

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені Ігоря СІКОРСЬКОГО»

Л. О. Уривський
А. В. Мошинська
С. О. Осипчук

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЯХ

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня магістра/доктора філософії
за освітніми програмами
спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Рецензенти: Жук С.Я., д.т.н., проф., завідувач кафедри Радіотехнічних систем РТФ КПІ ім. Ігоря Сікорського
Лисенко О.І., д.т.н., проф., професор кафедри Телекомунікацій НН ІТС КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний редактор: Неруш В.Б., к.т.н., доц., доцент кафедри Інформаційно-комунікаційних технологій та систем НН ІТС КПІ ім. Ігоря Сікорського

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 6 від 24.06.2022 р.)
за поданням Вченої ради Навчально-наукового інституту телекомунікаційних систем
(протокол № 4 від 31.05.2022 р.)*

В навчальному посібнику представлений матеріал, що охоплює основи імітаційного моделювання систем і процесів, що відбуваються у телекомунікаційних системах на фізичному, каналному і мережевому рівнях згідно моделі взаємодії відкритих інформаційних систем. Матеріал представлено на основі як відомих відомостей із посібників, наукових монографій, що перелічено у бібліографічному списку, так із залученням оригінального матеріалу наукових статей, напрацювань кафедри Інформаційно-комунікаційних технологій та систем з відповідних методів імітаційного моделювання для дослідження процесів у телекомунікаційних мережах і системах на основі їх імітаційних моделей за допомогою обчислювальних засобів. Прийнятий у цьому посібнику конспективний стиль викладу матеріалу, при якому опускаються деякі деталі, передбачає звернення читача безпосередньо до першоджерел для поглибленого вивчення окремих питань.

Матеріали посібника апробовані при організації та проведенні занять за навчальними програмами підготовки магістрів та аспірантів, зокрема, із студентами Навчально-наукового Інституту телекомунікаційних систем КПІ ім. Ігоря Сікорського при вивченні навчальної дисципліни “Імітаційне моделювання систем і процесів”, які навчаються за програмами підготовки за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка».

Реєстр. № НП 21/22-646. Обсяг 8,4 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідectво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© Л. О. Уривський, А. В. Мошинська, С. О. Осипчук
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

3MICT

ВСТУП	8
Розділ 1 Принципи імітаційного моделювання	11
1.1 Види моделювання систем і процесів	11
1.2 Основні поняття імітаційного моделювання.....	12
1.2.1 Місце імітаційного моделювання серед інших видів моделювання. Методи моделювання.	12
1.2.2 Завдання імітаційного моделювання	16
1.2.3 Види імітаційного моделювання	16
1.2.4 Метод моделювання Монте-Карло	19
1.2.5 Критерії випадковості чисел.....	20
1.3 Етапи імітаційного моделювання і методика створення ІМ.....	21
1.4 Особливості імітаційних моделей складних систем.....	23
1.4.1 Поняття складної телекомунікаційної системи	23
1.4.2 Переваги імітаційного моделювання при дослідженні складних систем ..	26
1.4.3 Поняття «ефективності» функціонування складних систем	28
1.5 Сучасні програмні засоби для імітаційного моделювання	28
1.5.1 Застосування програмного засобу Microsoft Excel для ІМ.....	30
1.5.2 Застосування програмного засобу MatLab для ІМ	32
1.5.3 Алгоритми генераторів випадкових чисел.....	33
1.5.4 Основи користування сучасним ПЗ GPSS для ІМ.....	35
РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ТА ЛАБОРАТОРНОГО ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 1 «ПРИНЦИПИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ»	41
Практичне заняття1.1: «Ознайомлення з сучасним програмним забезпеченням для моделювання і метод Монте-Карло»	41
Лабораторна робота1.1: «Тестування генераторів випадкових чисел на ЕОМ»	42
Перелік питань по темі: «Основи теорії складних систем. Завдання імітаційного моделювання	43
Розділ 2 МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ	44
2.1 Закони розподілу значень випадкового процесу: місце в імітаційному моделюванні	44
2.2 Способи завдання випадкових процесів, що описують сигнали.	47
2.2.1 Способи формування випадкових чисел	48
2.2.1.1 Метод серединних квадратів	48
2.2.1.2 Лінійні конгруентні генератори	48
2.3 Формування безперервних випадкових величин	49

2.3.1	Формування безперервних випадкових величин з рівномірним розподілом	49
2.3.2	Формування безперервних випадкових величин з нормальним розподілом	50
2.3.3	Формування безперервних випадкових величин з експоненціальним розподілом	51
2.4	Моделювання випадкових подій	52
2.4.1	Моделювання випадкових подій з пуасонівським законом розподілу.....	52
2.4.2	Моделювання випадкових подій з біноміальним законом розподілу	55
2.5	Верифікація законів розподілу: показники і критерії.....	56
2.5.1	Перевірка гіпотези про закон розподілу за критерієм χ^2 -квадрат (Пірсона)	56
2.5.2	Перевірка гіпотези про закон розподілу за критерієм Колмогорова	58
2.5.3	Перевірка гіпотези про закон розподілу за критерієм Стюдента.....	61
2.5.4	Кількість експериментів та точність	64
РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ТА ЛАБОРАТОРНОГО ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 2 «МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ В ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ»		67
Практичне заняття 2.1: «Моделювання та верифікація законів розподілу випадкових величин»		67
Лабораторна робота 2.1: «Моделювання та верифікація законів розподілу випадкових величин»		68
Перелік питань за темою «Моделювання випадкових процесів».....		69
РОЗДІЛ 3 МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ ФІЗИЧНОГО РІВНЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ		70
3.1	Моделювання сигналів і завад у каналі телекомунікацій	70
3.1.1	Об'єкти моделювання систем зв'язку на фізичному рівні та їх математичні моделі. Аналітичний опис взаємодії сигналів та завад	70
3.1.2	Застосування імітаційного моделювання для вирішення завдань теорії завадостійкості	74
3.1.2.1	<i>Безперервні рівномірно розподілені випадкові числа у заданому інтервалі</i>	74
3.1.2.2	<i>Використання векторно-фазового методу для визначення ймовірності помилки передачі [12, 36].....</i>	74
3.2	Приклади математичних та імітаційних моделей сигналів і завад в каналах телекомунікацій.....	76
3.3	Моделювання процесів перетворення сигналів у приймально-передавальних трактах систем телекомунікацій.....	78
3.3.1	Етапи перетворення сигналів у приймально-передавальному тракті телекомунікаційної системи	78
3.3.1.1	<i>Загальна характеристика етапів перетворення сигналів у приймально-передавальному тракті телекомунікаційної системи</i>	78
3.3.1.2	<i>Особливості етапів перетворення сигналів у приймально-передавальному тракті з використання сигналів OFDM.....</i>	79

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

3.3.2 Побудова імітаційної моделі OFDM сигналу.....	84
3.3.3 Дослідження статистичних характеристик OFDM сигналу та перевірка гіпотези про закон розподілу	85
3.3.3.1 Гармонійні коливання та багатопозиційна модуляція.....	86
3.3.3.2 Математичний запис OFDM сигналу.....	87
3.3.3.3 Векторно-фазова діаграма OFDM сигналу.....	88
3.3.3.4 Часова діаграма групового OFDM сигналу	89
3.3.3.5 Функція розподілу амплітуд OFDM сигналу	90

РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ТА ЛАБОРАТОРНОГО ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 3 «МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ ФІЗИЧНОГО РІВНЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ»

92

Практичне заняття 3.1: «Векторно-фазовий метод для оцінки помилки прийнятого сигналу» 92

Лабораторна робота 3.1: «Моделювання сигналів і завад у каналі зв'язку» 100

Перелік питань за темою «Моделювання випадкових процесів. Моделювання об'єктів фізичного рівня моделі OSI»..... 102

Практичне заняття 3.2: «Моделювання процесів перетворення сигналів у приймально-передавальних трактах систем телекомунікацій» 103

Лабораторна робота 3.2: «Побудова імітаційної моделі OFDM сигналу»..... 112

Перелік питань за темою «Моделювання процесів перетворення сигналів у приймально-передавальних трактах систем телекомунікацій» 114

РОЗДІЛ 4 МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ КАНАЛЬНОГО РІВНЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ 115

4.1 Основи теорії систем масового обслуговування..... 115

4.1.1 Основні поняття СМО 115

4.1.2 Показники функціонування СМО і умова нормування. 117

Найпростіший приклад СМО з одним приладом обслуговування надано на рис. 4.1 [19, 34]. 117

4.1.3 Найпростіший потік..... 119

4.1.4 Основні характеристики СМО. Формули Літтла..... 123

4.2 Характеристики СМО різних типів 124

4.2.1 Порівняння характеристик СМО М/М/1 (без черги) і СМО М/М/1/1 (з чергою) 124

4.2.1.1 Аналітична модель СМО М/М/1 (без черги) 124

4.2.1.2 Аналітична модель СМО М/М/1/1 (з чергою)..... 124

4.2.1.3 Порівняння показників обслуговування СМО М/М/1 (без черги) і СМО М/М/1/1 (з чергою) 126

4.2.3 Аналіз характеристик СМО М/М/Н (без черги) та М/М/Н/г (з чергою)... 129

4.2.4 Моделювання багатопотокових СМО з пріоритетами и без пріоритетів. 131

4.2.4.1 СМО без пріоритетів 133

4.2.4.2	СМО з абсолютним пріоритетом	134
4.2.4.3	СМО з відносним пріоритетом	135
4.2.4.4	СМО з комбінованим пріоритетом.....	137
4.2.4.5	СМО з дообслуговуванням	139
РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНИХ ТА ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 4 «МОДЕЛЮВАННЯ ОБ’ЄКТІВ КАНАЛЬНОГО РІВНЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ»		141
Практичне заняття 4.1: «Моделювання СМО М/М/1».....		141
Лабораторна робота 4.1: «Моделювання системи масового обслуговування виду М/М/1 без очікування»		146
Перелік питань за темою «Моделювання об’єктів каналного рівня моделі OSI. Основи моделювання систем масового обслуговування-1»		149
Практичне заняття 4.2: «Моделювання СМО класів М/М/1/1, М/М/1/0/2 та М/М/2»		150
Лабораторна робота 4.2: «Моделювання систем масового обслуговування виду М/М/1/1 та М/М/2»		161
Перелік питань за темою «Моделювання об’єктів каналного рівня моделі OSI. Основи моделювання систем масового обслуговування-2»		164
РОЗДІЛ 5 МОДЕЛЮВАННЯ ОБ’ЄКТІВ МЕРЕЖЕВОГО РІВНЯ ТК СИСТЕМ		166
5.1	Приклади просторових моделей ТКС	166
5.1.1	Моделювання поширення хвиль у вільному просторі	170
5.1.2	Моделювання поширення сигналу в радіорелейній лінії	171
5.2	Взаємодія просторового та енергетичного факторів	172
5.2.1	Моделювання зони Френеля при розповсюдженні сигналу	172
5.2.2	Моделювання сигнальних конструкцій з урахуванням просторового фактору	174
5.2.3	Вплив просторового фактору на якість зв’язку за різних видів модуляції.....	177
5.3	Моделювання з метою визначення продуктивності системи передачі в зоні обслуговування.....	178
5.3.1	Продуктивність системи передачі.....	178
5.3.2	Методика розрахунку продуктивності системи.....	179
5.4	Підвищення структурної надійності системи за допомогою ретрансляторів.....	181
5.5	Модель та показники безпеки критичних інформаційно-комунікаційних керуючих систем	182
РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ТА ЛАБОРАТОРНОГО ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 5 «МОДЕЛЮВАННЯ ОБ’ЄКТІВ МЕРЕЖЕВОГО РІВНЯ ТК СИСТЕМ».....		188
Практичне заняття 5.1: «Просторові моделі телекомунікаційних систем»		188
Лабораторна робота 5.1: «Просторові моделі телекомунікаційних систем»		189
Перелік питань за темою 5: «Моделювання об’єктів мережевого рівня моделі OSI. Просторові моделі телекомунікаційних систем»		190
ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ПІДСУМКОВОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ «ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ТА ПРОЦЕСІВ»		192

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ЗАЛІКУ З ДИСЦИПЛІНИ «ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ТА ПРОЦЕСІВ».....	195
ЛІТЕРАТУРА	199

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Імітаційне моделювання систем і процесів» (ІМСіП) в телекомунікаційних (ТК) системах належить до циклу професійної та практичної підготовки та є профільною у підготовці фахівців із проектування інформаційно-телекомунікаційних систем та мереж. Дисципліна забезпечує студентам знання основ, методів, засобів імітаційного моделювання елементів телекомунікаційних мереж, на базі яких будуються телекомунікаційні засоби та системи.

Предмет навчальної дисципліни – постановка завдання *імітаційного моделювання* (ІМ), створення імітаційної моделі мовами ІМ, організація модельного експерименту з використанням сучасних інструментальних засобів для імітаційного ІМ на електронно-обчислювальній машині (ЕОМ).

Компетенції, що студенти набувають в ході вивчення дисципліни «Імітаційне моделювання», необхідні для збирання, обробки та аналізу інформації при моделюванні систем і мереж телекомунікацій, розуміння основних понять, підходів та прийомів, що використовуються для імітаційного моделювання телекомунікаційних мереж і систем, вміння розробляти імітаційні моделі процесів в телекомунікаційних системах для вирішення науково-дослідних завдань у цій області та ставити експериментальні дослідження з використанням імітаційних моделей і проводити статистичну обробку отриманих результатів.

Дисципліна “Імітаційне моделювання систем та процесів” має зв’язок з навчальними дисциплінами: вища математика, математична статистика, теорія ймовірності, теорія складних систем, теорія завадостійкості, основи теорії телекомунікацій, інформатика та обчислювальна техніка, основи наукових досліджень.

Застосування та потреба в імітаційному моделюванні у різних галузях, що обумовлює і показує актуальність дисципліни та її практичне застосування, показані на рис. 0.1.

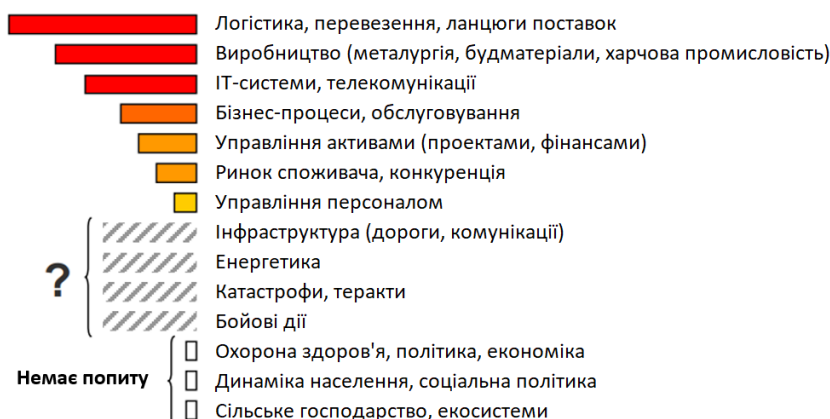


Рис.0.1. Попит на застосування та результати ІМСіП, зокрема, для телекомунікацій

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Мета та завдання дисципліни.

Метою вивчення навчальної дисципліни є отримання компетенцій, достатніх для самостійного імітаційного моделювання об'єктів та процесів телекомунікаційних систем, отримати цілісне уявлення про загальні принципи імітаційного моделювання телекомунікаційних систем та процесів.

Об'єктом вивчення є методологія, методики, методи і програмні засоби ІМ.

Предметом вивчення є постановка завдання ІМ, створення імітаційної моделі мовами імітаційного моделювання, організація модельного експерименту з використанням сучасних інструментальних засобів для ІМ на ЕОМ.

Завданнями навчальної дисципліни є:

- **Фундаментальна підготовка** студентів у галузі теорії ІМ;
- Побудова у студентів **навичок застосування** теорії ІМ та методів статистичної обробки результатів у дослідженні телекомунікаційних мереж і систем.

У результаті освоєння дисципліни студент повинен:

Знати:

- Основні поняття, підходи та прийоми, що використовуються для ІМ телекомунікаційних мереж і систем;
- Сучасні засоби ІМ телекомунікаційних систем;

Вміти:

- Розробляти імітаційні моделі процесів в телекомунікаційних системах для вирішення науково-дослідних завдань у цій області;
- Ставити експериментальні дослідження з використанням імітаційних моделей і проводити статистичну обробку отриманих результатів;

Володіти:

- Навичками програмування імітаційних моделей в сучасних середовищах для ІМ (Matlab, GPSS, тощо);
- Навичками постановки експериментальних досліджень для вирішення науково-дослідних завдань в галузі телекомунікаційних мереж і систем.

В подальшому викладанні використано наступні визначення базових понять:

- **Метод** – систематизована та узагальнена сукупність кроків, які потрібно здійснити, щоб виконати певну задачу чи досягти певної мети.
- **Спосіб** – дія або послідовність дій, що дають можливість досягти певного результату.

- **Методика** – конкретизована процедура для проведення будь-яких націлених дій.
- **Алгоритм** – точний і повний опис послідовності виконання кінцевих дій, необхідних для вирішення задачі даного типу.
- **Методологія** – учення про методи, які використовуються в певних науках (наприклад, *методологія наукових досліджень*).

В посібнику після кожного розділу надаються рекомендації до виконання **практичних і лабораторних** занять.

Практичне заняття – це форма навчального заняття, при якій викладач організує детальний розгляд студентами окремих теоретичних положень навчальної дисципліни та формує вміння і навички їх практичного застосування шляхом індивідуального виконання студентом відповідно сформульованих завдань. Практичні заняття проводяться в аудиторіях або в навчальних лабораторіях, оснащених необхідними технічними засобами навчання, обчислювальною технікою. Практичне заняття включає:

- проведення попереднього **контролю знань**, умінь і навичок студентів;
- постановку **загальної проблеми** викладачем та її обговорення за участю студентів;
- розв’язування **завдань** з їх обговореннями;
- розв’язування **контрольних завдань**, їх перевірку, оцінювання.

Лабораторне заняття – форма навчального заняття, при якому студент під керівництвом викладача особисто проводить натурні або імітаційні експерименти чи досліди з метою практичного підтвердження окремих теоретичних положень навчальної дисципліни, набуває практичних навичок роботи з лабораторним устаткуванням, обладнанням, обчислювальною технікою, вимірювальною апаратурою, методикою експериментальних досліджень. Лабораторне заняття проводиться у спеціально обладнаних лабораторіях з використанням устаткування, пристосованого до умов навчального процесу, або ж на основі програмного забезпечення ЕОМ студента. Лабораторне заняття включає:

- проведення **поточного контролю** з підготовленості студентів до виконання конкретної лабораторної роботи;
- виконання **завдань теми заняття**;
- оформлення індивідуального **звіту** з виконаної роботи;
- **захист звіту** перед викладачами.

Розділ 1 ПРИНЦИПИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

1.1 Види моделювання систем і процесів

Модель – це сутність чи об’єкт, який відображає процеси, що протікають в реальних системах, за допомогою подібних за своїми властивостями математичних або натурних засобів.

Моделювання – це засіб пізнання дійсності, який дозволяє досліджувати складні процеси і явища на основі експериментів не з реальною системою, а з її моделлю.

На рис. 1.1 показано класифікацію видів моделювання [3-4].

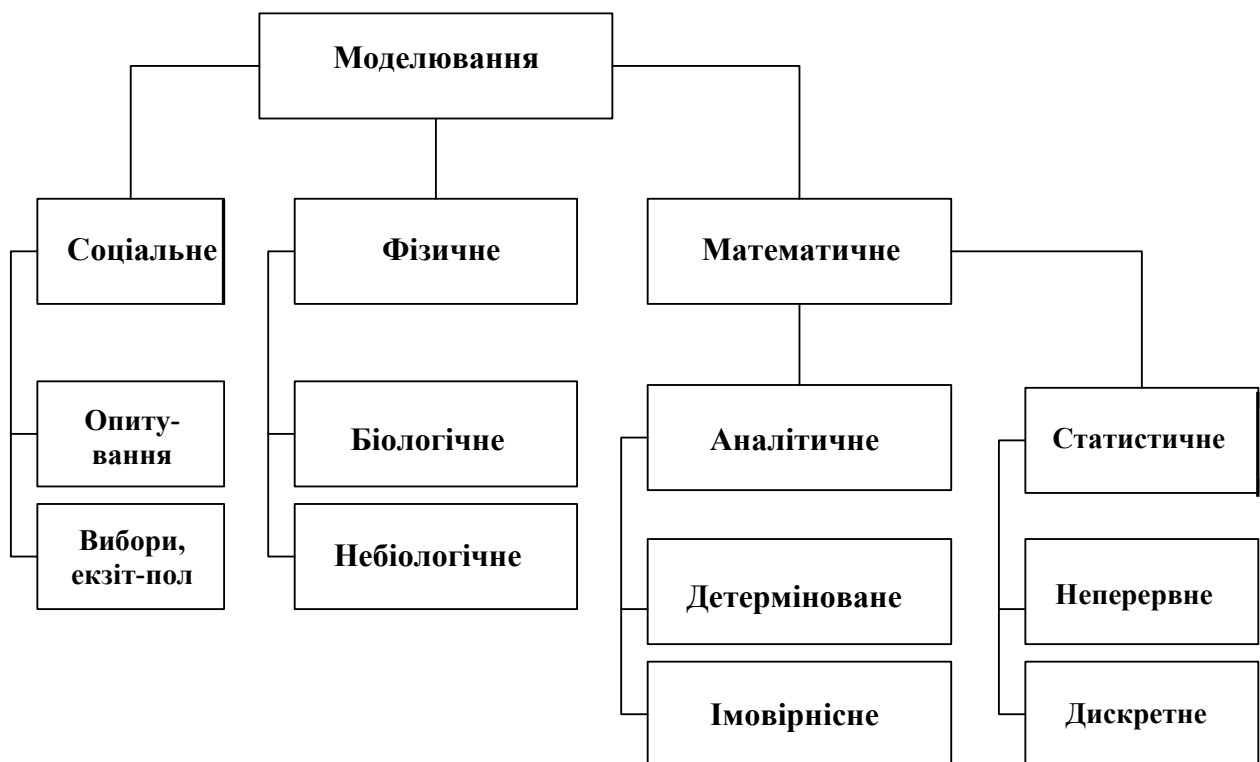


Рис. 1.1. Класифікація видів моделювання

Метою моделювання є прийняття адекватних рішень.

Комп'ютерне моделювання стає найбільш актуальним і важливим етапом в ухваленні рішень у всіх сферах діяльності людини, управлінні процесами та отриманні бажаного результату. Тому знання концепцій і методів моделювання, принципів побудови моделей, і вибору засобів їх реалізації, використовуючи при цьому сучасні програмні продукти, є на сьогоднішній день необхідними для підтримки прийняття рішень керівником, інженером, бізнес-аналітиком і ін. [4].

Адекватність (від лат. Adaequatus – прирівняний, рівний) моделі – **збіг** властивостей (функцій / параметрів / характеристик і т.п.) моделі і відповідних властивостей модельованого об'єкта.

Адекватністю називається збіг моделі, що моделюється, стосовно мети моделювання.

Універсального загального способу побудови адекватних моделей не існує.

Отже, моделювання – це процес заміщення досліджуваного об'єкта іншим з метою **отримання інформації** про найважливіші властивості **об'єкта-оригіналу** за допомогою **об'єкта-моделі**, тобто моделювання може бути вирішене як представлення об'єкта моделлю для отримання інформації про цей об'єкт шляхом проведення експериментів з його моделлю. В основі моделювання лежить **теорія подібності**, яка стверджує, що абсолютна подібність може мати місце лише при заміні одного об'єкта іншим точно таким же. При моделюванні абсолютна подібність не має місця, тому необхідно прагнути до того, щоб модель досить добре відображала досліджувану сторону функціонування об'єкту [4].

1.2 Основні поняття імітаційного моделювання

1.2.1 Місце імітаційного моделювання серед інших видів моделювання. Методи моделювання.

Методи моделювання:

- Натурні або фізичні випробування (дослідження).
- Аналітичне моделювання.
- Імітаційне моделювання.
- Комбіновані методи моделювання.

Науковою основою моделювання служить теорія подібності, в окремому випадку – в разі **фізичного і аналогового моделювання** – теорія, в якій основним є **схожість** об'єктів за їх якісними і кількісними ознаками [4].

Фізична аналогія – подібність при наявності фізичного аналога.

Натурне (фізичне) моделювання:

- Вимірювання характеристик здійснюється на досліджуваних системах в реальному часі (проведення експериментів).
- Дані дослідник отримує, проводячи спостереження за процесами в реальній системі.

Переваги фізичного моделювання:

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

- Висока адекватність моделі реальної системи.
- Висока точність результатів.

Недоліки фізичного моделювання:

- Висока вартість створення моделі.
- Великі тимчасові витрати.
- Необхідність доопрацювання окремих вузлів реальної системи для проведення натурних експериментів.

Приклад: дослідження характеристик надійності автомобілів (crash test).

Основним видом **кількісної аналогії** є поняття **математичної аналогії**. Це аналогія форми рівнянь і аналогія співвідношень між змінними в рівняннях оригіналу і моделі. Константи подібності – безрозмірні величини, але результат дослідження передбачає розкриття фізичного змісту самих рівнянь.

Окремі випадки математичної аналогії – **геометрична, часова** [2].

Геометрична аналогія являє собою подобу **просторових пропорцій** частин об'єкта, подобу геометричних образів.

Часова аналогія являє собою подобу функції часу, при якому константа подібності показує, в якому відношенні до неї знаходяться такі параметри, як період, затримка.

Серед процедур **математичного моделювання** можна виділити **аналітичне, чисельне, імітаційне та статистичне**. Три останніх перелічених видів моделювання часто відносять до категорії **комп'ютерного**, зважаючи на складність їх реалізації без ЕОМ [1].

Аналітичне моделювання характеризується описом функціонування елементів деякими певними математичними співвідношеннями.

Чисельне моделювання має на увазі використання будь-якого чисельного методу (що дозволяє звести рішення до виконання кінцевого числа арифметичних дій).

Статистичне моделювання дозволяє отримувати статистичні дані про процеси в моделюється системі.

Аналітичне моделювання

Аналітична модель – відносне (обумовлене) наближення до дійсності.

Модель представляється сукупністю аналітичних виразів, які відображають явні функціональні залежності між параметрами реальної системи в процесі її роботи:

- Лінійні і нелінійні рівняння.
- Диференціальні та інтегральні рівняння.
- Імовірнісні залежності (як в моделях СМО).

Переваги аналітичного моделювання:

- Простота і низька вартість моделі.
- Можливість швидко отримати чисельні результати.

Недоліки аналітичного моделювання:

- Велике число припущень і обмежень
- Не висока точність результатів.
- Відносна відповідність результатів певним умовам.
- Велика складність аналітичного опису функціональних залежностей.

Імітаційне моделювання

Імітаційне моделювання – це окремий випадок математичного моделювання. Існує клас об'єктів, для яких з різних причин не розроблені аналітичні моделі, або не розроблені методи рішення отриманої моделі. У цьому випадку математична модель замінюється імітатором або імітаційною моделлю.

Експериментування з моделлю називають **імітацією** (імітація – це осягнення суті явища, не вдаючись до експериментів на реальному об'єкті).

Імітаційне моделювання – це метод дослідження, при якому система, що вивчається, замінюється моделлю, яка з достатньою точністю описує реальну систему і з якою проводяться експерименти з метою отримання інформації про властивості цієї системи [4].

Імітаційна модель – це логіко-математичний опис об'єкта, який може бути використано для експериментування на комп'ютері в цілях проектування, аналізу та оцінки функціонування об'єкта.

Метод імітаційного моделювання – метод конструювання моделі реальної системи і постановки експериментів на цій моделі з метою дослідити її поведінку або оцінити різні стратегії, що забезпечують функціонування даної системи. При цьому необхідно відобразити структуру системи (опис елементів і зв'язків між ними) і описати її поведінку за допомогою станів і моментів переходів між цими станами. Стан системи в кожен момент часу можна визначити як безліч значень її параметрів в цей момент часу [3]. Зміна значень параметрів можна вважати переходом в інший стан. Зовнішнє середовище задається за допомогою вхідних даних. При необхідності моделювання імовірнісних систем і процесів в ІМ включається і статистичне моделювання (метод Монте-Карло).

Одним з основних видів імітаційного моделювання є **статистичне імітаційне моделювання**.

Метод статистичного імітаційного моделювання – це спосіб вивчення складних процесів і систем, схильних до випадковим збурень, за допомогою імітаційних моделей.

Імітаційне статистичне моделювання являє собою чисельний метод проведення на ЕОМ обчислювальних експериментів з математичними моделями,

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

що імітують поведінку реальних об'єктів, процесів і систем в часі протягом заданого періоду.

Переваги ІМ:

- Висока адекватність між фізичною суттю описуваного процесу і його моделлю.
- Можливість описати складну систему на досить високому рівні деталізації.
- Значно більше областей дослідження, ніж аналітичне моделювання.
- Відсутність обмежень відображення в моделі залежностей між параметрами моделі.
- Можливість оцінки функціонування системи не тільки в стаціонарних станах, але і в перехідних режимах (процесах).
- Отримання великого числа даних про досліджуваний об'єкт (функцію розподілу випадкових величин, числові значення абсолютні і відносні, і багато іншого).
- Найбільш раціональне ставлення «результат – витрати» по відношенню до аналітичного і фізичного моделювання.
- Доступність і розвиненість інструментів моделювання.

Недоліки ІМ:

- Досить великі витрати часу і коштів на побудову адекватної моделі.
- Труднощі і навіть неможливість обліку в моделі деяких важливих особливостей реальної системи.
- Складна оцінка ступеня точності моделі, її адекватності досліджуваного процесу.
- Відносно високі вимоги до кваліфікації дослідника для моделі.

Комбіновані методи моделювання [4]

- Модель представляється в комбінації методів моделювання.
- Найбільш широко застосовуються імітаційно-аналітичні моделі.
- Ступінь застосування методів моделювання визначає дослідник, виходячи з поставлених завдань, наявних ресурсів (знань, комп'ютера) і часу на проведення дослідницької роботи.

Основні умови вибору методу моделювання:

- Постановка завдання.
- Склад, характер і обсяг вихідних даних.
- Час на рішення дослідницького завдання.

1.2.2 Завдання імітаційного моделювання

Завдання, які вирішуються за допомогою імітаційного моделювання, можна розділити на 4 види [2]:

- **прямі** завдання аналізу, при вирішенні яких досліджувана система задається параметрами своїх елементів і параметрами вихідного режиму, структурою або рівняннями, коли потрібно визначити реакцію системи на діючі сили;
- **зворотні** завдання аналізу, які за відомою реакції системи вимагають знайти обумовлення, що змусили розглянуту систему прийти до даного стану і даної реакції;
- завдання **синтезу**, що вимагають знаходження таких параметрів, при яких процеси в системі матимуть бажаний з яких-небудь міркувань характер;
- **індуктивні** завдання, вирішення яких має на меті перевірку гіпотез, уточнення рівнянь, що описують процеси, що відбуваються в системі, з'ясування властивостей цих елементів, налагодження програм (алгоритмів) для розрахунків на комп'ютері.

Імітаційне моделювання може застосовуватися в самих різних сферах діяльності.

Найчастіше імітаційне моделювання ефективно у напрямках:

- проектування і аналіз виробничих систем;
- проектування і аналіз роботи транспортних систем, наприклад аеропортів, автомагістралей, портів і метрополітену;
- оцінка проектів створення різних організацій масового обслуговування, наприклад центрів обробки замовлень, закладів швидкого харчування, лікарень, відділень зв'язку;
- модернізація різних процесів в діловій сфері;
- визначення політики в системах управління запасами;
- аналіз фінансових і економічних систем;
- оцінка різних систем озброєнь і вимог до їх матеріально-технічного забезпечення.

Що стосується завдань дослідження телекомунікаційних систем, то прикладами типових являються завдання:

- визначення вимог до обладнання і протоколам мереж зв'язку;
- визначення вимог до апаратного та програмного забезпечення різних комп'ютерних систем.

1.2.3 Види імітаційного моделювання

Дискретно-дієве моделювання – підхід до моделювання, що пропонує абстрагуватися від безперервної природи подій і розглядати тільки основні події, що моделюється, такі як: «стан об'єкта», «стан заважаю чого впливу» та інші. Дискретно-дієве моделювання має величезну сферу додатків: від **систем масового обслуговування (СМО)** до пристроїв **обробки сигналів**. Цей вид

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

моделювання найбільш підходить для моделювання процесів в телекомунікаційних мережах [3,19].

Наприклад, в телекомунікаційних системах, робота яких відображається **моделями СМО**, реєструються такі процеси:

- Надходження заявок.
- Вибір обслуговуючих пристроїв.
- Обслуговування.
- Звільнення.

Відповідно, для відображення цих процесів в ІМ повинні бути кошти, що дозволяють імітувати

- Вхідний потік заявок.
- Управління / розподілом заявок.
- Обслуговування.
- Вихідний потік заявок.
- Статистичну обробку вхідних і вихідних параметрів.

Системна динаміка – метод моделювання, при якому досліджувана система будується на основі графічних діаграм причинних зв'язків і впливів одних параметрів на інші в часі, а потім створена на основі цих діаграм модель імітується на комп'ютері. За допомогою методу системної динаміки будують моделі процесів обслуговування [3].

Агентне моделювання – відносно новий (1990-2000-ті роки) напрямок в імітаційному моделюванні, яке використовується для дослідження децентралізованих систем, динаміка функціонування яких визначається не глобальними правилами і законами (як в інших парадигмах моделювання), а навпаки, коли ці глобальні правила і закони є результатом індивідуальної активності членів групи [22]. Мета агентних моделей – отримати уявлення про ці глобальні правила, загальну поведінку системи, виходячи з припущень про індивідуальну, приватну поведінку її окремих активних об'єктів і взаємодії цих об'єктів в системі. **Агент** – деяка сутність, що володіє активністю, автономною поведінкою, може приймати рішення відповідно до деякого набору правил, взаємодіяти з оточенням, а також самостійно змінюватися.

На рисунку 1.2. відображено особливості всіх трьох підходів до імітаційного моделювання.

Рисунок 1.3. ілюструє підходи до обрання відповідного виду імітаційного моделювання за рівнем абстракції.

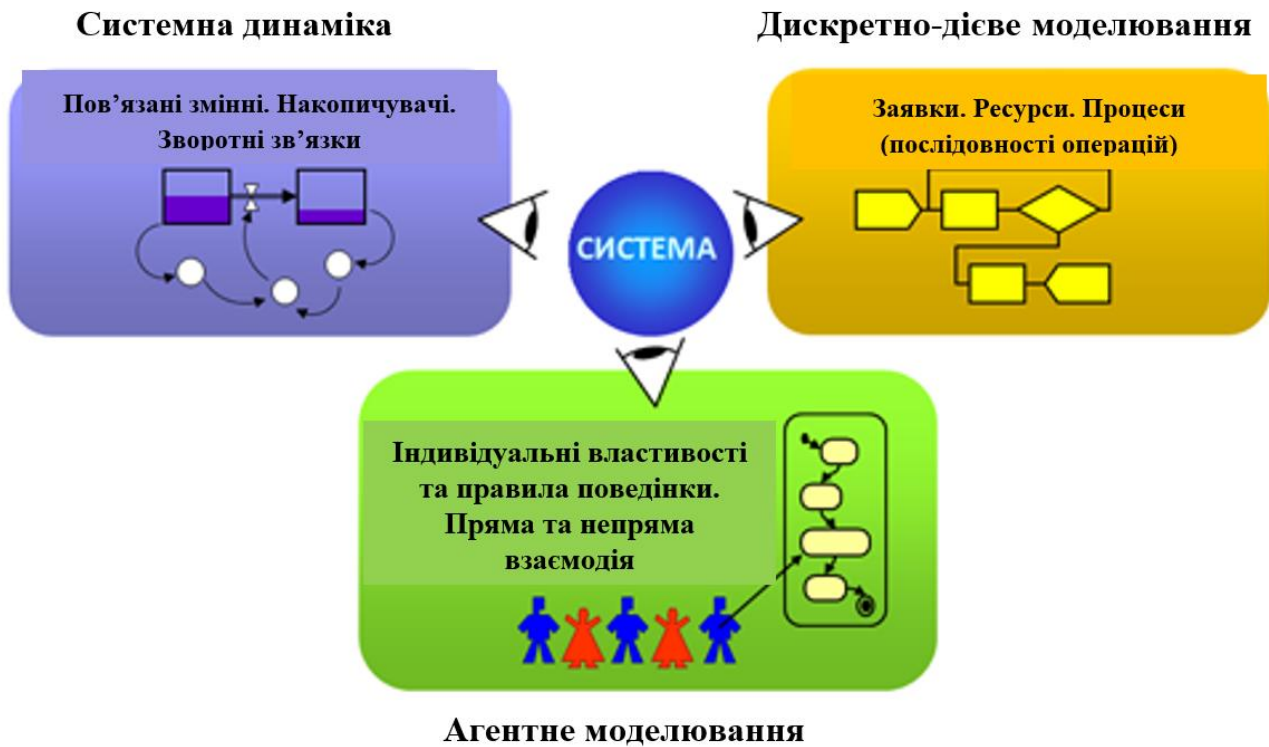


Рис. 1.2. Три підходи до імітаційного моделювання

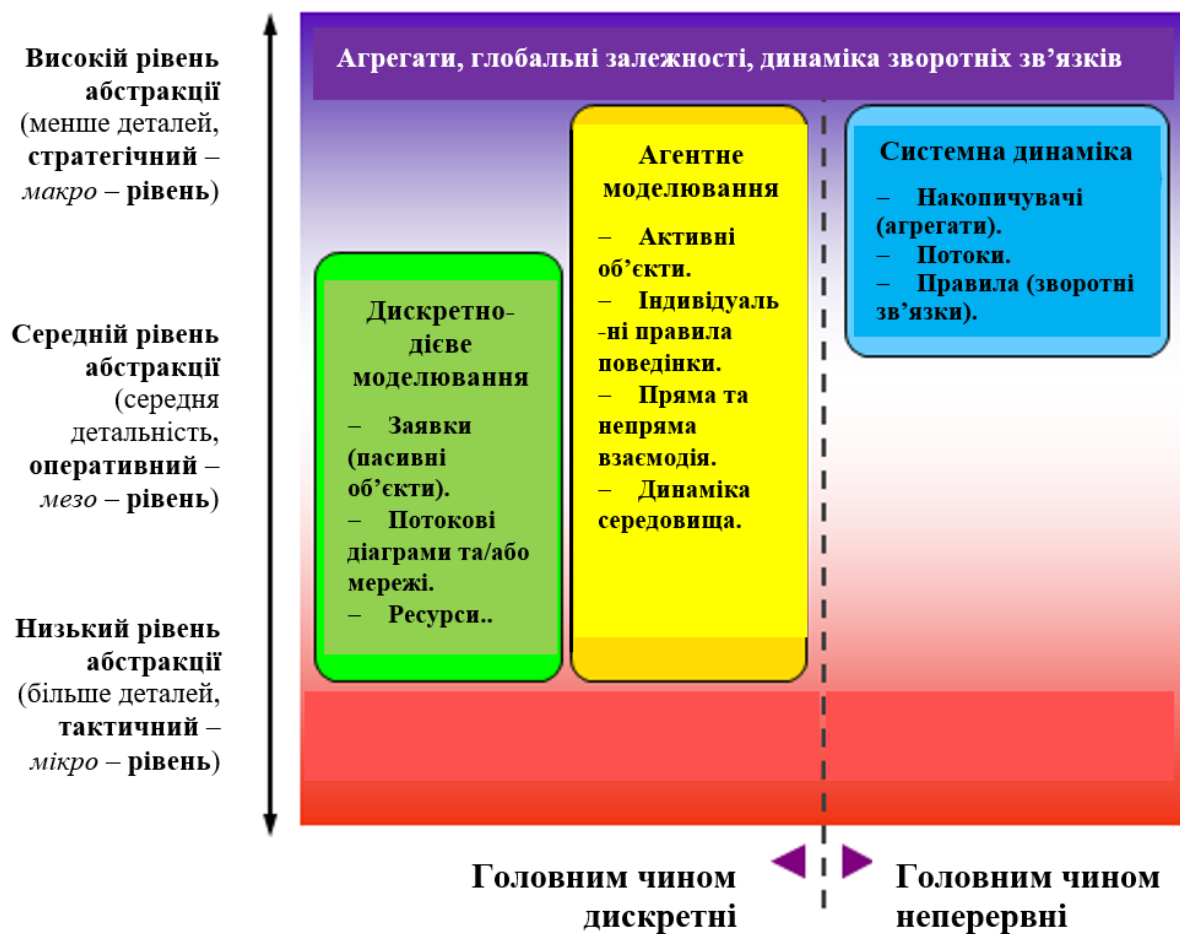


Рис. 1.3. Підходи до імітаційного моделювання за рівнем абстракції [22]

1.2.4 Метод моделювання Монте-Карло

При реалізації на ЕОМ статистичного імітаційного моделювання виникає задача отримання на ЕОМ випадкових числових послідовностей із заданими імовірнісними характеристиками.

Метод Монте-Карло – чисельний метод рішення математичних задач за допомогою моделювання випадкових величин з заданими законами розподілу, розроблений в 1949 р. Дж. Нейманом і С. Улама.

Сутністю методу Монте-Карло є застосування будь-якого *генератора рівномірно розподілених випадкових чисел* [17].

Метод Монте-Карло ще називають методом статистичних випробувань.

У методі статистичних випробувань дані експериментів виробляються штучно за допомогою генератора випадкових чисел. *Генератором може бути колесо рулетки, таблиця, програма або будь-який інший джерело рівномірно розподілених випадкових чисел.*

При обчисленнях методом Монте-Карло статистичні результати виходять шляхом повторюваних випробувань.

Імовірність того, що ці результати відрізняються від справжніх не більше ніж на задану величину, є функція кількості випробувань.

Метод Монте-Карло є сукупністю формальних процедур, за допомогою яких **відтворюються будь випадкові фактори** (випадкові події, випадкові величини з довільним розподілом і т.п.) [2].

Вплив **випадкових факторів** на систему моделюється за допомогою **випадкових чисел**.

У різних завданнях, що зустрічаються при створенні складних систем, можуть використовуватися величини, значення яких визначаються випадковим чином. Прикладами таких величин є [20, 21]:

- випадкові моменти часу, в які надходять замовлення на фірму;
- завантаження виробничих ділянок;
- надходження дзвінків від абонентів мобільної мережі телефонного зв'язку та ін.

Згідно з методом Монте-Карло, проектувальник може моделювати роботу тисяч складних систем, керуючих тисячами різновидів подібних процесів, і вивчати поведінку всієї групи, обробляючи статистичні дані.

Інший спосіб застосування цього методу полягає в тому, щоб моделювати поведінку системи управління на дуже великому проміжку модельного часу (кілька років), причому астрономічний час виконання моделює програми на комп'ютері може скласти частки секунди.

Отримання вибірок за методом Монте-Карло є основним принципом імітаційного моделювання систем зі стохастичними (ймовірними) елементами.

Створювати і використовувати імітаційні моделі з імовірнісними елементами доцільно лише тоді, коли випадкові чинники повністю описані за допомогою відповідних характеристик (ймовірність, щільність розподілу ймовірностей і т.п.). Ці характеристики вивчаються на базі емпіричних даних, зібраних або при систематизації наявних звітних матеріалів, або в результаті обробки спеціально поставлених експериментів.

Термін «метод Монте-Карло» не є синонімом терміну «імітаційне моделювання», тому що імітаційне моделювання – це більш широке поняття, де метод Монте-Карло є важливим, але далеко не єдиним методичним компонентом імітаційного моделювання.

Перевагою методу Монте-Карло є те, що отримана в результаті моделювання інформація за своєю природою аналогічна тій інформації, яку можна було б отримати в процесі дослідження реальної системи, однак обсяг її значно більший, і на її отримання витрачається менше коштів і часу.

Недоліком методу Монте-Карло є те, що він дозволяє визначати шукані величини, усереднені за якимось кінцевим обсягом. До того ж, метод Монте-Карло вимагає великого обсягу обчислень (точність розрахунку залежить від кількості підрахованих подій і, відповідно, від кількості змодельованих історій).

Однак, постійний розвиток обчислювальної техніки нівелює останній недолік. Крім того, метод Монте-Карло досить легко реалізується за допомогою паралельних обчислень.

1.2.5 Критерії випадковості чисел

Генератор псевдовипадкових чисел (ГПВЧ) – алгоритм, який породжує послідовність чисел, елементи якої майже незалежні один від одного.

Від якості використовуваних ГПВЧ безпосередньо залежить *якість одержуваних результатів*. Ця обставина підкреслює відомий афоризм математика Роберта Кав'ю: «генерація випадкових чисел занадто важлива, щоб залишати її на волю випадку» [26].

Фізичні джерела випадкових чисел. Джерела справжніх випадкових чисел знайти вкрай важко. Фізичні шуми, такі, як детектори подій іонізуючої радіації, дробовий шум в резисторі або космічне випромінювання, можуть бути такими джерелами. Однак застосовуються такі пристрої рідко.

Показники випадковості:

- Математичне сподівання.
- Дисперсія.
- Перевірка на серії.
- Відповідність виду розподілу.

Для використання методу Монте-Карло необхідні рівномірно розподілені випадкові числа (РВЧ) в діапазоні $[0, 1]$. Розглянемо властивості цих чисел.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Якщо випадкова величина має рівномірний розподіл на відрізку $[a, b]$, то її щільність розподілу ймовірності має вигляд:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{для } x < a, \\ 1/(b-a), & \text{для } a \leq x \leq b, \\ 0, & \text{для } x > b. \end{cases}$$

Математичне сподівання та дисперсія випадкової величини:

$$m(x) = \frac{a+b}{2},$$
$$\sigma^2(x) = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Отже, для випадкової величини в діапазоні $[0, 1]$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{для } x < 0, \\ 1, & \text{для } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{для } x > 1. \end{cases}$$
$$m(x) = \frac{1}{2},$$
$$\sigma^2(x) = \frac{1}{12}.$$

1.3 Етапи імітаційного моделювання і методика створення ІМ

Методика побудови імітаційних моделей складається з трьох етапів:

1. Визначення методології імітації – постановка задачі, підготовка даних, побудова моделі, оцінка адекватності.
2. Організація імітаційного експерименту – планування експерименту, експериментування.
3. Обробка результатів, документування.

Процедура імітаційного моделювання, як особлива інформаційна технологія, складається з наступних **основних** етапів [30].

1. Точне формулювання мети дослідження. Збір інформації та даних.
2. **Структурний аналіз** модельованих процесів. Проводиться формалізація структури складного реального процесу шляхом розкладання його на підпроцеси, що виконують певні функції і мають взаємні функціональні зв'язку згідно з легендою, розробленої робочою експертною групою. Виявлені підпроцеси, в свою чергу, можуть поділятися на інші функціональні підпроцеси.

Структура загального модельованого процесу може бути представлена у вигляді графа, що має ієрархічну багатoshарову структуру, в результаті якої з'являється формалізоване зображення імітаційної моделі в графічному вигляді.

Структурний аналіз особливо ефективний при моделюванні економічних процесів, де (на відміну від технічних) багато складових підпроцеси не мають фізичної основи і протікають віртуально, оскільки оперують з інформацією, грошима і логікою (законами) їх обробки.

3. Формалізований опис моделі. Графічне зображення імітаційної моделі, функції, виконувані кожним підпроцесом, умови взаємодії всіх підпроцесів і особливості поведінки модельованого процесу (тимчасова і просторова динаміка) можуть бути описані на спеціальній мові для подальшої трансляції в модель [4].

4. Розробка і побудова моделі. Зазвичай це трансляція і редагування зв'язків (складання моделі), верифікація (калібрування) параметрів.

– Розробка концептуальної моделі. Для перевірки компонентів моделі застосовуються кількісні методи: графіки, критерії згоди і ін.

– Перевірка концептуальної моделі на адекватність поставленим завданням і виконання структурного критичного аналізу.

– Переклад концептуальної моделі за допомогою програмних засобів в машинне подання.

5. Верифікація запрограмованої моделі. На цьому етапі виконуються аналіз чутливості та валідація вихідних даних імітаційної моделі (якщо реальна система існує, для порівняння вихідних даних моделі і реальної системи застосовуються статистичні методи).

Верифікація (перевірка) параметрів і об'єктів моделі виконується відповідно до опису, на підставі якого побудована модель, за допомогою спеціально обраних тестових прикладів [30].

Найчастіше імітаційне моделювання використовується у випадках, коли аналітичне вирахування в межах створюваної моделі неможливо.

Одним із дієвих способів верифікації імітаційної моделі є так звана «**аналітична оболонка**» – збіг результатів імітаційного моделювання із відповідним аналітичним моделюванням.

Наприклад, в теорії масового обслуговування аналітичні моделі існують переважно в просторі припущення про пуасонівські вхідні потоки та потоки обслуговування при експонентному розподілі часу обслуговування. Метою імітаційного моделювання може бути дослідження випадку не експонентного розподілі часу обслуговування (рівномірного розподілу, детермінованого значення часу обслуговування тощо).

В цьому випадку слід перевірити адекватність імітаційної моделі через підстановку у вхідні параметри моделі умов аналітичної моделі. Збіг результатів обох видів моделювання свідчить про адекватність імітаційної моделі.

– Якщо адекватність моделі не підтверджується, в залежності від виявленої помилки необхідно повернутися до першого, другого або третього кроку.

6. Проведення експерименту для розрахунку певних параметрів реального процесу.

7. Статистична обробка отриманих результатів. Документування і представлення отриманих результатів.

1.4 Особливості імітаційних моделей складних систем

1.4.1 Поняття складної телекомунікаційної системи

Поняття системи. У загальному випадку під *системою* розуміють функціонально завершену **сукупність елементів** і їх **взаємних зв'язків**, властивості яких не тотожні сумі властивостей утворюючих її елементів.

Під функціональною завершеністю розуміється властивість системи виконувати конкретну задачу (мати завершену функцію).

Поняття складної системи. Вивчення процесів функціонування великих виробничих комплексів з автоматизованим управлінням, систем обробки інформації та управління зумовило виникнення поняття *складної системи* [22] і привело до постановки цілого ряду специфічних проблем математичного і технічного характеру, що в останні роки залучають увагу широкого кола дослідників.

При формальному підході до складних систем елементом вважається об'єкт, який не підлягає подальшому розчленуванню на частини (при даному розгляді системи). Внутрішня структура елемента не є предметом вивчення. Істотними є тільки такі властивості елемента, які визначають його взаємодію з іншими елементами системи або впливають на властивості системи в цілому.

Будь-яка **сукупність елементів** даної системи може розглядатися як її *підсистема*. Зазвичай підсистеми є деякими самостійно функціонуючими частинами системи.

Основні відмінні ознаки складних систем [22]:

1. Наявність великої кількості взаємно пов'язаних не взаємодіючих між собою елементів.
2. Складність функції, що виконується системою, і спрямована на досягнення заданої мети функціонування.
3. Можливість розбиття системи на підсистеми, мета функціонування яких підпорядкована спільній меті функціонування всієї системи.
4. Наявність управління (часто має ієрархічну структуру), розгалуженої інформаційної мережі та інтенсивних потоків інформації.
5. Наявність взаємодії із зовнішнім середовищем і функціонування в умовах впливу випадкових факторів.

Віднесення тієї чи іншої реальної системи до розряду «складних» або «простих» досить умовно і багато в чому визначається завданнями дослідження системи.

Будемо **вважати дану систему складною** системою в тому випадку, коли в силу властивостей самої системи і за характером завдань, що виникають при її дослідженні, необхідно брати до уваги наявність у системі великої кількості взаємно пов'язаних і взаємодіючих між собою елементів, які забезпечують виконання системою деякої досить складної функції.

Для фахівців інформаційного профілю одним з фундаментальних понять є **технічна система**– система, реалізована технічними засобами.

Інформаційна система – це **технічна система**, призначена для дій з інформацією або впливу на інформацію (в суб'єктивному сенсі) [8].

Базовим в телекомунікаціях є термін **інформація**.

У загальновживаному сенсі під **інформацією** розуміють будь-яку сукупність відомостей про прояв матеріального світу.

Однак в технічних додатках частіше використовують **суб'єктивний підхід** до поняття **інформація**. Тоді під **інформацією** розуміється сукупність відомостей, що отримують як **суб'єкт** із проявів матеріального світу.

Суб'єктивний підхід до поняття інформація полегшує постановку і вирішення конкретних завдань. Зокрема, вводиться поняття інформаційне середовище, як розглянута суб'єктом частина матеріального світу з точки зору вилучення необхідної йому інформації. Сам суб'єкт стає користувачем даного інформаційного середовища.

Інформаційні системи можна класифікувати за призначенням (рис. 1.4).

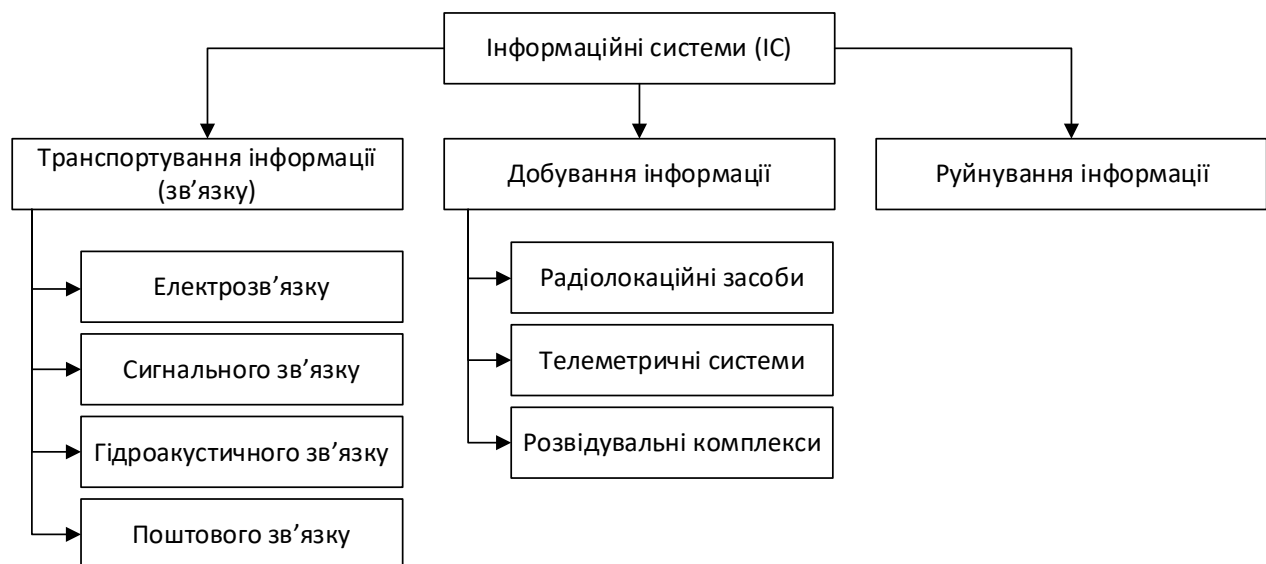


Рис. 1.4. Класифікація інформаційних систем за призначенням

Інформаційна система, яка призначена для **транспортування** (передачі) інформації, називається **системою зв'язку** (в широкому сенсі).

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Прикладом інформаційної системи (ІС) **добування інформації** є радіолокаційні засоби (РЛЗ), телеметричні системи, розвідувальні комплекси.

Інформаційними системами **руйнування інформації** можуть виступати системи формування комп'ютерних вірусів і спаму, а також засоби радіоелектронної боротьби, які руйнують сигналами-перешкодами інформаційні сигнали, нав'язують хибні повідомлення.

Подальше пристосування користувача до процесу отримання інформації призводить до поняття **повідомлення**, як конкретної **форми пред'явлення інформації**, обраній суб'єктом або обумовленої природою інформаційного середовища.

Користувачеві необхідні **матеріальні переносник повідомлення – сигнал**, який суб'єкт вибирає як зареєстроване їм подія, відгук.

Система зв'язку, як технічна система, реально вирішує досить вузьку задачу: завдання передачі повідомлення від одного суб'єкта (джерела) до іншого суб'єкта (одержувача) за допомогою **сигналів** (рис.1.5).



Рис. 1.5. Структура найпростішої системи зв'язку.

Видалення користувачів один від одного ускладнює завдання їх взаємного спілкування (комунікації). Виникає необхідність додаткових перетворень вихідних сигналів для перенесення їх в просторі.

У сучасній техніці найбільшого поширення набули переносники повідомлення у вигляді електричних сигналів і електромагнітних хвиль.

Системи зв'язку, в яких для передачі повідомлень використовуються **електричні сигнали**, називаються системою електрозв'язку, або **телекомунікаційною системою**. В подальшому викладі будуть розглядатися саме такі системи зв'язку.

У вузькому сенсі, **зв'язок** – це процес передачі повідомлення, а системи електрозв'язку (або телекомунікацій) – сукупність пристроїв і умов, які використовуються для передачі повідомлень за допомогою електричних сигналів [8].

Приклади складних телекомунікаційних систем:

- телефонна мережа міста;
- мобільна мережа оператора;
- мережа послуг Інтернет-провайдера.

Вище було відзначено, що складна система складається з великої кількості взаємопов'язаних елементів і підсистем. Поняття елемента системи і

розчленування системи на елементи з практичної точки зору видаються вельми відносним.

Справді, розглядаючи в якості складної системи мережу мобільного оператора, можна вважати, що елементами її технологічного комплексу є окремі базові станції або окремі лінії. Якщо ж складною системою служить окрема лінія, то елементами можна вважати окремі передавальні і приймальні пристрої, комутаційне обладнання, тощо.

Правильне виділення підсистем складної системи часто сприяє спрощенню розрахунків при дослідженні і більш наглядної інтерпретації його результатів.

Наприклад, **мережа послуг Інтернет-провайдера** складається з **підсистем**:

- зовнішня телекомунікаційна система, що з'єднує провайдера із зовнішнім джерелом;
- зовнішня мережа доставки трафіку (до провайдера);
- мережа розподілу трафіку;
- внутрішня (абонентська) телекомунікаційна система;
- внутрішня мережа доставки трафіку (до абонента);
- підсистема розрахунків з абонентами (білінг);
- юридична служба;
- бухгалтерія тощо.

Реальні складні системи функціонують в умовах дії великої кількості *випадкових факторів*. Джерелами випадкових факторів є вплив зовнішнього середовища, а також помилки, шуми і відхилення різних величин, які виникають всередині системи.

Серед факторів зовнішнього середовища, поряд з випадковими змінами різних умов, важливе місце займають так звані випадкові коливання навантаження. Сюди відносяться непередбачені скупчення в випадкові моменти часу вимог абонентів на телефонні переговори та інтернет-трафік і т.п.

Як зовнішні, так і внутрішні випадкові зміни впливають на режими роботи елементів системи і можуть істотно змінювати характер її функціонування [8].

Для складних систем, що зустрічаються на практиці, як правило, дія випадкових факторів призводить до зміщення середніх значень результатів їх функціонування. Ця обставина вимагає особливої уваги до обліку випадкових факторів при дослідженні складних систем.

1.4.2 Переваги імітаційного моделювання при дослідженні складних систем

Імітаційне моделювання, зокрема машинна імітація, досить поширене при дослідженні складних систем завдяки **ряду переваг**. Ось деякі з них [22]:

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

1. На ранніх стадіях попереднього проектування систем можна швидко отримати потрібну інформацію, нехай і з деякими припущеннями, про можливе функціонування проектованої системи. Це дає можливість з достатньою точністю визначити ефективність функціонування системи і уникнути зайвих матеріальних витрат.

2. Можна досліджувати особливості функціонування системи при будь-яких умовах, зокрема тих, які не можуть бути реалізовані в натурних експериментах. При цьому параметри системи і навколишнього середовища можна варіювати в як завгодно широких межах, відтворюючи довільні, як реальні, так і гіпотетичні, ситуації. Завдяки такому підходу різко зменшується потреба в складному лабораторному обладнанні та експлуатаційних випробуваннях системи.

3. Можна прогнозувати поведінку системи в близькому і далекому майбутньому, ґрунтуючись на результатах натурних випробувань і фактичного використання. В цьому випадку отримані раніше дані поповнюються завдяки застосуванню статистичного підходу.

4. Можна у багато разів скоротити час випробування технічних і техніко-економічних систем за допомогою їх імітаційних моделей. Дні і місяці реальних умов можуть бути «стиснуті» до секунд і хвилинам при «роботі» моделі.

5. Можна штучним шляхом швидко і у великому обсязі отримати відображає хід реальних процесів інформацію, уникнувши дорогих, а часто і неможливих натурних випробувань цих процесів.

6. Дослідження і оптимізацію деяких складних економічних систем не можна виконати ні за допомогою лабораторних або натурних експериментів, ні аналітичними методами. Імітаційне моделювання на ЕОМ часто буває єдиним реалізованим способом вирішення таких завдань.

7. Машинну імітацію як чисельний машинний метод вирішення складних завдань доцільно застосовувати при наступних умовах:

- непридатність або відсутність аналітичних методів вирішення завдань;
- повна впевненість в успішному створенні імітаційної моделі, яка адекватно описує досліджувану систему (процес). Розробляти імітаційну модель випадкових процесів при неможливості отримати опис потрібних характеристик випадкових величин і подій – не має сенсу;
- можливість використовувати сам процес побудови імітаційної моделі для попереднього дослідження моделюється з метою вироблення рекомендацій щодо поліпшення умов її функціонування [2-4].

1.4.3 Поняття «ефективності» функціонування складних систем

Будь-яку складну систему слід розглядати як сукупність об'єктів (елементів, підсистем тощо), призначену для виконання деякого певного виду робіт або рішення досить чітко окресленого класу задач. Відповідно до цього, процес функціонування складної системи представляється як сукупність дій її елементів, підпорядкованих **єдиній меті**.

Досить істотне значення має повнота і чітке опису **мети функціонування** складної системи, перелік вирішуваних нею **завдань**.

Якщо цілі і завдання системи визначені, їй можна ставити питання про оцінку **якості її функціонування** на основі обраного критерію якості її функціонування, а також **критерію ефективності її функціонування**.

Критерій – це вирішальне правило.

Критерій ефективності – критерій, що дозволяє оцінити ступінь досягнення мети з урахуванням зроблених витрат різних ресурсів.

