{\partial x_k} + \lambda_2^{ex} \frac{\partial \mathbf{H}_2^{eff}}{\partial x_k}. \quad (11.17)$$

Важно подчеркнуть, что единственный вклад в $\mathbf{\Pi}_k^{dis}$ обусловлен неоднородным обменом, и фактически такой же, как и для ферромагнетика. Однородная обменная диссипация с константой Λ , специфическая только для ферримагнетика, не изменяет вида $\mathbf{\Pi}_k^{dis}$.

В случае наличия одноосной анизотропии имеет место только симметрия относительно однородных поворотов вокруг оси анизотропии, и сохраняется только соответствующая проекция полного момента, $S_{1z} + S_{2z}$, при этом дифференциальная форма закона сохранения для феррита имеет вид:

$$\frac{\partial(S_{1z} + S_{2z})}{\partial t} + \frac{\partial(\Pi_{zk}^{dyn} + \Pi_{zk}^{dis})}{\partial x_k} = 0. \quad (11.18)$$

11.3. Спектр спиновых волн двухподрешеточного феррита.

Для расчета спектров и затухания следует исходить из линейризованных уравнений движения магнитного момента (11.7) с учетом диссипативных слагаемых. Будем рассматривать малые отклонения от равновесных значений спиновых моментов подрешеток: $\mathbf{S}_1 = \langle S_1 \rangle \mathbf{e}_z + \mathbf{s}_1$, $\mathbf{S}_2 = -\langle S_2 \rangle \mathbf{e}_z + \mathbf{s}_2$, линейризуя уравнения (11.7) по величинам \mathbf{s}_1 и \mathbf{s}_2 перейдем к компонентам Фурье для этих отклонений $s_i \sim \exp(-i(\omega t - \mathbf{kr}))$. Выпишем сначала уравнения без учета диссипации, удобно расписать сумму и разность уравнений для добавок в компонентах вдоль осей:

$$\begin{aligned} i\omega s_{1x} - (\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1 \rangle s_{1y} + i\omega s_{2x} + (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2 \rangle s_{2y} &= 0, \\ i\omega s_{1y} + (\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1 \rangle s_{1x} + i\omega s_{2y} - (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2 \rangle s_{2x} &= 0, \\ i\omega s_{1z} + i\omega s_{2z} &= 0; \end{aligned} \tag{11.19}$$

$$\begin{aligned} i\omega s_{1x} - ((\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1 \rangle + 2J_{12}\langle S_2 \rangle)s_{1y} - i\omega s_{2x} - \\ - ((\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2 \rangle + 2J_{12}\langle S_1 \rangle)s_{2y} &= 0, \\ i\omega s_{1y} + ((\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1 \rangle + 2J_{12}\langle S_2 \rangle)s_{1x} - i\omega s_{2y} + \\ + ((\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2 \rangle + 2J_{12}\langle S_1 \rangle)s_{2x} &= 0, \\ i\omega s_{1z} - i\omega s_{2z} &= 0; \end{aligned} \tag{11.20}$$

Обратим внимание, что приведенная система шести уравнений распадается на три пары независимых уравнений для величин s_{1z} , s_{2z} ; $s_1[+] = s_{1x} + is_{1y}$, $s_2[+] = s_{2x} + is_{2y}$; $s_1[-] = s_{1x} - is_{1y}$,

$s_2[-] = s_{2x} - is_{2y}$. Первая пара уравнений для величин $s_1[+]$ и $s_2[+]$ имеет вид:

$$\begin{aligned} is_1[+](\omega + (\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1 \rangle) + is_2[+](\omega - (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2 \rangle) &= 0, \\ is_1[+](\omega + (\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1 \rangle + 2J_{12}\langle S_2 \rangle) - & \\ - is_2[+](\omega - (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2 \rangle - 2J_{12}\langle S_1 \rangle) &= 0. \end{aligned} \quad (11.21)$$

Вторая пара уравнений для величин $s_1[-]$ и $s_2[-]$ отличается от пары уравнений (11.21) заменой знака у частоты $\omega \rightarrow -\omega$. Уравнения для пары s_{1z} и s_{2z} остаются такими же, как приведены выше в (11.19) и (11.20).

Это обстоятельство не является случайным, а обусловлено симметрией кристалла. Для одноосного кристалла при повороте вокруг оси симметрии на угол φ величины $s_1[+]$ и $s_2[+]$ преобразуются по закону $s_{1,2}[+] \sim \exp(i\varphi)$, а величины $s_1[-]$ и $s_2[-]$ преобразуются по закону $s_{1,2}[-] \sim \exp(-i\varphi)$, величины s_{1z} и s_{2z} остаются неизменными. Эти же соображения сохраняются и при учете релаксационных слагаемых, так как они строились в соответствии с симметрией кристалла.

Линеаризованная система уравнений описывает четыре типа собственных движений спиновой системы ферромагнетика. Два из них чисто диссипативные и определяют релаксацию z -ой проекций суммарного спина и вектора антиферромагнетизма, а две имеют конечную частоту, они описывают частоты

собственных спиновых волн. Приведем ответы для спектров и затуханий спиновых волн и времен релаксации.

Система уравнений (11.21) при учете диссипации приводит к детерминанту следующего вида:

$$(\omega + \Omega_{ac})(\omega - \Omega_{opt}) + R_+(\omega) = 0, \quad (11.22)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} R_+(\omega) = & -\frac{iJ_{12}}{2\bar{S}_1\bar{S}_2}(2\Lambda(\bar{S}_1 - \bar{S}_2)^2(\omega + \Omega_{ac}) + \\ & + \Lambda_1\bar{S}_2((\bar{S}_1 + \bar{S}_2)\omega - (\bar{S}_1 - \bar{S}_2)\Omega_{ac})) + \\ & + \Lambda_2\bar{S}_1((\bar{S}_1 + \bar{S}_2)\omega + (\bar{S}_1 - \bar{S}_2)\Omega_{ac})), \end{aligned} \quad (11.23)$$

$$\Omega_{ac} = \frac{1}{\langle S_1 \rangle - \langle S_2 \rangle} ((\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1 \rangle^2 + (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2 \rangle^2),$$

$$\Omega_{opt} = \frac{1}{\langle S_1 \rangle - \langle S_2 \rangle} ((\alpha_{11}k^2 + \alpha_{22}k^2 + K_1 + K_2)\langle S_1 \rangle\langle S_2 \rangle + (\langle S_1 \rangle - \langle S_2 \rangle)^2 J_{12}), \quad (11.24)$$

а также:

$$\Lambda_1 = \Lambda_1^r + \lambda_1^{ex}k^2; \Lambda_2 = \Lambda_2^r + \lambda_2^{ex}k^2. \quad (11.25)$$

Легко убедиться, что уравнения для величин $s_1[-]$ и $s_2[-]$ приводят к аналогичным результатам и дают выражение, которое описывает симметричные моды:

$$(\omega - \Omega_{ac})(\omega + \Omega_{opt}) + R_+(-\omega) = 0, \quad (11.26)$$

Из уравнений (11.22) и (11.26) легко найти закон дисперсии для акустической (не имеет активации в обменном приближении при $k \rightarrow 0$) спиновой волны с учетом ее затухания Γ_{ac} :

$$\omega = \pm \Omega_{ac} + i\Gamma_{ac}, \quad (11.27)$$

где

$$\Gamma_{ac} = -\frac{\Omega_{ac}(\Lambda_1 + \Lambda_2)}{\bar{S}_1 - \bar{S}_2}. \quad (11.28)$$

Аналогичным образом можно найти закон дисперсии для оптической спиновой волны с учетом ее затухания Γ_{opt} :

$$\omega = \pm \Omega_{opt} + i\Gamma_{opt}, \quad (11.29)$$

где

$$\Gamma_{opt} = -\frac{\Omega_{opt}}{\bar{S}_1 \bar{S}_2} \Lambda(\bar{S}_1 - \bar{S}_2). \quad (11.30)$$

При рассмотрении системы уравнений для пары величин s_{1z} и s_{2z} , получаемой из (11.19) и (11.20) при учете диссипации можно описать процесс продольной релаксации в ферримагнетике, а именно, описать затухание компоненты $M_z = S_{1z} + S_{2z}$ вектора намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ феррита и компоненты $L_z = S_{1z} - S_{2z}$ вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L} = \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2$.

$$\Gamma_M = \frac{2\langle S_1 \rangle^2 \langle S_2 \rangle^2 J_{11} J_{22} (k^2 (\lambda_1^{ex} + \lambda_2^{ex}) + 2\Lambda_3^r)}{\langle S_1 \rangle^2 J_{11} + \langle S_2 \rangle^2 J_{22}}, \quad (11.31)$$

$$\Gamma_L = 2\Lambda (\langle S_1 \rangle^2 J_{11} + \langle S_2 \rangle^2 J_{22}) + \Lambda \frac{(\langle S_1 \rangle - \langle S_2 \rangle)^2 J_{12}}{\langle S_1 \rangle \langle S_2 \rangle}.$$

Действительные части законов дисперсии колебаний абсолютных значений M_z и L_z равны нулю, то есть их затухание определяется чисто мнимыми собственными частотами и происходит по закону:

$$\begin{aligned} M_z &= \langle S_{1z} \rangle + \langle S_{2z} \rangle + \delta M_z(0) \exp[-t / \tau_M(k)], \\ L_z &= \langle S_{1z} \rangle - \langle S_{2z} \rangle + \delta L(0) \exp[-t / \tau_L(k)], \end{aligned} \quad (11.32)$$

где $\delta L(0)$ и $\delta M(0)$ – начальные отклонения длин векторов антиферромагнетизма \mathbf{L} и суммарного спина \mathbf{M} от их равновесных значений, которые предполагаются малыми, $\tau_L(k) = 1 / i\Gamma_L$ и $\tau_M(k) = 1 / i\Gamma_M$ – времена релаксации величин L_z и M_z соответственно. Отметим, что эти колебания, также как и в случае ферромагнетика, являются абсолютно затухающими.

Феноменологический подход, ферриты: выводы.

Из формул (11.26) - (11.29) следует, что в изотропном приближении, когда:

$$K_1 = K_2 = 0 \text{ и } \Lambda_1^r = \Lambda_2^r = 0,$$

значения частот и затуханий переходят в известные результаты:

$$\Omega \approx \alpha k^2, \quad \Gamma \approx k^4,$$

полученные Блохом [6] и Дайсоном [25], для простого ферромагнетика в рамках микроскопической теории и следующие из последовательной феноменологической теории обменной релаксации, развитой для ферромагнетиков [9]. Вывод об аномально медленной релаксации акустических волн связан с изотропным приближением и проявлением вырожденности основного состояния феррита. Напомним, что в изотропном состоянии энергии всех однородных состояний ферромагнетика с произвольной ориентацией вектора намагниченности, одинаковы. Это и проявляется в поведении времени затухания акустических спиновых волн $\tau \sim 1/k^4 \rightarrow \infty$ при $k \rightarrow 0$.

Как легко убедиться из (11.19) и (11.20), дисперсионное уравнение для двухподрешеточного феррита в бездиссипативном приближении имеет вид:

$$\omega^2 (\omega^2 - \Omega_{ac}^2) (\omega^2 - \Omega_{opt}^2) = 0.$$

Двукратно вырожденная частота $\omega_{1,2} = 0$ соответствует сохраняющимся величинам s_{1z} и s_{2z} в бездиссипативном приближении для одноосного феррита. В то время, как при учете диссипации можно говорить о быстрой релаксации этих компонент, определяющейся выражениями (11.31). Для релаксации полного спина ответ качественно совпадает с результатами для ферромагнетика. Релаксация вектора намагниченности обменно усилена (см. (11.31)), но определяется константой неоднородно-

го обменного взаимодействия. В общем, эти два результата ожидаемы. Общепринято, что для феррита вдали от точки компенсации, низкочастотная динамика не чувствительна к подрешеточной структуре, и такая же, как для ферромагнетика (область точки компенсации, в которой $\langle S_1 \rangle \rightarrow \langle S_2 \rangle$, требует особого рассмотрения [26]).

Оптическая частота определяется обменным интегралом взаимодействия между подрешетками феррита J_{12} . Обратим внимание, что затухание оптической спиновой волны велико и определяется однородной обменной релаксационной константой Λ . Этот результат соответствует результатам микроскопического расчета, в котором для различных моделей всегда получается множитель $(\langle S_1 \rangle - \langle S_2 \rangle)^2$ и температурная зависимость $\Gamma \sim T^4$ [27]. Важно подчеркнуть, что эти особенности имеют место для существенно различных систем, а именно, для железо-иттриевого феррита-граната, в котором две подрешетки образованы атомами железа и имеют существенные обменные взаимодействия [27], и для феррита-граната гадолиния, где обменное взаимодействие между атомами гадолиния пренебрежимо мало [27]. В силу этого можно ожидать, что $\Lambda \sim T^4$, что было бы интересно проверить экспериментально.

Итак, анализ формул для затуханий (11.28), (11.30), (11.31) приводит к выводу, что самый быстрый процесс – релак-

сация вектора антиферромагнетизма, следующий процесс – релаксация оптических спиновых волн, затем следует процесс релаксации вектора намагниченности, и наиболее медленным является процесс релаксации акустических спиновых волн. Наибольший интерес представляют результаты расчета релаксации вектора антиферромагнетизма \mathbf{L} . Из формул (11.31) и (11.32) мы видим, что релаксация длины вектора \mathbf{L} усилена за счет внутри-подрешеточных обменных интегралов J_{11} и J_{22} , и определяется обменной релаксационной константой Λ . Именно этот факт и приводит к эффектам изменения знака намагниченности, которые наблюдались в работах [18, 20]. Система быстро эволюционирует вдоль линии $\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 = const$, попадая при этом в сильно равновесное состояние (см. качественный анализ в работе [22]). Особо важно, что и затухание оптических спиновых волн, и релаксация длины вектора антиферромагнетизма \mathbf{L} определяются одной и той же константой Λ , что позволяет, во-первых, находить эту константу из независимых измерений, во-вторых, использовать известные микроскопические расчеты затухания магнонов для оценки времени релаксации длины вектора антиферромагнетизма \mathbf{L} .

§ 12. Затухание спиновых волн в антиферромагнетиках.

12.1. Общее построение диссипативной функции антиферромагнетика.

Рассмотрим состояние антиферромагнетика (АФМ), близкое к основному. Его можно описать заданием медленно меняющихся с расстоянием вектора намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ и вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L}(\mathbf{r}, t)$. Векторы $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{L}(\mathbf{r}, t)$ связаны с магнитными моментами \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 подрешеток соотношениями

$$\mathbf{M} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) / 2; \mathbf{L} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) / 2. \quad (12.1)$$

Внутренняя энергия F этого квазиравновесного состояния, как известно [5], является функционалом от \mathbf{M}, \mathbf{L} :

$$F = F(\mathbf{M}, \mathbf{L}). \quad (12.2)$$

Изменение со временем F имеет вид:

$$\frac{dF}{dt} = - \int \{ \mathbf{H}_M^{eff} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \mathbf{H}_L^{eff} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \} d^3x. \quad (12.3)$$

Эффективные поля \mathbf{H}_M^{eff} и \mathbf{H}_L^{eff} , входящие в эту формулу, равны:

$$\mathbf{H}_M^{eff} = - \frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}}, \quad \mathbf{H}_L^{eff} = - \frac{\delta F}{\delta \mathbf{L}}. \quad (12.4)$$

Диссипативные процессы приводят к росту энтропии:

$$Q = T \frac{dS}{dt} = \int \{ \mathbf{H}_M^{eff} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \mathbf{H}_L^{eff} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \} d^3 x. \quad (12.5)$$

Из этого выражения видно, что $\partial \mathbf{M} / \partial t$, $\partial \mathbf{L} / \partial t$ можно выбрать в качестве обобщенных потоков, а \mathbf{H}_M^{eff} и \mathbf{H}_L^{eff} – в качестве обобщенных сил термодинамики необратимых процессов [9]. Величины $\partial \mathbf{M} / \partial t$, $\partial \mathbf{L} / \partial t$ удобно объединить в шестимерный вектор потока $x_\alpha = \{ \partial \mathbf{M} / \partial t, \partial \mathbf{L} / \partial t \}$, а величины \mathbf{H}_M^{eff} , \mathbf{H}_L^{eff} в шестимерный вектор обобщенных сил $F_\alpha = \{ \mathbf{H}_M^{eff}, \mathbf{H}_L^{eff} \}$. Индексы, обозначаемые греческими буквами, изменяются от одного до шести, а индексы, обозначаемые латинскими буквами, изменяются от единицы до трех и нумеруют декартовы координатные оси, так что,

$$x_k = \partial \mathbf{M} / \partial t, \quad x_{k+3} = \partial \mathbf{L} / \partial t. \quad (12.6)$$

Уравнения Онсагера для рассматриваемой системы имеют вид:

$$x_\alpha = \gamma_{\alpha\beta} F_\beta. \quad (12.7)$$

Кинетические коэффициенты $\gamma_{\alpha\beta}$ удовлетворяют принципу симметрии кинетических коэффициентов Онсагера:

$$\gamma_{\alpha\beta}(s) = \gamma_{\beta\alpha}(-s), \quad (12.8)$$

где введено обозначение $s_\alpha = \{ \mathbf{M}, \mathbf{L} \}$ или

$$s_k = M_k; \quad s_{k+3} = L_k. \quad (12.9)$$

Представим $\gamma_{\alpha\beta}(s)$ в виде суммы симметричной $\gamma_{\alpha\beta}^S(s)$ и антисимметричной $\gamma_{\alpha\beta}^A(s)$ частей по индексам α, β :

$$\gamma_{\alpha\beta}(s) = \gamma_{\alpha\beta}^S(s) + \gamma_{\alpha\beta}^A(s), \quad (12.10)$$

где $\gamma_{\alpha\beta}^S(s) = (1/2)(\gamma_{\alpha\beta}(s) + \gamma_{\beta\alpha}(s))$, $\gamma_{\alpha\beta}^A(s) = (1/2)(\gamma_{\alpha\beta}(s) - \gamma_{\beta\alpha}(s))$.

Антисимметричная часть тензора (12.10) определяет бездиссипативную динамику АФМ. Так как она достаточно подробно изучена [5], то вопрос о виде $\gamma_{\alpha\beta}^A(s)$ мы здесь рассматривать не будем.

