

Статичний розрахунок шпindelьних вузлів на опорах кочення

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до виконання розрахунків у дипломних проектах та курсових
проектах**

**з дисциплін “Металорізальні верстати”,
“Металорізальні верстати та обладнання автоматизованого
виробництва”, “Конструювання обладнання металообробних цехів”**

Частина 1

**для напряму підготовки 6.050503, спеціальностей "Металорізальні
верстати та системи" та "Інструментальне виробництво"
і спеціальностей 7.05050201 8.05050201 "Технологія машинобудування"**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
„КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО“
МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра „КОНСТРУЮВАННЯ ВЕРСТАТІВ І МАШИН“**

**Статичний розрахунок шпиндельних вузлів
на опорах кочення**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до виконання розрахунків у дипломних проектах та курсових проектах
з дисциплін “Металорізальні верстати”,**

**“Металорізальні верстати та обладнання автоматизованого
виробництва”, “Конструювання обладнання металообробних цехів”**

Частина 1

**для напряму підготовки 6.050503, спеціальностей "Металорізальні
верстати та системи" та "Інструментальне виробництво"
і спеціальностей 7.05050201 8.05050201 "Технологія машинобудування"**

Методичні вказівки рекомендовані кафедрою
„Конструювання верстатів і машин“
Протокол № 12 від 19.04.2017 р.

Завідувач кафедри

_____ В.Б.Струтинський

Київ - 2017 р.

Статичний розрахунок шпindelьних вузлів на опорах кочення: Методичні вказівки до виконання розрахунків у дипломних проектах та курсових проектах з дисциплін „Металорізальні верстати“, „Металорізальні верстати та обладнання автоматизованого виробництва“, „Конструювання обладнання металообробних цехів“ для студентів напряму підготовки 6.050503, спеціальностей „Металорізальні верстати та системи“ та „Інструментальне виробництво“ і спеціальностей 7.05050201, 8.05050201 „Технологія машинобудування“. Частина 1 / Уклад.: І.І.Верба, О.В.Даниленко – К.: НТУУ „КПІ ім. Ігоря Сікорського“, 2017. – 104 с.

Електронне навчальне видання

Статичний розрахунок шпindelьних вузлів на опорах кочення

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Автори: Верба Ірина Іванівна, доцент, канд. техн. наук
Даниленко Олександр Васильович, доцент, канд. техн. наук

Рецензент: *Данильченко Юрій Михайлович*, д-р техн.наук, професор,
завідувач кафедри „Прикладна механіка“
НТУУ „КПІ імені Ігоря Сікорського“

Відповідальний редактор

Видання подається у авторській редакції

© НТУУ „КПІ ім.Ігоря Сікорського“, 2017

© Верба І.І., 2017

© Даниленко О.В., 2017

Методичні вказівки містять інформацію стосовно статичного розрахунку шпиндельних вузлів на опорах кочення при виконанні курсового проекту з дисциплін „Металорізальні верстати“, „Металорізальні верстати та обладнання автоматизованого виробництва“, „Конструювання обладнання металообробних цехів“

Найчастіше проектування шпиндельних вузлів (ШВ) зводиться до компонування окремих підвузлів, частина з яких є стандартними (опори, передній кінець шпинделя, вузол кріплення деталі і т.п.) з подальшими перевірочними розрахунками на відповідність певним критеріям працездатності (швидкохідність, жорсткість, радіальне биття переднього кінця шпинделя тощо) та, у разі потреби, оптимізацією окремих параметрів (наприклад, геометричних параметрів –міжопорної відстані чи діаметру шийки валу у передній опорі і т.ін., чи маси, жорсткості, демпфірування з метою забезпечити швидкохідність, мінімальні енергетичні витрати в опорах тощо)

Наближені методи розрахунку використовують для оцінки статичної жорсткості ШВ, власної частоти коливань шпинделя і зміщень переднього кінця шпинделя внаслідок теплової дії.

Точні методи розрахунку застосовують для оцінки характеристик точності ШВ під дією динамічних та теплових процесів.

При проектуванні ШВ використовують комплекс взаємопов'язаних пружно-деформаційних статичних та динамічних, математичних моделей ШВ в цілому та його окремих структурних елементів [16].

Існує багато методик розрахунку ШВ в цілому та його окремих параметрів. Вони відрізняються перш за все математичним апаратом,

кількістю параметрів, які враховуються та складністю розрахунків. Якість методики можна оцінити за відповідністю результатів розрахунку експериментальним даним.

Проектування ШВ має на меті перш за все забезпечення вимог до оброблюваної на верстаті деталі. Тому й якість ШВ оцінюється за проектними критеріями, які відображують мету проектування. Визначення та оцінка проектних критеріїв є однією із задач, які вирішуються при проектуванні.

Загальний перелік основних проектних критеріїв наступний:

- точність обертання шпинделя;
- жорсткість ШВ;
- нагрів опор;
- вібростійкість;
- довговічність (оцінюється тривалістю роботи у годинах без порушення припустимих меж показників якості роботи);
- економічність (оцінюється сумарними зведеними витратами на виготовлення та експлуатацію)

З визначеними проектними критеріями порівнюють досягнуті при проектуванні показники.

1 ПОРЯДОК РОЗРАХУНКУ

1. Обґрунтувати геометричні конструктивні параметри. В першу чергу це стосується ШВ, які проектуються без врахування базової конструкції. Базова конструкція накладає обмеження на міжопорну відстань, діаметри розточування у корпусі отворів під підшипники, тип приводу тощо. Обмеження необхідно вказати.

Визначаємо діаметр d_1 шийки шпинделя під передньою опорою:

- обираємо орієнтовно $(d_1)_{\min}$ згідно з потужністю, яка передається;
- лишаємо незмінним, якщо це модернізація, але перевіряємо у разі збільшення потужності;
- розраховуємо мінімальний діаметр вала $(d)_{\min}$ з умови жорсткості, якщо вихідні дані це дозволяють.

Орієнтовно мінімально необхідний для передачі потужності P діаметр шийки шпинделя під передньою опорою становить:

- для токарних, фрезерних, розточувальних та багатоцільових верстатів:

$$(d_1)_{\min} = P / (0,15 \dots 0,35);$$

- для електрошпинделів:

$$(d_1)_{\min} = P / (0,7 \dots 0,85);$$

- діаметр шпинделя у задній опорі:

$$d_2 = (0,8 \dots 0,9)d_1.$$

Діаметр переднього кінця шпинделя приймаємо:

$$d_{нк} = (1,0 \dots 1,2)d_1;$$

де d_1 – діаметр шийки шпинделя під передньою опорою.

Необхідно узгодити $d_{нк}$ із розмірами конусного отвору у шпинделі та відповідними стандартами виконання переднього кінця шпинделя. Згідно з

конструкцією ШВ обираємо за d_{\min} або $(d_1)_{\min}$ шпинделя діаметри шийок під передньою та задньою опорами – d_1 та d_2 .

Діаметр шпинделя між опорами приймаємо максимально можливим, найчастіше $d_m = (0,9...1,0)d_1$, для внутрішньо шліфувальних головок $d_m = 1,4d_1$.

Виліт a кінця шпинделя (від середини передньої опори), який визначається системою кріплення інструмента чи заготовки, приймають орієнтовно мінімально можливим. Можна використати співвідношення $a \leq (1/5...1/3)l$. Уточнюємо згідно з конструкцією переднього кінця.

Міжопорна відстань ℓ для верстатів, які модернізують, визначається базовою моделлю. Для попереднього розрахунку ШВ можна приймати з умови $2,5l \leq d \leq 4l$, менші значення – для токарних верстатів, більші – для шліфувальних. Для шліфувальних верстатів враховують $l \geq 1,5D_{кр}$, де $D_{кр}$ – діаметр шліфувального круга.

Розрахунковий середній діаметр шпинделя повинен відповідати умові жорсткості міжопорної частини – не нижче $250...550 \text{ Н/мкм}$:

$$d_{сер} \geq \sqrt[4]{(0,05...0,1)l^3}, \quad \text{де } d_{сер} = \frac{\sum_{i=1}^k d_i l_i}{l+a},$$

d_i, l_i – діаметр та довжина ділянок шпинделя.

Менші значення коефіцієнту у дужках приймають для варіантів нормальної точності, більші – для прецизійних.

За ескізом ШВ доцільно перевірити $d_{сер}$ ще до початку розрахунку на жорсткість.

2. За значенням параметру швидкості $K_v = dn_{\max}$ обираємо компоновальну схему ШВ – тип, кількість, розташування підшипників.

Уточнюємо швидкісний параметр ШВ згідно конструктивних умов.

Для цього попередньо обираємо тип змашування, оцінюємо навантажувальність верстата, клас точності верстата, тип попереднього натягу.

Максимально припустиму частоту обертання підшипників приймаємо для попередніх розрахунків $[n_{\max}] = n_k \gamma$, де n_k – припустима частота обертання за каталогом; $\gamma = 0,8$ – коефіцієнт, що враховує умови теплопередачі та якість монтажу.

3. Складаємо розрахункову схему. Для спрощення розрахунків розглядаємо розрахункову схему у вигляді балки на ножових опорах (рис 1, а), нехтуємо моментом защемлення (за потребою момент защемлення може бути врахований). Вирішуємо, чи необхідно враховувати тип привода.

4. Визначаємо жорсткість опор. Можна скористатися матеріалами, наведеними у Додатку 2 – таблицею Д2.1, графіками залежності радіальної та осьової жорсткостей підшипника від його діаметра (рис. Д2.1) або виконати розрахунки згідно з методикою, обраною серед відомих.

5. Визначаємо оптимальну міжопорну відстань, якщо мова йде про проектування нового верстата.

6. Розраховуємо фактичні та припустимі радіальні деформації та кути нахилу шпинделя при прийнятій міжопорній відстані.

7. Визначаємо статичну жорсткість ШВ та порівнюємо з припустимою.

8. Визначаємо биття шпинделя та необхідну точність підшипників.

9. Спрощений проектний розрахунок деяких динамічних параметрів, який можна виконати без математичного моделювання передбачає :

- Визначення резонансних зон діапазону частот ШВ.
- Визначення критичних швидкостей та власних частот шпинделя.
- Орієнтовна оцінка демпфіруючої здатності ШВ.

2 КОМПОНУВАЛЬНІ СХЕМИ ШПИНДЕЛЬНИХ ВУЗЛІВ

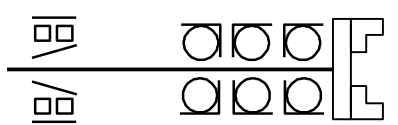
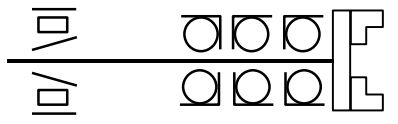
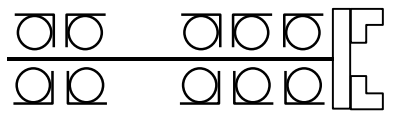
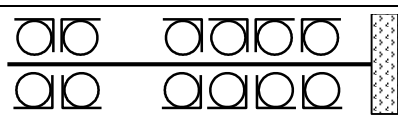
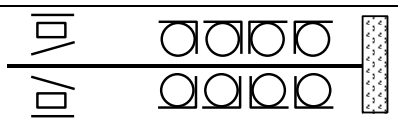
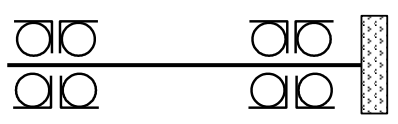
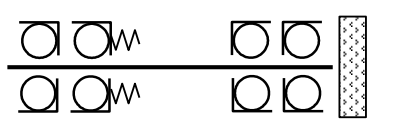
Компонувальна схема ШВ однозначно визначається типом опор та місцем розташування осьової опори. Підвищення вимог до ШВ призвело до уніфікації їх конструкцій (практично зараз використовують 8-10 типових компонок).

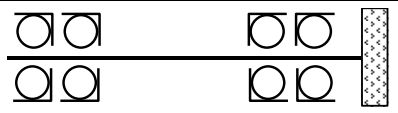
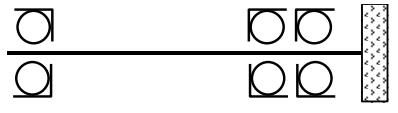
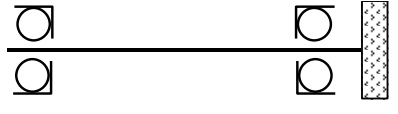
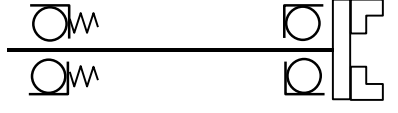
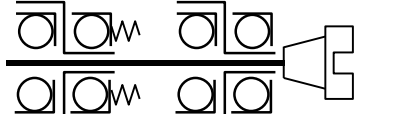
Більшість ШВ верстатів створюють на базі типових компоновальних схем, що наведені у таблиці 1.

Компонувальні схеми ШВ

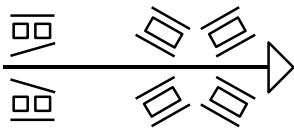
Таблиця 1.

№ п.п	Схеми опор та номера підшипників	Діаметр передньої шийки шпинделя d , мм	$dn_{max} \cdot 10^5$, мм/хв	Область використання
1	2	3	4	5
1	 117000 69700Л	60-200	2,0-2,5	Середні та важкі токарні та фрезерувальні верстати у разі випуску крупними серіями
2	 7000 67700Л або 67700Л	40-160	2,5-3,0	Легкі та середні токарні, фрезерувальні та шліфувальні верстати у разі випуску крупними серіями
3	 3182100, 3182100 178800	60-200	2,5-4,0 (4,8-6,4)	Середні та важкі токарні, фрезерувальні, фрезерувально-розточувальні, шліфувальні верстати

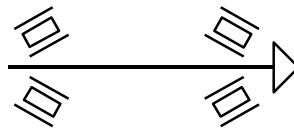
4	 3182100 246000КУ12	30-120	4,0-6,0 (7,2-9,6)	Високошвидкісні легкі та середні токарні, фрезерувальні, фрезерувально-розточувальні та оздоблювально-розточувальні верстати
5	 302100 246000КУ12			
6	 236000КУ 246000КУ12	30-120	4,0-6,0 [16] (7,2-9,6)	Високошвидкісні легкі та середні токарні, фрезерувальні, фрезерувально-розточувальні та оздоблювально-розточувальні верстати
7	 236100КУ 246100КУ22	60-140	4,0-6,0 (3,0-4,5)	Важкі шліфувальні верстати
8	 302100 246100КУ12		8,0-10,4	
9	 236000КУ 246000КУ12	20-100	(5,0-6,0) 6,0-11,0 [16] 8,8-11,2	Шліфувальні, оздоблювально-розточувальні верстати для особливо високих швидкостей
10	 36000КУ 36000КУ	20-80	8,0-12,0 [16]	Шліфувальні, оздоблювально-розточувальні верстати для особливо високих швидкостей

11	 436100 436100		9,6-1,2	
12	 436100 436100		10,4- 12,8	
13	 36100 36100		11,2- 14,4	
14	 36000КУ 36000КУ		7,0-10,0	
15		40	10,0- 15,0	Шліфувальні, оздоблювально-розточувальні верстати для особливо високих швидкостей

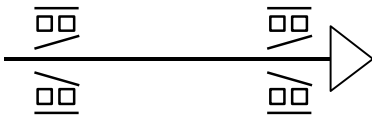
Деякі нетрадиційні схеми:



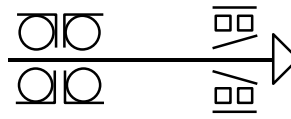
$$k_v < 2,5 \cdot 10^5$$



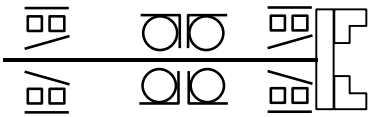
$$k_v < 3 \cdot 10^5$$



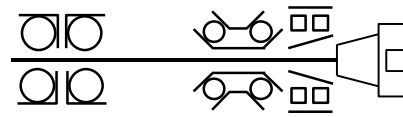
$$k_v < 5 \cdot 10^5$$



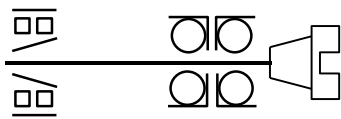
$$k_v < 6 \cdot 10^5$$



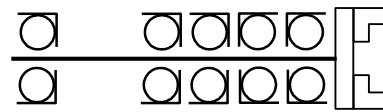
$$k_v < 4 \cdot 10^5$$



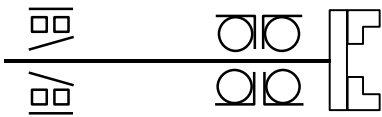
$$k_v < 4 \cdot 10^5$$



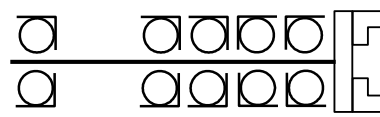
$$k_v < 4,8 \cdot 10^5$$



$$k_v < 4,5 \cdot 10^5$$



$$k_v < 5 \cdot 10^5$$



$$k_v < 4,5 \cdot 10^5$$

3 ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНОЇ ЧАСТОТИ ОБЕРТАННЯ ШПИНДЕЛЯ

Методика [15] дозволяє уточнити швидкісний параметр в залежності від конкретних умов.

Для шпинделя, який має діаметр d в передній опорі, обирають компоновальну схему за табл. 1.

Для опор, які містять підшипники з циліндричними або конічними роликами, з каталогу чи довідника визначають P_{max} для певної системи змащування. За табл. 2 визначають коефіцієнти $K_{1д}$ та $K_{1ф}$ відповідно для систем змащування, вказаної у довіднику та фактичної, яка обрана для ШВ, що проектується.

Визначення коефіцієнтів $K_{1д}$ та $K_{1ф}$. ($K_1 = K_{1д}/K_{1ф}$)

Таблиця 2.

Номер компоновальної схеми (табл. 1.)	Тип опор	Тип змащування	Коефіцієнт швидкохідності K_1
Всі	Всі	Пластичне	1
		Крапельне	1,1
		Рідке циркуляційне	1,25
5		Дозована подача масла повітрям	1,3
6			
7		Мастильний туман	1,6

8		Змащування впорскуванням (під тиском)	2
9			
10			

Потім за табл. 3 обирають коефіцієнт K_2 , який відповідає обраному класу точності підшипника.

Визначення коефіцієнта K_2

Таблиця 3

Клас точності верстата	Н	П	В	А	С
Клас точності верстата	5	4	2	Т	Вище за Т
Коефіцієнт швидкохідності K_2	0,75	0,9	1,0	1,1	1,15

Для кожного підшипника розраховують K_v .

$$K_v = d \cdot n_{\max} (K_{1\phi} / K_{1Д}) K_2,$$

Менше з отриманих значень визначить швидкохідність обраної компоновальної схеми ШВ.

Для опор, які містять **радіально-упорні шарикопідшипники**, визначають за табл. 4 серію та умовне позначення підшипників, які доцільно застосувати у ШВ.

Вибір підшипників


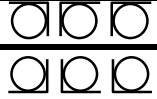






Таблиця 4.

Група верстатів	Осьове зусилля	Умовне позначення підшипника
Важконавантажені низькошвидкісні: фрезерні, токарні, свердлувальні.	Значне	46200
Середньошвидкісні: фрезерні, токарні	Незначне	36200
Фрезерні, розточувальні, токарні, свердлувальні, торцешліфувальні	Значне	46100
Алмазно-розточувальні, Шліфувальні	Незначне	36100К
Внутрішньошліфувальні		
Високошвидкісні: фрезерні, токарні, свердлувальні, розточувальні	Значне	46900
Алмазно- розточувальні, внутрішньошліфувальні	Незначне	36900

Для обраного типу підшипника визначають за довідником n_{\max} , за таблицями 2, 3 – коефіцієнти K_1 ($K_{1д}$ та $K_{1ф}$) і K_2 , за табл. 5 визначають K_3 , а за табл. 6 – коефіцієнт K_4 в залежності від обраного осьового попереднього натягу.

Вибір коефіцієнту швидкості K_3

Таблиця 5.

Тип опори				Коефіцієнт швидкості K_3
				0,45
				0,6
				0,75
	(передня)		(задня)	0,85
	(передня)		(задня)	1,0
				1,4

Вибір коефіцієнту швидкості K_4

Таблиця 6.

Тип осевого попереднього натягу	Важкий – Т	Середній – С	Легкий – Л
Коефіцієнт швидкості K_4	0,5	0,8	1,0

Для кожної опори розраховують:

$$K_v = d \cdot n_{\max} (K_{1\phi} / K_{1Д}) K_2 K_3 K_4,$$

Менше з обрахованих значень визначає швидкість обраної компоувальної схеми.

Методика автоматизованого обирання компоувальної схеми наведена у [15]. У подальшому проектуванні обрані параметри перевіряють тепловим розрахунком.

4 РОЗРАХУНКОВА СХЕМА

Необхідно обумовити прийняті спрощення і зробити наступне:

- зобразити шпиндель як балку певного типу;
- вказати геометричні параметри;
- навести навантаження від сил різання;
- обрати тип приводу і за потребою вказати навантаження від нього;
- вказати радіальну жорсткість опор, за потребою – осьову й крутильну.

Шпиндель з опорами є зазвичай статично невизначеною системою, навантаженою зовнішніми зусиллями (сили різання та зусилля від приводу) та внутрішніми (теплові, кінематичні, монтажні).

Розрахункова схема відображує навантаження, які діють на шпиндельний вузол, елементи, що сприймають ці навантаження (опори ШВ), параметри, що характеризують розташування елементів розрахункової схеми, та властивості цих елементів (розміри, жорсткість тощо).

Для розрахунків шпиндель розглядають як статично визначену балку східчасто-змінного перерізу на опорах, при цьому з усіх опор обирають найвіддаленіші одна від одної. Тип опор на розрахунковій схемі обирають в залежності від типу та компоновки підшипників [9, 18, 21].

Якщо в кожній з опор встановлено по одному шарикопідшипнику кочення, то розрахункова схема має вигляд балки на ножових опорах (рис.1, а).

Одинарні підшипники кочення дозволяють у деяких межах нахилити вісь внутрішнього кільця підшипника відносно осі зовнішнього кільця, тобто шпиндель у такій опорі може повернутися на деякий кут θ , саме це й враховується ножовою (шарнірною) опорою.

Шпиндельні підшипники за звичай встановлюють із натягом (з метою підвищення жорсткості). Натяг у підшипниках зумовлює виникнення опорних моментів, що перешкоджають вільному повороту опорних перерізів шпинделя. Кут повороту при цьому буде дещо меншим, ніж на

пружних шарнірних опорах, якими зображують шарикові підшипники при розрахунках. Тобто розрахунок іде із запасом.

