

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

# АВТОМАТИЗАЦІЯ ФАРМАЦЕВТИЧНИХ І БІОТЕХНОЛОГІЧНИХ ВИРОБНИЦТВ ПРАКТИКУМ

**Навчальний посібник**

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня магістр  
за освітньою програмою «Біотехнології»  
спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія»

Укладачі: В.М. Мельник, В.П. Косова, М.В. Шафаренко

Електронне мережне навчальне видання

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2023

Рецензент

*Киричук Ю.В.*, д.т.н., професор, завідувач кафедри автоматизації та систем неруйнівного контролю Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Відповідальний редактор

*Ружинська Л.І.*, доцент кафедри біотехніки та інженерії КПІ ім. Ігоря Сікорського, канд. техн. наук, доцент

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 10 від 24.04. 2023 р.)  
за поданням Вченої ради факультету біотехнології і біотехніки  
(протокол № від 02.06.2023р.)*

Навчальний посібник «Автоматизація фармацевтичних і біотехнологічних виробництв. Практикум» - містить теоретичні відомості за темою виконання кожної практичної роботи, а також послідовність проведення інженерних розрахунків з прикладами. Здобувачам запропоновано для самостійного вирішення типові інженерні задачі. Досвід, набутий здобувачами вищої освіти в процесі виконання завдань домашньої роботи, буде також корисним при вивченні освітніх компонентів циклу професійної підготовки. Рекомендовано для студентів другого (магістерського) рівня вищої освіти, які навчаються за спеціальністю 162 «Біотехнології та біоінженерія», освітньої програми «Біотехнології».

Реєстр.№ 22/23-782 . Обсяг авт. арк. 4,8

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056  
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023

## ЗМІСТ

	ВСТУП	4
1.	ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1-2.	6
2.	ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3-4	24
3.	ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 5-6	34
4.	ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 7-8	48
5.	ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 9	67
6.	КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ	84
7.	СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	87
8.	ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	88

## ВСТУП

Автоматизація виробництва завжди є однією з основних складових прискорення науково-технічного прогресу в агропромисловому комплексі (АПК). У 70-80 роки вона набула нових рис, у зв'язку із стрімким розвитком, на той час, і по тепер - технічних засобів. Їх функціональні можливості дають змогу використовувати найдосконаліші методи в реальному часі для сучасних складних систем керування. ПЕОМ, автоматичні та автоматизовані пристрої пов'язані між собою обчислювальними й керувальними мережами з використанням загальних баз даних, що дозволяє впроваджувати комп'ютерні технології у всі сфери діяльності підприємства, яке створює інтеграцію виробничих процесів та керування ними. Отже, головним напрямом автоматизації виробництва сьогодення - є створення комп'ютерно-інтегрованих виробництв. За кордоном ця концепція одержала назву CIMS (Computer Integrated Manufacturing System). Основою систем автоматизації стали такі функціональні можливості, як програмні комплекси, використання принципів інтеграції та розподіленого керування. Також, при автоматизації виробництва об'єктом стає не окремий технологічний процес чи агрегат, а технологічний комплекс (ТК) із складними взаємозв'язками між його підсистемами. Сучасні системи автоматизації на базі автоматичних пристроїв та ПЕОМ мають широкий спектр можливостей та досконалі технічні характеристики, які забезпечують підвищення надійності та живучості, швидкодію, оперативність керування, збільшення кількості входів-виходів, поліпшення комфортності праці оператора. Розширення функціональних можливостей.

Автоматизація виробництва - це програмний підхід, що відображає результати лише при системній спрямованості, коли динамічно вивчаються властивості об'єкта автоматизації, розробляється функціональна структура як сукупність виконуваних системою функцій. У відповідності до цього окреслюється технічна структура, як сукупність технічних засобів і певних зв'язків між ними, а ефективність системи керування оцінюється єдиним узагальненим показником.

Властивості автоматичних систем регулювання/керування (АСР) та їхніх елементів враховують при аналізі та синтезі (розрахунку) АСР у вигляді їх математичних моделей (ММ). Вони можуть бути представлені сукупністю математичних залежностей, диференціальних рівнянь, їх розв'язків як функцій часу (перехідних характеристик) в аналітичному, або графічному вигляді, або у вигляді частотних характеристик. Математичну модель розглядають як зв'язок між параметрами стану досліджуваного елемента (наприклад, об'єкта керування) та зовнішнім впливом на нього. Отже це інформаційна модель. Зовнішні впливи (збурення, регулювальні впливи тощо) - це входні сигнали – входи, тоді як параметри стану досліджуваного елемента (тиск, рівень, температура тощо) називають виходами. Вхідів-виходів у об'єкті (елементі) може бути по декілька. Входи діють на виходи, забезпечуючи детектувальні властивості об'єкта (елемента), а залежності між ними створюють так звані канали діяння. Отже ММ зв'язують виходи елементів чи систем (керованих параметрів або параметрів стану) з входними (збуреннями чи керуваннями) величинами по каналах впливу в усталених або перехідних режимах роботи цих елементів чи систем. З застосуванням автоматизованих засобів ММ у формі програм можуть виконувати навіть роль віртуальних регуляторів [1].

Даний навчальний посібник концентрує увагу здобувачів вищої освіти на типових задачах з автоматизації: тимчасових та частотних характеристиках та з'єднанням типових динамічних ланок. Розглядає завдання щодо оцінки стійкості лінійних систем управління з використанням алгебраїчних та частотних критеріїв. Наводяться розрахунки технічних керування основних технологічних параметрів та тепловим і масообмінним процесам у фармацевтичній, біотехнологічній та харчовій промисловостях.

# 1. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1-2. Диференціальні рівняння і передаточні функції динамічних ланок та систем

## *Динамічні ланки. Тимчасові характеристики*

**Мета:** навчитися визначати передаточну функцію системи керування

**Теоретичні відомості.** Статичні характеристики більшості технологічних об'єктів можуть бути отримані, і при їх визначенні особливих труднощів не має. Пропонується вивчити динамічні властивості об'єкту, які є визначальними при конструюванні САР в цілому. Елементи системи управління біотехнологічними процесами можна представити у вигляді типових динамічних ланок, а також їх комбінацій. Динамічні ланки називають типовими, якщо зміна проходить через них, а сигнал можна описати алгебраїчним або диференціальним рівнянням не вище другого порядку [1,2].

У всіх процесах постійна часу є функцією ємкості і опору. Якщо розглянути резервуар, який має: ємкість – гідравлічна ємкість резервуару; опір – гідравлічний опір трубопроводу і клапана. Тоді постійна часу:

$$T = \frac{cG}{S\alpha} = (cG) \left( \frac{1}{S\alpha} \right) = (\text{ємк.}) \times (\text{опір})$$

Для теплового об'єкту: ємкість – теплоємність тіла; опір – опір тепловому потоку:

$$T = \frac{SH_0}{Q_{\max}} \cdot \frac{\partial H}{\partial Q_2} \cdot \frac{Q_{\max}}{H_0} = (S) \left( \frac{\partial H}{\partial Q_2} \right) = (\text{ємк.}) \times (\text{опір}).$$

Для ресівера: ємкість – пневмоємність ресівера; опір – опір дроселя:

$$T = V\xi = (\text{ємк.}) \times (\text{опір}) .$$

Для електричного ланцюжка: ємкість – електрична ємкість конденсатора; опір – електричний опір

$$T = RC = (\text{опір}) \times (\text{ємк.}) .$$

Таким чином, явища різної фізичної природи описуються однаковими диференціальними рівняннями. З'являється можливість вивчення явищ однієї фізичної природи на явищах іншої фізичної природи. Математична тотожність

рівнянь, що описують явище різної фізичної природи, покладена в основу принципів фізичного моделювання.

З погляду систем регулювання такі об'єкти є аперіодичними ланками першого порядку, а їх передавальні функції мають вигляд:

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}.$$

Такі розглянуті об'єкти називаються **одноємнісними**, оскільки для них характерна наявність однієї ємкості і одного опору. Багато промислових об'єктів є складнішими системами, які можуть включати декілька ємкостей і опорів і, отже, описуватимуться складнішими диференціальними рівняннями другого і вищих порядків. Такі об'єкти називаються **багатоємнісними**.

Наприклад, якщо розглядати систему, яка складається з двох послідовно сполучених резервуарів, то ми можемо припустити, що ставиться завдання підтримки рівня другої ємкості в другому резервуарі на постійному значенні. Потрібно визначити залежність зміни другої ємкості від положення регулюючого органу на вході 1-ої ємкості.

В такій системі зміна рівня відбувається значно повільніше, ніж в одноємнісній системі. Повільне підвищення рівня пояснюється послідовним включенням додаткової ємкості (рисунок 1.1).

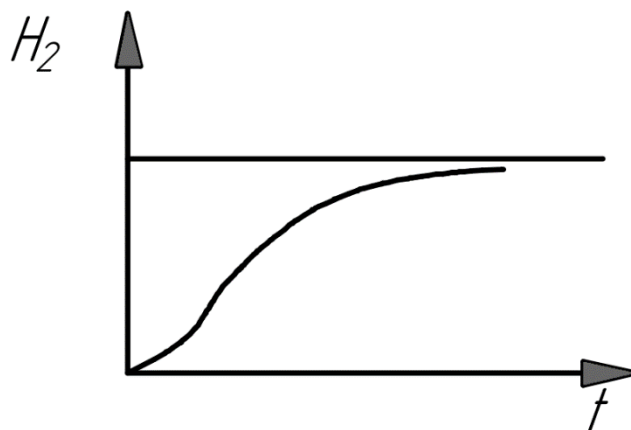


Рисунок 1.1. Динамічна характеристика двоємнісної гідравлічної системи

Зміна рівноваги між притоком і стоком в резервуарі 1 викличе зміну його рівня  $H_1$ :

$$\Delta Q_{np} - \Delta Q_1 = S_1 \frac{dH_1}{dt}.$$

Аналогічно для резервуару 2 можна записати:

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_{cm} = S_2 \frac{dH_2}{dt},$$

де  $S_1$  та  $S_2$  – площі поперечних перетинів резервуарів 1 і 2;  $\Delta Q_{cm} = Q_{CT} - Q_{CTO}$  – відхилення відповідних витрат від первинних значень.

Зміна притоку в резервуар 1 прямо пропорційна положенню регулюючого органу і обернено пропорційна до рівня в резервуарі. Перетікання з першого резервуару в другій залежить від положення рівнів в резервуарах. Опором вентилів  $B_1$  і  $B_2$  нехтуємо. Коефіцієнти пропорційності приймаємо = 1. Тоді

$$S_2 \frac{dH_2}{dt} = \Delta H_1 - \Delta H_2 - \Delta H_2;$$

$$S_1 \frac{dH_1}{dt} = \Delta x_p - \Delta H_1 - \Delta H_1 + \Delta H_2,$$

або опустивши знак приросту

$$S_1 \frac{dH_1}{dt} + 2H_1 = x_p + H_2;$$

$$S_2 \frac{dH_2}{dt} + 2H_2 = H_1.$$

Тоді,

$$S_1 S_2 \frac{d^2 H_2}{dt^2} + 2(S_1 + S_2) \frac{dH_2}{dt} + 3H_2 = x_p.$$

Останнє рівняння є лінійним диференціальним рівнянням другого порядку і описує динамічні властивості двоємнісного об'єкту.

Таким же рівнянням описується процес, що відбувається в електричному ланцюжку, зображеному на рисунку 1.2.



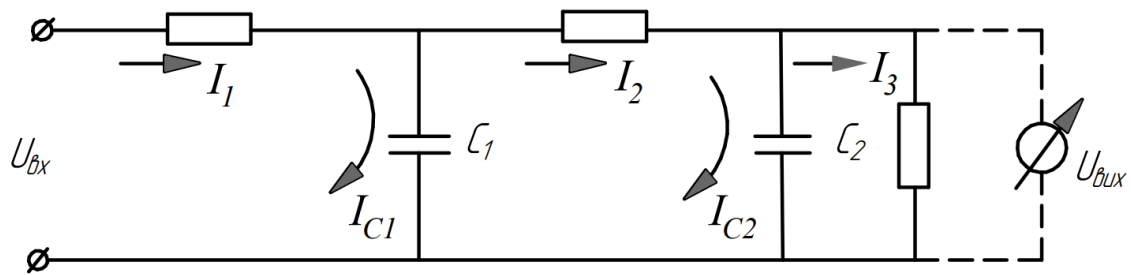


Рисунок 1.2. Електричний ланцюг двоємнісної гідравлічної системи

$$T_1^2 U''_{\text{вих}} + T_0 U'_{\text{вих}} + U_{\text{вих}} = \kappa U_{\text{вх}},$$

де  $T_1$ ;  $T_0$  і  $\kappa$ — деякі константи, залежні від  $R_1$   $R_2$ ;  $C_1$ ,  $C_2$ .

Легко прослідкувати аналогію між цими двома фізичними процесами: електричні ємкості можуть розглядатися як ємкості резервуарів; електричні струми – як струми рідини; напруга на ємкостях  $C_1$  і  $C_2$  – як рівні в резервуарах 1 і 2; опори  $R_1$  і  $R_2$  – як відповідні гідравлічні опори.

З погляду систем регулювання, залежно від характеру коріння характеристичних рівнянь, такі технологічні системи є або аперіодичними ланками другого порядку [3]

$$W(p) \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

або (рідше) коливальними ланками:

$$W(p) \frac{k}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1}.$$

### Приклад 1.1

*Завдання:* Отримати диференційне рівняння термопари, яке зв'язує його електрорушійною силою з визначальною температурою.

*Розв'язок:* Термоелектричний перетворювач, який називається термопарою є первинним вируючим перетворювачем та широко застосовується в системах діагностики та управління. Вхідною величиною термоелектричного перетворювача є температура  $t$  вимірювального середовища, а вихідною величиною – термоелектрорушійна сила  $E$ .

Прийmemo наступні припущення:

- Робочий етап термопари обмінюється теплотою (за рахунок конвекції) тільки з середовищем, температура якого вимірюється; кількість тепла, яке передається до робочого спаю термопари або від нього за рахунок теплопровідності (по проводам термопари) та за рахунок променевого теплообміну знехтуємо, так як малі;

- Температура в середині робочого спаю термопари в кожній його точці однакова;

- Температура вільних кінців термопари дорівнює  $0^{\circ}\text{C}$ ;

- Залежність між термоелектрорушійною силою термопари та температури її робочого спаю лінійна.

В зваженому стані, коли температура робочого спаю термопари дорівнює температурі вимірювального середовища, термоелектрорушійна сила  $E$  термопари визначена та незмінна. Припустимо, що якісь момент часу температура середовища ступінчасто підвищилась на  $\Delta t$ . За рахунок різниці температур вимірювального середовища та робочого спаю термопари останній нагрівається до температури середовища. Нагрівання робочого спаю та опору до передачі тепла. Кількість теплоти  $dQ$ , переданої від вимірювального середовища робочому спаю термопари за безкінечно малий відрізок часу, визначається рівнянням:

$$dQ = \alpha A(t - \theta)d\tau,$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт тепловіддачі конвекцією,

$A$  – площа поверхні тепловіддачі робочого спаю,

$t$  – температура середовища,

$\theta$  – температура робочого спаю термопари,

$\tau$  – час.

Кількість тепла  $dQ$ , отримане термопарою при її нагріванні на  $d\theta$  градусів:

$$dQ = mcd\theta,$$

де  $m$  – маса робочого спаю термопари,

$c$  – питома теплоємність спаю.

Прирівнюючи рівняння для кількості теплоти отримаємо:

$$\frac{mc}{\alpha A} \frac{d\theta}{d\tau} + \theta = t.$$

Залежність термоелектрорушійної сили  $E$  термоелектричного перетворювача від температури  $\theta$  робочого спаю приймаємо лінійною та апроксимуємо статичною ланкою нульового порядку (підсилювачем):

$$E = K\theta, \quad (1.1)$$

де  $K$  – коефіцієнт пропорційності.

З рівняння електрорушійної сили виразимо  $\theta$  через  $E$  та підставимо у вираз (1.1):

$$\frac{mc}{\alpha A} \frac{dE}{d\tau} + E = Kt, \quad (1.2)$$

або позначаючи  $\frac{mc}{\alpha A}$  через  $T$ , отримаємо:

$$T \frac{dE}{d\tau} + E = Kt. \quad (1.3)$$

Отримане диференціальне рівняння показує, що по динамічним властивостям термоелектричний перетворювач відповідає статичній ланці першого порядку.

## Приклад 1.2

*Завдання:* Знайти передатну функцію термоелектричного перетворювача (статичного ланцюга першого порядку), рівняння динаміки якого отримано в попередньому прикладі.

*Розв'язок.* Перетворимо диференціальне рівняння по Лапласу [1], скориставшись лінійними властивостями:

$$T\zeta \left( \frac{dE}{d\tau} \right) + \zeta(E) = K\zeta(t). \quad (1.4)$$

Потім, застосовуючи теорему диференціювання *Анрі Лебега* отримаємо:

$$T[s\zeta(E) - E(0)] + \zeta(E) = K\zeta(t). \quad (1.5)$$

Враховуючи, що у передатній функції початкові умови є нульовими, тобто  $E(0) = 0$ , отримаємо алгебраїчне рівняння:

$$\zeta(E)(Ts + 1) = K\zeta(t), \quad (1.6)$$

звідки слідує відношення Лапласових зображень вихідної і вхідної величин:

$$W(s) = \frac{\zeta(E)}{\zeta(t)} = \frac{K}{Ts + 1}. \quad (1.7)$$

### Приклад 1.3

*Завдання:* Складіть диференціальне рівняння динаміки об'єкта – резервуара з вільним витікання рідини. Резервуар має постійну по висоті площу поперечного перерізу  $A$ ,  $\text{м}^2$ . Вихідна величина об'єкта – рівень рідини  $L$ , м. Вхідна величина – витрата рідини на лінії стоку -  $F_{\text{вх}}$ ,  $\text{м}^3/\text{с}$ .

*Розв'язок.* Зміна об'єму рідини в резервуарі за час  $d\tau$  залежить від різниці витрат на притоці  $F_{\text{вх}}$  і стоці  $F_{\text{вих}}$  (отримаємо з матеріального балансу):

$$F_{\text{вх}} d\tau + F_{\text{вих}} d\tau = dV = d(AL) = AdL. \quad (1.8)$$

Переписавши це рівняння до виду

$$A \frac{dL(\tau)}{d\tau} = F_{\text{вх}}(\tau) - F_{\text{вих}}(\tau), \quad (1.9)$$

отримаємо рівняння, яке визначить рівень рідини  $L$  в резервуарі (стан об'єкту) при зміні витрат на притоці  $F_{\text{вх}}$  і стоці  $F_{\text{вих}}$ .

В розглянутому випадку витрати рідини на лінії притоку величина  $F_{\text{вх}}$  не залежить від рівня рідини в об'єкті, а витрати рідини на лінії стоку величини -  $F_{\text{вих}}$  залежить від рівня рідини в об'єкті в урахуванням співвідношення:

$$F_{\text{вих}} = \alpha \sqrt{L}, \quad (1.10)$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт витрат.

Допустимо, що відхилення  $\Delta L = L - L_0$  від початкового значення рівня  $L_0$  малі, тоді (1.10) можна лінеаризувати, розкладаючи  $\sqrt{L}$  в ряд Тейлора [3] по степенях  $\Delta L$  в межах початкового значення  $L_0$  та обмежуючись тільки двома першими членами:

$$\sqrt{L} = \sqrt{L_0} + \frac{1}{2\sqrt{L_0}} \Delta L = \frac{F_{\text{вих}0}}{\alpha} + \frac{1}{2\sqrt{L_0}} \Delta L. \quad (1.11)$$

Враховуючи (1.9), (1.10) та (1.11) складемо лінійне диференціальне рівняння об'єкта в приростах:

$$\frac{2A\sqrt{L_0}}{\alpha} \cdot \frac{d\Delta L(\tau)}{d\tau} + \Delta L(\tau) = \frac{2\sqrt{L_0}}{\alpha} \cdot \Delta F_{\text{вих}}(\tau), \quad (1.12)$$

де  $\Delta F_{\text{вх}}(t) = F_{\text{вх}}(\tau) - F_{\text{вх}0}$  - відхилення притоку  $F_{\text{вх}}$  від початкового значення  $F_{\text{вх}0}$ .

Примітки. Без вказання початкового (чи номінального) режиму, в межах якого виконана лінеаризація, таке рівняння не має сенсу.

Для спрощення запису знак приросту  $\Delta$  часто опускають. Отже рівняння (1.12) приймає вигляд

$$T \frac{dL(\tau)}{d\tau} + L(\tau) = KF_{\text{вх}}(\tau), \quad (1.13)$$

де  $T$  та  $K$  постійні коефіцієнти.

### Приклад 1.4

*Завдання:* Скласти диференціальне рівняння динаміки одного з елементів пневматичного регулятора – пневматичного RC-ланцюга, який складається з пневматичної ємності об'ємом  $V$  і перемінного опору (дроселя) з провідністю  $\alpha$ . Вихідна величина тиску повітря в пневматичній ємності  $p_{\text{вих}}$ , Па. Вихідна величина – тиск повітря перед дроселем  $p_{\text{вх}}$ , Па.

Визначте, чому дорівнює постійна часу пневматичного ланцюга і її розмірність.

*Розв'язок.* Для малих відхилень змінних від вихідного стану рівноваги масова витрата повітря через дросель  $F_m$  можна представити як

$$F_m = \alpha(p_{\text{вх}} - p_{\text{вих}}), \quad (1.14)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт витрати,  $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Па}^{-1}$ .

Звідси, маса  $dm$  повітря, яке потрапило в пневматичну ємність за малий проміжок часу  $d\tau$ , дорівнює:

$$dm = F_m d\tau = \alpha(p_{\text{вх}} - p_{\text{вих}})d\tau. \quad (1.15)$$

Припустимо, що температура повітря в RC-ланцюзі не змінюється, та при заданих умовах повітря підпорядковується законам ідеального газу [4]. З рівняння стану ідеального газу можна виразити зв'язок між зміною мас повітря в пневматичній ємності і зміною тиску в ній:

$$dm = \frac{MV}{RT} dp_{\text{вих}} , \quad (1.16)$$

де  $M$  – молярна маса повітря ,  $кг/моль$  ;  $T$  – температура повітря,  $K$  ;  $R$  – газова постійна,  $Дж/(моль \cdot K)$  .

Складемо рівняння матеріального балансу:

$$dm = \frac{MV}{RT} dp_{\text{вих}} = \alpha(p_{\text{ex}} - p_{\text{вих}})d\tau. \quad (1.17)$$

Після перетворення рівняння, отримаємо рівняння пневматичної RC-ланцюга:

$$\frac{MV}{\alpha RT} \frac{dp_{\text{вих}}}{d\tau} + p_{\text{вих}} = p_{\text{ex}}. \quad (1.18)$$

Коефіцієнт, який стоїть перед першою похідною в рівнянні – постійна часу пневматичної RC-ланцюга. Використовуючи прийняті в прикладі розмірності фізичних величин, легко встановити, що постійні часу - в секундах.

### Приклад 1.5

*Завдання:* Скласти диференціальне рівняння одного з елементів регулятора – фільтру низьких частот, який представляє собою електричний RC-ланцюг (рис. 1.3). Вихідна величина – напруження  $U_{\text{вих}} \equiv U_C$  на конденсаторі між точками 3 і 4. Вхідна величина – напруження  $U_{\text{ex}}$ , яке прикладається до електричного ланцюга між точками 1 і 2 [4, 5].

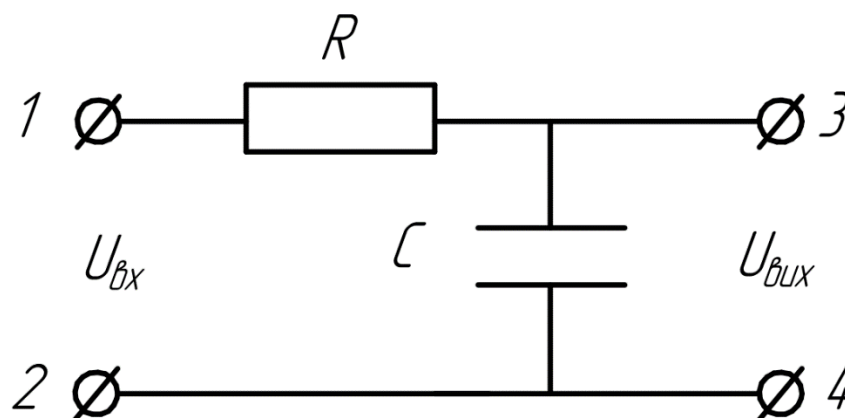


Рисунок 1.3. Електричний RC-ланцюг [10]

Визначити, чому дорівнює постійна часу RC-ланцюга.