Критерію ефективності функціонування системи слід поставити у відповідність **показник ефективності**.

Під **показником ефективності** складної системи будемо розуміти таку **числову характеристику** системи, яка оцінює ступінь пристосованості системи до виконання поставлених перед нею завдань.

Приклад показника ефективності: «ймовірність помилки».

Цьому показнику відповідає логічна зв'язка: **стійкість** – достовірність – оптимальний прийом – **критерій Котельникова** – **ймовірність помилки**.

Система, що відповідає критерію ефективності, не завжди досягає цілей функціонування. **Досягнення мети** характеризує **показник ефективності**.

По суті, вибір показника ефективності є ключовою стадією формулювання цілей і завдань системи. Вибір показника ефективності справляє визначальний вплив на інтерпретацію властивостей системи і результатів її дослідження.

Аналогічні міркування можна привести і для інших показників ефективності, наприклад: **своєчасність** – швидкість – **достовірність** – енергетика.

Показники функціонування – **суперечливі!**

1.5 Сучасні програмні засоби для імітаційного моделювання

Огляд засобів імітаційного моделювання. За останні 15-20 років імітаційне моделювання стало одним з найпоширеніших інструментів дослідження складних систем і процесів. У наш час на ринку програмного забезпечення для імітації пропонується понад 50 потужних програмних засобів імітаційного моделювання. Всього ж на ринку інформаційних технологій

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

фігурує близько 150 програмних продуктів, які дозволяють проводити імітаційні експерименти.

Мови загального призначення: **C, C ++, Java**, тощо.

Мови для моделювання: **GPSS, AnyLogic, SIMAN, SLAM, SSF**.

Середовища моделювання: **MatLab (Simulink), MathCad, Arena, SIMUL8**.

Таблиця 1.1. Сучасні програмні засоби ІМ [1, 2, 31]

Назва	Розробник	Область застосування	Клас моделей	Використання графічних компонентів для візуального конструювання моделей	Підтримка анімації	Інтеграція з CASE-засобами і експертними системами
ARENA	Systems Modeling Corporation	Пакет моделювання виробничих і бізнес-процесів	Дискретні моделі	Є палітра стандартних блоків і процесів	Так	Імпорт функціональних моделей з BpWin
EXTEND	Imagine That, Inc.	Пакет моделювання економічних процесів, стратегічне планування	Дискретні моделі	Блоки функціональних перетворень	Так	Ні
GPSS WORLD	Minuteman Corporation	Мова моделювання систем масового обслуговування, виробництво, транспорт	Дискретні моделі	Ні	Так	Ні
ITHINK ANALYST	High Performance System, Inc.	Пакет моделювання фінансової діяльності, реінжиніринг	Дискретні і неперервні моделі	Потокові діаграми	Так	Так
ReTHINK	GENSyM, Inc.	Пакет моделювання бізнес-процесів на виробництві та в організації, реінжиніринг	Дискретні і неперервні моделі	Блоки функціональних перетворень і процесів	Так	Поєднується з експертною системою G2
MATLAB+ Simulink	Math-Works, Inc	Багатофункціональне середовище моделювання радіоелектронних інформаційних і керуючих систем	Дискретні і неперервні моделі	Блоки функціональних перетворень, карти станів	Так	Використання нотацій UML при описі системної динаміки
POWERSIM	Powersim Corporation	Пакет ситуаційного моделювання, реінжиніринг	Безперервні моделі	Потокові діаграми	Так	Ні
OPNET COMNET	MIL3 CACIProduct	Пакети моделювання локальних і глобальних мереж, телекомунікаційних систем	Дискретні моделі	Є спеціалізований графічний редактор	Так	Ні

1.5.1 Застосування програмного засобу Microsoft Excel для ІМ

У більш ранніх версіях Excel для генерації псевдовипадкових чисел використовувалася функція RAND, чия продуктивність при стандартних тестах випадковості була недостатньою. Алгоритм, реалізований в Excel 2003, був розроблений Б.А. Віхманн і І.Д. Хіллом. [36,37]

Основна ідея полягає в тому, що якщо ви берете три випадкових числа в інтервалі $[0,1]$ і додаєте їх, дрібна частина суми сама є випадковим числом в інтервалі $[0,1]$.

```
С IX, IY, IZ SHOULD BE SET TO INTEGER VALUES BETWEEN 1 AND 30000 BEFORE FIRST ENTRY
```

```
IX = MOD(171 * IX, 30269)
```

```
IY = MOD(172 * IY, 30307)
```

```
IZ = MOD(170 * IZ, 30323)
```

```
RANDOM = AMOD(FLOAT(IX) / 30269.0 + FLOAT(IY) / 30307.0 + FLOAT(IZ) / 30323.0, 1.0)
```

Отже, оператори IX, IY, IZ генерують цілі випадкові числа від 0 до 30269, від 0 до 30307 і від 0 до 30 323 відповідно. При формуванні шуканого випадкового числа в інтервалі $[0,1]$ - RANDOM - кожне ціле число ділиться на максимальне значення вибірки (30269, 30307 або 30323 відповідно), результати підсумовуються для реалізації простого принципу: якщо взяти три випадкових числа в інтервалі $[0,1]$ і підсумувати їх, дрібна частина суми сама є випадковим числом в інтервалі $[0,1]$.

У даній версії функції RAND в кінцевому підсумку послідовність чисел повторюється, що є недоліком генератора випадкових чисел.

Результати в попередніх версіях Microsoft Excel. Функція RAND в більш ранніх версіях Excel була зручна для користувачів, яким не потрібна *тривала* послідовність випадкових чисел (наприклад, мільйон). Ця функція провалила кілька стандартних тестів випадковості, що зробило її роботу проблемною, коли була необхідна тривала послідовність випадкових чисел.

Користувачі функції RAND, яким потрібні *довгі* послідовності випадкових чисел ($>10^6$), працюють з новим покращеним генератором Excel 2003 і генераторами пізніших версій [36].

Функція RAND в Excel для генерування **випадкового числа**:

A2=RAND()

Перевірка на серії:

B3:=IF(OR(AND(A2>0.5,A3<0.5),AND(A2<0.5,A3>0.5)),1,0)

Середнє значення згенерованих псевдовипадкових чисел:

M=AVERAGE(A2:A100001) 0.499116

Середньоквадратичне відхилення:

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

$$C2=(A2-M)^2$$

Дисперсія (математичне очікування):

$$=AVERAGE(C2:C100001) \quad 0.083296$$

Перевірка на серії:

$$=SUM(B3:B100001)/99999 \quad 0.499465$$

	A	B	C
1	X		(X-M(X))^2
2	0.772023		0.0744784
3	0.768329	0	0.0724755
4	0.460081	1	0.0015237
5	0.164913	0	0.1116913
...			
99998	0.821035	1	0.1036317
99999	0.162298	1	0.1134465
100000	0.249981	0	0.0620684
100001	0.578876	1	0.0063617

Рис. 1.6. Приклад генерування випадкових чисел.

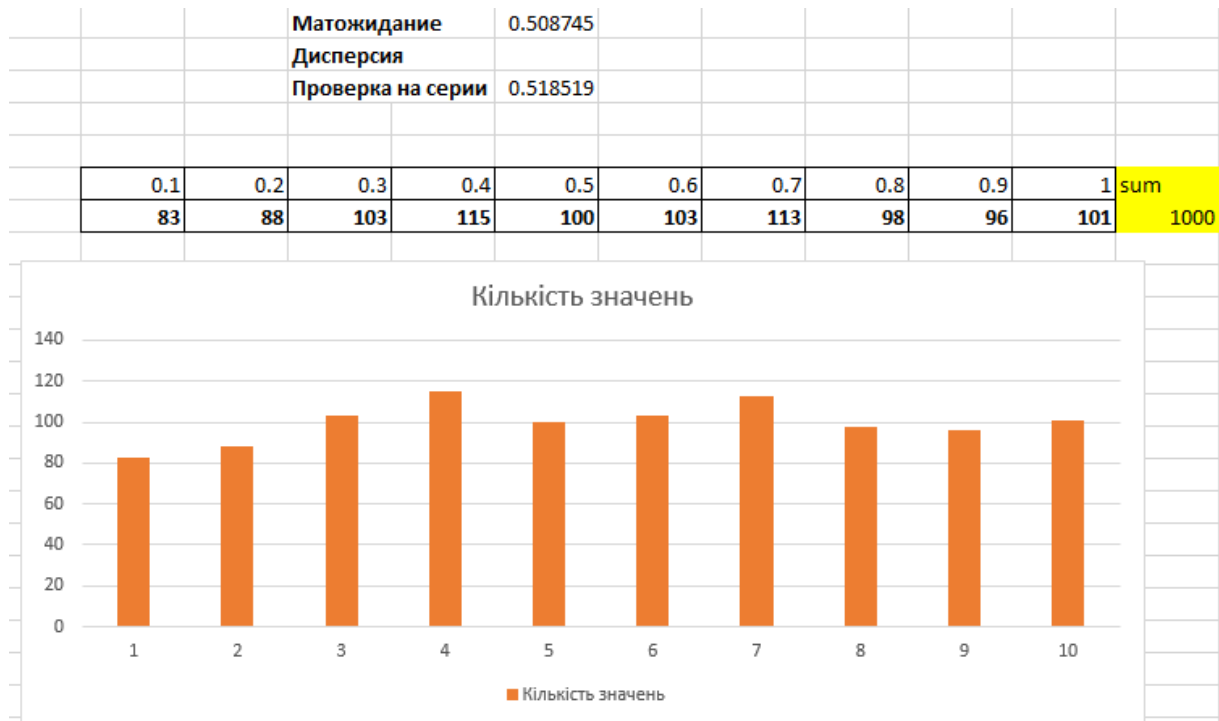


Рис. 1.7. Аналіз параметрів вибірки

При написанні формул при установці Excel за замовчуванням, RAND є єдиною функцією, за допомогою якої може бути безпосередньо отримано

випадкове число. Згідно з документацією, RAND генерує «рівномірно розподілене випадкове число, що більше або дорівнює 0 і менше 1».

До Excel 2003 функція RAND() використовувала лінійний конгруентний генератор (LCG) для генерації псевдовипадкових чисел в інтервалі [0,1] (з початковим значенням $X = 0,5$):

$$X_n + 1 = (9821 * X_n + 0.211327)$$

Починаючи з Excel 2003, Microsoft перемикнула функцію RAND, щоб використовувати реалізацію алгоритму Вихман-Хілла [37], який також є відносно простим генератором, заснованим на підсумовуванні трьох LCG, як це показано на рис.1.8.

```
A C implementation of the Wichmann-Hill RNG
1 #include <math.h>
2
3 float wichmann_hill_random (int *s1, int *s2, int *s3) {
4     float value;
5
6     *s1 = ((171 * *s1) % 30269);
7     *s2 = ((172 * *s2) % 30307);
8     *s3 = ((170 * *s3) % 30323);
9
10    value = fmod((float) (*s1) / 30269.0
11                + (float) (*s2) / 30307.0
12                + (float) (*s3) / 30323.0, 1.0);
13
14    return value;
15
16
17 }
```

Рис. 1.8. Приклад реалізації алгоритму Wichmann-Hill

1.5.2 Застосування програмного засобу MatLab для ІМ

У програмному середовищі MatLab використовується функція RandStream. Доступні алгоритми генератора і їх властивості приведені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2. Доступні алгоритми генератора RandStream і їх властивості

Назва алгоритму	Генератор	Підтримка кількох потоків та субпотоків	Приблизний період повної точності
mt19937ar	Твістер Мерсенна	Ні	$2^{19937}-1$
dsfmt19937	Швидкий твістер Мерсенна, орієнтований на SIMD	Ні	$2^{19937}-1$
mcs16807	Мультиплікативний конгруентний генератор	Ні	$2^{31}-2$
mlfg6331_64	Мультиплікативний генератор Фібоначчі із затримками	Так	2^{124}

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Назва алгоритму	Генератор	Підтримка кількох потоків та субпотоків	Приблизний період повної точності
mrg32k3a	Комбінований багаторекурсивний генератор	Так	2^{127}
shr3cong	Генератор зсувних регістрів, підсумований з лінійним конгруентним генератором	Ні	2^{64}
swb2712	Модифікований генератор, що використовує віднімання із запозиченням	Ні	2^{1492}

Всі генератори **псевдовипадкових** чисел засновані на **детермінованих** алгоритмах, і у всіх випадках буде недостатньо конкретний статистичний тест для випадковості.

Один зі способів перевірити результати моделювання за методом Монте-Карло – це повторити симуляцію за допомогою двох або більше різних алгоритмів генератора [27].

1.5.3 Алгоритми генераторів випадкових чисел

mrg16807. 32-бітний мультиплікативний конгруентний генератор з множителем $a = 75$, по модулю $m = 2^{31}-1$. Цей генератор має період $2^{31}-2$ і не підтримує кілька потоків або субпотоків. Кожне значення $U(0,1)$ створюється з використанням єдиного 32-бітного цілого з генератора; можливі значення кратні $(2^{31}-1)-1$ строго в інтервалі $(0,1)$. Цей генератор ідентичний тому, який використовувався в MATLAB 4 за допомогою функцій `rand` і `randn`, активованих з використанням `rand` («seed», s) або `randn` («seed», s) [25].

mlfg6331_64. 64-бітний мультиплікативний генератор Фібоначчі. Цей генератор має період приблизно 2^{124} .

mrg32k3a. 32-бітний комбінований багаторекурсивний генератор. Має період 2^{191} .

mt19937ar. Mersenne Twister, має період $2^{19937}-1$, і кожне значення $U(0,1)$ створюється з використанням двох 32-бітних цілих чисел. Можливі значення кратні 2^{-53} в інтервалі $(0,1)$.

dsfmt19937. Подвійна точність SIMD-орієнтованого Fast Mersenne Twister, є більш швидкою реалізацією алгоритму Mersenne Twister. Період дорівнює $2^{19937}-1$, а можливі значення кратні 2^{-52} в інтервалі $(0,1)$. Генератор виробляє значення подвійної точності в $[1, 2)$ спочатку, які перетворюються для створення значень $U(0,1)$.

shr3cong. TMarsaglia SHR3 генератор зі зсувними регістрами підсумовується з лінійним конгруентним генератором з множителем $a = 69069$, додаванням $b = 1234567$ і модулем 2^{32} . SHR3 є генератор з 3-зсувними

регістром, визначений як $u = u(I + L13)(I + R17)(I + L5)$, де I – тотожний оператор, L – оператор зсуву вліво, а R – оператор зсуву вправо. Комбінований генератор (частина SHR3 описаний в [6]) має період приблизно 264.

swb2712. Модифікований генератор Subtract-with-Borrow, який має період приблизно 21492.

Приклад генерування випадкових чисел в ПЗ MatLab:

```
clearall;closeall;

matrix_size=100000;

%row1-randvalues
Matrix=rand(1,matrix_size);

%matozhydanie:
Matrix_mean=mean(Matrix(1,:));

%row2-checkforseries
%row3-dispersionvalues
i=1;
while i<matrix_size
Matrix(2,i)=(Matrix(1,i)-Matrix_mean)^2;
if (Matrix(1,i)<0.5&&Matrix(1,i+1)>0.5) || (Matrix(1,i)>0.5&&Matrix(1,i+1)<0.5)
Matrix(3,i)=1;
else
Matrix(3,i)=0;
end
i=i+1;
end

%dispersiia:
Dispersion=mean(Matrix(2,:));
%proverkanaserii:
Serii_koef=sum(Matrix(3,:))/(matrix_size-1);

fprintf('Matozhidanieis:%1.5f\n',Matrix_mean);
fprintf('Dispersiya:%1.5f\n',Dispersion);
fprintf('Koef_serii:%1.5f\n',Serii_koef);
hist(Matrix(1,:));
```

Результатививоду:

Matozhidanieis:0.50057

Dispersiya:0.08312

Koef_serii:0.50272

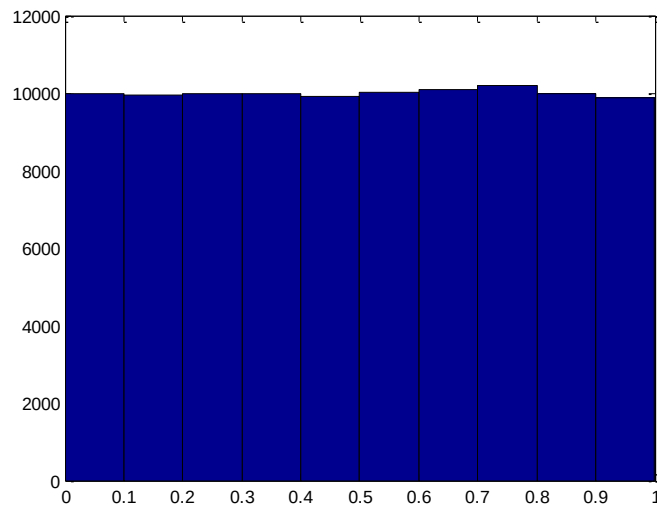


Рис. 1.10. Гістограма розподілу значень випадкових чисел від 0 до 1

1.5.4 Основи користування сучасним ПЗ GPSS для ІМ

GPSS (General Purpose Simulation System – система моделювання загального призначення) – це мова моделювання, яка використовується для імітаційного моделювання різних систем, в основному **систем масового обслуговування** (СМО, канальний рівень).

Модель в цій системі моделювання розробляється на мові GPSS і складається з *операторів*, а об'єкт «*Модель*» створюється за допомогою вбудованого текстового редактора. Об'єкт «*Процес моделювання*» – це результат трансляції моделі. Далі процес моделювання запускається за допомогою команд GPSS. По завершенні моделювання, як правило, автоматично створюється об'єкт "Звим" [28].

Текстовий об'єкт (текстовий файл GPSS World) призначений для спрощення розробки великих моделей і створення бібліотеки вихідних текстів. Тобто модель може бути розділена на набори операторів, що представляють собою окремі текстові файли, які потім формулюють у загальну модель об'єктом "Процес моделювання". Об'єкт "Процес моделювання" може також створювати нові текстові файли з фрагментами моделі, результатами моделювання, а також зчитувати і записувати дані в *текстові файли*.

GPSS World призначена для імітаційного моделювання систем з дискретними і неперервними процесами. Мовою моделювання в ній є мова GPSS, покращена вбудованою мовою програмування низького рівня PLUS.

Мова GPSS побудована в припущенні, що модель складної системи можна уявити сукупністю елементів і логічних правил їх взаємодії в процесі функціонування системи, що моделюється. Набір абстрактних елементів, званих об'єктами, невеликий. Також набір логічних правил обмежений і може бути

описаний стандартними операціями. Комплекс програм, що описують функціонування об'єктів і виконують логічні операції, є основою для створення програмної моделі.

Крім цього комплексу, в складі GPSS World є програма-планувальник, що виконує наступні функції:

- забезпечення просування по заданих розробником маршрутами динамічних об'єктів, званих транзактами;
- планування подій, що відбуваються в моделі, шляхом реєстрації часу настання кожної події і виконання їх в наростаючій часовій послідовності;
- реєстрація статистичної інформації про функціонування моделі;
- просування модельного часу в процесі моделювання системи.

Щоб забезпечити правильну послідовність обробки подій у часі, є системний годинник, що зберігає значення абсолютного модельного часу.

Об'єкти в системі, що моделюється, призначені для різних цілей. Зовсім не обов'язково, щоб в одній моделі брали участь всі типи об'єктів. Необхідна лише наявність блоків і транзактів, інакше модель працювати не буде. Об'єкти поділяються на 7 категорій і 15 типів, які представлені в таблиці 1.3 [28].

Таблиця 1.3. Категорії і типи об'єктів GPSS для моделювання

Категорії	Типи об'єктів
Динамічна	Транзакти
Операційна	Блоки
Апаратна	Одноканальні пристрої, пам'яті (багатоканальні пристрої), логічні ключі (перемикачі)
Обчислювальна	Змінні, функції, генератори випадкових чисел
Статистична	Черги, таблиці
Запам'ятовуюча	Комірки, матриці комірок
Групуюча	Числові групи, групи транзактів, списки

Розглянемо призначення об'єктів GPSS.

Динамічними об'єктами є транзакти, які створюються в певних точках моделі, просуваються планувальником через блоки, а потім знищуються. Транзакти є аналогами одиниць – потоків в реальній системі. Вони можуть являти собою різні елементи навіть в одній моделі. З кожним транзактом пов'язані параметри, які використовуються для конкретних даних. Кожен транзакт може мати будь-яке число параметрів. Параметри нумеруються або їм даються імена. Номери параметрів і імена використовуються для посилань на значення, присвоєні параметрам. Транзакту може присвоюватися пріоритет. Пріоритет визначає перевагу, яке отримує транзакт, коли він і інші транзакти претендують на один і той же ресурс.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Об'єкти апаратної категорії – це абстрактні елементи, на які може бути декомпозована реальна система. Впливаючи на ці об'єкти, транзакти можуть змінювати їх стан і впливати на рух інших транзактів. До об'єктів цього типу відносяться одноканальні, багатоканальні пристрої і логічні ключі.

Одноканальні пристрої (ОКП) представляють собою обладнання, яке в будь-який момент часу може бути зайнято лише одним транзактом. Наприклад, один канал передачі даних, одноканальний ремонтний орган, один верстат виготовлення деталей, один транспортний засіб.

Багатоканальні пристрої (БКП) призначені для імітації обладнання, що здійснює паралельну обробку. Вони можуть бути використані одночасно декількома транзактами. БКП можна використовувати в якості аналога, наприклад, багатоканального ремонтного органу, декількох каналів зв'язку [28].

Для моделювання такого обладнання, як перемикачі, що мають тільки два стани, в GPSS використовуються логічні ключі.

Операційні об'єкти, тобто *блоки*, задають логіку функціонування моделі системи і визначають шляхи руху транзактів між об'єктами апаратної категорії.

У блоках можуть відбуватися події чотирьох основних типів:

1. Створення або знищення транзактів;
2. Зміна числового атрибута об'єкта;
3. Затримка транзакту на певний період часу;
4. Зміна маршруту руху транзакту в моделі.

Версія GPSS, реалізована в системі *GPSS World*, містить 53 типи блоків. Залежно від призначення блоки підрозділяються на кілька груп [28]:

1. Блоки, які здійснюють модифікацію атрибутів транзактів:
 - генерування і знищення транзактів GENERATE, SPLIT, TERMINATE, ASSEMBLE;
 - тимчасова затримка ADVANCE;
 - синхронізація руху двох MATCH і декількох GATHER транзактів;
 - зміна пріоритету транзакту PRIORITY;
 - зміна параметрів транзактів ASSIGN, INDEX, MARK, PLUS.
2. Блоки, що змінюють послідовність руху транзактів (блоки передачі управління): DISPLACE, TRANSFER, LOOP, TEST, GATE.
3. Блоки, пов'язані з групувальною категорією: ADOPT, ALTER, EXAMINE, JOIN, REMOVE, SCAN.
4. Блоки, що описують об'єкти апаратної категорії:
 - одноканальні пристрої (технічні засоби) SEIZE, RELEASE, PREEMPT, RETURN, FUNAVAIL, FAVAIL;
 - багатоканальні пристрої (пам'яті) ENTER, LEAVE, SAVAIL, SUNAVAIL;
 - ключі (логічні перемикачі) LOGIC.

5. Блоки, що зберігають необхідні значення для подальшого використання: SAVEVALUE, MSAVEVALUE.
6. Блоки для отримання статистичних результатів:
 - черги QUEUE, DEPART;
 - таблиці TABULATE.
7. Блоки для організації списку користувача: LINK, UNLINK.
8. Блоки для організації введення-виведення:
 - відкриття / закриття файлу: OPEN / CLOSE;
 - зчитування / запис в файл: READ / WRITE;
 - установка позиції поточного рядка: SEEK.
9. Спеціальні блоки: BUFFER, COUNT, EXECUTE, INTEGRATION, SELECT, TRACE, UNTRACE.

Обчислювальна категорія призначена для опису таких ситуацій в процесі моделювання, коли зв'язки між компонентами системи, що моделюється, найбільш просто і компактно виражаються в вигляді математичних (аналітичних і логічних) співвідношень. Для цих цілей в якості об'єктів обчислювальної категорії введені арифметичні і булеві змінні і функції [23].

Змінні представляють собою складні вирази, які включають *константи*, системні числові атрибути (СЧА), бібліотечні *арифметичні функції*, арифметичні та *логічні операції*.

Вирази можуть застосовуватися в змінних і операторах GPSS. При застосуванні в змінних вираження визначаються командами GPSS. При застосуванні в операторах GPSS вираження визначаються як частина мови PLUS.

Кожному об'єкту відповідають атрибути, що описують його стан у даний момент часу. Вони доступні для використання протягом всього процесу моделювання і називаються *системними числовими атрибутами* (СЧА). Наприклад, об'єкт обчислювальної категорії – генератор випадкових чисел має СЧА RN_n – число, яке обчислюється генератором рівномірно розподілених випадкових чисел номер n ; у об'єкта динамічної категорії – транзакту СЧА: PR – пріоритет оброблюваного в даний момент транзакту; P_i – значення i -го параметра активного транзакту. Всього в GPSS World є понад 50 СЧА.

Булеві змінні дозволяють користувачеві перевіряти в одному блоці GPSS одночасно декілька умов, виходячи зі стану або значення цих умов і їх атрибутів.

За допомогою *функцій* користувач може робити обчислення безперервних або дискретних функціональних залежностей між аргументом функції (незалежна величина) і залежним значенням функції.

Крім бібліотечних арифметичних функцій, GPSS World має 24 *вбудованих генератора випадкових чисел* [28].

Об'єкти пам'ятною категорії забезпечують звернення до значень, що зберігаються. Комірки величин, що зберігаються, і матриці комірок величин, що зберігаються, використовуються для збереження деякої числової інформації.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Будь-який активний транзакт може призвести запис інформації в ці об'єкти. Згодом записану в ці об'єкти інформацію може рахувати будь-який транзакт. Матриці можуть мати до шести вимірювань.

До *статистичних об'єктів* належать черзі і таблиці. У будь-якій системі рух потоку транзактів може бути затримано через недоступність пристроїв. В цьому випадку затримані транзакти ставляться в чергу – ще один тип об'єктів GPSS. Облік цих черг становить одну з основних функцій планувальника. Планувальник автоматично накопичує певну статистику щодо пристроїв і черг. Крім цього, користувач може збирати додаткову статистичну інформацію, вказавши спеціальні точки в моделі.

Для полегшення табулювання статистичної інформації в GPSS передбачений спеціальний за об'єкт – таблиця [28]. Таблиці використовуються для отримання вибірових розподілів деяких випадкових величин. Таблиця складається з частотних класів (діапазонів значень), куди заноситься число влучень конкретного числового атрибута в кожен, той чи інший, частотний клас. Для кожної таблиці обчислюється також математичне очікування і середньоквадратичне відхилення.

До *групууючої категорії* відносяться три типи об'єктів: числова група, група транзактів і списки.

При моделюванні транзакти зберігаються в списках. Існує п'ять видів списків, тільки в одному з яких в будь-який момент часу може знаходитися транзакт:

1. поточних подій;
2. майбутніх подій;
3. затримки ОКП або БКП;
4. відкладених переривань ОКП;
5. користувача.

Одноканальний пристрій має:

- список відкладених переривань – список транзактів, які очікують заняття ОКП за пріоритетом;
- список переривань – список транзактів, обслуговування яких даними ОКП було перервано;
- список затримки – список транзактів, які очікують заняття ОКП в порядку пріоритету;
- список повторних спроб – список транзактів, які очікують зміни стану ОКП.

Багатоканальний пристрій має:

- *список затримки* – список транзактів в порядку пріоритету, які очікують можливість зайняти звільнені канали БКП;
- *список повторних спроб* – список транзактів, які очікують зміни стану БКП.

Список користувача містить транзакти, віддалені користувачем зі списку поточних подій і поміщені в список користувача як тимчасово неактивні. Списки користувача використовуються для організації черг з дисциплінами, відмінними від дисципліни "першим прийшов – першим обслужений" [3].

Рекомендації щодо планування практичного та лабораторного занять
за Розділом 1 «Принципи імітаційного моделювання»

Практичне заняття 1.1: «Ознайомлення з сучасним програмним забезпеченням для моделювання і метод Монте-Карло»

Метою заняття є аналіз, обговорення і закріплення матеріалу щодо принципів імітаційного моделювання, алгоритмів генерування випадкових чисел, та огляд показників випадковості числових послідовностей.

Перелік питань, які виносяться на практичне заняття:

1. Види моделювання систем і процесів.
2. Види імітаційного моделювання.
3. Метод Монте-Карло. Аналіз переваг та недоліків.
4. Огляд показників випадковості числових послідовностей:
 - 4.1. *Математичне очікування;*
 - 4.2. *Дисперсія;*
 - 4.3. *Побудова гістограми для отриманих значень з інтервалами на проміжку $[0,1]$;*
 - 4.4. *Коефіцієнт серій переходу чисел значення 0,5.*
5. Обговорення понять: система, складна система, телекомунікаційна система, показники і критерії ефективності функціонування складних систем.
6. Порівняльний аналіз сучасних програмних засобів (ПЗ) ІМ.
7. Основи користування ПЗ Excel, MatLab, GPSS для побудови і дослідження імітаційних моделей.
8. Огляд алгоритмів генерування псевдовипадкових чисел у ПЗ Excel, Matlab, та інших:
 - 8.1. *Лінійний конгруентний генератор;*
 - 8.2. *Твістер Мерсенна;*
 - 8.3. *Швидкий твістер Мерсенна, орієнтований на SIMD;*
 - 8.4. *Мультиплікативний конгруентний генератор;*
 - 8.5. *Мультиплікативний генератор Фібоначчі із затримками;*
 - 8.6. *Комбінований багаторекурсивний генератор;*
 - 8.7. *Генератор зсувних регістрів, підсумований з лінійним конгруентним генератором;*
 - 8.8. *Модифікований генератор, що використовує віднімання із запозиченням.*

Лабораторна робота 1.1: «Тестування генераторів випадкових чисел на ЕОМ»

Мета роботи: оволодіти інструментами імітаційного моделювання (Excel, Matlab), виконати на практиці моделювання випадкових чисел, і дослідити експериментально характеристики змодельованих послідовностей випадкових чисел.

План роботи:

1. Отримання набору із 100 випадкових чисел в ПЗ Excel, MatLab в інтервалі $[0,1]$.
2. Визначення значень показників випадковості отриманих послідовностей:
 - a. Математичне очікування;
 - b. Дисперсія;
 - c. Побудова гістограми для отриманих значень з десятьма інтервалами на проміжку $[0,1]$;
 - d. Коефіцієнт серій переходу чисел значення 0,5.
3. Аналіз значень показників випадковості отриманих послідовностей та отриманих результатів. Табличне представлення отриманих даних:

Експериментально отримані характеристики змодельованих послідовностей випадкових чисел	Програмні засоби для ІМ	
	Excel	MatLab
Кількість згенерованих випадкових чисел для дослідження		
Математичне очікування		
Дисперсія		
Коефіцієнт серій переходу чисел значення 0,5		

4. Гістограма для отриманих значень з десятьма інтервалами на проміжку $[0,1]$ в ПЗ **Excel**.
5. Гістограма для отриманих значень з десятьма інтервалами на проміжку $[0,1]$ в ПЗ **MatLab**.
6. Формування **висновків** про характеристики значень показників випадковості отриманих послідовностей чисел, згенерованих у ПЗ Excel, Matlab.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Перелік питань по темі: «Основи теорії складних систем. Завдання імітаційного моделювання»

1. *Мета, об'єкт і предмет* дисципліни «Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях».
2. *Визначення системи.*
3. *Визначення понять інформація, повідомлення, сигнал.*
4. Як розрізняються визначення поняття *інформація* в об'єктивному та суб'єктивному сенсі.
5. *Визначення інформаційної системи.*
6. *Визначення системи телекомунікацій.*
7. *Відмінні ознаки складної системи.*
8. *Визначення показника і критерію ефективності функціонування системи.*
9. *Визначення моделі і моделювання.*
10. Які виділяють *методи моделювання?*
11. Які виділяють *процедури моделювання?*
12. *Визначення аналітичного моделювання.*
13. *Визначення імітаційного моделювання.*
14. *Визначення імітаційної моделі.*
15. *Переваги імітаційного моделювання.*
16. *Недоліки імітаційного моделювання.*
17. Назвіть відомі *програмні комплекси* на ЕОМ для ІМ.
18. *Сутність методу Монте-Карло.*
19. *Мета застосування методу Монте-Карло в ІМ.*
20. *Переваги і недоліки методу Монте-Карло.*
21. Назвіть фізичні та штучні *джерела випадкових чисел.*
22. Назвіть відомі *показники випадковості чисел.*
23. Математичне сподівання, дисперсія і функція щільності розподілу *усіченого нормального закону* на відрізку $[a, b]$.
24. Математичне сподівання, дисперсія і функція щільності розподілу *рівномірного закону* на відрізку $[a, b]$, $[0, 1]$.

2.1 Закони розподілу значень випадкового процесу: місце в імітаційному моделюванні

Передача сигналів по каналу зв'язку відбувається в часі. Тому сигнал, як фізичний процес, який бере участь в перенесенні інформації, являє собою функцію часу $S(t)$ – струму або напруги.

Кажуть, що *сигнал є випадковим процесом*, тому що він заздалегідь не відомий одержувачу або не може бути передбачений заздалегідь (тому передає інформацію у повідомленнях).

При заданих умовах спостереження випадковий сигнал $S(t)$ може приймати ту чи іншу конкретну форму $S_R(t)$. Ці можливі форми називаються *реалізаціями*.

Отже, **випадковий процес**, як випадкова функція часу, виступає в якості **узагальненої математичної моделі** переданого (або прийнятого) випадкового сигналу.

Сукупність усіх можливих реалізацій $\{S(t)\}$ випадкового процесу $S(t)$ називається *ансамблем*.

Тому, **випадковий процес є ансамблем своїх реалізацій**, кожна з яких представляє собою послідовність **випадкових значень** як деяку функцію часу. При цьому передбачити точно, яка буде реалізація в наступному спостереженні, неможливо.

Безперервна випадкова величина приймає безліч значень, причому ймовірність попадання її в будь-яку нескінченно малу область нескінченно мала.

Дискретна випадкова послідовність (дискретний процес з дискретним часом) – випадковий процес, у якого область значень і область визначення – дискретні множини. Процеси такого виду зустрічаються на практиці (радіотелеграфія, радіолокація і ін.), А також можуть бути отримані квантуванням за рівнем і за часом процесів що безперервно змінюються з безперервним часом [6].

Випадкова послідовність (безперервний процес з дискретним часом) – випадковий процес, у якого область значень – неперервна множина, а область визначення – дискретна.

Дискретний випадковий процес (дискретний процес з безперервним часом) – це випадковий процес, у якого область значень – дискретна, а область визначення – безперервна множина.

Основні види випадкових процесів показані на рис.2.1.

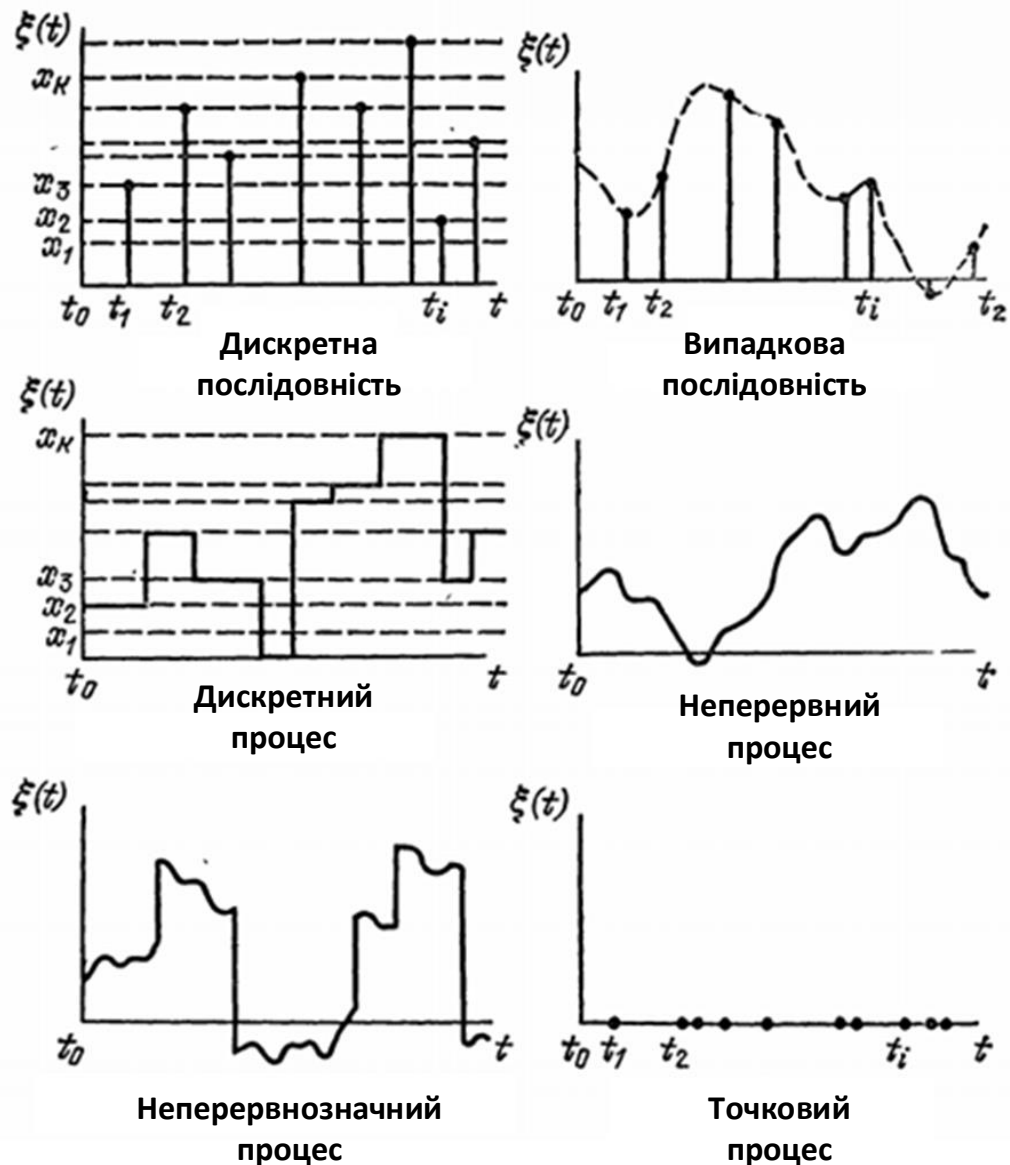


Рис. 2.1. Основні види випадкових процесів

Наведена класифікація випадкових процесів дає підстави для відповіді на питання: для чого в імітаційному моделюванні використовуються різні закони розподілу?

Імітаційне моделювання (ІМ) доповнює аналітичний опис випадкових процесів, так як дозволяє імітувати випадкові події.

Метод статистичного імітаційного моделювання — це спосіб вивчення складних процесів і систем, схильних до *випадковим збурень*, за допомогою імітаційних моделей [4].

Теоретичним обґрунтуванням цієї властивості випадкових явищ є **закон великих чисел**. Назвою "*закон великих чисел*" об'єднана група теорем, що встановлюють стійкість середніх результатів великої кількості випадкових явищ і пояснюють причину цієї стійкості.

Найпростіша форма закону великих чисел – **теорема Бернуллі**, яка стверджує, що якщо ймовірність події однакова у всіх випробуваннях, то зі збільшенням числа випробувань частота події прагне до ймовірності події та перестає бути випадковою.

Теорема Пуассона стверджує, що частота події в серії незалежних випробувань прагне до середнього арифметичного його ймовірностей і перестає бути випадковою.

Загальний сенс закону великих чисел – спільна дія великого числа випадкових чинників призводить до результату, майже не залежного від випадку. Це означає, що випадкові процеси можна характеризувати не випадковими числами і функціями!

Центральна гранична теорема (теорема Ляпунова) стверджує, що завжди, коли випадкова величина утворюється в результаті складання **великого числа незалежних випадкових величин** з кінцевими дисперсіями, закон розподілу цієї випадкової величини виявляється практично **нормальним (гаусовим) законом** [6].

Оскільки випадкові величини завжди породжуються безліччю причин і найчастіше жодна з них не має дисперсії, яку можна порівняти з дисперсією самої випадкової величини, то **більшість** випадкових величин, які можна зустріти на практиці, підпорядковано **нормальному закону розподілу**.

Аналогом закону великих чисел в просторі *точкових випадкових процесів* є **закон Пуассона**. Приклад – потік вхідних заявок в телефонній мережі.

Отже, можна стверджувати, що в просторі *точкових випадкових процесів*, коли потік подій утворюється в результаті складання **великого числа незалежних випадкових точкових подій**, закон розподілу випадкових подій в цьому потоці виявляється практично **пуассонівським законом**.

Для повного опису випадкової величини необхідно вказати діапазон можливих значень, які може приймати випадкова величина, і ймовірності цих значень.

Отже, практика вивчення випадкових явищ показує, що, хоча результати окремих спостережень, навіть проведених в однакових умовах, можуть сильно відрізнятися, в той же час, **середні результати** для досить великого числа спостережень стійкі і **слабо залежать від результатів окремих спостережень**.

2.2 Способи завдання випадкових процесів, що описують сигнали.

Якщо при розгляді випадкового процесу зафіксувати певний момент часу $t = t_x$, то значення реалізації процесу в цей момент $u_x = s_r(t_x)$ – зване *січенням* – є випадковою величиною, яка має деякі імовірнісні властивості. Ці властивості проявляються через ймовірності попадання (розподілу) реалізацій в деякі області (підмножини) значень.

$$P\{u_a < s(t) < u_b, 0 < t < T\}. \quad (2.1)$$

Закон розподілу описує природу випадкових подій.

Співвідношення, що встановлює в тій чи іншій формі залежність між можливими значеннями випадкової величини і їх можливостями, називається законом розподілу [6].

Закон розподілу задається в двох формах:

– через **функцію розподілу**: *січенням* випадкового процесу в момент відповідає **інтегральна функція розподілу**:

$$F_1(u, t_x) = P\{s_r(t_x) < u\} \quad (2.2)$$

Де $P\{*\}$ — ймовірність того, що випадкова величина $s_r(t_x)$ не перевищить деякого заданого значення u .

– через **щільність розподілу**: похідна виду

$$\frac{\partial F_1(u, t_x)}{\partial u} = w_1(u, t_x) \quad (2.3)$$

називається **одномірною диференціальною функцією розподілу** (інакше – **щільністю ймовірності**) процесу $s(t)$ для $t = t_x$.

Розмірність диференціальної функції розподілу (щільності розподілу) зворотна розмірності процесу $s(t)$.

Зворотна залежність між функціями $w_1(u, t_x)$ і $F_1(u, t_x)$ вводиться через інтегральне перетворення

$$F(u, t_x) = \int_{-\infty}^u w_1(\xi, t_x) d\xi \quad (2.4)$$

Відомі, як мінімум, 28 різних законів розподілу [6].

Закони розподілу доцільно поділити на **безперервні** (для випадкових **величин**) та **дискретні** (для випадкових **подій**).

Серед найбільш поширених важливими є такі закони розподілу:

- для безперервних величин:
 - *рівномірний;*
 - *нормальний;*
 - *експоненціальний;*
- для дискретних подій:
 - *пуассонівський;*
 - *біноміальний.*

Цим законам розподілу далі буде приділено найбільшу увагу.

2.2.1 Способи формування випадкових чисел

Існують два способи формування випадкових чисел (ВЧ):

- 1) за допомогою спеціального **фізичного датчика;**
- 2) за допомогою **спеціальних програм.**

Розглянемо методи та методики формування випадкових чисел за допомогою спеціальних програм.

2.2.1.1 Метод серединних квадратів

Метод серединних квадратів – це арифметичне правило вилучення псевдовипадкових чисел із послідовності не випадкових.

Наприклад, кожне наступне псевдовипадкове число формується, як фрагмент числа, отриманого з детермінованого числа через зведення в ступінь вихідного числа і його похідних:

$$\begin{aligned} X_0 &= 0,2152; \\ X_0^2 &= 0,04631104 \rightarrow X_1 = 0,6311; \\ X_1^2 &= 0,39828721 \rightarrow X_2 = 0,8287. \end{aligned}$$

Недоліком цього методу є **наявність кореляції** між числами послідовності, а в ряді випадків **випадковість** взагалі **може бути відсутньою**.

Метод серединних квадратів є **передбачуваним** (це найбільш істотний його недолік). Насправді, якщо ми знаємо одне число, наступне число є повністю визначеним, оскільки правило його отримання чітко детерміноване. Фактично, коли задається X_0 , однозначно зумовлюється вся послідовність чисел X_i . Це зауваження стосується **всіх арифметичних генераторів**.

2.2.1.2 Лінійні конгруентні генератори

Конгруентність (лат. *congruens*, – «співрозмірний», «відповідний»).

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Широке застосування при моделюванні на ЕОМ отримали лінійні конгруентні процедури генерації псевдовипадкових послідовностей. У них послідовність цілих чисел $x_1, x_2, \dots$ визначається рекурсивною формулою:

$$X_i = (\lambda X_{i-1} + c) \pmod{m}, \quad i \geq 1, \quad (2.5)$$

де m – модуль, λ – множник, c – приріст, x_0 – початкове число або значення (всі ці змінні є невід’ємними цілими числами).

Отже, згідно з формулою (2.5), для отримання X_i потрібно розділити число $(\lambda X_{i-1} + c)$ на m , а залишок цього поділу визначить X_i .

2.3 Формування безперервних випадкових величин

2.3.1 Формування безперервних випадкових величин з рівномірним розподілом

Прикладом визначення характеристик безперервних випадкових величин є **рівномірний розподіл** [6].

Приклад: віддалення абонентів від базової станції (БС) стільникового зв’язку описується рівномірним законом, отже користувачі розміщуються умовно рівномірно в зоні покриття.

Рівномірний закон розподілу використовується в ряді задач теорії масового обслуговування, при статистичному моделюванні спостережень, які підлягають заданому розподілу, наприклад, видалення користувачів від БС.

Параметри розподілу: інтервал змін випадкової величини $\{a, b\}$.

Щільність розподілу:

$$p(\xi) = \begin{cases} 0: & \xi < a \\ \frac{1}{b-a}: & a \leq \xi \leq b \\ 0: & \xi > b \end{cases} \quad (2.6)$$

Числові характеристики (математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення):

$$M(\xi) = \frac{a+b}{2}, \quad D(\xi) = \frac{(b-a)^2}{12}, \quad \sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}} \quad (2.7)$$

Графік щільності ймовірностей (рис.2.2):

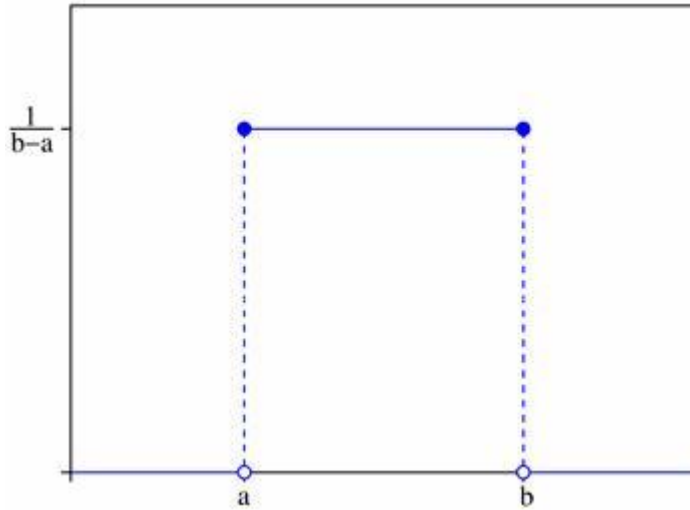


Рис. 2.2. Рівномірна щільність імовірності $p(\xi)$

2.3.2 Формування безперервних випадкових величин з нормальним розподілом

Нормальний розподіл відображає закон «великих чисел».

Фізична величина підпорядковується *нормальному розподілу* (також має назву *розподілу Гауса*), коли вона схильна до впливу величезного числа випадкових чинників. Така ситуація вкрай поширена, тому з усіх розподілів в природі найчастіше зустрічається саме нормальний розподіл – звідси і відбулася одна з його назв.

Приклад: амплітуди миттєвих значень випадкового процесу типу «білий шум» описуються нормальним законом розподілу.

Параметри розподілу $\{\mu, \sigma\}$.

Безперервна випадкова величина ξ називається гаусівською, якщо її **щільність ймовірності** описується виразом для нормального розподілу [6]:

$$p(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\xi - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (2.8)$$

де $\mu = M(\xi)$ – математичне сподівання, $D = M\{(\xi - \mu)^2\} = \sigma^2$ – дисперсія випадкової величини ξ , середньоквадратичне відхилення випадкової величини: $\sigma = \sqrt{D}$.

Вигляд розподілу показано на рис.2.3.

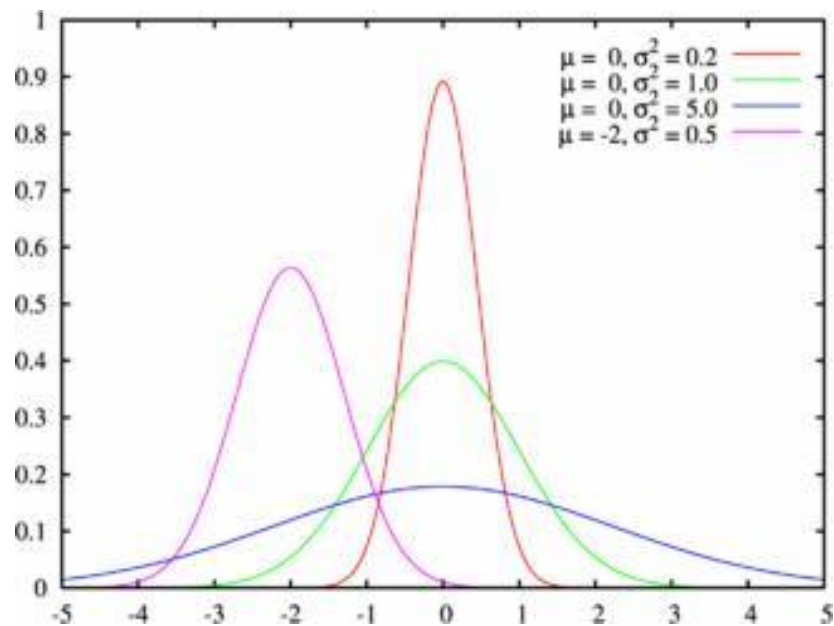


Рис. 2.3. Нормальна щільність ймовірності $p(x)$

2.3.3 Формування безперервних випадкових величин з експоненціальним розподілом

Експоненціальний або *показниковий* розподіл моделює час між двома послідовними зверненнями однієї і той же події.

Параметр розподілу $\{\lambda\}$.

$$p(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi < 0 \\ \lambda \cdot e^{-\lambda\xi}, & \xi \geq 0 \end{cases}, \quad (2.9)$$

де $\lambda > 0$.

Числові характеристики (відповідно, математичне сподівання, дисперсія випадкової величини та середньоквадратичне відхилення випадкової величини):

$$M(\xi) = \frac{1}{\lambda}, \quad D(\xi) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \sigma = \frac{1}{\lambda}$$

Вигляд розподілу ілюструється рис.2.4.

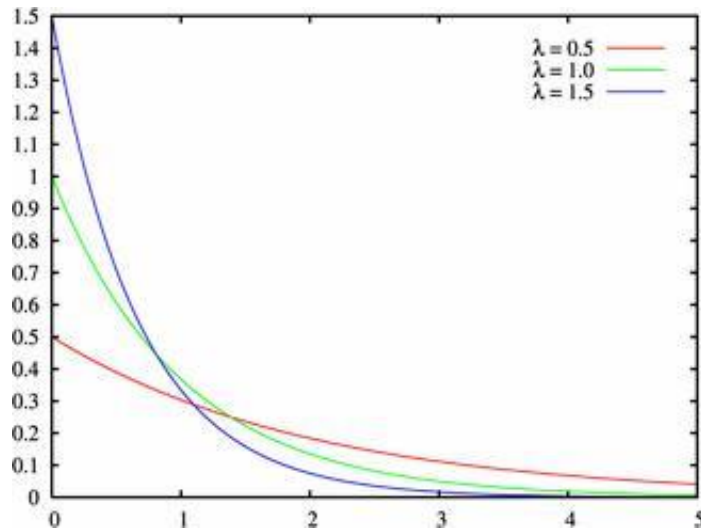


Рис. 2.4. Експоненціальний (показниковий) розподіл

2.4 Моделювання випадкових подій

2.4.1 Моделювання випадкових подій з пуасонівським законом розподілу

Аналогом закону «великих чисел» в просторі *точкових* випадкових процесів є пуасонівський закон.

Приклад – потік вхідних заявок в телефонній мережі.

Нерозривно пов'язаний з *пуасонівським* законом – *експоненціальний* закон розподілу. Експоненціальний закон описує *інтервал* між двома сусідніми подіями в пуасонівському процесі.

У техніці часто виникають завдання, що вимагають *імовірнісного опису послідовності подій*, що виникають в окремих точках простору або в окремі моменти часу [6]. У найпростішому одновимірному випадку послідовності випадкових подій, що відбуваються в часі, можна характеризувати випадковими моментами часу їх появи t_1, t_2, t_3 на осі часу t . Таку послідовність подій часто називають *випадковим потоком* (або просто потоком). Геометрично випадковий *потік подій* можна зобразити у вигляді випадково наступних один за одним *точок на осі часу* (рис.2.5).

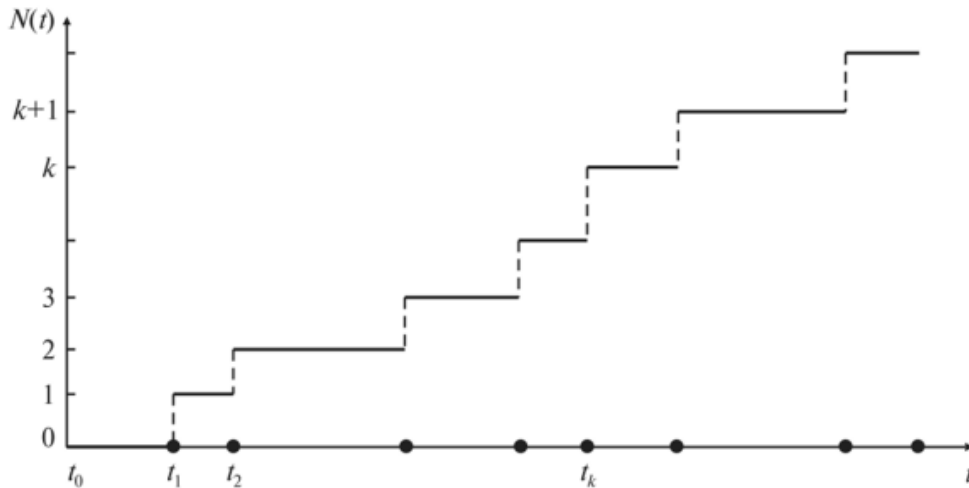


Рис. 2.5. Пуассонівський потік подій

Нехай задано інтервал обслуговування $(0, T)$. Нехай надходження заявок характеризується пуассонівським процесом з параметром λ . Обслуговування цих заявок завершується в моменти часу з параметром μ , які можуть бути до моменту надходження наступної заявки, або ж після надходження наступної заявки. У першому випадку наступна заявка обслуговується, тому що прилад вільний, а в другому випадку заявка буде в черзі, або ж стратиться (відповідно до дисципліни обслуговування).

Випадковий потік можна також назвати *випадковим точковим процесом*, так як реалізації такого процесу є випадкова послідовність точок.

Властивості пуасонівського потоку:

1. Потік подій називається *стаціонарним*, якщо ймовірність попадання того чи іншого числа подій на ділянку часу довжиною τ залежить тільки від довжини ділянки і не залежить від того, де саме на осі часу розташовано цю ділянку.

2. Потік подій називається *потоком без післядії*, якщо для будь-яких незалежних ділянок часу число подій, що потрапляють на один з них, не залежить від числа подій, що потрапляють на інші.

3. Потік подій називається *ординарним*, якщо ймовірність попадання на елементарний ділянку Δt двох або більше подій дуже мала в порівнянні з імовірністю влучення однієї події в цю ділянку [5].

Якщо потік подій має всі три властивостями (тобто стаціонарний, ординарний і не має післядії), то він називається *найпростішим* (або стаціонарним пуасонівським) потоком. Назва «пуасонівський» пов'язана з тим, що при дотриманні умов 1-3 число подій, що потрапляють на будь-який фіксований інтервал часу, буде розподілено згідно із законом Пуассона. Він відіграє фундаментальну роль в теорії випадкових точкових процесів і є основним для формування інших, більш складних точкових процесів.

Розподіл Пуассона моделює випадкову величину, яка відображує число подій, що сталися за фіксований час, за умови, що дані події відбуваються з деякою фіксованою середньою інтенсивністю і незалежно один від одного [6].

Параметр розподілу λ дорівнює середньому числу появи подій в однакових незалежних випробуваннях, тобто $\lambda = n \times p$, де p – ймовірність події при одному випробуванні, n – частота даної події.

Параметр розподілу $\{\lambda\}$.

Ймовірність того, що число подій ξ за інтервал спостереження буде n ($\xi = n$), обчислюються за *формулою Пуассона*:

$$p(\xi) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad (2.10)$$

Числові характеристики (відповідно, математичне сподівання, дисперсія випадкової величини та середньоквадратичне відхилення випадкової величини):

$$M(\xi) = \lambda, D(\xi) = \lambda, \sigma = \sqrt{\lambda}$$

Вигляд розподілу ілюструється рис.2.6 та рис. 2.7.

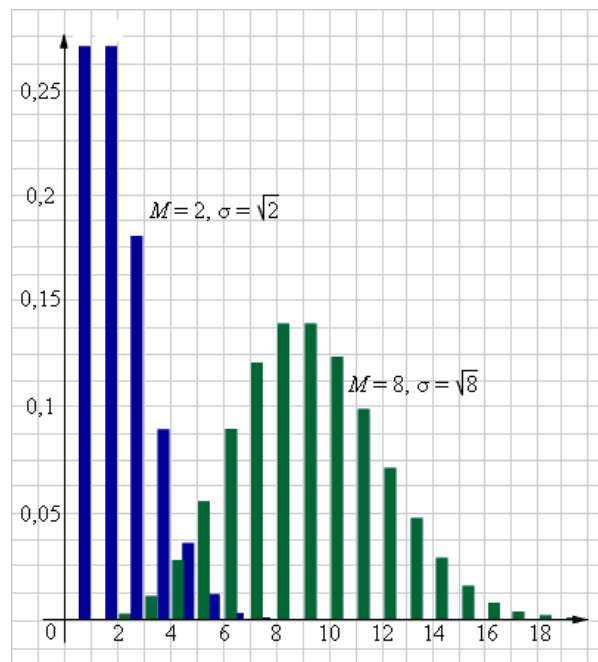


Рис. 2.6. Розподіл Пуассона

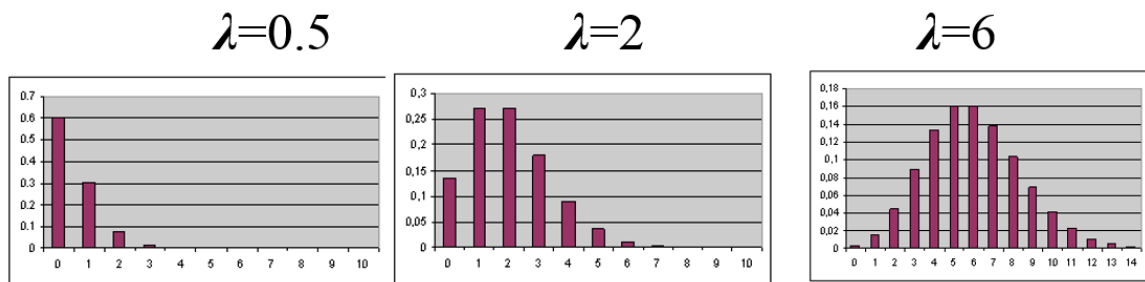


Рис. 2.7. Розподіли (ймовірності) випадкової величини ξ , розподіленої за законом Пуассона, відповідні різним значенням параметра λ

2.4.2 Моделювання випадкових подій з біноміальним законом розподілу

Нехай ξ — кількість «успіхів» у послідовності з n незалежних випадкових експериментів, таких що ймовірність «успіху» в кожному з них дорівнює p ; при цьому ймовірність «неуспіху» дорівнює $q = 1 - p$.

Параметри розподілу $\{p, n, k\}$.

Ймовірність настання k очікуваних подій в серії з n незалежних випадкових експериментів **при біноміальному законі розподілу** знаходиться за формулою Бернуллі [6]:

$$p(\xi = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k} = C_n^k p^k q^{n-k} \quad (2.11)$$

Числові характеристики (відповідно, математичне сподівання, дисперсія випадкової величини та середньоквадратичне відхилення випадкової величини): $M(\xi) = np$, $D(\xi) = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Вигляд розподілу ілюструється рис.2.8.

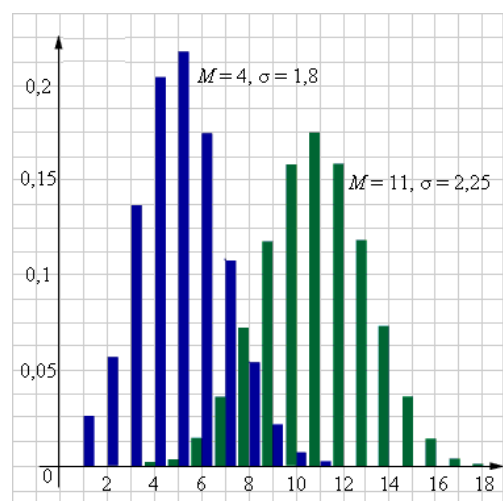


Рис. 2.8. Біноміальний розподіл

За умови $p \rightarrow 0, n \rightarrow \infty, np \rightarrow \lambda$ закон розподілу Пуассона є граничним випадком біноміального закону розподілу.

2.5 Верифікація законів розподілу: показники і критерії

Знання закону розподілу має два корисних призначення:

1) Можливість використання закону для моделювання випадкових процесів.

