

цій публікації досвід буде корисним методистам навчальних підрозділів які беруть участь у підготовці фахівців за зазначеною спеціальністю.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Стандарт вищої освіти за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» галузі знань 15 «Автоматизація та приладобудування» для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти / Затв. наказом МОН України №1071 від 04.10.2018 р.
2. Бойко Т. В., Складанний Д. М. До питання про планування навчального процесу підготовки бакалаврів за напрямом «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». *Збірник наукових статей четвертої міжнар. наук.-практ. конф. КМХТ 2014*. Київ: НТУУ «КПІ», 2016. С. 287-290.
3. Бойко Т. В., Складанний Д. М., Бондаренко О. С. Структури наскрізної підготовки фахівців за спеціалізацією «Комп'ютерно-інтегровані технології сталих хімічних виробничих комплексів». *Збірник наукових статей п'ятої міжнар. наук.-практ. конф. КМХТ 2016*. Київ: НТУУ «КПІ», 2016. С. 258-261.
4. Бойко Т. В., Квітка О. О., Шахновський А. М. Чисельні методи як інструмент фахівця із автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій. *Збірник наукових статей шостої міжнар. наук.-практ. конф. КМХТ 2018*. Київ: НТУУ «КПІ», 2016. С. 276-282.

## ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СЕТИ В ПРОИЗВОДСТВАХ С НЕПРЕРЫВНЫМ ЦИКЛОМ РАБОТЫ: ФОРМИРОВАНИЕ И РАСЧЁТ

Шмелёв А. С., Смалый В. В.

## HYDRAULIC NETWORKS IN MANUFACTURES WITH AN CONTINUOUS WORK CYCLE: FORMATION AND CALCULATION

Shmelev A. S., Smaliy V. V.

ООО «НЦИР» Ризикон  
г. Северодонецк, Украина  
[asshmel@mail.ru](mailto:asshmel@mail.ru)  
[jarkfiz@gmail.com](mailto:jarkfiz@gmail.com)

*В статье представлен алгоритм формирования задачи, математическое описание и алгоритм решения модели гидравлической сети для производств химической промышленности. На основании теории графов была построена концепция модели системы аппараты-трубопроводы в виде вершин, узлов и ребер графа. Используя элементы линейной алгебры и численных методов, удалось получить численное решение математического описания модели гидравлической сети.*

**Ключевые слова:** гидравлическая сеть, теория графов, математическое моделирование, численные методы, линейная алгебра

*The article presents the algorithm for the formation of the problem, the mathematical description and the algorithm for solving the model of the hydraulic network for the production of the chemical industry. On the basis of graph theory, the concept of a model of*

*a system of apparatus-pipelines in the form of vertices, nodes and edges of a graph was constructed. Using elements of linear algebra and numerical methods, it was possible to obtain a numerical solution of the mathematical description of the hydro network model.*

**Keywords:** *hydraulic network, graph theory, mathematical modeling, numerical methods, linear algebra*

Непрерывно действующие производства химической, нефтеперерабатывающей, нефтехимической, коксохимической и ряда других отраслей промышленности обычно представляют собой набор аппаратов, связанных между собой трубопроводами. Такая конструкция внешне напоминает электрическую схему, где проводами соединены различные электротехнические устройства: ёмкости, сопротивления, трансформаторы и т.п. Для проектирования и расчёта такого рода схем разработана и активно используется в практике «теория графов». Её понятиями и достижениями вполне разумно воспользоваться и для расчета сложных схем в других технологиях [1, 2].

В химической технологии и нефтепереработке используются термины «трубопровод» или для твёрдых компонентов «транспортёр», которым в теории графов соответствуют понятия «ребро» или «дуга». Технологическому понятию «аппарат» соответствуют «узел» и «вершина» [3].