Подставляя (12.10) в (12.7), получим

$$x_\alpha = \gamma_{\alpha\beta}^S(s)F_\beta + \gamma_{\alpha\beta}^A(s)F_\beta \equiv R_\alpha + D_{\text{ун.}}, \quad (12.11)$$

Симметричная по индексам α, β часть тензора (12.10) определяет как релаксационные члены R_α в уравнениях движения (12.7), так и диссипативную функцию системы Q

$$Q = (1/2) \int R_\alpha F_\alpha d^3x = (1/2) \int F_\alpha \gamma_{\alpha\beta}^S F_\beta d^3x. \quad (12.12)$$

Нетрудно видеть, что

$$R_\alpha = \frac{\delta Q}{\delta F_\alpha}. \quad (12.13)$$

Кинетические коэффициенты $\gamma_{\alpha\beta}^S(s)$ удобно разложить в ряд по степеням s . В силу условия (12.8) члены этого разложения будут содержать только слагаемые с четными степенями s_α

$$\gamma_{\alpha\beta}^s(s) = \gamma_{\alpha\beta}^s(0) + (1/2)\gamma_{\alpha\beta,\delta\varepsilon}^s s_\delta s_\varepsilon + \dots, \quad (12.14)$$

Здесь $\gamma_{\alpha\beta,\delta\varepsilon}^s = (\partial^2 \gamma_{\alpha\beta}^s / \partial s_\delta \partial s_\varepsilon) |_{s=0}$.

Такое разложение, строго говоря, имеет смысл в окрестности фазового перехода из парамагнитного в антиферромагнитное состояние, когда величины \mathbf{M} и \mathbf{L} малы. Как это обычно делается в теории магнитоупорядоченных кристаллов, будем считать, что разложение (12.14) справедливо и вдали от окрестности фазового перехода. Коэффициенты разложения в соответствии с соображениями, изложенными в [12], будем считать убывающими по степеням малого параметра $(v/c_0)^2$:

$$[\gamma_{\alpha\beta}^s(s)]^{2n+2} / [\gamma_{\alpha\beta}^s(s)]^{2n} \approx (v/c_0)^2.$$

Здесь $2n$ – показатель степени параметра s в разложении (12.14), v – средняя скорость атомных электронов и c_0 – скорость света.

Число независимых компонент коэффициентов разложения (12.14) определяется симметрией кристалла в парамагнитной фазе. Подставляя разложение (12.14) в выражение (12.12) и пренебрегая старшими членами разложения, получим:

$$Q = (1/2) \int \gamma_{\alpha\beta}^s(0) F_\alpha F_\beta d^3x = \int q d^3x. \quad (12.15)$$

Диссипативная функция Q должна быть, очевидно, инвариантной относительно группы симметрии кристалла в парамагнитной фазе. Это позволяет сформулировать для антиферро-

магнетиков феноменологический метод построения диссипативной функции Q , а по ней – и релаксационного члена R_α .

Для этого необходимо составить инвариантные относительно парамагнитной группы кристалла квадратичные комбинации из F_α . Затем взять их сумму с произвольными коэффициентами. Эти коэффициенты и будут релаксационными постоянными. Ряд коэффициентов в разложении диссипативной функции (12.15) следует положить равными нулю в соответствии с законом сохранения компонент (или компоненты) магнитного момента.

12.2. Диссипативная функция одноосного антиферромагнетика.

Поясним развитые в предыдущем разделе общие соображения на простейшем примере одноосного антиферромагнетика. Рассмотрим, прежде всего, часть диссипативной функции, обусловленную обменными взаимодействиями. В этом приближении необходимо отобрать такие инварианты полей \mathbf{H}_M^{eff} и \mathbf{H}_L^{eff} , которые не изменяются при однородных поворотах в пространстве векторов \mathbf{M}, \mathbf{L} .

Очевидно, что плотность диссипативной функции q в обменном приближении имеет вид:

$$q_{ex} = (1/2)[\lambda_{11}^{ex}(\mathbf{H}_M^{eff})^2 + \Lambda(\mathbf{H}_L^{eff})^2 + \lambda^{ex}(\partial\mathbf{H}_M^{eff}/\partial x_i)^2]. \quad (12.16)$$

Написание первых двух слагаемых в правой части (12.16) очевидно. Третье слагаемое хотя и остается инвариантным при однородных поворотах в спиновом пространстве, но оно значительно меньше первого слагаемого в правой части (12.16) в силу малых градиентов \mathbf{M}, \mathbf{L} . Тем не менее, это слагаемое является необходимым слагаемым в выражении для обменной части диссипативной функции. Наконец, отметим, что коэффициенты $\Lambda, \lambda_{11}^{ex}, \lambda^{ex}$ положительные, так как $q > 0$.

Повторяя те же соображения, которые мы использовали при рассмотрении ферромагнетика и феррита, убеждаемся, что релаксационная константа $\lambda_{11}^{ex} = 0$ в силу закона сохранения полного магнитного момента в обменном приближении. Таким образом, диссипативная функция антиферромагнетика в обменном приближении равна:

$$q_{ex} = (1/2)[\Lambda(\mathbf{H}_L^{eff})^2 + \lambda^{ex}(\partial\mathbf{H}_M^{eff}/\partial x_i)^2]. \quad (12.17)$$

Отметим, что обменный коэффициент Λ , в соответствии с результатами главы 1, по порядку величины, равен:

$$\Lambda \approx J(J/\mu_B M_0) f_e(T/J).$$

Здесь J – обменный интеграл в энергетических единицах, μ_B – магнетон Бора, безразмерная функция температуры $f_e(T/J)$ порядка единицы при $T \approx J/3$ и значительно меньше единицы при $T \ll J$. Релаксационная постоянная λ^{ex} по порядку величины

равна: $\lambda^{ex} \cong \Lambda(a/l)^2$. Здесь a – постоянная решетки и l – характерные размеры неоднородностей намагниченности и вектора антиферромагнетизма.

Обратимся теперь к построению той части диссипативной функции, которая обусловлена релятивистскими взаимодействиями. Поля $F_\alpha = \{\mathbf{H}_M^{eff}, \mathbf{H}_L^{eff}\}$ под действием элементов симметрии кристалла преобразуются так же, как $s_\alpha = \{\mathbf{M}, \mathbf{L}\}$, в силу определений полей (12.4) и инвариантности внутренней энергии. Очевидно, что в качестве релятивистских инвариантов следует взять:

$$\mathbf{H}_{M,\perp}^{eff} \mathbf{H}_{M,\perp}^{eff}; H_{M,z}^{eff} H_{M,z}^{eff}; \mathbf{H}_{L,\perp}^{eff} \mathbf{H}_{L,\perp}^{eff}; H_{L,z}^{eff} H_{L,z}^{eff}, \quad (12.18)$$

где $\mathbf{H}_\perp = H_x \mathbf{e}_x + H_y \mathbf{e}_y$ и $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – единичные орты вдоль координатных осей.

Плотность релятивистской части диссипативной функции q в нулевом приближении имеет вид:

$$q_r = (1/2)[\lambda_{M,\perp}^{eff} (\mathbf{H}_{M,\perp}^{eff})^2 + \lambda_{M,z}^{eff} (H_{M,z}^{eff})^2 + \lambda_{L,\perp}^{eff} (\mathbf{H}_{L,\perp}^{eff})^2 + \lambda_{L,z}^{eff} (H_{L,z}^{eff})^2]. \quad (12.19)$$

Из закона сохранения полной величины намагничения вдоль оси симметрии (оси z) следует равенство нулю релаксационной постоянной $\lambda_{M,z}$. Окончательное выражение для релятивистской части диссипативной функции равно:

$$q_r = (1/2)[\lambda_{M,\perp}^{eff} (\mathbf{H}_{M,\perp}^{eff})^2 + \lambda_{L,\perp}^{eff} (\mathbf{H}_{L,\perp}^{eff})^2 + \lambda_{L,z}^{eff} (H_{L,z}^{eff})^2]. \quad (12.20)$$

По определению диссипативной функции, она должна быть положительно определенной. Отсюда вытекают следующие условия на релаксационные константы $\lambda_{M,\perp} > 0$, $\lambda_{L,\perp} > 0$, $\lambda_{L,z} > 0$. По порядку величины релятивистские релаксационные константы равны $\lambda \propto \gamma M_0 K^2 f_r(T/J)$ (см. главу 1). Безразмерная функция температуры $f_r(T/J)$ порядка единицы при $T \approx J/3$ и значительно меньше единицы при $T \ll J$.

Выражение для полной плотности диссипативной функции q_{tot} представляет собой сумму q_{ex} и q_r , однако, учитывая, что $\Lambda \gg \lambda_{L,\perp}$, $\lambda_{L,z}$, q_{tot} можно представить в виде:

$$q_{tot} = (1/2)[\Lambda(\mathbf{H}_L^{eff})^2 + \lambda^{ex}(\partial\mathbf{H}_M^{eff}/\partial x_i)^2 + \lambda_{M,\perp}(\mathbf{H}_{M,\perp}^{eff})^2]. \quad (12.21)$$

Этой формулой мы и будем пользоваться в расчетах по затуханию спиновых волн

Отметим, что формулы (12.18) - (12.21) не описывают анизотропии в базисной плоскости (плоскости (x, y)). В этом приближении (нулевая степень разложения по параметру s_α) плотность диссипативной функции остается неизменной при произвольном однородном повороте вокруг оси симметрии z . Другими словами, выражение (12.21) для q_{tot} соответствует модели одноосного кристалла.

Приведем выражение для плотности энергии АФМ [9]:

$$f = \frac{1}{4\chi_{\parallel}M_0^2} \left\{ ((\mathbf{M} + \mathbf{L})^2 - M_0^2)^2 + ((\mathbf{M} - \mathbf{L})^2 - M_0^2)^2 \right\} + \frac{1}{\chi_{\perp}} (\mathbf{M} + \mathbf{L}) + \alpha \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{2} K L_z^2. \quad (12.22)$$

Здесь M_0 – равновесная величина намагниченности подрешетки АФМ, α – константа неоднородного обменного взаимодействия, K – константа магнитной анизотропии и χ_{\perp} , χ_{\parallel} – поперечная и продольная компоненты магнитной восприимчивости по отношению к оси симметрии.

Уравнения движения для векторов \mathbf{M} , \mathbf{L} имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} &= \frac{\gamma}{2} [\mathbf{M}, \mathbf{H}_M^{eff}] + \frac{\gamma}{2} [\mathbf{L}, \mathbf{H}_L^{eff}] + \mathbf{R}_M, \\ \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} &= \frac{\gamma}{2} [\mathbf{M}, \mathbf{H}_L^{eff}] + \frac{\gamma}{2} [\mathbf{L}, \mathbf{H}_M^{eff}] + \mathbf{R}_L, \end{aligned} \quad (12.23)$$

где \mathbf{R}_M и \mathbf{R}_L , – релаксационные слагаемые, которые равны:

$$\mathbf{R}_M = \lambda_{M,\perp} \mathbf{H}_{M,\perp}^{eff} - \lambda^{ex} \frac{\partial^2 \mathbf{H}_M^{eff}}{\partial x_i^2}, \quad \mathbf{R}_L = \Lambda \mathbf{H}_L^{eff} \quad (12.24)$$

Наконец, эффективные поля определяются формулами:

$$\mathbf{H}_M^{eff} = \left[\frac{2(M^2 + L^2 - M_0^2)}{\chi_{\parallel}M_0^2} + \frac{2}{\chi_{\perp}} \right] \mathbf{M} + \frac{4}{\chi_{\parallel}M_0^2} (\mathbf{M}, \mathbf{L}) \mathbf{L}, \quad (12.25)$$

$$\mathbf{H}_L^{eff} = \left[\frac{2(M^2 + L^2 - M_0^2)}{\chi_{\parallel} M_0^2} + \frac{2}{\chi_{\perp}} \right] \mathbf{L} + \frac{4}{\chi_{\parallel} M_0^2} (\mathbf{M}, \mathbf{L}) \mathbf{L} - \alpha \Delta \mathbf{L} - K L_z \mathbf{e}_z, \quad (12.26)$$

Общим свойством уравнений (12.23) является закон сохранения вектора полного магнитного момента тела в обменном приближении ($K = 0$)

$$\mathbf{M}_{tot} = \int \mathbf{M}(x, t) d^3 x = const, \quad (12.27)$$

и закон сохранения полной величины компоненты намагничивания вдоль оси симметрии (оси z) для случая одноосного кристалла:

$$M_z = \int M_z(x, t) d^3 x = const. \quad (12.28)$$

Как известно, сохранению аддитивной величины соответствуют уравнение непрерывности для плотности этой величины. По этой причине первое из уравнений (12.23) в обменном приближении должно иметь вид (10.23), а в приближении одноосного кристалла вид (10.31).

Тензор Π_{ik} состоит из двух частей: динамической и диссипативной. Динамическая часть соответствует первым двум слагаемым в первом из уравнений (12.23), диссипативная – релаксационному члену \mathbf{R}_M . В рассматриваемом случае во обменном приближении будем иметь:

$$\Pi_{ik} = \frac{\gamma}{2} \left[\mathbf{L}, \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_k} \right]_i + \lambda^e \frac{\partial \mathbf{H}_{M,i}}{\partial x_k}, \quad (12.29)$$

а в случае одноосной анизотропии:

$$\Pi_{zk} = \frac{\gamma}{2} [\mathbf{L}, \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_k}]_z + \lambda^e \frac{\partial \mathbf{H}_{M,z}}{\partial x_k}. \quad (12.30)$$

Отметим еще одно обстоятельство, связанное с интегралами уравнений движения в бездиссипативном приближении ($\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_L = 0$). Эти уравнения имеют два локальных интеграла движения: $\mathbf{M}^2 + \mathbf{L}^2 = C_1(x)$, $\mathbf{M}\mathbf{L} = C_2(x)$. Обычно оба эти интеграла считают не локальными, а глобальными интегралами, т. е. не зависящими от координаты x , и полагают их равными своим равновесным значениям: $C_1(x) = M_0^2$, $C_2(x) = 0$. Такая процедура эквивалентна предположению о равенстве между собой и неизменности величин магнитных моментов подрешеток $M_1^2 = M_2^2 = M_0^2$ не только в состоянии равновесия, но и в динамике. Интегралы движения $C_1(x)$ и $C_2(x)$, как можно убедиться, разрушаются при учете диссипативных членов. Их релаксация к равновесным значениям определяется наибольшей из релаксационных постоянных, а именно Λ .

12.3. Затухание спиновых волн в одноосных антиферромагнетиках с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость».

Рассмотрим антиферромагнетик с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость» ($K > 0$), а внешнее магнитное поле приложим в базисной плоскости вдоль оси x . В основном состоянии эффективные магнитные поля $\mathbf{H}_M^{eff} = 0, \mathbf{H}_L^{eff} = 0$. Это условие является условием определения равновесных значений векторов \mathbf{M}, \mathbf{L} .

Ясно, что в основном состоянии величины \mathbf{M}, \mathbf{L} однородны. Намагниченность \mathbf{M} ориентирована вдоль магнитного поля (вдоль оси x), а вектор антиферромагнетизма \mathbf{L} перпендикулярен магнитному полю:

$$\mathbf{M}_0 = (m_0, 0, 0), \quad \mathbf{L}_0 = (0, l_0, 0). \quad (12.31)$$

Уравнения для их определения имеют вид:

$$\begin{aligned} H_{M,x}^{eff} &= \left[\frac{2(m_0^2 + l_0^2 - M_0^2)}{\chi_{\parallel} M_0^2} + \frac{2}{\chi_{\perp}} \right] m_0 - H = 0, \\ H_{L,y}^{eff} &= \left[\frac{2(m_0^2 + l_0^2 - M_0^2)}{\chi_{\parallel} M_0^2} - \frac{2}{\chi_{\perp}} \right] l_0 = 0. \end{aligned} \quad (12.32)$$

Из уравнений (12.32) легко получить:

$$m_0 = \frac{\chi_{\perp} H}{4}, \quad l_0^2 = M_0^2 + \frac{\chi_{\parallel}}{\chi_{\perp}} M_0^2 - \frac{(\chi_{\perp} H)^2}{16}. \quad (12.33)$$

Перейдем теперь к расчету частот и затухания спиновых волн и векторов \mathbf{M}, \mathbf{L} . Для ясности и простоты изложения огра-

нимся случаем отсутствия внешнего магнитного поля $H = 0$. В этом случае система уравнений для вектора намагниченности и вектора антиферромагнетизма имеет вид:

$$i\omega\mathbf{M} + \frac{\gamma}{2}[\mathbf{L}_0, \mathbf{H}_L^{eff}] + \mathbf{R}_m = 0, \quad (12.34)$$

$$i\omega\mathbf{L} + \frac{\gamma}{2}[\mathbf{L}_0, \mathbf{H}_M^{eff}] + \mathbf{R}_l = 0.$$

При написании этих уравнений мы учли, что при $H = 0$, намагниченность в основном состоянии равна нулю (см. (12.33)) и поэтому векторные произведения $\frac{\gamma}{2}[\mathbf{M}, \mathbf{H}_M^{eff}]$, $\frac{\gamma}{2}[\mathbf{M}, \mathbf{H}_L^{eff}]$ являются величинами второго порядка малости и должны быть опущены при рассмотрении спиновых волн.

Зная уравнения движения для \mathbf{M}, \mathbf{L} , квазиравновесную энергию (12.22) и диссипативную функцию антиферромагнетика (12.21), нетрудно рассчитать частоты и затухание спиновых волн. Подставляя в (12.34) выражения (12.24) и (12.25) с учетом (12.33) получим систему линеаризованных уравнений для компонент векторов $\mathbf{M} = (m_x, m_y, m_z)$ и $\mathbf{L} = (l_x, l_y, l_z)$:

$$(4\delta(\lambda^r + \lambda^{ex}k^2) + i\omega)m_x + \gamma M_0(\alpha k^2 + K)l_z = 0, \quad (12.35,а)$$

$$(i\omega + 4(\lambda^r + \lambda^{ex}k^2)(1/\chi_{\parallel} + 2\delta))m_y = 0, \quad (12.35,б)$$

$$(4\delta\lambda^{ex}k^2 + i\omega)m_z - \gamma M_0\alpha k^2 l_x = 0, \quad (12.35,в)$$

$$2\gamma M_0 \delta m_z + (2\alpha k^2 \Lambda + i\omega) l_x = 0, \quad (12.35, \Gamma)$$

$$(i\omega + 2\Lambda(\alpha k^2 + 2\delta + 2/\chi_{\parallel})) l_y = 0, \quad (12.35, \Delta)$$

$$-2\gamma M_0 \delta m_x + (2(\alpha k^2 + K)\Lambda + i\omega) l_z = 0, \quad (12.35, \epsilon)$$

где введены обозначения $\lambda^r \equiv \lambda_{M, \perp}$, $\delta \equiv 1/\chi_{\perp}$.