Знайти перехідну функцію RC-ланцюга, використовуючи класичний метод розв'язку диференціальних рівнянь.

*Допущення:* опір навантаженню безкінечний; величина електричного опору  $R$  і електричної ємності  $C$  не залежить від протікаючого в ланцюзі струму  $I$ ; джерело живлення володіє безкінечно великою потужністю в порівнянні з потужністю, яка споживається електричним фільтром.

*Розв'язок.* Для виводу диференціального рівняння RC-ланцюга використаємо друге правило Кірхгофа [1, 5], відповідно якому

$$U_{\text{ex}} = U_R + U_{\text{вих}} = IR + U_{\text{вих}}, \quad (1.19)$$

і відповідно між струмом і напруженням на конденсаторі:

$$I = C \frac{dU_{\text{вих}}}{d\tau}. \quad (1.20)$$

Звідси

$$RC \frac{dU_{\text{вих}}(\tau)}{d\tau} + U_{\text{вих}}(\tau) = U_{\text{ex}}(\tau). \quad (1.21)$$

Таким чином, електричний RC-ланцюг, по своїм динамічним властивостям, відповідає статичному ланцюгу першого порядку з постійною часу  $T = RC$ .

Перехідна функція визначається зміною в часі напруження  $U_{\text{вих}}$  при одноступінчатій вхідній дії

$$U_{\text{ex}}(\tau) = 1(\tau) \quad (1.22)$$

і нульових умовах

$$U_{\text{вих}}(0) = 0. \quad (1.23)$$

При  $\tau > 0$  рівняння можна записати у вигляді

$$T \frac{dU_{\text{вих}}(\tau)}{d\tau} + U_{\text{вих}}(\tau) = 1. \quad (1.24)$$

В правій частини рівняння (1.24) відсутні похідні, тому початкові значення вихідного напруження  $U_{\text{вих}}(+0) = 0$ .

Загальне рішення неоднорідного диференціального рівняння знаходимо у

вигляді суми його часткового рішення  $U_{вим}$  (вимушена складова, яка характеризує встановлений процес) і загального рішення  $U_c$  однорідного рівняння ( $U_c$  - вільна складова, яка характеризує перехідний процес).

$$T \frac{dU_{вих}}{d\tau} + U_{вих} = 0 \quad (1.25)$$

Вихідному диференціальному рівнянню відповідає характеристичне рівняння

$$Ts + 1 = 0,$$

яке має єдиний корінь

$$s_1 = -\frac{1}{T}.$$

Відповідно, загальне рішення однорідного рівняння має вигляд

$$U_c(\tau) = 1 + C_1 e^{-\frac{\tau}{T}}. \quad (1.26)$$

Так як права частина рівняння є постійною величиною, часткове рішення  $U_{вим}$  шукаємо також у вигляді постійної величини  $C_2$ . Підставивши  $U_{вим}(\tau) = C_2$  в рівнянні, отримаємо  $C_2 = 1$ .

Таким чином, загальне рішення рівняння набуває вигляду

$$U_{вих}(\tau) = U_{вим}(\tau) + U_c(\tau) = 1 + C_1 e^{-\frac{\tau}{T}}. \quad (1.27)$$

Підставимо початкове значення вихідного навантаження у рівняння (1.27):

$$\tau = 0; \quad U_{вим}(+0) = 0 = 1 + C_1,$$

Звідси

$$C_1 = -1.$$

Кінцеве значення перехідної функції RC-ланцюга:

$$U_{вим}(\tau) = 1 - e^{-\frac{\tau}{T}}. \quad (1.28)$$

## Приклад 1.6

*Завдання:* Визначте параметри коливальної ланки другого порядку по отриманій кривій прискорення (рис. 1.4).

*Розв'язок.* Запишемо диференційне рівняння коливальної ланки другого



порядку у вигляді:

$$T_2^2 \frac{d^2 y(\tau)}{d\tau^2} + T_1 \frac{dy(\tau)}{d\tau} + y(\tau) = Kx(\tau),$$

де  $T_1, T_2, K$  – параметри коливальної ланки другого порядку, які підлягають визначенню.

Із графіка кривої розгону (см. рис. 1.4) знаходимо коефіцієнт підсилення:

$$K = \frac{y_\infty}{x} = \frac{3,5}{2} = 1,75.$$

Так як, постійні часу  $T_1$  і  $T_2$  із графіка кривої розгону (рис. 1.4) визначити неможливо, скористаємося рівняннями, які зв'язують постійні часу  $T_1$  і  $T_2$  з дійсною  $\alpha$  і уявною  $j\omega$  частинами коренів характеристичного рівняння:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{T_1}{2T_2^2}; \\ \omega &= \frac{1}{T_2} \sqrt{1 - \left(\frac{T_1}{2T_2}\right)^2}. \end{aligned} \tag{1.29}$$

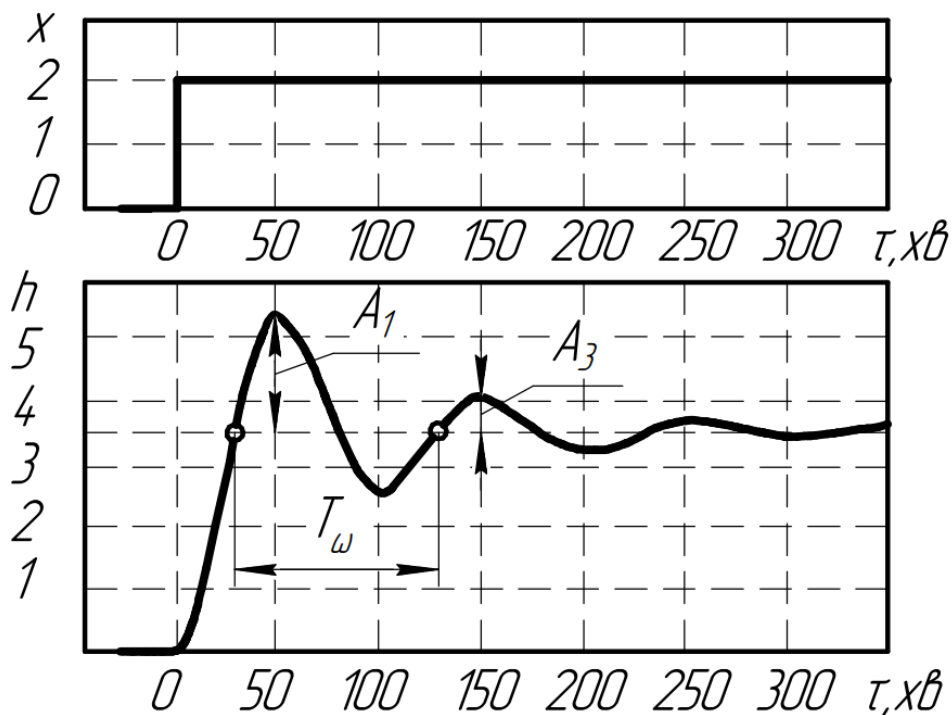


Рисунок 1.4. Крива розгону коливальної ланки другого порядку

Дійсну частину  $\alpha$  коренів рівняння можна знайти, як відношення позитивних амплітуд першого і другого періодів коливання кривої розгону (рис. 1.4):

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{\alpha T_\omega} = 2,0 / 0,5 = 4,$$

а уявну частину – як зв'язок частоти  $\omega$  і періоду коливань  $T_\omega$ :

$$\omega = \frac{2\pi}{T_\omega} = \frac{2\pi}{100} = 0,0628 c^{-1}.$$

Тоді:

$$\alpha = \frac{1}{T_w} \ln \frac{A_1}{A_2} = \frac{1,39}{100} = 0,0139 c^{-1}.$$

Підставляючи значення  $\alpha$  та  $\omega$  у наші рівняння та розв'язуючи їх разом, можна знайти значення постійних часу коливальної ланки другого порядку:

$$T_1 = 6,42 c; \quad T_2 = 15,2 c.$$

### **Завдання для самостійного розв'язку**

1.1. Магнітний газоаналізатор для визначення вмісту кисню в газових сумішах по динамічним властивостям відповідає статичному ланцюгу першого порядку з постійною часу 10 с і коефіцієнтом підсилення, який дорівнює 1.

Скласти диференціальне рівняння магнітного газоаналізатора. Користуючись перетворенням Лапласа, отримати передаточну функцію магнітного газоаналізатора. Визначити показання магнітного газоаналізатора через 10 с, 20 с, і 40 с після ступінчатої зміни концентрації кисню від 15% до 21%.

1.2. Первинний вимірювальний перетворювач магнітного газоаналізатора з'єднаний з реактором трубкою для відбору проб аналізуємої газової суміші, із чого з'являється транспортне запізнення рівне 5 с.

Якими будуть покази магнітного газоаналізатора через 10 с, 20 с і 40 с після такої ж ступінчатої зміни концентрації кисню, як у завданні 1.1. Розрахувати довжину трубки для відбору проб, якщо відомі її діаметр (0,01 м) і витрати

газового потоку (60 л/год).

1.3. Термокондуктометричний газоаналізатор ІВА-1В11 призначений для вимірювання концентрації водню в контурі охолодження турбогенераторів. Завдяки деяким оригінальним технічним рішенням газоаналізатор має унікальну швидкодію.

Припускаючи, що по своїм динамічним властивостям газоаналізатор ІВА-1В11 відповідає статичному ланцюгу першого порядку, визначте його постійну часу, якщо час встановлення показань газоаналізатора  $\tau_{0,9} = 15 \text{ с}$  (час встановлення показників  $\tau_{0,9}$  визначають як час, на протязі якого зміна показання газоаналізатора досягає 90% повної зміни показань, який викликаний ступінчатою зміною концентрації водню).

1.4. Дано передатну функцію трубопроводу:

$$W(s) = e^{-5s}.$$

Назвіть ланцюг. Отримайте перехідну функцію трубопроводу і нарисуйте перехідну характеристику для нього.

1.5. Для знаходження властивостей системи регулювання провели експеримент, в ході якого, переконались, що система регулювання знаходиться в статичному режимі. Потім швидко змінили задане значення регулюючого параметру на 20% та, за допомогою реєструючого пристрою, записали зміни регулюючого параметру у часі  $y(t)$  (рисунок 1.5).

Для скорочення часу експерименту не дочекались завершення перехідного процесу, в припущенні знаходження нового встановленого значення регулюючого параметру  $y_\infty$  по його поточним значенням в перехідному процесі.

Визначте передаточну функцію системи регулювання по каналу, що задає збурювач та часу перехідного процесу.

Підказка 1. Передаточну функцію системи регулювання враховувати приблизно такою ж, як у послідовному з'єднанні коливальної статичної ланки другого порядку та ланки запізнення.

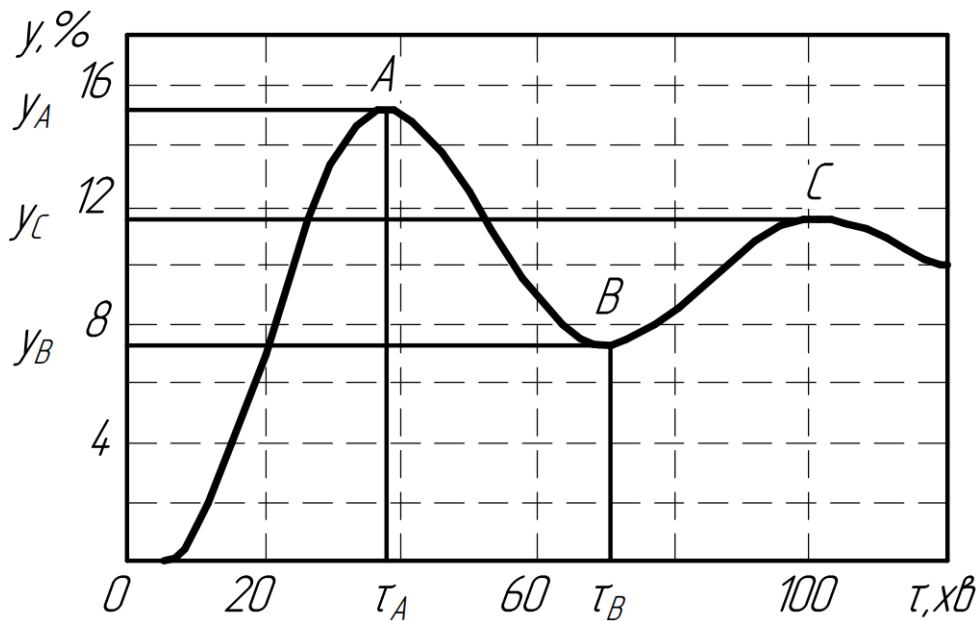


Рисунок 1.5. Перехідна характеристика системи регулювання

Підказка 2. Нове встановлене значення регулювання параметру  $y_\infty$  можна визначити за допомогою формули:

$$y_\infty = \lim_{\tau \rightarrow \infty} y(t) = \frac{y_A y_C - y_B^2}{y_A + y_C - 2y_B}.$$

1.6. На рис. 1.6 приведено структурну схему компенсаційної системи автоматичного регулювання, де  $D(s)$  - вигляд по Лапласу збурюючої дії,  $U(s)$  – вигляд по Лапласу керуючої дії,  $Y(s)$  – вигляд по Лапласу керуючого параметра,  $W_{об}(s)$  – передатна функція об'єкту регулювання по каналу збурюючої дії,  $W_c(s)$  – передатна функція об'єкта регулювання по каналу керуючої дії,  $W_k(s)$  – передаточна функція компенсатора.

Визначити передаточну функцію «ідеального компенсатора», тобто такого, який забезпечить відсутність реакції об'єкту  $y(t)=0$  на будь яку збурюючу дію  $d(t)$ .

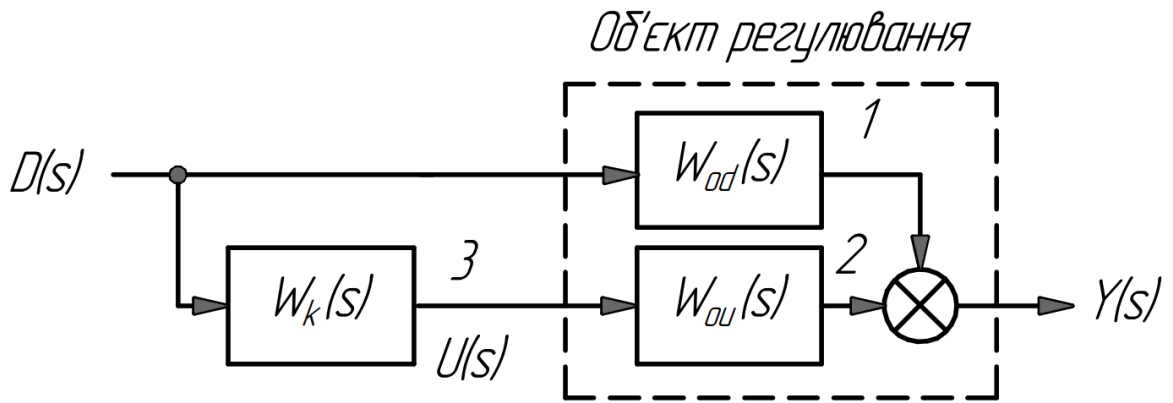


Рисунок 1.6. Структурна схема компенсаційної системи регулювання

1.7. Структурні схеми комбінованих автоматичних систем регулювання представлені на рис. 1.7 та рис. 1.8, де  $Y_{зд}(s)$  – вигляд по Лапласу задавальної дії,  $W_p(s)$  – передаточна функція регулятора.

Для кожної системи визначити передаточну функцію «ідеального» компенсатора, що забезпечує інваріантність системи регулювання по відношенню до збурюючої дії  $d(t)$ .

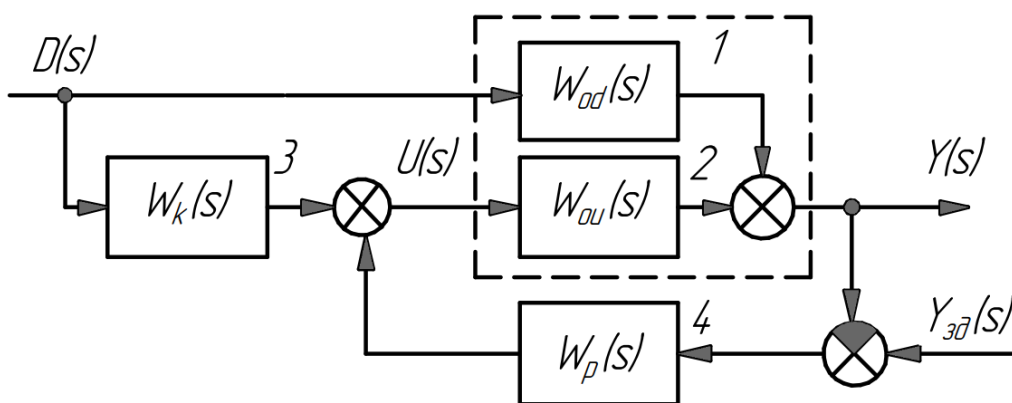


Рисунок 1.7. Структурна схема комбінованої системи регулювання. Вихідні системи компенсатора і регулятора сумуються

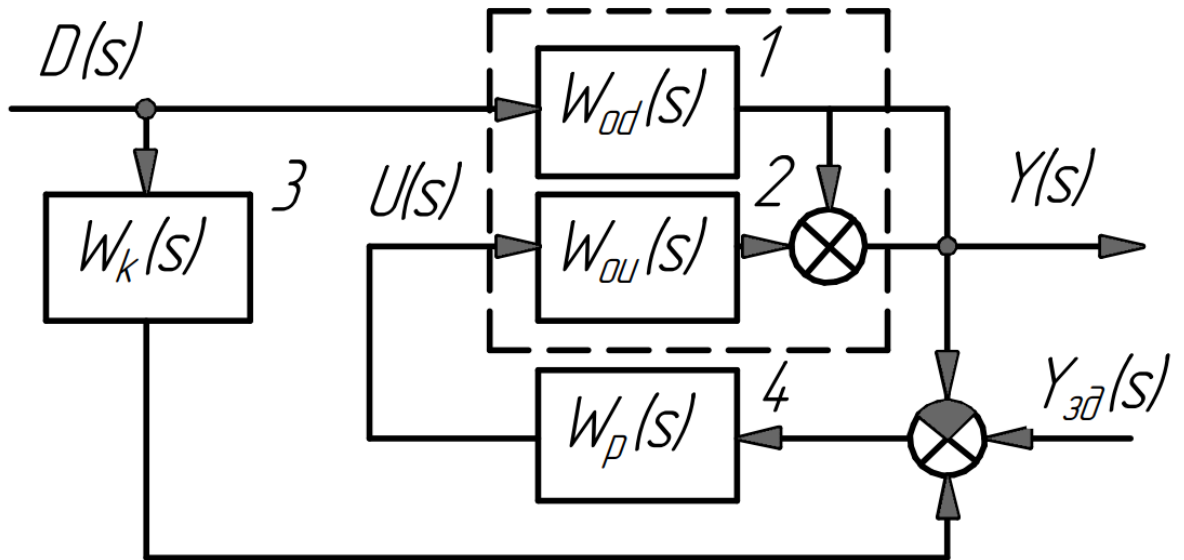


Рисунок 1.8. Структурна схема комбінованої системи регулювання. Компенсатор коректує завдання регулятора

1.8. На рисунку 1.9 представлена структурна схема регулювання багатомірного об'єкту (на схемі відмічений штриховою рамкою) із взаємозв'язаними параметрами: кожен із вихідних параметрів ( $u_1$  та  $u_2$ ), дія на два вихідних параметра ( $y_1$  та  $y_2$ ).

При розрахунку системи регулювання, в цьому випадку, необхідно враховувати внутрішні зв'язки та інші контури регулювання. На рисунку 1.10 приведена частина структурної схеми, яка еквівалентна «об'єкту регулювання» по відношенню до регулятора  $R_1$ . Представте схожу схему, еквівалентну «об'єкту регулювання» для регулятора  $R_2$ .

Визначити передаточну функцію «еквівалентних об'єктів» для регуляторів  $R_1, R_2$ :

$$W_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U_1(s)}; \quad W_2(s) = \frac{Y_2(s)}{U_2(s)}.$$

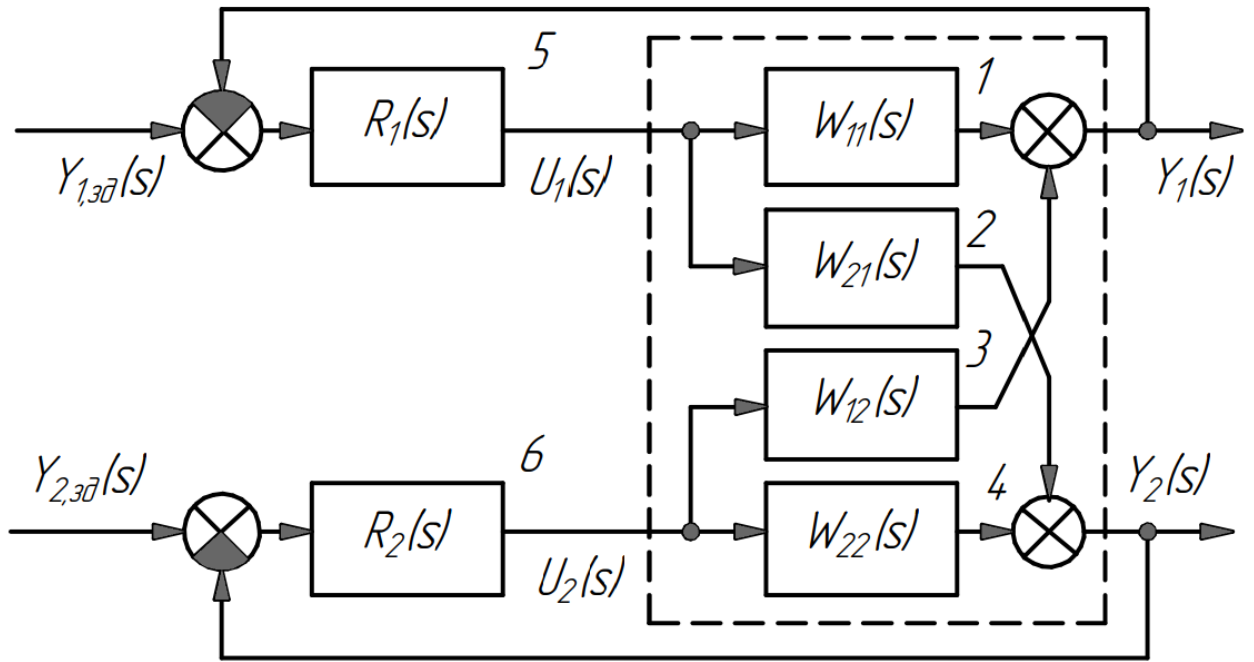


Рисунок 1.9. Структурна схема регулювання об'єкта зі взаємопов'язаними параметрами до задачі

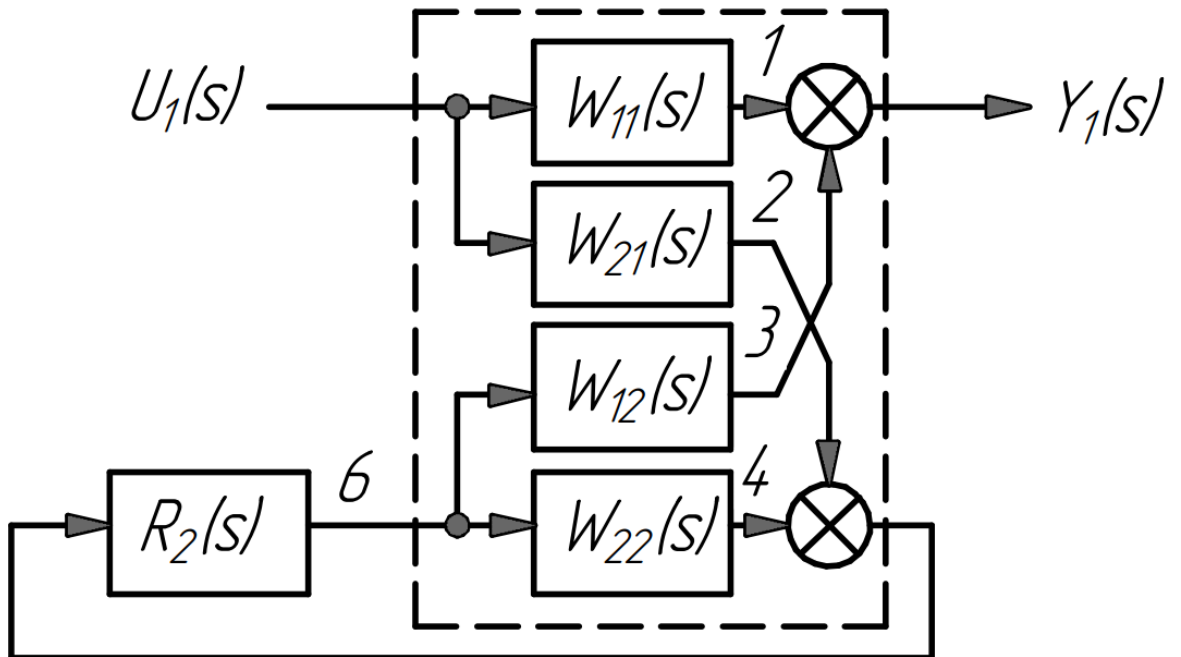


Рисунок 1.10. Частина структурної схеми системи керування, що зображена на попередньому малюнку, еквівалентна "об'єкту керування" по відношенню до регулятора  $R_1$ .

