УДК 629.13.014

Г.Є. Янкелевич, С.П. Маляров, В.Г. Цірук

ПОЛІПШЕНИЙ МЕТОД НАЙСКОРІШОГО СПУСКУ

Вступ

Метод найскорішого спуску, чи градієнтний метод, використовується для знаходження параметрів систем, оптимальних за заданим критерієм якості. При цьому в процесі знаходження параметрів, які задають мінімальне або максимальне значення заданого критерію, використовуються перші похідні від фунціонала критерію якості по зазначених параметрах [1, 2]. В той же час, є задачі, в яких параметри, по яких проводиться оптимізація, входять у фунціонал критерію якості у вигляді добутку. Наприклад, в системах керування виникає необхідність компенсувати похибки датчика первинної інформації, а саме похибку коефіцієнта передачі та зміщення нуля. Для цього можна в процесі підготовки системи керування до роботи порівняти показання такого датчика з точним значенням вимірюваної величини. І тут критерієм якості може бути функціонал, мінімальне значення якого треба знайти.

Постановка задачі

Метою даної статті є доопрацювання методу найскорішого спуску в такий спосіб, щоб врахувати взаємний вплив параметрів, що оптимізуються. Такий вплив може мати місце внаслідок наявності відповідних нелінійних членів у функціоналі якості. Розв'язання цієї задачі дасть змогу підвищити ефективність зазначеного методу особливо у випадках, коли співвідношення між значенням вимірюваної величини при підготовці системи керування до роботи, тобто в процесі знаходження параметрів, по яких проводиться оптимізація, і значенням вимірюваної величини в процесі основної роботи системи становить кілька порядків.

Математичні засади

Розглянемо функціонал

$$I = (za - wzak)^2, \tag{1}$$

де za — точне значення вимірюваної величини; $wzak$ — відповідне відкореговане показання датчика; I — квадратичний критерій якості.

Необхідно знайти його мінімальне значення. Подамо показання датчика як

$$wza = kza + d, \tag{2}$$

де k — коефіцієнт передачі, який через похибку відрізняється від одиниці; d — зміщення нуля датчика. Звісно, що ці величини невідомі, їх треба відкорегувати способом мінімізації фунціонала (1).

Відкореговане показання датчика запишемо таким чином:

$$wzak = wza + dk(wza + dd) + dd, \tag{3}$$

де dk — параметр, який компенсує похибку коефіцієнта передачі k; dd — параметр, який компенсує зміщення нуля d. Ці параметри повинні забезпечувати мінімум критерію (1).

Можна помітити, що у вираз (3), а тому і у функціонал (1) входить добуток параметрів $dk \cdot dd$, а у виразах, які застосовуються в градієнтних методах для знаходження оптимальних значень параметрів, а саме $dk_{i+1} = dk_i - \varepsilon_1 \frac{\partial I}{\partial dk}$, $dd_{i+1} = dd_i - \varepsilon_2 \frac{\partial I}{\partial dd}$, де ε_1, ε_2 — малі додатні величини, використовуються тільки перші похідні функціонала якості від зазначених параметрів. Це заважає повною мірою врахувати взаємний вплив параметрів, що оптимізуються.

Щоб врахувати взаємний вплив параметрів, які оптимізуються, при наявності нелінійних членів у функціоналі якості, доцільно, виходячи з фізичного змісту похідних, використати, крім перших, і другі похідні, а також змішані похідні від функціонала якості по названих параметрах, тобто вирази для послідовного знаходження цих параметрів записати таким чином:

$$\begin{gathered} dk_{i+1} = dk_i - \varepsilon_1 \left[\frac{\partial I}{\partial dk} + \frac{\partial^2 I}{\partial dk^2}(dk_{i+1} - dk_i) + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 I}{\partial dk \partial dd}(dd_{i+1} - dd_i) \right], \\ dd_{i+1} = dd_i - \varepsilon_2 \left[\frac{\partial I}{\partial dd} + \frac{\partial^2 I}{\partial dd^2}(dd_{i+1} - dd_i) + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 I}{\partial dk \partial dd}(dk_{i+1} - dk_i) \right]. \end{gathered} \tag{4}$$

