

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ  
УКРАЇНИ**

**КИЇВСКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ  
імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до лабораторного практикуму з дисципліни  
«МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
В СУДНОВОДІННІ»  
(для студентів спеціальності 8.100301)**

**КИЇВ - 2012**



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ  
УКРАЇНИ**

**КИЇВСКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ  
імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
до лабораторного практикуму з дисципліни  
**«МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
В СУДНОВОДІННІ»**  
(для студентів спеціальності 8.100301)

*Рекомендовано вченою радою КДАВТ  
ім. гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного*

Методичні вказівки до лабораторного практикуму занять з дисципліни „Методи математичного моделювання в судноводінні” (для студентів спеціальності 8.100301) / Укладачі.: В.І. Воробей, С.В. Іванов, П.Б. Олійник – К.: КДАВТ, 2012. – 44 с.

*Затверджено вченою радою  
КДАВТ ім. гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного  
(Протокол № 2 від «25» жовтня 2012 р.)*

*Навчальне видання*

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**до лабораторного практикуму з дисципліни**  
**«МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**  
**В СУДНОВОДІННІ»**  
(для студентів спеціальності 8.100301)

Укладачі:	Воробей Валерій Іванович, к.т.н., доц. Іванов Сергій Вікторович, к.т.н. Олійник Павло Борисович, к.т.н.
Відповідальний редактор:	Панін Владислав Вадимович, д.т.н., проф.
Рецензент:	Майборода Олександр Миколайович, д.т.н., проф.

*Під редакцією укладачів  
Надруковано з оригінал-макета замовника*

## ЗМІСТ

<b>Вступ.....</b>	<b>5</b>
<b>Лабораторна робота № 1. Вивчення основ імітаційного моделювання в MATLAB.....</b>	<b>6</b>
1.1. Стислі теоретичні відомості.....	6
1.2. Опис лабораторної установки.....	14
1.3. Завдання.....	14
1.4. Підготовка до виконання роботи.....	14
1.5. Порядок виконання роботи.....	14
1.6. Зміст звіту.....	15
1.7. Контрольні запитання.....	15
1.8. Список рекомендованої літератури.....	15
<b>Лабораторна робота № 2. Аналіз лінійних систем за допомогою пакета LTI. ....</b>	<b>16</b>
2.1. Стислі теоретичні відомості.....	16
2.2. Опис лабораторної установки.....	22
2.3. Завдання.....	23
2.4. Підготовка до виконання роботи.....	23
2.5. Порядок виконання роботи.....	23
2.6. Зміст звіту.....	23
2.7. Контрольні запитання.....	24
2.8. Список рекомендованої літератури.....	24
<b>Лабораторна робота № 3. Аналіз нелінійних систем в Simulink. ....</b>	<b>25</b>
3.1. Стислі теоретичні відомості.....	25
3.2. Опис лабораторної установки.....	34
3.3. Завдання.....	34
3.4. Підготовка до виконання роботи.....	35
3.5. Порядок виконання роботи.....	35
3.6. Зміст звіту.....	35
3.7. Контрольні запитання.....	36
3.8. Список рекомендованої літератури.....	36
<b>Лабораторна робота № 4. Моделювання поведінки судна за дії збурюючих факторів: регулярної і нерегулярної хитавиці. ....</b>	<b>37</b>
4.1. Стислі теоретичні відомості.....	37
4.2. Опис лабораторної установки.....	40
4.3. Завдання.....	41
4.4. Підготовка до виконання роботи.....	41
4.5. Порядок виконання роботи.....	41
4.6. Зміст звіту.....	42
4.7. Контрольні запитання.....	42
4.8. Список рекомендованої літератури.....	42
<b>Лабораторна робота № 5. Моделювання поведінки судна за дії збурюючих факторів: довготермінових нахилів, зносу через течію та дію вітру. ....</b>	<b>43</b>
5.1. Стислі теоретичні відомості.....	43

5.2. Опис лабораторної установки .....	44
5.3. Завдання.....	44
5.4. Підготовка до виконання роботи .....	45
5.5. Порядок виконання роботи.....	45
5.6. Зміст звіту.....	45
5.7. Контрольні запитання .....	45
5.8. Список рекомендованої літератури .....	45
<b>Додаток 1. Вимоги до оформлення звіту .....</b>	<b>47</b>

## Вступ

Дисципліна „Методи математичного моделювання в судноводінні ” – складова частина професійної підготовки магістрів за фахом „Судноводіння ”. Дані методичні вказівки – це навчальний посібник для виконання лабораторного практикуму та практичних занять з цієї дисципліни для студентів факультету судноводіння.

Лабораторні роботи виконуються студентами в комп'ютерному класі. Кожний студент працює на окремому робочому місці згідно з індивідуальним варіантом, який задається викладачем. Програмні засоби для виконання лабораторних робіт – це інтегрована середа MATLAB фірми MathWorks. Для виконання лабораторних робіт студенти повинні вміти працювати на персональному комп'ютері та складати програми у пакеті MATLAB.

До виконання робіт наступної роботи студент допускається тільки після того, як він оформить та захистить попередню роботу і здасть контрольний тест з теми наступної роботи.

Звіт по лабораторних роботах повинен бути оформлений відповідно до вимог ЄСКД та ДСТУ 3008-95 “ Документація. Звіти у сфері науки і техніки.”. У звіті вказується найменування та ціль роботи, наводяться початкові дані індивідуального варіанту завдання. До звіту додаються програми та результати обчислень, отримані в результаті виконання роботи. В кінці звіту наводяться висновки про досягнення цілі роботи.

В результаті виконання лабораторних робіт студенти набувають навичок використання сучасних інформаційно - комп'ютерних засобів для вирішення технічних задач з використання системного підходу до синтезу і аналізу складних технічних систем. Ці знання можуть бути використані в подальшій професійній діяльності магістрів при розробці систем управління і автоматики судноводіння.

## **Лабораторна робота № 1. Вивчення основ імітаційного моделювання в MATLAB**

**Мета роботи:** Ознайомитись з можливостями імітаційного моделювання в MATLAB. Навчитись будувати в середовищі Simulink моделі лінійних та нелінійних систем. Навчитись розв'язувати диференціальні рівняння та системи диференціальних рівнянь за допомогою Simulink.

### **1.1. Стислі теоретичні відомості.**

В умовах, коли проведення натурних випробувань небажане або неможливе, для дослідження поведінки об'єкта або процесу використовується імітаційне моделювання. Для моделювання перш за все потрібно побудувати модель, яка є адекватною об'єкту або процесу. Така модель найчастіше подається у вигляді диференціального рівняння або системи диференціальних рівнянь, які з певною точністю описують поведінку об'єкту моделювання.

Для проведення моделювання шляхом чисельного інтегрування диференціальних рівнянь можна використовувати ряд пакетів, зокрема MATLAB фірми MathWorks, WolframResearch Mathematica та вільно розповсюджену програму SciLab. Ці пакети мають достатньо великий набір функцій для проведення чисельного інтегрування диференціальних рівнянь (ДР) і їх систем, а також розвинену систему вводу-виводу даних.

Однак, такий підхід до моделювання (представлення моделі безпосередньо у вигляді системи рівнянь або програми, що реалізує необхідні обчислення) має суттєвий недолік – модель складної системи стає важкою для сприйняття, що утруднює як зміну моделі, так і пошук помилок і сам процес моделювання. Тому для моделювання складних технічних систем часто застосовують візуальні інструменти побудови моделей – Simulink (в середовищі MATLAB) та Scisos (SciLab). Вони мають схожі бібліотеки блоків і принципи побудови моделей. Для використання в лабораторних роботах вибрано пакет Simulink.

Для запуску Simulink слід клацнути в головному вікні MATLAB по кнопці «Simulink» або ж відкрити раніше створений файл моделі (.mdl) (меню «File\Open», або вікно Current window). На екрані буде показано вікно «Simulink Library Browser», яке містить бібліотеку стандартних блоків. У випадку відкриття .mdl-файлу буде відкрито для редагування створену раніше модель, і вікно Simulink Library Browser доведеться відкривати за допомогою меню «View\Library Browser» у вікні моделі.

Модель у Simulink створюється зі стандартних блоків, з'єднаних лініями зв'язку в єдину схему. Бібліотека блоків розділена на розділи:

1. Commonly used blocks – часто використовувані блоки.
2. Continuous – блоки для побудови лінійних систем.
3. Discontinuities – блоки для моделювання основних типів нелінійностей.
4. Discrete – блоки для моделювання дискретних систем.
5. Logic and Bit operations – блоки логічних і бітових операцій (перевірка умов, зсуви і т.д.).



6. Lookup Tables – блоки для моделювання функцій у системах з цілочисельною математикою.
7. Math operations – блоки математичних операцій (операції над матрицями, зсув, множення, ділення і т.п.).
8. Model Verification – блоки для перевірки поведінки моделі.
9. Model-Wide utilities – блоки для лінеаризації нелінійних моделей.
10. Ports & Subsystems – блоки для створення підсистем.
11. Signal Attributes – блоки для роботи з сигналами (типи даних і т.п.).
12. Signal Routing – блоки для об'єднання та перемикання сигналів.
13. Sinks – блоки, що забезпечують вивід результатів моделювання (графіки, осцилографи, вихід даних для підсистеми).
14. Sources – блоки джерел вхідних сигналів для модельованої системи.
15. User-defined functions – блоки для задавання функцій користувача, що можуть реалізовувати будь-які обчислення, які важко виконати в Simulink.

Короткий опис найважливіших блоків Simulink зведено в табл. 1.

Таблиця 1. Найважливіші блоки Simulink.

Назва	Призначення
<b>Sources – генерація сигналів</b>	
Constant	Стала величина
Step	Одиночний стрибок в заданий час
Clock	Сигнал часу моделі (t)
Ramp	Лінійний сигнал $y = kt + y_0$
Sine Wave	Синусоїда $y = A \sin(\omega t + \varphi)$
Band-limited white noise	Білий шум з заданою інтенсивністю
Random Number	Випадкові числа з нормальним (Гаусівським) розподілом
Signal Builder	Побудова сигналу у графічному інтерфейсі
Signal Generator	Генератор сигналу стандартної форми (синусоїда, пилка, ...)
From File	Сигнал з .mat-файлу
From Workspace	Сигнал зі змінної (матриці) середовища MATLAB
<b>Sinks – відображення та збереження сигналів</b>	
Scope	Графік зміни сигналу від часу (осцилограф)
XY Graph	Графік для побудови неявно заданих залежностей виду $Y(X)$
Display	Реєстратор миттєвого значення сигналу
To File	Збереження даних в файл
To Workspace	Збереження даних в середовище MATLAB
<b>Continuous – блоки для створення моделей лінійних систем</b>	
Derivative	Диференціатор
Integrator	Інтегратор
State-Space	Задача системи у просторі станів
Transfer Fcn	Передаточна функція (задача коефіцієнтами)
Zero-pole	Задача передаточної функції значеннями полюсів і нулів

## Продовження Таблиці 1.

Назва	Призначення
<b>Math Operations – математичні операції</b>	
Abs	Модуль
Add	Сума сигналів (поелементна або матрична)
Bias	Зсув сигналу $y = x + b$
Divide	Множення і ділення сигналів (поелементне або матричне)
Gain	Підсилювач
Math function	Математична функція (вибір зі списку)
Trigonometric Function	Тригонометрична функція (вибір зі списку)
<b>Logic and Bit Operations – логічні операції</b>	
Logical Operator	Логічний оператор
Relational Operator	Оператор відношення
<b>Ports &amp; Subsystems – порти і підсистеми</b>	
In1	Вхідний порт для передачі сигналу у підсистему з моделі
Out1	Вихідний порт для передачі сигналу з підсистеми у модель
Subsystem	Підсистема
Enable	Вкл./викл. підсистеми в залежності від логічного сигналу
<b>Signal Routing – маршрутизація сигналів</b>	
Mux	Мультиплексом
Demux	Демультимплексор
Switch	Вимикач
Bus Creator	Створення шини даних (з іменами ліній)
Bus Selector	Вибір сигналу з шини даних
<b>Discontinuities- нелінійні елементи</b>	
Backlash	Люфт
Dead Zone	Мертва зона
Relay	Реле
Saturation	Насичення
<b>User-defined functions – функції користувача</b>	
Fcn	Задача функції користувача виразом
MATLab Fcn	Передача даних для обчислення функцією MATLAB
Embedded MATLAB Fcn	Задача функції безпосередньо в моделі Simulink
S-Function	Функція користувача, написана на C/M (level 1)/Fortran/Ada
<b>Model-Wide Utilities – робота на рівні моделі</b>	
Time-Based Linearization	Генерує лінійну модель у базовому середовищі в заданий час
Trigger-Based Linearization	Генерує лінійну модель по зовнішньому сигналу

Крім того, в залежності від установлених компонентів MATLAB, в Simulink можуть бути доступні додаткові бібліотеки (Blocksets і Toolboxes), що містять спеціальні блоки, призначені для вирішення певних задач. Наприклад, Aerospace blockset містить блоки, призначені для моделювання авіаційних та космічних систем, Fuzzy logic toolbox – блоки, що призначені для моделювання нечітких систем і т. д. Таким чином, як видно з табл. 1, Simulink дозволяє створювати моделі лінійних та нелінійних систем і об'єктів для різних областей застосування.

Всі операції зі створення моделі в Simulink виконуються за допомогою миші технікою «перетягнув-відпустив».

Для того, щоб *додати блок у модель*, слід вибрати його мишею в «Simulink Library Browser» і перетягнути у вікно моделі. Вставлений блок можна переміщувати у вікні моделі, клацнувши на ньому мишею, можна змінити його розмір, потягнувши «ручки» – чорні квадратики по краях блока. *Для видалення блока або лінії зв'язку* слід клацнути по ньому і натиснути клавішу Del. Щоб *відредагувати назву блока*, слід клацнути по його імені, і потім редагувати ім'я як у стандартному редакторі.

Для того, щоб *повернути блок на 90/180/270°*, можна використати команду меню «Format\Rotate Block». Команда «Format\Flip Block» **відзеркалює блок**. Для зміни фону та кольору ліній і шрифту блока призначені команди «Format\Background Color» та «Format\Foreground Color» відповідно. Нарешті, команда «Format\Font» дозволяє вибрати шрифт для відображення блока.

Подвійне клацання на блоку викликає вікно з його властивостями, які повністю визначають поведінку блоку. Виключенням з правила є блок Score – тут викликається вікно відображення графіка. Параметри ж його викликаються клацанням по кнопці «Parameters» у панелі інструментів вікна графіка. Параметр Sampling визначає вид прорідження даних (корисно при великому часі моделювання); параметр Limit data points to last визначає кількість точок даних у вікні графіка. Збільшення кількості точок дозволяє побачити більше даних, однак потребує використання додаткового об'єму пам'яті.

Для того, *щоб створити напис на схемі*, достатньо двічі клацнути на пустому місці у вікні. Після цього можна вводити текст. Аналогічно, клацнувши два рази на з'єднувальну лінію, можна її підписати.

*З'єднання блоків* виконується шляхом малювання з'єднуючих ліній між портами блоків мишею (клацнувши по виходу одного блока, проводимо з'єднувальну лінію до входу наступного блока). При зміні положень блоків з'єднувальні лінії переміщуються автоматично. Для того, *щоб створити відгалуження від лінії зв'язку*, слід утримуючи клавішу Ctrl, клацнути мишею по з'єднувальній лінії і намалювати лінію відгалуження.

При потребі *дублювати блок* слід виділити його мишею і, утримуючи клавішу Ctrl, відтягнути вбік. Для того, щоб *від'єднати блок від з'єднувальної лінії*, слід виділити його мишею і, утримуючи клавішу Shift, відтягнути вбік.

Блоки можна також копіювати і вставляти з моделі в модель за допомогою стандартних команд роботи з буфером обміну Windows.