Приклад: використовуючи необхідний закон розподілу і його параметри, виконується генерування випадкових величин або подій для імітації випадкового процесу.

2) Пошук параметрів розподілу для підтвердження або спростування гіпотези про функції розподілу за результатами моделювання.

Приклад: дослідження функції розподілу амплітуд OFDM сигналу і перевірка гіпотези про їх нормальний розподіл.

У разі пошуку параметрів розподілу випадкових величин або подій, необхідно перевіряти (англ. *verify* – **верифікувати**), наскільки точно знайдений розподіл відповідає передбачуваному закону. Для цього використовуються критерії Колмогорова, Смирнова, Хі-квадрат.

Статистична гіпотеза являє собою деяке припущення про закон розподілу випадкової величини, або про параметри цього закону, що формулюється на основі вибірки, яку можна підтвердити або спростувати застосуванням статистичних методів до даних вибірки.

Статистична перевірка гіпотез – зазвичай це завдання формулюється в такий спосіб: нехай на підставі деяких міркувань можна вважати, що функція розподілу досліджуваної випадкової величини $\xi \in F(x)$. Питається, чи сумісні спостережені значення з гіпотезою, що випадкова величина ξ дійсно має розподіл $F(x)$ [17].

Гістограма – це інструмент верифікації отриманих результатів.

2.5.1 Перевірка гіпотези про закон розподілу за критерієм Хі-квадрат (Пірсона)

Розглянемо досліджувану випадкову величину x , яка є сумою декількох миттєвих реалізацій випадкового процесу. Потрібно перевірити гіпотезу H_0 про те, що миттєва амплітуда сумарного сигналу підпорядковується певному закону розподілу $F(x)$. Для цього необхідно зробити вибірку з n незалежних спостережень і по ній побудувати функцію розподілу $F(x)$ [6].

Інтервал амплітуд сумарного випадкового сигналу від нуля до максимального значення амплітуди $[0, U_{OFDM_max}]$ ділиться на k інтервалів.

Якщо n_j – кількість спостережень в j -му інтервалі $[a_j, b_j]$:

$$n_j = \sum_{i=1}^n [a_j < x_i \leq b_j], \quad (2.12)$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

то e_j – очікувана кількість влучень випадкової величини у j -й інтервал.

Для перевірки гіпотези відповідності експериментально отриманого розподілу цієї гіпотези, використовуємо критерій згоди Хі-квадрат:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - E_j)^2}{E_j}, \quad (2.13)$$

де k – число інтервалів, за якими будувався експериментальний закон розподілу, j – номер інтервалу, n_j/n – ймовірність попадань значення випадкової величини в j -й інтервал амплітуд; $E_j = e_j/n$ – ймовірність попадань значення випадкової величини в j -й інтервал для нормального закону розподілу. Число $f=k-1$ має назву «число ступенів свободи».

Значення функції Хі-квадрат, розрахованої за формулою (2.12) слід порівняти зі значеннями у таблиці 2.1

Таблиця 2.1. Значення Хі-квадрат і відповідні рівні значимості (точності) α в залежності від числа ступенів свободи f

Критерій Пірсона χ^2						
Число ступенів свободи f	Рівень значимості					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Якщо значення функції χ^2 у відповідному рядку для визначеного f потрапляє в інтервал значень ($max...min$) для цього рядка, то можна визначити

рівень значущості (точності) отриманого результату. Кращим є рівень значущості, максимально наближений до 0,99.

Отже, чим менше значення χ^2 для визначеного числа ступенів свободи f , тим ближче гіпотеза H_0 до істини (відповідності послідовності випадкових величин до гіпотетичного закону розподілу) [17].

2.5.2 Перевірка гіпотези про закон розподілу за критерієм Колмогорова

На практиці крім критерію χ^2 часто використовується **критерій Колмогорова**, в якому мірою розбіжності між теоретичним і емпіричним розподілами розглядають максимальне значення абсолютної величини різниці між емпіричною функцією розподілу і відповідною теоретичною функцією розподілу [6]:

$$D = \max_{-\infty \leq x \leq \infty} |F_n(x) - F(x)|, \quad (2.14)$$

так званою *статистикою критерію Колмогорова*.

Доведено, що якщо б не була функція розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X , при необмеженому збільшенні числа спостережень ($n \rightarrow \infty$) ймовірність нерівності $P(D\sqrt{n} \geq \lambda)$ прямує до значення

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1)^k e^{-2k^2\lambda^2} \quad (2.15)$$

Ставлячи рівень значущості α зі співвідношення

$$P(\lambda) = \alpha \quad (2.16)$$

можна знайти відповідне критичне значення λ_α .

Схема застосування критерію Колмогорова наступна:

1. Будуються емпірична функція розподілу $F_n(x)$ і передбачувана теоретична функція розподілу $F(x)$.

2. Визначається міра розбіжності між теоретичним і емпіричним розподілом D за формулою (2.17) і обчислюється величина

$$\lambda = D\sqrt{n}. \quad (2.17)$$

3. Якщо обчислене значення λ виявиться більше критичного λ_α , визначеного на рівні значущості α , то нульова гіпотеза H_0 про те, що випадкова величина X має заданий закон розподілу, відкидається (односторонній критерій). Якщо $\lambda \leq \lambda_\alpha$, то вважають, що гіпотеза не суперечить дослідним даним.

Зауваження

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Слід відзначити, що вирішення подібних завдань можна було б знайти за допомогою критерію χ^2 . Потенційна перевага критерію Колмогорова в тому, що він не вимагає групування даних (з неминучою втратою інформації), а дає можливість розглядати індивідуальні спостережувані значення. Цей критерій можна успішно застосовувати для малих вибірок. Вважається, що його потужність в цілому вища, ніж у критерія χ^2 .

Приклад. Отримано випадкову вибірку x_i обсягом $n=6$ відліків.

Побудуємо варіаційний ряд та емпіричну функцію розподілу:

x_i	-1.0	-0.6	0.2	1.3	2.1	3.0	>3
ω_i	1\6	1\6	1\6	1\6	1\6	1\6	
$F_6(x)$	0	1\6	2\6	3\6	4\6	5\6	1

Перевіримо гіпотезу, що ці спостереження утворюють випадкову вибірку з розподілу $N(1,1)$ (нормальний розподіл із параметрами $m=1$, $\sigma^2=1$) із рівнем значущості $\alpha=0,05$.

Критичне значення λ_α слід вирахувати за виразом:

$$\lambda_\alpha = \sqrt{-\frac{1}{2} \cdot \ln \frac{\alpha}{2}} = 1,3581.$$

Потім можна буде визначити $D_6(x)$ графічно або аналітично, причому ці значення повинні з'явитися в точці x , що відповідає одній з спостережуваних величин. З цією метою необхідно обчислити пари величин d_1 і d_2 (див. рис. 2.9) для кожного значення вибірки.

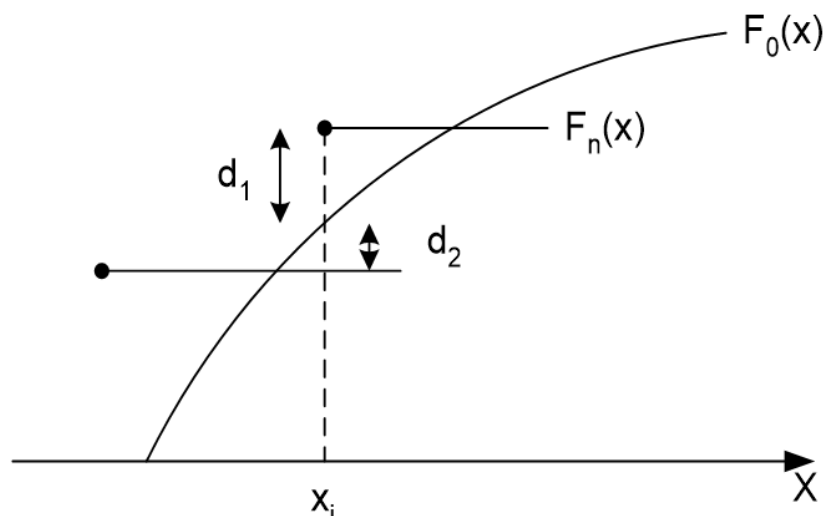


Рис. 2.9. Різниці d_1 і d_2

Відомо, що $F_0(x) = P(X < x) = \Phi_0(x-1)$, де $\Phi_0(x-1)$ – функція стандартного нормального розподілу [6].

Тоді результати всіх обчислень подаймо у вигляді таблиці 2.2.

Таблиця 2.2. Результати обчислень відхилень емпіричної функції від аналітичної

x	$F_6(x)$	$F_0(x)$	d_1	d_2
-1.0	0.1667	0.0228	0.1439	0.0228
-0.6	0.3333	0.0548	0.2785	0.1119
0.2	0.5	0.2119	0.2881	0.1214
1.3	0.6667	0.6179	0.0488	0.1179
2.1	0.8333	0.8643	0.0310	0.1976
3.0	1.0000	0.9772	0.0228	0.1439

З результатів, наведених у таблиці 2.2, слідує:

$$D_6(x) = 2,881 \text{ (для } x = 0,2);$$

Користуючись формулою (2.17), визначимо значення $\lambda = 0,7257$.

Оскільки в даному випадку $\lambda < \lambda_\alpha = 1,3581$, то вихідна гіпотеза приймається, тобто можна вважати, що дані підкоряються розподілу $N(1,1)$.

Оскільки $\lambda \leq \lambda_\alpha$, то приймається гіпотеза, тобто можна вважати, що дані підкоряються розподілу $N(1,1)$.

Перевірка гіпотез про однорідність вибірок. Гіпотези про однорідність вибірок – це гіпотези про те, що розглянуті вибірки витягнуті з однієї і тієї ж генеральної сукупності. Для перевірки гіпотез використовують **критерій Колмогорова-Смирнова**.

Нехай є дві незалежні вибірки, отримані з генеральних сукупностей з невідомими теоретичними функціями розподілу.

Нульова гіпотеза, що перевіряється, має вигляд $H_0: F_1(x) = F_2(x)$ проти конкуруючої $H_1: F_1(x) \neq F_2(x)$. Будемо припускати, що функції $F_1(x)$ і $F_2(x)$ неперервні.

Критерій Колмогорова-Смирнова використовує ту ж саму ідею, що і критерій Колмогорова, але тільки в критерії Колмогорова порівнюється емпірична функція розподілу з теоретичної, а в критерії Колмогорова-Смирнова порівнюються дві емпіричні функції розподілу.

Статистика критерію Колмогорова-Смирнова має вигляд [6]:

$$\lambda' = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \cdot \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|, \quad (2.18)$$

де $F_{n1}(x)$ і $F_{n2}(x)$ – емпіричні функції розподілу, побудовані за двома вибірками с обсягами n_1 і n_2 .

Гіпотеза H_0 **відкидається**, якщо фактичне значення статистики λ' більше критичного $\lambda'_{кр}$, тобто $\lambda' > \lambda'_{кр}$, інакше **приймається**.

При малих обсягах вибірок ($n_1, n_2 \leq 20$) критичні значення для заданих рівнів значимості критерію можна знайти в спеціальних таблицях. При $n_1, n_2 \rightarrow \infty$ (а практично при $n_1, n_2 \geq 50$) розподіл статистики λ' зводиться до розподілу Колмогорова для статистики. Тому гіпотеза **відкидається** на рівні значущості α , якщо фактичне значення λ' більше критичного λ_α , тобто $\lambda' > \lambda_\alpha$, і **приймається** в протилежному випадку.

2.5.3 Перевірка гіпотези про закон розподілу за критерієм Стьюдента

t-критерій Стьюдента – загальна назва для класу методів статистичної перевірки гіпотез (статистичних критеріїв), заснованих на розподілі Стьюдента. Найбільш часті випадки застосування *t*-критерію пов'язані з перевіркою **рівності середніх значень** у двох вибірках [6].

Історія розробки t-критерію. Цей критерій був розроблений **Вільямом Госсетом** для оцінки якості пива в компанії Гіннес. У зв'язку із зобов'язаннями перед компанією щодо нерозголошення комерційної таємниці, стаття Госсета вийшла в 1908 році в журналі «Біометрика» під псевдонімом «Student» (Студент).

Для чого використовується t-критерій Стьюдента?

t-критерій Стьюдента використовується для визначення статистичної значущості **відмінностей середніх величин**. Може застосовуватися як у випадках порівняння незалежних вибірок (*наприклад, групи хворих на цукровий діабет і групи здорових*), так і при порівнянні пов'язаних сукупностей (*наприклад, середня частота пульсу у одних і тих же пацієнтів до і після прийому антиаритмічного препарату*).

У яких випадках можна використовувати t-критерій Стьюдента? Для застосування *t*-критерію Стьюдента необхідно, щоб вихідні дані мали **нормальний розподіл**. У разі застосування двох-вибіркового критерію для незалежних вибірок також необхідне дотримання умови **рівності дисперсій**.

При недотриманні цих умов при порівнянні вибірових середніх повинні використовуватися аналогічні методи *непараметричної статистики*, серед яких найбільш відомими є **U-критерій Манна-Уїтні** (як двох-вибіркового критерію

для незалежних вибірок), а також **критерій знаків** і **критерій Вілкоксона** (використовуються у випадках залежних вибірок).

Як розрахувати t-критерій Стюдента? Для порівняння середніх величин t-критерій Стюдента розраховується за такою формулою:

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}, \quad (2.19)$$

де M_1 – середнє арифметичне першої порівняльної сукупності (групи),

M_2 – середнє арифметичне другої порівняльної сукупності (групи),

m_1 – середня помилка першої середньої арифметичної,

m_2 – середня помилка другої середньої арифметичної.

Як інтерпретувати значення t-критерію Стюдента? Отримане значення t-критерію Стюдента необхідно правильно інтерпретувати. Для цього нам необхідно знати кількість досліджуваних в кожній групі (n_1 і n_2). Знаходимо число ступенів свободи f за такою формулою [6]:

$$f = (n_1 + n_2) - 2 \quad (2.20)$$

Після цього визначаємо критичне значення t-критерію Стюдента для необхідного рівня значущості (наприклад, $p = 0,05$) і при даному числі ступенів свободи f по таблиці 2.3. (див. нижче).

Порівнюємо критичне і розраховане значення критерію:

– Якщо розраховане значення t-критерію Стюдента дорівнює або більше критичного, знайденого по таблиці, робимо висновок про статистичну значущість відмінностей між порівнюваними величинами.

– Якщо значення розрахованого t-критерію Стюдента менше табличного, то відмінності порівнюваних величин статистично не значимі.

Приклад розрахунку t-критерію Стюдента.

Для вивчення ефективності нової методики навчання були обрані дві групи студентів. У першій групі студенти протягом двох тижнів отримували знання за новою методикою, а в другій групі – за традиційною методикою. Після цього було проведено вимірювання рівня знань за допомогою тестів. У першій групі середній рівень знань склав $115,4 \pm 1,2$ бали, а в другій – $103,7 \pm 2,3$ бали (дані представлені в форматі $M \pm m$), порівнювані сукупності мають **нормальний розподіл**. При цьому чисельність першої групи склала 34, а другої – 40 студентів. Необхідно зробити висновок про статистичну значущість отриманих відмінностей і ефективність нової методики навчання.

Рішення: Для оцінки значущості відмінностей використовуємо t-критерій Стюдента, що розраховується як різниця середніх значень, поділена на суму квадратів помилок:

$$t = \frac{115,4 - 103,7}{\sqrt{1,2^2 + 2,3^2}}$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Після виконання розрахунків, значення t -критерію становить 4,51. Знаходимо число ступенів свободи як $(34 + 40) - 2 = 72$. Порівнюємо отримане значення t -критерію Стюдента 4,51 з критичним при $p = 0,05$ значенням, зазначеним у таблиці: 1,993. Так як розраховане значення критерію більше критичного, робимо висновок про те, що спостережувані *відмінності статистично значущі* (рівень значущості $p < 0,05$).

Таблиця 2.3 Критичне значення t -критерію Стюдента

Число ступенів свободи, f	Значення t -критерію Стюдента при $p = 0.05$	Число ступенів свободи, f	Значення t -критерію Стюдента при $p = 0.05$	Число ступенів свободи, f	Значення t -критерію Стюдента при $p = 0.05$
1	12.706	23	2.069	52-53	2.007
2	4.303	24	2.064	54-55	2.005
3	3.182	25	2.060	56-57	2.003
4	2.776	26	2.056	58-59	2.002
5	2.571	27	2.052	60-61	2.000
6	2.447	28	2.048	62-63	1.999
7	2.365	29	2.045	64-65	1.998
8	2.306	30	2.042	66-67	1.997
9	2.262	31	2.040	68-69	1.995
10	2.228	32	2.037	70-71	1.994
11	2.201	33	2.035	72-73	1.993
12	2.179	34	2.032	74-75	1.993
13	2.160	35	2.030	76-77	1.992
14	2.145	36	2.028	78-79	1.991
15	2.131	37	2.026	80-89	1.990
16	2.120	38	2.024	90-99	1.987
17	2.110	40-41	2.021	100-119	1.984
18	2.101	42-43	2.018	120-139	1.980
19	2.093	44-45	2.015	140-159	1.977
20	2.086	46-47	2.013	160-179	1.975
21	2.080	48-49	2.011	180-199	1.973
22	2.074	50-51	2.009	200	1.972

				∞	1.960
--	--	--	--	----------	-------

2.5.4 Кількість експериментів та точність

Результати, одержані методом статистичного моделювання, неминуче носять випадковий характер. Для забезпечення статистичної стійкості їх відповідні оцінки обчислюються як середні значення по великій кількості реалізацій.

Вибір кількості реалізацій залежить від того, які вимоги пред'являються до результатів моделювання [1]. Нехай в якості оцінки для деякого параметра A , оцінюваного за результатами моделювання x_i вибирається величина $\bar{x}$, що є функцією від x_i . В силу випадковості $\bar{x}$ буде в загальному випадку відрізнятися від a . Цю відмінність можна характеризувати наступним чином. Величину ε , таку, що

$$|a - \bar{x}| < \varepsilon, \quad (2.21)$$

назвемо **точністю оцінки** $\bar{x}$, а ймовірність того, що нерівність (2.21) виконується, **достовірністю оцінки** a . Тоді

$$P(|a - \bar{x}| < \varepsilon) = \alpha \quad (2.22)$$

Співвідношенню (2.22) можна дати наочну частотну інтерпретацію.

Якщо для оцінки параметра a ми будемо систематично використовувати величину $\bar{x}$ з точністю ε і достовірністю α , то в середньому на кожні 100 випадків застосування цього правила, в $100 \cdot \alpha$ випадках $\bar{x}$ буде відрізнятися від A менше ніж на ε , і тільки в $(1 - \alpha) \cdot 100$ випадках різниця між ними може перевершувати ε .

Скористаємося сформульованим співвідношенням (2.22) для визначення точності результатів, одержуваних методом статистичного моделювання.

Нехай метою моделювання буде обчислення ймовірності p появи деякої випадкової події A , що визначається станами досліджуваної системи: $x_1=1$ та $x_2=0$.

У кожній з N реалізацій процесу на моделі спостережувана подія A може статися або не статися; інакше кажучи, кількість ξ настання події A в даній реалізації процесу є випадковою величиною, що приймає значення $x_1=1$ з ймовірністю p , і значення $x_2=0$ з ймовірністю $1-p$.

Легко визначити математичне очікування і дисперсію випадкової величини ξ . Справді, за визначенням, математичне очікування

$$M(\xi) = x_1 \cdot p + x_2 \cdot (1-p) = p, \quad (2.23)$$

а дисперсія

$$D(\xi) = [x_1 - M(\xi)]^2 \cdot p + [x_2 - M(\xi)]^2 \cdot (1-p) = p \cdot (1-p). \quad (2.24)$$

В якості оцінки для шуканої ймовірності p приймається частота m/N наступів події A при N реалізаціях. Але частоту m/N можна представити у вигляді

$$\frac{m}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i, \quad (2.25)$$

де ξ – кількість події A в реалізації з номером i .

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

З формул (2.23), (2.24) і (2.25) можна визначити математичне очікування і дисперсію частоти m/N :

$$\begin{aligned} M(m/N) &= p, \\ D(m/N) &= p \cdot (1 - p) / N. \end{aligned} \quad (2.26)$$

В силу центральної граничної теореми теорії ймовірностей (яку можна взяти в формі теореми А. Я. Хінчина) частота m/N при досить великих N має розподіл, близький до нормального [6].

Тому для кожного значення достовірності α можна вибрати з таблиць нормального розподілу таку величину t_α , що точність ε буде дорівнювати

$$\varepsilon = t_\alpha \sqrt{D\left(\frac{m}{N}\right)}. \quad (2.27)$$

Наприклад, для $\alpha = 0,95$ $t_\alpha = 1,96$; для $\alpha = 0,997$ $t_\alpha = 3$ і т. д.

Підставляючи в (2.27) замість дисперсії $D(m/N)$ її значення з (2.26), отримаємо

$$\varepsilon = t_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}. \quad (2.28)$$

Звідси можна визначити кількість реалізацій N , необхідних для отримання оцінки m/N з точністю ε і достовірністю α ,

$$N = t_\alpha^2 \frac{p(1-p)}{\varepsilon^2}. \quad (2.29)$$

Кількість реалізацій N для $\alpha = 0,95$ і різних значень p і ε задається табл. 2.4.

Таблиця 2.4. Кількість реалізацій N для $\alpha = 0,95$ і різних значень p і ε

Ймовірність P		Точність ε		
		0,05	0,02	0,01
0.1	0,9	140	900	3600
0,2	0,8	250	1500	6200
0.3	0,7	330	2100	8400
0,4	0,6	380	2300	9400
	0,5	390	2400	9800

У практиці моделювання ймовірність p зазвичай невідома. Тому для визначення кількості реалізацій діють наступним чином. Вибирають $N_0 = 50 \dots 100$, за результатами N_0 реалізацій визначають m / N_0 , а потім остаточно призначають N , приймаючи, що $p \approx m / N_0$.

Іншим поширеним випадком є оцінка за результатами моделювання середнього значення деякої випадкової величини.

Нехай випадкова величина ξ має середнє значення a і дисперсію σ^2 .

У реалізації з номером i вона приймає значення x_i . В якості оцінки для середнього значення (математичного сподівання) a використовується середнє арифметичне [6]

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (2.30)$$

В силу згаданої вище центральної граничної теореми при великих значеннях N середнє арифметичне (2.30) буде мати приблизно нормальний розподіл з математичним очікуванням a й дисперсією σ^2 / N . Тому точність

$$\varepsilon = \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{N}} \quad (2.31)$$

Звідси кількість реалізацій

$$N = \frac{t_{\alpha}^2 \sigma^2}{\varepsilon^2} \quad (2.32)$$

Аналогічно можна визначити кількість реалізацій, необхідних для оцінки дисперсій, кореляційних моментів і інших характеристик випадкових величин.

Необхідно звернути увагу на наступне. Кількість реалізацій N у формулі (2.29) залежить від ймовірності p , а у формулі (2.32) від дисперсії σ^2 .

Тут криється ще один підхід до зниження необхідної кількості реалізацій. А саме, доцільно так будувати моделюючий алгоритм (формулювати завдання), щоб методом статистичного моделювання оцінювалися параметри випадкових величин, що мають можливо меншу дисперсію, або ймовірності випадкових подій, які не дуже близькі до 0,5. З приводу останнього зауважимо, що ймовірності не повинні бути також дуже близькими до нуля або одиниці, так як при цьому ефективність методу статистичного моделювання різко знижується.

Тут ми привели тільки загальні міркування, пов'язані з точністю результатів статистичного моделювання. Вони дозволяють отримати орієнтування в питанні про обсяг обчислень при використанні методу статистичного моделювання. В кожному окремому випадку моделювання складної системи оцінка точності повинна розглядатися окремо.

**РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ТА
ЛАБОРАТОРНОГО ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 2 «МОДЕЛЮВАННЯ
ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ В ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ»**

Практичне заняття 2.1: «Моделювання та верифікація законів розподілу випадкових величин»

Метою заняття є огляд **показників і характеристик** числових послідовностей, найбільш поширених законів розподілу випадкових величин, їх математичне представлення, та аналіз методів **верифікації** законів розподілу випадкових величин для перевірки гіпотез про закон розподілу.

Перелік питань, які виносяться на практичне заняття:

1. Потреба і користь у застосуванні законів розподілу значень випадкових величин.
2. Аналіз основних **видів випадкових процесів**, та їх принципові відмінності.
3. Огляд **показників і характеристик** числових послідовностей, що характеризуються найбільш поширеними законами розподілу, та аналіз їх математичного представлення:
 - 3.1. для **безперервних** величин:
 - 3.1.1. *рівномірний*;
 - 3.1.2. *нормальний*;
 - 3.1.3. *експоненційний*;
 - 3.2. для **дискретних** подій:
 - 3.2.1. *пуассонівський*;
 - 3.2.2. *біноміальний*.
4. Огляд **прикладних випадків** числових послідовностей, які відповідають найбільш поширеним законам розподілу випадкових величин.
5. Аналіз інших **менш розповсюджених законів розподілу** (налічується 28), їх особливостей і відмінностей.
6. Методи **верифікації** законів розподілу випадкових величин, їх показники і критерії, зокрема перевірка гіпотези про закон розподілу за критерієм:
 - 6.1. *Хі-квадрат (Пірсона)*;
 - 6.2. *Колмогорова*;
 - 6.3. *Колмогорова-Смирнова*;
 - 6.4. *Стьюдента*.
7. Вплив **кількості експериментів** статистичного моделювання на статистичну стійкість числової послідовності.

Лабораторна робота 2.1: «Моделювання та верифікація законів розподілу випадкових величин»

Мета роботи: оволодіти інструментарієм імітаційного моделювання для моделювання і верифікації законів розподілу випадкових величин, зокрема – із застосуванням критерію Хі-квадрат, для підтвердження чи заперечення висунутої гіпотези про закон розподілу значень заданої послідовності чисел.

План роботи:

1. У програмному середовищі Excel згенерувати 100 псевдовипадкових чисел.
2. Інтервал $0 \dots 1$ розділити на 10 субінтервалів, визначити кількість потраплянь згенерованих значень у кожний інтервал.
3. Побудувати гістограму розподілу отриманих значень.
4. Висунути гіпотезу про закон розподілу псевдовипадкових чисел.
5. Визначити (задати) закон розподілу псевдовипадкових чисел згідно висунутої гіпотези.
6. Верифікувати за критерієм Хі-квадрат, чи відповідає висунута гіпотеза про закон розподілу отриманим псевдовипадковим значенням, та з якою точністю. Занести дані до таблиці.
7. Повторити кроки 2-6 для 500, 1000, 5000, 10000 значень у програмному середовищі MatLab та Excel.
8. Побудувати графічно залежності $X^2 = f(n)$ для отриманих значень в Excel і MatLab згідно таблиці.
9. Зробити висновок про псевдовипадковий генератор, який краще відповідає висунутій гіпотезі про закон розподілу псевдовипадкових чисел (має кращу збіжність із законом).

Число експериментів, n	Excel		MatLab	
	Значення Хі-квадрат, X^2	Точність, p	Значення Хі-квадрат X^2	Точність, P
100				
500				
1000				
5000				
10000				

Отримані результати:

– Кожен пункт плану роботи передбачає **результат**, представлений у звіті в формі *числових значень, використаних теоретичних формул, формулу відповідності із синтаксисом ПЗ Excel та Matlab, коду програми, та графіків.*

Перелік питань за темою «Моделювання випадкових процесів»

1. Закон великих чисел, його суть та призначення.
2. Центральна гранична теорема.
3. Поняття випадкового процесу і сигналу зв'язку; спільні і відмінні риси.
4. Класифікація випадкових процесів.
5. Різновиди дискретних випадкових послідовностей та приклади їх застосування.
6. Поняття закону розподілу випадкових подій.
7. Мета застосування законів розподілу в імітаційному моделюванні.
8. Способи завдання випадкового процесу в аналітичній формі.
9. Класифікація прикладних законів розподілу неперервних величин та дискретних подій.
10. Рівномірний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
11. Нормальний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
12. Експоненційний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
13. Властивості пуасонівського потоку.
14. Пуасонівський закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
15. Біноміальний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
16. Метод серединних квадратів для генерування дискретних величин.
17. Лінійний конгруентний генератор для генерування дискретних величин.
18. Призначення верифікації закону розподілу і приклади.
19. Методи верифікації закону розподілу та їх особливості.
20. Верифікація закону розподілу за методом Хі-квадрат.

Розділ 3 МОДЕЛЮВАННЯ ОБ’ЄКТІВ ФІЗИЧНОГО РІВНЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ

3.1 Моделювання сигналів і завад у каналі телекомунікацій

3.1.1 Об’єкти моделювання систем зв’язку на фізичному рівні та їх математичні моделі. Аналітичний опис взаємодії сигналів та завад

Об’єктами моделювання телекомунікаційних систем (ТКС) на фізичному рівні можуть бути:

- сигнали;
- завади;
- взаємодії сигналів і завад у каналі зв’язку;
- реакція телекомунікаційних пристроїв ТКС на вплив сигналів і завад.

Робота будь-якої ТКС має сенс тільки тоді, коли вона забезпечує необхідну **якість зв’язку**.

До тих пір, поки система задовольняє висунутим вимогам до якості зв’язку, вона вважається **працездатною**, в іншому випадку – **непрацездатною**.

На фізичному рівні визначальним критерієм якості зв’язку є **достовірність** зв’язку – ступінь відповідності прийнятого повідомлення переданому.

Залежно від призначення системи вимоги до достовірності зв’язку (ступеня вказаної відповідності) можуть бути різними.

Під **завадостійкістю** (в широкому сенсі) слід розуміти здатність ТКС зберігати **працездатність** в умовах дії на систему різних завад.

У вузькому сенсі, під **завадостійкістю** розуміють спосіб системи сприймати передані сигнали із заданою **достовірністю**.

У ТКС повідомлення передаються за допомогою випадкових (невдомих одержувачу) сигналів. Само по собі, це не є перешкодою до точного відтворення повідомлень на приймальній стороні.

Сигнал $S(t)$ тривалістю ΔT , що передається в смузі ΔF , може бути **в точності** відновлений за допомогою $n=2 \Delta T \Delta F$ відліків.

Геометрично такий сигнал інтерпретується точкою в $2 \Delta T \Delta F$ - вимірному просторі. Зміна будь-якого з n відліків інтерпретується іншою точкою $S'(t)$, яка не співпадає з $S(t)$.

Оскільки завада являє собою випадковий процес $\omega(t)$, то адитивна суміш [8].

$$S'(t) = \mu * S(t) + \omega(t), \quad (3.1)$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

також є випадковою величиною, яка не співпадає з вихідним сигналом $S(t)$.

Таким чином, $\omega(t)$ – шумова завада, яка **не дозволяє** при обробці прийнятого сигналу $S'(t)$ **в точності відновити** переданий сигнал $S(t)$.

Отже, можна говорити про відповідність сигналів $S'(t)$ і $S(t)$ з певною ймовірністю.

Таким чином, неможливість в точності відновити переданий сигнал (або стверджувати про відповідність $S'(t)$ і $S(t)$ з ймовірністю $P = 1$) в каналі з будь якою завадою і становить **проблему завадостійкості**.

Вирішення в деякому обсязі всякої проблеми здійснюється через формулювання і рішення більш *вужчих завдань*.

В теорії завадостійкості поширеними є дві постановки задачі [15]:

1. Визначення способу побудови системи зв'язку (способу обробки сигналу) в заданих умовах, який забезпечує мінімальну ймовірність помилкового прийому повідомлення (кажуть, що забезпечує *потенційну*, гранично можливу *стійкість*). Знайдений спосіб побудови системи в цьому випадку називається *оптимальним* (за деяким критерієм).

2. Розрахунок цієї ймовірності або іншої міри *потенційної завадостійкості*.

Отже, для подолання проблеми завадостійкості необхідно:

- сформулювати *критерій оптимальності* (правило найкращого рішення);
- побудувати алгоритм роботи приймача відповідно до обраного критерію для заданої системи зв'язку;
- обчислити показники потенційної завадостійкості для заданих умов передачі.

Як з'ясувалося, конкретні результати теорії завадостійкості визначаються конкретним набором вихідних даних про сигнали і про властивості каналу.

Найбільш вивченою є область, в якій розглядається передача *дискретних повідомлень* (сигналів) в *безперервному каналі*. Цій області приділено основну увагу.

Структура системи зв'язку для зазначеного випадку приведена на рис.3.1.

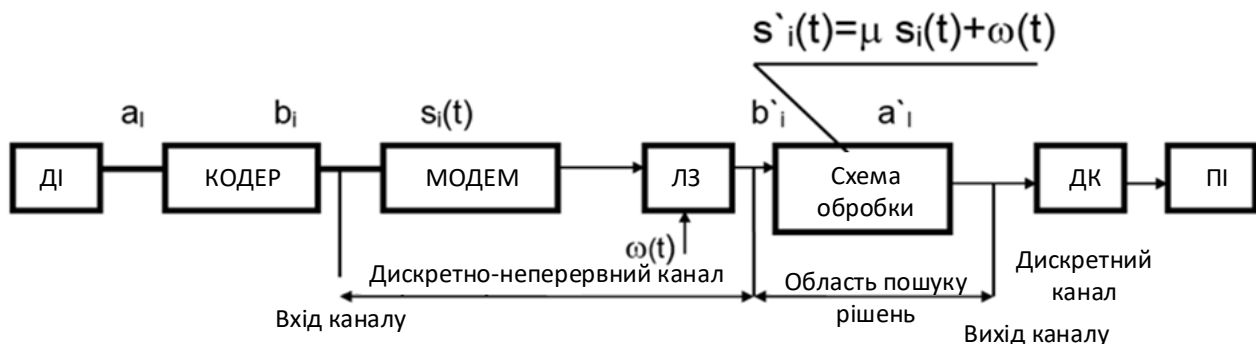


Рис. 3.1. Структура системи зв'язку

Джерело повідомлень формує множину дискретних символів $\{a_l\}_M$, які кодером перетворюються в множину дискретних символів $\{b_l\}_m$.

(В загальному випадку джерело повідомлень може бути безперервним).

Імовірність появи символу i -того виду $P(b_i)$ називається апіорною ймовірністю символу b_i :

$$\sum_{i=1}^m P(b_i) = 1, \quad (3.2)$$

де m – позиційність системи.

Кожен символ b_i перетвориться модулятором в реалізацію елемента сигналу $S_i(t)$, фінітного, тривалістю T_c , із відомим початком кожного елемента (синхронна система) [8].

Закон модуляції вважається заданим (схема модулятора фіксована).

Задано імовірнісні характеристики каналу, що визначають ймовірності появи на виході каналу певних реалізацій вихідного сигналу $S'(t)$, коли передаються задані символи:

$$W(S'(t)) = \sum_{i=1}^m P(b_i) \cdot W(S'/b_i) = W(S'), \quad (3.3)$$

де $W(S'(t)) = W(S')$ – щільність розподілу значень сигналу $S'(t)$ виду (3.1.)

$W(S'/b_i)$ – умовна щільність розподілу значень сигналу $S'(t)$ при передачі символу b_i .

Очевидно, $W(S'/b_i)$ залежить від властивостей каналу і рівня завад в ньому.

Щільність розподілу значень сигналу $S'(t)$ введена співвідношенням:

$$W(S') = \sum_{(m)} P(b_i) W(S'/b_i). \quad (3.4)$$

Виходячи з умови нормування

$$\sum_{(m)} P(b_i) = 1 \quad (3.5)$$

можна стверджувати, що вирішальна схема завжди повинна приймати одне з m рішень при прийомі реалізації $S'(t)$. Позначимо через $P(b_i/S')$ ймовірність того, що при прийомі реалізації $S'(t)$ прийнято рішення про прийом символу b_i . Це ймовірність називається *апостеріорною*.

Її можна визначити за допомогою відомої формули Байєса [6]:

$$P(b_i/S') = \frac{P(b_i)W(S'/b_i)}{W(S')} \quad (3.6)$$

Рішення на користь i -го символу приймається, якщо

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

$$P(b_i/S') > P(b_j/S'), j = 1, \dots, m, j \neq i, \quad (3.7)$$

тобто схема вибирає рішення, відповідне **більшій апостеріорній ймовірності**.

Отже, відповідно до **критерію ідеального спостерігача** оптимальне правило рішення про прийом символу в і при надходженні на вхід демодулятора сигналу $S'(t)$:

$$b(i) = \arg \left\{ \max_{\{b_i\}_m} P(b_k / S') \right\} \quad (3.8)$$

В цьому випадку вирішальна схема забезпечує найменшу ймовірність помилки в порівнянні з усіма іншими схемами.

Щоб надати рішенню (3.7) конструктивну форму, перепишемо (3.6) з урахуванням (3.5):

$$P(b_i) W(S'/b_i) > P(b_j) W(S'/b_j) \quad (3.9)$$

У більшості систем зв'язку (наприклад, двійкових) апіорні ймовірності символів однакові:

$$P(b_i) = \frac{1}{m} \quad (3.10)$$

Тоді отримаємо умову правильної передачі (рис.3.2):

$$W(S'/b_i) > W(S'/b_j) \quad (3.11)$$

Співвідношення (3.11) є більш універсальним і називається **правилом** (критерієм) **максимальної правдоподібності** (ПМП).

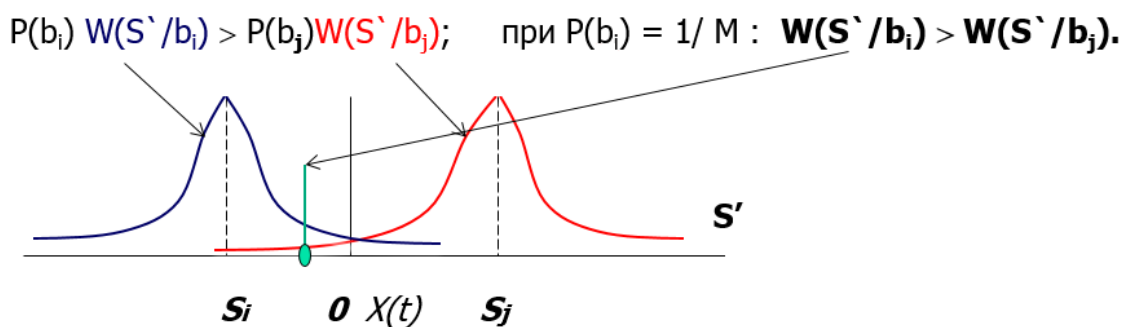


Рис. 3.2. Апіорна густина та апостеріорна ймовірність при використанні критерія ПМП

3.1.2 Застосування імітаційного моделювання для вирішення завдань теорії завадостійкості

3.1.2.1 Безперервні рівномірно розподілені випадкові числа у заданому інтервалі

Білий шум – стаціонарний шум, спектральні складові якого рівномірно розподілені по всьому діапазону задіяних частот.

Для адитивного білого гауссовського шуму $W(t)$ характерні:

- **рівномірна** спектральна щільність;
- **нормально** розподілене значення амплітуди;
- **адитивний** спосіб впливу на сигнал.

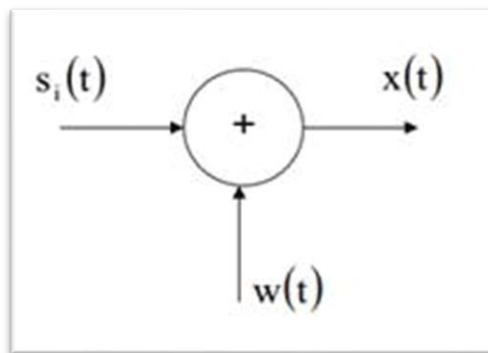


Рис. 3.3. Адитивний вплив шуму на корисний сигнал

Вплив шуму на сигнал у каналі зв'язку може бути змодельований як показано на рис. 3.3, де сигнал – $S(t)$, процес впливу шуму – $W(t)$, а випадковий результуючий процес – $X(t)$ [8].

Випадкове число x_i з інтервалу $0 \dots 1$ перетворюється на випадкове число з рівномірним розподілом x_i' для інтервалу $a \dots b$:

$$x_i' = (b-a) \cdot x_i + a$$

Випадкові числа x_i та y_i з інтервалу $0 \dots 1$ перетворюються на випадкове число з нормальним розподілом z_i' з параметрами $(\mu, \sigma) = (0, 1)$:

$$z_i' = \cos(2\pi \cdot x_i) \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(y_i)}$$

Щоб сформувати випадкові числа з довільними $\{M, \sigma\}$, необхідно виконати перетворення:

$$Z' = M + z_i' \cdot \sigma.$$

3.1.2.2 Використання векторно-фазового методу для визначення ймовірності помилки передачі [12, 36].

Вихідні дані:

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Сигнал: ФМ-2 с амплітудою «1».

Задача, що характеризується наступними параметрами:

- **Нормальним** розподілом **амплітуди**($\sigma=1/h^2$);
- **Рівномірним** розподілом **фази**($0 \dots 2\pi$).

Параметри датчика нормальних чисел пропорційні h^2 :

$$h^2 = \frac{P_C T_C}{N_0} = \frac{P_C}{\sigma^2}, \quad N_0 = \sigma^2 \cdot T_C, \quad (3.12)$$

де параметр σ – відповідно варіанту ($P_C=1$).

Аналітична умова для ймовірності помилки:

$$P_{\text{б_BPSK}}(h^2) = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} e^{\frac{-h^2}{\cos^2 \beta}} d\beta \quad (3.13)$$

Аналітичний вираз для **ФМ-2**:

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} * \left[1 - \Phi(\sqrt{2h^2}) \right] \quad (3.14)$$

$\Phi[x]$ – функція Крампа.

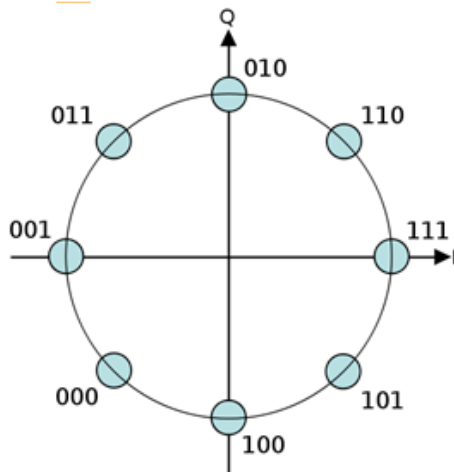
Алгоритм моделювання:

1. Генерація вектору завади з **нормальною** амплітудою і **рівномірною** фазою по заданому параметру h^2 .
2. Формування результуючого вектору взаємодії з одиничним нерухомим вектором ($\varphi = 0$).
3. Перевірка умови **неперевищення кута** повороту результуючого вектору значення **90 градусів!**
4. Підрахунок загального числа експериментів n .
5. Підрахунок числа експериментів з результатом перевищення (m).
6. Оцінка ймовірності помилки $p'_{\text{ош}} = m / n$.
7. Порівняння отриманої оцінки з аналітичним значенням $p_{\text{ош}}$.
8. Формулювання висновків.

Висновок.

Розглянутий метод моделювання є принципово необхідним прийомом при дослідженні складних **сигнальних конструкцій** (рис.3.4) [6, 15].

Сигнальна конструкція сузір'я ФМ-8



Сигнальна конструкція сузір'я КАМ-16

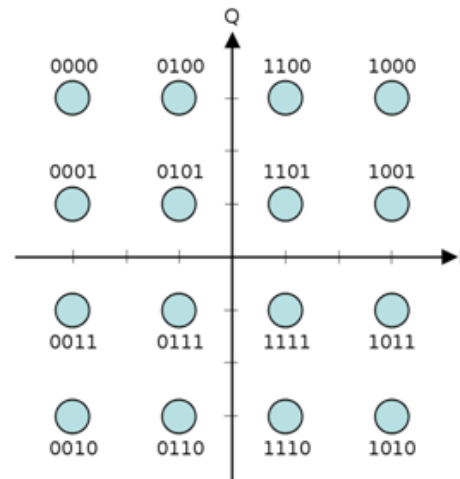


Рис. 3.4. Сигнальне сузір'я модуляцій ФМ-8 та КАМ-16

3.2 Приклади математичних та імітаційних моделей сигналів і завад в каналах телекомунікацій

Сузір'я сигналів BPSK являє собою набір, що складається з двох сигналів S_0 (відповідного бітовому «0») і S_1 (відповідного бітові «1»), зміщених одна відносно одної на 180° .

Ймовірність появи одного з сигналів на вході демодулятора рівноймовірна.

При демодуляції **помилка** виникне, якщо при прийомі сигнал, що передається, виявиться в області прийому «протилежного» сигналу (рис.3.5).



Рис. 3.5. Межі прийняття рішення в сигналі BPSK

Дію завади $w(t)$ на сигнал $S_i(t)$ відобразимо вектором довжиною r_w і випадковою фазою φ_w . Положення результуючого вектору визначається сумою аналогічно (3.1):

$$S'(t) = S_i(t) + w(t) \quad (3.15)$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Рішення про прийняття символу приймається за станом результуючого вектору [31] (рис.3.6).

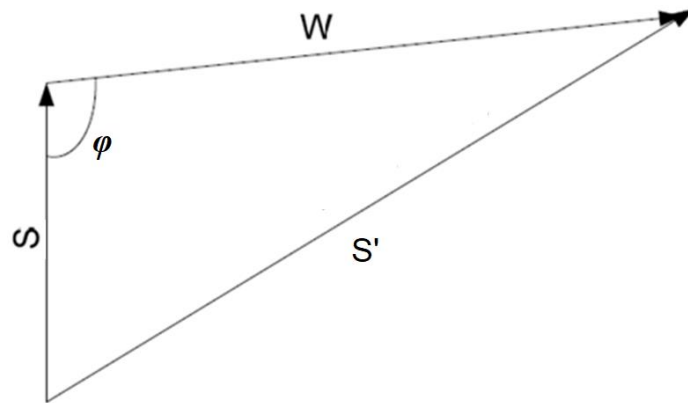


Рис. 3.6. Векторне подання впливу перешкоди на результуючий сигнал

Амплітуда результуючого сигналу:

$$Q = \sqrt{W^2 + S^2 + 2S \cdot W \cos \alpha}. \quad (3.16)$$

Умовою безпомилкової передачі є умова: $\beta < 90^\circ$ (рис.3.7) або [11]

$$\beta < \arctg[(Z_{\Pi} \cdot \sin \alpha) / (1 + Z_{\Pi} \cdot \cos \alpha)] \quad (3.17)$$

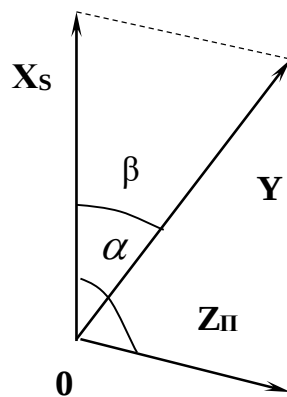


Рис. 3.7. Умова безпомилкової передачі

Видно, що зі зростанням амплітуди перешкоди, зростає ймовірність помилки.

$$p_{\text{ош}} = \frac{1}{2} * \left[1 - \Phi(\sqrt{2h^2}) \right], \quad (3.18)$$

де $h^2 = \frac{E_s}{N_0} = \frac{P_s T}{N_0}$ – безрозмірна величина, що характеризує відношення середньої енергії сигналу до односторонньої спектральної щільності білого шуму [12].

3.3 Моделювання процесів перетворення сигналів у приймально-передавальних трактах систем телекомунікацій

3.3.1 Етапи перетворення сигналів у приймально-передавальному тракті телекомунікаційної системи

3.3.1.1 Загальна характеристика етапів перетворення сигналів у приймально-передавальному тракті телекомунікаційної системи

Розглянемо джерело повідомлень, яке генерує повідомлення, перетворені до двійкового виду: 0 і 1. Необхідно перетворити цю інформацію в форму, придатну для передачі по безпроводовому каналу зв'язку.

Структурну схему перетворень сигналу із двійкового виду до модульованого сигналу у сполученні із режимом OFDM надано на рис.3.8.

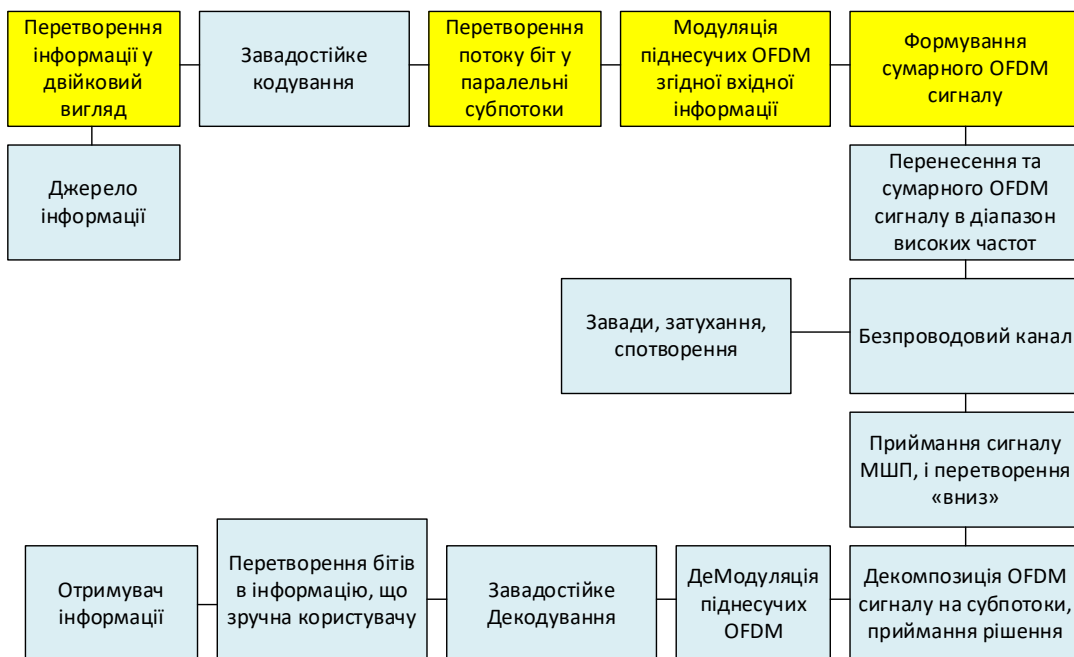


Рис. 3.8. Основні кроки формування і передачі інформації за допомогою OFDM сигналу [16]

На рис.3.8 жовтим кольором відзначені блоки, які будуть моделюватися на лабораторній роботі, блакитним – які не братимуть участі в моделюванні.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Визначимо, що *безпроводовій системі передачі* на одній частоті виділено деяку смугу частот ΔF , і передавач випромінює модульований сигнал з числом біт на символ M і потужністю $P_{\text{випр.}}$.

Отже, визначенням меж частотного, тимчасового, енергетичного ресурсів, здійснено *розподіл ресурсів каналу зв'язку*.

Наприклад, для системи передачі виділена смуга частот $\Delta F_0 = 20$ МГц. Тривалість символу і канална швидкість передачі в цьому випадку рівні $T_0 = 50$ нс і $V_C = 20$ Мсимв/с відповідно.

Безпроводовий канал зв'язку може характеризуватись умовами, за яких початковий розподіл ресурсів каналу зв'язку, описаний вище, може бути неефективним і призводити до ускладнення здійснення передачі інформації.

Такими умовами може бути *багатопроменеве поширення радіохвиль* в умовах з відбиванням радіохвиль від об'єктів місцевості між передавачем і приймачем. В результаті запізнювання відбитих променів сигналу (багатопроменевості), *затримка променів* може бути істотною по відношенню до довжини переданого символу, або ж перевершувати довжину символу сигналу. В цьому випадку приймач не в змозі визначити, чи передається сигнал правильно, в зв'язку з чим зв'язок стає неможливим.

3.3.1.2 Особливості етапів перетворення сигналів у приймально-передавальному тракті з використання сигналів OFDM

Ефективним методом боротьби з проявом багатопроменевості є збільшення тривалості символу сигналу до такого значення, при якому запізнювання відбитого променю, прийнятого приймачем, *буде незначним по відношенню до довжини переданого символу*, в результаті чого приймач зможе точно ідентифікувати переданий сигнал.

Однак при збільшенні довжини символу сигналу, *швидкість передачі знижується*, що є платою за збільшення тривалості символу. Спосіб же розподілу ресурсів **OFDM** дозволяє збільшувати тривалість символу передачі в десятки, сотні або тисячі разів, при цьому зберігаючи швидкість передачі, що характеризує OFDM як ефективну технологію для застосування в бездротових каналах з багатопроменевим поширенням радіохвиль.

Крім цього, OFDM є широко використовуваним способом *розподілу ресурсів* в сучасних безпроводових технологіях і системах передачі (рис.3.9) [33,35].

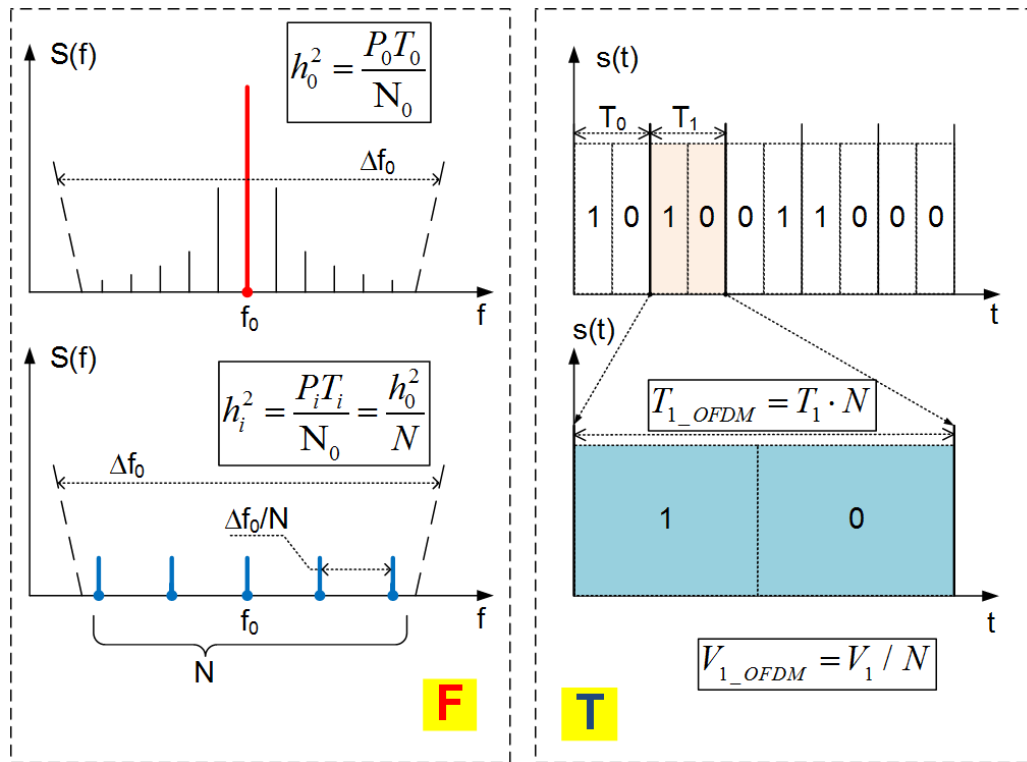


Рис. 3.9. Часові та частотні параметри OFDM сигналу

Сигнал OFDM складається з N_{OFDM} ортогональних піднесучих частот (рис.3.10), модульованих паралельними потоками даних. Частотна незалежність піднесучих забезпечується їх взаємною ортогональністю, яка визначається співвідношенням:

$$\int_0^{T_0} \sin 2\pi f_n t \cdot \sin 2\pi f_k t dt = 0, n \neq k \quad (3.19)$$

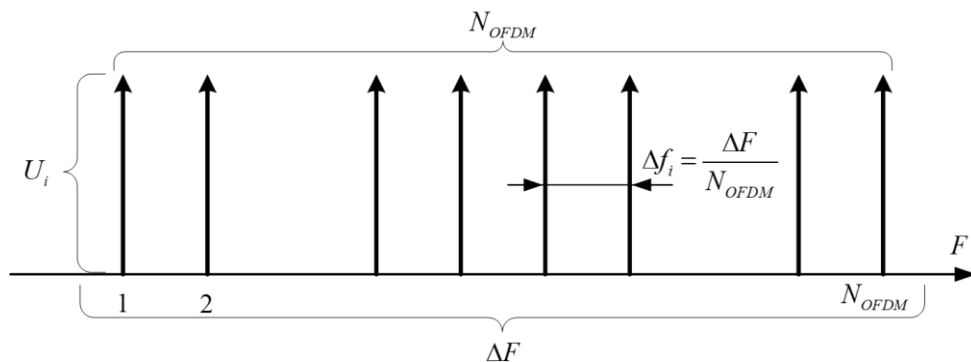


Рис. 3.10. Амплітудно-векторне представлення піднесучих OFDM сигналу

В Таблиці 3.1 представлено порівняння параметрів одно частотної передачі та OFDM [9,35].

Таблиця 3.1. Порівняння параметрів одночастотної передачі та OFDM

Параметр	Одночастотна передача	OFDM
----------	-----------------------	------

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Число несучих (піднесучих)	$N = 1$	$N_{OFDM} = 2^p$, де $p > 1$ – ціле
Смуга частот	$\Delta F_0 = 20 \text{ МГц}$	Одна під несуча займає тільки частину смуги частот: $\Delta f_i = \frac{\Delta F_0}{N_{OFDM}}$ Сумарна смуга дорівнює сумі смуг піднесучих: $\Delta F_{\Sigma} = N_{OFDM} \cdot \Delta f_i = \Delta F_0$
Довжина символу	$\Delta T_0 = \frac{1}{\Delta F_0}$	Довжина OFDM символу в N_{OFDM} раз більше довжини символу при одно частотній передачі, що є одним із ключових факторів при виборі OFDM для використання в системі передачі: $\Delta t_i = \frac{1}{\Delta f_i} = N_{OFDM} \cdot \frac{1}{\Delta F_0} \gg \Delta T_0$

OFDM-системи використовують велику кількість (як правило, десятки, сотні) **піднесучих частот** N_{OFDM} , причому число **піднесучих** вибирають за правилом:

$$N_{OFDM} = 2^p \quad (3.20)$$

де $p > 1$ ціле, що пов'язано з особливостями формування та обробки OFDM сигналу. Кожна піднесуча призначається окремому користувачеві або групі користувачів (LTE, DVB-T2, DVB-S2 і ін.). Спосіб роздачі інформаційного ресурсу OFDMA витіснив в новітніх системах принцип CDMA.

Частотний поділ обумовлює і **перерозподіл часового ресурсу**. Якщо тривалість символу при одночастотній передачі дорівнювала T_0 , то при OFDM **тривалість OFDM символу збільшується пропорційно числу піднесучих**:

$$T_i = T_0 \cdot N_{OFDM} \quad (3.21)$$

При цьому **швидкість передачі** V_0 **перерозподіляється між піднесучими** OFDM таким чином, що на кожну піднесучу доводиться $1/N_{OFDM}$ частина швидкості V_0 в результаті подовження символу OFDM в N_{OFDM} раз.

При цьому **швидкість передачі** V_0 **перерозподіляється між під несучими** OFDM таким чином, що на кожну під несучу доводиться $1/N_{OFDM}$ частина

швидкості V_0 в результаті подовження символу OFDM в N_{OFDM} раз [7]:

$$V_i = \frac{V_0}{N_{OFDM}} \quad (3.22)$$

У той же час, **сумарна швидкість** V_{OFDM} дорівнює початковій швидкості V_0 :

$$V_{OFDM} = \sum_i V_i = V_0 \quad (3.23)$$

Отже, застосування способу перерозподілу ресурсів OFDMA дозволяє збільшувати довжину символу сигналу, що передається в N_{OFDM} раз зі збереженням необхідної швидкості передачі.

Таблиця.3.2. Порівняння параметрів одночастотної передачі та OFDM

Параметр	Одночастотна передача	OFDM
Швидкість передачі символів	$V_C = \Delta F_0$ $= 20 \frac{M_{\text{симв}}}{с}$	Швидкість передачі на одну піднесучу в N_{OFDM} раз менше, ніж число піднесучих: $V_{C_i} = \frac{V_C}{N_{OFDM}} \ll \Delta T_0$ Сумарна швидкість передачі є такою ж, як і при одно частотній передачі: $V_{C_Σ} = N_{OFDM} \cdot V_{C_i} = V_C$
Потужність випромінювання передавача	$P_{\text{випр}}$	Потужність однієї піднесучої: $P_i = \frac{P_{\text{випр}}}{N_{OFDM}^2}$ Сумарна потужність OFDM сигналу, що випромінюється: $P_{Σ} = \sum_i P_i = \frac{P_{\text{випр}}}{N_{OFDM}} \ll P_{\text{випр}}$

Перерозподіл **енергетичного ресурсу OFDM** пов'язаний з умовами лінійного посилення і, відповідно, з розглядом лінійної ділянки характеристики підсилювача сигналу в передавачі (рис.3.11) [32, 35].