Характеристики «аппарата», имеющие отношение к задаче формирования и расчёта технологической схемы – это число штуцеров, к которым присоединяются трубы – «рёбра», и объём аппарата, определяющий чувствительность его к изменениям технологического режима [4]. Эта чувствительность характеризуется собственным временем пребывания среды в аппарате  $\tau=V/U$ . Здесь  $\tau$  – время пребывания,  $V$  – объём,  $U$  – максимальный из объёмных приходов-расходов в аппарат. На основании численного значения времени пребывания конкретный аппарат относится либо к «узлам», либо к «вершинам». Чем больше собственное время, тем логичнее считать аппарат «вершиной» [4]. Окружающая среда - это безусловная «вершина», поскольку состояние её мало зависит от работы производства, а определяется погодными условиями. Малообъёмные аппараты следует считать «узлами». Давление в «узлах» определяется законами гидравлики, а давление в объёмных аппаратах, которые считаются «вершинами», параметрами их состояния.

Нужно учесть, что среди аппаратов встречаются многополостные, например, термостатированная сырьевая ёмкость. Поскольку продукты в каждой из полостей различны, эти полости должны рассматриваться как относящиеся к различным гидравлическим сетям. Так что в одной технологической схеме может быть несколько гидравлических сетей – сеть пара среднего давления, сеть теплофикационной воды, сеть КИПовского воздуха и т.п [3].

Двуполостными аппаратами являются и теплообменники, среди которых встречаются рекуперационные, которые, хотя и принадлежат одной гидравлической сети, должны рассматриваться своими полостями порознь, то есть дважды. Так что один и тот же рекуперационный теплообменник одной из своих полостей может быть отнесён к «узлам», а другой к вершинам.

Трубопровод, соединяющий штуцера двух аппаратов, в теории графов ассоциируется с «ребром», поскольку по этому каналу среда может перемещаться в обе стороны в зависимости от перепада давления в связываемых «ребром» «узлах» [4]. В схемах с рециклом частично превращенных компонентов сырья присутствуют

аппараты, где поток идёт из «узла» с низким давлением в «узел» с более высоким давлением. Это «дуга». Свойства её определены свойствами повышающих давление устройств – насоса, компрессора или эжектора.

Определившись с терминами, обсудим алгоритм формирования задачи.

1) Задача расчета гидравлической сети сложной химико-технологической схемы – это часть общей задачи анализа динамических характеристик схемы и формируется в процессе подготовки общей задачи. Вне зависимости от состава и структуры используемого программно-информационного обеспечения представляется логичным предложить следующий алгоритм формирования задачи:

а) На рабочее поле (либо на экран монитора, либо в строку списка аппаратов схемы) помещается из Базы аппаратов символ аппарата. Затем ему присваивается некий идентификатор, выделяющий его из общего списка аппаратов, и заполняется таблица его свойств и начального состояния. Для гидравлической сети важно его отнесение либо к «узлам» либо к «вершинам». Это прерогатива автора расчёта – он оценивает собственное время аппарата и принимает решение присваивать этому аппарату номер в списке «узлов» или в списке «вершин». Таким образом, последовательно один за другим на рабочем поле оказываются все аппараты процесса, определяется число узлов  $N_{узл}$  и число вершин  $N_{врш}$ . В сумме число аппаратов  $N_{апп} = N_{узл} + N_{врш}$ .

б) Следующий этап в шутку называется «пересчитаем рёбра у графа», когда соединением штуцеров аппаратов определяется общее число потоков  $N_{пот} = N_{рбр} + N_{дуг}$ , число рёбер  $N_{рбр}$  и число дуг  $N_{дуг}$ . При этом надо помнить, что реальная технологическая схема может содержать несколько различных гидравлических сетей, например: сеть рабочей среды, сеть теплофикационной воды, сеть пара конденсата и т.п. Смешивать рёбра разных сетей нельзя. Итак, всего в задаче  $N_{сумм} = N_{пот} + N_{узл}$  неизвестных. Это давления в «узлах» и расходы по потокам. Давления в «вершинах» определяются на стадии расчёта их состояния на следующем временном шаге всех вершин в любой последовательности.

