Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

В. О. Чадюк

Оптоелектроніка: від макро до нано

Генерація оптичного випромінювання

Навчальний посібник

Книга перша

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів,
які навчаються за напрямом підготовки
«Електронні пристрої та системи»*

Київ
НТУУ «КПІ»
2012

УДК 621.38:530.145(075.8)
ББК 32.86я73
Ч-13

Гриф надано Міністерством освіти і науки України
(Лист № 1/11-7874 від 16.08.2010 р.)

Рецензенти:

І. М. Ратніков, д-р техн. наук, старш. наук. співроб.,
Державний науково-дослідний інститут авіації

О. А. Краковний, канд. техн. наук,
Українське оптичне товариство

О. В. Самков, д-р техн. наук, проф.,
Національний авіаційний університет

Відповідальний редактор

Л. Д. Писаренко, д-р техн. наук, проф.,
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

Чадюк В. О.

Ч-13 Оптоелектроніка: від макро до нано. Генерація оптичного випромінювання: навч. посіб. У 2 кн. / В. О. Чадюк. – К.: НТУУ «КПІ», 2012. – Кн. 1. – 380 с. – Бібліогр.: с. 353–357.

ISBN 978-966-622-514-9
ISBN 978-966-622-512-5 (Кн. 1)

Зроблено спробу об’єднати матеріал університетських курсів «Квантова механіка», «Квантова електроніка», «Лазерна техніка», «Оптоелектроніка» і «Голографія та оптичні процесори» відповідно до навчальних програм цих дисциплін. Розглянуто фізику випромінювальних процесів і джерела когерентного й некогерентного випромінювання, їх параметри, технології та сфери застосування.

Для студентів, аспірантів і викладачів електронних та радіотехнічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

УДК 621.38:530.145(075.8)
ББК 32.86я73

ISBN 978-966-622-514-9
ISBN 978-966-622-512-5 (Кн. 1)

© В. О. Чадюк, 2012
© НТУУ «КПІ» (ФЕЛ), 2012

ЗМІСТ

Книга перша

Передмова ... 6
Глава 1. РОЗВИТОК УЯВЛЕНЬ ПРО СВІТЛО ... 8
1.1. Уявлення про світло у стародавньому світі ... 8
1.2. Моделі світла у середні віки ... 9
1.3. Корпускулярна модель світла ... 17
1.4. Хвильова модель світла ... 19
1.5. Аналогія оптики з механікою ... 29
Контрольні запитання і задачі ... 34
Глава 2. ХВИЛЬОВА МОДЕЛЬ СВІТЛА. ... 37
2.1. Вимірювання швидкості світла ... 37
2.2. Спроби виявити «ефірний вітер» ... 40
2.3. Теорія електромагнітного поля ... 43
2.4. Диференціальна та інтегральна форми рівнянь Максвела ... 46
2.5. Електромагнітні хвилі ... 48
2.6. Енергія електромагнітного поля ... 51
2.7. Підтвердження електромагнітної природи світла ... 53
2.8. Перетворення Лоренца ... 55
2.9. Спектр оптичного випромінювання ... 57
Контрольні запитання і задачі ... 59
Глава 3. КВАНТОВА МОДЕЛЬ СВІТЛА ... 61
3.1. Закони теплового випромінювання ... 61
3.2. Гіпотеза світлових квантів ... 67
3.3. Кванти дії атома ... 75
Контрольні запитання і задачі ... 78
Глава 4. СВІТЛО, ХВИЛІ ДЕ БРОЙЛЯ ТА СОЛІТОНИ ... 80
4.1. Світло та спеціальна теорія відносності ... 80
4.2. Світло у просторі та часі ... 83
4.3. Фізичне поле ... 85
4.4. Хвилі де Бройля ... 87
4.5. Солітони ... 91
4.6. Світло та загальна теорія відносності ... 92
Контрольні запитання і задачі ... 94
Глава 5. ГЛОБАЛЬНЕ КВАНТУВАННЯ МАТЕРІЇ ... 97
5.1. Квантова механіка ... 97
5.2. Квантова електродинаміка ... 127
5.3. Властивості квантових систем ... 136
5.4. Квантовий комп'ютер ... 138
5.5. Квантова криптографія ... 144
Контрольні запитання і задачі ... 153

Глава 6. ФОТОМЕТРИЧНІ ТА ЕНЕРГЕТИЧНІ ПАРАМЕТРИ ВИПРОМІНЮВАННЯ 155
6.1. Світло чи оптичне випромінювання? 155
6.2. Фотометричні параметри випромінювання 156
6.3. Енергетичні параметри випромінювання 163
6.4. Зв'язок між фотометричними та енергетичними параметрами випромінювання 170
6.5. Основні закони геометричної оптики: поняття та позначення 171
Контрольні запитання і задачі 175
Глава 7. ТЕПЛОВІ ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ 177
7.1. Теплове випромінювання сірих тіл 177
7.2. Сонце 181
7.3. Реліктове випромінювання Всесвіту 186
7.4. Полум'я 187
7.5. Лампа розжарювання 188
7.6. Інфрачервоні теплові випромінювачі 191
Контрольні запитання і задачі 192
Глава 8. ГАЗОРОЗРЯДНІ ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ 194
8.1. Оптичне випромінювання газу 194
8.2. Стаціонарний електричний розряд у газі 197
8.3. Імпульсний електричний розряд у газі 202
8.4. Лампи жевріючого розряду 203
8.5. Дугові лампи 207
8.6. Імпульсні лампи 212
8.7. Високочастотні лампи 226
Контрольні запитання і задачі 227
Глава 9. ЛЮМІНЕСЦЕНЦІЯ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ 229
9.1. Механізми люмінесценції та її види 229
9.2. Методи збудження люмінесценції 235
9.3. Підсилення, гасіння та затухання люмінесценції 243
9.4. Основні параметри люмінофорів 246
9.5. Застосування люмінесценції 248
Контрольні запитання і задачі 253
Глава 10. ЕЛЕКТРОЛЮМІНЕСЦЕНТНІ ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ 254
10.1. Електролюмінесценція напівпровідників 254
10.2. Міжзонне рекомбінаційне випромінювання 256
10.3. Електрична та математична моделі *p*–*n*-переходу 266
10.4. Математична модель світлодіода 274
10.5. Електролюмінесцентні конденсатори 278
10.6. Електролюмінесцентні матеріали для світлодіодів 281
10.7. Напівпровідникові лазери 285
Контрольні запитання і задачі 286

Глава 11. СВІТЛОДІОДИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ 288
11.1. Світлодіоди на гомопереходах 288
11.2. Світлодіоди з керованим кольором випромінювання 300
11.3. Гетероструктурні світлодіоди 302
11.4. Суперлюмінесцентні світлодіоди 306
11.5. Світлодіоди на квантових ямах та квантових точках 309
11.6. Світлодіоди на фотонних кристалах 311
11.7. Світлодіоди з антистоксовим люмінофором 312
11.8. Органічні світлодіоди 314
11.9. Технологія світлодіодів та лазерних діодів 317
11.10. Конструкції світлодіодів 339
11.11. Застосування світлодіодів 342
Контрольні запитання і задачі 351
Список літератури 353
Іменний покажчик 358
Предметний покажчик 364

Книга друга

Передмова
Глава 12. Квантові властивості оптичного середовища
Глава 13. Оптичні резонатори
Глава 14. Газові лазери
Глава 15. Твердотільні лазери
Глава 16. Напівпровідникові лазери
Глава 17. Неорганічні рідинні лазери
Глава 18. Лазери на барвниках
Глава 19. Лазери на вільних електронах
Глава 20. Властивості оптичного випромінювання
Післямова. Перспективи розвитку джерел оптичного випромінювання
Список літератури
Іменний покажчик
Предметний покажчик

ПЕРЕДМОВА

Світло відіграє все більшу роль у житті людини. І справа тут навіть не в тому, що 90 % всієї інформації, яку люди сприймають, потрапляє в нашу зорову систему завдяки світлу. Прогрес науки та техніки за останні десятиліття значною мірою пов'язаний із застосуванням світла. Світлодіоди та лазери, швидкісні фотоприймачі, модулятори і помножувачі частоти світла; дисплеї на рідких кристалах та оптична пам'ять комп'ютерів; копіювальні апарати, принтери і сканери, лазерні системи розпізнавання образів й оброблення зображень, волоконно-оптичні лінії зв'язку, установки для лазерного термоядерного синтезу, лазерні приціли і системи наведення ракет, лазерна зброя, лазерні вимірювальні системи, лазерна спектроскопія, лазерне оброблення матеріалів, голографічні технології запису об'ємних зображень та інтерферометричної дефектоскопії, лазерна медицина, – цей перелік застосувань оптоелектроніки можна продовжити, і він постійно поповнюється новими досягненнями. Найбільш цікаві перспективи оптоелектроніки – створення оптичних комп'ютерів та об'ємного телебачення.

Цей навчальний посібник розрахований на студентів і аспірантів електронних спеціальностей, які вивчають дисципліни, так чи інакше пов'язані з оптикою. Автор, читаючи для студентів у різні роки такі курси лекцій, як «Квантова електроніка», «Лазерна техніка», «Прикладна оптика», «Оптоелектроніка», «Голографія та оптичні процесори», «Волоконна та інтегральна оптика», впевнився, що студенту добре було б мати книжку, в якій викладений базовий матеріал цих дисциплін. Серед названих дисциплін найбільш загальною можна вважати лише «Оптоелектроніку», що і визначило першу частину назви навчального посібника. Друга частина назви відображає дві протилежні тенденції в розвитку оптоелектроніки: 1) створення велетенських лазерних систем для керованого термоядерного синтезу та рентгенівських лазерів на вільних електронах на основі багатокілометрових прискорювачів елементарних частинок; 2) використання мікро- та нанотехнологій для синтезу нових джерел випромінювання, модуляторів, комутаторів, дисплеїв, сенсорів тощо. Звичайно, у цьому посібнику висвітлено й інші

тенденції сучасної оптоелектроніки, зокрема пов'язані з передаванням, записом та відтворенням оптичної інформації, хоча розглядаються переважно різні аспекти лазерної електроніки (іншими словами – когерентної оптоелектроніки). Проте осягнути властивості лазера неможливо без розуміння властивостей випромінювання звичайної лампочки – згадаймо, що квантову теорію було створено внаслідок аналізу властивостей випромінювання нагрітого тіла.

Якщо у стислому вигляді сформулювати цілі оптоелектроніки, то можна сказати, що *оптоелектроніка вивчає процеси генерації, поширення, перетворення та прийому оптичного випромінювання у приладах, пристроях і системах, а також технології конструювання цих об'єктів.*

Автор простежив розвиток ідей у кожному напрямі оптоелектроніки, оскільки сам процес наукового пошуку є повчальним для молодих дослідників і демонструє приклади неабиякої винахідливості під час розроблення нових методів дослідження, а також пошуку новітніх технологій та конструкцій приладів, пристроїв і систем.

У навчальному посібнику значну увагу приділено можливостям використання квантових властивостей електронів і фотонів в оптоелектронних приладах, пристроях і системах, зокрема розглянуто фізику та технологію лазерів на квантових точках, принципи побудови квантових комп'ютерів і ліній зв'язку на фотонах зі сплутаними станами.

Крім описання фізичних принципів роботи оптоелектронних приладів у посібнику розглянуто і деякі технологічні аспекти їх виготовлення, з акцентом на нові технології, не висвітлені в навчальній літературі.

У кожній главі є приклади розрахунків, а в деяких випадках приклади містять і потрібний додатковий теоретичний матеріал.

Навчальний посібник складається з двох томів – «Генерація оптичного випромінювання» і «Передача, перетворення та прийом оптичного випромінювання». Автор працює над завершенням другого тому і буде вдячний всім, хто надішле свої зауваження та побажання на адресу v.a.chadyuk@gmail.com.

Глава 1

РОЗВИТОК УЯВЛЕНЬ ПРО СВІТЛО

Ми можемо стільки, скільки знаємо.
Френсіс Бекон, англійський філософ

1.1. Уявлення про світло у стародавньому світі

Давні філософи розглядали природу як єдине ціле. Натурфілософія – філософія природи – пізнавала світ висуваючи гіпотези, логічні побудови, роблячи умовиводи. Деякі з цих гіпотез були підтверджені у наш час.

Перші моделі світла, скоріше фізіологічні, ніж фізичні, виникли у давній Греції в VI–IV ст. до н. е. Представники піфагорійської школи вважали, що світло – це флюїд, який випромінюється очима і, ніби щупальцями, обмацує предмети. Їх сучасники – атомісти Демокріт, Левкіп, Епікур та інші – розглядали світло як образ, який випромінюється предметом і, потрапляючи в очі, викликає відчуття форми та кольору [1; 2].