Запишемо систему рівнянь (4) у вигляді

$$\begin{Vmatrix} 1+\varepsilon_1 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk^2} & \varepsilon_1 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk \partial dd} \\ \varepsilon_2 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk \partial dd} & 1+\varepsilon_2 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dd^2} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \Delta dk_{i+1} \\ \Delta dd_{i+1} \end{Vmatrix} = -\begin{Vmatrix} \varepsilon_1 \dfrac{\partial I}{\partial dk} \\ \varepsilon_2 \dfrac{\partial I}{\partial dd} \end{Vmatrix}, \quad (5)$$

де введені позначення

$$\Delta dk_{i+1} = dk_{i+1} - dk_i ,$$

$$\Delta dd_{i+1} = dd_{i+1} - dd_i . \quad (6)$$

Розв’язавши цю систему рівнянь, матимемо

$$\Delta dk_{i+1} = \frac{\Delta k_{i+1}}{\Delta_{i+1}},$$

$$\Delta dd_{i+1} = \frac{\Delta d_{i+1}}{\Delta_{i+1}}, \quad (7)$$

де визначниками є:

$$\Delta_{i+1} = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon_1 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk^2} & \varepsilon_1 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk \partial dd} \\ \varepsilon_2 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk \partial dd} & 1+\varepsilon_2 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dd^2} \end{vmatrix},$$

$$\Delta k_{i+1} = \begin{vmatrix} -\varepsilon_1 \dfrac{\partial I}{\partial dk} & \varepsilon_1 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk \partial dd} \\ -\varepsilon_2 \dfrac{\partial I}{\partial dd} & 1+\varepsilon_2 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dd^2} \end{vmatrix},$$

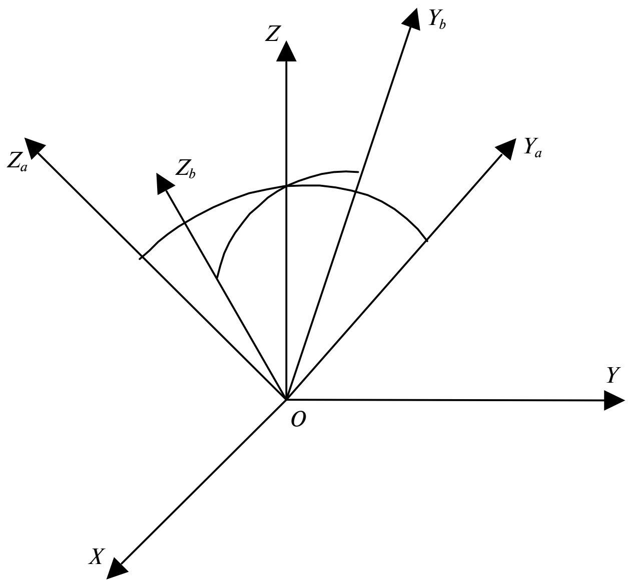
$$\Delta d_{i+1} = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon_1 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk^2} & -\varepsilon_1 \dfrac{\partial I}{\partial dk} \\ \varepsilon_2 \dfrac{\partial^2 I}{\partial dk \partial dd} & -\varepsilon_2 \dfrac{\partial I}{\partial dd} \end{vmatrix}.$$

Таким чином, знайдено вирази для послідовного знаходження уточнених значень параметрів, в яких враховано їх взаємний вплив. Як малі додатні величини ε_1, ε_2 доцільно використовувати випадкові величини, які рівномірно розподілені на заданому числовому інтервалі, меншому одиниці.

Якщо необхідно знайти максимум функціонала (1), то треба у виразах (4) і (5) змінити знаки перед ε_1, ε_2 на протилежні. Як видно, зазначений метод можна легко поширити на більшу кількість змінних і параметрів оптимізації.

Приклад застосування

Розглянемо можливість застосування наведеного методу для компенсації похибок блока датчика кутових швидкостей (БДКШ), який виконано на базі двох динамічно настроюванних гіроскопів, осі чутливості яких розташовані по конусу у двох взаємно перпендикулярних площинах (рисунок).



