

ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 531.383

І.В. Балабанов, Т.В. Балабанова

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ІДЕАЛІЗОВАНІЙ КОНСТРУКЦІЇ ПІДВІСУ ДИНАМІЧНО НАСТРОЮВАНОВОГО ГІРОСКОПА

Вступ

На сьогодні у системах управління рухливими об'єктами широкого поширення набули датчики, виконані на основі динамічно настроюваних гіроскопів (ДНГ) [1]. При цьому до ДНГ ставляться підвищені вимоги, особливо з точності і перевантажувальної здатності.

Необхідно відзначити, що найбільш відповідальною частиною конструкції, що забезпечує точнісні та міцнісні характеристики ДНГ, є його пружний підвіс, причому якість пружного підвісу визначають характеристики його пружних елементів.

Тому вибір оптимальних параметрів пружних елементів, що забезпечують необхідну міцність і високу точність ДНГ, є важливим і актуальним завданням.

Постановка задачі

Мета даної статті – визначення оптимальних параметрів пружного підвісу динамічно настроюваного гіроскопа для досягнення прийнятних визначальних характеристик, таких, як перевантажувальна здатність та жорсткість.

Опис об'єкта дослідження

Як об'єкт дослідження розглянуто ідеалізований пружний підвіс ДНГ типу ГВК-16 [2]. Такий ДНГ має дворамочний пружний підвіс, який збирають за “однокільцевою” схемою. Конструктивно даний дворамочний пружний підвіс складається з внутрішньої і зовнішньої рамок, розташованих “паралельно” між ротором і приводним валом (рис. 1). При цьому внутрішня рамка підвісу (рис. 2, а) прикріплюється до ротора і приводного вала за допомогою двох пар працюючих на згин пружних елементів,

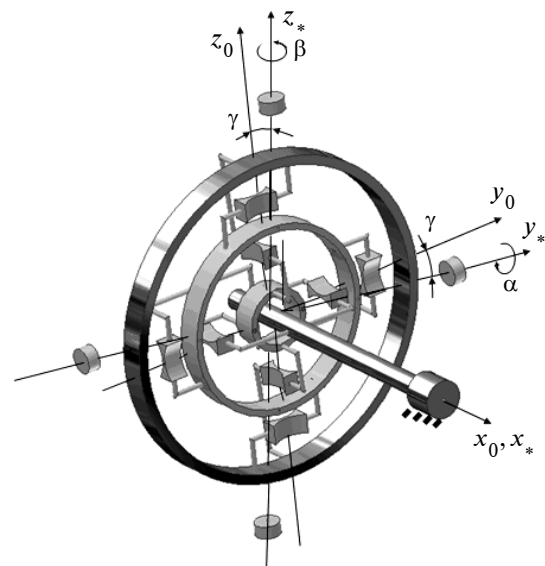


Рис. 1. Схема ДНГ з дворамочним пружним підвісом, зібраним за “однокільцевим” зразком

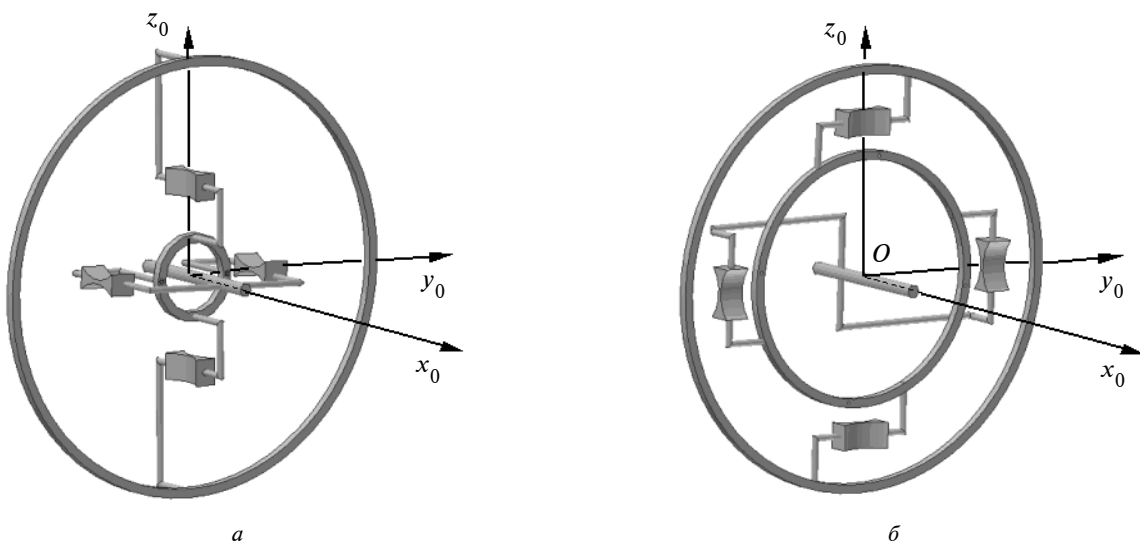


Рис. 2. Схеми з'єднання пружних елементів внутрішньої (а) і зовнішньої (б) рамок ідеалізованого підвісу, зібраного за “однокільцевим” зразком