Об'єднати обидві гіпотези спробував давньогрецький філософ Платон. Згідно з моделлю Платона «світло очей» (вираз, який дійшов до наших днів від цього філософа, щоправда, дещо в іншому розумінні) і флюїд від предмета міцно скріплюються, якщо вони подібні, і тоді з'являється зорове відчуття предмета, або не взаємодіють, якщо флюїди несхожі, і тоді предмет невидимий.

У III ст. до н. е. славнозвісний античний геометр Евклід висунув *постулат про прямолінійність поширення світла* (зорових променів – за уявленнями Евкліда) і пояснив механізм утворення зображень у плоских і сферичних дзеркалах, скориставшись відомим уже на той час законом відбиття світла [2]:

падаючий та відбитий промені лежать в одній площині з нормаллю до дзеркальної поверхні і складають з нормаллю однакові кути.

Інший античний учений, Птоломей, у II ст. н. е. детально дослідив явище заломлення світла на межі двох прозорих середовищ, зокрема, астрономічну рефракцію – можливість спостерігати зірку, яка фактично вже або ще перебуває за горизонтом [3].

1.2. Моделі світла у середні віки

Уявлення про світло суттєво змінилися в середні віки завдяки єгипетському фізику Альхазену. За Альхазеном

«зоровий образ утворюється променями, які випромінюються видимими тілами і потрапляють в око»[*] [1].

Учений відкидає таке поняття античних філософів, як «світло очей», та їх гіпотезу про безпосереднє і миттєве сприйняття оком образу предмета. Натомість він ставить у відповідність точкам предмета точки сприйняття ока, які, правда, розміщує на зовнішній поверхні кришталика, а не на сітківці. Альхазену, безперечно, була відома будова ока, викладена ще у II ст. класиком античної медицини, римським лікарем Галеном. Він сам описує досліди з камерою-обскурою, яка давала перевернуте зображення, але зробити висновок, що на сітківці теж утворюється перевернуте зображення, у той час як люди бачать його прямим, – на це він не наважився.

Такий сміливий висновок, котрий вступав у кричуще протиріччя з тим, що очевидно кожній людині, зміг зробити великий італієць Леонардо да Вінчі. Проаналізувавши механізм утворення перевернутого зображення в камері-обскурі (рис. 1.1), він просто зауважив:

«те саме відбувається і всередині ока» [1].

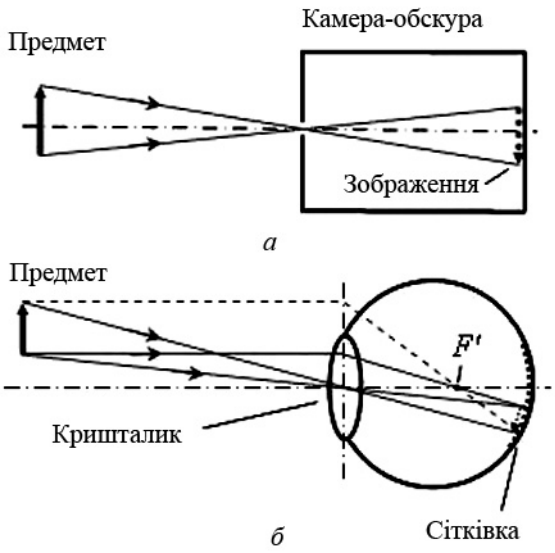

Рис. 1.1. Формування зображення камерою-обскурою

Лише у XX ст. стало відомо, що перші два тижні життя дитина бачить світ догори ногами, а потім мозок перевертає зображення.

Заслугою Альхазена є також його демонстрація в дослідах з камерою-обскурою закону незалежності світлових пучків:

«Якби світлові промені перемішувалися в повітрі, то вони перемішувалися б і у площині отвору, залишалися б перемішаними після отвору, і розрізнити їх було

[*] Тут і далі переклад автора.

б неможливо. Але ми бачимо, що це не так, отже, світлові промені не перемішуються» [1].

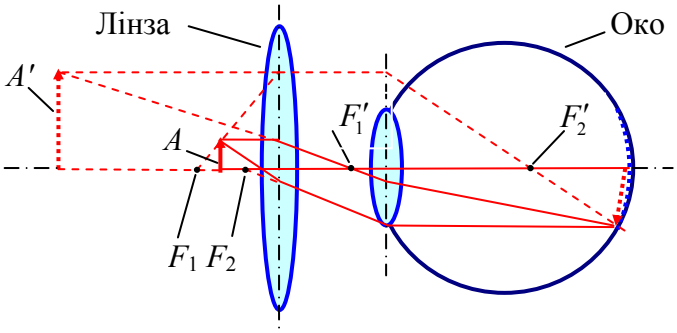

Рис. 1.2. Предмет *A* сприймається оком через лінзу (лупу) як *A′*. Допоміжні (уявні) промені зображено пунктиром

Одним із перших описав дію лінзи (рис. 1.2) видатний англійський вчений Роджер Бекон:

«Цей пристрій корисний людям старим і зі слабким зором, тому що вони можуть бачити достатньо великою навіть маленьку літеру» [1].

Кому належить честь винаходу лінзи й окулярів – невідомо, можливо, якомусь ремісникові, який обробляв стекла для вітражів будинків знатних вельмож. Розглядання предметів через дві лінзи стало поштовхом до створення підзорної труби, перші свідчення про яку з'явилися в Італії наприкінці XVI ст.

Р. Бекон вважав швидкість світла скінченною величиною, причому з джерелом світла пов'язував не випускання частинок, а поширення руху. Бекон називав оптику окрасою філософії.

Підзорна труба у 1609 р. потрапляє до рук великого італійського фізика, механіка й астронома Галілео Галілея. Вчений удосконалив її настільки, що

«предмети здавалися майже в тисячу разів більшими і більш як у тридцять разів ближчими, ніж у разі спостереження простим оком» [1].

Галілей озброїв військових, мореплавців та астрономів потужним оптичним приладом, який значно розширив зорові можливості ока. Першим кроком до сучасної теорії відносності був принцип відносності Галілея (1636 р.), за яким [1; 2; 7]

«ніякими механічними дослідами, проведеними всередині системи, яка рухається рівномірно і прямолінійно або покоїться, неможливо визначити її швидкість».

Альберт Ейнштейн у 1905 р. поширив цей принцип і на електромагнітні досліди (зокрема і на досліди зі світлом) і з таким доповненням його стали називати спеціальним принципом відносності – одним із постулатів спеціальної теорії відносності.

У XVI ст. модель світла Альхазена доповнив видатний італійський математик і фізик Франческо Мавролік, який уперше встановив, що кришталик ока працює як лінза, формуючи зображення на сітківці, причому за допомогою низки хитрих прийомів довів, що це зображення пряме. Мавролік пояснив причини короткозорості і далекозорості, а також довів, що райдуга, як і біле світло, яке пройшло крізь призму, має сім кольорів. До того вважалося, що райдуга містить три основні кольори, і справді – суміш у певних пропорціях червоного (*R*), зеленого (*G*) і синього (*B*) світла може мати будь-який колір. Між тим такий самий колір може мати і монохроматична складова сонячного спектра, тому треба розрізняти поліхроматичне світло з кольором фізіологічним, суб'єктивним, яке можна розкласти за *RGB*-базисом, і монохроматичне світло з кольором спектральним, об'єктивним, яке представлене у спектрі однією довжиною хвилі [3–5].

Уявлення Альхазена про світло розвинув Йоган Кеплер, німецький астроном, який відкрив закони руху планет. Світло, яке йде від точкового джерела в лінзу, він зображував у вигляді конуса променів, які заломлюються в лінзі. Точку, в якій збираються лінзою паралельні промені, Кеплер назвав фокусом. В оптичній системі точці предмета відповідала точка зображення, яку він знаходив на перетині відповідних променів так, як це роблять і нині. Такий підхід дозволив йому пояснити, чому, дивлячись у дзеркало, ми бачимо зображення там, де його насправді немає. Вчений встановив, що зображення від однієї лінзи може служити предметом для іншої (рис. 1.3), це він використав для створення астрономічної підзорної труби (телескопа Кеплера). Кеплер заклав фундамент геометричної оптики [7].

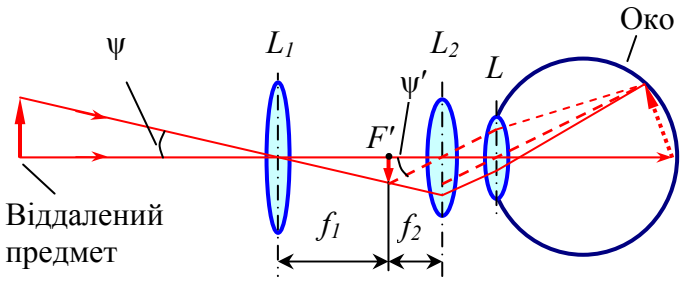

Рис. 1.3. Хід променів у телескопі Кеплера: збільшення телескопа $N = \psi'/\psi = f_1/f_2$, де f_1 та f_2 – фокусні відстані об'єктива L_1 та окуляра L_2, око бачить зображення, сформоване лінзою L_1 та збільшене лінзою L_2

Середньовічні фізики знали, що в моделі світла є білі плями. Кеплер вважав, що світні тіла «викидають» особливу речовину, яка рухається з величезною швидкістю, яка безмежно зростає. Нескінченною вважав швидкість світла і французький філософ та математик Рене Декарт.

У 1638 р. Галілей запропонував зробити такий дослід: двоє експериментаторів з ліхтарями розташовуються на деякій відстані один від одного; у певний момент часу перший відкриває свій ліхтар, його помічає другий, про що сповіщає першого відкриттям свого ліхтаря; перший експериментатор фіксує момент надходження цього повідомлення, і таким чином за відомою відстанню і виміряним проміжком часу можна знайти швидкість світла. Незважаючи на наївність цієї ідеї, вона цілком слушна і була використана 1849 р. під час першого лабораторного вимірювання швидкості світла [1].

Перше свідчення скінченності швидкості світла отримав ще 1675 р. датський астроном Олаф Рьомер: за результатами спостереження за моментами затемнення супутників Юпітера швидкість світла має значення $C = 3{,}20 \cdot 10^8$ м/с [3].

Р. Декарт вважав пустоту заповненою невідомою субстанцією – ефіром, ідеально пружним середовищем. Світло він уявляв як стиснення, яке поширюється у цьому середовищі. Поняття «ефір» з'явилось спочатку в давньогрецькій міфології як найбільш легкий шар повітря, якого сягала вершина Олімпу – обителі богів, а потім уже у вченнях Піфагора, Емпедокла і Платона у вигляді флюїдів. За Декартом, взаємодія фізичних тіл відбувається тільки завдяки світлу, теплу і тяжінню [2].

Цікаво, що до Декарта вважали, що світло не має кольору, а колір виникає лише як властивість поверхні тіла. Декарт з кольором світла пов'язав певну частоту – частоту обертання частинок матерії:

«Природа кольору полягає лише у тому, що частинки тонкої матерії, які передають дію світла, намагаються з більшою силою обертатися, аніж рухатися уздовж прямої лінії; таким чином, ті, що обертаються зі значно більшою силою, дають червоне світло, а ті, що обертаються лише трохи швидше, дають жовте…» [1].

Нез'ясованим у моделі світла було питання заломлення світлового променя на межі двох середовищ. Протягом багатьох століть, починаючи від Птолемея, вчені намагалися знайти закон заломлення світла. У 1621 р. цей закон нарешті відкрив голландський астроном і математик Віллеборд Снелл і у фізиці його називають законом заломлення Снелла [6; 7]:

за будь-якого кута падіння променя на межу двох прозорих середовищ відношення синусів кутів падіння і заломлення залишається для цих середовищ сталою величиною.

З урахуванням показників заломлення цих середовищ і швидкості світла в них,

$$\frac{\sin\psi_1}{\sin\psi_2}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{V_1}{V_2}, \qquad (1.1)$$

де ψ_1 – кут падіння; ψ_2 – кут заломлення; n_1 та n_2 – показники заломлення першого та другого середовищ уздовж руху променя; V_1 та V_2 – швидкість світла у цих середовищах (рис. 1.4).