## 2. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3-4. Частотні характеристики динамічних ланок, систем автоматичного регулювання і керування

### Динамічні ланки. Частотні характеристики

**Мета:** навчитися отримувати передатну функцію об'єкта, скласти рівняння статичного режиму роботи обладнання та проводити лінеаризацію статичних характеристик.

**Теоретичні питання.** По своїх динамічних властивостях технологічні об'єкти, як об'єкти управління, відносяться до **інерційних із запізнюванням**.

Звичайна аперіодична ланка [5, 6] –  $T \frac{dy}{dt} + y = kx$ .

Аперіодична ланка із запізнюванням –  $T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t - \tau)$  (рис. 2.1).

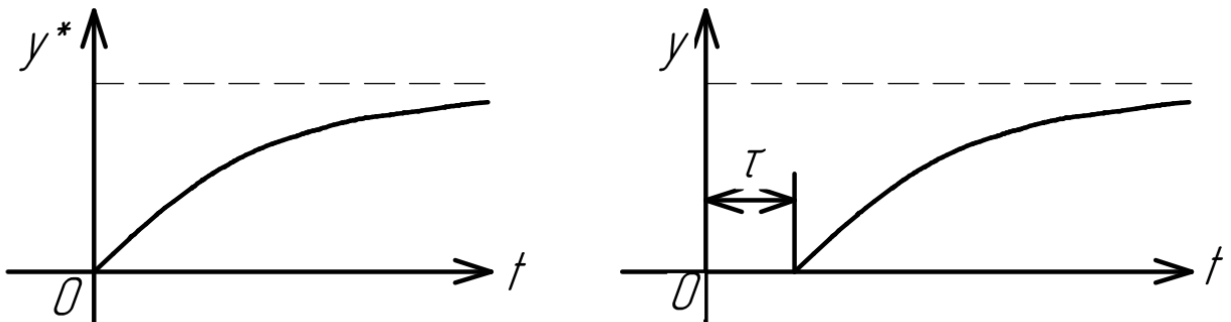


Рисунок 2.1. Ланка чистого запізнювання –  $y(t - \tau) = x(t)$

Передавальна функція ланки чистого запізнювання –  $e^{-s\tau}$

Тоді

$$W(s) = W_{\tau}(s)W_0(s) = W_0(s)e^{-s\tau} = \frac{R(s)}{Q(s)}e^{-s\tau}.$$

Структурна схема ланки чистого запізнювання наведена на рис. 2.2.



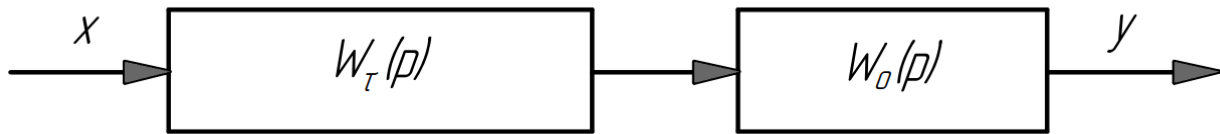


Рисунок 2.2. Структурна схема ланки чистого запізнювання [1]

У першому наближенні розміром запізнювання  $\tau$  можуть бути охарактеризовані трубопроводи. Величину запізнювання  $\tau$  в ланці можна визначити експериментальним шляхом за тимчасової характеристики.

Відмітимо також, що така ж експериментальна крива, згідно графіку, може приблизно трактуватися як тимчасова характеристика звичайної аперіодичної ланки другого порядку [2,6]

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)x_2 = (T_3 p + 1)(T_4 p + 1)x_2 = kx_1 .$$

З огляду на тимчасову характеристику, реальна ланка приблизно описується рівнянням першого порядку з аргументом, що запізнюється. Часто може бути рівняння з таким же ступенем наближення, яке є звичайним диференціальним рівнянням другого порядку. Порівнюючи амплітудно-фазові характеристики з експериментально знятою амплітудно-фазовою характеристикою ланки, яка характеризує його динамічні властивості при вимушених коливаннях дістане необхідне рівняння.

Для побудови амплітудно-фазової характеристики будь-якої лінійної ланки із запізнюванням необхідно узяти характеристику відповідної звичайної лінійної ланки і кожну її крапку зрушити уздовж кола за годинниковою стрілкою на кут  $\tau\omega$ , де  $\omega$  – значення частоти коливань в даній точці характеристики (рисунок 2.3, а).

Оскільки, на початку амплітудно-фазової характеристики  $\tau\omega=0$ , а в кінці  $\tau\omega=\infty$ , то початкова точка залишається без зміни, а кінець характеристики, асимптотика, навивається на початок координат (якщо ступінь операторного многочлена  $R$  менший, ніж многочлена  $Q$ ).

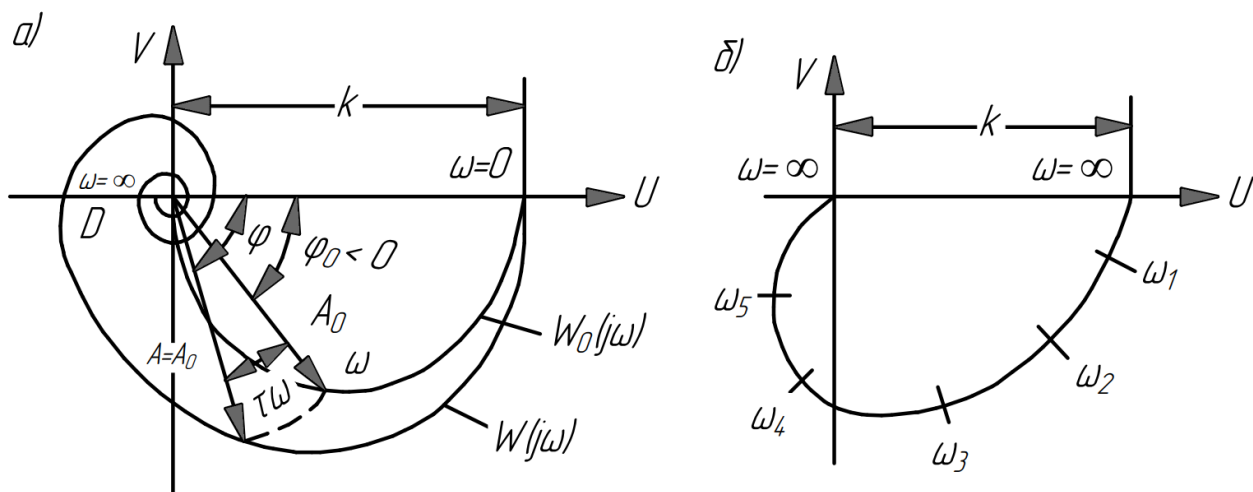


Рисунок 2.3. Амплітудно-фазова характеристика

При дослідженні динаміки розімкненого ланцюга з послідовно з'єднаних ланок не враховуємо, чи буде все запізнювання зосереджено в одній, будь-якій ланці, або рознесено по різних ланках. Для багатоконтурних ланцюгів вийдуть складніші співвідношення.

Нехай, наприклад, інтегруюча ланка з уповільненням, передаточна функція якої

$$W_c(s) = \frac{k_c}{s(1+Ts)}$$

охоплюється негативним зворотним зв'язком з передаточною функцією

$$W_{oc}(s) = k_{oc}e^{-\tau s}$$

Тоді передаточна функція ланки із зворотним зв'язком буде

$$W(s) = \frac{k_c}{Ts^2 + s + k_c k_{oc} e^{-\tau s}} \cdot$$

Частотна передавальна функція набуде виразу  $s=j\omega$  (використовуємо формулу Ейлера  $e^{\pm x} = \cos x \pm j \sin x$ ).

Амплітудно-фазова характеристика, яка відповідає цьому виразу, приведена для ілюстрації на рисунку 2.4.

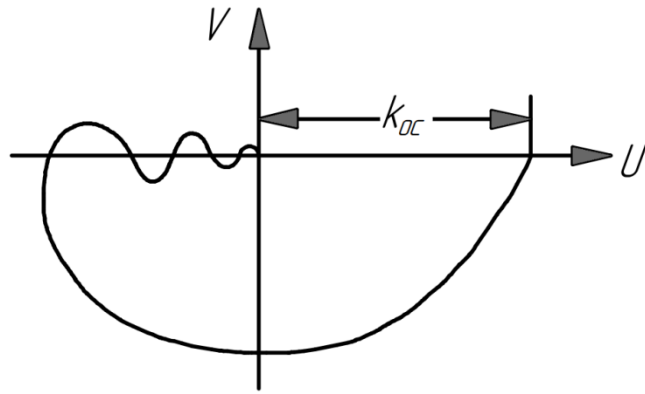


Рисунок 2.4. Амплітудно-фазова характеристика

### Приклад 2.1

*Завдання:* Знайти частотну передавальну функцію резервуара з вільним закінченням (рис. 2.5), якщо рівень рідини  $L$  пов'язаний з припливом рідини в резервуар  $F_{вх}$  рівнянням:

$$T \frac{d(\Delta L)}{d\tau} + \Delta L = K(\Delta F_{вх}), \quad (2.1)$$

де  $L$  - відхилення рівня рідини в резервуарі від статистичного номінального значення;  $\Delta F_{вх}$  - зміни припливу порівняно номінальним значенням;  $T$  и  $K$  - постійна часу і статичний коефіцієнт посилення, що залежать від площі перетину резервуара і гідравлічного опору стоку [7, 8].

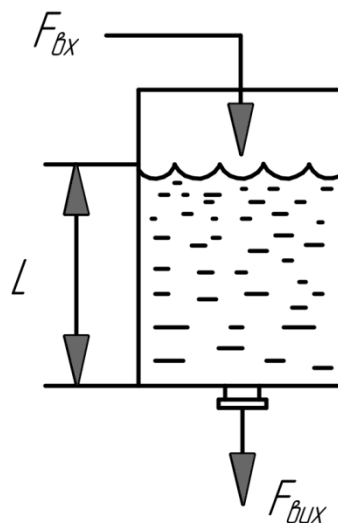


Рисунок 2.5. Резервуар з вільним закінченням

*Розв'язок.* Перетворимо диференціальне рівняння за Фур'є, скориставшись лінійною властивістю:

$$T \cdot \mathfrak{Z} \left[ \frac{d\Delta L(\tau)}{d\tau} \right] + \mathfrak{Z}[\Delta L(\tau)] = K \cdot \mathfrak{Z}[\Delta F(\tau)]. \quad (2.2)$$

Потім, застосовуючи теорему про диференціювання, отримаємо рівняння

$$Tj\omega \cdot \mathfrak{Z}[\Delta L(\tau)] + \mathfrak{Z}[\Delta L(\tau)] = K \cdot [\Delta F(\tau)], \quad (2.3)$$

яке можна представити у вигляді

$$\mathfrak{Z}[\Delta L(\tau)] \cdot (Tj\omega + 1) = K \cdot \mathfrak{Z}[\Delta F(\tau)]. \quad (2.4)$$

Знайдемо частотну передавальну функцію резервуара з рівняння (2.4):

$$W(j\omega) = \frac{\mathfrak{Z}[\Delta L(\tau)]}{\mathfrak{Z}[\Delta F(\tau)]} = \frac{K}{Tj\omega + 1}. \quad (2.5)$$

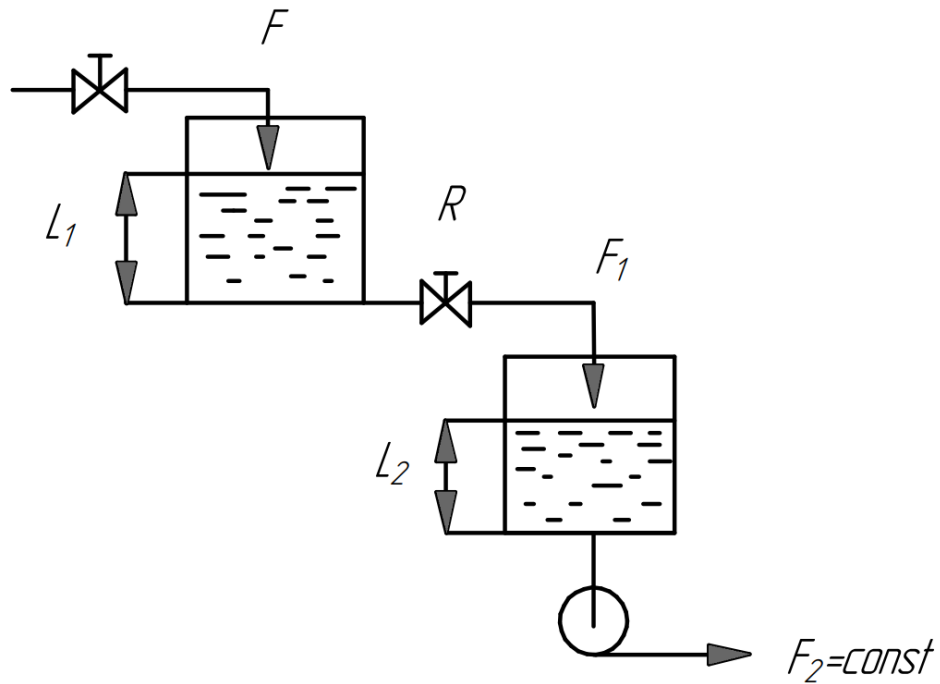
Зауваження. Порівнявши частотну передавальну функцію резервуара з його передавальною функцією, отримаємо:

$$W(s) = \frac{\mathfrak{Z}[\Delta L(\tau)]}{\mathfrak{Z}[\Delta F(\tau)]} = \frac{K}{Ts + 1}, \quad (2.6)$$

Приходимо до висновку: частотну передавальну функцію легко отримати з самої передавальної функції, якщо замінити в останній  $s$  на  $j\omega$ .

## Приклад 2.2

*Завдання:* На рисунку 2.6. зображено двохемнісний об'єкт без запізнення і самовирівнювання. Відомо, що при ступінчатій зміні витрати  $F$  на  $1 \text{ м}^3/\text{хв}$  витрата  $F_1$  зростає на  $0,63 \text{ м}^3/\text{хв}$  через три хвилини, а при ступінчатій зміні витрати  $F_1$  на  $1 \text{ м}^3/\text{хв}$  рівень рідини  $L_2$  у другому резервуарі зростає зі швидкістю  $0,25 \text{ м}/\text{хв}$ .



Рисунку 2.6. Схема двохемнісного об'єкта без запізнення і самовирівнювання

Отримаємо передатну функцію об'єкта, яка зв'язує зміну рівня рідини  $\Delta L_2$  у другому резервуарі зі зміною притока  $\Delta F$  в перший резервуар і побудуємо логарифмічну амплітудно-частотну і фазово-частотну характеристики об'єкта.

*Розв'язок.* Уявімо двохемнісний об'єкт без запізнення із самовирівнювання у вигляді послідовного з'єднання двох детектуючих ланцюгів.

Перший резервуар має позитивне самовирівнювання і по своїм динамічним властивостям представляє собою статичний ланцюг першого порядку. Якщо знайти постійну часу і коефіцієнт підсилення ланцюга, то можна написати його диференціальне рівняння і отримати передатну функцію. В статичних умовах для першого резервуару приток рівний стоку  $F = F_1$ , відповідно, коефіцієнт підсилення ланцюга  $K = 1$ . Відомо, що після одиничної ступінчатої зміни вхідного впливу, зміна вихідного параметра статичного ланцюга першого порядку описується рівнянням

$$\Delta F_1 = 1 - e^{-\frac{\tau}{T}}, \quad (2.7)$$

з якого випливає, що  $\Delta F_1 = 0,63 \text{ м}^3/\text{хв}$ , якщо  $\tau/T = 1$ . Так як  $\Delta F_1 = 0,63 \text{ м}^3/\text{хв}$  через

час  $\tau$ , рівний 3 хвилинам, то постійна часу  $T = 3 \text{ хв}$ . Тепер можна записати диференціальне рівняння для першого резервуару

$$3 \frac{d(\Delta F_1)}{d\tau} + \Delta F_1 = \Delta F, \quad (2.8)$$

а також його передатну функцію  $W_1(s)$  і частотну передатну функцію  $W_1(j\omega)$ :

$$W_1(s) = \frac{\zeta(\Delta F_1)}{\zeta(\Delta F)} = \frac{1}{3s + 1}; \quad (2.9)$$

$$W_1(j\omega) = \frac{\Im(\Delta F_1)}{\Im(\Delta F)} = \frac{1}{3j\omega + 1}. \quad (2.10)$$

Використовуючи частотну передаточну функцією  $W_1(j\omega)$ , отримаємо амлітудно-частотну  $A_1(\omega)$  і фазово-частотну  $\varphi_1(\omega)$  характеристики першого резервуара:

$$A_1(\omega) = |W_1(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{9\omega^2 + 1}}; \quad (2.11)$$

$$\varphi_1(\omega) = \arg W_1(j\omega) = -\arctg(3\omega). \quad (2.12)$$

Другий резервуар представляє собою інтегруючий ланцюг і описується диференціальним рівнянням

$$\frac{d(\Delta L)}{d\tau} = \frac{1}{T_a} \Delta F_1. \quad (2.13)$$

Так як при ступінчатій зміні  $F$  на  $1 \text{ м}^3/\text{хв}$ , рівень рідини у другому резервуарі зростає зі швидкістю  $0,25 \text{ м}/\text{хв}$  ( $d(\Delta L)/d\tau = 0,25$ ), то постійна часу інтегрування  $T_a = 4 \text{ хв}$ . Відповідно, диференціальне рівняння для другого резервуару може бути записано як:

$$\frac{d(\Delta L)}{d\tau} = \frac{1}{4} \Delta F_1, \quad (2.13)$$

а його передатна функція  $W_2(s)$  і частотна передатна функція  $W_2(j\omega)$  має вигляд:

$$W_2(s) = \frac{\zeta(\Delta L)}{\zeta(\Delta F_1)} = \frac{1}{4s}; \quad (2.14)$$

$$W_2(j\omega) = \frac{\mathfrak{I}(\Delta L)}{\mathfrak{I}(\Delta L_1)} = \frac{1}{4j\omega} = \frac{1}{4\omega} j. \quad (2.15)$$

Амплітудно-частотна  $A_2(\omega)$  і фазова-частотна  $\varphi_2(\omega)$  характеристики другого резервуара визначаються рівняннями:

$$A_2(\omega) = |W_2(j\omega)| = \frac{1}{4\omega};$$

$$\varphi_2(\omega) = \arg W_2(j\omega) = -\frac{\pi}{2}.$$

Позначимо  $\Delta F, \Delta F_1, \Delta L$  – яквідхилення від статичних значень.

Так як резервуари з'єднані послідовно, то загальна передаточна функція об'єкта буде дорівнювати добутку передаточних функцій резервуарів:

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) = \frac{1}{4s(3s+1)}.$$

Щоб отримати амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) об'єкта  $A(\omega)$ , необхідно перемножити АЧХ резервуарів:

$$A(\omega) = A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) = \frac{1}{4\omega\sqrt{9\omega^2+1}},$$

а для отримання фазово-частотної характеристики (ФЧХ) об'єкта  $\varphi(\omega)$  потрібно скласти ФЧХ резервуарів:

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) = -\arctg(3\omega) - \frac{\pi}{2}.$$

Далі будемо логарифмічні частотні характеристики для першого  $|A_1(\omega), \varphi_1(\omega)|$  і  $|A_2(\omega), \varphi_2(\omega)|$  другого резервуарів і використовуючи правила складання логарифмічних частотних характеристик (ЛАЧХ), отримаємо ЛАЧХ  $|A(\omega)|$  і ЛФЧХ  $|\varphi(\omega)|$  двох-ємнісного об'єкта без запізнення і самовирівнювання (рисунок 2.7).

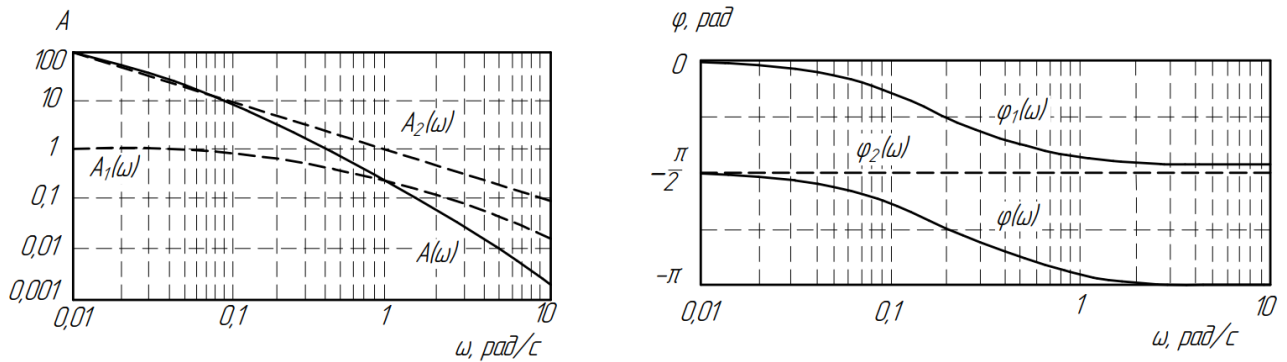


Рисунок 2.7. Логарифмічні амплітудно-частотні  $A_1(\omega)$ ,  $A_2(\omega)$ ,  $A(\omega)$  і фазово-частотні  $\varphi_1(\omega)$ ,  $\varphi_2(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$  характеристики першого резервуару, другого резервуару і всього об'єкта.

### Завдання для самостійного розв'язку

**2.1** Дана передаточна функція типової динамічної ланки  $W(s) = K$ .

Для різних значень  $K=(0,5;1,0;2,0)$  побудувати ЛАЧХ, ЛФЧХ та амплітудно-фазову характеристику ланки.

**2.2** Знайти сталу часу  $T$  та коефіцієнт підсилення  $K$  статичної ланки першого порядку, якщо модуль та аргумент цієї частотної передаточної функції при частоті  $\omega = 10 \text{ рад/сек}$  дорівнює:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = 10;$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = -\frac{\pi}{4}.$$

**2.3** Знайти сталу часу  $T$  та коефіцієнт підсилення  $K$  статичної ланки першого порядку, якщо відомо, що при частоті  $\omega = 0,55 \text{ рад/сек}$  реальна та уявна частини частотно-передаточної функції дорівнюють:

$$\operatorname{Re}[W(j\omega)] = 0,91; \quad \operatorname{Im}[W(j\omega)] = -1,0.$$

**2.4** Побудуйте апроксимовану логарифмічну амплітудну та фазову характеристики платиного термометра опору, якщо по своїм динамічним властивостям він відповідає статичній ланці першого порядку зі сталою часу у 50 с.

**2.5.** Побудувати логарифмічно-частотні характеристики (амплітудну і



фазову) нестійкого коливального ланцюга з передатною функцією

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 - 2\zeta Ts + 1},$$

де  $K = 30$ ;  $T = 50$ ;  $\zeta = 0,2$ .

Порівняйте побудовані частотні характеристик з аналогічними характеристиками стійкого коливального руху.