Из системы преждевсего легко найти собственную частоту затухания компоненты вектора намагниченности m_y :

$$\omega_2 = 4i(\lambda^r + \lambda^{ex} k^2)(1/\chi_{\parallel} + 2\delta). \quad (12.36)$$

Видно, что релаксация компоненты m_y имеет как релятивистский, так и обменный характер, однако она существенно обменно ускорена при малых восприимчивостях χ_{\parallel} и χ_{\perp} .

Аналогичная ситуация имеет место с компонентой l_y :

$$\omega_5 = 2i\Lambda(\alpha k^2 + 2\delta + 2/\chi_{\parallel}). \quad (12.37)$$

Из (12.37) видно, что релаксация компоненты l_y имеет сугубо обменный характер и также усилена за счет малых восприимчивостей χ_{\parallel} и χ_{\perp} . Отметим, что частоты (12.36) и (12.37) являются чисто мнимыми, то есть эти колебания являются абсолютно затухающими.

Спектры спиновых волн антиферромагнетика с учетом затухания легко получить из уравнений (12.35,а) и (12.35,е), а также (12.35,в) и (12.35,г):

$$\omega_{1,6} = i(2\delta(\lambda^r + \lambda^{ex}k^2) + (\alpha k^2 + K)\Lambda) \pm \sqrt{\Omega_1^2 + 8\delta(\alpha k^2 + K)(\lambda^r + \lambda^{ex}k^2)\Lambda - (2\delta(\lambda^r + \lambda^{ex}k^2) + (\alpha k^2 + K)\Lambda)^2} \quad (12.38)$$

$$\omega_{3,4} = i(2\delta\lambda^{ex}k^2 + \alpha k^2\Lambda) \pm \sqrt{\Omega_2^2 - (\alpha k^2 - 2\delta\lambda^{ex}k^2)\delta}, \quad (12.39)$$

где $\Omega_1^2 = \gamma^2 M_0^2 \delta(\alpha k^2 + K)$, $\Omega_2^2 = \gamma^2 M_0^2 \delta \alpha k^2$.

Выражение (12.38) показывает, что релаксация высокочастотной ветви спиновых волн определяется обменной релаксационной константой Λ , а ее релятивистская часть, также усилена за счет обменного взаимодействия δ . Скорость релаксации низкочастотной ветви спиновых волн (12.39) значительно меньше скорости релаксации высокочастотной ветви спиновых волн. Особенностью коэффициента затухания низкочастотных спиновых волн является обращение этого коэффициента в нуль пропорционально квадрату волнового вектора k^2 .

Таким образом, исходя из (12.36) - (12.39), можно представить следующую картину релаксации в антиферромагнетике с анизотропией «легкая плоскость»: наиболее быстрым процессом релаксации является релаксация вектора антиферромагнетизма; вторым по скорости является процесс релаксации высокочастотных спиновых волн; затем идет процесс релаксации

компоненты намагниченности m_y ; наиболее медленным является процесс релаксации низкочастотных спиновых волн.

§ 13. Диссипативная функция парамагнетика.

Выше были изложены методы построения диссипативной функции для магнитоупорядоченных систем – ферромагнетиков и ферритов. Этот метод построения диссипативной функции был распространен также на антиферромагнитные кристаллы [23] и парамагнетики. Приведем здесь результаты, для случая парамагнетика [10].

Будем рассматривать одноосный парамагнетик во внешнем магнитном поле. Квазиравновесный термодинамический потенциал F парамагнетика с одноосной анизотропией имеет вид:

$$F = \int \left(\frac{1}{2\chi} \mathbf{M}^2 - \frac{1}{2} K M_z^2 - \mathbf{M}\mathbf{H}_0 \right) dV. \quad (13.1)$$

Здесь \mathbf{M} – намагниченность парамагнетика, χ – его магнитная восприимчивость, K – константа анизотропии, \mathbf{H}_0 – внешнее магнитное поле.

Диссипативную функцию для парамагнетика с одноосной анизотропией, исходя из соображений представленных выше, можно записать в виде [10]:

$$q = \frac{1}{2} \lambda_{11} \left((H_x^{eff})^2 + (H_y^{eff})^2 \right) + \frac{1}{2} \lambda_{33} (H_z^{eff})^2, \quad (13.2)$$

где λ_{11} , λ_{33} – релаксационные постоянные для парамагнетика, \mathbf{H}^{eff} – эффективное магнитное поле, равное:

$$\mathbf{H}^{eff} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = \mathbf{H}_0 + K M_z \mathbf{e}_z - \frac{1}{\chi} \mathbf{M}. \quad (13.3)$$

При написании диссипативной функции для парамагнетика необходимо учитывать, что $\mathbf{M} \approx \chi \mathbf{H}_0$, и отбрасывать все слагаемые второго порядка по малой парамагнитной восприимчивости χ .

Соответствующее релаксационное слагаемое в уравнении движения намагниченности равно [10]:

$$\mathbf{R} = \lambda_{11} (H_x^{eff} \mathbf{e}_x + H_y^{eff} \mathbf{e}_y) + \lambda_{33} H_z^{eff} \mathbf{e}_z. \quad (13.4)$$

Если к парамагнетику приложено внешнее магнитное поле \mathbf{H}_0 , то основным состоянием для него является состояние с отличной от нуля намагниченностью \mathbf{M} . В этом случае уравнение движения намагниченности состоит из динамической и релаксационной частей:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma [\mathbf{M}, \mathbf{H}^{eff}] + \lambda_{11} (H_x^{eff} \mathbf{e}_x + H_y^{eff} \mathbf{e}_y) + \lambda_{33} H_z^{eff} \mathbf{e}_z. \quad (13.5)$$

В основном состоянии $\mathbf{H}^{eff} = 0$. Отсюда для равновесного значения намагниченности следует:

$$\mathbf{M}(1 - \chi K) = \chi \mathbf{H}_0. \quad (13.6)$$

Используя формулы (13.3), (13.6) легко представить уравнение движения намагниченности (13.5) в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\chi [\mathbf{M}, \mathbf{H}^{eff}] - \frac{1}{T_1} (M_z - M_0) \mathbf{e}_z - \frac{1}{T_2} (M_x \mathbf{e}_x + M_y \mathbf{e}_y), \quad (13.7)$$

где $T_1 = \chi / \lambda_{33} (1 - \chi K)$, $T_2 = \chi / \lambda_{11}$

Рассмотрим теперь парамагнетик в отсутствии внешнего магнитного поля. Как хорошо известно, в этом случае намагниченность парамагнетика отсутствует. Это означает, что если в результате флуктуаций локально в теле возникнет намагниченность, то она будет релаксировать к своему нулевому значению. В этом случае релаксация флуктуаций описывается с помощью уравнения Онсагера. При этом за обобщенные потоки будем рассматривать производные от компонент намагниченности по времени, а в качестве обобщенных сил возьмем компоненты эффективного магнитного поля:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \lambda_{ik} H_k^{eff}, \quad (13.8)$$

здесь λ_{ik} – кинетические коэффициенты. Очевидно, что релаксационному слагаемому в этом уравнении соответствует релятивистская часть диссипативной функции (13.2). Мы опять приходим к уравнению (13.7), но уже без динамической части и с $M_0 = 0$.

Из полученных результатов следует, что изложенный в обзоре метод построения диссипативной функции в случае парамагнетиков приводит к релаксационному слагаемому в форме Блоха [6]. В случае парамагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля использование предложенной диссипативной функции приводит к общепринятому для этого случая уравнению Онсагера.

Отметим также, что изложенные в настоящей работе идеи, были ранее использованы в гидродинамическом приближении для описания релаксации коллективных колебаний в неупорядоченных и неколлинеарных магнетиках [28]. Это свидетельствует о том, что предложенный подход является общим, и позволяет с одинаковым успехом описывать релаксационные процессы как в магнитоупорядоченных кристаллах, так и в неупорядоченных магнитных средах.

ГЛАВА IV ЭВОЛЮЦИЯ СУЩЕСТВЕННО НЕРАВНО- ВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ МАГНЕТИКОВ.

§ 14. Существенно неравновесные состояния магнетиков.

Процессы релаксации намагниченности играют важную роль в физике магнитоупорядоченных кристаллов. Известны два основных подхода к изучению этой проблемы: микроскопический и феноменологический. Преимущество микроскопического подхода состоит в том, что он дает возможность найти зависимости релаксационных характеристик (декремента затухания магнонов, подвижности солитонов и т.д.) от температуры и параметров магнетика. Однако при применении к существенно нелинейным явлениям микроскопический подход оказывается достаточно сложным и фактически может использоваться только при изучении простых солитонов типа доменных стенок (кинков), да и то в простейших моделях, см. [1, 2]. Альтернативным является феноменологический подход, основные идеи которого были детально изложены в главе 3. В рамках феноменологического (макроскопического) подхода, процессы диссипации энергии учитываются путем введения в динамические уравнения движения для намагниченности (уравнения Ландау - Лифшица) дополнительных релаксационных слагаемых. Естест-

венно, успешность применения такого подхода зависит от адекватности выбора вида этих слагаемых.

В главе 3 было показано, что использование соотношений Онзагера и учет симметрии взаимодействий в магнетике позволяют практически однозначно определить структуру релаксационных слагаемых различной природы. В частности, для наиболее интересного случая обменного релаксационного члена в ферромагнетике его вид полностью диктуется динамической симметрией, и неопределенным остается только значение обменной релаксационной постоянной (или нескольких таких постоянных для магнетика с несколькими подрешетками). Значения этих постоянных могут быть получены из сравнения физических величин, найденных в рамках макроскопического подхода, с данными микроскопического расчета. В результате можно использовать уравнения последовательной феноменологической теории с известными значениями констант для описания релаксации нелинейных возмущений. Обсудим примеры применения этого подхода для объяснения некоторых задач физики магнетизма, имеющих наибольший интерес.

Основным свойством последовательных феноменологических уравнений для намагниченности \mathbf{M} является то, что модуль намагниченности $M = |\mathbf{M}|$ в данной точке не сохраняется, $dM/dt \neq 0$. Анализ проблемы с учетом немалого изменения модуля \mathbf{M} в последние годы весьма востребован в связи с форми-

рованием новой и перспективной области физики, которая получила название фемтомагнетизм [3]. Эта область физики базируется на возможности манипулирования намагниченностью магнетиков с помощью фемтосекундных лазерных импульсов, см. обзор [4], и в ее рамках получено много важных и интересных результатов.

Первые эксперименты в этой области проводились с применением полностью оптической схемы, в которой импульсы лазера использовались как для возбуждения системы (накачки), так и для наблюдения динамических процессов в магнетике [5]. Упрощенное представление этой стандартной схемы «накачка – зондирование» (pump-probe) представлено на рис. 14.1.

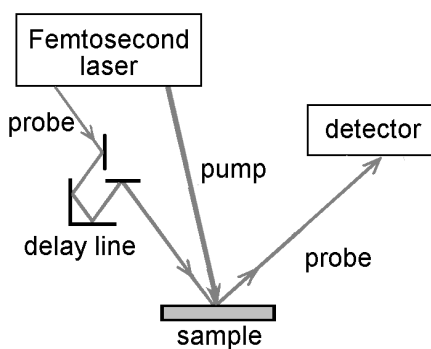


Рис. 14.1. Упрощенное представление схемы «накачка – зондирование», использованной во многих работах, начиная с [4], см. подробнее в тексте.

В качестве источника импульсов обычно применялся титан-сапфировый лазер (Ti:sapphire laser) с шириной импульса от 50 до 150 фс. Импульсы лазера расщеплялись на импульс накачки и гораздо менее интенсивный зондирующий импульс, который подавался на образец с заданной задержкой по отношению к импульсу накачки. Время задержки могло варьироваться. Поляризация импульсов накачки могла быть линейной или круговой; пробные импульсы, как правило, были линейно поляризованными. Меняя величину задержки, можно получить информацию о магнитном состоянии образца в заданный момент времени. В большинстве экспериментов применялась стробоскопическая методика, так что исследовалась картина, усредненная за время действия многих импульсов. Более подробное описание деталей эксперимента может быть найдено в оригинальных работах, цитированных в данном обзоре.

В последние годы интенсивно развиваются принципиально новые пути исследований возбуждений, основанные на регистрации магнитного состояния образца с помощью магнитного кругового дихроизма в рентгеновском диапазоне. Этот метод привлекателен тем, что в нем имеется возможность независимо исследовать магнитное состояние различных элементов в сплавах [6]. Хотя в текущей литературе появляется все больше работ, выполненных с использованием рентгеновского синхро-

тронного излучения, обсуждение деталей применения этих уникальных методов выходит за рамки настоящей работы.

В первых экспериментах на простых ферромагнитных металлах наблюдалось быстрое (за время короче пикосекунды) и сильное (более чем в два раза) уменьшение намагниченности никеля после воздействия на образец импульса с длительностью порядка ста фемтосекунд и последующая релаксация намагниченности с характерным временем порядка пикосекунд [5]. Начальное падение намагниченности объяснялось либо предельно быстрым нагревом образца выше точки Кюри, см. обзор [4], либо спин-зависимым сверхдиффузионным переносом электронов при лазерном возбуждении металла [7].

После выхода статьи [5], работы в этом направлении продолжались для различных материалов, и были обнаружены неожиданные и достаточно необычные эффекты. Для ферримагнитного сплава редкоземельных и переходных металлов $GdFeCo$ действие фемтосекундного импульса на первом этапе так же, как и для никеля, приводило к редукции спина (здесь – намагниченностей обеих подрешеток), однако последующая эволюция оказалось принципиально иной. Вместо простой релаксации к начальному значению, примерно за такое же время (порядка нескольких пикосекунд) обе намагниченности изменяли знак, то есть наблюдалось «переключение» суммарного магнитного момента [6]. В процессе этой пикосекундной эволюции возникало

заведомо невыгодное состояние с параллельными моментами подрешеток. Такой эффект переключения намагниченности является пороговым и имеет место при достаточно сильном импульсе. Он был обнаружен как для сплошных пленок, так и для микрочастиц [8] и наночастиц [9]; как для ферримагнетиков с точкой компенсации, так и в ее отсутствии [8]. Найдена также возможность «выборочного» переключения: за счет магнитного дихроизма поглощенная энергия циркулярно-поляризованного импульса зависит от направления магнитного момента частицы, и для системы частиц импульс данной поляризации переключает только моменты частиц, находящиеся в данном состоянии [10].

Обнаруженные явления могут быть использованы для решения важных научно-технических проблем: увеличения скорости записи и считывания информации в магнитных системах памяти, а также обработки информации. Использование нелинейных режимов спиновой динамики, включающей эволюцию модуля M (продольную эволюцию намагниченности), делает возможным создание магнитной памяти с чисто оптическим управлением и пикосекундной скоростью записи.

Что касается теоретического описания подобных эффектов, то в первые десять лет после эксперимента [4] считалось, что достаточно исследовать изменение температуры спиновой системы. При этом основное внимание уделялось указанному

выше резкому уменьшению намагниченности, которое происходило в течение действия импульса (фактически, за 100 фс.) Вскоре стало ясно, что описание этой стадии (фемтосекундной стадии) за счет чисто тепловых эффектов встречает трудности, и начали развиваться различные микроскопические подходы. По существу, термин «фемтомагнетизм» возник как название раздела физики, изучающего указанную фемтосекундную стадию процесса.

В течение времени действия импульса, сравнимого с характерным временем обменного взаимодействия, применение феноменологической теории, базирующейся на замкнутом уравнении для намагниченности скорее всего не адекватно. Однако вне интервала времени действия импульса, то есть на временах, больше, чем 1 пс, можно пользоваться понятием намагниченности и рассматривать ее эволюцию в рамках феноменологической теории. При этом сильно неравновесное состояние, созданное импульсом, играет роль начального условия для уравнения динамики намагниченности. При этом механизм начального уменьшения $M = |\mathbf{M}|$, созданного фемтосекундным импульсом, не столь важен.

Подчеркнем, что речь идет о нелинейных режимах спиновой динамики, включающих эволюцию модуля \mathbf{M} (продольную эволюцию намагниченности). Таким образом, в современных экспериментах реализованы такие режимы спиновой дина-

мики, которые трудно было представить во времена формулировки основных уравнений феноменологической теории. Нам представляется, что для теоретического описания этой важной задачи применение обобщенной феноменологической теории не имеет альтернативы. Уже в первых теоретических исследованиях на основе уравнений, последовательно учитывающих эволюцию модуля \mathbf{M} , были получены интересные результаты, см. [11, 12]. В рамках обобщенной феноменологической теории типа [18 - 22], примененной для описания эволюции намагниченностей подрешеток феррита [11], было предложено теоретическое описание эффекта переключения спинов подрешеток. Было установлено, что в формировании этого эффекта существенную роль играет изменение модулей спинов подрешеток $S_1 = |\mathbf{S}_1|$ и $S_2 = |\mathbf{S}_2|$ [5, 11] (продольная эволюция спинов). Принципиальным моментом такого описания является то, что обменное взаимодействие сохраняет полный спин системы (сумму $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$), но не препятствует изменению вектора $\mathbf{L} = \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2$. Получилось, что продольная эволюция спинов, будучи по сути релаксационной, может быть достаточно необычной за счет различия времен релаксации для разных величин. Такое различие, как подчеркивалось в главе 3, есть неотъемлемое свойство последовательной феноменологической теории, учитывающей ие-

рархию взаимодействий в магнетиках. Обсуждение полученных результатов приведено в первой части данной главы.

Среди большого разнообразия нелинейных проблем в физике магнетизма весьма важной является проблема релаксации движущихся нелинейных возбуждений – топологических солитонов. К ним относятся доменные стенки (ДС), магнитные вихри и другие состояния, стабильных в статическом случае, см. [13, 14, 15]. При их описании возникает серьезная математическая проблема, связанная с тем, что при использовании последовательных феноменологических уравнений для намагниченности ферромагнетика \mathbf{M} модуль намагниченности $M = |\mathbf{M}|$ в данной точке не сохраняется, $\partial M / \partial t \neq 0$. Это означает, что уравнение для нормированной намагниченности \mathbf{m} , которое характерно для диссипативных слагаемых в форме Ландау-Лифшица или Гильберта, перестает быть замкнутым. Уравнения содержат не только перпендикулярную, но и коллинеарную вектору \mathbf{m} составляющую эффективного поля \mathbf{H} . Эта коллинеарная составляющая не может быть определена из бездиссипативного уравнения движения и должна находиться независимо. По существу, принципиальное упрощение задачи, связанное с переходом от уравнения для вектора \mathbf{M} к уравнению для вектора \mathbf{m} , на применении которого базируется построение солитонных решений, здесь не применимо.

