УДК 620.179.14.(088.8)

МЕЖІ ЗАСТОСУВАННЯ РИСКИ ЯК ОБ'ЄКТУ НАЛАГОДЖЕННЯ ПРИЛАДУ (Частина І)

[1)]Скицюк В.І., [2)]Вайнтрауб М.А., [1)]Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна; [2)]Інститут професійно-технічної освіти АПН України, м. Київ, Україна

Розглянуто питання стосовно налаштування на початок координат абстрактної рухомої системи при відомій початковій швидкості та обмеженому часі вимірювання. Досліджується проблема зв'язку між швидкістю руху абстрактної системи, часом вимірювання та можливими геометричними розмірами нуля координат при орієнтуванні об'єкта у просторі

Вступ

У попередній статті [1] вже було розглянуто поняття риски, точки та крапки, як термінологічних понять стосовно їх використання у техніці вимірів. Проте, окрім термінології, існує і технічний бік цієї проблеми, та її вплив на точність вимірювання. Оскільки це досить об'ємна проблема, то наразі вона розглядається у скороченому вигляді, стосовно орієнтації на риску.

Ця ситуація є досить розповсюдженою при будь-яких вимірюваннях, наприклад, для стрілочних приладів тощо. Адже у такому випадку ширина стрілки є співрозмірною з шириною риски налагодження. Тобто задача налагодження приладу з високою точністю є нагальною для прецизійних контрольно-вимірювальних операцій в будь-яких технологічних процесах, оскільки є визначенням кінцевої міри точності.

Оскільки це питання ніколи не з'ясовувалося у науково-технічній літературі, а у класичній фізиці поняття матеріальної точки ще і на цей час повністю не визначено, то звідсіля отримуємо класичну проблему орієнтування абстрактних об'єктів у просторі. Тобто існує актуальна проблема виникнення похибки вимірювання залежно від ширини риски.

Отже, метою роботи на первинному рівні є з'ясування впливу руху абстрактної системи на її орієнтування, що дозволить виявити чинники впливу на похибку та способи її усунення. Наразі розглядаємо однокоординатний лінійний рух.

Ідеалізована однокоординатна система орієнтування

Розглянемо досить простий випадок, тобто, коли необхідно налагодити якийсь прилад на «нуль» відліку. У такому випадку задачу можна розглядати як однокоординатну. Наприклад, нам необхідно потрапити з точки x_0 у початок координат, коли ми маємо швидкість V_0 (рис.1).

При заданій ширині риски Δ ми повинні зупинитися таким чином, щоб опинитися на відстані меншій за $\Delta/2$ від початку координат. Одразу обумовимося, що крапка «0» початку координат непорушна у просторі.

За такого способу руху система має опис через відоме диференційне рівняння другого порядку [2, 3]:

$$m\frac{dV}{dt} = -kx - rV \tag{1}$$

Звідки маємо рівняння руху

$$\frac{d^2V}{dt^2}+2\delta\frac{dV}{dt}+\omega_0^2x=0 \qquad (2)$$

де V – швидкість руху; k – коефіцієнт пружності; r – коефіцієнт демпфування; $\delta=\dfrac{r}{2m}$, $\omega_0^2=k/r$.

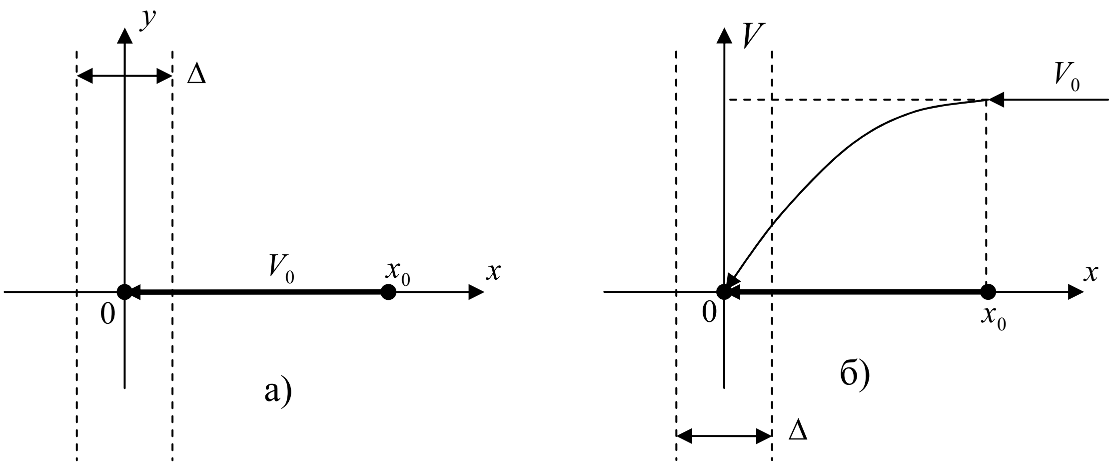

Рис.1. Однокоординатний рух до центру координат. а) діаграма напрямку, б) діаграма зміни швидкості

