

РЕФЛЕКСИВНІ МОДЕЛІ КОГНІТИВНИХ ВИКРИВЛЕНЬ

Ю. М. Чуприна^{1, a}, С. А. Смирнов¹

¹Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
Фізико-технічний інститут

Анотація

На сучасному етапі практичне застосування рефлексивного управління випереджає теоретичні відомості в цій області. У даній роботі було побудовано модель для випадку інтенціонального вибору, коли очікування суб'єкта співпадають з його бажаннями. Розглянуто такий випадок рефлексивного управління, як рефлексивне програмування, було виправлено помилку у вже відомих результатах.

Ключові слова: моделі когнітивних викривлень, рефлексивний аналіз, рефлексія першого/другого/третього рангу, багаторівнева рефлексія, рівняння рефлексивного вибору, інтенціональний вибір, рефлексивне програмування.

Вступ

Когнітивне викривлення – це викривлення, які виникають у судженні, коли висновки про інших людей чи ситуації можуть бути зроблені з відхиленням від раціональності.

Намагаючись зрозуміти когнітивний механізм з урахуванням наявності совісті, ми будемо формальну модель індивіда, що здатен здійснювати хороші та погані вчинки, усвідомлювати себе та відчувати провину, самоосудження, внутрішні переживання. Основною складністю у дослідженні совісті науковим шляхом є те, що моральні переживання, котрі є реальними для кожного з нас, тим не менш не піддаються об'єктивному спостереженню. З цієї причини вони не можуть бути прямим чином пов'язані з числовими мірами та формальними структурами.

1. Основні принципи математичного моделювання рефлексії

Модель рефлексії першого рангу

Введемо дві змінні x_1 та x_2 , визначені на множині булевих елементів $\{0, 1\}$, де 0 означає піддатися спокусі, а 1 – встояти. Змінна x_1 представляє зовнішній світ; змінна x_2 представляє образ себе. Булева функція

$$A_1 = F(x_1, x_2) = x_1 + \bar{x}_2 = x_2 \rightarrow x_1$$

описує поведінку індивіда; $A_1 = 0$ означає, що індивід піддався спокусі, а $A_1 = 1$, що встояв перед спокусою. Дана функція є найпростішою моделлю індивіда, що має совість.

Модель рефлексії другого рангу

Уявімо, що індивід сам зайняв позицію зовнішнього спостерігача. У цьому випадку йому буде відпо-

відати функція

$$A = (x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = F(x_1, F(x_2, x_3))$$

«Реальний світ» представляється змінною x_1 , а змінна x_2 – це образ світу, який є у суб'єкта. Змінна x_1 відповідає світові зараз, а змінна x_2 – світові, яким він був раніше. Змінна x_3 відповідає інтенції, котра при цьому виявляється пов'язаною з образом себе у образі себе, тобто з усвідомленим образом себе. Змінна A означає готовність.

Інтенціональний вибір

Будуючи модель рефлексивного суб'єкта, ми припускаємо, що він має свободу вибору, тобто при деяких умовах він здатен реалізувати будь-яку зі своїх інтенцій. Такий вибір називається інтенціональним.

Інтенціональний вибір суб'єкта визначається як всі розв'язки рівняння

$$A = (x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = x_3$$

2. Неперервна модель

Нехай змінні x_1, x_2, x_3 приймають значення 1 з ймовірностями p_1, p_2, p_3 незалежно одна від одної. Позначимо через P ймовірність, з якою A приймає значення 1. Тоді $P = p_1 + (1 - p_1)(1 - p_2)p_3$.

2.1. Випадок інтенціонального вибору, коли очікування суб'єкта співпадають з його бажаннями

Розглянемо рівняння інтенціонального вибору

$$(x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = x_3$$

Ліва частина даного рівняння приймає значення 1 з ймовірністю $p_1 + (1 - p_1)(1 - p_2)p_3$, а права частина – з ймовірністю p_3 .

$$p_1 + (1 - p_1)(1 - p_2)p_3 = p_3$$

^ajulia.chuprina2907@gmail.com

Розглянемо випадок, коли очікування суб'єкта співпадають з його бажаннями ($p_2 = p_3$).

$$p_3 = p_1 + (1 - p_1)p_3(1 - p_3) \quad (1)$$

$$p_3^2(p_1 - 1) - p_3p_1 + p_1 = 0$$

Оскільки p_1, p_3 - це ймовірності, $p_1, p_3 \in [0, 1]$.

$$D = -3p_1^2 + 4p_1$$

• $D > 0$

$$-3p_1^2 + 4p_1 > 0$$

$$p_1^2(-3p_1 + 4) > 0$$

$$\left[\begin{cases} p_1 > 0 \\ -3p_1 + 4 > 0 \end{cases} \right] \Rightarrow \left[\begin{cases} p_1 > 0 \\ p_1 < \frac{4}{3} \end{cases} \right]$$

$$\left[\begin{cases} p_1 < 0 \\ -3p_1 + 4 < 0 \end{cases} \right] \Rightarrow \left[\begin{cases} p_1 < 0 \\ p_1 > \frac{4}{3} \end{cases} \right]$$

$$\left[\begin{cases} p_1 \in [0, 1] \\ p_1 \in (0, \frac{4}{3}) \end{cases} \right] \Rightarrow p_1 \in (0, 1]$$