**2.6.** Побудувати логарифмічно-частотні характеристики (ЛЧХ) і амплітудну фазово-частотну характеристику (АФЧХ) (амплітудну і фазову) консервативного статичного ланцюга другого порядку ( $\zeta = 0$ ) з передатною функцією

$$W(s) = \frac{2}{T^2 s^2 + 1}.$$

**2.7.** Знайти постійну часу інтегрування  $T_a$  ідеального інтегруючого ланцюга, якщо на частоті  $\omega = 2 \text{ рад/с}$  значення його АЧХ рівно 5,4.

**2.8.** Знаючи постійну часу інтегрування  $T_a$  (5 хв) ідеального інтегруючого ланцюга, побудувати ЛАЧХ і ЛФЧХ, а також амлітудно-фазову частотну характеристику ланцюга.



- визначник має  $n$  рядків та  $n$  стовпців, в першому рядку розташовуються “непарні” коефіцієнти, після чого рядок доповнюється до числа  $n$  нулями;
- другий рядок включає всі “парні” коефіцієнти і також доповнюється нулями до числа  $n$ ;
- третій та четвертий рядки отримують зсувом вправо відповідно першого та другого рядків на один елемент, а зліва проставляється нуль. Аналогічно отримують і наступні рядки;
- в головній діагоналі визначника розташовуються всі коефіцієнти, крім  $a_n$ .

Критерій стійкості Рауса-Гурвиця формулюється так: автоматична система, яка описується характеристичним поліномом стійка, якщо при  $a_n > 0$  визначник  $\Delta_n$  та всі його діагональні мінори додатні. (Мінор – визначник, складений з елементів, розташованих на перетині будь-яких  $k$  рядків та  $k$  стовпців визначника). У визначнику мінори виділені пунктиром [1].

Останній стовпець визначника  $\Delta_n$  має лише один елемент  $a_0 > 0$ , тому використовують залежність:

$$\Delta_n = a_0 \cdot \Delta_{n-1},$$

яка може розпадатися на дві, якщо  $\Delta_n = 0 : a_0 = 0, \Delta_{n-1} = 0$ . Коли  $\Delta_n = 0$ , система знаходиться на межі стійкості. При цьому, при  $a_0 = 0$  існує один нульовий корінь (аперіодична межа стійкості), а при  $\Delta_{n-1} = 0$  існує пара уявних коренів (коливальна межа стійкості).

Розглянемо використання алгебраїчного критерія для системи різних порядків. Для системи першого порядку характеристичний поліном має вигляд:

$$D(\lambda) = a_1 \lambda + a_0,$$

а умова стійкості:

$$\Delta_1 = a_0, a_1 > 0.$$

Для системи другого порядку:

$$D(\lambda) = a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_0 \end{vmatrix} = a_1 a_0 > 0, \Delta_1 = a_1, a_2 > 0, a_0 > 0 .$$

Таким чином, для системи першого і другого порядків необхідною і достатньою умовою стійкості є додатність всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння.

Для системи третього порядку:

$$D(\lambda) = a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} .$$

Умови стійкості:

$$a_3 > 0, \Delta_1 = a_2 > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_2 a_1 - a_0 a_3 > 0, \Delta_3 = a_0 \Delta_2 > 0$$

Остання нерівність за умови  $a_0 > 0$  потребує  $\Delta_2 > 0$ . Таким чином, для системи 3-го порядку забезпечення стійкості вимагає не лише додатності всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння, а й певного співвідношення між ними.

Для системи 4-го порядку:

$$D(\lambda) = a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0;$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} .$$

Умова стійкості:

$$a_4 > 0; \Delta_1 = a_3 > 0; \Delta_2 = a_2 a_3 - a_1 a_4 > 0 ; \\ \Delta_3 = a_1 \Delta_2 - a_3 \begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ a_4 & 0 \end{vmatrix} = a_1 \Delta_2 - a_3^2 a_0 > 0; \Delta_4 = a_0 \Delta_3 > 0 .$$

Для систем високих порядків ( $n \geq 3$ ) використання алгебраїчного критерія Рауса-Гурвиця стає незручним і потребує громіздких виразів. Крім того, цей критерій не дає можливості визначити, які заходи необхідно здійснити для забезпечення стійкості.

**Частотні критерії стійкості.** Один з частотних критеріїв був запропонований в 1932 р. **Х.Найквістом**, який досліджував властивості електронних підсилювачів із зворотніми зв'язками. Цей критерій потім став одним з найбільш уживаних при дослідженнях стійкості автоматичних систем.

На відміну від інших критеріїв, заснованих на аналізі характеристичного рівняння системи, цей критерій використовує амплітудно-фазову характеристику розімкненої системи  $W_{роз}(j\omega) = W_{рез}(j\omega) \cdot W_{ок}(j\omega)$ , тобто послідовне з'єднання (добуток) відповідних характеристик і передаточних функцій автоматичного регулятора і об'єкта по каналу керування. Саме це забезпечує наочність та зручність використання критерія, можна застосовувати експериментальні динамічні характеристики об'єкта. Цей критерій особливо зручний для одноконтурних систем, які можна представити у вигляді типових ланок [10, 11].

Основне застосування критерія Найквіста відноситься до систем, які є стійкими в розімкненому стані, що виконується в більшості випадків для технологічних об'єктів. Для цього випадку критерій Найквіста формулюється так: автоматична система керування стійка, якщо амплітудно-фазова характеристика розімкненої системи  $W_{роз}(j\omega)$  не охоплює точку з координатами  $(-1; j0)$  (рис.3.1).

На рис. 3.1. годограф 1 відповідає стійкій системі, 3 – нестійкій, 2 – на межі стійкості. Цей випадок справедливий для статичних систем. Для астатичних систем відповідні характеристики наведені на рис.3.2.

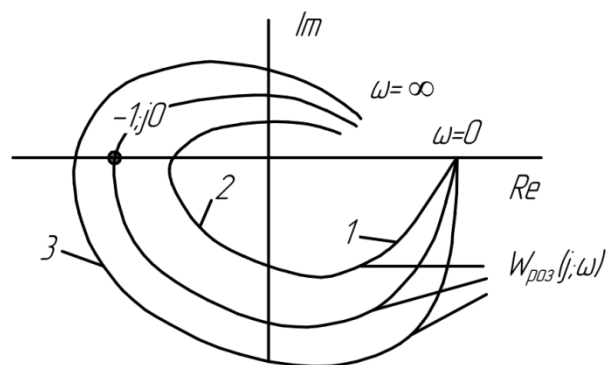


Рисунок. 3.1. Амплітудно-фазові характеристики розімкненої (статичної) системи

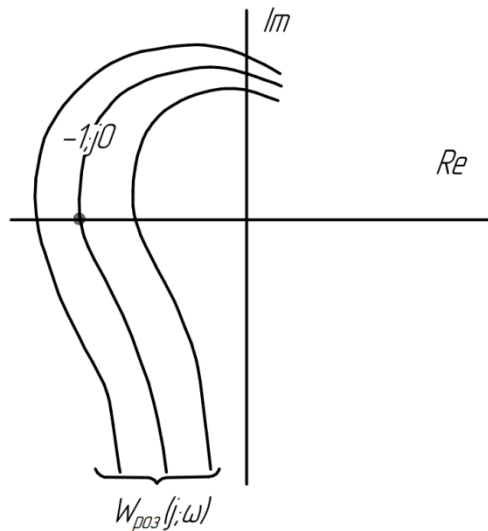


Рисунок. 3.2. Амплітудно-фазові характеристики розімкненої (астатичної) системи

При подальшому аналізі використовуються такі значення частоти:

- частота зрізу, коли  $A(\omega)$  (модуль  $W_{роз}(j\omega) = 1 - \omega_{зр}$  ;
- частота, при якій фазовий зсув  $\varphi(\omega) = -\pi - \omega_{\pi}$  .

Тоді умова знаходження системи на межі стійкості буде:

$$\omega_{зр} = \omega_{\pi}$$

Якщо проаналізувати проходження гармонійного сигналу через систему, то роль особливої точки  $(-1; j0)$  полягає в тому, що:

- вона відповідає перетворенню від'ємного зворотного зв'язку в додатній;
- вона є межею між режимами підсилення і ослаблення зовнішнього сигналу системою.

Може бути випадок, коли системи є нестійкою, в розімкненому стані. Тоді критерій Найквіста формулюється так: АСР буде стійкою, коли  $W_{роз}(j\omega)$  охоплює  $\ell/2$  разів точку з координатами  $(-1; j0)$ ,  $\ell$  - число правих коренів характеристичного рівняння розімкненої системи.

Критерій Найквіста зручно використовувати для аналізу систем, які мають в своїй структурі ланки запізнювання. В цьому випадку АФХ розімкненої системи можна подати у вигляді:

$$W_{роз}(j\omega) = W_{осн}(j\omega) \cdot e^{-j\omega\tau_{зн}},$$

де:  $W_{осн}(j\omega)$  - АФХ основних елементів системи;

$e^{-j\omega\tau_{зн}}$  - АФХ ланки запізнювання.

Наявність ланки запізнювання погіршує, як правило, стійкість і існує критичне запізнювання, при якому система виходить на межу стійкості -  $\omega_{зн}^{кр}$ .

Частотний критерій стійкості А.В.Михайлова заснований на аналізі характеристичного полінома системи, в який підставляється  $\lambda = j\omega$  :

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0$$

Цей вираз можна подати у вигляді суми дійсної та уявної частини:

$$D(j\omega) = U_D(\omega) + jV_D(\omega),$$

де:  $U_D(\omega)$  - дійсна частина, складена з членів з парними степенями  $\omega$ ;

$V_D(\omega)$  - уявна частина, яка утримує члени з непарними степенями  $\omega$ .

Кожному фіксованому значенню  $\omega$  відповідає комплексне число, яке можна зобразити вектором на комплексній площині. При змінюванні  $\omega$  від 0 до  $\infty$  цей вектор описує криву, яка називається годограф Михайлова. За видом годографа можна оцінювати стійкість системи. При  $\omega = 0$  функція  $D(j\omega) = a_0$ , що впливає з цього виразу, а при  $\omega \rightarrow \infty$  функція  $D(j\omega)$  необмежено зростає, але проходить різну кількість квадрантів в залежності від порядку системи.

Критерій стійкості Михайлова формулюється так: автоматична система керування, якій відповідає цьому рівнянню, стійка, якщо при змінюванні  $\omega$  від 0 до  $\infty$  годограф  $D(j\omega)$  огинає проти годинникової стрілки початок координат та проходить  $n$  квадрантів ( $n$  – порядок системи). Якщо система знаходиться на межі стійкості, то годограф проходить через початок координат (це відповідає наявності пари спряжених коренів).

На рис.3.3 годограф 1 відповідає стійкій системі ( $n=4$ ), 2 – на межі стійкості, 3 – нестійкій. При практичному використанні годографа Михайлова спочатку знаходять точки перетину його з координатними осями: при  $U_D(\omega) = 0$  знаходять частоту, коли  $D(j\omega)$  пересікається з уявною віссю і підставляють її значення у вираз для  $V_D(\omega)$ . Коли знайдено умови, за яких  $D(j\omega)$  перетинає осі координат, тобто знайдено нулі  $U_D(\omega)$  і  $V_D(\omega)$ , то повністю годограф будувати не потрібно: стійкість має місце, якщо нулі  $U_D(\omega)$  та  $V_D(\omega)$  чергуються з ростом  $\omega$ , починаючи з  $\omega = 0$ , тобто  $V_D(\omega) = 0$ , а  $U_D(\omega) > 0$ .

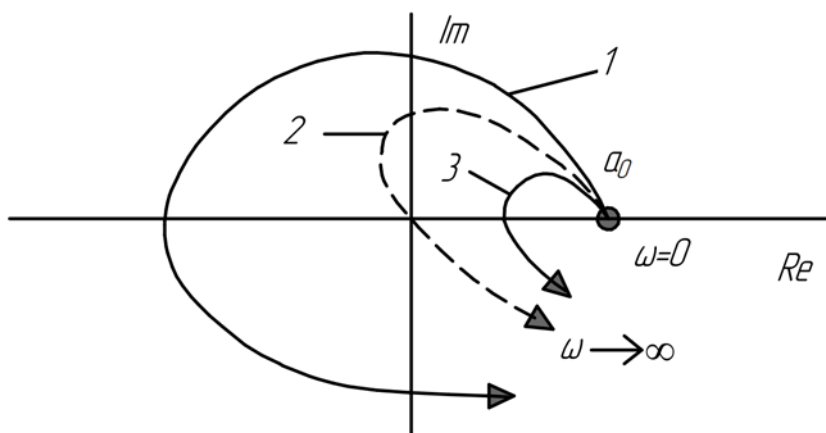


Рисунок 3.3. Годограф Михайлова

Якщо систему можна розбити на ланки, то годограф  $D(j\omega)$  можна отримати за правилами перемноження векторів.

Для оцінки стійкості системи можна використовувати також логарифмічні частотні характеристики. Це засновано на висновках, які випливають з критерія сті  $L(\omega)$  Найквіста: система буде стійкою тоді, коли при досягненні фазовою частотною характеристикою значення  $-180^0$  логарифмічна частотна характеристика буде від'ємною (криві 1, рис.3.4). Це значить, що АФХ розімкненої системи не охоплює точку  $(-1; j0)$ . Кривим 3 рис.3.4 відповідає нестійка система, 2 – на межі стійкості.



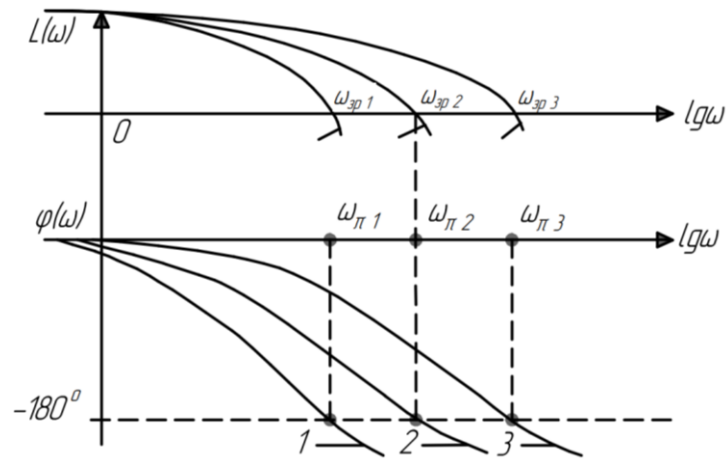


Рисунок. 3.4. Логарифмічні частотні характеристики статичної системи

### Приклад 3.1.

*Завдання:* Використовуючи критерій Рауса-Гурвіца, перевірити стійкість системи регулювання (див. рис. 3.5), якщо відомі передавальні функції об'єкта і регулятора [10]:

$$W_0(s) = \frac{5}{12s^2 + 3s + 1};$$

$$W_p(s) = 0,1 + \frac{1}{3s}.$$

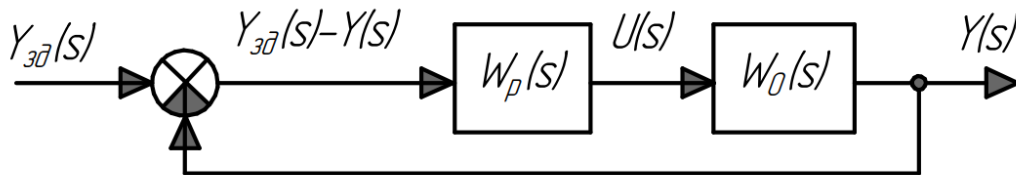


Рисунок 3.5. Структурна схема системи регулювання

*Розв'язок.* Запишемо передавальну функцію системи регулювання:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{Y_{зд}(s)} = \frac{W_p(s) \cdot W_0(s)}{1 + W_p(s) \cdot W_0(s)} = \frac{1,5s + 1}{36s^3 + 9s^2 + 4,5s + 5}.$$

Характеристики рівняння системи регулювання має вигляд:

$$36s^3 + 9s^2 + 4,5s + 5 = 0.$$

Необхідна умова стійкості виконується, так як всі коефіцієнти

характеристичного рівняння позитивні. Обчислимо визначники Гурвіца:

$$\Delta_1 = 9 > 0; \Delta_2 = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 36 & 4,5 \end{bmatrix} = -139,5 < 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 0 \\ 36 & 4,5 & 0 \\ 0 & 9 & 5 \end{bmatrix} = -697,5 < 0.$$

Другий і третій визначники Гурвіца негативні, отже, система регулювання нестійка.

### Приклад 3.2.

*Завдання:* Використовуючи критерій Рауса-Гурвіца, перевірити стійкість системи регулювання (див. рис. 3.6), якщо відомі передавальні функції об'єкта і регулятора:

$$W_0(s) = \frac{5}{12s^2 + 3s + 1}; W_p(s) = 0,1 + \frac{1}{3s}.$$

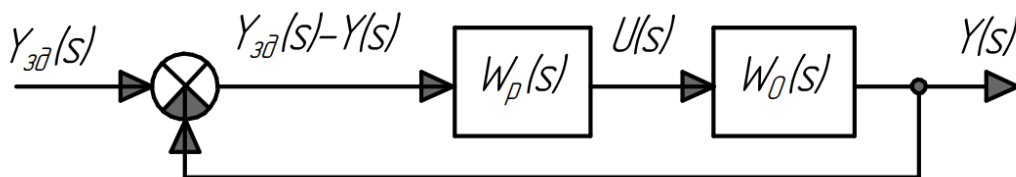


Рисунок 3.6. Структурна схема системи регулювання

*Розв'язок.* Запишемо передавальну функцію системи регулювання:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{Y_{3d}(s)} = \frac{W_p(s) \cdot W_0(s)}{1 + W_p(s) \cdot W_0(s)} = \frac{1,5s + 1}{36s^3 + 9s^2 + 4,5s + 5}.$$

Характеристики рівняння системи регулювання має вигляд:

$$36s^3 + 9s^2 + 4,5s + 5 = 0.$$

Необхідна умова стійкості виконується, так як всі коефіцієнти характеристичного рівняння позитивні. Обчислимо визначники Гурвіца:

$$\Delta_1 = 9 > 0; \Delta_2 = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 36 & 4,5 \end{bmatrix} = -139,5 < 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 0 \\ 36 & 4,5 & 0 \\ 0 & 9 & 5 \end{bmatrix} = -697,5 < 0.$$

Другий і третій визначники Гурвіца негативні, отже, система регулювання нестійка.

### Приклад 3.3.

*Завдання:* На рис. 3.7 приведена структурна схема системи регулювання. За допомогою критерій Рауса-Гурвіца визначити діапазон зміни коефіцієнта підсилення  $K$ , в якому система регулювання буде стійкою, якщо  $T_1 > 0, T_2 > 0, T_3 > 0$ .

*Розв'язок.* Знайдемо передатну функцію системи регулювання:

$$W(s) = \frac{K}{T_1 T_2 T_3 s^3 + (T_1 + T_2) T_3 s^2 + T_3 s + K}.$$

В характеристичному рівнянні стійкої системи регулювання,

$$T_1 T_2 T_3 s^3 + (T_1 + T_2) T_3 s^2 + T_3 s + K = 0,$$

всі коефіцієнти повинні бути позитивні, відповідно,  $K > 0$ .

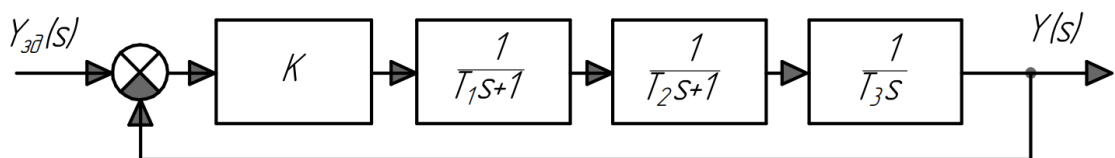


Рисунок 3.7. Структурна схема системи регулювання

Складемо матрицю Гурвіці для системи регулювання:

$$\begin{bmatrix} (T_1 + T_2) T_3 & K & 0 \\ T_1 T_2 T_3 & T_3 & 0 \\ 0 & (T_1 + T_2) T_3 & K \end{bmatrix}.$$

Запишемо умови стійкості:

$$\Delta_1 = (T_1 + T_2) T_3 > 0;$$

$$\Delta_2 = (T_1 + T_2)T_3^2 - T_1T_2T_3 \cdot K > 0;$$

$$\Delta_3 = \Delta_2 \cdot K = [(T_1 + T_2)T_3^2 - T_1T_2T_3 \cdot K] \cdot K > 0.$$

Перший визначник Гурвіца  $\Delta_1$  позитивний, так як за умовою  $T_1 > 0, T_2 > 0, T_3 > 0$ . Третій визначник Гурвіца  $\Delta_3$  буде позитивний при  $K > 0$  завжди, коли позитивним буде другий визначник Гурвіца  $\Delta_2$ , тобто для стійкості системи регулювання яка розглядається необхідно, щоб виконувалася умова

$$\Delta_2 = (T_1 + T_2)T_3^2 - T_1T_2T_3 \cdot K > 0,$$

з якого слідує:

$$K < \frac{T_3}{T_2} + \frac{T_3}{T_1}.$$

Таким чином, діапазон зміни коефіцієнта підсилення  $K$ , в якій система регулювання буде стійка, визначається нерівністю

$$0 < K < \frac{T_3}{T_2} + \frac{T_3}{T_1}.$$

### Приклад 3.4.

*Завдання:* За допомогою критерія Михайлова визначити, чи буде стійка лінійна система регулювання, характеристичне рівняння якої має вигляд:

$$s^4 + 5s^3 + 3s^2 + 4s + 0,5 = 0.$$

*Розв'язок.* По-перше, відмітимо, що степінь характеристичного многочлена

$$D(s) = s^4 + 5s^3 + 3s^2 + 4s + 0,5$$

дорівнює чотирьом. Замінімо в характеристичному многочлені  $s$  на  $j\omega$  та отримаємо, відповідно:

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= (j\omega)^4 + 5(j\omega)^3 + 3(j\omega)^2 + 4j\omega + 0,5 = \\ &= (\omega^4 - 3\omega^2 + 0,5) + j(4\omega - 5\omega^3), \end{aligned}$$

а дійсна та уявна частини визначаються виразами:

$$\operatorname{Re}[D(j\omega)] = \omega^4 - 3\omega^2 + 0,5; \operatorname{Im}[D(j\omega)] = 4\omega - 5\omega^3.$$

Годограф цього многочлена при зміні частоти  $\omega$  від нуля до безкінечності (годограф вектора Михайлова) починається на позитивній частині дійсної осі і

поступово проходить через чотири квадранта, не попадаючи в початок координат (рисунок 3.7, а) - система – стійка.

### Приклад 3.5.

*Завдання:* Визначити, за допомогою критерію Михайлова, чи буде стійка лінійна система регулювання, якщо її характеристичне рівняння має вигляд

$$s^4 + 3s^3 + 1,2s^2 + s + 0,4 = 0.$$

*Розв'язок.* Для побудови годографа вектора Михайлова запишемо характеристичний многочлен

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= (j + 3(j + 1,2(j + j\omega + 0,4) = \\ &= (\omega^4 - 1,2\omega^2 + 0,4) \div j(\omega - 3\omega^3) . \end{aligned}$$

Дійсну і уявну частини визначимо наступним чином:

$$\operatorname{Re}[D(j\omega)] = \omega^4 - 1,2\omega^2 + 0,4; \operatorname{Im}[D(j\omega)] = \omega - 3\omega^3.$$

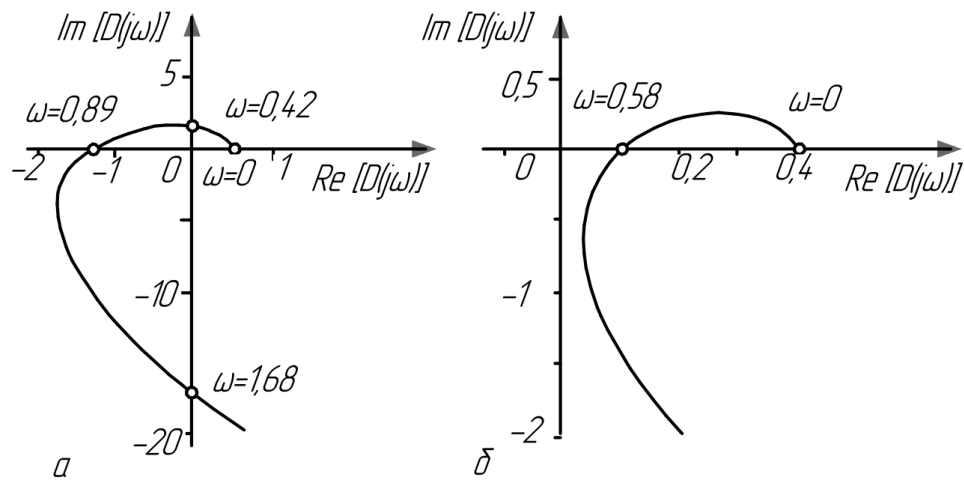


Рисунок 3.7. Годографи характеристичного поліному

Годограф вектора приведений на рисунку 3.7, б. З нього видно, що система нестійка.