Якщо у передній опорі встановлено два шарикопідшипника або один дворядний роликпідшипник, то можна вважати, що у цьому перерізі шпиндель (не має повороту рис. 1, б). Якщо у передній опорі використано підшипник ковзання (рис. 1, в), то він створює певний реактивний момент $M_p \approx (0,3...0,35) \cdot M_{зг} = (0,3...0,35) \cdot P \cdot a$, де $M_{зг}$ – момент згину у передній опорі, a – виліт переднього кінця шпинделя. При використанні двох підшипників ковзання (рис.1, г) спочатку визначають прогин y_1 при деформації шпинделя в межах радіального зазору підшипників. Шпиндель при цьому розглядають як балку на двох ножових опорах. Якщо навантаження зумовлює велику деформацію, то додатково обчислюють прогин, y_2 кінця шпинделя від тієї складової навантаження, яка деформує шпиндель як консольну балку із защемленням у передній опорі. Підсумковий прогин $y \equiv y_1 + y_2$. До прогину шпинделя в усіх випадках треба ще додати деформацію на пружних опорах, що обчислюють за умови розглядання шпинделя як жорсткого тіла.

Будь-який підшипник, за винятком тих, що самовстановлюються, має защемлюючий вплив на вал, який визначається поворотною жорсткістю $j_{нов}$ підшипника (Н·мм) відносно осі, що є перпендикулярною осі вала у площині дії згинаючого моменту. Защемлюючий вплив треба враховувати навіть при статичних розрахунках, коли поворотна жорсткість опори наближається до поворотної жорсткості валу над опорою (для двохопорного вала це $j_{нов} = 3EI/l$, де I – осьовий момент інерції валу, l – відстань між опорами, E – модуль пружності). При динамічних розрахунках нехтування защемлюючим впливом опор призводить до певних похибок.

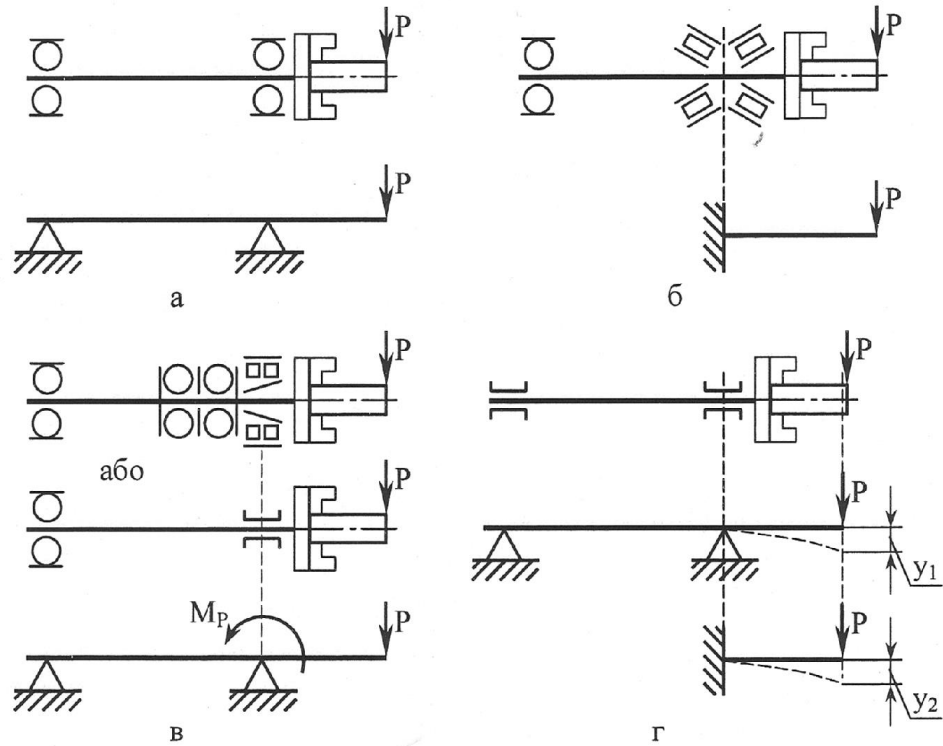


Рисунок 1 – Розрахункові схеми ШВ з врахуванням типу опор [18].

Для підшипників з малим кутом контакту ($\alpha = 12 \dots 15^\circ$) можна знехтувати власним защемленням, якщо між торцями підшипників є відстань, яка перевищує ширину підшипника, або якщо опора містить один підшипник [18].

Коефіцієнти защемлення \mathcal{E} для різних компоновальних схем ШВ наведені в табл. 7. Якщо треба врахувати защемлення в опорі точніше, наприклад, для прецизійних малонавантажених ШВ, які мають опори з радіально-упорних підшипників, то розраховують кут повороту опори від одиничного моменту. Цей кут дорівнює коефіцієнтові ε_3 кутової податливості, який характеризує пружні властивості опори [14]. Методика розрахунку наведена у [9].

Вибір коефіцієнта заземлення ε [16].

Таблиця 7.

Компонувальна схема ШВ	Тип підшипників		Коефіцієнт заземлення ε
	передній	задній	
			0,65...0,75
	3182100 800	3182100	0,45...0,65
	69700	7200	0,3...0,45
	3182100 800	3182100	0,45...0,65
	3182100 178800	3182100	0,3...0,45
	36100	36100	0,2...0,3
	36100	36100	0,15...0,2
	36100	36100	0,1...0,15
	36100	36100	0,05...0,1
	36100	36100	0
	36100	36100	0
Опори ковзання			0,1
Жорстка опора			1
Шарнірна опора			0

Менші значення ε обирають для опор з підшипниками 5 класу точності, більші значення – для опор з підшипниками 2 класу точності

Для спрощення розрахунків шпиндель на розрахункових схемах представлено у вигляді балки на шарнірних (ножових) опорах (тобто згідно рис. 1,а), які мають кутову j_φ та лінійну (радіальну) j_r жорсткість.

В цьому випадку нехтують дією заземлюючого моменту, що зумовлює деяке зниження розрахункової жорсткості, тобто розрахунок виконується із запасом за жорсткістю.

Якщо в наближених розрахунках вважають шпиндель балкою з постійним перерізом по всій довжині, то для попередніх розрахунків можна використовувати середній момент інерції, обчислений по основній ділянці шпинделя або по розрахунковому середньому діаметру.

Для точніших розрахунків та у випадках різких перепадів діаметрів шпинделя треба враховувати моменти інерції на кожній ділянці.

На працездатність шпинделя найбільший вплив мають деформації згину, викликані поперечними силами. За звичай на шпиндель діють сила різання P та рушійна сила Q привода. Основні розрахункові схеми шпинделів з врахуванням привода зображені на рис.2.

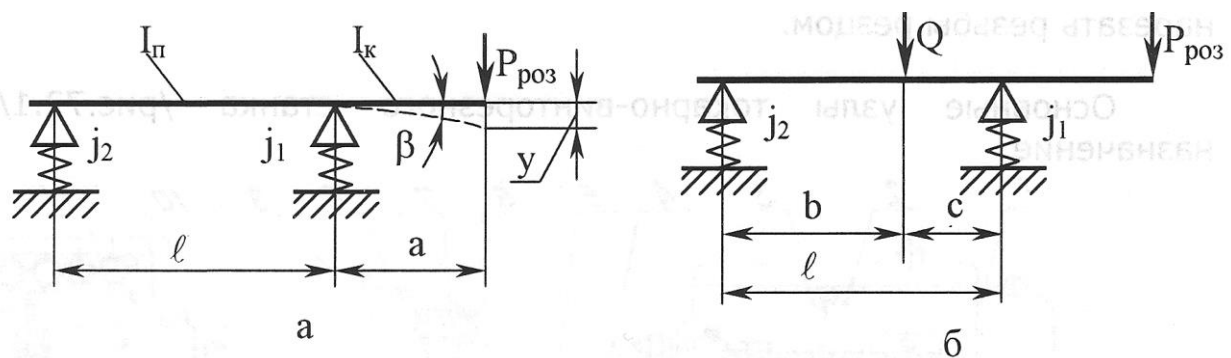


Рисунок 2 – Розрахункова схема ШВ з врахуванням типу привода:

- а) – шпиндель розвантажено від шківів, електрошпиндель; б) – шпиндель з приводом зубчастим колесом; в) – шпиндель з приводом пасовою передачею.

Тип приводу обирають за точністю верстата, частотою обертання шпинделя та навантаженням.

Для високоточних верстатів доцільно використовувати пасову передачу з шківом на задньому кінці шпинделя. У верстатів класів точності В та П крутний момент бажано передавати муфтами, що їх встановлено співвісно із шпинделем. У верстатах нормальної точності з частотою обертання $n_{\text{шт}}$ до 2000 об/хв та навантаженням до 10 кН раціонально використовувати зубчасті передачі.

Дію навантаження від приводу в багатьох випадках не розглядають, особливо у попередніх розрахунках. Обов'язково враховують її при розрахунках прецизійних верстатів, при математичному моделюванні динамічних процесів.

Поперечна сила різання P для токарних верстатів визначається радіальною P_y та коловою P_z складовими силами різання

$$P = \sqrt{P_y^2 + P_z^2}.$$

Для верстатів, що працюють обертовим інструментом, ця сила визначається крутним моментом на шпинделі

$$P = \frac{M_{\text{кр}}}{D},$$

де D – діаметр оброблюваної деталі або інструмента.

Розрахункову силу різання $P_{\text{розр}}$ треба визначити, ґрунтуючись на балансі потужностей, тобто враховувати співвідношення часу роботи з різними режимами обробки. Значення $P_{\text{різ max}}$ використовують лише в тому разі, коли верстат більшу частину часу працює з вказаними параметрами режиму обробки. Якщо відомості про час роботи верстата з різними режимами відсутні, то для розрахунку рекомендується приймати силу різання з умови

$$P_{\text{розр}} = 0,8 P_{\text{різ max}}.$$

На стадії попередніх розрахунків у разі відсутності даних про параметри сили різання можна скористатися залежностями, рекомендованими літературними джерелами (див. додаток Д1)

При передачі крутного моменту $M_{кр}$ на шпindel з зубчастим колесом:

$$Q = \sqrt{F_t^2 + F_r^2},$$

де F_t , F_r – колова (тангенціальна) та радіальна складові сили, яка діє у зубчастому зачепленні. Приблизно можна приймати:

$$Q \approx 1,1F_t = 1,1 \cdot 2 \cdot 10^3 \frac{M_{кр}}{D_k},$$

де $M_{кр}$ – крутний момент на шпindelі, Нм; D_k – дільний діаметр зубчастого колеса, мм.

Для сучасних верстатів з ЧПК силу Q (результуючу від колової та радіальної сил), що діє на шпindel з боку зубчастого колеса, яке розташоване між опорами, можна визначити як

$$P = 1,09P_z d_{заг} / D_k,$$

де $d_{заг}$ – діаметр заготовки або ріжучого інструмента, мм.

Реакції R_1 та R_2 у передній та задній опорах розраховують за радіальною розрахунковою силою різання, яка діє на передній кінець шпинделя.

$$R_1 = \frac{P_{роз}(a + \ell)}{\ell}, \quad R_2 = \frac{P_{роз}a}{\ell},$$

де a – виліт переднього кінця шпинделя; ℓ – довжина міжопорної частини.

Реакції опор із радіальних підшипників розташовують посередині ширини підшипника. Точку розташування радіальної реакції опори шпинделя у вигляді радіально-упорних шарикових або конічних

роликових підшипників знаходять з врахуванням кута контакту тіл кочення й кілець підшипника. Вважають, що реакція такої опори фактично знаходиться у точці перетину осі шпинделя з лінією, що проходить через центр шарика чи середину довжини ролика під кутом, який дорівнює куту контакту у підшипнику [20]

Осьові реакції упорно-радіальних та упорних підшипників розташовують посередині їхньої ширини на осі шпинделя.

Розташування реакцій опор коригують з врахуванням значення міжопорної відстані l , яке використовується у розрахунках.

Для спрощених розрахунків реакції опор будь-якого типу розташовують посередині ширини підшипника.

Для високошвидкісних радіально-упорних шарикопідшипників (тобто $n_{\min} > 4 \cdot 10^5$ мм/хв.) треба враховувати дисбалансне навантаження ШВ, яке часто зумовлює значне збільшення навантажень на опори.

При розробці розрахункової схеми часто вимушено не враховують багато факторів, вплив яких важко визначити заздалегідь. Припустимість прийнятих спрощень можна оцінити лише порівнянням розрахункових та експериментальних даних.

У зв'язку із зростанням вимог до точності верстатів розглядати найпростішу модель у вигляді пружної балки постійного круглого перерізу на пружних опорах вже недостатньо і нагальною є потреба розглядати складніші моделі, що враховують зазор-натяг підшипників, дотичні напруги зсуву і т. ін., що вимагає відповідних змін в розрахунковій схемі.

5 ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКОСТІ ОПОР ШПИНДЕЛЯ

Жорсткість ШВ визначають з врахуванням жорсткості його опор, визначення якої є найскладнішою задачею при розрахунку ШВ на жорсткість.

Внаслідок селективного методу складання підшипників їх параметри, навіть у межах невеликої групи підшипників одного типу, можуть відрізнятися досить суттєво.

Жорсткість опор залежить від типу підшипників. Вважають, що радіальні підшипники мають лише радіальну жорсткість, радіально-упорні – радіальну, осьову та кутову; упорно-радіальні – осьову та кутову жорсткість. Радіальна жорсткість опор з дворядним роликотпідшипником вища, ніж у випадку двох радіально-упорних шарикотпідшипників в 2-3 рази.

Достовірні способи оцінки якості складання підшипникових опор відсутні, що зумовлює невизначеність стану підшипника в опорі. Це стосується монтажних навантажень, дійсних значень перекосів кілець, додаткових спотворень форми доріжок кочення і т. ін.

Дані стосовно жорсткості підшипників можна знайти в довідниковій літературі та каталогах фірм виробників. Це можуть бути таблиці (наприклад, табл. Д2.1) чи графіки, що характеризують усереднено жорсткість підшипників якогось типу (рис. Д2.1) [8] або містять дані про жорсткість конкретних підшипників (рис. Д2.2, Д2.3, Д2.4 [22]). Жорсткість може подаватися в умовних одиницях (див. табл.Д2.2)

В загальному вигляді радіальна жорсткість опори на підшипниках кочення визначається як:

$$j_r = \frac{R}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}, \quad (1)$$

де R – реакція опори, Н; δ_{rn} – пружне зближення тіл кочення та кілець підшипника у контактi найбільш навантаженого тіла кочення з доріжкою

кочення, мкм; δ_{rk} – контактне зближення на поверхнях посадок підшипника, шпинделя та корпусу (контактні деформації у місцях посадок), мкм.

Деформації на поверхнях посадок визначаються як [4, 46]:

$$\delta_{rk} = \frac{4RK_{\delta}}{\pi d B} \left(1 + \frac{d}{D}\right), \quad (2)$$

де d , D – внутрішній та зовнішній діаметри підшипника; B – ширина, K_{δ} – коефіцієнт податливості: 0,05-0,25 мм³/Н. Менші значення K_{δ} приймають при підвищеній точності, великих натягах та встановленні внутрішнього кільця на конічній поверхні. Якщо у опорі кілька підшипників, то силу R треба підставляти для одного підшипника, тоді й ширину беруть одного підшипника, або приймають для розрахунків силу R на опорі тоді й ширину приймають всіх підшипників в опорі.

Якщо опора складається з одного підшипника, то жорсткість опори дорівнює жорсткості підшипника. Якщо опора містить кілька підшипників, то визначати жорсткість ШВ можна кількома шляхами :

1 – наближеним методом [12, 18, 20, 22, 23];

Якщо опора складається з кількох радіально-упорних шарикопідшипників, то радіальну податливість визначають як

$$e_{on} = e_i \cdot \frac{1,2}{k}, \quad (3)$$

де e_i – податливість одного підшипника; 1,2 – коефіцієнт, що враховує нерівномірність навантаження підшипників; k – кількість підшипників.

Для опори з дворядним або з двома конічними роликотпідшипниками

$$e_{on} = \frac{e_i}{1,7}. \quad (4)$$

2 – розглядають кожен підшипник як самостійну опору, що має жорсткість підшипника, тобто в цьому випадку шпindel розглядають як багатоопорну балку, котра є статично невизначеною. Для розкриття статичної невизначеності застосовують, наприклад, метод спільних деформацій [4, 13, 23];

3 – всі підшипники, що знаходяться в опорі, вважають такими, які утворюють одну комплексну опору, жорсткість якої залежить від компоновки опори та жорсткості підшипників, що її складають [24].

Існують методики, що реалізують кожен з вказаних шляхів. Наприклад, передбачається обчислення пружних та контактних деформацій у кожному з підшипників, які утворюють комплексну опору [16, 24, 50]. Враховуються тип підшипників та порядок їх розташування в опорі. Згадані залежності наведені у табл. Д2.3, радіальні деформації (переміщення) δ_{rn} визначають залежно від типу підшипника (табл. Д2.3) та компоновки опори.

Осьова жорсткість шарикопідшипників при однакових діаметрах визначається переважно попереднім натягом та кутом контакту.

При суттєвому попередньому натягу між осьовою та радіальною жорсткістю радіально-упорних підшипників існують постійні співвідношення, які не залежать від зовнішнього навантаження [4], тобто жорсткість опор з попереднім натягом не залежить від робочого навантаження, але значною мірою зменшується при істотному зростанні частоти обертання шпинделя. Орієнтовно у першому наближенні можна вважати, що жорсткість радіально-упорних підшипників становить приблизно 10 Н/мкм [21] – 15 Н/мкм на 1 мм діаметра отвору.

При низьких частотах обертання осьова і радіальна жорсткості підшипників пропорційні величині попереднього натягу в степені 1/2, а силі натягу в степені 1/3. Для швидкісних радіально-упорних підшипників

попередній натяг можна визначати як $F_H = 1,7F_T \operatorname{tg} \alpha$, де α – номінальний кут контакту [21].

Кутову податливість шпindelьних опор визначають експериментально при оптимальному натягу. Знайдену таким чином кутову податливість опор вводять у розрахунок податливості шпindelьного вузла. Найточнішим методом визначення жорсткості опор є експериментальний. Але існують і аналітичні методи, що дають точність, достатню для інженерних розрахунків. Розрахунки виконують на базі уявлень теорії пружності про власні деформації деталей, контактні деформації стикових з'єднань, місцеві деформації елементів конструкції в цих з'єднаннях.

Похибки виготовлення підшипників та деталей ШВ, які спряжені з підшипниками, значно знижують осьову жорсткість [25]. Якщо в опорах шпindelя верстата середніх розмірів замість радіально-упорних шарикопідшипників класу точності А, встановити підшипники особливо високої точності і, відповідно, зменшити припуски на точність деталей ШВ, то жорсткість вузла зростає на 25-35%.

Осьова жорсткість підшипника у місцях стиків визначається як :

$$J_a = \frac{F_a}{\delta_a + \delta_K}, \quad (5)$$

де F_a – осьове навантаження, δ_a , δ_K – деформації, відповідно, осьова та контактна у стику.

Контактна деформація δ_K у пласкому стикові відображується залежністю

$\delta_K = K \sigma^m$, де σ – це тиск на поверхні контакту, кг/см²; K та m – коефіцієнт та показник степені, які залежать від механічних властивостей та якості поверхонь контакту у місті стику, визначаються експериментально.

Розроблено [25] методику розрахунку осьової жорсткості шпиндельних вузлів високоточних верстатів, яка враховує вплив похибок деталей підшипників та деталей ШВ, які з ними спряжені, і ґрунтується на експериментальних даних (стосується підшипників серій 8100, 82100, 46100, 46200). Приклад розрахунку наведено у Додатку.

Підшипники, які сприймають комбіноване навантаження (упорно-радіальні, конічні) потребують деяких спеціальних розрахунків.

Проектний розрахунок жорсткості опор виконують за допомогою ЕОМ.

На жорсткість ШВ впливають не лише тип опор, але й їхня серія, тобто вважають фіксованим внутрішній діаметр підшипника d або зовнішній діаметр D . При аналізі варіантів конструктивного виконання ШВ використовують критерій якості для порівняння ефективності застосування підшипників при фіксованому діаметрі d або D :

$$K_{ШВ}^{d(D=const)} = \max \left[\frac{K_{ni} K_{d(D=const)i}}{K_{Ti}} \right],$$

де $K_{ni} = \frac{n_{i \max}}{n_{j \max}}$ – критерій, який характеризує граничну частоту обертання

n_{\max} ;

$K_{d(D=const)i} = \frac{d_i}{d_j}$ або $K_{D(d=const)i} = \frac{D_i}{D_j}$ — критерії, що характеризують

температуру опор або потужність витрат на тертя.

Тут індекси i, j позначають, наприклад, серії діаметрів підшипників (легка, особливо легка та надлегка). Варіант j є базовим при порівняльному аналізі. Так для радіально-упорних шарикопідшипників надлегкої серії 36900 критерій $K_{ШВ}$ на 30-60% вище, ніж для серій 36200 та 36100.

Аналогічно можна порівняти і різні конструктивні варіанти.

Таким чином маємо наступний **порядок розрахунку** .

– розраховуємо реакцію опор та радіальне навантаження на один підшипник опори $F_r=R/i$, де i – кількість підшипників в опорі.

– за довідником визначаємо параметри підшипників: внутрішній d та зовнішній D діаметри, ширину B підшипника, діаметр d_m тіл кочення та їх кількість z , кут α контакту, статичну вантажопідйомність C_0 підшипника.

I. Жорсткість будь-яких опор можна розрахувати наступним чином.

1. Визначаємо силу осьового попереднього натягу та внутрішній радіальний зазор-натяг опори: для радіально-упорних шарикопідшипників – з довідникових даних (Додаток Д5), для підшипників інших типів – розраховуємо за табл. Д2.3

2. Розраховуємо пружні деформації $\delta_{пн}$ у підшипнику (табл. Д2.3) згідно з обраною компоновкою опори.

3. Розраховуємо контактні деформації $\delta_{гк}$ на поверхнях посадок за формулою (2).

4. Визначаємо радіальну жорсткість одного підшипника за формулою (1) та радіальну жорсткість всієї опори (за рекомендаціями стор. 19-20).

Податливість одного підшипника можна визначити орієнтовно за залежностями (Д2.1), (Д2.2), (Д2.3) або за графіками (рис. Д2.2, Д2.3, Д2.4), які побудовані за цими залежностями.

Жорсткість підшипників ГПЗ типів 3182100, 2007100, 4074000 можна визначити за табл. Д2.1.

II. Якщо опора складається з кількох радіально-упорних підшипників та розглядається як комплексна (рис. Д2.5):

1. Визначаємо мінімальну необхідну силу натягу (Д2.6);
2. Визначаємо мінімальну необхідну силу натягу з умови нерозкриття стиків (Д2.9). Обираємо більше з двох значень.

3. Визначаємо максимальну осьову силу при якій натяг з однієї з опор повністю знімається (Д2.7). Порівнюємо з обраним натягом.

4. Визначаємо фактичний кут контакту $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$.

Для цього за графіком (рис.Д2.6) визначаємо збільшення $\Delta\alpha$ кута контакту від попереднього натягу.

5. Визначаємо осьову деформацію (натяг) Δ (Д2.4).

6. Визначаємо осьову жорсткість j_a (Д2.5). Можна скористатись залежностями (Д2.10) для визначення Δ та j_a .