2) Теперь можно переходить и к составлению математического описания ситуации.

Для каждого из «рёбер» справедливо уравнение:

$$P_{вх}^i - P_{вых}^i - \varphi_i^o \rho_i^o \frac{u_i^2}{2} = 0 \quad (1)$$

Уравнение (1) – это классическая запись в математической форме закона сохранения энергии при движении по горизонтальной трубе потока плотностью  $\rho_i$  с линейной скоростью  $u_i$ . Здесь  $P_{вх}$  и  $P_{вых}$  – давления на входе и выходе из трубы,  $\varphi_i$  – коэффициент гидравлического сопротивления трубы, который зависит от геометрических размеров и конфигурации самой трубы, характера обработки её внутренней поверхности и режима течения потока. При проектировании нового производства этот параметр рассчитывается по эмпирическим формулам или утверждённым методикам; при создании компьютерных тренажеров он настраивается для каждой трубы по результатам работы реального производства [3].

В практике расчёта гидравлических сетей уравнение (1) записывается обычно в более удобной форме (1а):

$$P_{вх}^i - P_{вых}^i - \mu_i^o u_i = 0 \quad (1a)$$

где  $\mu_i = \varphi_i \circ \rho_i \circ \text{abs}(u_i) / 2$  выступает в качестве параметра уравнения (1а), линейного относительно трёх неизвестных  $P_{вх}^i$ ,  $P_{вых}^i$  и  $u_i$ . Число таких уравнений в задаче равно  $N_{рбр}$  по числу потоков – «рёбер». Для потоков – «дуг», обусловленных работой повышающих давление устройств, обычно к паспорту изделия прилагается так называемая напор – расходная характеристика. Для использования при расчётах её придётся превратить в какое-либо эмпирическое уравнение:

$$P_{вх}^i - P_{вых}^i - \alpha_i \circ V_i^2 + W_i^2 = 0 \quad (2)$$

Здесь  $P_{вх}^i$  входное и  $P_{вых}^i$  выходное давления,  $\alpha_i$  и  $W_i$  – настраиваемые параметры напор – расходной кривой,  $V_i$  – объёмный расход. Параметр  $W_i$  фактически определяет максимально возможное выходное давление при нулевом расходе продукта.

Выражение (2) легко преобразуется в (2а), аналогичное (1а)

$$P_{вх}^i - P_{вых}^i - \psi_i \circ u_i = -W_i^2 \quad (2а)$$

при  $\psi_i = \alpha_i \circ (F \circ S)^2 \circ \text{abs}(u_i)$ . Здесь  $F$  – площадь сечения трубопровода,  $S$  – степень его открытия.

Таким образом, формируется система квазилинейных уравнений в количестве  $N_{пот}$  при  $N_{пот} + N_{узл}$  неизвестных.

Уравнения материального баланса в «узлах» представлены уравнениями (3) и определяют ещё  $N_{узл}$  неизвестных:

$$\sum_{k=1}^{k=N_{inp}} F_k - \sum_{k=1}^{k=N_{out}} F_k = 0 \quad (2а)$$

Здесь  $F$  – мольный или весовой поток, моль/сек или кг/сек,  $N_{inp}$  – число потоков, входящих в данный узел,  $N_{out}$  – число потоков, выходящих из узла. Мольный расход – это  $F_i = \varepsilon_i \cdot S_i \cdot \frac{u_i}{v_i}$ , где  $\varepsilon_i$  – степень открытия трубы,  $S_i$  – площадь её сечения,  $v_i$  – мольный объём потока. Если  $\psi_i = \frac{\varepsilon_i S_i}{v_i}$ , то  $F_i = \psi_i \cdot u_i$  и тогда:

$$\sum_{k=1}^{k=N_{inp}} \psi_k \cdot u_k - \sum_{k=1}^{k=N_{out}} \psi_k \cdot u_k = 0 \quad (3а)$$

Итак, уравнения (1а) совместно с уравнениями (2а) и (3а) образуют полную систему уравнений, линейных относительно переменных  $u$  и  $P$ .

