

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ. Частина 1

Методичні вказівки

до виконання лабораторних робіт
для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка» спеціалізації «Системи
управління виробництвом і розподілом електроенергії»

Моделювання лінійних систем автоматичного управління

Київ-2016

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ. Частина 1

Методичні вказівки

до виконання лабораторних робіт
для студентів спеціальності 141 - «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка» спеціалізації «Системи
управління виробництвом і розподілом електроенергії»

Моделювання лінійних систем автоматичного управління

*Рекомендовано Вченою радою факультету електроенерготехніки
та автоматики*

Київ
НТУУ «КПІ»
2016

Теорія автоматичного керування. Частина 1: Моделювання лінійних систем автоматичного управління [Електронний ресурс] : методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів спеціальності 141 - «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціалізації «Системи управління виробництвом і розподілом електроенергії» / Уклад.: А.А. Марченко, Д.В. Настенко, В.С. Гулий. – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – 55с.

*Гриф надано Вченою радою факультету
електроенерготехніки та автоматики
(Протокол № 10 від 30 травня 2016 р.)*

Навчальне видання

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Частина 1

Методичні вказівки

до виконання лабораторних робіт
для студентів спеціальності 141 - «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка» спеціалізації «Системи
управління виробництвом і розподілом електроенергії»

Моделювання лінійних систем автоматичного управління

Укладачі: *МАРЧЕНКО Анатолій Андрійович, канд. техн. наук, доц.
НАСТЕНКО Дмитро Васильович
ГУЛИЙ Володимир Сергійович*

Відповідальний редактор *О. С. Яндульський, д-р техн. наук, проф.*

Рецензент *П.Л. Денисюк, канд. техн. наук, доц.*

ЗМІСТ

Вступ.....	6
1. Лабораторна робота №1. Ознайомлення з функціональними можливостями програмного комплексу MatLab/Simulink.	8
1.1. Теоретичні відомості.....	8
1.1.1. Загальні відомості.....	8
1.1.2. Побудова найпростішої моделі.....	8
1.2. Завдання.....	13
1.3. Порядок виконання роботи.....	13
1.4. Зміст звіту про роботу.....	15
1.5. Контрольні запитання.....	16
2. Лабораторна робота №2. Дослідження типових динамічних ланок.	17
2.1. Типові динамічні ланки та їх характеристики.....	17
2.1.1. Загальні відомості.....	17
2.1.2. Підсилювальна ланка.....	17
2.1.3. Інтегруюча ланка.....	18
2.1.4. Диференціююча ланка.....	20
2.1.5. Ланка чистого запізнювання.....	22
2.1.6. Аперіодична ланка 1-го порядку.....	22
2.1.7. Коливальна ланка.....	23
2.1.8. Аперіодична ланка 2-го порядку.....	25
2.2. Завдання.....	26
2.3. Порядок виконання роботи.....	27
2.4. Зміст звіту про роботу.....	27
2.5. Контрольні запитання.....	27
3. Лабораторна робота №3. Визначення частотних характеристик типових позиційних ланок.....	29
3.1. Частотні характеристики типових позиційних ланок.....	29
3.1.1. Загальні відомості.....	29
3.1.2. Частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку.....	29
3.1.3. Частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку.....	31
3.1.4. Частотні характеристики коливальної ланки.....	32
3.1.5. Частотні характеристики підсилювальної ланки.....	33
3.1.6. Логарифмічні частотні характеристики.....	33
3.2. Визначення динамічних параметрів типових позиційних ланок по графікам їх АФХ.....	34
3.3. Завдання.....	34
3.4. Порядок виконання роботи.....	35
3.5. Зміст звіту про роботу.....	36

3.6. Контрольні запитання	36
4. Лабораторна робота №4 Моделювання лінійних автоматичних систем регулювання	37
4.1. Математичні моделі АСР.....	37
4.2. Методи складання структурних схем моделей АСР.....	38
4.2.1. Метод передатної функції.	38
4.2.2. Метод зниження порядку похідної.	38
4.2.3. Метод канонічної форми	39
4.3. Завдання.....	41
4.4. Порядок виконання роботи.....	42
4.5. Зміст звіту про роботу.....	43
4.6. Контрольні запитання	43
5. Лабораторна робота №5 Дослідження стійкості автоматичних систем регулювання	45
5.1. Загальні поняття стійкості	45
5.2. Частотні критерії стійкості	45
5.2.1. Частотний критерій Михайлова	45
5.2.2. Частотний критерій Найквіста	46
5.2.3. Дослідження стійкості АСР по логарифмічних частотних характеристиках	47
5.3. Завдання.....	48
5.4. Порядок виконання роботи.....	51
5.5. Зміст звіту про роботу.....	52
5.6. Контрольні питання	52
Додаток	53
Список літератури.....	55

Вступ

Комп'ютерний практикум з дисципліни “ Теорія автоматичного керування ” проводиться зі студентами напряму підготовки (спеціальності) 6.050701 – Електротехніка та електротехнології (141. Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка), професійного спрямування (спеціалізації) 7.05070106 "Системи управління виробництвом та розподілом електроенергії" денна форма навчання в шостому та сьомому семестрах. Зміст цього посібника відповідає програмі шостого семестру. Методичні вказівки Частина 1. містять матеріали п'яти завдань, які виконуються студентами на комп'ютерному практикумі протягом 18 академічних годин.

Розділ кібернетики, що вивчає способи керування різноманітними технічними пристроями, технологічними процесами і виробництвами, називається теорією автоматичного керування (ТАК) або технічною кібернетикою. ТАК виявляє загальні закономірності функціонування, властиві автоматичним системам різної фізичної природи, і на основі цих закономірностей розробляє принципи побудови високоякісних систем керування. При вивченні процесів керування в ТАК абстрагуються від фізичних і конструктивних особливостей систем і замість реальних систем розглядають їх адекватні математичні моделі, тому основним методом дослідження в ТАК є математичне моделювання. Крім того, методологічну основу ТАК створюють теорія звичайних диференціальних рівнянь, операційне вираховування (перетворення Лапласа), гармонійний аналіз (перетворення Фур'є). ТАК разом з теорією функціонування елементів систем керування (датчиків, регуляторів, виконавчих механізмів) утворює більш широку галузь науки - автоматику. Автоматика у свою чергу є одним з розділів технічної кібернетики. Остання вивчає складні автоматизовані системи керування технологічними процесами (АСКТП) і підприємствами (АСКП), побудовані з використанням керуючих обчислювальних машин (КОМ).

Сучасними тенденціями в автоматизації виробництва є широке застосування ЕОМ для керування, створення машин і устаткування з вбудованими мікропроцесорними засобами виміру, контролю та регулювання, перехід на децентралізовані (розподілені) структури керування з мікроЕОМ, впровадження людино-машинних систем, використання високонадійних технічних засобів, автоматизоване проектування систем керування.[1]

Дисципліна “Теорія автоматичного керування” являється необхідною для успішного вивчення подальших курсів, пов'язаних з управлінням сучасною енергетикою.

Рішення завдань проводиться з *використанням*:

- *теорії диференціальних рівнянь*;
- *операційного вираховування* (перетворення Лапласа);

- *спектрального аналізу (перетворення Фур'є);*
- *математичного моделювання.*

Вивчати матеріал курсу рекомендується в порядку, наведеному в дійсних методичних вказівках. Після вивчення кожної теми необхідно вирішити завдання, наведене у вказівках згідно варіанту, і відповісти на контрольні питання.

Зміст звіту

Звіт оформляється на аркушах формату А4 і починається з титульного аркуша (див. додаток).

1. Лабораторна робота №1.

Ознайомлення з функціональними можливостями програмного комплексу MatLab/Simulink.

Мета роботи: ознайомлення з програмним комплексом MatLab/Simulink, набуття практичних навичок комп'ютерного моделювання, створення простих моделей, а також аналіз отриманих результатів.

1.1. Теоретичні відомості

1.1.1. Загальні відомості

Програмний комплекс MATLAB/Simulink включає наступні компоненти:

- MATLAB - ядро комплексу, реалізує широкий спектр математичних методів, засобів візуалізації даних і допоміжних засобів.
- Simulink - професійний тулбокс (Toolbox (англ.) - набір інструментів), призначений для моделювання систем управління. Працює Simulink під управлінням MATLAB і використовує для моделювання увесь спектр його можливостей.
- Набір тулбоксів, що спеціалізують MATLAB для виконання спеціальних функцій: оптимізація, синтез систем, нечітка логіка, нейронні мережі та ін.

У даній роботі описуються деякі можливості Simulink MATLAB і деякі можливості інших тулбоксів, необхідних для моделювання, аналізу і синтезу систем автоматичного управління.

Відзначимо про існування відмінностей у версіях Simulink.

1.1.2. Побудова найпростішої моделі

У цьому розділі розглядаються приклади застосування основних команд і прийомів, які найчастіше використовуються при створенні моделі і моделюванні.

Наведена нижче модель ілюструє інтегрування синусоїдального сигналу і відображення вихідного і інтегрованого сигналу. Структурна схема подана на рис.1.1.

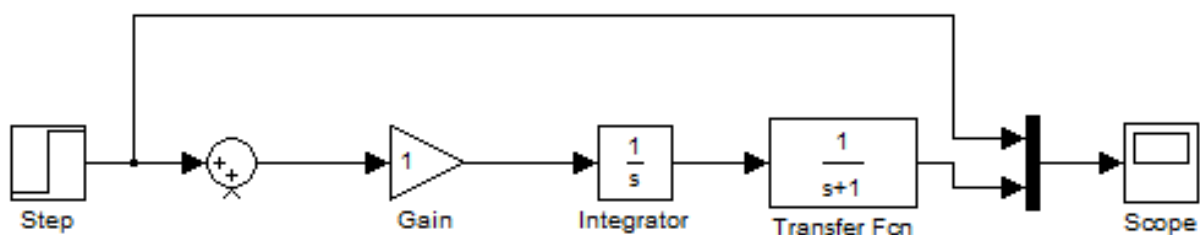


Рисунок. 1.1 – Модель інтегрування синусоїдального сигналу.

Розглянемо побудову моделі, зображеної на рис.1.1, у Simulink.

Для запуску *MATLAB* необхідно натиснути кнопку "Пуск" меню, увійти в меню "Програми", потім "Matlab" і вибрати на пункті меню "Matlab".

Для запуску *Simulink* необхідно натиснути кнопку *Simulink* у вікні *MATLAB* (рис.1.2)

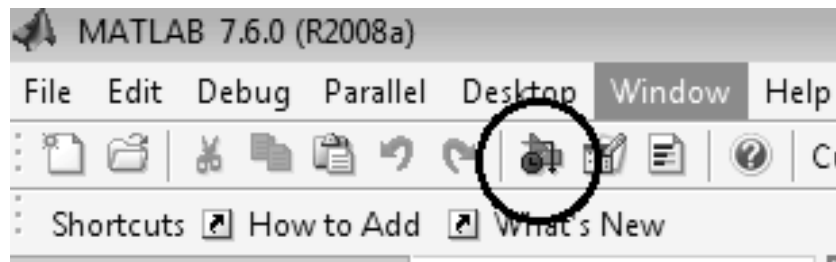


Рисунок 1.2 – Вікно MATLAB.

На екрані з'явиться вікно браузера блоків Simulink (Рисунок 1.3.) Для створення нової моделі необхідно натиснути на кнопку створення нової моделі.

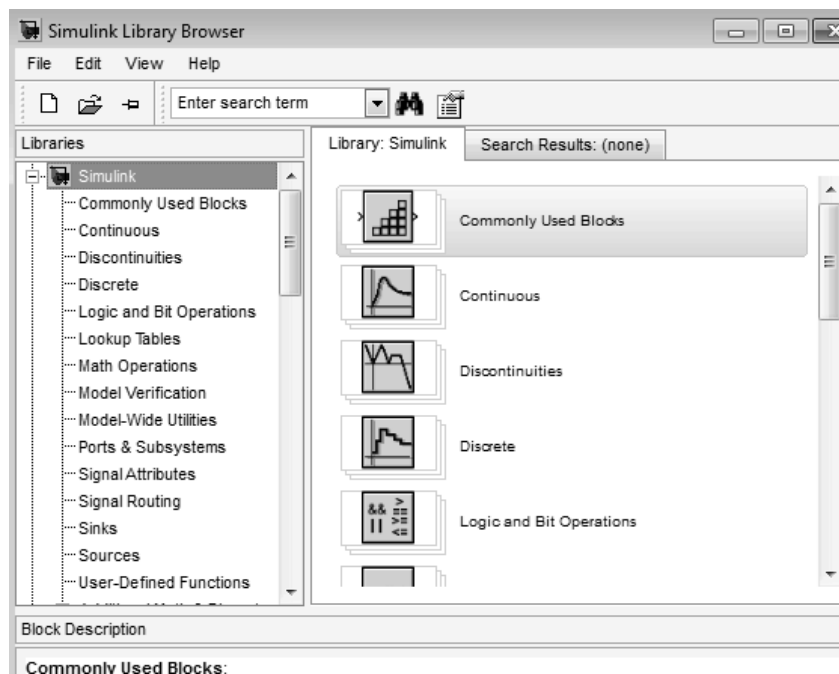


Рисунок 1.3 – Вікно браузера блоків Simulink.

Розмістіть ці вікна на екрані так, щоб вони не перекривалися. Для даної моделі необхідно витягти блоки з наступних бібліотек:

- Бібліотека генераторів сигналів (Sources) – блок генератора імпульсів типу стрибок Step;
- Бібліотека відображення сигналів (Sinks) - блок осцилографа Scope;
- Бібліотека блоків безперервних систем (Continuous) - блок інтегратора Integrator та аперіодичної ланки першого порядку Transfer Fcn;
- Бібліотека сигналів і систем (Signals & Systems) - блок мультиплексора Mux;
- Бібліотека математичних операцій (Math Operations) - блок суматора Sum та блок підсилювача Gain.

Відкрийте бібліотеку генераторів сигналів Sources для доступу до блоку стрибкоподібного генератора Step.

Для відкриття бібліотеки установіть курсор миші на знак "+" зліва від бібліотеки Simulink і клацніть лівою кнопкою миші. Відкриється бібліотека Simulink. Встановіть курсор миші на бібліотеку Sources і клацніть лівою кнопкою миші. Правіше у вікні відчиниться бібліотека Sources (Рис. 1.4).

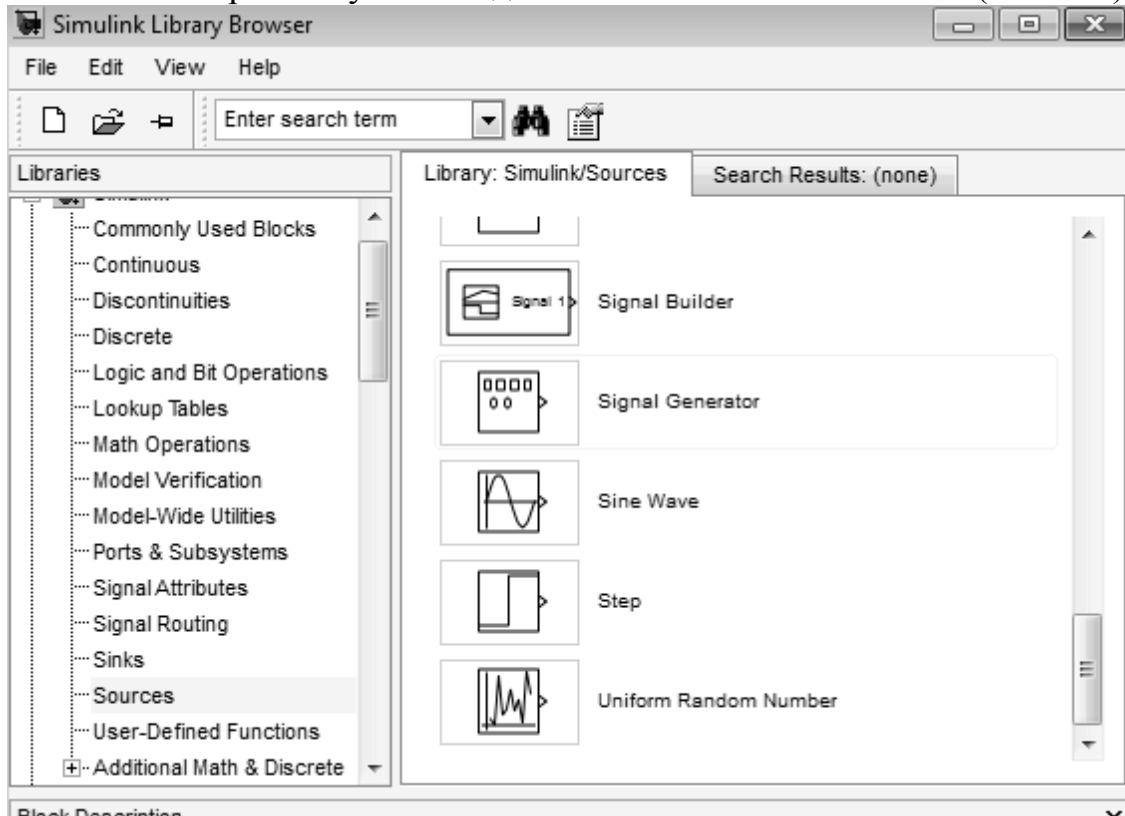


Рисунок 1.4 – Вікно бібліотеки Sources.