Системи координат, зв’язані з осями чутливостей блока датчика кутових швидкостей OY_a, OZ_a, OY_b, OZ_b і з осями об’єкта *OX*, *OY*, *OZ*

Кут між віссю *OZ* системи координат, зв’язаної з об’єктом, на якому розташований БДКШ, та осями чутливості OZ_a, OZ_b, OY_a, OY_b датчиків, становить $\alpha = 45$ кут. град. Проекції кутової швидкості об’єкта на осі чутливості датчиків визначаються виразами

$$za = \cos\alpha(-\omega_y + \omega_z),$$

$$ya = \cos\alpha(\omega_y + \omega_z),$$

$$zb = \cos\alpha(\omega_x + \omega_z), \quad (8)$$

$$yb = \cos\alpha(-\omega_x + \omega_z),$$

де *za*, *ya*, *zb*, *yb* – проекції кутової швидкості об’єкта на осі чутливості датчиків; ω_x, ω_y, ω_z – проекції кутової швидкості об’єкта на осі *OX*, *OY*, *OZ*. Показання датчиків, відповідно, визначаються як

$$
\begin{aligned}
wza &= kza \cdot za + dza, \\
wya &= kya \cdot ya + dya, \\
wzb &= kzb \cdot zb + dzb, \\
wyb &= kyb \cdot yb + dyb,
\end{aligned} \tag{9}
$$

де kza, kya, kzb, kyb — коефіцієнти передачі датчиків із врахуванням похибок; dza, dya, dzb, dyb — зміщення нуля датчиків.

Визначимо відхилення квадрата істинної кутової швидкості від квадрата кутової швидкості, який розраховується на основі даних, одержаних із датчиків. Для цього з формул (8) і (9) виразимо величини оцінок проекцій кутової швидкості ω_{xo}, ω_{yo}, ω_{zo} через показання датчиків, а потім знайдемо ω_o^2 за формулою $\omega_o^2 = \omega_{xo}^2 + \omega_{yo}^2 + \omega_{zo}^2$. Матимемо

$$
\omega_o^2 = 0{,}625(wza^2 + wya^2 + wzb^2 + wyb^2) + 0{,}25(wya \cdot wyb + wya \cdot wzb + wza \cdot wyb + wza \cdot wzb) - 0{,}75(wya \cdot wza + wyb \cdot wzb)\,. \tag{10}
$$

Відхилення квадрата істинної кутової швидкості $\omega^2 = \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2$ від ω_o^2 можна оцінювати з формули

$$
A_o = \left|\omega^2 - \omega_o^2\right|. \tag{11}
$$

Аналогічно для визначеня фунціонала якості запишемо величину, яка характеризує відхилення квадрата істинної кутової швидкості від квадрата модуля кутової швидкості, обчисленого за відкорегованими показаннями датчиків

$$
A = \omega^2 - 0{,}625(wzak^2 + wyak^2 + wzbk^2 + wybk^2) - 0{,}25(wyak \cdot wybk + wyak \cdot wzbk + wzak \cdot wybk + wzak \cdot wzbk) + 0{,}75(wyak \cdot wzak + wybk \cdot wzbk)\,, \tag{12}
$$

де $wzak$, $wyak$, $wzbk$, $wybk$ — відкореговані показання датчиків:

$$
\begin{aligned}
wzak &= wza + dkza(wza + ddza) + ddza, \\
wyak &= wya + dkya(wya + ddya) + ddya, \\
wzbk &= wzb + dkzb(wzb + ddzb) + ddzb, \\
wybk &= wyb + dkyb(wyb + ddyb) + ddyb,
\end{aligned} \tag{13}
$$

де $dkza$, $dkya$, $dkzb$, $dkyb$ — параметри, які компенсують похибку відповідних коефіцієнтів передачі датчиків; $ddza$, $ddya$, $ddzb$, $ddyb$ — параметри, які компенсують відповідні зміщення нуля датчиків.