Для того, *щоб виділити кілька блоків і/або з'єднувальних ліній* (для копіювання, переносу і т.п.) слід утримуючи клавішу Shift, виділити мишею необхідні блоки. Іншим способом є виділення блоків рамкою – встановити мишу в точку у вікні моделі, натиснути ліву кнопку миші, і утримуючи її, виділити рамкою блоки. Над виділеними блоками операції з переносу, дублювання, копіювання блоків, а також робота з буфером обміну виконується так, як і з одним блоком.

При редагуванні також корисними є команди Undo і Redo – **відміна і відновлення змін**, внесених у модель в результаті останньої дії користувача.

Вся функціональність Simulink заснована на розв'язанні диференціальних рівнянь; Simulink використовує вбудовані в MATLAB методи інтегрування систем ДР. Метод інтегрування та інші параметри моделювання можна у вікні, що викликається командою меню «Simulation\Configuration parameters». Для моделювання більшості систем використовують методи зі змінним кроком по часу (variable step). Ці методи наведено з коментарями в табл. 2.

У випадку, коли застосування методів зі змінним кроком не дає бажаного результату, можна застосувати метод з постійним кроком. Недоліком усіх цих методів (ode1 (метод Ейлера), ode2 (метод Гейна), ode3 (метод Богацкі-Шампіна), ode4 (Рунге-Кутта 4-го порядку), ode5 (формула Дорманда-Прінса)) є те, що для точного розв'язання жорсткої системи необхідно задавати достатньо малий крок інтегрування (як мінімум в 2-3 рази менше, ніж період найбільшої власної частоти).

Таблиця 2. Методи інтегрування зі змінним кроком

Функція	Назва метода	Коментарі
ode45	Рунге-Кутта (4,5) (формула Дорманда-Прінса)	Придатний для розв'язання більшості задач. <i>Прийнятий за умовчанням.</i>
ode23	Рунге-Кутта (2,3) (формула Богацкі-Шампіна)	Придатний для розв'язання задач з грубими допусками та за середньої жорсткості
ode113	Адамса	Придатний для розв'язання задач з точними допусками
ode15s	Метод NDF (аналог формул оберненого диференціювання)	Призначений для розв'язання жорстких задач
ode23s	Формула Розенброка	Придатний для розв'язання задач з грубими допусками, для яких ode15s неефективний
ode23t	Формула трапецій	Для задач з середньою жорсткістю, коли розв'язок не повинен містити цифрового демпфірування

Окрім метода інтегрування та кроку, важливим параметром є також час моделювання. Його можна вказати у полі «Simulation stop time» вікна моделі, або ж у вікні параметрів конфігурації моделі, в якому встановлювали метод інтегрування.

**Для запуску моделювання** слід натиснути кнопку «Start simulation»; щоб завершити моделювання – на кнопку «Stop simulation». При досягненні модельного часу «Simulation stop time» моделювання закінчується автоматично.

**Для відлагодження схеми** призначений відладчик, який активізується командою «Tools\Simulink Debugger». Відладчик дозволяє дивитись значення сигналів на кожному кроці моделювання, зупиняти розрахунок по ряду умов і проходити покроково розрахунок значень сигналів на вході і виході блоків і т.д. Однак, в більшості випадків моделювання використання відладчика непотрібне; запускати його найчастіше доводиться для відлагодження роботи функцій, визначених користувачем, і написаних на мові MATLAB.

І, нарешті, Simulink включає *інструмент для автоматичної генерації звітів* – Report generator. Для генерації звіту по моделі слід виконати такі кроки:

1. Виконати команду «Tools\Coverage Settings», і включити прапорець «Coverage for this model».

2. Виконати команду «Tools\Report Generator»

3. У вікні «Report explorer» вибрати шаблон звіту (наприклад, simulink\_default.rpt), і, встановивши асоціацію з моделлю (кнопка «Associate with model»), клацнути по кнопці «Open report».

4. Виставити у списку «Directory» значення Same as setup file.

5. Клацнути по кнопці «Report» в панелі інструментів.

Для того щоб у документ вставити графіки, можна за допомогою Alt+PrintScreen скопіювати вміст вікна з графіком або моделлю в буфер як малюнок, а потім вставити в документ звіту.

Як приклад моделювання розглянемо розв'язання за допомогою Simulink диференціального рівняння другого порядку:

$$y'' + 2y' + 3y = 5 \sin(2t + 5) + 3t \quad (1)$$

за початкових умов  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .

Перш за все, представимо рівняння (1) в формі Коші:

$$y'' = -2y' - 3y + 5 \sin(2t + 5) + 3t \quad (2)$$

Основна ідея при побудові схеми рівняння полягає в тому, що якщо праву частину вважати відомою, то можна визначити  $y''$ . Проінтегрувавши  $y''$  та  $y'$ , отримаємо відповідно  $y'$  та  $y$ , що дає змогу обчислити праву частину (2), і отримати чисельний розв'язок рівняння (1).

Побудована модель показана на рис. 1.

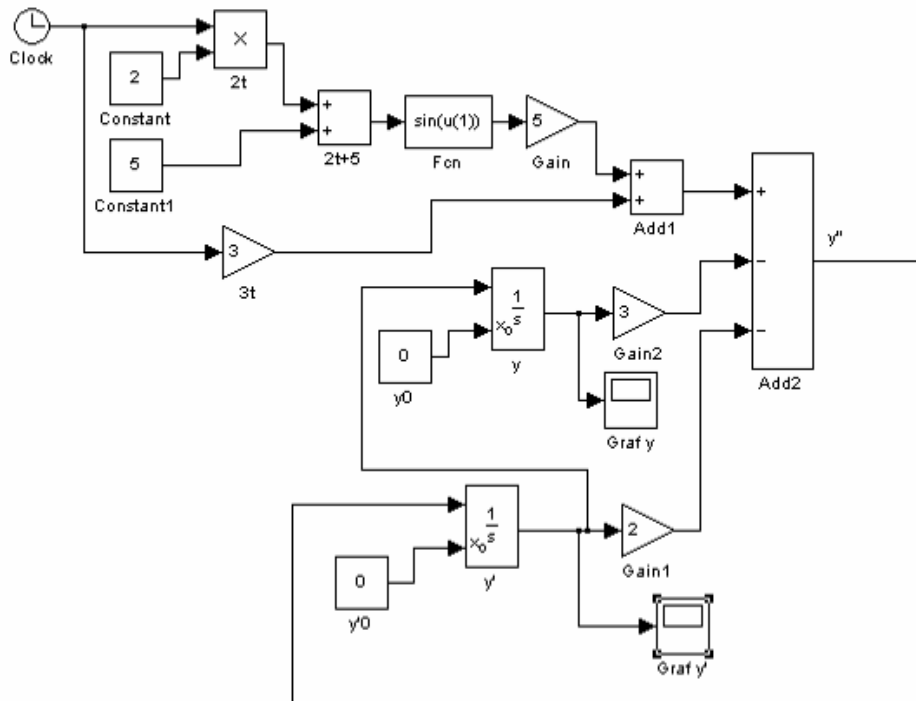


Рис.1. Модель рівняння (1)

Чисельний розв'язок рівняння можна подивитись за допомогою блоків Graf y та Graf y'. Графіки зміни  $y$  та  $y'$  показано на рис. 2.

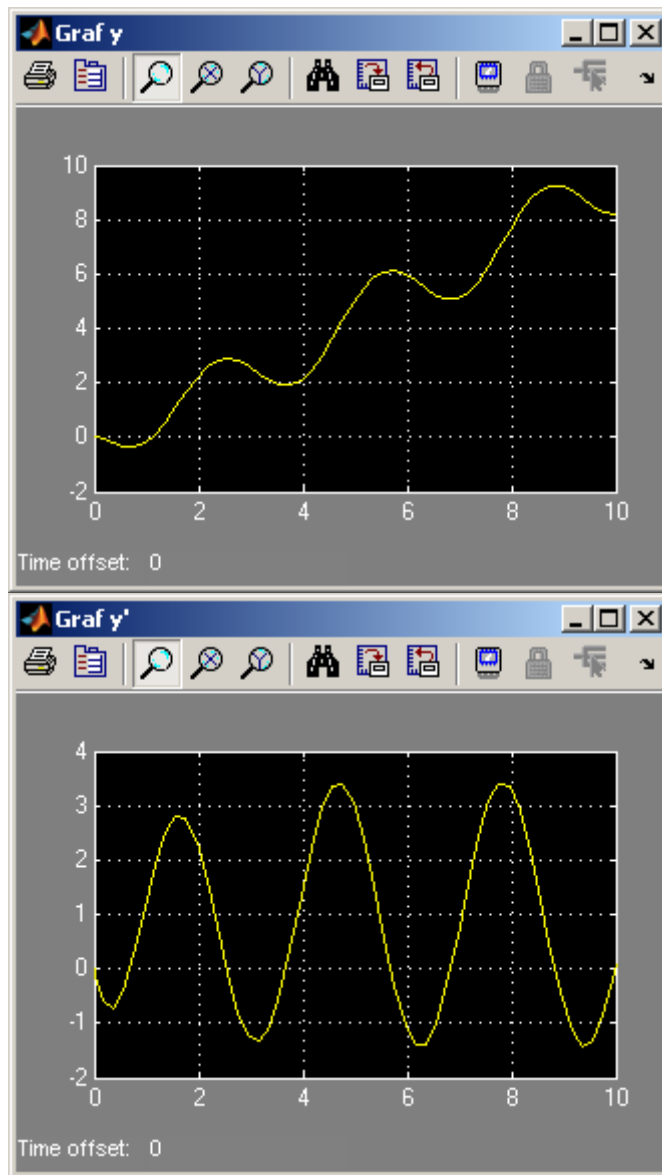


Рис. 2. Графіки зміни  $y$  та  $y'$ .

Цю задачу також можна розв'язати інакше. Оскільки ліва частина рівняння (1) є лінійною, то скориставшись операторним записом ДР та відомостями з теорії автоматичного керування, модель лівої частини рівняння можна представити у вигляді передаточної функції (рис. 3). Зверніть увагу на те, в схемі на рис. 3 спосіб задавання вхідного сигналу змінено – ряд блоків замінено на генератор синусоїдального сигналу (Sine Wave). Для більшості стандартних сигналів – синусоїди, пилки, імпульсів та одиночних стрибків – раціонально використовувати блоки стандартних генераторів. Складання ж сигналу з елементарних блоків (констант, функцій та математичних операцій) доцільно проводити за умови, коли необхідно отримати нестандартний сигнал.

Підхід з використанням передаточних функцій при розв'язанні рівнянь має ряд недоліків, найголовніший з яких – неможливість задавання початкових умов. При використанні перехідної функції можливе розв'язання диференціальних рівнянь (ДР) і систем рівнянь лише з нульовими початковими умовами.

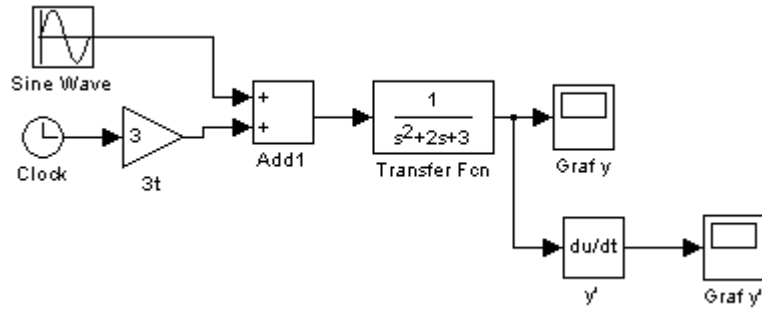


Рис. 3. Модель рівняння (1) з передаточною функцією

Як показують результати моделювання, для обох створених моделей отримано один і той же розв'язок (рис. 4).

Викладені вище ідеї працюють і при аналізі систем ДР. Обов'язковим при цьому є приведення системи до форми Коші.

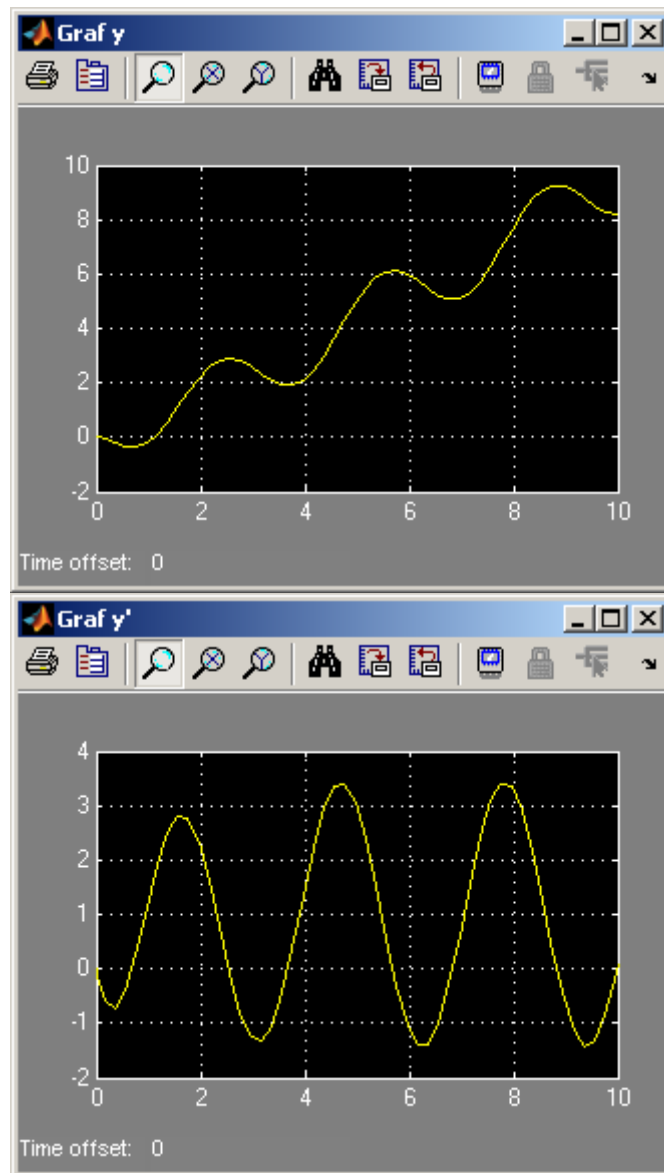


Рис. 4. Графіки зміни  $y$  та  $y'$  для моделі з передаточною функцією.

Для перевірки правильності розв'язання рівняння слід побудувати різницю вихідного сигналу моделі і аналітичного розв'язку, використовуючи для цього блоки суматора та модуля, і, зрозуміло, розмістивши блоки розв'язку та ДР в одній моделі Simulink.

## 1.2. Опис лабораторної установки

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері зі встановленим середовищем MATLAB.

## 1.3. Завдання.

Розв'язати чисельно в середовищі Simulink ДР або систему ДР згідно варіанту за табл. 3. (початкові умови нульові,  $t \in [0; \infty)$ ). Правильність розв'язання перевірити шляхом побудови графіка аналітичного розв'язання ДР для перших 20 секунд і порівняння.

Таблиця 3. Варіанти завдань для виконання лабораторної роботи № 1.

Варіант	Рівняння	Варіант	Рівняння
1	$y'' + 3y = 10 \sin(t + 0.4) - 5 \cos(2t)$	6	$y''' + 7y' + 5y = 10 \sin(6t + 0.4)$
2	$\begin{cases} y_1' + 3y_2 + 4y_1 = 2 \sin t + 5 \\ y_2'' + 4y_1' = 0 \end{cases}$	7	$\begin{cases} y_1'' + 3y_1' + 4y_2 = 2e^{-5t} + 5 \sin(t + 4) \\ y_2''' + 3y_1' = t \end{cases}$
3	$y''' + 4y' + 5y = 10e^{-5t} + 5 \sin(3t + 6)$	8	$y''' + 3y' = 10e^{-7t} + 5 \sin(3t + 6) + 7$
4	$\begin{cases} y_1' + 5y_2' + 4y_2 = 2e^{-7t} + 5 \\ y_2'' + 6y_1 = 3 \end{cases}$	9	$\begin{cases} y_1' + 5y_2'' + 4y_1 = 2e^{-7t} + 5 \\ y_2' + 6y_1 = 3 \end{cases}$
5	$y''' + 4y' = 5 \cos(3t + 0.4) - 5e^{-5t}$	10	$y''' + 4y'' + 3y = 7 \cos(8t + 0.2) - 5e^{-2t+1}$

## 1.4. Підготовка до виконання роботи

1. Вивчити короткі теоретичні відомості до лабораторної роботи.

