

УДК 629.735.4

Я.Ю. Гриценко, студент гр. ПГ-71
КПІ ім. Ігоря Сікорського

ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ КВАДРОКОПТЕРІВ

Анотація. В роботі розглядаються підходи до опису математичної динамічної моделі безпілотних літальних апаратів на основі законів Ньютона та Ейлера. Аналізуються існуючі моделі та фактори, що впливають на точність відображення складної поведінки квадрокоптерів. Вказані недоліки спрощеної моделі. Пояснена причина важливості врахування ефекту хлопання лопатей під час опису динаміки квадрокоптера.

Ключові слова: квадрокоптери, безпілотні літальні апарати, динамічна модель

ВСТУП

Технологічний прогрес не стоїть на місці: протягом останніх років квадрокоптери впевнено увійшли в наше сучасне життя та перетворились у літаючі апарати, що допомагають людині у різноманітних сферах. Зовсім нещодавно вони використовувались виключно у військових цілях або для наукових досліджень. Зараз їх почали застосовувати для зйомки відео, допомоги при гасінні пожеж, пошуку людей рятувальними командами, доставки невеликих вантажів, в аграрній промисловості та просто як хобі.

МЕТА РОБОТИ

Метою даної роботи є огляд та аналіз існуючих математичних динамічних моделей руху квадрокоптерів. Описуються та пояснюються складові частини моделі, особливості конструкції та принципи, необхідні для розуміння процесів.

МАТЕРІАЛИ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Квадрокоптер – малогабаритний чотиримоторний безпілотний літальний апарат. Невеликий розмір та маневреність таких апаратів є неабиякою перевагою для застосування. Однак саме малий розмір є причиною багатьох проблем. Компактність конструкції робить його вразливим до впливу навколишнього середовища. Складність полягає у забезпеченні надійної стабілізації, міцності до непередбачуваних змін середовища, а також гнучкості до отриманих даних від невеликих сенсорів з високим рівнем шуму.

Перші квадрокоптери мали центральне компонування двигуна у фюзеляжі апарату, що приводив у дію гвинти через ремені або вали. Вони були важкими та мали високу схильність до поломки. Так як комп'ютерів раніше не було, регулювати всі чотири ротори для підтримки однакової швидкості та збереження стабільності було нелегкою справою для пілота.

Для квадрокоптера можливе використання двох систем координат [1]. Перша є нерухомою (інерціальна), а друга – рухомою (не інерціальна). Інерціальна система координат – це система, де діє перший закон Ньютона. Для нерухомої системи координат використовується система ONED, де N – північ, E – схід, D – низ (вектор направлений до центру Землі). Для рухомої – система OABC (рис.1).

Класичний квадрокоптер являє собою хрестоподібну раму, на кінцях якої вертикально закріплені електромотори. Позиція квадрокоптера може керуватись шляхом зміни швидкості кожного з чотирьох моторів.

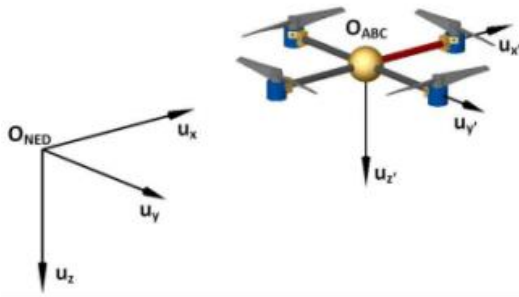


Рисунок 1. Нерухома та рухома системи координат [1]

На квадрокоптер можуть діяти наступні сили та моменти [1]:

- тяга, що викликана обертанням роторів
- момент тангажу та момент обертання, спричинені різницею тяги чотирьох роторів
- гравітація
- гіроскопічний ефект, присутній тільки на легких квадрокоптерах
- момент ривкання, викликаний

незбалансованою швидкістю обертання чотирьох роторів, може бути виключений, якщо два ротори обертаються в протилежному напрямку

Ротори поділяються на дві групи:

- передній та задній – обертаються проти годинникової стрілки
- правий та лівий – обертаються за годинниковою стрілкою

Рух будь-якого твердого тіла у просторі може бути розділений на дві частини [1]: рух центра мас та рух навколо центра мас. Для опису будь-якого руху у просторі необхідно шість ступенів свободи. Три з них – рух центра мас, інші три – кутові рухи (обертальні рухи навколо трьох осей). Контроль шести ступенів свободи може відбуватись шляхом керування швидкістю обертання окремих моторів. Якщо швидкість всіх чотирьох роторів однакова, реактивні моменти будуть врівноважені та квадрокоптер не буде обертатись. Коли їх швидкість буде не зовсім однакова, квадрокоптер почне обертатись. Вертикальний рух полягає у синхронному збільшенні або зменшенні швидкості всіх роторів одночасно. Через те, що квадрокоптер має чотири вхідні значення (швидкості чотирьох роторів) та шість вихідних (поступальний та обертальний рухи по трьом осям), такий квадрокоптер вважається складною нелінійною системою. Динамічна модель квадрокоптера у системі відліку тіла має наступний вигляд [1]:

$$\begin{cases} f_x = m(\dot{u} + qw - rv) \\ f_y = m(\dot{v} - pw + ru) \\ f_z = m(\dot{w} + pv - qu) \\ m_x = \dot{p}I_x - qrI_y + qrI_z \\ m_y = \dot{q}I_y + prI_x - prI_z \\ m_z = \dot{r}I_z - pqI_x + pqI_y \end{cases} \quad (1)$$

де $[f_x f_y f_z]$ – загальна сила, $[m_x m_y m_z]$ – загальний крутний момент, m – маса квадрокоптера, $[u v w p q r]$ – лінійні та кутові швидкості у системі відліку тіла, $[\dot{u} \dot{v} \dot{w} \dot{p} \dot{q} \dot{r}]$ – лінійні прискорення у системі відліку тіла, $[I_x I_y I_z]$ – моменти інерції.