Крім того, для формування функціонала якості також використовувалася величина, яка характеризує різницю відкорегованих показань датчиків на вісь сіметрії OZ, а саме

$$
A_1 = wzak + wyak - wzbk - wybk\,. \tag{14}
$$

Таким чином, фунціонал крітерію якості задамо виразом

$$
I = 0{,}5(A^2 + A_1^2)\,. \tag{15}
$$

Тепер, згідно з наведеною методикою, знайдемо похідні від I як функції багатьох змінних. Матимемо

$$
\frac{\partial I}{\partial dkza} = A\frac{\partial A}{\partial dkza} + A_1\frac{\partial A_1}{\partial dkza},\ \ldots,\ \frac{\partial I}{\partial dkyb} = A\frac{\partial A}{\partial dkyb} + A_1\frac{\partial A_1}{\partial dkyb},
$$

$$
\frac{\partial I}{\partial ddza} = A\frac{\partial A}{\partial ddza} + A_1\frac{\partial A_1}{\partial ddza},\ \ldots,\ \frac{\partial I}{\partial ddyb} = A\frac{\partial A}{\partial ddyb} + A_1\frac{\partial A_1}{\partial ddyb},
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 I}{\partial dkza^2} = \left(\frac{\partial A}{\partial dkza}\right)^2 + A\frac{\partial^2 A}{\partial dkza^2} + \left(\frac{\partial A_1}{\partial dkza}\right)^2 + A_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial dkza^2},\ \ldots,\ \frac{\partial^2 I}{\partial dkyb^2} = \left(\frac{\partial A}{\partial dkyb}\right)^2 + A\frac{\partial^2 A}{\partial dkyb^2} + \left(\frac{\partial A_1}{\partial dkyb}\right)^2 + A_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial dkyb^2}, \\
&\frac{\partial^2 I}{\partial ddza^2} = \left(\frac{\partial A}{\partial ddza}\right)^2 + A\frac{\partial^2 A}{\partial ddza^2} + \left(\frac{\partial A_1}{\partial ddza}\right)^2 + A_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial ddza^2},\ \ldots,\ \frac{\partial^2 I}{\partial ddyb^2} = \left(\frac{\partial A}{\partial ddyb}\right)^2 + A\frac{\partial^2 A}{\partial ddyb^2} + \left(\frac{\partial A_1}{\partial ddyb}\right)^2 + A_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial ddyb^2}, \\
&\frac{\partial^2 I}{\partial ddza\partial dkza} = \frac{\partial A}{\partial dkza}\frac{\partial A}{\partial ddza} + A\frac{\partial^2 A}{\partial ddza\partial dkza} + \frac{\partial A_1}{\partial dkza}\frac{\partial A_1}{\partial ddza} + A_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial ddza\partial dkza},\ \ldots, \\
&\frac{\partial^2 I}{\partial ddyb\partial dkyb} = \frac{\partial A}{\partial dkyb}\frac{\partial A}{\partial ddyb} + A\frac{\partial^2 A}{\partial ddyb\partial dkyb} + \frac{\partial A_1}{\partial dkyb}\frac{\partial A_1}{\partial ddyb} + A_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial ddyb\partial dkyb}\,.
\end{aligned} \tag{16}
$$

Далі знайдемо похідні від A і A_1:

$$\frac{\partial A}{\partial ddza} = Iza(dkza+1)\ , \ ...,\ \frac{\partial A}{\partial ddyb} = Iyb(dkyb+1)\ ,$$