поздовжні осі яких розташовуються паралельно осі вала приводу. У свою чергу дві пари пружних елементів зовнішньої рамки підвісу мають перпендикулярне до осі вала приводу розташування поздовжніх осей (рис. 2, б).

Пружні елементи є головними елементами конструкції підвісу, які значною мірою визначають його основні властивості. Пружні елементи в підвісі ДНГ типу ГВК-16 утворені парами циліндричних отворів і являють собою пластини із змінним поперечним перерізом.

Дві пари пружних елементів, що належать рамці (внутрішній або зовнішній), мають однакові номінальні розміри. При цьому номінальні геометричні розміри пружних елементів внутрішньої і зовнішньої рамок одного підвісу в загальному випадку є різними.

Узагальнений пружний елемент підвісу ДНГ типу ГВК-16 зображений на рис. 3, де позначено: b – ширина пружного елемента; h – товщина пружного елемента в його найбільш вузькій частині; ρ – радіус циліндричних отворів, що утворюють пружний елемент.

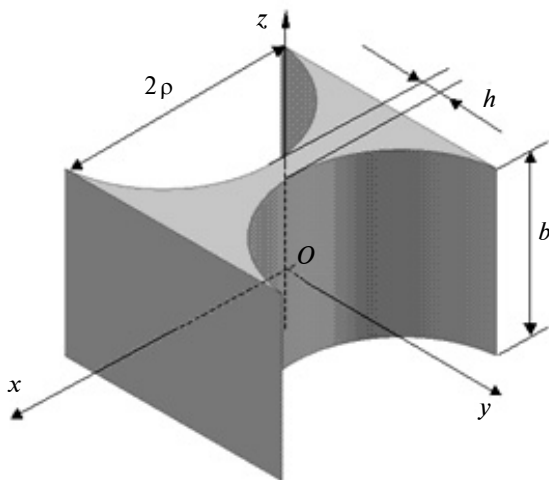


Рис. 3. Узагальнений пружний елемент із змінним поперечним перерізом, сформованим двома циліндричними отворами

При цьому зазначимо, що для розглянутих пружних елементів характерні такі співвідношення між геометричними розмірами:

$$h \ll b, \rho. \quad (1)$$

Матриця жорсткості C пружного елемента, визначена в локальній системі координат $Oxuz$ (рис. 3), в якій координатні осі збігаються з осями симетрії пружного елемента, має такий діагональний вигляд:

$$C = \text{diag}(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6),$$

де діагональні елементи c_i ($i = \overline{1,6}$) матриці C описують лінійну жорсткість у напрямку осей Ox ($i = 1$), Oy ($i = 2$) і Oz ($i = 3$), а також кутову жорсткість щодо осей Ox ($i = 4$), Oy ($i = 5$) і Oz ($i = 6$).

Якщо відповідно до співвідношення (1) позначити $k = \sqrt{\frac{h}{\rho}} \ll 1$ малий параметр, то з

точністю до величин вищого порядку малості відносно k можемо записати такі наближені формули, що описують жорсткості пружних елементів:

$$\begin{aligned} c_1 &\approx \frac{1}{\pi} E_* b k, \quad c_2 \approx \frac{2}{3\pi} E_* b k^3, \quad c_3 \approx \frac{5}{6\pi} G b k, \\ c_4 &\approx \frac{1}{18\pi} E_* b^3 k^3, \quad c_5 \approx \frac{1}{12\pi} E_* b^3 k, \\ c_6 &\approx \frac{2}{9\pi} E_* b \rho^2 k^5, \end{aligned} \quad (2)$$

де $E_* = \frac{E}{1-\mu^2}$ – ефективна величина модуля пружності першого роду, що враховує пластинчасту форму пружного елемента; E і μ – модуль пружності першого роду і коефіцієнт Пуассона матеріалу пружного елемента; $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ – модуль пружності другого роду матеріалу пружного елемента.