Для прикладу нижче приведені фрагменти бібліотеки блоків безперервних систем Continuous (Рис. 1.5) та бібліотеки математичних операцій Math Operations (Рис. 1.6).

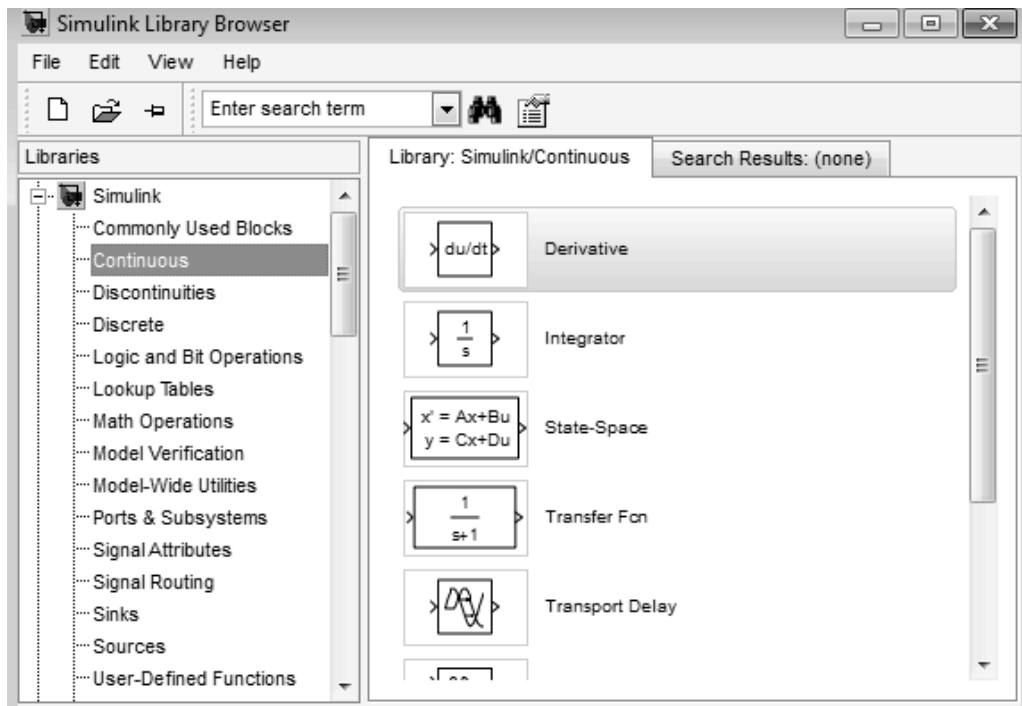


Рисунок 1.5 – Фрагмент бібліотеки блоків безперервних систем Continuous.

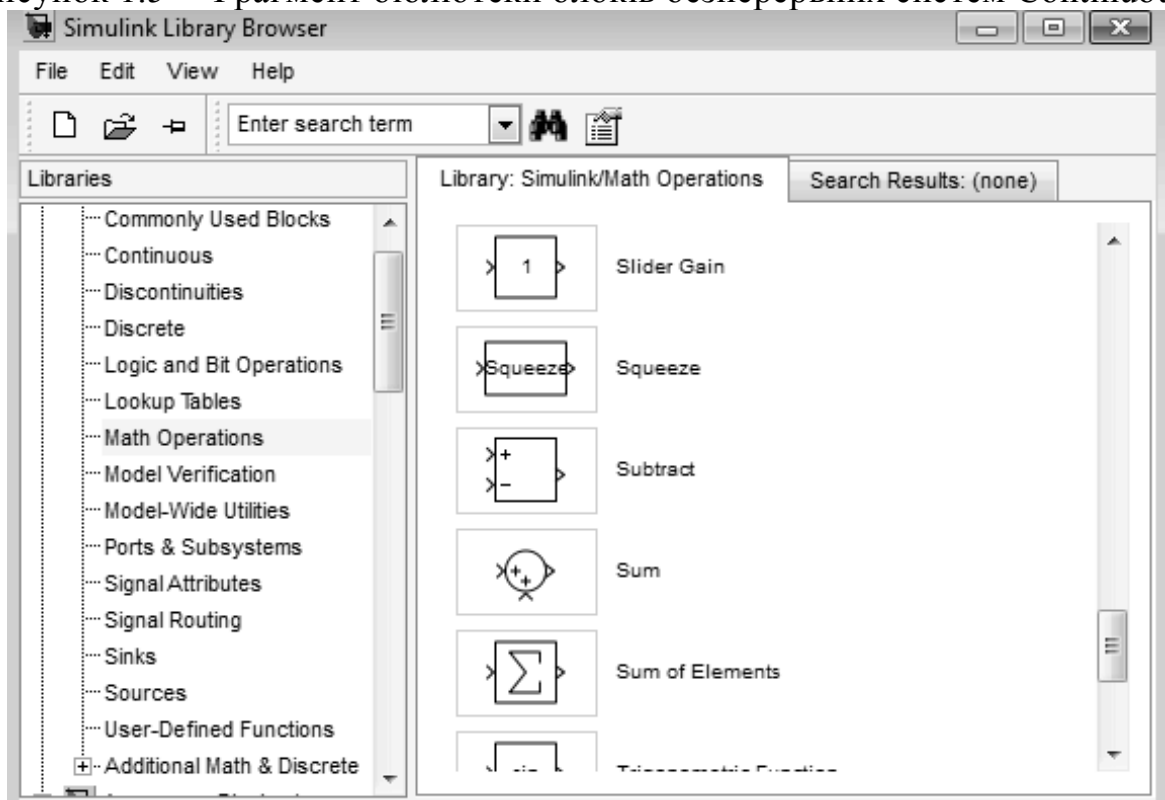


Рисунок 1.6 – Фрагмент бібліотеки математичних операцій Math Operations

Для додавання блоків у модель їх можна скопіювати з бібліотеки або з іншої моделі. Для копіювання блоку з бібліотеки установіть курсор на значок зліва від блоку, потім натисніть і утримуйте ліву кнопку миші.

Утримуючи кнопку миші, перемістіть блок у вікно моделі і відпустіть кнопку миші. Копія блоку стрибкоподібного генератора Step з'явиться у вікні моделі. (Рис.1.7)

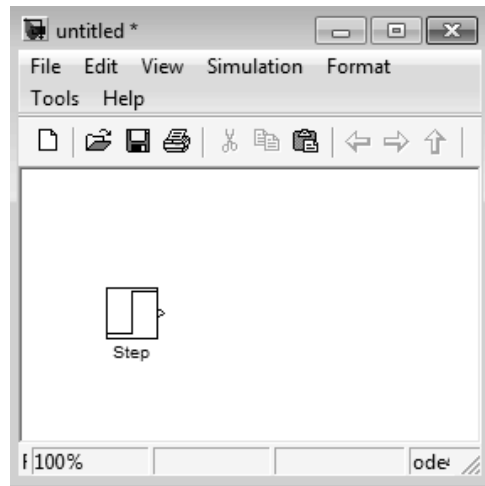


Рисунок 1.7 – Блок стрибкоподібного генератора Step.

Таким же чином скопіюйте і розмістіть інші блоки у вікні моделі. Можна переміщувати блоки усередині вікна, виділіть блок та перемістіть його мишкою. Виділений блок можна пересувати, використовуючи клавіші управління курсором (стрілки).

Після того, як усі необхідні блоки скопійовані у вікно моделі, модель буде виглядати такою, як на рис. 1.8.

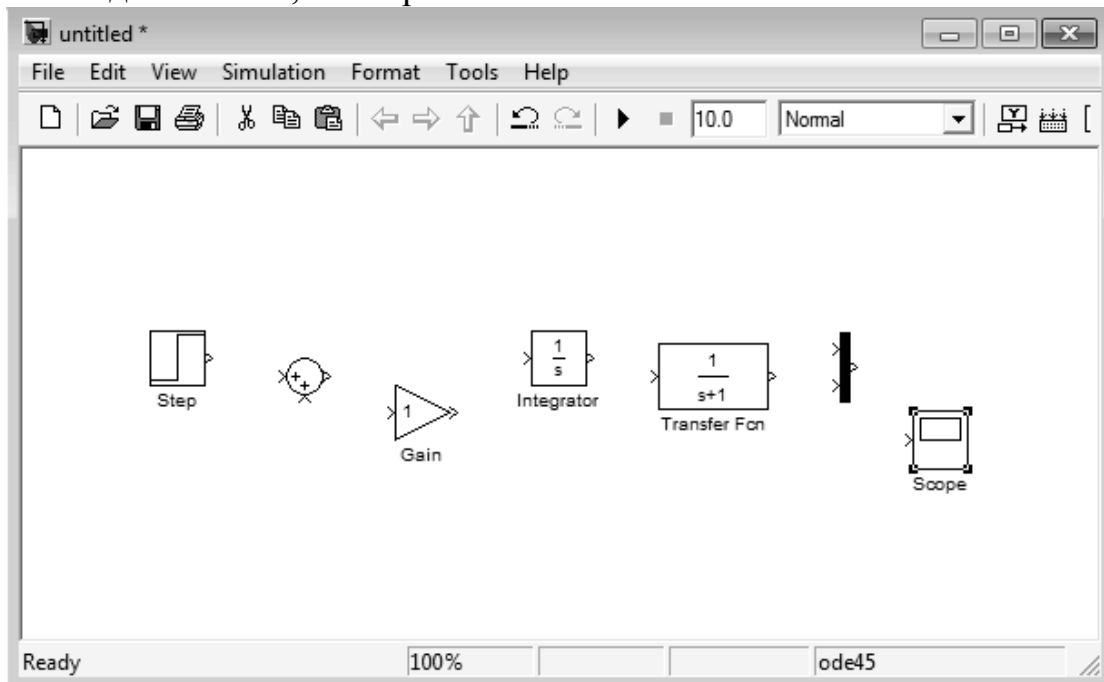


Рисунок 1.8 – Вікно моделі.

Кожний блок має один або декілька символів ">", що входять і виходять із блоку. Символ ">", що вказує усередину блока, називається *вхідним портом*, а символ, що вказує назовні, називається *вихідним портом*. Сигнал передається з виходу одного блоку на вхід іншого блоку за допомогою лінії зв'язку. Якщо блок підключений, то символ порту зникає.

З'єднати вихід блока стрибкоподібного генератора Step із входом суматора Sum можна установивши курсор усередину вихідного порту з правої сторони блоку. Стрілка зміниться на перехрестя. Натисніть та утримуйте ліву кнопку миші і пересуньте курсор до вхідного порту блоку суматора Sum. Перехрестя заміниться на подвійне перехрестя. Відпустіть клавішу

миші. Блоки будуть з'єднані. Блоки також будуть з'єднані, якщо відпустити кнопку миші, коли курсор знаходиться усередині блоку. Лінія зв'язку буде приєднана до найближчого до курсору порту.

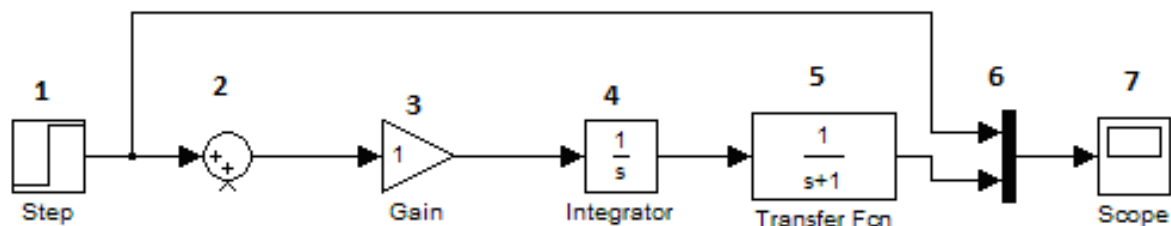
Після виконання всіх сполучень модель буде мати вигляд, зображений на рис.1.1.

1.2. Завдання

1. Побудувати модель системи, використовуючи блоки бібліотеки Simulink; структурна схема системи показана на рисунку 1.1.
2. Установити необхідні параметри системи згідно свого варіанта.
($k=N_{\text{в}} \text{ вар}$, $T=N_{\text{вар}} * 10^{-3}$)
3. Виконати моделювання розімкненої системи в часовому діапазоні або отримати перехідний процес.
4. Включити зворотній зв'язок і отримати перехідний процес. Виконати перевірку $\sigma = (y_{\text{max}} - y_{\text{уст}}) / y_{\text{уст}} * 100\%$,якщо перерегулювання σ перевищує 20%, необхідно зменшувати k .
5. Проаналізувати отримані результати.

1.3. Порядок виконання роботи

Сформувані схему:



- 1-формувавч вихідного впливу типу стрибок
- 2-суматор
- 3-підсилювач
- 4-інтегратор
- 5-аперіодична ланка першого порядку
- 6-мультиплексор
- 7-пристрій відображення(осцилограф)

Після того, як схема сформована необхідно задати параметри кожного з елементів через меню, згідно завдання.

Наприклад, для того, щоб задати коефіцієнт підсилення підсилювача Gain, необхідно, встановивши показник миші на блок, двічі натиснути на ліву кнопку миші. Після чого з'явиться вікно параметрів підсилювача, де необхідно вказати задані параметри.(Рис.1.9)

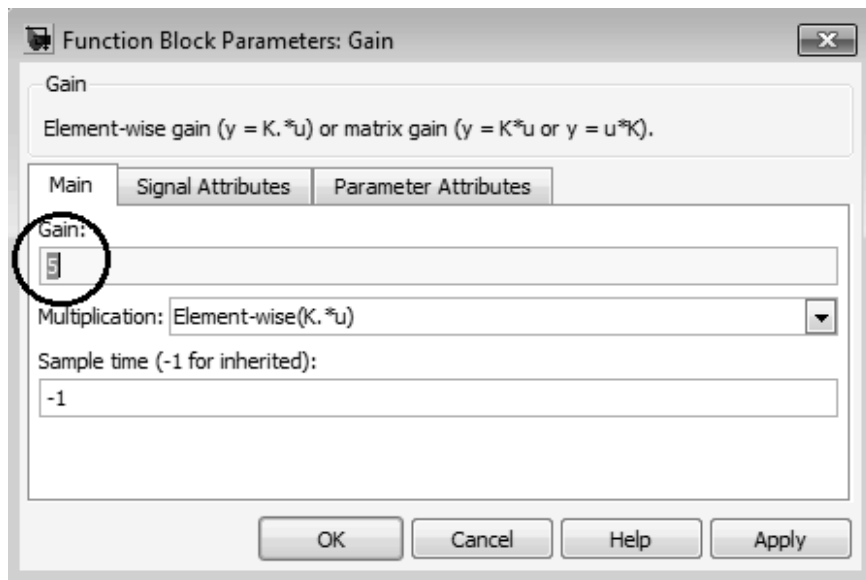


Рисунок 1.9 – Вікно параметрів підсилювача Gain.