де

$$Iza = -1{,}3wzak - 0{,}25(wybk + wzbk) + 0{,}75wyak\ ;$$

$$Iya = -1{,}3wyak - 0{,}25(wybk + wzbk) + 0{,}75wzak\ ;$$

$$Izb = -1{,}3wzbk - 0{,}25(wyak + wzak) + 0{,}75wybk\ ;$$

$$Iyb = -1{,}3wybk - 0{,}25(wyak + wzak) + 0{,}75wybk\ ;$$

$$\frac{\partial A}{\partial dkza} = Iza(wza + ddza)\ , \ ...,\ \frac{\partial A}{\partial dkyb} = Iyb(wyb + $$
$$+ ddyb)\ ,$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial ddza \partial dkza} = -1{,}3(wza + ddza)(dkza+1) + $$
$$+ Iza\ , \ ...,\ \frac{\partial^2 A}{\partial ddyb \partial dkyb} = $$
$$= -1{,}3(wyb + ddyb)(dkyb+1) + Iyb\ ,$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial ddza^2} = -1{,}3(dkza+1)^2\ , \ ...,\ \frac{\partial^2 A}{\partial ddyb^2} = $$
$$= -1{,}3(dkyb+1)^2, \qquad (17)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial dkza^2} = -1{,}3(wza+ddza)^2\ , \ ...,\ \frac{\partial^2 A}{\partial dkyb^2} = $$
$$= -1{,}3(wyb+ddyb)^2\ ,$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial ddza} = dkza+1\ ,\ \frac{\partial A_1}{\partial ddya} = dkya+1\ ,$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial ddzb} = -dkzb-1\ ,\ \frac{\partial A_1}{\partial ddyb} = -dkyb-1\ ,$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial dkza} = wza+ddza\ ,\ \frac{\partial A_1}{\partial dkya} = wya+ddya\ ,$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial dkzb} = -wzb-ddzb\ ,\ \frac{\partial A_1}{\partial dkyb} = -wyb-ddyb\ ,$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial ddza^2} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial ddya^2} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial ddzb^2} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial ddyb^2} = 0\ ,$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial dkza^2} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial dkya^2} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial dkzb^2} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial dkyb^2} = 0\ ,$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial ddza \partial dkza} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial ddya \partial dkya} = 1\ ,$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial ddzb \partial dkzb} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial ddyb \partial dkyb} = -1\ .$$

Підставивши вирази (17) в (16), дістанемо значення похідних від I. Тепер можна скласти системи рівнянь, аналогічні формулам (5) і (6). Розв’язавши ці системи так, як (7), матимемо

$$dkza_{i+1} = dkza_i + \frac{\Delta kza_{i+1}}{\Delta za_{i+1}},$$
$$ddza_{i+1} = ddza_i + \frac{\Delta dza_{i+1}}{\Delta za_{i+1}}, \qquad (18)$$

де визначниками є:

$$\Delta kza_{i+1} = \begin{vmatrix} -\varepsilon za_1 \dfrac{\partial I_i}{\partial dkza} & \varepsilon za_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkza \partial ddza} \\ -\varepsilon za_2 \dfrac{\partial I_i}{\partial ddza} & 1 + \varepsilon za_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial ddza^2} \end{vmatrix},$$

$$\Delta dza_{i+1} = \begin{vmatrix} 1 + \varepsilon za_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkza^2} & -\varepsilon za_1 \dfrac{\partial I_i}{\partial dkza} \\ \varepsilon za_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkza \partial ddza} & -\varepsilon za_2 \dfrac{\partial I_i}{\partial ddza} \end{vmatrix},$$

$$\Delta za_{i+1} = \begin{vmatrix} 1 + \varepsilon za_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkza^2} & \varepsilon za_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkza \partial ddza} \\ \varepsilon za_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkza \partial ddza} & 1 + \varepsilon za_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial ddza^2} \end{vmatrix};$$

$$dkya_{i+1} = dkya_i + \frac{\Delta kya_{i+1}}{\Delta ya_{i+1}},$$
$$ddya_{i+1} = ddya_i + \frac{\Delta dya_{i+1}}{\Delta ya_{i+1}}, \qquad (19)$$

де визначниками є:

$$\Delta kya_{i+1} = \begin{vmatrix} -\varepsilon ya_1 \dfrac{\partial I_i}{\partial dkya} & \varepsilon ya1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkya \partial ddya} \\ -\varepsilon ya_2 \dfrac{\partial I_i}{\partial ddya} & 1 + \varepsilon ya_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial ddya^2} \end{vmatrix},$$

$$\Delta dya_{i+1} = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon ya_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkya^2} & -\varepsilon ya_1 \dfrac{\partial I_i}{\partial dkya} \\ \varepsilon ya_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkya \partial ddya} & -\varepsilon ya_2 \dfrac{\partial I_i}{\partial ddya} \end{vmatrix},$$

$$\Delta ya_{i+1} = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon ya_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkya^2} & \varepsilon ya_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkya \partial ddya} \\ \varepsilon ya_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkya \partial ddya} & 1+\varepsilon ya_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial ddya^2} \end{vmatrix};$$

$$\begin{aligned} dkzb_{i+1} &= dkzb_i + \frac{\Delta kzb_{i+1}}{\Delta zb_{i+1}}, \\ ddzb_{i+1} &= ddzb_i + \frac{\Delta dzb_{i+1}}{\Delta zb_{i+1}}, \end{aligned} \qquad (20)$$