## 1.5. Порядок виконання роботи

1. Аналітично розв'язати ДР або систему ДР згідно варіанту.
2. Записати представлення ДР або системи ДР в формі Коші.
3. Запустити MATLAB і Simulink.
4. В MATLAB створити модель ДР або системи ДР і визначити чисельний розв'язок.
5. Створити звіт за результатами моделювання ДР.
6. Створити модель аналітичного розв'язку ДР і порівняти графіки аналітичного та чисельного розв'язку ДР. Визначити абсолютну похибку (модуль різниці вихідного сигналу обох моделей).
7. Оформити звіт по роботі.



## **1.6. Зміст звіту**

Звіт надається студентами в формі, визначеній згідно ДСТУ 3008-95 “Документація. Звіти у сфері науки і техніки.”. У звіті обов’язково слід навести:

1. Найменування та мету роботи.
2. Короткі теоретичні відомості з теми роботи.
3. Номер завдання та його умову.
4. Аналітичний розв’язок ДР (системи ДР).
5. Роздруковані схеми моделі ДР і аналітичного розв’язку, а також сформований Report generator звіт.
6. Графіки чисельного розв’язку ДР, аналітичного розв’язку і модуля їх різниці

## **1.7. Контрольні запитання**

1. В якому розділі бібліотеки Simulink зібрано блоки, що використовуються найчастіше?
2. Який метод найбільш придатний для розв’язання більшості систем диференціальних рівнянь?
3. Який метод найбільш придатний для розв’язання жорстких систем диференціальних рівнянь?
4. В чому полягає основна ідея побудови Simulink-моделі для розв’язання рівняння?
5. Яким чином можна швидко згенерувати звіт про Simulink-модель?

## **1.8. Список рекомендованої літератури**

1. Лазарев Ю.Ф. MATLAB 5.x. – К.: Издательская группа BHV, 2000 – 384 с.
2. MatLab 6/6.1/6.5 + Simulink 4.5. Основы применения. / Дьяконов В.Н. – М.: СОЛОН – Пресс, 2004 – 768 с.

## Лабораторна робота № 2. Аналіз лінійних систем за допомогою пакета LTI.

**Мета роботи:** Навчитися проводити аналіз лінійних систем за допомогою пакета LTI. Навчитися проводити дослідження лінеаризованих імітаційних моделей суден: аналіз стійкості, аналіз перехідних процесів.

### 2.1. Стислі теоретичні відомості

Аналіз характеристик систем керування методами класичної теорії керування – одна з найбільш розповсюджених практичних задач при моделюванні систем. Визначення стійкості та запасів стійкості системи, характеру та якості перехідного процесу в системі, імпульсної перехідної функції – ось типові завдання, які доводиться вирішувати при проектуванні та аналізі систем керування, а також динаміки різноманітних об'єктів. Застосування аналізу стійкості також дозволяє вирішити чисто математичну задачу – визначення меж стійкості ДР та систем ДР.

Для автоматизації цієї задачі в MATLAB включено пакет LTI. Його використання дозволяє автоматично будувати перехідну та імпульсну перехідну функції, ЛАХ та ЛФЧХ (діаграму Боде), АФЧХ (діаграму Найквіста), визначати запаси стійкості, характеристики перехідного процесу та інші характеристики *лінійної* системи керування.

Лінійною називається система керування, поведінка якої описується лінійним ДР або системою лінійних ДР. Основними характеристиками системи керування є:

1. Статична характеристика – залежність встановленого значення на виході системи від значення на вході.

2. Перехідна функція системи  $h(t)$  - реакція системи на одиничний стрибок вхідної величини за нульових початкових умов.

3. Імпульсна перехідна (вагова) функція системи  $w(t)$  - реакція системи на одиничну імпульсну вхідну дію (удар).

4. Передаточна функція системи  $W(s)$  – відношення зображення за Лапласом вихідної величини до вхідної.

5. Амплітудно-фазово-частотна характеристика (АФЧХ, діаграма Найквіста)  $W(j\omega)$  - характеризує зв'язок амплітуди і фази гармонічних коливань на вході і виході системи.

6. Амплітудна частотна характеристика (АЧХ)  $A(\omega) = |W(j\omega)|$  і фазова частотна характеристика (ФЧХ)  $\varphi(\omega) = \text{Arg}(W(j\omega))$  системи. Побудовані в логарифмічному масштабі частоти АЧХ і ФЧХ називають логарифмічними характеристиками (ЛАХ і ЛФЧХ). ЛАХ і ЛФЧХ, побудовані на двох зв'язаних графіках, також називають діаграмою Боде.

Структура лінійної системи керування, складається з послідовно, паралельно з'єднаних або охоплених зворотнім зв'язком типових ланок. Характеристики типових ланок подано в табл. 4.

Всі ці ланки реалізуються в Simulink блоком Transfer fcn, крім інтегруючого (блок Integrator) та диференціюючого (блок Derivative).

Слід зазначити, що реальні диференціююча, форсуюча та антиколивальна ланки внаслідок обмеженості енергії джерела, що їх живить, мають після певної частоти коливань «провали» в АЧХ і ФЧХ.

Таблиця 4. Характеристики типових лінійних ланок

Назва	$W(s)$	АЧХ	ФЧХ	Примітки
Пропорційне (підсилювальне)	$k$	$k$	0	Безінерційний елемент
Аперіодичне	$\frac{k}{Ts + 1}$	$\frac{k}{\sqrt{1 + T^2 \omega^2}}$	$-\arctg(T\omega)$	Фільтр НЧ (подавляє високі частоти)
Коливальне	$\frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$	$\frac{k}{\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}}$	$-\arctg \frac{2\xi T\omega}{1 - T^2 \omega^2} - \pi n$ n=0 при $\omega \leq 1/T$ n=1 при $\omega > 1/T$	На частоті $1/T$ – резонанс, при великих $\xi$ – дві послідовно з'єднаних аперіодичних ланки
Інтегруюче	$k/s$	$k/\omega$	$-\pi/2$	-
Диференціююче	$ks$	$k\omega$	$\pi/2$	-
Форсуюче	$k(Ts + 1)$	$k\sqrt{1 + T^2 \omega^2}$	$\arctg(T\omega)$	Чутлива до ВЧ шумів
Антиколивальне	$k(T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1)$	$k\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}$	$\arctg \frac{2\xi T\omega}{1 - T^2 \omega^2} + \pi n$ n=0 при $\omega \leq 1/T$ n=1 при $\omega > 1/T$	На частоті $1/T$ – антирезонанс, при великих $\xi$ – 2 послідовно з'єднаних форсуючих ланки

За перехідною функцією системи  $h(t)$  оцінюють характер і якість перехідного процесу, а саме:

1. Процес аперіодичний чи коливний – відсутні чи присутні коливання на виході системи.

2. Процес сходиться чи розходиться.

3. Величина перерегулювання – відношення (в %) висоти максимального значення на виході системи до значення, що встановлюється на виході системи після затухання процесу.

4. Час затухання перехідного процесу – час від початку перехідного процесу, після якого значення вихідної величини не виходить за межі «трубки» навколо встановленого на виході значення (див. рис. 6).

Для працездатності системи керування важливим є поняття її стійкості. Система називається стійкою, якщо вона, будучи виведеною через певну причину зі стану, що встановився, повертається в цей же стан після закінчення дії цієї причини.

Для визначення стійкості системи існує ряд критеріїв. Всі критерії стійкості лінійних систем викладено в [4, 5]. Для практичного використання в пакеті ЛТІ прийнято частотний критерій Найквіста.

Стійкість розімкненої системи (системи з розірваним головним зворотнім зв'язком, рис. 7), найпростіше визначити за алгебраїчним критерієм стійкості: система стійка або на межі стійкості, якщо в неї нема коренів з «+» дійсною частиною, інакше система нестійка.

Критерій Найквіста для замкнутої системи формулюється так:

**А) Якщо розімкнута система стійка.**

**За АФЧХ:** Для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб АФЧХ розімкненої системи при зміні частоти від 0 до  $\infty$  охоплювала т. (-1; 0).

**За ЛАХ і ЛФЧХ:** Замкнута система буде стійкою, якщо ЛФЧХ перетинає  $-\pi$  правіше частоти зрізу системи (частоти, на якій ЛАХ  $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 0$ , і після якої (при зростанні  $\omega$ )  $L(\omega) < 0$ ). Якщо точок перетину рівня 0 ЛАХ і/або рівня  $-\pi$  ЛФЧХ кілька, то замкнута система буде стійкою, якщо на ділянках, де  $L(\omega) > 0$ , ЛФЧХ або не перетинає  $-\pi$  ні разу, або перетинає парне число раз.

**Б) Якщо розімкнута система нестійка.**

**За АФЧХ:** Нехай розімкнута система має  $l$  коренів з «+» дійсною частиною. Тоді для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб лівіше точки (-1;0) число «+» і «-» переходів через дійсну вісь дорівнювало точно  $l/2$ . «+» вважається перехід згори вниз (в бік зростання фази); «-» - знизу вгору.

**За ЛАХ і ЛФЧХ:** Нехай розімкнена система має  $l$  коренів з «+» дійсною частиною. Замкнута система буде стійкою тоді і тільки тоді, коли різниця між кількістю «+» і «-» переходів ЛФЧХ через лінію  $-\pi$  точно дорівнює  $l/2$ . «+» вважається перехід знизу вгору (в бік зростання фази). Якщо ЛФЧХ починається у  $-\infty$  на лінії  $-\pi$ , це вважається за  $1/2$  переходу.

Тепер, виклавши основи теоретичних знань з теорії лінійних систем керування, перейдемо до аналізу моделі судна.

За даними, наведеними в [3], модель судна як об'єкта керування в системі автоматичного керування зазвичай описується у виді

$$\frac{d^2 \omega}{dt^2} + 2r' \frac{d\omega}{dt} + q' \omega + f(\omega) = -s'_{31} \frac{d\beta}{dt} + s'_{\omega} \beta, \quad (3)$$

де  $\omega$  - кутова швидкість зміни курсу судна,  $\beta$  - кут перекладки стерна;  $2r' = r'_{31} + q'_{21}$ ,  $q' = r'_{31} q'_{21} - r'_{21} q'_{31}$ ,  $s'_{\omega} = q'_{31} s'_{21} - q'_{21} s'_{31}$ , а  $q'_{ij}$ ,  $r'_{ij}$ ,  $s'_{ij}$  - гідродинамічні коефіцієнти судна і стерна. Ці коефіцієнти взагалі не є сталими і суттєво залежать від завантаження і швидкості судна. Однак, для даних умов плавання (завантаження і швидкість сталі) їх можна вважати сталими.

Функція  $f(\omega)$  є нелінійною, її вид визначається безпосередньо по діаграмі керованості судна – його статичній характеристиці. Для моделювання поведінки судна з достатньою точністю можна вважати, що  $f(\omega) = d'_c |\omega| \omega$  або ж (за даними зарубіжних авторів)  $f(\omega) = c \omega^2$  ( $c$  і  $d'_c$  - сталі коефіцієнти).

Тоді, підставивши в (3) вираз для  $f(\omega)$  і перейшовши до операторного запису ( $p = d/dt$ ), отримаємо, що

$$(T_2 p^2 + T_1 p \pm 1 + d'_c |\omega|) \omega = k_c (1 + \tau_1 p) \beta, \quad (4)$$

або

$$(T_2 p^2 + T_1 p \pm 1 + c' \omega) \omega = k_c (1 + \tau_1 p) \beta, \quad (5)$$

де  $T_2 = 1/q'$ ,  $T_1 = 2r'/q'$ ,  $d_c = d'_c/q'$ ,  $k_c = s'_\omega/q'$ ,  $\tau_1 = -s'_{31}/s'_\omega$ ,  $c' = c/q'$ . Для неасимптотично стійких на курсі суден в лівій частині (4) і (5) ставимо знак «+», для нестійких – «-».

Попередньо стійкість судна можна визначити за видом діаграми керованості  $\omega_{\text{стан}} = f(\beta)$  або за критерієм, запропонованим Г.В. Соболевим: асимптотично стійким на курсі вважаємо судно, параметри якого задовольняють нерівність  $\delta(B/T) < \pi/2$ , де  $\delta$  - коефіцієнт повноти корпусу,  $B$  - ширина судна,  $T$  - осадка судна.

Моделі (4) і (5) дають за даними [3] близькі результати для неасимптотично стійких та нестійких суден як при малих, так і при великих кутах перекладки стерна. Однак нелінійні моделі не зручні для аналізу і синтезу систем керування. Для аналізу і синтезу систем керування по курсу, основним режимом роботи яких є режим стабілізації судна на прямому курсі, можна користуватись лінеаризованою моделлю, що визначається рівнянням

$$(T_2 p^2 + T_1 p \pm 1) \omega = k_c (1 + \tau_1 p) \beta \quad (6)$$

Знак у лівій частині (6) визначається стійкістю судна.

Прийнявши за вихідну функцію в (6) кут відхилення від курсу  $\alpha$ , маємо, що

$$p(T_2 p^2 + T_1 p \pm 1) \alpha = k_c (1 + \tau_1 p) \beta.$$

Перейшовши до передаточної функції по керуючій дії, отримуємо, що судно має наступну передаточну функцію по керуючій дії:

$$W_\beta(s) = \frac{\alpha(s)}{\beta(s)} = \frac{k_c (1 + \tau_1 s)}{s(T_2 s^2 + T_1 s \pm 1)} \quad (7)$$

Знак у знаменнику (7) знов-таки визначається стійкістю судна. Така система може бути представлена як послідовне з'єднання трьох ланок – коливальної, форсуючої та інтегратора. Ці ланки також можна замінити одною, з передаточною функцією  $W(s) = \frac{k_c (1 + \tau_1 s)}{s(T_2 s^2 + T_1 s \pm 1)}$ .

Як приклад проведемо аналіз стійкості та перехідного процесу системи, показаної на рис. 5. Таку схему має модель неасимптотично стійкого судна з приводом стерна, описаним елементом типу «аперіодична ланка», охоплена зворотнім зв'язком.

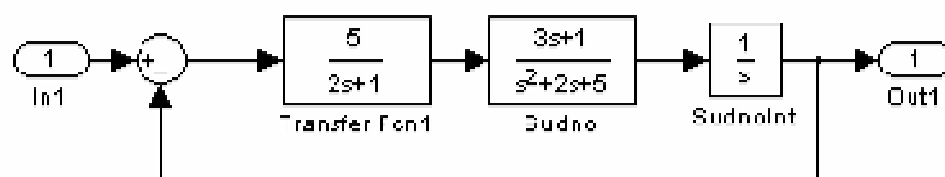


Рис. 5. Система, призначена для аналізу перехідного процесу.

Для початку проаналізуємо перехідний процес. Для цього на вхід і вихід системи замість генератора сигналу і осцилографа підключаємо блоки входу і виходу (In1 та Out1). Після цього вибираємо пункт меню «Tools\Control Design\Linear analysis». На екрані з'являється вікно «Control and estimation tools manager». В цьому вікні в дереві зліва вибираємо «Linearization task» і клацаємо по кнопці «Linearize model». На екрані з'явиться вікно «LTI Viewer». У спливаючому меню вибираємо пункт «Plot types\Step» (перехідна функція), а потім – «Characteristics\Peak Response» (амплітуда піка, перерегулювання), «Characteristics\Settling time» (час затухання), «Characteristics\Steady state» (стале значення). Вказані характеристики показано на графіку синіми кругами (рис. 6). Якщо клацнути мишею по кругу, на графіку будуть виведені відповідні значення параметрів, визначені LTI Viewer. Проценти для побудови «трубки» при визначенні часу затухання можна встановити у вікні «Property Editor\Step Response» в полі «Show settling time within» на вкладці «Options». Для виклику цього вікна треба у вікні «LTI Viewer» активізувати пункт меню «Edit\Viewer preferences».