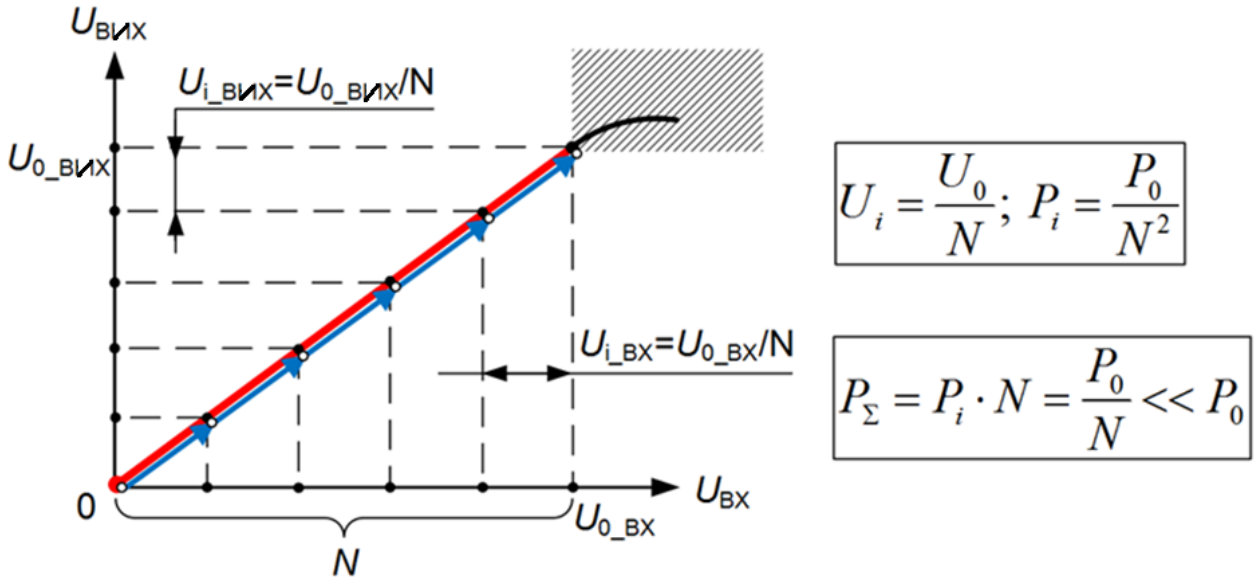


Рис. 3.11. Лінійна частина характеристики підсилення OFDM сигналу в передавачі

На кожну піднесучу частоту лінійної ділянки підсилювача OFDM сигналу доводиться $1/N_{OFDM}$ частина вихідної напруги U_0 :

$$U_i = \frac{U_0}{N_{OFDM}}, \quad (3.24)$$

$$U_0 = U_i \cdot N_{OFDM}. \quad (3.25)$$

Оскільки потужність пропорційна квадрату напруги, то:

$$P_0 \sim U_0^2 = U_i^2 \cdot N_{OFDM}^2 = P_i \cdot N_{OFDM}^2. \quad (3.26)$$

Отже, напруга, яка виділяється на одну під несучу OFDM сигналу, в N_{OFDM} раз менше напруги U_0 при одно частотній передачі, а потужність P_i , що виділяється на одну піднесучу OFDM сигналу, в раз N_{OFDM}^2 менше потужності при одно частотній передачі P_0 , що показує неповне використання енергетичного ресурсу при використанні OFDM:

$$U_i = \frac{U_0}{N_{OFDM}}; P_i = \frac{P_0}{N_{OFDM}^2}; \quad (3.27)$$

$$P_{\Sigma_OFDM} = \sum_i P_i = \frac{P_0}{N_{OFDM}} \ll P_0. \quad (3.28)$$

Енергетичний параметр h_i^2 для кожної піднесучої OFDM визначається:

$$h_i^2 = \frac{P_i}{N_0 V_i} = \frac{\frac{P_{\text{прм}}}{N_{\text{OFDM}}^2}}{N_0 \frac{V_0}{N_{\text{OFDM}}}} = \frac{P_{\text{прм}}}{N_{\text{OFDM}} N_0 V_0} = \frac{h_{\text{прм}}^2}{N_{\text{OFDM}}} \quad (3.29)$$

де $P_{\text{прм}}$ – потужність сигналу в точці прийому, V_0 – швидкість передачі символів в каналі, N_0 – спектральна щільність білого шуму, P_i – потужність i -ї піднесучої, V_i – швидкість i -ї піднесучої, N_{OFDM} – кількість піднесучих OFDM.

Отже, показано, що енергетичний параметр h_i^2 для однієї піднесучої OFDM в точці прийому в раз N_{OFDM} гірший (менший), ніж при одночастотній передачі, що в результаті призводить до погіршення завадостійкості OFDM сигналу.

Як результат, *OFDM дає програш по достовірності і ефективності використання енергетичного ресурсу порівняно з передачею на одній частоті в каналі з відомими параметрами, але в той же час – поряд з неефективним використанням енергетичного ресурсу – може бути використана для передачі інформації в каналах з багатостанційним доступом [7].*

3.3.2 Побудова імітаційної моделі OFDM сигналу

OFDM є способом перерозподілу ресурсів каналу зв'язку, при якому **поєдновано реалізуються:**

- **поділ вхідного потоку біт від джерела V_S на N_{OFDM} субпотоків з рівною швидкістю V_i , в N_{OFDM} разів меншою, ніж вхідний потік V_S ;**
- **модуляція кожного субпотoku певним видом модуляції з M бітами на символ;**
- **формування з субпотоків V_i сумарного сигналу зі швидкістю вихідного потоку V_S ;**
- **передача сумарного сигналу в лінію зв'язку.**

Важливо відзначити, що в даному дослідженні розглядається тільки канал з постійними параметрами, тобто канал з білим гаусовим шумом, який характеризується параметром – спектральною щільністю потужності білого шуму N_0 [Вт/Гц], і не розглядаються канали з багатопроменевим поширенням.

*Це обмеження прийнято на підставі того, що параметри багатопроменевого каналу завжди можна перерахувати в **еквівалентні** параметри каналу з білим гаусовим шумом.*

Для моделювання псевдовипадкової інформаційної бітової послідовності використаний генератор випадкових чисел програмного середовища Matlab. Перевірка генератора випадкових чисел на серії показала, що середнє значення відношення кількості чисел, що задовольняють умові серії, до загальної кількості

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

згенерованих значень, становить ~ 0.5 , що характеризує генератор випадкових чисел в ПЗ MatLab як досить хороший для формування бітової послідовності випадковим чином. Використовуючи даний генератор випадкових чисел, можна говорити, що симулюється функція перемежування бітів в OFDM для зменшення значення пік-фактору [24].

В імітаційній моделі реалізовано три види модуляції піднесучої частоти: QPSK, QAM-16 і QAM-64, і мається на меті розрахунок ймовірності бітової помилки для кожного виду модуляції.

Аналітично ймовірності символної і бітової помилок прийому для модуляцій QPSK, QAM-16 і QAM-64 визначаються за такими формулами:

$$p_{c_QPSK}(h^2) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \Phi(\sqrt{h^2}) - \frac{1}{4} \Phi^2(\sqrt{h^2}) \quad (3.30)$$

$$p_{\delta_QPSK}(h^2) = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\sqrt{2h^2} \cos \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (3.31)$$

$$p_{c_QAM}(h_i^2) = 1 - \left(1 - \frac{2(1 - \frac{1}{\sqrt{M}})}{\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{\frac{3k}{M-1}} h_i^2}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \right)^2 \quad (3.32)$$

$$p_{\delta_QAM}(h_i^2) = \frac{4(1 - \frac{1}{\sqrt{M}})}{k\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{\frac{3k}{M-1}} h_i^2}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \quad (3.33)$$

Відповідно до обраного типу модуляції під несучої частоти і бітам інформаційної послідовності, кожної піднесучої частоті в OFDM-символі ставляться у відповідність початкові значення амплітуди і фази гармонійного коливання, що представляє сигнал.

3.3.3 Дослідження статистичних характеристик OFDM сигналу та перевірка гіпотези про закон розподілу

Для аналізу властивостей групового OFDM сигналу необхідно отримати розподіл миттєвих значень амплітуд OFDM сигналу.

3.3.3.1 Гармонійні коливання та багатопозиційна модуляція

Векторне та часове представлення гармонійного сигналу надано на рис.3.12.

1. Гармонійне коливання: амплітуда + фаза:

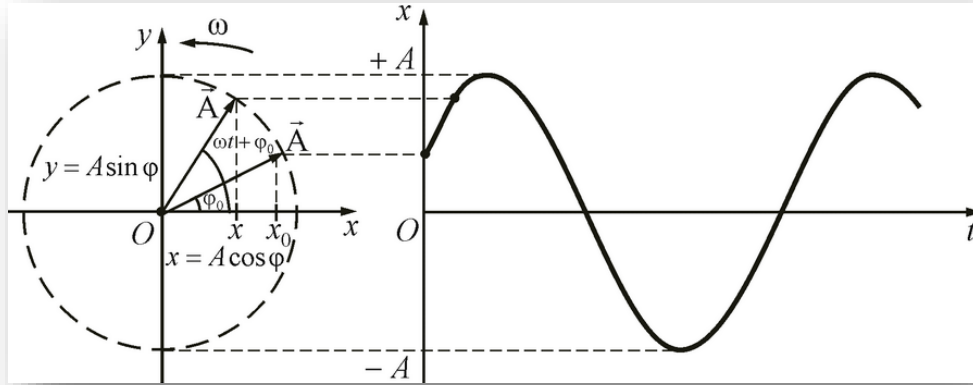


Рис. 3.12. Векторне та часове представлення гармонійного сигналу

2. Багатопозиційна модуляція (BPSK, QPSK та QAM-16).

Початкові фази та амплітуди для BPSK та QPSK надано на рис.3.13.

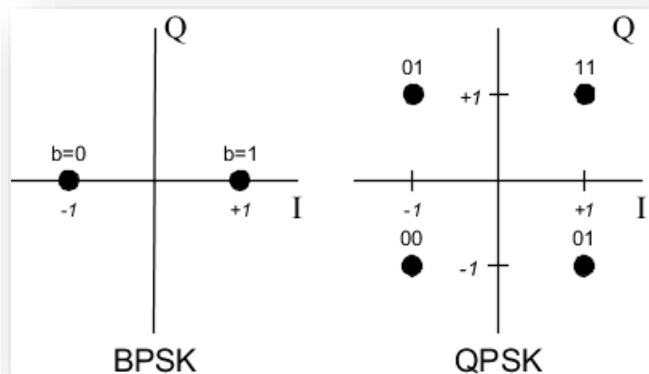


Рис. 3.13. Амплітудно-фазове представлення багатопозиційного сигналу BPSK та QPSK

Амплітудно-фазове представлення багатопозиційного сигналу QAM-16 надано на рис. 3.14.

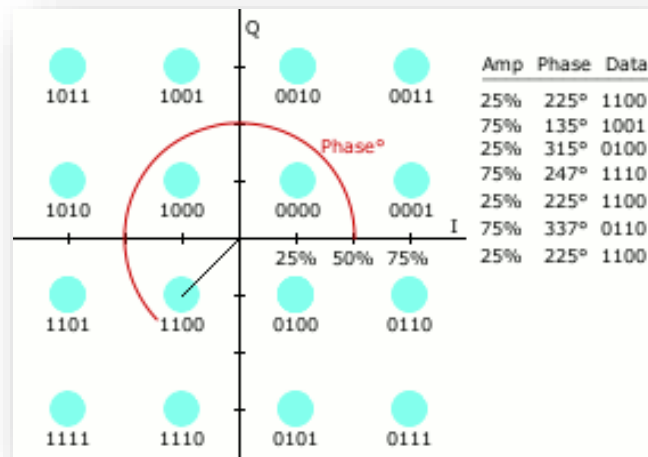


Рис. 3.14. Амплітудно-фазове представлення багатопозиційного сигналу QAM-16

3.3.3.2 Математичний запис OFDM сигналу

1. OFDM сигнал з піднесучими n , які характеризуються властивістю ортогональності на довжині символу OFDM [16]:

$$\int_0^{T_0} \sin 2\pi f_n t \cdot \sin 2\pi f_k t dt = 0, n \neq k$$

2. Інформаційна бітова послідовність: набір нулів та одиниць.
Рекомендується використовувати генератор випадкових чисел для формування послідовності інформаційних біт.
3. Формування OFDM сигналу: постановка відповідності інформаційних біт кожної піднесучої OFDM сигналу (рис.3.15), в кожний момент часу, формування сумарного OFDM сигналу (рис.3.16).

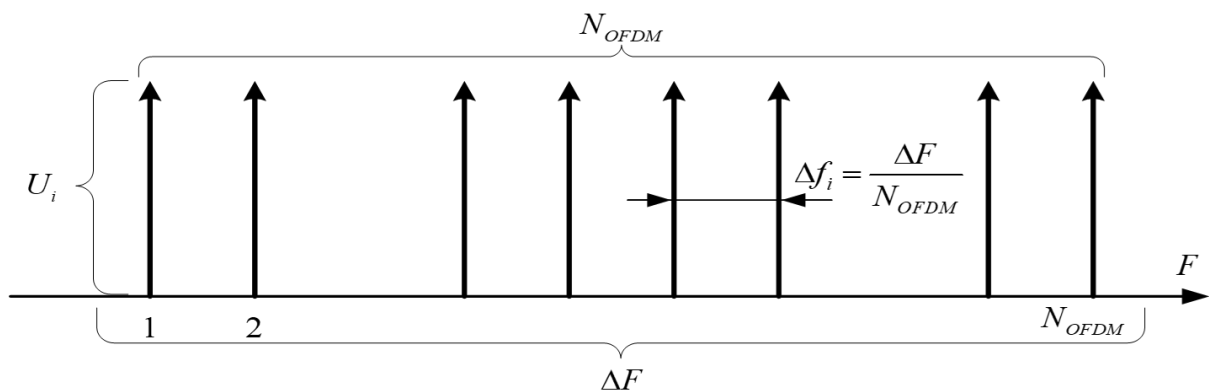


Рис. 3.15. Набір піднесучих OFDM сигналу

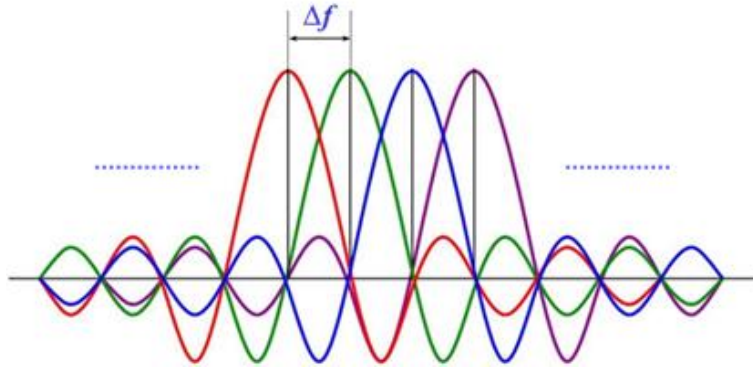


Рис. 3.6. Розподіл піднесучих OFDM сигналу щодо амплітудно-частотних характеристик фільтрів ШПФ (швидкого перетворення Фур'є)

3.3.3.3 Векторно-фазова діаграма OFDM сигналу

На рис. 3.17 показано кілька положень векторів одного OFDM символу. Для наочності прикладу обрано 8 OFDM піднесучих. Кожна піднесуча модульована QAM-16 (4 бітових позиції на одну піднесучу), причому всі піднесучі модульовані однаковими QAM-16 символами 1111. Даний QAM-16 символ задає для піднесучих однакову початкову амплітуду і фазу, в результаті чого, як показано на рис.0.6а, всі вектори мають однакову довжину, яка дорівнює 1, і початкову фазу 45° [28, 11].

Кожен вектор являє собою графічне представлення миттєвого стану амплітуди і фази однієї піднесучої OFDM: довжина вектору – значення амплітуди, а кут положення вектору – значення фази. На графіках рис.0.6а, б, в показано:

- верхня векторна діаграма (а) демонструє становище векторів окремо один від іншого. Зліва від центру смуги, синім кольором показані вектору піднесучих, що мають частоту, меншу за частоту несучої, а праворуч – чорні вектори, які мають частоту, більшу за частоти несучої;

- нижня ліва векторна діаграма (б) показує положення векторів один за одним, тобто кінець першого вектору є початком наступного. Червоний вектор є результатом складання всіх векторів і відображає амплітуду і фазу OFDM сигналу в певний момент часу;

- правий нижній графік (в) показує миттєві значення OFDM сигналу у часовій області по модулю.

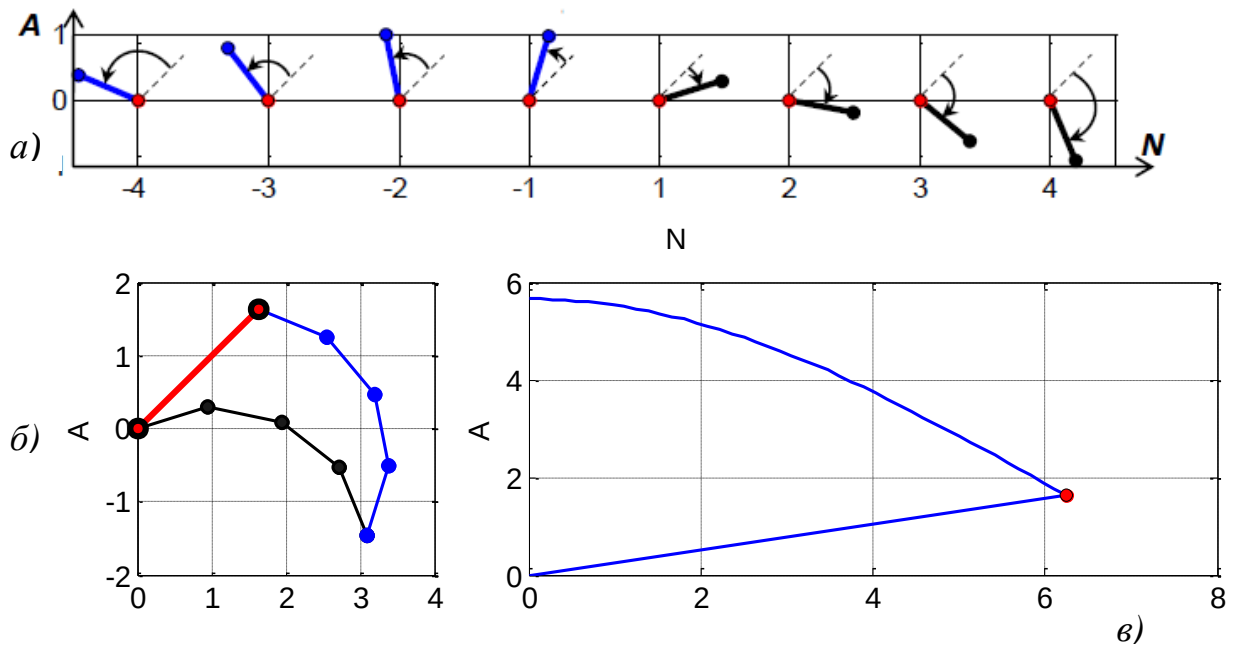


Рис.3.17. Амплітудно-векторне представлення піднесучих OFDM

3.3.3.4 Часова діаграма групового OFDM сигналу

Побудова функції розподілу значень амплітуд OFDM сигналу здійснено шляхом аналізу статистичних значень рівня OFDM сигналу.

Груповий OFDM сигнал характеризується великим значенням пік-фактору – відношення максимальної потужності сигналу $P_{\text{макс}}$ до середньої $P_{\text{сер}}$ за певний період часу:

$$K_{\Pi} = \frac{P_{\text{макс}}}{P_{\text{сер}}}, \text{ де } P_{\text{макс}} = U_{\text{OFDM}_{\text{макс}}}^2.$$

Середнє значення амплітуд: $P_{\text{сер}} = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j U_{\text{OFDM}_i}^2$, де j – кількість значень амплітуд.

Чим більше число піднесучих OFDM, тим більше значення пік-фактору. Це недолік режиму OFDM, який показує неефективне використання енергетичного ресурсу в режимі OFDM. Для боротьби з пік-фактором і зменшення його значення запропоновані і впроваджені різні методики (перемежування бітів, клішування та ін.), які дозволяють зменшувати значення пік-фактору.

Для кожного моменту часу t_i , яке вибрано з кроком $1/360$ періоду колювання піднесучих, що мають мінімальну частоту $1 \cdot \frac{\Delta F}{N_{\text{OFDM}}}$ і максимальну

частоту $N_{OFDM} \cdot \frac{\Delta F}{N_{OFDM}}$, розраховується миттєве значення OFDM сигналу $U_{OFDM_t_i}(t_i)$:

$$U_{OFDM_t_i}(t_i) = \sum_{n=1}^{N_{OFDM}} U_n \sin\left(2\pi \frac{\Delta F}{N_{OFDM}} n t_i + \varphi_n\right), \quad (3.34)$$

де $U_n = \frac{U_0}{N_{OFDM}}$ – амплітуда піднесучої частоти, U_0 – лінійна ділянка підсилювача; n – порядковий номер піднесучої; N_{OFDM} – кількість піднесучих; ΔF – задіяний діапазон частот усіма піднесучими OFDM; φ_n – початкова фаза піднесучої частоти [29].

На рис. 3.18 показана часова залежність OFDM сигналу по модулю значень (негативні значення амплітуди показані вище нуля, тобто $|U_{OFDM_t_i}(t_i)|$).

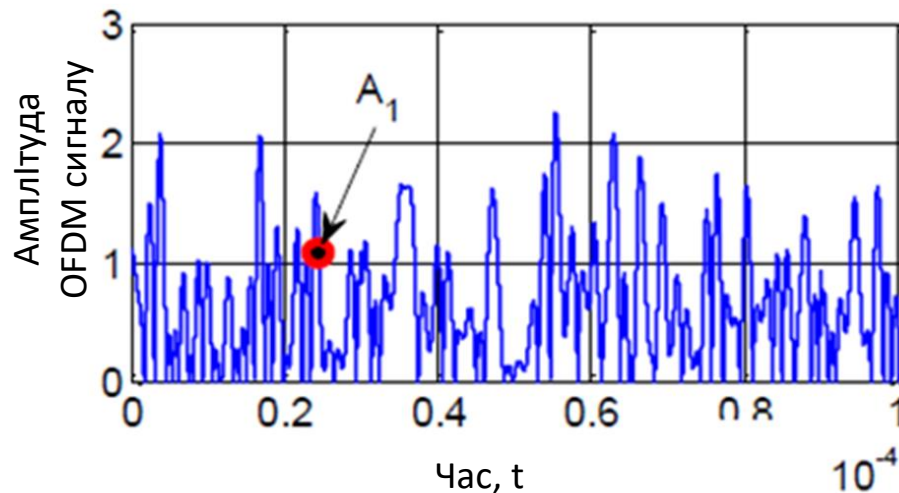


Рис. 3.7. Часове представлення сумарного сигналу OFDM

4. Побудова гістограми набутих значень амплітуд сигналу за певний період часу.

3.3.3.5 Функція розподілу амплітуд OFDM сигналу

Необхідно висунути гіпотезу щодо закону розподілу OFDM сигналу і визначити параметри розподілу та верифікувати гіпотезу про закон розподілу за критерієм Хі-квадрат з точністю 0.9...0.99.

Спочатку необхідно побудувати функцію розподілу згідно з гіпотезою розподілу, на одному графіку з гістограмою отриманих значень OFDM сигналу.

На рис.3.19 показано розподіл амплітуд OFDM сигналу при певних вхідних параметрах N_{OFDM} , U_0 , ΔF , M_{QAM} . [7]

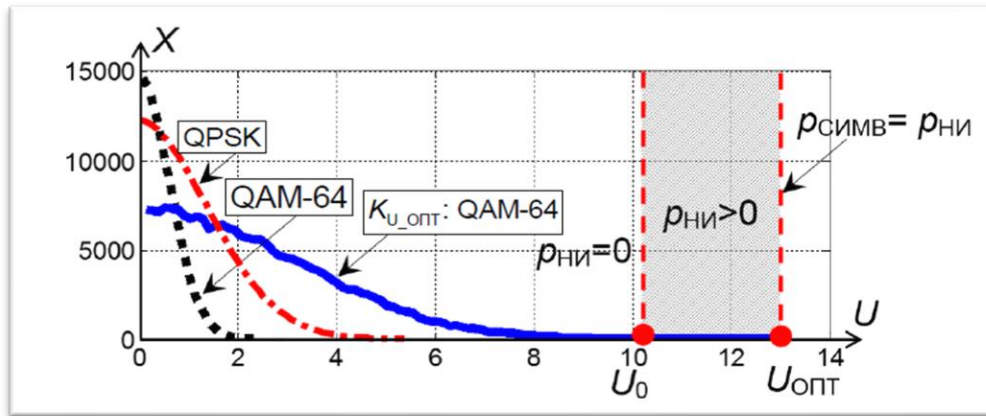


Рис. 3.19. Розподіл амплітуд OFDM сигналу

5. Досягти максимального наближення теоретичної функції розподілу гістограми отриманих значень OFDM сигналу.
6. Перевірити гіпотезу щодо функції розподілу отриманих значень OFDM сигналу за допомогою критерію χ^2 .

РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ТА ЛАБОРАТОРНОГО ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 3 «МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ ФІЗИЧНОГО РІВНЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ»

Практичне заняття 3.1: «Векторно-фазовий метод для оцінки помилки прийнятого сигналу»

План заняття:

1. **Аналітичний розрахунок** ймовірності помилки в точці прийому в каналі з використанням заданого виду модуляції
2. **Імітаційне моделювання** впливу завади на корисний сигнал в точці прийому і обчислення ймовірності помилки статистично на основі множини експериментів
3. **Порівняння отриманих результатів** ймовірності помилки на основі аналітичного розрахунку та імітаційного моделювання

Метою заняття є застосування методів *аналітичного розрахунку* ймовірності помилки в точці прийому, а також методів *імітаційного моделювання* впливу завади на корисний сигнал в точці прийому і обчислення ймовірності помилки в точці прийому статистично на основі множини експериментів, та *оцінка відмінності отриманих результатів* на основі зазначених методів.

1. Аналітичний розрахунок.

Канал характеризується енергетичним параметром h^2 [12]:

$$h^2 = \frac{P_C T_C}{N_0} \text{ [раз]}, \quad (3.35)$$

де N_0 – спектральна густина потужності **шуму**, Вт/Гц, число, що характеризує шумові властивості каналу; довжина символу сигналу T_C обернено пропорційна діапазону частот **сигналу** $\Delta F: T_C = \frac{1}{\Delta F}$; P_C – потужність **сигналу**.

Значення **білого шуму** характеризуються нормальним розподілом значень спектральної потужності (рис.3.20):

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varepsilon-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.36)$$

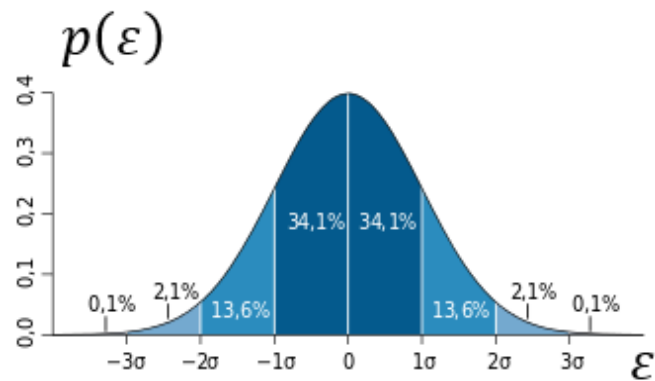


Рис. 3.20. Нормальний розподіл значень спектральної потужності білого шуму

Параметри розподілу:

- 1) μ – математичне очікування
- 2) σ – середньоквадратичне відхилення, $\sigma = \sqrt{\mu\{(\varepsilon - \mu)^2\}}$
- 3) Дисперсія $D = \sigma^2$

Вплив розміру смуги частот сигналу на спектральну густину потужності шуму N_0 :

$$\Delta F \uparrow: N_0 \uparrow;$$

$$\Delta F \downarrow: N_0 \downarrow;$$

Для білого шуму – параметри розподілу $\{\mu = 0, \sigma\}$. Тому,

$$N_0 = f(\sigma)$$

звідси

$$h^2 = \frac{P_C T_C}{N_0} = f(\sigma) \quad (3.37)$$

Вигляд розподілу значень амплітуди білого шуму $p(\varepsilon)$ для різних значень середньоквадратичного відхилення σ (Рис. 3.21) [11].

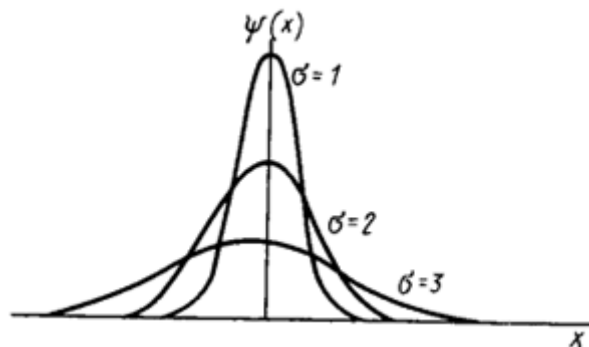


Рис. 3.21. Розподіл значень амплітуди $p(\varepsilon)$ для різних значень середньоквадратичного відхилення σ

Тобто, при збільшенні смуги частот сигналу ΔF , – значення N_0 збільшується, значення σ також збільшується:

$$\Delta F \uparrow: N_0 \uparrow, \sigma \uparrow;$$

тобто можна сказати, що значення N_0 **еквівалентне (пропорційне)** значенню середньоквадратичного відхилення σ :

$$N_0 \propto \sigma,$$

значення середньоквадратичного відхилення σ пропорційне **амплітуді** шуму ε :

$$\sigma \propto \varepsilon,$$

відповідно, **потужність** шуму – σ^2 , Вт; тому

$$N_0 \propto \sigma^2,$$

нормуванням h^2 отримуємо:

$$h^2 = \frac{P_C \cdot T_C}{N_0} \propto \frac{E_C}{\sigma^2}. \quad (3.38)$$

Приймаючи $E_C = 1$, маємо:

$$h^2 \propto \frac{1}{\sigma^2}. \quad (3.39)$$

Відповідно,

$$\sigma^2 \propto \frac{1}{h^2}; \sigma \propto \sqrt{\frac{1}{h^2}}. \quad (3.40)$$

Отже, для заданих значень h^2 , маємо:

h^2 , разів	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8
σ	0.333	0.286	0.250	0.222	0.200	0.182	0.167	0.154	0.143	0.133	0.125
σ^2	0.111	0.082	0.063	0.049	0.040	0.033	0.028	0.024	0.020	0.018	0.016

Сигнал BPSK (ФМ-2).

Ймовірність помилки символу і біту для ФМ-2:

$$p_c = p_b = \Phi\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = \Phi(\sqrt{2h^2}) = \Phi(x) \quad (3.41)$$

Функція Крампа:

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (3.42)$$

$$x = 0 \dots 5,$$

$$h^2 = 0, 1, 2, \dots,$$

$$h^2 = (0, \dots, 17.6 \text{ раз}),$$

Варіанти значень ймовірності помилки в залежності від енергетичного параметру h^2 :

$$h^2 \downarrow : x \downarrow; p_b \rightarrow 0.5;$$

$$h^2 \uparrow : x \uparrow; p_b \rightarrow 0.$$

У графічному представленні ймовірність помилки символу і біту для ФМ-2 показана на рис.3.22.

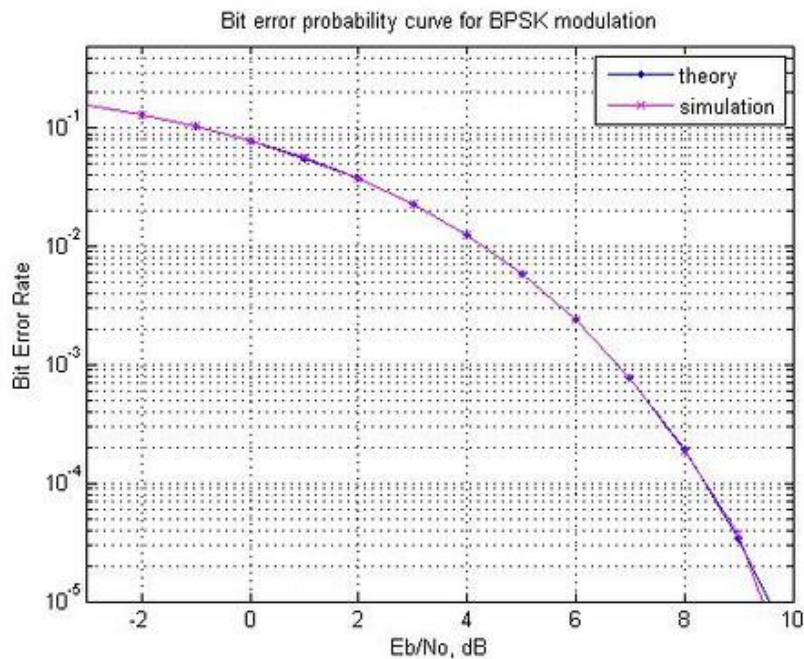


Рис. 3.22. Ймовірність помилки для модуляції ФМ-2

2. Імітаційне моделювання впливу завади на корисний сигнал в точці прийому і обчислення ймовірності помилки статистично на основі множини експериментів.

Дослідимо ймовірність помилки ФМ-2 статистично за допомогою імітаційного моделювання.

Нехай маємо сигнал ФМ-2, який може бути представлений 0 або 1, завдяки фазовому зсуву між цими символами 180° , із однаковою амплітудою. Дані символи відповідно можуть бути представлені векторами однакової довжини, зі зсувом фази 180° (рис.3.23).

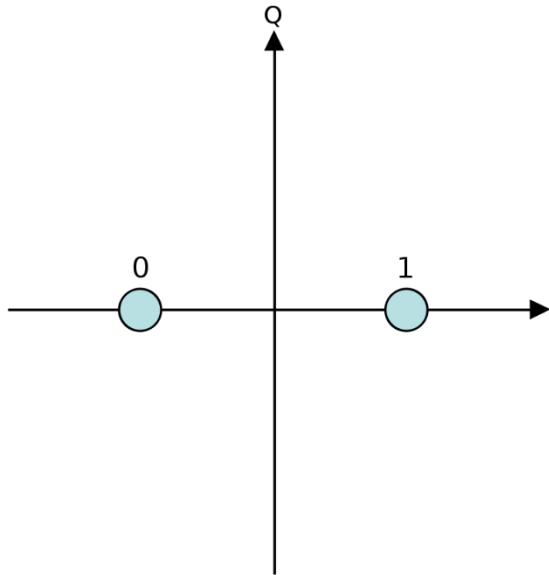


Рис. 3.23. ФМ-2

Представимо заваду також у вигляді вектору, з амплітудою A_z та фазою φ_z . При цьому, **амплітуда** завади має розподіл значень за **нормальним** законом розподілу, а **фаза** завади – розподіл значень за **рівномірним** законом.

Приклад правильного прийняття рішення показаний на рис.3.24, де амплітуда та фаза завади такі, що сумарний сигнал (його амплітуда і фаза) такий, що пристрій прийняття рішення робить висновок про передачу символу «1», а не «0».

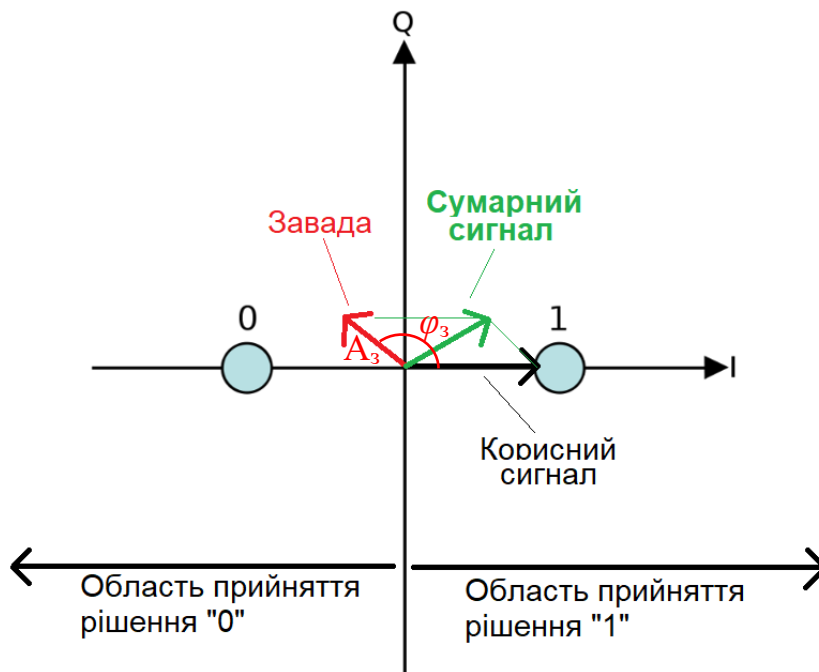


Рис. 3.24. Приклад прийняття рішення

Моделювання значень **фази завади** φ_{zi} з **рівномірним** законом розподілу значень:

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

$$\varphi_{zi} = \lambda(\varphi_{zi-1} + c) \bmod m, \quad (3.43)$$

де

φ_{zi-1} – попереднє значення фази,

$\lambda, c, m, \varphi_{z0}$ – невід’ємні цілі числа,

$\bmod$ – операція обчислення остачі від ділення,

φ_{zi} – остача від ділення, – значення фази.

Моделювання значень **амплітуди завади** A_3 з **нормальним** законом розподілу можна виконати шляхом перетворення значень **двох рівномірних** розподілів у значення, що відповідають **нормальному** закону розподілу. Нехай r, ψ – незалежні випадкові рівномірно розподілені значення в інтервалі $(0, 1]$. Тоді z – це число з **нормальним** законом розподілу, з параметрами розподілу $\mu = 0, D = 1$ [6]:

$$z = \cos(2\pi\psi) \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln r}, \quad (3.44)$$

$$\xi \sim N(\mu, \sigma^2), \quad (3.45)$$

$$\xi \sim \mu + \sigma z = \sigma z. \quad (3.46)$$

Вихідні дані:

- $|\bar{S}_1| = 1$ – амплітуда символу «1» сигналу ФМ-2;
- φ_3 – випадкове значення фази вектору завади, яке відповідає закону **рівномірного** розподілу чисел (значення необхідно отримувати за допомогою використання описаних вище інструментів), $\varphi_3: 0 \dots 2\pi$;
- $|\bar{A}_3|$ – випадкове значення фази вектору завади, яке відповідає закону **рівномірного** розподілу чисел (значення необхідно отримувати за допомогою використання описаних вище інструментів), $|\bar{A}_3| \leq 3\sigma$.

На рис. 3.25 представлена векторно-фазова діаграма векторів корисного сигналу та завади.

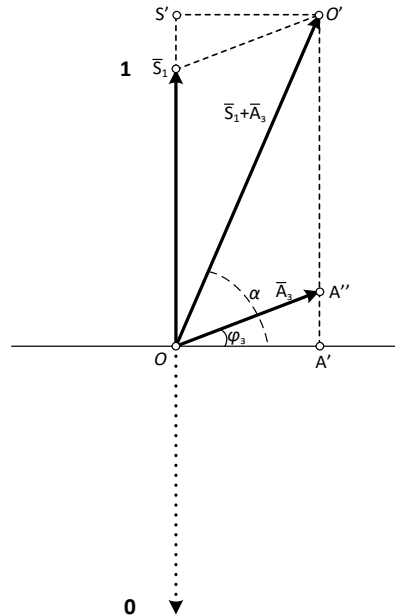


Рис.3.25. Векторно-фазова діаграма векторів корисного сигналу та завади

Розглянемо детальніше:

$$A'A'' = |\bar{A}_3| \sin \varphi_3 \quad (3.47)$$

$$A'O' = A'A'' + 1 \quad (3.48)$$

$$OA' = |\bar{A}_3| \cos \varphi_3 \quad (3.49)$$

$$OO' = \sqrt{(|\bar{A}_3| \sin \varphi_3 + 1)^2 + (|\bar{A}_3| \cos \varphi_3)^2} \quad (3.50)$$

$$\alpha = \text{atan} \frac{O'A'}{OA'} \quad (3.51)$$

Отже, можливі два випадки:

- 1) $0 < \alpha \leq \pi$, то рішення на приймачі прийнято вірно про переданий символ «1»;
- 2) $\pi < \alpha \leq 2\pi$, то рішення на приймачі прийнято не вірно про переданий символ «1», тобто приймач вирішить, що був переданий символ «0».

На основі виконання $n > 10^6$ експериментів із заданими вихідними параметрами, підрахувати кількість помилкових рішень на стороні приймача, та поділити на кількість виконаних експериментів n , – отримавши таким чином ймовірність бітової і символьної помилки для модуляції ФМ-2 на основі імітаційного моделювання з використанням векторно-фазового методу.

3. Порівняння отриманих результатів ймовірності помилки на основі аналітичного розрахунку та імітаційного моделювання

Даний крок практичного завдання є вирішальним, і полягає у порівнянні результату **аналітичного розрахунку** ймовірності помилки в точці прийому в каналі з використанням заданого виду модуляції, та результату **імітаційного моделювання** впливу завади на корисний сигнал в точці прийому і обчислення ймовірності помилки статистично на основі множини експериментів з

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

використанням векторно-фазового методу. На основі порівняння – зробити висновки.

Лабораторна робота 3.1: «Моделювання сигналів і завад у каналі зв'язку»

План роботи

1. Інструменти для виконання роботи: MSExcel, MatLab. У звіті лабораторної роботи представити формули MSExcel та лістинг програми в MatLab.
2. Згенерувати вектор завади з нормально розподіленими значеннями амплітуди згідно заданого параметру h^2 (варіанти див. в табл.3.3) і рівномірно розподіленими значеннями фази, $\varphi \in (0; 2\pi]$.
3. Сформувати результуючий вектор взаємодії вектору завади з одиничним непорушним вектором ($\varphi=0$), що представляє значення «1» сигналу ФМ-2.
4. Перевірити умову потрапляння кута повороту результуючого вектору в діапазон $+\pi/2$ та $-\pi/2$ для сигналу ФМ-2.
5. Пункти 2-4 виконати не менше $n=10^5$ разів. Підрахувати загальну кількість експериментів n .
6. Підрахувати кількість експериментів m , для яких кут повороту результуючого вектору не потрапив у діапазон $+\pi/2$ та $-\pi/2$ для сигналу ФМ-2.
7. Оцінити достовірність помилки $p_{\text{пом.}}=m/n$ на основі отриманих значень імітаційного моделювання.
8. Розрахувати аналітично достовірність помилки $p_{\text{пом.аналіт.}}$ для заданого значення h^2 для ФМ-2.
9. Порівняти розраховане значення ймовірності помилки $p_{\text{пом.аналіт.}}$ при ФМ-2 із значенням помилки $p_{\text{пом.}}$, отриманим на основі імітаційної моделі для векторно-фазового методу для оцінки впливу завади на сигнал ФМ-2,
10. Зробити висновок.

Таблиця 3.3. Варіанти індивідуальних завдань.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
h^2 , разів	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8
σ	0.333	0.286	0.250	0.222	0.200	0.182	0.167	0.154	0.143	0.133	0.125
σ^2	0.111	0.082	0.063	0.049	0.040	0.033	0.028	0.024	0.020	0.018	0.016

Приклад виконання роботи в Excel

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

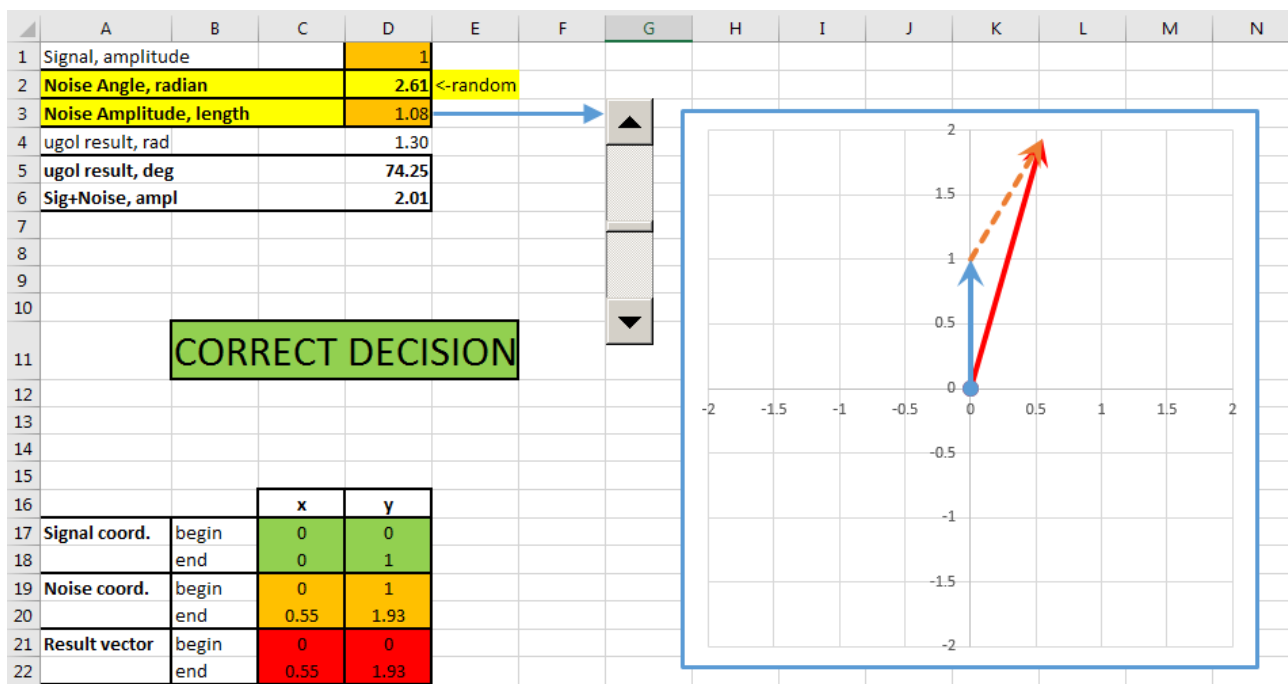


Рис. 3.26. Приклад правильного прийняття рішення

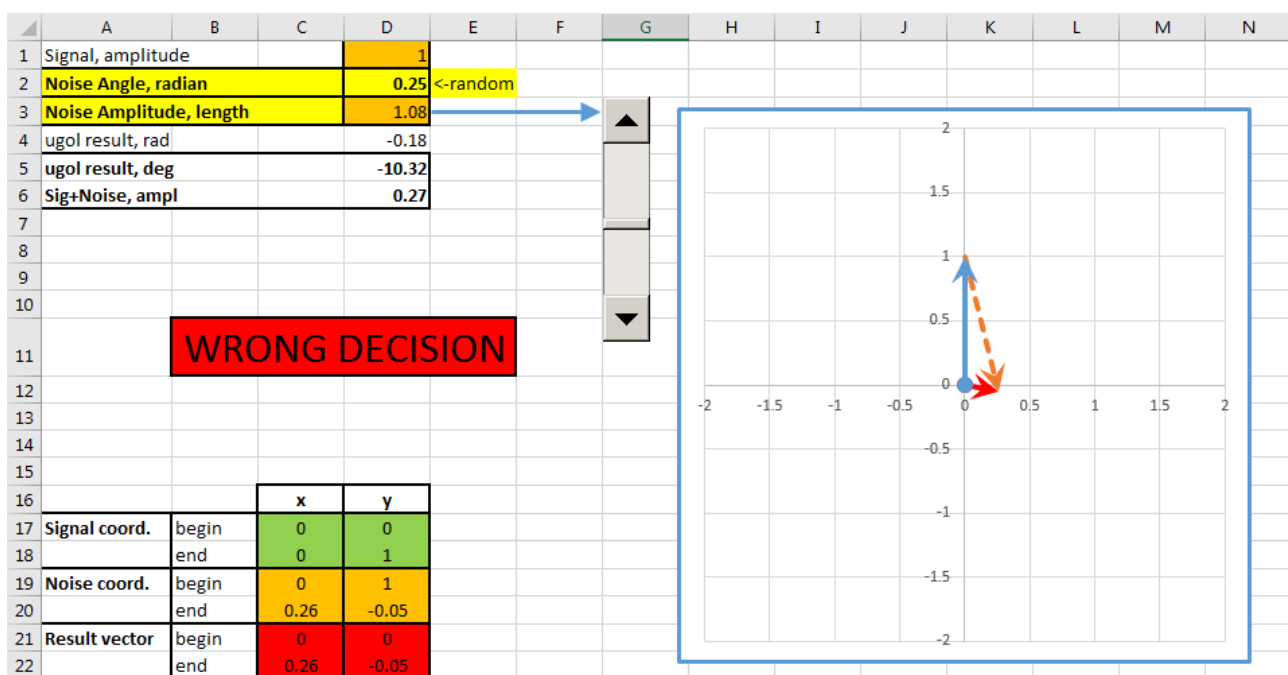


Рис. 3.17. Приклад неправильного прийняття рішення

Перелік питань за темою «Моделювання випадкових процесів. Моделювання об'єктів фізичного рівня моделі OSI»

1. Об'єкти моделювання систем зв'язку на фізичному рівні.
2. Структура системи передачі дискретних повідомлень в неперервному каналі.
3. Поняття завадостійкості у широкому та вузькому сенсі.
4. Проблема завадостійкості та дії, направлені на її подолання.
5. Задачі теорії завадостійкості.
6. Апріорна густина ймовірності та її фізична сутність.
7. Апостеріорна ймовірність та правило прийняття рішення.
8. Вектор непредставлення та аналітичний вираз сумарного вектору сигналу і завади.
9. Умова безпомилкової передачі для сигналів ФМ-2, ФМ-4.
10. Сутність векторно-фазового методу для імітаційного моделювання впливу завади на корисний сигнал.
11. Відмінність векторно-фазового методу від аналітичного розрахунку ймовірності помилки, випадки, в яких використовується кожен з названих способів.
12. Графічне пояснення сигнальної конструкції ФМ-4: векторне та часове представлення сигналу в початковий момент часу.
13. Аналітичний розрахунок достовірності помилки для сигналу ФМ-2. Функція Крампа.
14. Поняття процесу «білого шуму» та його характеристики.
15. Генерування рівномірно розподілених чисел в інтервалі $[a,b]$ за допомогою датчика псевдовипадкових чисел, розподілених рівномірно в діапазоні $[0,1]$.
16. Генерування нормально розподілених чисел із параметрами $[m,\sigma]$. За допомогою датчика псевдовипадкових чисел, розподілених рівномірно в діапазоні $[0,1]$.
17. Вказати закони розподілу параметрів вектору завади. Пояснити, чому саме такі закони розподілу описують значення параметрів вектору завади.
18. Алгоритм моделювання відповідно векторно-фазовому методу для дослідження завадостійкості сигналів в каналі зв'язку.
19. Вивід залежності $h^2=f(\mu,\sigma)$, де σ – параметр нормального розподілу шуму в каналі зв'язку.
20. Пояснити вплив зміни параметрів розподілу амплітуди вектору завади на сумарний сигнал і прийняття рішення про помилку при фіксованому значенні вектору сигналу (наприклад, «1» при ФМ-2).

Практичне заняття 3.2: «Моделювання процесів перетворення сигналів у приймально-передавальних трактах систем телекомунікацій»

План заняття:

1. Аналіз **формування і передачі** інформації за допомогою OFDM сигналу.
2. **Візуалізація** основних етапів перетворення інформації при передачі на основі OFDM.
3. **Імітаційна модель** для формування OFDM сигналу.
4. Дослідження **функції розподілу** значень OFDM сигналу.

Метою заняття є дослідження основних кроків формування OFDM сигналу і дослідження його статистичних характеристик на основі виконання імітаційного моделювання.

1. Аналіз формування і передачі інформації за допомогою OFDM сигналу.

На рис. 3.28 показано основні кроки **передачі інформації за допомогою OFDM сигналу** [32, 35], починаючи з джерела інформації і закінчуючи отримувачем інформації.

В даному практичному занятті акцент поставлений на дослідженні не всіх, а лише зазначених нижче на **рис.** основних блоків у схемі системи формування і передавання сигналу OFDM:

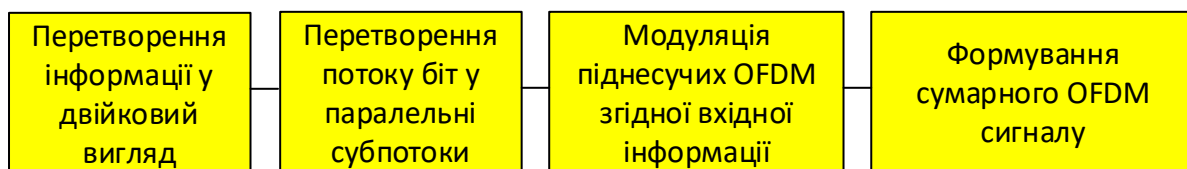


Рис. 3.28. Блоки схеми передавання інформації з OFDM, що будуть змодельовані в практичній роботі

2. Візуалізація основних етапів перетворення інформації при передачі на основі OFDM.

Практичне заняття полягає в ознайомленні з основними етапами перетворення інформації у випадку її передавання на основі технології OFDM, що зображено на рис. нижче у вигляді чотирьох основних етапів, де результатом перетворення є сумарний OFDM сигнал на часовій осі для заданого набору інформаційних бітів.

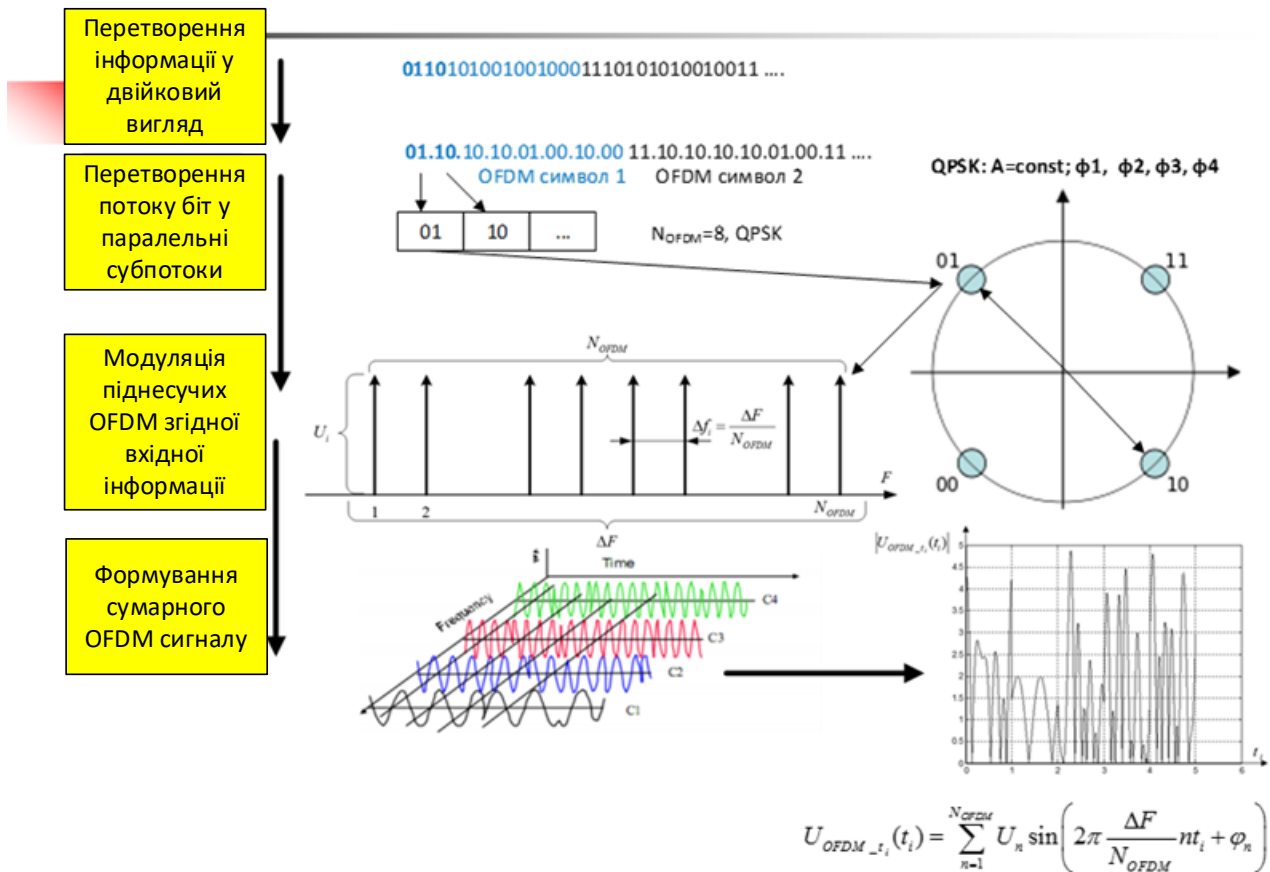


Рис.3.29. Візуалізація основних етапів перетворення інформації при передачі на основі OFDM

3. Імітаційна модель для формування OFDM сигналу.

Наведений нижче програмний код **імітаційної моделі** реалізований в програмному забезпеченні MatLab, що забезпечує формування OFDM сигналу як показано на рис. 3.29, та аналізує його статистичні характеристики.

3.1. Вихідні параметри. Лише ці параметри у всьому програмному коді можуть бути змінені користувачем у разі потреби, в той час як інший програмний код не потребує змін:

```
N_OFDM=10;% число піднесучих OFDM
OFDMsymbolsAll=10;% число змодельованих OFDM символів
M_QAM=2;% індекс модуляції
AmplifAmp=10;% лінійна область характеристики підсилювача передавача,
максимальна амплітуда сумарного сигналу
FreqBand=10^6;% смуга частот сумарного сигналу OFDM
```

Параметри, що розраховуються на основі вихідних даних – не потребують додаткових коригувань:

```
CarFreq0=FreqBand/2;%Carrierfrequencyforone-frequencytransmitting
SubCarAmp=AmplifAmp/N_OFDM;%SubCarrierAmplitude
SubCarSh=floor(FreqBand/N_OFDM);%SubCarrierfrequencyshift
SubCarShPeriod=1/SubCarSh;%Sinusoideperiod
OFDMsymbLength=SubCarShPeriod;%OFDMsymbollength
OFDMsymbPerSec=floor(1/OFDMsymbLength);%OFDMsymbolspersecond
```


Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

```
OFDMbitsPerSec=OFDMsymbPerSec*N_OFDM*M_QAM;%OFDMbitspersecond
SimTimeOneStep=1/(2*FreqBand);%Simulationtimegranularity
SimTimeOneSymb=OFDMsymbLength;%OneOFDMsymbolsimulationtime
SimTimeAllStep=SimTimeOneSymb*OFDMsymbolsAll;%SimulationtimeperallofDMsymbols
SimPntsOneSymb=floor(SimTimeOneSymb/SimTimeOneStep)+1;%SimulationpointsperoneOFDMsymbol
SimPntsAllSymb=SimPntsOneSymb*OFDMsymbolsAll;%SimulationpointsperallofDMsymbols
```

3.2. Перетворення інформації в двійковий вид.

Програмні інструкції нижче в ПЗ MatLab дозволяють генерувати випадковим чином набір нулів і одиниць, які будуть записані в інформаційну матрицю BitsMatrix необхідного розміру. Матриця BitsMatrix також може бути заповнена інформаційними бітами у разі їх наявності замість випадково згенерованих:

```
[0;1]→{0,1}:round(rand):
BitsMatrix=logical(randi([01],OFDMsymbolsAll,N_OFDM*M_QAM));
```

Таким чином, перший крок виконано: маємо матрицю з бітами інформації.

3.3. Перетворення потоку біт у паралельні субпотоки.

Даний етап реалізовується на основі відомого числа піднесучих OFDM, виду модуляції і числа біт на символ, та циклічному проходженню по інформаційній матриці з відповідною постановкою у відповідність набору бітів та номеру потоку (або ж ще називають номером піднесучої OFDM). Дана частина програмного коду представлена у додатку через його значний розмір.

3.4. Модуляція піднесучих OFDM згідно вхідної інформації (на прикладі QPSK).

Наведений програмний код нижче реалізовує постановку у відповідність набору інформаційних бітів, та амплітуди і фази модуляції QPSK. При цьому значення амплітуди і фази записуються в пам'ять у дві окремі матриці, які згодом будуть використані для формування сумарного OFDM сигналу на основі амплітуди, фази та частоти піднесучих OFDM.

```
QAMsymbShMatrix=zeros(OFDMsymbolsAll,N_OFDM);
QAMsymbAmMatrix=zeros(OFDMsymbolsAll,N_OFDM);

for amp_and_phase_QPSK=1:1%QPSKamplitudeandphasemappingscheme
    QPSKshInit=pi/4;%InitialQPSKShift
    QPSKsh=pi/2;%QPSKShift
    %1001.25*pi
    %2010.75*pi
    %3101.75*pi
    %4110.25*pi
end
```

```

for i=1:1:OFDMsymbolsAll%QPSKamplitudeandphasemapping
for j=1:1:N_OFDM
if (BitsMatrix(i,2*j-1)==false&&BitsMatrix(i,2*j)==false)
QAMsymbShMatrix(i,j)=QPSKshInit+2*QPSKsh;
QAMsymbAmMatrix(i,j)=SubCarAmp;
elseif (BitsMatrix(i,2*j-1)==false&&BitsMatrix(i,2*j)==true)
QAMsymbShMatrix(i,j)=QPSKshInit+1*QPSKsh;
QAMsymbAmMatrix(i,j)=SubCarAmp;
elseif (BitsMatrix(i,2*j-1)==true&&BitsMatrix(i,2*j)==false)
QAMsymbShMatrix(i,j)=QPSKshInit+3*QPSKsh;
QAMsymbAmMatrix(i,j)=SubCarAmp;
elseif (BitsMatrix(i,2*j-1)==true&&BitsMatrix(i,2*j)==true)
QAMsymbShMatrix(i,j)=QPSKshInit+0*QPSKsh;
QAMsymbAmMatrix(i,j)=SubCarAmp;
end
end
end
end
end
end

```

3.5. Формування сумарного OFDM сигналу.

На цьому етапі виконується формування амплітуди і фази сумарного OFDM сигналу, на основі даних про амплітуду, фазу і частоту кожної піднесучої OFDM в кожен дискретний момент часу, що задається з необхідним кроком дискретизації.

На рис. 3.30 нижче показано гармонійне коливання, його амплітуда і фаза – у векторному вигляді. Також показано приклад складання двох гармонійних коливань (їх векторів) [7].

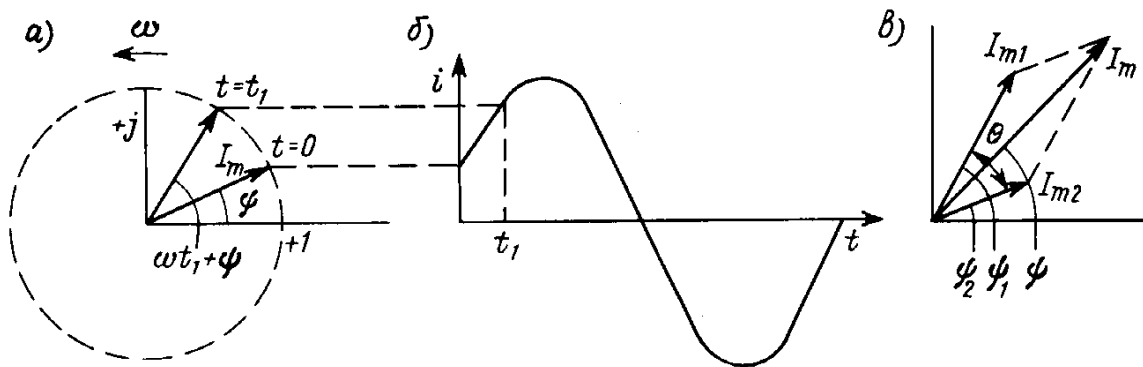


Рис. 3.30. Представлення гармонійного коливання, його амплітуди і фази – у векторному вигляді. Приклад складання двох векторів

На рис.3.31 показано вигляд сумарного сигналу у випадку складання двох сигналів однакової амплітуди і частоти, проте з особливостями початкової фази. На основі даного прикладу, можна уявити вигляд OFDM сигналу у разі складання десятків піднесучих з різними значеннями амплітуди, фази, частоти.