7. Обраховуємо $F_H/F_r \operatorname{tg}\alpha$, та визначаємо коефіцієнт ξ розподілу навантаження між тілами кочення за табл.Д2.5. За потребою (якщо $\xi < 1$) збільшуємо натяг.

8. Визначаємо радіальну жорсткість умовних опор 1 та 2 (Д2.13).

9. Виконуємо аналогічний розрахунок для задньої опори.

Для інших опор, які сприймають комбіноване навантаження (радіальне та осьове) виконуємо деякі спеціальні розрахунки (Д2.15, Д2.16, Д2.17, Д2.18).

6 РОЗРАХУНОК ФАКТИЧНИХ ТА ПРИПУСТИМИХ РАДІАЛЬНИХ ДЕФОРМАЦІЙ ТА КУТІВ НАХИЛУ ОСІ ШПИНДЕЛЯ

Прогин переднього кінця шпинделя обумовлює похибку обробки, наприклад, відхилення діаметра деталі від припустимого значення. Нахил осі шпинделя призводить до перекосу інструмента відносно заготовки, перекосу зубів приводних коліс, тобто зумовлює похибки форми й розташування поверхонь (відхилення від циліндричності, площинності, перпендикулярності торця до осі деталі, хвилястість. Тобто жорсткий шпиндель має обмеження по деформації переднього кінця та нахилу осі шпинделя.

Розглядаємо два випадки деформації шпинделя (рис. 3):

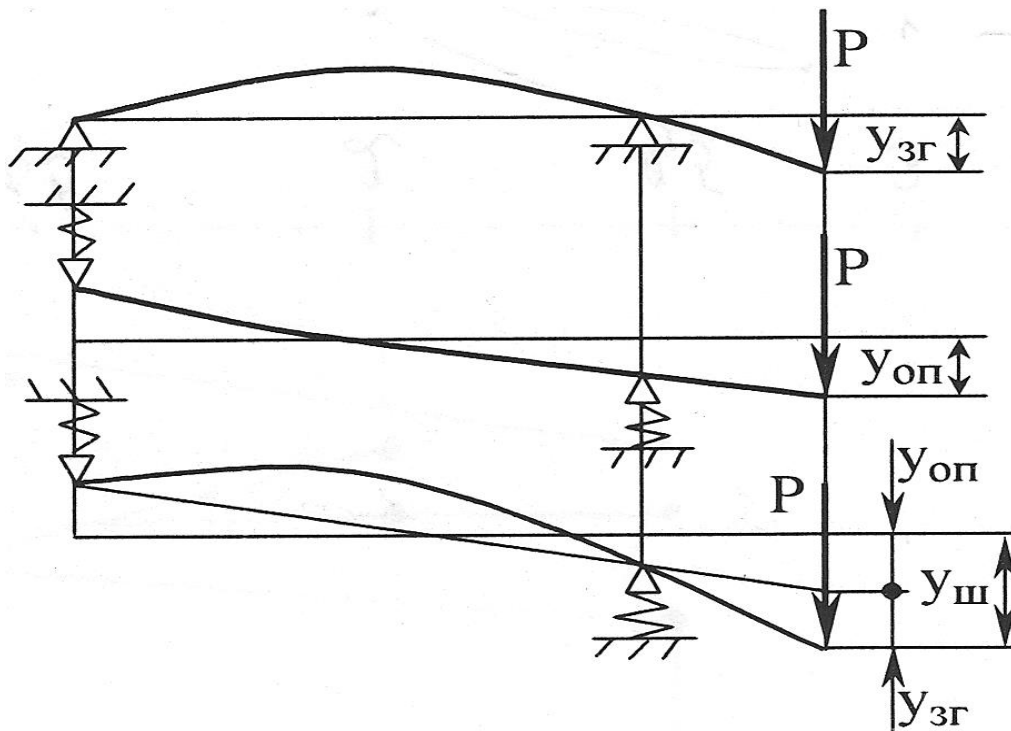


Рисунок 3 – Деформації у шпиндельному вузлі.

1. Деформація згину u_{zg} – при навантаженні нежорсткого шпинделя в абсолютно жорстких опорах.

2. Пружна деформація u_{np} – при навантаженні абсолютно жорсткого шпинделя, встановленого у нежорстких опорах. Шпиндель у цьому випадку має радіальне переміщення $u_{оп}$ за рахунок податливості опор (статичне відтискання опор) та за рахунок власної податливості шпинделя, а також деформацію u_T зсуву від поперечної сили, яка для реальних розмірів шпинделів з центральним отвором становить 3-6% загальної деформації шпинделя і при розрахунках не завжди враховується.

$$U_{ш} = U_{зг} + U_{np} = U_{зг} + U_{он} + U_T \approx U_{зг} + U_{он}$$

При експлуатації верстата складова $U_{ш}$ лишається незмінною, а U_{np} з часом змінюється, до того ж збільшується люфт у вузлі за рахунок зношення поверхонь тертя.

Для приблизного розрахунку прогинів $U_{ш}$ та кутів нахилу θ , для розрахункових схем згідно з рис. 3 можна використовувати наведені далі залежності [4, 8, 11, 18, 19, 23].

Використані позначення: J_1 , J_2 – жорсткості опор, н/мм; I_k , $I_{п}$ – усереднені моменти інерції перерізів шпинделя, відповідно, на консолі та у міжопорній частині, мм⁴;

E – модуль пружності матеріалу шпинделя, МПа (для сталі приймають, $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа); P , Q – навантаження від сил різання та від приводу, Н; ℓ – міжопорна відстань, мм; a – виліт шпинделя (консоль), мм; h – консоль шківів, мм; b , c – геометричні характеристики місця розташування приводу, мм.

Верхні знаки у формулах відповідають розташуванню сил, вказаному на розрахункових схемах (табл.8).

Моменти інерції за умови, що шпиндель вважають балкою з постійним перерізом по довжині, можна обчислити за формулою:

$$I_K = I_{II} = 0,25\pi(r^4 - r_{\text{вн}}^4), \text{ мм}^4,$$

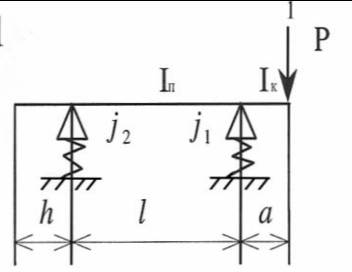
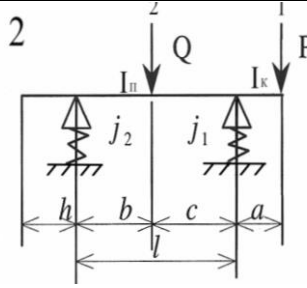
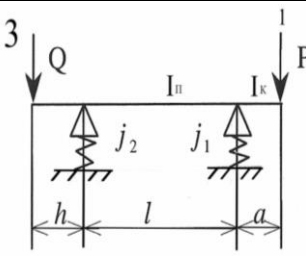
де r , $r_{\text{вн}}$ – радіуси відповідно зовнішньої та внутрішньої поверхонь шпинделя, ($r = 0,5d$; $r_{\text{вн}} = 0,5d_{\text{вн}}$).

При визначенні жорсткості ШВ без врахування податливості опор вважають, що $J_{1,2} = \infty$ і використовують ті самі залежності.

У загальному випадку сили P та Q можуть діяти в різних площинах, котрі проходять через вісь шпинделя. Якщо кут φ між цими площинами перевищує $20-30^\circ$, то прогини та повороти від цих сил розраховують у двох координатних площинах — горизонтальній та вертикальній або у площині, яка проходить через вектор P , та в площині, що є до неї перпендикулярною. У другому випадку (тобто якщо приймають площину вектору P) використовують для розрахунку y_1 та β_1 значення P та $Q_1 = Q \cos \varphi$, а у перпендикулярній площині обчислюють y_2 та β_2 за умови $P=0$, $Q_2 = Q \cos \varphi$. Підсумкові величини визначають як:

$$y = \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \quad \text{та} \quad \beta = \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}.$$

Трьохопорні ШВ треба розраховувати як один раз статично невизначену систему або як двохопорний. Нехтування третьою опорою вносить похибку, що не перевищує 8 % [2].

<p>Розрахункова схема</p>			
<p>Прогин Y – радіальне переміщення переднього кінця шпинделя</p>	$Y_{ш1} = P \left\{ \frac{a^2}{3E} \left[\frac{a}{I_k} + \frac{l(1-\varepsilon_3)}{I_{II}} \right] + \frac{1}{j_1} \left[\frac{l+a(1-\varepsilon_3)}{l} \right]^2 + \frac{1}{j_2} \frac{a^2(1-\varepsilon_3)}{l^2} + \frac{a}{GS_k} + \frac{a^2(1-\varepsilon_3)}{GS_{II}} \right\}$	$Y_{ш2} = \left\{ \frac{a^2}{3E} \left[\frac{a}{I_k} + \frac{l(1-\varepsilon_3)}{I_{II}} \right] + \frac{1}{j_1} \left[\frac{l+a(1-\varepsilon_3)}{l^2} \right]^2 \pm Q(1-\varepsilon_3) \left[\frac{1}{j_1} \frac{l+a}{l^2} - \frac{1}{j_2} \frac{l-c}{l^2} - \frac{a(c^3+2cl^2-3c^2l)}{3EI_{II}l} \right] \right\}$	$Y_{ш3} = \left\{ \frac{a^2}{3E} \left[\frac{a}{I_k} + \frac{l(1-\varepsilon_3)}{I_{II}} \right] + \frac{1}{j_1} \left[\frac{l+a(1-\varepsilon_3)}{l^2} \right]^2 \pm Q(1-\varepsilon_3) \times \left[(1-\varepsilon_3) \left(\frac{lah}{6EI_{II}} - \frac{(l+a)h}{j_1l^2} - \frac{(l+h)a}{j_2l^2} \right) \right] \right\}$

передній опори	$\theta = \frac{P \cdot l \cdot a}{3 \cdot E \cdot I_n}$	$\theta = \frac{1}{3 \cdot E \cdot I_n} \left[P \cdot l \cdot a \pm Q \cdot \frac{b \cdot c}{2 \cdot l} (l + b) \right]$	$\theta = \frac{1}{3 \cdot E \cdot I_n} \left(P \cdot l \cdot a \pm Q \cdot \frac{h}{2} \right)$
Радіальне переміщення в опорах	$\delta_1 = P \frac{l + a}{j_1 \cdot l}$ $\delta_2 = P \frac{a}{j_2 \cdot l}$	$\delta_1 = P \frac{l + a}{j_1 \cdot l} + Q \frac{b}{j_1 \cdot l}$ $\delta_2 = P \frac{a}{j_2 \cdot l} + Q \frac{c}{j_2 \cdot l}$	$\delta_1 = P \frac{l + a}{j_1 \cdot l} + Q \frac{h}{j_1 \cdot l}$ $\delta_2 = P \frac{a}{j_2 \cdot l} + Q \frac{l + h}{j_2 \cdot l}$

Знак плюс відповідає випадку, коли P та Q лежать в одній площині і спрямовані у різні боки (внутрішньошліфувальні головки). Якщо сили лежать в одній площині, але спрямовані в один бік (випадок з найбільшим навантаженням відповідає алмазно-розточувальним головкам) – використовується знак мінус.

Переміщення посередині між опорами (безцентрово-шліфувальні верстати) від сили різання P [16]:

$$y_{ш4} = P \left(\frac{l^3}{48EI} + \frac{j_1 + j_2}{4j_1j_2} \right)$$

Радіальне переміщення за рахунок зсуву шпинделя можна врахувати як [16]:

$$y_T = \frac{P \cdot a}{GS_K} + \frac{P \cdot a^2 (1 - \varepsilon_3)}{GS_{II} \ell},$$

де G — модуль зсуву матеріалу шпинделя, $G=0,4E$;

S_K , S_{II} — площі перерізів переднього кінця та міжопорної частини.

Уточнений розрахунок можна виконати з врахуванням змінності перерізу шпинделя по довжині.

У Додатку ДЗ наведено методики розрахунку пружного переміщення оправки під дією сили, що прикладена на деякій відстані від конічного з'єднання шпинделя з оправкою, радіального пружного переміщення точки, у якій прикладена сила різання, на заготовці, що її встановлено у патроні токарного верстата, похибки обробки (відхилення від циліндричності) при поздовжньому точінні чи розточуванні з висувною борштангою.

Наведені залежності можна перетворити [17] до вигляду, який дозволить обрахувати максимальну припустиму силу P_{zy} та на стадії технологічного процесу обрати режими різання, котрі забезпечують знаходження розмірів обробки в межах поля допуску.

Наведена методика ніяким чином не враховує тип затискного пристрою та його жорсткість, а також створюваний їм защемлюючий момент. Докладніше це питання висвітлене у [7].

Розрахунки без врахування зв'язку та взаємовпливу шпинделя й закріплених у ньому інструмента чи заготовки дають результати, які суттєво відрізняються [13]. Визначення приведених жорсткостей механізмів кріплення заготовок (інструменту) наведено у [7].

Вплив привода (розташування приводного зубчатого колеса) на жорсткість ШВ зумовлюється схемою сил, які впливають на шпиндель.

Податливість шпинделя на консолі в точці А прикладення сили різання буде [23]

$$e_A = \delta_{AA} + \frac{d}{D} \sin \beta \sin(\gamma - \alpha - \beta) \delta_{AF},$$

де d – діаметр оброблюваної деталі, D – діаметр шпиндельного зубчатого колеса, α – кут зачеплення, β – кут між позитивним напрямом осі Y (відповідає такому переміщенню деталі, за якого збільшується глибина та переріз шару, що зрізається) та силою різання P ; γ – кут між позитивним спрямуванням осі Y та лінією центрів шпиндельного та передшпиндельного зубчастих коліс; F – точка, у якій прикладена сили від привода: може бути розташована між опорами або на консольній частині попереду чи позаду прогину (для токарних верстатів звичайно $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 120^\circ$); δ_{AA} – податливість шпинделя у точці А від сили P , що

прикладена у цій точці, δ_{AF} – податливість шпинделя у точці А від сили, що її прикладено у точці F (тобто від привода).

Мінімальна податливість та максимальна жорсткість шпинделя відповідають $\gamma=230^\circ$ за розташування приводного зубчатого колеса у прогоні між опорами (рис. 4, положення I) та $\gamma=50^\circ$ за розташування його на консолі попереду чи позаду прогину (рис. 4, положення II)

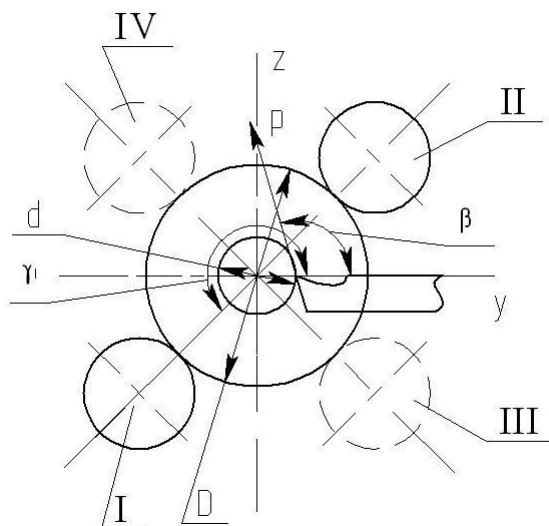


Рисунок 4 – Схема раціонального розміщення зубчатого колеса з метою забезпечення найбільшої жорсткості (положення I, II) та максимальної точності (положення I, IV) за умови розташування приводу у прогоні між опорами – I, III, або на консолі –II, IV

Переміщення кінця шпинделя у напрямку осі Y, яке найістотніше впливає на точність обробки точінням чи контурним фрезеруванням [23]:

$$y_a = -P \left[\cos \beta \delta_{AA} + \frac{d}{D} \delta_{AF} \sin(\gamma - \alpha) \sin \beta \right]$$

Найбільшим y_a буде при розташуванні приводного зубчатого колеса у прогоні між опорами при $\gamma=70^\circ$ (рис. 5, положення III) або на консолі при $\gamma=110^\circ$ (розташування IV).

Привод ніяким чином не впливає на жорсткість при $\gamma=140^\circ$ або $\gamma= -40^\circ$, а на статичну характеристику пружної системи ШВ (тобто на переміщення "y" – при $\gamma=20^\circ$ або $\gamma=200^\circ$).

У шпинделях з малим відношенням $\frac{l}{d}$ довжини прогону до діаметра, які мають в опорі кілька підшипників, що створюють защемлення, та приводні зубчасті колеса або шків великого діаметра, що розташовані поблизу опор, вплив привода на жорсткість ШВ значно слабшає і може не враховуватися.

Припустимий прогин $[y]$ кінця шпинделя можна визначати з досвіду експлуатації верстатів чи приймати на рівні $1/3$ припустимого биття кінця шпинделя за нормами точності верстатів.

Норми точності обертання шпиндельних вузлів

Таблиця 9.

Тип верстата	Розмірний параметр		Радіальне биття, Мкм, переднього кінця шпинделя				
			Н	П	В	А	С
Токарно-гвинторізний	Найбільший діаметр оброблюваної поверхні	200	5,0	3,0	2,0	1,2	0,8
Внутрішньо-шліфувальний	Найбільший діаметр оброблюваної поверхні	200	-	-	1,2	1,2	-
Алмазно-розточувальний горизонтальний	Діаметр опори шпинделя	до 50	-	4,0	2,5	-	-
		50–80	-	5,0	3,0	-	-

Припустимий прогин міжопорної частини шпинделя залежить від розташованих там елементів привода. Прогин під зубчастим колесом $[y] = (0,0001 \dots 0,0002)\ell$, де ℓ — між опорна відстань, або $[y] < 0,01m$, де m — модуль зубчатого колеса.

Максимально припустимий кут повороту кінця шпинделя приймають [6, 19, 23].

– в шпиндельних опорах кочення - $[\theta] = 0,0001 \dots 0,00015$ рад;

– для гідростатичних опор - $[\theta] = 0,0003$ рад;

– під зубчатим колесом - $[\theta] = 0,00008 \dots 0,0001$ рад.

Умова достатньої жорсткості $\theta \leq [\theta]$.

Умови обробки вимагають, щоб відхилення пружної системи $y(t)$ не перевищувало гранично припустимого значення y_0 , тобто $|y(t)| \leq y_0$, тож ми маємо справу з обмеженням, накладеним на параметр вібраційного переміщення по нормалі до оброблюваної поверхні.

7 ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ МІЖОПОРНОЇ ВІДСТАНІ

Оптимальну міжопорну відстань $\ell_{\text{опт}}$ за критерієм жорсткості можна визначити графічно (рис. 6, а). Для цього треба знайти точку перетину графіків функцій $y_{\text{зг}} = f(\ell)$ та $y_{\text{оп}} = f(\ell)$. Можна скористатися залежностями $e_{\text{зг}} = f(\ell)$ та $e_{\text{оп}} = f(\ell)$. Аналітично $\ell_{\text{опт}}$ визначають як екстремум функції, яка відображає залежність податливості чи прогину (радіального переміщення) переднього кінця шпинделя від міжопорної відстані, тобто треба вирішити рівняння $\frac{d_e}{d\ell} = 0$ або $\frac{d_y}{d\ell} = 0$. Чим точніше знайдено функцію $e_{\text{зг}} = f(\ell)$, чи $e_{\text{оп}} = f(\ell)$, тим точніше визначають значення $\ell_{\text{опт}}$.

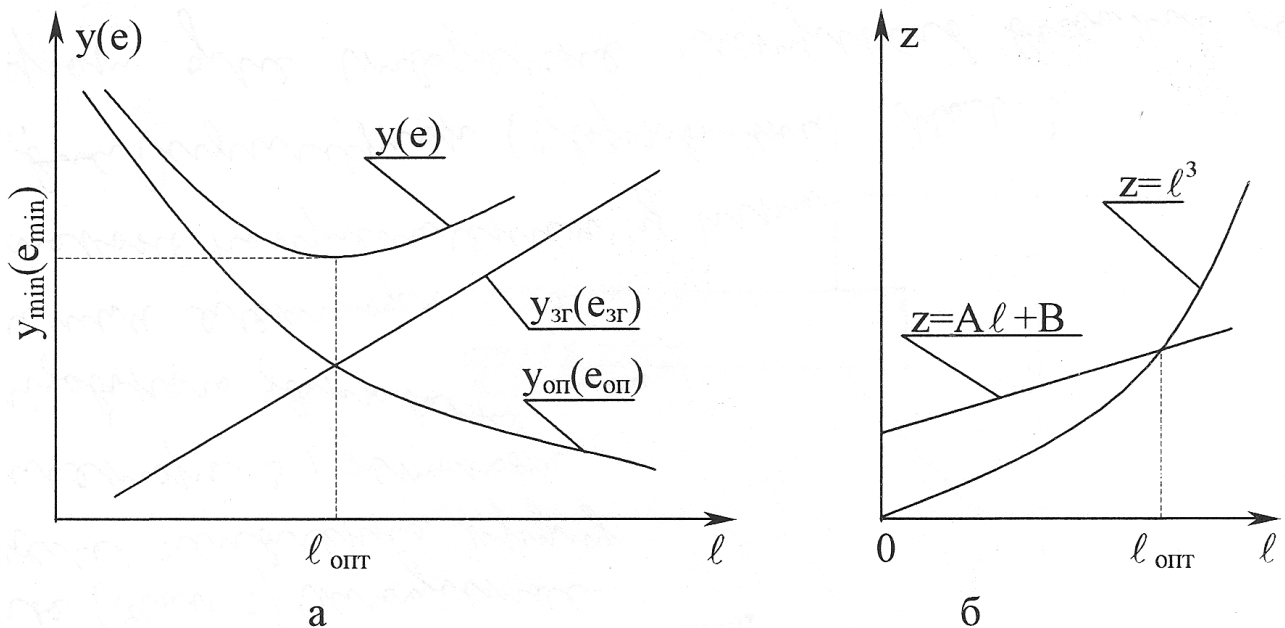


Рисунок 5 – Графічне визначення $\ell_{\text{опт}}$.

Якщо не враховувати защемлення у передній опорі ($\varepsilon_3 = 0$), деформацію зсуву та змінність перерізу шпинделя, то отримаємо рівняння:

$$\ell^3 - \left[\frac{6EI}{j_1} \frac{\ell}{a} + 6EI \left(\frac{1}{j_1} + \frac{1}{j_2} \right) \right] = 0.$$

Якщо врахувати ці параметри, то рівняння матиме вигляд [23]:

$$\ell^3 - \ell \left[\frac{6EI_K}{aj_1} + \frac{3EI_K}{GS_{II}} \right] - 6EI_K \left[\frac{1}{j_1} (1 - \varepsilon_3) + \frac{1}{j_2} \right] = 0. \quad (6)$$

Введення позначень $A = \frac{6EI_K}{aj_1} + \frac{3EI_K}{GS_{II}}$; $B = \frac{1}{j_1} (1 - \varepsilon_3) + \frac{1}{j_2}$ дозволяє записати рівняння у вигляді:

$$\ell^3 - A\ell - B = 0. \quad (7)$$

Отримане рівняння вирішують графічно (рис. 5, б) або аналітично. Наприклад, можна скористатися формулою Кардано:

$$\ell = U + V; \quad (8)$$

де
$$U = \sqrt[3]{\frac{B}{2} + \sqrt{\frac{B^2}{4} - \frac{A^3}{27}}}; \quad V = \sqrt[3]{\frac{B}{2} - \sqrt{\frac{B^2}{4} - \frac{A^3}{27}}}.$$

Значення $\ell_{\text{опт}}$ коригують за прийнятими обмеженнями, одне з яких — умова мінімального биття переднього кінця шпинделя: $\ell \geq 2,5a$. Якщо результат розрахунку $\ell < 2a$, то приймають $\ell_{\text{опт}} = 2,5a$.