Стосовно нашої задачі ми маємо розглянути два випадки. А саме сильне та слабке затухання.

Для сильного затухання рівняння (2) має наступне вирішення:

$$x=A_1e^{-\delta_1 t}+A_2e^{-\delta_2 t}+x_0 \qquad (3)$$

За умови, що координата старту є x_0 (рис.1) матимемо наступні умови:

$$x=x_0;\ V=V_0;\ t=0 \qquad (4)$$

Звідки маємо:

$$x_0=A_1+A_2+x_0.$$

Отже, $A_1=-A_2$.

$$V=\frac{dx}{dt}=-A_1\delta_1e^{-\delta_1 t}-A_2\delta_2e^{-\delta_2 t}+V_0 \qquad (5)$$

За умови, що $V=V_0$; $t=0$ отримуємо

$$V=-A_1\delta_1+A_1\delta_2=-A_1\left(\delta_1-\delta_2\right).$$

$$A_1=-\frac{V_0}{\delta_1-\delta_2};\quad A_2=\frac{V_0}{\delta_1-\delta_2}$$

Підставляючи значення A_1 та A_2 у вирази (3) та (5). Отримуємо часову залежність координати та швидкості.

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 - \frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2}\left(e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}\right) \\ V &= \frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2}\left(\delta_1 e^{-\delta_1 t} - \delta_2 e^{-\delta_2 t}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

З виразів (6) добре видно, що для того, щоб досягти координати $x = 0$ час вимірювання t повинен сягати нескінченності. З чисто логічних міркувань це є повний нонсенс з будь-якого погляду.

У виробництві, науці тощо час вимірювання завжди обмежений. А, отже, погоджуючись на цю тезу, ми завжди свідомо закладаємо похибку вимірювання. Стосовно задачі, що розглядається, - це ширина риски, яка визначає початок координат, тобто за сталого часу вимірювання t_0 ширина риски повинна становити:

$$\Delta = x_0 - x\left(t_0\right) \qquad (7)$$

У цьому випадку повинна виконуватися умова

$$\Delta = -\frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2}\left(\delta_1 e^{-\delta_1 t} - \delta_2 e^{-\delta_2 t}\right) \geq 0 \qquad (8)$$

за швидкості руху, яка виконується згідно (6) (рис. 2).

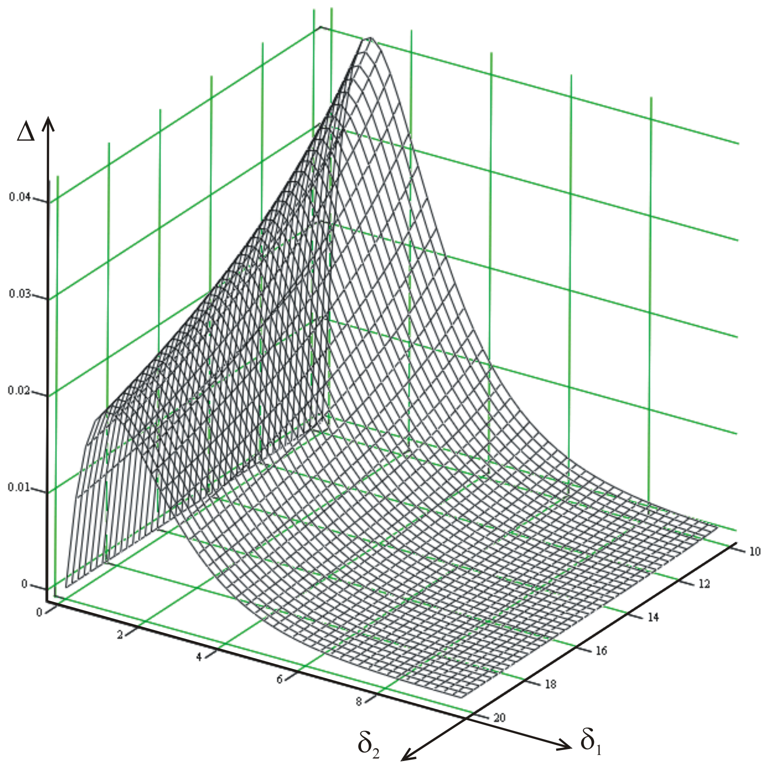

Рис.2. Залежність розмірів риски Δ від параметрів системи руху згідно залежності (8)