де визначниками є:

$$\Delta kzb_{i+1} = \begin{vmatrix} -\varepsilon zb_1 \dfrac{\partial I_i}{\partial dkzb} & \varepsilon zb_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkzb \partial ddzb} \\ -\varepsilon zb_2 \dfrac{\partial I_i}{\partial ddzb} & 1+\varepsilon zb_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial ddzb^2} \end{vmatrix},$$

$$\Delta dzb_{i+1} = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon zb_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkzb^2} & -\varepsilon zb_1 \dfrac{\partial I_i}{\partial dkzb} \\ \varepsilon zb_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkzb \partial ddzb} & -\varepsilon zb_2 \dfrac{\partial I_i}{\partial ddzb} \end{vmatrix},$$

$$\Delta zb_{i+1} = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon zb_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkzb^2} & \varepsilon zb_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkzb \partial ddzb} \\ \varepsilon zb_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkzb \partial ddzb} & 1+\varepsilon zb_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial ddzb^2} \end{vmatrix};$$

$$\begin{aligned} dkyb_{i+1} &= dkyb_i + \frac{\Delta kyb_{i+1}}{\Delta yb_{i+1}}, \\ ddyb_{i+1} &= ddyb_i + \frac{\Delta dyb_{i+1}}{\Delta yb_{i+1}}, \end{aligned} \qquad (21)$$

де визначниками є:

$$\Delta kyb_{i+1} = \begin{vmatrix} -\varepsilon yb_1 \dfrac{\partial I_i}{\partial dkyb} & \varepsilon yb_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkyb \partial ddyb} \\ -\varepsilon yb_2 \dfrac{\partial I_i}{\partial ddyb} & 1+\varepsilon yb_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial ddyb^2} \end{vmatrix},$$

$$\Delta dyb_{i+1} = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon yb_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkyb^2} & -\varepsilon yb_1 \dfrac{\partial I_i}{\partial dkyb} \\ \varepsilon yb_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkyb \partial ddyb} & -\varepsilon yb_2 \dfrac{\partial I_i}{\partial ddyb} \end{vmatrix},$$

$$\Delta yb_{i+1} = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon yb_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkyb^2} & \varepsilon yb_1 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkyb \partial ddyb} \\ \varepsilon yb_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial dkyb \partial ddyb} & 1+\varepsilon yb_2 \dfrac{\partial^2 I_i}{\partial ddyb^2} \end{vmatrix}.$$

Випадкові величини із формул (18)–(21) $\varepsilon za_1 \in (0,1)$, $\varepsilon za_2 \in (0,1)$, $\varepsilon ya_1 \in (0,1)$, $\varepsilon ya_2 \in (0,1)$, $\varepsilon zb_1 \in (0,1)$, $\varepsilon zb_2 \in (0,1)$, $\varepsilon yb_1 \in (0,1)$, $\varepsilon yb_2 \in (0,1)$ мають рівномірне розподілення в зазначених інтервалах.

Таким чином, одержано вирази для знаходження параметрів, використання яких у формулах (13) дає можливість частково компенсувати похибки вимірювачів і мінімізувати критерій (15).