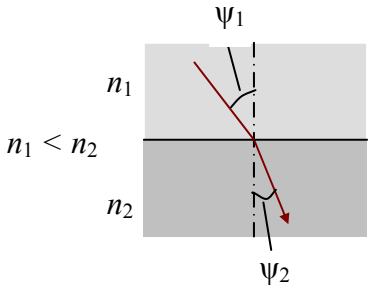

Рис. 1.4. До закону заломлення Снелла

Явище заломлення світла Декарт і пізніше Ісаак Ньютон пояснювали притяганням світлових частинок заломлювальним середовищем, що змінювало швидкість світла. Вони вважали, що в середовищі з більшою оптичною густиною світло має поширюватися швидше, що спричинило неправильне відношення швидкостей у формулі (1.1), тобто V_2/V_1. Для акустичної хвилі в газі або рідині, яка справді є хвилею стиснення, що поширюється у пружному середовищі, такий висновок був би справедливим [10].

З часом, у 1662 р., французький математик П'єр Ферма знайшов найбільш загальну форму закону поширення світла, з якої випливали всі інші закони геометричної оптики – принцип найменшого часу Ферма: *світло проходить в оптичному середовищі між двома точками такою траєкторією, яка потребує найменшого часу* (або є найкоротшим оптичним шляхом $L_{opt} = nL$, де n – показник заломлення середовища, а L – геометрична довжина траєкторії).

У сучасному трактуванні твердження Ферма набуло вигляду варіаційного принципу, проілюстрованого рис. 1.5:

світловий промінь поширюється від точки A до точки B уздовж лінії, час проходження уздовж якої є екстремальним або однаковим із часом проходження уздовж будь-якої іншої лінії, яка з'єднує ці точки, причому

$$\frac{1}{c}\delta\int_A^B dL=0 \qquad (1.2)$$

(читається: «варіація від інтеграла…») [7].

Оптичний шлях між двома точками реальних світлових променів такий, що він потребує екстремального часу проходження порівняно з можливими сусідніми шляхами між цими точками. Світло, яке вийшло з фокуса P, потрапить після відбиття в точці O у фокус Q, пройшовши шлях $PO + OQ$, і будь-які інші траєкторії світла з відбиттям від еліпсоїда матимуть той самий шлях. Якщо промінь, який іде від P до Q, відбивається у точці O від дзеркала меншої кривизни, ніж у еліпсоїда, то шлях буде мінімальним, якщо ж від дзеркала з більшою кривизною – максимальним.

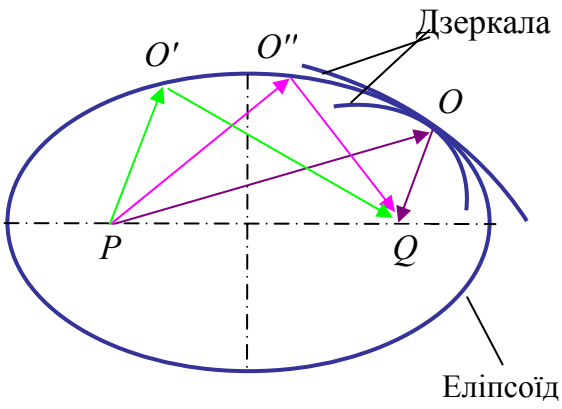

Рис. 1.5. Ілюстрація принципу Ферма

Приклад 1.1. Вивести закон заломлення, скориставшись принципом Ферма.

Розгляньмо два однорідних ізотропних середовища з показниками заломлення n_1 та n_2. Нехай промінь виходить з точки A середовища *1* з показником заломлення n_1 і потрапляє у точку B середовища *2* з показником заломлення n_2, заломлюючись у точці C на межі середовищ. З геометричної побудови рис. 1.6 видно, що час, затрачений на шлях ACB,

$$t = \frac{AC}{V_1} + \frac{CB}{V_2} = \frac{a}{V_1 \cos\psi_1} + \frac{b}{V_2 \cos\psi_2},$$

де V_1 та V_2 – швидкості світла в середовищах *1* та *2*, $V_1 = c/n_1$; $V_2 = c/n_2$.

Положення точок A і B визначається співвідношенням

$$a\tan\psi_1 + b\tan\psi_2 = d.$$

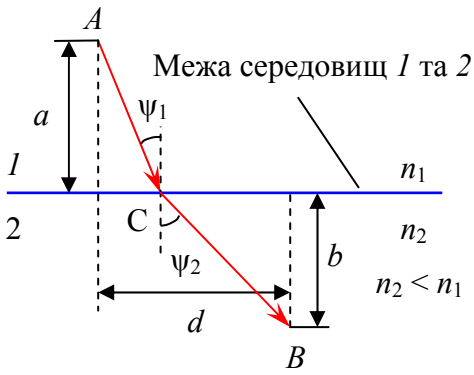

Рис. 1.6. До виведення закону заломлення на основі принципу найменшого часу Ферма

За принципом Ферма промінь, який виходить з точки A, має падати на межу двох середовищ під таким кутом ψ_1, щоб після заломлення потрапити в точку B за екстремальний час (у цьому разі – за мінімальний), що відбуватиметься за $dt/d\psi = 0$. Після диференціювання виразів за t та d отримаємо систему рівнянь:

$$\frac{a\sin\psi_1}{V_1\cos^2\psi_1} + \frac{b\sin\psi_2}{V_2\cos^2\psi_2}\frac{d\psi_2}{d\psi_1} = 0;$$

$$\frac{a}{\cos^2\psi_1}+\frac{b}{\cos^2\psi_2}\frac{d\psi_2}{d\psi_1}=0.$$

Підставляючи $d\psi_2/d\psi_1$ з другого рівняння системи у перше, отримаємо

$$\frac{a\sin\psi_1}{V_1\cos^2\psi_1}-\frac{b\sin\psi_2}{V_2\cos^2\psi_2}\frac{a\cos^2\psi_2}{b\cos^2\psi_1}=0,$$

звідки маємо закон заломлення

$$\frac{\sin\psi_1}{\sin\psi_2}=\frac{V_1}{V_2}=\frac{n_2}{n_1}.$$

У 1665 р. виходить «Фізико-математичний трактат про світло, кольори та райдугу» італійського фізика та астронома Франческо Гримальді, в якому відкривається ще одна властивість світла – відхилення перепоною світла у бік геометричної тіні. Гримальді назвав це явище *дифракцією* і пояснив появою у світловому флюїді, під час його зіткнення з перепоною, хвиль, які відхиляються у бік тіні. Для пояснення кольору світла вчений приписав світлу хвильові властивості:

«Не виключена можливість, що видозміни світла, внаслідок котрих воно постійно забарвлюється у видимі кольори, ...є певною його хвилястістю з дуже частим хвилюванням, завдяки чому... воно діє на орган зору певним, притаманним йому чином» [1].

Так зароджується *хвильова оптика*, колом інтересів якої з часом стануть дифракція, інтерференція, поляризація та когерентність світла. У тому ж 1665 р. побачила світ «Мікрографія» – книга англійського фізика Роберта Гука, в якій серед мікроскопічних спостережень було описано і явище забарвлення в білому світлі тонких плівок – наприклад, мильних бульбашок або масляних плям на воді. Гук розробив свою коливальну модель світла і спробував (без особливого успіху) пояснити явище заломлення і природу кольору. Він розглядав світло як швидкі коливання, які поширюються миттєво або дуже швидко, причому окреме коливання породжує в однорідному середовищі сферу, радіус якої постійно зростає із часом. Так у моделі світла зароджувалася ідея хвильового фронту. І Гримальді, і Гук вважали, що світлові коливання мають поперечний характер [1; 3].

У 1669 р. датський лікар, фізик і математик Еразм Бартолін оприлюднив роботу «Досліди з кристалами ісландського вапнякового шпату, які виявляють незвичайне і дивне заломлення». Світловий промінь у кристалі роздвоювався, і світло йшло крізь кристал двома шляхами, у вигляді двох променів: перший промінь пролягав відповідно до закону заломлення і був названий пізніше *звичайним променем*, а той, що порушував закон і заломлювався навіть у разі нормального падіння світла, – *незвичайним променем*. Був, правда, у кристалі напрямок, уздовж якого роздвоєння не відбувалося, його називали *оптичною віссю кристала*. Явище роздвоєння шляху світла у деяких кристалах назвали *подвійним променезаломленням* [6; 7].

Приклад 1.2. Пластинка кристалічного кварцу, який має подвійне променезаломлення, вирізана паралельно оптичній осі. Показники заломлення для звичайного та незвичайного променів становлять відповідно $n_o = 1{,}54$ та $n_e = 1{,}55$ на довжині хвилі $\lambda = 0{,}6$ мкм. За якої мінімальної товщини пластинки $d_{\min}$ зсув фаз між цими променями становитиме $\Delta\varphi = 180°$?

Зсув фаз між звичайним та незвичайним променями

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d_{\min}.$$

Підставляючи дані, знайдемо

$$d_{\min} = \frac{\lambda\Delta\varphi}{2\pi(n_e - n_o)} = \frac{0{,}6\cdot 10^{-3}\pi}{2\pi(1{,}55 - 1{,}54)} = 0{,}03 \text{ мм}.$$

Приклад 1.3. Таку тонку пластинку, як у прикладі 1.2, вирізати досить складно. Припустімо, що є пластинка товщиною $d^* = 3{,}1$ мм. Якої товщини шар треба з неї зняти, щоб зсув фаз між звичайним та незвичайним променями дорівнював 180°?

Різниця оптичних шляхів звичайного та незвичайного променів $(n_e - n_o)d_{\min}$ є мінімальною величиною, яка забезпечує потрібний зсув фаз $\Delta\varphi$. Зсув фаз між променями не зміниться, якщо різницю оптичних шляхів обох променів збільшити на $m\lambda$, де $m = 0, 1, 2, 3,\ldots$, що приводить до утворення різниці фаз між променями,

$$\Delta\Phi = \Delta\varphi + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d,$$

звідки

$$d = \frac{\lambda}{n_e - n_o}\left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi} + m\right).$$

Потрібне значення m знайдемо як

$$m = \mathrm{Int}\left[\frac{(n_e - n_o)d^*}{\lambda} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right],$$

де Int – цілочислове значення виразу в квадратних дужках. Підставляючи дані, отримаємо $m = 51$, $d = 3{,}09$ мм. Отже, шукана товщина шару пластинки, який треба зняти, $d^* - d = 0{,}01$ мм.

1.3. Корпускулярна модель світла

У 1704 р. побачила світ «Оптика» Ісаака Ньютона, яка значно розширила уявлення про світло. Ньютон створив свою модель світла, найбільш довершену на той час і сповнену гіпотез, які частково підтвердилися лише у XX ст. Теорія кольору набула у деяких аспектах цілком сучасних рис, хоча і викликала критику Гука та інших учених. Знаходимо у Ньютона, що

«усяке однорідне світло має власне забарвлення, що відповідає мірі його заломлюваності, і таке забарвлення не може змінюватися під час відбиття і заломлення» [1].

Ньютон пояснив, що колір тіла зумовлений властивістю його поверхні вибірково поглинати ті чи інші кольорові компоненти білого світла. За допомогою однієї призми Ньютон продемонстрував розкладання білого світла у спектр (аналіз світла) і складання іншою призмою кольорових компонент знову в біле світло (синтез світла). Вчений встановив, що у результаті змішування, наприклад, синього і жовтого світла виникає зелене, і правила змішування застосовні до всіх кольорів спектра.

З Ньютоном пов’язують появу у фізиці корпускулярної моделі світла. Справді, на перших же сторінках «Оптики» він подає таке визначення:

«Під променями світла я розумію його найдрібніші частини як в їх послідовному чергуванні уздовж тих самих ліній, так і в одночасному існуванні на різних лініях» [1].

Для Ньютона корпускула світла − це

«найменше світло або частина світла, ...яка може бути залишена одна, без решти світла, ...поширюється одна чи здійснює щось або зазнає одна чогось такого, чого не здійснює і не зазнає решта світла» [1].

Водночас Ньютон розуміє, що потік корпускул повинен мати і якісь хвильові властивості, наявність яких пояснює відбиття та заломлення світла, його колір, забарвлення тонких плівок і утворення системи кілець (кілець Ньютона) під час освітлення лінзи, притиснутої до плоскопаралельної пластини (рис. 1.7, $\rho^2 = mR\lambda$, де ρ – радіус m-го темного кільця Ньютона; R – радіус кривизни лінзи; λ – довжина хвилі світла). Отже,

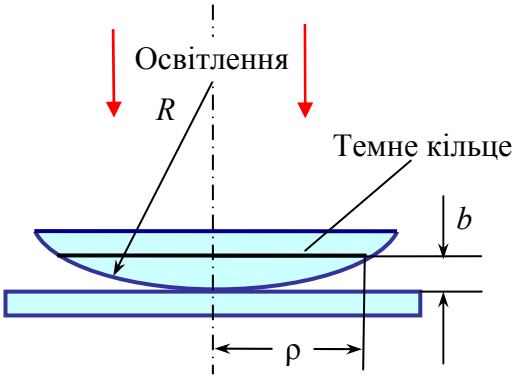

Рис. 1.7. Утворення кілець Ньютона: спостереження кілець Ньютона дозволяє визначити довжину хвилі світла; у відбитому світлі $m = 0$ відповідає темній плямі у центрі

«Найбільші коливання ефіру дають відчуття червоного кольору, найменші й найкоротші – фіолетового, а проміжні – проміжних кольорів» [1].