Для моделювання прикладу спочатку необхідно відкрити блок осцилографа Scope встановивши показник миші на блок, двічі натиснути на ліву кнопку миші. Потім необхідно *внести параметри моделювання*. Для цього виберіть пункт меню Configuration Parameters із меню Simulation. Встановіть час закінчення моделювання Stop Time, рівний 10.0 с.

Закрийте вікно установки параметрів, натиснувши на Close. Simulink прийме задані параметри і закриє вікно.

Виберіть пункт Start із меню Simulation. Результати моделювання виводяться у вікно Scope (Рис.1.10). Моделювання закінчиться в тому разі, коли час, зазначений в параметрах моделювання або пункт Stop, обраний у меню Simulation будуть вичерпані.

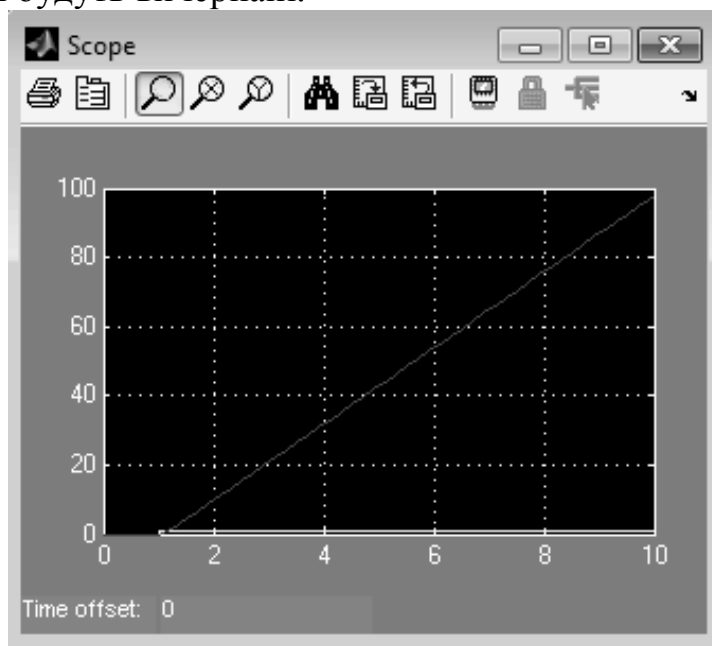


Рисунок 1.10 – Результати моделювання.

Далі, згідно завдання, необхідно включити зворотній зв'язок і отримати перехідний процес. Після включення зворотного зв'язку схема набуде вигляду (Рис.1.11):

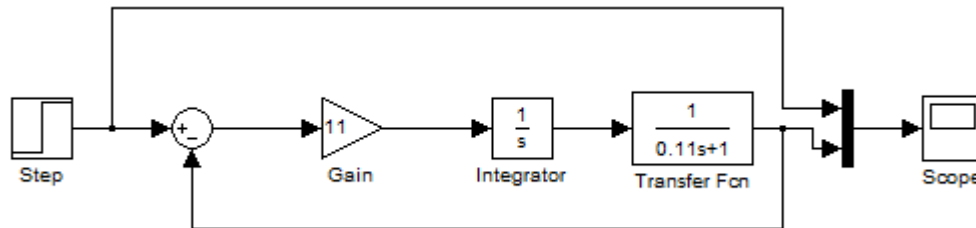


Рисунок 1.11 – Вихідна схема зі зворотним зв'язком.

Ми отримали перехідний процес, результат бачимо у вікні Scope (Рис.1.12).

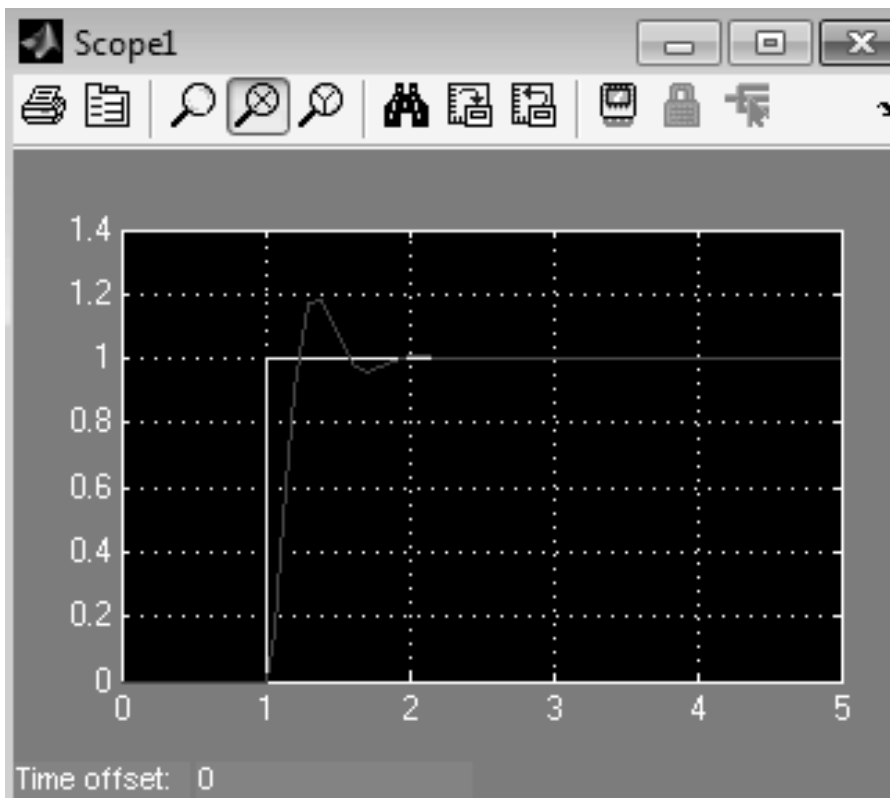


Рисунок 1.12 – Результати моделювання перехідного процесу.

Щоб зберегти модель виберіть пункт Save із меню File, введіть ім'я файла і виберіть каталог, у якому необхідно зберегти файл.

Для виходу з *Simulink* і *MATLAB*, виберіть пункт Exit MATLAB із меню File. Можна також ввести команду » quit у командному рядку MATLAB.

1.4. Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Основні теоретичні відомості.
4. Структурні схеми моделей.
5. Графіки перехідного процесу.
6. Висновки.

1.5. Контрольні запитання

1. Порядок роботи в MatLab.
2. Бібліотеки, використані в роботі.
3. Меню блоків в MatLab.
4. Ход виконання роботи.

2. Лабораторна робота №2. Дослідження типових динамічних ланок.

Мета роботи: вивчення моделей типових динамічних ланок, їх динамічних властивостей, методів обробки кривих перехідного процесу для визначення динамічних параметрів.

2.1. Типові динамічні ланки та їх характеристики

2.1.1. Загальні відомості

При вирішенні задач аналізу і синтезу лінійних АСР доцільно приводити їх у вигляді сукупності сполучених між собою нескладних елементів із певними динамічними властивостями. Реальні елементи, що складають АСР, можуть мати різноманітну фізичну основу (теплову, механічну, електричну і т. ін.) і конкретне виконання (нагрівальний пристрій, кінематична передача, електричний двигун і т.д.), але описуються однаковими диференціальними рівняннями, а, отже, мають ідентичні динамічні властивості. Виходячи з ідентичності динамічних властивостей, реальні елементи можна віднести до певного типу ланок, що дозволяє звести все різноманіття реальних елементів АСР до невеликого числа так названих типових ланок.

Типовою елементарною ланкою називається така ланка, яку неможливо підрозділити на ще більш прості ланки.

Типові ланки характеризуються наступними загальними властивостями:

- a) мають одну вхідну та одну вихідну величину;
- b) описуються диференціальним рівнянням не вище 2-го порядку;
- c) пропускають сигнал тільки в одному напрямку.

Типовими ланками, із яких може бути складена структурна схема АСР практично будь-якої складності, є: підсилювальна (пропорційна), ідеальна інтегруюча, ідеальна диференціююча, аперіодична першого порядку, аперіодична другого порядку, коливальна, ланка чистого запізнювання.

2.1.2. Підсилювальна ланка

У цій ланці вихідна величина $y(t)$ у кожний момент часу пропорційна вхідній величині $x(t)$ і визначається алгебраїчним рівнянням виду:

$$y(t) = kx(t), \quad (2.1)$$

де k - коефіцієнт передачі, що має розмірність: одиниця виміру вихідної величини, поділена на одиницю виміру вхідної величини.

З рівняння (2.1) випливає, що вихідна величина миттєво повторює всі зміни вхідної величини, тому ланку називають безінерційною. Підсилювальна ланка є так названою статичною ланкою, оскільки в сталому стані кожному

значенню вхідної величини відповідає цілком певне значення вихідної величини.

Перехідну функцію $h(t)$ записують у вигляді:

$$h(t) = k \cdot 1(t), \quad (2.2)$$

де $1(t)$ - східчаста одинична дія на вході.

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (2.1), знайдемо передатну функцію підсилювальної ланки:

$$W(p) = Y(p) / X(p) = K, \quad (2.3)$$

Прикладами конструктивного виконання підсилювальної ланки можуть бути: механічний редуктор, важіль, електричний R-R-ланцюжок, електронний підсилювач і т.д.

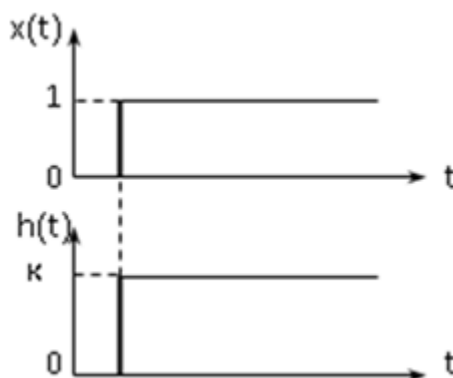


Рисунок. 2.1 – Графік перехідної функції підсилювальної ланки.

2.1.3. Інтегруюча ланка

Ланка є тією, що інтегрує, оскільки її вихідна величина пропорційна інтегралу за часом від вхідної величини:

$$y(t) = k \int x(t) dt, \quad (2.4)$$

Диференціальне рівняння ланки:

$$dy(t) / dt = k_1 x(t), \quad (2.5)$$

де k_1 - коефіцієнт передачі ланки. Його розмірність: одиниця швидкості зміни вихідної величини, поділена на одиницю зміни вхідної величини.

Перехідну функцію ідеальної інтегруючої ланки одержують рівняння (2.4) при $x(t) = 1(t)$:

$$h(t) = k_1 \int 1(t) dt = k_1 t + c, \quad (2.6)$$

де c - константа інтегрування, рівна нулю при нульових початкових умовах.

Швидкість зміни вихідної величини при $x(t) = 1(t)$ чисельно дорівнює k_1 .

Графік перехідної функції являє собою пряму лінію (рис.2.2) із кутом нахилу $\alpha = \arctg(k_1)$.

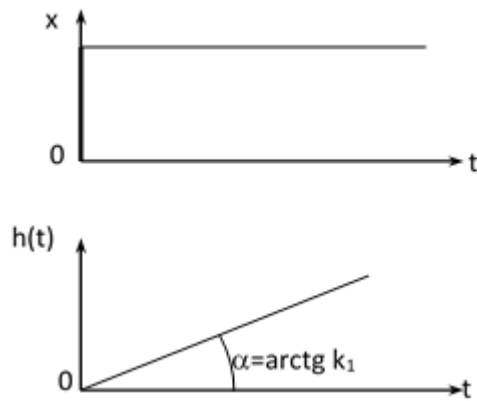


Рисунок. 2.2 – Графік перехідної функції інтегруючої ланки.

З рис.2.2 випливає, що тому самому сталому значенню вхідної величини відповідають різноманітні значення вихідної величини. На цій підставі ланку, що інтегрує, називають астатичною, крім того, при зменшенні вхідної величини до нуля вихідна величина ланки, що інтегрує, залишається незмінною і не прагне до нуля, як у пропорційній ланці. У зв'язку з цим ланка, що інтегрує відноситься до категорії нейтральних ланок.

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (2.5), одержують передатну функцію ланки:

$$W(p) = k_1 / p, \quad (2.7)$$

Прикладами елементів, динамічні властивості яких еквівалентні в деякому наближенні властивостям ідеальної інтегруючої ланки, є: електродвигун постійного струму (x - подавана напруга, y - кут повороту ротора); ємність із рідиною (x - притока рідини, y - її рівень).

Реальні інтегруючі ланки звичайно мають помітну інерційність. Такі ланки не відносяться до елементарних, тому що можуть бути подані більш простими ланками.

Передатна функція реальної інтегруючої ланки має вигляд:

$$W(p) = \frac{k_1}{(T \cdot p + 1)p}.$$

Її перехідна функція:

$$h(t) = t - T \left(1 - e^{-t/T} \right), \quad (2.8)$$

Через достатньо великий проміжок часу величина $e^{-t/T}$ стає зневажливо малою (при $t \rightarrow \infty$ $e^{-t/T} \rightarrow 0$) і зміна вихідної величини буде відбуватися за законом:

$$h(t) = t - T.$$

Таким чином, параметр T (постійна часу ланки, що інтегрує,) буде визначатися, як це показано на рис. 2.3.

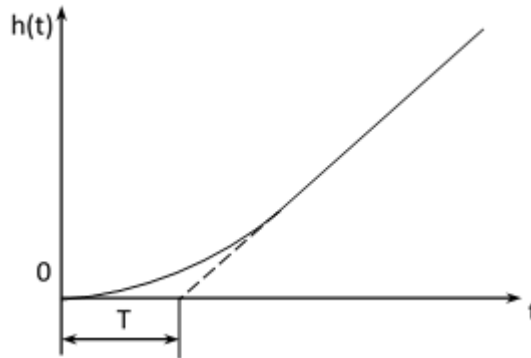


Рисунок. 2.3 – Графік перехідної функції реальної ланки, що інтегрує.

2.1.4. Диференціююча ланка

Рівняння ідеальної диференціюючої ланки:

$$y(t) = k_2(dx/dt), \quad (2.9)$$

тобто вихідна величина пропорційна швидкості зміни вхідної величини.

Передатна функція ланки:

$$W(p) = k_2 p, \quad (2.10)$$

де k_2 - коефіцієнт передачі; його розмірність: одиниця виміру вихідної величини, поділена на одиницю виміру швидкості зміни вхідної величини. Якщо розмірність вхідної і вихідної величин однакова, то розмірність k_2 одержується в секундах. У цьому випадку коефіцієнт позначають через T_d і називають постійною часу диференціювання.

Перехідна функція являє собою імпульсну функцію площею k_2 , тобто $h(t) = k_2 1(t)$. Графік перехідної функції такої ланки при подачі на вхід стрибкоподібної дії збурювання зобразиться прямою, що збігається з ординатою, тобто, одержується вихідний імпульс, який теоретично має нескінченно велику амплітуду, що відповідає нескінченно великій швидкості зміни вхідної величини у момент подачі стрибка (див. рис. 2.4.).

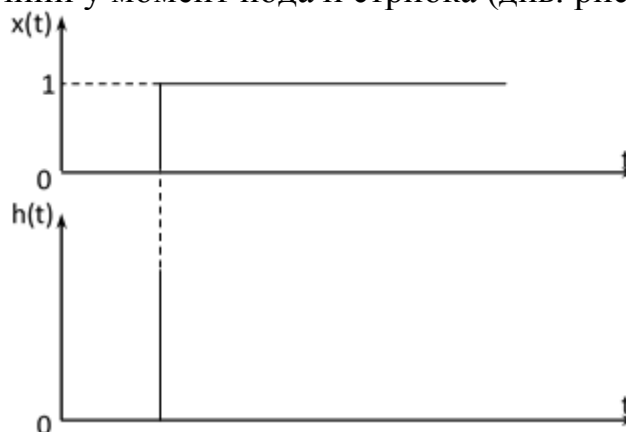


Рисунок. 2.4 – Графік перехідної функції ідеальної диференціюючої ланки.