### Завдання для самостійного розв'язку

**3.1** Використовуючи критерій Рауса – Гурвіца, перевірте, чи буде стійка система, характеристичні рівняння мають вид:

а)  $0,12s^4 + 2,5s^3 + 6s^2 + s + 5 = 0$ ; б)  $3s^4 + 4s^3 + 4s^2 + 2 = 0$ .

**3.2** Дані диференціальні рівняння об'єктів:

$$\begin{aligned} \text{а) } & 2 \frac{d^3 y}{d\tau^3} + \frac{d^2 y}{d\tau^2} + 3 \frac{dy}{d\tau} = x; \\ \text{б) } & 3 \frac{d^4 y}{d\tau^4} + 4 \frac{d^3 y}{d\tau^3} + 4 \frac{d^2 y}{d\tau^2} + 2 \frac{dy}{d\tau} + y = x; \\ \text{в) } & \frac{d^5 y}{d\tau^5} + \frac{d^4 y}{d\tau^4} + 5 \frac{d^3 y}{d\tau^3} + 5 \frac{d^2 y}{d\tau^2} + 6 \frac{dy}{d\tau} + 4y = x. \end{aligned}$$

Дослідите стійкість об'єктів за допомогою критерія Рауса – Гурвіца.

**3.3** Дослідите стійкість об'єктів за допомогою критерія Михайлова;

$$\begin{aligned} \text{а) } & 2 \frac{d^3 y}{d\tau^3} + \frac{d^2 y}{d\tau^2} + 3 \frac{dy}{d\tau} = x; \\ \text{б) } & 3 \frac{d^4 y}{d\tau^4} + 4 \frac{d^3 y}{d\tau^3} + 4 \frac{d^2 y}{d\tau^2} + 2 \frac{dy}{d\tau} + y = x; \\ \text{в) } & \frac{d^5 y}{d\tau^5} + \frac{d^4 y}{d\tau^4} + 5 \frac{d^3 y}{d\tau^3} + 5 \frac{d^2 y}{d\tau^2} + 6 \frac{dy}{d\tau} + 4y = x. \end{aligned}$$

**3.4** Визначити стійкість системи регулювання по критерію Михайлова, якщо відомі їх характеристичні рівняння:

$$\text{а) } 0,1s^4 + 2,5s^3 + 6s^2 + 18s + 1 = 0; \quad \text{б) } s^5 + s^4 + s^3 + s^2 + s + 1 = 0.$$

**3.5.** Визначити критичне значення коефіцієнта підсилення пропорційного регулятора  $K_p^{\max}$ , за допомогою якого регулюють процес в об'єкті без самовирівнювання і при наявності транспортного запізнення.

**3.6.** Передаточна функція розімкненої системи має вигляд:

$$W_{pc}(s) = \frac{K}{s(1+Ts)^n},$$

де  $K > 0; T > 0; n > 0$ .

Дослідити стійкість системи за допомогою критерія Рауса – Гурвіца.

**3.7.** В системі автоматичного регулювання представлені передаточні функції об'єкта і регулятора:

$$W_o(s) = \frac{0,2}{2s^2 + 0,5s + 1};$$

$$W_p(s) = 0,2 + \frac{1}{s}.$$

Побудуйте амплітудно-фазову частоту характеристику системи

автоматичного регулювання в розімкненому стані і оцініть стійкість системи автоматичного регулювання в замкненому стані по критерію Найквіста.

**3.8.** Для системи регулювання відомо значення критичної частоти коливань  $\omega_{kp} = 2 \text{ рад/хв}$ . Якщо період коливань в системі з пропорційним регулятором більше, ніж відповідний період коливань з пропорційно-диференціальним регулятором, знайдіть, використовуючи методику Циглера-Нікольса, оптимальне значення параметра налаштування пропорційно-диференціального регулятора.

**3.9.** Дано систему регулювання, яка складається з об'єкта регулювання (три послідовно з'єднаних статичних ланцюга першого порядку з однаковим коефіцієнтом підсилення, рівним одиниці, і постійними часу 5 хв, 2 хв і 1 хв) і пропорційно-диференціального регулятора з параметрами налагодження  $K_p = 1$  і  $T_H = 2 \text{ хв}$ .

Чи буде стійкою система регулювання при вказаних параметрах налагодження ПД-регулятора?

**3.10.** Як зміниться значення критичної частоти в системі регулювання з пропорційно-інтегрально-диференціальним регулятором при збільшенні часу попередження  $T_H = \{0,5; 1,0; 2,0\} \text{ хв}$  і одночасному зменшенні часу ізодрома  $T_H = \{2; 1,0; 0,5\} \text{ хв}$ ?

Примітка. Значення коефіцієнта підсилення  $K_p$  пропорційно-інтегрально-диференціального регулятора незміно дорівнює 1,0.

**3.11.** Знайти граничне значення коефіцієнта підсилення пропорційного регулятора, який працює з об'єктом, який складається з: коливального ланцюга другого порядку (постійна часу  $T = 30 \text{ с}$ ; коефіцієнту демпфування  $\zeta = 0,2$ ; коефіцієнту підсилення  $K = 2,0$ ), ланцюга запізнення ( $\tau_{зан} = 3 \text{ с}$ ) і регулюючого клапана з постійною часу  $T_{кл} = 10 \text{ с}$  і коефіцієнтом підсилення  $K_{кл} = 3$ .

#### 4. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 7-8. СТАТИЧНА ТА ДИНАМІЧНА ТОЧНІСТЬ РЕГУЛЮВАННЯ

##### *Технічні засоби систем автоматичного керування*

**Мета:** Проаналізувати прямим методом роботу різних регуляторів на найпростіших об'єктах.

**Теоретичні відомості.** У зв'язку з автоматизацією процесів мікробіологічного синтезу найбільш важливе значення набули датчики для виміру й реєстрації параметрів, що характеризують технологічні процеси. Вони є основними елементами в пристроях регулювання й керування.

З погляду мікробіолога (біотехнолога), краще застосовувати безконтактні датчики, але це не завжди можливо, особливо для процесу ферментації. Датчик повинен насамперед витримувати стерилізацію гострим паром протягом порівняно тривалого часу. Необхідність дотримання стерильності обумовлює застосування цілком певних способів і засобів виміру, а також викликає потребу в додаткових пристроях (пробовідбірні системи). Стерилізація паром технологічного устаткування й установлених на ньому засобів вимірювання позначається на їхній роботі [11, 12].

На точність виміру параметрів у фармацевтичних і мікробіологічних виробництвах додатково впливають специфічність технології й устаткування, склад середовищ. Формулюючи загальні вимоги до датчиків, як до первинних приладів керування виробничими процесами, необхідно враховувати їхню надійність у конкретних умовах експлуатації; можливість багаторазових стерилізацій; місце установки (контрольоване середовище не повинне забивати робочу область датчика). Вторинні вимірювальні прилади, розташовувані в устаткуванні, зв'язуються з датчиком за допомогою погодженого кабелю. Ці прилади повинні забезпечувати проведення як дискретних, так і безперервних вимірів.



До основних вимірюваних і регульованих параметрів у фармацевтичному й мікробіологічному виробництвах належить температура, тиск, витрата й рівень рідини, рН, концентрації кисню, діоксида вуглецю, вуглеводів, мікроорганізмів, сухих речовин, вологість або вміст сухої речовини. Теплоенергетичні параметри вимірюють в основному автоматичними методами, якісні показники – лабораторними (в окремих випадках – автоматичними).

Так, для вимірювання температури використовуються наступні термометри: дилатометричні, біметалеві, манометричні, термоелектричні, терморезистивні, напівпровідникові.

Вимірювання температури за допомогою **терморезисторів** засновано на властивості металів і напівпровідників змінювати свій електричний опір зі зміною температури. Ступінь відтворюваності температурної характеристики істотно залежить від наявності домішок у металевих провідниках або в складі напівпровідникової маси. Верхні межі виміру температури визначаються хімічною й механічною стійкістю матеріалів. Це визначило застосування в термометрах опору, в основному, двох металів – платини й міді.

При виборі матеріалу для терморезистора виходять з того, щоб залежність зміни опору від температури  $\Delta R=f(T)$  була лінійною або близькою до лінійної, температурний коефіцієнт опору (ТКО) був максимальним, питомий опір матеріалу – найбільшим.

$$\alpha = \frac{1}{R_T} \frac{dR_T}{dT} .$$

Температурний коефіцієнт електричного опору визначається при температурі 0 і 100 °С за формулою

$$\alpha = 0,01(R_{100} - R_0) ,$$

де  $R_0$ ,  $R_{100}$  – опори елемента термометра, виміряні при температурі 0°С і 100°С відповідно.

**Мідні** термометри опору використовуються для вимірювання температури в діапазоні від мінус 50 до 200 °С. На всьому діапазоні залежність опору міді від температури лінійна і описується наступним рівнянням

$$R_T = R_0(1 + \alpha T),$$

де  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору, який дорівнює  $4,26 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ .

Крім розглянутих типів є спеціальні конструкції поверхневих, багатозонних і малоінерційних термометрів опору.

В останні роки для виміру температури все більше застосування знаходять напівпровідникові терморезистори (термістори). Їх термочутливі елементи виконуються у вигляді пресованої напівпровідникової маси, що містить кілька компонентів. Найчастіше застосовуються напівпровідники на основі окислів, солей і карбідів марганцю, титану, міді, нікелю й т.п.

Активний опір більшості термісторів зменшується з ростом температури відповідно до формули:

$$R = A \exp\left(\frac{B}{T}\right),$$

де  $A, B$  – константи напівпровідника;  $T$  – абсолютна температура.

**П'єзоелектричні вимірювальні перетворювачі тиску**, засновані на властивості деяких кристалів, таких як кварц, турмалін, титанат барію створювати електричні заряди при дії на них сили. Величина заряду зв'язана з силою  $N$  наступним рівнянням

$$Q = kN,$$

де  $k$  – п'єзометрична стала.

Коефіцієнт  $k$  не залежить від розміру пластини й визначається природою кристалу. Наприклад, для кварцу  $k = 2,1 \cdot 10^{-12} \text{ Кл/Н}$ . Вимірювальний тиск перетворюється мембраною 4 (рисунок 4.1) у зусилля, яке викликає стиснення кварцових пластин 2, котрі мають діаметр 5 мм і товщину 1 мм. Електричний заряд, який при цьому виникає, через відводи 1 подається в підсилювач 5 з великим вхідним опором (до 10 Ом).

Залежність величини електричного заряду від тиску описується рівнянням

$$Q = kF_{ef}P,$$

де  $F_{ef}$  – ефективна площа мембрани.

Для зменшення інерційності перетворювача об'єм камери 3 мінімізують. П'єзоелектричні перетворювачі в динамічному відношенні практично *безінерційні*, тому знайшли широке використання для вимірювання тисків у системах з швидкоплинними процесами. Через витік заряду з кварцевих пластин такі перетворювачі не використовуються для вимірювання статичних тисків [12].

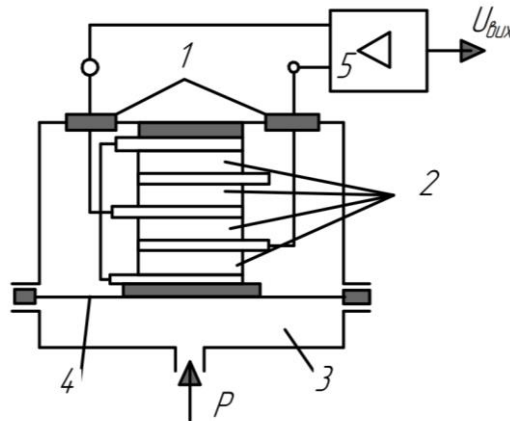


Рисунок 4.1. Схема п'єзометричного перетворювача тиску . [12].

#### Приклад 4.1.

*Завдання:* При градуванні термоелектричного термометра, який складається з хромель-копелевої термопари і потенціометра, вільні кінці термопари мали температуру  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . При вимірюванні, температура вільних кінців термопари  $t_0 = 50^\circ\text{C}$ , а показання потенціометра  $E(t, 50) = 32,3 \text{ мВ}$ , що відповідає температурі  $409,2^\circ\text{C}$ .

Визначити температуру яка вимірюється, розрахувавши поправку на температуру вільних кінців термопари, якщо:

а) використати дійсну статичну характеристику перетворення хромель-копелевої термопари (рисунок 4.2), яка є нелінійною;

б) допустити припущення про лінійну залежність термопари від температури.

*Розв'язок.* При використанні статичної характеристики перетворення необхідно визначити значення  $E(t, t_0)$  хромель-копелевої термопари при температурі вільних кінців, яка дорівнює нулю  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ , використовуючи

рівняння

$$E(t,0) = E(t,50) + E(50,0),$$

де  $t$  – температура робочого спаю термопар.

Значення  $E(50,0) = 3,306 \text{ мВ}$  визначаємо, використовуючи статичну характеристику перетворення хромель-копелевої термопар (рисунок 4.1).

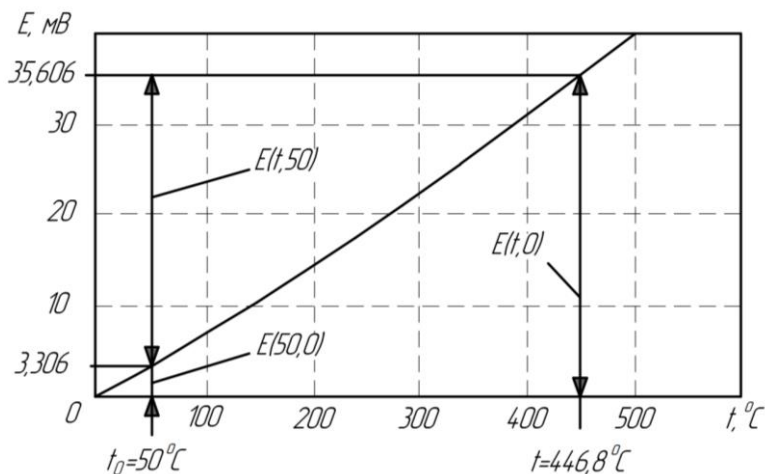


Рисунок 4.2. Статична характеристика перетворення хромель-копелевої термопар

Підставляючи значення  $E(t,50)$ ,  $E(50,0)$ , отримаємо

$$E(t,0) = 32,3 + 3,306 = 35,606 \text{ мВ},$$

якому відповідає температура робочого спаю  $t = 446,8^{\circ}\text{C}$ .

Припущення про лінійну залежність термопар від температури призвело б до хибного результату

$$t = 409,2 + 50 = 459,2^{\circ}\text{C}.$$

#### Приклад 4.2.

**Завдання:** Мідний термометр опору при  $20^{\circ}\text{C}$  має опір  $R_{20} = 1,75 \text{ Ом}$ . Температурний коефіцієнт  $\alpha = 4,28 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}$ . Визначити опір мідного термометра опору при температурі  $100^{\circ}\text{C}$  та  $150^{\circ}\text{C}$ .

**Розв'язок.** Опір  $R$ , мідного термометра при температурі  $t$  визначається за формулою:

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

де температурний коефіцієнт  $\alpha = 4.28 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Якщо відомо опір  $R_{t_1}$  при температурі  $t_1$ , то для визначення опору  $R_{t_2}$  при температурі  $t_2$  необхідно попередньо знайти  $R_0$ , а потім по знайденому  $R_0$  знайти  $R_{t_2}$  за формулою

$$R_{t_2} = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2);$$

$$R_0 = \frac{R_{t_1}}{1 + \alpha \cdot t_1}.$$

Таким чином, можна отримати значення опору мідного термометра опору температурі  $100^\circ\text{C}$  та  $150^\circ\text{C}$ .

$$R_{100} = 2.30 \text{ Ом};$$

$$R_{150} = 2.65 \text{ Ом}.$$

### Приклад 4.3.

*Завдання:* Визначити опір платинового термометра опору при температурах  $-200^\circ\text{C}$  та  $+200^\circ\text{C}$ , якщо відомо, що при температурі  $0^\circ\text{C}$  вона дорівнює  $7.45 \text{ Ом}$ .

*Розв'язок.* Номінальна статична характеристика перетворення платинового термометра опору, для якого відношення опору при температурі  $100^\circ\text{C}$  до опору в потрібній точці води (температура  $0.01^\circ\text{C}$ , тиск  $6.1 \text{ кПа}$ ) дорівнює  $W_{100} = 1.3910$ , може бути апроксимована наступними поліномами:

в інтервалі температур  $-200^\circ\text{C} \leq t \leq 0^\circ\text{C}$

$$R_t = R_0 \cdot [1 + A \cdot t + B \cdot t^2 + C \cdot t^3(t - 100)],$$

де  $A = 3.9692 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;

$B = -5.8621 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$

$C = -4.3301 \cdot 10^{-12} \text{ } ^\circ\text{C}^{-4}$ ;

в інтервалі температур  $0^\circ\text{C} \leq t \leq 600^\circ\text{C}$ .

$$R_t = R_0 \cdot [1 + A \cdot t + B \cdot t^2],$$

де  $A = 3.9692 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $B = 5.8621 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$ .

З урахуванням поданих залежностей електричного опору від температури для платинових термометрів опору:

$$R_{-200} = 1.29 \text{ Ом};$$

$$R_{+200} = 13.9 \text{ Ом}.$$

#### Приклад 4.4.

*Завдання:* Оцінити значення додаткової похибки, що виникає через самонагрівання термометра опору, виготовленого у вигляді платинової нитки діаметром 0,05 мм і довжиною 10 мм і вимірює температуру повітряного потоку. Коефіцієнт тепловіддачі від платинової нитки до повітря  $\alpha = 400 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{К}}$ . Сила електричного струму, що протікає по платиновій нитці  $I = 100 \text{ мА}$ , опір термометра при робочій температурі  $R_t = 0.54 \text{ Ом}$ .

*Розв'язок.* Знаходимо кількість теплоти, що виділяється в одиницю часу на платиновій нитці при проходженні через неї струму:

$$Q = I^2 \cdot R_t = 0.1^2 \cdot 0.54 = 0.0054 \text{ Вт}.$$

Вважаємо, що ця кількість теплоти повністю віддається в повітряний потік і визначається за рівнянням:

$$Q = \alpha \cdot A \cdot (t_H - t_B),$$

де  $t_H$  – температура платинової нитки,  $^\circ\text{C}$ ;

$t_B$  – температура повітряного потоку,  $^\circ\text{C}$ ;

$A$  – площа поверхні платинової нитки,  $\text{м}^2$

З рівняння теплообміну можна знайти значення необхідного температурного напору:

$$\Delta t = t_H - t_B = \frac{Q}{\alpha \cdot A} = \frac{5.4 \cdot 10^{-3}}{400 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 8.6 \text{ } ^\circ\text{C},$$

тобто температура термометра повинна бути завжди вище температури

повітряного потоку на  $8.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### Приклад 4.5.

*Завдання:* Підключення термометра опору до врівноваженого моста відбувається по двоконтурній схемі (контакти 1 та 2 замкнені), та по трьохпровідній схемі (контакти 3 та 4 замкнені) (рисунок 4.3).

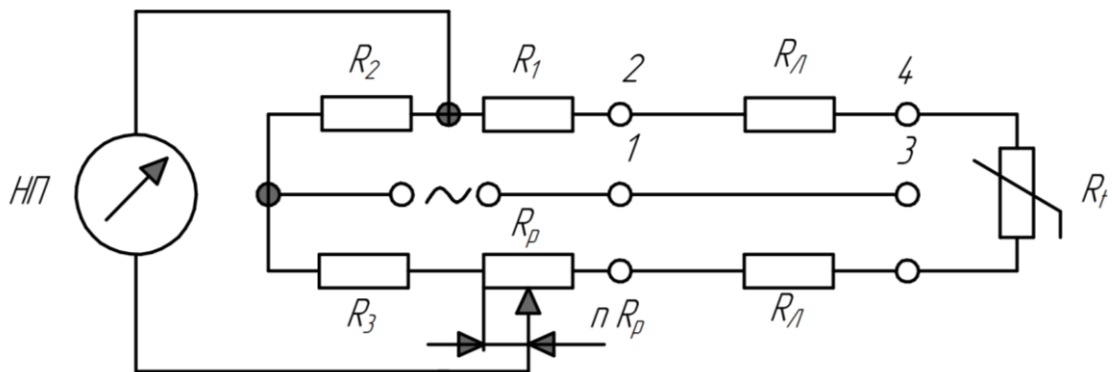


Рисунок 4.3. Врівноважений міст . [12].

Термометр опору  $R$ , підключили до врівноваженого мосту (рис. 4.3) із допомогою з'єднувальних проводів за трипровідною схемою. Величини опорів та їх зміни залишаються такими ж, як у прикладі 4.4. Чи залишиться колишніми виміри показань мосту?

*Розв'язок.* Живильна діагональ підключена до затискача термометра опору, а трьохпровідникова схема підключення термометра опору, замкнена виходами 3-4.

Рівняння рівноваги моста для цього випадку має вигляд:

$$\left[ R_n + R_t + (1-n) \cdot R_p \right] \cdot R_2 = (R_1 + R_n) \cdot (n \cdot R_p + R_3)$$

Звідки

$$n = \frac{R_n \cdot (R_2 - R_3) + (R_1 + R_p) \cdot R_2 - R_1 \cdot R_3}{R_p \cdot (R_1 + R_2 + R_n)} = 0.200$$

При зміні опору з'єднувальних проводів на  $\Delta R_n = 0.50\text{ м}$  покази врівноваженого моста будуть відповідати значенням:

$$n^* = \frac{(R_n + \Delta R_n) \cdot (R_2 - R_3) + (R_t + R_p) \cdot R_2 - R_1 \cdot R_3}{R_p \cdot (R_1 + R_2 + R_n + \Delta R_n)} = 0.20245,$$

тобто вони зміняться на величину

$$\Delta n = n^* - n = 0.20245 - 0.200 = 0.00245 .$$

Відносна похибка показань для трьохпроводної схеми включення термометра опору складе

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{0.00245}{0.200} \cdot 100\% = 1.225\% .$$

Таким чином, при заданих параметрах врівноваженого моста трьохпроводна схема включення термометра опору зменшила в 4 рази відносну похибку показів, викликану вимірюванням опору з'єднувальних проводів.

#### Приклад 4.6.

*Завдання:* Металевий термоперетворювач опору встановили в газозоді, футерованому вогнетривкою цеглою. Відомо, що температура термоперетворювача опору  $t_T = 1420^\circ C$  температура внутрішньої стінки газозоду  $t_c = 1100^\circ C$ , коефіцієнт тепловіддачі від газового потоку до термоперетворювача  $\alpha_k = 485 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ , коефіцієнт випромінювання чохла термоперетворювача  $\varepsilon_T = 0.92$ . Визначте дійсну температуру газу  $t$ , вважаючи, що похибка вимірювання викликана променистим теплообміном між термоперетворювачем і внутрішньою стінкою газозоду.

*Розв'язок.* Абсолютна похибка вимірювання температури газу за рахунок променистого теплообміну між термоперетворювачем і внутрішньою стіною визначається рівнянням

$$\Delta t = t_T - t = \frac{\sigma_0 \cdot \varepsilon_{\text{пр}}}{\alpha_k} \cdot (T_T^4 - T_c^4) .$$

Так як площа поверхні стінки газозоду значно більше площі поверхні термоперетворювача, можна вважати, що наведений коефіцієнт випромінювання практично дорівнює коефіцієнту випромінювання термоперетворювача  $\varepsilon_{\text{пр}} = \varepsilon_T$ .

$$\Delta t = t_T - t = \frac{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 0.92}{485} \cdot ((1420 + 273)^4 - (1100 + 273)^4) = -501^\circ C .$$

Дійсна температура газу:

$$t = t_T - \Delta t = 1420 - (-501) = 1921^\circ C .$$



### Приклад 4.7.

*Завдання:* Металевий термоперетворювач опору встановили в газоході, який футерований вогнетривкою цеглою та навколо термоперетворювача встановлено екран. Температура стінки газоходу  $t_c = 1100^\circ\text{C}$ , коефіцієнт тепловіддачі від газового потоку до екрану  $\alpha_k = 485 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ , приведені коефіцієнти випромінювання систем «термоперетворювач - екран» і «екран – стінка газоходу» однакові і рівні  $\varepsilon_{\text{пр}} = 0.92$ , коефіцієнт тепловіддачі від газового потоку до термоперетворювача  $\alpha_2 = 500 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ , температура газу  $t = 1921^\circ\text{C}$ . Знайти температуру термоперетворювача опору.