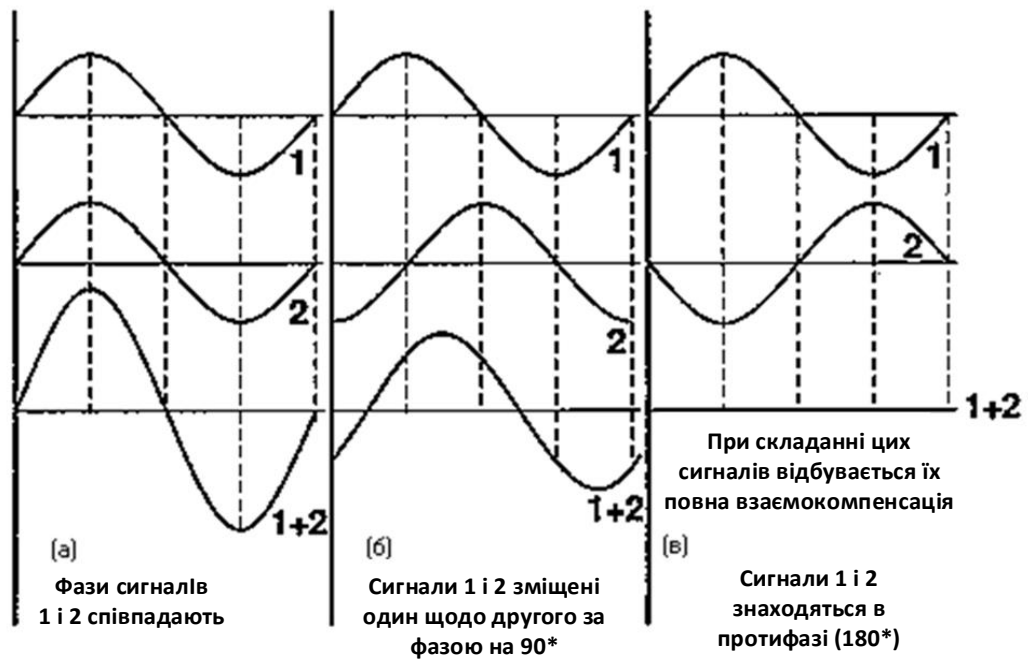


Рис. 3.31. Вигляд сумарного сигналу у випадку складання двох сигналів однакової амплітуди і частоти, проте з особливостями початкової фази: а) з однаковою початковою фазою 0° ; б) зі зсувом фази на 90° ; в) сигналів у протифазі (180°)

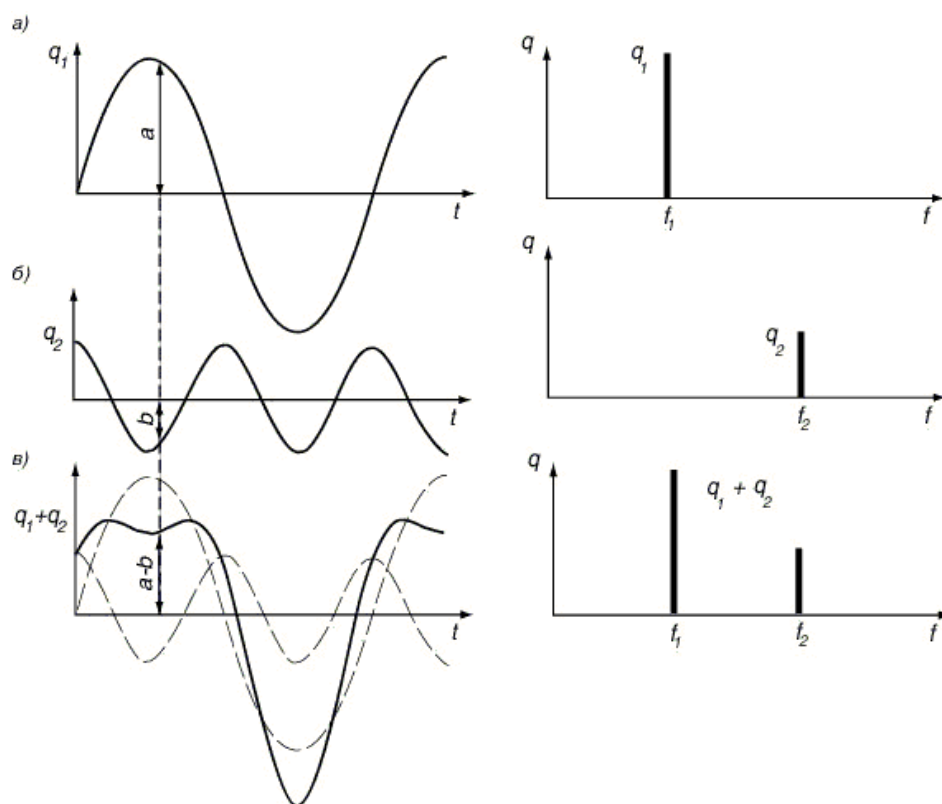


Рис. 3.32. Вигляд сумарного сигналу (часова і спектральна характеристики) у випадку складання двох сигналів різної амплітуди, частоти, і початкової фази

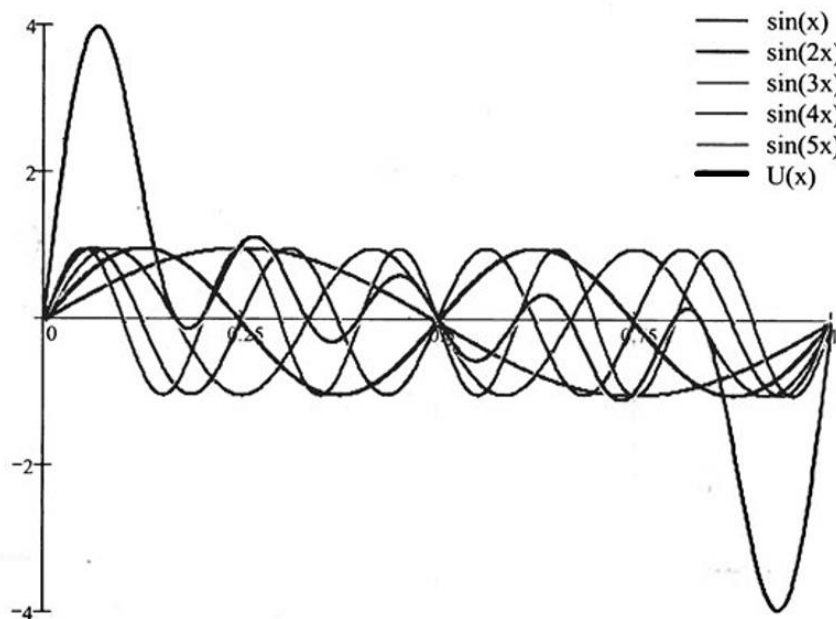


Рис. 3.33. Сумарний OFDM сигнал $U(x)$ для п'яти піднесучих з однаковою амплітудою, початковою фазою, і кратними значеннями частот піднесучих

Для отримання значень амплітуди OFDM сигналу може бути використаний наведений нижче програмний код в ПЗ MatLab.

```
OFDMampValuesMatrix=zeros (SimPntsAllSymb,3); %OFDMAmplitudeValuesMatrix

for loop=1:1:OFDMsymbolsAll %foreach OFDMsymbol
    for k=1:1:SimPntsOneSymb %getting OFDM amplitude for every simulation point
        out1=0;

        t=SimTimeOneStep*(k-1)+(loop-1)*SimPntsOneSymb*SimTimeOneStep;
        for i=1:1:(N_OFDM/2) %left
            out1=out1+QAMsymbAmMatrix(loop,i)*sin((-i*SubCarSh+CarFreq)*2*pi*t+
            +QAMsymbShMatrix(loop,i));
        end
        for i=1:1:(N_OFDM/2) %right
            out1=out1+QAMsymbAmMatrix(loop,(i+N_OFDM/2))*sin((+i*SubCarSh+CarFr
            eq)*2*pi*t+
            +QAMsymbShMatrix(loop,(i+N_OFDM/2)));
        end

        OFDMampl=abs(out1); %amplitude values > 0 only
        OFDMampValuesMatrix(k+(loop-1)*SimPntsOneSymb,1)=k+(loop-
        1)*SimPntsOneSymb;
        OFDMampValuesMatrix(k+(loop-1)*SimPntsOneSymb,2)=t;
        OFDMampValuesMatrix(k+(loop-1)*SimPntsOneSymb,3)=OFDMampl;

    end %SimPntsOneSymb
end %OFDMsymbolsAll
```

В результаті виконання коду вище і отримання числових даних амплітуди сумарного OFDM сигналу, будемо часовий графік OFDM сигналу інструментами програмного забезпечення MatLab.

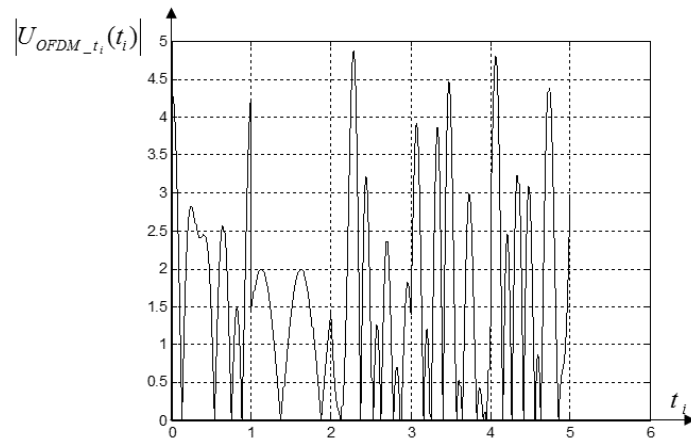


Рис. 3.34. Часова характеристика OFDM сигналу

4. Дослідження функції розподілу значень OFDM сигналу.

Оскільки часова характеристика сумарного OFDM сигналу в середньому має досить непередбачуваний і хаотичний вигляд, як показано вище, то актуальною задачею є дослідження характеристики розподілу значень OFDM сигналу. Для вирішення задачі необхідно побудувати гістограму значень амплітуди OFDM сигналу і висунути гіпотезу про закон розподілу, якому може відповідати отримана характеристика. В даному випадку, при побудові гістограми, навіть візуально прослідковується відповідність нормальному закону розподілу. Дана гіпотеза також підтверджена на основі перевірки за методом Хі-квадрат [7, 33, 35].

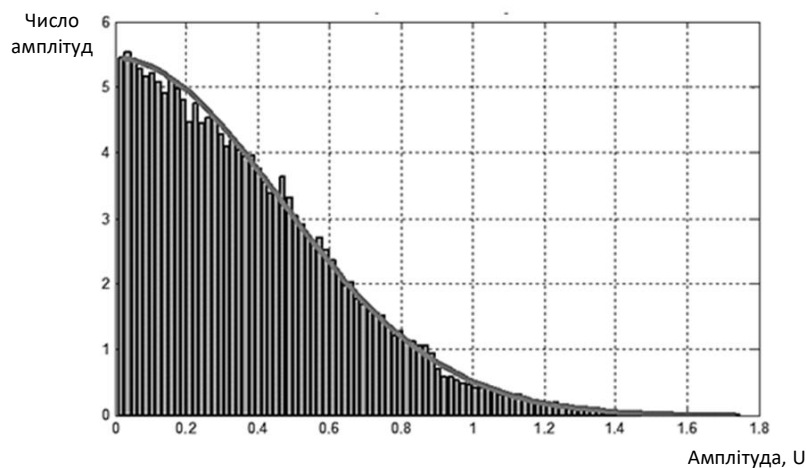


Рис. 3.35. Гістограма розподілу значень амплітуд OFDM сигналу, та огинаяча крива, що відповідає нормальному закону розподілу

Характер поведінки функції розподілу амплітуд OFDM сигналу, як показано на рис., з ростом кількості піднесучих OFDM сигналу і модуляції, наближається до усіченого нормального розподілу:

$$f(U) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(U-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \mu = 0, U \in (0; U_0] \quad (3.52)$$

На рис. червона лінія – отриманий розподіл амплітуд OFDM сигналу, чорна лінія – відповідний односторонній нормальний розподіл при параметрах OFDM N=100, QAM-64, 100 символів, амплітуда сигналу на виході підсилювача 10. Параметри програмного коду, що потребують зміни для цього експерименту:

```
N_OFDM = 100; % SubCarriers count
OFDMsymbolsAll = 100; % Simulated OFDM symbols count
M_QAM = 6; % M_QAM = k = log2(M) % 2 for QPSK | 4 for QAM-16 | 6 for QAM-64
AmplifAmp = 10; % Amplifier Amplitude
dfSegments = 50; % segments for distribution function
```

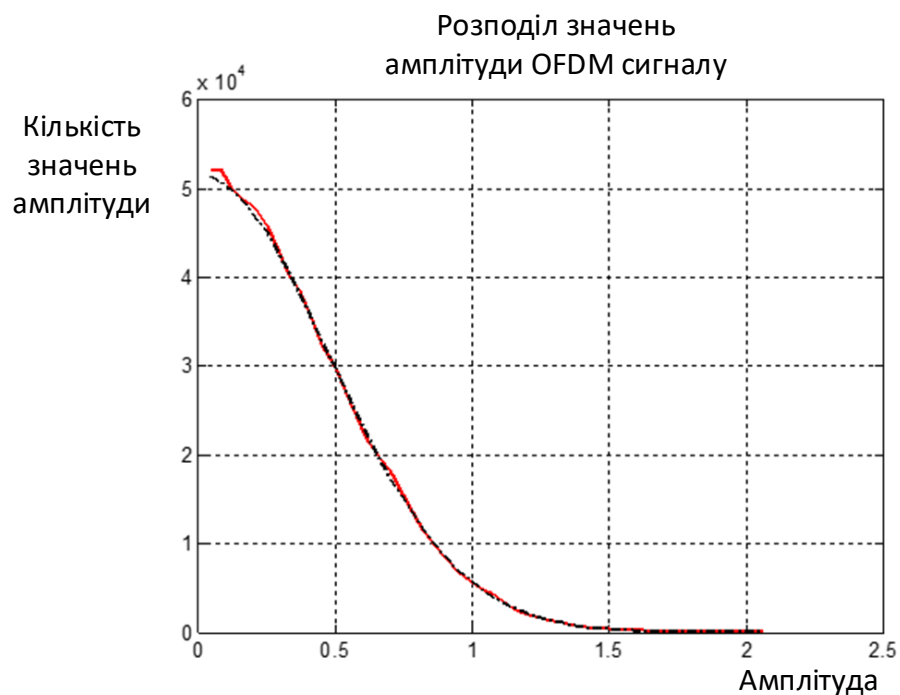


Рис. 3.36. Усічений нормальний розподіл амплітуд OFDM сигналу з ростом кількості піднесучих OFDM сигналу і модуляції

Можливі наступні кроки дослідження:

- Збільшити кількість символів при необхідності, що моделюються (наприклад, у разі отримання недостатньо виразної гістограми розподілу значень амплітуди OFDM сигналу)
- Висунути гіпотезу про функцію розподілу ймовірностей значень OFDM сигналу

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

- Перевірити гіпотезу за критерієм χ^2 -квадрат

Прийняті обмеження моделі:

- В даному дослідженні розглядається тільки **канал з постійними параметрами**, тобто канал з білим гаусовим шумом, який характеризується параметром – спектральною щільністю потужності білого шуму N_0 [Вт/Гц], і не розглядаються канали з багатопроменевим поширенням
- Це обмеження прийнято на підставі того, що параметри багатопроменевого каналу при необхідності можна перерахувати в **еквівалентні** параметри каналу з білим гаусовим шумом.

Лабораторна робота 3.2: «Побудова імітаційної моделі OFDM сигналу»

План роботи:

1. Інструменти для виконання роботи: ПЗ MatLab.
2. У звіті лабораторної роботи представити:
 - a. Теоретичні дані для виконання роботи:
 - Математичний опис OFDM сигналу та його параметри;
 - Векторно-фазове та часове представлення (графічно) OFDM сигналу;
 - Сигнальне сузір'я точок модуляції QAM-4, векторно-фазове та часове представлення трьох довільних сигнальних точок модуляції QAM-4 в момент часу $t=0$;
 - Етапи дослідження функції розподілу амплітуд OFDM сигналу;
 - Спосіб знаходження аналітичної функції розподілу OFDM сигналу, що відповідає розподілу отриманих значень OFDM сигналу експериментально;
 - Перевірка гіпотези за критерієм χ^2 -квадрат.
 - b. Алгоритм побудови імітаційної моделі OFDM сигналу з модуляцією під несучих сигнальною конструкцією QPSK, та отримання розподілу значень сумарного OFDM сигналу;
 - c. Лістинг коду програми імітаційної моделі сигналу OFDM з модуляцією під несучих сигнальною конструкцією QPSK в ПЗ MatLab
(шрифт CourierNew, 11pt, абзацодинарний, 0пт дота 0пт після рядка);
 - d. Отримані результати роботи моделі:
 - Графік розподілу значень амплітуди OFDM сигналу,
 - Гіпотеза про розподіл значень OFDM сигналу,
 - Відповідний теоретичний розподіл значень OFDM сигналу,
 - Перевірка гіпотези за критерієм χ^2 -квадрат згідно варіанту з табл.3.4, де номер варіанту – порядковий номер студента в списку групи.

Таблиця 3.4. Варіанти завдання

Вар.	Число піднесучих N_{OFDM}	Число OFDM символів	Амплітуда підсилювача сигналу
1	32	100	5
2	64	50	6
3	128	25	7
4	32	120	8
5	64	70	9
6	128	30	10
Вар.	Число піднесучих N_{OFDM}	Число OFDM символів	Амплітуда підсилювача сигналу

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

7	32	110	11
8	64	60	12
9	128	35	13
10	32	90	14
11	64	45	15
12	128	40	16

Перелік питань за темою «Моделювання процесів перетворення сигналів у приймально-передавальних трактах систем телекомунікацій»

1. Етапи перетворення сигналів у приймально-передавальному тракті телекомунікаційної системи.
2. Сигнальне сузір'я точок модуляції QAM-4, векторно-фазове та часове представлення трьох довільних сигнальних точок модуляції QAM-4 в момент часу $t=0$.
3. Сигнальне сузір'я точок модуляції QAM-16, векторно-фазове та часове представлення трьох довільних сигнальних точок модуляції QAM-16 в момент часу $t=0$.
4. Сигнальне сузір'я точок модуляції QAM-64, векторно-фазове та часове представлення трьох довільних сигнальних точок модуляції QAM-64 в момент часу $t=0$.
5. Переваги, недоліки, область застосування технології OFDM.
6. Етапи перетворення сигналу при використанні багатопозиційної маніпуляції.
7. Розподіл часового і частотного ресурсу при використанні OFDM.
8. Розподіл енергетичного ресурсу при використанні OFDM.
9. Векторно-фазове та часове представлення (графічно) гармонійного сигналу $S(t)=A*\sin(\omega*t+\pi/8)$ в моменти $t_1=\pi/8, t_2=\pi/4, t_3=\pi/2, t_4=\pi$.
10. Графічне зображення сигналу і результату суми двох гармонійних сигналів в часовій та частотній області: $S_1(t)=A*\sin(\omega*t), S_2(t)=0.5*A*\sin(\omega*t+\pi/8)$.
11. Графічне зображення сигналу і результату суми трьох гармонійних сигналів в часовій та частотній області: $S_1(t)=\cos(\omega*t), S_2(t)=\cos(2*\omega*t), S_3(t)=\cos(3*\omega*t)$.
12. Амплітудно-векторне представлення OFDM сигналу.
13. Відмінності OFDM та одночастотної передачі.
14. Реалізація моделі (текст програми в Matlab) багатопозиційної модуляції: від інформаційних бітів до значень амплітуди/фази.
15. Етапи дослідження функції розподілу амплітуд OFDM сигналу.
16. Спосіб знаходження аналітичної функції розподілу OFDM сигналу, що відповідає розподілу отриманих значень OFDM сигналу експериментально.
17. Алгоритм моделювання дискретних значень одного періоду OFDM сигналу при відомих амплітуді і фазі під несучих частот.
18. Вплив параметрів OFDM сигналу на параметри та розподіл значень OFDM сигналу.
19. Алгоритм дослідження функції розподілу значень OFDM сигналу в лабораторній роботі №4.
20. Критерії, альтернативні закону χ^2 -квадрат, для перевірки гіпотези про функцію розподілу сигналу та їх принципи.

Розділ 4 МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ КАНАЛЬНОГО РІВНЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ

4.1 Основи теорії систем масового обслуговування

4.1.1 Основні поняття СМО

Обмеженість ресурсів телекомунікаційних систем завжди породжує конфлікт інтересів користувачів при спробі використовувати ці ресурси.

На каналному рівні OSI такий конфлікт інтересів проявляється в **процедурі доступу** до ресурсів ТКС.

Центральними завданнями каналного рівня ТКС в цьому випадку виступають завдання **доступу**, **заняття каналу**, **перебування каналу в стані зайнятості** і **роз'єднання**. Вихідними характеристиками виступають імовірно-часові параметри: **продуктивність** (обсяг навантаження, що обслуговується) і **своєчасність** [13].

Практика моделювання процедур доступу до каналів телекомунікацій показала, що найбільш адекватними виявляються моделі, побудовані в рамках **теорії масового обслуговування**.

Поняття «**масового обслуговування**» складається з двох складових:

- *Масовість* (випадкова обставина з відомими параметрами);
- *Обслуговування* (детермінована обставина з відомими параметрами і з випадковими наслідками).

Теорія масового обслуговування займається вивченням випадкових процесів, що протікають в **системах масового обслуговування**.

Системою масового обслуговування (СМО) називається будь-яка система, призначена для обслуговування будь-яких заявок (вимог), що надходять до неї у *випадкові* моменти часу.

Будь-яку систему, в якій потік вимог зустрічає **обмежені засоби їх задоволення**, можна розглядати як систему масового обслуговування (СМО).

Елементами СМО є:

- сукупність **приладів обслуговування** N , які формалізовано відображають процес обслуговування (наприклад, число каналів зв'язку, турнікетів у метро);

- **вхідний потік заявок** $\rho = \lambda / \mu$, що характеризується:

інтенсивністю надходження заявок $\lambda = 1 / \tau_{\text{вх}}$, та

інтенсивністю обслуговування заявок $\mu = 1 / \tau_{\text{обсл}}$,

де $\tau_{вх}$ – середній час між надходженням заявок, що входять, $\tau_{обсл}$ – середня тривалість обслуговування заявки;

- **дисципліна обслуговування (D)**, що формально описує процедуру обслуговування (порядок заняття приладу, очікування, переривання обслуговування, тощо).

Мета теорії масового обслуговування – формулювання рекомендацій щодо раціонального побудови СМО, раціональної організації їх роботи та регулювання потоку заявок для забезпечення високої ефективності функціонування СМО.

Завдання теорії масового обслуговування [19]:

1) знаходження *ймовірностей різних станів* СМО, виходячи з умови нормування;

2) *встановлення залежності* між заданими параметрами СМО і характеристиками її роботи.

3) *визначення ресурсів*, необхідних для забезпечення заданої якості роботи СМО.

Скорочення, які прийняті в теорії масового обслуговування.

В основі лежить трилітерне позначення виду $A / B / m$, де:

A – розподіл проміжків часу між послідовними вимогами на обслуговування (заявками);

B – розподіл часу обслуговування заявок;

m – число обслуговуючих приладів.

A та **B** приймають значення з наступного набору символів, інтерпретація яких дається розподілами:

– **M** – експоненціальний (показниковий);

– **E_r** – розподіл Ерланга порядку **r**;

– **H_R** – гіперпоказниковий порядку **R**,

– **D** – детерміноване значення,

– **G** – розподіл загального (довільного) вигляду.

Іноді доводиться вказувати також ємність накопичувача системи (іншими словами – ємність черги, яку позначимо через **K**) або число джерел навантаження (кількість різних потоків заявок, яке позначимо через **N**).

В цьому випадку буде використовуватися п'яти-буквенне позначення:

$A / B / m / K / N$.

У разі відсутності одного з двох останніх індексів передбачається, що його значення як завгодно велике.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Так, наприклад, запис виду **D/M/2/20** означає систему з двома обслуговуючими приладами, постійним (детермінованим) часом між двома послідовно надходять заявками, показовим розподілом часу обслуговування і накопичувачем (чергою) місткістю 20 вимог.

4.1.2 Показники функціонування СМО і умова нормування.

Найпростіший приклад СМО з одним приладом обслуговування надано на рис. 4.1 [19, 34].

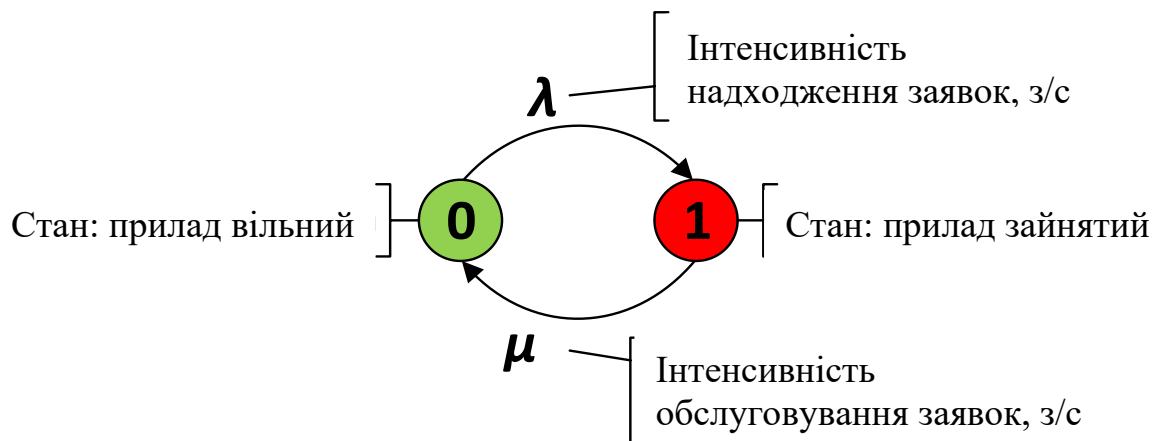


Рис. 4.1. Приклад графа станів найпростішої СМО з одним приладом обслуговування (М/М/1)

Заявки надходять з інтенсивністю вхідного потоку заявок λ , і обслуговуються з інтенсивністю μ .

Приклад поведінки у часі СМО з одним приладом обслуговування заявок без черги показано на рис. 4.2.

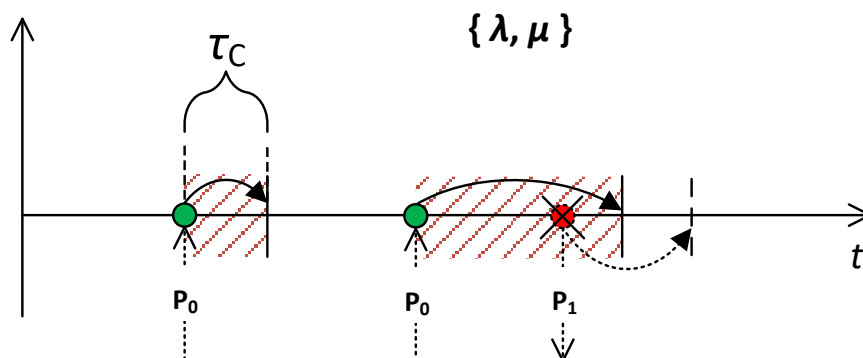


Рис. 4.2. Приклад поведінки у часі СМО з одним приладом обслуговування без черги

Вихідними параметрами для даної моделі є ймовірності перебування системи в стані **вільний** або **зайнятий**.

Ймовірність **вільного стану** приладу (*готовність до обслуговування заявки*) системи позначимо p_0 .

Ймовірність **невільного стану** приладу (**зайнятий** обслуговуванням заявки в системі, *ймовірність відмови в обслуговуванні*) позначимо p_1 .

Повна група подій (умова нормування):

$$P_0 + P_1 = 1 \quad (4.1)$$

У загальному випадку, при наявності в СМО N приборів обслуговування **умова нормування** має вигляд [3]:

$$\sum_{i=1}^N P_i = 1. \quad (4.2)$$

Рівняння рівноваги для випадку $N=1$ має вигляд:

$$p_0 \lambda = p_1 \mu \quad (4.3)$$

Середній час, потрібний для обслуговування заявки:

$$\tau_c = \frac{1}{\mu} \quad (4.4)$$

Середній час між надходженнями (входу) заявок:

$$\tau_{BX} = \frac{1}{\lambda} \quad (4.5)$$

Відношення інтенсивностей вхідного потоку і обслуговування:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (4.6)$$

Ймовірність обслуговування – це ймовірність того, що у довільний момент часу прилад буде вільний:

$$P_{\text{обсл}} = p_0. \quad (4.7)$$

Для моделі на рис.4.1

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (4.8)$$

У загальному випадку, при наявності в СМО N приборів обслуговування **ймовірність обслуговування** має вигляд [19]:

$$P_{\text{обсл}} = \sum_{i=0}^{N-1} P_i, \quad (4.9)$$

Ймовірність відмови – це ймовірність того, що прилад буде **зайнятий** обслуговуванням:

$$P_{\text{відм}} = P_{\text{зайнят}} = p_1 \quad (4.10)$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Для моделі на рис.4.1

$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (4.11)$$

У загальному випадку, при наявності в СМО N приборів обслуговування ймовірність обслуговування має вигляд:

$$P_{\text{відм}} = P_N$$

Інтенсивність обслугованого навантаження (продуктивність СМО):

$$Y_{\text{обсл}} = p_1. \quad (4.12)$$

У загальному випадку, при наявності в СМО N приборів обслуговування продуктивність СМО дорівнює:

$$Y_{\text{обсл}} = \sum_{i=1}^N i \cdot P_i \quad (4.13)$$

4.1.3 Найпростіший потік

Найпростіший потік – це випадковий потік подій, якому притаманні 3 властивості: стаціонарність, ординарність, відсутність післядії.

1. Потік подій називається стаціонарним, якщо ймовірність попадання того чи іншого числа подій на ділянку часу довжиною τ (рис. 4.3) [6] залежить тільки від довжини ділянки і не залежить від того, де саме на осі $0 - t$ розташовано цю ділянку.

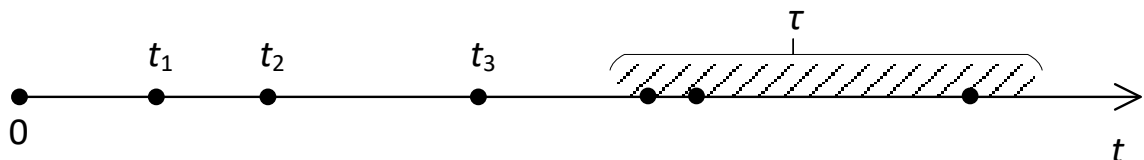


Рис. 4.3. Приклад послідовного надходження подій у часі

2. Потік подій називається ординарним, якщо ймовірність попадання на елементарний ділянку Δt двох або більше подій дуже мала в порівнянні з ймовірністю попадання лише однієї події.

3. Потік подій називається потокм без післядії, якщо для будь-яких неперетинаючих один одного ділянок часу число подій, що потрапляють на один з них, не залежить від числа подій, що потрапляють на інші ділянки.

Якщо потік подій має всі трьома властивостями (тобто є стаціонарним, ординарним і не має післядії), то він має назву найпростішого (або стаціонарного пуассонівського) потоку. Назва «пуассонівський» пов'язане з тим,

що при дотриманні умов 1-3 число подій, що потрапляють на будь-який фіксований інтервал часу, буде розподілено згідно із законом Пуассона [5].

Розподіл Пуассона – імовірнісний розподіл дискретного типу, який моделює випадкову величину, яка відображує **число подій** k , що сталися за фіксований час (в інтервалі одиниці часу), за умови, що дані події відбуваються з деякою фіксованою середньою інтенсивністю і незалежно один від одного.

Якщо дискретна випадкова величина Y має розподіл Пуассона з параметром $\lambda > 0$, то при $k = 0, 1, 2, \dots$ функція ймовірності Y (Рис.4.4.) визначається за формулою [6]:

$$p(k) \equiv \mathbb{P}(Y = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (4.14)$$

Параметр розподілу λ [подій / одиниця часу] дорівнює середньому числу появи подій в однакових незалежних випробуваннях протягом одиниці часу.

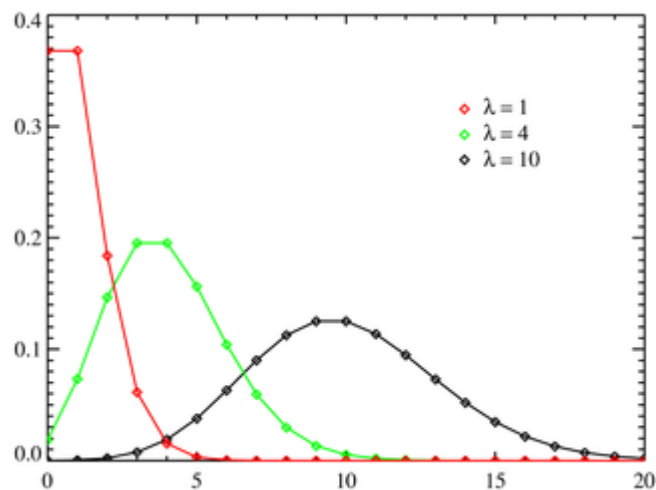


Рис. 4.4. Функція ймовірностей Пуассона.

Функція розподілу Пуассона (рис.4.5):

$$f(k) = \sum_{k=0}^x \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (4.15)$$

Математичне очікування **числа подій** k , що сталися в інтервалі одиниці часу:

$$M[k] = \lambda \quad (4.16)$$

Дисперсія розподілу:

$$D[k] = \lambda \quad (4.17)$$

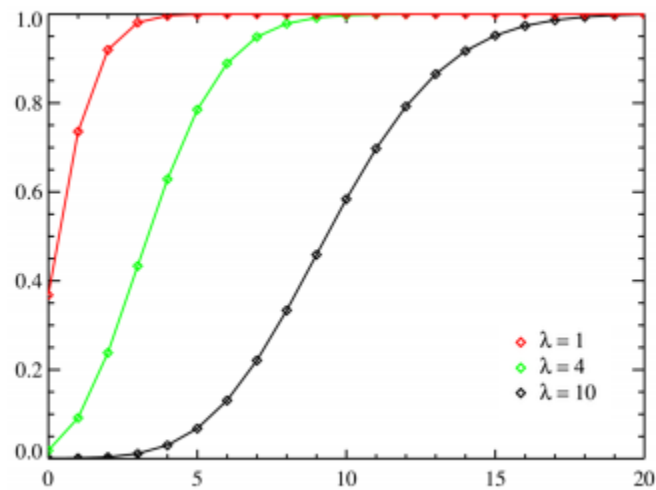


Рис. 4.5. Функція розподілу Пуассона.

Розподіл Пуассона є адекватною моделлю, якщо виконуються наступні умови [6]:

- події відбуваються незалежно один від одного, тобто ймовірність подальшої події не залежить від попередньої;
- середня частота подій постійна. Як наслідок, ймовірність події пропорційна довжині інтервалу спостереження;
- дві події не можуть відбутися одночасно;
- число подій має приймати значення 0; 1; 2...

У найпростішого потоку інтервали часу між 2-ма послідовними подіями (заявками) — незалежні випадкові величини з **експоненціальною** функцією розподілу (Рис.4.6.):

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (4.18)$$

Експоненціальний розподіл — безперервний розподіл, що моделює час між двома послідовними зверненнями одної і тієї ж події.

Експоненціальний розподіл характеризується одним кількісним параметром — інтенсивністю λ .

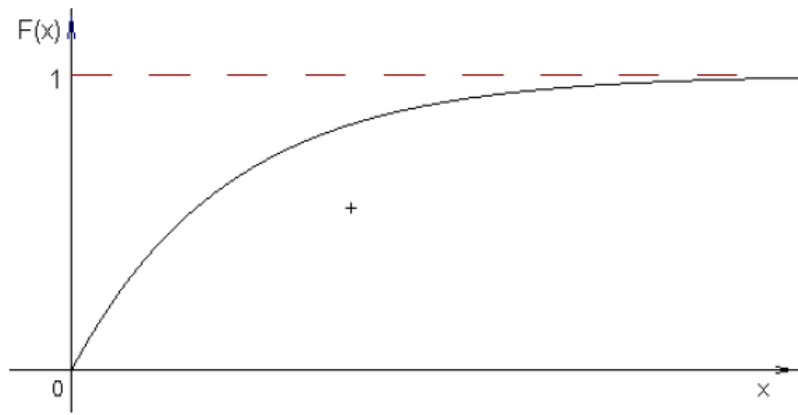


Рис. 4.6. Графічний вигляд **експоненціальної** функції розподілу

Випадкова величина X має експоненціальний розподіл з параметром λ , якщо її щільність має вигляд

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (4.19)$$

де $f(x)$ – щільність ймовірності (рис. 4.7).

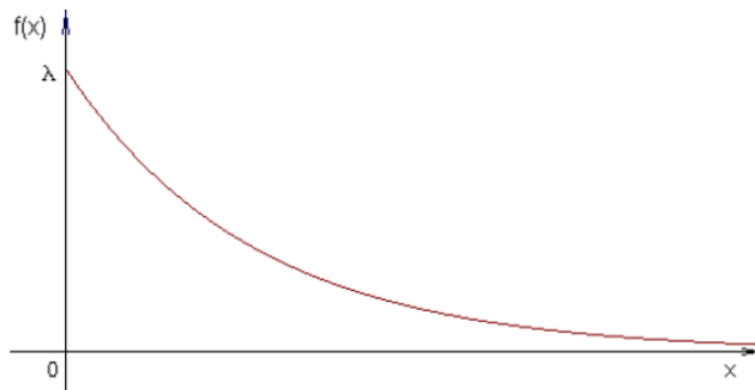


Рис. 4.7. Графічний вигляд щільності ймовірності $f(t)$ при експоненціальному (показовому) законі розподілу [6].

Математичне очікування довжини інтервалу між подіями:

$$M[T] = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} t \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (4.20)$$

Дисперсія:

$$D[T] = \int_0^{\infty} t^2 \cdot f(t) dt - (M[T])^2 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \quad (4.21)$$

Середньоквадратичне відхилення:

$$\sigma(t) = \sqrt{D[t]} = \frac{1}{\lambda} = M[T] \quad (4.22)$$

4.1.4 Основні характеристики СМО. Формули Літтла

Центральною характеристикою системи виступає її **продуктивність**, що дорівнює середньому числу заявок $Y_{ОБСЛ}$ (див. вираз (4.13)), що обслуговуються СМО в одиницю часу, або **абсолютна пропускна спроможність СМО** [19].

Слід зазначити, що продуктивність СМО $Y_{ОБСЛ}$ кількісно співпадає з характеристикою, яка має назву середня кількість зайнятих обслуговування приборів $K_{ОБСЛ}$ відповідно до (4.13).

Якщо позначити середнє число заявок в черзі $r_{ЧЕР}$, то середня кількість заявок в СМО (які обслуговуються або очікують у черзі) $Z_{СИСТ}$ визначається як:

$$Z_{СИСТ} = Y_{ОБСЛ} + r_{ЧЕР} = K_{ОБСЛ} + r_{ЧЕР} . \quad (4.23)$$

Для будь-якої відкритої СМО в граничному стаціонарному режимі середній час перебування заявки в системі $t_{СИСТ}$ виражається через середнє число заявок в системі $Z_{СИСТ}$ за допомогою формули Літтла:

$$t_{СИСТ} = Z_{СИСТ} / \lambda \quad (4.24)$$

Одночасно

$$\tau_{СИСТ} = \tau_{ОБСЛ} + \tau_{ЧЕРГИ} \quad (4.25)$$

Аналогічні формули (називаються також формулами Літтла) [19] пов'язують

– середній час перебування заявки на обслуговуванні $t_{ОБСЛ}$ і середнє число заявок, що обслуговуються $K_{ОБСЛ}$:

$$\tau_{ОБСЛ} = \frac{K_{ОБСЛ}}{\lambda}; \quad (4.26)$$

– середній час перебування заявки в черзі $t_{ЧЕР}$ і середнє число $r_{ЧЕР}$ заявок в черзі:

$$t_{ЧЕР} = r_{ЧЕР} / \lambda \quad (4.27)$$

Важливо, що формули (4.23) ... (4.27) справедливі для будь-якої відкритої СМО (одноканальної, багатоканальної, при будь-яких видах потоків заявок і обслуговувань); єдина вимога до потоків заявок і обслуговувань – щоб вони були стаціонарними.

4.2 Характеристики СМО різних типів

4.2.1 Порівняння характеристик СМО М/М/1 (без черги) і СМО М/М/1/1 (з чергою)

4.2.1.1 Аналітична модель СМО М/М/1 (без черги)

Аналітична модель СМО М/М/1 детально розглянута в підрозділі 4.1.2, де висвітлено вирази (4.1), (4.3), (4.7) – (4.12).

Повна група подій (умова нормування):

$$P_0 + P_1 = 1 \quad (4.28)$$

Рівняння рівноваги для випадку $N=1$ має вигляд:

$$p_0 \lambda = p_1 \mu \quad (4.29)$$

Вихідними характеристиками цієї системи слід вважати [19, 14]:

– ймовірність обслуговування заявки в системі:

$$P_{\text{ОБСЛ}} = p_0, \quad (4.30)$$

де

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (4.31)$$

– інтенсивність обслугованого навантаження:

$$Y_{\text{ОБСЛ}} = p_1; \quad (4.32)$$

де

$$p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (4.34)$$

– ймовірність відмови в обслуговуванні заявки

$$P_{\text{ВІДМ}} = P_{\text{ЗАЙНЯТ}} = p_1, \quad (4.33)$$

– середній час перебування заявки в системі:

$$\tau_{\text{сист}} = Y_{\text{ОБСЛ}} / \lambda = p_1 / \lambda. \quad (4.35)$$

4.2.1.2 Аналітична модель СМО М/М/1/1 (з чергою)

Для СМО з одним приладом для обслуговування і з r місцями для очікування в черзі (класу $M/M/1/r$) ланцюг дискретних станів можна представити у вигляді, відображеному на Рис.4.8. [19]

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

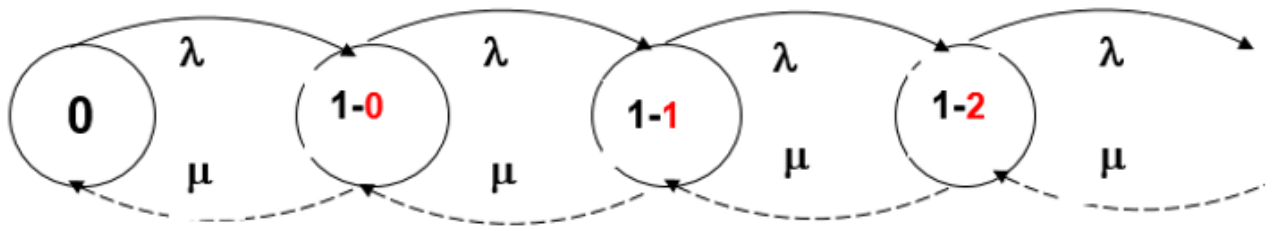


Рис. 4.8. Ланцюг станів і переходів в СМО з одним приладом обслуговування і чергою (M/M/1/ r)

Для цієї системи ймовірність перебування системи в стані $S(1, j)$, крім $S(0)$:

$$P_{1,j} = \frac{\rho^{j+1}}{1 + \sum_{k=0}^r \rho^{k+1}}; \quad (4.36)$$

а умова нормування має вигляд:

$$P_0 + \sum_{j=0}^r P_{1,j} = 1. \quad (4.37)$$

Вихідними характеристиками узагальненої системи слід вважати:

- ймовірність обслуговування заявки в системі:

$$P_{\text{обсл}} = P_0 + \sum_{j=0}^{r-1} P_{1,j}, \quad (4.38)$$

- інтенсивність обслугованого навантаження:

$$Y_{\text{обсл}} = \sum_{j=0}^r P_{1,j}. \quad (4.39)$$

- ймовірність відмови в обслуговуванні заявки

$$P_{\text{відмов}} = P_{1,r}; \quad (4.40)$$

- середній час перебування заявки в системі [5]:

$$\tau_{\text{сист}} = \left\{ \sum_{j=0}^r (1+j) \cdot P_{1,j} \right\} / \lambda; \quad (4.41)$$

У випадку **одного місця в черзі** має місце модель **M/M/1/1**.

Повна група подій (умова нормування):

$$p_0 + p_{1-0} + p_{1-1} = 1. \quad (4.42)$$

Рівняння рівноваги для випадку $N=1$ і $r=1$ має вигляд:

$$\begin{cases} p_0 \lambda = p_{1-0} \mu; \\ p_{1-0}(\lambda + \mu) = p_{1-1} \mu + p_0 \lambda. \end{cases} \quad (4.43)$$

Вихідними характеристиками при цьому слід вважати:

- ймовірність обслуговування заявки в системі:

$$P_{\text{ОБСЛ}} = p_0 + p_{1-0} . \quad (4.44)$$

де

$$P_{\text{ОБСЛ}} = \frac{1 + \rho}{1 + \rho + \rho^2}; \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu};$$

при цьому

$$p_0 = \frac{1}{1 + \rho + \rho^2};$$

$$p_{1-0} = \frac{\rho}{1 + \rho + \rho^2};$$

- інтенсивність обслугованого навантаження:

$$Y_{\text{ОБСЛ}} = p_{0-1} + p_{1-1}; \quad (4.45)$$

де

$$p_{1-1} = \frac{\rho^2}{1 + \rho + \rho^2};$$

- ймовірність відмови в обслуговуванні заявки

$$P_{\text{ВІДМОВ}} = p_{1-1} . \quad (4.46)$$

- середній час перебування заявки в системі:

$$\tau_{\text{сист}} = Y_{\text{ОБСЛ}} / \lambda = (p_{1-0} + p_{1-1}) / \lambda . \quad (4.47)$$

4.2.1.3 Порівняння показників обслуговування СМО М/М/1 (без черги) і СМО М/М/1/1 (з чергою)

Порівняльний аналіз СМО М/М/1 (без черги) і СМО М/М/1/1 (з чергою) будемо здійснювати за показниками [9, 14]:

- Імовірності обслуговування $P_{\text{ОБСЛ}}$: за формулами (4.30) та (4.44) – рис.4.9.

- Імовірність відмови в обслуговуванні заявки $P_{\text{ВІДМОВ}}$: за формулами (4.33) та (4.46)– рис. 4.9.

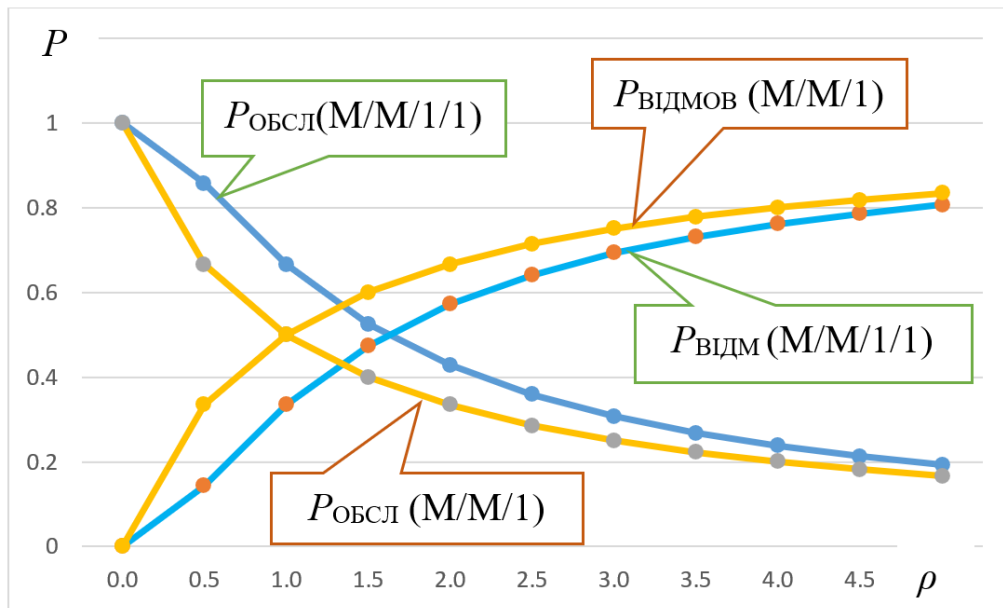


Рис. 4.9. Ймовірності обслуговування $P_{\text{ОБСЛ}}$ та $P_{\text{ВІДМОВ}}$ для СМО типу $(M/M/1)$ та $(M/M/1/1)$

Додавання місця в черзі СМО з одним обслуговуючим приладом покращує показники ймовірності обслуговування, оскільки збільшуються ресурси обслуговування СМО.

Продуктивності СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $Y_{\text{ОБСЛ}}$: за формулами (4.32) та (4.45) – рис. 4.10.

Додавання місця в черзі СМО з одним обслуговуючим приладом покращує показники продуктивності системи, оскільки збільшуються ресурси обслуговування СМО.

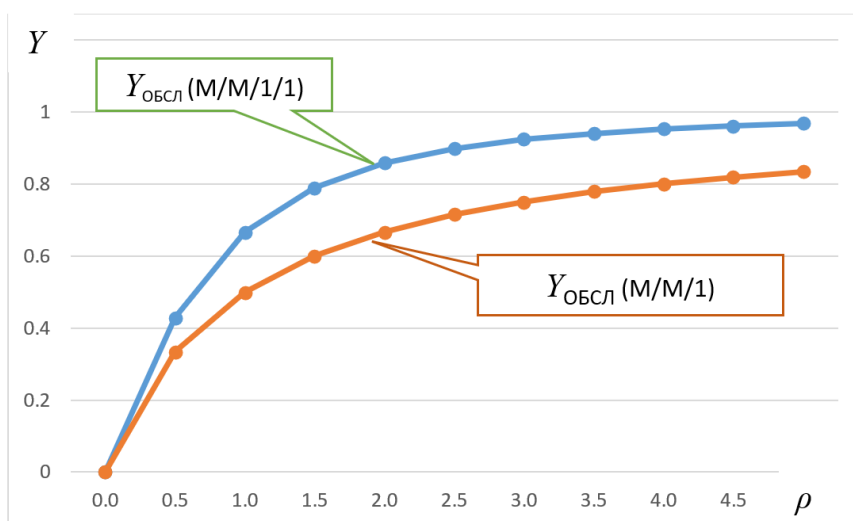


Рис. 4.10. Продуктивності СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $\gamma_{\text{ОБСЛ}}$ для СМО типу (М/М/1) та (М/М/1/1)

- Середній час перебування заявки в системі $t_{\text{СИСТ}}$: за формулами (4.35) та (4.47) – рис. 4.11.

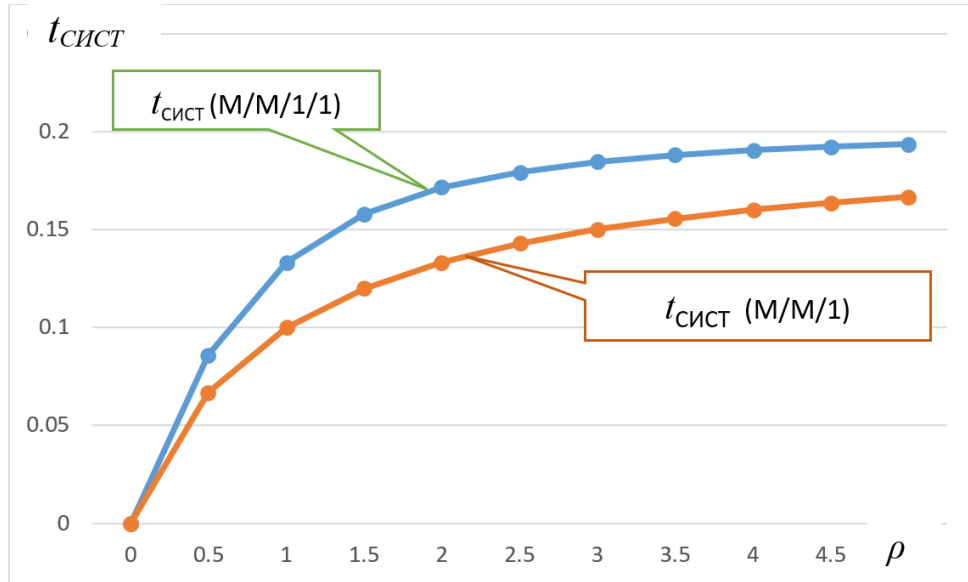


Рис. 4.11. Середній час перебування заявки в системі $t_{\text{СИСТ}}$ для СМО типу (М/М/1) та (М/М/1/1)

За рахунок перебування частини заявок черзі в системі (М/М/1/1) середній час перебування заявки в системі $t_{\text{СИСТ}}$ збільшується, але це компенсується збільшення ймовірності обслуговування.

Отже, показник ймовірності обслуговування СМО покращується із зростанням ресурсів СМО (зокрема, з появою місць у черзі), одночасно покращуються показники продуктивності системи, але при цьому час перебування заявки у системі збільшується, що впливає на показники своєчасності обслуговування.

4.2.3 Аналіз характеристик СМО М/М/Ν (без черги) та М/М/Ν/г (з чергою)

На рис. 4.12 представлено ланцюг дискретних станів для СМО з N приладами для обслуговування без організації черги (класу М/М/Ν) [19]

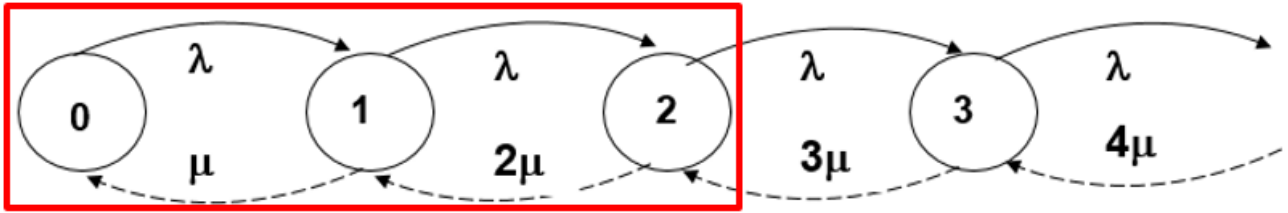


Рис. 4.12. Ланцюг станів і переходів в СМО з N приборами обслуговування (М/М/Ν)

Стани перенумеровані в залежності від числа задіяних приборів обслуговування в стани $i, i=1, \dots, N$.

Інтенсивність переходу між станами заявок – $\lambda_i = \lambda$, а інтенсивність обслуговування заявок в i -м стані – $\mu_i = i \cdot \mu$.

Ймовірність перебування системи в i -му стані (всього $N+1$ станів):

$$P(S_i) = P_i = \frac{\rho^i}{\sum_{k=0}^N \frac{\rho^k}{k!}}, \quad (4.48)$$

умова нормування має вигляд:

$$\sum_{i=0}^N P_i = 1. \quad (4.49)$$

В якості підсумкових характеристик системи можна прийняти:

– Ймовірність обслуговування заявок в системі (показник якості обслуговування):

$$P_{\text{ОБСЛ}} = \sum_{i=0}^{N-1} P_i, \quad (4.50)$$

при цьому ймовірність відмови в обслуговуванні заявки –

$$P_{\text{ВІДМ}} = P_N = 1 - P_{\text{ОБСЛ}};$$

– середній час перебування заявки в системі (показник своєчасності обслуговування):

$$\tau_{\text{СИСТ}} = \left\{ \sum_{i=1}^N i \cdot P_i \right\} / \lambda; \quad (4.51)$$

- інтенсивність навантаження, що було обслужене (продуктивність системи):

$$Y_{ОБСЛ} = \sum_{i=1}^N i \cdot P_i. \quad (4.52)$$

На рис.4.13. відображено характеристики СМО з числом обслуговуючих приборів $N=3, 4, 7$, без черги ($\rho=0\ldots 10$ Ерл). Можна бачити, як реалізується функціонал максимуму продуктивності із зростанням N .

Для порівняння показників продуктивності відображено характеристики СМО з кількістю обслуговуючих приладів $N = 1$ и чергою $r = 6$. Можна бачити, що максимальна продуктивність обмежена кількістю приборів обслуговування незалежно від протяжності (кількості місць) черги.

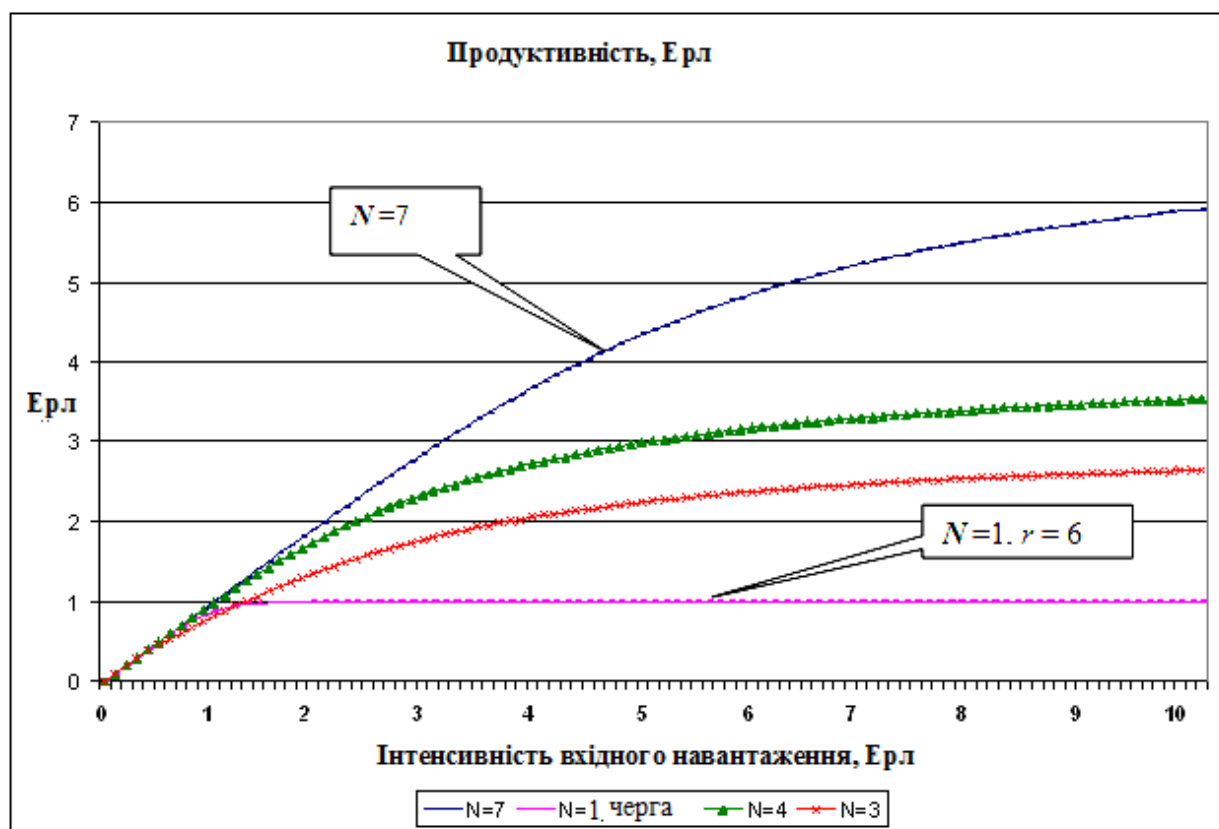


Рис.4.13. Показники обслуговування СМО з числом обслуговуючих приборів $N=3, 4, 7$, без черги ($\rho = 0\ldots 10$ Ерл)

На рис. 4.14 відображено характеристики СМО з кількістю обслуговуючих приладів $N = 1$, чергою $r = 1, 2, 3, 6$ ($\rho = 0\ldots 2$ Ерл), з відмовами.

Процедура відмови в обслуговуванні є невід'ємним атрибутом дисципліни обслуговування (D), що задається будь-якою СМО.

У разі заняття першого з каналів СМО (приладів обслуговування) наступна заявка отримує доступ до чергового каналу (при $N > 1$) або займає місце у черзі

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

(при $r > 1$). При занятті всіх каналів (приладів) та місць у черзі заявка отримує відмову за наперед визначеною, регламентованою, детермінованою ознакою.

Межа продуктивності $Y_{\text{ОБСЛ}} = 1$ Ерл досягається досить швидко при зростанні вхідного навантаження ρ . При цьому показник своєчасності послаблюється зі зростанням довжини черги r , але покращуються показники за ознакою ймовірності відмови.

Отже, найбільшу перевагу має організація СМО з більшим значенням N .