Для конкретного шпинделя оптимальна відстань між опорами не є постійною величиною, а змінюється у деяких межах.

Для системного пошуку оптимальної міжопорної відстані за умови варіації декількох параметрів використовують матричні методи.

8 ВИЗНАЧЕННЯ СТАТИЧНОЇ ЖОРСТКОСТІ ШПИНДЕЛЬНОГО ВУЗЛА

Розрахунок статичної жорсткості (радіальної та осьової) виконують з метою порівняння жорсткості спроектованого вузла з жорсткістю існуючих вузлів того ж типорозміру при обранні типу опор або серії підшипників кочення, а також з метою визначення мінімально припустимої та оптимальної відстані між опорами та величин пружних деформацій, які прийнято зводити до зони різання.

За умовну характеристику радіальної жорсткості ШВ приймають жорсткість на передньому торці шпинделя: $j = P/y$.

При розрахунку жорсткості ШВ враховують наступне :

- розміри шпинделя та його форму (момент опору , момент інерції) ;
- умови роботи (частота обертання, сили та моменти згину, які діють у двох взаємно перпендикулярних площинах) ;
- внутрішню конструкцію підшипників і величину зазору-натягу ;
- посадку підшипників на шпиндель і у корпус ;
- здатність до осьових зміщень (у підшипників „плаваючої“ опори);
- залежність жорсткості від навантаження.

Жорсткість шпинделя розраховують у точці різання або у точці вимірювання жорсткості (згідно з ДСТУ).

Статичний розрахунок жорсткості ШВ дає результати, що значно відрізняються від експериментальних. Як правило, це пояснюють специфічними особливостями конструкцій ШВ: шпиндель монтується на опорах з попереднім натягом, що супроводжується різким збільшенням кутових жорсткостей опор, тощо.

В Додатку 4 наведені значення радіальної жорсткості, отримані розрахунком та аналізом існуючих конструкцій ШВ (табл. Д4.1). Тобто ці данні можна розглядати як такі, що реально досягаються для даного типорозміру [7].

9 РОЗРАХУНОК ОСЬОВОЇ ЖОРСТКОСТІ ШПИНДЕЛЬНОГО ВУЗЛА

Осьова деформація шпинделя під навантаженням складається з податливості підшипників, які сприймають осьову силу, та податливості стиків:

$$\frac{1}{J_a} = \frac{1}{J_{an}} + \frac{1}{J_{ast}}$$

Податливість підшипників значно перевищує податливість стиків, яку можна не враховувати, тобто $J_a = J_{an}$.

10. ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧНОСТІ ПІДШИПНИКІВ ОПОР ТА БИТТЯ ШПИНДЕЛЯ

Радіальне биття переднього кінця двохопрного шпинделя у місці різання або вимірювання згідно ДСТУ визначають як [8]:

$$\delta_r = \delta_1 + \frac{a}{\ell}(\delta_1 + \delta_2) \leq [\delta_r],$$

де δ_1, δ_2 – фактичне радіальне биття відповідно переднього та заднього підшипників; a – відстань до місця різання (виліт консолі) або до місця вимірювання биття згідно з ДСТУ; $[\delta_r]$ – припустиме биття переднього кінця шпинделя, яке визначається вимогами точності обробки або точності верстата згідно ДСТУ.

Припустиме з умов точності биття опор шпинделя, яке виникає як наслідок ексцентриситету, можна визначити за залежностями:

$$[\delta_1] = \frac{[\delta_r]}{K \sqrt{m_1} \left(1 + \frac{a}{\ell}\right)}; \quad [\delta_2] = \frac{[\delta_r]}{K \sqrt{m_2} \frac{a}{\ell}},$$

де K – коефіцієнт, який враховує, яку частину фактичне биття δ_r становить від припустимого радіального биття $[\delta_r]$ шпинделя – 1/2 або 2/3, тобто приймаємо, відповідно, $K = 6$ або $K = 3$ (іноді приймають $\delta_r = 0,5[\delta_r]$, тобто $K = 4$ [5]); m_1, m_2 – кількість підшипників в опорі.

Наведені залежності визначені для умов, коли вплив биття передньої та задньої опор на биття переднього кінця шпинделя однаковий.

За визначеною необхідною точністю опор $[\delta_1]$ та $[\delta_2]$ можна визначити необхідне биття одного підшипника $[\delta_{II}]$ (перевищує $[\delta_i]$ в $\sqrt{m_i}$ разів) та підібрати клас точності за умовою:

$$\Delta_{II} = 2[\delta_{II}],$$

де Δ_{II} – припустиме радіальне биття внутрішнього кільця підшипника;

$2[\delta_{II}]$ – розмах биття.

Але при цьому різниця у точності підшипників опор є занадто великою, тому на практиці задають клас точності підшипників в одній опорі і визначають припустиме биття іншої опори.

За умови, що вектори биття обох опор лежать в одній площині, у відповідності із схемою рис. 7, биття переднього кінця шпинделя можна виразити як:

$$\delta_r = 1,5 \times \left[\frac{\delta_1}{\sqrt{m_1}} \pm \frac{a}{\ell} \left(\frac{\delta_1}{\sqrt{m_1}} + \frac{\delta_2}{\sqrt{m_2}} \right) \right].$$

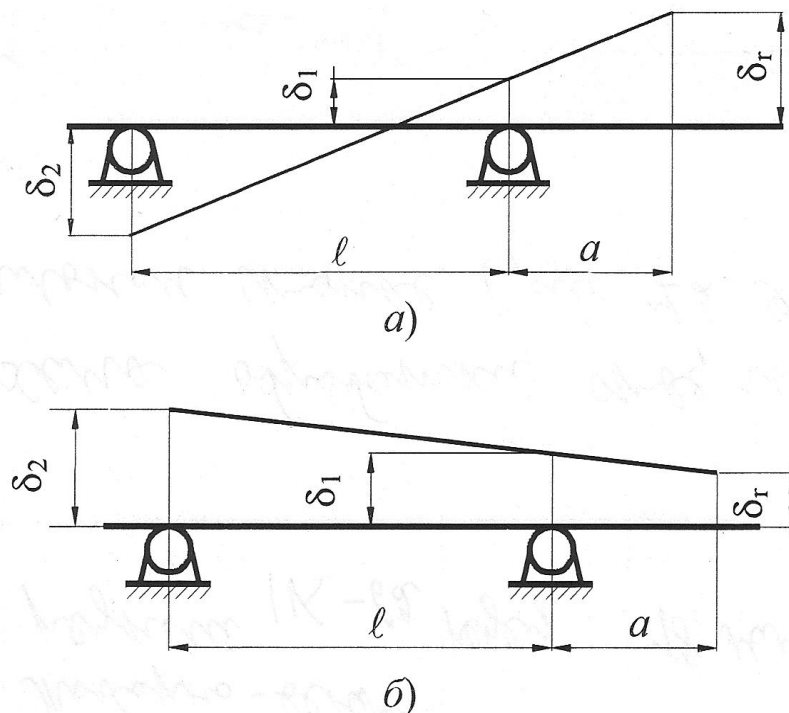


Рисунок 6 – Схема биття шпинделя:

а) $\delta_r = \delta_1 + \delta_2$ б) $\delta_r = \delta_2 - \delta_1$

Існують заходи взаємної орієнтації ексцентриситетів кілець підшипників, які дозволяють помітно зменшити биття шпинделя у складі ШВ за рахунок сприятливої схеми розташування биття. Для полегшення взаємної компенсації ексцентриситетів при складанні ШВ фірми, які випускають високоточні підшипники кочення (наприклад, FAG, Timken, SKF та ін.) позначають на кільцях точки максимального биття.

Існують розробки, згідно яких за рахунок використання даних спектрального аналізу відхилення форми доріжок кочення реальних підшипників можна обґрунтувати оптимальний варіант встановлення їх у опорах ШВ

(комбінація взаємної орієнтації кілець і сепараторів підшипників забезпечує те, що генеровані ними коливання здійснюються у протифазі та взаємно компенсуються). Цим забезпечується максимальна точність обертання шпинделя без підвищення точності виготовлення підшипників.

Биття кілець підшипників при обертанні зумовлюється не тільки ексцентриситетом, який визначає складову δ_r , а й похибками виготовлення тіл та доріжок кочення, що визначають блукаюче биття δ_B . Кожна із цих складових (δ_r та δ_B) впливає на точність обробки своїм чином.

Припустиме блукаюче биття δ_B призначають в залежності від потрібної точності обробки на верстаті.

Дані з орієнтовної точності підшипників та деталей ШВ наведені в додатку Д7, а припустиме радіальне биття кілець підшипників – в табл. 10.

Припустиме радіальне биття внутрішніх кілець
радіальних та радіально-упорних підшипників (крім конічних)

Таблиця 10.

Інтервали номінальних діаметрів d, мм	понад 30 до 50			понад 50 до 80			понад 80 до 120			понад 120 до 150			понад 150 до 180			понад 180 до 250		
	5	4	2	5	4	2	5	4	2	5	4	2	5	4	2	5	4	2
Класи точності	5	4	2	5	4	2	5	4	2	5	4	2	5	4	2	5	4	2
Припустиме биття Δ , мкм	5	4	2,5	5	4	2,5	6	5	2,5	8	6	2,5	10	8	5	10	8	6

Можна визначити ймовірність складання шпинделя потрібної точності [4]:

$$K_0 = \frac{[\delta_{П1}][\delta_{П2}]}{\Delta_{П1}\Delta_{П2}} \times \left[1 + \left(\frac{\Delta_{П1}}{[\delta_{П1}]} - 1 \right) \left(2 - \frac{\Delta_{П1}}{[\delta_{П1}]} \right) + \left(\frac{\Delta_{П2}}{[\delta_{П2}]} - 1 \right) \left(2 - \frac{\Delta_{П2}}{[\delta_{П2}]} \right) \right],$$

де $[\delta_{П1}]$, $[\delta_{П2}]$ – припустиме биття підшипника передньої та задньої опори, визначене з умов точності;

$\Delta_{П1}$, $\Delta_{П2}$ – припустиме радіальне биття внутрішнього кільця підшипника кожної з опор.

Оптимально $0,8 \leq K_0 \leq 1$, якщо $K < K_0$, то це свідчить про недостатню точність підшипників, якщо $K > K_0$ — про занадто точні підшипники.

Спрощений проектний розрахунок деяких динамічних параметрів, який можна виконати без математичного моделювання передбачає :

- Визначення резонансних зон діапазону частот ШВ.
- Визначення критичних швидкостей та власних частот шпинделя.
- Орієнтовна оцінка демпфіруючої здатності ШВ.

11 ВИЗНАЧЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ЗОН ДІАПАЗОНУ ЧАСТОТ ШВ

Умовою відсутності резонансу є $0,7f_{\text{вл}} > f_{36} > 1,3f_{\text{вл}}$, тобто власні частоти коливань не повинні співпадати з частотами збуджуючих коливань.

Частоти збуджуючого впливу від дисбалансу патрона, шліфувального круга тощо дорівнюють

$$f_{361} = n_i / 60, \text{ Гц},$$

де n_i – частоти обертання шпинделя, 1/хв.

Частоти збуджуючого впливу від приводного зубчастого колеса

$$f_{362} = n_i z / 60, \text{ Гц},$$

де z – кількість зубців ведучого зубчастого колеса.

Частоти збуджуючого впливу від похибок тіл кочення підшипників опор приблизно можна визначити як

$$f_{363} = 0,46 n_i z_T / 60, \text{ Гц}$$

де z_T - кількість тіл кочення у підшипнику.

З цими частотами треба порівняти $f_{\text{вл}} = \frac{\omega_{\text{вл}}}{2\pi}$, ($\omega_{\text{вл}}$ - колова частота коливань, рад/с) та перевірити відсутність резонансу. Найчастіше розглядають збуджуючі коливання з частотою f_{361} .

Отже, щоб запобігти виникненню резонансів, треба знати діапазон частот збуджуючих сил, у якому не повинні перебувати власні частоти. Відомості про небезпечний діапазон частот дозволяють заздалегідь вказати кількість власних частот, які треба визначити.

Для будь-якого валу існує нескінченна кількість критичних швидкостей, але конструктор цікавить, як правило, тільки найменша (перша) і іноді друга з цих швидкостей. Інші швидкості бувають надто високі і лежать поза діапазоном робочих швидкостей. На першій критичній швидкості вал буде згинатися у найпростішій (по можливості) формі. На другій критичній швидкості форма деформації валу буде складніша

Наприклад, відомо, що збуджуючі сили, які діють на консольну балку, мають частоти у діапазоні 1000-5000 кол/хв., а перша власна частота становить приблизно 4000 кол/хв. У цьому випадку досить обмежитися визначенням першої власної частоти $f_{вл1}$ оскільки друга становитиме щось близько 15000 кол/хв., бо для балок, які мають один прогін (вал на двох опорах), вважають, що перші декілька власних частот відносяться приблизно як квадрати послідовних чисел: $f_{вл1}:f_{вл2}:f_{вл3} \dots \approx 1:4:9\dots$

Для балок, що мають кілька прогонів, перші n власних частот відрізняються між собою меншою мірою. Наприклад, для балки з n приблизно однакових прогонів на $n+1$ опорах можна вважати, що $\omega_{впn} \approx 2\omega_{вп1}$, при цьому $\omega_{вп}$ приблизно становить частоту для одного прогону, який має защемлення з обох кінців [3, 9].

Якщо у спроектованому ШВ власна частота занизька і є небезпека виникнення резонансу, то досліджують можливість її підвищення. Резонансу можна уникнути, якщо змінити параметри ШВ та привода : d, l, a , типорозмір підшипників або попередній натяг у них, жорсткість з'єднання шпинделя та привода, значень та розташування мас на шпинделі.

Найпростіше збільшити діаметри всіх ділянок шпинделя (якщо це припустимо з умов швидкохідності) або лише міжопорної частини (якщо припускає конструкція).

Деякі відомості щодо власних частот та їхнього розрахунку містить Додаток 6.

Оскільки власна частота коливань валу при згинанні дуже близька до критичної швидкості, то у якості критичної швидкості часто приймають власну частоту шпинделя. Розбіжності між ними проявляють себе лише на дуже *високих частотах*.

Точно визначити власні частоти згинальних коливань реальної конструкції досить складно, особливо коли це стосується високих частот. Однак одну першу (чи декілька перших) власну частоту майже завжди можна визначити приблизно, що у багатьох випадках є достатнім для практичних цілей. Потрібний метод розрахунку обирають залежно від умов.

Для визначення 1-ї власної частоти доцільно застосувати приблизні методи, по можливості найпростіші, хоч і не точні. Якщо виявляється, що визначена частота близька до робочих режимів, треба скористатися точнішими методами для можливо точнішого її визначення. Деякі залежності, які можна використати для розрахунку, наведені у Додатку 6.

У діапазоні частот до 1500-2000 Гц максимальні амплітуди коливань спостерігаються:

- У ШВ, які мають великі консольні маси на передньому кінці (токарні, фрезерувальні) – на передньому кінці на перших 3 власних частотах, при цьому на першій частоті коливання шпинделя та оправки (заготовки) синфазні, на вищих частотах – у протифазі;
- У ШВ, які мають великі зосереджені маси між опорами (мотор-шпинделі) – саме у цих мас на нижчих частотах;
- У ШВ, які не мають значних зосереджених мас (внутрішліфувальні верстати) – між опорами одна, дві чи три на півхвилі відповідно на перших 3 власних частотах.

12 ОЦІНКА ДЕМПФІРУЮЧОЇ ЗДАТНОСТІ ШВ

Для кількісної оцінки демпфіруючої здатності систем використовують такі характеристики, як логарифмічний декремент коливань, відносний коефіцієнт демпфірування, коефіцієнт поглинання. Ці коефіцієнти є основними характеристиками розсіювання енергії коливань і характеризують темп згасання коливальних процесів у системах з одним ступенем волі.

Основні характеристики розсіювання енергії коливань можна визначити аналізом процесів випадкових коливань в умовах натурального випробування або нормальної експлуатації вузла. Зокрема, декремент коливань можна визначити за спектральною щільністю вимушених коливань або за середніми періодами миттєвої амплітуди випадкових коливань.

У більшості коливальних систем верстата згасання мале, тобто сили демпфірування на порядок нижчі за сили пружності та сили інерції.

Дуже приблизне уявлення про резонансні амплітуди можна отримати за коефіцієнтом ψ розсіювання енергії, який для грубих розрахунків можна приймати $\psi = 0,1 \dots 0,3$ [9], або обчислювати як $\psi = 2\lambda$, а логарифмічний декремент згасання коливань X визначати експериментально або розрахунком. У металорізальних верстатах основне розсіювання енергії відбувається у спряжених деталях, $\psi = 0,1 \dots 0,6$. За рахунок внутрішнього тертя у матеріалі деталі розсіювання енергії є значно меншим (для сталі $\psi < 0,04$ для чавуну $\psi = 0,02 \dots 0,03$).

Для ШВ можна визначити приблизно

$$\lambda_{ш} = 0,5 \frac{\psi_1 \psi_2 l^2}{a^2 \psi_1 + \psi_2 (l + a)^2},$$

де ψ_1, ψ_2 - відносне розсіювання енергії в опорах. При установці в опорі кількох підшипників відносне розсіювання енергії дорівнює сумі значень розсіювання ψ_i кожного з підшипників, які наведені у каталогах підшипників (див. табл. 11 [9]).

Логарифмічний декремент згасання коливань λ залежить від багатьох факторів. Приблизно для ШВ на роликотідшипниках можна приймати $\lambda \approx 0,3 \dots 0,4$.

За величиною λ можна оцінити демпфіруючі властивості ШВ: повинна виконуватися умова $\lambda_{ш} \geq [\lambda]$, де $[\lambda]$ – припустимі мінімальні значення логарифмічного декременту згасання.

рифмічного декременту коливань для конкретного типу верстатів: для токарних – 0,23; фрезерних – 0,27; шліфувальних – 0,3; радіально-свердлувальних – 0,13.

Таблиця 11

Стандарт	Тип підшипників	ψ
	Шариковий	
ГОСТ8338-75	Радіальний однорядний	0,23
ГОСТ6874-75	Упорний однорядний	0,26
ГОСТ831-75	Радіально-упорний однорядний	0,21
	Роликовий	
ГОСТ333-79	Конічний однорядний	0,35
ГОСТ8328-75	Радіальний однорядний	0,36
ГОСТ7634-75	Радіальний дворядний	0,40

Розрахунок конкретних амплітуд коливань, визначення сталості ШВ, розрахунок динамічної жорсткості ШВ, характеристик коливань шпинделя на холостому ході, АЧХ та АФЧХ потребує створення динамічної та математичної моделей ШВ і виконується із використанням відповідних математичних програмних пакетів (наприклад, MathCAD, MATLAB та ін.).

Здатність до демпфірування шарикових підшипників відрізняється незначною мірою (не більш, ніж у 1,5 рази) від роликових підшипників, але зростає у 2,5 рази при встановленні упорного підшипника. Мастило мало впливає на демпфіруючу здатність підшипників кочення (демпфіруюча здатність гідростатичних підшипників більша у 10-25разів).

Виконують також прогнозування довговічності шпинделя у разі потреби.

Оцінка сталості ШВ дозволяє визначити межі припустимих навантажень, зокрема – режимів різання.

Аналіз АЧХ та АФЧХ дає можливість обґрунтувати вибір приводу обертання ШВ та розташувати привод так, щоб його вплив був мінімальним.

Розрахунок коливань шпинделя на холостому ході, які виникають як наслідок дії відцентрових сил, зумовлених неврівноваженістю і похибки виготовлення й складання елементів ШВ та привода дає можливість обмежити дисбаланси та припустимі ексцентриситети.

13. ОРІЄНТОВНИЙ РОЗРАХУНОК ЕНЕРГЕТИЧНИХ ВИТРАТ

Розрахунок енергетичних характеристик, до яких відносять момент та потужність холостого руху, дозволяє обрати тип опор, визначити потужність привода.

Теплові витрати (нагрівання) у шпindelних опорах приблизно, наприклад, для порівняльної характеристики різних компонок чи конструкцій, розраховують за залежністю [8].

$$Q = 0.883 \cdot 10^{-2} M_{тр} n_{шп},$$

де $M_{тр}$ – момент від сил тертя в опорах, Н/мм

Можна оцінити орієнтовно і надлишкову температуру підшипників:

$$\Theta = Q / K_1 + K_2, \text{ град.}$$

Де $K_1+K_2 \sim 0,45$ ккал/град- коефіцієнти, що враховують тепловідведення стінками корпусу та тілом шпindelя.

Рекомендована література

1. Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я. Подшипники качения. – М.: Машиностроение, 1975. – 574с.
2. Болотников М.А., Павлов В.А., Прокопенко В.А.: Высокоскоростные шпиндельные узлы в тяжелых многоцелевых станках. // Станки и инструмент, 1985, №5 – с. 19-21.
3. Вейц В.Л., Дондошанский В.К., Чиряев В.И.: Вынужденные колебания в металлорежущих станках. – М-Л.: Машгиз, 1959. – 288 с.
4. Галахов М.А., Бурмистров А.Н.: Расчет подшипниковых узлов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
5. Головащенко В.Г., Скорытин Ю.В., Минченя Н.Т. Способ повышения точности вращения вала – ротора электрошпинделя. // Станки и инструмент, 1983, №6 – с. 15-16.
6. ГОСТ 8-82. Станки металлорежущие. Общие требования к испытаниям на точность.
7. Данильченко Ю.М., Кузнєцов Ю.М. Прецизійні шпиндельні вузли на опорах качення (теорія і практика). – Тернопіль-Київ, Економічна думка, 2003 – 344 с.
8. Детали и механизмы металлорежущих станков. В 2-х т. Т.2. / под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Машиностроение, 1972 – 520с.
9. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1978. – 199с.
10. Комиссар А.Г. Опоры качения в тяжелых режимах эксплуатации. – Справочник. – М.: Машиностроение, 1987. – 384с.
11. Кочергин А.И. Конструирование и расчет металлорежущих станков и станочных комплексов. Курсовое проектирование: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1991. – 382 с.
12. Левина З.М. Расчет жесткости современных шпиндельных подшипников. // Станки и инструмент, 1982, №10 – с. 1-3.