Порівняння жорсткостей пружного елемента, які описуються наближеними аналітичними формулами (2), по ступенях малого параметра k і значеннях числових коефіцієнтів дає змогу одержати такі вирази характерних диспропорцій між жорсткостями пружного елемента в різних напрямках:

$$c_2 \ll c_3 < c_1, \quad c_6 \ll c_4 < c_5. \quad (3)$$

При цьому зазначимо, що найменша з кутових жорсткостей (жорсткість c_6) є робочою жорсткістю пружного елемента.

Основні вимоги до пружного підвісу ДНГ

Найважливішими властивостями, які мають забезпечуватися в пружних підвісах ДНГ, є:

- мінімальна кутова жорсткість відносно робочих осей підвісу;
- лінійна рівножорсткість пружного підвісу в осьовому і радіальному напрямках;
- відповідна перевантажувальна здатність пружного підвісу;
- зумовлені технологічними факторами обмеження на мінімальні розміри конструктивних елементів пружного підвісу.

Відзначимо, що конструкція внутрішньої і зовнішньої рамок підвісу (див. рис. 2) і жорсткісні характеристики пружних елементів (3) зумовлюють такі властивості підвісу: лінійна жорсткість і міцність в осьовому і радіальному напрямках підвісу визначаються переважно характеристиками пружних елементів внутрішньої і зовнішньої рамок, відповідно.

Визначення аналітичних формул, що описують основні характеристики пружного підвісу

Зазначимо, що з метою розрізнення параметрів пружних елементів, що відносяться до внутрішньої або зовнішньої рамки підвісу, при їх позначенні буде впроваджуватися відповідний верхній індекс ("в" або "з"). При цьому, з огляду на те, що податливість рамок значно поступається відповідній податливості пружних елементів, будемо розглядати ідеалізовану конструкцію підвісу, в якій не враховується податливість рамок і можливі технологічні похибки виготовлення підвісу.

Робоча кутова жорсткість пружного підвісу c_0 (номінальна кутова жорсткість пружного підвісу щодо його робочих осей Oy_0 і Oz_0) описується формулою

$$c_0 = 2(c_6^в + c_6^з).$$

Таким чином, відповідно до формул (2) одержуємо робочу кутову жорсткість пружного підвісу в такому вигляді:

$$c_0 = \frac{4E_*}{9\pi} \left[\frac{b^в(h^в)^3}{\sqrt{h^в\rho^в}} + \frac{b^з(h^з)^3}{\sqrt{h^з\rho^з}} \right]. \quad (4)$$

У свою чергу умова лінійної рівножорсткості пружного підвісу має вигляд

$$c_{11}^н = c_{22}^н = c_{33}^н, \quad (5)$$

де $c_{11}^н$ – лінійна жорсткість пружного підвісу в осьовому напрямку (у напрямку координатної осі Ox_0):

$$c_{11}^н \approx c_1^в; \quad (6)$$

$c_{22}^н$ і $c_{33}^н$ – лінійні жорсткості пружного підвісу в радіальних напрямках (у напрямку координатних осей Oy_0 і Oz_0):

$$c_{22}^н = c_{33}^н \approx 2[(c_1^з)^{-1} + (c_3^з)^{-1}]^{-1}. \quad (7)$$

Таким чином, умову лінійної рівножорсткості пружного підвісу відповідно до виразів (2) і (5)–(7) можна записати в такому вигляді:

$$\frac{b^3 h^3}{\sqrt{\rho^3 h^3}} = \frac{(3,4 - \mu) b^в h^в}{2(1 - \mu) \sqrt{\rho^в h^в}}. \quad (8)$$

Тепер наведемо формули, що описують обмеження, зумовлені умовами міцності і стійкості елементів пружного підвісу ДНГ. При цьому максимальну силу, що діє на пружний підвіс як в осьовому, так і в радіальному напрямках, позначаємо P_0 .

Спочатку відзначимо, що при дії осьової сили, яка дорівнює P_0 , максимальне нормальне напруження $\sigma_{\max}^о$, що виникає в пружних елементах підвісу, описується виразом

$$\sigma_{\max}^о = \frac{P_0}{2b^в h^в}. \quad (9)$$

У свою чергу дія радіальної сили, яка дорівнює P_0 , викликає появу в пружних елементах підвісу максимального нормального напруження $\sigma_{\max}^п$:

$$\sigma_{\max}^п = \frac{3P_0}{2b^з h^з}. \quad (10)$$

При цьому умову міцності пружного підвісу можна записати в такому вигляді [3]:

$$\sigma_{\max}^о \leq [\sigma], \quad \sigma_{\max}^п \leq [\sigma], \quad (11)$$

де $[\sigma]$ – допустиме напруження.