Для того, щоб пояснити часткове відбиття і заломлення світла на межі двох прозорих середовищ, Ньютон приписує потоку світлових корпускул здатність почергово перебувати у станах слабкого відбиття і слабкого заломлення, причому на основі експерименту з кільцями він отримує просторовий період чергування цих станів, рівний половині середньої довжини хвилі видимого світла. Якщо згадати, що миттєва інтенсивність світлової хвилі змінюється вдвічі швидше за миттєву амплітуду електричного поля цієї хвилі, а довжину хвилі зазвичай визначають за періодичністю зміни саме амплітуди, то можна сказати, що Ньютон визначив довжину хвилі за інтенсивністю. Аналогічну картину спостерігаємо при освітленні фотоприймача, підключеного до осцилографа, лампою розжарювання, струм в якій змінюється з частотою f: на осцилографі маємо синусоїду з частотою $2f$.

Можливість подвійного променезаломлення світла вимагала від Ньютона нових гіпотез, і він вводить у модель, хоча і несміливо, нові, а саме поляризаційні властивості, які виникають внаслідок того, що корпускули мають несферичну форму, і тому не байдуже, яким боком вони падають на межу двох середовищ:

«кожен промінь світла має… дві протилежні сторони, наділені деякою властивістю, від якої залежить незвичайне заломлення, і дві інші сторони, позбавлені цієї властивості» [10].

Ньютон, хоча й описав експерименти з дифракції світла, але зізнався, що це явище потребує детального дослідження, яке він полишає іншим, разом з каверзним запитанням:

«Чи не діють тіла на світло на відстані й чи не вигинають цією дією його променів; і чи не буде за інших рівних умов ця дія найсильнішою на найменшій відстані?» [1].

І справді, у 1804 р. німецький астроном Йохан Зольднер виявив відхилення світла зірки під час його проходження поблизу Сонця, що теоретично обґрунтував у загальній теорії відносності Ейнштейн. Так до моделі світла було додано ще одну властивість, хоча і не пов'язану безпосередньо з дифракцією.

Модель Ньютона містила і певні суперечності, які випливали з невизначеності позиції вченого стосовно ефіру. В одному місці «Оптики» Ньютон писав, що у світловій корпускулі щось коливається, і ці коливання або пов'язані з її внутрішньою природою, або з коливаннями інших матеріальних частинок, викликаними цією корпускулою і переданими їй назад ефірними хвилями. Ці хвилі й спричиняють легке відбиття і легке заломлення корпускули під час проходження межі двох прозорих середовищ. В іншому місці Ньютон доводив неможливість існування ефіру. Але як би там не було, Ньютон вважав, що треба висувати сміливі гіпотези, будувати неймовірні моделі, щоб і далі пізнавати природу.

1.4. Хвильова модель світла

У 1690 р. у «Трактаті про світло» голландського механіка, фізика і математика Хрістіана Гюйгенса було описано хвильову теорію світла. Гюйгенс починає з критики корпускулярної моделі світла: як можуть корпускули проходити без розсіювання крізь тверде тіло і чому не розсіюються корпускули одного пучка на корпускулах іншого під час перетину світлових пучків? І робить висновок, що світло – це не корпускули, а рух якоїсь речовини. Гюйгенс повертається до ідеї Декарта про всюдисущий *ефір* і наділяє його ідеальними жорсткістю і пружністю – властивостями абсолютно твердого тіла, а також повною невагомістю.

У 1678 р. Гюйгенс висуває принцип (принцип Гюйгенса), за яким

кожну точку ефіру, якої досягла у певний момент світлова хвиля, можна розглядати як джерело більш слабких вторинних сферичних хвиль, які під час складання дають обвідну, і вона є хвильовим фронтом первинної хвилі у будь-який наступний момент часу [1; 7].

Очевидно, що у такому вигляді принцип Гюйгенса застосовний тільки до світлових хвиль у вільному просторі; з переходом в інше оптичне середовище на вторинні хвилі потрібно накласти граничні умови. Отже, за Гюйгенсом, поширення світла – це передавання функції випромінювання від точок джерела світла до точок ефіру так, як це відбувається для звуку. Але Гюйгенс помилково приписував коливанням ефіру поздовжній характер, на зразок поздовжніх хвиль пружності (хвиль стиснення), під час поширення звуку у твердому тілі.

У газах та рідинах поширюються тільки поздовжні звукові коливання. У твердих тілах пружні сили можуть викликати коливання молекул і в поперечному напрямку, спричиняючи поперечні звукові хвилі – хвилі зсуву, поляризовані у площині зсуву. Електромагнітні хвилі у вільному просторі мають тільки поперечний характер, тобто вектори електричного і магнітного поля коливаються у площині, перпендикулярній вектору швидкості. Площиною поляризації електромагнітних хвиль вважають площину коливання електричного вектора.

Прямолінійне поширення світла не є очевидним у хвильовій теорії: реальний світловий промінь можна отримати лише як суперпозицію великої кількості вторинних хвиль. Але ця теорія блискуче пояснила і часткове відбиття, і заломлення, і повне внутрішнє відбиття світла, і, нарешті, подвійне променезаломлення. Теорія підтвердила, що в більш щільному середовищі швидкість світла менша. Показник заломлення ісландського шпату для незвичайної хвилі залежить від напрямку, отже, і швидкість цієї хвилі у різних напрямках різна, і хвиля має еліпсоїдальну обвідну. Звичайна хвиля у всіх напрямках поширюється з однаковою швидкістю, і їй відповідає сферична обвідна. Така модель подвійного променезаломлення непогано передбачала хід незвичайного променя за різних кутів падіння. Але якщо поставити ще один кристал шпату так, щоб головні перерізи в обох кристалах були паралельні, модель не спрацьовувала. Не могла вона пояснити і явище дифракції.

Наприкінці XVIII ст. англійський лікар Томас Юнг, досліджуючи

природу людського голосу і шукаючи фізичні аналогії, зацікавився явищем забарвлення тонких плівок у білому світлі й утворення смуг у монохроматичному. Його не задовольняло пояснення Ньютона, яке ґрунтувалося на періодах легкого відбиття і легкого заломлення. Йому спало на думку, що світло, відбите від обох поверхонь тонкої плівки або пластини, може накладатися, підсилюючись в одних місцях і послаблюючись в інших. У 1800 р. вийшов трактат Юнга «Досліди і проблеми зі звуку та світла», де розглядається накладання хвиль. У 1802 р. Юнг надсилає у Королівське товариство доповідь, в якій, зокрема, зазначається:

«Уявіть собі ряд однакових хвиль, які біжать поверхнею озера з певною сталою швидкістю і потрапляють у вузький канал, що веде до виходу з озера. Уявіть собі далі, що… збуджена інша серія хвиль тієї самої величини, які добігають до того ж каналу з тією самою швидкістю, одночасно з першою системою хвиль. Жодна з цих двох систем не порушить іншу, але їх дії складуться: якщо вони підійдуть до каналу таким чином, що вершини однієї системи хвиль збігатимуться з вершинами іншої системи, то вони разом утворюють сукупність хвиль більшої величини; якщо ж вершини однієї системи хвиль припадуть на місця провалів іншої системи, то вони точно заповнять ці провали і поверхня води в каналі залишиться рівною… Я вважаю, що подібні явища відбуваються, коли змішуються дві порції світла, і таке накладання я називаю загальним законом інтерференції світла» [1].

У 1802 р. Юнг провів класичний дослід – спостереження інтерференції від двох невеликих, близько розміщених отворів (або щілин) у непрозорій перегородці, освітлених сонячним світлом крізь щілинку у затемненому вікні (рис. 1.8). У разі перекриття одного з отворів інтерференційні смуги зникали, і на екрані залишалася тільки дифракційна картина, характерна для отвору.

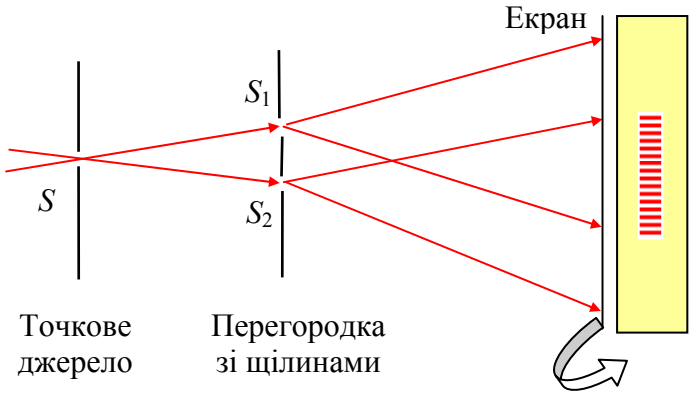

Рис. 1.8. Спостереження інтерференції від двох щілин (дослід Юнга)

Т. Юнг зрозумів, що максимальна інтенсивність інтерференційних смуг спостерігається тоді, коли різниця ходу променів від джерела світла до певної точки на екрані кратна довжині хвилі світла, причому

довжина хвилі для світла різних кольорів буде різною. Він першим встановив, що червоне світло має довжину хвилі близько 0,7 мкм, а фіолетове – 0,4 мкм.

У 1800 р. англійський астроном та оптик Вільям Гершель, переміщуючи чутливий термометр уздовж сонячного спектра, помітив, що температура зростала від фіолетового до червоного кінця спектра, досягаючи максимуму там, де око вже ніякого світла не розрізняло. Так було відкрито інфрачервоне випромінювання. Це велике відкриття Гершель зробив між іншим – між відкриттям планети Уран, виготовленням 122-сантиметрового дзеркального телескопа, відкриттям понад 2500 туманностей та зоряних скупчень, виявленням руху Сонячної системи у просторі, відкриттям подвійних зірок тощо [1].

У 1801 р. німецький фізик Йоган Ріттер, досліджуючи хімічну дію різних ділянок сонячного спектра, виявив, що почорніння світлочутливого хлористого срібла зростає від червоного до фіолетового кінця спектра, сягаючи максимуму за фіолетовою межею спектра, в невидимій області. Відкрите випромінювання назвали ультрафіолетовим. Обидва види випромінювання мали всі основні властивості видимого випромінювання – світла. У цьому ж році Ріттер висунув гіпотезу про дискретну структуру електричного струму. Майже одночасно з Ріттером і незалежно від нього ультрафіолетове випромінювання спостерігав англійський лікар та фізик Вільям Волластон. У 1803 р., досліджуючи спектр випромінювання Сонця, він виявив у ньому темні лінії. Волластон вирішив, що ці лінії просто розділяють різні ділянки спектра і не надав цьому факту особливого значення. Пізніше, 1815 р., німецький фізик Йозеф Фраунгофер помітив у спектрі полум’я свічки яскраву жовту лінію (відому тепер як жовта лінія натрію):

«Я вирішив з’ясувати, чи можна бачити подібну світну лінію у сонячному спектрі. І я за допомогою телескопа виявив не одну лінію, а дуже велику кількість вертикальних ліній, різких і слабких, які все ж були темніші за решту спектра, а деякі з них здавалися зовсім чорними» [1].

Англійський учений Вільям Телбот, один із винахідників фотографії, досліджуючи 1834 р. спектр випромінювання полум’я спирту з домішками різних солей, помітив:

«Коли у спектрі полум'я з'являються які-небудь чіткі лінії, вони характеризують метал, що міститься в полум'ї» [1].

Це означало, що світло є носієм інформації про хімічний склад джерела випромінювання. Світло якоїсь віддаленої зірки, яке йде до Землі мільйони років, містить інформацію про наявність у високотемпературній плазмі зірки тих чи інших хімічних елементів.

У 1849 р. французький фізик Жан Леон Фуко продемонстрував зв'язок між лінією випромінювання і лінією поглинання: жовта лінія Na сонячного випромінювання ставала у спектрі чорною лінією, коли він пропускав випромінювання крізь область електричного дугового розряду, світіння якого теж містило у спектрі жовту лінію.