- 13.Левина З.М., Зверев И.А. Расчет статических и динамических характеристик шпиндельных узлов методом конечных элементов. // Станки и инструмент, 1986, №8 – с. 6-9.
- 14.Лизогуб В.А. Конструирование и расчет шпиндельных узлов на опорах качения. // Станки и инструмент, 1980, №5 – с. 18-20.
- 15.Лизогуб В.А., Проворов А.Ю. Проектирование компоновочных схем шпиндельных узлов на опорах качения. // Станки и инструмент, 1995, №12 – с. 13-16.
- 16.Лизогуб В.А. Научные основы конструирования и технологии шпиндельных узлов металлорежущих станков. – М.: ООО Изд-во „Научтехлитиздат“, 2002. – 128 с.
- 17.Лизогуб В.А. Влияние параметров шпиндельного узла станка на точность обработки деталей. // Станки и инструмент, 2003, №3 – с. 16-17.
- 18.Металлорежущие станки и автоматы: Учебник для машиностроительных вузов под ред. А.С.Проникова. – М.: машиностроение. 1981. – 479с.
- 19.Маеров А.Г. Устройство, основы конструирования и расчет металлообрабатывающих станков и автоматических линий. – М.: Машиностроение, 1986. – 386 с.
- 20.Перель Л.Я. Подшипники качения. Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 544 с.
- 21.Подшипники качения: Справочник-каталог/под ред. В.Н. Нарышкина, Р.В. Коросташевского – М.: Машиностроение, 1984. – 280 с.
- 22.Проектирование металлорежущих станков и станочных систем: Справочник-учебник в 3-х т. Т. 1: Проектирование станков / А.С.Проников, О.И.Аверьянов, Ю.С.Аполлонов и др.; под общей ред. А.С. Проникова – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана: Машиностроение, 1994. – 444 с.
- 23.Проектирование металлорежущих станков и станочных систем: Справочник-учебник. В 3-х т. Т.2. Ч.2. Расчет и конструирование узлов и элементов станков / А. С. Проников, Е. И. Борисов, В. В. Бушуев и др.; Под общ. ред. А. С. Проникова. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана: Машиностроение, 1995. – 320 с: ил.

- 24.Пуш А. В. Шпиндельные узлы: качество и надежность. – М.: Машиностроение, 1992. – 288 с.
- 25.Фигатнер А.М. Осевая жесткость шпиндельных узлов высокоточных металлорежущих станков. // Станки и инструмент, 1963, №12 – с. 1-5.
- 26.Металлорежущие станки. Курсовое и дипломное проектирование. Учеб. пособие / М.Л. Орликов, И.Г. Федоренко, В.Н.Шишкин – К.: Вища шк.,1987. – 152с.
- 27.Электромеханические приводы металлообрабатывающих станков. Расчет и конструирование: Учебник / Д.В. Васильков, В.Л. Вейц, А.Г. Схиртладзе. – СПб.: Политехника, 2010. – 759 с.
- 28.Расчетный анализ деформационных динамических и температурных характеристик шпиндельных узлов при проектировании. Методические указания./ Сост. Левина З.М., Горелик И.В., Зверев И.А., Сегида А.П. – М.: ЭНИМС, 1989 – 64 с.
- 29.Фигатнер А.М. Прецизионные подшипники качения современных металлорежущих станков.: Серия С-1, Станкостроение – М: НИИмаш, 1981г. – 70 с.

ДОДАТКИ

Для орієнтовного розрахунку режимів різання можна скористатися залежностями, відомими з літературних джерел.

Наприклад, ЭНИМС (СРСР) для визначення максимального крутного моменту $M_{шт\max}$ на шпинделі верстатів з ЧПК рекомендує наступне.

Для токарних верстатів:

$$M_{шт\max} = C_1 C_2 d_{\max}, \text{ Нм},$$

де C_1 — значення тангенціальної складової сили різання, припустимої для твердосплавних різців. (табл. Д1.1) [26]; C_2 — коефіцієнт, який враховує вплив типу з'єднання валу двигуна чи коробки передач з вхідним валом шпиндельної бабки: $C_2 = 0,85$ — для з'єднання пасовою передачею; $C_2 = 1,0$ — для з'єднання пружною муфтою; d_{\max} — найбільший діаметр оброблюваної деталі, м.

Значення C_1 для токарної обробки деталей з легованих та вуглецевих сталей твердосплавними різцями.

Таблиця Д1.1.

Переріз різця ($h \times b$), мм	C_1 , Н	Переріз різця ($h \times b$), мм	C_1 , Н
16x16	1250	32x25	3600
20x16	1600	32x32	4350
20x20	2000	40x32	5400
25x20	2400	40x40	6500
25x25	3000		

Для фрезерних та свердлувально-фрезерно-розточувальних верстатів:

$$M_{шт\max} = C_{1\phi} t s_z z_{\phi} \kappa_{1\phi}, \text{ Нм},$$

де $C_{1\phi}$ — коефіцієнт, який враховує значення питомого окружного моменту, Нм/мм² (табл. Д1.1.); t , S_z — глибина різання (мм) та подача на зуб фрези (мм/зуб), відповідає граничному для даного верстата перерізу зрізу; $z_{1\phi}$ — кількість зубців

торцевої твердосплавної фрези максимального діаметра D_{ϕ} ; $k_{1\phi}$ – коефіцієнт динамічності навантаження при фрезеруванні, $k_{1\phi} = 1,1 \dots 1,4$.

Значення $C_{1\phi}$ для торцевого фрезерування
деталей із сталі або сірого чавуна.

Таблиця Д1.2.

Матеріал деталі	Подача, мм/зуб	Значення $C_{1\phi}$ (Нм/мм ²) при граничному діаметрі фрези D_{ϕ} (мм)								
		100	125	160	200	250	320	400	500	600
Сталь	$\leq 0,25$	55	70	88	110	135	175	220	270	330
	$> 0,25$	40	50	65	80	100	125	160	200	240
Сірий чавун	$\leq 0,5$	22	28	35	44	55	70	88	110	232
	$> 0,5$	20	24	30	38	48	60	75	95	114

Враховують також характер навантаження на шпиндель за допомогою коефіцієнтів:

$$P_{\text{роз}} = kP_{\text{різ}},$$

де $k = 1$ – за умови спокійної роботи (фрезерні та зубофрезерні верстати); $k=1,25$ – при значних коливаннях навантаження (токарні, свердлувальні, шліфувальні верстати); $k=1,4$ – за умови ударного навантаження (довбальні, зубодовбальні, стругальні верстати); $P_{\text{різ}}$ – поперечна сила різання.

Довідникові дані

Таблиця Д 2.1.

№ п/п	Внутрішній діаметр підшипника d	Жорсткість опори j_r , Н/мкм	
		Тип підшипника	
		2007100	4074000
1	40	200	480
2	45	250	520
3	50	300	570
4	55	350	620
5	60	400	680
6	65	450	750
7	70	500	800
8	75	650	880
9	80	600	960
10	85	650	1000
11	90	700	1100
12	95	775	1150
13	100	850	1250

№ п/п	Внутрішній діаметр підшипника d	Жорсткість опори j_r , Н/мкм	
		Тип підшипника	
		2007100	4074000
14	110	1000	1450
15	120	1100	1600
16	130	1200	1800
17	140	1400	2000
18	150	1600	2200
19	160	1700	2400
20	170	1800	2600
21	180	2000	2600
22	190	2200	8000
23	200	2400	3200
24	220	2800	3600
25	240	3000	4100
26	250	3300	4400

Примітка: 1. Для підшипника типу 3182100 радіальну жорсткість можна приймати на 25% більше за жорсткість одного конічного роликпідшипника типу 2007100 того ж розміру, яку обрано за табл. Д 2.1.

Для розрахунку податливості підшипників можна використати залежності, подані у літературних джерелах [22].

Для дворядних роликпідшипників типу 3182100:

$$e = 28 \cdot 10^{-3} \left[\frac{1}{z l_p} \right] \left(\frac{\lg 15,2 \cdot 10^5 d_p l_p z}{R} - 0,4343 \right), \text{мкм} / \text{Н}, \quad (\text{Д2.1})$$

де z – кількість роликів; d_p , l_p – діаметр та довжина роликів, мм; R – навантаження на підшипник, Н;

Для радіально-упорних шарикпідшипників типу 36000 та 46000:

$$e = 186,7 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\frac{100}{R z^2 d_u \cos^2 \alpha}}, \text{мкм} / \text{Н}, \quad (\text{Д2.2})$$

де z – кількість шариків; $d_{ш}$ – діаметр шарика, мм; α – кут контакту, градус.

Для конічних роликотідшипників типу 2007100:

$$e = 56 \cdot 10^{-3} \left[\frac{1}{z l_p \cos \alpha} \right] \left(\frac{\lg 7,6 \cdot 10^5 d_p l_p z \cos \alpha}{R} - 0,4343 \right), \text{ мкм/Н}, \quad (\text{Д.2.3})$$

де α – кут конуса, град.

2. Якщо в опору встановлено два однакових підшипники, то для приблизного розрахунку береться подвоєна жорсткість ($2j_r$). Дещо точніші результати отримаємо, якщо скористаємось рекомендаціями стор.19-20.

Для попередніх розрахунків, які мають метою орієнтовну оцінку конструкції ШВ, можна використовувати графіки залежності радіальної та осьової жорсткостей підшипника від його діаметра (рис. Д 2.1) []. або податливості від радіального навантаження (Рис. Д 2.2, Д 2.3, Д 2.4.), що отримані з використанням залежностей Д2.1, Д 2.2, Д 2.3 [22].

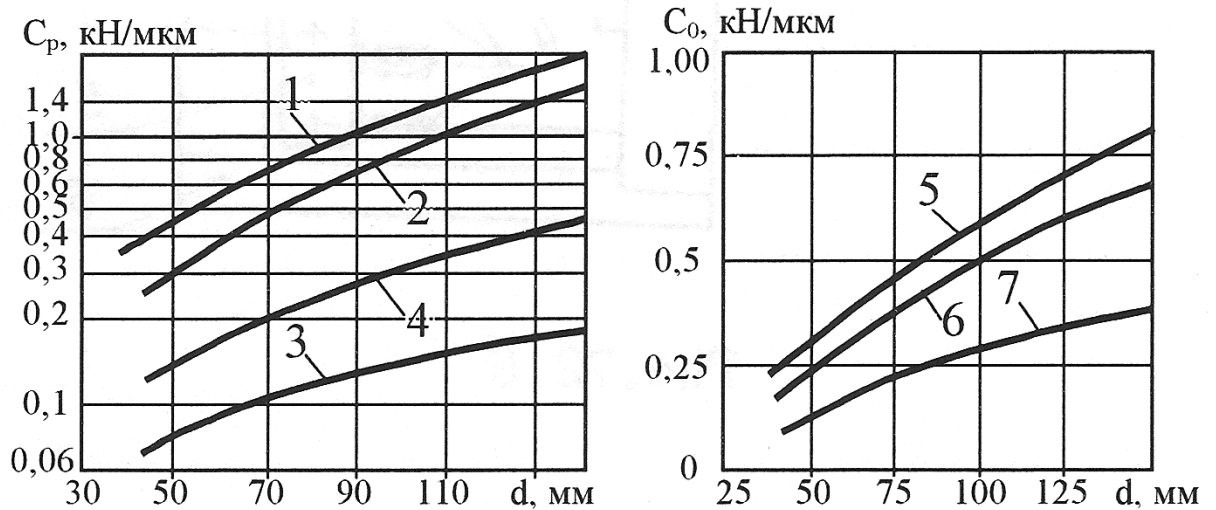


Рисунок Д 2.1. – Графіки залежності радіальної та осьової жорсткостей підшипника від його діаметра: 1 – дворядні роликотідшипники; 2 – конічні роликотідшипники; 3 – шарикотідшипники; 4 – гідростатичні опори (при $p_H=2$ МПа); 5 – упорні шарикотідшипники; 6 – упорно-радіальні шарикотідшипники; 7 – радіально-упорні шарикотідшипники.

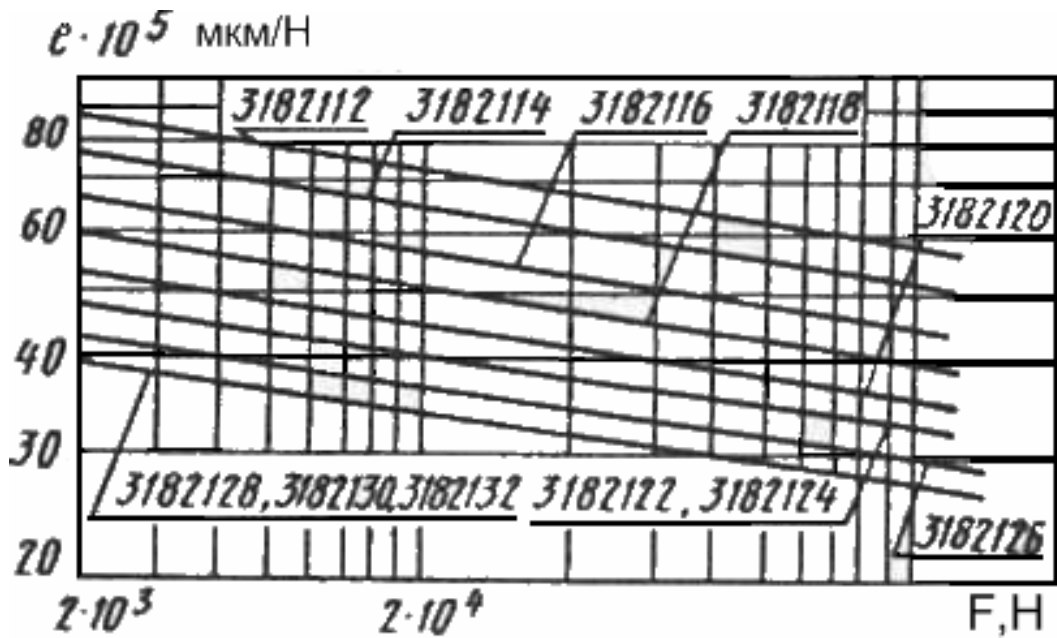


Рисунок Д2.2. – Графіки залежності податливості від радіального навантаження для дворядних роликотішипників типу 3182100.

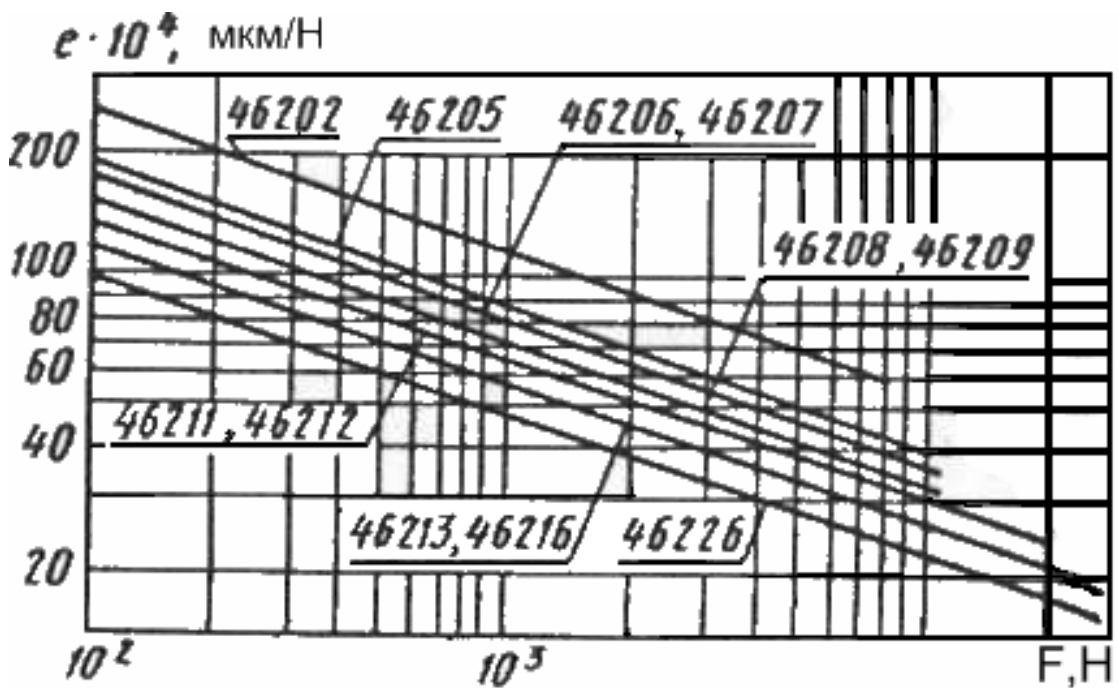


Рисунок Д2.3. – Графіки залежності податливості від радіального навантаження для радіально-упорних шарикотішипників типу 46200.

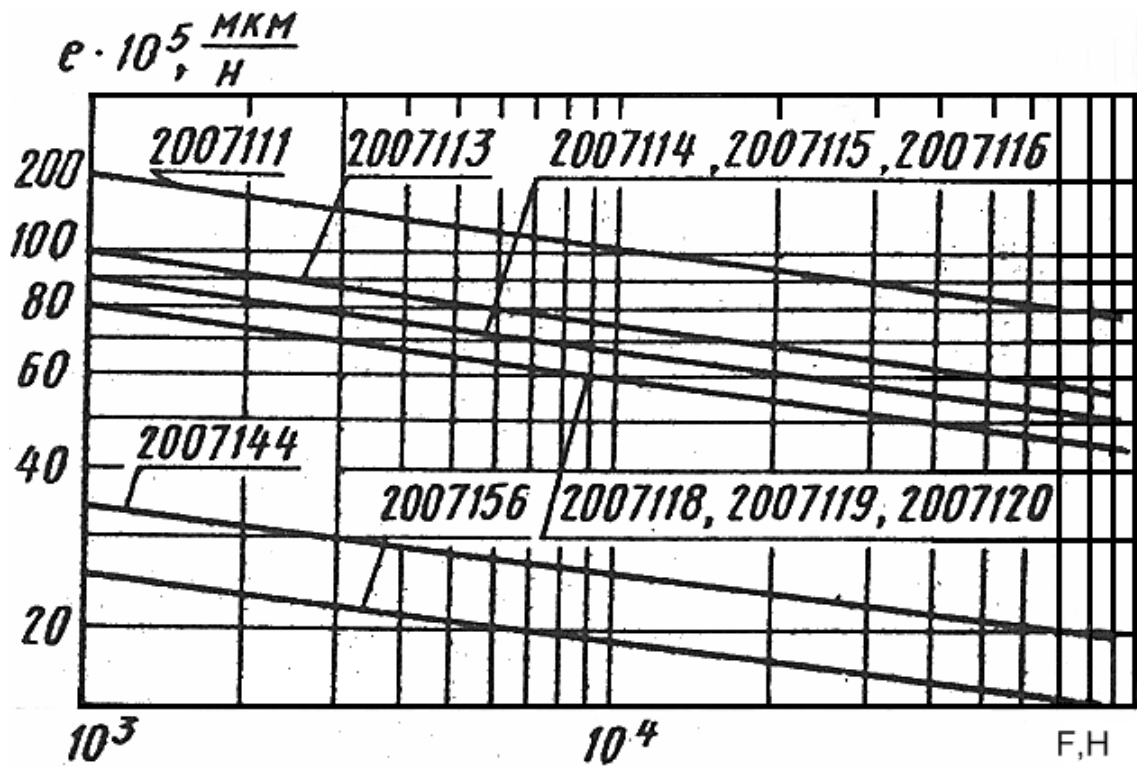


Рисунок Д2.4. – Графіки залежності податливості від радіального навантаження для роликотидшипників типу 2007100.

Радіальна жорсткість радіально-упорних підшипників значною мірою залежить від діаметра отвору внутрішнього кільця, тобто від серії підшипників. Осьова жорсткість змінюється залежно від діаметра отвору внутрішнього кільця.

Осьова жорсткість підшипників в умовних одиницях наведена у таблиці Д2.2:

Таблиця Д2.2.

Відносна осьова жорсткість підшипників.

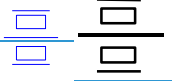
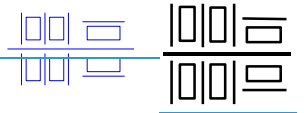
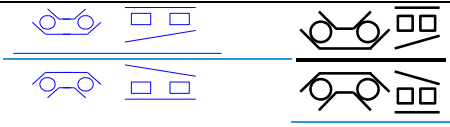
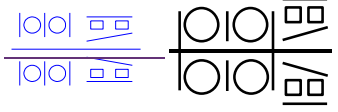
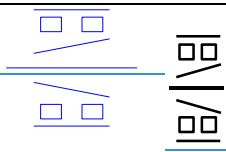
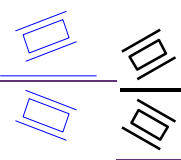
Тип підшипника	
дворядний упорний шарикотидшипник	1,0
дворядний упорно-радіальний шарикотидшипник з кутом контакту 60°	0,65...0,72
два радіально-упорних шарикотидшипники з кутами контакту 25°	0,21...0,25
з кутами контакту 12°	0,1...0,12

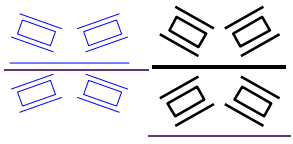
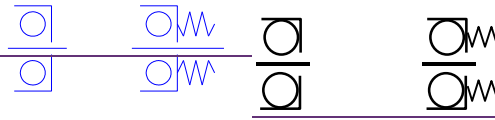
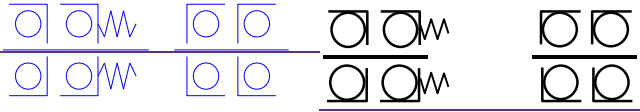
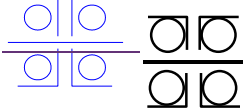
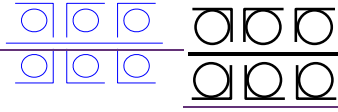
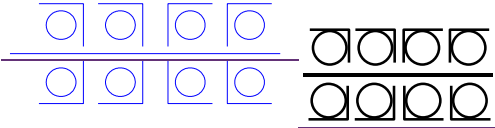
Використання радіально-упорних підшипників з кутом контакту $\alpha = 15^\circ$ замість $\alpha = 25^\circ$ призводить до зменшення осьової жорсткості у 2,5 рази при несуттєвому змінюванні радіальної жорсткості.

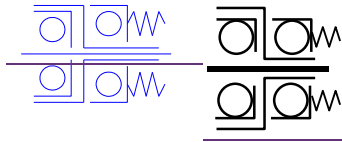
Для розрахунку жорсткості можна використати залежності, наведені в табл. Д 2.3. В таблиці позначено: F_r – радіальне навантаження, що припадає на один підшипник опори, Н (якщо опора містить один підшипник, то $F_r = R$, якщо 2, 3 чи 4, то, відповідно, $F_r = R/2$, $F_r = R/3$, $F_r = R/4$); F_a – осьова сила, яка діє на опору від сил різання, Н; F_{HO} , F_H – сила осьового попереднього натягу, Н; $C = C_\delta z (\sin \alpha)^{5/2}$; $C_\delta = 10^5 \sqrt{1,25 d_T}$, d_T – діаметр тіла кочення, мм; d , D – внутрішній та зовнішній діаметр підшипника, мм; e – внутрішній радіальний зазор-натяг опори, мм (див. Додаток ...); z – кількість тіл кочення в одному ряду підшипника, який сприймає відповідно або осьове, або радіальне навантаження; K_T – коефіцієнт, який враховує якість виготовлення: $K_T = 0,7$ для підшипників 5 класу точності, $K_T = 0,8$ – для 4 класу, $K_T = 0,9$ – для 2 класу точності; α – кут контакту підшипника; ℓ_p – довжина ролика у підшипнику, мм [20]; C_0 – статична вантажопідйомність підшипника, Н [20].