Умова стійкості пружних елементів при дії на підвіс осьової і радіальної сил, які дорівнюють P_0 , може бути записана у вигляді [4]

$$P_0 \leq 0,1 \frac{2E_* b^в (h^в)^2}{\rho^в}, \quad P_0 \leq 0,1 \frac{2E_* b^з (h^з)^2}{\rho^з}. \quad (12)$$

Аналіз показує, що у випадку розв'язання задач оптимізації підвісу ДНГ необхідно вводити обмеження на окремі розміри його пружних елементів. Якщо позначити h_0 мінімально можливу товщину пружних елементів зовнішньої рамки, то маємо обмеження на геометричні розміри в пружних елементах підвісу, яке обов'язково необхідно враховувати при оптимізації:

$$h^3 \geq h_0. \quad (13)$$

Опис задачі оптимізації

Подамо розглянуту оптимізаційну задачу в найзагальнішому випадку.

Змінними проектування ($a_j, j = \overline{1,6}$) виберемо такі геометричні параметри пружних елементів внутрішньої і зовнішньої рамок:

$$\begin{aligned} a_1 = h^B, a_2 = b^B, a_3 = \frac{1}{\sqrt{h^B \rho^B}}, a_4 = b^3, \\ a_5 = \frac{1}{\sqrt{h^3 \rho^3}}, a_6 = h^3. \end{aligned} \quad (14)$$

Функцією цілі $\Psi_0(a)$, що мінімізується, вибираємо робочу кутову жорсткість підвісу, яка описується згідно з формулами (4) і (14) виразом

$$\Psi_0(a) = \frac{4E}{9\pi(1-\mu^2)} (a_2 a_3 a_1^3 + a_5 a_6 a_4^3). \quad (15)$$

У свою чергу функції обмежень ($\Psi_i(a), i = \overline{1,6}$), що забезпечують виконання основних вимог, які висувуються до пружного підвісу, будуть подані одним обмеженням у вигляді рівності ($\Psi_1(a) = 0$) і п'ятьма обмеженнями у вигляді нерівностей ($\Psi_i(a) \leq 0, i = \overline{2,6}$).

Як обмеження у вигляді рівності запишемо умову лінійної рівножорсткості пружного підвісу (8) із змінними проектування (14):

$$\Psi_1(a) \equiv a_1 a_2 a_3 - \frac{2(1-\mu)}{(3,4-\mu)} a_4 a_5 a_6 = 0. \quad (16)$$

Подання обмежень у вигляді нерівностей почнемо з обмеження на мінімальну товщину в пружних елементах зовнішньої рамки, що відповідно до виразів (13) і (14) запишеться так:

$$\Psi_2(a) \equiv h_0 - a_6 \leq 0. \quad (17)$$

Далі запишемо обмеження, що забезпечують міцність і стійкість пружних елементів внутрішньої рамки підвісу, які відповідно до формул (9), (11), (12) і (14) матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \Psi_3(a) &\equiv \frac{P_0}{2[\sigma]} - a_1 a_2 \leq 0, \\ \Psi_4(a) &\equiv \frac{5P_0}{E_*} - a_2 a_3^2 a_1^3 \leq 0. \end{aligned} \quad (18)$$

У свою чергу обмеження, що забезпечують міцність і стійкість пружних елементів зовнішньої рамки підвісу, відповідно до формул (10)–(12) і (14) запишуться у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi_5(a) &\equiv \frac{3P_0}{2[\sigma]} - a_4 a_6 \leq 0, \\ \Psi_6(a) &\equiv \frac{5P_0}{E_*} - a_4 a_5^2 a_6^3 \leq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Оптимальний розв'язок ($\bar{a} = \{\bar{a}_1; \dots; \bar{a}_6\}$) розглянутої задачі знайдемо за допомогою необхідних умов Куна–Таккера [5]:

$$\begin{aligned} \bar{V}_i &\geq 0, i = \overline{2,6}, \\ \bar{V}_i \Psi_i(\bar{a}) &= 0, i = \overline{2,6}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial L(a, \bar{V})}{\partial a_j} \right|_{a = \bar{a}} = 0, j = \overline{1,6},$$