*Розв'язок.* Похибка вимірювання, викликана променистим теплообміном між термоперетворювачем і екраном, визначається

$$\Delta t = t_T - t = \frac{\sigma_0 \cdot \varepsilon_{\text{пр}}}{\alpha_k} \cdot (T_\tau^4 - T_e^4) .$$

Для заданих умов температура термоперетворювача  $T_\tau$ , визначається методом підбору з рівнянь

$$T_\tau - T = - \frac{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 0.92}{500} \cdot (T_\tau^4 - T_c^4)$$

та

$$T_e - T_c = - \frac{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 0.92}{485} \cdot (T_\tau^4 - T_e^4) + \frac{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 0.92}{485} \cdot (T_e^4 - T_c^4).$$

Остаточню знаходимо  $T_\tau = 1859 \text{ К}$  або  $T_\tau = 1586^\circ\text{C}$ . В результаті встановлення екрану похибка вимірювання температури, викликана променевим теплообміном, зменшилася від  $501^\circ\text{C}$  до  $335^\circ\text{C}$ .

### Приклад 4.8.

*Завдання:* На трубопроводі з водою, яка рухається під тиском  $0,8 \text{ МПа}$ , встановили три манометри (рисунок. 4.4). Які будуть їх показники (власними похибками манометрів нехтуємо)?

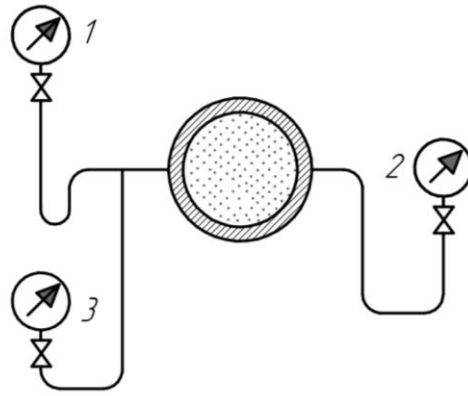


Рисунок 4.4. Вимір тиску рідини в трубопроводі [12].

*Розв'язок.* Показники будуть різними, оскільки на показники манометрів впливає тиск, що створюється стовпом рідини, що заповнює імпульсну трубку. Найбільше значення тиску покаже манометр 3, найменше — манометр 1. На показник манометра 2 стовп рідини не робитиме впливу, оскільки місце відбору тиску і манометр 2 розташовані на одному рівні.

#### Приклад 4.9.

*Завдання:* Манометр, що вимірює тиск пари, встановили на 5 м нижче за точку відбору. Манометр показує  $P = 5$  МПа. Середнє значення температури конденсату в імпульсній трубці  $t = 60$  °С. Яке дійсне значення тиску в паропроводі?

*Розв'язок.* Якщо манометр встановлений нижче за паропровід, то імпульсна лінія заповнена конденсатом, і манометр показує завищені показники тиску в паропроводі на значення відношення до гідростатичного тиску конденсату:

$$\Delta p = h\rho g = 5 \cdot 985,4 \cdot 9,8 = 48330 \text{ Па} = 0,05 \text{ МПа.}$$

Тоді дійсне значення тиску в паропроводі буде дорівнювати:

$$p_d = 5 - 0,05 = 4,95 \text{ МПа.}$$

#### Приклад 4.10.

*Завдання:* Рівень рідини у відкритому резервуарі  $H_{\max}$  (рисунок 4.5) може досягати 3 м. Чи можна, для виміру рівня, гідростатичним методом застосувати

мембранний діфманометр з граничним номінальним перепадом тиску  $\Delta p_n = 0,04$  МПа, якщо він буде розташований нижче за мінімальний рівень на величину  $h = 3$  м. Мінусова камера діфманометра сполучена з атмосферою.

*Розв'язок.* У такій схемі включення при  $H = 0$  на діфманометр діє перепад тиску  $\Delta p = 0,3$  кгс/см<sup>2</sup>. При максимальній зміні рівня  $H = H_{\max} = 3$  м перепад тиску зростає до  $0,6$  кгс/см<sup>2</sup>, що перевищує верхню межу виміру діфманометра  $\Delta p_n = 0,04$  МПа =  $0,4$  кгс/см<sup>2</sup>. Отже, у вказаних умовах використовувати діфманометр не можливо. Для використання, за таких умов, діфманометра необхідне в мінусовій камері створити тиск, який дорівнює тиску в плюсовій камері при  $H = 0$ , а це можна зробити, якщо підключити до мінусової камери імпульсну трубку необхідної довжини, заповнену водою.

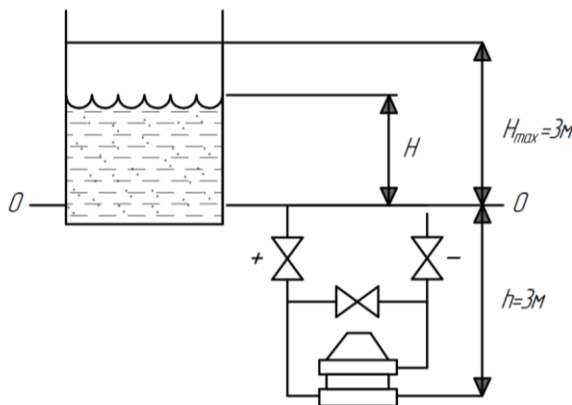


Рисунок 4.5. Вимір рівня рідини у відкритому резервуарі за допомогою діфманометра . [12]

#### Приклад 4.11.

*Завдання:* П'єзометричний рівнемір з пневмометричною трубкою вимірює рівень лугу у випарному апараті (рисунок 4.6). Максимальна густина розчину лугу  $\rho_{\text{ш}} = 1280$  кг/м<sup>3</sup>. Інтервал зміни рівня від 0 мм до 400 мм, внутрішній діаметр пневмометричної трубки  $d = 6$  мм, температура лугу у випарному апараті  $80$  °С, а абсолютний тиск у випарному апараті  $160$  мм рт. ст. Визначите тиск повітря в джерелі живлення і зразкову годинну витрату повітря при максимальному рівні.

*Примітка.* Для вирішення цього завдання зручно користуватися позасистемними одиницями.

*Розв'язок.* Приймаємо, що при вимірі рівня п'езометричним рівнеміром з пневмометричною трубкою тиск повітря в джерелі живлення приблизно на  $0,2 \text{ кгс/см}^2$  більше, ніж те, яке необхідне, щоб здолати тиск стовпа рідини і тиск в апараті.

Максимальний тиск стовпа рідини:

$$p_{max} = H_{max}\rho g = 0,4 \cdot 1280 \cdot 9,81 = 512 \cdot 9,81 \text{ Па} = 512 \text{ кгс/м}^2.$$

Абсолютний тиск в апараті:

$$p_a = 160 \cdot 13,6 = 2176 \text{ кгс/м}^2.$$

Таким чином, мінімальний абсолютний тиск повітря в напірній лінії має бути:

$$p_H = p_{max} + p_a + 2000 = 4688 \text{ кгс/м}^2.$$

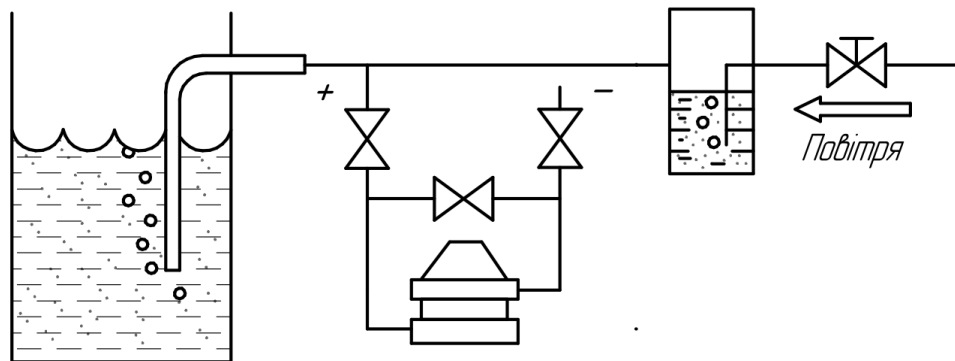


Рисунок 4.6. Вимір рівня п'езометричним рівнеміром . [12]

Це означає, що як джерело живлення можливо використовувати атмосферне повітря. Витрата повітря має бути такою, щоб з пневмометричної трубки виходили в рідину одна-дві бульбашки повітря в секунду. Якщо в рідину виходить дві бульбашки повітря в секунду, то за одну годину через розчин пройде об'єм повітря (передбачаємо, що діаметр бульбашки дорівнює діаметру трубки), рівний:

$$V = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 \cdot 3600 = 0,814 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Повітря, що виходить з пневмометричної трубки з температурою  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  знаходиться під абсолютним тиском та є декілька великим значенням  $2688 \text{ кгс/м}^2$  ( $p_{max} + p_a$ ). Допустимо, що воно дорівнює  $2700 \text{ кгс/м}^2$ . Отже, можна визначити об'ємну годинну витрату повітря, що відбирається з атмосфери при нормальних

умовах ( $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $p_N = 1,0332\text{ кгс/см}^2$ ):

$$V_N = \frac{T_N p}{k T p_N} = 0,814 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{293 \cdot 0,27}{1 \cdot 353 \cdot 1,0332} = 0,177 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

*Примітка.* Індексом «N» відмічені параметри повітря за нормальних умов,  $k=1$  — коефіцієнт стислості повітря.

#### **Приклад 4.12.**

*Завдання:* Чи слід проводити переградування радіоактивного рівнеміра, якщо він був віградуваний по воді, а потім виникла необхідність виміряти рівень рідкого хлора?

*Розв'язок.* Вимірювальні схеми радіоактивних рівнемірів в більшості випадків фіксують перехід через кордон розділу двох фаз, а положення кордону розділу визначається за допомогою слідкуючої системи. При цьому, активність джерела і чутливість схеми можуть бути невисокими, оскільки щільність двох середовищ, як правило, різна (на два-три порядки). В цьому випадку, зміна поглинання, викликана зміною вимірюваного середовища, навіть в 2—3 рази практично не вплине на результати виміру рівня.

Інколи вимірювальні схеми радіоактивних рівнемірів будують за принципом ослаблення радіоактивного випромінювання, що проходить через шар вимірюваного середовища. В цьому випадку ослаблення випромінювання визначається рівнянням вигляду:

$$I = I_0 \exp(-\mu_0 \rho l)$$

де  $I_0$  — інтенсивність випромінювання джерела, Вт/м<sup>2</sup>;  $\mu$  - масовий коефіцієнт ослаблення, м<sup>2</sup>/кг;  $\rho$  — густина речовини, кг/м<sup>3</sup>;  $l$  — товщина просвіченості шару, м.

Ослаблення радіоактивного випромінювання залежатиме не лише від товщини шару і густини рідини, але і від масового коефіцієнта ослаблення, який визначається складом вимірюваного середовища. Тому рівнеміри такого типу можна застосовувати для виміру рівня лише певної рідини. При вимірі інших рідин необхідне переградування рівнемірів.

*Примітка.* Такі рівнеміри вимагають джерел випромінювання великої

активності, а також вимірювальних схем з високою чутливістю.

#### Приклад 4.13.

*Завдання:* Визначите перепад тиску, що створюється напірною трубкою, якщо потік води рухається із швидкістю 0,1 м/с, щільність води  $\rho = 985 \text{ кг/м}^3$ , коефіцієнт трубки  $k_t = 0,97$ .

*Розв'язок.* Перепад тиску, що створюється напірними трубками, знаходимо з вираження:

$$\Delta p = k_t \frac{\rho v^2}{2} = 4,78 \text{ Па}.$$

*Примітка.* Розраховане значення перепаду тиску досить мале, що в промислових умовах його виміряти важко, тому напірні трубки для виміру таких малих швидкостей рідин не застосовуються. За допомогою розрахунків легко встановити, що вимір швидкості повітря і газів по перепаду тиску на напірних трубках, у зв'язку із їх невеликою щільністю практично можливо лише для швидкостей в декілька десятків метрів в секунду і більш.

#### Приклад 4.14.

*Завдання:* Визначити витрату димових газів через трубопровід діаметром  $d = 200 \text{ мм}$ , якщо перепад тиску на напірній трубці  $\Delta p = 50 \text{ кгс/м}^2$ , коефіцієнт трубки  $k_t = 0,97$ . Трубка встановлена на відстані 23,8 мм від стінки трубопроводу. Густина димових газів  $\rho = 0,405 \text{ кг/м}^3$ . Кінематична в'язкість димових газів

$$\nu = 93,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

*Розв'язок.* Для визначення об'ємної витрати або масової витрати необхідно знайти середню по перетину трубопроводу швидкість потоку  $v_c$ . В цьому випадку:

$$F_0 = v_c \frac{\pi D^2}{4};$$

$$F_M = v_c \frac{\pi D^2}{4} \rho.$$

Спочатку знаходимо швидкість газового потоку і в місці установки напірної трубки. Для цього скористаємося залежністю перепаду тиску на напірній трубці

від швидкості потоку [13]:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{k_T \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 9,81}{0,97 \cdot 0,405}} = 49,97 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Відомо, що розподіл швидкостей в потоці (закон зміни відношення локальній швидкості до середньої) є функцією числа Рейнольдса:

$$Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{49,97 \cdot 0,2}{93,6 \cdot 10^{-6}} = 10,68 \cdot 10^4.$$

Відношення відстані напірної трубки від центру трубопроводу  $r$  до радіусу трубопроводу  $R$

$$\frac{r}{R} = \frac{100 - 23,8}{100} = 0,762.$$

Якщо число Рейнольдса знаходиться в інтервалі  $4 \cdot 10^3 < Re < 3 \cdot 10^6$ , то локальна швидкість в точці, розташованій на відстані  $0,762 R$  від центру трубопроводу, дорівнює середній швидкості, тобто:

$$v_c = v = 49,97 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Отже, об'ємна витрата димових газів:

$$F_0 = v_c \frac{\pi D^2}{4} = 49,97 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} = 1,57 \text{ м}^3/\text{с}.$$

#### Приклад 4.15.

*Завдання:* При установці діафрагми в трубопроводі передбачалося, що номінальне значення витрати середовища складе 230 т/ч. Діафрагму розрахували на максимальну витрату  $F_{\max} = 250$  т/ч, а діфманометр — на  $\Delta p_{\max} = 400$  кгс/м<sup>2</sup>. В процесі експлуатації з'ясувалося, що витрата середовища буде дорівнювати 380 т/ч і змінити діафрагму не представляється можливим. Підберіть діфманометр, щоб виміряти витрату середовища при 380 т/ч.

*Розв'язок.* Витрата і перепад тиску на діафрагмі зв'язані співвідношенням:

$$F = K\sqrt{\Delta p}.$$

Знайдемо:

$$K = \frac{F_M}{\sqrt{\Delta p_M}} = \frac{250}{\sqrt{400}} = 12,5 \frac{(\text{т/ч})}{(\text{кгс/м}^2)^{0,5}} .$$

Визначимо, чому дорівнюватиме перепад тиску надіафрагме при витраті середовища при 380 т/ч:

$$\Delta p = \left(\frac{F}{K}\right)^2 = \left(\frac{380}{12,5}\right)^2 = 924,2 \frac{\text{кгс}}{\text{м}^2}.$$

Це означає, що діфманометр повинен мати верхню межу виміру, близьку до розрахованого значення перепаду тиску. Отже, щоб виміряти витрату середовища при 380 т/ч, необхідно вибрати діфманометр з верхньою межею, що становить  $\Delta p_{max}^* = 1000 \text{кгс/м}^2$ . При цьому, максимальна витрата середовища, вимірювана підібраним діфманометром, складе:

$$F_{max}^* = K\sqrt{\Delta p_{max}^*} = 12,5\sqrt{1000} = 395,3 \text{ т/ч}.$$

#### Приклад 4.16.

*Завдання:* Через діафрагму, встановлену в трубопроводі, протікає сірчаний газ, витратні характеристики для якого були отримані за нормальних умов:  $t_N = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $p_N = 101,3 \text{ кПа}$  і вологості  $\varphi_N = 0$ . Проте, в реальних умовах  $t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $p = 130 \text{ кПа}$  і  $\varphi = 30\%$ .

Визначити поправочний коефіцієнт для перерахунку показників витратоміру (діфманометра) на нормальні умови.

*Розв'язок.* Густина сухого сірчистого газу за нормальних умов дорівнює  $\rho_N = 2,927 \text{ кг/м}^3$ . Густина сухого сірчистого газу в робочих умовах знаходимо зі співвідношення:

$$\rho = \rho_N \frac{T_N p}{k T p_N},$$

де індексом «N» відмічені параметри повітря за нормальних умов. Коефіцієнт стисливості газу, яке можна розрахувати по формулі:

$$k = k' k_0.$$

Множник  $k'$  дорівнює відношенню молярного об'єму ідеального газу за нормальних умов (22,4 л/моль) до молярного об'єму сірчистого газу за тих же умов (21,89 л/моль):

$$k' = \frac{22,4}{21,89} = 1,023.$$



Множник  $k_0$  визначається як відношення густини газу за нормальних умов за законами ідеального газу до реальної густини сірчастого газу за тих же умов  $\rho_N = 2,927 \text{ кг/м}^3$ :

$$k_0 = \frac{\rho}{\rho_N} = \frac{\rho_N M}{RT_N} \cdot \frac{1}{\rho_N}.$$

Підставивши в цей вираз значення універсальної газової постійної  $R = 8.3144 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$  і молярної маси сірчастого газу  $M = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ , розрахуємо коефіцієнт стисливості газу:

$$k_0 = \frac{101,3 \cdot 10^3 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{8,3144 \cdot 273 \cdot 2,927} = 0,976, \quad k = 1,023 \cdot 0,976 = 0,998.$$

Дійсне значення щільності вологого газу в робочих умовах визначаємо з формули:

$$\rho_D = \rho_{\text{СЧ}} + \rho_{\text{ВП}}.$$

де  $\rho_{\text{СЧ}}$  - густина сухої частини вологого газу при тиску і температурі;

$\rho_{\text{ВП}}$  — густина водяної пари при його парціальному тиску і температурі  $t$ :

$$\rho_{\text{СЧ}} = \rho_N \frac{T_N(p - \varphi \rho_{\text{ВП,max}})}{kT p_N},$$

де  $\rho_{\text{ВП,max}}$  — найбільший можливий тиск водяної пари у вологому газі при тиску  $p$  і температурі  $t$ . Якщо температура газу не перевищує температуру насиченої водяної пари  $t_{\text{НП}}$ , відповідно до робочому тиску  $p$ , то  $\rho_{\text{ВП,max}} = \rho_{\text{НП}}$  і  $p_{\text{ВП,max}} = p_{\text{НП}}$  ( $\rho_{\text{НП}}$  і  $p_{\text{НП}}$  - відповідно густина і тиск насиченої пари при температурі  $t$ ).

Для нашого випадку можна записати  $p_{\text{ВП,max}} = p = 0,023 \text{ кг/м}^3 = 3,2 \text{ кПа}$  і  $\rho_{\text{ВП,max}} = \rho_{\text{НП}} = 0,023 \text{ кг/м}^3$ . Розрахуємо щільність сухої частини вологого газу

$$\rho_{\text{СЧ}} = 2,927 \frac{(130 - 0,3 \cdot 3,2) \cdot 293}{101,3 \cdot 298 \cdot 0,998} = 3,673 \text{ кг/м}^3.$$

Розрахуємо густину водяної пари при його парціальному тиску і температурі  $t$ :

$$\rho_{\text{ВП}} = 0,3 \cdot 0,02304 = 0,0070 \text{ кг/м}^3.$$

Дійсне значення густини вологого газу в робочих умовах:

$$\rho_D = 3,673 + 0,007 = 3,68 \text{ кг/м}^3.$$

З рівняння об'ємної витрати:

$$F_0 = \alpha \varepsilon A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

вважаємо постійними всі параметри, окрім щільності, можна, тому між дійсним значенням витрати і витратою, приведеною до нормальних умов, існує наступне співвідношення:

$$F_D = F_N \sqrt{\frac{\rho_N}{\rho_D}} = F_N \sqrt{\frac{2,927}{3,68}} \approx F_N \cdot 0,89.$$

Щоб знайти дійсне значення витрати, необхідно показник витратоміру помножити на 0,89.

#### **Приклад 4.17.**

*Завдання:* На трубопроводі діаметром  $D = 200$  мм потрібно встановити, перед звужуючим пристроєм з відносною площею звужуючого пристрою  $m = 0,6$ , регулюючий клапан. Визначити необхідну довжину прямої ділянки, а також можливе зменшення необхідної довжини за рахунок зменшення відносної площі звужуючого пристрою до  $m = 0,45$ .

*Розв'язок.* Коли встановлюють регулюючий клапан на трубопроводі перед звужуючим пристроєм, то довжина прямої ділянки між ними має бути не менше  $100D$ . Для даного випадку довжина прямої ділянки трубопроводу  $l > 20$  м. Така довжина трубопроводу не залежить від  $m$ .

#### **Завдання для самостійного розв'язку**

**4.1.** Температура в печі змінюється в діапазоні від  $400$  °С до  $500$  °С і вимірюється за допомогою термопару типу К. У скільки разів зміниться чутливість вимірювального перетворювача, якщо для вимірювання використовувати термопару типу L? Термопару типу S?

**4.2.** Визначити абсолютну, відносну і приведену похибку виміру концентрації технічного кисню, якщо газоаналізатор зі шкалою 80% до 100% показує 94%  $O_2$ , а дійсна концентрація кисню рівна 94,5%.

**4.3.** Термокондуктометричний газоаналізатор, відградуваний для визначення  $\text{CO}_2$ , перевірявся контрольними сумішами, отриманими змішуванням  $\text{CO}_2$  і азоту. При витраті азоту 60 л/год і витраті  $\text{CO}_2$  45 л/год газоаналізатор показує 40%. Чи допустима основна абсолютна похибка газоаналізатора в цій точці для приборів класу точності 2,5?

**4.4.** Автоматичний міст класу точності 0,5 має шкалу від  $-100\text{ }^\circ\text{C}$  до  $+50\text{ }^\circ\text{C}$  і показує  $+20\text{ }^\circ\text{C}$ . В яких границях може знаходитися дійсне значення температури (якщо відсутня додаткові і методичні похибки вимірювання)?

## 5. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 9. Побудова математичної моделі біотехнологічного обладнання

### *Регулювання основних технологічних параметрів і процесів.*

**Мета:** дослідження та побудова математичної моделі трубопроводу, апарату з рідиною, резервуара під тиском та теплообмінників, теплообмінника змішування, змішувачів та реакторів

### **Теоретичні відомості**

Технологічний процес в конкретному апаратурному оформленні в завданнях автоматичного регулювання є об'єктом автоматичного регулювання.

Об'єкт автоматичного регулювання разом з автоматичним регулятором є найважливішою складовою частиною системи автоматичного регулювання. У всіх технологічних процесах різні форми енергії або речовин, що поступають в процес, регулюються для того, щоб підтримати на заданому значенні регульовану величину. У всіх процесах має місце постійний енергетичний і матеріальний баланси, порушення яких викликає відхилення регульованих параметрів від заданих значень [12].

Математична модель технологічного об'єкту включає:

- математичний опис зв'язків між змінними входу і виходу для сталого і несталого режимів, тобто моделі **статички і динаміки об'єкту**;
- **граничні умови і допустимі діапазони** зміни змінних процесу.

Якщо змінні математичного об'єкту змінюються тільки в часі, то моделі, що описують властивості таких об'єктів, називаються моделями із **зосередженими** параметрами. Моделі об'єктів, змінні яких змінюються по координатах апарату, називаються моделями з **розподіленими** параметрами.

Рівняння, які виражають залежність вихідних координат об'єкту або системи від вхідних, називаються **статичними рівняннями**. Рівняння, які встановлюють залежність вихідних координат від зміни в часі вхідних або збурюючих дій, називаються **динамічними рівняннями**. Статичні (алгебраїчні) рівняння використовуються для математичного опису стаціонарних режимів роботи

об'єктів. Динамічні рівняння об'єктів, як правило, описуються диференціальними рівняннями.