Анализ полного уравнения для вектора \mathbf{M} является значительно более сложным, чем исследование динамики для единичного вектора \mathbf{m} . Это проще всего объяснить на примере однородных немалых колебаний. Без учета диссипации уравнения для \mathbf{m} представляют собой гамильтонову интегрируемую систему с одной степенью свободы (канонические переменные – координата $q = \varphi$ и импульс $p = \cos \theta$), интегралом движения которой является функция Гамильтона, совпадающая с энергией ферромагнетика. Даже при учете диссипации, представленной в форме диссипативной функции типа Гильберта, зависящей от $\partial\varphi/\partial t$ и $\partial\theta/\partial t$, соответствующие уравнения для φ и $\cos \theta$ можно представить на фазовой плоскости φ , $\cos \theta$ и качественно проанализировать. Однако исследование уравнений для вектора \mathbf{M} с учетом того, что $|\mathbf{M}| \neq \text{const}$, требуют перехода к трехмерному фазовому пространству (в этом случае число степеней свободы формально равно 3/2). Этот факт качественно усложняет анализ системы.

Солитон характеризуется существенной неоднородностью поля намагниченности и описывается решением уравнения в частных производных. В данном случае решение уравнений для вектора \mathbf{M} без перехода к нормированному вектору \mathbf{m} не представляется возможным. Все солитонные решения строятся на основе уравнения для \mathbf{m} , и даже в этом приближении их не

всегда удается построить аналитически, см. [16, 17]. Расчет диссипативных явлений для солитонов на основе уравнения динамики намагниченности со стандартным релаксационным слагаемым в форме Гильберта часто приводит к ряду противоречий с экспериментом.

Проблема может быть решена на основе специфической теории возмущений для описания эволюции параметров некоторого нелинейного решения, в частности, магнитного солитона. При этом учет эволюции модуля M сводится к вкладу в скорость диссипации энергии. Эта задача достаточно сложная, и ее удобно проанализировать на конкретных примерах, что и будет сделано в заключительном разделе этой главы. В качестве примера подробно разобрано применение феноменологической теории к описанию релаксации сингулярного солитона – движущейся блоховской точки.

§ 15. Нелинейная динамика ферромагнетика.

Как отмечалось выше, нелинейная продольная эволюция спинов впервые была обнаружена для ферримагнетиков [5]. В этом разделе будет показано, что даже для простого ферромагнетика, для которого возможен вклад только релятивистского релаксационного слагаемого, нетривиальные эффекты могут быть связаны с анизотропией тензора релаксационных констант.

В интересующем нас однородном случае уравнение для намагниченности ферромагнетика \mathbf{M} принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}] + \gamma M_0 \hat{\Lambda} \mathbf{H}, \quad (15.1)$$

где \mathbf{H} – эффективное поле ферромагнетика, γ – гиромагнитное отношение, $\hat{\Lambda}$ – тензор релятивистских релаксационных констант. Обменная релаксация не дает вклада в диссипативные процессы для однородного состояния простого ферромагнетика и не учитывается при записи этого уравнения (отметим, что при анализе двухподрешеточных магнетиков вклад обменной релаксации в эволюцию однородных состояний присутствует, см. следующий раздел).

Обсудим теперь структуру релятивистского релаксационного члена. Поскольку мы будем рассматривать ферромагнетик (ФМ) с симметрией не ниже ромбической, тензор $\hat{\Lambda}$ можно выбрать в диагональном виде, $\hat{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)$, где оси x, y, z , выбраны вдоль главных осей ФМ. Для чисто одноосной модели ФМ $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$, и при учете только собственных процессов релаксации в силу сохранения z -проекции суммарной намагниченности величина $\lambda_z = 0$, см. [19, 21] и главу 3. Однако в реальных материалах учет несобственных процессов релаксации может приводить к $\lambda_z \neq 0$. Во-первых, это возникает при учете анизотропии в базисной плоскости, см. выше в главе 3 подробно ра-

зобранный пример тетрагонального ФМ. Во-вторых, значение $\lambda_z \neq 0$ возникает при учете примесной релаксации (например, на редкоземельных ионах, симметрия окружения которых ниже одноосной, но различные неэквивалентные позиции ионов распределены равновероятно) или релаксации на фононах. Такой вклад должен характеризоваться кубической симметрией. Чтобы иметь возможность учесть все физически интересные случаи, будем считать $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$ и $\lambda_z \neq 0$, то есть выберем тензор $\hat{\Lambda}$ в виде

$$\hat{\Lambda} = \text{diag}(\lambda, \lambda, \lambda_z),$$

считая, что $\lambda_z \leq \lambda$, но не конкретизируя значение величины λ_z / λ .

Запишем плотность энергии в виде, характерном для чисто-одноосной модели с простейшей формой анизотропии,

$$f(\mathbf{M}) = f(M^2) - \frac{\beta}{2} M_z^2,$$

где $f(M^2)$ описывает изотропное обменное взаимодействие, определяющее длину намагниченности. Для эффективного поля \mathbf{H} получается выражение

$$\mathbf{H} = -\frac{df}{dM} \mathbf{m} + \beta M_z \mathbf{e}_z, \quad (15.2)$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$. Как и ранее, выберем функцию $f(M^2)$ в виде разложения Ландау,

$$f = \frac{J}{4M_0^2}(M_0^2 - M^2)^2, \quad (15.3)$$

где M_0 определяет равновесную длину намагниченности без учета анизотропии, величина $J = 1/2\chi_{\parallel}$, $\chi_{\parallel} \ll 1$ – продольная восприимчивость ФМ, см. выше главу 3. Наличие анизотропии типа «легкая ось» незначительно смещает равновесное значение, и в основном состоянии анизотропного ФМ имеем $M = M_{GS} = M_0\bar{\mu}$, $\bar{\mu} = \sqrt{1 + \beta/J}$.

Рассмотрим однородную эволюцию произвольного не-малого отклонения намагниченности от равновесного значения, которое может включать в себя как изменение намагниченности по длине, так и отклонение вектора \mathbf{m} от легкой оси z . Уравнения для \mathbf{m} удобно записать в стандартных угловых переменных,

$$m_z = \cos \theta, m_x = \sin \theta \cos \varphi, m_y = \sin \theta \sin \varphi.$$

После несложных преобразований легко выписать систему трех уравнений для θ , φ и M . В силу чисто одноосной симметрии задачи уравнение для φ оказывается очень простым, $d\varphi/dt = -\gamma\beta M_z$, и при произвольном соотношении λ и λ_z переменная φ не входит в уравнения для θ и M . Если $\lambda_z = 0$ и $M_z = const$, то динамика \mathbf{m} есть просто прецессия с постоянной

частотой, но и в общем случае для известного $M_z(t)$ динамика азимутального угла φ может быть легко найдена. Для двух оставшихся переменных θ и M получаются чисто диссипативные уравнения

$$M \frac{d\theta}{dt} = -[(\lambda - \lambda_z) \frac{df}{dM} + \lambda_z \beta M] \sin \theta \cos \theta, \quad (15.4)$$

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{df}{dM} (\lambda \sin^2 \theta + \lambda_z \cos^2 \theta) + \lambda_z \beta M \cos^2 \theta.$$

Эту систему при любом соотношении параметров легко проанализировать с применением метода фазовой плоскости. Однако вначале рассмотрим для ясности предельные случаи. Для изотропного диссипативного тензора $\hat{\Lambda}$, то есть при $\lambda_z = \lambda$, уравнение для θ вообще не содержит обменного вклада и не зависит от M . Его решение простое, $\tan \theta(t) = \tan \theta(0) \exp(-\lambda \beta t)$ (для определенности считалось, что $0 \leq \theta(0) < \pi/2$). Отсюда следует, что независимо от значения M имеет место релаксация направления магнитного момента к равновесному, $\theta \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Что касается M , то основной вклад в ее релаксацию определяется обменным слагаемым с df/dM , и время релаксации, как и при малых амплитудах, обменно-усилено, см. предыдущие главы. Таким образом, при $\lambda_z = \lambda$ релаксация магнитного момента \mathbf{M} к равновесию по длине и по направлению происхо-

дит практически независимо: для неравновесного состояния с некоторым $\theta \neq 0$ и $M \neq M_{GS}$ сначала при почти постоянном θ величина M стремится к значению $M_{GS}(\theta) = (1 + \beta \cos^2 \theta / J)^{1/2}$, которое можно трактовать как квазиравновесное значение M при фиксированном θ , а затем вдоль линии частичного равновесия $M = M_{GS}(\theta)$ более медленно приближается к равновесному значению.

В случае малого λ_z / λ ситуация принципиально иная. Чтобы пояснить особенность эволюции для такого магнетика, рассмотрим предельный случай $\lambda_z = 0$. В этом пределе $\mu_z = const$, и фазовые траектории суть горизонтальные линии. Эти варианты представлены схематически на рис. 15.1.

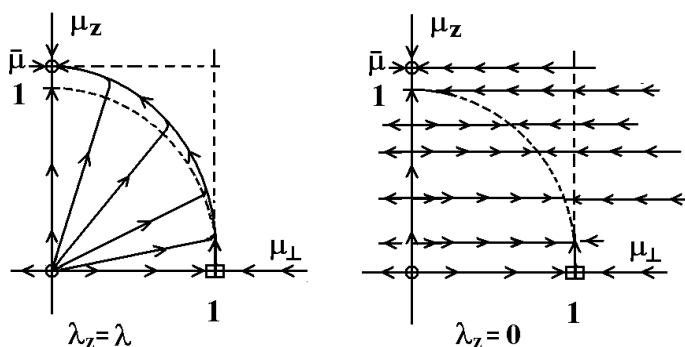


Рис. 15.1. Эволюция магнитного момента в предельных случаях $\lambda_z = \lambda$ (слева) и $\lambda_z = 0$ (справа).

Характерная окружность $\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 = 1$ указана штриховыми линиями. Здесь и ниже на рис. 15.2 устойчивый (при $\mu_{\perp} = 0, \mu_z = \bar{\mu}$) и неустойчивый (при $\mu_{\perp} = 0, \mu_z = 0$) узлы отмечены кружками, седловая точка при $\mu_{\perp} = 1, \mu_z = 0$ – прямоугольником.

Для общего случая $\lambda_z \neq \lambda$ (следует ожидать, что $0 < \lambda_z < \lambda$) как релаксация θ , так и релаксация M содержат обменные слагаемые. В этом случае поведение намагниченности более сложное, но оно может быть легко проанализировано численно. Для переменных $\mu_z = M_z / M_0$ и $\mu_{\perp} = M_{\perp} / M_0$ уравнения принимают вид

$$\frac{d\mu_z}{dt} = -J\lambda_z\mu_z(\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 - 1 - \frac{\beta}{J}),$$

(15.5)

$$\frac{d\mu_{\perp}}{dt} = -J\lambda\mu_{\perp}(\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 - 1).$$

Простой анализ показывает, что эта система имеет три особые точки: устойчивый узел, отвечающий положению равновесия, $M = M_{GS} = M_0\bar{\mu}, \theta = 0$, неустойчивый узел при $\mu_{\perp} = 0, \mu_z = 0$, определяющий максимум термодинамического потенциала, и седловую точку при $\mu_{\perp} = 1, \mu_z = 0$, см. рис. 15.2.

Также легко видеть, что существуют частные решения вида $\mu_z = \mu_z(t), \mu_{\perp} = 0$ и $\mu_{\perp} = \mu_{\perp}(t), \mu_z = 0$.

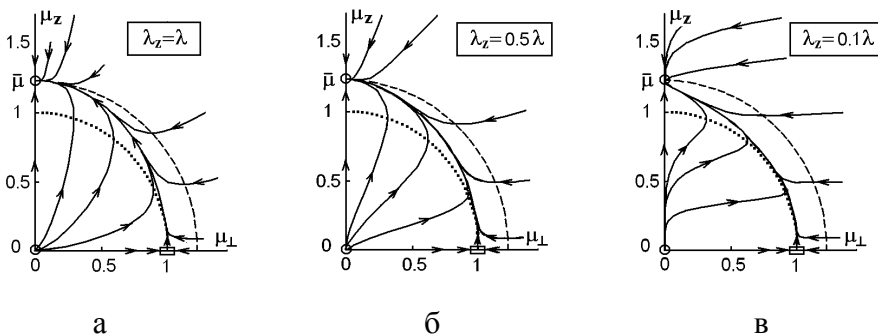


Рис. 15.2. Эволюция намагниченности в одноосном ферромагнетике для различных соотношений между константами λ и λ_z (указаны на рисунках), найденная численно.

Перейдем к исследованию общего случая. При немалом отклонении длины намагниченности от равновесной, $|M^2 - M_0^2| \gg (\beta/J)M_0^2$, анизотропными слагаемыми можно пренебречь. Тогда система (15.5) легко интегрируется, давая решение в виде $\mu_z = C(\mu_{\perp})^{\nu}$, где $\nu = \lambda_z/\lambda < 1$. Это приближение является слишком грубым в узкой окрестности линии $\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 = 1$, где $|M^2 - M_0^2| \leq (\beta/J)M_0^2$. В этой области имеет место нарушение монотонности зависимости $\mu_{\perp}(t)$: при $\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 = 1$ фазовые траектории на плоскости μ_{\perp}, μ_z становятся

вертикальными, а при $\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 = 1 + \beta/J$ – горизонтальными. В результате возникает картина эволюции, которая представлена на рис. 15.2. Здесь характерные окружности $\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 = 1$ и $\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 = \bar{\mu}^2 = 1 + \beta/J$ указаны пунктирными и штриховыми линиями, соответственно. (В.И.Бутрим, в печати) Для ясности изображения выбрано достаточно большое значение $\beta/J = 0.5$. Устойчивый (при $\mu_{\perp} = 0, \mu_z = \bar{\mu}$) и неустойчивый (при $\mu_{\perp} = 0, \mu_z = 0$) узлы отмечены кружками, седловая точка при $\mu_{\perp} = 1, \mu_z = 0$ – прямоугольником.

Отметим, что при малом, но конечном $0 < \lambda_z/\lambda \ll 1$ значительная часть фазовой плоскости (находящаяся внутри окружности $\mu_{\perp}^2 + \mu_z^2 = 1$) покрыта траекториями, для которых происходит рост μ_{\perp} (то есть рост угла θ). При этом величина μ_z растет медленнее, чем μ_{\perp} : $\mu_z \sim (\mu_{\perp})^{\nu}$, где $\nu = \lambda_z/\lambda \ll 1$, и фазовые траектории близки к прямым линиям. Таким образом, для $\lambda_z/\lambda \ll 1$ в типичном случае $M_z(t=0) \sim (0.3-0.6)M_0$ следует ожидать, что даже малые начальные отклонения направления намагниченности от легкой оси (величина угла θ) на начальном этапе релаксации будут нарастать. Этот эффект связан исключительно с анизотропией тензора $\hat{\Lambda}$, и отсутствует для материалов типа никеля или железа с кубической симметрией. Можно ожи-

дать его проявления для частиц или пленок, сделанных из материала, который имеет высокую перпендикулярную анизотропию. В качестве примера такого материала можно привести многослойные пленки с чередованием нанослоев Co/Ni, которые сейчас рассматриваются как перспективные материалы спинтроники и широко изучаются, см. [23 - 25]. Но проведенный здесь анализ показал, что для достаточно общей модели ферромагнетика имеет место только релаксация к начальному направлению намагниченности, и эффекты переключения отсутствуют.

§ 16. Нелинейная динамика феррита.

16.1. Продольная эволюция.

Рассмотрим теперь более интересную задачу об исследовании процессов релаксации для двухподрешеточного феррита на основе эффективных уравнений движения для спинов подрешеток \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 . Для ферритмагнетика представляют интерес различные процессы релаксации, как продольной (релаксация длин векторов намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ и антиферромагнетизма $\mathbf{L} = \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2$), так и поперечной, определяющей затухание магнонов двух ветвей. В отличие от случая ферромагнетика, здесь возможны чисто обменные процессы однородной релаксации с одной универсальной константой λ , см. [20 - 22] и главу 3.

Будем исходить из уравнений феноменологической теории для спинов подрешеток ферримагнетика \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 , записав ее в виде

$$\begin{aligned} \hbar \frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial t} &= [\mathbf{S}_1, \mathbf{H}_1] + \lambda(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) + \lambda_1 \mathbf{H}_1, \\ \hbar \frac{\partial \mathbf{S}_2}{\partial t} &= [\mathbf{S}_2, \mathbf{H}_2] + \lambda(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) + \lambda_2 \mathbf{H}_2, \end{aligned} \quad (16.1)$$

где $\mathbf{H}_{1,2} = -\delta f / \delta \mathbf{S}_{1,2}$ – эффективные поля для подрешеток, $f = f(\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2)$ – неравновесный термодинамический потенциал (приходящийся на одну элементарную ячейку), записанный как функционал спиновой плотности подрешеток. При записи формул (16.1) выделены вклады релаксации различного происхождения, λ – обменная релаксационная константа и λ_1, λ_2 – релятивистские релаксационные константы. Присутствие однородной обменной релаксации является основным свойством двух-подрешеточных магнетиков, как антиферромагнетиков, так и ферритов [20, 21]. Приняв $\lambda \gg \lambda_1, \lambda_2$, получаем, что наиболее быстрым процессом является процесс релаксации длины вектора антиферромагнетизма, см. главу 3. Декремент затухания оптической моды определяется той же обменной константой λ , что и время релаксации длины вектора антиферромагнетизма. Релаксация суммарной намагниченности феррита происходит значительно медленнее, и также как в случае простого

ферромагнетика, она определяется релятивистскими константами λ_1, λ_2 .

Будем исходить из следующего выражения для термодинамического потенциала двухподрешеточного феррита с чисто обменной симметрией, записанного в однородном случае как функция спинов подрешеток:

$$f(\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2) = f_1(S_1^2) + f_2(S_2^2) + J_{12}\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2, \quad (16.2)$$

где $S_{1,2}^2 = \mathbf{S}_{1,2}^2$, не конкретизируя пока вида функций f_1 и f_2 . Ясно, что члены с f_1, f_2 не дают вклада в динамические части (15.1), и эта динамика описывается только взаимодействием между подрешетками J_{12} .