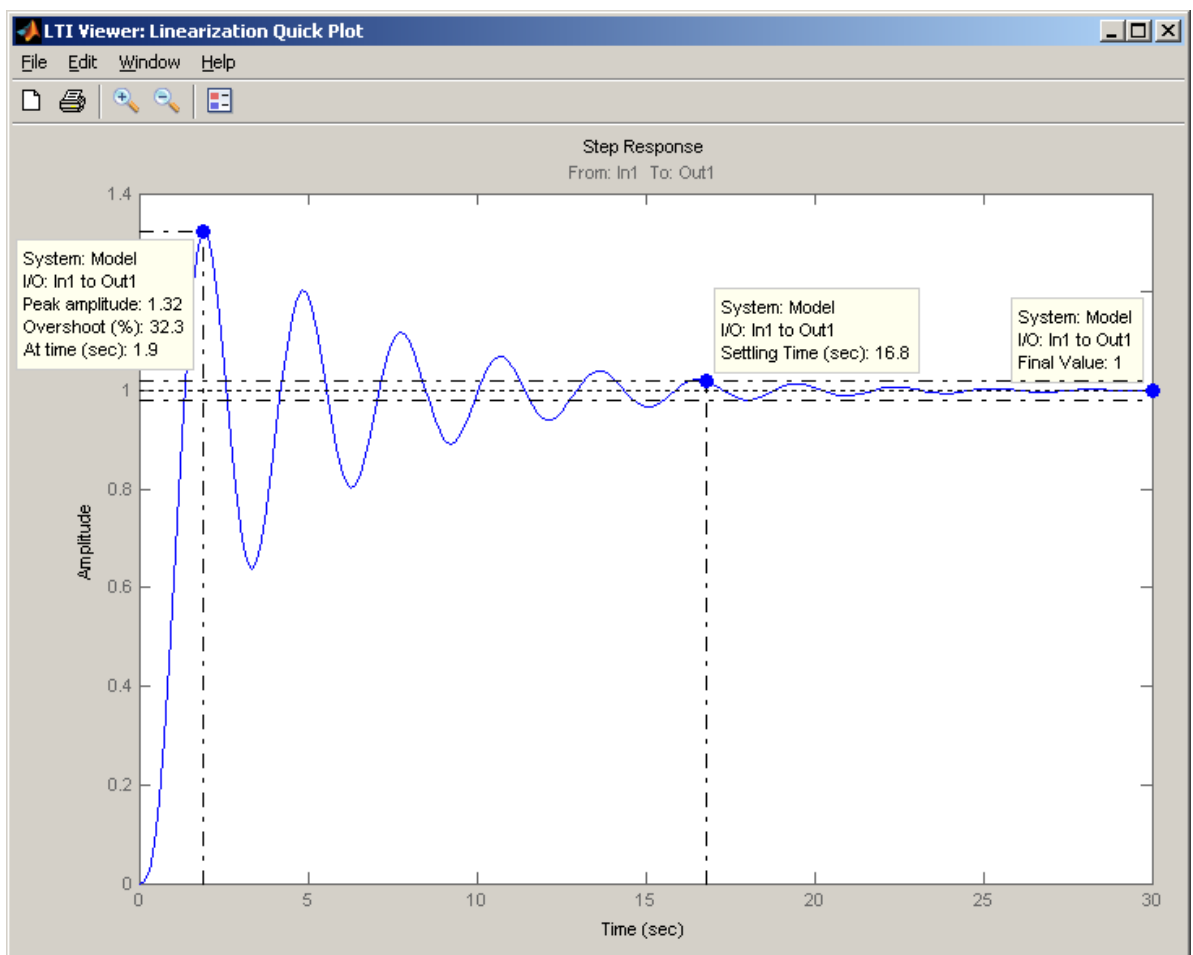


Рис. 6. Перехідний процес у замкнутій системі

Для аналізу стійкості замкнутої системи за критерієм Найквіста засобами LTI перш за все треба розімкнути зворотній зв'язок (рис. 7), і знову вибрати пункт меню «Tools\Control Design\Linear analysis».

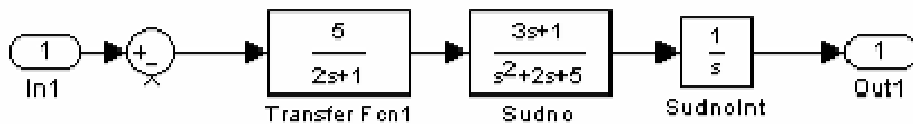


Рис. 7. Розімкнена система з під'єднаними входом і виходом

У вікні «Control and estimation tools manager» в дереві зліва вибираємо «Linearization task (2)», і клацаємо по кнопці «Linearize model». У вікні «LTI Viewer» вибираємо пункт «Plot types\Bode», а потім – «Characteristics\All Stability Margins» (запаси стійкості). Вказані характеристики системи знов-таки показано на графіку синіми кругами (рис. 8). Якщо клацнути мишею по кругу, на графіку будуть виведені відповідні значення параметрів, визначені LTI Viewer – запаси стійкості за амплітудою та фазою, а також висновок про стійкість або нестійкість замкнутої системи.

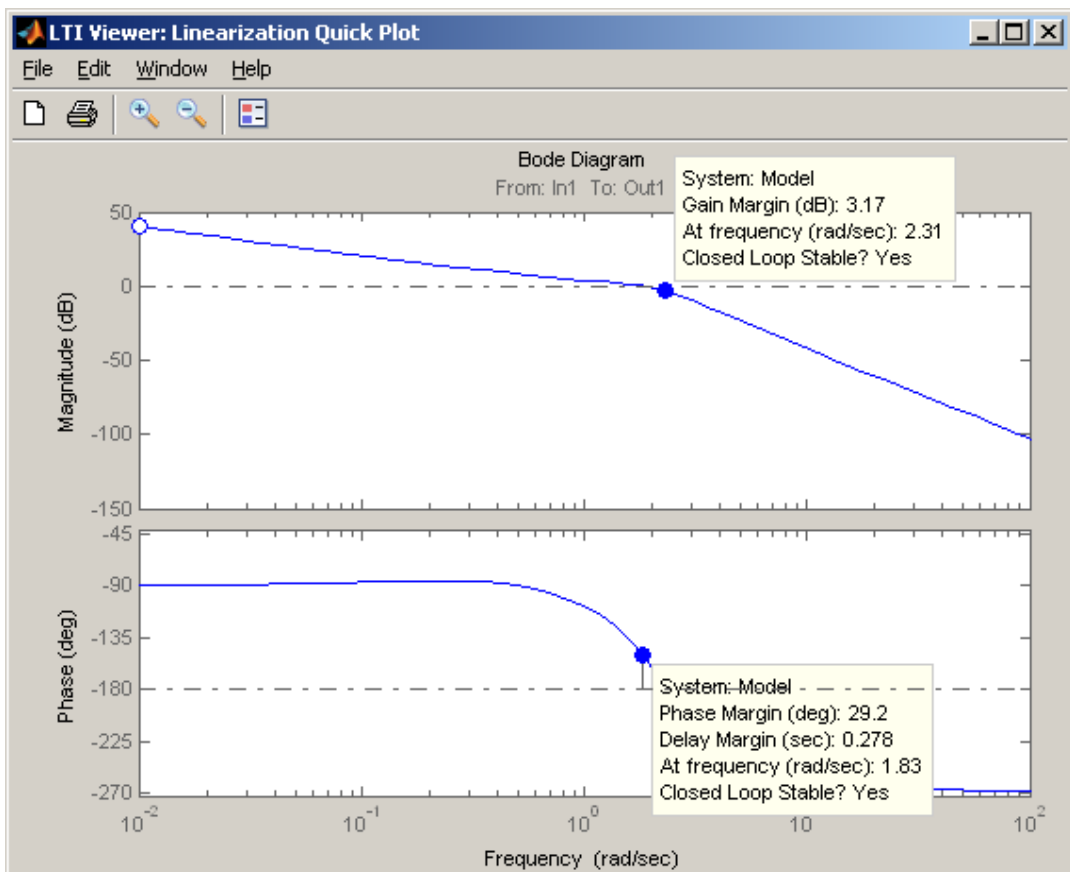


Рис. 8. ЛАХ і ЛФЧХ розімкненої систем з запасами стійкості.

Окрім зазначених характеристик, можлива також побудова імпульсної перехідної функції («Plot types\Impulse»), АФЧХ («Plot types\Nyquist»), нулів і полюсів системи («Plot types\Zero pole»). Як приклад, на рис. 9 наведено діаграму Найквіста (АФЧХ) з запасами стійкості.

Лінійний аналіз за допомогою ЛТІ в принципі можна застосовувати і для аналізу систем зі слабкими нелінійностями. Однак, у випадку аналізу нелінійних моделей рекомендується все ж застосовувати інші методи, т. як лінеаризація може суттєво вплинути на динаміку системи. Лінеаризація ж системи в певному робочому режимі може бути корисною лише для розрахунків систем, які працюють у стаціонарному чи квазістаціонарному режимі.

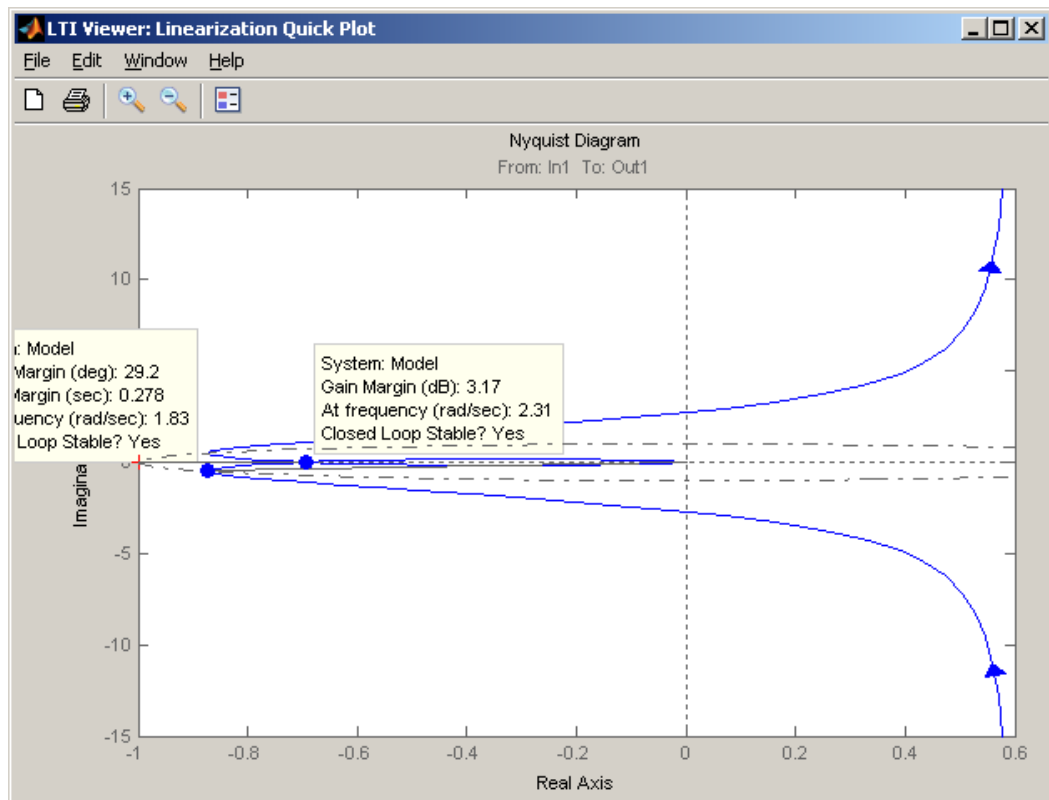


Рис. 9. АФЧХ розімкнутої системи з запасами стійкості.

## 2.2. Опис лабораторної установки

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері зі встановленим середовищем MATLAB.



### 2.3. Завдання.

Для лінійної імітаційної моделі судна згідно варіанту визначити стійкість та запаси стійкості системи, характер, час перехідного процесу та перерегулювання. Визначення запасів стійкості провести як за ЛАХ і ЛФЧХ, так і за АФЧХ. Характер перехідного процесу в системі перевірити шляхом безпосереднього моделювання в Simulink.

Таблиця 5. Варіанти завдань для виконання лабораторної роботи № 2.

Варіант	Судно	$k_c$	$T_2$	$T_1$	$\tau_1$
1	стійке	1,7E-2	9	12	0,1
2	нестійке	2,1E-2	20	14	0,2
3	стійке	2,38E-2	42	16	0,15
4	нестійке	1,5E-2	30	15	0,1
5	стійке	2,3E-2	90	17	0,2
6	нестійке	2,12E-2	65	19	0,15
7	стійке	1,2E-2	80	26	0,1
8	нестійке	1,4E-2	120	48	0,2
9	стійке	1,6E-2	140	57	0,15
10	нестійке	1,9E-2	170	32	0.12

### 2.4. Підготовка до виконання роботи

1. Вивчити короткі теоретичні відомості до лабораторної роботи.

### 2.5. Порядок виконання роботи.

1. Запустити MATLAB і Simulink.
2. Створити схему системи - судна згідно варіанту (додаткових ланок, як у прикладі, вставляти не потрібно).
3. Вставити в систему на вхід блок Step, а на вихід – Scope.
4. Змоделювати перехідний процес і зберегти його графік. За графіком визначити характер процесу, перерегулювання і час перехідного процесу.
5. Відключити Step і Scope, підключити на вхід системи блок In, а на вихід – Out.
6. За допомогою LTI Viewer визначити параметри перехідного процесу.
7. Розімкнути зворотній зв'язок системи і за допомогою LTI Viewer визначити за ЛАХ і ЛФЧХ та за АФЧХ розімкненої системи стійкість замкненої системи та запаси стійкості.
8. Оформити звіт по роботі.

### 2.6. Зміст звіту

Звіт надається студентами в формі, визначеній згідно ДСТУ 3008-95 “Документація. Звіти у сфері науки і техніки.”. У звіті обов'язково слід навести:

1. Найменування та мету роботи.

2. Короткі теоретичні відомості з теми роботи.
3. Номер завдання та його умову.
4. Схема системи.
5. Результати моделювання перехідного процесу та вікна з визначеним перехідним процесом, ЛАХ і ЛФЧХ та АФЧХ системи.
6. Графіки чисельного розв'язку ДР, аналітичного розв'язку і модуля їх різниці. Параметри перехідного процесу та запаси стійкості слід показати у вікнах з графіками (за аналогією з рис. 6, 8, 9).

### **2.7. Контрольні запитання**

1. Назвіть основні характеристики системи керування.
2. Назвіть основні типи динамічних ланок та їх передаточні функції.
3. Назвіть характеристики та величини, за якими оцінюють характер і якість перехідного процесу.
4. Яка система керування називається стійкою?
5. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста за АФЧХ.
6. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста за ЛАХ та ЛФЧХ.

### **2.8. Список рекомендованої літератури**

1. Березин С.Я., Тетюев Б.А. Системы автоматического управления движением судна по курсу. – Л.: Судостроение, 1990. – 256 с.: ил.
2. Александров Є.Є., Козлов Е.П., Кузнецов Б.І. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами: Підручник у 3-х томах. Т.1. Теорія автоматичного керування. / За заг. ред. Александрова Є.Є. – Харків: НТУ «ХП», 2002 – 490 с.
3. Теория систем автоматического управления / Бесекерский В.А., Попов Е.Н. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб, Изд-во «Профессия», 2003 – 752 с. - (Серия: Специалист).
4. Артюшин Л.М., Машков О.А., Сивов Н.С.. Теория автоматического управления. – К.: Киевский институт ВВС, 1995 – 628 с.

## Лабораторна робота № 3. Аналіз нелінійних систем в Simulink.

**Мета роботи:** Навчитись застосовувати Simulink для аналізу нелінійних систем. Ознайомитись з методом фазової площини та методом гармонічної лінеаризації. Провести дослідження імітаційних моделей приводів стерна з нелінійними елементами.