Практично здійснити ідеальну диференціюючу ланку не уявляється можливим. Тому застосовуються ланки, що виконують диференціювання приблизно, через наявність інерційності, тобто реальні диференціюючі ланки.

Їхнє рівняння може бути записане у наступній формі:

$$T_D \frac{dy}{dt} + y = k_2 \frac{dx}{dt}, \quad (2.11)$$

де T_D - постійна часу ланки; k_2 - коефіцієнт передачі ланки.

Передатна функція:

$$W(p) = k_2 p / (T_D \cdot p + 1), \quad (2.12)$$

Перехідна функція реальної диференціюючої ланки описується рівнянням:

$$y = \frac{k \cdot x_c}{T_D} \cdot e^{-\frac{t}{T_D}}, \quad (2.13)$$

і показана на рис. 2.5.

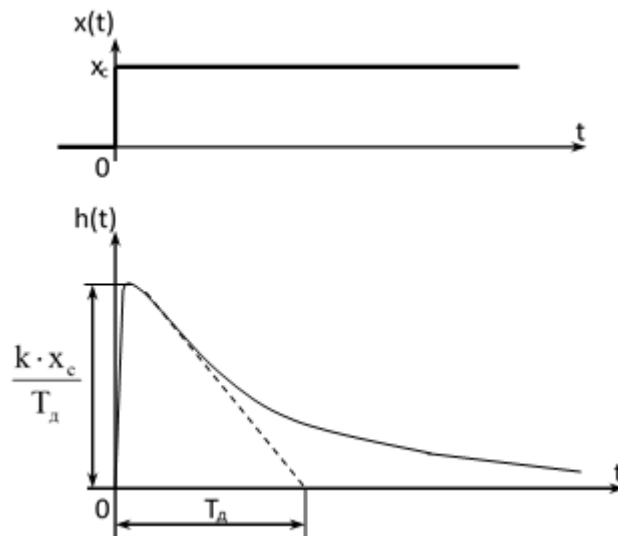


Рисунок. 2.5 – Графік перехідної функції реальної диференціюючої ланки.

Як бачимо, при $T_D=0$ реальна диференціююча ланка перетворюється в ідеальну, а графік (рис. 2.5) перетворюється в миттєвий імпульс (рис. 2.4). Як приклад такої ланки можна привести тахогенератор, у якого вхідною величиною є кут повороту вала φ , а вихідною – напруга, що видається. Тахогенератор дає напругу, пропорційну кутовій швидкості обертання вала ω :

$$U = k_2 \cdot \omega,$$

але кутова швидкість є, як відомо, похідною за часом від кута повороту вала

φ . В результаті одержуємо:

$$U = k d\varphi / dt,$$

що збігається з рівнянням ідеальної диференціюючої ланки (2.9), проте на практиці тахогенератор виробляє напругу U , не ідеально пропорційну кутовій швидкості $d\varphi/dt$, а з урахуванням інерційного запізнювання, що характеризується постійною часу T_D :

$$T_D \cdot dU / dt + U = k \cdot d\varphi / dt.$$

2.1.5. Ланка чистого запізнювання

Вихідна величина у ланці чистого запізнювання точно повторює зміни вхідної величини, але з деяким відставанням за часом τ , називаним часом чистого запізнювання. Якщо на вхід ланки чистого запізнювання в момент часу $t=0$ подати одиничне, східчасте обурення, то реакцією вихідної величини буде одинична, східчаста функція, зрушена по осі абсцис на час запізнювання τ відносно початку координат:

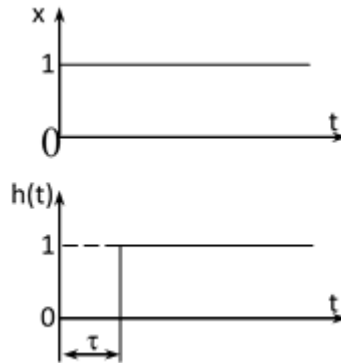


Рисунок.2.6 – Графік перехідної функції ланки чистого запізнювання.

Рівняння ланки чистого запізнювання.

$$y(t) = x(t - \tau), \quad (2.14)$$

Застосувавши перетворення Лапласа до рівняння (2.14), одержимо передатну функцію ланки:

$$W(p) = e^{-p\tau}, \quad (2.15)$$

Прикладами ланки чистого запізнювання можуть служити різноманітного виду транспортери, що переміщують матеріали зі швидкістю V , причому, час чистого запізнювання визначається рівнянням $\tau = L/V$, де L - довжина транспортера; а також трубопроводи, лінії пневмотранспорту і т.д.

2.1.6. Аперіодична ланка 1-го порядку

Ланка має не коливальний (аперіодичний) характер перехідного процесу і описується рівнянням:

$$T(dy/dt) + y(t) = k_3 x(t), \quad (2.16)$$

де k_3 - коефіцієнт передачі з розмірністю: одиниця виміру вихідної величини, поділена на одиницю виміру вхідної величини; T - постійна часу, с.

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (2.16), одержують передатну функцію ланки

$$W(p) = k_3 / (Tp + 1), \quad (2.17)$$

Перехідна функція ланки, що представляє собою рішення рівняння (2.16) при $x(t) = 1(t)$, записується у виді:

$$h(t) = k_3 \left(1 - e^{-t/T} \right), \quad (2.18)$$

Графік перехідної функції ланки подано на рис. 2.7.

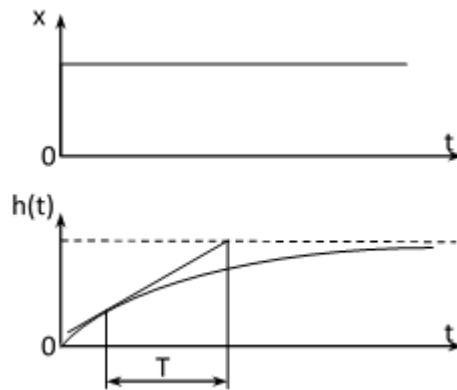


Рисунок. 2.7 – Графік перехідної функції аперіодичної ланки першого порядку.

Постійну часу T можна визначити графічно по перехідній функції $h(t)$, провівши дотичну до будь-якої точки кривої; відрізок на асимптоті, до якої прямує $h(t)$, від точки, що відповідає точці торкання, до точки перетинання дотичної з асимптотою, тотожний постійній часу T . Постійну часу можна розглядати як час, за який вихідна величина досягає свого сталого значення, якби вона змінювалася з постійною швидкістю, рівною початковій. Чим більше T , тим більше інерційна ланка. З урахуванням порядку рівняння (2.16) аперіодичну ланку називають інерційною ланкою 1-го порядку.

Аналізуючи перехідну функцію аперіодичної ланки, можна зробити висновок, що вона, як і підсилювальна ланка, є статичною. Крім того, ця ланка має властивість самовирівнювання, що виражається у тому, що при постійному значенні вхідної величини вихідна величина із часом прямує до сталого значення.

У якості прикладів елементів, що мають динамічні властивості аперіодичних ланок, можуть служити: електродвигун (x - подавана напруга, y - швидкість обертання якоря); гідравлічна ємність із вільним стоком рідини (x - притока рідини, y - рівень рідини або витрата рідини).

2.1.7. Коливальна ланка

Ланка має коливальний характер перехідного процесу та описується рівнянням:

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2Td \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_4 x(t), \quad (2.19)$$

де T - постійна часу, с; d - коефіцієнт демпфірування (гашення), безрозмірна величина; k_4 - коефіцієнт передачі, що має розмірність коефіцієнта передачі підсилювальної або аперіодичної ланок.

Передатна функція ланки:

$$W(p) = k_4 / (T^2 p^2 + 2Tdp + 1), \quad (2.20)$$

Характер перехідного процесу залежить від значення коренів характеристичного рівняння:

$$T^2 p^2 + 2Td p + 1 = 0, \quad (2.21)$$

Коливальний перехідний процес одержується при комплексних коренях характеристичного рівняння. Коливальній ланці відповідають значення коефіцієнта затухання:

$$0 < d < 1, \quad (2.22)$$

Розв'язавши рівняння (2.21), одержують рівняння перехідної функції ланки:

$$h(t) = k_4 \left[1 + \frac{e^{-\frac{dt}{T}}}{\sqrt{1-d^2}} \sin \left(\frac{\sqrt{1-d^2}}{T} t \right) - \arctg \left(\frac{\sqrt{1-d^2}}{d} \right) \right], \quad (2.23)$$

Таким чином, перехідна функція має загасаючий характер (див. рис. 2.8).

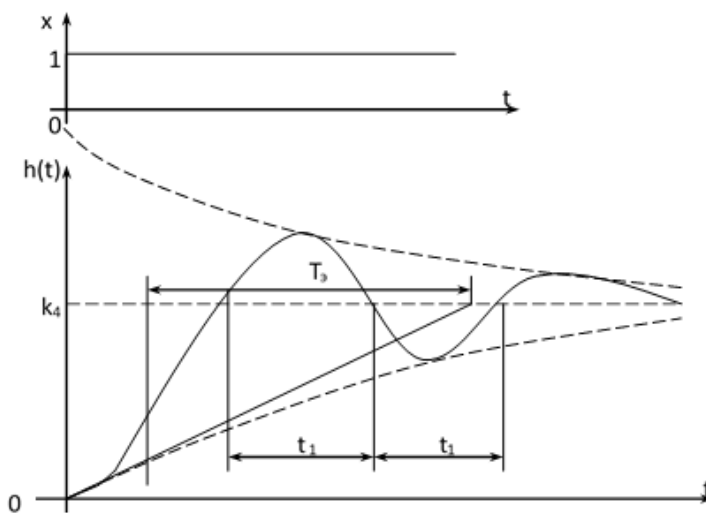


Рисунок.2.8 – Графік перехідної функції коливальної ланки.

Амплітуда коливань згасає по експоненті (див. пунктирні криві на рис.2.8.). За графіком $h(t)$ можна визначити постійну часу T_3 цієї експоненти (це можна зробити 2-3 рази аналогічно методиці, описаній у пункті 2.1.6, і усереднити результати). Крім того, необхідно замірити на тому ж графіку півперіод коливань t_1 . По відношенню T_3/t_1 , використовуючи спеціальний графік (рис.2.9.), можна визначити величину $2Td$:

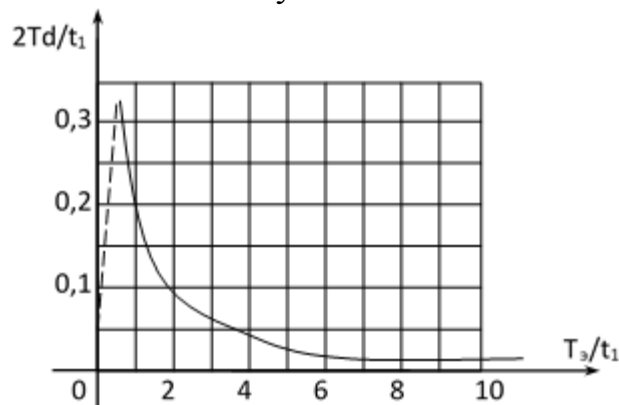


Рисунок. 2.9 – Допоміжний графік для визначення динамічних параметрів коливальної ланки.

Знаючи величину $2Td$, можна визначити величину постійної часу ланки по рівнянню:

$$T = \sqrt{\frac{2Td \cdot T_3}{2}}, \quad (2.24)$$

Нехай за графіком величина $2Td$ виявилася рівна c . Тоді, вираховавши по формулі (2.24) T , можна визначити коефіцієнт згасання:

$$d = \frac{c}{2T}, \quad (2.25)$$

Прикладами коливальних ланок можуть служити: електричний RLC - ланцюжок; виконавчий мембранний механізм; демпфер та ін.

При $d=0$ утворюється окремий випадок коливальної ланки, що зветься консервативною ланкою. Це ідеалізована ланка, що відповідає коливальній ланці, яка працює без витрати енергії. Передатна функція консервативної ланки має вид:

$$W(p) = k_4 / (T^2 p^2 + 1), \quad (2.26)$$

Перехідна функція консервативної ланки характеризується незатухаючими коливаннями.

2.1.8. Аперіодична ланка 2-го порядку

Диференціальне рівняння, передатна функція, характеристичне рівняння цієї ланки такі ж, як у коливальній (2.19, 2.20, 2.21), проте коефіцієнт загасання $d > 1$, при цьому корені характеристичного рівняння (2.21) від'ємні дійсні, що відповідає не коливальному (аперіодичному) перехідному процесу (див. рис. 2.10).

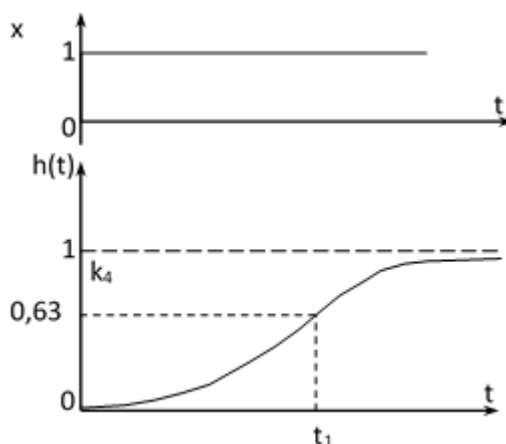


Рисунок. 2.10 – Графік аперіодичного перехідного процесу.

При $d > 1$ передатну функцію ланки можна перетворити до виду:

$$W(p) = k_4 / ((T_1 p + 1)(T_2 p + 1)), \quad (2.27)$$

де $T_1, T_2 = T / (d \pm \sqrt{d^2 - 1})$.

Таким чином, аперіодичну ланку другого порядку можна перетворити в еквівалентне послідовне з'єднання двох аперіодичних ланок 1-го порядку.

Отже, аперіодична ланка 2-го порядку не відноситься до числа елементарних ланок.

Для визначення постійних часу T_1 і T_2 використовуємо одну з модифікацій методу додаткових членів.

На графіку перехідної функції, накресленому в безрозмірному представленні $h(\infty)=1$, при значенні $h(t_1)=0,6321$ визначаємо величину t_1 .

Тоді постійні часу можна визначити по виразах:

$$T_1 = 0.642 \cdot t_1; \quad T_2 = T_1 / 2, \quad (2.28)$$

При цьому помилка у визначенні постійних часу не повинна перевищувати $\pm 4 \%$.

2.2. Завдання

1. Одержати графіки перехідних функцій типових елементарних ланок: підсилювальної, диференціюючої (реальної), інтегруючої, аперіодичної 1-ого порядку, аперіодичної 2-ого порядку, коливальної, консервативної, при подачі на вхід східчастого впливу. Вихідні дані наведені у табл. 2.1.
2. Зробити обробку результатів експериментів з метою одержання значень динамічних параметрів ланок.
3. Оцінити точність апроксимації.

Таблиця 2.1.