Цілком логічно, що виникає запитання: Чи існують такі значення V_0 та t_0, які б задовольняли поставленим умовам задачі ?

Якщо ми маємо $V_0 = const$, $\delta_1 = const$, $\delta_2 = const$, то з (8) матимемо:

$$\Delta' = -\frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2}\left(\delta_1 e^{-\delta_1 t} - \delta_2 e^{-\delta_2 t}\right) = 0.$$

Отже, $\frac{e^{-\delta_1 t_0}}{e^{-\delta_2 t_0}} = \ln\frac{\delta_2}{\delta_1} = \left(\delta_2 - \delta_1\right)t_0$.

Або у кінцевому випадку при $\delta_2 > 0$, $\delta_1 > 0$, $\delta_2 > \delta_1$, $t_0 > 0$ отримуємо (рис. 3):

$$t_{0eks} = t_{0\min} = \frac{\ln\delta_2 - \ln\delta_1}{\delta_2 - \delta_1} \tag{9}$$

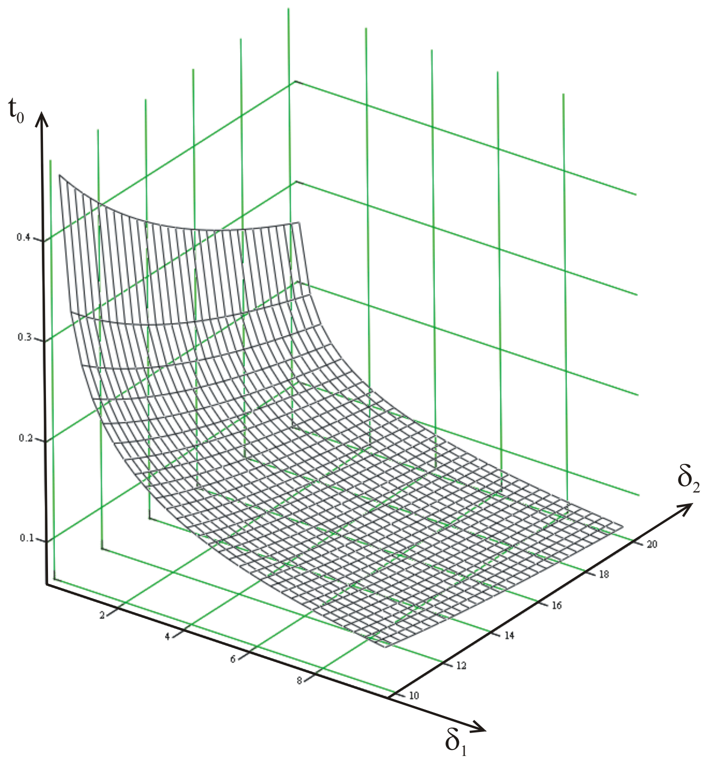

Рис.3. Залежність часу t_0 від параметрів системи руху згідно залежності (9)

Аналогічно, вирішивши задачу відносно V_0, можна дійти висновку, що при сталих величинах δ_2, δ_1, t_0 швидкість необмежено наближається до нуля.

У випадку слабкого затухання рівняння (2) вирішується наступним чином. Загальне рішення має вигляд:

$$x = A_0 e^{-\delta t}\sin\left(\omega t + \varphi\right) + x_0 \tag{10}$$

при цьому швидкість:

$$\begin{gathered}V=\frac{dx}{dt}=-A_0\delta e^{-\delta t}\sin(\omega t+\varphi)+A_0\omega e^{-\delta t}\cos(\omega t+\varphi)\Rightarrow\\V=A_0e^{-\delta t}\sqrt{\omega^2+\delta^2}\cdot\sin\left(arctg\frac{\omega}{\delta}-\omega t-\varphi\right)\end{gathered}\qquad(11)$$