### 3.1. Стислі теоретичні відомості

Simulink дозволяє шляхом імітаційного моделювання аналізувати поведінку нелінійних систем. Одним з поширених якісних методів дослідження нелінійних систем є метод фазової площини. Розглянемо рівняння, що описує коливання матеріальної системи з одним ступенем вільності

$$x'' + f(x, x') = 0, \quad (8)$$

де  $f(x, x')$  – нелінійна функція  $x$  та  $x'$ . Якщо ввести змінну  $y = x'$ , можна (8) подати у вигляді системи ДР

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -f(x, y) \end{cases} \quad (9)$$

Ця система є окремим випадком системи більш загального виду

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y); \quad \frac{dy}{dt} = Q(x, y) \quad (10)$$

Щоб якісно розв'язати рівняння (9) і (10), слід розглянути  $x$  і  $y = x'$  як координати точки на декартовій площині, яку називають фазовою площиною. Кожному стану системи на фазовій площині відповідає фазова точка; зі зміною часу точка переміщується, утворюючи фазову траєкторію. Сукупність фазових траєкторій за даних параметрів системи називають фазовим портретом.

Розглянемо загальний випадок, що описується рівняннями (10). В особливих точках  $P(x, y) = 0, Q(x, y) = 0$ . Нехай  $P(x, y), Q(x, y)$  – дійсні аналітичні функції, причому особливі точки – ізольовані, тобто кількість особливих точок у будь-якому обмеженому околі скінчена. Покладемо в околі особливої точки  $(x_0, y_0)$

$$x = x_0 + \delta x, \quad y = y_0 + \delta y. \quad (11)$$

Підставивши (11) у (10) і розклавши результат в ряд Тейлора в околі точки  $(x_0, y_0)$ , маємо лінійні ДР у варіаціях (доданками другого і вищих порядків у розкладі в ряд нехтуємо):

$$\frac{d\delta x}{dt} = c\delta x + d\delta y; \quad \frac{d\delta y}{dt} = a\delta x + b\delta y \quad (12)$$

Коефіцієнти визначаються з виразів:

$$a = \left. \frac{\partial Q(x, y)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}}, \quad b = \left. \frac{\partial Q(x, y)}{\partial y} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}}, \quad c = \left. \frac{\partial P(x, y)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}}, \quad d = \left. \frac{\partial P(x, y)}{\partial y} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \quad (13)$$

Характеристичне рівняння системи (7)  $p^2 - (b + c)p - (ad - bc) = 0$

За даними [1], характер поведінки фазових траєкторій має представлений в табл. 6 вид.

На рис. 10 показано всі види особливих точок. Стійкі фокус і вузол характерні тим, що фазові траєкторії сходяться в особливу точку. У випадку нестійкого фокуса і вузла інтегральні криві (фазові траєкторії) розходяться від особливої точки.

Таблиця 6. Характер поведінки фазових траєкторій для системи ДР (12).

$(b - c)^2 + 4ad < 0$	$b + c \neq 0$ - фокус $b + c = 0$ - центр	$b + c < 0$ - стійкий фокус $b + c > 0$ - нестійкий фокус
$(b - c)^2 + 4ad = 0$	вузол	$b + c < 0$ - стійкий вузол $b + c > 0$ - нестійкий вузол
$(b - c)^2 + 4ad > 0$	$ad - bc < 0$ - вузол $ad - bc > 0$ - сідло	$b + c < 0$ - стійкий вузол $b + c > 0$ - нестійкий вузол

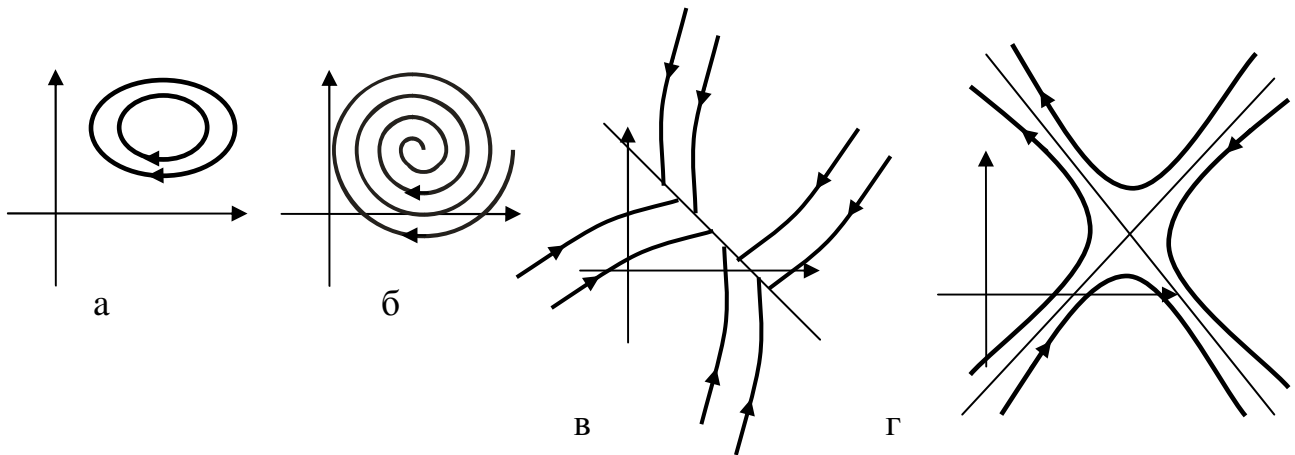


Рис. 10. Види особливих точок: а – центр, б – фокус, в – вузол, г- сідло.

У слідкуючих системах стерна (руля) судна найчастіше мають місце нелінійності наступних типів:

1. Насичення (блок Saturation) – у кінцевих підсилювачах (електромашинному або гідравлічному); насичення настає при значних вхідних сигналах внаслідок обмеженої потужності підсилювача. Як показано в [3], при всіх значеннях амплітуд вхідного сигналу коефіцієнт підсилення ланки з насиченням буде менше, ніж у ланки без насичення, що сприяє підвищенню стійкості системи. Якість системи при цьому знижується.

2. Нелінійність, зумовлена моментом опору на баллері стерна має вигляд, показаний на рис. 11.

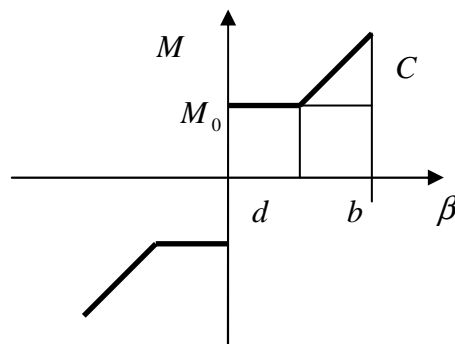


Рис. 11. Нелінійність, зумовлена моментом опору на баллері стерна

Нелінійність такого типу моделюється функцією MATLAB (блок Embedded MATLAB fcn) з наступним кодом:

```
function M = baller(beta)
%Константи
M0=10;
d=2;
b=5;
C=10;
%Обчислення
if (abs(beta)<d)
    M=sign(beta)*M0;
else
    bt=abs(beta);
    M=sign(beta)*(M0+(bt-d)*C/b);
end
```

За даними [3], наявність моменту опору на баллері стерна сприяє збільшенню запасів стійкості системи керування.

3. Нелінійність виду люфту (блок Backlash). Якщо жорсткий обернений зв'язок слідкуючої системи охоплює таку нелінійність (характерну для секторного приводу), то її слід обов'язково враховувати. У випадках, коли такого охопту немає (сельсин або ЛВТ обертається від вала виконуючого двигуна через спеціальну малопотужну механічну передачу), таку нелінійність можна не враховувати. Нелінійність типу люфту знижує запаси стійкості в слідкуючій системі.

4. Нелінійність виду зони нечутливості (блок Dead zone). Вплив її на стійкість системи аналогічний впливу насичення (збільшення стійкості системи). В деяких системах таку нелінійність вводять спеціально для зменшення числа кладок стерна в погану погоду (регулятор погоди).

5. Нелінійність типу реле (блок Relay). Слід зазначити, що блок реалізує достатньо релейну функцію ідеального реле або двопозиційного поляризованого реле (з гістерезисом). Якщо необхідно змоделювати трипозиційне поляризоване реле (з зоною нечутливості), можна скористатись схемою, показаною на рис. 12, блок Relay слід налаштувати на роботу в режимі ідеального реле (без гістерезису). При моделюванні нелінійність типу реле слід обов'язково враховувати, оскільки наявність такої нелінійності може призводити до автоколивань у системі.

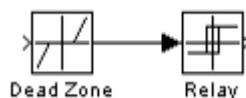


Рис. 12. Моделювання трипозиційного поляризованого реле

Більшість точних методів дослідження стійкості нелінійних систем придатні лише для вирішення найпростіших задач. Для дослідження слідкуючих систем керування стерна найчастіше застосовують метод гармонічного балансу [3, 6] (він дає малу похибку, оскільки об'єкт керування – судно є хорошим фільтром низьких частот). Для застосування методу систему керування

розглядають як таку, що складається зі стаціонарних лінійних та без інерційних нелінійних ланок (рис.13).

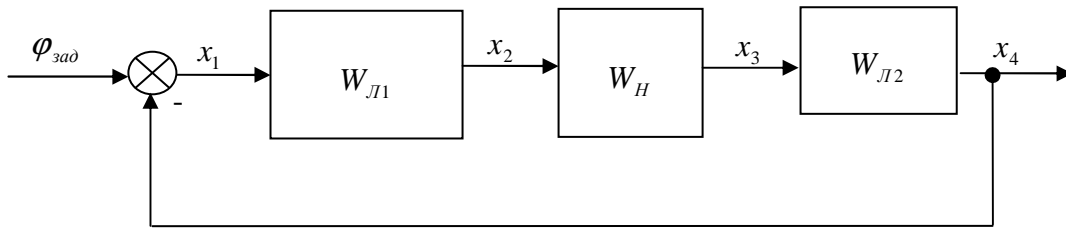


Рис. 13. Система з нелінійним елементом  $W_H$  та лінійними  $W_{Л1}$  і  $W_{Л2}$

Суть методу гармонічного балансу полягає в заміні нелінійного елемента еквівалентним лінійним; лінеаризований нелінійний елемент при гармонічній лінеаризації еквівалентний нелінійному лише на частоті першої гармоніки розкладу вихідного сигналу елемента в ряд Фур'є. Нехай управляюча дія  $\varphi_{зад}$  на вході відсутня, система знаходиться на межі стійкості і в ній виникли незатухаючі коливання частоти  $\omega$  і амплітуди  $A$  на вході нелінійного елемента. Тоді в першому наближенні рівняння вільних коливань системи буде

$$1 + W_n(A, \omega)W_{Л1}(j\omega)W_{Л2}(j\omega)k_{обзв} = 0 \quad (14)$$

Тут  $W_i(\dots)$  – передаточні функції ланок,  $k_{обзв}$  – коефіцієнт оберненого зв'язку. Еквівалентна комплексна передаточна функція нелінійної системи  $W_{екв}(A, \omega) = W_n(A, \omega)W_{Л1}(j\omega)W_{Л2}(j\omega)k_{обзв}$ ; обернена величина  $Y_{екв}(A, \omega) = 1/W_{екв}(A, \omega)$ .

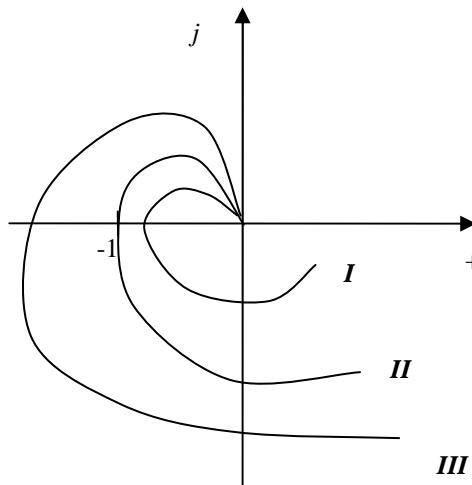


Рис. 14. Еквівалентні обернені АФЧХ системи

Для дослідження стійкості системи можна побудувати ряд графіків характеристики  $Y_{екв}(A, \omega)$  [3] при різних значеннях  $a$ , як це показано на рис. 14. Якщо крива оберненої АФЧХ охоплює точку  $(-1; j0)$  (крива III), то система стійка; коли не охоплює (крива I) – нестійка. Гранична крива оберненої АФЧХ II проходить через точку  $(-1; j0)$ . Якщо при збільшенні амплітуди на величину  $\Delta a$  відносно амплітуди граничної кривої вид кривої зміниться з II на III, а при зменшенні – з II на I, то коливання при збільшенні амплітуди сходяться до граничного циклу, а при зменшенні розходяться, і в системі виникають

автоколювання. У протилежному випадку досліджуване періодичне рішення нестійке (система стійка в малому і нестійка в великому). Величини  $A$  і  $\omega$ , що відповідають граничному циклу, можна знайти при модулі оберненої АФЧХ системи, рівному 1, і її фазі, рівній  $180^\circ$ .

Для практичного застосування більш зручним є метод Гольдфарба, який є варіантом описаного вище метода. Для використання цього методу слід знов-таки замінити нелінійний елемент еквівалентним лінійним. Перепишемо (14) у виді

$$1 + W_n(A, \omega)W_L(j\omega) = 0 \quad (15)$$

де  $W_L(j\omega) = W_{л1}(j\omega)W_{л2}(j\omega)k_{обзв}$  – передаточна функція лінійної частини системи. Пронормуємо (15) (коефіцієнт нормування  $N$  залежить від виду нелінійної ланки), і отримаємо, що  $1 + W_{ЕкО}(A, j\omega)W_L(j\omega) = 0$ , або ж  $NW_L(j\omega) = -\frac{1}{W_{ЕкО}(A, j\omega)}$ , де  $W_{ЕкО}(A, j\omega)$  – нормована еквівалентна характеристика нелінійного елемента.

Враховавши, що обернена нормована еквівалентна характеристика нелінійного елемента  $M_{НО}(A, j\omega) = -\frac{1}{W_{ЕкО}(A, j\omega)}$ , маємо рівняння автоколювань у виді

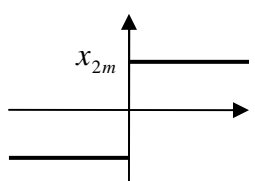
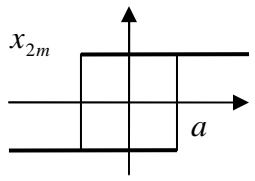
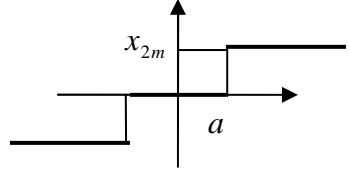
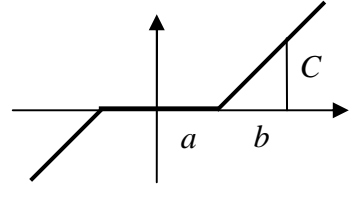
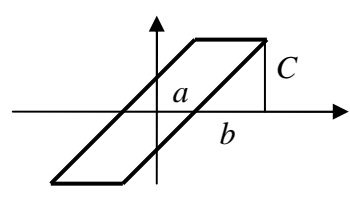
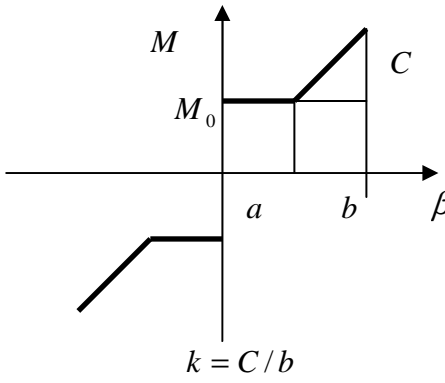
$$NW_L(j\omega) = M_{НО}(A, j\omega) \quad (16)$$

Якщо рівняння (16) вирішувати аналітично, то амплітуду і фазу автоколювань у системі визначають відповідно амплітуда і фаза комплексного розв'язку. Графічним способом можна розв'язати цю задачу, побудувавши графіки АФЧХ  $NW_L(j\omega)$  лінійної частини системи, помножену на  $N$ , і обернену нормовану еквівалентну характеристику нелінійного елемента  $M_{НО}(A, j\omega)$  на одній комплексній площині. Якщо ці характеристики не перетинаються, то автоколювань у системі немає. Інакше, частоту автоколювань  $\omega$  визначають по АФЧХ  $NW_L(j\omega)$ , а амплітуду – по характеристиці  $M_{НО}(A, j\omega)$ . Якщо ця характеристика неоднозначна, то точці перетину відповідає кілька значень амплітуд і частот.