Залежно від швидкості чотирьох роторів можна виокремити чотири базові

рухи квадрокоптера: тяга, тангаж, обертання та рискання.

Для аналізу динаміки квадрокоптера можна використати спрощену модель, яка включає чотири входи керування, що є функціями окремих нормалізованих тяг та крутних моментів. Їх значення нормуються за допомогою моменту інерції та маси відповідно [2].

Момент обертання отримують шляхом зміни швидкості лівого та правого роторів. Момент керування за кутом тангажу отримують шляхом зміни швидкості переднього та заднього роторів. Причому значення моментів прямо пропорційні відстані ротора від центру мас. Момент керування за кутом рискання отримують з крутного моменту при відніманні від суми швидкостей лівого і правого роторів суму швидкості переднього та заднього. Отримані рівняння дають можливість описати вектор керування, що складається з трьох керуючих динамікою обертання значень кутових швидкостей тіла, та значення повної тяги об'єкта. Лінійне положення в нерухомій (інерціальній) системі координат, обертання, тангаж, рискання, та їх відповідні значення кутових швидкостей визначають вектор стану, що складається з 12 змінних [2].

Рівняння руху визначається за допомогою матриці обертання. Використовуючи матрицю обертання значення кутових швидкостей обертання, тангажу та рискання пов'язують з кутовим положенням тіла.

Значення моменту рискання використовують для того, щоб зберігати кут рискання в нульовому положенні. Для отримання поступальних рівнянь руху припускається, що кут тангажу малий. На основі складених виразів представляють повний набір рівнянь стану, що виглядає наступним чином [2]:

$$\dot{x} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ -u_1 \cos \phi \sin \theta \\ u_1 \sin \phi \\ g - u_1 \cos \phi \cos \theta \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

де $[x \ y \ z]$ – лінійне положення в нерухомій системі координат, $[\phi \ \theta \ \psi]$ – обертання, тангаж та рискання відповідно, u_1 – повна тяга, $[u_2 \ u_3 \ u_4]$ – моменти обертання, тангажу та рискання відповідно, g – сила тяжіння.

Також можна зазначити [3], що найпростіша модель квадрокоптера складається лише з динаміки твердого тіла з приводами абстрактної сили та

крутного моменту у якій відсутня аеродинаміка. Квадрокоптер зазвичай представлений у вигляді маси твердого тіла, що має інерцію та автогіроскопію на які діє сила тяжіння та моменти контролю. Проте, прості динамічні моделі квадрокоптера не відображають складну поведінку літального апарату, яку демонструють справжні квадрокоптери [3]. Зокрема, вони опускають ефект хлопання лопатей, що є критично важливим для розуміння коливальних моделей квадрокоптерів, хлопання роторів через ривчання та змінні швидкості припливу ротора як наслідок тангажу та обертання об'єкта. Динаміку хлопання починають поступово визнавати як важливий аспект динаміки квадрокоптера. Навіть дуже маленькі квадрокоптери демонструють ефект хлопання. Можна показати, що характер нестабільності динаміки квадрокоптера, коливальної або повністю розбіжної, залежить від висоти ротора над центром мас. Розміщення роторів на площині або трішки вище площини центру ваги дозволяє мінімізувати функцію чутливості системи. У випадках великих квадрокоптерів, у яких пропускна здатність приводу обмежена повільною динамікою ротора, це може бути вирішальним конструктивним моментом [3].

ВИСНОВКИ

В останній час інтерес до автономних безпілотних літальних апаратів підвищується. Цьому сприяє зменшення вартості компонентів з яких складаються квадрокоптери, а також широке застосування таких об'єктів у різних галузях. Розробляються нові та покращуються існуючі алгоритми опису динаміки польоту квадрокоптерів, їх системи керування та планування траєкторії, що демонструє актуальність даної задачі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Francesco Sabatino. Quadrotor Control: Modeling, Nonlinear Control Design, and Simulation. In Master's Degree Project, pages 7 – 15. 2015.
- [2] I.D. Cowling, O.A. Yakimenko, J.F. Whidborne, and A.K. Cooke. A prototype of an autonomous controller for a quadrotor UAV. In European Control Conference, pages 1–2, 2007.
- [3] P. Pounds, R. Mahony, and P. Corke. Modelling and control of a quadrotor robot. In Australasian conference on robotics and automation 2006, Auckland, NZ, pages 6 – 12, 2006.

Наук. керівник – к.т.н., доцент кафедри ПСОН, Мураховський С.А.