Вихідні данні

Ланка	Параметри ланки															Час рахунку, с										
	К					Т					d															
	Варіант №																									
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	t_k, c										
Підсилювальна	K=1+Nвар/4															10										
Диференціююча реальна																0,1	0,2	0,3	0,15	0,2	1					
Інтегруюча																1										
Аперіодична 1- ого порядку																10	5	8	6	9	60					
Коливальна																5	5	5	5	5	0,2	0,5	0,4	0,1	0,6	50
Аперіодична 2- ого порядку																5	5	5	5	5	1,1	1,2	1,05	1,001	1,01	50
Консервативна																5	6	4	5	6	0	0	0	0	0	100

Збурення $x(t)=1,0$. Крок розрахунку – авто

Нвар - номер в списку групи; **Варіант №** номер бригади ;

(Наприклад, Якщо номер в списку 34, і 2 бригада то $K=1+34\text{div}4$; T і d обираємо 2 Варіант)

2.3. Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії

3. Зібрати схему набору моделі ланки в MATLAB, установити його задані параметри.
4. Подати східчасте збурення на вхід кожної ланки, одержати графіки перехідних функцій. Результати показати викладачу.
5. Зробити обробку результатів експериментів:
 - а) перенести графіки перехідних функцій з екрану у звіт;
 - б) одержати з графіків динамічні параметри кожної ланки;
 - в) оцінити точність апроксимації, порівнявши задане значення параметра з отриманим експериментально: наприклад, задана постійна часу $T_3=10$ с, отримана експериментально $T_3=10,2$ с; помилка визначення дорівнює:

$$\left| \frac{T_3 - T_3}{T_3} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{10,2 - 10,0}{10,0} \right| \cdot 100\% = 2\% < 4\%,$$

де 4% - максимально припустима похибка апроксимації.

2.4. Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Структурні схеми набору моделей.
4. Графіки збурень і перехідних функцій для кожної ланки.
5. Ілюстрації до одержання динамічних параметрів ланок по їхніх графіках перехідних функцій, а також необхідні розрахунки.
6. Результати оцінки точності апроксимації.
7. Висновки.

2.5. Контрольні запитання

1. Обґрунтуйте необхідність розбивки будь-якої системи на типові елементарні ланки.
2. Перерахуйте статичні й астатичні типові ланки, інерційні і безінерційні.

3. Приведіть рівняння руху кожної типової ланки.
4. Приведіть графік перехідної функції кожної типової ланки.
5. Приведіть вирази передатних функцій кожної типової ланки.
6. У якій послідовності набирається модель ланки у MATLABi?
7. Яка методика запуску режиму імітаційного моделювання елементарної ланки?
8. Яка методика одержання результатів моделювання у MATLABi?
9. Як визначаються динамічні параметри аперіодичної ланки 1-ого порядку за графіком перехідної функції?
10. Як визначаються динамічні параметри аперіодичної ланки 2-ого порядку за графіком перехідної функції?
11. Як визначаються динамічні параметри коливальної ланки за графіком перехідної функції?
12. Як визначаються динамічні параметри інтегруючої ланки за графіком перехідної функції?

3. Лабораторна робота №3.

Визначення частотних характеристик типових позиційних ланок

Мета роботи: ознайомитися з методами експериментального і теоретичного одержання частотних характеристик, засвоїти методику експериментального одержання частотних характеристик ланок, методику визначення динамічних параметрів ланок по графікам їхніх частотних характеристик.

3.1. Частотні характеристики типових позиційних ланок

3.1.1. Загальні відомості

Якщо подати на вхід будь-якого з розглянутих у лабораторній роботі № 2 позиційних ланок (аперіодичної, коливальної, підсилювальної) синусоїдальні коливання:

$$x = a \cdot \sin(\omega t), \quad (3.1)$$

то на виході ланки встановлюються теж синусоїдальні коливання, але зі зміненими амплітудою і фазою:

$$y = A_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.2)$$

Посилення амплітуди:

$$K = \frac{A_1}{a}, \quad (3.3)$$

і зсув фази φ будуть мати різні значення при різних частотах коливань ω . Залежності амплітуди і фази вихідних коливань від частоти називаються частотними характеристиками.

Очевидно, що частотні характеристики можна легко одержати для будь-якої ланки експериментальним шляхом, подаючи коливання на вхід ланки і міряючи їх на виході.

Частотні характеристики легко визначаються також і розрахунковим шляхом через передатну функцію ланки.

3.1.2. Частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку.

Аналогічно тому, як поступають для синусоїдального перемінного струму в електротехніці, замінюючи оператор Лапласа p на $j\omega$, виконаємо таку ж заміну у вираженні передатної функції ланки (2.17), одержимо:

$$W(j\omega) = k_3 / (j\omega + 1), \quad (3.4)$$

тобто комплексне число, модуль якого дає посилення амплітуди A , а аргумент - зсув фази φ .

З виразу (3.4) шляхом нескладних перетворень утворюються вираз для амплітудної і фазової частотних характеристик аперіодичної ланки 1-го порядку:

$$A = \frac{k_3}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}}, \quad \varphi = -\arctg(T\omega), \quad (3.5)$$

Формула (3.4), у якій містяться обидві характеристики (3.5), називається амплітудно-фазовою частотною характеристикою.

Графіки частотних характеристик, побудовані по формулам (3.4), (3.5), зображені на рис. 3.1 - 3.3.

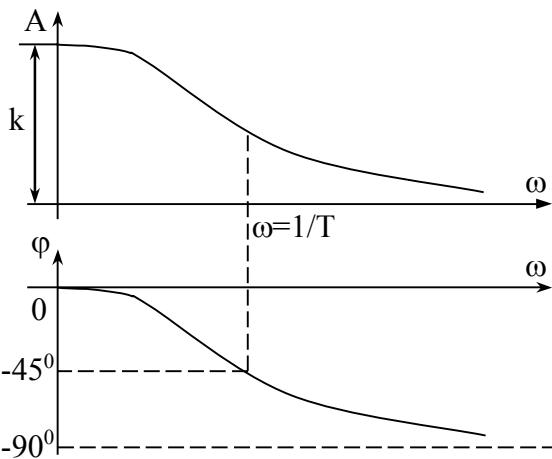


Рисунок 3.1 – Графік амплітудної частотної характеристики аперіодичної ланки 1-го порядку (А.Ч.Х).

Рисунок 3.2 – Графік фазової частотної характеристики аперіодичної ланки 1-го порядку (Ф.Ч.Х).

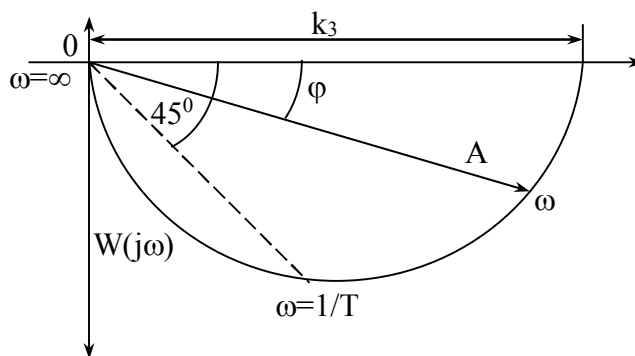


Рисунок 3.3 – Графік амплітудно - фазової частотної характеристики аперіодичної ланки 1-ого порядку (А.Ф.Ч.Х.).

При цьому амплітудно-фазова характеристика $W(j\omega)$, що будується в полярних координатах A , φ , має вигляд півкола, діаметр якого дорівнює статичному коефіцієнту передачі K_3 . Кожна точка характеристики відповідає певному значенню частоти коливань ω .

Очевидно, що зі збільшенням частоти ω посилення амплітуди A весь час падає і тим швидше, чим більше постійна часу T , що характеризує інерційність ланки. В результаті коефіцієнт підсилення у динаміці (у коливальному режимі) завжди менше статичного коефіцієнта K_3 . Ця властивість характерна для аперіодичних ланок. На низьких частотах, де A близько до K_3 , ланка добре пропускає коливання, а на високих частотах погано. Тому кожна ланка характеризується своєю смугою пропускання

частот. Для аперіодичної ланки 1-го порядку відповідно до рис. 3.1 - 3.3 її можна прийняти:

$$0 \leq \omega \leq \frac{1}{T}, \quad (3.6)$$

Важливо зауважити, що по вигляду частотної характеристики можна судити про властивості перехідного процесу. Так, тривалість перехідного процесу дорівнює приблизно $3T$. Ширина ж смуги пропускання частот обернено пропорційна T . Звідси витікає правило, що є загальним для багатьох ланок і систем: чим ширше на частотній характеристиці смуга пропускання, тим швидше загасає перехідний процес (менше інерційність).

Часто на практиці буває, що передатна функція (диференціальне рівняння динаміки) ланки невідома, але можна експериментально зняти з нього частотні характеристики. Тоді, якщо останні будуть схожі на рис.3.1.-3. 3, можна заключити, що досліджувана ланка є аперіодичною 1- го порядку, причому по характерних точках, зазначених на рис. 3.3, можна визначити коефіцієнти K і T його передатної функції.

3.1.3. Частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку

Відповідно до виразу (2.27), замінюючи p на $j\omega$, одержимо вираз амплітудно-фазової характеристики:

$$W(j\omega) = \frac{k_4}{(jT_1\omega + 1)(jT_2\omega + 1)}, \quad (3.7)$$

Звідси одержуємо амплітудну частотну характеристику:

$$A(\omega) = \frac{k_4}{\left(\sqrt{T_1^2\omega^2 + 1}\right)\left(\sqrt{T_2^2\omega^2 + 1}\right)}, \quad (3.8)$$

і фазову частотну характеристику:

$$\varphi(\omega) = -\arctg(T_1\omega) - \arctg(T_2\omega), \quad (3.9)$$

Частотні характеристики цієї ланки наведені на рис.3.4 - 3.6.

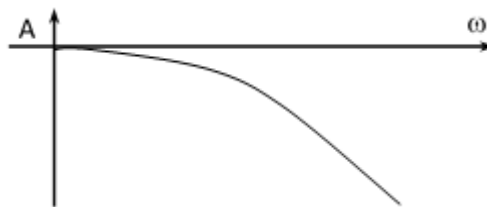


Рис. 3.4 – Графік амплітудної частотної характеристики аперіодичної ланки 2-го порядку (А.Ч.Х.).

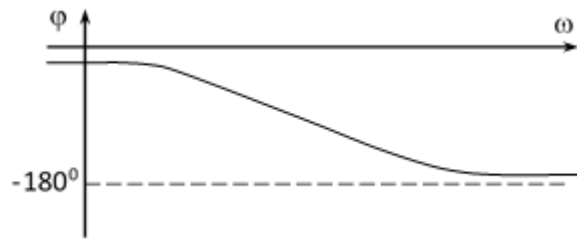


Рис. 3.5 – Графік фазової частотної характеристики аперіодичної ланки 2-го порядку (Ф.Ч.Х.).

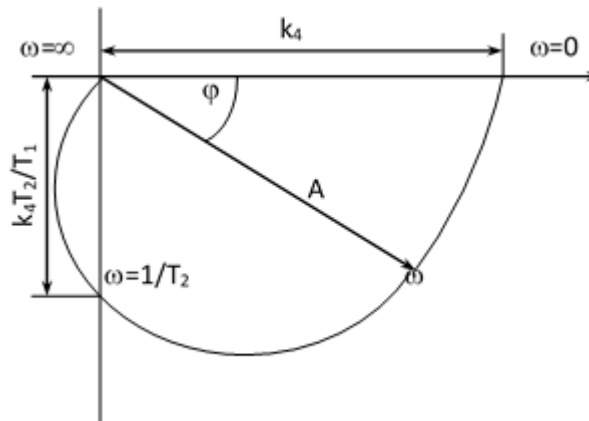


Рис. 3.6 – Графік амплітудно - фазової частотної характеристики ланки 2-го порядку (А.Ф.Ч.Х.).

3.1.4. Частотні характеристики коливальної ланки

Для коливальної ланки вираження амплітудно-фазової характеристики:

$$W(j\omega) = \frac{k_4}{(-T_2^2 \omega^2 + jT_1\omega + 1)}, \quad (3.10)$$

Амплітудна частотна характеристика:

$$A(\omega) = \frac{k_4}{\sqrt{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}}, \quad (3.11)$$

Фазова частотна характеристика:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \left[\frac{T_1 \omega}{(1 - T_2^2 \omega^2)} \right], \quad (3.12)$$

Амплітудно-фазова характеристика, побудована по формулі (3.10), буде мати такий же вигляд, що і на рис.3.6, але тільки більш витягнутий донизу.

Графік фазової частотної характеристики також збігається з зображенням на рис.3.5. Графіки амплітудних характеристик при різноманітних співвідношеннях $\frac{T_1}{2T_2}$ показані на рис.3.7.

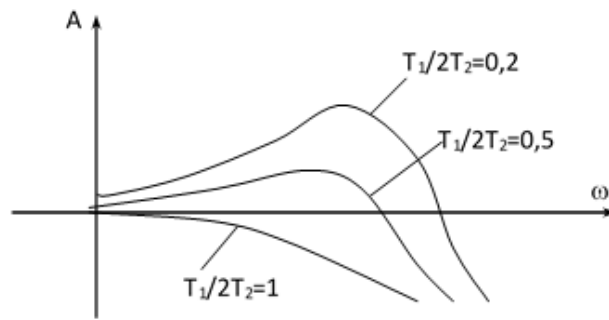


Рис. 3.7 – Графіки амплітудних частотних характеристик коливальної ланки.

3.1.5. Частотні характеристики підсилювальної ланки

Амплітудно-фазова характеристика:

$$W(j\omega) = K, \quad (3.13)$$

амплітудна частотна характеристика:

$$A(\omega) = K, \quad (3.14)$$

фазова частотна характеристика:

$$\varphi(\omega) = 0, \quad (3.15)$$

3.1.6. Логарифмічні частотні характеристики

У практичних розрахунках автоматичних систем дуже зручно застосовувати графіки частотних характеристик, побудованих у логарифмічному масштабі.

Для побудови логарифмічної амплітудної частотної характеристики

(Л.А.Ч.Х.) по осі ординат відкладається величина $20\lg$, позначимо її через A_i :

$$A_i = 20\lg, \quad (3.16)$$

Одиниця виміру цієї величини називається децибел. Збільшенню A_i на кожні 20 децибел відповідає зміна посилення амплітуди в 10 разів (тому що $\lg 1=0$, $\lg 10=1$, $\lg 100=2$ і т.д.), а на один децибел доводиться зміна посилення амплітуди в $\sqrt[20]{10} \approx 1,12$ разу. Нульова крапка на осі ординат (рис. 3.8) відповідає посиленню амплітуди $A=1$ (тому що $\lg 1=0$). Посиленню амплітуди $A < 1$, тобто ослабленню її, відповідають негативні значення ординати A_i .

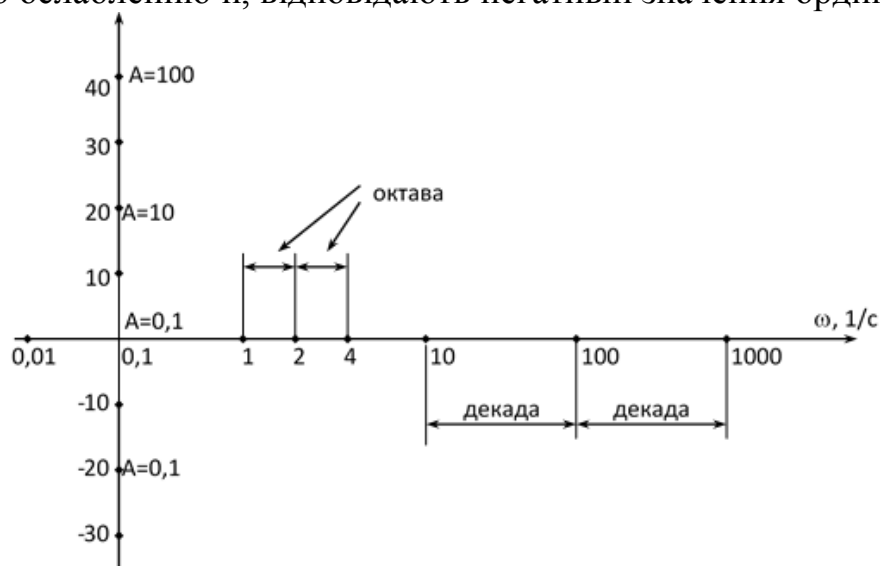


Рис. 3.8 – Ілюстрація до побудови логарифмічних частотних характеристик.

