

Аушева Н.М.
к.т.н., доцент НТУУ «КПІ»
Стеблова Т.О.
магістр ТЕФ, НТУУ «КПІ»

АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ЧАСОВИХ РЯДІВ

В статті наводиться спосіб аналізу фінансової інформації на фрактальність, який дозволяє виявляти фрактальну розмірність або неперіодичність циклів фінансових рядів.

In this paper, an approach to testing financial information for self-similarity is introduced. This approach allows one to determine a fractal dimension of a financial time series as well as gives a way to establish aperiodicity of cycles of a financial time series.

Ключові слова: фрактальна розмірність, фрактал, часовий ряд, розмірність Мінковського, прогнозування, неперіодичність циклів.

Вступ. Перехід до ринкових методів господарювання принципово змінив роль фінансової інформації, зокрема, валютного курсу в економічній політиці і господарському житті країни. У ринкових умовах валютний курс почав активно впливати на рентабельність експорту та імпорту, рівень внутрішніх цін, фінансовий стан окремих підприємств та країни в цілому, на рівень життя населення. Адекватну оцінку стану валютного курсу та його прогнозування може дати застосування сучасних математичних методів теорії хаосу, зокрема фрактальних методів [1].

Останнім часом науковцями різних країн були розроблені аналітичні та економіко-математичні моделі, які використовувались для оцінки динаміки зміни валютного курсу. Низька вірогідність цих методів обумовлена тим, що не враховувалась складна змішана природа визначення курсу валют [2]. Застосування теорії фракталів поліпшило ситуацію, але існує окрема проблема визначення фрактальної природи того чи іншого фінансового об'єкта [3]. Одним із головних розробників сучасного технічного аналізу цієї проблеми є Чарльз Доу. Фрактальний аналіз в прогнозуванні валютних курсів використовували такі науковці, як М.В. Чекулаєв, В.М. Якимкін.

Постановка задачі. На вході маємо часовий (фінансовий) ряд у вигляді статистичних даних за деякий період часу, що характеризують курс будь-якої валюти. Треба визначити показники, за допомогою яких буде зроблено висновок: чи можна характеризувати вихідні дані як часовий ряд з фрактальною розмірністю.

Результати дослідження. Суть методу полягає в наступному: обирається послідовність значень, що представляє собою часовий ряд: $x = x_1, \dots, x_k, \dots, x_m$, де x_k – відповідний елемент даної послідовності з m елементів. Перетворюємо

початковий ряд в часовий ряд довжиною $n = m - 1$ за допомогою логарифмічних співвідношень:

$$x_k = \log(x_{i+1} / x_i), \quad i = (\overline{1, n})$$

У випадку, коли розглядаються ринки, в якості елементів часового ряду обираються щоденні зміни ціни індексу курсу акцій. Цей ряд розбивається на проміжки довжиною n . Далі знаходимо середнє значення для кожного проміжку: $\bar{x}_k = (x_1 + \dots + x_n) / n$.

Будуємо ряд відхилень від середнього для кожного підперіода:

$$e_k = x_k - \bar{x}_k,$$

та для початкової послідовності оцінюємо середньоквадратичне відхилення S_n як:

$$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e_k^2$$

Знаходимо максимальне та мінімальне значення кожного підперіода та, використовуючи їх, визначаємо розмах накопичених сум за наступною формулою:

$$R_n = \max_{k=1, \dots, n} \left(\sum_{i=1}^k e_k \right) - \min_{k=1, \dots, n} \left(\sum_{i=1}^k e_k \right)$$

Нормуємо отриманий розмах накопичених сум шляхом ділення його на значення середньоквадратичного відхилення всього часового ряду:

$$(R/S)_n = \frac{R_n}{S_n}$$

Формуємо з отриманих значень $(R/S)_n$ та зі значень кількості елементів n послідовність точок площини:

$$(x_k, y_k) = (\ln(R/S)_k, \ln k)_{k=1}^n$$

Для отриманого набору координат точок застосовуємо метод найменших квадратів для визначення кутового коефіцієнту прямої, що максимально близько проходить до знайдених точок. За формулою МНК знаходимо значення:

$$c_1 = \sum_{i=1}^n x^2, \quad c_2 = \sum_{i=1}^n x, \quad g_1 = \sum_{i=1}^n xy, \quad g_{21} = \sum_{i=1}^n y$$

З цих формул знаходимо значення коефіцієнта Херста:

$$H = \frac{ng_1 - c_2g_1}{nc_1 - c_2^2}$$

Його значення дозволяє швидко визначити таку важливу фрактальну характеристику ряду як розмірність Мінковського [4] за наступною формулою:

$$d = 2 - H$$

На рис. 1 зображений приклад роботи алгоритму визначення фрактальної розмірності часового ряду, побудованого за даними Національного банку України про курс долара за 2008-2009 рр.