Общая система (16.1) содержит шесть нелинейных уравнений и слишком сложна для аналитического исследования. Конечно, не представляет труда решить ее численно, но даже в этом случае наглядное представление результатов анализа затруднительно. Поэтому полезно начать с исследования продольной эволюции спинов. Отметим, что, насколько нам известно, в эксперименте не сообщалось о появлении поперечных компонент магнитных моментов во время эволюции. В этом случае и \mathbf{S}_1 , и \mathbf{S}_2 коллинеарны легкой оси магнетика, и эти векторы изменяются только по величине. Анализ продольной эволюции с использованием уравнения (16.1) был проведен в рабо-

те [11] на основе, предложенной в [18 - 22] феноменологической концепции обменной релаксации. Эта концепция оказалась наиболее адекватным инструментом для описания сверхбыстрой динамики спина. Для двухподрешеточных магнетиков такой подход приводит к динамике длины подрешеточной намагниченности, соответствующей временам, характерным для обменного взаимодействия, которые порядка пикосекунд.

Результат работы [11] позволил указать на важную закономерность переключения спинов подрешеток сплава $GdFeCo$, связанную с доминирующей ролью однородной обменной релаксации. Содержание кобальта в сплаве было небольшим, поэтому можно ограничиться рассмотрением двух подрешеток, гадолиния и железа, со спинами S_{Gd} и S_{Fe} . Подход работы [11] базировался на следующей двухэтапной картине. На первом (фемтосекундном) этапе эволюции, во время действия импульса (см. рисунок 16.1) формируется сильно неравновесное состояние, а именно, происходит резкое падение намагниченности железной подрешетки до значения, близкого к нулю. Далее, на втором этапе, эволюция системы определяется феноменологическими уравнениями. Можно было бы ожидать, что для размагниченной железной подрешетки ее намагниченность испытывает воздействие обменного поля редкоземельной подрешетки и должна под действием этого поля, направление которого осталось неизменным, вернуться к первоначальному направлению.

Сплошные линии на рис. 16.1 показывают поведение, наблюдавшееся в эксперименте, возможное неверное поведение проведено штриховой линией.

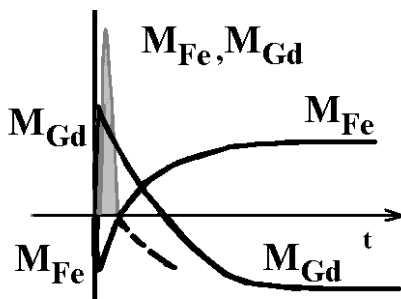


Рис. 16.1. Схематическое представление двух этапов изменения намагниченностей подрешеток: во время действия импульса (форма импульса схематически показана на рисунке серым цветом) и эволюция спинов после действия импульса.

Тем не менее, простой анализ показывает, что на самом деле поведение системы абсолютно иное, поскольку после окончания действия импульса в игру включается обменная релаксация. Полный момент сохраняется, в силу чего система следует в противоположном направлении (сплошная линия на рисунке). В итоге, на время порядка нескольких пикосекунд создается переходное состояние с параллельными намагниченностями подрешеток, что наблюдалось в эксперименте [6].

Анализ поведения системы начнем с рассмотрения продолжной эволюции спинов. (Более общий случай эволюции бу-

дет рассмотрен в следующем разделе [12]). Уравнения (16.1) в приближении продольной эволюции записываются в виде [11]

$$\frac{dS_{\text{Fe}}}{dt} = \lambda(H_{\text{Fe}} - H_{\text{Gd}}) + \lambda_{\text{Fe}}H_{\text{Fe}},$$

$$\frac{dS_{\text{Gd}}}{dt} = \lambda(H_{\text{Gd}} - H_{\text{Fe}}) + \lambda_{\text{Gd}}H_{\text{Gd}},$$
(16.3)

где $H_{\text{Fe,Gd}} = -\frac{\partial W}{\partial S_{\text{Fe,Gd}}}$.

При записи этих уравнений конкретизировано, что подрешетки состоят из существенно различных ионов, железа и гадолиния, H_{Fe} и H_{Gd} – эффективные поля для подрешеток, λ и λ_{Fe} , λ_{Gd} – обменная константа и релятивистские релаксационные константы для железа и гадолиния, соответственно. Для простоты и физической ясности функции $f_{1,2}$ в термодинамическом потенциале (16.2) выбраны в виде разложения Ландау

$$f_1 = \frac{J_1}{4}(S_{\text{Fe}}^2 - S_0^2)^2, f_2 = J_2 \frac{S_{\text{Gd}}^2}{2}. \quad (16.4)$$

Здесь считается, что вторая подрешетка состоит из парамагнитных редкоземельных ионов, f_2 определяется энтропийным слагаемым и J_2 порядка температуры T . Анализ системы (16.3) показал, что эволюция общего начального возмущения происходит практически вдоль линии $S_{\text{Fe}} + S_{\text{Gd}} = \text{const}$. В результате

этого первого этапа эволюции система быстро достигнет линии частичного равновесия, которому отвечает минимум энергии при заданном значении $S_{\text{Fe}} + S_{\text{Gd}}$. После этого система более медленно следует вдоль этой линии к равновесному состоянию. Ясно, что для широкой области начальных значений перестройка спина реализуется просто за счет выполнения условия $S_{\text{Fe}} + S_{\text{Gd}} = \text{const}$, см. рис. 16.2.

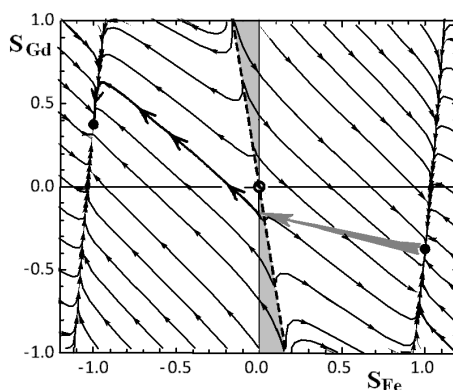


Рис. 16.2. Эволюция спинов в классическом двухподрешеточном ферримагнетике, построенная на основе приведенных выше уравнений движения для S_{Fe} и S_{Gd} [11].

Здесь и ниже на рис. 16.3 оба значения спинов нормированы на равновесное значение спина подрешетки железа S_{Fe}^e . Стрелки на линиях, описывающих траектории, поставлены через одинаковые интервалы времени, и их плотность наглядно показывает скорость эволюции.

На рис. 16.3. слева представлено соотношение спинов подрешеток, пунктирная линия показывает траекторию, которая имела бы место для чисто обменной релаксации; справа – зависимость S_{Fe} и S_{Gd} , а также полного спина $S_{\text{tot}} = S_{\text{Fe}} + S_{\text{Gd}}$ от времени.

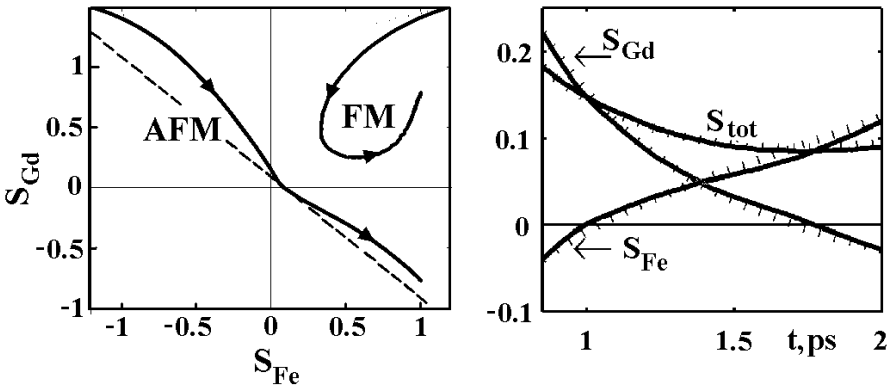


Рис. 16.3. Поведение спинов подрешеток железа S_{Fe} и гадолиния S_{Gd} , полученное при численном моделировании спиновой динамики на атомных масштабах для модельной системы GdFe [11].

В целом, закономерности спиновой динамики хорошо соответствуют данным эксперимента при временах, больших одной пикосекунды, когда действие импульса уже закончилось, и температура образца снизилась до первоначального значения [6]. В этой области наблюдается практически одинаковый наклон кривых, описывающих зависимость от времени $S_{\text{Fe}}(t)$ и

$S_{\text{сд}}(t)$. Такая же закономерность видна и для данных численного моделирования на атомном уровне (Atomistic spin dynamics simulation), см. рис. 16.3. Видно, что при $t > 1.5$ пс суммарная намагниченность меняется значительно медленнее, чем спины каждой из подрешеток.

Отметим, что в последние годы при анализе спиновой динамики широко используются новые возможности численного моделирования, конкретно, так называемый подход численного моделирования спиновой динамики на атомных масштабах (Atomistic spin dynamics simulation). Основой метода является решение классических уравнений движения для системы атомных спинов. При этом учитывается точное взаимодействие спинов друг с другом, а взаимодействие с термостатом моделируется добавлением в каждое уравнение случайной силы. Такие симуляции можно проводить для достаточно больших систем, размером до $100 \times 100 \times 100$ спинов, и при всех ограничениях этого подхода результаты его применения дают хорошее представление о реальных эффектах. В работе [6] отмечалось, что такой подход хорошо воспроизводит время эволюции намагниченностей подрешеток, наличие и временной интервал существования «ферромагнитного» переходного состояния. Заметим, что хотя в этом подходе в уравнениях для атомных спинов учитывалось затухание в форме Ландау и Лифшица с малой кон-

стантой λ_{LL} , эволюция происходила значительно быстрее, чем можно было ожидать при такой малой константе. Более того, характер эволюции практически не изменялся при изменении этой константы в широких пределах, от $\lambda_{LL} = 0.05$ в [6] до $\lambda_{LL} = 0.01$ [8] или $\lambda_{LL} = 0.02$ [11]. По-видимому, в этом подходе действительно воспроизводятся необратимые процессы, которые имеют место в системе сильно взаимодействующих спинов, включая эффекты обменной релаксации. Важно обратить внимание на то, что явление переворота спина связано с антиферромагнитным характером взаимодействия подрешеток [11]; для точно такой же модели, но с ферромагнитным обменом, эффект отсутствует, см. рис. 16.3.

Объяснение переключения намагниченности на основе обменной релаксации показывает, что эффект должен быть слабо чувствительным к особенностям релятивистских взаимодействий в магнетике. Действительно, эффект переключения спинов был обнаружен как для сплошных пленок, так и для микрочастиц [8] и наночастиц [9]. Для микрочастиц переворот магнитного момента не зависел от анизотропии и имел место как для планарной ориентации момента, так и для частиц с перпендикулярной анизотропией: для *каждой* частицы после *каждого* импульса магнитный момент менял знак, см. рис. 16.4. Эффект не был связан с существованием точки компенсации. Для специ-

ально приготовленной серии образцов с различным содержанием гадолиния такой переверот наблюдался как для материалов с точкой компенсации, так и в ее отсутствии [8]. Заметим, однако, что в недавнем эксперименте для сплава тербия с переходными элементами TbFeCo эффект “переключения” спинов, характерный для GdFeCo, не наблюдался, хотя начальная редукция спинов подрешеток для этих двух магнетиков была примерно одинаковой [26].

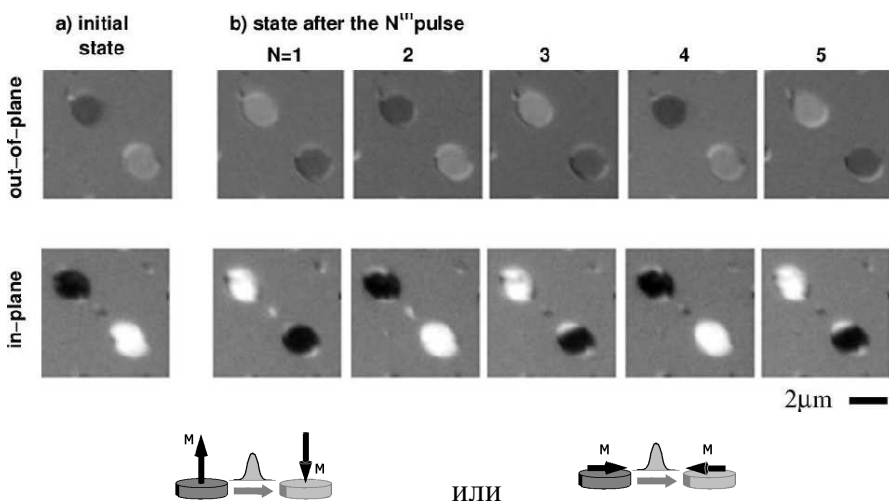


Рис. 16.4. Состояния пары микрочастиц ферримагнитного сплава $Gd_{24}Fe_{66.5}Co_{9.5}$ с перпендикулярной анизотропией (сверху) и с планарной намагниченностью (внизу) после серии лазерных импульсов [5]. Разница в контрасте определяется различием использованных для измерения магнитооптических эффектов.

Описанное выше явление сверхбыстрого обменного переворота спинов магнетиков открывает путь к созданию нового типа систем магнитной записи с чисто оптическим управлением и пикосекундной скоростью записи. Эта система имеет все преимущества известных систем термомагнитной записи, см. рис.16.5 (а) (огромную плотность записи до 10 ТБит/кв. дюйм, энергонезависимость), но может работать как минимум на три порядка быстрее, и не требуют присутствия внешнего магнитного поля, см. рис. 16.5 (б). Последнее весьма важно в смысле оптимизации конструкции и применения планарных технологий.

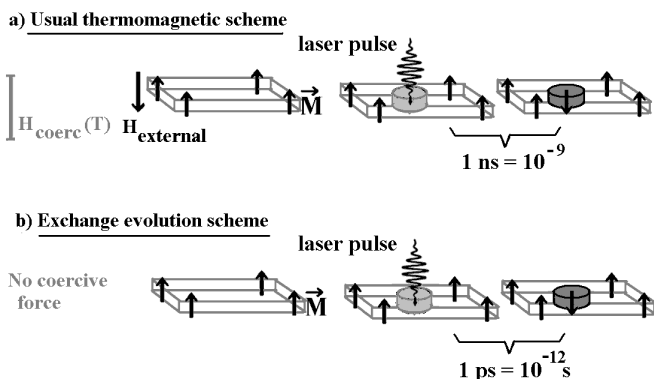


Рис. 16.5. а) Стандартная схема термомагнитной записи информации, использующая внешнее температурную зависимость коэрцитивного поля магнетика и внешнее магнитное поле как причину переворота момента; б) схема записи, основанная на обменной эволюции спинов.

Еще одним огромным преимуществом предложенной выше схемы является высокая термостабильность. В ней, во-первых, исключена роль температурной зависимости коэрцитивной силы; во-вторых, переход идет между двумя стабильными состояниями, а не между метастабильным (магнитный момент в начальном состоянии направлен против магнитного поля) и стабильным (момент по полю) состояниями, как для стандартной термомагнитной записи.

16.2. Общая задача в обменном приближении.

Вернемся к теоретическому анализу нелинейной динамики ферримагнетика. Как уже отмечалось, анализ полной системы (16.1) и даже наглядное представление результатов анализа затруднительно. Однако проведенное выше исследование продольной эволюции показало, как можно упростить задачу и сделать ее анализ более наглядным. Из данных рис. 16.3 видно, что на важной стадии эволюции система следует «чисто обменным» путем, и именно этот этап определяет результат эволюции. Поэтому эффекты выхода за рамки приближения продольной эволюции можно понять на основе чисто обменного приближения [12].

В дальнейшем будет обсуждаться только обменная динамика, и релятивистские слагаемые с $\lambda_{1,2}$ будут опущены. В обменном приближении для двухподрешеточных магнетиков ре-

лаксия определяется единственной константой λ . Легко видеть, что для уравнений (16.1) с $\lambda_{1,2} = 0$ сохраняется полный спин $\mathbf{M} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$, как и должно быть в обменном приближении. Напомним, что обменная симметрия не исключает эволюции вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L} = \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2$, как его длины, так и направления.