По осі абсцис відкладається $\lg \omega$, але пишеться значення самої частоти ω . Тому на осі абсцис утворюється нерівномірний логарифмічний масштаб. Рівномірними одиницями на осі абсцис служать октава і декада. Кожній октаві відповідає збільшення частоти ω у 2 рази, а кожній декаді - у 10 разів. Октава дорівнює приблизно 0,3 декади (тому що $\lg 2 \approx 0,3$, а $\lg 10 \approx 1$). На початку координат на осі абсцис можна поміщати за бажанням будь-яке значення частоти в залежності від того, у якому діапазоні частот доводиться будувати частотну характеристику. На рис. 3.8, наприклад, проставлена $\omega=0,1$ (точка ж $\omega=0$ буде в безкрайності зліва, тому що $\lg 0 = -\infty$).

3.2. Визначення динамічних параметрів типових позиційних ланок по графікам їх АФХ

Для аперіодичної ланки 1-го порядку вираження А.Ф.Х. описується формулою (3.4), а графік зображений на рис. 3.3.

А.Ф.Х. має вигляд півкола в четвертім квадранті. Діаметр півкола дорівнює модулю характеристики при $\omega = 0$,

$$A(0) = k_3, \quad (3.17)$$

Постійна часу об'єкта:

$$T = \frac{\operatorname{tg} \varphi_k}{\omega_k}, \quad (3.18)$$

де ω_k і φ_k - частота і фаза однієї з точок характеристики. Для аперіодичної ланки 2-го порядку і коливальної ланки А.Ф.Х. описується вираженням (3.7), а графік А.Ф.Х. наведений на рис.3.6.

Наближені значення параметрів ланки визначаються із співвідношень:

$$K_4 = A(0), \quad (3.19)$$

$$T_1 + T_2 = \frac{A(0)}{\omega_k A(\omega_k) \sqrt{1 + \operatorname{ctg} \varphi_k}}, \quad (3.20)$$

$$T_1 \cdot T_2 = \frac{1}{\omega_k^2} - \frac{T_1 + T_2}{\omega_k \cdot \operatorname{tg} \varphi_k} \quad (3.21)$$

3.3. Завдання

1. Отримати А.Ф.Х. аперіодичної ланки 1-ого порядку, аперіодичної ланки 2-ого порядку, коливальної ланки, підсилювальної ланки в MATLAB по вихідним даним попередньої лабораторної роботи (табл. 2.1).
2. Отримати А.Ф.Х. кожної ланки, указаної в пункті 1, експериментальним методом.
3. По А.Ф.Х. кожної ланки, отриманої експериментально, визначити її динамічні параметри, порівняти отримані результати із заданими значеннями, зробити висновок про точність апроксимації.

3.4. Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії

1. Вивчити методичні вказівки до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії

Для кожної ланки, указаної в пункті 1, проробити наступне.

3. Вибрати зображення ланки у бібліотеці MATLAB і перенести у вікно моделі.
4. Проставити ланці задані параметри (див. табл. 2.1.) .
5. Побудувати - Л.Ч.Х.
6. Побудувати - Л.А.Х.
7. Проаналізувати характеристики при зміні частотного діапазону, 0,01-10000Гц.
8. Ознайомитися як виконати збільшення/зменшення графіків.
9. Одержати графіки А.Ф.Х. ланки.
10. Перенесіть графік А.Ф.Х. ланки у звіт.
11. Стисло опишіть послідовність виконаних операцій при побудові графіків Л.А.Х, Л.Ч.Х., А.Ф.Х..
12. Для експериментального одержання А.Ф.Х. послідовно задавайте значення частоти $\omega = 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2, \text{ рад}\backslash\text{с}$,
13. Послідовно подавайте на вхід досліджуваної ланки синусоїдальні впливи із вказаними у пункті 12 частотами, для кожного значення ω_k дивіться графіки на вході і виході ланки.
14. Для кожної частоти ω_k визначте посилення амплітуди A_k по формулі (3.3) і зсув фази φ_k між вхідним і вихідним сигналами. Результати занесіть у таблицю вигляду:

ω	ω_1	ω_2	...	ω_7
$A(\omega)$				
$\varphi(\omega)$				

При визначенні зсуву по фазі φ_k між вхідним та вихідним сигналами ланки на кожній частоті ω_k рахуйте кількість клітинок (ділень) n_k від вертикальної осі до першого максимуму синусоїди. Зсув по фазі визначається по формулі:

$$\varphi_k = n_k c \omega_k, \quad \text{рад}\backslash\text{с},$$

де c – ціна одного ділення (клітинки), c ;

$n_k c = \Delta t$ - зсув у часі, c .

15. По отриманим у пункті 14. значенням φ_k, A_k побудуйте графік А.Ф.Х..
16. По отриманих графіках А.Ф.Х., використовуючи формули 3.17. ÷ 3.21., визначіть динамічні параметри ланки.

17. Порівняйте отримані у пункті 16. значення із заданими у табл. 2.1 і зробіть висновок про точність апроксимації.
18. Порівняйте графіки А.Ф.Х., одержані у п. 9. та у п. 15.

Примітка. При перенесенні графіків у звіт не забувайте ретельно проставляти розмітку по осях координат!

3.5. Зміст звіту про роботу

1. Назва роботи.
2. Мета роботи.
3. Графіки А.Ч.Х. ланок, побудовані MATLABом (тобто розрахунковим шляхом).
4. Таблиці даних для побудови експериментальних АФХ.
5. Графіки А.Ф.Х. ланок, побудовані експериментально.
6. Математичний опис частотних характеристик у загальному виді (привести поруч із відповідним графіком).
7. Розрахунки динамічних параметрів ланок по їх експериментально отриманим А.Ф.Х.
8. Висновки про точність апроксимації.

3.6. Контрольні запитання

1. Методика експериментального визначення частотних характеристик.
2. Методика визначення частотних характеристик розрахунковим шляхом.
3. Запишіть аналітичні вирази частотних характеристик аперіодичної ланки 1-ого порядку.
4. Зобразіть графіки частотних характеристик аперіодичної ланки 1-ого порядку.
5. Запишіть аналітичні вирази частотних характеристик аперіодичної ланки 2-ого порядку.
6. Покажіть графіки частотних характеристик аперіодичної ланки 2-ого порядку.
7. Запишіть аналітичні вирази частотних характеристик коливальної ланки.
8. Покажіть графіки частотних характеристик коливальної ланки.
9. Як будують логарифмічні частотні характеристики?
10. По яких виразах визначають динамічні параметри аперіодичної ланки 1-ого порядку, користуючись графіком А.Ф.Х.?
11. По яких виразах визначають динамічні параметри аперіодичної ланки 2-ого порядку, користуючись графіком А.Ф.Х.?
12. По яких виразах визначають динамічні параметри коливальної ланки, користуючись графіком А.Ф.Х.?

4. Лабораторна робота №4

Моделювання лінійних автоматичних систем регулювання

Мета роботи: вивчення методів моделювання автоматичних систем регулювання (АСР), придбання навиків упорядкування і дослідження структурних схем моделей АСР.

4.1. Математичні моделі АСР

Для ефективного керування виробничими процесами, у тому числі при використанні для керування обчислювальної і мікропроцесорної техніки, для дослідження об'єктів і АСР необхідно мати математичний опис процесів, що протікають як у системі, так і в її елементах.

Особливо важливо мати математичний опис, коли в системі автоматичного (автоматизованого) керування є керуюча обчислювальна техніка, вона аналізує процеси в об'єкті і виробляє керуючу дію, використовуючи закладені в ній математичні описи (моделі).

Математична модель - сукупність рівнянь, нерівностей, умов, що обмежують, які у кількісній формі описують залежність вихідних величин об'єкта (системи) від вхідних у сталому і перехідному режимах.

Так, для практичного уявлення статичних моделей найбільш часто використовують статичний поліном виду:

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i x_i + \sum_{j \neq i}^m a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^m a_{ii} x_i^2, \quad (4.1)$$

де a_0 - вільний член; a_i , a_{ij} , a_{ii} - коефіцієнти, що характеризують вплив параметрів x_i , взаємодії параметрів x_i із x_j і їхніх квадратів x_i^2 на вихідну величину.

Рівняння динаміки лінійної системи в загальному вигляді записуються так:

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = \\ = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx}{dt} + b_n x, \end{aligned} \quad (4.2)$$

де x і y - відповідно вхідна і вихідна величини елемента або системи; a_i , b_j - коефіцієнти рівняння.

Коефіцієнти диференціального рівняння залежать від різноманітних фізичних параметрів, що характеризують об'єкт: маси частин, що рухаються, теплоємності нагрівальних елементів, індуктивностей та ємностей електричних ланцюгів та ін.

У більшості практичних ситуацій коефіцієнти диференціального рівняння істотно не змінюються, тобто будемо вважати їх постійними.

У операторному вигляді рівняння (4.2) записується так:

$$\begin{aligned} & \left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n \right) Y(p) = \\ & = \left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m \right) X(p), \end{aligned} \quad (4.3)$$

де $Y(p)$, $X(p)$ - зображення по Лапласу вихідної і вхідної величини.

З виразу (4.3) легко одержати передатну функцію системи:

$$W_C(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{\left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m \right)}{\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n \right)}, \quad (4.4)$$

Передатна функція, як і диференціальне рівняння, визначає динамічні властивості елемента або системи і є найбільш широко застосовуваною формою математичної моделі.

Як очевидно з виразу (4.4), передатна функція не залежить від вигляду вхідної дії x і характеризує лише власні динамічні властивості елемента або системи, що описується.

4.2. Методи складання структурних схем моделей АСР

4.2.1. Метод передатної функції.

Полягає у тому, що диференціальне рівняння системи перетворюється в передатну функцію по формулах (4.2) - (4.4), що безпосередньо використовується у MATLABі для імітаційного моделювання поведінки систем. Метод простий і не вимагає додаткових роз'яснень.

4.2.2. Метод зниження порядку похідної.

Складемо блок - схему моделі третього порядку:

$$a_0 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2 \frac{dy}{dt} + a_3 y = b_0 x, \quad (4.5)$$

Вирішимо це рівняння щодо старшої похідної:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = -\frac{a_1}{a_0} \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{a_2}{a_0} \frac{dy}{dt} - \frac{a_3}{a_0} y + \frac{b_0}{a_0} x, \quad (4.6)$$

Позначимо $\frac{a_1}{a_0} = c_1$; $\frac{a_2}{a_0} = c_2$; $\frac{a_3}{a_0} = c_3$; $\frac{b_0}{a_0} = c_4$.

Тоді рівняння (4.6) перетворимо до вигляду:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = -c_1 \frac{d^2 y}{dt^2} - c_2 \frac{dy}{dt} - c_3 y + c_4 x, \quad (4.7)$$

Припустимо, що старша похідна $\frac{d^3 y}{dt^3}$ відома.

В процесі трикратного інтегрування старшої похідної одержимо послідовно:

$\frac{d^2 y}{dt^2}, \frac{dy}{dt}, y$. Якщо помножити ці похідні на коефіцієнти c_1, c_2, c_3 і потім

скласти з $c_4 x$, то одержимо старшу похідну $\frac{d^3 y}{dt^3}$, тобто замкнемо ланцюг

складальної моделі АСР рис. 4.1.

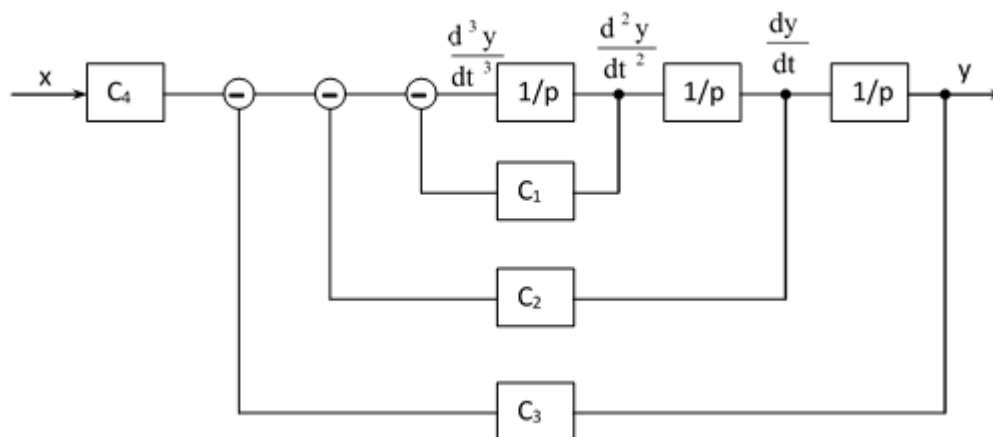


Рисунок. 4.1. Блок - схема моделі АСР по методу зниження порядку похідної.

Використання методу не викликає ускладнень, якщо права частина диференціального рівняння не містить похідних. Інакше, оскільки в MATLABі не бажано використання чистого диференціатора (а тільки реальну ланку, що диференціює) і не може забезпечити точного формування похідних $dx/dt, d^2x/dt^2$ і т.д. при заданому $x(t)$, доцільно для рішення такого рівняння використовувати метод канонічної форми.

4.2.3. Метод канонічної форми

Метод канонічної форми застосовується, якщо виконується умова $m \leq n$ і коефіцієнти рівняння (4.2) постійні. Як приклад розглянемо рівняння, у якому $m=n=3$. У операторному вигляді рівняння запишеться так (при $a_0=1$):

$$\begin{aligned} p^3 Y(p) + a_1 p^2 Y(p) + a_2 p Y(p) + a_3 Y(p) = \\ = b_0 p^3 X(p) + b_1 p^2 X(p) + b_2 p X(p) + b_3 X(p). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Згрупуємо в (4.8) члени з однаковими степенями оператора p :

$$\begin{aligned} p^3 [Y(p) - b_0 X(p)] + p^2 [a_1 Y(p) - b_1 X(p)] + \\ + p [a_2 Y(p) - b_2 X(p)] + [a_3 Y(p) - b_3 X(p)] = 0. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Розв'яжемо рівняння (4.9) щодо старшої похідної:

$$\begin{aligned} p^3 [Y(p) - b_0 X(p)] = -p^2 [a_1 Y(p) - b_1 X(p)] - \\ - p [a_2 Y(p) - b_2 X(p)] - [a_3 Y(p) - b_3 X(p)]. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Тричі проінтегруємо рівняння (4.10), що в операторній формі відповідає діленню на p^3 лівої і правої частин цього рівняння:

$$\begin{aligned}
Y(p) &= b_0 X(p) + \frac{1}{p} \{[-a_1 Y(p) + b_1 X(p)] + \frac{1}{p^2} [(-a_2 Y(p) + b_2 X(p)) + \\
&+ \frac{1}{p^3} (-a_3 Y(p) + b_3 X(p))]\} = b_0 X(p) + \frac{1}{p} \{[-a_1 Y(p) + b_1 X(p)] + \\
&+ \frac{1}{p^2} [(-a_2 Y(p) + b_2 X(p)) + Y_3(p)]\} = b_0 X(p) + \frac{1}{p} \{[-a_1 Y(p) + b_1 X(p)] + \\
&+ Y_2(p)\} = b_0 X(p) + Y_1(p).
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Тут використані позначення:

$$\begin{cases}
Y_3(p) = \frac{1}{p} [-a_3 Y(p) + b_3 X(p)]; \\
Y_2(p) = \frac{1}{p} [(-a_2 Y(p) + b_2 X(p)) + Y_3(p)]; \\
Y_1(p) = \frac{1}{p} [(-a_1 Y(p) + b_1 X(p)) + Y_2(p)].
\end{cases} \tag{4.12}$$

Доповнимо отриману систему рівнянь (4.12) у канонічній формі рівнянням зв'язку $y = b_0 x + y_1$, одержимо у часовій області:

$$\begin{cases}
y_3 = \int_{t_0}^{t_k} (-a_3 y + b_3 x) dt; \\
y_2 = \int_{t_0}^{t_k} [(-a_2 y + b_2 x) + y_3] dt; \\
y_1 = \int_{t_0}^{t_k} [(-a_1 y + b_1 x) + y_2] dt; \\
y = b_0 x + y_1.
\end{cases} \tag{4.13}$$

Система рівнянь (4.12) може бути покладена в основу складання набірної схеми рішення задачі.