Таблиця Д 2.3.

Розрахунок жорсткості

Тип опори	Радіальна жорсткість j_r , Н/мм	Податливість підшипників, мм	Осьова жорсткість
	при $d < 58$ мм $25100 d^{0,8}$		$j_a = 0$
	при $d \geq 58$ мм $3260 d^{1,3}$		$j_a = 5,6 \cdot 10^4 \left[\frac{0,1(R + F_H)}{d} \right]^{-0,53} d^{0,78}$
	$\frac{R}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}$	$\delta_m = k \cdot \delta_{ro}$ для 3182100:	$j_a = 7000 \cdot z^{2/3} d_T^{1/3} (0,1 F_{Ho})^{1/3} (\sin \alpha)^{5/3}$
		$\delta_{ro} = \frac{0,35 \cdot (0,1 \cdot R_o)^{0,897}}{1000 \cdot d^{0,8}}$ для 4162900	$F_{ko} = 466 \cdot 10^{-11} z d_T^3 \frac{d+D}{2} (\sin \alpha)^2 n_{max}^2$
		$\delta_r = \frac{0,39 \cdot (0,1 \cdot R_o)^{0,91}}{1000 d^{0,84}}$ $k_\delta = 0,5 + 0,67 \cdot \frac{e}{\delta_{ro}}$	$j_a = 2,5 \cdot 10^4 \left(\frac{0,1 F_H}{d} \right)^{0,53} d^{0,78}$ $F_H = (30 \dots 40)d, \text{ Н}$
		при $\frac{e}{\delta_{ro}} < -1,2$ $k_\delta = 1 + 0,6 \cdot \frac{e}{\delta_{ro}}$ при $\frac{e}{\delta_{ro}} \geq -1,2$	$j_a = 0$

	$\frac{1.75R}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}$	$\delta_{rn} = \frac{8 \cdot 10^{-5} \cdot Q_r^{0,9}}{\cos \alpha \cdot l_p^{0,8}}$ $Q_r = \frac{5 \cdot R}{z \cdot \cos \alpha}$	$j_a = \frac{F_a + F_H}{8 \cdot 10^{-5} \frac{Q_a^{0,9}}{\sin \alpha_{lp}^{0,8}}}$ $F_H = (30 \dots 40)d, \text{ H}$ $Q_a = \frac{F_a + F_H}{z \sin \alpha}$
	$\frac{F_r}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}$	$\delta_m = 0,03 \cdot d_T \cdot K_r$ <p>Для підшипників з $\alpha = 12 \dots 18^\circ$</p>	$j_a = \frac{F_a + F_H}{(F_c)^{-2/3}}$ $F_c = \frac{F_{a+} + F_H}{C}$
	$\frac{1.5F_r}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}$	<p>(36200, 36100, 36900)</p> $K_r = \frac{0,024}{(K_F + 0,02)^{0,6}} \cdot \left(\frac{F_r}{C_o}\right),$	$j_a = \frac{(F_a + F_H)}{F_c^{-2/3}}$
	$\frac{1.66F_r}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}$	$K_F = 0,6 \cdot \left(\frac{F_H}{C_o}\right)^{0,54},$ <p>F_H – див. додаток Д5</p>	$j_a = 3C^{2/3} (F_H)^{1/3}$
	$\frac{2,5F_r}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}$	<p>Для підшипників з $\alpha =$</p>	$j_a = 3,9C^{2/3} (F_H)^{1/3}$
	$\frac{3,3F_r}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}$	<p>25...30°</p>	$j_a = 4,8C^{2/3} (F_H)^{1/3}$



$$\frac{0,4F_r}{\delta_{rn} + \delta_{rk}}$$

(46200, 46100, 46900)

$$K_r = \frac{0,026}{(K_F + 0,02)^{0,6}} \cdot \left(\frac{F_r}{C_o}\right),$$

$$K_F = 0,33 \cdot \left(\frac{F_H}{C_o}\right)^{0,64}, \quad \text{ДЛЯ}$$

підшипників з

$$\alpha = 36 \dots 40^\circ$$

$$K_r = \frac{0,028}{(K_F + 0,02)^{0,6}} \cdot \left(\frac{F_r}{C_o}\right),$$

$$K_F = 0,23 \cdot \left(\frac{F_H}{C_o}\right)^{0,68},$$

$$j_a = \frac{0,45 \cdot (F_a + F_H)}{(F_c)^{-2/3}}$$

Для розрахунку податливості $\delta_{кп}$ використовують залежність, яка враховує тип підшипників та наявність попереднього натягу чи зазору у підшипнику [1, 10, 20]. При цьому треба також враховувати деякі особливості. Наприклад, якщо підшипники кочення працюють з перевищенням граничної частоти обертання, то тіла кочення суттєво перевантажені, що зумовлює підвищене тепловиділення та зношення сепаратора. Контактні напруження у цьому випадку треба розраховувати з врахуванням додаткового навантаження від відцентрових сил, що діють на тіла кочення. Відповідні залежності наведені у [1, 4]. Таким чином, контактні деформації та жорсткість опор у разі необхідності точного розрахунку повинні обчислюватись складніше, ніж це зауважено раніше.

У ШВ найрозповсюдженішими є спеціальні шпиндельні радіально-упорні підшипники, шарикові та конічні роликові і шарикові упорно-радіальні. Застосовують їх найчастіше як комплексні опори, що містять кілька підшипників.

Досить розповсюдженою є методика [11, 12, 23, 24], яка передбачає уявлення про комплексну опору з декількох підшипників як таку, що складається з умовних опор, кожна з яких, у свою чергу, може містити один чи декілька підшипників. Цей метод використовують з хорошими результатами для розрахунку жорсткості опор з радіально-упорними підшипниками (рис. 7). Ці опори розглядають як такі, що складаються з двох умовних опор 1 та 2. подвійні підшипники, встановлені за схемою "тандем" (рис. 7, а), розглядають як один дворядний підшипник.

Кількість підшипників, встановлених в умовних опорах, позначають як i_1 та i_2 . (Нумерація з переднього кінця шпинделя) для схеми на рис. Д 2.5, а – $i_1=2$, для схем на рис. Д 2.5, б, в – $i_1 = i_2 = 1$, для схеми на рис. Д 2.5, г – $i_1 = 2, i_2 = 1$, для схеми на рис. Д 2.5, д – $i_1 = i_2 = 2$, для схеми на рис. Д 2.4, е – $i_1 = 3, i_2 = 1$. При створенні попереднього натягу силою F_H у такій комплексній опорі виникають деформації. Особливістю шарикових радіально-упорних підшипників є те, що вони працюють з попереднім натягом, який перевищує деформації, викликані зовнішніми навантаженнями [12]. Загальна осьова деформація (натяг) Δ комплексної опори складається з осьових деформацій δ_1 та δ_2 в умовних опорах 1 та 2 [23, 24].

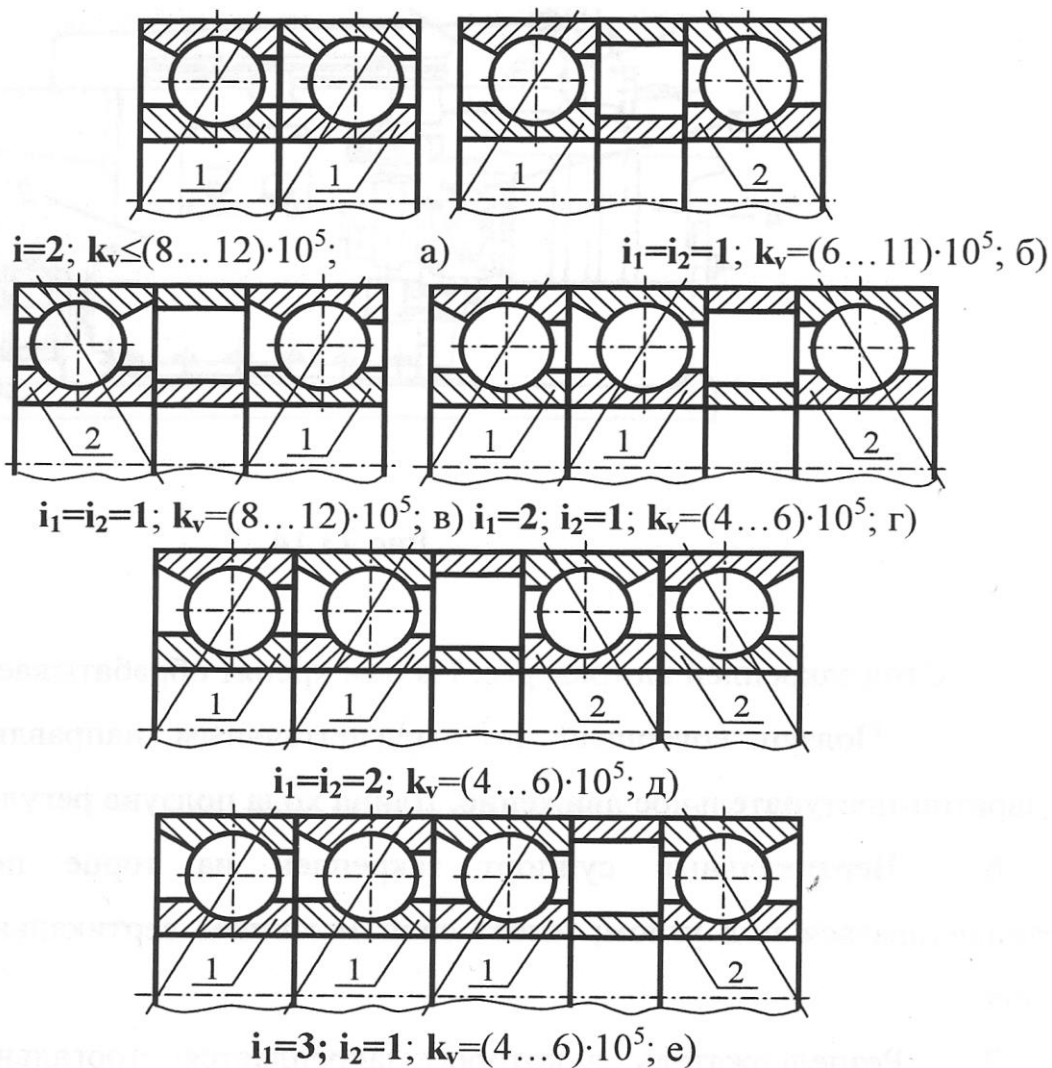


Рисунок Д 2.5. – Розташування радіально-упорних підшипників в опорі.

i — кількість підшипників в умовній опорі

$$\Delta = \delta_1 + \delta_2 = \left(\frac{F_H}{C} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{i_1^{2/3}} + \frac{1}{i_2^{2/3}} \right). \quad (\text{Д2.4})$$

В залежності від способу створення натягу заданою величиною може бути F_H , або Δ .

Під дією зовнішньої осьової сили F_a , складової сили різання, відбувається осьове зміщення δ_a у підшипнику. При цьому умовна опора 1 розвантажується і її деформація становить $\delta_1 - \delta_a$, а умовна опора 2 навантажується і її деформація становить $\delta_a + \delta_2$. З рівняння рівноваги комплексної опори можна знайти (при $\delta_1 - \delta_a > 0$). Осьову жорсткість Н/мм, комплексної опори

$$j_a = \frac{F_a}{\delta_a} \approx 1,5C^{2/3} F_H^{1/3} (i_1^{2/3} + i_2^{2/3}) \quad (\text{Д2.5})$$

де F_a — зовнішнє осьове зусилля, Н; δ_a — осьове зміщення у підшипнику, мм.

$$C = C_\delta z (\sin \alpha)^{5/2}, \quad C_\delta = 10^5 \sqrt{1,25d_u},$$

де d_u — діаметр шарика, мм; z — кількість тіл кочення у підшипнику; α — фактичний кут контакту.

Мінімальне осьове навантаження $F_{H \min}$, яке створює попередній натяг, можна визначити за формулою [20]

$$F_{H \min} \approx 1,58F_r \operatorname{tg} \alpha \pm 0,5F_a, \text{ Н} \quad (\text{Д2.6})$$

де F_r , F_a — зовнішнє радіальне та осьове навантаження. Знак „плюс“ („мінус“) відповідає збільшенню (послабленню) натягу у разі збільшення навантаження F_a .

Максимальна осьова сила, при якій натяг однієї з умовних опор повністю знімається:

$$F_{a \max} = 1,5[1 + (i_2/i_1)^{2/3}] F_H, \text{ Н} \quad (\text{Д2.7})$$

Для симетричних опор $i_1 = i_2$, $F_{a \max} = 3F_H$.

Попередній натяг у швидкісних радіально-упорних підшипниках можна визначити як [21]:

$$F_H \approx 1,7F_r \operatorname{tg} \alpha_H, \text{ Н} \quad (\text{Д2.8})$$

α_H — номінальний кут контакту.

У вузлах точного обертання попередній натяг є обов'язковим. Іноді його оцінюють як 10 Н на 1мм діаметра валу при $d > 10$ мм. Менш відповідальні вузли монтують так, щоб забезпечити осьову гру у парному комплекті радіально-упорних підшипників у межах 0,05-0,15 мм (при середніх габаритах) [1, 21].

Є рекомендації [28], згідно з якими для особливо високошвидкісних внутрішньо-шліфувальних ШВ можна приймати $F_H = 6d$, для високошвидкісних шліфувальних та алмазно-розточувальних ШВ $F_H = 10d$, для середньо- та низькошвидкісних шліфувальних токарних та розточуючи ШВ $F_H = (20 - 30)d$, де d —

діаметр отвору підшипника, мм, F_H – в Н. значення рекомендованого попереднього натягу для радіально-упорних підшипників наведені у додатку Д5.

У деяких випадках мінімально необхідний попередній натяг можна визначити з умови не розкриття стиків та відсутності проковзування тіл кочення по доріжках кочення

$$F_{H \min} \geq kn^2 C_0^2 10^{-12}, \text{ Н} \quad (\text{Д2.9})$$

де $k = 0,08$ — для упорних шарикопідшипників;

$k = 0,02$ — для упорно-радіальних шарикопідшипників з кутом контакту 60° (типу 178000);

$k = 0,04$ — для упорних роликотпідшипників;

$k = 0,03$ — для радіально-упорних шарикопідшипників типу 46200;

C_0 — статична вантажопідйомність підшипника.

Для комплексних опор (рис. Д2.5) в загальному вигляді рівняння (Д2.4) та (Д2.6) можна представити як:

$$j_a = k_1 C^{2/3} F_H^{1/2} = k_2 C \Delta^{1/2}, \quad (\text{Д2.10})$$

$$F_{a \max} = k_3 F_H.$$

Значення коефіцієнтів k_1, k_2, k_3 та порівняльна жорсткість комплексних опор при різних схемах розташування підшипників наведені в табл. Д 2.4 [11,12, 23, 24].

Таблиця Д 2.4

Дані для розрахунку опор кочення.

Розташування підшипників	Значення коефіцієнтів			Відносна осьова жорсткість	
	k_1	k_2	k_3	При $F_H = \text{const}$	При $\Delta = \text{const}$
$i_1 = 1; i_2 = 1$ (17, б, в)	3	2,1	3	1	1
$i_1 = 2; i_2 = 1$ (17, г)	3,9	3,2	$\frac{2,1}{3,6}$	1,3	1,5
$i_1 = 1; i_2 = 3$ (17, е)	4,6	3,8	$\frac{2,2}{4,6}$	1,55	1,8

$i_1 = 2; i_2 = 2$ (17, д)	4,8	4,2	3	1,6	2
$i_1 = 3; i_2 = 3$	6,2	6,4	3	2,1	3

Примітка: для несиметричних опор ($i_1 \neq i_2$) наведено значення k_3 в чисельнику, коли зовнішня сила розвантажує умовну опору 1, а в знаменнику — коли зовнішня сила розвантажує умовну опору 2.

Радіальна жорсткість:

$$j_r = \frac{F_r}{\delta_r} = \frac{k_4 F_n}{\delta_a \operatorname{tg}^2 \alpha}, \text{ Н/мм}, \quad (\text{Д2.11})$$

де F_r – радіальне навантаження.

Радіальна жорсткість шарикового радіально-упорного підшипника залежить від розподілу навантаження між тілами кочення, який характеризується параметром:

$$\xi = 0,5 \left[1 + \frac{\delta_a}{\delta_r} \right] \operatorname{tg} \alpha, \quad (\text{Д2.12})$$

де δ_a, δ_r — відповідно осьове та радіальне зміщення у підшипнику. При $\xi \geq 1$ працюють всі тіла кочення, $\xi < 1$ — лише частина.

Для обчислення j_r треба скористатися даними табл. Д 2.5 [12, 23, 24].

Дані для обчислення j_r

$\frac{F_H}{F_r \operatorname{tg} \alpha}$	1,28	1,35	1,43	1,53	1,67	2,25	3,2	5,4	12
ξ	0,6	0,74	0,80	0,90	1,00	1,25	1,67	2,5	5,0
k_4	0,16	0,30	0,40	0,52	0,60	0,65	0,71	0,74	0,75

Радіальна жорсткість j_{r1} та j_{r2} умовних опор 1 та 2:

$$J_{r1(2)} = \frac{k_4}{1,5 \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{i_{1(2)}^{2/3}}{i_1^{2/3} + i_2^{2/3}} j_a, \text{ Н/мкм} \quad (\text{Д2.13})$$

Співвідношення між радіальною та осьовою жорсткостями радіально-упорних підшипників значною мірою визначається кутом контакту.

$$\text{при } \alpha = 15^\circ : j_r = (5,3 \dots 6) j_a,$$

$$\text{при } \alpha = 26^\circ : j_r = (1,95 \dots 2,1) j_a.$$

Фактичний кут контакту α , в свою чергу, суттєво залежить від попереднього натягу:

$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$, де α_0 – початковий кут контакту, $\Delta\alpha$ – збільшення кута контакту від попереднього осьового натягу.

Залежність $\Delta\alpha = f\left(\frac{F_H}{z d_{ш}^2}\right)$ наведено на рис Д2.6 [11, 23].

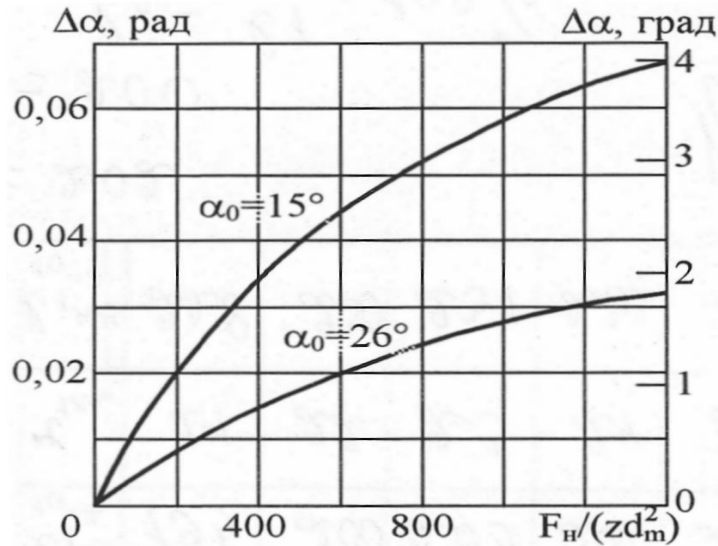


Рисунок Д 2.6. – Залежність збільшення кута контакту від попереднього осьового натягу для шарикових радіально-упорних підшипників.

Схема навантаження радіально-упорного підшипника силою натягу та комбінованим навантаженням (радіальною та осьовою силами) наведена у [12].

Для ШВ високоточних верстатів робоче навантаження завжди менше за попередній натяг, тобто $\delta < 0,8 \delta_n$, що враховують при розрахунках.

Для радіально-упорних підшипників з кутом контакту $\alpha = 26^\circ$ за відносно великих натягів та малих навантажень, що характерно для ШВ прецизійних верстатів, вплив змінювання кута контакту під дією осьового навантаження можна не враховувати, бо величина такого змінювання не перевищує 3-4 % [29], але у цьому разі доречно враховувати контактну податливість у стиках торців кілець підшипника з шпинделем та корпусом.

$$j_r = \frac{F_a}{\delta_r + \delta_k}, \text{ Н/мм}, \quad (\text{Д2.14})$$

Дворядний упорно-радіальний шарикопідшипник з кутом контакту 60° має велику кутову жорсткість, внаслідок чого створюється момент защемлення, який діє на шпиндель. Для того, щоб врахувати цей момент треба обчислити кутову жорсткість опори [11, 14]:

$$j_{\varphi} = \frac{M}{\varphi} = \frac{3}{32} C^{2/3} (d + D)^2 F_H^{1/3} = \frac{j_a (d + D)^2}{32}, \text{ Н}\cdot\text{мм/рад}, \quad (\text{Д2.15})$$

де M – підсумковий защемлюючий момент, який діє на шпиндель;

φ – кут нахилу пружної вісі шпинделя в опорі;

d, D – внутрішній і зовнішній діаметри підшипника;

j_a – осьова жорсткість підшипника (при $i_1=i_2=1$), Н/мм:

$$j_a = 3C^{2/6} F_H^{1/3} = 7000k_T Z^{2/3} d_{\text{ш}}^{1/3} F_H^{1/3} \sin^{5/3} \alpha, \quad (\text{Д2.16})$$

де $k_T = 0,8...0,9$ – коефіцієнт, що враховує похибки виготовлення.

Однорядні та дворядні конічні роликові підшипники працюють у ШВ в умовах невеликого зазору або натягу. Для їх розрахунку треба визначити зміщення в радіальному δ_r та δ_a осьовому напрямках при спільній дії на підшипник радіального F_r та осьового F_a навантажень :

$$\delta_a = \beta_a \delta'_a, \quad (\text{Д2.17})$$

$$\delta_r = \beta_r \delta'_r, \quad (\text{Д2.18})$$

де δ_a, δ_r – зміщення в підшипнику під впливом тільки сили F_a чи тільки сили F_r , мм;

$$\delta'_a = \left(\frac{F_a}{C}\right)^{0,9}; \quad \delta'_r = \left(5\frac{F_r}{C}\right)^{0,9} \text{tg}^{1,9} \alpha;$$

β_a, β_r — коефіцієнти, значення яких подані на графіку рис. Д2.7[32, 50].

$$C^{0,9} = 13300z^{0,9} \ell^{0,8} \sin^{1,9} \alpha,$$

α — кут нахилу осі роликів;

ℓ — ефективна довжина роликів, мм;

z — кількість тіл кочення у підшипнику.