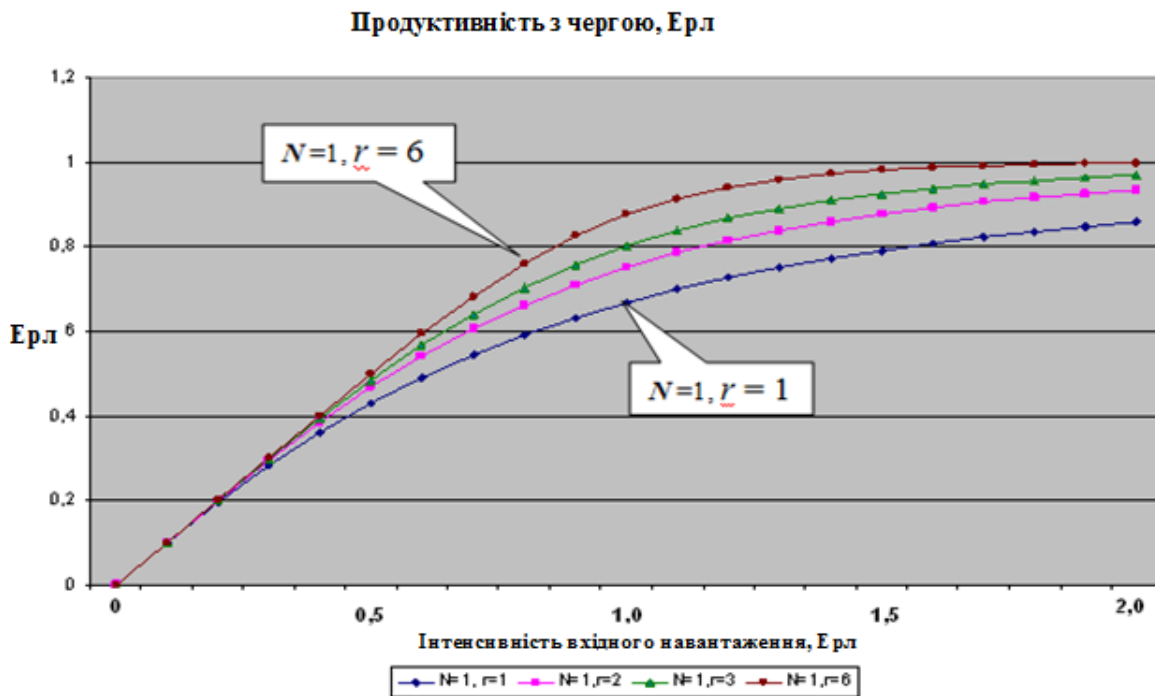


Рис. 4.14. Характеристики СМО з числом приладів, що обслуговують $N > 1$, з чергою, із втратами (М/М/Н/г)

4.2.4 Моделювання багатопотокових СМО з пріоритетами и без пріоритетів

В однопотокових СМО, розглянутих вище, виникають конфлікти обслуговування вразі, коли чергова заявка застає прибор обслуговування зайнятим. При наявності ресурсів (додаткового прибору обслуговування або місця у черзі) конфлікт може бути вичерпаним.

У багатопотокових СМО конфлікт ускладнюється тим, що необхідно прийняти рішення про поведінку заявки одного з потоків під час конфлікту із заявкою іншого потоку.

Якщо потоки мають рівні статуси з позиції оператора, який організовує роботу СМО, то конфлікт вичерпується звичайним чином: перший прийшов – першим обслуговується.

Отже, у систем масового обслуговування без пріоритетів ймовірність обслуговування заявки будь-якого потоку співпадає з ймовірністю того, що в момент надходження заявки прилад буде вільний, так як це у даній СМО є єдиною умовою обслуговування заявки.

Безпріоритетні системи з економічних міркувань не доцільно використовувати, оскільки під час надходження заявки в момент відсутності вільних ресурсів, заявка втрачається, бо їй відмовляють в обслуговуванні. Основною кількісною оцінкою якості обслуговування при цьому є ймовірність втрати вимоги (заявки) [5].

В разі, коли оператор визначає різні статуси потоків заявок (одні важливіші – більш пріоритетні – від інших), це відображається на структурі СМО.

Прикладом організації СМО із пріоритетами є існуюча організація обслуговування в межах відомої технології пакетної передачі коротких повідомлень Asynchronous Transfer Mode –АТМ (рис.4.15).

АТМ розроблена як єдиний універсальний транспорт для нового покоління мереж.

Універсальність, що забезпечується АТМ, полягатиме в тому, що одна технологія зможе. Зокрема, забезпечити:

- передачу в рамках однієї системи комп'ютерного і мультимедійного (голос, відео) трафіку, чутливого до затримок, причому для кожного виду трафіку якість обслуговування відповідатиме його потребам;
- ієрархію швидкостей передачі даних, від десятків мегабіт до декілька гігабіт в секунду з гарантованою пропускнуою спроможністю для трафіку з пріоритетом.

Разом в технологій АТМ передбачено 5 рівнів ієрархії пріоритетів.

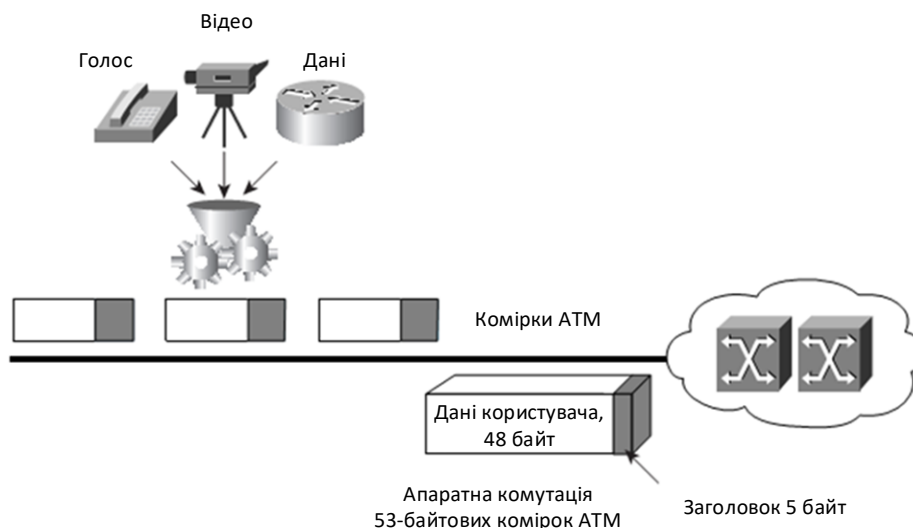


Рис. 4.15. Технологія АТМ

У систем масового обслуговування з пріоритетами ймовірність обслуговування заявки пріоритетного потоку залежить від того, які заявки (старші за пріоритетом чи молодші) обслуговуються в наданий момент). В

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

залежності від типу організації пріоритетного обслуговування, можуть бути реалізованими різні сценарії поведінки заявки, яка надходить у СМО.

Тому нижче розглянути особливості організації обслуговування безпріоритетних та пріоритетних багатопотокових СМО.

4.2.4.1 СМО без пріоритетів

Розглянемо багато потокові без пріоритетні системи на прикладі двопотокової СМО з одним приладом (рис.4.16). [32]

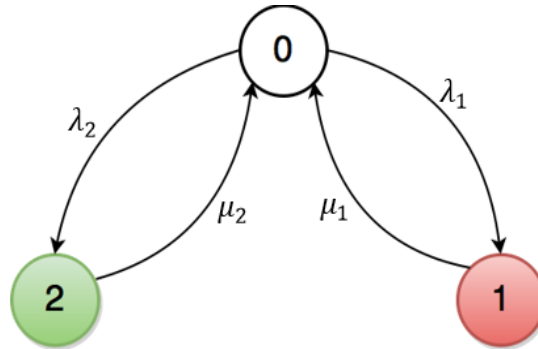


Рис. 4.16. Граф станів двопотокової СМО

Знайдемо ймовірність обслуговування P_0 . Для цього складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} P_0 \cdot \lambda_2 = P_2 \cdot \mu_2 \\ P_0 \cdot \lambda_1 = P_1 \cdot \mu_1 \\ P_0 + P_1 + P_2 = 1 \end{cases} \quad (4.53)$$

де λ_1, λ_2 – інтенсивність вхідних потоків 1 і 2 відповідно, μ_1, μ_2 – інтенсивність обслуговування потоків 1 і 2 відповідно.

Виразимо P_1 та P_2 через P_0 та підставимо в останнє рівняння системи (умову нормування), отримаємо:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}} \quad (4.54)$$

де $\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}, \rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2}$ – інтенсивність навантаження СМО для потоків 1 і 2 відповідно.

Отже, ймовірність обслуговування СМО з двома потоками без черги та з одним приладом обслуговування:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \rho_2} \quad (4.55)$$

Використовуючи метод індукції, можна стверджувати, що у випадку n потоків (4.55) трансформується в (4.56),

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \rho_i} \quad (4.56)$$

а із (4.53) можна стверджувати:

$$P_i = \frac{\rho_i}{1 + \sum_{i=1}^n \rho_i} = \rho_i \times P_0 \quad (4.57)$$

4.2.4.2 СМО з абсолютним пріоритетом

Суть абсолютного пріоритету з перериванням полягає у тому, що вимога вищого пріоритету перериває обслуговування вимоги нижчого пріоритету [9].

Заявки першого виду з інтенсивністю надходження λ_1 та параметром експоненціального обслуговування μ_1 прийняті як пріоритетні, а заявки другого виду з параметрами λ_2 , μ_2 – непраіоритетні. Для заявок першого виду, які надходять на прилад, діють такі правила:

- Якщо прилад вільний, заявка приймається до обслуговування та обслуговується до кінця;
- Якщо прилад зайнятий обслуговуванням іншої заявки другого виду, то переривання здійснюється негайно, тобто $\Delta t_0 = 0$.
- Якщо прилад зайнятий обслуговуванням заявки першого виду, то заявка, яка надходить втрачається.

Заявка другого виду, яка надійшла на зайнятий прилад, втрачається. Заявка, яка надійшла на вільний прилад, обслуговується до кінця тільки в тому випадку, коли не буде перервана заявкою першого виду, тобто пріоритетною.

Розглянемо систему з абсолютним пріоритетом на прикладі системи з двома потоками (див.рис.4.17). [32]

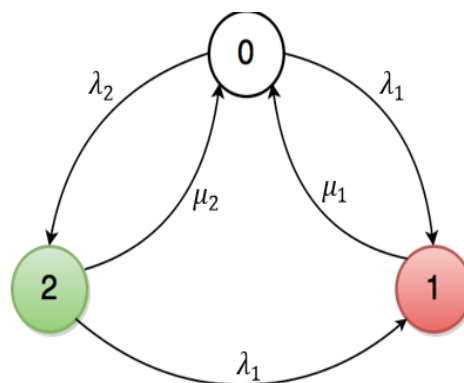


Рис. 4.17. СМО з абсолютним пріоритетом з двома потоками та одним приладом обслуговування

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Знайдемо ймовірність обслуговування P_0 . Для цього складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} P_0(\lambda_1 + \lambda_2) = P_1 \cdot \mu_1 + P_2 \cdot \mu_2 \\ P_1 \mu_1 = P_0 \cdot \lambda_1 + P_2 \cdot \lambda_1 \\ P_2(\mu_2 + \lambda_1) = P_0 \cdot \lambda_2 \\ P_0 + P_1 + P_2 = 1 \end{cases} \quad (4.58)$$

Виразимо P_1, P_2 через P_0 , отримаємо:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0 \cdot \rho_1 + P_0 \cdot \rho_1 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \\ P_2 &= P_0 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Отримані значення підставимо в умову нормування:

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1 \quad (4.60)$$

Таким чином, ймовірність простою приладу обслуговування P_0 для СМО з абсолютним пріоритетом в канонічному вигляді:

$$P_0 = \frac{1}{(1+\rho_1)(1+\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\mu_2})} = \frac{1}{1+\rho_1(1+\frac{\rho_2}{L_{12}+1})+\frac{\rho_2}{L_{12}+1}} \quad (4.61)$$

4.2.4.3 СМО з відносним пріоритетом

Суть відносного пріоритету полягає в тому, що вимога вищого пріоритету стає на початок черги без переривання [14].

Заявки першого виду з інтенсивністю надходження λ_1 та параметром експоненціального обслуговування μ_1 прийняті як пріоритетні, а заявки другого виду з параметрами λ_2, μ_2 – непріоритетні. Для заявок першого виду, які надходять на прилад, діють такі правила:

- Якщо прилад вільний, заявка приймається до обслуговування та обслуговується до кінця;
- Якщо прилад зайнятий обслуговуванням іншої заявки другого виду, а місце в черзі вільне, то заявка займає місце в черзі і очікує надходження на обслуговування, після чого обов'язково обслуговується;
- Якщо прилад зайнятий обслуговуванням заявки першого виду або зайняті місця в черзі, то заявка, яка надходить втрачається.

Заявка другого виду, яка надійшла на зайнятий прилад, втрачається. Заявка, яка надійшла на вільний прилад, обслуговується до кінця тільки в тому випадку, коли не буде перервана заявкою першого виду, тобто пріоритетною.

Розглянемо систему з відносним пріоритетом на прикладі системи з двома потоками (рис.4.18).

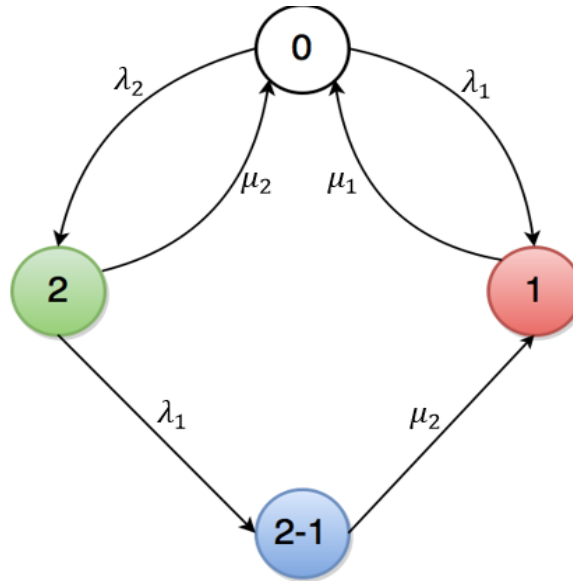


Рис. 4.18. СМО з відносним пріоритетом з двома потоками та одним приладом обслуговування

Знайдемо ймовірність обслуговування P_0 . Для цього складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} P_0(\lambda_1 + \lambda_2) = P_1 \cdot \mu_1 + P_2 \cdot \mu_2 \\ P_1 \mu_1 = P_0 \cdot \lambda_1 + P_{2-1} \cdot \mu_{21} \\ P_2(\mu_2 + \lambda_{12}) = P_0 \cdot \lambda_2 \\ P_{2-1} \cdot \mu_{21} = P_2 \cdot \lambda_{12} \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_{2-1} = 1 \end{cases} \quad (4.62)$$

В даному випадку вважаємо, що $\lambda_{12} = \lambda_1$, а $\mu_{21} = \mu_2$.

Виразимо P_1, P_2, P_{2-1} через P_0 , отримаємо:

$$\begin{cases} P_1 = P_0 \cdot \rho_1 + P_0 \cdot \rho_1 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \\ P_2 = P_0 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \\ P_{2-1} = P_0 \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\mu_2(\lambda_1 + \mu_2)} \end{cases} \quad (4.63)$$

Отримані значення підставимо в умову нормування:

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_{2-1} = 1 \quad (4.64)$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Отже, ймовірність простою приладу обслуговування P_0 для СМО з відносним пріоритетом:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_2}\right)} \quad (4.65)$$

Якщо позначити $L_{12} = \lambda_1 / \mu_2$, то, відповідно маємо рівняння в канонічній формі:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 \left(1 + \frac{\rho_2}{L_{12} + 1}\right) + \rho_2 \left(\frac{1 + L_{12}}{1 + L_{12}}\right)} \quad (4.66)$$

4.2.4.4 СМО з комбінованим пріоритетом

Заявки першого виду з інтенсивністю надходження λ_1 та параметром експоненціального обслуговування μ_1 прийняті як пріоритетні, а заявки другого виду з параметрами λ_2 , μ_2 – непраіоритетні. Для заявок першого виду, які надходять на прилад, діють такі правила [14]:

- Якщо прилад вільний, заявка приймається до обслуговування та обслуговується до кінця;
- Якщо прилад зайнятий обслуговуванням іншої заявки другого виду, а місце в черзі вільне, то заявка займає місце в черзі і очікує надходження на обслуговування, проте не більше фіксованого відрізка часу Δt_0 , після чого обов'язково обслуговується;
- Якщо прилад зайнятий обслуговуванням заявки першого виду або зайняті місця в черзі, то заявка, яка надходить втрачається.

Заявка другого виду, яка надійшла на зайнятий прилад, втрачається. Заявка, яка надійшла на вільний прилад, обслуговується до кінця тільки в тому випадку, коли не буде перервана заявкою першого виду, тобто пріоритетною [14].

Розглянемо систему з комбінованим пріоритетом на прикладі системи з двома потоками (рис.4.19).

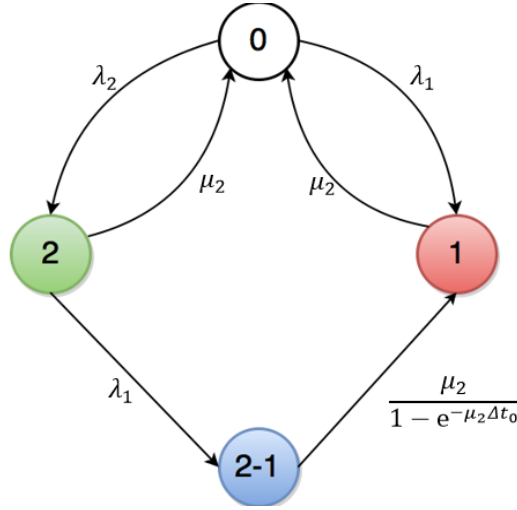


Рис. 4.19. СМО з комбінованим пріоритетом з двома потоками та одним приладом обслуговування

Знайдемо ймовірність обслуговування P_0 . Для цього складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} P_0(\lambda_1 + \lambda_2) = P_1 \cdot \mu_1 + P_2 \cdot \mu_2 \\ P_1 \mu_1 = P_0 \cdot \lambda_1 + P_{2-1} \cdot \mu_{21}^* \\ P_2(\mu_2 + \lambda_{12}) = P_0 \cdot \lambda_2 \\ P_{2-1} \cdot \mu_{21}^* = P_2 \cdot \lambda_{12} \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_{2-1} = 1 \end{cases} \quad (4.67)$$

В даному випадку вважаємо, що $\lambda_{12} = \lambda_1$, а $\mu_{21}^* = \frac{\mu_2}{1 - e^{-\Delta t_0 \mu_2}}$.

Виразимо P_1, P_2, P_{2-1} через P_0 , отримаємо:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0 \cdot \rho_1 + P_0 \cdot \rho_1 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \\ P_2 &= P_0 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \\ P_{2-1} &= P_0 \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\mu_{21}^* (\lambda_1 + \mu_2)} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Отримані значення підставимо в умову нормування:

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_{2-1} = 1 \quad (4.69)$$

Отже, ймовірність простою приладу обслуговування P_0 для СМО з комбінованим пріоритетом:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_{21}^*}\right)} \quad (4.70)$$

$$\text{де } \mu_{21}^* = \frac{\mu_2}{1 - e^{-\Delta t_0 \mu_2}}. \quad (4.71)$$

4.2.4.5 СМО з дообслуговуванням

Заявки першого виду з інтенсивністю надходження λ_1 та параметром експоненціального обслуговування μ_1 прийняті як пріоритетні, а заявки другого виду з параметрами λ_2, μ_2 – непріоритетні. Для заявок першого виду, які надходять на прилад, діють такі правила [9]:

- Якщо прилад вільний, заявка приймається до обслуговування та обслуговується до кінця;
- Якщо прилад зайнятий обслуговуванням іншої заявки другого виду, а місце в черзі вільне, то заявка займає місце в черзі і очікує надходження на обслуговування, після чого обов'язково обслуговується;
- Якщо прилад зайнятий обслуговуванням заявки першого виду або зайняті місця в черзі, то заявка, яка надходить не втрачається, а займає місце в черзі, а потім дообслуговується.

Заявка другого виду, яка надійшла на зайнятий прилад, не втрачається, як було раніше, наприклад, в комбінованому пріоритеті. Заявка в будь-якому випадку буде обслугованою, не дивлячись на обставини: зайнятий прилад, але якщо місць в черзі більше немає – вона втрачається.

Розглянемо систему з до обслуговуванням на прикладі системи з двома потоками (рис.4.20).

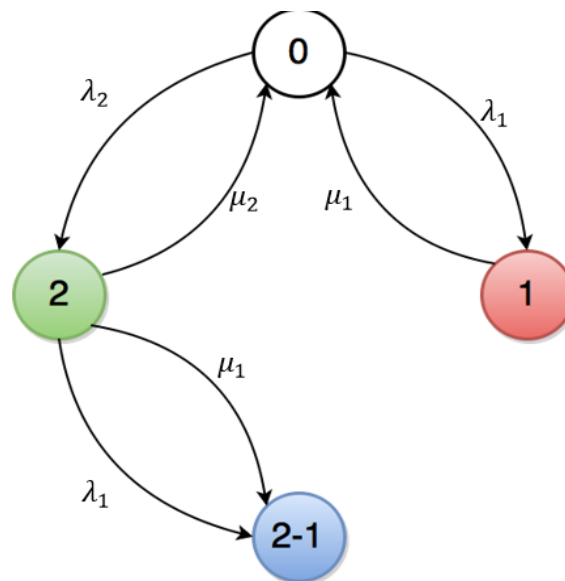


Рис. 4.20. СМО з до обслуговуванням з двома потоками та одним приладом обслуговування

Визначимо ймовірність простою приладу обслуговування P_0 . Для цього складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} P_0(\lambda_1 + \lambda_2) = P_1 \cdot \mu_1 + P_2 \cdot \mu_2 \\ P_1 \mu_1 = P_0 \cdot \lambda_1 \\ P_2(\mu_2 + \lambda_1) = P_0 \cdot \lambda_2 + P_{2-1} \cdot \mu_1 \\ P_{2-1} \cdot \mu_1 = P_2 \cdot \lambda_1 \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_{2-1} = 1 \end{cases} \quad (4.72)$$

Виразимо P_1, P_2, P_{2-1} через P_0 , отримаємо:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0 \cdot \rho_1 \\ P_2 &= P_0 \cdot \rho_2 \\ P_{2-1} &= P_0 \cdot \rho_1 \cdot \rho_2 \end{aligned} \quad (4.73)$$

Отримані значення підставимо в умову нормування:

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_{2-1} = 1 \quad (4.74)$$

Отже, ймовірність простою приладу обслуговування P_0 для СМО з дообслуговуванням:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_1 \cdot \rho_2} \quad (4.75)$$

або в канонічному вигляді:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1(1 + \rho_2) + \rho_2} \quad (4.76)$$

РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНИХ ТА ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 4 «МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ КАНАЛЬНОГО РІВНЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ»

Практичне заняття 4.1: «Моделювання СМО М/М/1»

План заняття:

1. Методика імітаційного моделювання систем масового обслуговування.
2. Моделювання подій на часовому інтервалі і функціонування СМО.
3. Особливості імітаційного моделювання СМО М/М/1.

Метою заняття є формування уявлення про принципи імітаційного моделювання СМО та дослідження статистичних характеристик СМО М/М/1 на основі виконання імітаційного моделювання.

1. Методика імітаційного моделювання систем масового обслуговування.

Загальна положення щодо методик побудови імітаційних моделей викладено в підрозділі 1.2.

Методика побудови імітаційних моделей складається з трьох етапів:

1. Визначення методології імітації – постановка задачі, підготовка даних, побудова моделі, оцінка адекватності.
2. Організація імітаційного експерименту – планування та реалізація експерименту (експериментування).
3. Обробка результатів, документування.

Наведемо приклад постановки задачі імітаційного моделювання СМО.

Приклад.

Нехай є магазин, в який час від часу заходять покупці.

Систему масового обслуговування складають:

- прибор обслуговування: продавець у магазині;
- вхідний потік: потік покупців;
- потік обслуговування: потік обслугованих покупців.

При певних припущеннях час між появою двох послідовних покупців буде випадковою величиною $\xi(\lambda)$ за умов, що середній час очікування нового покупця дорівнює $1/\lambda$, де параметр λ – випадкова величина з експоненціальним

розподілом. Сам параметр λ тоді може бути інтерпретований як середнє число нових покупок за одиницю часу.

Час, необхідний для обслуговування одного покупця, теж може бути відображеним випадковою величиною $\psi(\mu)$, за умов, що середній час обслуговування одного покупця дорівнює $1/\mu$, де параметр μ – випадкова величина з експоненціальним розподілом. Сам параметр μ тоді може бути інтерпретований як середнє число потенційно обслугованих покупок за одиницю часу.

Дали на першому етапі процесу моделювання є **визначення параметрів випадкових процесів**, які відображуються у імітаційної моделі, а також **обсягу вибірки** подій для моделювання.

Наведений приклад може відповідати **СМО М/М/1** за умов, що в магазині є лише одним продавець, в ті покупки, які прийшли в магазин під час обслуговування іншого покупця, залишають магазин (заявка на обслуговування втрачається).

Отже, наступним кроком у дослідженні **СМО М/М/1** є **визначення параметрів λ та μ** (найчастіше експоненціальних) **випадкових процесів**.

В разі, якщо параметри λ та μ не задано, їх треба визначити за їх фізичним змістом.

Як вказано у наведеному Прикладі, параметр λ визначає **середню кількість** подій за одиницю часу, а параметр $1/\mu$ визначає **середній час** обслуговування одної події.

Обсяг вибірки залежить від вимог до достовірності результатів імітаційного моделювання, що кількісно відображається параметром α , який має назву **довірчий інтервал** [22].

Рекомендації щодо обрання обсягу вибірки в залежності від потрібної точності (достовірності) результатів надано в підрозділі 2.5.4.

2. Моделювання подій на часовому інтервалі функціонування СМО .

Базовою моделлю для СМО частіше є випадок, коли випадкові величини $\xi_i(\lambda)$ та $\psi_j(\mu)$ мають **експоненціальний розподіл**, властивості якого розглянуто в підрозділі 2.3.3.

Експоненціальний, або показниковий розподіл – безперервний розподіл, що моделює час між двома послідовними зверненнями однієї і тієї ж події.

Випадкова величина $\xi_i(\lambda)$ має експоненціальний розподіл з параметром λ , якщо її щільність (4.80) має вигляд (рис.4.21) [6]:

$$f_Y(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (4.80)$$

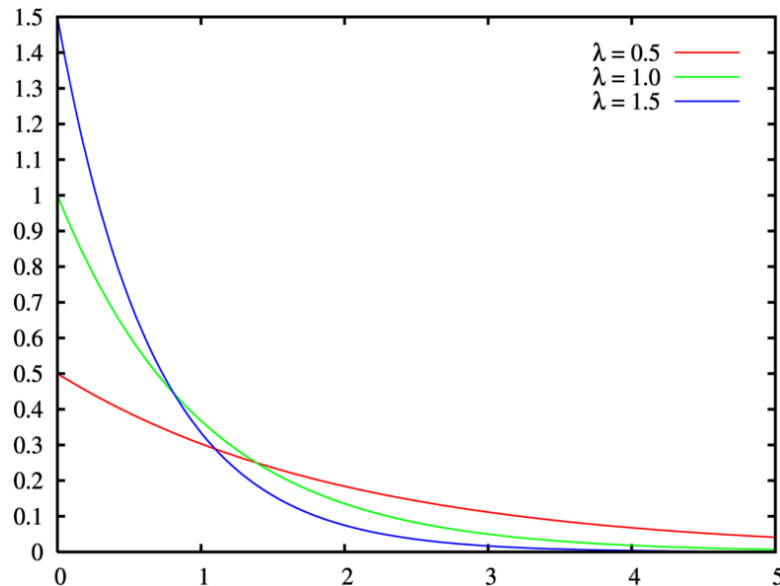


Рис. 4.21. Функція розподілу

Експоненціальний розподіл характеризується одним кількісним параметром – інтенсивністю.

Випадкова величина з експоненціальним розподілом може бути отримана з використанням безперервного рівномірного розподілу методом зворотного перетворення.

Якщо є джерело випадкових чисел з безперервним **рівномірним** розподілом в інтервалі $[0,1]$, які містить випадкові числа α , тоді перетворення

$$\xi_i(\lambda) = -\frac{1}{\lambda} \ln \alpha \quad (4.81)$$

породжує змінну $\xi_i(\lambda)$, яка має **експоненціальний розподіл** з параметром λ [6].

При імітаційному моделюванні можуть використовуватися інші розподіли (рівномірний, нормальний та інші) або детерміновані числа для визначення інтервалів між подіями або тривалості подій.

3. Особливості імітаційного моделювання СМО М/М/1.

Імітаційну модель **СМО М/М/1** слід віднести до однієї з найпростіших моделей з точки зору їх формування.

З початку формується масив випадкових величин з експоненціальним (або іншим) законом розподілу з параметрами λ та μ обсягом по n значень, який відповідає вимогам достовірності (наприклад, відповідно даним Таблиці 2.3).

Далі використовується лише **одна вісь часу**.

Процес надходження та обслуговування заявок в системі без черги схематично можна представити наступним чином, Рис. 4.22. [19]

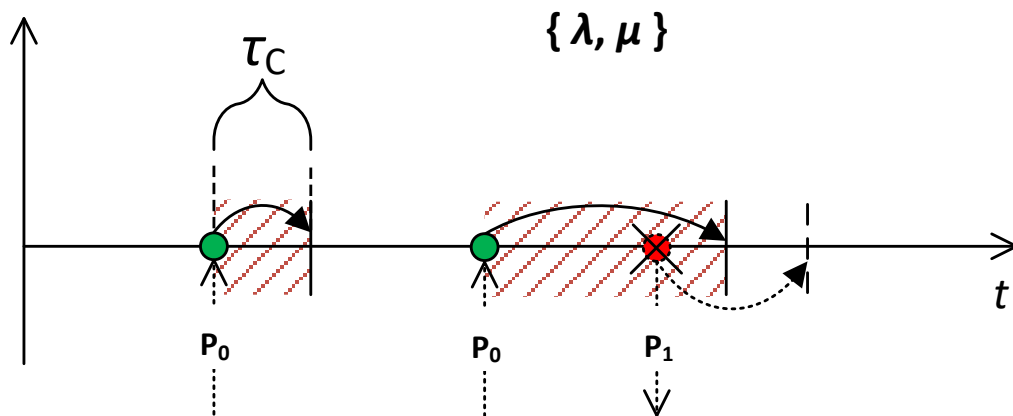


Рис. 4.22. СМО з одним приладом обслуговування без черги

На часовій осі фіксуються випадкові значення $\xi_i(\lambda)$, $i = 1, \dots, n$ подій надходження вхідних заявок з параметром λ послідовно так, як це відображено на рис.4.22. Таких значень ми маємо n . Тоді протяжність T часової осі експерименту складає:

$$T = \sum_{i=1}^n \xi_i(\lambda).$$

Кожній точці, яка відповідає події $\psi_j(\mu)$, $j = 1, \dots, n$ надходження вхідної заявки, ставимо у відповідність випадкові значення потрібного часу для обслуговування заявки з параметром μ .

На часовій осі (рис.4.22) можна спостерігати **дві версії** подій:

– чергова заявка застає прибор обслуговування **вільним** (точки 1, 2) – кількість подій k .

При цьому сумарний обсяг обслугованого навантаження складає

$$\tau_{\text{обсл}} = \sum_{j=1}^k \psi_j(\mu).$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

– чергова заявка застає прибор обслуговування **зайнятим** (точка 3) – кількість подій l .

При цьому $k + l = n$.

Після закінчення експерименту є можливість вирахувати наступні показники функціонування СМО [7, 34]:

– ймовірність обслуговування заявки:

$$P_{\text{ОБСЛ}} = \frac{k}{n}; \quad (4.81)$$

або

$$P_{\text{ОБСЛ}} = \tau_{\text{ОБСЛ}}/T; \quad (4.82)$$

– ймовірність відмови в обслуговуванні заявки:

$$P_{\text{ВІДМ}} = \frac{l}{n} = 1 - P_{\text{ОБСЛ}}; \quad (4.83)$$

– ймовірність простою прибору (прибор вільний від обслуговування):

$$p_0 = (T - \tau_{\text{ОБСЛ}})/T; \quad (4.84)$$

– ймовірність зайнятості прибору обслуговуванням:

$$p_1 = \tau_{\text{ОБСЛ}}/T; \quad (4.85)$$

– продуктивність СМО (обсяг обслугованого навантаження у одиницю часу):

$$Y_{\text{ОБСЛ}} = \tau_{\text{ОБСЛ}}/T = p_1; \quad (4.86)$$

– середній час перебування заявки у системі:

$$\tau_{\text{СИСТ}} = \tau_{\text{ОБСЛ}}/k. \quad (4.87)$$

Наданий алгоритм є універсальним, незалежно від закону розподілу параметрів λ та μ .

Для верифікації результатів є можливість використати «аналітичну» оболонку: зіставити результати імітаційного та аналітичного моделювання при використанні в імітаційній моделі саме експоненціального розподілу випадкових величин ξ_i (λ) та ψ_j (μ). В разі збігу результатів моделювання обох типів імітаційну модель слід вважати коректною.

Лабораторна робота 4.1: «Моделювання системи масового обслуговування виду М/М/1 без очікування»

Хід роботи:

1. Інструменти для виконання роботи: ПЗ MatLab.
2. У звіті лабораторної роботи представити:
 - a. Теоретичні дані для виконання роботи:
 - i. Генерування випадкових чисел, що відповідають експоненціальному розподілу;
 - ii. Експоненціальний закон розподілу випадкових величин, його характеристики та графічне представлення;
 - iii. Розподіл Пуассона, його характеристики та графічне представлення;
 - iv. Граф станів, вхідні та вихідні характеристики СМО М/М/1 без очікування;
 - b. Алгоритм побудови імітаційної моделі М/М/1 без очікування¹;
 - c. Лістинг коду програми імітаційної моделі в ПЗ MatLab (шрифт CourierNew, 11pt, абзацодинарний, 0птдота0птпіслярядка) ;
 - d. Отримані результати роботи моделі за різних значень інтенсивності потоку вхідних заявок, інтенсивності обслуговування та кількості модельованих заявок згідно варіанту з **табл. 4.1**, де номер варіанту – порядковий номер студента в списку групи.

Таблиця 4.1. Приклади варіантів завдання

Варіант	Експеримент	λ	M	Число модельованих заявок, n
1	1	1.0	2.0	5
	2	1.0	6.0	5
	3	5.0	1.0	5
	4	1.0	2.0	5000
	5	1.0	6.0	5000
	6	5.0	1.0	5000
2	1	1.3	2.3	7
	2	1.3	7.8	7
	3	6.5	1.3	7
	4	1.3	2.3	6000
	5	1.3	7.8	6000
	6	6.5	1.3	6000

Код в ПЗ Matlab для виконання роботи надається.

На рис. 4.23 показано скріншоти з програмного забезпечення (ПЗ) «jMCH» (Java Markov Chainmodeling), для моделювання системи М/М/1:

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

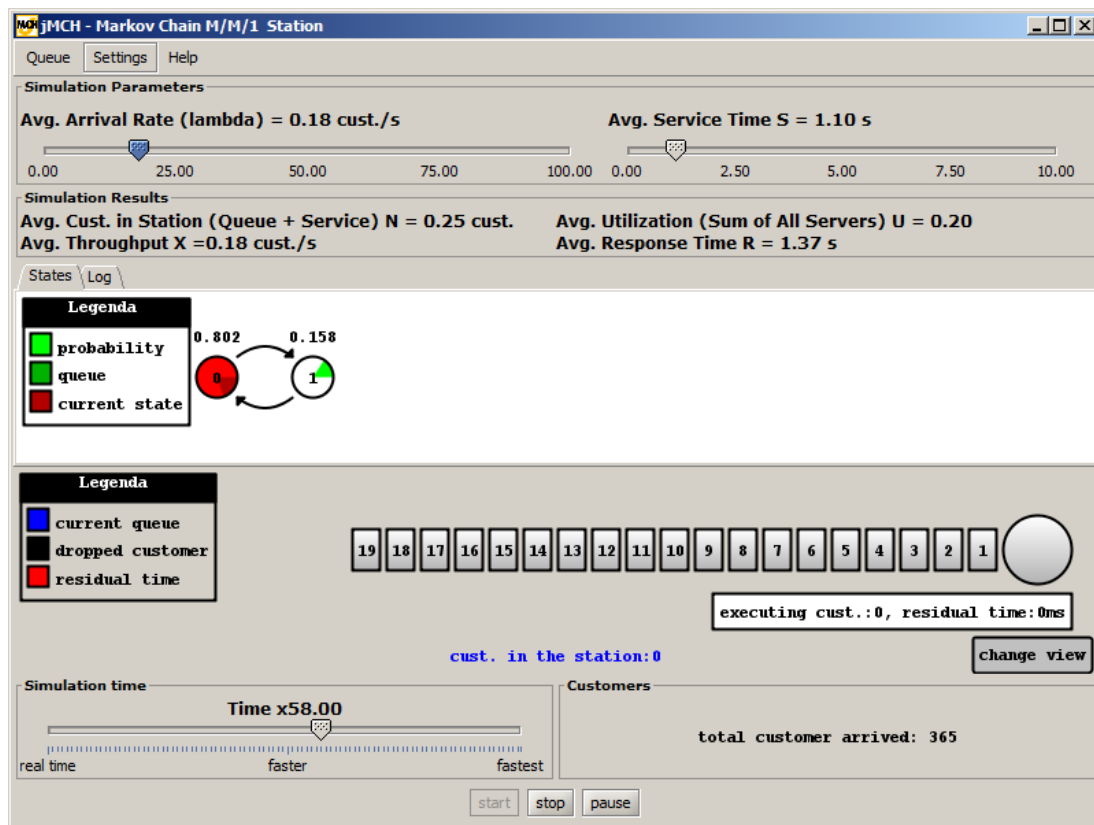


Рис. 4.23.

Приклад виконання моделювання в MatLab

```
*** Initial parameters for model M/M/1 without waiting:
Intensivnost potoka lambda:1.00 requests/ed.vremeni
Intensivnost obsluzhyvaniya:2.00 requests/ed.vremeni
Requests number to model:10
*****
```

```
Average time between two coming requests:1.00
Time of discretization:0.010000
Full time window:10.113684
Number of moments to check:1012
```

```
*** Experimental results:
Number of served requests:7
Number of rejected requests: 3
Index of served requests:70.0%
Index of rejected requests:30.0%
```

```
*** Theoretical analysis:
Service probability:66.7%
Reject probability:33.3%
```

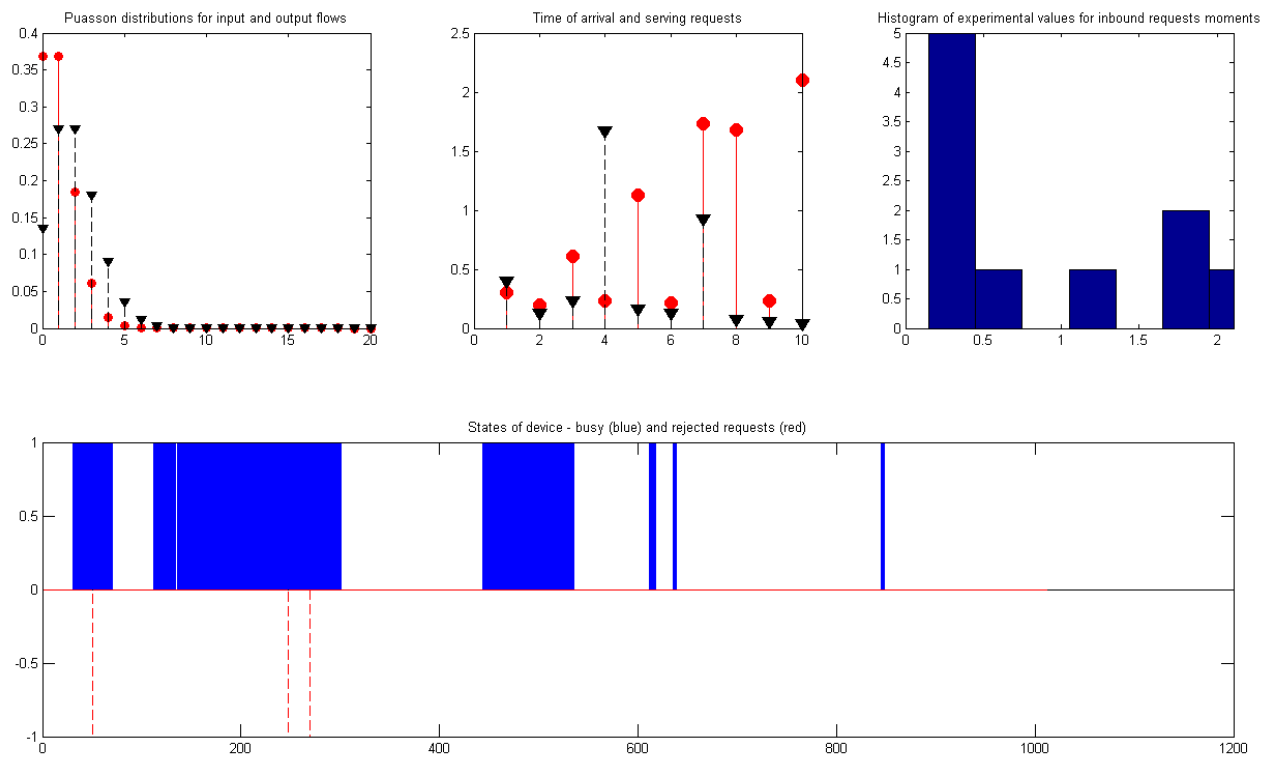


Рис. 4.24.

Перелік питань за темою «Моделювання об'єктів канального рівня моделі OSI. Основи моделювання систем масового обслуговування-1»

1. Проблеми канального рівня згідно моделі OSI в ТКС.
2. Задачі канального рівня згідно моделі OSI в ТКС та їх приклади.
3. Задачі теорії масового обслуговування в ТКС та їх приклади.
4. Поняття СМО в контексті ТКС. Елементи СМО та показники функціонування.
5. Граф станів, вхідні та вихідні характеристики СМО М/М/1 без очікування.
6. Граф станів, вхідні та вихідні характеристики СМО М/М/1/1 з очікуванням.
7. Граф станів, вхідні та вихідні характеристики СМО М/М/2 без очікування.
8. Формули Літтла для ймовірності обслуговування та відмови, середнього часу обслуговування та перебування заявок у СМО.
9. Критерії оптимізації СМО.
10. Різниця в сутності та опису неперервних та точкових випадкових процесів. Зміст «закону великих чисел» для неперервних випадкових процесів.
11. Різниця в сутності та опису неперервних та точкових випадкових процесів. Зміст «закону великих чисел» для точкових випадкових процесів.
12. Найпростіший потік подій та його властивості.
13. Розподіл Пуассона та його параметри.
14. Обґрунтування потреби у використанні закону Пуассона для опису функціонування СМО.
15. Графічне зображення розподілу Пуассона при інтенсивності подій $\lambda_1=2$, $\lambda_2=6$ та $\lambda_3=10$, та його фізичний зміст.
16. Експоненціальний розподіл випадкових величин та його параметри.
17. Обґрунтування потреби у використанні експоненціального розподілу випадкових величин для опису функціонування СМО.
18. Прояв філософського закону «єдності та боротьби протилежностей» при імітаційному моделюванні найпростішого потоку.
19. Перетворення рівномірно розподілених чисел в числа, що відповідають експоненційному розподілу випадкових величин.
20. Код програми в MatLab для генерування 1000 випадкових чисел, що відповідають експоненціальному розподілу, та побудова функції розподілу.

Практичне заняття 4.2: «Моделювання СМО класів М/М/1/1, М/М/1/0/2 та М/М/2»

План заняття:

1. Аналіз варіанту реалізації імітаційної моделі СМО М/М/1 (лабораторна робота 4.1) в ПО MatLab.
2. Характеристики моделей СМО М/М/1/1 та СМО М/М/1/0/2.
3. Відмінності в реалізаціях моделей СМО М/М/1/1 та СМО М/М/2.

Метою заняття є дослідження та зіставлення чисельних характеристик СМО класів М/М/1, М/М/1/1, М/М/1/0/2 та М/М/2.

1. Аналіз варіанту реалізації імітаційної моделі СМО М/М/1 (лабораторна робота 4.1) в ПО MatLab.

Теоретичний матеріал, пов'язаний з дослідженням моделі СМО М/М/1 викладено у підрозділі 4.2.1.1.

За підсумками практичного заняття 4.1 та лабораторного заняття 4.1 визначено кількісні показники аналітичної та імітаційної моделі СМО М/М/1.

Найбільш загальними є наступні закономірності, виявлені в результаті досліджень.

1) Система масового обслуговування характеризується наступними показниками:

- ймовірність обслуговування $P_{\text{ОБСЛ}}$;
- ймовірність відмови в обслуговуванні заявки $P_{\text{ВІДМОВ}}$;
- продуктивність СМО (інтенсивність обслугованого навантаження)

$Y_{\text{ОБСЛ}}$;

- середній час перебування заявки в системі $t_{\text{СИСТ.}}$

2) Динаміка ймовірності обслуговування $P_{\text{ОБСЛ}}$ відповідає залежності, визначеної за формулою (4.30) – рис. 4.25.

Динаміка ймовірності відмови в обслуговуванні заявки $P_{\text{ВІДМОВ}}$ відповідає залежності, визначеної за формулою (4.33) – рис. 4.25.

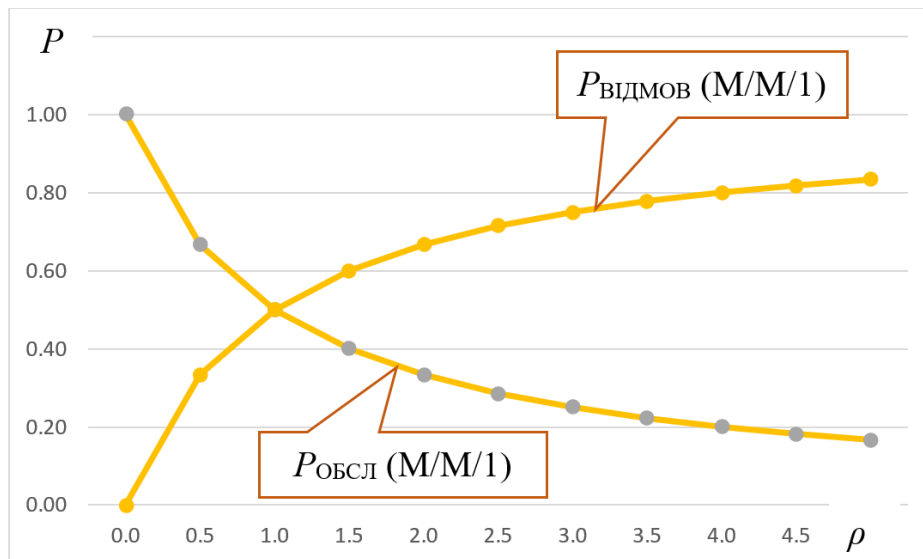


Рис. 4.25. Ймовірності обслуговування $P_{\text{ОБСЛ}}$ та $P_{\text{ВІДМОВ}}$ для СМО типу (М/М/1)

Зростання навантаження на систему (показник ρ) очікувано призводить до падіння показника ймовірності обслуговування $P_{\text{ОБСЛ}}$ внаслідок зростання конфліктів вхідних заявок та, одночасно, до зростання показника ймовірності відмови в обслуговуванні заявки $P_{\text{ВІДМОВ}}$.

При цьому

$$P_{\text{ОБСЛ}} + P_{\text{ВІДМОВ}} = 1.$$

3) Динаміка продуктивності СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $Y_{\text{ОБСЛ}}$ відповідає залежності, визначеної за формулою (4.32) – рис. 4.26.

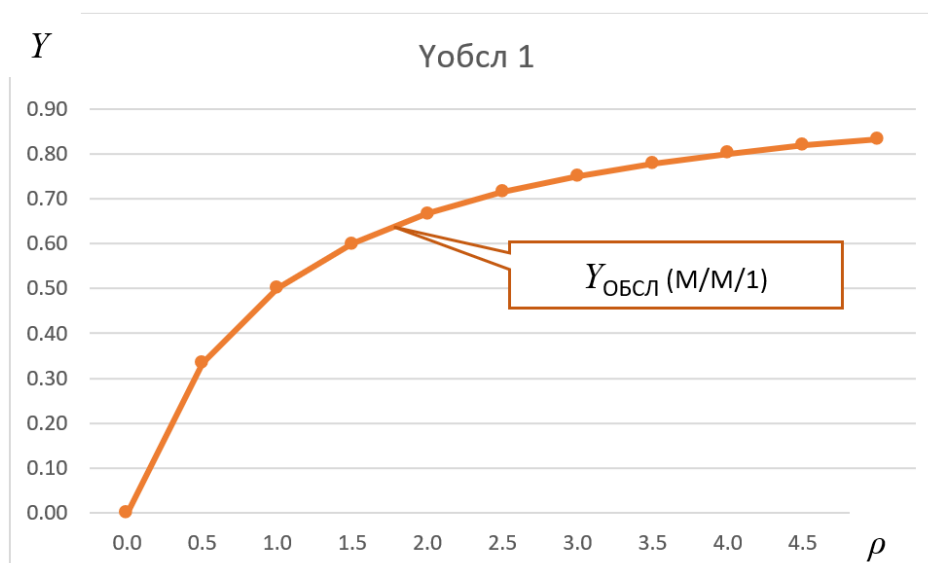


Рис. 4.26. Продуктивності СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $Y_{\text{ОБСЛ}}$ для СМО типу (М/М/1) та (М/М/1/1)

Зростання навантаження на систему (показник ρ) призводить до зростання показника продуктивності СМО внаслідок зростання кількості вхідних заявок, хоча призводить до їх конфлікту та падіння ймовірності обслуговування.

4) Динаміка середнього часу перебування заявки в системі $t_{\text{сист}}$ відповідає залежності, визначеної за формулою (4.35)– рис. 4.27.

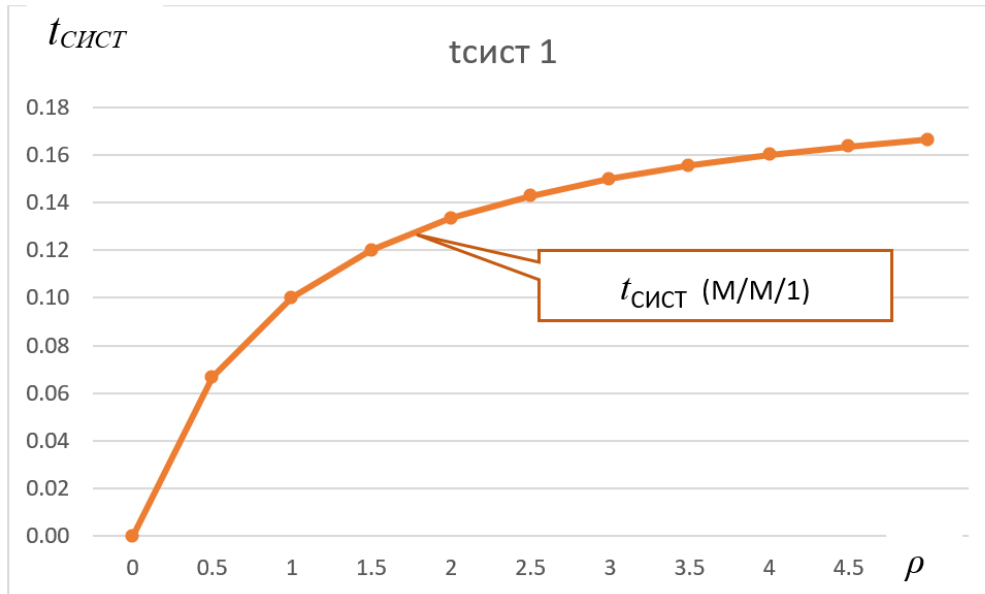


Рис. 4.27. Середній час перебування заявки в системі $t_{\text{сист}}$ для СМО типу (М/М/1) та (М/М/1/1)

Зростання навантаження на систему (показник ρ) призводить до зростання показника середнього часу перебування заявки в СМО внаслідок зростання кількості обслуговуваних вхідних заявок.

2. Характеристики моделей СМО М/М/1/0/2 та СМО М/М/1/1.

Теоретичний матеріал, пов'язаний з дослідженням моделі СМО М/М/1/0/2 викладено у підрозділі 4.1.3.1.

Ця модифікація моделі передбачає використання одного обслуговуючого приладу для обслуговування двох потоків, які конкурують.

Теоретичний матеріал, пов'язаний з дослідженням моделі СМО М/М/1/1 викладено у підрозділі 4.2.1.2.

Ця модифікація моделі передбачає використання одного обслуговуючого приладу для обслуговування одного потоку, але з можливістю організації черги.

Найбільш загальними є наступні закономірності, виявлені в результаті досліджень.

1) Системи масового обслуговування **М/М/1/0/2** та **М/М/1/1** характеризуються та порівнюються за наступними показниками:

- ймовірність обслуговування $P_{\text{обсл}}$;

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

- продуктивність СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $\gamma_{\text{обсл}}$;
- середній час перебування заявки в системі $t_{\text{сист}}$.

2) В зв'язку з різним призначенням моделей їх графи станів суттєво різняться.

3) Граф станів двопотокової СМО $M/M/1/0/2$ з одним приладом надано на рис.4.28.

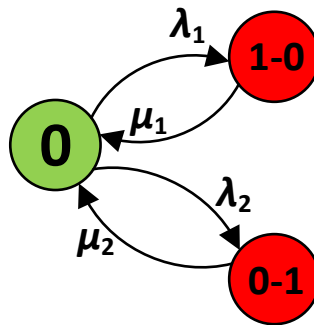


Рис. 4.28. Граф станів СМО з одним прибором і двома потоками

Повна група подій (умова нормування):

$$p_0 + p_{1-0} + p_{0-1} = 1.$$

Граф станів СМО з одним потоком, одним прибором обслуговування і одним місцем у черзі $M/M/1/1$ є окремим випадком для СМО з одним приладом для обслуговування і з r місцями для очікування в черзі (класу $M/M/1/r$) – рис.4.29.

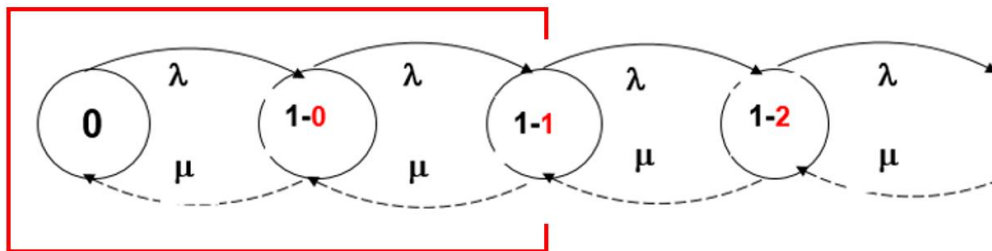


Рис.4.29. Граф станів СМО класу $M/M/1/r$ з одним потоком, одним прибором обслуговування (випадок одного місця у черзі окреслений червоним контуром)

Повна група подій (умова нормування):

$$p_0 + p_{1-0} + p_{1-1} = 1.$$

3) Динаміка ймовірності обслуговування $P_{\text{обсл}}$ та $P_{\text{відм}}$ для моделі СМО $M/M/1/0/2$ відповідає залежності, визначеної за формулою (4.55) – рис. 4.30.

Наведені залежності відповідають умові, що інтенсивність вхідного трафіку одного з потоків фіксована ($\rho_1 = 1$ Ерл), а інтенсивність вхідного трафіку другого потоку ρ_2 змінюється $[0 \dots 5 \text{Ерл}]$. Результуючий вхідний трафік складається з трафіків обох потоків: $\rho_\Sigma = \rho_1 + \rho_2$.

Динаміка ймовірності обслуговування $P_{\text{ОБСЛ}}$ для моделі СМО М/М/1/1 відповідає залежності, визначеної за формулою (4.44) – рис. 4.30.

Інтенсивність вхідного трафіку в цій моделі ρ змінюється $[0 \dots 5 \text{Ерл}]$.

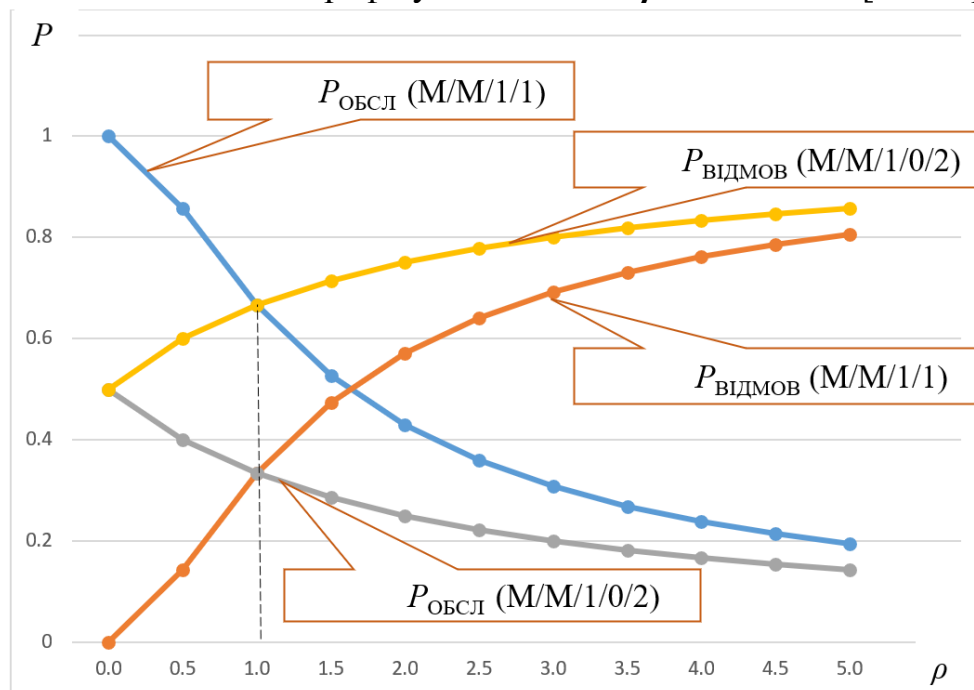


Рис.4.30.Ймовірності обслуговування $P_{\text{ОБСЛ}}$ та $P_{\text{ВІДМОВ}}$ для СМО класів (М/М/1/0/2) та (М/М/1/1)

Із наведених графіків можна бачити:

- Наявність двох потоків в моделі СМО М/М/1/0/2 породжує більш конфліктну ситуацію на вході пристрою, в результаті ймовірність обслуговування суттєво знижується.

- Навпаки, в моделі СМО М/М/1/1 наявність додаткового місця в черзі сприяє покращенню характеристик обслуговування: в точці 0 осі маємо $\rho_\Sigma = \rho_1 + \rho_2 = 1 + 0 = 1$ Ерл ($P_{\text{ОБСЛ}} (M/M/1/0/2) = 0,5$); в точці 1 осі маємо $\rho = 1$ Ерл ($P_{\text{ОБСЛ}} (M/M/1/1) = 0,67 > P_{\text{ОБСЛ}} (M/M/1/0/2)$).

- Отже, ймовірність відмов в моделі СМО М/М/1/0/2 при однаковому вхідному трафіку є більшою.

4) **Динаміка продуктивності СМО** (інтенсивність обслугованого навантаження) $Y_{\text{ОБСЛ}}$:

- для моделі СМО М/М/1/0/2 відповідає залежності, визначеної за формулою (4.88) – рис. 4.31.

$$Y_{\Sigma \text{ОБСЛ}} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{1 + \rho_1 + \rho_2} \quad (4.88)$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

– для моделі СМО **М/М/1/1** відповідає залежності, визначеної за формулою (4.89) – рис. 4.31.

$$Y_{\text{ОБСЛ}} = \frac{\rho + \rho^2}{1 + \rho + \rho^2} \quad (4.89)$$

Слід звернути увагу на те, що в формулі (4.88) сума $\rho_{\Sigma} = \rho_1 + \rho_2$ дорівнює значенню ρ в формулі (4.89), а також значенню ρ в формулі (4.90) для моделі СМО **М/М/1** :

$$Y_{\text{ОБСЛ}} = \frac{\rho}{1 + \rho} \quad (4.90)$$

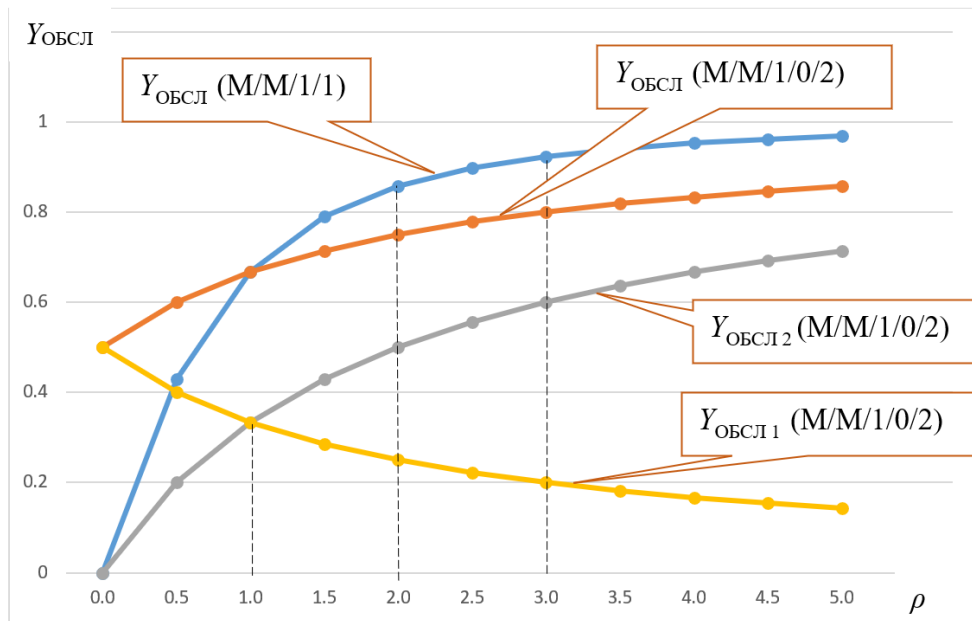


Рис.4.31.Динаміка продуктивності СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $Y_{\text{ОБСЛ}}$ для СМО класів (М/М/1/0/2) та (М/М/1/1)

– Порівняння формул (4.88) та (4.90) показує, що при **однаковому сумарному навантаженні** СМО класів (М/М/1/0/2) та (М/М/1) мають **однакову продуктивність**.