• $D = 0$

$$p_1^2(-3p_1 + 4) > 0$$

$$\left[\begin{cases} p_1 = 0 \\ -3p_1 + 4 = 0 \end{cases} \right] \Rightarrow \left[\begin{cases} p_1 = 0 \\ p_1 = \frac{4}{3} \end{cases} \right] \Rightarrow p_1 = 0$$

Отже, при $p_1 \in [0, 1]$ $D \geq 0$. Маємо розв'язки:

$$p_3 = \frac{p_1 \pm \sqrt{-3p_1^2 + 4p_1}}{2(p_1 - 1)}$$

Розв'язок $p_3 = \frac{p_1 + \sqrt{-3p_1^2 + 4p_1}}{2(p_1 - 1)}$ не підходить, оскільки

$$\left\{ \begin{aligned} 2(p_1 - 1) < 0 \\ p_1 + \sqrt{-3p_1^2 + 4p_1} > 0 \end{aligned} \right.$$

За таких умов $p_3 < 0$ - неможливо ($p_3 \in [0, 1]$).

Розглянемо розв'язок $p_3 = \frac{p_1 - \sqrt{-3p_1^2 + 4p_1}}{2(p_1 - 1)}$. Він задовольняє умовам $p_3 \in [0, 1]$.

Обчислимо значення p_3 при $p_1 = 1$ (підставимо $p_1 = 1$ у вихідне рівняння (1)):

$$p_3 = p_1 + (1 - p_1)(1 - p_3)p_3 = 1 + 0 = 1$$

Отримали, що при $p_1 = 1, p_3 = 1$.

Побудуємо графік функції $p_3 = \frac{p_1 - \sqrt{-3p_1^2 + 4p_1}}{2(p_1 - 1)}$ (рис. 1).

Побудуємо графік функції $p_3 = \frac{p_1 - \sqrt{-3p_1^2 + 4p_1}}{2(p_1 - 1)} - p_1$ (рис. 2). Максимум цієї функції:

$$\begin{cases} p_1 = 0,17 \\ p_3 = 0,192 \end{cases}$$

3. Рефлексивне програмування

При рефлексивному програмуванні суб'єкт піддається зовнішньому тиску незалежно від свого бажання. У цьому випадку $A = x_1$ та $A \neq x_3$.

У вже відомих результатах [5] попередні дослідники стверджують, що для виконання рівності

$$A = (x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = x_1 \quad (2)$$

при $x_1 \neq x_3$

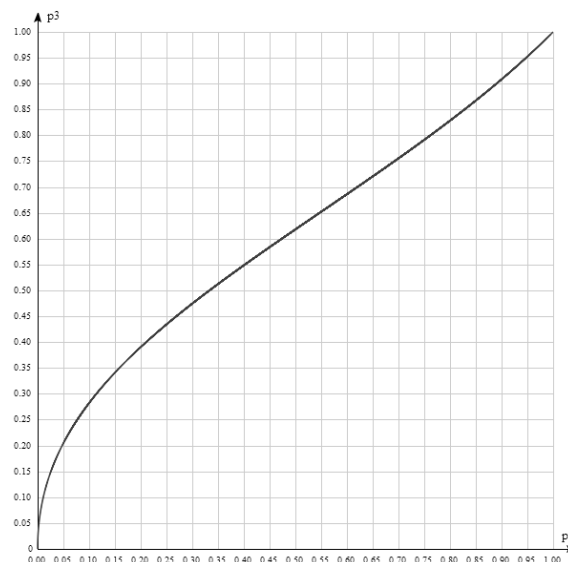


Рис. 1. Графік функції $p_3 = \frac{p_1 - \sqrt{-3p_1^2 + 4p_1}}{2(p_1 - 1)}$

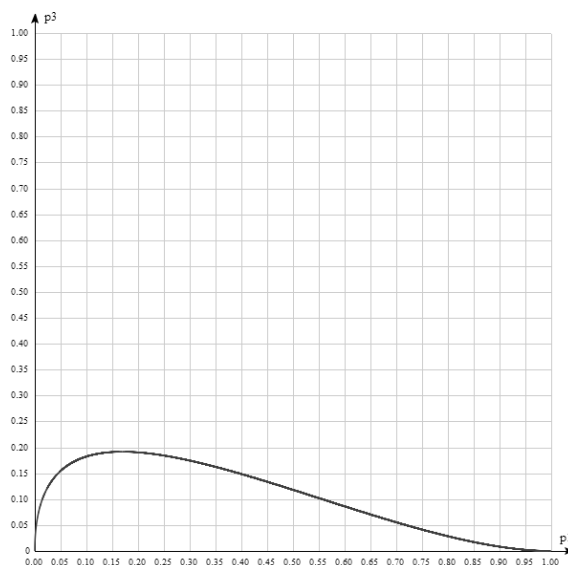


Рис. 2. Графік функції $p_3 = \frac{p_1 - \sqrt{-3p_1^2 + 4p_1}}{2(p_1 - 1)} - p_1$

необхідне виконання наступних умов:

$$\begin{cases} \inf(x_3, \bar{x}_2) \leq x_1 \\ x_3 < x_1 \end{cases}, \text{ де } \inf(x_3, \bar{x}_2) = x_3 \& \bar{x}_2.$$

Покажемо, що виконання умови $x_3 < x_1$ не обов'язкове для виконання рівності $(x_3 \wedge \bar{x}_2) \vee x_1 = x_1$. Наведемо контрприклад. Розглянемо випадок, коли маємо булеву решітку, зображену на рис. 3.