За умови, що $x=x_0$; $V=V_0$; $t=0$; $\varphi=0$ отримуємо:

$$V_0=-A_0\delta\cdot 0+A_0\cdot 1\cdot\omega\Rightarrow A_0=\frac{V_0}{\omega}\qquad(12)$$

Результат матимемо у вигляді:

$$\left.\begin{gathered}x(t)=x_0+\frac{V_0}{\omega}e^{-\delta t}\sin(\omega t+\varphi)\\V(t)=\frac{V_0}{\omega}e^{-\delta t}\sqrt{\omega^2+\delta^2}\cdot\sin\left(arctg\frac{\omega}{\delta}-\omega t-\varphi\right)\end{gathered}\right\}\qquad(13)$$

Умови потрапляння до зони Δ у межах нуля координат за час t_0 буде:

$$\Delta=x_0-x(t)$$

Або $\Delta=-\frac{V_0}{\omega}e^{-\delta t_0}\sin(\omega t+\varphi)$ при швидкості:

$$V(t)=V_0e^{-\delta t}\sqrt{1+\left(\frac{\delta}{\omega}\right)^2}\cdot\sin\left(arctg\frac{\omega}{\delta}-\omega t-\varphi\right)$$

Оптимальне значення для V_0 та t_0 визначається як і у попередніх початкових умовах, тобто (рис. 4):

$$\Delta=-\frac{V_0}{\omega}e^{-\delta t_0}\sin(\omega t+\varphi)\qquad(14)$$

При $V_0=const$, $\omega=const$, $\varphi=const$, матимемо наступний результат:

$$\Delta'=-\frac{V_0}{\omega}\left[-\delta e^{-\delta t_0}\sin(\omega t_0+\varphi)+\omega e^{-\delta t_0}\cos(\omega t_0+\varphi)\right]\Rightarrow\Delta'=0.$$

Тобто отримуємо вираз

$$e^{-\delta t_0}\left[\omega\cos(\omega t_0+\varphi)-\delta\sin(\omega t_0+\varphi)\right]=0.$$

Отже, врешті

$$\sqrt{\delta^2+\omega^2}\sin\left(arctg\frac{\omega}{\delta}-\omega t_0-\varphi\right)=0$$

$$arctg\frac{\omega}{\delta}-\omega t_0-\varphi=\pi k,k\in Z\ (Z=0;\pm1;\pm2)$$

$$\omega t_0=arctg\frac{\omega}{\delta}-\varphi-\pi k,k\in Z$$

Звідки (рис. 5)

$$t_{0\min}=\frac{1}{\omega}\left(arctg\frac{\omega}{\delta}-\varphi-\pi k\right)\qquad(15)$$

Аналогічне вирішення задачі стосовно V_0 при сталих величинах δ_1, δ_2, t_0 доводить, що швидкість необмежено наближається до нуля.

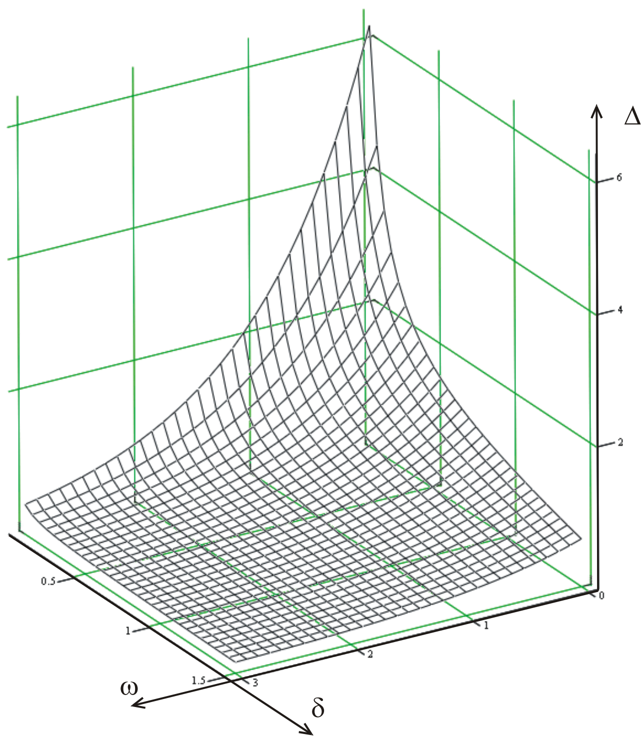

Рис.4. Залежність ширини риски Δ від параметрів системи руху згідно залежності (14)