Значною мірою появі спектрального аналізу сприяли дослідження німецьких вчених Густава Кірхгофа та Роберта Бунзена. У 1860 р. Кірхгоф сформулював закон інверсії спектра, за яким

довжини хвиль ліній у спектрі випромінювання і спектрі поглинання газу збігаються.

Це дало йому змогу пояснити, що чорні лінії, які спостерігав у сонячному спектрі Фраунгофер, були лініями поглинання; їх назвали *фраунгоферовими лініями* [1; 7].

На початку XIX ст. у фізиці панувала корпускулярна теорія світла, запропонована Ньютоном, але значно спрощена, без його гіпотез про наявність у потоці світлових корпускул хвильових властивостей. Цю теорію підтримували найбільш витончені аналітики того часу – французькі вчені П'єр Лаплас, Сімеон Пуассон та Жан Біо, для яких математична строгість теорії була понад усе. Намагання Т. Юнга пояснити інтерференцією явно неінтерференційні явища, поверхневий математичний аналіз цих явищ стали предметом різкої критики вченого, зокрема з боку Лапласа.

У 1808 р. французький військовий інженер Етьєн Малюс помітив, що світло, відбите від води під кутом 52°45′, має такі самі властивості, як після проходження кристала ісландського шпату. У 1810 р. з'явилася робота «Теорія подвійного променезаломлення у кристалічних речовинах», в якій Малюс повернувся до ідеї Ньютона про корпускули з «різними боками». Світло, в якому корпускули зорієнтовані однаково, Малюс назвав *поляризованим*. Подальші дослідження засвідчили, що

кут відбиття, за якого спостерігається повна поляризація світла, залежить від показника заломлення середовища, від якого відбивається світло (ця закономірність справедлива тільки для прозорих діелектриків; поляризація світла під час відбиття від металів має складніший характер) [1; 7].

У 1811 р. французький вчений Домінік Араго, прихильник хвильової теорії світла, відкрив явище *хроматичної поляризації*: пропускаючи біле поляризоване світло крізь пластинку з гірського кришталю (кристалічного кварцу), за якою містився кристал ісландського шпату, він отримав два пучки, звичайний і незвичайний, забарвлені у додаткові кольори. *Додаткові кольори* здатні у разі змішування утворювати білий колір; так, змішуючи у певній пропорції синє і жовте світло з довжиною хвиль відповідно 480 і 580 нм, отримаємо суто фізіологічне відчуття білого світла. Найбільш цікавим у досліді Араго було те, що з поворотом кристала шпату обидва пучки змінювали свої кольори, які залишалися додатковими. Те, що спостерігав Араго, було наслідком обертання площини поляризації світла у кристалі кварцу, причому в 1815 р. Араго помітив, що деякі речовини повертають площину поляризації за годинниковою стрілкою, а деякі – проти. У цьому ж році він відкрив явище колової поляризації світла. Заслугою Араго є також те, що він уперше встановив, що світло, яке йде від Місяця, комет та райдуги, є поляризованим, а отже, можна припустити, що воно є відбитим сонячним випромінюванням (неполяризоване світло під час відбиття стає частково поляризованим) [7; 8].

Жан Біо виявив у 1815 р. *оптичну активність*, тобто обертання площини поляризації, і в деяких інших кристалах та органічних речовинах, зокрема в рідинах. У тому ж році шотландський фізик Девід Брюстер виявив закономірність, названу пізніше законом Брюстера [7]:

відбитий промінь є повністю поляризованим, а заломлений – максимально поляризованим, якщо ці промені перпендикулярні один до одного.

Французький шляховий інженер Огюстен Френель, захоплений бурхливим розвитком уявлень про світло, почав самотужки вивчати фізичну оптику і провів власні досліди зі світлом. У 1815 р. Френель спостерігає інтерференцію світла в області тіні від тонкого дроту, яка утво-

рюється внаслідок накладання пучків світла, дифрагованих на краях дроту (рис. 1.9). Для того, щоб продемонструвати інтерференцію в чистому вигляді, без крайових ефектів, Френель провів дослід з двома дзеркалами (1816 р.), як показано на рис. 1.10 [7].

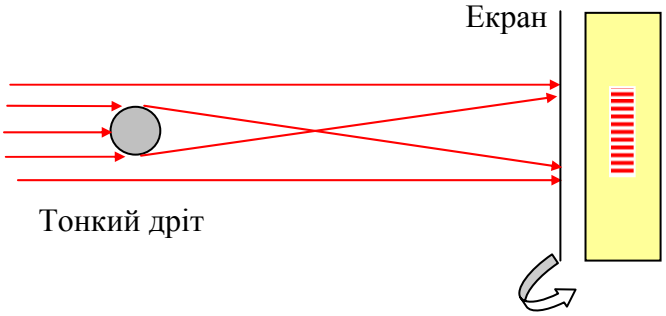

Рис. 1.9. Спостереження інтерференції в області тіні від тонкого дроту

У своїй роботі з теорії дифракції, поданій у 1818 р. на конкурс Паризької академії наук, він поєднав принцип елементарних хвиль, принцип обвідної і принцип інтерференції, що дало змогу пояснити у межах хвильової моделі прямолінійність поширення світла, а також незрозумілі дифракційні ефекти, зокрема появу темної плями в центрі світлого диска, що спостерігається на картині дифракції на маленькому круглому отворі. Такий синтез трьох принципів назвали *принципом Гюйгенса–Френеля*.

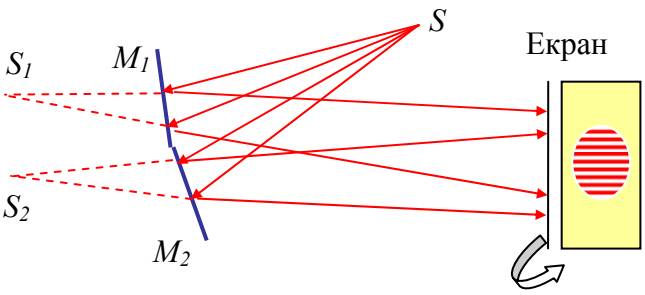

Рис. 1.10. Спостереження інтерференції від двох нахилених під невеликим кутом дзеркал M_1 та M_2

Френель разом з Араго виявив, що пучки світла, поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах, між собою не інтерферують ні за яких обставин. Оскільки поздовжні звукові коливання, які спостерігаються в газах, ніяких поляризаційних ефектів не виявляють, Френель змушений був погодитися з поперечністю світлових коливань.

Френелівська модель світла, запропонована 1821 р., стала викликом більш-менш усталеним поглядам на природу світла, основою яких були корпускулярні ідеї Ньютона, причому сильно спрощені. Поперечні коливання спостерігалися тільки у твердих тілах, тому Френель зробив висновок, що для поширення світла потрібно невагоме, ідеально пружне та тверде, всюдисуще середовище – ефір Декарта, саме та гіпотетична субстанція, завдяки якій Гюйгенс свого часу сформулював принцип поширення світлових коливань. Така модель світла дала змогу Френелю

пояснити часткове відбиття світла на межі двох прозорих діелектричних середовищ, яке стали називати *френелівським відбиттям*, знайти коефіцієнти відбиття для світла, поляризованого як у площині падіння, так і перпендикулярно до неї (площиною падіння називають площину, утворену падаючим променем і перпендикуляром до межі двох середовищ у точці падіння променя).

Формули Френеля для амплітудних коефіцієнтів відбиття мають вигляд (відповідно при поляризації світла у площині падіння та в перпендикулярній площині):

$$r_{\parallel} = -\frac{\tan\left(\psi_1 - \psi_2\right)}{\tan\left(\psi_1 + \psi_2\right)};$$

$$r_{\perp} = -\frac{\sin\left(\psi_1 - \psi_2\right)}{\sin\left(\psi_1 + \psi_2\right)},$$

де ψ_1 та ψ_2 – відповідно кути падіння та заломлення променя [6; 7].

Для переходу від амплітудних коефіцієнтів відбиття до коефіцієнтів відбиття за інтенсивністю перші треба просто піднести у квадрат:

$$R_{\parallel} = \left[\frac{\tan\left(\psi_1 - \psi_2\right)}{\tan\left(\psi_1 + \psi_2\right)}\right]^2; \tag{1.3}$$

$$R_{\perp} = \left[\frac{\sin\left(\psi_1 - \psi_2\right)}{\sin\left(\psi_1 + \psi_2\right)}\right]^2. \tag{1.4}$$

За нормального падіння світла із середовища з показником заломлення n_1 в середовище з показником заломлення n_2 коефіцієнти відбиття для обох поляризацій збігаються:

$$r = r_{\parallel} = r_{\perp} = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}; \tag{1.5}$$

$$R = r^2 = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2.$$

У разі падіння світла під *кутом Брюстера*

$$\psi_{Br} = a\tan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

маємо

$$R_{Br\|} = r_{Br\|}^2 = 0;$$

$$r_{Br\perp} = -\frac{n_2/n_1 - 1}{n_2/n_1 + 1};$$

$$R_{Br\perp} = r_{Br\perp}^2 = \left(\frac{n_2/n_1 - 1}{n_2/n_1 + 1}\right)^2. \qquad (1.6)$$

Приклад 1.4. Знайти коефіцієнт відбиття лінійно поляризованого світла, в якого електричний вектор **E** складає кут α з перпендикуляром до площини падіння.

Розкладімо вектор **E** на складові – паралельну та перпендикулярну площини падіння: $E_{\|} = E\sin\alpha$; $E_{\perp} = E\cos\alpha$. Їм відповідають складові інтенсивності падаючого світла $I_{\|} = I\sin^2\alpha$ та $I_{\perp} = I\cos^2\alpha$, де E – напруженість електричного поля світлової хвилі, а I – її інтенсивність, причому $I = E^2$.

Інтенсивність відбитого світла

$$I' = I'_{\|} + I'_{\perp} = \left(R_{\|}\sin^2\alpha + R_{\perp}\cos^2\alpha\right)I,$$

де коефіцієнти відбиття за інтенсивністю знаходять за формулами (1.3) та (1.4).

Коефіцієнт відбиття світла, поляризованого під кутом α до нормалі, поставленої до площини падіння,

$$R = \frac{I'}{I} = \left[\frac{\tan(\psi_1 - \psi_2)\sin\alpha}{\tan(\psi_1 + \psi_2)}\right]^2 + \left[\frac{\sin(\psi_1 - \psi_2)\cos\alpha}{\sin(\psi_1 + \psi_2)}\right]^2. \qquad (1.7)$$

Приклад 1.5. Визначити коефіцієнт відбиття неполяризованого світла від поверхні тіла, якщо відомі коефіцієнти відбиття $R_{\|}$ та $R_{\perp}$ для світла з лінійною поляризацією.

Неполяризоване світло можна розглядати як лінійно поляризоване, але з однаковою ймовірністю знайти вектор поляризації **E** під будь-яким кутом α до нор-

малі до площини падіння пучка. Це означає, що потрібно усереднити коефіцієнт відбиття (1.7) за всіма α у межах від 0 до 2π, що дає

$$\left\langle \sin^2 \alpha \right\rangle = \left\langle \cos^2 \alpha \right\rangle = 0,5.$$

Коефіцієнт відбиття неполяризованого світла

$$\overline{R} = \frac{R_{\parallel} + R_{\perp}}{2}.$$

Дослід Френеля з бідзеркалом (рис. 1.10) показав, що інтерференцію світла можна отримати не тільки від реальних когерентних джерел, якими є дві освітлені точковим джерелом щілини в досліді Юнга (рис. 1.8), але і від двох уявних зображень точкового (або щілинного) джерела. Уявні зображення точкового джерела спрацьовують як когерентні джерела. Очевидно, що когерентними також будуть саме джерело та його уявне зображення.

Для спостереження інтерференції світла від щілинного джерела та його уявного зображення треба на одному рівні зі щілиною встановити горизонтально скляну пластину так, щоб око бачило щілину на поверхні пластини (рис. 1.11). Змішування прямих та відбитих променів зумовлює появу горизонтальних інтерференційних смуг, які розглядають через лупу, сфокусовану на край пластини. Перша темна смуга збігається з поверхнею пластини і це означає, що унаслідок відбиття від скла світлова хвиля опинилася у протифазі з хвилею, яка йде паралельно пластині, тобто під час відбиття від діелектрика відбулася фазова затримка хвилі на $\Delta\varphi = \pi$ або, як кажуть, втрата хвилею півхвилі. Знак «мінус», який з'являвся у френелівських формулах для амплітудних коефіцієнтів відбиття, якраз і відображав факт втрати половини довжини хвилі ($\lambda/2$) при відбитті хвилі від межі двох діелектричних середовищ.