Далее будем исходить из выражения (16.2) для термодинамического потенциала феррита с обменной симметрией. Ясно, что члены с f_1, f_2 не дают вклада в динамические части уравнений (16.1), то есть $[\mathbf{S}_{1,2}, \mathbf{H}_{1,2}] \rightarrow \pm J_{12}[\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2]$. Удобно перейти к уравнениям для неприводимых векторов \mathbf{M} и \mathbf{L} . Уравнение для \mathbf{M} дает, естественно, $\partial\mathbf{M}/\partial t = 0$, а для \mathbf{L} получается замкнутое векторное уравнение $\partial\mathbf{L}/\partial t = J_{12}[\mathbf{M}, \mathbf{L}] + 2\lambda_e \mathbf{H}_L$, где $\mathbf{H}_L = -\delta f / \delta \mathbf{L}$. Выберем ось z вдоль постоянного вектора $\mathbf{M} = M\mathbf{e}_z$. Далее удобно записать $\mathbf{L} = L\mathbf{l}$, $\mathbf{l}^2 = 1$, и уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t} &= 2\lambda_e (\mathbf{lH}_L) - 2\lambda_e \frac{\partial f}{\partial t}, \\ \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} &= J_{12}[\mathbf{M}, \mathbf{l}] + \frac{2\lambda_e}{L} [\mathbf{H}_L - \mathbf{l}(\mathbf{lH}_L)]. \end{aligned} \quad (16.5)$$

Записав $l_x + il_y = \sin\theta \exp(i\varphi)$, $l_z = \cos\theta$, легко показать, что $\dot{\varphi} = \omega$, $\hbar\omega = J_{12}M$, и вектор \mathbf{l} при $\theta \neq 0, \pi$ прецессирует с

постоянной частотой ω , а амплитуда прецессии $L \sin \theta$ меняется со временем за счет диссипации. Интересно, что при малых M имеет место “замедление” этой прецессии. Таким образом, нелинейные колебания произвольной немалой амплитуды имеют вид прецессии вектора \mathbf{L} вокруг постоянного вектора \mathbf{M} с частотой $\hbar\omega = J_{12}M$

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= L_z \mathbf{e}_z + L_{\perp} (\mathbf{e}_x \cos \omega t + \mathbf{e}_y \sin \omega t), \\ L_z &= L \cos \theta, L_{\perp} = L \sin \theta,\end{aligned}\tag{16.6}$$

где для величин $L_z(t), L_{\perp}(t)$ имеет место диссипативная эволюция. Удобно записать систему уравнений для переменных L и θ , она имеет вид,

$$\frac{\partial L}{\partial t} = 2\lambda L (J_{12} - \frac{\partial f_1}{\partial S_1^2} - \frac{\partial f_2}{\partial S_2^2}) + 2\lambda (\frac{\partial f_2}{\partial S_2^2} - \frac{\partial f_1}{\partial S_1^2}) M \cos \theta,\tag{16.7}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -M \frac{2\lambda}{L} (\frac{\partial f_2}{\partial S_2^2} - \frac{\partial f_1}{\partial S_1^2}) \sin \theta.\tag{16.8}$$

Для функций $f_{1,2}$ выбрано разложение Ландау вида (16.4),

$$f_1 = \frac{J_1}{4} (S_1^2 - S_0^2)^2, f_2 = J_2 \frac{S_2^2}{2},$$

где величина $S_0 = S_0(T)$ определяет намагниченность первой подрешетки без учета ее взаимодействия со второй. С учетом (16.8) для равновесных значений спинов подрешеток \bar{S}_1 и \bar{S}_2

получаются простые замкнутые формулы, $\bar{S}_1 = \sqrt{S_0^2 + J_{12}^2 / J_1 J_2}$, $\bar{S}_2 = -J_{12} \bar{S}_1 / J_2$, а уравнения (16.7), (16.8) можно записать в виде

$$t_0 \frac{\partial L}{\partial t} = f(L, \theta), \quad t_0 \frac{\partial \theta}{\partial t} = g(L, \theta), \quad (16.14)$$

где

$$f(L, \theta) = -L^3 - 3L^2 M \cos \theta + AL + B,$$

$$g(L, \theta) = -\frac{M}{L} \sin \theta \left(\frac{4J_2}{J_1} + 4S_0^2 - L^2 - 2LM \cos \theta - M^2 \right),$$

$$A = -M^2 (1 + 2 \cos^2 \theta) - \frac{4J_2}{J_1} + 4S_0^2 + \frac{8J_{12}}{J_1},$$

$$B = M \cos \theta \left(\frac{4J_2}{J_1} + 4S_0^2 - M^2 \right).$$

Заметим, что для эволюции переменных $L_z(t), L_\perp(t)$ возникает универсальное характерное время $t_0 = 4\hbar / \lambda J_1$. Следует ожидать, что в силу малости релаксационной константы λ время t_0 более длинное, чем «чисто обменное» время $t_{\text{ex}} \sim \hbar / J_1 \sim t_0 / \lambda$. При не очень малых значениях $M \sim 1$ и не малом взаимодействии между подрешетками, $J_{12} \sim J_1$, время t_0 также превышает период прецессии вектора \mathbf{L} .

Перейдем к анализу эволюции L_z и L_\perp на фазовой плоскости. Особые точки определяются условиями $f(L, \theta) = 0$ и $g(L, \theta) = 0$. Для всех особых точек $\theta = 0, \pi$, а их положения при

$\sin \theta = 0$ определяются корнями функции $f(L, \theta)$ при $\sin \theta = 0$. Условие $f(L, \theta) = 0$ при $\sin \theta = 0$ можно представить в виде кубического уравнения относительно $L \cos \theta = \pm L$, где $\cos \theta = \pm 1$ (удобно считать, что $L > 0$, а угол θ меняется в пределах $0 \leq \theta \leq \pi$). При $M = 0$ эти три корня суть $L_{1,3} \cos \theta = \pm \sqrt{A}$ и $L_2 = 0$. Понятно, что такая же классификация останется и при достаточно малых $M \leq M_c$.

Простой анализ показывает, что $L = L_1, \theta = 0$ (или $L_z = L_1 > 0, L_1 = \sqrt{A}$ при $M = 0$) отвечает положению равновесия (устойчивый узел), $L = L_3, \theta = \pi$, то есть $L_z = -L_3 < 0$ – седловой точке, а в точке $L = L_2$ расположен неустойчивый узел. При $M \leq M_c$ значение $L_1 < L_3$, а неустойчивый узел будет отвечать отрицательному значению L_z , $L_2 \cos \theta < 0$. При $M = M_c$ корни L_2 и L_3 сливаются, и при $M > M_c$ в системе есть только одна особая точка при $L \cos \theta = L_1 > 0$.

Важно заметить, что при всех значениях M система (16.9) имеет как решение $L_z = L_z(t), L_{\perp}(t) = 0$, которому отвечает чисто продольная эволюция, так и решения с $L_{\perp}(t) \neq 0$. Однако физический смысл этих решений разный при различных значениях M . В случае $M > M_c$ при всех начальных условиях

($L(0) < L_1$ или $L(0) > L_1$) для продольных решений величина L_z стремится к своему равновесному значению L_1 . Численный анализ показывает, что в этом случае система достаточно быстро релаксирует к равновесному значению вектора $\mathbf{L} = L_1 \mathbf{e}_z$ при отклонении от равновесия как величины модуля вектора \mathbf{L} , так и его направления. Исключением являются только очень большие отклонения, когда $L(0) \approx -L_1$; в этом случае длина вектора \mathbf{L} уже близка к равновесию, и предпочтителен поворот \mathbf{L} . При предельно малых M эволюция является вырожденной: величина угла θ меняется гораздо медленнее, чем L , и фазовые траектории на плоскости L_\perp, L_z состоят из отрезков радиальных прямых линий $\theta = \text{const}$ и частей окружности $L = L_1 \approx \sqrt{A}$.

Для конечных значений $M < M_c$ ситуация является гораздо более интересной, см. рис. 16.6. В этом случае также есть решение вида $L_z = L_z(t), L_\perp(t) = 0$, но при начальных значениях $-L_3 < L_z(0) < -L_2$, то есть между седлом и неустойчивым узлом, продольная эволюция уводит систему дальше от положения равновесия. Эволюция системы в виде фазовой диаграммы в переменных L_\perp, L_z представлена на рис. 16.6. Эта диаграмма построена численно для конкретного выбора параметров

$J_1 = J_2 = 2J_{12}$ и $S_0 = 1$ при значении $M = 0.4 < M_c$ (для этих значений параметров $M_c = 4/3\sqrt{3} \approx 0.77$).

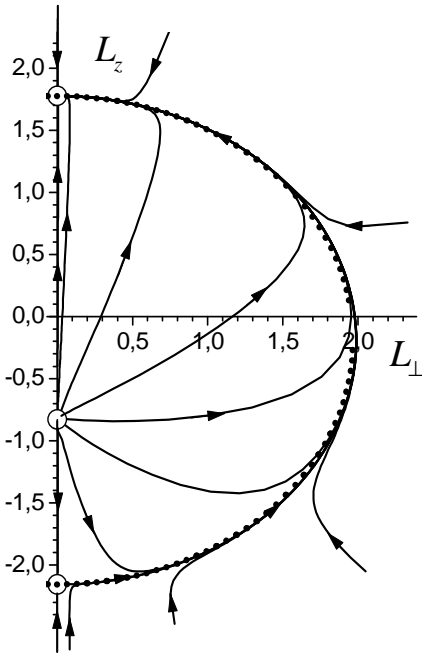


Рис. 16.6. Эволюция переменных L_\perp, L_z , найденная численно и представленная в виде фазовых траекторий на плоскости. Особые точки отмечены кружками, сепаратрисная фазовая траектория обозначена линией из точек.

Таким образом, точное решение полной системы уравнений для эволюции спинов подрешеток в обменном приближении показало возможность существования различных режимов. Характер эволюции определяется начальным значением намагниченности M , которая в обменном приближении является интегралом движения. При больших значениях $M > M_c$, а также при всех M и начальном значении $L_z(0) > 0$ имеет место продоль-

ная релаксация, рассмотренная ранее в [11]. Если же $M < M_c$, то приблизительно такое же поведение сохраняется при отрицательных $L_z(0)$, если $L_z(0) > -L_2$. В этом случае всегда есть частное решение вида $L_z \approx L_z(t)$, которое приводит к равновесию; и даже при ненулевом, но малом, значении поперечного отклонения $L_\perp(0)$ значение L_\perp в процессе релаксации остается малым. Однако ситуация меняется принципиально, если начальное значение попадет в область неустойчивого узла, расположенного около $L_z \approx -L_2$, $L_2 \sim 0.83$ на рис. 16.6. В окрестности этой точки и ниже даже малые значения L_\perp нарастают. В этом случае для широкого интервала начальных условий все фазовые траектории на плоскости L_z, L_\perp выходят на сепаратрису, которая идет из седла в устойчивый фокус. На этой линии величина L_\perp не мала, и возможны сильно нелинейные режимы с $L_\perp \sim L_z \sim 1$.

Решение с $L_\perp \neq 0$ при $M \neq 0$ является прецессионным, то есть для начальных условий с $L_z < -L_2$ релаксация сопровождается нарастанием амплитуды прецессии вектора \mathbf{L} с постоянной частотой $\hbar\omega = J_{12}M$, и $\mathbf{L} = L_z \mathbf{e}_z + L_\perp (\mathbf{e}_x \cos \omega t + \mathbf{e}_y \sin \omega t)$. Отметим, что экспериментально наблюдаемая зависимость намагниченностей подрешеток от времени в интервале $0.5 \text{ пс} < t < 3 \text{ пс}$ демонстрирует определенную немонотонность, напоминающую

осцилляции с периодом порядка 0.3 пс, на фоне плавного изменения намагниченности (см. [6]). Таким образом, возможно, что эффект поперечной неустойчивости обменной динамики спинов дает качественное объяснение природы этих осцилляций [12]. Однако еще рано делать определенные выводы: исследования существенно нелинейной спиновой динамики, включающей как поперечную, так и продольную эволюцию, только начинаются.

§ 17. Диссипация энергии движущегося солитона.

Среди большого разнообразия нелинейных проблем в физике магнетизма существует важная проблема релаксации движущихся нелинейных возбуждений (топологических солитонов), описывающих доменные стенки (ДС), магнитные вихри и другие состояния, стабильные в статическом случае, см. [16]. Солитон характеризуется существенной неоднородностью намагниченности и описывается решением уравнения для вектора \mathbf{M} в частных производных

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}] + \gamma M_0 \hat{\mathbf{L}}\mathbf{H} - \lambda_c a^2 \gamma M_0 \nabla^2 \mathbf{H}. \quad (17.1)$$

Решение такого уравнения без перехода к нормированному вектору \mathbf{m} не представляется возможным. Все солитонные решения строятся на основе уравнения для \mathbf{m} , и даже без учета диссипации их не всегда удается построить аналитически.

Проблему можно решить при помощи специфической теории возмущений для описания эволюции параметров магнитного солитона, считая, что эта эволюция достаточно медленная, то есть диссипация слабая. Диссипативную функцию ФМ можно записать как функционал эффективного поля \mathbf{H} , см. главу 3:

$$Q = \frac{1}{2} \gamma M_0 \int d\mathbf{r} [\lambda_{ik} H_i H_k + \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{H})^2].$$

Это выражение не приспособлено для анализа диссипации динамических состояний намагниченности, найденных в рамках уравнения для единичного вектора \mathbf{m} . Сравним с той ситуацией, которая имеет место для диссипативной функции в форме Гильберта, $Q_G = (\alpha_G / \gamma M_0) \int (\partial \mathbf{m} / \partial t)^2 d\mathbf{r}$. Если известна структура солитона в виде $\mathbf{m} = \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$, то прямая подстановка этого выражения в Q_G дает скорости диссипации энергии. Например, для солитона типа простой волны $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ сразу получается формула для коэффициента вязкости, $\eta = Q / v^2 = (\alpha_G / \gamma M_0) \int (\nabla \mathbf{m}_0)^2 d\mathbf{r}$. Но эти простые выражения часто приводит к ряду противоречий с экспериментом.

В последовательной феноменологической теории диссипативная функция Q определена через эффективное поле \mathbf{H} , а не производную намагниченности \mathbf{m} по времени. Для записи Q

в форме, удобной для анализа диссипации солитонов, нужно выразить \mathbf{H} через \mathbf{m} и его производные.

Эффективное поле \mathbf{H} можно представить в виде двух слагаемых, соответственно перпендикулярного и параллельного намагниченности, $\mathbf{H} = H_{\parallel}\mathbf{m} + \mathbf{H}_{\perp}$. Для вычисления поперечной компоненты в основном приближении по релаксационным константам достаточно воспользоваться бездиссипативным вариантом уравнения, откуда $\mathbf{H}_{\perp} = (1/\gamma)[\mathbf{m}, \partial\mathbf{m}/\partial t]$. Однако коллинеарная составляющая H_{\parallel} не может быть определена из бездиссипативного уравнения движения и должна находиться независимо. Таким образом, последовательный выбор релаксационного слагаемого в уравнении для \mathbf{M} приводит к тому, что уравнение для нормированной намагниченности \mathbf{m} перестает быть замкнутым.

Для решения проблемы надо найти H_{\parallel} . Уравнение для H_{\parallel} можно получить, умножив уравнение для \mathbf{M} на \mathbf{m} и используя явный вид \mathbf{H}_{\perp} . В результате получается

$$\begin{aligned} & -\lambda_e a^2 \nabla^2 H_{\parallel} + [\lambda(\mathbf{m}) + \lambda_e a^2 (\nabla\mathbf{m})^2] H_{\parallel} = \\ & = -(1/\gamma M_0)(\partial M / \partial t) + (1/\gamma)(\mathbf{m}, \Lambda[\mathbf{m}, \partial\mathbf{m}/\partial t]) - \\ & - (\lambda_e a^2 / \gamma)(\mathbf{m}, \nabla^2 [\mathbf{m}, \partial\mathbf{m}/\partial t]), \end{aligned} \quad (17.2)$$

где обозначено $\lambda(\mathbf{m}) = (\mathbf{m}, \Lambda \mathbf{m})$. Отметим, что для изотропного тензора Λ , $\lambda_{ik} = \delta_{ik}$ вклад релятивистской релаксации в правую часть (17.2) отсутствует.

Здесь не сделано никаких приближений, кроме использования формулы для \mathbf{H}_\perp . В этом случае требуется только выполнение условия малости релаксационных констант ($\lambda \ll 1$, $\lambda_e (a/\Delta)^2 \ll 1$, где Δ – характерный масштаб неоднородности), которое выполнено практически для всех ФМ.

При использовании только этих неравенств величина H_\parallel описывается линейным неоднородным дифференциальным уравнением (17.2), правая часть которого определяется не только решением для единичного вектора \mathbf{m} , но и изменением намагниченности по длине. Здесь важно подчеркнуть, что правая часть этого уравнения содержит производные по времени и обращается в ноль в статическом случае. Поэтому, как и следовало ожидать, в статическом случае $H_\parallel = 0$, и условие $H_\parallel = 0$ может рассматриваться как уравнение для определения зависимости модуля намагниченности от координат в статическом неоднородном состоянии. Фактически, в этом уравнении содержатся две неизвестные функции, H_\parallel и $M = |\mathbf{M}|$. Для того, чтобы найти еще одно уравнение, связывающее H_\parallel и M , надо использовать

выражения для функционала энергии. Запишем его в схематическом виде

$$W\{\mathbf{M}\} = \int d\mathbf{r} \left[f(M^2) + \frac{A}{2} (\nabla\mathbf{M})^2 + w_r(\mathbf{M}) \right],$$

где A – константа неоднородного обмена, $f(M^2)$ описывает изотропное обменное взаимодействие, определяющее длину намагниченности, а $w_r(\mathbf{M})$ включает в себя все слагаемые релятивистской природы, то есть энергию анизотропии, а также энергию внешнего поля \mathbf{H}_0 и размагничивающего поля \mathbf{H}_m . Запишем эффективное поле и умножим его на \mathbf{m} , в результате получается выражение для H_{\parallel}

$$H_{\parallel} = -\frac{df}{dM} + A\nabla^2 M - \frac{dw}{dM}. \quad (17.3)$$

Здесь введена величина w ,

$$w = \frac{A}{2} M^2 (\nabla\mathbf{m})^2 + w_r(\mathbf{M}), \quad (17.4)$$

которая представляет собой выражение для энергии ФМ, записанное без учета изменения длины вектора намагниченности. Как отмечалось выше, в статическом случае длина намагниченности определяется соотношением $H_{\parallel} = 0$. Из формулы (17.4) следует, что при любом отклонении намагниченности от легкой оси, в частности, в любом неоднородном состоянии, длина намагниченности отличается от своего равновесного значения. В

принципе, это изменение невелико; как легко видеть, относительное изменение M порядка отношения энергии релятивистских взаимодействий к обменной энергии. Тем не менее, как показано в работах [27 - 32] оно приводит к появлению дополнительного канала релаксации для солитонов.

В работах [27 - 32] на различных примерах продемонстрировано, что при использовании определенных разумных приближений можно построить эффективное замкнутое уравнение только для единичного вектора \mathbf{m} . Диссипативное слагаемое в этом уравнении определяется эффективной диссипативной функцией $\bar{Q} = \bar{Q}\{\mathbf{m}, \partial\mathbf{m}/\partial t\}$, в которой содержатся все эффекты диссипации, в том числе и те, что связаны с изменением M по длине. Покажем схематически, как может быть проведено построение такой эффективной диссипативной функции.

Если считать, что изменение M по длине мало, $\mu = M - M_0 \ll M_0$, то из уравнения (17.4) можно получить линейную связь μ и H_{\parallel} в виде $-A\nabla^2\mu + \chi_{\parallel}\mu = -\partial w/\partial M$, где $\chi_{\parallel} = d^2 f / d^2 M$ – продольная восприимчивость. Используя эту связь и уравнение (17.2), можно записать замкнутое уравнение для H_{\parallel} , которое, в отличие от (17.2), не содержит dM/dt . Далее, используя $\mathbf{H} = H_{\parallel}\mathbf{m} + (1/\gamma)[\mathbf{m}, \partial\mathbf{m}/\partial t]$, выражение для диссипативной функции можно записать через H_{\parallel} , \mathbf{m} и $\partial\mathbf{m}/\partial t$ в виде

$Q = (\mathcal{M}_0/2) \int q d\mathbf{r}$, где плотность диссипативной функции q содержит как слагаемые, квадратичные по компонентам H_{\parallel} или $\partial\mathbf{m}/\partial t$, так и билинейные по H_{\parallel} и $\partial\mathbf{m}/\partial t$. Если найдено явное выражение для H_{\parallel} , то диссипативную функцию можно выразить только через \mathbf{m} , $\nabla\mathbf{m}$ и $\partial\mathbf{m}/\partial t$. После перехода к угловым переменным можно ввести эффективную диссипативную функцию $\bar{Q} = \bar{Q}(\theta, \varphi, \partial\theta/\partial t, \partial\varphi/\partial t)$. Тогда уравнения для угловых переменных вектора \mathbf{m} можно представить в виде

$$\sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\delta W}{\delta\varphi} + \frac{\delta\bar{Q}}{\delta(\partial\varphi/\partial t)}, \quad -\sin\theta \frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\delta W}{\delta\theta} + \frac{\delta\bar{Q}}{\delta(\partial\theta/\partial t)}. \quad (17.5)$$

Легко убедиться, что при таком определении скорость диссипации энергии при стандартной квадратичной зависимости \bar{Q} от обобщенных скоростей $\partial\theta/\partial t$ и $\partial\varphi/\partial t$ определяется выражением $dE/dt = -2\bar{Q}$. Это позволяет решить любую задачу о диссипации энергии солитона. В частности, если солитон характеризуется одним параметром – скоростью, то легко найти силу вязкого трения $\mathbf{f} = -\eta\mathbf{v}$, и коэффициент вязкости выражается как $2\bar{Q} = v^2\eta$. Таким образом, проблема сводится к расчету диссипативной функции \bar{Q} на конкретном солитонном решении.