Будемо вважати, що x задано, а y відомо.

Відповідно до (4.12) для одержання рішення вихідного диференціального рівняння необхідно шляхом послідовного інтегрування перших трьох рівнянь (4.12) визначити y_1 і знайти y як суму $b_0 x + y_1$. В результаті переходимо до наступної блок - схеми рішення задачі (див. рис. 4.2).

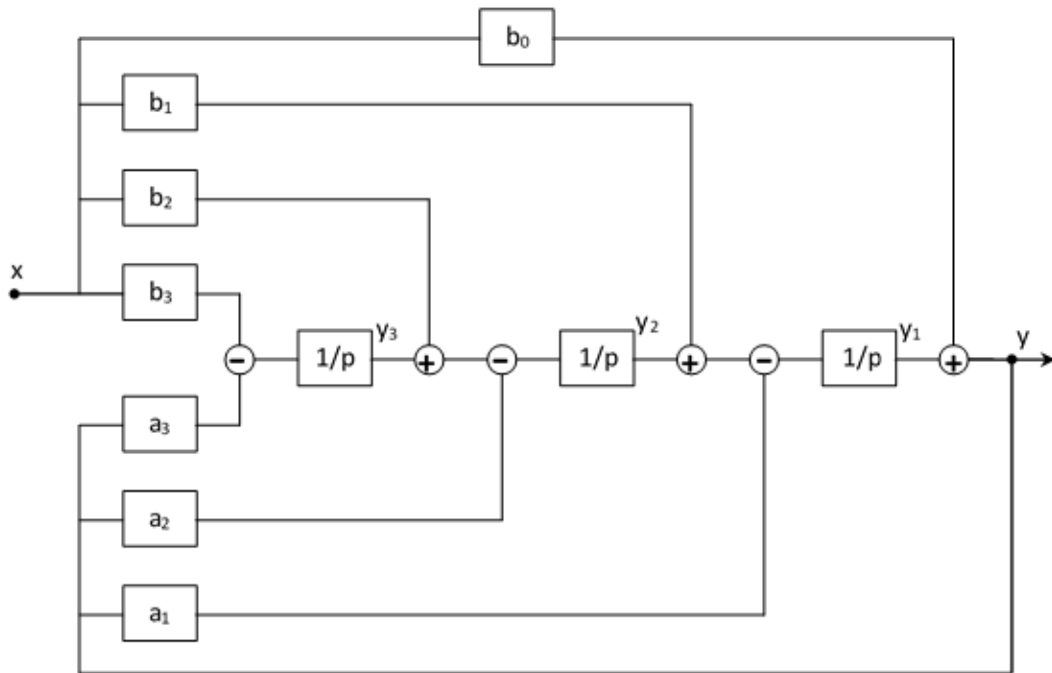


Рисунок. 4.2 – Блок-схема моделі АСР по методу каноничної форми.

4.3. Завдання.

1. Задано дві АСР, що описуються диференціальними рівняннями "а" і "б". Вихідні дані наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1.

Вихідні дані

№ варіанту		Диференціальне рівняння системи	Час рахунку t_k, c
1	а	$0.5y^{IV} + y^{III} + 4.7y^{II} + 1.1y^I + 3y = 12x$	50
	б	$0.5y^{III} + 4.5y^{II} + 2y^I + 3y = 12x^{II} + 5x^I + x$	30
2	а	$y^{IV} + 2.5y^{III} + 10y^{II} + 7y^I + 5y = 12x$	15
	б	$0.2y^{III} + 1.7y^{II} + 2y^I + 1.1y = 26x^{II} + 6x^I + 0.3x$	10
3	а	$y^{IV} + 2y^{III} + 10y^{II} + 7y^I + 5y = 15x$	20
	б	$0.1y^{III} + 1.7y^{II} + 1y^I + 1.1y = 6x^{II} + 0.6x^I + 0.1x$	10
4	а	$y^{IV} + 0.5y^{III} + 10y^{II} + 4y^I + 5y = 10x$	20
	б	$0.5y^{III} + 2.7y^{II} + 2y^I + 1.1y = 20x^{II} + 3x^I + 0.8x$	10
5	а	$y^{IV} + 2.5y^{III} + 15y^{II} + 7y^I + 5y = 2x$	20
	б	$0.15y^{III} + 1.5y^{II} + 2y^I + 1.1y = 15x^{II} + 6x^I + 0.2x$	10

6	a	$0.2y^{IV} + 0.6y^{III} + 2.5y^{II} + 1.3y^I + 1.6y = 5.5x$	30
	б	$0.5y^{III} + 2.5y^{II} + 1.5y^I + y = 15x^{II} + 5x^I + 0.5x$	25
7	a	$0.6y^{IV} + 1.8y^{III} + 9.1y^{II} + 1.5y^I + 2y = 2x$	50
	б	$0.35y^{III} + 3.8y^{II} + 1.75y^I + 2y = 10x^{II} + 4.5x^I + 2x$	20
8	a	$y^{IV} + 4.5y^{III} + 18y^{II} + 1.4y^I + y = 20x$	15
	б	$2y^{III} + 11y^{II} + 3y^I + 1.5y = 24x^{II} + 9x^I + 2.5x$	30
9	a	$0.2y^{IV} + 4.8y^{III} + 2.8y^{II} + 17y^I + 2y = 30x$	13
	б	$2y^{III} + 10y^{II} + 5y^I + 4.5y = 27x^{II} + 2x^I + 2.9x$	30
10	a	$y^{IV} + 4.3y^{III} + 3.8y^{II} + 13y^I + 1.3y = 15x$	25
	б	$3y^{III} + 12y^{II} + 7y^I + 2.5y = 21x^{II} + 9.5x^I + 5.5x$	37
11	a	$y^{IV} + 4.3y^{III} + 3.8y^{II} + 13y^I + 1.9y = 15x$	25
	б	$2y^{III} + 10y^{II} + 6y^I + 2.5y = 15x^{II} + 9.5x^I + 7.5x$	37
12	a	$0.5y^{IV} + 1.5y^{III} + 5.8y^{II} + 12y^I + 7.8y = 15x$	65
	б	$8y^{III} + 10y^{II} + 3.5y^I + 6.4y = 28x^{II} + 13x^I + 2.5x$	10
13	a	$y^{IV} + 6.5y^{III} + 18y^{II} + 3.4y^I + 5y = 30x$	15
	б	$2y^{III} + 11y^{II} + 3y^I + 1.5y = 24x^{II} + 9x^I + 2.5x$	30
14	a	$3y^{IV} + 2.3y^{III} + 38y^{II} + 2.3y^I + 9.3y = 11x$	25
	б	$2y^{III} + 11y^{II} + 3y^I + 5.5y = 21x^{II} + 6.5x^I + 3.5x$	37
15	a	$0.3y^{IV} + 3.5y^{III} + 4.8y^{II} + 1.4y^I + y = 10x$	15
	б	$2.5y^{III} + 1.1y^{II} + 6y^I + 1.5y = 2.4x^{II} + 3x^I + 1.5x$	39

- Для кожної з двох заданих моделей “а” і “б” одержати графіки перехідних процесів по методу передатної функції.
- Для кожної з двох заданих моделей розробити набірну схему, відповідно, по методу зниження порядку похідної (для “а”) і по методу канонічної форми (для “б”).
- Для схем “а” і “б” одержати графіки перехідних процесів.
- Переконатися у повній ідентичності графіків, одержаних при виконанні пункту 2. та пункту 4.

4.4. Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії.

- Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
- Підготувати відповіді на контрольні питання.

3. Одержати вирази передатних функцій по диференціальних рівняннях "а" і "б".
4. Побудувати в протоколі складальні схеми моделей "а" і "б" відповідно по методу зниження порядку похідної і по методу канонічної форми.

Робота в лабораторії.

5. Вибрати в вікні MATLAB блок з одиничним східчастим впливом $1(t)$.
6. Вибрати в нижньому вікні екрана MATLAB блок $W(s)$.
7. Проставити цьому блоку значення коефіцієнтів передатної функції a_i, b_j із заданого диференціального рівняння "а" (або з виразу передатної функції "а", отриманого у пункті 3).
8. З'єднати блок $W(s)$ з блоком одиничним східчастим впливом $1(t)$.
9. Запустити набрану схему для виконання моделювання, одержати графік перехідного процесу на виході блока $W(s)$, показати графік викладачу.
10. Проробити аналогічні дії по пунктах 5 – 9 із передатною функцією "б".
11. Набрати схему моделі "а", підготовлену у пункті 4.
12. Запустити набрану схему у режимі імітаційного моделювання, одержати графік перехідного процесу АСР, показати графік викладачу.
13. Порівняти отриманий у пункті 12. графік із графіком, отриманим у пункті 9. Зробити висновок про правильність набору схеми і точність апроксимації.
14. Аналогічні дії пунктів 11 - 13 виконати для моделі "б".
15. Роздрукувати отримані графіки для моделей "а" та "б" і занести їх до протоколу.

4.5. Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Завдання.
4. Складальні схеми вирішення задач (чотири).
5. Графіки перехідних процесів (чотири).
6. Висновки про правильність набору моделей і точність отриманих результатів.

4.6. Контрольні запитання

1. Область застосування математичних моделей АСР та їх елементів.
2. Дайте визначення математичної моделі.
3. Запишіть рівняння статичної моделі об'єкта у загальному вигляді.
4. Запишіть у загальному вигляді диференціальне рівняння одномірного лінійного об'єкту.
5. Запишіть диференціальне рівняння одномірного лінійного об'єкта другого порядку при подачі на вхід східчастої дії.
6. Запишіть рівняння одномірного лінійного об'єкта в операторному вигляді.

7. Отримайте з диференціального рівняння одномірного лінійного об'єкта його статичну математичну модель.
8. У чому полягає метод передатної функції?
9. У чому полягає метод зниження порядку похідної?
10. У чому полягає метод канонічної форми?

5. Лабораторна робота №5

Дослідження стійкості автоматичних систем регулювання

Мета роботи: вивчити частотні методи оцінки стійкості автоматичних систем регулювання (АСР), навчитися оцінювати стійкість системи по графіках її ЛЧХ і АФХ, корегувати настройки регулятора для одержання стійкої АСР.

5.1. Загальні поняття стійкості

У замкнутих автоматичних системах регулювання при наявності збурювання у загальному випадку виникають коливання регульованої величини. Ці коливання можуть бути загасаючими, незатухаючими і розбіжними (перехідні процеси можуть бути і неколивальними - аперіодичними, що прямують до положення рівноваги або віддаляються від нього). Ясно, що системи, у яких виникають розбіжні коливання регульованої величини, непрацездатні. При їхньому застосуванні порушується хід технологічного процесу, що може призвести до аварій.

Для характеристики відзначених особливостей впроваджене поняття «стійкість».

Автоматична система регулювання називається стійкою, якщо вона, будучи виведеною зі стану рівноваги, після зняття збурюючої дії повертається до старого положення рівноваги або в кінцеву область, що примикає до цього положення. Стійкість - внутрішня властивість системи регулювання, що не залежить від зовнішніх впливів.

Стійкість системи можна визначати: по однорідному диференціальному рівнянню замкненої системи при рівності нулю збурень (корені повинні бути від'ємними, а комплексні корені повинні мати від'ємні дійсні частини); по критеріях стійкості - алгебраїчних (Гурвіца, Рауса) і частотних.

5.2. Частотні критерії стійкості

У багатьох випадках, особливо для систем високого порядку, коли рішення диференціальних рівнянь і алгебраїчні критерії стійкості стають дуже громіздкими, зручніше і наглядніше виявляється частотне дослідження. Крім того, частотне дослідження вигідно у тих випадках, коли для деяких ланок системи, що легко піддаються макетуванню, легше буває зняти частотні характеристики, чим складати диференціальні рівняння динаміки.

5.2.1. Частотний критерій Михайлова.

Розглянемо ліву частину характеристичного рівняння замкненої автоматичної системи регулювання:

$$Q(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n, \quad (5.1)$$

Підставимо у цей поліном чисто мниме значення $p = j\omega$.

При підстановці получимо характеристичний комплекс:

$$Q(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}j\omega + a_n, \quad (5.2)$$

називаний вектором Михайлова. Якщо частоті ω додати значення в межах від 0 до ∞ , то вектор (5.2) буде змінюватися по величині і напрямку, і його кінець опише на комплексній площині криву, що називають годографом Михайлова (рис. 5.1).

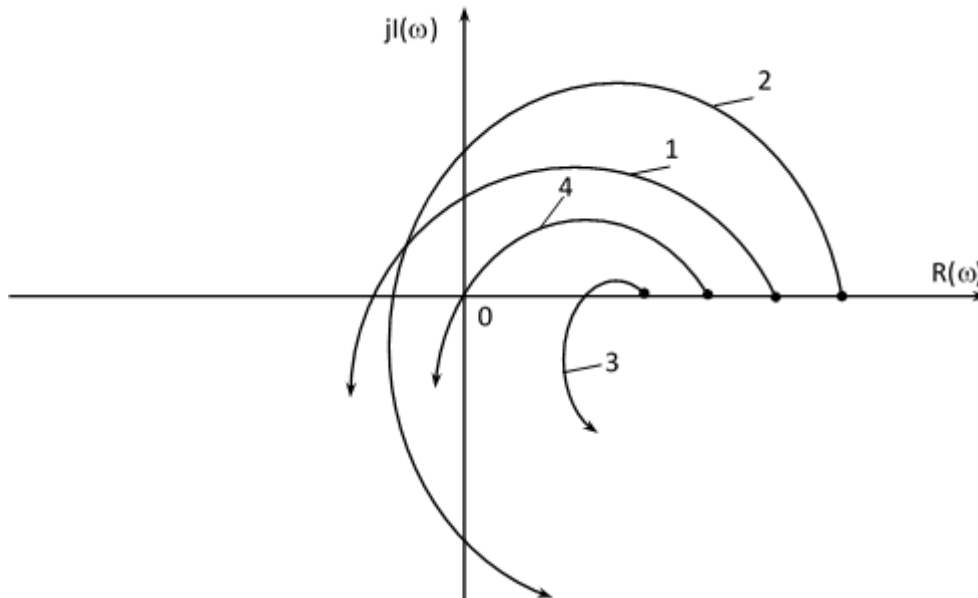


Рисунок 5.1 – Різновиди годографів Михайлова.

Формулювання критерію: автоматична система регулювання стійка, якщо годограф Михайлова починається при $\omega = 0$ на позитивній дійсній полувісі і зі збільшенням частоти від 0 до ∞ проходить у позитивному напрямку (проти годинної стрілки) послідовно, ніде не обертаючись у нуль, n квадрантів (n - порядок диференціального рівняння системи).

Будь-яке відхилення від вказаного правила свідчить про нестійкість системи. На рис. 5.1. крива 1 відповідає стійкій системі з рівнянням 3-го порядку, крива 2 - стійкій системі 4-го порядку, крива 3 відповідає нестійкій системі, крива 4 - системі, що знаходиться на межі стійкості, коли годограф Михайлова проходить через 0.

5.2.2. Частотний критерій Найквіста

Перевагами розглянутого критерію є те, що він дозволяє судити про стійкість замкнутої системи по характеристиках розімкнутої системи і може бути застосований для систем із простим запізнюванням без поправок і доповнень. Якщо у вираз передатної функції розімкнутої системи:

$$W_{роз}(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p), \quad (5.3)$$

де i - номер ланки, n - кількість ланок у системі;
підставити $p=j\omega$, одержимо АФЧХ розімкнутої системи:

$$W_{роз}(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega), \quad (5.4)$$

яка будується на комплексній площині при зміні частоти ω від 0 до ∞ .