У даному випадку x_1 і x_3 - незрівнянні, $x_1 \neq x_3$. А також при цьому

$$(x_3 \wedge \bar{x}_2) \vee x_1 = x_1.$$

Отримали, що ця рівність виконується виконується і в даному випадку.

Розглянемо, які умови необхідні для виконання $A = (x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = x_1$ при $x_1 \neq x_3$:

$$\begin{cases} x_3 \wedge \bar{x}_2 \leq x_1 \\ x_1 \neq x_3 \end{cases}$$

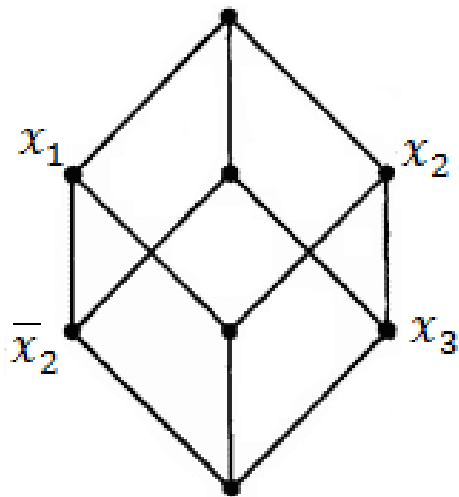


Рис. 3. Випадок, коли x_1 і x_3 – незрівнянні, $x_1 \neq x_3$

Тобто всі неочікувані бажання повинні бути покритими зовнішнім тиском.

Розглянемо, в яких ситуаціях вибір суб'єкта співпадає з його очікуваннями, тобто за яких умов $A = x_2$. Рівняння

$$(x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1 = x_2$$

перепишемо у вигляді

$$(x_3 \wedge \bar{x}_2) \vee x_1 = (x_3 \vee x_1) \wedge (\bar{x}_2 \vee x_1) = x_2.$$

Ця рівність виконується за умови:

$$\inf(x_3 \vee x_1, \bar{x}_2 \vee x_1) = x_2.$$

$$\begin{cases} x_2 \leq x_3 \vee x_1 \\ x_2 \leq \bar{x}_2 \vee x_1 \end{cases}$$

Візьмемо нерівність $x_2 \leq \bar{x}_2 \vee x_1$

$$(x_2 \wedge x_2) \leq ((\bar{x}_2 \vee x_1) \wedge x_2) = (\bar{x}_2 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_2)$$

$$x_2 \leq x_2 \wedge x_1 \Rightarrow x_2 \leq x_1$$

$$\begin{cases} x_2 \leq x_3 \vee x_1 \\ x_2 \leq x_1 \end{cases} \Rightarrow x_2 \leq x_1$$

Тобто вибір суб'єкта співпадає з його очікуваннями-

ми, якщо його очікування покриті зовнішнім тиском, незалежно від його бажань.

Алгоритм вирішення подібних задач наведений в статті «Гарантований синтез скалярного критерія для вирішення задач багатокритеріальної оптимізації» (див. [6]).

Висновки

У ході роботи було розглянуто частковий випадок інтенціонального вибору при умові, що очікування суб'єкта співпадають з його бажаннями; було побудовано модель метавибору, на основі якої можна спрогнозувати поведінку суб'єкта.

Було досліджено такий випадок рефлексивного управління як рефлексивне програмування, у ході чого було знайдено умови здійснення такого вибору. Також було розглянуто випадок, коли вибір суб'єкта співпадає з його очікуваннями та знайдено умови здійснення даного вибору.

Використання математичних моделей дозволяє розробити методику рефлексивного управління та прогнозувати поведінку суб'єктів.

Перелік використаних джерел

1. Лефевр В. А. Алгебра совести. — 2003. — С. 426.
2. Филимонов В. А. Алгебра логики и совести // Автоматика и телемеханика. — 2006. — С. 72.
3. Таран Т. А., Шемаев В. Н. Математическое моделирование рефлексивного управления. — 2005. — С. №3.
4. Таран Т. А. Булевы модели рефлексивного управления в ситуации выбора // Автомат. и телемех. — 2001. — выпуск 10.
5. Таран Т. А. Булевы модели рефлексивного управления в ситуации выбора // Автомат. и телемех. — 2001. — выпуск 10.
6. Гарантированный синтез скалярного критерия для решения задачи многокритериальной оптимизации / С.А. Смирнов, И.С. Гонтаренко // Систем. дослідж. та інформ. технології. — 2006. — № 2. — С. 99–106.