Такой анализ проделан для движущихся доменных стенок [28 - 30], магнитных вихрей [31], блоховских точек [32]. Для более общих солитонных состояний, которые характеризуются

не только движением солитона как целого, но и его внутренней динамикой [27, 33] (например, магنونные капли) надо исследовать эволюцию нескольких величин, которые суть интегралы движения в бездиссипативном приближении. Во всех этих случаях основной проблемой был анализ продольного поля H_{\parallel} . Не обсуждая всех деталей анализа этих конкретных проблем, приведем подробно наиболее интересный и показательный анализ блоховской точки.

Понятие о «блоховской иерархии солитонов», включающей блоховскую линию и блоховскую точку (БТ), было введено достаточно давно в связи с проблемой движения жестких цилиндрических доменов, см. [13]. БТ в доменной стенке возникает в том месте, где сходятся две блоховские линии противоположного знака, см. рис. 17.1. Вектор \mathbf{M} имеет различные направления при подходе к БТ по различным направлениям, причем в любой малой окрестности БТ имеют место все возможные направления \mathbf{M} , см. рис. 17.1. Это означает, что в самой точке направление намагниченности не определено, то есть формально имеется сингулярность единичного вектора \mathbf{m} (в топологии такая сингулярность называется ежом).

В настоящее время к БТ проявляется большой интерес исследователей в связи с проблемой динамики магнитных вихрей, особенно эффекта переключения знака ядра вихря [34, 35]. Динамика и торможение уединенной БТ была достаточно давно

экспериментально исследована для модельной системы (железо-иттриевого граната) [36]. Этот магнетик известен как материал с предельно малым затуханием спиновых волн.

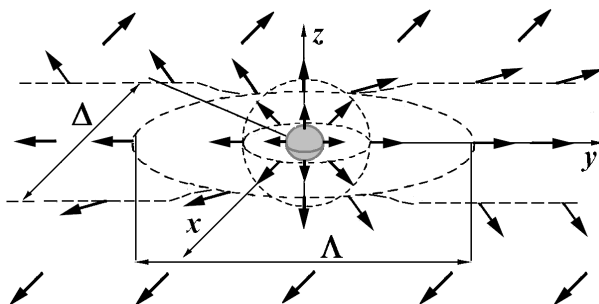


Рис.17.1. Структура блоховской точки в блоховской линии, расположенной параллельно оси z в доменной стенке, лежащей в плоскости yz , стрелками схематически изображено направление и длина намагниченности \mathbf{M} , серая сфера примерно соответствует области блоховской точки с заметной редуцией длины намагниченности.

В работе [36] удалось наблюдать вынужденное движение БТ в железо-иттриевом гранате под действием высокочастотного магнитного поля. Такие эксперименты обычно дают набор полных данных о динамических характеристиках объекта: эффективной массе, частоте собственных колебаний, коэффициенте вязкости. Но колебания БТ в эксперименте [36] оказались передемпфированными и характеризовались чисто диссипативной динамикой. Поэтому единственной характеристикой, определенной в этом эксперименте, является подвижность блоховской точки μ , связанная с коэффициентом вязкого трения БТ. Экспе-

риментально было получено очень малое значение подвижности, $\mu \approx 75 \text{ см/с} \cdot \text{Э}$ [36].

С точки зрения теории, базирующейся на релаксационном слагаемом в форме Ландау - Лифшица или Гильберта, этот результат действительно непонятен, так как железо-иттриевый гранат обладает рекордно малой константой диссипации, $\lambda \sim 10^{-5}$, и огромными значениями подвижности доменной границы и блоховской линии. Однако учет обменной релаксации может объяснить ситуацию [32]. Этот факт свидетельствуют о том, что обобщенная теория может количественно описывать нетривиальные релаксационные явления.

Спецификой БТ является то, что в ней величина пространственных производных намагниченности, а значит и эффективного поля, не мала. При использовании стандартного «ежового» решения $\mathbf{M} \propto \mathbf{r}/r$, где \mathbf{r} – радиус-вектор в системе координат, в центре которой находится БТ, значение $(\nabla \mathbf{M})^2 \propto 1/r^2$ неограниченно возрастает при $r \rightarrow 0$. Это решение справедливо при $r < \Delta, \Lambda$ где Δ – толщина доменной стенки, Λ – ширина блоховской линии, см. подробнее [13] и рис. 17.1. В силу этого обстоятельства следует ожидать, что обменная релаксация может вносить основной вклад в торможение БТ, при этом главную роль будет играть область малых r . Другой эффект состоит в том, что в БТ существенно изменяется

длина намагниченности, обращаясь в ноль в центре БТ. Это означает, что основные эффекты диссипации связаны с малой областью около сингулярности, в которой обменное взаимодействие доминирует. Поэтому можно пренебречь релятивистскими вкладами в эффективное поле \mathbf{H} . В обменном приближении уравнение для намагниченности ФМ (17.1) принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}] - \lambda_e a^2 \gamma M_0 \nabla^2 \mathbf{H},$$

и для эффективного поля можно записать

$$\mathbf{H} = -\frac{df(M)}{dM} \mathbf{m} + A \nabla^2 \mathbf{M}.$$

Начнем со случая неподвижной БТ, уточнение структуры которой по сравнению со стандартным «ежовым» результатом мы используем далее. Воспользуемся обычным феноменологическим подходом, считая намагниченность \mathbf{M} непрерывной функцией координат (возможность такого подхода в окрестности БТ будет обоснована ниже). Тогда, из условия $\mathbf{H} = 0$ для модуля намагниченности M , $M = |\mathbf{M}|$ и единичного вектора $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$ получаются уравнения

$$[\mathbf{m}, \Delta \mathbf{m}] = 0, \quad A[\Delta M - M(\nabla \mathbf{m})^2] = df/dM. \quad (17.6)$$

Первое из уравнений дает для вектора \mathbf{m} стандартный “ежовый” результат $\mathbf{m} = \mathbf{r}/r$. С учетом этого и соотношения $(\nabla \mathbf{m})^2 = 2/r^2$ становится очевидным, что блоховской точке от-

вечает радиально-симметричное решение второго уравнения вида $M = M(r)$. Это уравнение удобно записать для функции $u = M / M_0$, где M_0 – равновесное значение M , отвечающее минимуму функции $f(M)$

$$A\left(\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du}{dr} - \frac{2}{r^2}u\right) = \frac{1}{M_0^2} \frac{d}{du} f(M_0u). \quad (17.7)$$

Если конкретизировать вид функции f в виде разложения Ландау, $f = (M^2 - M_0^2)^2 / 8M_0^2\chi_{\parallel}$, где χ_{\parallel} имеет смысл продольной восприимчивости ферромагнетика в состоянии, близком к равновесному, это уравнение принимает вид

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{du}{dx} - \frac{2}{x^2}u + u - u^3 = 0, \quad (17.8)$$

где введена безразмерная координата $x = r/l_0$, $l_0 = \sqrt{2A\chi_{\parallel}}$. В области малых r решение без сингулярностей может быть получено только в случае, когда $u \rightarrow 0$, и при $r \rightarrow 0$ намагниченность линейно стремится к нулю, $M \propto M_0 r / l_0$. Асимптотика решения на больших расстояниях имеет вид $M / M_0 \approx 1 - l_0^2 / r$. Явный вид $M(r)$ легко найти численно, методом «стрельбы», см. [16], эта функция представлена на рис. 17.2.

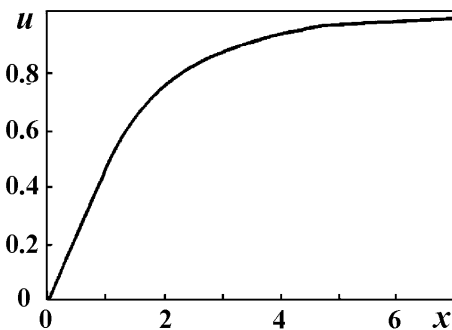


Рис. 17.2. Решение уравнения (17.8), определяющее распределение намагниченности в БТ [32].

С учетом соотношения $m = \mathbf{r}/r$ получается, что рост $(\nabla \mathbf{M})^2 \sim M^2 (\nabla \mathbf{m})^2$ при уменьшении r происходит только до значений $r \approx \sqrt{2A\chi_{\parallel}}$, а при меньших r значение $(\nabla \mathbf{M})^2 = \text{const} \approx M^2 / A\chi_{\parallel}$. Используя значения параметров, характерных для железо-иттриевого граната, получаем $l_0 \approx 1.5$ нм, см. [28, 30]. Эта величина близка к размеру элементарной ячейки $a_{\text{cell}} = 1.25$ нм. Поскольку в элементарной ячейке ферритаграната находятся почти сто магнитных ионов железа, расстояние между ними a мало по сравнению с a_{cell} . Сравнение данных анализа континуальных и дискретных расчетов для доменных стенок [37] и двумерных солитонов (вихрей) [38] показывает, что использование континуального приближения для распределений с характерными размерами порядка $(1.5-2)a$ является достаточно точным. Поэтому проведенное выше феноменологи-

ческое описание БТ имеет смысл и на расстояниях $r \approx a \ll a_{cell}$, и полученные формулы являются достаточно точными.

Вычислив статическое распределение намагниченности в БТ, которому отвечает $\mathbf{H} = 0$, перейдем к анализу движущейся БТ и ее диссипации. Если БТ движется, то возникает ненулевое значение \mathbf{H} . Для поперечной части \mathbf{H} можно использовать известное соотношение $\mathbf{H}_\perp = (1/\gamma)[\mathbf{m}, \partial\mathbf{m}/\partial t]$. Найдем теперь параллельную компоненту эффективного поля H_\parallel . Легко показать, что для решения типа ежа, $\mathbf{m} = \mathbf{r}/r$ величина $(\mathbf{m}, \nabla^2[\mathbf{m}, \partial\mathbf{m}/\partial t]) = 0$, и уравнение для H_\parallel в чисто обменном приближении принимает вид

$$-\lambda_e a^2 \nabla^2 H_\parallel + \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{m})^2 H_\parallel = -(1/\gamma M_0)(\partial M / \partial t). \quad (17.9)$$

Для вычисления коэффициента вязкого трения η при малой скорости БТ, когда зависимость силы трения от скорости является линейной, $F = \eta v$, нужно найти H_\parallel в линейном приближении по скорости. В этом случае достаточно заменить $\partial M / \partial t \rightarrow -(\mathbf{v}, \nabla M)$, где $M(r) = M_0 u(r)$ определяет решение уравнения для структуры неподвижной БТ. Используя сферическую систему координат с полярной осью вдоль \mathbf{v} и с центром в точке $\mathbf{r} - \mathbf{v}t = 0$, правую часть (17.9) легко представить в виде $-v M_0 (du/dr) \cos \theta$. Отсюда следует, что $H_\parallel = F(r) \cos \theta$, для

функции $F(r)$ получается обыкновенное дифференциальное уравнение. В безразмерных переменных это уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 F}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dF}{dx} - \frac{4}{x^2} F = \frac{\sqrt{2A\chi_{\parallel}}}{2g\lambda_e a^2} \frac{du(x)}{dx}. \quad (17.10)$$

Дальнейший анализ сводится к решению этого уравнения и вычислению коэффициента вязкости БТ $\eta = 2Q/v^2$ по формуле

$$\eta = \lambda_e a^2 M_0 \int \left\{ \frac{1}{\gamma} \left(\nabla \left[\mathbf{m}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \right] \right)^2 + \frac{2\gamma}{r^2} H_{\parallel}^2 + \lambda (\nabla H_{\parallel}^2) \right\} d\mathbf{r}. \quad (17.11)$$

Поскольку в силу (17.9) $H_{\parallel} \propto \chi_{\parallel} / \lambda_e$, вклад первого слагаемого пропорционален релаксационной константе λ_e , а второе и третье слагаемые дают $\lambda_e F_{\parallel}^2 \propto \chi_{\parallel}^2 / \lambda_e$.

$$\eta = \frac{8\pi M_0}{\gamma a} \left(C_1 \lambda_e a^2 + C_1 \frac{A^2 \chi_{\parallel}}{\lambda_e a^2} \right), \quad (17.12)$$

где $C_1 \approx 1$ и $C_2 \approx 2.25$ – численные коэффициенты. Итак, здесь диссипативная характеристика солитона включает не только прямой вклад обменного релаксационного члена (первое слагаемое), но и вклад от изменения намагниченности по длине (второе слагаемое). Наличие такого вклада отмечалось выше. Этот вклад можно характеризовать «эффективной константой релаксации», которая пропорциональна квадрату продольной

восприимчивости, и обратно пропорциональна релаксационной константе (в данном случае – обменной константе λ_e) Оценки с учетом параметров, характерных для железо-иттриевого граната показывают, что первый вклад пренебрежимо мал, а второй вклад хорошо описывает аномально сильное торможение БТ.

Обсудим физический смысл этого результата. Последнее слагаемое в (17.12) определяет вклад изменения длины вектора намагниченности в диссипацию солитона. Этот вклад был, насколько нам известно, впервые рассмотрен в работе [28] для доменных стенок. Он отличен от нуля только при конечном значении продольной восприимчивости ферромагнетика χ_{\parallel} . Роль "эффективной релаксационной константы" в этом члене играет величина $\chi_{\parallel}^2 / \lambda$. Происхождение этого вклада может быть объяснено следующим образом. В области вблизи солитона локальное значение модуля вектора намагниченности M отличается от равновесного M_0 . Поэтому при перемещении солитона его энергия расходуется на создание отклонения M от его равновесного значения M_0 в данной области магнетика, с последующей релаксацией этого отклонения. Следовательно, оно обусловлено изменением модуля вектора намагниченности. Это типичный пример релаксации возбуждений некоторой динамической переменной (в нашем случае – единичного вектора \mathbf{m}) за счет взаимодействия с другой переменной, динамика которой

имеет чисто релаксационный характер. При этом вклад в диссипацию растет как с ростом соответствующей восприимчивости χ_{\parallel} , так и с уменьшением релаксационной константы λ .

Отметим, что такая же комбинация возникает и при описании продольной или медленной релаксации в магнетиках с редкоземельными ионами [39]. При всем различии физических процессов в этих задачах, между ними есть сходство. В обоих случаях релаксация связана с тем, что изменение динамической переменной (нормированной намагниченности \mathbf{m} в нашем случае, или намагниченности железной подрешетки \mathbf{M}_{Fe} в случае [39]) выводит из равновесия переменную с чисто релаксационной динамикой (длину намагниченности M или намагниченность редкоземельной подрешетки \mathbf{M}_{R}), соответственно. При этом вклад в диссипацию растет как с ростом соответствующей восприимчивости χ_{\parallel} , так и с уменьшением релаксационной константы λ . Эффективная релаксационная константа, описывающая вклад в диссипацию изменения длины намагниченности, квадратична по малому параметру теории, величине χ_{\parallel} , но содержит в знаменателе другой малый параметр, релаксационную константу. Поэтому вклад этого механизма в торможение ДС в ферромагнетиках с малой диссипацией может оказаться существенным.

ЛИТЕРАТУРА

Глава I

- [1]. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
- [2]. Ю.А.Изюмов, Ф.А. Кассан-Оглы, Ю.Н. Скрябин, *Полевые методы в теории ферромагнетизма*, Наука, Москва (1974).
- [3]. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова Думка, Киев (1984).
- [4]. Ю.А.Изюмов, Ю.Н. Скрябин, *Статистическая механика магнитоупорядоченных систем*, Наука, Москва (1987).
- [5]. Л.Д. Ландау, И.М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1975).
- [6]. W. Heisenberg. *Zs. Physik.* **49**, 619 (1928).
- [7]. Я. Френкель. *Zs. F. Phys.* **49**, 31 (1928).
- [8]. P. Dirac. *Proc. Roy. Soc. A* **123**, 714 (1929).
- [9]. H. Bethe. *Z. Phys.*, **71**, 205 (1931).
- [10]. Л.А. Тахтаджян, Л.Д. Фаддеев. *УМН*, **21**, 339 (1975).
- [11]. F. Dyson. *Phys. Rev. Ser. 2*, **102**, 1217, 1230 (1956).
- [12]. T. Oguchi. *Phys. Rev.* **117**, 117 (1960).
- [13]. A.V. Harris, D. Kumar, V.I.Halperin, P.C. Hohenberg, *Phys. Rev. B* **3**, 961 (1971).
- [14]. С.В. Малеев. *ЖЭТФ* **33**, 1010 (1957).
- [15]. T. Holstein, H. Primakoff. *Phys. Rev.* **58**, 1098 (1940).
- [16]. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский. *ЖЭТФ*, **85**, 602 (1983).
- [17]. R. Kubo. *J. Phys. Soc. Jap.* v.**12**, 570 (1957).
- [18]. H.V. Callen, A.T. Welton. *Phys. Rev. Ser.2*, **83**, 34 (1951).
- [19] С.В. Тябликов, *Методы квантовой теории магнетизма*, Наука, Москва (1975).
- [20]. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
- [21]. В.Г. Вакс, А.И. Ларкин, С.А. Пикин. *ЖЭТФ* **53**, 281; 1089 (1967).