Стійкість автоколювань визначають наступним чином: коли, рухаючись по характеристиці  $M_{НО}(j\omega)$  у напрямку збільшення амплітуди вхідного сигналу нелінійного елемента  $a$ , ми входимо всередину контуру АФЧХ лінійної частини, то колювання нестійкі; якщо виходимо – то стійкі.

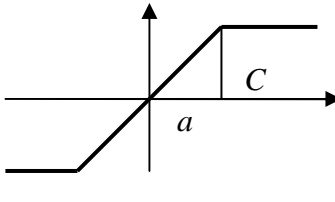
Нормовані обернені еквівалентні характеристики типових нелінійностей та нормуючі коефіцієнти наведено в табл. 7; зміст параметрів ланок зрозумілий з рисунків.

Таблиця 7. Характеристики типових нелінійностей

Нелінійність	Зображення	$M_{HO}$	$N$
Ідеальне реле		$-\frac{\pi A}{4}$	$x_{2m}$
Двопозиційне поляризоване реле		$-\frac{\pi}{4}(\sqrt{(A/a)^2 - 1} + j \cdot 1)$	$\frac{x_{2m}}{a}$
Трипозиційне поляризоване реле		$-\frac{\pi(A/a)^2}{4\sqrt{(A/a)^2 - 1}}$	$\frac{x_{2m}}{a}$
Зона нечутливості		$-\pi \frac{A}{a} + 2\sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} + 2\frac{A}{a} \arcsin \frac{a}{A}$	$k$
Люфт		$-\frac{\pi}{q^2 + b^2}(q - jb)$ , де $q = \frac{\pi}{2} + \frac{a}{A} - 3\left(\frac{a}{A}\right)^2 + 2\left(\frac{a}{A}\right)^3$ , $b = 4\left(\frac{a}{A} - 1\right)\frac{a}{A}$	$k$
Опір на балері стерна		$-\frac{\pi}{q^2 + b^2}(q - jb)$ , де $q = \frac{4M_0}{\pi A k} + \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{2} \frac{a}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arcsin \frac{a}{A} \right) - \frac{2}{\pi} \frac{a}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2}$ $b = \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{a}{A} \right] - \frac{a}{A} \right)$	$k$



Продовження Таблиці 7.

Нелінійність	Зображення	$M_{HO}$	$N$
Насичення	 <p style="text-align: center;"><math>k = C/a</math></p>	$-\frac{\pi}{2 \left( \arcsin \frac{a}{A} + \frac{a}{A} \sqrt{1 - \left( \frac{a}{A} \right)^2} \right)}$	$k$

Для реалізації метода Гольдфарба в MATLAB необхідно перш за все побудувати АФЧХ лінійної частини системи, помноживши її на нормувальний коефіцієнт  $N$ . Домноження на  $N$  доцільно виконати в моделі шляхом включення додаткового підсилювача, а для побудови АФЧХ слід скористатись LTI Viewer (див. лабораторну роботу №2). Після цього слід побудувати графік  $M_{HO}$  і знайти точки перетину  $M_{HO}$  і  $NW_L$ , визначити наявність і стійкість автоколивань.

Як приклад, розглянемо спрощену систему керування стерном, показану на рис. 15. Перша ланка – підсилювач і форсуюча ланка, друга – двигун, третя – насичення через обмежену потужність двигуна.

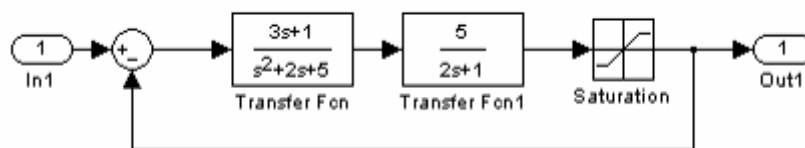


Рис. 15. Нелінійна система, призначена для аналізу.

В даному випадку у блоці насичення  $k = 1, a = 1$ , тобто  $N = 1$ . Для побудови АФЧХ лінійної частини системи виключаємо з системи блок Saturation, підключаємо вхід і вихід, як це показано на рис. 16, викликаємо LTI Viewer і будуємо АФЧХ (див. лабораторну роботу №2).

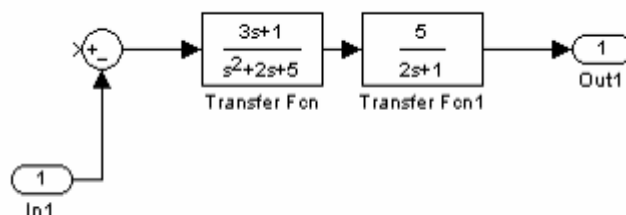


Рис. 16. Схема для визначення АФЧХ лінійної частини

Після визначення АФЧХ у вікні «LTI Viewer» вибираємо пункт меню «File\Print to figure». На екрані буде створене вікно «Figure 1», в якому відображена АФЧХ.

Для створення графіка  $M_{HO}$  і визначення параметрів автоколивань необхідно виконати такі дії:

1. Перейти у вікно MATLAB «Command».

2. Створити змінну командою  $s=1.01:0.01:12$  (діапазону  $A/a \in (1;12]$  достатньо для більшості задач);
3. Створити змінну  $M_{HO}=f(s)$ , де  $f(s)$  – вираз для обчислення  $M_{HO}$  за табл. 7.
4. Створити змінні  $re_x=\text{real}(M_{HO})$ ;  $im_x=\text{imag}(M_{HO})$ , необхідні для побудови
5. У вікні «Figure 1» вибрати пункт меню «View\Plot browser». Клацнути по графіку, потім по кнопці «Add data», і у вікні вибору даних вибрати для осі x –  $re_x$ , для осі y –  $im_x$  (рис. 17). Клацнувши по кривій  $M_{HO}$ , вибрати у вікні властивостей графіка інший колір.

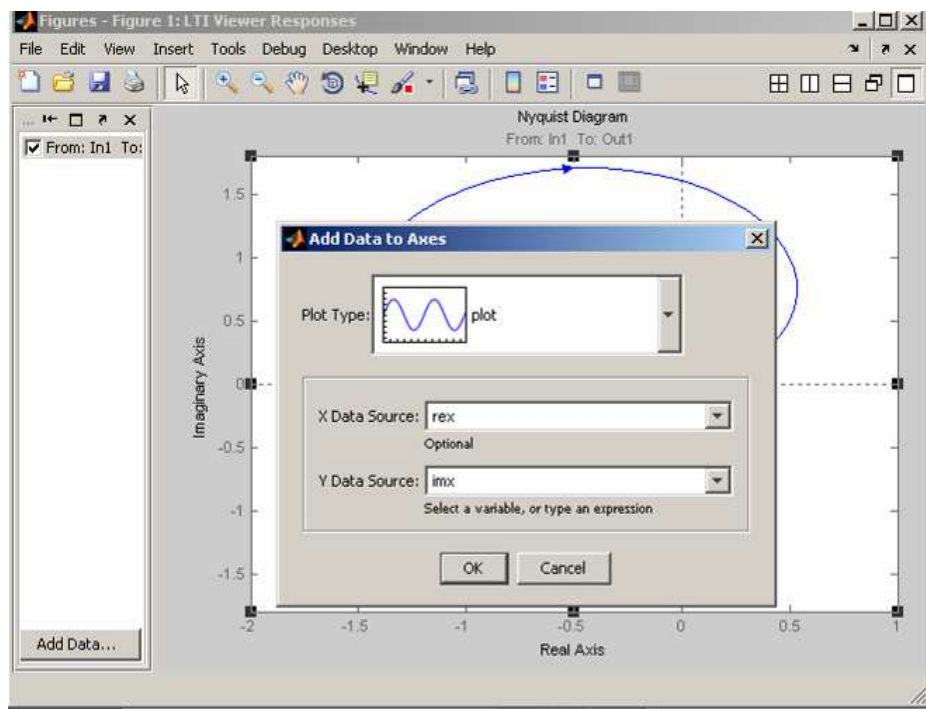


Рис. 17. Вибір даних для побудови графіка  $M_{HO}$ .

6. Закрити «Plot browser» і вікно властивостей (хрестики у відповідних частинах екрану).
7. За допомогою команди «Tools\Data cursor», клацаючи мишею по графіку, знайти частоту і значення  $M_{HO}$  в точці перетину. Для даної системи  $M_{HO} = 1,298$ , а  $\omega = 0,478 \text{ рад/с}$ .
8. Побудувати командою  $\text{plot}(s, M_{HO})$  графік залежності  $M_{HO}$  від  $A/a$  (рис. 18). За графіком за допомогою команди «Tools\Data cursor», клацаючи мишею по графіку, знайти значення  $A/a$ , що відповідає знайденому  $M_{HO}$ .

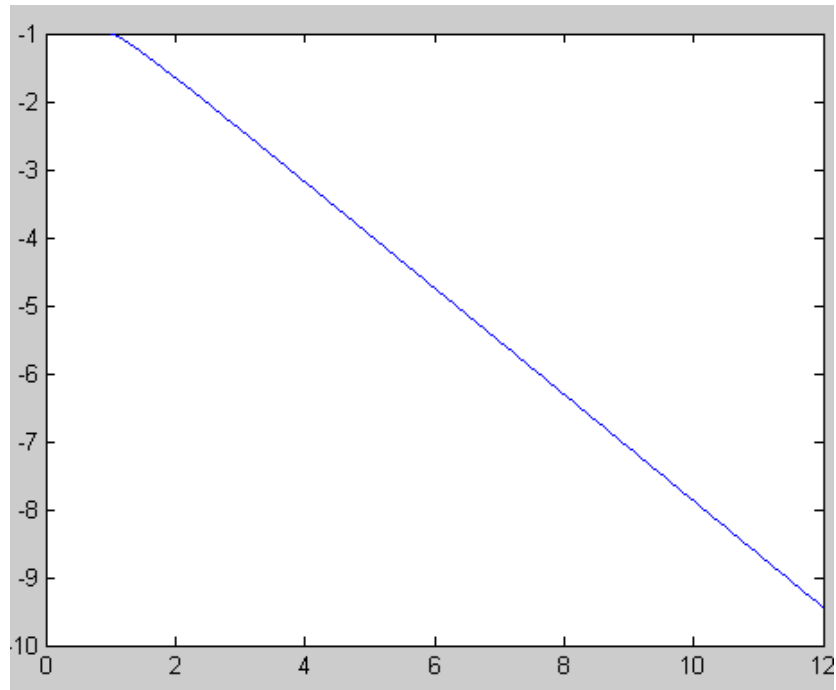


Рис. 18. Графік  $M_{HO}(A/a)$ .

9. Оскільки при збільшенні  $A/a$   $M_{HO}$  спадає, то графік  $M_{HO}$  виходить з контуру АФЧХ лінійної частини, тобто автоколивання будуть стійкими.

Для перевірки правильності моделювання на вхід системи слід подати синусоїдальний сигнал, а на виході застосувати блок «XY Graph», який буде зображати фазовий портрет системи (рис. 19). Суттєвим недоліком блока XY Graph є відсутність автоматичного масштабування осей даних. Тому, як правило, після запуску моделювання системи доводиться виставляти масштаби осей вручну через вікно властивостей блока.

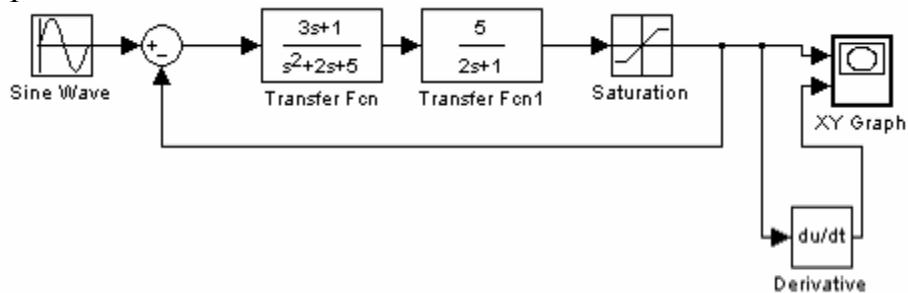


Рис. 19. Схема для перевірки режиму автоколивань

Фазові портрети системи при різних значеннях амплітуди на вході показують наявність стійких автоколивань (граничний цикл) у системі на визначеній частоті.

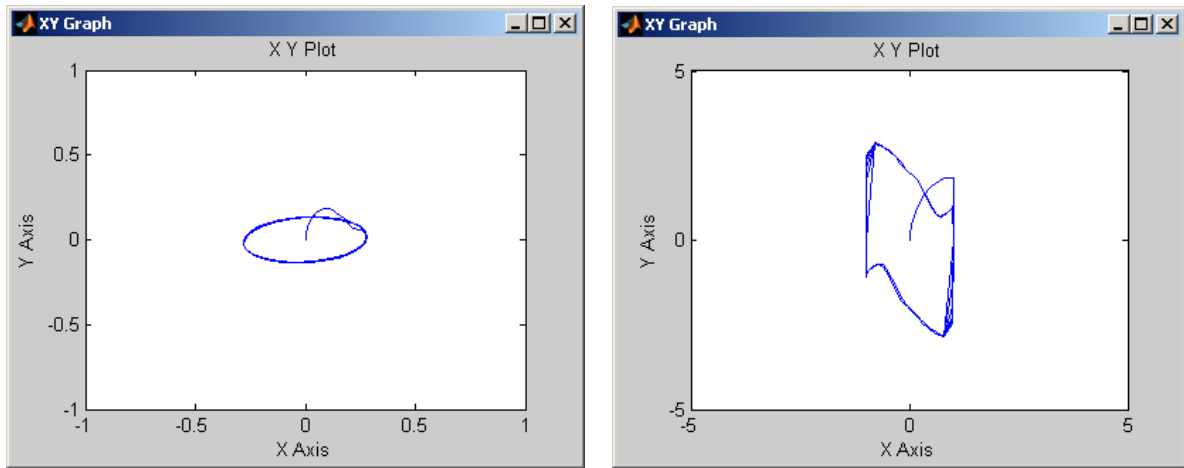


Рис. 20. Автоколивання за амплітуди вхідного сигналу а) 0.5; б) 5.

### 3.2. Опис лабораторної установки

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері зі встановленим середовищем MATLAB.

### 3.3. Завдання

Дослідити рух нелінійної системи керування приводом стерна судна з нелінійними елементами згідно варіанту (табл. 8). Виявити, якщо це можливо, частоти автоколивань системи та дослідити їх стійкість. Правильність досліджень підтвердити методом фазової площини. Час моделювання підібрати так, щоб було видно не менше 4-5 періодів автоколивань.

Схему приводу показано на рис. 21. Нелінійний елемент, заданий згідно варіанту, має бути розташований на місці блока «Saturation EMU».  $K_{os} = 300$ .

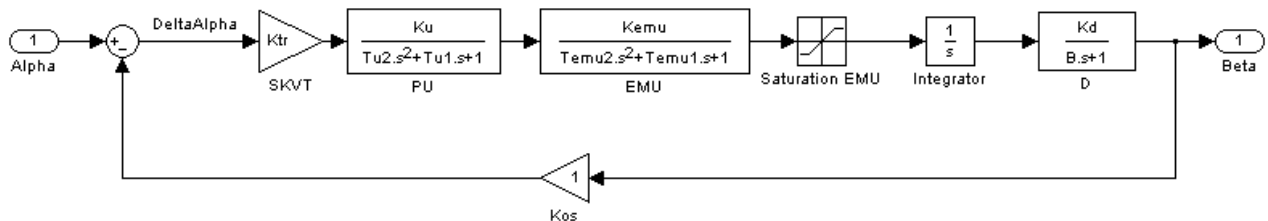


Рис. 21. Схema приводу стерна.