Описаний дослід був одним із перших експериментальних підтверджень зсуву фази хвилі під час відбиття. Якщо електромагнітна хвиля відбивається від металу, зсув фази визначається комплексним показником заломлення металу [6]:

$$n' = n(1 - i\kappa) = n - i\frac{\alpha\lambda}{4\pi}, \qquad (1.8)$$

де n – показник заломлення металу (на довжині хвилі 589 нм показник

заломлення, наприклад, міді $n = 0{,}64$, а добуток $n\kappa = 2{,}62$; для срібла $n = 0{,}18$, а $n\kappa = 3{,}64$); α – коефіцієнт поглинання, який визначає, що під час проходження світлом у металі шляху z інтенсивність світла експоненціально зменшується від початкової I_0 в $e \approx 2{,}72$ разу; λ –довжина світлової хвилі у вакуумі.

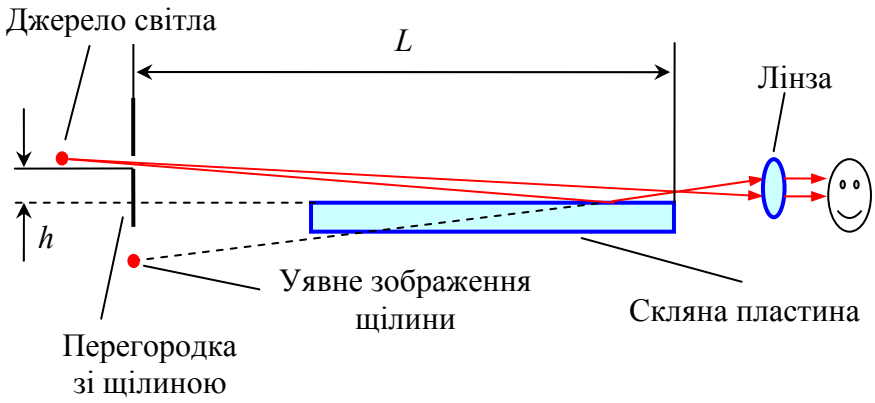

Рис. 1.11. Спостереження втрати світловою хвилею півхвилі у разі відбиття від діелектрика (скла)

Для знаходження амплітудного коефіцієнта відбиття світла від металу (за нормального падіння світла з повітря на метал) можна скористатися формулою (1.5), підставивши в неї замість n комплексний показник заломлення n'. Тоді коефіцієнт відбиття за інтенсивністю можна знайти комплексним спряженням (позначеним «зірочкою») амплітудного коефіцієнта відбиття:

$$R = \left[\frac{n(1-i\kappa)-1}{n(1-i\kappa)+1}\right]\left[\frac{n(1-i\kappa)-1}{n(1-i\kappa)+1}\right]^{*} = \frac{(n-1)^2+\kappa^2 n^2}{(n+1)^2+\kappa^2 n^2}.$$

Зсув фази відбитої хвилі становитиме при цьому

$$\Delta\varphi = a\tan\left(\frac{2\kappa n}{1-n^2-\kappa^2 n^2}\right).$$

1.5. Аналогія оптики з механікою

У 1828 р. ірландський фізик і математик Вільям Гамільтон теоретично передбачив явище конічної рефракції у двовісному кристалі, яке невдовзі було експериментально підтверджено і стало вагомим аргумен-

том на користь хвильової теорії. Гамільтон вважав, що можна взагалі не робити вибору між корпускулярною та хвильовою гіпотезами, а описувати оптичні явища формальною мовою запропонованої ним «математичної оптики». В основу математичного апарату геометричної оптики було покладено характеристичну функцію, названу згодом функцією Гамільтона. У 1835 р. Гамільтон узагальнив формалізовану теорію оптичних явищ, застосувавши її до динаміки, і *функція Гамільтона*, виражена через узагальнені координати q_i та узагальнені імпульси p_i, стала енергетичною характеристикою механічної системи. Рух у потенціальному силовому полі *голономної механічної системи*, тобто системи, зв'язки в якій мають суто геометричний характер і не залежать явно від часу, описується функцією Гамільтона $H(q_i, p_i) = W_k + W_p$, яка є просто сумою кінетичної (W_k) та потенціальної (W_p) енергій. Знаючи цю функцію, можна скласти диференціальні рівняння руху системи [1; 6].

Німецький математик Карл Якобі надав цій теорії найбільш загального і довершеного вигляду, і вона входить у фізику як теорія Гамільтона–Якобі. Окремий випадок рівняння Гамільтона–Якобі – диференціальне рівняння в окремих похідних першого порядку, що описує рух матеріальної точки масою m у стаціонарному потенціальному полі з потенціалом $U(x, y, z, t)$, яке має вигляд

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \left(\frac{1}{2m}\right)\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2\right] - U\left(x, y, z, t\right) = 0, \quad (1.8)$$

де S – дія за Гамільтоном за проміжок часу τ, яка для потенціального поля становить

$$S = \int_0^{\tau} (W_k - W_p)dt.$$

Дія є фізичною величиною з розмірністю добутку енергії на час. Найменшу дію, яку може виконати будь-яка система, у XX ст. назвуть *елементарним квантом дії*, або сталою Планка (h), і вона стане фундаментальною сталою фізичного світу.

Основним рівнянням геометричної оптики є рівняння ейконалу

$$\left(\frac{\partial S_0}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S_0}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S_0}{\partial z}\right)^2 = n^2(x, y, z), \qquad (1.9)$$

де $S_0(x, y, z)$ – ейконал, а $n(x, y, z)$ – показник заломлення середовища.

Ейконал – це функція, яка визначає оптичну довжину шляху світла між двома довільними точками, одна з яких перебуває у просторі предметів, а друга – у просторі зображень. Рівняння ейконалу – це рівняння руху променя між цими точками. Гамільтон встановив, що існує глибока аналогія між механікою та оптикою. Рівняння ейконалу – це фактично рівняння Гамільтона–Якобі (1.8) для механічної системи, на яке накладено умову (1.2) – принцип найменшого часу Ферма.

Аналогія між механікою та оптикою, яка стала основою корпускулярної теорії світла Ньютона і яку, здавалося б, успіхи хвильової теорії мали відкинути як неадекватну гіпотезу, відроджувалася. І це відбувалося попри те, що Гамільтон намагався не віддавати переваги жодній з гіпотез про природу світла. Розгляньмо деякі аспекти цієї аналогії [6].

- Якщо функція Гамільтона H не містить в явному вигляді час t, то дію за Гамільтоном можна подати як

$$S = S_0(q_i) - Wt,$$

де S_0 – скорочена дія, або дія за Лагранжем; W – повна енергія системи. Дію S_0 знаходять як повний інтеграл диференціального рівняння в окремих похідних Гамільтона–Якобі

$$H\left(q_i, \frac{\partial S_0}{\partial q_i}\right) = W.$$

Дія S_0, яку виконує голономна механічна система у стаціонарному потенціальному полі, є ейконалом оптичної системи. Поверхня, яка задовольняє умову $S_0(q_i) = \text{const}$, є *хвильовим фронтом*, а траєкторія, всюди ортогональна до цієї поверхні, – *променем* світлової хвилі.

- Імпульсу **p** матеріальної точки в механіці відповідає хвильовий вектор **k** в оптиці ($p = mV \leftrightarrow k = 2\pi/\lambda$, де m – маса матеріальної частинки; V – швидкість частинки; λ – довжина світлової хвилі).

• Матеріальній точці в механіці відповідає *хвильовий пакет* в оптиці, який являє собою суперпозицію в обмеженій просторовій області монохроматичних хвиль, що мають вузький спектральний діапазон.

• Швидкості матеріальної точки може відповідати *групова швидкість хвилі* – швидкість хвильового пакета, яка у середовищі без поглинання є швидкістю перенесення енергії.

• Аналогом енергії матеріальної точки є частота світлової хвилі.

• Оптичному принципу найменшого часу Ферма в механіці відповідає *принцип найменшої дії Мопертюї*:

$$\delta\int_A^B \sqrt{W_k - W_p}\, dl = 0.$$

Інколи і дія, і час можуть набувати максимальних значень, тому назва принципів не відповідає їх суті, про що нагадували свого часу Лагранж та Гамільтон.

• Потенціальній енергії матеріальної точки $W_p(x, y, z)$ в механіці відповідає показник заломлення $n(x, y, z)$ в оптиці.

Наведені аспекти аналогії механіки та оптики стали очевидними з часом, але заслуга Гамільтона та Якобі полягала в тому, що була побудована математична модель світла, інтерпретація якої наступними поколіннями фізиків привела до створення квантової механіки.

Оптика розвивалась у трьох напрямах – геометричному, фізичному та фізіологічному.

Геометрична оптика – це оптика нескінченно малих довжин хвиль, для яких оптичні закони виражаються геометричними співвідношеннями, в яких світло представлено променями, а оптичні елементи – формою поверхні та показником заломлення. Закони прямолінійного поширення світла, незалежності світлових пучків, відбиття та заломлення світла, принцип найменшого часу Ферма є теоретичним базисом геометричної оптики. Завданням геометричної оптики є знаходження траєкторії променів у середовищі з відомою залежністю показника заломлення від координат та відомою формою заломних та відбивних поверхонь (пряма задача) або знаходження форми цих поверхонь та залежності показника заломлення від координат, за яких промені рухаються заданою траєкторією (обернена задача).

Геометричну оптику використовують для розрахунків оптичних елементів та систем, для аналізу умов формування зображень та встановлення відповідності між точками предмета та точками його зображення. У межах параксіальної оптики – оптики променів, які йдуть через оптичну систему майже паралельно і залишаються поблизу її оптичної осі – стає можливим застосування матричних методів, які дозволяють формалізувати та значно спростити розрахунки оптичних систем.

Фізична оптика вивчає всі проблеми, пов'язані з природою оптичного випромінювання та оптичних явищ. Основним її розділом є *хвильова оптика* – фізичні принципи поширення хвиль, їх взаємодії з оптичним середовищем, зокрема – анізотропним, дисперсії, поляризації та деполяризації хвиль, відбиття та заломлення, дифракції на перепонах та неоднорідностях середовища, інтерференції когерентних хвиль. Математичний апарат хвильової оптики ґрунтується на рівняннях Максвела та співвідношеннях, які описують згадані явища. Електричні й магнітні властивості оптичного середовища, подані у рівняннях Максвела відповідно електричною (ε) та магнітною (μ) проникностями середовища, пов'язані з показником заломлення n співвідношенням

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}.$$

Поширення світлових хвиль в ізотропному середовищі відбувається з однаковою швидкістю, і показник заломлення ізотропного середовища не залежить від напрямку поширення світла за умови, що джерело хвиль не рухається відносно середовища. Показник заломлення анізотропного оптичного середовища не є сталою величиною, а залежить від напрямку поширення світлових хвиль, швидкості та напрямку руху джерела світла відносно середовища, прикладених до середовища електричного та магнітного полів, а для потужних лазерних пучків – і від інтенсивності світла.

Іншим великим розділом фізичної оптики є *квантова оптика*, в якій оптичне випромінювання подане елементарними частинками – фотонами (квантами випромінювання) і яка розглядає їх обмін енергією з середовищем та іншими частинками.

Фізіологічна оптика вивчає механізми світлової чутливості зорових аналізаторів людини та тварин, формування зображень та психологію зорового сприйняття.

Контрольні запитання і задачі

1. Опишіть відбиття білого світла від бокової сторони мильного пухиря залежно від його розмірів та товщини плівки.

2. Проведіть аналогію між механікою та оптикою. Поясніть фізичний зміст принципу найменшого часу Ферма.

3. Знайдіть коефіцієнт відбиття світла від пластинки арсеніду галію GaAs з показником заломлення $n = 3{,}6$ за нормального падіння світла.

4. Знайдіть коефіцієнти відбиття світла, поляризованого у площині падіння та в перпендикулярній площині, для скляної пластинки з показником заломлення $n = 1{,}5$, нахиленої під кутом Брюстера до оптичної осі.

5. Проаналізуйте, як потрібно розмістити в горизонтальному лазерному пучку, поляризованому у вертикальній площині, пластинку ніобату літію $LiNb0_3$ з показником заломлення $n = 2{,}4$, щоб мінімізувати оптичні втрати на відбиття.

6. Поясніть, чому неполяризоване світло під час відбиття стає частково поляризованим.

7. Поясніть механізм виникнення фраунгоферових ліній у спектрі випромінювання Сонця.

8. Чим відрізняється неполяризоване світло від світла з коловою поляризацією?