де V_i і \bar{V}_i ($i = \overline{1,6}$) – множники Лагранжа і їх оптимальні значення; $L(a, V)$ – функція Лагранжа:

$$L(a, V) = \Psi_0(a) + \sum_{i=1}^6 V_i \Psi_i(a).$$

Як показує аналіз, у випадку виконання умов (20) всі обмеження (16)–(19) стають активними:

$$\Psi_i(\bar{a}) = 0, i = \overline{1,6}. \quad (21)$$

Система шести рівнянь (21) дає змогу одержати такі результати:

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 &= \frac{(3,4-\mu) h_0}{2(1-\mu) \sqrt{3}}, \bar{a}_2 = \frac{2(1-\mu) \sqrt{3} P_0}{(3,4-\mu) h_0 2[\sigma]}, \\ \bar{a}_3 &= \frac{2(1-\mu) 3}{(3,4-\mu) h_0} \sqrt{\frac{10[\sigma]}{3E_*}}, \bar{a}_4 = \frac{3P_0}{2[\sigma] h_0}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\bar{a}_5 = \frac{1}{h_0} \sqrt{\frac{10[\sigma]}{3E_*}}, \quad \bar{a}_6 = h_0.$$

При цьому на основі виразів (14) і (22) одержуємо оптимальні значення геометричних розмірів пружних елементів

$$\begin{aligned} \bar{h}^B &= \frac{(3,4-\mu) h_0}{2(1-\mu) \sqrt{3}}, \quad \bar{b}^B = \frac{2(1-\mu) \sqrt{3} P_0}{(3,4-\mu) h_0 2[\sigma]}, \\ \bar{\rho}^B &= \frac{(3,4-\mu)^2 E_* h_0}{4(1-\mu)^2 30[\sigma]}, \quad \bar{h}^3 = h_0, \quad \bar{b}^3 = \frac{3P_0}{2[\sigma]h_0}, \\ \bar{\rho}^3 &= \frac{3E_* h_0}{10[\sigma]}. \end{aligned} \quad (23)$$

Проведемо розрахунок функції цілі, що відповідає розглянутому випадку. На основі виразів (15) і (22) оптимальне значення функції цілі $\Psi_0(\bar{a})$ матиме такий вигляд:

$$\Psi_0(\bar{a}) = \frac{2P_0 h_0}{9\pi} \sqrt{\frac{10E_*}{3[\sigma]}} \left[3 + \frac{(3,4-\mu)}{2(1-\mu)} \right]. \quad (24)$$

З метою спрощення аналізу отриманих результатів і зниження громіздкості проміжних викладок розглянемо оптимізацію підвісу ДНГ у кількох випадках рівності окремих параметрів пружних елементів внутрішньої і зовнішньої рамок.

Варіант 1. Розглянемо спочатку випадок рівності товщин і радіусів циліндричних отворів у пружних елементах внутрішньої і зовнішньої рамок:

$$h^B = h^3 = h, \quad \rho^B = \rho^3 = \rho. \quad (25)$$

У цьому випадку на підставі рівностей (14) і (25) вибираються такі змінні проектування:

$$a_1^{(1)} = h, \quad a_2^{(1)} = b^B, \quad a_3^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{\rho h}}, \quad a_4^{(1)} = b^3. \quad (26)$$

Тоді функція цілі $\Psi_0^{(1)}(a^{(1)})$ відповідно до виразів (15) і (26) матиме такий вигляд:

$$\Psi_0^{(1)}(a^{(1)}) \equiv \frac{4E_* a_3^{(1)} (a_1^{(1)})^3}{9\pi} (a_2^{(1)} + a_4^{(1)}). \quad (27)$$

У свою чергу, відповідно до формул обмежень (16)–(19) і з врахуванням позначень (26), вирази, що описують обмеження, можна записати так:

у вигляді рівності

$$\Psi_1^{(1)}(a^{(1)}) \equiv a_2^{(1)} - \frac{2(1-\mu)}{(3,4-\mu)} a_4^{(1)} = 0; \quad (28)$$

у вигляді нерівностей

$$\begin{aligned} \Psi_2^{(1)}(a^{(1)}) &\equiv h_0 - a_1^{(1)} \leq 0, \\ \Psi_3^{(1)}(a^{(1)}) &\equiv \frac{P_0}{2[\sigma]} - a_1^{(1)} a_2^{(1)} \leq 0, \\ \Psi_4^{(1)}(a^{(1)}) &\equiv \frac{5P_0}{E_*} - a_2^{(1)} (a_3^{(1)})^2 (a_1^{(1)})^3 \leq 0, \\ \Psi_5^{(1)}(a^{(1)}) &\equiv \frac{3P_0}{2[\sigma]} - a_4^{(1)} a_1^{(1)} \leq 0, \\ \Psi_6^{(1)}(a^{(1)}) &\equiv \frac{5P_0}{E_*} - a_4^{(1)} (a_3^{(1)})^2 (a_1^{(1)})^3 \leq 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Оптимальний розв'язок $(\bar{a}^{(1)} = \{\bar{a}_1^{(1)}, \dots, \bar{a}_4^{(1)}\})$ розглянутої задачі будемо знаходити за допомогою необхідних умов Куна–Таккера, аналогічних виразу (20). У цьому випадку, як показує аналіз, активними обмеженнями, при яких виконуються умови Куна–Таккера, є такі:

$$\begin{aligned} \Psi_1^{(1)}(\bar{a}^{(1)}) &= 0, \quad \Psi_2^{(1)}(\bar{a}^{(1)}) = 0, \\ \Psi_4^{(1)}(\bar{a}^{(1)}) &= 0, \quad \Psi_5^{(1)}(\bar{a}^{(1)}) = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

Отримана система чотирьох рівнянь (30) із врахуванням виразів (28) і (29) дає можливість одержати такі оптимальні значення $(\bar{a}_j^{(1)}, j = \overline{1,4})$ змінних проектування $(a_j^{(1)}, j = \overline{1,4})$:

$$\begin{aligned} \bar{a}_1^{(1)} &= h_0, \quad \bar{a}_2^{(1)} = \frac{2(1-\mu)}{(3,4-\mu)} \frac{3P_0}{2[\sigma]h_0}, \\ \bar{a}_3^{(1)} &= \frac{1}{h_0} \sqrt{\frac{5(3,4-\mu)[\sigma]}{3(1-\mu)E_*}}, \quad \bar{a}_4^{(1)} = \frac{3P_0}{2[\sigma]h_0}. \end{aligned} \quad (31)$$

Таким чином, за формулами (26) і (31) одержимо оптимальні значення геометричних розмірів пружних елементів

$$\begin{aligned} \bar{h}^B &= \bar{h}^3 = h_0, \quad \bar{b}^B = \frac{2(1-\mu)}{(3,4-\mu)} \frac{3P_0}{2[\sigma]h_0}, \\ \bar{b}^3 &= \frac{3P_0}{2[\sigma]h_0}, \quad \bar{\rho}^B = \bar{\rho}^3 = \frac{2(1-\mu)}{(3,4-\mu)} \frac{3E_* h_0}{10[\sigma]}. \end{aligned} \quad (32)$$

Проведемо розрахунок функції цілі $\Psi_0^{(1)}(a^{(1)})$, що відповідає розглянутому випадку. Оптимальне значення функції цілі $\Psi_0^{(1)}(\bar{a}^{(1)})$

відповідно до виразів (27) і (31) матиме такий вигляд:

$$\Psi_0^{(1)}(\bar{a}^{(1)}) = \frac{2P_0 h_0}{3\pi} \sqrt{\frac{(3,4-\mu) 10 E_*}{2(1-\mu) 3[\sigma]}} \left[1 + \frac{2(1-\mu)}{(3,4-\mu)} \right]. \quad (33)$$

Варіант 2. Розглянемо тепер випадок, коли із всіх геометричних параметрів пружних елементів внутрішньої і зовнішньої рамок однакове значення має тільки товщина, що відповідає такому виразу:

$$h^B = h^3 = h. \quad (34)$$

У цьому випадку згідно з виразами (14) і (34) маємо п'ять змінних проектування:

$$a_1^{(2)} = h, \quad a_2^{(2)} = b^B, \quad a_3^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{\rho^B h}}, \quad a_4^{(2)} = b^3, \quad (35)$$

$$a_5^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{\rho^3 h}}.$$

Функція цілі $\Psi_0^{(2)}(a^{(2)})$ згідно з (14) і (35) описується так:

$$\Psi_0^{(2)}(a^{(2)}) \equiv \frac{4E_* (a_1^{(2)})^3}{9\pi} (a_2^{(2)} a_3^{(2)} + a_4^{(2)} a_5^{(2)}). \quad (36)$$