- [22]. В.С. Львов, *Нелинейные спиновые волны*, Наука, Москва (1987).
- [23]. М.П. Кащеев, М.А. Кривоглаз, ФТТ **3**, 1541 (1961).
- [24]. Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрябин, *Базовые модели в квантовой теории магнетизма*, УроРАН, Екатеринбург (2002).
- [25]. Д. Форстер, *Гидродинамические флуктуации, нарушенная симметрия и корреляционные функции*, Атомиздат, Москва (1980).
- [26] А.З. Паташинский, В.Л. Покровский, *Флуктуационная теория фазовых переходов*, Наука, Москва (1982).
- [27]. C.D. Stanciu, A.V. Kimel, F. Hansteen, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing. Phys. Rev. B **73**, 220402(R) (2006).
- [28]. M. Binder, A. Weber, O. Mosendz, G. Woltersdorf, M. Izquierdo, I. Neudecker, J.R. Dahn, T.D. Hatchard, J.-U. Thiele, C.H. Back, M.R. Scheinfein. Phys. Rev. B **74**, 134404 (2006).
- [29]. C.D. Stanciu, F. Hansteen, A.V. Kimel, A. Kirilyuk, A. Tsukamoto, A. Itoh, Th. Rasing. Phys. Rev. Lett. **99**, 047601 (2007).
- [30]. I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H.A. Dürr, T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R.W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A.V. Kimel. Nature **472**, 205 (2011).
- [31]. A.R. Khorsand, M. Savoini, A. Kirilyuk, A. V. Kimel, A. Tsukamoto, A. Itoh, Th. Rasing. Phys. Rev. Lett. **108**, 127205 (2012).
- [32]. T.A. Oster, J. Barker, R.F.L. Evans, R.W. Chantrell, U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, S. El Moussaoui, L. Le Guyader, E. Mengotti, L.J. Heyderman, F. Nolting, A. Tsukamoto, A. Itoh, D. Afanasiev, B. A. Ivanov, A. M. Kalashnikova, K. Vahaplar, J. Mentink, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A. V. Kimel. Nat. Commun. Nat. Commun. **3**, 666, (2012).
- [33]. M. Cinchetti, M. Sánchez Albaneda, D. Hoffmann, T. Roth, J.-P. Wüstenberg, M. Krauß, O. Andreyev, H.C. Schneider, M. Bauer, M. Aeschlimann. Phys. Rev. Lett. **97**, 177201 (2012).
- [34]. А. Ахиезер, В. Барьяхтар, С. Пелетминский. ЖЭТФ **36**, 216 (1959).
- [35]. В.Г. Барьяхтар. ЖЭТФ **37**, 690 (1959).

- [36]. E. Schlömann, Phys. Rev. **121**, 1312 (1961).
[37]. М. Каганов, В. Цукерник. ЖЭТФ **35**, 474 (1958); ЖЭТФ **36**, 224 (1959).

Глава II

- [1]. И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **32**, 1547 (1957).
[2]. A.V. Harris, D. Kumar, V.I. Halperin, P.C. Hohenberg. Phys. Rev B **3**, 961 (1971).
[3]. В.Г. Барьяхтар, В.Л. Соболев, А.Г. Квирикадзе. ЖЭТФ **65**, 790 (1973).
[4]. В.Г. Барьяхтар, В.П. Краснов, В.Л. Соболев. ФТТ **15**, 3039 (1973).
[5]. Й. Шойом. ЖЭТФ **55**, 2355 (1968).
[6]. Ю.А. Изюмов, Ф. А. Кассан-Оглы. ФММ **26**, 385 (1968).
[7]. Л.Д. Ландау, И.М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1975).
[8]. S.L. Adler. Phys. Rev. **137** B, 1022, (1965).
[9]. Ю.А. Изюмов, Ф.А. Кассан-Оглы, Ю.Н. Скрябин, *Полевые методы в теории ферромагнетизма*, Наука, Москва (1974).
[10]. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова Думка, Киев (1984).
[11]. А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков, *Магнитные колебания и волны*, Физматлит, Москва (1994).
[12]. A.V. Harris. Phys. Rev. **132**, 2398, (1963); **155**, 499 (1966).
[13]. Д.А. Яблонский. ФТТ **18**, 880 (1976).
[14]. R.C. Le Craw, L.R. Walker. J. Appl. Phys. **32**, 167S (1961).
[15] А.Г. Гуревич, А.Н. Анисимов. ЖЭТФ **68**, 677 (1975); А.Н. Анисимов, А.Г. Гуревич. ФТТ **18**, 38 (1976).
[16]. В.Г. Барьяхтар, Г.И. Урушадзе. ЖЭТФ **38**, 1253 (1960).
[17]. С.А.Пикин. ЖЭТФ **54**, 1851 (1968).
[18]. Б.А. Иванов, А.Л. Сукстанский. ЖЭТФ **84**, 370 (1983).
[19]. А.Л. Сукстанский, Б.А. Иванов, ЖЭТФ **108**, 914 (1995).
[20]. В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский. ЖЭТФ **74**, 2269 (1978).
[21]. В.Г. Барьяхтар, Д.А. Яблонский. ТМФ **31**, 233 (1977).

- [22]. C.D. Stanciu, A.V. Kimel, F. Hansteen, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing. *Phys. Rev. B* **73**, 220402(R) (2006).
- [23]. M. Binder, A. Weber, O. Mosendz, G. Woltersdorf, M. Izquierdo, I. Neudecker, J.R. Dahn, T.D. Hatchard, J.-U. Thiele, C.H. Back, M. R. Scheinfein. *Phys. Rev. B* **74**, 134404 (2006).
- [24]. C.D. Stanciu, F. Hansteen, A.V. Kimel, A. Kirilyuk, A. Tsukamoto, A. Itoh, Th. Rasing. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 047601 (2007).
- [25]. I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H.A. Dürr, T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R.W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A.V. Kimel. *Nature* **472**, 205 (2011).
- [26]. A.R. Khorsand, M. Savoini, A. Kirilyuk, A.V. Kimel, A. Tsukamoto, A. Itoh, Th. Rasing. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 127205 (2012).
- [27]. T.A. Oster, J. Barker, R.F.L. Evans, R.W. Chantrell, U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, S. El Moussaoui, L. Le Guyader, E. Mengotti, L.J. Heyderman, F. Nolting, A. Tsukamoto, A. Itoh, D. Afanasiev, B.A. Ivanov, A.M. Kalashnikova, K. Vahaplar, J. Mentink, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A.V. Kimel. *Nat. Commun. Nat. Commun.* **3**, 666, (2012).
- [28]. M. Cinchetti, M. Sánchez Albaneda, D. Hoffmann, T. Roth, J.-P. Wüstenberg, M. Krauß, O. Andreyev, H.C. Schneider, M. Bauer, M. Aeschlimann. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 177201 (2012).
- [29]. A. Kirilyuk, A.V. Kimel, Th. Rasing. *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2731 (2010).
- [30]. Б. А. Иванов. *ФНТ* **40**, 119 (2014).
- [31]. R.K. Wangsness. *Phys. Rev.* **91**, 1085 (1953); *Phys. Rev.* **97**, 831 (1955).
- [32]. S. Geschwind, L.R. Walker. *J. Appl. Phys.* **30**, Suppl. 163S (1959).
- [33]. J. Kaplan, C. Kittel. *J. Chem. Phys.* **21**, 760 (1953).
- [34]. В.Н. Криворучко. *ФНТ* **7**, 1167 (1981).
- [35]. В.Н. Криворучко. *ФНТ* **40**, 55 (2014).
- [36]. R.L. Comstock, J.J. Raymond, W.G. Nielsen, J.P. Remeika. *Appl. Phys. Lett.* **9**, 274 (1966).
- [37]. R.C. le Craw, L.R. Walker. *J. Appl. Phys.* **32**, 167 (1961).

[38]. W.G. Nielsen, R.L. Comstock, L.R. Walker. Phys. Rev. A **139**, 472 (1965).

[39]. В.Н. Криворучко, Д.Я. Яблонский. ФТТ **21**, 1502 (1979).

Глава III

[1]. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Sow Phys. **8**, 153 (1935).

[2]. В.В.Еременко, В.Н.Криворучко, Н.М.Лавриненко, Д.А. Яблонский, ФТТ **30**, № 12, 3605 (1988).

[3]. В.Г. Барьяхтар, В.В. Еременко, С.А. Звягин, Ю.Г. Пашкевич, В.В. Пишко, В.Л. Соболев, В.В. Шахов, ЖЭТФ **100**, № 6, 1983 (1991).

[4]. Yu.G. Pashkevich, V.A. Blinkin, V.P. Gnezdilov, V.V. Tsapenko, V.V. Eremenko, P. Lemmens, M. Fischer, M. Grove, G. Guntherodt, L. Degiorgi, P. Wachter, J.M. Tranquada, D.J. Buttrey, Phys. Rev. Lett. **84**, № 17, 3919 (2000).

[5]. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).

[6]. F. Bloch, Zs. f. Phys. **61**, 206 (1930); F. Bloch, Z. f. Phys. **74**, 295 (1932).

[7]. T.L. Gilbert, Phys. Rev. **100**, 1243 (1955).

[8]. В. Камберский, Czech. J. Phys. **22**, 572, (1972).

[9]. В.Г. Барьяхтар, ЖЭТФ **87**, № 4, 1501 (1984); ФТТ **29**, 1317 (1987);

[10]. В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич, ФНТ **32**, № 8/9, 1010 (2006); ФНТ, **36**, № 4, 385 (2010).

[11]. А. Г. Данилевич, УФЖ. **51**, №7, 668 (2006).

[12]. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).

[13]. В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова Думка, Киев (1984).

[14]. V.A. Chernenko, V.A. Lvov, V. Golub, I.R. Aseguinolaza and J.M. Barandiarán, Phys. Rev. B, **84**, 054450 (2011).

[15]. Н.Н. Боголюбов, *Квазисредние в задачах статистической механики*, Препр. / АН СССР ОИЯИ; Р-1451, Дубна (1963).

- [16]. A. Kirilyuk, A.V. Kimel, and Th. Rasing, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2731 (2010).
- [17]. J.-Y. Bigot, M. Vomir, and E. Beaurepaire, *Nature Phys.* **5**, 515 (2009).
- [18]. I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H.A. Dürr, T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R.W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing and A.V. Kimel, *Nature*, **472**, 205 (2011).
- [19]. M. Battiato, K.Carva, P.M. Oppeneer, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 027203 (2010); M. Battiato, K. Carva, and P.M. Oppeneer, *Phys. Rev. B* **86**, 024404 (2012).
- [20]. T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R. Chantrell, U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, S. El Moussaoui, L. Le Guyader, E. Mengotti, L.J. Heyderman, F. Nolting, A. Tsukamoto, A. Itoh, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A.M. Kalashnikova, K. Vahaplar, J. Mentink, A. Kirilyuk, Th. Rasing and A.V. Kimel, *Nature Communications*, **3**, 666, (2012).
- [21]. L. Le Guyader, S. El Moussaoui, M. Buzzi, R. V.Chopdekar, L.J. Heyderman, A.Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th.Rasing, A.V. Kimel, F. Nolting, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 022410 (2012).
- [22]. J.H. Mentink, J. Hellsvik, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A. Kirilyuk, A.V. Kimel, O. Eriksson, M.I. Katsnelson, and Th. Rasing, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 057202 (2012).
- [23]. В.Г. Барьяхтар, *ФНТ*, **11**, 1198 (1985); *ЖЭТФ*, **94**, 196 (1988).
- [24]. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, Т.К. Соболева, А.Л. Сукстанский, *ЖЭТФ*, **91**, 1454 (1986); V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, A.L. Sukstanskii and E.Yu. Melekhov, *Phys. Rev. B*, **56**, 619 (1997).
- [25]. F. Dyson, *Phys. Rev.* **102**, 1217 (1956).
- [26]. Б.А. Иванов, А.Л. Сукстанский, *ЖЭТФ*, **84**, 370 (1983).
- [27]. В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский, *ЖЭТФ*, **74**, 2268 (1978); *ФТТ* **21**, 1502 (1979).
- [28]. В.Г. Барьяхтар, В.Г. Белых, Т.К. Соболева, *ТМФ*, **77**, №2, 311 (1988).

Глава IV

- [1]. А.С. Абызов, Б.А. Иванов, ЖЭТФ **76**, 1700 (1979).
- [2]. B.A. Ivanov and A.L. Sukstanskii, JMMM **117**, 102 (1992).
- [3]. J.-Y. Bigot, M. Vomir, and E. Beaurepaire, Nature Phys. **5**, 515 (2009).
- [4]. A. Kirilyuk, A.V. Kimel, and Th. Rasing, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2731 (2010).
- [5]. E. Beaurepaire, J.-C. Merle, A. Daunois, and J.-Y. Bigot, Phys. Rev. Lett. **76**, 4250 (1996).
- [6]. I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H.A. Dürr, T. A. Ostler, J. Barker, R. F. L. Evans, R. W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing and A. V. Kimel, Nature (London) **472**, 205 (2011).
- [7]. M. Battiato, K. Carva, P.M. Oppeneer, Phys. Rev. Lett. **105**, 027203 (2010); D. Rudolf, C. La-O-Vorakiat, M. Battiato, R. Adam, J.M. Shaw, E. Turgut, P. Maldonado, S. Mathias, P. Grychtol, H.T. Nembach, T.J. Silva, M. Aeschlimann, H.C. Kapteyn, M.M. Murnane, C.M. Schneider and P.M. Oppeneer, Nat. Commun. **3**, 1037 (2012); M. Battiato, K. Carva, and P.M. Oppeneer, Phys. Rev. B **86**, 024404 (2012).
- [8]. T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R. Chantrell, U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, S. ElMoussaoui, L.Le Guyader, E. Mengotti, L. J. Heyderman, F. Nolting, A. Tsukamoto, A. Itoh, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A.M. Kalashnikova, K. Vahaplar, J. Mentink, A. Kirilyuk, Th. Rasing and A.V. Kimel, Nature Commun. **3**, 666 (2012).
- [9]. L.Le Guyader, S. El Moussaoui, M. Buzzi, R.V.Chopdekar, L.J. Heyderman, A.Tsukamoto, A.Itoh, A.Kirilyuk, Th.Rasing, A.V.Kimel, F.Nolting, Appl. Phys. Lett **101**, 022410 (2012).
- [10]. A.R. Khorsand, M. Savoini, A. Kirilyuk, A.V. Kimel, A. Tsukamoto, A. Itoh, and Th. Rasing, Phys. Rev. Lett. **108**, 127205 (2012).
- [11]. J.H. Mentink, J. Hellsvik, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A. Kirilyuk, A. V. Kimel, O. Eriksson, M. I. Katsnelson, and Th. Rasing, Phys. Rev. Lett. **108**, 057202 (2012).

- [12]. В.Г.Барьяхтар, В.И. Бутрим, Б.А. Иванов, Письма ЖЭТФ **98**, 327-331 (2013).
- [13]. А. Малоземов, Дж. Слонзуски. *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
- [14]. V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, Soviet Scientific Reviews. Sec.A - Phys. Ed.by I.M.Khalatnikov, **16**, №4 (1992).
- [15]. V.G. Baryakhtar, M.V. Chetkin, B.A. Ivanov, and S.N. Gadetskii, *Dynamics of topological magnetic solitons. Experiment and theory*. Berlin.: Springer Tract in Modern Physics, Springer-Verlag, V. 139. 179 p. (1994).
- [16]. А.М. Косевич, В.А. Иванов and А.С. Ковалев, Phys.Reports **194**, 117 (1990).
- [17]. А.Б. Борисов, В.В. Киселев, *Нелинейные волны, солитоны и локализованные структуры в магнетиках*, УроРАН, Екатеринбург (2009).
- [18]. В.Г. Барьяхтар, ЖЭТФ **87**, 1501 (1984).
- [19]. В.Г. Барьяхтар, ФТТ **29**, 1317 (1987).
- [20]. В.Г. Барьяхтар, ФНТ **11**, 1198 (1985).
- [21]. В.Г. Барьяхтар, ЖЭТФ **94**, 196 (1988).
- [22]. V.G. Bar'yakhtar, Physica B **159**, 20 (1989).
- [23]. М.А. Hofer, T.J. Silva, and M.W. Keller, Phys. Rev. B **82**, 054432 (2010).
- [24]. G. Gubbiotti, G. Carlotti, S. Tacchi, M. Madami, T. Ono, T. Koyama, D. Chiba, F. Casoli, and M.G. Pini, Phys. Rev. B **86**, 014401 (2012).
- [25]. S.M. Mohseni, S.R. Sani, J. Persson, T.N. Anh Nguyen, S. Chung, Ye. Pogoryelov, P.K. Muduli, E. Iacocca, A. Eklund, R.K. Dumas, S. Bonetti, A. Deac, M.A. Hofer, J. Åkerman, Science **339**, 1295 (2013).
- [26]. A.R. Khorsand, M. Savoini, A. Kirilyuk, A.V. Kimel, A. Tsukamoto, A. Itoh, and Th. Rasing, Phys. Rev. Lett. **110**, 107205 (2013).
- [27]. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, Т.К.Соболева, А.Л. Сукстанский, ЖЭТФ **91**, 1454 (1986).

- [28]. V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov and K.A. Safaryan, Solid State Comm. **72**, 1117 (1989).
- [29]. Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов, К.А. Сафарян, ЖЭТФ **111**, 158 (1997).
- [30]. В.Г. Барьяхтар, В.А. Бродовой, Б.А. Иванов, И.В. Круценко, К.А. Сафарян, ФТТ **32**, 852 (1990).
- [31]. Е.Г. Галкина, Б. А. Иванов, ЖЭТФ **109**, 2166 (1996).
- [32]. E.G. Galkina, B. A. Ivanov and V. A. Stephanovich, J. Magn. and Magn. Mater. **118**, p.373 (1993).
- [33]. V.G. Baryakhtar, B.A. Ivanov and A.L. Sukstanskii, and T.Yu. Melekhov, Phys. Rev. B **56**, 619 – 635 (1997).
- [34]. J. Miltat and A. Thiaville, Science **298**, 555 (2002).
- [35]. R. Hertel, S. Gliga, M. Fähnle, and C.M. Schneider, Phys. Rev. Lett. **98**, 117201 (2007).
- [36]. В.С. Горнаков, Л.М. Дедух, В.И. Никитенко, Письма ЖЭТФ **49**, 551 (1989).
- [37]. B.A. Ivanov and H.-J. Mikeska, Phys. Rev. B **70**, 174409 (2004).
- [38]. B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk and G.M. Wysin, Phys. Rev. Lett. **76**, 511 (1996).
- [39]. А.Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1972).