9. Які властивості приписував ефіру Декарт?

10. Як пояснював Ньютон поведінку світлових корпускул на межі двох прозорих середовищ?

11. Під час спостереження за певним темним кільцем Ньютона було помічено, що зміна довжини хвилі світла з $\lambda_1 = 500$ нм до λ_2 збільшує радіус кільця на 20 %. Знайдіть λ_2.

12. Що вивчає фізична оптика?

13. Поясніть суть експерименту, запропонованого Галілеєм для вимірювання швидкості світла. Як можна реалізувати його у наш час?

14. У чому полягає суть закону про незалежність світлових пучків? Продемонструйте цей закон у процесі формування оптичного зображення.

15. Що таке хвильовий пакет? Наведіть приклади хвильових пакетів.

16. Як уявляли природу світла послідовники Піфагора та атомісти?

17. Як розвивалася модель світла в середні віки?

18. Опишіть модель світла, запропоновану Ньютоном.

19. Поясніть, чому людина бачить себе у дзеркалі перевернутою зліва направо і не бачить перевернутою догори ногами?

20. На матеріал з показником заломлення n світло падає під кутом Брюстера ψ_{Br}. Покажіть, що справедливе співвідношення $n = \tan \psi_{Br}$.

21. Коефіцієнт відбиття світла від пластинки арсеніду галію GaAs за нормального падіння $R = 0{,}33$. Знайдіть кут Брюстера для цієї пластинки.

22. У книжці італійського фізика Джамбатіста де ла Порти «Природна магія» (1558 р.) описано експеримент, в якому перед сферичним дзеркалом розміщували великий шматок льоду, а у фокусі спостерігали відчутне зниження температури. Проаналізуйте, чи справді таке могло бути. Як сучасними засобами перевірити твердження Порти?

23. Що вивчає геометрична оптика?

24. Світло з довжиною хвилі $\lambda = 633$ нм переходить з повітря у кристал з показником заломлення $n = 2{,}4$. Знайдіть частоту і довжину хвилі світла всередині кристала.

25. Що таке групова швидкість світла?

26. В одну точку на поверхні кристалічної пластини падають два лазерних промені, перший – вертикально, а другий – під кутом $\psi_1 = 6°$. Якою буде відстань між ними на виході з пластини, якщо товщина пластини $d = 1$ см, а її показник заломлення $n = 2{,}4$?

27. Якими дослідами було підтверджено хвильову природу світла?

28. Що таке поляризація світла?

29. Що вивчає хвильова оптика?

30. Як найпростіше зробити сонячне світло поляризованим?

31. Що вивчає квантова оптика?

32. Порівняйте принципи відносності Галілея та Ейнштейна.

33. Скляна пластина з показником заломлення $n_2 = 1{,}5$ лежить у воді (показник заломлення води $n_1 = 1{,}33$). Знайдіть коефіцієнт відбиття світла за інтенсивністю R від передньої поверхні пластини за нормального падіння.

34. Скляна пластина з показником заломлення $n_2 = 1{,}5$ лежить у воді (показник заломлення води $n_1 = 1{,}33$). Знайдіть коефіцієнт відбиття світла

за інтенсивністю R, який враховує відбиття від передньої та задньої поверхонь пластини за нормального падіння світла. Втратами у склі можна знехтувати.

35. У досліді (рис. 1.11), який проводився з лазерним випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 660$ нм, перша темна смуга спостерігалася на поверхні скляної пластини, а друга – на відстані $d = 0{,}5$ мм. На якій висоті H над поверхнею пластини містилося щілинне джерело світла, якщо його відстань від краю пластини, на який наводився фокус лінзи, становить $L = 0{,}6$ м?

Рекомендована література: [1]; [2]; [3]; [4]; [5]; [6]; [7]; [8]; [9]; [10].

Глава 2

ХВИЛЬОВА МОДЕЛЬ СВІТЛА

Дві теорії будови матерії змагаються одна з одною зі змінним успіхом з найдавніших часів: теорія заповнення Всесвіту і теорія атомів та порожнечі.

Теорія заповнення Всесвіту пов'язана з ученням про математичну неперервність, і її математичні методи – це методи диференціального обчислення, котрі є адекватним вираженням відношень неперервної кількості.

Теорія атомів та порожнього простору приводить нас до визнання важливості вчень про цілі числа та скінченні відношення.

Джеймс Максвел, англійський фізик

2.1. Вимірювання швидкості світла

Швидкий розвиток у XIX ст. фундаментальної фізики сприяв значному вдосконаленню моделі світла. Модель набуває нових рис, стає більш універсальною. Вчені починають розуміти, що у властивостях світла віддзеркалюються найбільш потаємні механізми існування самої природи. Потребують переосмислення усталені з давніх-давен поняття простору, часу та руху.

У теоретичній роботі 1842 р. австрійського фізика Крістіана Доплера було відкрито нову незвичайну властивість світла (і взагалі – хвиль будь-якої природи): рух джерела коливань відносно спостерігача зі швидкістю V збільшував частоту коливань зі зближенням і зменшував з віддаленням, так що частота

$$\nu = \nu_0 \left(1 \pm \frac{V}{c} \right), \tag{2.1}$$

де ν_0 – частота коливань, яку приймає спостерігач коли джерело коливань нерухоме; c – швидкість поширення коливань у середовищі, в якому перебувають джерело і спостерігач (рис. 2.1) [17].

Як змінюється колір ракети для нерухомого спостерігача за трьох значень швидкості ракети відносно джерела показано на рис. 2.1. Зближенню об'єктів відповідає знак «+» у формулі (2.1).

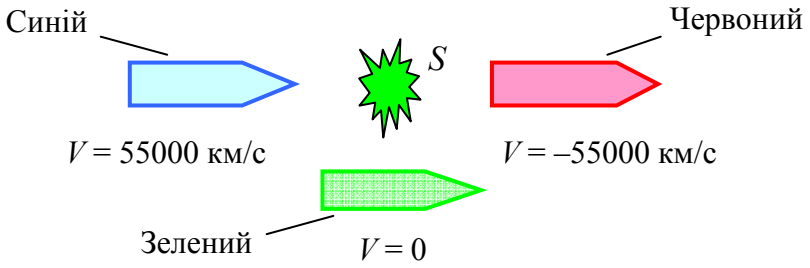

Рис. 2.1. Ілюстрація поздовжнього ефекту Доплера

У 1849 р. французький фізик Арман Фізо провів перший лабораторний дослід з вимірювання швидкості світла методом переривань (рис. 2.2). Фізо пропустив світло між зубцями зубчатого колеса, яке оберталося з великою швидкістю, повернув світло назад дзеркалом, віддаленим на 8,6 км, і визначив швидкість обертання, за якої відбите світло не перекривалося зубцем, а проходило між двома наступними зубцями. В експерименті було отримано швидкість світла 313 274 км/с [17]. У сучасній версії цього методу замість зубчатого колеса використовують швидкодійний електрооптичний модулятор світла.

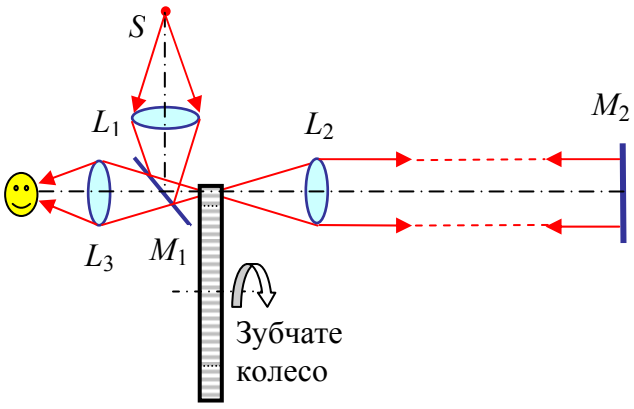

Рис. 2.2. Схема досліду Фізо з вимірювання швидкості світла методом переривань

У 1850 р. французький фізик Жан Леон Фуко експериментально порівняв швидкість світла в різних середовищах – у воді склала 3/4 швидкості в повітрі. Дослідження Фуко завдали відчутного удару по корпускулярній теорії, яка передрікала вищу швидкість світла в більш щільному середовищі, і стали аргументом на користь хвильової теорії.

У 1862 р. Фуко виміряв швидкість світла в повітрі й отримав точніше значення: (298000 ± 500) км/с. Для своїх експериментів Фуко використав метод обертового дзеркала, який у 1838 р. запропонував Д. Араго (рис. 2.3). Суть методу полягала в тому, що світло двічі

проходило шлях між двома дзеркалами, одне з яких оберталося з великою швидкістю, вимірюваною стробоскопічним методом. Обертання дзеркала викликало поворот променя, відбитого від цього дзеркала в напрямку окуляра, причому кут повороту визначався часом подвійного проходження відстані між дзеркалами (остання становила 4 м). Цей метод значно удосконалив американський фізик Альберт Майкельсон, який у 1926 р. отримав значення швидкості світла, що дорівнювало (299796 ± 4) км/с (відстань між дзеркалами, розміщеними на гірських вершинах, становила 35,4 км). Одним з найбільш точних сучасних методів вимірювання швидкості світла є метод одночасного вимірювання частоти і довжини хвилі світла, тобто величин, добуток яких дає швидкість світла $c = \lambda\nu$. Інші методи – радіогеодезичний, резонаторний та мікрохвильової інтерферометрії мають приблизно на порядок меншу точність. Поки що вважають, що швидкість світла у вакуумі становить $c = (299792458 \pm 1{,}2)$ м/с [7].

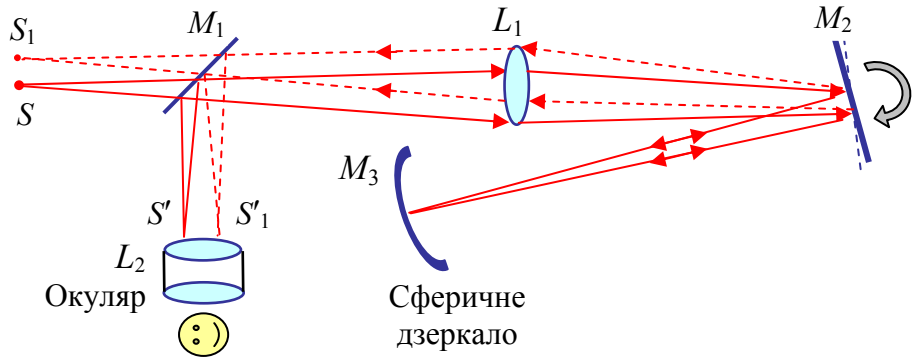

Рис. 2.3. Схема досліду Фуко з вимірювання швидкості світла методом обертового дзеркала

Приклад 2.1. Знайти різницю ходу ΔL паралельних променів *1* та *2*, відбитих від передньої та задньої поверхонь тонкої скляної пластини товщиною d, якщо показник заломлення скла дорівнює n, а світло з довжиною хвилі λ падає на пластину під кутом ψ_1 (рис. 2.4).

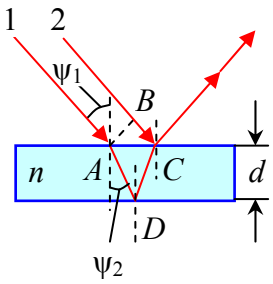

Рис. 2.4. Інтерференція світла у разі відбиття від тонкої пластини

Різниця ходу променів *1* та *2*, відбитих відповідно від задньої та передньої поверхонь пластини,

$$\Delta L = n(AD + DC) - BC - \frac{\lambda}{2},$$

де $\lambda/2$ – додаткова різниця ходу, яка виникає під час відбиття світла з довжиною

хвилі λ від більш щільного діелектричного середовища («втрата півхвилі під час відбиття»). З геометричної побудови маємо

$$AD = DC = \frac{1}{\cos\psi_2}; \quad n(AD + DC) = \frac{2nd}{\cos\psi_2};$$
$$BC = AC\sin\psi_1.$$

Враховуючи те, що $n = \sin\psi_1 / \sin\psi_2$, отримаємо

$$\Delta L = 2nd\cos\psi_2 - \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\psi_1} - \frac{\lambda}{2}.$$

Приклад 2.2. Визначити, за якої ширини спектра випромінювання Δλ зникає інтерференція світла, відбитого під кутом ψ від скляної пластини товщиною *d* з показником заломлення *n*.