При складанні математичних моделей майже всіх апаратів необхідно мати уявлення про характер переміщення речовини в апараті, тобто про гідродинаміку потоків. До них відносяться не тільки гідродинамічні процеси переміщення матеріальних потоків по трубопроводах, але і розподіл субстанції в часі і просторі технологічного апарату.

**Витратою** рідини або газу називається його кількість, яка протікає через поперечний перетин потоку в одиницю часу [13].

Рівняння об'ємної витрати

$$F_o = v \cdot S, \text{ м}^3/\text{с}$$

де  $v$  – лінійна швидкість потоку;  $S$  – його поперечний перетин.

Рівняння масової витрати

$$F_M = F_o \cdot \rho = v \cdot S \cdot \rho, \text{ кг/с}$$

де  $\rho$  – щільність потоку.

Рівняння матеріального балансу для апарату повного перемішування. Зміна концентрації речовини в апараті визначається рівнянням

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\omega (C_0 - C)}{V},$$

де  $\omega$  – об'ємна витрата речовини на вході в апарат,  $[\text{м}^3/\text{с}]$ ;  $C_0$  і  $C$  – концентрація речовини усередині апарату і на його вході,  $[\text{г}/\text{м}^3]$ ;  $V$  – місткість апарату,  $[\text{м}^3]$ .

Використовуючи перетворення Лапласа легко одержати передавальну функцію для апарату ідеального перемішування, яка є аперіодичною ланкою першого порядку [13]:

$$W(p) = C(p) - C_0(p) = 1/(\tau p + 1).$$

Процеси в апаратах витіснення можуть бути ускладнені наявністю подовжньої і поперечної дифузії. Якщо необхідно враховувати тільки подовжню

дифузію, тобто зворотне перемішування, то математичний опис такого апарату має вигляд

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\omega \frac{\partial C}{\partial x} + D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2},$$

де  $D_L$  – уявний коефіцієнт подовжньої дифузії.

Передача речовини в нерухомому середовищі визначається законом Фіка, по якому дифузійний потік пропорційний градієнту концентрації:

$$f = -D \frac{\partial C}{\partial u}.$$

Для теплового процесу із зосередженими параметрами, при істотних спрощеннях, рівняння теплового балансу має вигляд

$$\left. \begin{aligned} G_1 c_{1\text{вх}} \theta_{1\text{вх}} + G_2 c_{2\text{вх}} \theta_{2\text{вх}} &= G_1 c_{1\text{вих}} \theta_{1\text{вих}} + G_2 c_{2\text{вих}} \theta_{2\text{вих}} + Q_{\text{пот}}, \\ G_2 (c_{1\text{вх}} \theta_{1\text{вх}} - c_{1\text{вих}} \theta_{1\text{вих}}) &= Q; \end{aligned} \right\}$$

а рівняння теплопередачі –

$$Q = kF \Delta \theta_{\text{ср}},$$

де  $G_1$  і  $G_2$  – витрати гарячого і холодного теплоносіїв, [кг/ч];  $\theta_{1\text{вх}}$   $\theta_{2\text{вх}}$  – температура гарячого і холодного теплоносіїв на вході в теплообмінник [°C];  $c_1$  і  $c_2$  – питомі теплоємності гарячого і холодного теплоносіїв, [Дж/(кг·K)];  $\theta_{1\text{вих}}$  і  $\theta_{2\text{вих}}$  – температура гарячого і холодного теплоносіїв на виході з апарату [°C];  $Q$  – кількість теплоти, [Дж/с];  $Q_{\text{вих}}$  – втрати теплоти, [Дж];  $\Delta \theta_{\text{ср}}$  – середня різниця температур, [K];  $F$  – площа поверхні теплопередачі, [м<sup>2</sup>];  $k$  – коефіцієнт теплопередачі стінки, що складається з  $m$  шарів з різними теплопровідними властивостями, [Вт/(м<sup>2</sup>·K)];

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{\delta}{\lambda}} + \frac{1}{\alpha_2}},$$

тут  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – коефіцієнти теплопередачі від гарячого теплоносія до стінки і від стінки до холодного теплоносія, [Вт/(м<sup>2</sup>К)];  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності стінки, [Вт/(м·К)];  $\delta$  – товщина стінки, [м].

Ще більш складніше описується тепловий процес з розподіленими параметрами [2, 11].

В практичних розрахунках звичайно представляють теплообмінний апарат у вигляді комбінацій ланок запізнювання, підсилювальних і інерційних. Так, передавальна функція  $W$  приблизно може бути представлена у вигляді ланки запізнювання

$$W_{11'} = e^{-p\tau_1},$$

паралельного з'єднання інерційної ланки

$$W_{11''} = \frac{k_1}{Tp + 1},$$

і підсилювальної ланки

$$W_{11'''} = k_2 .$$

Коефіцієнти  $k_1$ ,  $k_2$  і  $T$  визначаються експериментально по кривій перехідного процесу.

Математичний опис типової моделі теплообмінника ідеального витіснення для стаціонарних умов має вигляд:

$$vc_p \frac{dT}{dx} = \left( \frac{KS}{l_S} \right) (T^* + T),$$

де  $c_p$  – питома теплоємність потоку;  $T$  – поточна температури;  $K$  – коефіцієнт теплопередачі;  $S$  – поверхня теплопередачі;  $l_S$  – довжина апарату;  $T^*$  – початкова температура теплопередачі.

### Приклад 5.1.

*Завдання:* Представлено апарат з мішалкою, який обладнаний сорочкою (рисунок 5.1), у якому рідина нагрівається насиченою водяною парою (витрата  $F_{II}, \text{кг/с}$ ) до температури  $t_{вих}, ^\circ\text{C}$ . Параметри рідини: витрата  $F, \text{кг/с}$ ; температура

на вході в апарат  $t_{\text{вх}}, ^\circ\text{C}$ ; питома теплоємність  $c_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ . Його структурна схема представлена на рисунку 5.2. [14].

Вхідні величини: зміна витрати пари  $F_{\text{п}}$ ; зміна витрати рідини  $F$ ; зміна температурі рідини на вході в апарат  $t_{\text{вх}}$ .

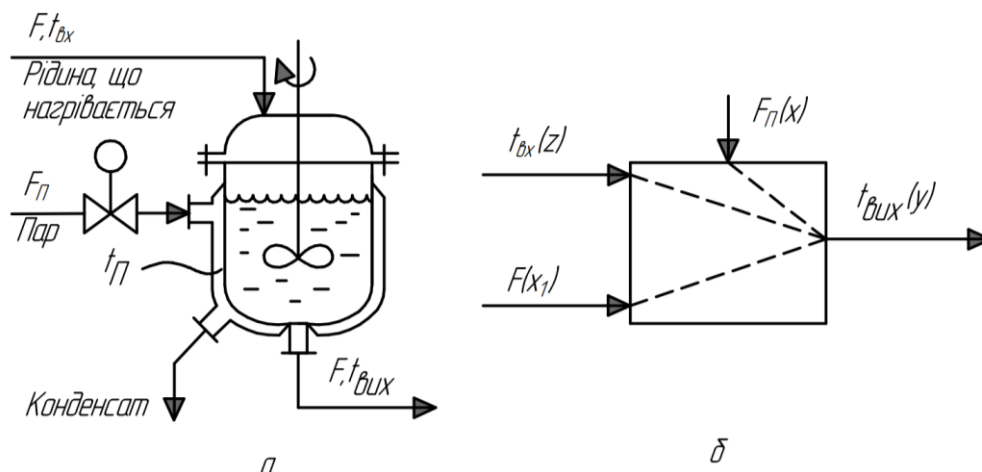


Рисунок 5.1. Схема парорідинного апарату (а) і його динамічних каналів (б) [14]

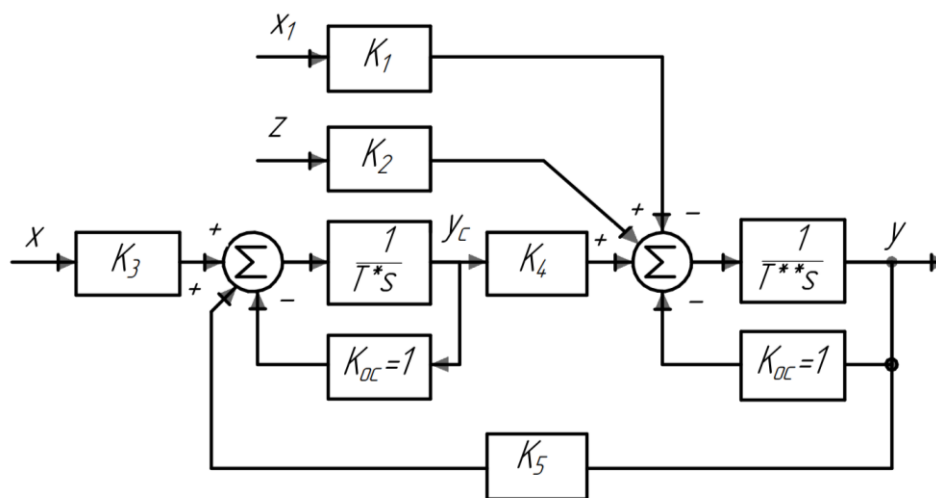


Рисунок 5.2. Структурна схема парорідинного апарату [14]

Отримаємо рівняння динаміки парорідинного апарату.

*Розв'язок.* Спочатку допустимо, що парорідинний теплообмінник є стаціонарним об'єктом із зосередженими параметрами, а це означає:

- температура рідини в апараті постійна по всьому об'єму;
- температура стінки, яка передає тепло однакова у всіх точках;



· коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  між рідиною і поверхнею металевих стінок, а також питома теплоємність рідини  $c_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$  і матеріалу стінок постійні у часі.

Припустимо також, що:

· насичений водяний пар при проходженні через апарат повністю конденсується, віддаючи теплоту фазового переходу і виводиться у вигляді конденсату при тій же температурі;

· теплота, яка виділяється при конденсації пари, витрачається на зміну температури тепло передаючих стінок і нагрівання рідини;

· термічним опором теплопередаючих стінок нехтуємо.

Запишемо рівняння теплового балансу для стінок, які передають тепло за час  $d\tau$ , приймаючи до уваги припущення:

$$F_{\Pi} r_{\Pi} d\tau = m_c c_c dt_c + \alpha A (t_c - t_{\text{вих}}) d\tau,$$

де  $r_{\Pi}$  – питома теплота конденсації пари (теплота фазового переходу),  $\text{Дж}/\text{кг}$ ;

$m_c$  – маса стінок які передають тепло,  $\text{кг}$ ;  $A$  – площа поверхні теплообміну,  $\text{м}^2$ .

Запишемо рівняння теплового балансу для рідини за малий проміжок часу  $d\tau$ , приймаючи до уваги:

· теплоту, яка поступає в апарат з рідиною;

· теплоту, отриману рідиною від пари через металеву стінку апарату і яка пішла на збільшення температури рідини  $t_{\text{вих}}$ , яка знаходиться в апараті;

· теплоту, яка виходить з рідиною з апарату

$$F c_{\text{жс}} t_{\text{вх}} d\tau + \alpha A (t_c - t_{\text{вих}}) d\tau - F c_{\text{жс}} t_{\text{вих}} d\tau = m_{\text{жс}} c_{\text{жс}} dt_{\text{вих}},$$

де  $m_{\text{жс}}$  – маса рідини в апараті,  $\text{кг}$ .

Запишемо рівняння у стандартній формі, прийнятій для диференціальних рівнянь:

$$m_c c_c \frac{dt_c}{d\tau} + \alpha A t_c = F_{\Pi} r_{\Pi} + \alpha A t_{\text{вих}};$$

$$m_{\text{жс}} c_{\text{жс}} \frac{dt_{\text{вих}}}{d\tau} + (F c_{\text{жс}} + \alpha A) t_{\text{вих}} = F c_{\text{жс}} t_{\text{вх}} + \alpha A t_c.$$

В рівняннях замінимо змінні на кінцеві, віднесені до номінальних значень змінних  $(t_c^0, F_{\Pi}^0, t_{вих}^0, F^0, t_{вх}^0)$ . При цьому, враховуємо, що прирощення функції двох аргументів  $f(x, y)$  визначається рівністю

$$\Delta f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y.$$

Введемо нові означення:

$$y = \frac{\Delta t_{вих}^0}{t_{вих}^0}; y_c = \frac{\Delta t_c^0}{t_c^0}; x = \frac{\Delta F_{\Pi}^0}{F_{\Pi}^0}; x_1 = \frac{\Delta F^0}{F^0}; z = \frac{\Delta t_{вх}^0}{t_{вх}^0} \dots$$

Диференціальні рівняння приймають наступний вигляд:

$$m_c c_c t_c^0 \frac{dy_c}{d\tau} + \alpha A t_c^0 y_c = F_{\Pi}^0 r_{\Pi} x + \alpha A t_{вих}^0 y;$$

$$m_{жс} c_{жс} t_{вих}^0 \frac{dy}{d\tau} + (F^0 c_{жс} + \alpha A) t_{вих}^0 y = -F^0 c_{жс} (t_{вих}^0 - t_{вх}^0) x_1 + F^0 c_{жс} t_{вх}^0 z + \alpha A t_c y_c,$$

або

$$T^* \frac{dy_c}{d\tau} + y_c = K_3 x + K_5 y;$$

$$T^{**} \frac{dy}{d\tau} + y = -K_1 x_1 + K_2 z + K_4 y_c,$$

де

$$T^* = \frac{m_c c_c}{\alpha A}; T^{**} = \frac{m_{жс} c_{жс}}{F^0 c_{жс} + \alpha A};$$

$$K_1 = \frac{F^0 c_{жс} (t_{вих}^0 - t_{вх}^0)}{(F^0 c_{жс} + \alpha A) t_{вих}^0}; K_2 = \frac{F^0 c_{жс} t_{вх}^0}{(F^0 c_{жс} + \alpha A) t_{вх}^0};$$

$$K_3 = \frac{F_{\Pi}^0 r_{\Pi}}{\alpha A t_c^0}; K_4 = \frac{\alpha A t_c^0}{(F^0 c_{жс} + \alpha A) t_{вих}^0}; K_5 = \frac{t_{вих}^0}{t_c^0}.$$

Примітка. Всі коефіцієнти  $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$  менше одиниці.

Щоб виключити з рівняння змінну  $y_c$ , продиференціюємо рівняння по часу і висловимо з нього похідну  $dy_c / d\tau$  і змінну  $y_c$ . Отримані вирази для  $y_c$  і  $dy_c / d\tau$  підставимо в рівняння. Розділивши всі доданки отримаємо рівняння на коефіцієнт

при  $y$ , рівним  $F^0 c_{жс} t_{вих}^0 / \alpha A t_c^0$ , і враховуючи рівність

$$F_{\Pi r_{\Pi}}^0 = \alpha A (t_c^0 - t_{вих}^0) = F^0 c_{жс} (t_{вих}^0 - t_{вх}^0),$$

отримаємо заключне рівняння динаміки теплообмінника:

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{d\tau^2} + T_1 \frac{dy}{d\tau} + y = kx - k(T_3 \frac{dx_1}{d\tau} + x_1) + (1-k)(T_3 \frac{dz}{d\tau} + z),$$

де

$$T_2^2 = \frac{m_c c_c m_{жс}}{\alpha A F^0}; \quad T_1 = \frac{m_c c_c}{\alpha A} + \frac{m_c c_c}{F^0 c_{жс}} + \frac{m_{жс}}{F^0};$$

$$T_3 = \frac{m_c c_c}{\alpha A}; \quad k = \frac{t_{вих}^0 - t_{вх}^0}{t_{вих}^0}.$$

**Висновки.** Парорідиний теплообмінник, що розглядається, представляє собою апарат з мішалкою, обладнаний паровою сорочкою, є стійким об'єктом другого порядку. З рівняння слідує, що збільшення витрати пару і температури рідини на виході з теплообмінника збільшує температуру на його вході, а збільшення витрати рідини зменшує температуру.

### Приклад 5.2.

**Завдання:** Отримайте передаточну функцію кожухотрубчатого парорідинного теплообмінника в загальному випадку по каналу збурення температури рідини на вході в теплообмінник – температура рідини на виході з теплообмінника  $t_{вх} - t_{вих}$  (рисунок 5.3).

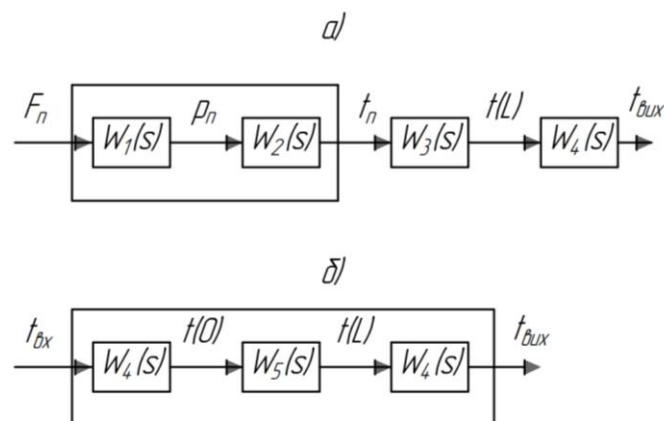


Рисунок 5.3. Структурна схема кожухотрубного парорідинного

теплообмінника. а) - по каналу регулювання; б) - по каналу збурення

*Розв'язок.* Динамічні характеристики кожухотрубчатого парорідинного теплообмінника по каналу  $t(0) - t(L)$  для останньої ланки знаходимо, застосовуючи наступні умови:

- Температура насиченого пара постійна та рівна  $t_n^0$ , тоді  $X = 0$ ;
- Температуру рідини на вході в трубу теплообмінника (при  $l = 0$ ) вважаємо вхідною координатою.

В цьому випадку граничні умови набувають вигляду:

$$va(s) \frac{dY_3}{dl} + Y_3 = 0; \quad Y_3(0) = t(0).$$

Тоді:

$$Y_3(L, s) = Y_3(0, s) \cdot \exp \left[ - \frac{L}{va(s)} \right].$$

Тепер отримаємо функцію нашої ланки:

$$W_5(s) = \frac{Y_3(L, s)}{Y_3(0, s)} = \exp \left[ - \frac{L}{va(s)} \right].$$

Якщо знехтувати теплоємністю стінки труби теплообмінника, отримаємо передатну функцію підсилювальної ланки з транспортним запізненням:

$$W_5(s) = b \cdot \exp[-\tau_{зап}s],$$

де  $b = \exp[-a\tau_{зап}]$

Тепер запишемо повну передатну функцію теплообмінника по каналу збурюючої дії температури рідини на вході в теплообмінник – температура рідини на виході теплообмінника  $t_{ex} - t_{вух}$  з урахуванням вхідної та вихідної камери:

$$W(s) = W_4(s) \cdot W_4(s) \cdot W_5(s) = \left( \frac{1}{T_4s + 1} \right)^2 \cdot b \cdot \exp(-\tau_{зап}s).$$

Примітка: аналіз динаміки зміни температури рідини при коливанні її витрат дуже складний через не лінійну залежності між ними.

Висновки: для практичних розрахунків можна користуватися наближеними передаточними функціями, в яких враховується тільки найбільші сталі часу та

часу транспортного запізнення. Особливістю промислових кожухотрубчатих парорідинних теплообмінників, як об'єктів керування є малі значення сталих часу та часу транспортного запізнення (секунди). Як наслідок - до вибору та розрахунку системи керування та регулювання промислових кожухотрубчатих паро-рідинних теплообмінників застосовують підвищені вимоги:

- застосування, по можливості, малоінерційних первинних перетворювачів;
- при розрахунку системи регулювання враховується інерційність вимірювального пристрою та виконуючого приладу, а також каналів зв'язку.

### Приклад 5.3.

*Завдання:* З урахуванням виявлених основних збурюючих і регулюючих впливів запропонуйте варіанти систем регулювання вихідної температури рідини в промислових кожухотрубних парорідинних теплообмінниках [15, 16].

*Розв'язок.*

Варіант 1. Для регулювання вихідної температури рідини без статичної помилки можна застосувати одноконтурну замикаючу САР з використанням ПІ-регулятора або ПІД-регулятора (рис. 5.4, а) для зміни витрати пари, що гріє. Недоліки такого регулювання: при сильних збурюючих діях по каналах витрати або температури рідини на вході в теплообмінник якість перехідного процесу виявляється незадовільним.

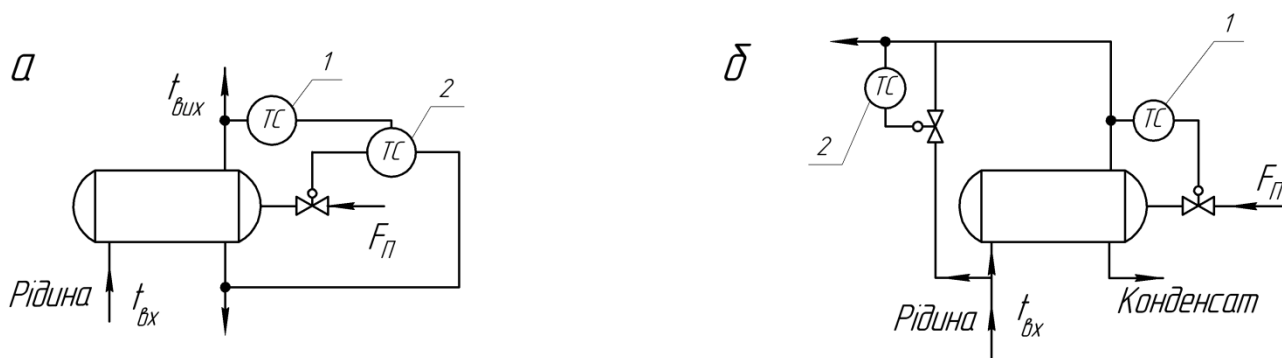


Рисунок 5.4. Регулювання температури рідини в кожухотрубному парорідинному апараті: а) одноконтурна САР із зворотнім зв'язком; б) каскадна САР із регулятором співвідношення відходів у внутрішньому контурі

Варіант 2. Якщо мають місце впливи по каналах витрати  $F_{ж}$  або температури рідини на вході  $t_{вх}$ , то їх обмежують статичної компенсацією. Такий підхід реалізується із застосуванням каскадної САР, де враховується співвідношення витрат пари і рідини  $F_{п} / F_{ж}$  з корекцією по третьому параметру - температурі рідини на виході  $t_{вих}$  теплообмінника (рис 5.4, б).

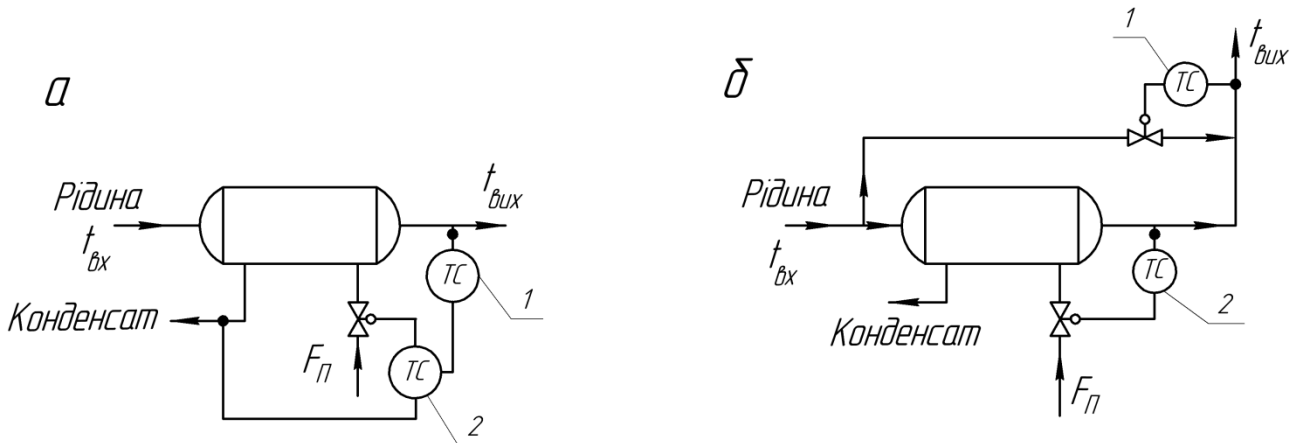


Рисунок 5.5. Регулювання температури рідини у кожухотрубному парорідинному апараті: а) каскадна САР із регулятором температури конденсату у внутрішньому контурі (1-регулятор температури рідини на виході із апарату; 2-регулятор температури конденсату у між трубному просторі); б) регулювання із байпасуванням холодного потоку (1-регулятор температури рідини на виході із апарату; 2- регулятор температури рідини після змішування)

Варіант 3. При сильних збурюючих діях по каналах зміни тиску або температури гріючої пари можна застосувати каскадну систему регулювання температури (або тиску) в міжтрубному просторі теплообмінника з корекцією завдання з  $t_{вих}$  (рис. 5.5, а). Температура (або тиск) в міжтрубному просторі теплообмінника - проміжна координата, значно швидше реагує на зазначені впливи, ніж температура рідини на виході теплообмінника  $t_{вих}$ .