Математичне моделювання

Для перевірки ефективності розглянутого методу було проведено математичне моделювання процесу мінімізації критерію (15). При цьому як істинна величина ω використовувалася кутова швидкість обертання Землі навколо своєї осі. В процесі моделювання вибиралися параметри, які відповідали мінімальному значенню величини I серед мінімальних значень I, що обчислювалися при різних значеннях випадкових величин εza_1, εza_2, ..., εzb_1, εzb_2. Початкові значення параметрів були нульовими. Знайдені в процесі мінімізації параметри потім використовувалися для корегування показань датчиків у процесі основної роботи при кутових швидкостях, які на кілька порядків перевищували кутову швидкість обертання Землі. Для оцінки ефективності алгоритму використовувалося відношення коренів квадратних із сум квадратів відхилень від істинних значень проекцій кутової швидкості на осі чутливості датчиків і відповідних показань датчиків, а також їх відкорегованих значень. Розрахунки проводилися при різних орієнтаціях осей чутливості датчиків відносно осі обертання Землі, при різних кутових швидкостях руху в процесі основної роботи та при різних значеннях похибок датчиків. Результати моделювання наведено в таблиці.

З даних таблиці видно, що в процесі початкового виставлення при відкиданні максимального і мінімального значень математичне сподівання відношення коренів квадратних із сум квадратів відхилень від істинних значень проекцій кутової швидкості на осі чутливості датчиків і відповідних показань датчиків, а також їх відкорегованих значень дорівнює 1,3674, середньоквадратичне відхилення – 0,2251. У процесі руху з наведеними в таблиці кутовими швидкостями при відкиданні максимального і мінімального значень математичне сподівання відношення квадратних коренів із сум квадратів відхилень від істинних значень проекцій кутової швидкості на осі чутливості датчиків і відповідних показань датчиків, а також їх відкорегованих значень дорівнює 1,1730, середньоквадратичне відхилення – 0,1017, а математичне сподівання відношення модулів відхилень від квадрата істинного значення кутової швидкості квадрата кутової швидкості, обчисленої за показаннями датчиків, а також за їх відкорегованими значеннями, дорівнює 1,1293, середньоквадратичне відхилення – 0,3951. З наведених результатів випливає, що після корекції похибки показань датчиків зменшилися в середньому на 12%. Проведене математичне моделювання процесу мінімізації критерію (15) при використанні методу найскорішого спуску без застосованих поліпшень дає гірші результати.

Висновки

Запропонований поліпшений метод найскорішого спуску може бути використаний для синтезу систем автоматичного керування, зокрема для компенсації похибок датчиків первинної інформації. В подальшому буде проведено аналіз повторюваності параметрів, які знаходяться за допомогою цього методу для компесації похибок зазначених датчиків.

Г.Е. Янкелевич, С.П. Маляров, В.Г. Цирук

УЛУЧШЕННЫЙ МЕТОД НАИСКОРЕЙШЕГО СПУСКА

Предлагается улучшенный метод наискорейшего спуска, который учитывает вторые и смешанные производные по оптимизируемым параметрам от функционала критерия качества. Рассматривается пример применения этого метода для коррекции погрешностей масштабного коэффициента и смещения нуля датчиков первичной информации.

G.Ye. Yankelevich, S.P. Malyarov, V.G. Tsiruk

IMPROVED METHOD OF THE QUICKEST DESCENT

This study proposes the improved method of the quickest descent, which takes into account the second and mixed derivatives on optimized parameters of a quality criterion. We demonstrate this with the method application for the correction of scale factor errors and a zero displacement of the primary information gauges.

1. *Заинцев И.В.* Нейронные сети: основные модели. – Воронеж: ВГУ, 1999. – 76 с.

2. *Уоссерман Ф.* Нейрокомпьютерная техника. – М.: Мир, 1992. – 118 с.

Рекомендована Радою НАЦ критичних технологій навігаційного приладобудування НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції 4 лютого 2008 року