Формулювання критерію: автоматична система регулювання, яка стійка в розімкненому стані, стійка і в замкнутому, якщо АФХ розімкнутої системи при зміні частоти від 0 до ∞ не охоплює на комплексній площині точку з координатами $(-1; j0)$ - рис. 5.2.

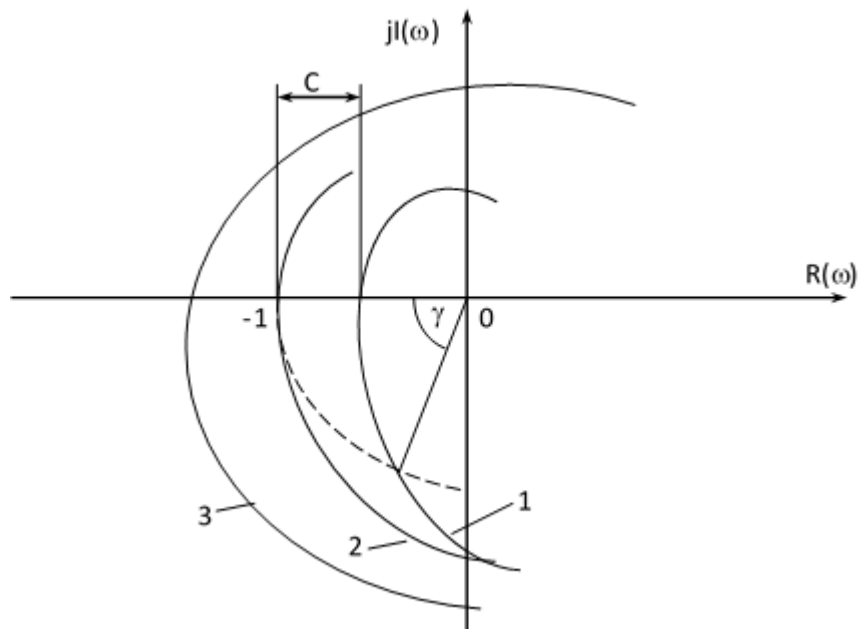


Рисунок. 5.2 – Частотний критерій Найквіста.

Для нестійкої в розімкненому стані системи формулювання критерію декілька складніше і тут не розглядається.

Якщо АФХ розімкнутої системи проходить через точку з координатами $(-1; j0)$, як показано на рис. 5.2(крива 2), то система знаходиться на коливальній межі стійкості й у ній виникають незатухаючі коливання вихідної величини. Якщо АФХ розімкнутої системи охоплює точку $(-1; j0)$, то замкнута система нестійка (рис.5.2, крива 3).

АФХ стійкої АСР зображена на рис. 5.2. (крива 1), причому, тут C - запас стійкості по модулю A , а γ - запас стійкості по фазі φ . Чим більше C и γ , тим більший запас стійкості має система.

5.2.3. Дослідження стійкості АСР по логарифмічних частотних характеристиках

Сформульований частотний критерій стійкості зводиться до того, що при зсуві фази φ посилення амплітуди A було б менше одиниці. Звідси, з огляду на те, що $\lg 1=0$, одержуємо наступний критерій.

Для стійкості замкнутої системи потрібно, щоб при значенні $\varphi=-180^0$ (точка C на графіку ЛФЧХ на рис. 5.3) логарифмічна амплітудна частотна характеристика мала негативне значення.

Для забезпечення доброго загасання перехідного процесу і малої його коливальності (перерегулювання) потрібно мати достатнє видалення від межі стійкості (визначається умовою $A=0$ при $\varphi=-180^\circ$). Тому звичайно вводиться поняття запасу стійкості по амплітуді ED і по фазі FG (рис. 5.3). В практичних цілях пред'являють певні вимоги до їхніх значень.

Тепер по логарифмічних частотних характеристиках розімкнутого ланцюга легко можна простежити вплив динамічних параметрів (T і K) на стійкість даної системи регулювання.

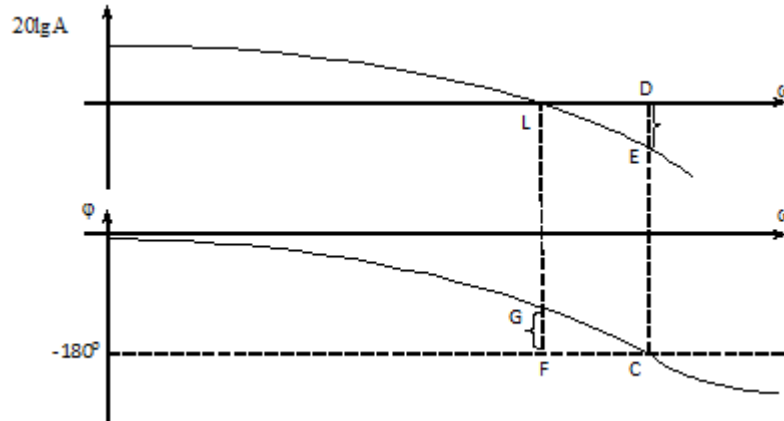


Рисунок. 5.3 – Визначення стійкості по логарифмічних частотних характеристиках.

Якщо збільшити коефіцієнт підсилення регулятора $K_{\text{рег}}$, то вся амплітудна характеристика A буде просто, не змінюючи свого вигляду, підніматися вгору. Фазова характеристика залишиться без зміни. Отже, буде зменшуватись запас стійкості по амплітуді DE і змінюватись запас стійкості по фазі FG (останній за рахунок переміщення точки L вправо при підйомі всієї характеристики A). Система виявиться на межі стійкості, коли точка E співпаде з D. При подальшому збільшенні $K_{\text{рег}}$ дана система регулювання буде нестійка. Якщо ж змінювати час іздрому регулятора $T_{\text{и}}$, то буде змінюватись і амплітудна, і фазова характеристики, причому ці зміни настільки наочні, що легко можна простежити їхній вплив на стійкість системи регулювання.

Як бачимо, простота дослідження, на противагу алгебраїчним методам, не залежить від порядку системи. Це є причиною того, що в даний час в інженерних розрахунках звичайних лінійних автоматичних систем найбільш поширене застосування саме логарифмічних частотних характеристик.

5.3. Завдання

На рис. 5.4. приведена узагальнена структурна схема розімкнутої автоматичної системи регулювання.

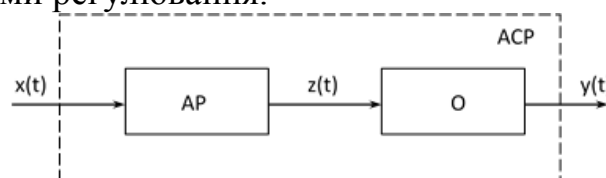


Рисунок. 5.4 – Узагальнена структурна схема розімкнутої системи.

Де: АР - автоматичний регулятор; О - об'єкт регулювання; $y(t)$ - вихідна регульована величина; $x(t)$ - задане значення регульованої величини; $z(t)$ - регулюючий вплив регулятора на об'єкт.

Рівняння динамічної характеристики об'єкта задано в операторному вигляді:

$$(a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3)Y(p) = K_0 Z(p), \quad (5.5)$$

де a_0, a_1, a_2, a_3 - коефіцієнти рівняння руху;

K_0 - коефіцієнт передачі об'єкта по регулюючому впливу.

Рівняння регуляторів подані у вигляді:

для II - регулятора $Z(t) = K_p X(t), \quad (5.5)$

для I - регулятора $Z(p) = (K_p / p) X(p), \quad (5.6)$

для III - регулятора $Z(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right) X(p), \quad (5.7)$

Вихідні дані наведені у табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Вихідні дані

№ варіанта	Тип регулятора	Коефіцієнти рівняння регулятора		Коефіцієнти рівняння об'єкта регулювання					Частота АФХ	
		K_p	T_H	a_0	a_1	a_2	a_3	K_0	ω_{min}	ω_{max}
1	II	0.4		0.75	3	0.5	1	1	0.8	100
	I	0.04		0.75	3	0.5	1	1	0.01	1
	III	6	4	0.75	3	0.5	1	1	0.55	10
2	II	0.2		0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.2	100
	I	0.02		0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.2	100
	III	2	23	0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.9	10
3	II	0.1		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	I	0.02		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	III	20	75	1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
4	II	0.5		0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
	I	0.1		0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
	III	1	70	0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
5	II	0.1		1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
	I	0.01		1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
	III	2	50	1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
6	II	0.1		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	I	0.0106		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	III	0.05	75	1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
7	II	0.1		2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10
	I	0.0217		2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10
	III	0.05	70	2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10

8	II	0.1		2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
	I	0.029		2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
	III	0.1	50	2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
9	II	0.2		0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
	I	0.01		0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
	III	2	40	0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
10	II	0.6		0.6	1.2	0.8	1	3	0.6	10
	I	0.06		0.6	1.2	0.8	1	3	0.6	10
	III	2	20	0.6	1.2	0.8	1	2	0.6	10
11	II	0.4		0.8	0.6	0.4	0.2	2	0.6	10
	I	0.04		0.8	0.6	0.4	0.2	2	0.6	10
	III	3	10	0.8	0.6	0.4	0.2	1	0.6	10
12	II	0.5		0.5	1.1	0.7	0.9	4	0.6	10
	I	0.04		0.5	1.1	0.7	0.9	3	0.6	10
	III	3	15	0.5	1.1	0.7	0.9	2	0.6	10
13	II	0.4		0.25	0.6	0.4	0.5	1	0.6	10
	I	0.05		0.25	0.6	0.4	0.5	4	0.6	10
	III	2.5	17	0.25	0.6	0.4	0.5	2	0.6	10
14	II	0.3		1.5	1	1.5	0.5	1	0.6	10
	I	0.03		1.5	1	1.5	0.5	1	0.6	10
	III	3	10	1.5	1	1.5	0.5	2	0.6	10
15	II	0.3		1.5	2	1	1	3	0.6	10
	I	0.03		1.5	2	1	1	3	0.6	10
	III	3	10	1.5	2	1	1	3	0.6	10
16	II	0.5		2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
	I	0.05		2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
	III	5	20	2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
17	II	0.5		1	3	2	1	1	0.6	10
	I	0.05		1	3	2	1	1	0.6	10
	III	5	40	1	3	2	1	1	0.6	10
18	II	0.1		2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
	I	0.01		2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
	III	1	30	2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
19	II	0.2		1.5	3	2	1	2	0.6	10
	I	0.02		1.5	3	2	1	2	0.6	10
	III	2	15	1.5	3	2	1	2	0.6	10
20	II	0.1		0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
	I	0.01		0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
	III	1	30	0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
21	II	0.15		1	1.5	1	0.5	1	0.6	10
	I	1.01		1	1.5	1	0.5	1	0.6	10
	III	1	40	1	1.5	1	0.5	1	0.6	10

22	П	0.3		2	4	1	1	4	0.6	10
	I	0.03		2	4	1	1	4	0.6	10
	III	3	25	2	4	1	1	4	0.6	10
23	П	0.1		1	5	3	2	2	0.6	10
	I	0.01		1	5	3	2	2	0.6	10
	III	1	15	1	5	3	2	2	0.6	10
24	П	0.2		0.5	5	3	1	5	0.6	10
	I	0.02		0.5	5	3	1	5	0.6	10
	III	2	10	0.5	5	3	1	5	0.6	10
25	П	0.1		1	6	3	1	1	0.6	10
	I	0.01		1	6	3	1	1	0.6	10
	III	1	40	1	6	3	1	1	0.6	10

Необхідно:

а) для кожного типу регулятора одержати вираз передатної функції розімкненої системи як

$$W_c(p) = W_0(p) \cdot W_{AP}(p),$$

де $W_c(p)$ – передатна функція розімкненої АСР;

$W_0(p)$ – передатна функція об'єкту;

$W_{AP}(p)$ – передатна функція автоматичного регулятора.

б) одержати графіки АФХ за допомогою MATLAB;

в) дослідити АСР на стійкість.

5.4. Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.
3. Одержати вирази передатних функцій АСР із П-, І- та ІІІ- регулятором у чисельному вигляді, з використанням вихідних даних.

Примітка 1. Одержання передатних функцій системи потребує відповідних перетворень виразів (5.5) – (5.6), особливо трудомістких для системи з ІІІ-регулятором.

Робота в лабораторії

4. Одержати передатну функцію АСР із П- регулятором у вигляді блока на полі екрана MATLAB. Для цього вибрати блок $W(p)$ і проставити значення коефіцієнтів передатної функції, отриманої у п. 5.4.3.
5. Одержати графіки ЛЧХ і АФЧХ за допомогою MATLAB.
6. Дослідити графіки АФХ і ЛЧХ на предмет стійкості АСР.
7. У випадку, якщо АСР виявиться нестійкою, треба змінювати параметри регулятора (k_p для П- та І-регулятора і k_p, T_i для ІІІ-регулятора) таким чином, щоб домогтися стійкості АСР. Знайти такі значення параметрів,

при яких система має найкращі характеристики (найменший час виходу на установлений режим).

Визначити запаси стійкості АСР по модулю і фазі на графіках ЛЧХ і АФЧХ.

Примітка 2. При визначенні запасу стійкості АСР по фазі будуйте графік АФХ з однаковим масштабом по осях абсцис та ординат (на екрані масштаби різні!).

8. Визначити критичні значення параметрів регулятора, при яких АСР знаходиться на межі стійкості.
9. Виконати аналогічні дії по пунктах 4 - 9. для АСР із І- регулятором і з ІІІ- регулятором.

Примітка 3: Для визначення запасів стійкості по модулю і фазі, виберіть такі межі частоти ω , у яких на графіку АФЧХ чітко видна область перетину кривої АФЧХ з від'ємною абсцисою. Для зміни частоти у режимі АЧХ або АФЧХ можна вибрати межі $\omega_{\min} - \omega_{\max}$.

5.5. Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Вихідні дані.
4. Вирази передатних функцій розімкнутих АСР у чисельному вигляді.
5. Графіки АФХ АСР.
6. Результати визначення запасів стійкості по модулю і фазі.
7. Значення найкращих параметрів регулятора для стійких АСР.
8. Критичні значення параметрів регулятора для стійких АСР.

5.6. Контрольні питання

1. Які ознаки стійкої і нестійкої системи по вигляду її перехідного процесу?
2. Визначення стійкості.
3. Назвіть відомі методи оцінки стійкості систем.
4. По яких особливостях диференціального рівняння системи і його рішення можна оцінити стійкість системи?
5. Які переваги частотних критеріїв стійкості?
6. Формулювання частотного критерію Михайлова.
7. Формулювання частотного критерію Найквіста.
8. Визначення запасу стійкості по модулю і фазі на графіку АФХ розімкнутої системи.
9. Формулювання умови стійкості по ЛЧХ.
10. Визначення запасу стійкості по модулю і фазі на графіках ЛАЧХ і ЛФЧХ.

Додаток

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”

Кафедра автоматизації
енергосистем

З В І Т
про виконання завдання
Заняття №_____
по курсу “ Теорія автоматичного керування ”
Частина 1
(Назва заняття)

Виконав: студент групи
(шифр групи)
(П.І.Б. студента)

Перевірив: (посада)
(П.І.Б. викладача)

Київ (рік)

на інших аркушах йде виклад за таким планом:

- мета роботи;
- основні теоретичні відомості по темі;
- умова завдання, вибраного відповідно до варіанта;
- надруковані структурні схеми і графіки згідно завдання;
- надруковані результати розрахунків;
- аналіз результатів та висновки.

Список літератури

1. І.Г. Абраменко, Д. І. Абраменко Теорія автоматичного керування. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 178 с.
2. В.А. Бессекерский, Е.П. Попов Теория автоматического регулирования.- М.: Наука, 1972 – 761 с.
3. Попович М.Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: Підручник. –К.: Либідь, 1997. – 544 с.
4. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М.С Теорія автоматичного керування: Підручник. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. – 285 с.
5. Г. Корн и Т. Корн Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974. – 720 с.
6. Гусак А.А., Гусак Г.М. Справочник по высшей математике: Справ. – Мн.: Наука і техніка “. 1991 – 480 с.