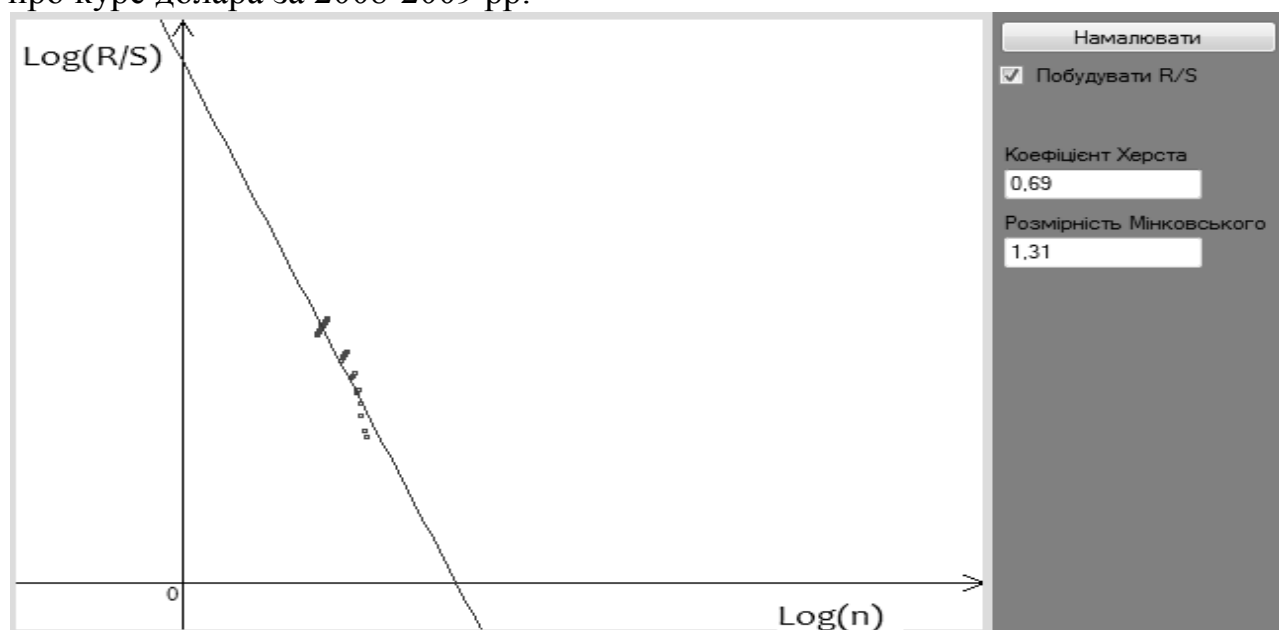


Рис. 1. Приклад роботи алгоритму визначення фрактальної розмірності часового ряду

Для початкової послідовності було визначено коефіцієнт Херста, який дорівнює приблизно 0.69. Отже, звідси можна зробити висновок, що цей коефіцієнт відповідає фрактальному броунівському руху [5], а отже, виходячи з того, що розмірність Мінковського для даної послідовності дорівнює 1.31, можна зробити висновок, що часовий ряд має фрактальну розмірність.

Висновки. Даний алгоритм дає змогу визначити, чи мають вихідні дані фрактальну структуру. За допомогою вказаного способу можна обчислити фрактальну розмірність та поліпшити результати прогнозування змін валютного курсу та неперіодичність циклів фінансових рядів.

Перелік посилань

1. Н. Аушева. Методи прогнозування стану соціально-економічної сфери на основі теорії фракталів / Н. Аушева, Т. Стеблова. // Тези доповідей II Науково-практичного семінару з міжнародною участю «Актуальні проблеми забезпечення економічної безпеки України». – Тернопіль : Вектор, 2008. – С. 19-20.
2. Арнольд В.И. Теория катастроф. – М.: Наука, 1990. – 128 с. – ISBN 5-02-014271-9.
3. Гуляева О.С. Фрактальная размерность в исследовании динамики валютного курса / Гуляева О.С., Толкаченко Г.Л., Цветков В.П., Цветков И.В. // Моделирование сложных систем. – Тем. сб. – Вып.3. – Тверь: ТвГУ, 2007. – С. 176-190.
4. Peters, Edgar E. Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics. М.: Интернет-трейдинг, 2004. - 96 с.
5. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 140 с.