– Формула (4.89) для СМО(М/М/1/1) відрізняється від (4.90) наявністю доданку ρ^2 , що суттєво змінює динаміку за рахунок додаткового ресурсу СМО (місця в черзі) в бік більшої продуктивності: в точці 2 осі маємо $\rho_{\Sigma} = \rho_1 + \rho_2 = 1 + 2 = 3$ Ерл ($Y_{\text{ОБСЛ}}(\text{М/М/1/0/2}) = 0,75$ Ерл); в точці 3 осі маємо $\rho = 3$ Ерл ($Y_{\text{ОБСЛ}}(\text{М/М/1/1}) = 0,8 > Y_{\text{ОБСЛ}}(\text{М/М/1/0/2})$).

– Порівняння динаміки продуктивності СМО $Y_{\text{ОБСЛ}1}$ та $Y_{\text{ОБСЛ}2}$ для СМО класу (М/М/1/0/2) показує важливу тенденцію: в цій системі з конкурентним доступом перевагу у продуктивності має потів з більшою інтенсивністю ρ_i : до точки осі $\rho = 1$ маємо $\rho_2 < \rho_1 = 1$ Ерл, $Y_{\text{ОБСЛ}1} > Y_{\text{ОБСЛ}2}$. При подальшому збільшенні $\rho > 1$ маємо зворотну тенденцію: $Y_{\text{ОБСЛ}1} < Y_{\text{ОБСЛ}2}$.

5) **Динаміка середнього часу перебування заявки в системі $t_{\text{сист}}$** визначається за формулою Літтла (4.24), в якій змінна $Z_{\text{сист}}$ еквівалентна значенням $Y_{\text{обсл}}$ в формулах (4.88) та (4.89) (по аналогії з (4.47)) – рис.4.32.

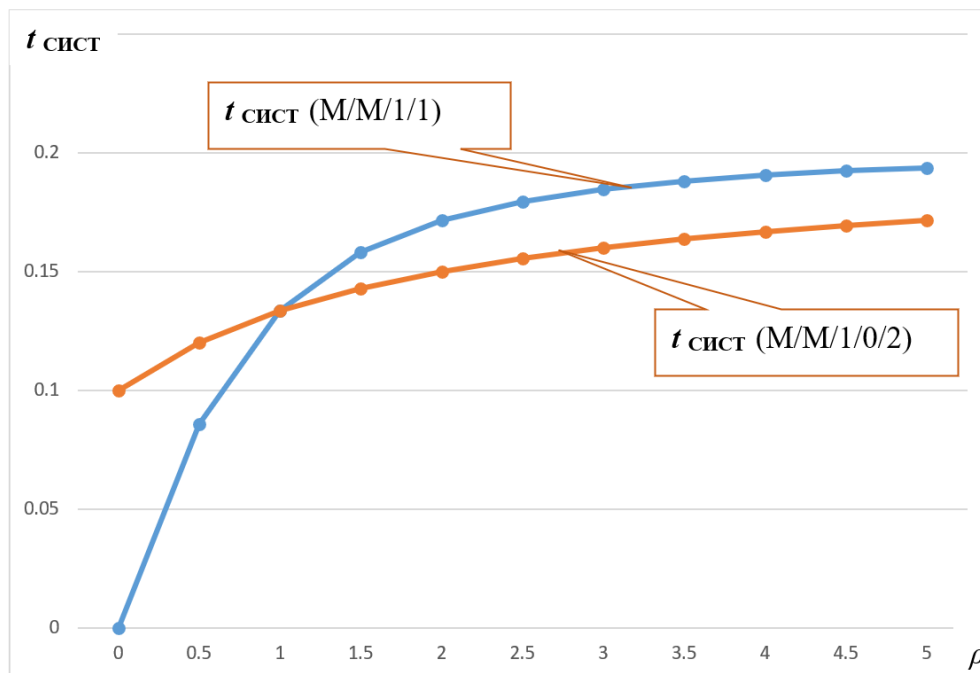


Рис.4.32. Динаміка середнього часу перебування заявки в системі $t_{\text{сист}}$ для СМО класів $(M/M/1/0/2)$ та $(M/M/1/1)$

За рахунок перебування частини заявок черзі в системі $(M/M/1/1)$ середній час перебування заявки в системі $t_{\text{сист}}$ збільшується, але це компенсується збільшенням ймовірності обслуговування.

Отже, додавання місця в черзі СМО з одним обслуговуючим приладом покращує показники **ймовірності обслуговування**, оскільки збільшуються ресурси обслуговування СМО.

Поряд з цим, показник **ймовірності обслуговування** СМО покращується із зростанням ресурсів СМО (зокрема, з появою місць у черзі), одночасно **покращуються показники продуктивності** системи, але при цьому час перебування заявки у системі збільшується, що впливає на показники **своєчасності** обслуговування.

3. Відмінності в реалізації моделей СМО $M/M/1/1$ та СМО $M/M/2$.

Теоретичний матеріал, пов'язаний з дослідженням моделі СМО $M/M/1/1$ викладено у підрозділі 4.2.1.2.

Ця модифікація моделі передбачає використання одного обслуговуючого приладу для обслуговування одного потоку, але з можливістю організації черги.

Теоретичний матеріал, пов'язаний з характеристиками моделі СМО $M/M/N$ (зокрема, $M/M/2$) викладено у підрозділі 4.1.3.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Ця модифікація моделі передбачає використання двох обслуговуючих приладів для обслуговування одного потоку.

Найбільш загальними є наступні закономірності, виявлені в результаті досліджень.

1) Системи масового обслуговування класів **M/M/1/1** та **M/M//2** характеризуються та порівнюються за наступними показниками:

- ймовірність обслуговування $P_{\text{обсл}}$;
- продуктивність СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $Y_{\text{обсл}}$;
- середній час перебування заявки в системі $t_{\text{сист}}$.

2) В зв'язку з різним призначенням моделей графи станів СМО класів **M/M/1/1** та **M/M//2** різняться.

Граф станів СМО з одним потоком, одним прибором обслуговування і одним місцем у черзі **M/M/1/1** відображено на Рис.4.29 (випадок одного місця у черзі окреслений червоним контуром).

Граф станів СМО з одним потоком і двома обслуговуючими приладами **M/M/2** відображено на Рис.4.33.

3) Динаміка ймовірності обслуговування $P_{\text{обсл}}$ для моделі СМО **M/M/1/1** відповідає залежності, визначеної за формулою (4.44) – рис. 4.30, 4.34.

Динаміка ймовірності обслуговування $P_{\text{обсл}}$ для моделі СМО **M/M/2** відповідає залежності, визначеної за формулами (4.50) та (4.48) для $N=2$ – рис. 4.34. [19]

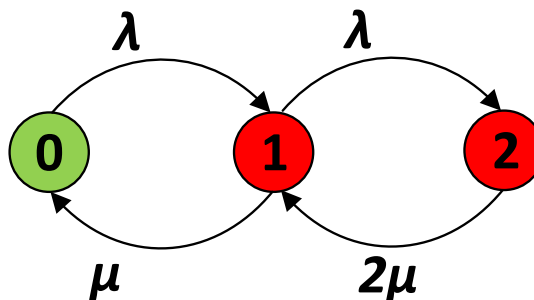


Рис. 4.33. СМО з одним потоком і двома приладами обслуговування

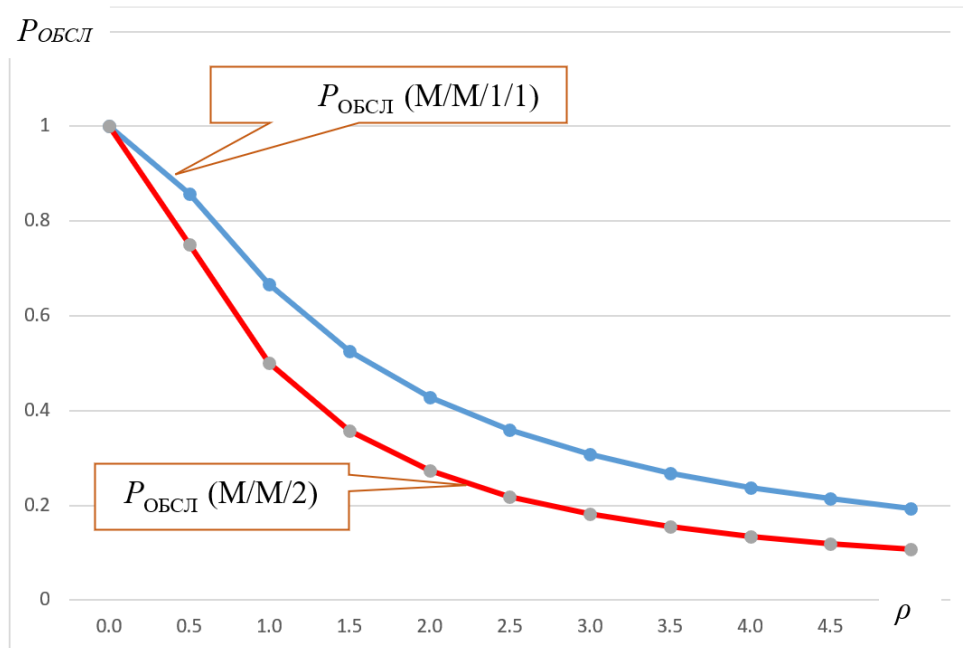


Рис.4.34.Імовірності обслуговування $P_{\text{OБСЛ}}$ для СМО класів (М/М/1/1) та (М/М/2)

Інтенсивність вхідного трафіку ρ в цих моделях змінюється $[0 \dots 5 \text{Ерл}]$.

СМО М/М/2 поступається СМО М/М/1/1 показниками ймовірності обслуговування в зв'язку з більшою активністю обслуговування.

4) Динаміка продуктивності СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $Y_{\text{OБСЛ}}$:

– для моделі СМО М/М/1/1 відповідає залежності, визначеної за формулою (4.89) – рис. 4.35.

– для моделі СМО М/М/2 відповідає залежності, визначеної за формулою (4.91) – рис. 4.35

$$Y_{\text{OБСЛ}} = \frac{\rho + 2\rho^2}{1 + \rho + 2\rho^2} \quad (4.91)$$

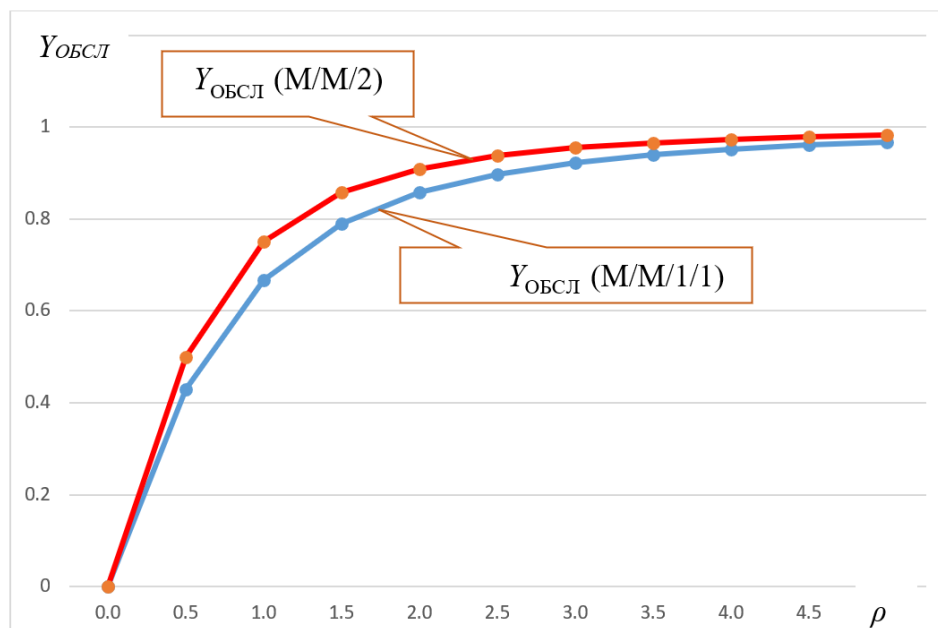


Рис.4.35. Динаміка продуктивності СМО (інтенсивність обслугованого навантаження) $Y_{\text{ОБСЛ}}$ для СМО класів (М/М/1/1) та (М/М/2)

СМО М/М/2 демонструє **кращі** показники **продуктивності системи** перед СМО М/М/1/1 в зв'язку з більшим потенціалом обслуговування.

5) Динаміка **середнього часу перебування заявки в системі** $t_{\text{СИСТ}}$ визначається за формулою Літтла (4.24), в якій змінна $Z_{\text{СИСТ}}$ еквівалентна значенням $Y_{\text{ОБСЛ}}$ в формулах (4.89) та (4.91) (по аналогії з (4.47)) – рис.4.36.

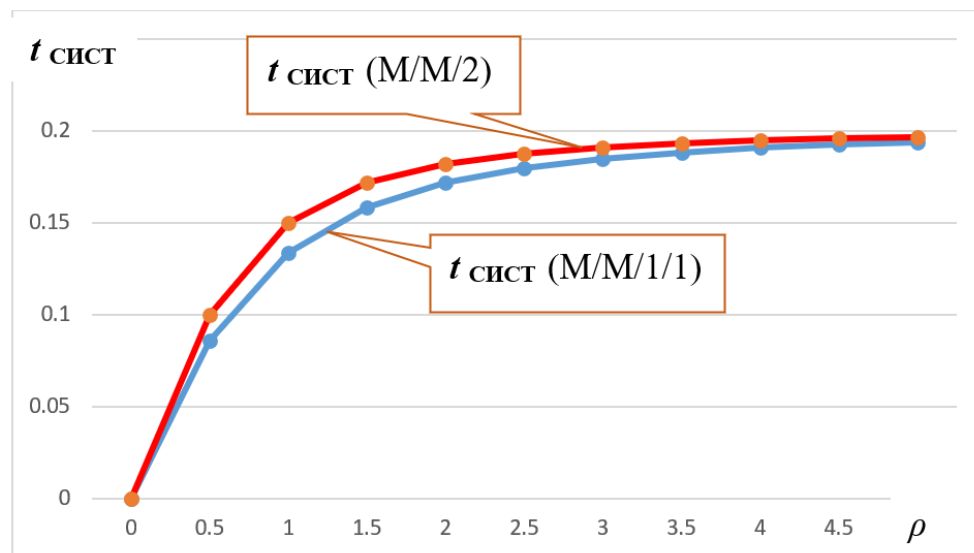


Рис.4.36. Динаміка середнього часу перебування заявки в системі $t_{\text{СИСТ}}$ для СМО класів (М/М/1/1) та (М/М/2)

СМО М/М/2 поступається СМО М/М/1/1 показниками **середнього часу перебування заявки в системі** в зв'язку з більшою активністю обслуговування.

Висновки.

Отже, з позицій **оптимізації структури** розглянутих СМО за критерієм **максимуму продуктивності системи**:

$$- Y(\text{М/М/Н/г/к}) = \max \{ Y_{\text{ОБСЛ}} \} - \quad (4.92)$$

найкращий показник має СМО М/М/2 у порівнянні із структурами М/М/1 та М/М/1/1 (вони поступаються числом обслуговуючих приладів).

Критерій оптимізації (4.92) є ключовим для **операторів** телекомунікаційних систем, оскільки **продуктивність** системи обслуговування пропорційна доходам оператора.

Для **користувачів** більш чуттєвим для їх потреб є критерій **мінімум ймовірності відмови** в обслуговуванні $P_{\text{ВІДМ}}$:

$$- P(\mathbf{M}/\mathbf{M}/\mathbf{N}/r/k) = \min \{ P_{\text{відм}} \}. \quad (4.93)$$

З позицій критерію (4.93) найкращий показник має СМО $\mathbf{M}/\mathbf{M}/1//1$ у порівнянні із структурами $\mathbf{M}/\mathbf{M}/1$ та $\mathbf{M}/\mathbf{M}/2$ за рахунок більш м'якого механізму відмови (організації черги).

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Лабораторна робота 4.2: «Моделювання систем масового обслуговування виду М/М/1/1 та М/М/2»

Хід роботи:

1. Інструменти для виконання роботи: ПЗ MatLab.
2. У звіті лабораторної роботи представити:
 - a. Граф станів, вхідні та вихідні характеристики для СМО:
 - i. М/М/1/1;
 - ii. М/М/2;
 - b. На основі модифікації імітаційної моделі СМО М/М/1 без очікування, створеної в лабораторній роботі №5, алгоритм роботи імітаційної моделі для СМО:
 - i. М/М/1/1;
 - ii. М/М/2;
 - c. Лістинг коду програми в ПЗ MatLab (шрифт Courier New, 11 pt, абзац одинарний, 0 pt до та 0 pt після рядка) імітаційних моделей для СМО:
 - i. М/М/1/1;
 - ii. М/М/2;
 - d. Отримані результати роботи моделей М/М/1/1 та М/М/2 за різних значень інтенсивності потоку вхідних заявок λ , інтенсивності обслуговування μ та кількості модельованих заявок n згідно варіанту з табл. 4.2., де номер варіанту – порядковий номер студента в списку групи. Зробити висновки за результатами роботи моделей.

Таблиця 4.2. Варіанти завдання

Варіант	Експеримент	λ	M	Число модельованих заявок, n
1	1	1.0	2.0	5
	2	1.0	6.0	5
	3	5.0	1.0	5
	4	1.0	2.0	5000
	5	1.0	6.0	5000
	6	5.0	1.0	5000
2	1	1.3	2.3	7
	2	1.3	7.8	7
	3	6.5	1.3	7
	4	1.3	2.3	6000
	5	1.3	7.8	6000
	6	6.5	1.3	6000

Зафіксувати отримані результати роботи моделей **М/М/1/1** та **М/М/2** за різних значень інтенсивності потоку вхідних заявок λ , інтенсивності обслуговування μ та кількості модельованих заявок n в табл. 4.3. згідно варіанту з табл. 1, де номер варіанту – порядковий номер студента в списку групи.

Таблиця 4.3. Результати роботи моделей М/М/1/1, М/М/2 та М/М/1

					А) М/М/1/1		Б) М/М/2		В) М/М/1 без очік.	
Вар.	Експ.	λ	μ	Заявки, n	Втрач. заявок, $n_{\text{втр}}$	Ймов. обслуг. заявки, ($n - n_{\text{втр}}$)/ n	Втрач. заявок, $n_{\text{втр}}$	Ймов. обслуг. заявки, ($n - n_{\text{втр}}$)/ n	Втрач. заявок, $n_{\text{втр}}$	Ймов. обслуг. заявки, ($n - n_{\text{втр}}$)/ n
	1									
	2									
	3									
	4									
	5									
	6									

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Приклад моделювання системи М/М/1/1 в ПЗ jMCH:

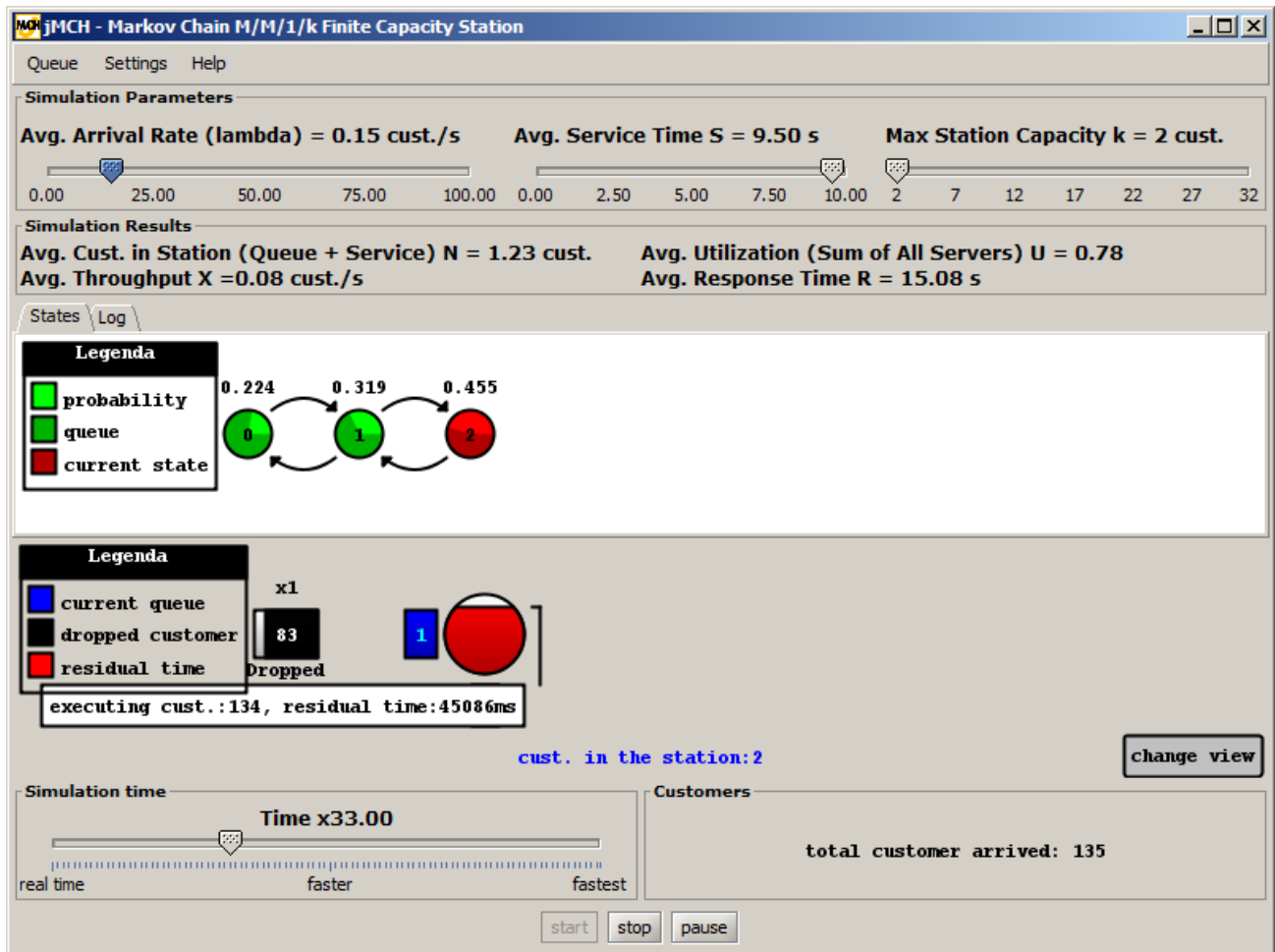


Рис. 4.37. Приклад моделювання системи М/М/1/1 в ПЗ jMCH

Приклад моделювання системи М/М/2 в ПЗ jMCH:

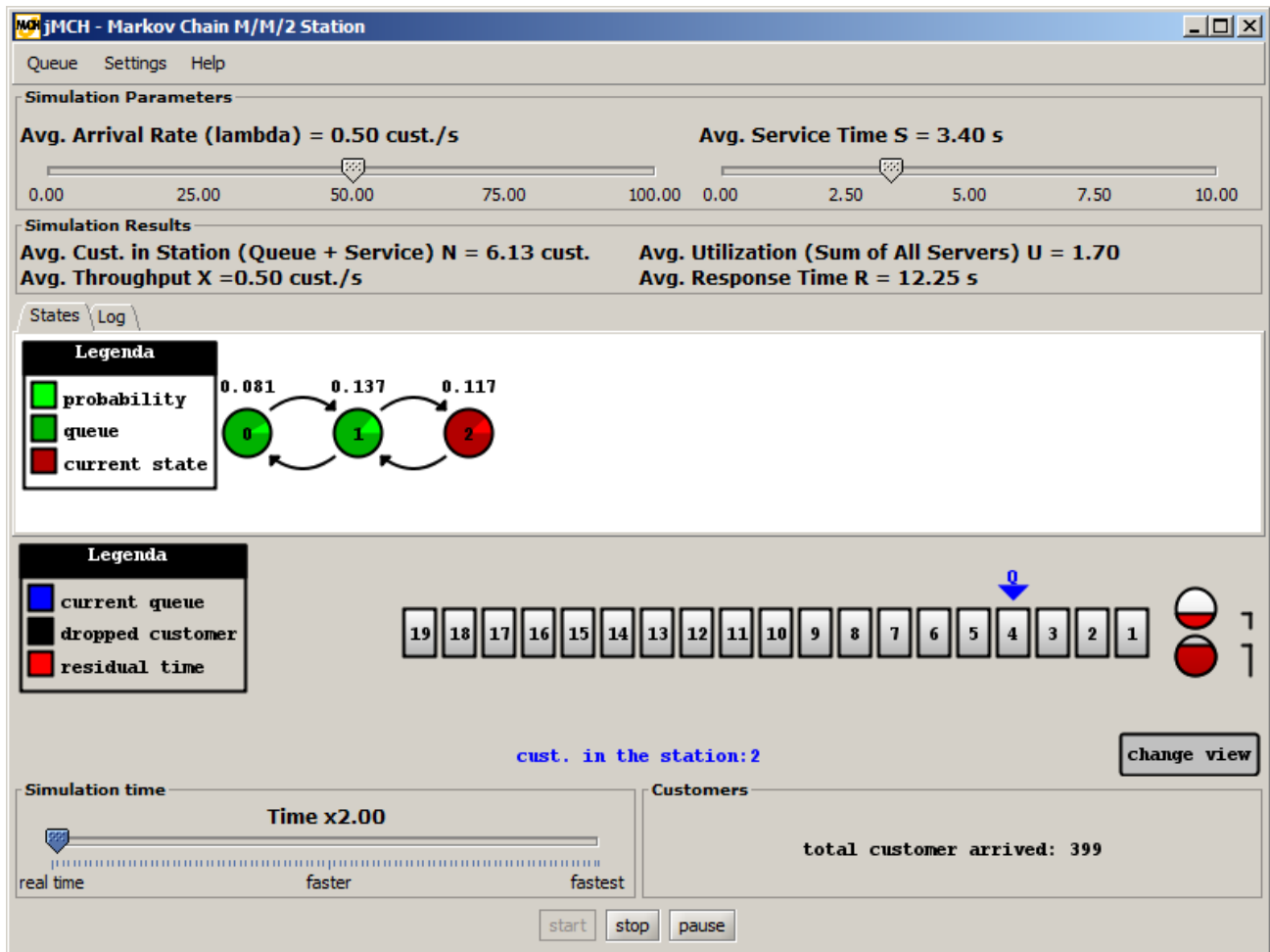


Рис. 4.38. Приклад моделювання системи М/М/2 в ПЗ jMCH

Перелік питань за темою «Моделювання об'єктів канального рівня моделі OSI. Основи моделювання систем масового обслуговування-2»

1. Граф СМО М/М/1/1, опис ймовірності станів, показники якості обслуговування.
2. Граф СМО М/М/2, опис ймовірності станів, показники якості обслуговування.
3. Середній час, необхідний для обслуговування заявки в СМО М/М/1/1, та середній час перебування заявки в СМО М/М/1/1 та їх зв'язок з ймовірністю обслуговування.
4. Порівняння показників якості обслуговування СМО М/М/1/1 та СМО М/М/2.
5. Середній час, необхідний для обслуговування заявки в СМО М/М/М, середній час перебування заявки в СМО М/М/М та їх зв'язок з ймовірністю обслуговування.
6. Середнє число зайнятих приборів СМО М/М/М та його зв'язок із продуктивністю СМО.
7. Продуктивність СМО М/М/М та її фізичний зміст.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

8. Середнє число заявок у черзі СМО М/М/1/г та його зв'язок з часом очікування обслуговування.
9. Умови оптимізації показників функціонування СМО.
10. Єдність та боротьба критерії в оптимізації СМО.
11. Умови визначення достатнього числа приборів обслуговування в СМО М/М/Н.
12. Умови визначення достатнього місць у черзі в М/М/1/г.
13. Ймовірності станів заявок у двопотоковій однорівневій (без пріоритетів) СМО, показники якості обслуговування.
14. Двохпотокова СМО без пріоритетів та поведінка параметрів ймовірності p_0, p_1 при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_2 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
15. Двохпотокова СМО без пріоритетів та поведінка параметрів ймовірності p_0, p_2 при зміні параметрів потоків: λ_2, μ_1 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
16. Двохпотокова СМО з абсолютним пріоритетом та поведінка параметрів ймовірності p_1, p_2 при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_1 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
17. Двохпотокова СМО з абсолютним пріоритетом та поведінка параметрів ймовірності p_0, p_1 при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_2 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
18. Двохпотокова СМО з відносним пріоритетом та поведінка параметрів ймовірності $p_1, (p_2 + p_{2-1})$ при зміні параметрів потоків: λ_2, μ_1 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
19. Двохпотокова СМО з до обслуговуванням та поведінка параметрів ймовірності $p_0, (p_1 + p_{1-2})$ при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_2 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
20. Двохпотокова СМО з до обслуговуванням та поведінка параметрів ймовірності $(p_1 + p_{1-2}), p_2$ при зміні параметрів потоків: λ_2, μ_1 . Фізичний зміст поведінки параметрів.

Розділ 5 МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ МЕРЕЖЕВОГО РІВНЯ ТК СИСТЕМ

5.1 Приклади просторових моделей ТКС

Шлях радіохвилі від передавача до приймача в системах безпроводового зв'язку різноманітний: від їх прямої видимості до сильно закритого перешкодами, будинками, деревами на шляху. На відміну від проводового зв'язку, де параметри постійні, у безпроводовому зв'язку радіоканали мають випадкові параметри, які часто складно аналізувати. Моделювання радіолінії – складне завдання проектування радіосистем.

Механізм розповсюдження радіохвиль в системах зв'язку різний, але в основному може бути представлений відбиттям, дифракцією і розсіюванням.

1. Відбиття – має місце при падінні хвилі на об'єкти з розмірами багато більшими за довжину хвилі. Спостерігаються, наприклад, відбиття від землі, стін будівель і т.п.

2. Дифракція – явище виникнення вторинних хвиль при падінні радіохвилі на перешкоду з гострими кінцями. Дифракцією зумовлена наявність поля за перешкодами в зоні геометричної тіні. На високих частотах дифракція, які відображення, істотно залежить від геометрії об'єкта, а також амплітуди, фази і поляризації поля.

3. Розсіювання – має місце при поширенні хвилі в середовищі з дрібними об'єктами (менше довжини хвилі).

Більшість безпроводових систем працюють у містах, де немає прямої видимості антен передавача і приймача, а наявність високих будівель викликає великі дифракційні втрати. Завдяки багаторазовим перевідбиттям від різних об'єктів, радіохвилі проходять різний шлях. Інтерференція цих хвиль викликає сильну зміну рівня сигналу від положення абонента у разі рухомого зв'язку [10].

Моделювання поширення радіохвиль засноване на передбаченні середнього рівня прийнятого сигналу на заданій відстані від випромінювача, а також у визначенні розкиду його значень в залежності від конкретної ситуації на трасі. Розрахунок радіолінії дозволяє визначити зону обслуговування передавача. Моделювання середнього рівня сигналу в залежності від відстані між передавачем і приймачем називається великомасштабним моделюванням, оскільки дозволяє визначити сигнал на великому віддаленні (кілька сотень і тисяч метрів).

З іншого боку, моделі характеризують швидкоплинні значення рівня сигналу (кілька довжин хвиль) або за короткий час (секунди) – вони називаються дрібномасштабними моделями.

Зокрема, при переміщенні мобільного приймача на малі відстані сигнал може змінюватися дуже сильно. Це відбувається через те, що сигнал являє собою суму багатьох хвиль, що приходять з різних напрямків, що проходять різну відстань і мають різну амплітуду і фазу. Сумарний сигнал підкоряється закону

Релея. Залежно від траси радіоканалу дрібномасштабна девіація може змінюватися на 3-4 порядки, тобто рівень сигналу може змінюватися на 30-40 дБ (рис.5.1). Якщо мобільний приймач буде досить далеко, середній рівень сигналу знижується. Найбільш часто розглядається великомасштабна залежність сигналу на вході приймача.

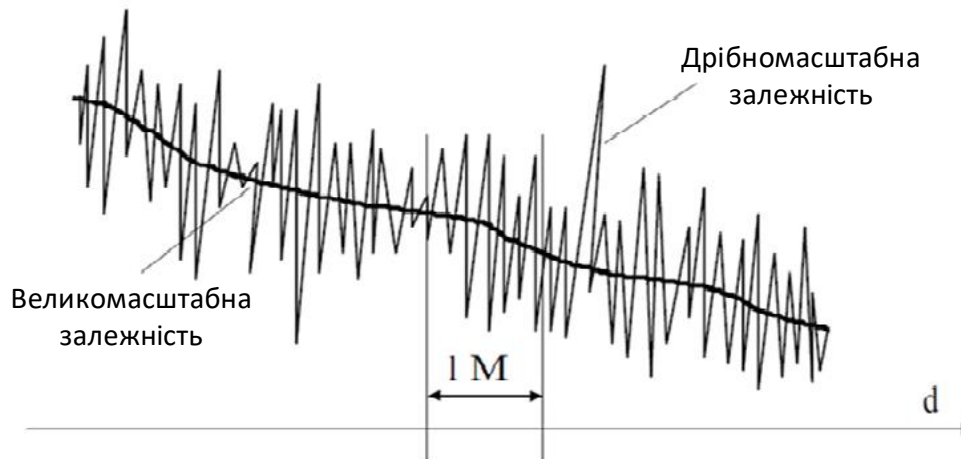


Рис. 5.1. Великомасштабна і мало масштабна залежності рівня сигналу від відстані: зміна напруженості поля в залежності від відстані до передавальної антени із врахуванням впливу випадкових факторів на частоті 1800 МГц [10,37]

Сьогодні безпроводові мережі набули широкого поширення і важливість їх ролі в нашому повсякденному житті не може бути недооцінена. Значною мірою, наша здатність будувати і розуміти ці мережі залежить від розуміння того, як радіосигнали послаблюються з відстанню в реальних умовах. Прогнозуючи ослаблення радіосигналу, ми можемо краще планувати і діагностувати мережу.

Радіо планування є невід'ємною частиною оптимізації розташування базових станцій у архітектурі мережі та ефективного використання частотно-планового ресурсу. Навіть невеликі зміни в місці розташування мобільної станції можуть стати причиною значних змін в рівня прийнятого сигналу. З точки зору проектування мобільної мережі наступний фактор повинен бути прийнятий до уваги. Даним фактором є рівень середньої потужності в залежності від відстані від базової станції. Моделі розповсюдження були розроблені для різних середовищ для прогнозування втрат сигналу на ділянці між БС (базовою станцією) та МС (мобільною станцією).

Важливим етапом при проектуванні будь-якої безпроводової мережі є розрахунок гарантованої зони обслуговування або рівня сигналу на певній відстані. У зв'язку з цим адекватне моделювання розповсюдження радіохвиль в даний час є досить актуальним завданням. З точки зору поширення радіохвиль місто або інша місцевість являє собою складну неоднорідну електродинамічну

структуру, в якій рельєф підстильної поверхні справляє визначальний вплив на формування поля в точці прийому. Для розрахунку зон покриття розроблено безліч моделей, що розрізняються за своїми методами, способам параметризації характеристик навколишнього середовища, точності, швидкості і застосовності для різних умов. На поточний момент зона покриття передавача розраховується в переважній більшості випадків на основі статистичних методів, які тривалий час є основними і як і раніше актуальні. Для розрахунку напруженості поля застосовуються моделі Хати, Окамури, Парсона, Сакагамі-Кубо, Булінгтона, COST-231, ITU-R.1546 і ін. Проте ці моделі не завжди придатні. Серед статистичних моделей часто підходить модель Лонглі-Райса [34], що враховує неоднорідності рельєфу і деякі недоліки зазначених вище моделей. До особливостей даної моделі варто віднести відносно малу чутливість до частоти сигналу, що дозволяє вести розрахунок для досить широкосмугового сигналу, що зводиться до розрахунку для центральної частоти.

Основні механізми поширення електромагнітних хвиль є втрати у вільному просторі, відбиття, дифракція і розсіювання. Втрати у вільному просторі описують ідеальну ситуацію, коли передавач і приймач лежать на лінії прямої видимості без перешкод, які можуть створити відбиття, дифракцію чи розсіювання сигналу. У цьому випадку ослаблення сигналу радіохвилі пропорційно квадрату відстані від передавача. Як правило, радіохвилі поширюються при відсутності прямої видимості через різні перешкоди, як будівлі і дерева. Тому застосування тільки втрат у вільному просторі обмежена. Прийнятий сигнал фактично складається з кількох компонентів, які були передані різними шляхами через відбиття, дифракцію і розсіювання. Цей ефект називається багатопроменевістю. Прийнятий сигнал являє собою безліч відбитих сигналів, що являють собою вектори, які можна представити як один сигнал з урахуванням вектору фази і амплітуди.

Ослаблення потужності сигналу радіохвилі залежить від смуги частот і типу місцевості між передавальною і приймальною антеною. При оцінці втрат радіосигналу на всій ділянці, пройдений шлях може бути розділений на ділянки, залежно від типів місцевості. Оскільки поширення варіюється залежно від місцевості, це має бути враховано в моделі розповсюдження.

Ще одним негативним явищем в безпроводовому середовищі є завмирання. Повільні завмирання викликані, як правило, зміною умов рефракції радіохвиль (зміна стану атмосфери, опади), а так само переміщенням мобільної станції на відстані, істотно перевищують довжину хвилі. Повільне завмирання описується лог-нормальним законом розподілу миттєвих значень огибаючої сигналу з функцією щільності розподілу ймовірностей, і тому моделюється за розподілом Гауса.

Швидкі завмирання викликані переважно рухом приймача (джерела) на короткі відстані, внаслідок багатопроменевого поширення радіохвиль. При додаванні декількох сигналів з різними фазами, що прийшли в точку прийому різними шляхами, результуючий сигнал може бути як вище середнього рівня, так і нижче.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Моделі розповсюдження радіохвиль можна розділити на статистичні, детерміновані та комбіновані.

Використання аналітичних моделей для адекватного опису покриття мережі ускладнено через неможливість врахування всіх перешкод на шляху поширення радіосигналу, обумовлених різноманіттям форм і матеріалів будівель, споруд, об'єктів природного характеру, стану атмосфери, погодних умов, тощо. Навіть якби всі фактори були враховані, обчислювальні витрати при використанні моделі виявилися б надмірно великими. Тому детерміновані моделі не отримали поширення при прогнозуванні покриття мереж безпроводного зв'язку.

Статистичні моделі, які отримали більш широке розповсюдження, мають коефіцієнти, що враховують деяку узагальнену статистику, що залежить від конкретної місцевості. Наприклад, при регулярній забудові, параметрами можуть бути характерна висота об'єктів і відстань між ними. Емпіричні формули, засновані на експериментальних даних, є найбільш загальною статистикою і не враховують особливостей місцевості.

До недоліків можна віднести невисоку точність моделей. В одних моделях (Окамури, COST231-Хата) не враховуються реальні параметри за забудови і рельєфу (моделі базуються на статистиці вимірювань в м.Токіо), а в інших використовуються їх усереднені значення (модель COST231-Уолфіш-Ікегамі) [34].

При визначенні моделі необхідно вибирати компроміс між необхідною точністю розрахунку, затраченими при цьому ресурсами і стійкістю моделі. В подальших розрахунках будемо користуватися статистичними моделями, так як вони являються досить простими і використовуючи декілька моделей можна синтезувати модель, яка найбільш точно буде відображати ослаблення сигналу.

В якості моделі поширення радіохвиль використано модель Лонглі-Райса і її модифікації, які забезпечують задовільну точність для випадків складного рельєфу і щільної міської забудови.

Модель рельєфу земної поверхні є добре відомою і широко використовується для прогнозування втрат при поширенні в довгих (>1 км) радіоліній на відкритій місцевості. Дана модель враховує ослаблення у вільному просторі, дифракційні ефекти, тропосферне розсіювання, що забезпечує досить високу точність розрахунку для складних трас різної довжини. Модель передбачає медіанне ослаблення радіосигналу в залежності від відстані та додаткових втрат через відбиття на проміжних перешкодах.

Оригінальна модель Лонглі-Райса [34] має два режими використання: точка-область і точка-точка. Перший передбачає використання усереднених параметрів, що характеризують нерегулярність рельєфу. У режимі точка-область використовуються точні профілі трас для кожної з розрахункових точок прийому, що забезпечує прийнятну точність прогнозу для територій зі складним

рельєфом. Проведені натурні вимірювання характеристик безпроводних систем стандартів IEEE802.11n/ас показали, що модель Лонглі-Райса забезпечує задовільну точність для умов складного рельєфу і щільної міської забудови.

Зміна сигналу визначається за допомогою моделі прогнозування відповідно до атмосферними змін, топографічний профілю і вільного простору. Ці зміни описуються за допомогою статистичних оцінок, які мають відхилення, що сприяють загальному ослабленню сигналу. Статистичними оцінками або змінними затухання цієї моделі прогнозування є:

- I) мінливість ситуації (YS);
- II) мінливість часу (Y_t);
- III) мінливість Розташування (YL).

Еталонне загасання (W), визначається в залежності від відстані, змінних затухання і міського фактор площі або від точка-точка.

Через цю варіативність, відхилення (δ) не може бути більше або менше значущих з точки зору ослаблення сигналу, що передається. Прийнятий сигнал (W) отримується шляхом рівня сигналу, що послаблюється у вільному просторі (W_0) та загасання, утвореного випадкових величин. Якщо передавач і приймач в відомих точках, змінна розташування має значення, рівне нулю.

Загасання визначається як функція відстані також має 3 діапазони для прогнозування:

- I) лінії прямої видимості;
- II) дифракції;
- III) розкиду.

Для кожного з цих діапазонів, існують коефіцієнти загасання, визначені відповідно до геометрії каналу. Ці змінні також розглядають топографію, яка визначається як параметр нерегулярності місцевості $\Delta h(d)$ для еталонної відстані (D_0) [10].

5.1.1 Моделювання поширення хвиль у вільному просторі

Модель поширення хвиль у вільному просторі використовується для розрахунку прийнятого сигналу в умовах, коли передавальна і приймальна антени знаходяться на відкритій радіолінії без перешкод. Ця модель застосовується для аналізу радіоканалів зв'язку через супутники і для наземних радіоліній (наприклад, радіорелейних ліній), що працюють в діапазоні надвисоких частот. Сигнал з потужністю P_r , прийнятий антеною з підсиленням G_r , який випромінюється антеною передавача потужністю P_t з коефіцієнтом підсилення G_t на довжині хвилі λ на відстані **d на відкритій лінії**, розраховується за формулою [10]

$$P_r = \frac{P_t \cdot G_t \cdot G_r \cdot \lambda^2}{(4\pi)^2 \cdot d^2} \quad (5.1)$$

Втрати передачі в радіоканалі (відношення прийнятої та випроміненої потужностей):

$$L = 10 \cdot \lg \frac{P_t}{P_r} = -10 \cdot \lg \left[\frac{G_t \cdot G_r \cdot \lambda^2}{(4\pi)^2 \cdot d^2} \right], \text{ дБ} \quad (5.2)$$

Більш точними моделями для розрахунку параметрів лінії поширення сигналу *в міських умовах* є моделі Хата, Окамури [1].

5.1.2 Моделювання поширення сигналу в радіорелейній лінії

Для моделювання поширення сигналу в радіорелейній лінії прямої видимості часто використовуються **цифрові карти**, що дозволяють на основі вхідних даних (координати точок, параметри антен, потужність випромінювання передавача, робоча частота, висота підвісу антен) визначати рельєф місцевості, а відповідної наявності об'єктів на шляху поширення сигналу; також параметри прийнятого сигналу. В результаті, це дає можливість оцінити можливість встановлення зв'язку і його характеристики, не проводячи натурних випробувань з обладнанням на місцевості.

Наприклад, на рис.2 представлено карту траси між об'єктами «Ланжерон-Сичавка».

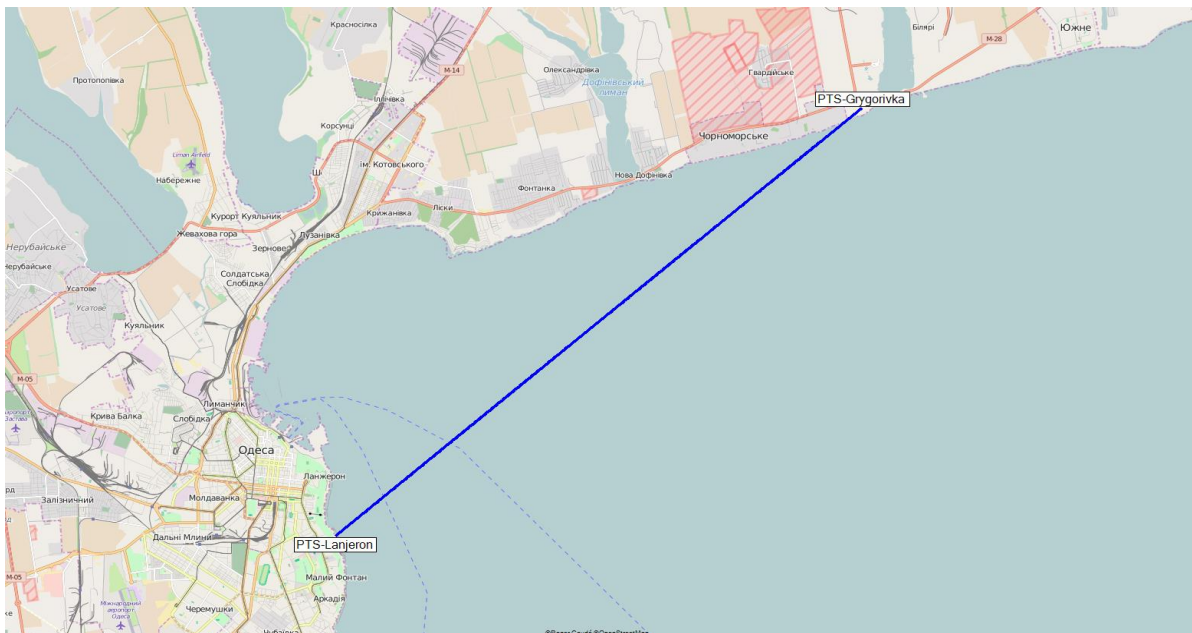


Рис. 5.2. Карта траси «Ланжерон-Сичавка»

5.2 Взаємодія просторового та енергетичного факторів

5.2.1 Моделювання зони Френеля при розповсюдженні сигналу

Відповідний профіль траси «Ланжерон-Сичавка» показано на рис. 5.3. [34]

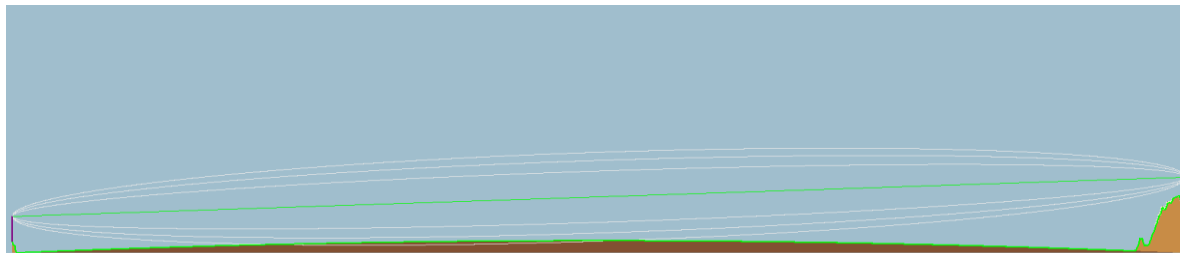


Рис. 5.3. Профіль траси «Ланжерон-Сичавка» та зони Френеля

На рис.5.3 показано 1-шу, 2-гу і 3-тю зони Френеля при відстані між точками 32 км, робоча частота 5.9ГГц, висота вишок 15 м, рівень точок над поверхнею моря 8 м і 29 м.

В табл. 5.1 представлено теоретичний розрахунок траси за допомогою інструменту [34].

Таблиця 5.1. Результати теоретичного розрахунку параметрів траси розповсюдження

PTS-Lanjeron-Sychavka					
PTS-Lanjeron(1)			(2)PTS-Sychavka		
Latitude	46.456523	°	Latitude	46.617080	°
Longitude	30.767738	°	Longitude	31.119804	°
Groundelevation	7.6	m	Groundelevation	29.1	M
Antennaheight	17.5	m	Antennaheight	15.0	M
Azimuth	56.33TN 49.94MG	°	Azimuth	236.59TN 230.10MG	°
Tilt	-0.11	°	Tilt	-0.18	°
Radiosystem			Propagation		
TXpower	33.01	dBm	Freespaceloss	138.00	dB
TXlineloss	3.00	dB	Obstuctionloss	-5.66	dB
TXantennagain	30.00	dB	Forestloss	0.00	dB
RXantennagain	30.00	dB	Urbanloss	0.00	dB
RXlineloss	0.50	dB	Statisticalloss	5.29	dB
RXsensitivity	-113.02	dBm	Totalpathloss	137.63	dB
Performance					

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Distance	32.310	km
Precision	16.2	m
Frequency	5900.000	MHz
EquivalentIsotropicallyRadiatedPower	1002.374	W
Systemgain	202.53	dB
Requiredreliability	70.000	%
ReceivedSignal	-48.12	dBm
ReceivedSignal	878.93	μV
FadeMargin	64.90	dB

При випромінюванні електромагнітної хвилі енергія сигналу згасає при віддаленні від передавача. При цьому радіохвиля в процесі поширення в просторі займає об'єм у вигляді еліпсоїда обертання з максимальним радіусом в середині прольоту, який називають зоною Френеля (рис.5.4). Природні (земля, горби, дерева) і штучні (будівлі, стовпи) перешкоди, що потрапляють в цей простір, послаблюють сигнал. У різних джерелах рекомендації для чистоти зони варіюються від 60 % до 80 %.

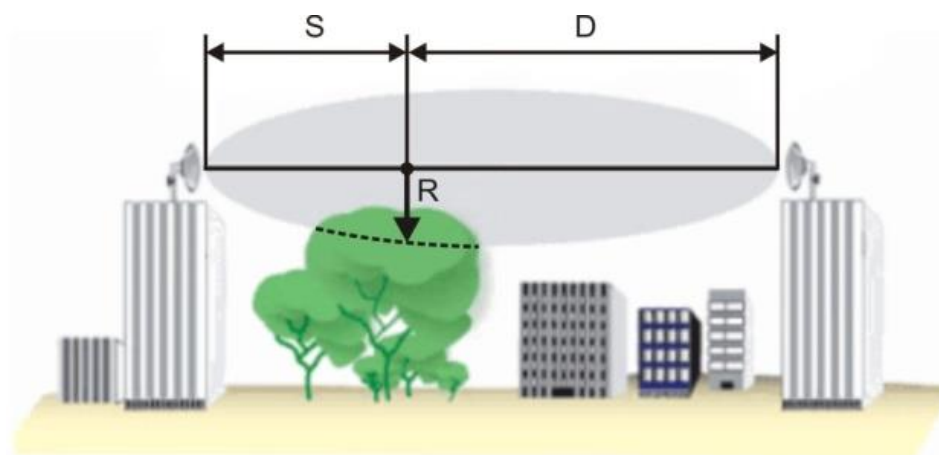


Рис. 5.4. Радіорелейна лінія в міських умовах та перша зона Френеля

Радіус першої зони Френеля над передбачуваною перешкодою може бути розрахований за допомогою формули:

$$R = 17,3 \sqrt{\frac{1}{f} \frac{SD}{S + D}}, \quad (5.3)$$

де R – радіус зони Френеля (м); S, D – відстань від антен до найвищої точки передбачуваного перешкоди (км); f – частота (ГГц).

Примітки:

- Зазвичай блокування 20% зони Френеля вносить незначне послаблення в канал. При блокуванні понад 40%, послаблення сигналу буде вже значним, і слід уникати попадання перешкод на шлях у розповсюдження.
- Цей розрахунок зроблений у припущенні, що земля плоска. Він не враховує кривизну земної поверхні. Для протяжних каналів слід проводити сукупний розрахунок, який враховує рельєф місцевості та природні перешкоди на шляху поширення. У разі великих відстаней між антенами слід намагатися збільшувати висоту підвісу антен, беручи до уваги кривизну земної поверхні.

5.2.2 Моделювання сигнальних конструкцій з урахуванням просторового фактору

Сигнальні конструкції дозволяють передавати задану кількість біт інформації на один символ, та характеризуються відповідним параметром M – позиційність модуляції, де $M=2^m$, m – кількість біт на символ.

При збільшенні позиційності модуляції, кількість передаваної інформації зростає; і в той же час задача розрізнення символів у приймачі ускладнюється, оскільки точки сигнальної конструкції розміщені ближче одна до одної. Тому для використання модуляцій високого порядку, необхідно забезпечувати в точці прийому енергетику сигналу на достатньому рівні, або ж достовірність приймання символів та біт може бути нижчою, ніж вимагає користувач. У разі низької енергетики сигналу в точці прийому, має сенс переходити до використання модуляції більш низького порядку.

На рис.5.5 представлені сузір'я модуляцій BPSK, QPSK, PSK-8 та PSK-16, та лінія прийняття рішення про передаваний сигнал [15].

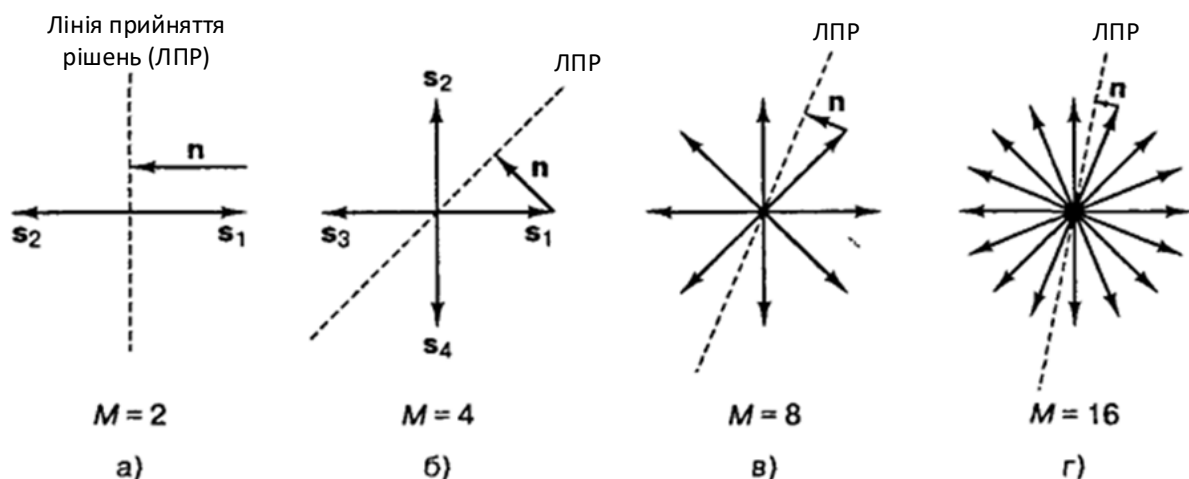


Рис. 5.5. Сигнальні сузір'я модуляцій BPSK(a), QPSK (б), PSK-8(в) та PSK-16 (г)

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Достовірність прийому символів та біт за різних видів модуляції (QPSK, QAM-16, QAM-64) розраховується як функція енергетичного параметру h^2 :

$$h^2 = P_c / (N_0 \cdot V_c); p_{ош} = f\{h^2, M, m, k\} \quad (5.4)$$

$$p_{ошQPSK}(h^2) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \Phi(\sqrt{h^2}) - \frac{1}{4} \Phi^2(\sqrt{h^2}) \quad (5.5)$$

$$p_{bQPSK}(h^2) = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\sqrt{2h^2} \cos \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (5.6)$$

$$p_{ошQAM}(h^2) = 1 - \left(1 - \frac{2(1 - \frac{1}{\sqrt{M}})}{\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{\frac{3}{M-1}}h^2}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \right)^2 \quad (5.7)$$

$$P_{bQAM}(h^2) = \frac{4(1 - \frac{1}{\sqrt{M}})}{k\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{\frac{3}{M-1}}h^2}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \quad (5.8)$$

В той же час, енергетичний параметр h^2 є функцією відстані абонентського терміналу від базової станції. Тому **зв'язок просторового та енергетичного факторів** можна представити як функцію достовірності передачі символів і біт як від енергетичного параметру h^2 , такі від відстані d між передавачем і приймачем (рис.5.6, 5.7) [15]:

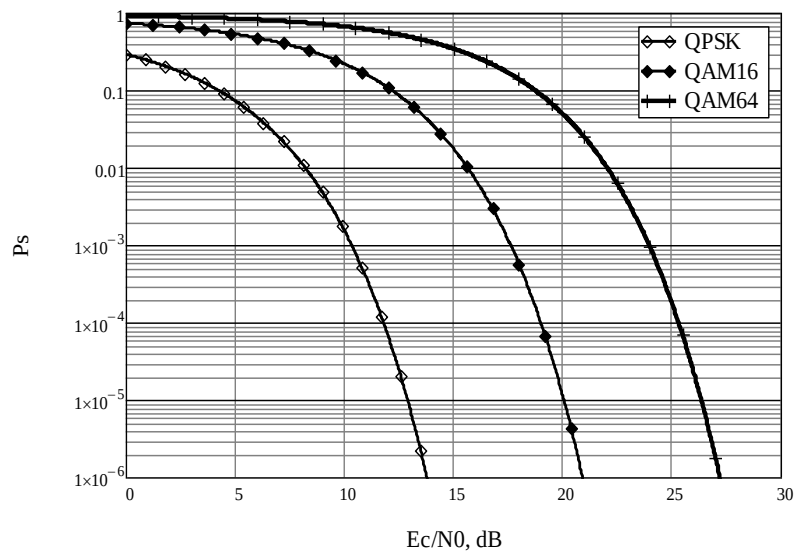


Рис. 5.6. Достовірність прийому символу від відношення рівня сигналу до рівня шуму

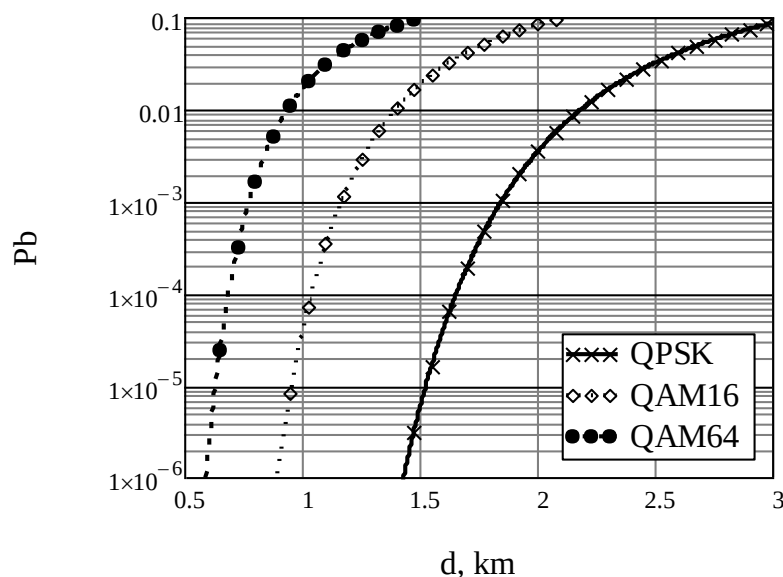


Рис. 5.7. Достовірність бітової помилки від віддалення приймача

Отже, **вплив просторового фактору на якість зв'язку** можна зобразити як залежність достовірності передачі від відстані між передавачем і приймачем зафіксованого виду модуляції. Максимальні відстані абонента від БС із заданою достовірністю передачі при QPSK показано в табл.5.2.

Таблиця 5.2. Достовірність передачі від відстані між передавачем та приймачем

P_b	10^{-6}	10^{-5}	$5 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-3}$	0.01	0.05	0.1
$R_{max}, \text{ км}$	0.73	0.78	0.82	0.84	0.9	0.94	1.05	1.11	1.36	1.58

Як показано на рис.5.8, на основі значень табл.5.2, з підвищенням вимог до достовірності передачі, заданого виду модуляції просторова зона гарантованої достовірності звужується.

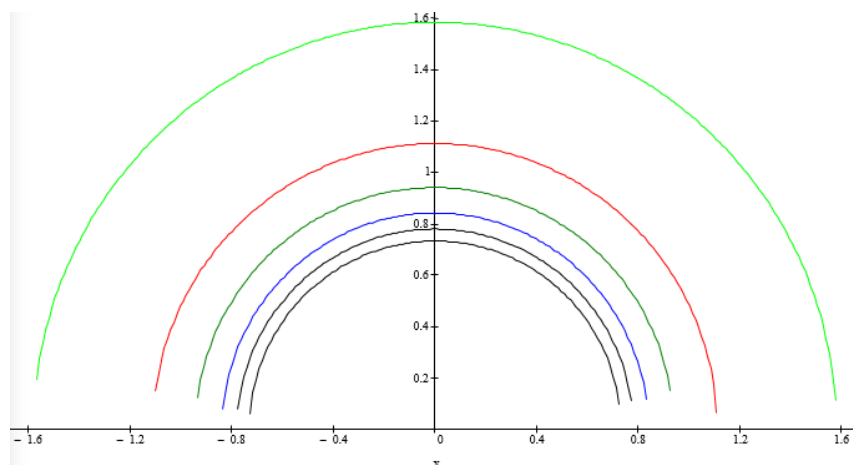


Рис. 5.8. Граничні зони віддалення приймача від передавача для задоволення вимог достовірності [15]

5.2.3 Вплив просторового фактору на якість зв'язку за різних видів модуляції

Граничні віддалення (км) приймача від передавача для заданого виду модуляції представлено в табл.5.3.

Таблиця 5.3. Граничні віддалення приймача від передавача за різних видів модуляції

Імовірність бітової помилки p_b / Вид модуляції	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
QPSK	1,66	1,53	1,434
QAM16	1,04	0,956	0,897
QAM64	0,69	0,637	0,594

З таблиці 5.3 випливають наступні **закономірності**:

- з підвищенням вимог достовірності, гранична відстань між передавачем і приймачем зменшується;
- з підвищенням рівня модуляції, і з незмінними вимогами до достовірності, граничне віддалення між передавачем і приймачем зменшується;
- з метою задоволення необхідної достовірності прийому інформації та максимальної швидкості передачі, необхідно динамічно перемикаєти вид модуляції на певних відстанях від передавача на вид модуляції більш низького рівня.