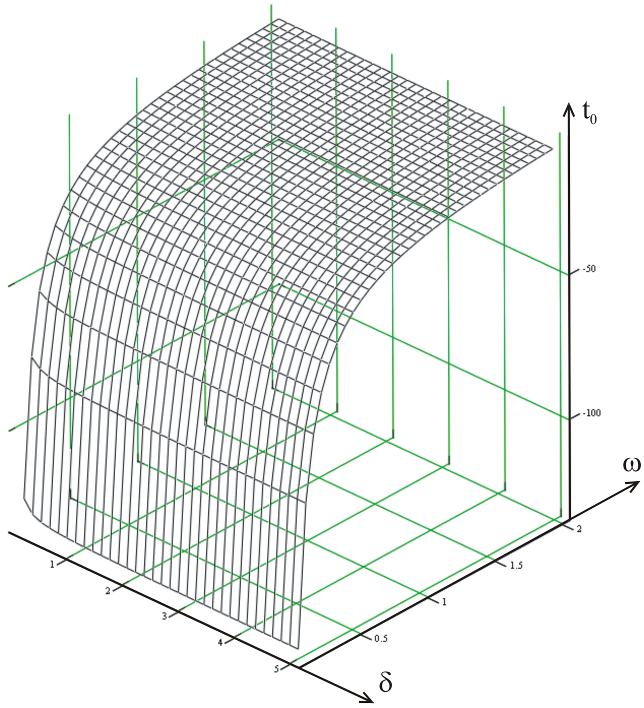

Рис.5. Залежність часу t_0 від параметрів системи руху згідно залежності (15)

Висновки

1. Навіть з неупередженого погляду дуже добре видно, що координата $x = 0$ ніколи не може бути досягнута, хоча йшлось про ідеалізовану ситуацію, коли вектор руху ідеально співпадає з віссю координат (x та y). У цьому випадку маємо чинно-наслідковий зв'язок: нема швидкості руху об'єкту – нема вимірювання.
2. Точність налаштування на ширину риски є повністю залежною від фізичних параметрів системи руху, а саме від δ_1, δ_2, ω, тому що вони є взаємозалежні від величини часу вимірювання t_0.
3. Ширина риски у налагодженні є прямозалежною від параметрів системи руху, а саме δ_1, δ_2, ω.
4. Для кожної системи вимірювання існує таке значення t_0, яке задовольняє не ширині риски Δ, а її параметрам δ_1, δ_2, ω.
5. Розглянутий випадок є взаємнообернений, оскільки рух від координати $x = 0$ до $x = x_0$ такий же, як від $x = x_0$ до $x = 0$.
6. Якщо швидкість $V \to 0$ вимірювання неможливе, оскільки координата присутності знаходиться у зоні Δ. Отже, чим ширша риска, тим менше можливостей визначитися з точністю налагодження і навпаки.

Отже, як випливає з розглянутого випадку, існують певні проблеми отримання точності навіть у ідеалізованому варіанті при стартових умовах з постійною швидкістю. Тобто наступним етапом досліджень є визначення ідеалізованої ситуації за нульової стартової швидкості.

Література

1. Скицюк В.І. Поняття технологічної крапки (точки) у надточних системах вимірювання // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2007. – № 33. – С. 164 – 170.
2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 13-е изд., исправл. – М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит., 1986. – 544 с.
3. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики / Отв.ред. В.К.Тартаковский. – К.: Наукова думка, 1989. – 864 с.

Скицюк В.И., Вайнтрауб М.А. **Границы применения черты как объекта настройки прибора (Часть 1)** Рассмотрен вопрос настройки на начало координат абстрактной движущейся системы при известной начальной скорости и ограниченном времени измерения. Исследуется проблема связи между скоростью движения абстрактной системы, временем измерения и возможными геометрическими размерами нуля координат при ориентации объекта в пространстве.	Skytsiouk V.I., Vaintraub M.A. **The scope of application of the line as object of instrument adjustment (Part 1)** At work state a question of adjustment at home of the abstract moving system at known initial and bounded time of measurement. The problem of the communication between the rate of movement of the abstract system and the possible geometry of reference zero at orientation object in space is investigated.

Надійшла до редакції
22 квітня 2008 року