Варіант 4. Для забезпечення високої якості регулювання бажано мати додатковий керуючий вплив. Для цього введемо розподіл потоків: рідину, яка

надходить для нагрівання в теплообмінник, розділимо на два потоки  $F_1$  і  $F_2$ . Один потік  $F_1$  направимо в теплообмінник для нагрівання, а інший потік  $F_2$ , залишивши його холодним, направимо на змішання з нагрітою рідиною, минаючи теплообмінник. Таким чином, реалізується схема з байпасуванням частини рідини і наступним змішуванням нагрітого і холодного потоків (рис. 5.5, б). У цьому випадку регулятор температури 1 стабілізує температуру  $t_{\text{вих}}$  після теплообмінника (допоміжна функція). Регулятор температури 2 регулює температуру рідини після змішання (основне завдання). Динаміка основного контуру (об'єкт, який представляє собою безінерційну ланку, оскільки постійна часу процесу змішування нагрітої та холодної рідини практично дорівнює нулю) визначає якість регулювання  $t_{\text{вих}}$ .

*Завдання.* Резервуар, як об'єкт керування рівнем (Рис. 5.6). Вхідними координатами є витрати притоку  $F_{\text{п}}$  і стоку  $F_{\text{с}}$  рідини, а вихідною координатою – рівень рідини  $L$ . Якщо регулюючою координатою є стік  $F_{\text{с}}$ , то притік  $F_{\text{п}}$  буде збуренням та навпаки [16, 17].

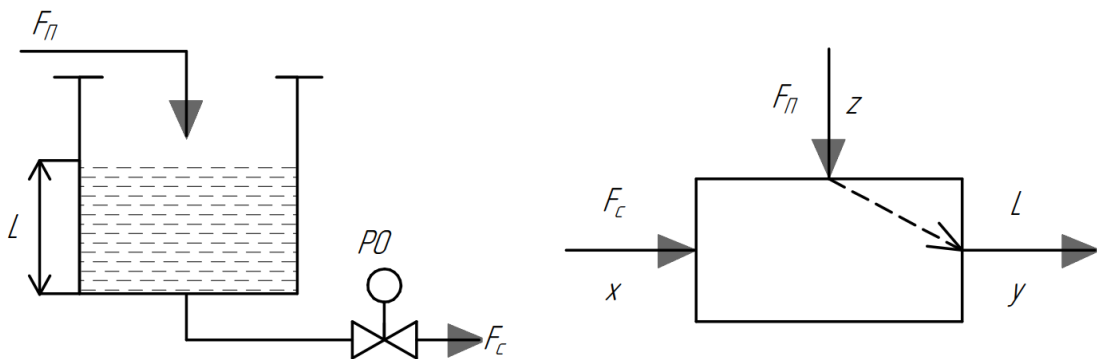


Рисунок 5.6. Резервуар з рідиною як одновимірний об'єкт керування (а) та його структурна схема (б) [16]

Прикладом нейтрального об'єкта першого порядку може бути **резервуар з рідиною**, якщо стік  $F_{\text{с}}=0$ .

**Випадок 1.**  $F_{\text{п}} \neq 0, F_{\text{с}} = 0$ . Рівняння балансу мас має вид:

$$dm_{\text{п}} = dm_{\text{в}},$$

де  $dm_v$  – збільшення маси рідини у резервуарі,  $dm_v$  – притік рідини у резервуар.

Зв'язок між  $dm_v$  та  $L$  визначається рівністю

$$dm_v = \rho S dL.$$

Зв'язок між  $dm_{\Pi}$  та  $F_{\Pi}$  визначається рівністю

$$dm_{\Pi} = F_{\Pi} dt,$$

де  $F_{\Pi}$  – масовий притік.

Тоді

$$F_{\Pi} dt = \rho S dL,$$

де  $\rho$ ,  $S = \text{const}$  – сталі параметри, які характеризують густину рідини та конструкцію резервуара. Загальна математична модель апарата з рідиною при  $F_c = 0$  має вид

$$\frac{dL}{dt} = \frac{F_{\Pi}}{\rho S}. \quad (5.1)$$

Рівень  $L$  рідини в резервуарі буде дорівнювати

$$L = \frac{1}{\rho S} \int F_{\Pi}(t) dt + L_0,$$

де  $L_0$  – початковий рівень рідини в резервуарі.

В **стаціонарному** режимі вважаємо, що  $F_{\Pi} = F_{\Pi 0} = \text{const}$  – величина номінального притоку речовини. Тоді

$$\frac{dL_{\text{ст}}}{dt} = \frac{F_{\Pi 0}}{\rho S} = \text{const},$$

тобто рівень в резервуарі змінюється за лінійним законом

$$L_{\text{ст}} = \frac{1}{\rho S} F_{\Pi 0} t + L_0.$$

При номінальному притоку рідини  $F_{\Pi 0}$  резервуар заповнюється до рівня  $L_0$  за час  $T$ , що дорівнює



$$T = \frac{L_0 \rho S}{F_{п0}}$$

і називається **сталюю часу** резервуару при керуванні рівнем рідини. Тоді

$$L_0 = \frac{m_0}{\rho S} = \frac{F_{п0}}{\rho S} T, \quad (5.2)$$

де  $m_0$  – початкова маса рідини в резервуарі.

Прирощення рівня  $L_{ст}$  по відношенню до  $L_0$

$$\Delta L_{ст} = L_{ст} - L_0 = \frac{1}{\rho S} F_{п0} t.$$

Математична модель апарата в прирощеннях в стаціонарному режимі при  $F_c=0$

$$\frac{d\Delta L_{ст}}{dt} = \frac{1}{\rho S} F_{п0}. \quad (5.3)$$

Розділивши останнє рівняння на (5.2), отримаємо рівняння у відносних координатах

$$T \frac{d\varphi_p}{dt} = 1,$$

де  $\varphi_p = \frac{\Delta L_{ст}}{L_0}$ , а  $T$  – за термінологією теорії автоматичного керування є сталюю часу інтегруючої ланки.

При зміні притоку  $F_{п}=F_{п0}+\Delta F_{п}(t)$  отримаємо рівняння резервуара при **нестационарному** режимі

$$\frac{dL_{п}}{dt} = \frac{F_{п0} + \Delta F_{п}(t)}{\rho S}, \quad (5.4)$$

звідки

$$L_{п} = \frac{1}{\rho S} \int [F_{п0} + \Delta F_{п}(t)] dt + L_0 = \frac{1}{\rho S} F_{п0} t + \frac{1}{\rho S} \int \Delta F_{п}(t) dt + L_0.$$

Віднімаючи з цього рівняння  $\Delta L_{ст} = L_{ст} - L_0 = \frac{1}{\rho S} F_{п0} t$ , отримаємо прирощення рівня рідини в нестационарному режимі по відношенню до стаціонарного

$$L_{\text{н}} - L_{\text{ст}} = \Delta L_{\text{н}} = \frac{1}{\rho S} \int \Delta F_{\text{п}}(t) dt.$$

Математична модель апарата з рідиною у нестационарному режимі при  $F_{\text{с}}=0$ , приймає вид

$$\frac{d\Delta L_{\text{н}}}{dt} = \frac{\Delta F_{\text{п}}(t)}{\rho S}. \quad (5.5)$$

Розділивши останнє рівняння на (5.2), отримаємо рівняння у відносних координатах

$$T \frac{d\varphi_{\text{р}}}{dt} = \varphi_{\text{п}},$$

де  $\varphi_{\text{р}} = \frac{\Delta L_{\text{н}}}{L_0}$ ,  $\varphi_{\text{п}} = \frac{\Delta F_{\text{п}}(t)}{F_{\text{п}0}}$ .

З точки зору автоматизації -резервуар є **інтегруючою ланкою** з передатною функцією

$$W_{\text{рез}}(s) = \frac{\varphi_{\text{р}}(s)}{\varphi_{\text{п}}(s)} = \frac{1}{T_i s}.$$

Ця структурна схема представлена на рис. 5.7.

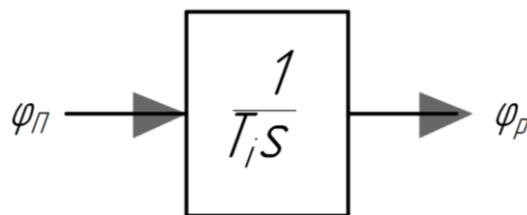


Рисунок 5.7. Структурна схема резервуара з рідиною

**Випадок 2.**  $F_{\text{п}} \neq 0$ ,  $F_{\text{с}} \neq 0$ . Потоки рідин не залежать від рівня (рис. 5.8). Рівняння балансу мас має вид:

$$dm_{\text{п}} - dm_{\text{с}} = dm_{\text{в}},$$

де  $dm_{\text{с}}$  – витік рідини з резервуара.

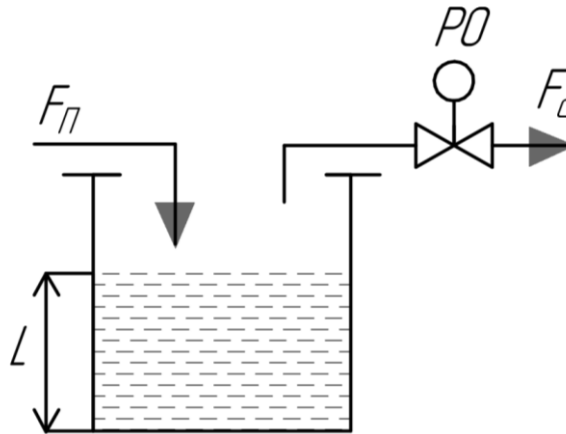


Рисунок 5.8. Резервуар з рідиною

Зв'язок між  $dm_c$  та масовою витратою стоку  $F_c$  визначається рівністю

$$dm_c = F_c dt,$$

де  $F_c$  – масовий стік. Рівняння балансу мас приймає вид

$$F_п dt - F_c dt = \rho S dL.$$

Загальна математична модель резервуара з притоком та стоком рідини

$$\frac{dL}{dt} = \frac{F_п}{\rho S} - \frac{F_c}{\rho S}. \quad (5.6)$$

В **стаціонарному** режимі вважаємо, що  $F_{п0} = F_{с0} = F_0$ , тобто притік дорівнює стоку  $F_{п0} - F_{с0} = 0$ , а рівень в резервуарі сталий (номінальний за технологічним процесом) –  $L_0$  ( $dL = 0$ ) і дорівнює (при початковій масі  $m_0$  речовини в резервуарі)

$$L_0 = \frac{m_0}{\rho S} = \frac{F_{п0}}{\rho S} T.$$

Математична модель апарата в стаціонарному режимі має вид

$$\frac{dL_{ст}}{dt} = \frac{F_{п0}}{\rho S} - \frac{F_{с0}}{\rho S} = 0. \quad (5.7)$$

При  $F_{\text{п}}=F_{\text{п}0}+\Delta F_{\text{п}}(t)$  і  $F_{\text{с}}=F_{\text{с}0}+\Delta F_{\text{с}}(t)$  маємо **нестационарний** режим, причому  $L_{\text{н}}=L_0+\Delta L(t)$ . Математична модель апарата в нестационарному режимі у відхиленнях має вид

$$\frac{d\Delta L_{\text{н}}}{dt} = \frac{\Delta F_{\text{п}}(t)}{\rho S} - \frac{\Delta F_{\text{с}}(t)}{\rho S}. \quad (5.8)$$

Якщо прирощення стоку дорівнює прирощенню притоку, то рівень рідини в резервуарі не змінюється. В цьому випадку резервуар є інтегруючою ланкою. Якщо регулювання рівня здійснюється за рахунок зміни  $\Delta F_{\text{п}}(t)$ , то приток є регулюючим параметром, а стік – збуренням (рис. 5.9, а). Якщо регулювання рівня здійснюється за рахунок зміни  $\Delta F_{\text{с}}(t)$ , то приток є збуренням, а стік – регулюючим параметром (рис. 5.9, б).

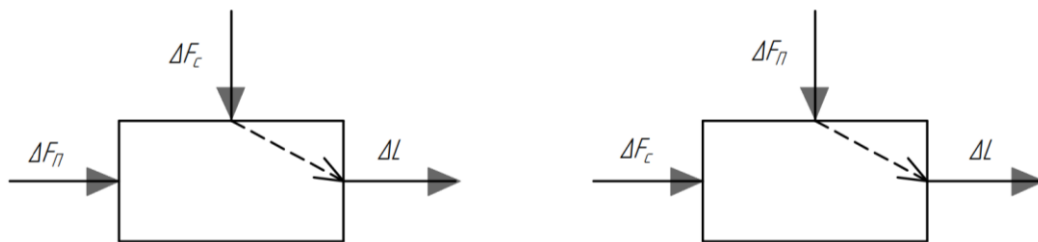


Рисунок 5.9. Структурні схеми

Рівняння резервуара у відносних координатах має вид:

$$T \frac{d\varphi_{\text{р}}}{dt} = \varphi_{\text{п}} - \varphi_{\text{с}},$$

де  $\varphi_{\text{с}} = \frac{\Delta F_{\text{с}}(t)}{F_{\text{с}0}}$ .

## 6. Контрольні питання

1. Ієрархія систем керування біотехнологічним підприємством.
2. Спільні завдання керування.
3. Аналіз основних апаратів, як об'єктів керування.
4. Збурювання, що допускають стабілізацію, контрольовані збурювання, неконтрольовані збурювання, можливі регулюючі впливи, вихідні змінні.
5. Машини для переміщення рідин.
6. Машини для переміщення газів.
7. Регулювання відцентрових насосів. Структурна схема об'єктів керування. Графік залежності “ витрата-напір”. Схема регулювання.
8. Регулювання об'ємних поршневих насосів. Структурна схема об'єктів керування. Схема регулювання.
9. Теплові процеси в біотехнологічній технології.
10. Класифікація в теплообмінних апаратах.
11. Регулювання теплообмінників змішання.
12. Структурна схема об'єкта керування теплообмінників змішання.
13. Схема регулювання теплообмінника змішання.
14. Регулювання поверхневих теплообмінників. Статичні характеристики поверхневих теплообмінників. Схема регулювання поверхневих теплообмінників впливом на витрату гарячого теплоносія. Схема регулювання поверхневого теплообмінника.
15. Теплообмінники з агрегатним станом середовища. Схема регулювання роботи теплообмінника шляхом впливу на витрату пари, що гріє. Каскадна схема регулювання температури продукту (регулювання тиску пари, що гріє, з корекцією по температурі продукту). Схема регулювання температури продукту витратою конденсату.
16. Схема регулювання роботи конденсаторів шляхом впливу на витрати холодоагенту й конденсату.
17. Каскадна схема регулювання температури продукту на виході з регулятором співвідношення “паливний газ - повітря” з корекцією по змісту

кисню у вихідних газах.

18. Схема регулювання температури продукту в апараті з екстремальним регулятором, що коректують співвідношення “газ - повітря”.
19. Процеси ректифікації в біотехнологічній технології.
20. Опис роботи ректифікаційної установки.
21. Структурна схема ректифікаційної установки як об'єкта автоматизації.
22. Схема стабілізації процесу ректифікації.
23. Схема установки процесу ректифікації зі схемою автоматизації.
24. Призначення окремих контурів регулювання процесу ректифікації.
25. Схема каскадного регулювання процесу ректифікації, коли цільовий продукт – дистилят.
26. Схема регулювання процесу ректифікації при коливаннях витрати вихідної суміші.
27. Регулювання состава кубового залишку процесу ректифікації з урахуванням зміни витрати вихідної суміші.
28. Схема регулювання процесу ректифікації при динамічних змінах состава вихідної суміші.
29. Схема регулювання составу дистиляту процесу ректифікації з урахуванням зміни состава вихідної суміші.
30. Схема регулювання состава дистиляту процесу ректифікації регулятором співвідношення витрат дистиляту й вихідної суміші.
31. Схема регулювання процесу ректифікації при одночасній зміні витрати й состава вихідної суміші.
32. Варіанти схем автоматизації процесу ректифікації.
33. Масообмінні процеси в біотехнологічній технології.
34. Процес абсорбції.
35. Структурна схема процесу абсорбції як об'єкта керування.
36. Схема стабілізації процесу абсорбції. Схема процесу, контуру регулювання, взаємодія окремих контурів регулювання.
37. Схема процесу абсорбції - десорбції.

38. Структурна схема процесу абсорбції - десорбції як технологічного об'єкта керування.
39. Схема автоматизації процесу абсорбції - десорбції.
- 40.45.1. Контур регулювання процесу абсорбції - десорбції.
41. Взаємодія окремих контурів регулювання процесу абсорбції - десорбції.
42. Процес випарювання. Випарні установки.
43. Структурна схема об'єкта управління процесу випарювання.
44. Схема стабілізації технологічних величин випарної установки.
45. Схема багатоконтурного регулювання двокорпусної випарної установки.
46. Процес екстракції.
47. Структурна схема об'єктів управління процесу екстракції.
48. Схема стабілізації процесу екстракції.
49. Схема регулювання состава реагенту процесу екстракції з урахуванням зміни витрати й состава вихідної сировини.
50. Процес сушіння. Ціль керування.
51. Структурна схема барабанного сушіння як об'єкта керування.
52. Схема стабілізації процесу сушіння в барабанній сушарці.
53. Схема багатоконтурного регулювання процесу сушіння в барабанній сушарці.
54. Автоматизація сушарок з киплячим шаром.
55. Структурна схема об'єкта управління процесу сушіння.
56. Схема регулювання процесу сушіння.
57. Структурна схема хімічного реактора.
58. Особливості динаміки й умови стійкості режимів роботи хімічних реакторів.
59. Регулювання реакторів із пристроями, що перемішують. Варіанти побудови контурів регулювання.
60. Каскадні схеми регулювання температури в біореакторах.

## 7. Список рекомендованої літератури

1. Стенцель Й.І. Автоматика та автоматизація хіміко-технологічних процесів.– Луганськ, 2004.– 375с..
2. Математичне моделювання процесів і систем [Електронний ресурс] : Навч. посіб. / А. І. Жученко, Л. Р. Ладієва, М. С. Піргач, Я. Ю. Жураковський; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові данні (1 файл: 5,6 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 351 с.
3. Жученко А. І. Математичні моделі цифрових систем керування [Текст]: навч. посіб. / А. І. Жученко. – К.: ІЗМН, 1997.–240 с. Бібліогр.: С. 235. –300 пр. – ISBN 5-7762-9025-7.
4. Кваско, М. З. Проектування і дослідження систем автоматичного керування технологічними процесами [Текст]: навч. посіб./ М. З. Кваско, М. С. Піргач, Т. В. Аверіна. – К.: ІВЦ "Видавництво «Політехніка»", 2003. – 360 с.
5. Гончаренко Б.М., Осадчий С.І., Віхрова Л.Г., Каліч В.М., Дідик О.К. Автоматизація виробничих процесів. Навчальний посібник – Кіровоград: Видавець – Лисенко В.Ф., 2016 – 352 с
6. Стенцель Й.І. Автоматизація технологічних процесів хімічних виробництв.– К.:ІСДО, 1995.– 360с.
7. Кваско, М. З. Математичне моделювання та ідентифікація одно- і багатовимірних систем [Текст]: навч. посіб. / М. З. Кваско, Л. Р. Ладієва, М. С. Піргач. – К.: НТУУ «КПІ», 2006, – 308с. Бібліогр.: С.277 – 278.
8. Кваско, М. З. Динамічні властивості напірного ящика з повітряною подушкою як об'єкта керування витратою маси/ М. З. Кваско, М. С. Піргач, Я. Ю. Жураковський// «Контроль і управління в складних системах». XI Міжнародна конференція. Тези доповідей. 9 – 11 жовтня 2012 р. – Вінниця: ВНТУ, 2012, – С. 190.



## 8. Перелік посилань

1. Гончаренко Б.М., Осадчий С.І., Віхрова Л.Г., Каліч В.М., Дідик О.К. Автоматизація виробничих процесів. Навчальний посібник – Кіровоград: Видавець – Лисенко В.Ф., 2016 – 352 с.
2. Математичне моделювання процесів і систем [Електронний ресурс] : Навч. посіб. / А. І. Жученко, Л. Р. Ладієва, М. С. Піргач, Я. Ю. Жураковський; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові данні (1 файл: 5,6 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 351 с.
3. Жученко А. І. Математичні моделі цифрових систем керування [Текст]: на-вч. посіб. / А. І. Жученко. – К.: ІЗМН, 1997.–240 с. Бібліогр.: С. 235. –300 пр. – ISBN 5-7762-9025-7.
4. Ладанюк А.П. Теорія автоматичного керування: курс лекцій (частина перша) – К.: НУХТ, 2004 –124 с.
5. Кваско, М. З. Проектування і дослідження систем автоматичного керування технологічними процесами [Текст]: навч. посіб./ М. З. Кваско, М. С. Піргач, Т. В. Аверіна. – К.: ІВЦ "Видавництво «Політехніка»", 2003. – 360 с.
6. Стенцель Й.І. Автоматика та автоматизація хіміко-технологічних процесів.–Луганськ, 2004.– 375с.
7. Стенцель Й.І. Автоматизація технологічних процесів хімічних виробництв.–К.:ІСДО, 1995.– 360с.
8. Кваско, М. З. Математичне моделювання та ідентифікація одно- і багатовимірних систем [Текст]: навч. посіб. / М. З. Кваско, Л. Р. Ладієва, М. С. Піргач. – К.: НТУУ «КПІ», 2006, – 308с. Бібліогр.: С.277 – 278.
9. Кваско, М. З. Динамічні властивості напірного ящика з повітряною подушкою як об'єкта керування витратою маси/ М. З. Кваско, М. С. Піргач, Я. Ю. Жураковський// «Контроль і управління в складних системах». XI Міжнародна конференція. Тези доповідей. 9 – 11 жовтня 2012 р. – Вінниця: ВНТУ, 2012, – С. 190.
10. Сілін Р.І., Стадник Я.Ф., Третько В.В. Збірник задач з основ автоматики і

автоматизації виробничих процесів. – Хмельницький: ХНУ, 2005. Гриф “Рекомендовано як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів” надано Міністерством освіти і науки України, лист № 1/11-6356 від 10.12.2004. – 211 с.

11. Автоматизація технологічних процесів і виробництв харчової промисловості: Підручник/ Ладанюк А.П., Трегуб В.Г., Ельперін І.В., Цюцюра В.Д. – К.: Аграрна освіта, 2001 – 224 с.

12. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: Підручник. – К.: Либідь, 1997. - 544 с.

13. Процеси і апарати харчових виробництв: Підручник/ За ред. проф. І.Ф. Малежика. – К.: НУХТ, 2003. – 400 с.: іл.

14. Оптимальне керування системами.: навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Л. Р. Ладієва; КПІ ім. Ігоря Сікорського. 2019, - 162с. Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 8 від 25.04 . 2019р.).

15. Автоматизація типових технологічних процесів: технологічні об'єкти керування та схеми автоматизації [Текст] : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл., які навчаються за напрямом «Автоматизація і комп'ют.-інтегр. технології / М. В. Лукінюк. – К.: НТУУ «КПІ», 2008. – 236 с. : іл. – Біблігр.: с. 230-231.

16. Врагов А.П. Масообмінні процеси хімічних і газонафтопереробних виробництв: навч. посібник/ А.П. Врагов. – Суми: Університетська книга, 2007. – 284 с.

17. Методичні вказівки до виконання розрахункової роботи з навчальної дисципліни „Виробничі процеси та обладнання об'єктів автоматизації” для студентів денної та заочної форм навчання за напрямом підготовки 6.050202 „Автоматизація та комп'ютерно- інтегровані системи”/ Н.М. Корчик, С.В. Белікова. - Рівне: НУВГП, 2011, - 47с.