У свою чергу обмеження (16)–(19) відповідно до позначень (35) матимуть такий вигляд:

$$\Psi_1^{(2)}(a^{(2)}) \equiv a_2^{(2)} a_3^{(2)} - \frac{2(1-\mu)}{(3,4-\mu)} a_4^{(2)} a_5^{(2)} = 0,$$

$$\Psi_2^{(2)}(a^{(2)}) \equiv h_0 - a_1^{(2)} \leq 0,$$

$$\Psi_3^{(2)}(a^{(2)}) \equiv \frac{P_0}{2[\sigma]} - a_1^{(2)} a_2^{(2)} \leq 0, \quad (37)$$

$$\Psi_4^{(2)}(a^{(2)}) \equiv \frac{5P_0}{E_*} - a_2^{(2)} (a_3^{(2)})^2 (a_1^{(2)})^3 \leq 0,$$

$$\Psi_5^{(2)}(a^{(2)}) \equiv \frac{3P_0}{2[\sigma]} - a_4^{(2)} a_1^{(2)} \leq 0,$$

$$\Psi_6^{(2)}(a^{(2)}) \equiv \frac{5P_0}{E_*} - a_4^{(2)} (a_5^{(2)})^2 (a_1^{(2)})^3 \leq 0.$$

Оптимальний розв'язок знаходимо, використовуючи необхідні умови Куна–Таккера,

аналогічні умовам (20). У цьому випадку, як показує аналіз, активними обмеженнями є:

$$\Psi_i^{(2)}(\bar{a}^{(2)}) = 0, \quad i = \overline{1,5}. \quad (38)$$

Система п'яти рівнянь (38) дає змогу одержати оптимальні значення змінних проектування ($\bar{a}_j^{(2)}, j = \overline{1,5}$):

$$\bar{a}_1^{(2)} = h_0, \quad \bar{a}_2^{(2)} = \frac{P_0}{2[\sigma] h_0}, \quad \bar{a}_3^{(2)} = \frac{1}{h_0} \sqrt{\frac{10[\sigma]}{E_*}}, \quad (39)$$

$$\bar{a}_4^{(2)} = \frac{3P_0}{2[\sigma] h_0}, \quad \bar{a}_5^{(2)} = \frac{(3,4-\mu)}{2(1-\mu)} \frac{1}{3h_0} \sqrt{\frac{10[\sigma]}{E_*}}.$$

Таким чином, на основі рівностей (34), (35) і (39) одержуємо оптимальні значення геометричних розмірів пружних елементів:

$$\bar{h}^B = \bar{h}^3 = h_0, \quad \bar{b}^B = \frac{P_0}{2[\sigma] h_0}, \quad \bar{b}^3 = \frac{3P_0}{2[\sigma] h_0}, \quad (40)$$

$$\bar{\rho}^B = \frac{E_* h_0}{10[\sigma]}, \quad \bar{\rho}^3 = \frac{4(1-\mu)^2}{(3,4-\mu)^2} \frac{9E_* h_0}{10[\sigma]}.$$

Провівши розрахунок функції цілі, що відповідає розглянутому випадку, визначимо за формулами (36) і (39) її оптимальне значення:

$$\Psi_0^{(2)}(\bar{a}^{(2)}) = \frac{2P_0 h_0}{9\pi} \sqrt{\frac{10E_*}{[\sigma]}} \left[1 + \frac{(3,4-\mu)}{2(1-\mu)} \right]. \quad (41)$$

Необхідно відзначити, що якщо порівнювати оптимальні значення функцій цілі $\Psi_0(\bar{a})$, $\Psi_0^{(1)}(\bar{a}^{(1)})$ і $\Psi_0^{(2)}(\bar{a}^{(2)})$, визначених у трьох різних випадках оптимізації відповідно до формул (24), (33) і (41), то в результаті можна одержати таке співвідношення:

$$\Psi_0^{(1)}(\bar{a}^{(1)}) > \Psi_0^{(2)}(\bar{a}^{(2)}) > \Psi_0(\bar{a}). \quad (42)$$

Таким чином, співвідношення (42) показує, що найменша величина оптимального значення функції цілі досягається в найзагальнішому випадку оптимізації, коли всі геометричні розміри пружних елементів внутрішньої і зовнішньої рамок можуть мати різні значення.

Проведемо числовий розрахунок оптимальних параметрів пружних елементів у підвісі, що має такі характеристики:

- максимальне навантаження в осьовому і радіальному напрямках становить $P_0 = 50$ Н;