Далее на примере иллюстрационной задачи описывается алгоритм её решения. На рис.1 представлена технологическая схема модельной задачи, содержащая практически всё разнообразие возможных вариантов.

Свежее сырьё потоком 1 поступает в смеситель 1 на смешение с рецикловым потоком 10 не превратившегося сырья. Далее эта смесь потоком 2 поступает в одну из полостей рекуперационного теплообменника 2, откуда потоком 3 переходит в концевой теплообменник 4, где догревается до температуры начала превращения и потоком 4 поступает в реактор 5. Продукты превращения потоком 5 поступают в смежную полость 3 рекуперационного теплообменника, а оттуда потоком 6 в концевой холодильник 6. Смежные полости теплообменников 4 и 6 относятся к

гидравлическим сетям теплоносителя и хладагенту, поэтому к расчёту гидравлической сети рабочей среды отношения не имеют. Охлаждённые продукты превращения потоком 7 направляются в сепаратор 7, где разделяются на жидкую фазу 9 и паровую фазу 8. В делителе 8 отделяется газ на сдвук 11 и рецикловый газ 10. Аппараты 7 и 5 рассматриваются как «вершины», то-есть имеющие большой объём, остальные аппараты «узлы». Поток 10 – «дуга», остальные «рёбра». Если результаты расчётов автору покажутся неудовлетворительными, он в любой момент может изменить свои представления.

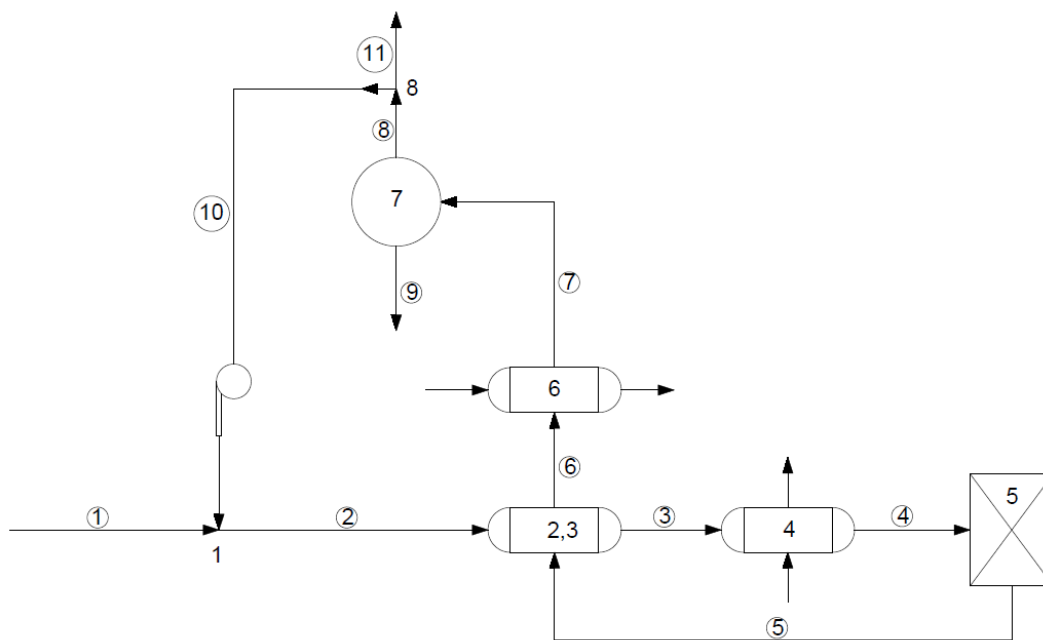


Рис.1 Технологическая схема иллюстрационной задачи

Матрица смежности модельной задачи.