Таблиця 8. Варіанти завдань для виконання лабораторної роботи № 3.

Варіант	Нелінійний елемент	$K_{tr}$	$K_u$	$T_{u2}$	$T_{u1}$	$K_{emu}$	$T_{emu2}$	$T_{emu1}$	$K_d$	$B$
1	Насичення, $a=10, k=5$	0.6	10	1E-2	3E-2	23	0.05	0.3	0.02	0.033
2	Трипозиційне реле, $a=0.8, x_{2m}=5$	0.5	15	2E-3	5E-3	45	0.01	0.25	0.01	0.01
3	Зона нечутливості, $a=0.7, k=1$	0.45	10	2E-2	5E-2	30	0.03	0.35	0.01	0.015
4	Насичення, $a=2, k=1.5$	0.4	20	2E-2	3E-2	35	0.05	0.4	0.03	0.012
5	Трипозиційне реле, $a=0.9, x_{2m}=2,5$	0.29	25	1E-2	3E-3	40	0.01	0.3	0.02	0.011

Продовження Таблиці 8.

Варіант	Нелінійний елемент	$Ktr$	$Ku$	$Tu2$	$Tu1$	$Ketu$	$Temu2$	$Temu1$	$Kd$	$B$
6	Зона нечутливості, $a=0.7, k=1$	0.4	10	1E-2	3E-2	23	0.05	0.3	0.02	0.033
7	Насичення, $a=4, k=2$	0.5	15	2E-3	5E-3	25	0.01	0.25	0.01	0.01
8	Трипозиційне реле, $a=0.7, x_{2m}=4$	0.6	10	2E-2	4E-2	30	0.03	0.4	0.01	0.015
9	Зона нечутливості, $a=0.5, k=3$	0.29	20	1E-2	3E-2	28	0.05	0.37	0.03	0.012
10	Насичення, $a=4, k=2$	0.45	25	1E-2	3E-3	17	0.01	0.3	0.02	0.011

### 3.4. Підготовка до виконання роботи

1. Вивчити короткі теоретичні відомості до лабораторної роботи.

### 3.5. Порядок виконання роботи.

1. Запустити MATLAB і Simulink.
2. Створити схему системи.
3. Виключити нелінійну ланку і визначити АФЧХ лінійної частини системи, помноженої на  $N$ . Експортувати графік у окреме вікно.
4. В середовищі MATLAB створити змінні, що відповідають  $A/a$ ,  $Re(M_{HO})$  та  $Im(M_{HO})$ . Побудувати у вікні з АФЧХ графік  $M_{HO}$  (як це описано вище).
5. Методом Гольдфарба визначити наявність автоколивань та їх стійкість.
6. Включити в систему нелінійну ланку, подати на вхід синусоїдальний сигнал, а на виході нелінійного елемента підключити XY Graph за аналогією з рис. 19.
7. Провести дослідження фазового портрету системи за умов стаціонарного режиму роботи системи або визначених автоколивань.
8. Оформити звіт по роботі.

### 3.6. Зміст звіту

Звіт надається студентами в формі, визначеній згідно ДСТУ 3008-95 “Документація. Звіти у сфері науки і техніки.”. У звіті обов’язково слід навести:

1. Найменування та мету роботи.
2. Короткі теоретичні відомості з теми роботи.
3. Номер завдання та його умову.
4. Схема системи.
5. Графіки АФЧХ та  $M_{HO}$  (на одному графіку)
6. Графік  $M_{HO}(A/a)$  окремо.

7. Визначені точки перетину графіків, значення частот і амплітуд автоколивань, фазові портрети системи

### **3.7. Контрольні запитання**

1. Що називають фазовим портретом системи?
2. Назвіть види особливих точок та намалюйте фазові портрети системи з такими особливими точками.
3. Які види нелінійностей найчастіше зустрічаються в системах керування судна?
4. В чому полягає метод гармонічного балансу?
5. Поясніть, як саме за методом Гольдфарба визначити наявність та стійкість автоколивань в системі керування.

### **3.8. Список рекомендованої літератури**

1. Павловський М.А. Теоретична механіка: Підручник. – К., Техніка, 2002 – 512с.: іл.
2. Лазарев Ю.Ф. MATLAB 5.x. – К.: Издательская группа BHV, 2000 – 384 с.
3. Березин С.Я., Тетюев Б.А. Системы автоматического управления движением судна по курсу. – Л.: Судостроение, 1990. – 256 с.: ил.
4. Александров Є.Є., Козлов Е.П., Кузнецов Б.І. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами: Підручник у 3-х томах. Т.1. Теорія автоматичного керування. / За заг. ред. Александрова Є.Є. – Харків: НТУ «ХП», 2002 – 490 с.
5. Теория систем автоматического управления / Бесекерский В.А., Попов Е.Н. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб, Изд-во «Профессия», 2003 – 752 с. - (Серия: Специалист).
6. Артюшин Л.М., Машков О.А., Сивов Н.С.. Теория автоматического управления. – К.: Киевский институт ВВС, 1995 – 628 с.
7. Смирнов Е.Л., Яловенко А.В., Якушенков А.А. Технические средства судовождения: Теория: Учебник для вузов / Под ред. Е.Л. Смирнова. – М.: Транспорт, 1988. – 375 с.

## Лабораторна робота № 4. Моделювання поведінки судна за дії збурюючих факторів: регулярної і нерегулярної хитавиці.

**Мета роботи:** Отримання навичок моделювання поведінки судна за дії збурюючих факторів: регулярної і нерегулярної хитавиці.

### 4.1. Стислі теоретичні відомості.

Для того, щоб отримати практичні навички судноводіння або створити систему керування судном, необхідно при моделюванні враховувати вплив збурюючих факторів. Метою даної лабораторної роботи є отримання навичок моделювання з урахуванням факторів, що мають періодичний характер.

Розглянемо системи керування судном за курсом. Структурна схема системи керування судном за курсом показана на рис. 22.

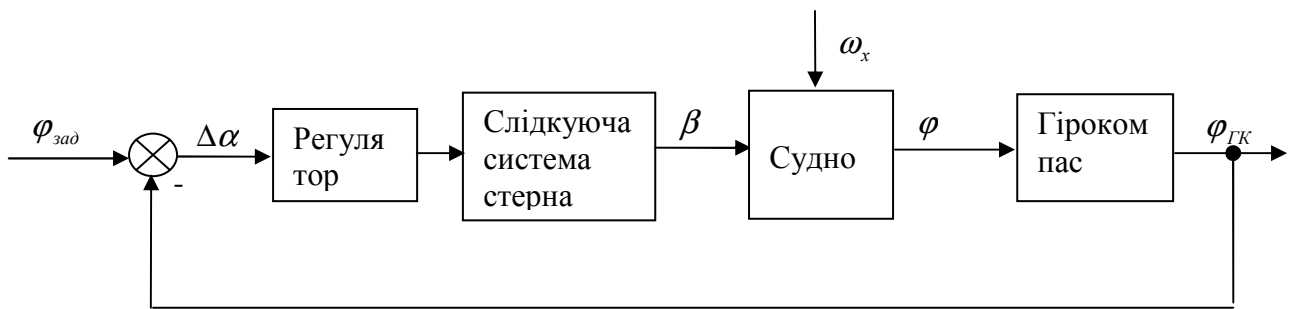


Рис. 22. Структурна схема системи керування судном за курсом

В рамках даної роботи розглянемо вплив на поведінку судна регулярної та нерегулярної хитавиці. Хитавиця як фактор впливає на судно і (оскільки гірокомпас закріплено на корпусі судна), на гірокомпас. Впливом на слідкуючу систему стерна можна знехтувати, оскільки на більшість її елементів хитавиця не впливає, а на решту вплив є незначним.

Моделі судна та слідкуючої системи стерна було досліджено у ході виконання попередніх робіт, і на них детально зупинятись не будемо.

На суднах зараз здебільшого застосовують кориговані гірокомпаси (схему гірокомпаса «Круїз» показано на рис. 23). Модель коригованого гірокомпаса (КГК) відома з літератури [7 та ін.], і рівняння руху його мають вид:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} - \omega_{\eta}\beta + \omega_{\xi}\gamma + \beta\gamma = k_x \delta + \omega_z^0 \\ \dot{\beta} + \omega_{\eta}\alpha - \omega_{\zeta}\gamma - \dot{\alpha}\gamma = -k_z \delta + \omega_x^0 \\ T_n \dot{\delta} + \delta = \beta + \frac{w_y}{g} + \frac{\Delta a}{g} \\ J\ddot{\gamma} + f\dot{\gamma} + mgl\gamma = mlw_x + f(\dot{\gamma}^0 \cos K - \dot{\Theta} \sin K) \end{cases} \quad (17)$$

Тут  $\alpha, \beta, \gamma$  – кути між осями системи координат (СК)  $Ox_n y_n z_n$ , зв'язаними з платформою КГК, та осями географічної СК  $O\xi\eta\zeta$ ;  $K, \gamma^0, \Theta$  – курс, крен і диферент (тангаж) судна;  $\omega_{\eta}, \omega_{\xi}, \omega_{\zeta}$  – швидкості обертання географічної СК у інерціальному просторі;  $\omega_x^0, \omega_z^0$  – кутові швидкості дрейфу гіроскопа;  $k_x = n_x / H$

та  $k_z = n_z / H$  – крутизна маятникового і демпфіруючого керуючих моментів на осях підвісу КГК;

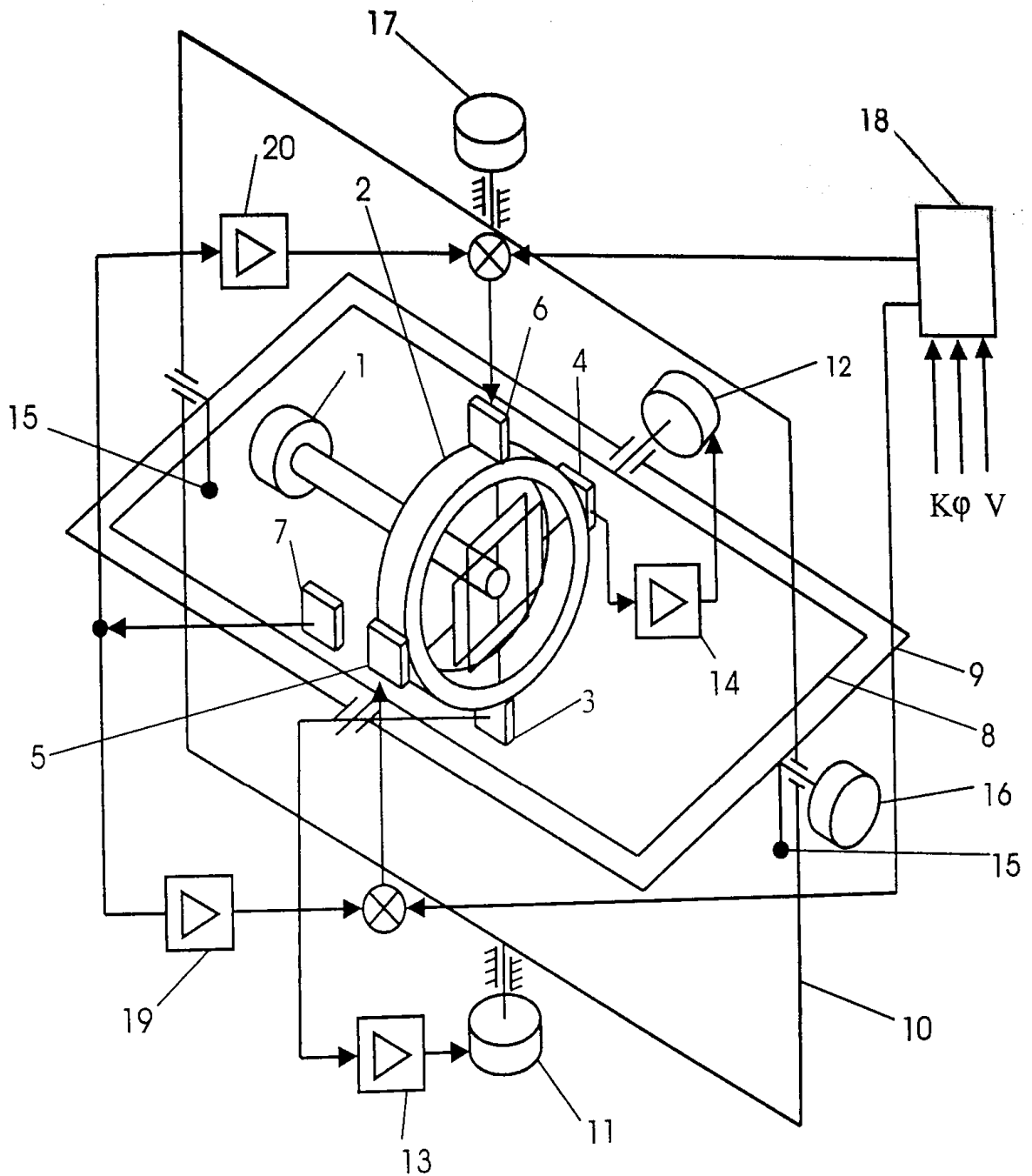


Рис. 23. Схема коригованого гірокомпаса «Круїз»:

1 – електропривод динамічно настоюваного гіроскопа (ДНГ); 2 – ротор ДНГ з внутрішнім пружним підвісом; 3, 4 – датчики кутів ДНГ індуктивного типу; 5, 6 – датчики моментів ДНГ (електромагнітні); 7 – акселерометр (індикатор горизонту); 8 – платформа індикаторного гіростабілізатора; 9 – внутрішня рамка підвісу; 10 – зовнішня рамка підвісу; 11, 12 – моментні двигуни стабілізації платформи; 13, 14 – підсилювально-перетворюючі пристрої (регулятори); 15 – маятникові маси; 16 – демпфер коливань платформи; 17 – обертовий трансформатор – датчик кута курсу; 18 – блок корекції (формує коригуючі моменти на основі зовнішніх даних про швидкість судна та географічну



широту); 19 – підсилювач каналу маятниковості; 20 – підсилювач каналу демпфірування коливань гірокомпасу.

$H$  - кінетичний момент гіроскопа;  $n_x$  і  $n_z$  - коефіцієнти підсилення сигналу з акселерометра (індикатора горизонту) відповідно для каналу маятниковості і демпфірування;  $T_n$  - стала часу підсилювача сигналу акселерометра;  $\delta$  - вихідний сигнал акселерометра після підсилення;  $\Delta a$  - стала похибка акселерометра;  $w_y$ ,  $w_x$  - проекції прискорення об'єкта, на якому встановлено КГК, на осі Резаля гіроскопа (у КГК осі  $Ox_n y_n z_n$  і  $Oxyz$  співпадають);  $J$  - сумарний осьовий момент горизонтальної рамки з вантажами і платформи відносно осі  $O_y$ ;  $m$  і  $l$  - маса і довжина маятника, утвореного вантажами;  $f$  - коефіцієнт в'язкого тертя в демпфері.

Кутові швидкості  $\omega_\xi = -\dot{\Phi}$ ;  $\omega_\eta = (u + \dot{\lambda}) \cos \Phi$ ;  $\omega_\zeta = (u + \dot{\lambda}) \sin \Phi$  залежать від швидкості обертання Землі  $u$ , широти  $\Phi$  та довготи  $\lambda$  місця, де знаходиться судно.