Таблиця. Числові значення оптимальних параметрів пружних елементів

Варіант оптимізації	Оптимальні параметри пружних елементів						Функція цілі $\Psi_0, \text{Н} \cdot \text{м}$
	Елементи внутрішньої рамки			Елементи зовнішньої рамки			
	$\bar{h}^B, \text{м}$	$\bar{b}^B, \text{м}$	$\bar{\rho}^B, \text{м}$	$\bar{h}^3, \text{м}$	$\bar{b}^3, \text{м}$	$\bar{\rho}^3, \text{м}$	
<i>Варіант 1.</i> Геометричні розміри пружних елементів $\bar{h}^B = \bar{h}^3; \bar{\rho}^B = \bar{\rho}^3$	$40 \cdot 10^{-6}$	$0,938 \cdot 10^{-3}$	$1,250 \cdot 10^{-3}$	$40 \cdot 10^{-6}$	$1,875 \cdot 10^{-3}$	$1,250 \cdot 10^{-3}$	0,0237
<i>Варіант 2.</i> Геометричні розміри пружних елементів $\bar{h}^B = \bar{h}^3$	$40 \cdot 10^{-6}$	$0,625 \cdot 10^{-3}$	$0,833 \cdot 10^{-3}$	$40 \cdot 10^{-6}$	$1,875 \cdot 10^{-3}$	$1,875 \cdot 10^{-3}$	0,0194
<i>Загальний випадок</i> геометричних розмірів пружних елементів	$40 \cdot 10^{-6}$	$0,541 \cdot 10^{-3}$	$1,111 \cdot 10^{-3}$	$40 \cdot 10^{-6}$	$1,875 \cdot 10^{-3}$	$2,500 \cdot 10^{-3}$	0,0186

- мінімальна товщина, що досягається в пружних елементах зовнішньої рамки, становить $h_0 = 40 \cdot 10^{-6} \text{ м}$;

- характеристиками матеріалу пружного підвісу ϵ :

модуль пружності $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$;

коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,20$;

допустима величина нормального напруження $[\sigma] = 10^9 \text{ Н/м}^2$.

Результати числового розрахунку оптимальних параметрів пружних елементів, проведеного за формулами (23), (32) і (40), наведені в таблиці.

Висновки

Проведені дослідження показали принципову можливість створення пружного підвісу, що має прийнятні габарити, перевантажувальну здатність і жорсткісні характеристики.

Отримані оптимальні розміри пружних елементів забезпечують лінійну рівножорсткість ідеалізованого підвісу і мінімально можливу кутову жорсткість щодо робочих осей підвісу.

Аналіз реальних конструкцій пружних підвісів показує, що для підвищення точності досліджень, які проводяться, необхідно враховувати кінцеву жорсткість рамок підвісу.

Виконані дослідження будуть впроваджені в розробку сучасних ДНГ типу ГВК-16, 17, 18.

И.В. Балабанов, Т.В. Балабанова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ИДЕАЛИЗИРОВАННОЙ КОНСТРУКЦИИ ПОДВЕСА ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАИВАЕМОГО ГИРОСКОПА

Показана принципиальная возможность создания упругого подвеса, который имеет приемлемые габариты, перегрузочную способность и жесткостные характеристики. Получены оптимальные размеры упругих элементов, обеспечивающие линейную равностойкость идеализированного подвеса и минимально возможную угловую жесткость относительно рабочих осей подвеса.

I.V. Balabanov, T.V. Balabanova

ON DETERMINING THE OPTIMAL ELASTIC PARAMETERS IN THE IDEALIZED CONSTRUCTION OF ELASTIC SUSPENSION OF DYNAMICALLY TUNED GYROSCOPES

We show the possibility of creating an elastic suspension of the reasonable size, loading capacity and stiffness characteristics. Moreover, we obtain the optimal size of the elastic elements, providing the linear equal-stiffness of an idealized suspension and minimal possible angular stiffness relative to the suspension axes.

1. *Бондар П.М., Бублик Г.Ф., Петренко С.Ф., Цисарж В.В.* Тенденції розвитку інерціальних системоорієнтації, навігації та керування рухом // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2000. – № 3. – С. 61–75.
2. *Виноградов Г.М., Темляков Н.А., Балабанов И.В., Балабанова Т.В., Степин В.И.* Исследование идеализированной конструкции упругого подвеса ДНГ типа ГВК-16 // Гироскопия и навигация: Науч.-техн. сб. – СПб., 2007. – № 4. – С. 60–68.
3. *Феодосьев В.И.* Соппротивление материалов. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
4. *Балабанов И.В., Балабанова Т.В.* Определение критической величины сжимающей силы прямолинейного стержня методом упругой шарнирной цепи // Сучасні проблеми аналітичної механіки: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. – К.: Ін-т математики НАН України, 2008. – 5, № 2. – С. 1–21.
5. *Аттеков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С.* Методы оптимизации: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 440 с.

Рекомендована Радою
НАЦ критичних технологій
навігаційного приладобудування
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
16 березня 2009 року