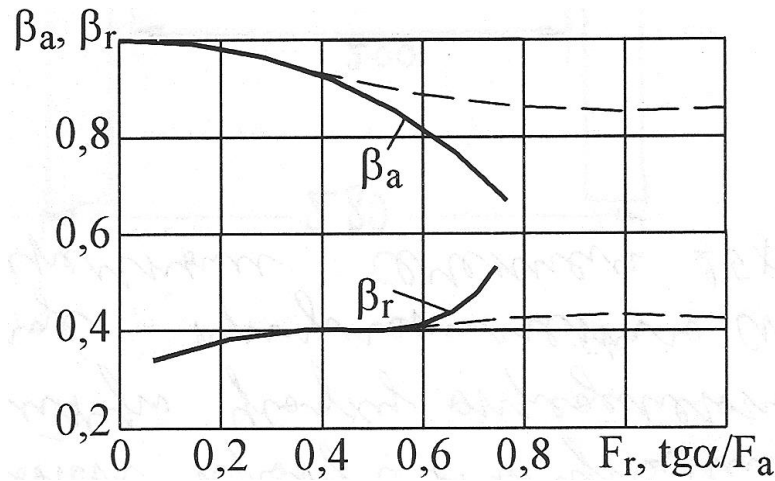


Рисунок Д 2.7. – Значення коефіцієнтів β_a та β_r для однорядних (суцільні лінії) та дворядних (штрихові) конічних підшипників в залежності від співвідношення радіальної F_r та осьової F_a сил.

При роботі з натягом за умови — $\frac{F_a}{F_r} \geq 2$, $\xi > 1$ маємо $\delta_a \approx \delta'_a$, тобто

$$j_r = \frac{0,55 F_a}{tg^2 \alpha \delta_a} = \frac{7300 z^{0,9} \ell^{0,8} \sin^{1,9} \alpha}{tg^2 \alpha}, \quad (Д2.19)$$

Якщо $F_r tg \alpha / F_a > 0,5$, то пружні переміщення δ_a зростають у 1,5 рази, що зумовлюється тим, що частина тіл кочення перестає сприймати навантаження. У розрахунках треба враховувати осьову складову S від радіальних навантажень R однорядного підшипника:

$$S = 1,25 R tg \alpha.$$

Жорсткість дворядних конічних підшипників розраховується аналогічно.

За умови великих радіальних навантажень ($F_r tg \alpha / F_a > 1$) маємо $\beta_a \approx 2 \beta_r$ (див. рис. 3.13), і, відповідно, $j_r / j_a \approx 2 \delta'_a / \delta'_r$. Тобто в цьому випадку радіальна жорсткість j_r дворядного конічного підшипника збільшується приблизно вдвічі у порівнянні з радіальною жорсткістю однорядного, а осьова жорсткість j_a близька до осьової жорсткості однорядного підшипника.

Додаток Д3.

Пружне переміщення оправки під дією сили P , що прикладена на деякій відстані $a_{оп}$ від конічного з'єднання шпинделя з оправкою, можна приблизно визначити як [7]

$$y = \delta + \Theta L,$$

де δ – пружне зміщення краю конічного з'єднання внаслідок контактної податливості; Θ – кут повороту у конічному з'єднанні.

Без врахування похибок у конічному з'єднанні:

$$\delta = \frac{4P\beta C}{\pi D_{оп}} (\beta a_{оп} C_1 + C_2);$$

$$\Theta = \frac{4P\beta^2 C}{\pi D_{оп}} (\beta a_{оп} C_1 + C_2),$$

де $\beta = 4\sqrt{\frac{1}{13CD_{оп}}}$; C – коефіцієнт контактної податливості (для конусів Морзе

$C = 0,03 \dots 0,03$, для конусів 7/24 – $C = 0,02$); C_1, C_2, C_3 – коефіцієнти, що враховують змінювання діаметра по довжині конічного з'єднання (для конусів Морзе $C_1 = C_2 = C_3 = 1$, для конусів 7/24 – $C_1 = C_2 = 1,35, C_3 = 1$); $D_{оп}$ – діаметр оправки.

Таблиця Д3.1

Діаметр патрона, мм	Кутова жорсткість, МН×мм/рад	Діаметр патрона, мм	Кутова жорсткість, МН×мм/рад
80	36	250	850
100	70	315	1300
125	140	400	2000
160	270	500	3300
200	520	630	5000

Таблиця Д3.2

Номер конуса	Жорсткість з'єднання шпindelь-інструмент, зведена до переднього торця шпindelя					
	радиальна $j_R \times 10^{-6}$ Н/мм			кутова $j_M \times 10^{-9}$ Н×мм/рад		
	при співвідношенні a/D					
	1	2	3	1	2	3
30	0,19	0,13	0,09	0,14	0,18	0,20
40	0,34	0,21	0,15	0,43	0,53	0,58
50	0,73	0,46	0,33	2,4	2,8	3,0
60	1,60	1,0	0,73	10,0	12,0	13,0

Примітка. Пружне переміщення δ_0 та кут нахилу θ_0 у торця шпindelя при навантаженні консольної оправки силою P на вильоті від торця шпindelя a :

$$\delta_0 = P/j_R ; \quad \theta_0 = P \times a/j_M .$$

Пружне переміщення у точці прикладення сили, викликане деформаціями в кінцічному з'єднанні (D – найбільший діаметр з'єднання):

$$\delta_p = \delta_0 + \theta_0 \times a$$

Можна обрахувати це переміщення більш точно [16]. Радіальну силу P , яка прикладена через оправку на відстані a_{Π} від переднього кінця шпindelя, зводять до переднього кінця у вигляді сили P та моменту Pa_{Π} . Тоді переміщення переднього кінця по аналогії з тим, що викладено вище

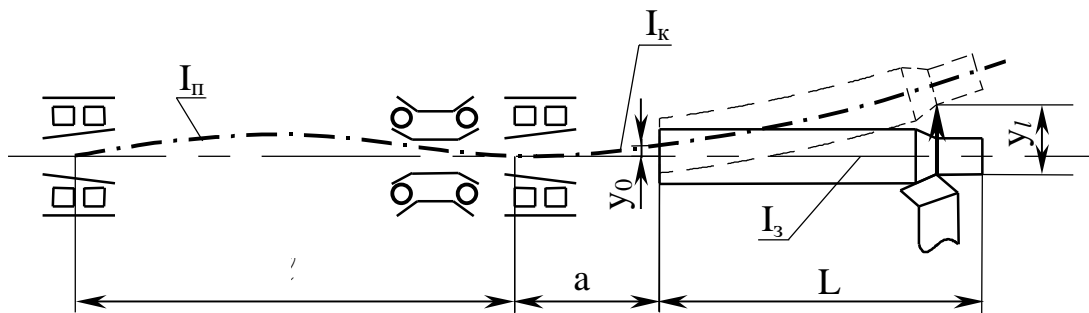
$$y_{\text{ш}} = P \left\{ \frac{a^2}{3E} \left[\frac{a}{I_K} + \frac{\ell(1-\varepsilon_3)}{I_{\Pi}} \right] + \frac{1}{j_1} \left[\frac{\ell + a(1-\varepsilon_3)}{\ell} \right]^2 + \frac{1}{j_2} \frac{a^2(1-\varepsilon_3)}{\ell^2} + \frac{a}{GS_K} + \frac{a^2(1-\varepsilon_3)}{GS_{\Pi}\ell} \right\} + Pa_{\Pi} \left\{ \frac{a}{E} \left[\frac{a}{2I_K} + \frac{\ell(1-\varepsilon_3)}{3I_{\Pi}} \right] + \frac{1}{\ell} \left[\frac{1}{j_1} \frac{\ell + a(1-\varepsilon_3)}{\ell} + \frac{1}{j_2} \frac{a(1-\varepsilon_3)}{\ell} \right] \right\} .$$

Для розточувальних верстатів з борштангою із інструментом, що її встановлено у шпинделі, радіальне переміщення переднього кінця борштанги становить [16]:

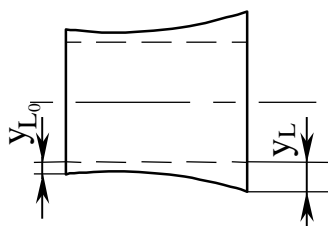
$$y_{ш} = \frac{P}{E} \left[\frac{l_B^3}{3I_B} + \frac{l_B^2 a}{I_K} + \frac{l_B a^2}{I_K} + \frac{a^3}{3I_K} + \frac{(a + l_B)^2 l (1 - \varepsilon_3)}{3I_{\Pi}} \right] + P \left\{ \frac{1}{j_1} \left[\frac{(a + l_B)(1 - \varepsilon_3) + l}{l} \right]^2 + \frac{1}{j_2} (1 - \varepsilon_3) \left(\frac{a + l_B}{l} \right)^2 \right\}$$

де l_B – довжина від переднього кінця борштанги до переднього кінця шпинделя;
 I_B – осьовий момент інерції борштанги.

Якщо заготовка консольно закріплена у патроні токарного верстата, спільна деформація заготовки та ШВ приводить до утворення похибки заготовки при поздовжньому точінні (рис. Д3.1 [17]).



а)



б)

Рисунок Д3.1 – Схема деформації ШВ із заготовкою (а) та утворення похибки поздовжнього точіння (б).

Аналогічна ситуація властива також розточуванню з висувною борштангою на розточувальних верстатах.

Похибку обробки (відхилення від циліндричності) при поздовжньому точінні можна виразити як

$$\Delta_y = 2(y_L - y_{L0}) < \frac{\Delta}{K},$$

а при розточуванні з висувною борштангою

$$\Delta_y = 2(y_{L0} - y_L) < \frac{\Delta}{K}.$$

Позначено:

Δ – припуск на обробку;

K – коефіцієнт, який враховує деформації інших елементів системи (інструмента, супортної групи, напрямних пристосувань тощо);

y_{L0} , y_L – деформація ШВ із заготовкою (при розточуванні – з інструментом) вздовж довжини заготовки в точках, де прикладено силу P_{zy} , в початковий та кінцевий моменти різання.

Радіальне пружне переміщення y_P точки, у якій прикладено силу різання, на заготовці, що її встановлено у патроні токарного верстата з приводом шпинделя від розвантаженого шківів, при спільній деформації заготовки та ШВ під дією радіальної складової сили різання можна обчислити як [17]:

$$y_P = \frac{P_{zy}}{E} \left[\frac{L^3}{3I_3} + \frac{L^2 a}{I_K} + \frac{L a^2}{I_K} + \frac{a^3}{3I_K} + \frac{B^2 \ell (1 - \varepsilon_3)}{3I_{II}} \right] + P_{zy} \left\{ \frac{1}{j_1} \left[\frac{B(1 - \varepsilon_3) + \ell}{\ell} \right]^2 + \frac{1}{j_2} (1 - \varepsilon_3) \left(\frac{B}{\ell} \right)^2 \right\}.$$

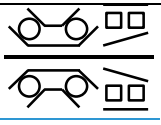
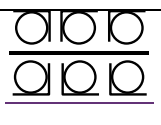
де $P_{zy} = \sqrt{P_z^2 + P_y^2}$; P_z , P_y – складові сили різання; E – модуль пружності матеріалу заготовки; L – поточна відстань від переднього кінця шпинделя до точки, де прикладена сила різання; a – виліт консолі шпинделя; ℓ – міжопорна відстань; $B = a + \ell$; ε – коефіцієнт що враховує защемлюючий момент у передній опорі; I_{II} , I_K , I_{III} – зведені осьові моменти інерції міжопорної частини, переднього кінця шпинделя та заготовки; j_1 , j_2 – жорсткості передньої та задньої опори шпинделя.

Додаток 4

Статичний розрахунок жорсткості ШВ дає результати, що значно відрізняються від експериментальних. Як правило, це пояснюють специфічними особливостями конструкцій ШВ: шпиндель монтується на опорах з попереднім натягом, що супроводжується різким збільшенням кутових жорсткостей опор, тощо.

В табл. Д4.1 наведені значення радіальної жорсткості, отримані розрахунком та аналізом існуючих конструкцій ШВ. Тобто ці данні можна розглядати як такі, що реально досягаються для даного типорозміру [28].

Таблиця Д4.1

Тип підшипників передньої опори	Діаметр шпинделя в передній опорі, мм					
	55	70	90	120	160	200
	Радіальна жорсткість на передньому кінці шпинделя, Н/мкм					
	200...250	250...300	400...450	700...800	1100...1200	1300...1400
	120...140	160..180	250...270	380...400	500...600	600...700
Гідростатичні	130	200	330	550	750	1000

Якщо розрахунок дає нижчі значення жорсткості, то треба виконати розрахунковий аналіз впливу розмірів окремих ділянок ШВ та скласти баланс пружних переміщень, щоб виявити причину.

В багатьох випадках знижена жорсткість ШВ пов'язана з великим вильотом шпинделя.

В табл. Д4.2 [28] наведені розрахункові данні по жорсткості кількох варіантів ШВ токарного верстата з діаметром передньої шийки 80-90 мм.

Таблиця Д4.2

№ варіанта	Тип підшипників передньої опори	Діаметр передньої опори	Жорсткість ШВ, Н/мм	
			Радіальна	Осьова
1	 ку́т контакту 25°, легка серія	80/140	175	390
2	 ку́т контакту 25°, надлегка серія	90/125	200	400
3	 ку́т контакту 15°, надлегка серія	90/125	228	160
4		80/140	182	150
5		80/125	220	960

*У числівнику умовного дроби дано внутрішній діаметр, у знаменнику-зовнішній.

Таблиця Д5.1

Величина сили попереднього натягу
для радіально-упорних шарикопідшипників, Н

Діаметр отвору d, мм	Тип підшипників					
	36900			46900		
	легкий	середній	важкий	легкий	середній	важкий
10	16	48	96	25	75	150
12	16	48	96	27	81	162
15	25	73	146	40	119	238
17	26	76	152	42	126	252
20	45	134	268	74	221	442
25	48	142	284	77	231	462
30	51	153	306	83	248	496
35	57	170	340	92	276	552
40	84	250	500	136	407	814
45	90	268	536	144	431	862
50	98	292	584	158	473	945
55	114	340	680	184	552	1100
60	121	360	720	196	587	1170
65	123	366	732	199	597	1190
70	167	500	1000	271	814	1630

Таблиця Д5.2

Величина сили попереднього натягу
для радіально-упорних шарикопідшипників , Н

Діаметр отвору d,мм	SKF, FAG			Тип підшипників								
				36200К, 36200КУ			46100У			46200У		
	Легкий	Середній	Важкий	Легкий	Середній	Важкий	Легкий	Середній	Важкий	Легкий	Середній	Важкий
10	20	60	120	30	90	180	30	90	180	55	160	320
12	25	75	150	35	105	210	35	105	210	60	180	360
15	25	75	150	40	120	240	40	120	240	70	210	420
17	30	90	180	50	150	300	50	150	300	90	270	540
20	45	135	270	65	200	400	75	220	440	110	330	660
25	50	150	300	80	240	480	80	240	480	130	390	780
30	80	240	480	115	350	700	130	390	780	190	570	1140
35	90	270	540	130	390	780	150	450	900	210	630	1260
40	100	300	600	180	540	1080	160	480	960	290	870	1740
45	120	360	720	200	600	1140	200	600	1200	320	960	1920
50	130	390	780	230	690	1200	210	630	1260	360	1080	2160
55	170	510	1020	270	810	1380	300	900	1800	440	1320	2640
60	180	540	1080	320	960	1620	310	930	1860	510	1530	3060

65	190	570	1140	360	1080	1920	320	960	1920	590	1770	3540
70	240	720	1440	380	1140	2160	390	1070	2140	610	1830	3660
75	240	720	1440	400	1200	2400	400	1200	2400	640	1920	3840
80	300	900	1800	4640	1380	2760	490	1470	2940	740	2220	4440
85	310	930	1860	520	1560	3120	510	1530	3060	850	2550	5100
90	360	1080	2160	620	1860	3720	580	1740	3480	1020	3060	6120
95	400	1200	2400	660	1980	3960	640	1920	3840	1100	3300	6600
100	410	1230	2460	790	2370	4740	650	1950	3900	1270	3810	7620
105	450	1350	2700	820	2460	4920	730	2190	4380	1350	4050	8100
110	530	1590	3180	860	2580	5160	860	2580	5160	1410	4230	8460
120	550	1650	3300	900	2700	5400	890	2670	5340	1450	4350	8700
130	700	2100	4200	1000	3000	6000	1140	3420	6840	1700	5100	10200
140	720	2160	4320	1100	3300	6600	1150	3450	6900	1800	5400	10800
150	810	2430	4860	1200	3600	7200	1320	3960	7920	1900	5700	11400
160	900	2700	5400	1300	3900	7800	1450	4350	8700	2000	6000	12000
170	1110	3300	6600	1400	4200	8400	1700	5100	10200	2100	6300	12600
180	1170	3510	7020	1500	4500	9000	1900	5700	11400	2300	6900	13800
190	1300	3900	7800	1700	5100	10200	2000	6000	12000	2500	7500	15000
200	1400	4200	8400	1800	5400	10800	2300	6900	13800	2700	8100	16200

У розрахунку власних частот згинальних коливань є потреба, коли мова йде про вимушені коливання пружної системи під дією збуджуючих сил, котрі при статичному прикладенні викличуть згинання елементів системи. У верстатах такими пружними системами, що працюють на згин, є вали, станини, рами, тощо, зокрема, й шпindelь. При цьому рівновага таких систем є сталою по відношенню до початкових згинальних збурень, тобто система повертається у висхідне положення, якщо її залишити поза впливом додаткових згинальних переміщень. Винятком, що не задовольняють цю умову, є вали, шпindelі та борштанги, що перебувають під дією великих стискаючих сил, які наближаються до критичних за Ейлером. Найпростішим прикладом збуджуючих сил, які можуть викликати вимушені коливання, є відцентрові сили неврівноважених обертових мас.

Будь-який реальний вал внаслідок неминучих похибок виготовлення та неоднорідності його матеріалу має деякий статичний та динамічний дисбаланс. Відцентрові сили неврівноважених обертових мас можуть викликати вимушені коливання двох типів: коливання конструкції, на якій закріплено обертову деталь, та коливання самої обертової деталі. При досягненні валом числа обертів $n = 30\omega/\pi$, де ω – одна з власних частот вільних поперечних (згинальних) коливань валу, настає резонанс. Такі частоти називаються критичними.

Другим прикладом збуджуючих сил є змінні зусилля різання, які викликають статичне відтискання шпindelя та зумовлюють виникнення вібрацій.

Відцентрові сили та сили різання грають основну роль у виникненні вимушених коливань.

Будь-яку періодичну збуджуючу силу можна уявити як нескінчену суму

синусоїдальних збуджуючих сил – гармонік $P = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \sin(\omega_n t - \varphi_n)$, які мають

колові частоти $\omega_1 = 2\pi/T$, $\omega_2 = 2 \cdot 2\pi/T$, ... $\omega_n = n2\pi/T$, де T – період коливань. Із зростанням номеру гармоніки їх амплітудні P_n за звичай швидко зменшуються. Тому найбільше значення мають вимушені коливання, які викликає перша гармоніка, котра має період, що дорівнює періоду збуджуючої сили. Однак слід мати на увазі, що у разі коли власна частота системи перевищить чистоту

збуджуючої сили у цілу кількість разів, можливий резонанс з іншими гармоніками. Вищі гармоніки можуть виявляти себе значною мірою, якщо протягом періоду коливань збуджуюча сила змінюється дуже нерівномірно. Навпаки, якщо збуджуюча сила змінюється плавно та її характер наближається до синусоїдальної, всі гармоніки, крім першої, виявляються несуттєвими і резонансів з ними можна не чекати.

Шпindelь, як будь-який вал, при обертанні деформується, навіть при відсутності зовнішнього навантаження.

Величина деформації визначається:

- жорсткістю валу та його опор;
- загальною вагою валу та встановлених на ньому елементів (зубчастих коліс, маховиків тощо);
- дисбалансом мас по відношенню до осі обертання;
- загальним демпфіруванням у системі.

Вказана деформація є функцією швидкості і досягає максимального значення на так званій критичній швидкості (критичній частоті обертання).

Критична частота не залежить від ексцентриситету і не може бути змінена балансуванням.

Для будь-якого валу існує нескінченна кількість критичних швидкостей, але конструктора цікавить, як правило, тільки найменша (перша) і іноді друга з цих швидкостей. Інші швидкості бувають надто високі і лежать поза діапазоном робочих швидкостей. На першій критичній швидкості вал буде згинатися у найпростішій (по можливості) формі. На другій критичній швидкості форма деформації валу буде складніша

Для визначення власної частоти шпинделя можна використати залежності:

$$1. \quad \omega_{вл} = \gamma \sqrt{\frac{EI_{II}}{m(1+\lambda)^3 a^2}}, \text{ рад/с, } f_{вл} = \frac{\omega_{вл}}{2\pi}, \text{ Гц,}$$

де m - маса шпинделя; $I_{\text{п}}$ – момент інерції у міжопорній частині; γ - коефіцієнт, який залежить від співвідношення ℓ / a : при $\ell / a = 2,5 \dots 3,5$ приймаємо $\gamma = 2,3 \dots 2,4$.

$$2. \quad \omega_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{j}{m(1 + \frac{j_{\text{ш}}}{2j_{\text{оп}}})}} \quad - \text{ для випадку, коли зосереджена маса}$$

розташована симетрично відносно опор і її центр ваги співпадає із віссю обертання (тобто зберігається рівновага між силами пружності та відцентровою при будь-яких прогинах)

Позначено: m – маса шпинделя, зведена до центру міжопорної частини, j – жорсткість шпинделя, $j_{\text{оп}}$ – жорсткість опор.

$$3. \quad \omega_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^j W_i \delta_i}{\sum_{i=1}^j W_i \delta_i^2}},$$

де W_i - вага i - тої маси; δ_i - статичне відхилення i - тої маси ; j – кількість мас.

Це рівняння Релея-Рітца може бути використане для визначення першої критичної швидкості східчастого вала: розподілену масу поділяють на кілька частин m_1, m_2, \dots, m_i та вважають кожну з них зосередженою у центрі тяжіння. Отримаємо приблизне значення першої власної частоти коливань, яке перевищує фактичне.

4. Для приблизного розрахунку ШВ, який представлено однією зведеною до переднього кінця масою, можна скористатися енергетичним методом Релея:

- Побудувати пружну лінію прогинів y_l під дією власної ваги валу.
- Викривленій формі валу надати обертання із довільною частотою ω_0 (найчастіш частота, при якій визначено інерційні сили). Визначити

відцентрову силу $F_{ц} = m\omega_0^2 y_I$, яка виникає внаслідок зміщення центра тяжіння перерізу, та зумовлений нею додатковий прогин валу y_{II} . При цьому $y_I / y_{II} = const$.

- Визначити критичну частоту

$$\omega_{кр} = \omega_0 \sqrt{\frac{y_I}{y_{II}}}$$

Використовують також рівняння Данкерлі, яке дає занижене значення частоти:

$$\frac{1}{\omega_{кр}^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots, \text{ де } \omega_{кр} - \text{ перша критична швидкість багатомасової}$$

системи; ω_1 – критична швидкість валу у рад., коли встановлена лише маса m_1 ,

ω_2 – критична швидкість валу, коли встановлена лише маса m_2 , тощо.