Завдяки тому, що гірокомпас є достатньо інерційним приладом, тобто хорошим фільтром низьких частот, він подавляє хитавицю і у вихідному сигналі приладу  $\varphi_{ГК}$  не буде гармонічних складових. Однак при дії бортової або кільової хитавиці на судно через випрямний ефект виникає похибка, що носить назву інтеркардинальної девіації. Суть інтеркардинальної девіації полягає в тому, що при хитавиці (наприклад, регулярній бортовій)  $\gamma^0 = \gamma_m^0 \sin \omega_x t$  на судно діє прискорення  $w = -z \gamma^0 \omega_x^2 \sin \omega_x t$  ( $z$  - відстань від ЦМ судна до КГК). Його проекції на осі географічної СК  $w_N = z \gamma^0 \omega_x^2 \sin \omega_x t \sin K$  та  $w_E = -z \gamma^0 \omega_x^2 \sin \omega_x t \cos K$  створюють сили інерції, під дією яких відбувається хибне спрацювання датчика горизонту і датчик моменту створює шкідливий момент  $M_{ДМ}$ . Оскільки проекції  $w_N$  та  $w_E$  міняють свій напрямок одночасно, то виникає знакопостійна проекція моменту датчика моменту на вертикальну вісь КГК, що призводить до прецесії гіроскопа і виникнення похибки визначення курсу. В рівняння (17) входять не  $w_N$  та  $w_E$ , а проекції прискорення на осі Резаля гіроскопа  $w_x = w_E \cos \alpha + w_N \sin \alpha \approx w_E$  та  $w_y = -w_E \sin \alpha + w_N \cos \alpha \cos \beta \approx w_N$ , що слід враховувати при моделюванні.

Для зменшення інтеркардинальної девіації КГК застосовують такі заходи:

1. Стараються розмістити гірокомпас коло центра мас судна (зменшити  $z$ ).
2. Збільшують сталу підсилювача  $T_n$ , тобто збільшують його інерційність.
3. Зменшують крутизну маятникового керуючого моменту  $k_x$ . Таке зменшення, однак, зменшує і корисний момент, що виставляє гірокомпас у напрямку на північ.

## 4.2. Опис лабораторної установки

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері зі встановленим середовищем MATLAB.

### 4.3. Завдання

Дослідити поведінку системи керування судном по курсу за умови регулярної та нерегулярної бортової хитавиці згідно варіанту при проході судна курсами  $0^\circ$  та  $45^\circ$ . Модель судна і слідкуючої системи стерна взяти з робіт № 2 і 3 відповідно (нелінійністю судна знехтувати).

Параметри гірокомпаса:

$$k_x = 0,03 \text{ c}^{-1}; k_z = 0,003 \text{ c}^{-1}; T_n = 60 \text{ c}; H = 0,018 \text{ H} \cdot \text{м} \cdot \text{с}; \omega_x^0 = \omega_y^0 = 0;$$

$$J = 4 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot \text{м}^2; \Delta a = 0; m = 0,25 \text{ кг}; l = 0,08 \text{ м}; f = 0,039 \text{ H} \cdot \text{м} \cdot \text{с}.$$

Відстань від центра мас судна до точки встановлення КГК  $z = 5 \text{ м}$ .

Як регулятор прийняти пропорційно-інтегрально-диференціальний регулятор з передаточною функцією  $W_{pez}(s) = \Delta\alpha_1 / \Delta\alpha = k_1 + k_2/s + k_3s$ ,  $k_1 = 1,2$ ,  $k_2 = 10,5$ ,  $k_3 = 21,7$ . Для хитавиці прийняти закон  $\gamma^0 = \gamma_m^0 \sin \omega_x t$ , причому для регулярної  $\gamma_m^0 = const$ ,  $\omega_x = const$ , для нерегулярної хитавиці прийняти, що амплітуда і частота мають Гаусівський розподіл з середніми значеннями, заданими в таблиці (використати блок Random number).

Таблиця 9. Варіанти завдань для виконання лабораторної роботи № 4.

Варіант	Широта	Довгота	Амплітуда $\gamma_m^0$ , град	Період хитавиці, с
1	$20^\circ \text{ N}$	$60^\circ \text{ E}$	5	10
2	$22^\circ \text{ S}$	$60^\circ \text{ W}$	12	12
3	$50^\circ \text{ N}$	$0^\circ \text{ E}$	2	14
4	$40^\circ \text{ S}$	$45^\circ \text{ W}$	10	5
5	$20^\circ \text{ N}$	$60^\circ \text{ E}$	6	7
6	$22^\circ \text{ S}$	$15^\circ \text{ W}$	8	13
7	$50^\circ \text{ N}$	$160^\circ \text{ E}$	12	16
8	$40^\circ \text{ S}$	$5^\circ \text{ W}$	4	23
9	$20^\circ \text{ N}$	$90^\circ \text{ E}$	15	15
10	$10^\circ \text{ S}$	$90^\circ \text{ W}$	14	19

### 4.4. Підготовка до виконання роботи

1. Вивчити короткі теоретичні відомості до лабораторної роботи.

### 4.5. Порядок виконання роботи

1. Запустити MATLAB і Simulink.
2. Створити схему системи і встановити умови плавання згідно варіанту.
3. На вхід заданого курсу подати значення курсу  $0^\circ$ ; на вхід збурюючої дії – сигнал хитавиці згідно варіанту.
4. Дослідити поведінку системи за наявності хитавиці. Показати графіки реакції судна під керуванням автоматичної системи керування по курсу на хитавицю.
5. Повторити пп. 3, 4 для курсу  $45^\circ$ , а потім для обох курсів за нерегулярної хитавиці.
6. Оформити звіт по роботі.

#### **4.6. Зміст звіту**

Звіт надається студентами в формі, визначеній згідно ДСТУ 3008-95 “Документація. Звіти у сфері науки і техніки.”. У звіті обов’язково слід навести:

1. Найменування та мету роботи.
2. Короткі теоретичні відомості з теми роботи.
3. Номер завдання та його умову.
4. Схема системи.
5. Графіки поведінки судна за ходу заданими курсами.
6. Висновки про вплив збурюючих факторів на систему керування.

#### **4.7. Контрольні запитання**

1. Намалюйте структурну схему системи керування судном за курсом.
2. Як пливає високочастотне збурення на систему керування судном?
3. За допомогою яких блоків слід моделювати регулярну та нерегулярну хитавицю?
4. Поясніть причини та суть інтеркардинальної девіації гірокомпаса.
5. Які заходи застосовують для зменшення інтеркардинальної девіації?

#### **4.8. Список рекомендованої літератури**

1. Березин С.Я., Тетюев Б.А. Системы автоматического управления движением судна по курсу. – Л.: Судостроение, 1990. – 256 с.: ил.
2. Александров Є.Є., Козлов Е.П., Кузнецов Б.І. Автоматичне керування рухомими об’єктами і технологічними процесами: Підручник у 3-х томах. Т.1. Теорія автоматичного керування. / За заг. ред. Александрова Є.Є. – Харків: НТУ «ХП», 2002 – 490 с.
3. Теория систем автоматического управления / Бесекерский В.А., Попов Е.Н. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб, Изд-во «Профессия», 2003 – 752 с. - (Серия: Специалист).
4. Смирнов Е.Л., Яловенко А.В., Якушенков А.А. Технические средства судовождения: Теория: Учебник для вузов / Под ред. Е.Л. Смирнова. – М.: Транспорт, 1988. – 375 с.

## Лабораторна робота № 5. Моделювання поведінки судна за дії збурюючих факторів: довготермінових нахилів, зносу через течію та дію вітру.

**Мета роботи:** Отримання навичок моделювання поведінки судна за дії збурюючих факторів: довготермінових нахилів, зносу через течію та дію вітру.

### 5.1. Стислі теоретичні відомості.

На відміну від хитавиці, яка є впливом періодичного характеру, довготермінові нахили, знос через течію та дію вітру мають постійний або довготерміновий характер.

Розглянемо системи керування судном за курсом. Структурна схема системи керування судном за курсом показана на рис. 24.

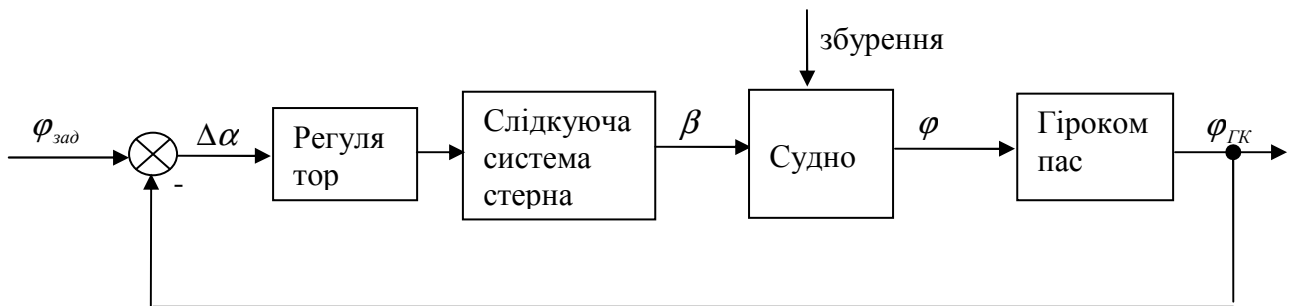


Рис. 24. Структурна схема системи керування судном за курсом

Всі зазначені вище фактори впливають на судно, і, через корпус судна, на гірокомпас. Впливом їх на слідкуючу систему стерна знов –таки можна знехтувати.

Слід зазначити, що внаслідок дії течії також можуть суттєво змінитися гідродинамічні коефіцієнти судна. Однак, повне дослідження зміни гідродинаміки судна виходить за рамки даної лабораторної роботи.

Суть впливу довготермінових нахилів на гірокомпас полягає у виникненні карданової похибки гірокомпаса внаслідок того, що курс за приладом  $\varphi_{ГК}$  відраховують у площині, нахилений по відношенню до горизонту, в той час як реальний курс  $\varphi$  слід відраховувати в площині горизонту. Після вирівнювання судна карданова похибка щезає. Величина курсу за приладом визначається для КГК з традиційною схемою підвісу формулою

$$\varphi_{ГК} = \varphi + \Delta K; \Delta K = -\Theta \gamma^0 \cos^2 \varphi - \frac{1}{4}(\Theta^2 - (\gamma^0)^2) \sin 2\varphi, \quad (18)$$

а для КГК «Круїз» формулою

$$\varphi_{ГК} = \varphi + \Delta K; \Delta K = -\Theta \gamma^0 \sin^2 K - \frac{1}{4}(\Theta^2 - (\gamma^0)^2) \sin 2K. \quad (19)$$

В формулах (18), (19) позначення кутів  $\gamma^0$  і  $\Theta$  мають те ж значення, що вказано вище (крен і диферент судна). Саме курс за приладом  $\varphi_{ГК}$  подається на суматор на вході системи керування судна за курсом, тому для врахування

карданової похибки слід доповнити модель блоком, який розраховуватиме  $\varphi_{ГК}$  за даними інших змодельованих величин.

Знос через течію і дію вітру має вплив, аналогічний впливу некоректного визначення швидкості судна. У рівняннях (17), наведених у попередній роботі, вважалось, що коригуючі моменти, прикладені по осям підвісу КГК, повністю компенсують кутові швидкості  $\omega_\xi$  та  $\omega_\eta$ . Якщо ж до швидкості судна  $\vec{v}$  додається швидкість течії  $\vec{v}_T$ , яка не враховується гірокомпасом, то це рівносильно прикладенню по осям підвісу додаткових моментів. У даному випадку рівняння (17) набудуть форми:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} - \omega_\eta \beta + \omega_\xi \gamma + \dot{\beta} \gamma = k_x \delta + \omega_z^0 + M_x^T / H \\ \dot{\beta} + \omega_\eta \alpha - \omega_\xi \gamma - \dot{\alpha} \gamma = -k_z \delta + \omega_x^0 + M_z^T / H \\ T_n \dot{\delta} + \delta = \beta + \frac{w_y}{g} + \frac{\Delta a}{g} \\ J\ddot{\gamma} + f\dot{\gamma} + mg\gamma = mlw_x + f(\dot{\gamma}^0 \cos \varphi - \dot{\Theta} \sin \varphi) \end{cases} \quad (20)$$

де моменти, що виникли за рахунок неврахування швидкості, визначаються формулами:  $M_x^T = -H \frac{v_{TE}}{R} tg\Phi$ ;  $M_z^T = H \frac{v_{TN}}{R}$ . Тут  $v_{TE} = v_T \sin K_T$ ,  $v_{TN} = v_T \cos K_T$  – проекції швидкості течії на східну ( $\xi$ ) і північну ( $\eta$ ) осі географічної СК,  $R$  – радіус Землі,  $K_T$  – курс течії,  $v_T$  – швидкість течії.

## 5.2. Опис лабораторної установки

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері зі встановленим середовищем MATLAB.

## 5.3. Завдання.

Дослідити вплив на судно довготермінового нахилу.

Модель судна і слідкуючої системи стерна взяти з робіт № 2 і 3 відповідно (нелінійністю судна знехтувати). Модель гірокомпаса взяти з роботи № 4, допрацювавши її згідно рівнянь (20). Регулятор – такий же, як в роботі № 4. Впливом хитавиці в умовах плавання знехтувати.

Таблиця 10. Варіанти завдань для виконання лабораторної роботи № 5.

Варіант	Широта	Довгота	Заданий курс судна $\varphi$ , град	Крен $\gamma^0$ , град	Швидкість течії $v_T$ , вузлів	Курс течії, град
1	20° N	60° E	40	10	5	10
2	22° S	60° W	12	8	10	25
3	50° N	0° E	17	15	12	45
4	40° S	45° W	18	7	8	28
5	20° N	60° E	25	12	12	19
6	22° S	15° W	16	3	7	37
7	50° N	160° E	18	12	8	48
8	40° S	5° W	19	7	10	58
9	20° N	90° E	25	8	15	80

10	10° S	90° W	34	10	8	95
----	-------	-------	----	----	---	----

#### **5.4. Підготовка до виконання роботи**

1. Вивчити короткі теоретичні відомості до лабораторної роботи.

#### **5.5. Порядок виконання роботи.**

1. Запустити MATLAB і Simulink.
2. Створити схему системи.
3. Включити в систему блок, який враховує карданову похибку.
4. Модифікувати модель гірокомпаса так, щоб можна було врахувати дію на систему керування зносу через дію течії.
5. Змоделювати дію збурюючих факторів – постійного нахилу та зносу через дію течії.
6. Оформити звіт по роботі.

#### **5.6. Зміст звіту**

Звіт надається студентами в формі, визначеній згідно ДСТУ 3008-95 “Документація. Звіти у сфері науки і техніки.”. У звіті обов’язково слід навести:

1. Найменування та мету роботи.
2. Короткі теоретичні відомості з теми роботи.
3. Номер завдання та його умову.
4. Схема системи.
5. Графіки зміни курсу з часом під дією збурюючих факторів.
6. Висновки про вплив збурюючих факторів на систему керування.

#### **5.7. Контрольні запитання**

1. Намалюйте структурну схему системи керування судном за курсом.
2. В чому полягає вплив течій та вітру на судно як об’єкт керування?
3. Поясніть причини виникнення, суть та наслідки карданової похибки гірокомпаса.
4. Поясніть суть впливу довготермінових нахилів на гірокомпас.
5. До чого призводить не врахування швидкості течії? Чому?

#### **5.8. Список рекомендованої літератури**

1. Теория систем автоматического управления / Бесекерский В.А., Попов Е.Н. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб, Изд-во «Профессия», 2003 – 752 с. - (Серия: Специалист).
2. Смирнов Е.Л., Яловенко А.В., Якушенков А.А. Технические средства судовождения: Теория: Учебник для вузов / Под ред. Е.Л. Смирнова. – М.: Транспорт, 1988. – 375 с.





## Додаток 1. Вимоги до оформлення звіту

Звіт про виконання лабораторної роботи починається з титульного аркуша, який має такий вигляд:

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
КИЇВСКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ  
імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного  
КАФЕДРА ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ СУДНОВОДІННЯ

**Лабораторна робота №  
«Тема роботи»**

з курсу «Методи математичного моделювання в судноводінні»

курсу

Виконав: студент \_\_-го

гр. \_\_-XX

Студент.І.П

Прийняв: Викладач І.П.

Київ – Рік

Зміст звіту до кожної роботи повинен відповідати вимогам, наведеним у відповідному розділі цих методичних вказівок.

*Дані про видання*