А П	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	0	0	0
6	0	0	1	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	1	1	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1
9	0	0	0	0	0	0	1	0
10	1	0	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	1

Теперь непосредственно алгоритм.

1) Всем неизвестным линейным скоростям всех потоков  $U_i^0$  присваиваются начальные значения, например, 1 (единица).

2) Заполняется нулями расширенная матрица системы линейных уравнений  $A(N_{\text{сумм}}, N_{\text{сумм}}+1)$ .

3) С использованием численных значений  $u_i = U_i^0$  для каждого ребра рассчитываются  $\psi_i$  и  $\mu_i$  – коэффициенты уравнений (16) и (26):

$$\mu_i = \lambda_i \circ \rho_i \circ \text{abs}(u_i)/2 \quad (16)$$

$$\psi_i = \varepsilon_i \circ S_i / v_i \quad (26)$$

4) Последовательно от 1 до  $N_{\text{пот}}$  заполняются строки матрицы  $A$  коэффициентами уравнений (16). Для  $i$ -той строки  $A_{i,i} = -\mu_i$ . Если теперь  $J$  – номер начального узла, то  $A_{i,J} = 1$ , если же это вершина, то  $A_{i,N_{\text{NX}}+1} = -P_J$ .

Дальше, если  $k$  – номер конечного узла, то  $A_{i,k} = -1$ , а если вершина, то  $A_{i,N_{\text{NX}}+1} = P_k$ .

5) Теперь по столбцам от  $N_{\text{R}}+1$  и дальше каждый столбец скалярно умножается на вектор  $\psi = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{N_{\text{R}}})$  и результат записывается в  $N_{\text{R}}+1$  строку матрицы  $A$ .

8) Сформированная таким образом расширенная матрица  $M$  уравнений  $A(N_{\text{сумм}}, N_{\text{сумм}}+1)$  позволяет стандартными методами линейной алгебры получить решение – вектор  $X(N_{\text{X}})$ , первые  $N_{\text{R}}$  компонент которого ассоциируются с линейными скоростями потоков в каждом из рёбер, а остальные компоненты с давлениями в узлах.

9) Естественно, что полученные значения скоростей потоков  $u_i^{\text{расч}}$  не совпадут с используемыми в пункте 1 значениями  $u_i$ , поэтому придётся вернуться к пункту 3 со скорректированными значениями, например  $u_i = \beta \circ u_i^{\text{расч}} + (1 - \beta) \circ u_i$ . Здесь  $\beta$  – параметр, регулирующий сходимость итераций,  $0 \leq \beta \leq 1$ . Если же различие рассчитанных и использованных значений линейных скоростей приемлемо, то задача решена.

## ВЫВОДЫ

В результате выполненной исследовательской работы, был разработан, реализован в программном коде и протестирован алгоритм расчета гидравлических систем производств химической промышленности. Полученная модель имеет широкий спектр применений для любых объектов, содержащих потоки несжимаемых сред: городские гидросистемы, ГЭС, АЭС. В перспективе планируется доработать модель, преобразовав ее из двумерной модели в трехмерную, модифицировать математическое описание с целью моделирования газовых потоков.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Дистель Р. Теория графов. Новосибирск: Издательство института математики, 2002. 336 с.
2. Бугаєва Л. М., Бойко Т. В., Безносик Ю. О. Системний аналіз хіміко-технологічних комплексів: підручник. Київ : Інтерсервіс, 2017. 254 с.
3. Берж К. Теория графов и ее приложения. Москва: ИЛ, 1962. 320 с.
4. Липин А. Г. Математическое моделирование химико-технологических систем. Иваново: ГОУ ВПО Ивановский государственный химико-технологический университет, 2008. 76 с.