Таблиця Д7.1.

Посадки радіальних, радіально-упорних та упорно-радіальних підшипників

Умови навантаження	Схема	Характер посадки для кільця		Рекомендована посадка для кільця	
		внутрішнього	зовнішнього	внутрішнього	зовнішнього
<p>Навантаження P нерухоме відносно внутрішнього кільця і обертається відносно зовнішнього</p>		<p>Припустим а з зазором</p>	<p>Необхідна з натягом</p>	<p>f7, g6, h6, js6, h5, js5</p>	<p>K7, K6, M7, M6, N6</p>
<p>Навантаження P нерухоме відносно зовнішнього кільця і обертається відносно внутрішнього</p>		<p>Необхідна з натягом</p>	<p>Припустима з зазором</p>	<p>n6, t6, k6, js6, n5, m5, k5, js5</p>	<p>H7, H6, J7, J6</p>

Таблиця Д7.2.

Припустима інтенсивність навантаження P_r (кН/см) на кільця підшипників

Внутрішній діаметр d , мм	P_r при посадці на вал				Зовнішній діаметр D , мм	P_r при посадці в корпус			
	g6	k6	m6	n6		K7	M7	N7	P7
Понад 18 до 80	3,0	13.5	16	30	Понад 50 до 180 — 180 — 360 — 360 — 630 — 630 — 1000	8	10	13	25
— 80 — 180	5,5	20	25	40					
— 180 — 360	7,0	30	35	60					
— 360 — 630	9,0	34	45	80					
— 630 — 1000	12,0	55	70	120					

Таблиця Д7.3.

Рекомендовані поля допусків шийок шпинделів

Тип підшипника	Умови роботи підшипника	Діаметр вала, мм	Поле допуску для підшипників класів точності		
			5	4	2
Радіально-упорні шарикопідшипники	Зосереджене навантаження на внутрішньому кільці	8...160	h5	h4	h3
	Зосереджене навантаження на зовнішньому кільці	8...160	js5	js4	js3
Конічні роликопідшипники	—	25...40	js5	js4	
		45...140	k5	k4	
Упорні шарикопідшипники	—	20...200	h5	h5	h4
Упорно-радіальні шарикопідшипники	—	25...200	—	h4	h3

Рекомендовані поля допусків отворів корпусів

Тип підшипника	Умови роботи підшипника	Поле допуску для підшипників класів точності		
		5	4	2
Радіально-упорні шарико-підшипники	Плаваюча опора, бажане вільне зміщення зовнішнього кільця	H6	H5	H4
	Фіксована опора, зміщення зовнішнього кільця небажане	JS6	JS5	JS4
	Зосереджене навантаження на внутрішньому кільці	M5	M5	M4
Радіальні дворядні циліндричні ролико-підшипники	Нормальне або мале навантаження	—	K5	K4
	Велике навантаження, зосереджене навантаження на внутрішньому кільці	—	M5	M4
Конічні ролико-підшипники	Регулювання зазору-натягу зміщенням зовнішнього кільця	JS5	JS4	—
	Фіксоване зовнішнє кільце	K5	K4	—
	Зосереджене навантаження на внутрішньому кільці	M5	M4	—
Упорні шарико- і ролико-підшипники	—	H7	H7	—
Упорно-радіальні шарико-підшипники	—	—	K5	K4

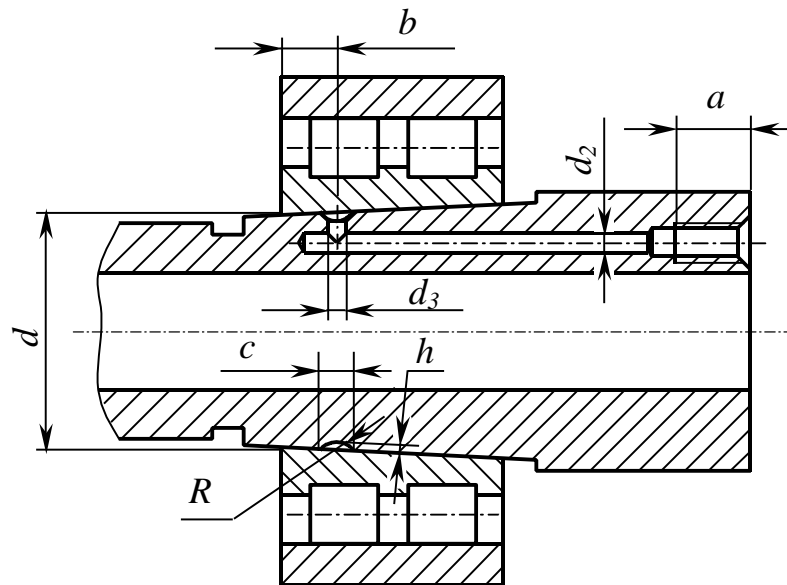
Посадки, які рекомендуються для шпиндельних підшипників

Клас точності підшипника	Посадка	
	на вал	в корпус
6	js6, k6	G7, H7, Js7
5	js5, k5	G6, H6, Js6
4	js5, k5	G6, H6, Js6
2	js4, k4	G5; H5, Js5

Способи осьового кріплення підшипників

Ескіз	Спосіб кріплення	Призначення
	<p>Пружинним стопорним кільцем</p>	<p>При незначних осьових навантаженнях рівномірного характеру і в плаваючих опорах</p>
	<p>По внутрішньому кільцю конічною втулкою</p>	<p>При значних навантаженнях динамічного характеру</p>
	<p>Гайкою, законтреною стопорною шайбою або спеціальною планкою</p>	<p>При значних навантаженнях для невеликих діаметрів</p>
	<p>Врізним кільцем з двох половин, скріплених обоймою</p>	<p>При значних осьових навантаженнях</p>
	<p>Кришкою, закріпленою болтами. Болти контряться пластинчатими шайбами</p>	<p>При значних осьових навантаженнях</p>
	<p>По внутрішньому кільцю гайкою, законтреною скобою, яка кріпиться до гайки болтом по зовнішньому – фланцевою кришкою або торцевою кришкою з притискною шайбою</p>	<p>При значних осьових навантаженнях</p>

Розміри отворів у шпинделі, які використовуються при виконанні демонтажу підшипника [8].



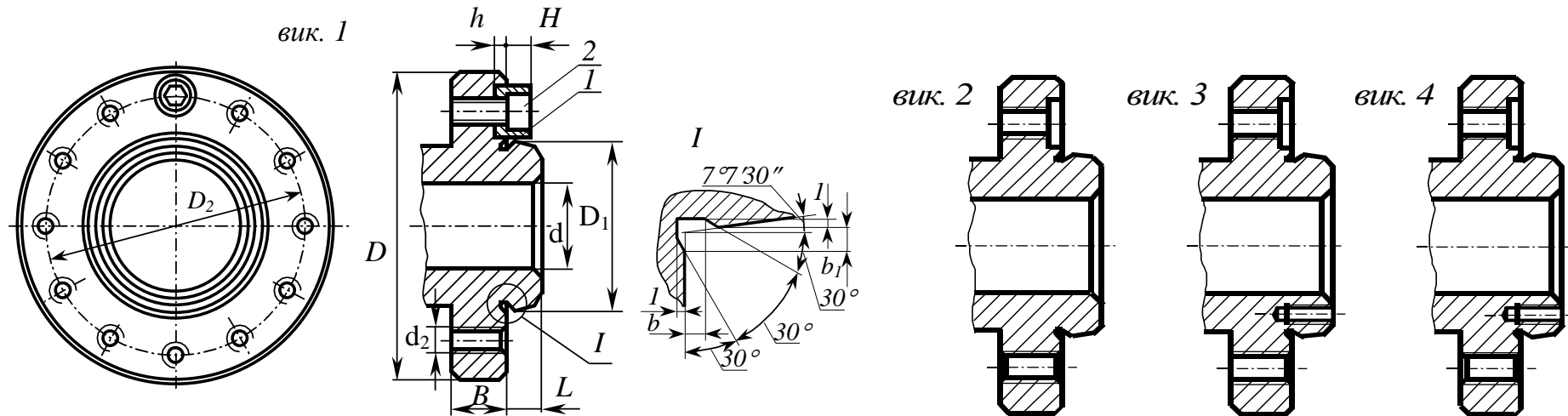
Діаметр шпинделя		a,	b,	c,	h,	R,	d _{2max} ,	d _{3max} ,
понад	до	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм
–	30	11		2,0	0,3	2,0	8	2,0
30	50			2,5	0,5	2,0		2,0
50	100			3,0	0,5	2,5		2,5
100	150			4,0	0,8	3,0		3,0
150	200			4,0	0,8	3,0		3,0
200	250			5,0	1,0	4,0		4,0
250	300			5,0	1,0	4,0		4,0
300	400			6,0	1,3	4,5		5,0

d, мм	Тип підшипника	a, мм	b, мм	c, мм	h, мм	R, мм	d _{2max} , мм	d _{3max} , мм
55	3182111	11	10,4	3	0,5	2,5	8	2,5
60	12							
65	13							

70	14	12										
75	15											
80	16							13,6				
85	17											
90	18							14,8				
95	19											
100	20											
105	21							16,4	4	0,8	3	3
110	22							18				
120	24							18,2				

10.1. Кінці шпинделів фланцеві токарних, токарно-револьверних та шліфувальних верстатів

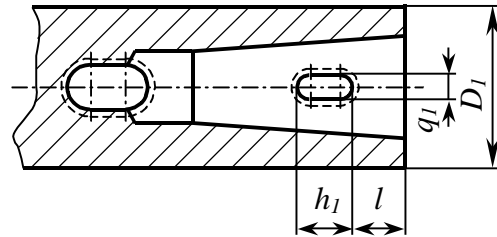
(ГОСТ 12595-72)



Умовний розмір кінця шпинделя	D	D ₁		D ₂		Отвір у шпинделі d, не більше		d ₁ граничне відхилення по Н6	d ₂ граничне відхилення по Н6	l	h	b	b ₁	H	B	Дет.1 шпонка	Дет.2 ГВИНТ ГОСТ 11738-72								
		номінал	гранич. відхил.	номінал	гранич. відхил.	Цилінд-ричний	конічний																		
							Конус Морзе											метрич-							
3	92	53,975	0,008	70,6	0,2	регламентуєтьс	4	-	-	11	-	1,5	3,0	-	16	-	-								
4	108	63,513		82,6														5	20	14×4					
5	133	82,563	0,010	104,8																	5	16,0	M6	13	6
6	165	106,375		133,4														6	80	19,0	M8	14		8	25

8	210	139,719	0,012	171,4				24,0		16	10			6	28	24×8	
11	280	196,869	0,014	235,0			100	28,0	M10	18					35	28×11	M10×25.58.01
15	380	285,775	0,016	330,0			120	35,0		19					42	35×15	M12×25.58.01
20	520	412,775	0,020	463,6	0,3			42,0	M12	21	16	2,5	5,0		48	42×20	M12×30.58.01
28	725	584,225	0,023	647,6				50,0		24	20				56	50×28	M12×35.58.01

10.2. Кінці шпинделів свердлувальних, розточувальних та координатно-розточувальних верстатів (ГОСТ 2701-72)

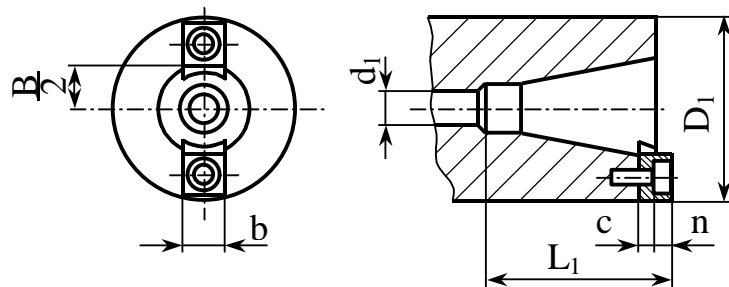


Позначення конуса кінця шпинделя		D_1	l	h_1	q_1	
					номін.	відхилення
Морзе	1	25	-	-	-	-
	2	35	-	-	-	-
	3	45	28,5	36,5	8,3	+0,50
	4	60		39,5		+0,28
	5	80		44,5	13,0	+0,56
	6	100	28,5	38,5	16,3	+0,29
125						

Метричні	80	125	30,0	44,0	19,0	+0,63
		160				
	100	200	52,0	26,0	+0,30	
	120	250	60,0	32,0	+0,70	
	160	320	40,0	76,0	38,0	+0,31

10.3. Кінці шпинделів з конусністю 7:24

(конус по ГОСТ 15945-70)

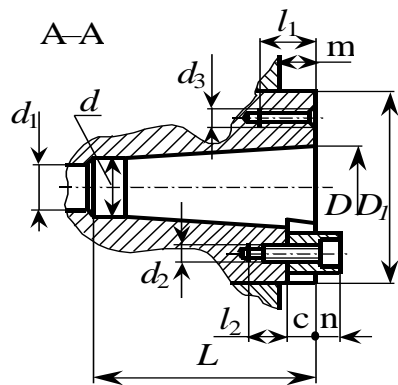
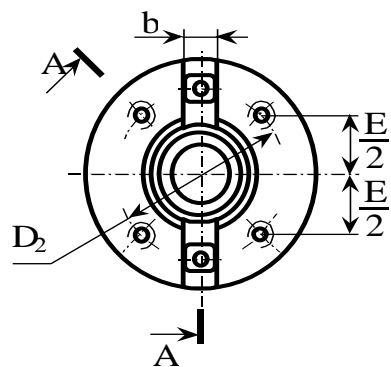


Позначення конуса кінця шпинделя	D ₁		L ₁ не менше	d ₁	C не менше	n	B/2 не менше	b
	1 ряд	2 ряд						
30	-	50	73	17	8,0	8,0	16,5	15,9
40	-	65	100				23,0	
	80	90						
45	80	90	120	21	9,5	9,5	30,0	19,0
	100	-						

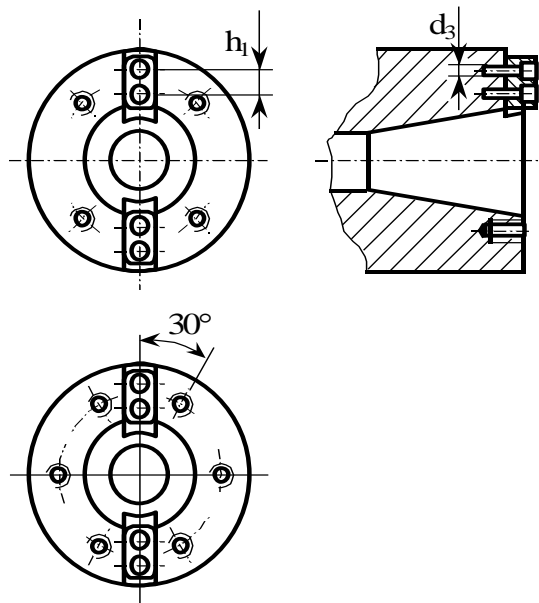
50	100	-	140	27	12,5	12,5	36,0	25,4
	125	110					48	
55	160	-	178	35	12,5	12,5	61,0	25,4
60	160	-	220					
	200	-						
70	250	220	315	42	20,0	20,0	90,0	32,0
	250	220						
	300	-						

10.4. Кінці шпинделів з конусністю 7:24 та конусом Морзе для фрезерувальних верстатів (ГОСТ 836-72)

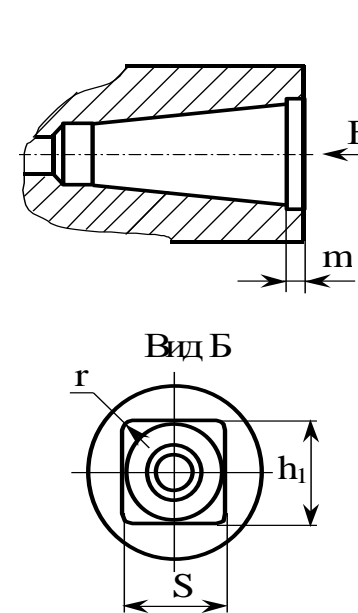
З конусом 30, 40, 45, 50 та 55



З конусом 60



Кінці шпинделів з конусом
Морзе (конус по СТ СЭВ 147-
75)

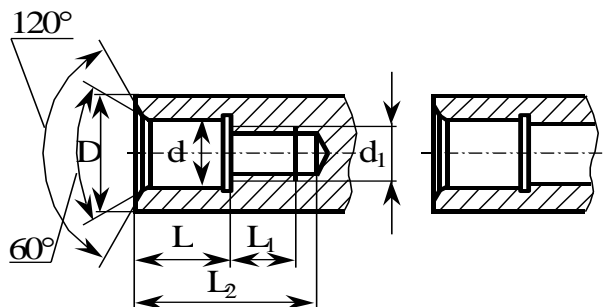


Позначення кінців шпинделів з конусами	D	D ₁ граничне відхилення h5	D ₂		d	d ₁ не менше	d ₂	l ₁ не менше	l ₂	d ₃	L не менше	m не менше	c не менше	n	E/2 не менше	b гранич. відхилення M6	h ₁	
			номін.	гранич. відхил.														
30	31,75	69,832	54,0	0,15	17.4 ^{+0.18}	17	M10	16	9	M6	73	12,5	8,0	8,0	16,5	15,9	-	
40	44,45	88,882	66,7		25.3 ^{+0.21}		M12											20
45	57,15	101,600	80,0	0,175	32.4 ^{+0.25}	21		13	M8	120	18,0	9,5	9,5	30,0	19,0			
50	69,85	128,570	101,6		39.6 ^{+0.25}											M16		25
55	88,90	152,400	120,6	0,2	50.4 ^{+0.30}	35	M20	30	18	M12	220	38,0	12,5	12,5	48,0	25,4		22
60	107,95	221,440	177,8		60.2 ^{+0.30}													
65	133,4	280,000	220,0		75.0 ^{+0.30}	42	M24	36	24	M16	315	50,0	16,0	16,0	75,0	32,0		25
70	165,10	335,000	265,0		92.9 ^{+0.35}													

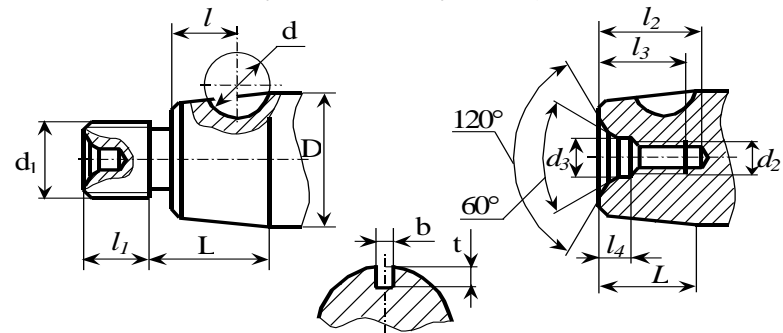
Позначення кінців шпинделів з конусами	m	S гранич. відхил. по H12	n не менше	η
2	8	19	26	4
3	10	24	42	6
4	12	32	47	8

10.5. Кінці шпинделів шліфувальних верстатів

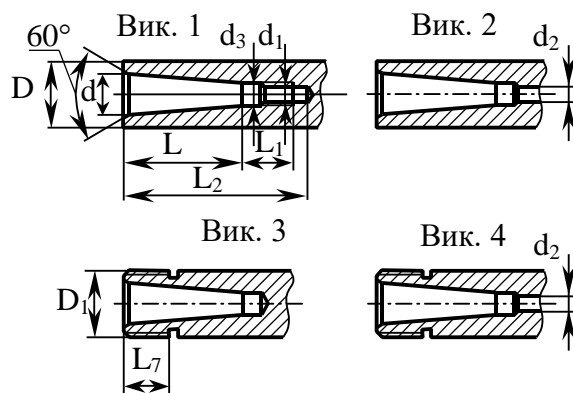
З внутрішніми базуючими поверхнями (ГОСТ 2324-77)



З зовнішнім базуючим конусом (ГОСТ 2324-77)



З внутрішньою базуючою кінцевою поверхнею (ГОСТ 2324-77)



д гранич. відхил. за Н6	d ₁	d ₂	D не менше	L	L ₁	L ₂
3	M2,5	—	5	5	4	11
4	M3	—	6	6	5	16
5	M4	—	8	8	6	18
6	M5	—	10	10	8	21
8	M6	—	13	13	10	26
10	M8	8	15	16	13	34
13	M10	12	18	20	16	40
16	M14×1,5	15	22	25	20	50
20	M16×1,5	18	28	32	25	65
25	M20×2	24	36	40	32	80
32	M24×2	30	45	45	40	100

конус Морзе	d	d ₁	d ₂	d ₃	D не менше	D1	L	L ₁	L ₂	L ₃
0	9.045	M6	7	6.7	18	M16×1,5	55	13	73	13
1	12.07	M8	9	9.7	22	M20×1,5	60	16	85	16
2	17.780	M12	13	15	28	M27×2	70	20	100	20
3	23.83	M16	18	20	35	M36×2	90	25	125	25
4	31.27	M20	25	27	45	M45×3	115	32	160	30

D	d	d ₁	d ₂	d ₃	L	l	l ₁	l ₂	l ₃	l ₄	t	b
10		M6	M5	6	10		10	14	12	3		
12		M8	M6	7	12		12	17	15	4		
16		M10	M8	9	16		18	24	22	5		
20		M12										
25	16	M16	M10	11	25	16	24	35	32	6	5.5	3
32	19		M12	13							32	20
40	22	M24	M16	17	40	25	36	45	42	8	7.2	5
50	25										50	32
65	28	M36×3	M24	25	65	40	50	65	62	11	8.8	6
80	32				80	50					11	
100	38	M48×3	—	—	100	65	60	—	—	—	—	10
125					125	80						

Зміст

1	Порядок розрахунку	3
2	Компонувальні схеми шпиндельних вузлів	5
3	Визначення граничної частоти обертання шпинделя	8
4.	Розрахункова схема	11
5	Визначення жорсткості опор шпинделя	17
6	Розрахунок фактичних та припустимих радіальних деформацій та кутів нахилу осі шпинделя	23
7.	Визначення оптимальної міжопорної відстані	30
8.	Визначення статичної жорсткості шпиндельного вузла	32
9.	Розрахунок осьової жорсткості шпиндельного вузла.	33
10.	Визначення точності підшипників опор та биття шпинделя	33
11	Визначення резонансних зон діапазону частот ШВ	36
12	Оцінка демпфіруючої здатності ШВ	38
13.	Орієнтовний розрахунок енергетичних витрат	40
	Рекомендована література	41
	Додатки	46
	Додаток Д1.	47
	Додаток Д2	49
	Додаток Д3	61
	Додаток Д4	65
	Додаток Д5	67
	Додаток Д6	70
	Додаток Д7.	73
	Додаток Д8	76
	Додаток Д9	77
	Додаток Д10	78

Укладачі: Верба Ірина Іванівна, канд.техн.наук, доцент;

Даниленко Олександр Васильович, канд.техн.наук, доцент.