Таблиця. Співвідношення похибок вимірювання кутових швидкостей

Параметри початкового виставлення і наступного руху: широта f, град, азимут r, град, кутові швидкості руху ω_x, ω_y, ω_z (рад/с)	У процесі початкового виставлення при кутовій швидкості Землі $w = 4{,}848\cdot10^{-6}$ (рад/с)									У процесі руху з кутовими швидкостями ω_x, ω_y, ω_z	
	Параметри датчиків								Відношення квадратних коренів суми квадратів відхилень від істинних кутових швидкостей по вимірювальних осях без корекції та з корекцією	Відношення квадратних коренів суми квадратів відхилень від істинних кутових швидкостей по вимірювальних осях без корекції та з корекцією	Відношення модулів відхилень від істинних кутових швидкостей без корекції та з корекцією
	Передавальні коефіцієнти і їх корегувальні параметри				Зміщення сигналів (рад/с) ($\times10^{-8}$) і їх корегувальні параметри						
	kza/dkza	*kzb/dkzb*	*kya/dkya*	*kyb/dkyb*	*dza/ddza*	*dzb/ddzb*	*dya/ddya*	*dyb/ddyb*			
$f=50$, $r=25$, $\omega_x=-1{,}3$, $\omega_y=0{,}1$, $\omega_z=-1{,}5$	1,02/0,0028	1,01/–0,0064	0,99/0,0034	1,03/–0,0011	–3/4,0035	2/–2,5581	–2/2,6352	4/–3,2484	1,8985	1,1445	1,3021
$f=50$, $r=25$, $\omega_x=-1{,}3$, $\omega_y=-0{,}1$, $\omega_z=-1{,}5$	0,98/0,0018	1,01/–0,0051	0,99/0,0039	0,98/–0,0009	–3/3,6665	2/–2,2567	–5/2,8642	–4/–3,4754	1,8985	1,3398	19,4447
$f=50$, $r=25$, $\omega_x=-1{,}3$, $\omega_y=0{,}1$, $\omega_z=-1{,}5$	0,98/0,0008	1,01/0,0004	0,99/0,0024	0,98/–0,0003	5/0,91436	–2/0,16408	–5/1,2837	–4/–1,1029	1,8985	1,0273	0,90203
$f=50$, $r=25$, $\omega_x=-1{,}3$, $\omega_y=0{,}1$, $\omega_z=-1{,}5$	0,983/0,0020	1,004/–0,0027	0,993/0,0032	0,986/–0,0005	–5/2,3217	2/–1,9988	–3/2,4788	–4/–2,2675	1,8985	1,2442	0,5667
$f=50$, $r=25$, $\omega_x=0{,}3$, $\omega_y=0{,}1$, $\omega_z=1{,}5$	0,983/0,0017	1,004/–0,0035	0,993/0,0027	0,986/–0,0008	–5/2,5867	2/–0,2150	–3/1,9301	–4/–2,4478	1,8985	1,1179	0,96379
$f=50$, $r=65$, $\omega_x=0{,}3$, $\omega_y=0{,}1$, $\omega_z=1{,}5$	0,987/0,0006	1,01/–0,0004	0,99/0,0074	0,989/–0,0017	5/1,8601	2/–2,2923	–5/3,9484	4/–1,9782	1,8985	1,131	1,9335
$f=20$, $r=65$, $\omega_x=0{,}3$, $\omega_y=-1{,}1$, $\omega_z=1{,}2$	0,987/0,0005	1,005/0,0001	0,991/0,0108	0,989/0,0003	–2/–0,5312	–2/0,13072	–5/4,9249	4/–3,5415	8,6	1,0332	1,0176
$f=40$, $r=35$, $\omega_x=-1{,}3$, $\omega_y=0{,}1$, $\omega_z=-1{,}5$	0,995/0,0007	1,003/0,0006	0,99/0,0062	0,994/0,0000	–5/1,8549	–2/0,21991	–5/2,9611	–4/–3,0256	1,8985	1,3615	0,4134
$f=20$, $r=45$, $\omega_x=-1{,}3$, $\omega_y=0{,}1$, $\omega_z=-1{,}5$	1,007/–0,0009	1,01/–0,0028	0,994/–0,0028	1,003/–0,0004	–3/1,478	–2/–2,1249	2/–1,4205	–4/1,0401	1,8985	1,2333	1,2203
$f=20$, $r=45$, $\omega_x=1{,}1$, $\omega_y=1{,}1$, $\omega_z=-0{,}5$	1,007/–0,0009	1,01/–0,0023	0,994/–0,0021	1,003/–0,0004	–3/1,4028	–2/–1,515	2/–1,2082	–4/0,70558	1,8985	1,1186	1,1287
Математичне сподівання									1,3674	1,1730	1,1293
Середньоквадратичне відхилення									0,2251	0,1017	0,3951