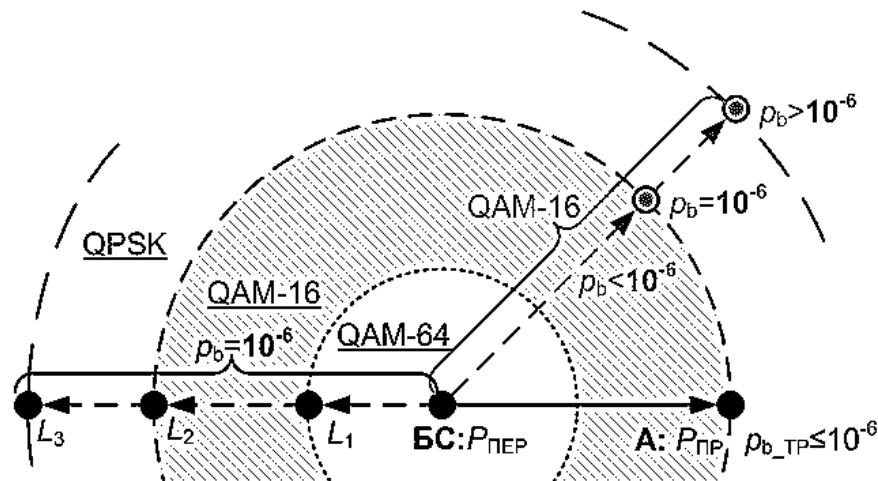


Рис. 5.9. Перемикання видів модуляції в залежності від віддалення від БС для забезпечення вимог достовірності та максимальної швидкості передачі інформації [15]

5.3 Моделювання з метою визначення продуктивності системи передачі в зоні обслуговування

5.3.1 Продуктивність системи передачі

Оптимізація використання просторового ресурсу системи передачі відбувається на основі визначення меж положення користувачів системи безпроводового зв'язку, на яких відбувається перемикання видів багатопозиційної модуляції з метою підтримки необхідної достовірності передачі (рис.5.10).

Оцінка продуктивності системи передачі може бути визначена за формулою [15]:

$$Y = V_s \cdot q \cdot a \cdot 3600 \cdot S \{V_c, M, L\}, \quad (5.9)$$

де Y – продуктивність системи передачі,

$V_s = V_c \cdot \log_2 M$ – швидкість джерела повідомлень (без завадостійкого кодування);

S – площа зони покриття (км²);

a – питоме навантаження на користувача (Ерланг);

q – середня густина абонентів у соті обслуговування (чол./км²);

L – радіус зони покриття (км).

Вплив просторового фактору на продуктивність зв'язку. Віддалення абонента (км) зафіксованої достовірності передачі $p_6 = 10^{-5}$ за різних видів модуляції показано на рис.5.10. [15]

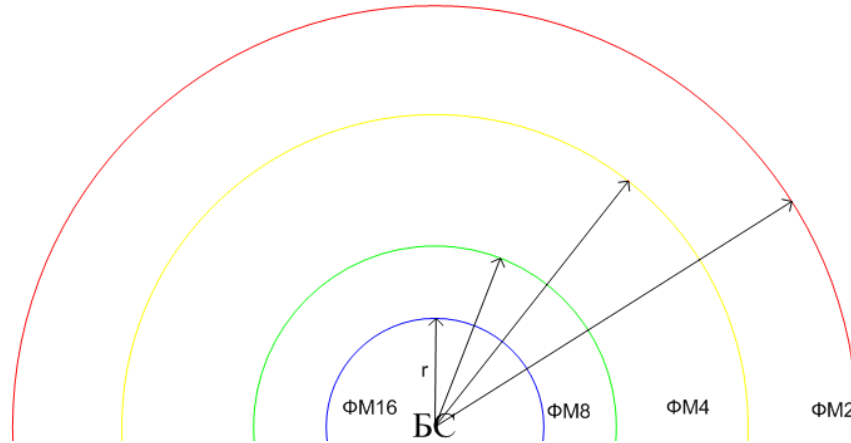


Рис. 5.10. Вид модуляції при віддаленні абонента від БС

5.3.2 Методика розрахунку продуктивності системи

1. Визначення максимального радіуса зони обслуговування ($R, \text{км}$), в межах якої забезпечується допустима якість зв'язку ($P_{\text{пом}}$) при відомій швидкості передачі даних від користувача ($V, \text{Мбіт/сек}$).

2. Визначення кількості користувачів ($N, \text{абон.}$) на охоплюваній території площею $S = \pi R^2$, виходячи з щільності абонентів ($q, \text{абон./км}^2$), що користується послугами обраного оператора: $N = S * q, \text{абон.}$

3. Визначення інтенсивності потоку ($A, \text{Ерл.}$) звернень до системи, виходячи із середньої активності одного користувача ($a, \text{Ерл./чол.}$): $A = N * a, \text{Ерл.}$

4. Визначення продуктивності системи в просторі стільника ($Y, \text{Мбіт}$) при обраному способі передачі (маніпуляції) і обраній якості зв'язку (допустимій ймовірності помилки), виходячи з швидкості передачі потоку даних для одного абонента ($V, \text{Мбіт/с}$): $Y = V * A, \text{Мбіт/ЧНН.}$

Як було показано раніше, віддалення абонента від БС супроводжується зниженням енергетичного параметру сигналу h^2 . При використанні певного виду модуляції, достовірність прийому інформації знижується. При зниженні достовірності прийому інформації до рівня, меншого за необхідний, замість перемикання виду модуляції найбільш низький, можливо застосовувати завадостійке кодування з метою виправлення помилок до необхідного рівня достовірності. Результат дослідження продуктивності системи передачі з використанням завадостійкого кодування показаний на рис.5.11. [13, 14]. Як видно, існують екстремуми продуктивності, а тому є можливість вибирати точки перемикання видів модуляції та кодування в залежності від відстані до БС за критерієм досягнення максимальної продуктивності системи передачі.

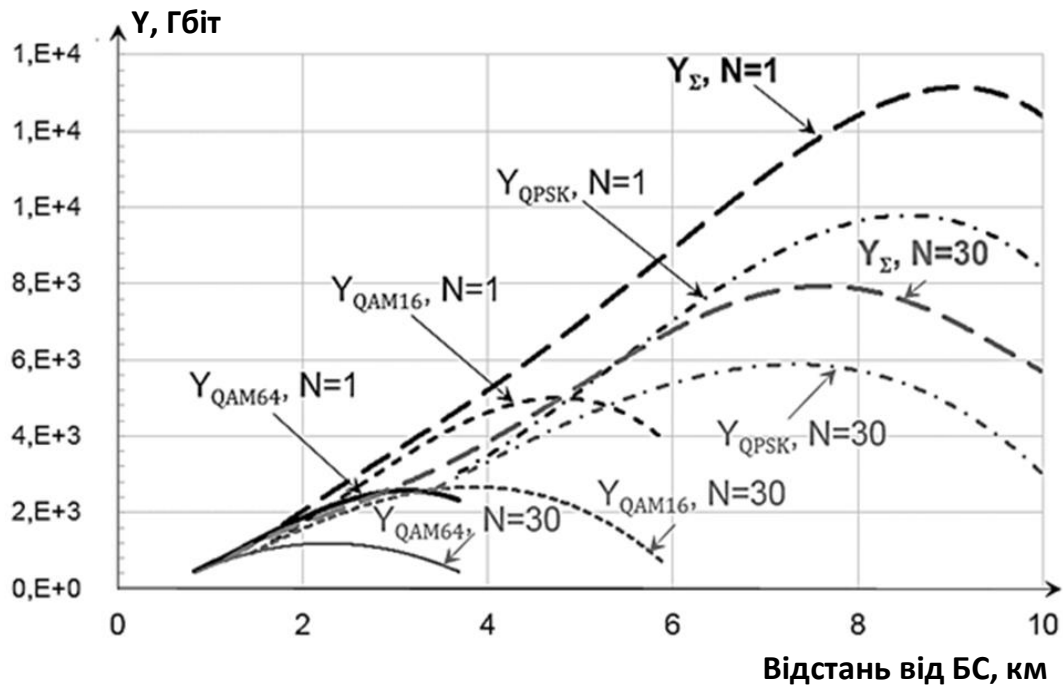


Рис. 5.11. Продуктивність системи передачі при різних видах модуляції при віддаленні від БС при використанні завадостійкого кодування та режимі в одночастотної передачі ($N=1$) і OFDM ($N=30$)

Максимальна продуктивність системи передачі за різних видів модуляції і відповідними точками перемикавання при віддаленні від БС і з використанням завадостійкого кодування та продуктивність для одного користувача показана на рис.5.12. Як видно, відносна продуктивність на одного абонента знижується із віддаленням від БС.

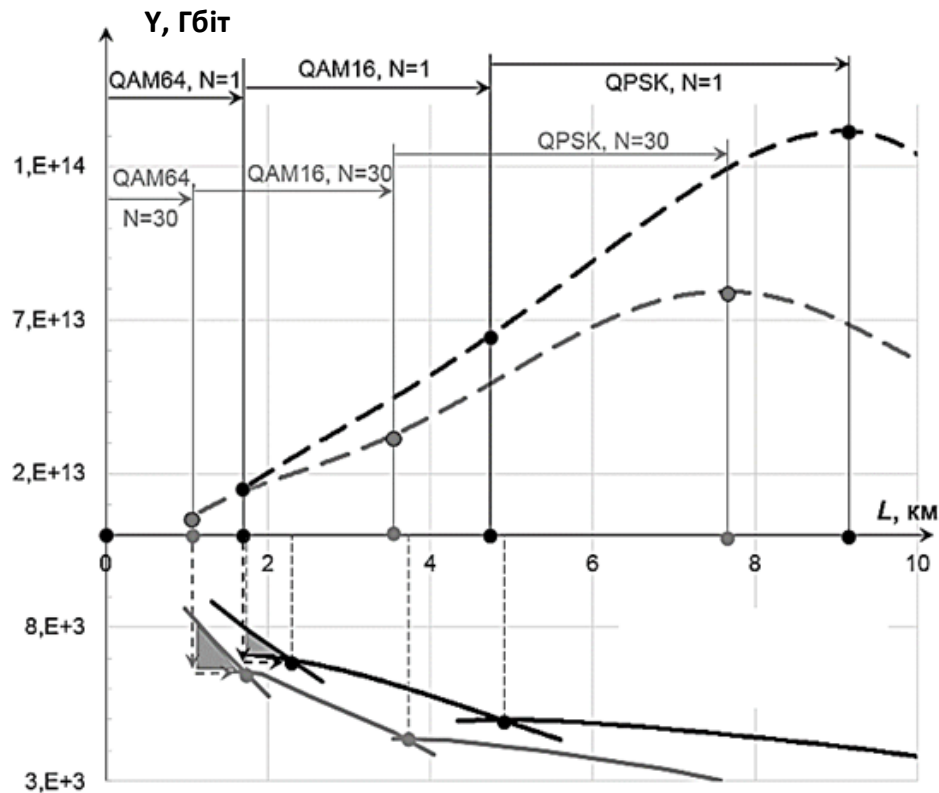


Рис. 5.12. Найкраща сумарна продуктивність в каналі зв'язку при використанні одно частотної передачі ($N=1$) і OFDM передачі ($N=30$)

5.4 Підвищення структурної надійності системи за допомогою ретрансляторів

Непередбачені перешкоди обумовлюють порушення зв'язку як в процесі руху об'єктів, так й на стоянці. Тоді з певною ймовірністю зв'язок може бути забезпечена через абонентську станцію, що знаходиться в зоні зв'язку двох абонентів і переходить до режиму ретрансляції.

Отже, зміна структури тракту проходження інформаційного навантаження може підвищити надійність інформаційної системи, в цілому [18].

В [10] показано, що зручним інструментом дослідження систем з ретрансляторами є апарат теорії графів. У традиційній постановці питання об'єктом дослідження в цьому випадку стає випадковий планарний граф у вигляді решітки, вершини якого відображають СПК, а гілки, що з'єднують вершини – радіолінії між станціями (наприклад, як на рис. 5.13,а).

Стійкість системи, яка відображається таким графом, характеризується зв'язністю її елементів, тобто ймовірністю наявності шляху, що з'єднує дві довільні вершини (що проходить, у загальному випадку, через інші вершини). В

цьому плані завдання про структурну надійність інформаційної системи з ретрансляторами не є новою. Однак в даному випадку ця задача має свої особливості.

Перш за все, реалізація принципу взаємного зв'язку об'єктів КІКС «кожен з кожним» вимагає використання адекватної моделі не у вигляді решітки, а у вигляді повнозв'язного графу (рис.5.13, 6).

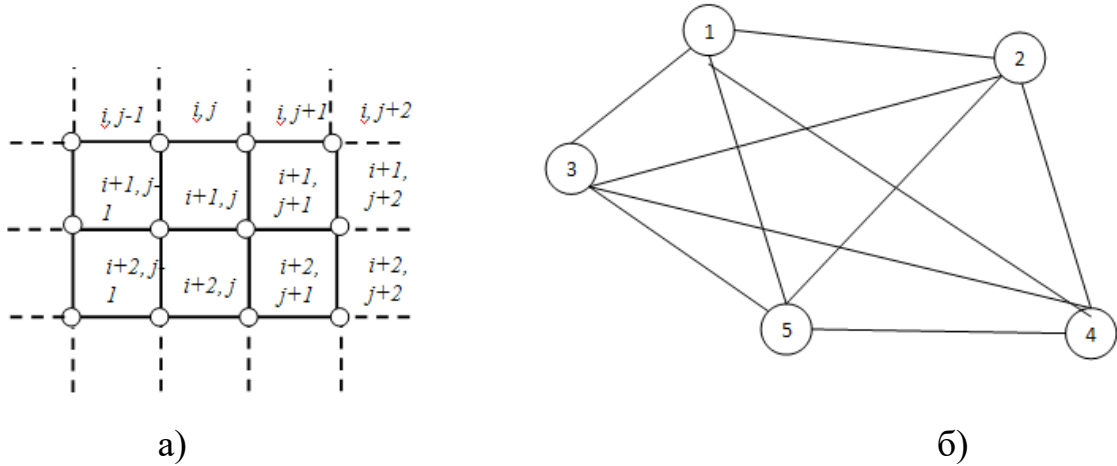


Рис.5.13. Планарний граф у вигляді решітки (а) та у вигляді повнозв'язного графу (б)

У ненаправленому повнозв'язному графі з N вершинами число різних шляхів з вершини i в вершину j дорівнює

$$S_N = 1 + (N - 2) + (N - 2) \cdot (N - 3) + \dots + (N - 2) \cdot (N - 3) \cdot \dots \cdot (N - M - 1), \quad (5.21)$$

де $M = N - 2$ – максимально можливе число проміжних вершин.

5.5 Модель та показники безпеки критичних інформаційно-комунікаційних керуючих систем

Моделлю, що відображає систему зі змінною топологією, є випадковий граф, структура якого описується множиною вершин $\{1, 2, \dots, N\}$ і множиною елементарних ситуацій $\{\xi_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n\}$. Через ξ_{ij} позначено подію, що складається в наявності спрямованої гілки між вершинами i та j . Якщо ξ_{ij} – незалежні рівномірні події, то $p \{\xi_{ij}\}$ відповідає ймовірності того, що будь-яка вершина графа i з'єднана гілкою j з деякої даної вершиною, причому

$$p \{\xi_{ij}\} = 1 / n. \quad (5.10)$$

Для реальної системи умова (5.10) означає, що ймовірність існування каналу прямого обміну між деякою фіксованим спеціальним пристроєм комунікацій (СПК) і будь-яким СПК системи однакова для всіх СПК.

Якщо δ_i – число вершин, для яких існує шлях до них від вершини i , то

$$\gamma = M \{ \delta_i / \}. \quad (5.11)$$

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

відповідає ймовірності того, що довільна вершина графа пов'язана з будь-якою іншою вершиною цього графа при відсутності обмежень на число проміжних вершин. Тоді для системи, в якій кількість ретрансляції не обмежена, $P_c = \gamma$.

В реальних умовах обмеження на число переприймання неминучі. Тому в моделюючий граф доцільно ввести показник $\gamma(m)$, γ відповідає ймовірності зв'язності двох довільних вершин, з'єднаних між собою не більше, ніж m ($m \geq 0$) проміжними вершинами. В цьому випадку $P_c = \gamma(m)$.

Значення $P_c = \gamma(0)$ відповідає показнику зв'язності системи, в якій між об'єктами допускаються тільки прямі зв'язок, тобто без ретранслюючих СПК.

Якщо позначити через $P(k)$ ймовірність того, що де-яка вершина віддалена від довільно обраному вершини випадкового графа точно на k гілок при дотриманні умови (4.13), то показник $\gamma(m)$ можна виразити через цю ймовірність наступним чином:

$$\gamma(m) = \sum_{k=1}^{m-1} P(k), \quad (5.12)$$

Математична залежність між введеними вище показниками може бути виявлена на основі відомої процедури [10].

$$\gamma = 1 - e^{-\alpha\gamma}, \quad (5.13)$$

$$\alpha = \frac{-\ln(1-\gamma)}{\gamma}. \quad (5.14)$$

При визначенні показника зв'язності мережі, як ймовірності наявності шляху передавання інформації між будь-якими вузлами КІКС, використовувалось допущення, що кожна вершина випадкового графу мала α гілок для сполучення із сусідніми вершинами.

Отже, при відомих показниках α і n можна оцінювати зв'язність системи при допущенні про необмеженій кількості переприймань – згідно (5.13) і (5.14).

В [10] за допомогою виразу (5.13) визначено ймовірність існування шляху між будь-яким двома СПК, якщо в випадковій структурі мережі кожний об'єкт має у середньому α суміжних об'єктів за умов відсутності обмежень за кількістю ретрансляцій:

$$\gamma = 1 - e^{-\alpha\gamma}. \quad (5.15)$$

Точний розрахунок показує, що вже при значенні показника $\alpha = 2$, ймовірність наявного шляху має значення $\gamma = 0,8$, а при $\alpha = 3$ $\gamma = 0,94$.

У той же час, в реальній системі не можна уникнути обмежень на число переприймань, а, значить, на структури можливих шляхів між вершинами в графі.

За умови, що кількість переприйомів не повинно бути більше m , число шляхів з вершин i в вершину j зменшується порівняно із (5.10):

$$S_N = 1 + (N - 2) + (N - 2) \cdot (N - 3) + \dots + (N - 2) \cdot (N - 3) \cdot \dots \cdot (N - m - 1). \quad (5.16)$$

З (5.16) випливає, що зі збільшенням числа переприймань m зростає значення $S_{N(m)}$, і, отже, зростає ймовірність зв'язності обраної пари вершин (при ненульових ймовірнісних вагах гілок графа), але ускладнюються процедури побудови шляхів передавання повідомлень [10].

Співвідношення (5.16) може бути уточнено для випадку обмеженої кількості ретрансляцій в мережі з випадковою структурою.

Позначимо через $P(k)$ ймовірність того, що дана вершина зустрічалася на k -м кроці вперше з початку процедури пошуку сусідніх вершин (ця ймовірність збігається з ймовірністю $p(k)$ видалення даної вершини від довільної вершини рівно на k гілок), причому

$$P(0) = p(0) = \frac{1}{n}, \quad q(0) = 1 - \frac{1}{n} \quad (5.17)$$

Для k -го кроку справедливо

$$P(k) = p(k) \cdot \left[\prod_{s=0}^{k-1} q(s) \right] \quad (5.18)$$

З іншого боку

$$P(k) = p(k) \cdot \left[1 - \sum_{s=0}^{k-1} P(s) \right] \quad (5.19)$$

Вираз в квадратних дужках (5.18) і (5.19) визначають ймовірність того, що дана вершина не зустрічалася на всіх попередніх $(k - 1)$ кроках.

Можна показати, що показник $\gamma(m) = P(m)$ на відміну від показника γ (5.15) може бути обчислений за співвідношенням:

$$P(m) = \left[1 - \sum_{s=0}^{m-1} P(s) \right] \cdot (1 - e^{-\alpha \cdot P(m-1)}) \quad (5.20)$$

Отже, при відомих показниках α і n можна оцінювати зв'язність системи при допущенні про необмеженій кількості переприймань – згідно (5.15), а при числі переприймань не більше m - згідно з (5.20) [10, 37].

Існує можливість доповнити викладений підхід додатковими показниками структурної стійкості системи.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Отже, в графі виду, що показаний на рис.5.13 б), позначимо через p_{ij} ймовірність того, що між абонентськими станціями, відображеними вершинами i та j графа, є прямий радіоканал. Ймовірність протилежної події позначимо q_{ij} . Ймовірність того, що станція, яка відображається вершиною S може виступати ретранслятором, позначимо p_s . Тоді ймовірність наявності хоча б одного шляху між вершинами i та j , відповідного до придатного для зв'язку радіоканалу, дорівнює [34]:

$$P_{ij} = 1 - q_{ij} \cdot \left[\prod_{s=1}^{N-2} (1 - p_{is} \cdot p_s \cdot p_{sj}) \right] \quad (5.21)$$

У загальному випадку значення p_{is} і p_s можуть бути або задані, виходячи з даних натурних випробувань, або визначені аналітично або за результатами випробування статистичної моделі.

У відповідність до постановки завдання, сформульованої на початку підрозділу, з достатньою точністю ймовірність p_{is} збігається з ймовірністю наявності прямої видимості між двома абонентськими станціями, що діють на території з відомим рельєфом. Уточнене значення ймовірності p_{is} може відбуватися шляхом обліку впливу інтерференційних завмирань сигналу в точці прийому, зміни діючих висот антен рухомих об'єктів за рахунок коливання корпусу об'єкта і самих антен та інших факторів.

Для визначення p_{is} найбільш прийнятні статистичні методи.

В межах поставленого завдання відповідність отриманих ймовірнісних характеристик реальним умовам залежить від того, наскільки вдало обрана модель статистичного експерименту і особливо модель місцевості.

В [10] є посилання на деякі варіанти моделювання нерівностей земної поверхні різної складності.

Може бути запропонований порівняно простий варіант моделювання типових ландшафтів, суть якого зводиться до наступного.

Місцевість представляється у вигляді площини, розбитою на безліч прилеглих комірок (фрагментів площини). Використовуючи статистичні характеристики конкретного типу місцевості, за випадковим законом визначаються положення комірок, що відповідають вершинам нерівностей рельєфу. Кожній вершині ставиться у відповідність деяка висота і кути нахилу скатів, використовуючи значення, які коміркам в околиці комірки – "вершини" присвоюються "перевищення" над вихідним рівнем площини. Сполучення всіх нерівностей такого «рельєфу» досягається за максимальними значенні висот, що привласнюються кожній комірці.

Для рельєфу, що характеризується як горбиста рівнина, по топографічним картам зібрана статистика [10] числа вершин n на площі $10 \times 10 \text{ км}^2$, кутів нахилу скатів α і відносних висот окремих вершин $\Delta H > 20 \text{ м}$. Результати представлені у

вигляді гістограм на рис.5.14 а)-в), де функцією названих характеристик виступає частота p спостереження різних значень n , α , ΔH .

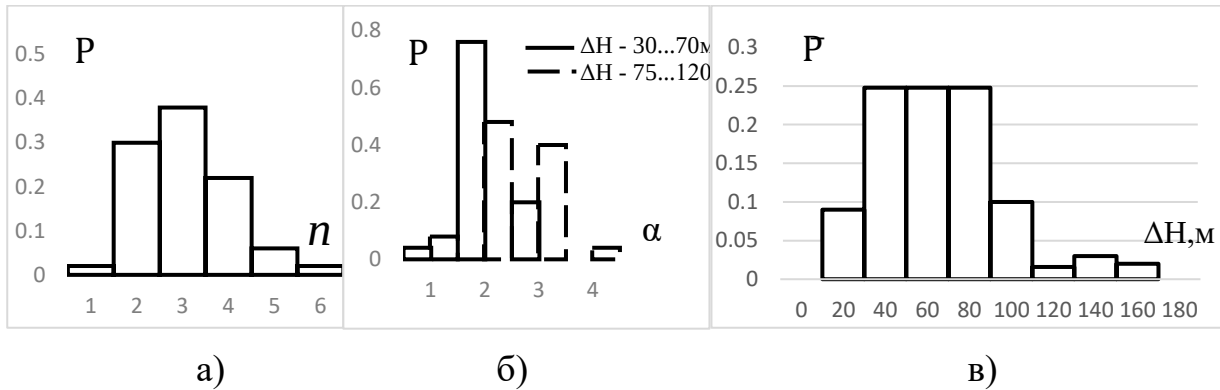


Рис.5.14. Гістограми розподілу ймовірностей кількості вершин n (а), нахилу скатів α (б) та відносних висот окремих вершин ΔH (в).

При відображенні реальної ситуації всередині кожної розглянутої i -ї компоненти графа ймовірності p_{is} і P_s можуть бути різними для різних точок ретрансляції $S = 1, N-2$ (наприклад, є функцією взаємного видалення об'єктів).

Однак якісно оцінити ефект від використання переймання в порівнянні з випадком тільки прямих зв'язків можна і при спрощеному допущенні, а саме: ймовірність наявності зв'язку між двома довільними об'єктами мережі, відображеними вершинами графа, постійна і дорівнює p_i , а ймовірність можливості використання будь-якої вершини в якості проміжної також постійна і дорівнює p_s . Тоді

$$P_{ij} = 1 - q_1 \cdot [1 - p_1^2 \cdot p_2]^{N-2} \quad (5.22)$$

Результати обчислень p_{ij} за формулою (5.22) для $N = 1 \dots 20$, $p_1 = 0,1 \dots 0,7$ і $p_2 = 0,1 \dots 1,0$ наведені на рис.5.15 а), звідки видно, що надійність встановлення зв'язку зростає зі збільшенням числа можливих обхідних шляхів (зі збільшенням N). Однак швидкість величини ймовірності p_{ij} для малих p_1 зростає майже лінійно; для p_1 , близьких до 1,0 – більш круто, швидко досягаючи «насичення»: $p_{ij} = 1 - 0 [N]$.

Введемо показник виграшу Q [10, 37], який визначається через відношення ймовірностей зв'язності вершин (i, j) при використанні переймання і без нього

$$Q = \frac{P_{ij}(p_1, p_2, N)}{p_1} \quad (5.23)$$

Залежність $Q = (p_1, N)$ при $p_2 = 1,0$ представлено на рис.5.15.

На рис.5.15 показано, що верхньою оцінкою досягнутого виграшу служить величина Q для $N \rightarrow \infty$, коли $p_{ij} \rightarrow 1,0$, а $Q \rightarrow 1/p_1$.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

Залежність $Q = (p_1, 1, \infty)$ не має екстремуму, в той час, як при кінцевих N яскраво виражена область значень p_1 , при яких виграш від використання ретрансляції максимальний. Ця область стійко охоплює $p_1 = 0,15 \dots 0,5$ при зміні N в досить широких межах.

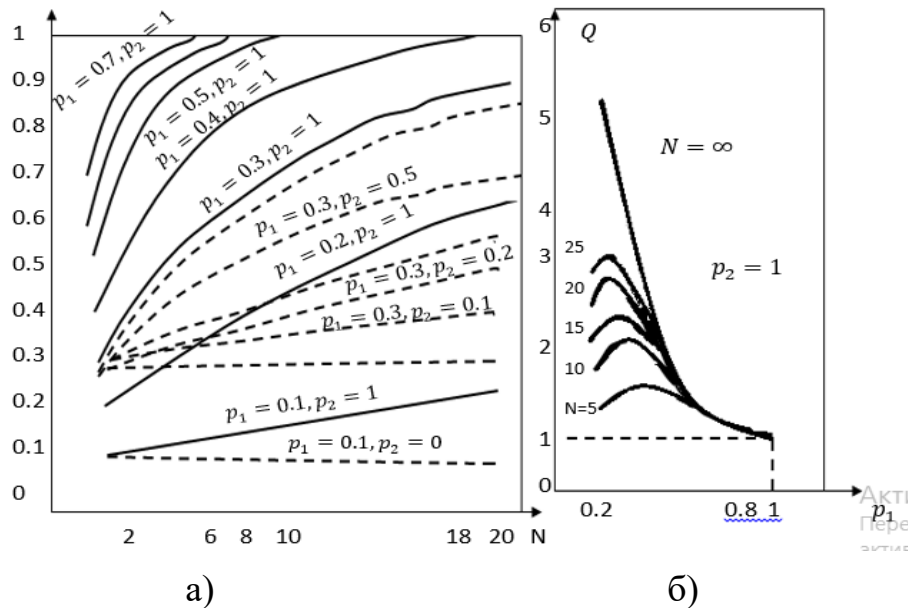


Рис.5.15. Ймовірність p_{ij} наявності зв'язку між двома довільними об'єктами мережі (а) та показник виграшу від використання ретрансляцій Q (б) [10].

Звідси випливає висновок про доцільність використання запропонованого способу підвищення структурної надійності системи в тих випадках, коли ймовірність наявності прямих зв'язків між абонентськими станціями в системі далека від граничної. При фактичній відсутності умов для прямого зв'язку між абонентами єдина ретрансляція не дозволяє істотно поліпшити характеристики зв'язності елементів системи; при стійкій роботі безпосередніх зв'язків запропонований захід є зайвим.

Отже, передбачаючи режим ретрансляції в абонентських станціях, розгорнутих на пересіченій місцевості, можна домогтися поліпшення характеристик стійкості систем зв'язку з рухомими об'єктами без введення в них структурної надлишковості. У той же час, висока надійність системи досягається лише при високому ступені автоматизації процесів встановлення прямих і обхідних зв'язків.

РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО ТА ЛАБОРАТОРНОГО ЗАНЯТЬ ЗА РОЗДІЛОМ 5 «МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ МЕРЕЖЕВОГО РІВНЯ ТК СИСТЕМ»

Практичне заняття 5.1: «Просторові моделі телекомунікаційних систем»

Питання заняття:

- 1) Розрахунок продуктивності системи передачі.
- 2) Робота з цифровими картами.

1. Розрахунок продуктивності системи передачі.

1.1. Вихідні дані:

- $N_0 = \text{const} = 10^{-11}$ дБм
- Потужність випромінювання БС: ≤ 20 Вт
- Смуга частот: ≤ 20 МГц
- Один із видів модуляцій: QPSK, QAM-16, QAM-64

1.2. Залежності:

- $P_{\text{пр}} = f(P_{\text{пер}}, L \{ \text{км} \}, f_c)$;
- $h^2 = f(P_{\text{пр}}, \Delta F, N_0) \rightarrow h^2 = f(L, \text{км}); p_{\text{ош}} = f(h^2) \rightarrow p_{\text{симв}} = f(L, \text{км}), p_6 = f(L, \text{км})$.
- Для заданого рівня достовірності $p_6 = 10^{-6}$, визначаємо умовно кругову зону, де при заданій модуляції та вказаних вихідних умовах є межа для достовірності: знайти межу.

1.3. Визначити продуктивність Y системи передачі (параметри a , q взяти довільно).

1.4. Визначити продуктивність Y системи передачі із кордоном $p_6 = 10^{-6}$ для всіх зазначених видів модуляцій.

1.5. Визначити продуктивність Y системи передачі із густозаселеною та малозаселеною місцевістю, а також питому продуктивність на абонента, та зробити висновки.

2. Робота з цифровими картами.

Електронний ресурс для розрахунку траси розповсюдження сигналу з прив'язкою до місцевості: <http://www.ve2dbe.com/rmonline.html>.

Лабораторна робота 5.1: «Просторові моделі телекомунікаційних систем»

Хід роботи:

1. Інструменти для виконання роботи:
 - a. ПЗ MatLab;
 - b. Електронний ресурс для розрахунку траси розповсюдження сигналу з прив'язкою до місцевості (далі – середовище *rmonline*): <http://www.ve2dbe.com/rmonline.html>
2. У звіті лабораторної роботи представити:
 - a. Аналітичні вирази для:
 - i. моделі поширення хвиль у вільному просторі для розрахунку рівня сигналу на вході приймача в умовах, коли передавальна і приймальна антени знаходяться на відкритій радіолінії без перешкод;
 - ii. розрахунку першої зони Френеля при розповсюдженні радіосигналу, та її суть;
 - iii. енергетичного показника h^2 в точці прийому сигналу, та його зв'язок із відстанню між БС та приймачем;
 - iv. оцінки ймовірності помилки символу та біта для модуляцій QPSK, QAM-16, QAM-64;
 - v. розрахунку продуктивності системи передачі;
 - b. Результат оцінки продуктивності системи передачі на основі вихідних даних, представлених в табл. 5.4, та код програми в ПЗ MatLab для розрахунку продуктивності;
 - c. Результат оцінки траси розповсюдження сигналу для радіорелейного зв'язку з прив'язкою до місцевості в середовищі *rmonline* згідно вихідних даних, представлених в табл. 5.5;
 - d. Цифрову карту розрахованої траси;
 - e. Профіль розрахованої траси із зонами Френеля 1, 2, 3;
 - f. Висновки за отриманими результатами.

Таблиця 5.4. Вихідні дані для розрахунку продуктивності системи передачі

Варіант → ↓ Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$P_{\text{пер}}, \text{дБм}$	33	36	30	39	42	33	36	30	33	39	30
$\Delta F, \text{МГц}$	5	10	20	5	10	20	15	10	5	22	10
$N_0, \text{дБм}$	-105	-110	-107	-104	-98	-102	-107	-99	-103	-102	-106
Мод., QAM-X	4	16	64	4	16	64	4	16	64	4	16
$p_{\text{біт. вим}}$	10^{-5}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-5}	10^{-5}
$a, \text{Ерл.}$	0,3	0,1	0,4	0,2	0,1	0,4	0,2	0,5	0,3	0,1	0,4
$q, \text{чол./км}^2$	20	40	30	50	40	60	30	20	20	40	50

Таблиця 5.5. Вихідні дані для оцінки траси розповсюдження сигналу для радіорелейного зв'язку з прив'язкою до місцевості

Варіант → ↓ Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$P_{\text{пер}}, \text{дБм}$	33	23	30	27	25	33	27	30	33	27	30
Чутливість приймача $S, \text{дБм}$	-95	-75	-90	-80	-85	-95	-75	-90	-80	-85	-70
$f_{\text{роб}}, \text{ГГц}$	5,7	5,9	5,7	5,9	5,7	5,9	5,7	5,9	5,7	5,9	5,7
$L, \text{км}$	20	25	30	35	40	20	25	30	35	40	30
$G_1, \text{дБ}$	30	25	20	30	25	25	20	30	30	25	30
$G_2, \text{дБ}$	25	20	30	30	25	30	25	20	30	25	20
$h_1, \text{м}$	10	15	20	10	15	20	15	20	15	20	10
$h_2, \text{м}$	15	20	15	20	10	15	20	15	20	10	15

Перелік питань за темою 5: «Моделювання об'єктів мережевого рівня моделі OSI. Просторові моделі телекомунікаційних систем»

1. Поняття просторової моделі ТКС та її призначення.
2. Цифрова карта та її призначення. Вхідні і вихідні параметри.
3. Зона Френеля при розповсюдженні радіосигналу. Розрахунок радіуса першої зони Френеля.
4. Зв'язок просторового та енергетичного факторів в ТКС.
5. Аналітичний зв'язок достовірності прийому символу сигналу QPSK та віддалення від базової станції.
6. Аналітичний зв'язок достовірності прийому біта сигналу QAM-16 від відношення рівня сигналу до рівня шуму на вході приймача.
7. Поведінка достовірності сигналу на заданій відстані від базової станції для модуляцій QPSK, QAM-16, QAM-64.
8. Аналітична модель послаблення сигналу на відкритій місцевості без завад.
9. Аналітична модель послаблення сигналу на місцевості із завадами та її параметри: модель Окамури.
10. Аналітична модель послаблення сигналу на місцевості із завадами та її параметри: модель Хата.
11. Вплив просторового фактору на якість зв'язку для заданого виду модуляції.
12. Аналітичний вираз для оцінки продуктивності системи передачі в зоні обслуговування та змінні, що входять в нього.
13. Методика розрахунку продуктивності системи передачі в зоні обслуговування.
14. Алгоритм визначення просторової межі зони обслуговування із забезпеченням вимог достовірності при заданому виді модуляції та відомої

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

потужності передавача базової станції, робочої центральної частоти і смуги частот.

15. Сценарії розгортання безпроводової системи: забезпечення максимальної швидкості передачі, покриття максимальної зони. Область застосування та особливості.

16. Розрахунок висоти, на яку необхідно підняти антени радіорелейного зв'язку, щоб забезпечити безперешкодне передавання сигналу на відстані 30 км та на робочій частоті 5.9 ГГц.

17. Розрахунок рівня потужності сигналу на вході приймача при потужності сигналу передавача 33 дБм, підсилення приймальної і передавальної антен 30 дБ, робоча частота 5 ГГц на відстані 25 км.

18. Розрахунок втрат передачі в радіоканалі (дБ) на відстані 29 км від передавача при потужності сигналу передавача 30 дБм, підсилення приймальної і передавальної антен 25 дБ, робоча частота 5,5 ГГц.

19. Розрахунок відстані, на якій гарантується приймання інформації з достовірністю 10^{-6} при використанні сигналу QPSK, потужності передавача БС 10 Вт, робочій смузі частот 10 МГц, рівні шуму -110 дБм, робочій частоті 1.8 ГГц, підсилення антен 20 та 6 дБ.

20. Розрахунок необхідної смуги частот для покриття зони обслуговування радіусом 5 км, питомим навантаженням на користувача 0,1 Ерл, густиною абонентів 20 аб./км², модуляції QPSK та за умов забезпечення продуктивності системи 144 ГБіт/год.

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ПІДСУМКОВОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ «ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ТА ПРОЦЕСІВ»

1. *Мета, об'єкт і предмет* дисципліни «Імітаційне моделювання».
2. Визначення *системи, інформаційної системи, системи телекомунікацій*. Приклади.
3. Визначення понять *інформація, повідомлення, сигнал*. Приклади.
4. Визначення *показника та критерію* ефективності функціонування системи. Приклади.
5. Визначення *моделі та моделювання*. Визначення *імітаційної моделі*. *Переваги, недоліки* імітаційного моделювання.
6. Сутність методу *Монте-Карло*. *Переваги, недоліки* методу Монте-Карло.
7. Показники випадковості чисел. Математичне очікування, дисперсія та функція щільності розподілу рівномірного закону на відріжку $[0,1]$.
8. Мета застосування законів розподілу в імітаційному моделюванні. Приклади. Закон великих чисел, його суть та призначення.
9. Рівномірний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
10. Нормальний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
11. Експоненційний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
12. Пуасонівський закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
13. Біноміальний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
14. Верифікація закону розподілу за методом Хі-квадрат.
15. Об'єкти моделювання систем зв'язку на фізичному рівні.
16. Проблема завадостійкості та дії, направлені на її подолання.
17. Задачі теорії завадостійкості. Приклади їх вирішування засобами імітаційного моделювання.
18. Априорна густина ймовірності та її фізична сутність.
19. Апостеріорна ймовірність та правило прийняття рішення.
20. Сутність векторно-фазового методу впливу завади на корисний сигнал для імітаційного моделювання.
21. Аналітичний розрахунок достовірності помилки для сигналу ФМ-2. Функція Крампа.
22. Поняття процесу «білого шуму» та його характеристики.
23. Генерування рівномірно розподілених чисел в інтервалі $[a,b]$ за допомогою датчика псевдовипадкових чисел, розподілених рівномірно в діапазоні $[0,1]$.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

24. Генерування нормально розподілених чисел із параметрами $[m, \sigma]$ за допомогою датчика псевдовипадкових чисел, розподілених рівномірно в діапазоні $[0,1]$.
25. Алгоритм моделювання відповідно векторно-фазовому методу для дослідження завадостійкості сигналів в каналі зв'язку.
26. Сигнальне сузір'я точок модуляції QAM-4, QAM-16 та QAM-64, векторно-фазове та часове представлення трьох довільних сигнальних точок модуляції кожного з QAM-N в момент часу $t=0$.
27. Розподіл часового і частотного ресурсу при використанні OFDM.
28. Розподіл енергетичного ресурсу при використанні OFDM.
29. Критерії, альтернативні закону χ^2 -квадрат, для перевірки гіпотези про функцію розподілу сигналу та їх принципи.
30. Задачі канального рівня згідно моделі OSI в ТКС та їх приклади.
31. Задачі теорії масового обслуговування в ТКС та їх приклади.
32. Граф станів, вхідні та вихідні характеристики СМО М/М/1 без очікування та СМО М/М/1/1 з очікуванням. Порівняння характеристик обслуговування.
33. Формули Літтла для ймовірності обслуговування та відмови, середнього часу обслуговування та перебування заявок у СМО.
34. Критерії оптимізації СМО.
35. Різниця в сутності та опису неперервних та точкових випадкових процесів. Зміст «закону великих чисел» для неперервних і точкових випадкових процесів.
36. Перетворення рівномірно розподілених чисел в числа, що відповідають експоненційному розподілу випадкових величин.
37. Порівняння показників якості обслуговування СМО М/М/1/1 та СМО М/М/2.
38. Продуктивність СМО М/М/N та її фізичний зміст.
39. Умови оптимізації показників функціонування СМО.
40. Умови визначення достатнього числа приборів обслуговування в СМОМ/М/N.
41. Умови визначення достатнього місць у черзі в М/М/1/r.
42. Двохпотокова СМО *без пріоритетів* та поведінка параметрів ймовірності p_0, p_1 при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_2 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
43. Двохпотокова СМО з *абсолютним* пріоритетом та поведінка параметрів ймовірності p_1, p_2 при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_1 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
44. Двохпотокова СМО з *відносним* пріоритетом та поведінка параметрів ймовірності $p_1, (p_2+p_{2-1})$ при зміні параметрів потоків: λ_2, μ_1 . Фізичний зміст поведінки параметрів.

45. Двохпотокова СМО з до обслуговуванням та поведінка параметрів ймовірності p_0 , (p_1+p_{1-2}) при зміні параметрів потоків: λ_1 , μ_2 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
46. Поняття просторової моделі ТКС та її призначення.
47. Цифрова карта та її призначення. Вхідні і вихідні параметри.
48. Зона Френеля при розповсюдженні радіосигналу. Розрахунок радіуса першої зони Френеля.
49. Зв'язок просторового та енергетичного факторів в ТКС.
50. Аналітичний зв'язок достовірності прийому символу сигналів QPSK і QAM-16 та віддалення від базової станції.
51. Аналітична модель послаблення сигналу на місцевості із завадами та її параметри: модель Окамури.
52. Аналітична модель послаблення сигналу на місцевості із завадами та її параметри: модель Хата.
53. Методика розрахунку продуктивності системи передачі в зоні обслуговування.
54. Сценарії розгортання безпроводової системи: забезпечення максимальної швидкості передачі, покриття максимальної зони. Область застосування та особливості.
55. Розрахунок рівня потужності сигналу на вході приймача при потужності сигналу передавача 33 дБм, підсилення приймальної і передавальної антен 30 дБ, робоча частота 5 ГГц на відстані 25 км.
56. Розрахунок відстані, на якій гарантується приймання інформації з достовірністю 10^{-6} при використанні сигналу QPSK, потужності передавача БС 10 Вт, робочій смузі частот 10 МГц, рівні шуму -110 дБм, робочій частоті 1.8 ГГц, підсилення антен 20 та 6 дБ.
57. Використання графових моделей для дослідження мережевих інфраструктур. Приклади.
58. Основні характеристики детермінованих графів. Приклади використання.
59. Основні характеристики стохастичних графів. Приклади використання.
60. Задача про максимальний потік і мінімальний розріз в детермінованому графі.

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ЗАЛІКУ З ДИСЦИПЛІНИ «ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ТА ПРОЦЕСІВ»

1. *Мета, об'єкт і предмет* дисципліни «Імітаційне моделювання».
2. Визначення *системи*. Приклади.
3. Визначення понять *інформація, повідомлення, сигнал*. Приклади.
4. Визначення *інформаційної системи*. Приклади.
5. Визначення *системи телекомунікацій*. Приклади.
6. Відмінні ознаки *складної системи*. Приклади.
7. Визначення *показника та критерію* ефективності функціонування системи. Приклади.
8. Визначення *моделі та моделювання*. Приклади.
9. Визначення *імітаційної моделі*. Приклади.
10. Переваги, недоліки імітаційного моделювання.
11. Сутність методу *Монте-Карло*. Переваги, недоліки методу Монте-Карло.
12. Показники випадковості чисел.
13. Математичне сподівання, дисперсія та функція щільності розподілу рівномірного закону на відрізку $[0,1]$.
14. Закон великих чисел, його суть та призначення.
15. Центральна гранична теорема.
16. Класифікація випадкових процесів.
17. Мета застосування законів розподілу в імітаційному моделюванні. Приклади.
18. Способи завдання випадкового процесу в аналітичній формі.
19. Рівномірний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
20. Нормальний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
21. Експоненційний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
22. Властивості пуасоновського потоку.
23. Пуасонівський закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
24. Біноміальний закон розподілу: аналітичний опис, числові характеристики, параметри, графічний приклад, приклади застосування.
25. Методи верифікації закону розподілу та їх особливості.
26. Верифікація закону розподілу за методом Хі-квадрат.
27. Об'єкти моделювання систем зв'язку на фізичному рівні.
28. Проблема завадостійкості та дії, направлені на її подолання.
29. Задачі теорії завадостійкості. Приклади їх вирішування засобами імітаційного моделювання.

30. Априорна густина ймовірності та її фізична сутність.
31. Апостеріорна ймовірність та правило прийняття рішення.
32. Умови безпомилкової передачі для сигналів ФМ-2, ФМ-4.
33. Сутність векторно-фазового методу впливу завади на корисний сигнал для імітаційного моделювання.
34. Аналітичний розрахунок достовірності помилки для сигналу ФМ-2. Функція Крампа.
35. Поняття процесу «білого шуму» та його характеристики.
36. Генерування рівномірно розподілених чисел в інтервалі $[a,b]$ за допомогою датчика псевдовипадкових чисел, розподілених рівномірно в діапазоні $[0,1]$.
37. Генерування нормально розподілених чисел із параметрами $[m,\sigma]$ за допомогою датчика псевдовипадкових чисел, розподілених рівномірно в діапазоні $[0,1]$.
38. Алгоритм моделювання відповідно векторно-фазовому методу для дослідження завадостійкості сигналів в каналі зв'язку.
39. Пояснити вплив зміни параметрів розподілу амплітуди вектору завади на сумарний сигнал і прийняття рішення про помилку при фіксованому значенні вектору сигналу (наприклад, «1» при ФМ-2).
40. Етапи перетворення сигналів у приймально-передавальному тракті телекомунікаційної системи.
41. Сигнальне сузір'я точок модуляції QAM-4, QAM-16 та QAM-64, векторно-фазове та часове представлення трьох довільних сигнальних точок модуляції кожного з QAM-N в момент часу $t=0$.
42. Переваги, недоліки, область застосування технології OFDM.
43. Розподіл часового і частотного ресурсу при використанні OFDM.
44. Розподіл енергетичного ресурсу при використанні OFDM.
45. Відмінності OFDM та одночастотної передачі.
46. Реалізація моделі (текст програми в Matlab) багатопозиційної модуляції: від інформаційних бітів до значень амплітуди/фази.
47. Критерії, альтернативні закону χ^2 -квадрат, для перевірки гіпотези про функцію розподілу сигналу та їх принципи.
48. Задачі канального рівня згідно моделі OSI в ТКС та їх приклади.
49. Задачі теорії масового обслуговування в ТКС та їх приклади.
50. Граф станів, вхідні та вихідні характеристики СМО М/М/1 без очікування та СМО М/М/1/1 з очікуванням. Порівняння характеристик обслуговування.
51. Формули Літтла для ймовірності обслуговування та відмови, середнього часу обслуговування та перебування заявок у СМО.
52. Критерії оптимізації СМО.
53. Різниця в сутності та опису неперервних та точкових випадкових процесів. Зміст «закону великих чисел» для неперервних випадкових процесів.
54. Різниця в сутності та опису неперервних та точкових випадкових процесів. Зміст «закону великих чисел» для точкових випадкових процесів.
55. Обґрунтування потреби у використанні закону Пуассона для опису функціонування СМО.

Імітаційне моделювання систем і процесів у телекомунікаціях

56. Обґрунтування потреби у використанні експоненційного розподілу випадкових величин для опису функціонування СМО.
57. Перетворення рівномірно розподілених чисел в числа, що відповідають експоненційному розподілу випадкових величин.
58. Код програми в MatLab для генерування 1000 випадкових чисел, що відповідають експоненційному розподілу, та побудови функції розподілу.
59. Порівняння показників якості обслуговування СМО М/М/1/1 та СМО М/М/2.
60. Середній час, необхідний для обслуговування заявки в СМО М/М/1/1, середній час перебування заявки в СМО М/М/1/1 та їх зв'язок з ймовірністю обслуговування.
61. Продуктивність СМО М/М/1/1 та її фізичний зміст.
62. Умови оптимізації показників функціонування СМО.
63. Умови визначення достатнього числа приборів обслуговування в СМО М/М/1/1.
64. Умови визначення достатнього місць у черзі в М/М/1/1.
65. Двохпотокова СМО *без пріоритетів* та поведінка параметрів ймовірності p_0, p_1 при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_2 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
66. Двохпотокова СМО з *абсолютним* пріоритетом та поведінка параметрів ймовірності p_1, p_2 при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_1 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
67. Двохпотокова СМО з *відносним* пріоритетом та поведінка параметрів ймовірності $p_1, (p_2+p_{2-1})$ при зміні параметрів потоків: λ_2, μ_1 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
68. Двохпотокова СМО з *до обслуговуванням* та поведінка параметрів ймовірності $p_0, (p_1+p_{1-2})$ при зміні параметрів потоків: λ_1, μ_2 . Фізичний зміст поведінки параметрів.
69. Поняття просторової моделі ТКС та її призначення.
70. Цифрова карта та її призначення. Вхідні і вихідні параметри.
71. Зона Френеля при розповсюдженні радіосигналу. Розрахунок радіуса першої зони Френеля.
72. Зв'язок просторового та енергетичного факторів в ТКС.
73. Аналітичний зв'язок достовірності прийому символу сигналів QPSK і QAM-16 та віддалення від базової станції.
74. Аналітична модель послаблення сигналу на місцевості із завадами та її параметри: модель Окамури.
75. Аналітична модель послаблення сигналу на місцевості із завадами та її параметри: модель Хата.
76. Вплив просторового фактору на якість зв'язку для заданого виду модуляції.

77. Методика розрахунку продуктивності системи передачі в зоні обслуговування.
78. Сценарії розгортання безпроводової системи: забезпечення максимальної швидкості передачі, покриття максимальної зони. Область застосування та особливості.
79. Розрахунок висоти, на яку необхідно підняти антени радіорелейного зв'язку, щоб забезпечити безперешкодне передавання сигналу на відстані 30 км та на робочій частоті 5.9 ГГц.
80. Розрахунок рівня потужності сигналу на вході приймача при потужності сигналу передавача 33 дБм, підсилення приймальної і передавальної антен 30 дБ, робоча частота 5 ГГц на відстані 25 км.
81. Розрахунок відстані, на якій гарантується приймання інформації з достовірністю 10^{-6} при використанні сигналу QPSK, потужності передавача БС 10 Вт, робочій смузі частот 10 МГц, рівні шуму -110 дБм, робочій частоті 1.8 ГГц, підсилення антен 20 та 6 дБ.
82. Використання графа як моделі мережі. Орієнтований та неорієнтований граф. Спрямований та неспрямований путь в графі. Приклади.
83. Використання графових моделей для дослідження мережевих інфраструктур. Приклади.
84. Основні характеристики детермінованих графів. Приклади використання.
85. Основні характеристики стохастичних графів. Приклади використання.
86. Методика оцінки зв'язності вузлів в стохастичному графі. Пояснити параметри та сутність рівняння $\gamma = 1 - e^{-\alpha \gamma}$.
87. Задача про максимальний потік і мінімальний розріз в детермінованому графі.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Буяк Л. М.** Імітаційне моделювання: методи і програми мовою C++ : (рекомендовано МОН України для студентів ВУЗів) / Л. М. Буяк, В. К. Паучок. – Тернопіль : ТНЕУ, 2008. – 152 с.
[Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://emm.cv.ua/imitatsijne-modelyuvannya-metodi-i-programi-movoyu-c-rekomendovano-mon-ukrayini-dlya-studentiv-vuziv/>.
2. **Дубовой В. М.** Імітаційне моделювання в системі SCILAB/XCOS : навчальний посібник [Електронний ресурс] / В. М. Дубовой, М. С. Юхимчук ; М-во освіти і науки України, Вінницьк. нац. техн. ун-т, Каф. Комп'ютерних систем управління. – Вінниця : ІРВЦ ВНТУ, 2018. – Режим доступу: https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/10dubovyj_imitacijne_modelyuvannya_v_sy_stemi_Scilab-Xcos/.
3. **Жерновий Ю. В.** Імітаційне моделювання систем масового обслуговування : практикум / Ю. В. Жерновий ; М-во освіти і науки України, Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка. – Львів : Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. – 307 с.
[Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://documents.pub/document/oe-oe-oe-oe-a-queuing.html>.
4. **Кравець І. О.** Імітаційне моделювання : навчальний посібник до виконання практичних робіт із дисциплін «Моделювання систем» та «Ситуаційні моделі» / І. О. Кравець. – Миколаїв : Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили, 2010. – 108 с.
5. **Литвинов А. Л.** Теорія систем масового обслуговування : навч. посібник / А. Л. Литвинов ; Харків. нац. ун-т міського господарства ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 141 с.
6. **Медведєв М. Г.** Теорія ймовірностей та математична статистика : підручник / М. Г. Медведєв, І. О. Пащенко. – Київ : Ліра-К, 2017. – 536 с.
7. **Патент на корисну модель 95467 Україна, МПК (2014.01) H04J 11/00, H03G 3/00, H04L 27/00, H03G 11/00.** Спосіб оптимального підсилення OFDM сигналу / Уривський Л. О., Осипчук С. О., Прокопенко К. А. ; власник: Осипчук С. О. – № u201407457 ; заявл. 03.07.14 ; опубл. 25.12.14, Бюл. № 24.
8. **Стеклов В. К.** Проектування телекомунікаційних систем / В. К. Стеклов, Л. Н. Беркман. – Київ : Техніка, 2002. – 794 с. : іл.
9. **Уривський Л.** Методи подолання конфліктів трафіку мови та даних в стандарті мобільного зв'язку класу CDMA / Уривський Л., Прокопенко К., Мешковська В. // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку : науково-виробничий збірник. – Київ, 2010, – № 3 (15). – С. 46–52.
10. **Уривський Л. О.** Методи та засоби забезпечення пропускну здатності та безпеки інфокомунікаційних систем в умовах динамічного середовища / Л.О. Уривський // Забезпечення функціональної безпеки критичних інформаційно-

- керуючих систем : монографія / В.С. Харченко, С.В. Яковлев, В.В. Лукін, О.С. Горбачик, О.О. Летичевський, О.А. Сіора, М.Ф. Сидоренко, Л.О. Уривський. – Харків : Константа, 2019. – Розд. 4. – С. 102-136.
11. **Уривський Л.** Векторно-фазовий метод для определения показателей помехоустойчивости многопозиционных сигналов / Уривський Л., Прокопенко Е., Наталенко А. // Зв'язок. – 2012. – № 4. – С. 58–63.
12. **Уривський Л.** Зависимость пропускной способности дискретного канала связи от его энергетического потенциала при использовании многопозиционных сигналов / Уривський Л., Прокопенко Е. // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку : науково-виробничий збірник. – Київ, 2009. – № 1 (9). – С. 41–50.
13. **Уривський Л.** Методика управления характеристиками обслуживания при изменении требований к качеству связи / Уривський Л., Прокопенко Е. // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку : науково-виробничий збірник. – Київ, 2009. – № 3 (11). – С. 72–76.
14. **Уривський Л. А.** Обобщение процесса «размножения и гибели» на системы с «конфликтом доступа» / Л. А. Уривський // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку: науково-виробничий збірник. – Київ, 2008. – № 6 (8). – С. 97–105.
15. **Уривський Л.** Оценка производительности систем WiMAX в условиях города / Уривський Л., Прокопенко Е., Бречко О. // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку : науково-виробничий збірник. – Київ, 2010. – № 1 (13). – С. 41–47.
16. **Уривський Л.** Синтез сигнально-кодовых конструкций для OFDM в канале с постоянными параметрами / Уривський Л., Осипчук С. // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку : науково-виробничий збірник. – Київ, 2014. – № 4 (32). – С. 41–48.
17. **Devroye L.** Non-Uniform Random Variate Generation / Luc Devroye, – New York : Springer-Verlag, 1986. – XVI, 843 p. – ISBN 978-1-4613-8645-2 (Softcover). – ISBN 978-1-4613-8643-8 (eBook). – DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4613-8643-8>.
18. **Garcia-Diaz Alberto.** Fundamentals of Network Analysis and Flow Optimization / Alberto Garcia-Diaz, Don T. Phillips. – Ukiah, California : Virtualbookworm.com Publishing, 2022. – 394 p. – ISBN-10: 1638680485. – ISBN-13: 978-1638680482.
19. **Kleinrock Leonard.** Queuing Systems. Volume 1 / Leonard Kleinrock. – Wiley, 1975. – 448 p. – ISBN 978-0-471-49110-1.
20. **L'Ecuyer P.** Good Parameter Sets for Combined Multiple Recursive Random Number Generators / P. L'Ecuyer // Operations Research. – 1999. – Vol. 47, No. 1. – P. 159–164.
21. **L'Ecuyer, P.** An Objected-Oriented Random-Number Package with Many Long Streams and Substreams. / P. L'Ecuyer, R. Simard, E. J. Chen, W. D. Kelton // Operations Research, – 2002. – Vol. 50, No. 6. – P. 1073–1075.
22. **Law Averill M.** Simulation modeling and analysis / Averill M. Law, W. David Kelton. – 2nd ed. – Singapore, 1991. – 755 p. – (McGraw-Hill series in industrial engineering and management science). – ISBN 0-07-036698-5.

23. **Marsaglia G.** The ziggurat method for generating random variables / George Marsaglia, Wai Wan Tsang // Journal of Statistical Software. – 2000. – Vol. 5, No. 8. – P. 1–7. – DOI: <https://doi.org/10.18637/jss.v005.i08>.
24. **Muller S. H.** A Comparison of Peak Power Reduction Schemes for OFDM [Text] / S. H. Muller, J. B. Huber // Proc. IEEE GLOBECOM '97, Phoenix, AZ, Nov. 1997. – P. 1–5.
25. **Park S. K.** Random Number Generators: Good Ones Are Hard to Find / S.K. Park, K. W. Miller // Communications of the ACM. – 1998. – Vol. 31, No.10. – P. 1192–1201.
26. **RAND** function in Microsoft Excel [Електронний ресурс] // Microsoft. – Режим доступу: <https://support.microsoft.com/en-us/help/828795/description-of-the-rand-function-in-excel>.
27. **Saito M.** A PRNG Specialized in Double Precision Floating Point Numbers Using an Affine Transition / Mutsuo Saito, Makoto Matsumoto // Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods. – Berlin, Heidelberg : Springer, 2008, 2009. – P. 589–602. – ISBN 978-3-642-04107-5 (Online). – ISBN 978-3-642-04106-8 (Print). – DOI: [10.1007/978-3-642-04107-5_38](https://doi.org/10.1007/978-3-642-04107-5_38).
28. **Schriber T. J.** Perspectives on simulation using GPSS / T. J. Schriber // WSC '89 : Proceedings of the 21st conference on Winter simulation, October 1989. – P. 115–128. – DOI: <https://doi.org/10.1145/76738.76752>.
29. **Seung H.** An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission / H. Seung // IEEE Wireless Communications. – 2005. – Vol. 12, No. 2. – P. 56–65.
30. **Shannon R.** Systems Simulation: The Art and Science / Robert E. Shannon. – Prentice Hall, 1975. – 368 p. – ISBN 0138818398.
31. **Uryvsky L.** Analysis of digital signal quality indicators based on analytic and stochastic modeling / L. Uryvsky, A. Moshynska, S. Osypchuk // 2017 International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo), 11–15 September, Odessa, Ukraine. – IEEE, 2017. – P. 1–4. – DOI: [10.1109/UkrMiCo.2017.8095414](https://doi.org/10.1109/UkrMiCo.2017.8095414).
32. **Uryvsky L.** Complex analytical model of priority requires service on cloud server / L. Uryvsky, K. Martynova // 2019 International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo), 09–13 September 2019, Odessa, Ukraine. – IEEE, 2020. – P. 1–4. – DOI: [10.1109/UkrMiCo47782.2019.9165323](https://doi.org/10.1109/UkrMiCo47782.2019.9165323).
33. **Uryvsky L.** Features of the OFDM Technology Usage as a Means of Fighting Against Multipath Effects in a Wireless Communication Channel / Leonid Uryvsky, Alina Moshynska, Serhii Osypchuk, Valeriia Solianikova // 2021 IEEE International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo), 29 November 2021 – 03 December 2021, Odesa, Ukraine / Edited by Leonid Uryvskiy, Mariya Antyufeyeva. – IEEE, 2021. – P. 142–145. – DOI: [10.1109/UkrMiCo52950.2021.9716694](https://doi.org/10.1109/UkrMiCo52950.2021.9716694).

34. **Uryvsky L.** Improving the Structural Reliability of Mobile Radio Networks Based on the Ad-Hoc Algorithms / Leonid Uryvsky, Alina Moshynska, Serhiy Osypchuk // Data-Centric Business and Applications : monograph. – Cham : Springer, 2021. – P. 21–42. – (Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies (LNDECT) ; Volume 69). – ISBN 978-3-030-71892-3 (Online). – ISBN 978-3-030-71891-6 (Print). – DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-71892-3_2.
35. **Uryvsky L.** OFDM signal energy characteristics research in channel with permanent parameters / Leonid O. Uryvskiy, Serhii O. Osypchuk // Telecommunication Sciences. – 2013. – Vol. 4, No. 2. – P. 22–27. DOI: <https://doi.org/10.20535/2411-2976.22013.22-27>.
36. **Wichmann B. A.** Correction: Algorithm AS 183: An Efficient and Portable Pseudo – Random Number Generator / B. A. Wichmann, I. D. Hill // Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics). – 1982. – Vol. 31, No. 2. – P. 188–190. – 1984. – Vol. 33, No. 1. – P. 123. – DOI: <https://doi.org/10.2307/2347676>.
37. **Wichmann B. A.** Generating good pseudo-random numbers / B. A. Wichmann, I. D. Hill // Computational Statistics & Data Analysis. – 2006. – Vol. 51, No. 3. (December 2006). – P. 1614–1622. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.05.019>.