Порядок інтерференційного максимуму m в інтерференційній картині (номер, який присвоюється інтерференційній смузі або інтерференційному кільцю) визначається різницею ходу $\Delta L = m\lambda$. Нехай промені *1* та *2* (рис. 2.4) утворюють максимум *m*-го порядку в інтерференційній картині. Інтерференція зникає, якщо максимум *m*-го порядку для світла з довжиною хвилі $\lambda + \Delta\lambda$ збігається з максимумом $(m + 1)$-го порядку для світла з довжиною хвилі λ: $(m + 1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$ або $\Delta\lambda = \lambda/m$.

Отже, під час відбиття світла від пластини інтерференція зникає, якщо ширина спектра випромінювання зростає до величини

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta L} = \lambda^2 / \left(2d\sqrt{n^2 - \sin^2\psi} - \frac{\lambda}{2}\right).$$

2.2. Спроби виявити «ефірний вітер»

А. Майкельсон одночасно із серією вимірювань швидкості світла 1881 р. провів знаменитий дослід, в якому намагався виявити вплив руху Землі на швидкість світла. У фізиці панувала гіпотеза нерухомого ефіру і рух Землі мав би викликати «ефірний вітер». У разі існування «ефірного вітру» швидкість світла в напрямку руху Землі має бути меншою за швидкість у зустрічному напрямку [7; 11].

В інтерферометрі Майкельсона (рис. 2.5) промінь, який виходить із джерела світла, ділиться напівпрозорим дзеркалом на опорний та предметний промені, які спрямовуються в ортогональні плечі інтерферометра, відбиваються назад дзеркалами на кінцях цих плечей і

зводяться напівпрозорим дзеркалом в окулярі. Майкельсон вирівняв довжину обох плечей і одне з них розмістив уздовж руху Землі, друге – перпендикулярно; потім зафіксував положення інтерференційної смуги і повернув інтерферометр на 90°. Якби «ефірний вітер» існував, то смуга мала би зміститися на 0,04 періоду інтерференційної картини або на 0,4 в експериментах Альберта Майкельсона та Едварда Морлі, проведених на інтерферометрі з довшим плечем у 1885–1887 роках. Ніякого зміщення не спостерігалося. Сучасні експерименти, проведені з великою точністю, теж не підтверджують існування нерухомого ефіру, але фізики вже уникають категоричних тверджень – вони просто констатують, що, наприклад, за точності вимірювань 10^{-17} нерухомого ефіру не виявлено.

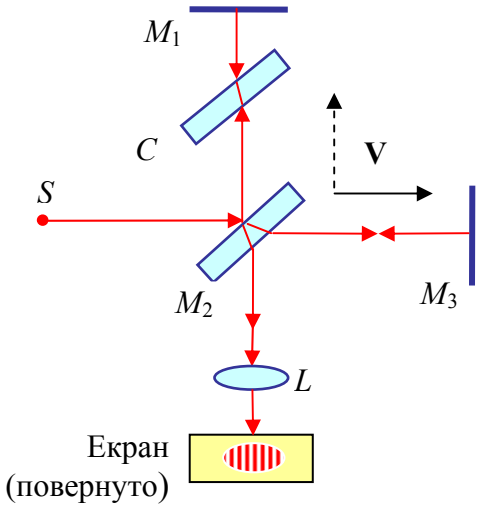

Рис. 2.5. Схема експерименту Майкельсона–Морлі з виявлення «ефірного вітру»: компенсатор *C* вирівнює шляхи світла у склі

Негативний результат досліду Майкельсона–Морлі означав, що модель світла, створена у межах класичної фізики, некоректно відображала механізм поширення світла: вона передрікала різну швидкість світла у напрямку руху Землі й у протилежному напрямку, а швидкість світла залишалася сталою величиною. Гіпотеза про наявність світлоносного ефіру, можливо помилкова, сприяла, між тим, відкриттю нових властивостей світла. У 1818 р. Френель, аналізуючи вплив руху Землі на оптичні явища, висунув припущення, що рухоме тіло частково захоплює ефір [1]:

«Земна куля захоплює тільки деяку частину цього середовища, а саме ту, що являє собою перевищення його густини над навколишнім ефіром».

Це припущення дало змогу Френелю пояснити вплив руху заломного середовища на світло. Він встановив, що для спостерігача швидкість світла в оптичному середовищі з показником заломлення n і швидкістю руху відносно спостерігача V

$$V' = \frac{c}{n} \pm \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) V.$$

Френелівський коефіцієнт захоплення

$$k_{Fr} = 1 - \frac{1}{n^2} \qquad (2.2)$$

відповідає ортогональності напрямків поширення світла і руху оптичного середовища.

У 1851 р. Фізо розмістив у плечах інтерферометра кювети з проточною водою так, щоб в одному плечі світло проходило за течією, а в другому – проти течії (рис. 2.6). Відмітивши положення інтерференційних смуг на виході інтерферометра за нерухомої води, Фізо побачив, що рухома вода справді захоплює світло і відбувається зміщення смуг на величину, передбачену Френелем. Цей дослід підтверджував гіпотезу Френеля про часткове захоплення ефіру, хоча у цьому випадку, коли напрямки руху середовища і світлових хвиль були паралельними, а середовище було дисперсійним, коефіцієнт захоплення описувався формулою Лоренца [7]:

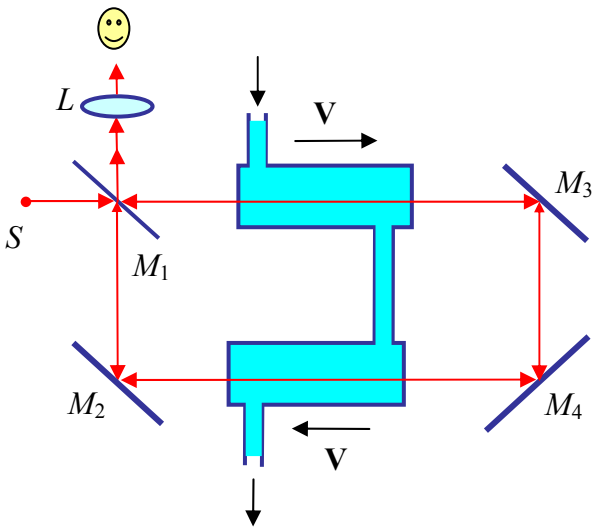

Рис. 2.6. Схема досліду Фізо із захоплення світла рухомим середовищем (водою)

$$k_L = 1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}. \qquad (2.3)$$

Проблема ефіру досі залишається невирішеною. Час від часу ставляться нові експерименти, зокрема з використанням лазерних систем, які дозволяють зафіксувати зсув інтерференційних смуг на 0,001 періоду інтерференційної картини. Висновок поки що один: якщо ефір все ж таки існує, то його вплив на оптичний шлях в інтерферометрі менший за похибку вимірювань.

2.3. Теорія електромагнітного поля

У 1820 р. датський фізик Ханс Ерстед помітив відхилення магнітної стрілки під дією електричного струму у проводі. Це був перший експеримент з електромагнетизму, який продемонстрував взаємозв'язок між різними фізичними явищами. Ерстед висловив припущення, що природа світла теж може бути пов'язана з електромагнетизмом.

Англійський фізик Майкл Фарадей 1845 р. увів у фізику поняття поля. Ця ідея, підтверджена відкритим ним явищем електромагнітної індукції, численними дослідами з електромагнетизму, означала, що матерія віднині існуватиме в науці і практиці не тільки у формі речовини, але й у формі поля:

«Матерія заповнює собою весь простір або, принаймні, весь простір, в якому діють гравітаційні сили…» [1].

За сучасними уявленнями є *три форми матерії* (лат. *materia* – речовина), а саме: *речовина*, яка складається з частинок з ненульовою масою, *поле* – електромагнітне та гравітаційне, а також *нейтрино* – загадкові елементарні частинки, які мають, можливо, нульову або дуже малу масу (на декілька порядків меншу від маси електрона, що означає, що сумарна маса усіх нейтрино більша за масу усієї речовини Всесвіту). Нейтрино вступають тільки у слабку та гравітаційну взаємодію.

Між елементарними частинками спостерігається *чотири види фундаментальної взаємодії*:

- *сильна взаємодія*, яка зв'язує протони та нейтрони в атомних ядрах; радіус дії сильної взаємодії близько 10^{-13} см, час взаємодії до 10^{-24} с;
- *електромагнітна взаємодія* – фотони як кванти електромагнітного поля можуть взаємодіяти з електричним полем (наприклад, γ-квант, влітаючи у сильне електричне поле поблизу ядра атома, перетворюється на електрон та позитрон – відбувається процес народження пари і від зіткнення електронів та позитронів утворюються 2–3 γ-кванти – відбувається процес анігіляції пари); електромагнітна взаємодія спостерігається і в ефекті Комптона – розсіяння фотона на електроні; час електромагнітного розпаду елементарних частинок становить 10^{-21} с;
- *слабка взаємодія*: нейтрино, яке з'являється, наприклад, у процесі β-розпаду радіоактивних атомних ядер, може пролетіти в залізі 10^{12} м, перш ніж відбудеться його поглинання речовиною; для протонів та нейтронів ця відстань становить лише 0,3 м; радіус слабкої взаємодії менше 10^{-15} см, час взаємодії близько 10^{-10} с;
- *гравітаційна взаємодія*; на відстані 10^{-13} см гравітаційна взаємодія, наприклад між протонами, у 10^{36} разів слабша за електромагнітну (кулонівську) взаємодію, тому гравітаційним притяганням елементарних частинок можна

знехтувати; але те, що гравітаційне поле спадає значно повільніше за інші поля (обернено пропорційно відстані), складання полів від усіх частинок, які є у тілі макроскопічних розмірів, робить гравітаційну взаємодію досить помітною.

У відносних одиницях сила відповідно сильної, електромагнітної, слабкої та гравітаційної видів взаємодії може бути подана таким чином: СиВ : ЕМВ : СлВ : ГВ = 1 : 10^{-2} : 10^{-10} : 10^{-38} [14].

Ідея електромагнітного поля, висловлена Фарадеєм, докорінно змінила уявлення про природу світла. Він припустив, що коливання світла – це «дрижання силових ліній», яке може поширюватися без ефіру. Електричні та магнітні силові лінії Фарадей вважав об'єктивною реальністю, а не просто способом зображення поля.

У 1846 р. Фарадей продемонстрував явище обертання площини поляризації світла в оптично неактивних речовинах (зокрема, у склі та сірковуглеці (CS_2)), внесених у магнітне поле (*ефект Фарадея*). Це був перший експеримент, в якому магнетизм діяв на світло, хоча й опосередковано – через оптичне середовище:

«Світло відчуло на собі магнітну дію, тобто магнітної дії зазнало те, що є магнітного в силах матерії, а останнє, у свою чергу, подіяло на те, що є дійсно магнітного у силі світла» [1].

Виявилось, що кут повороту площини поляризації

$$\Delta\Psi = R_V LH ,$$

де R_V – стала Верде для певного середовища; L – шлях світла в оптичному середовищі; H – напруженість магнітного поля, спрямованого вздовж оптичної осі [7].

Захоплений ідеями та дослідами Фарадея, які сприяли швидкому розвитку електротехніки і навіть винаходу телефону (Антоніо Меуччі, 1849 р.), молодий шотландський фізик Джеймс Максвел у 1857 р. відіслав Фарадею статтю «Про фарадеєві силові лінії», в якій надав силовим лініям математичної форми. Фарадей був приємно вражений тією потужною математичною підтримкою, яку несподівано отримали його ідеї.

Треба сказати, що самоука Фарадея сприймали далеко не всі його колеги-фізики, вони презирливо ставилися до його «грубих матеріальних силових ліній та трубки» Фарадея. Натомість Максвел у «Трактаті з електрики та магнетизму», який побачив світ у 1871 р., пише:

«Спосіб, який Фарадей використав для своїх силових ліній, узгоджуючи явища електромагнітної індукції, показує, що він був математиком високого рангу і

таким, у якого математики майбутнього зможуть перейняти цінні та плідні методи… Його спосіб розуміння явищ також був за своєю природою математичним, хоча і не був виражений у звичайній математичній формі» [1].

У «Трактаті» Максвел виклав теорію електромагнітного поля і електромагнітну теорію світла. Трохи раніше, у 1864 р., у «Динамічній теорії електромагнітного поля» Максвел зауважив:

«Енергія електромагнітних явищ є механічною енергією», тому цілком доречно поставити перед собою задачу пояснити електромагнітні явища *«за допомогою механічної дії, що передається від одного тіла до іншого, за участю середовища, яке заповнює простір між цими тілами»* [1].

Про теорію, яка описує новий вид матерії, Максвел писав [1]:

«Теорія, яку я пропоную, може бути названа теорією електромагнітного поля, тому що вона має справу з простором, який оточує електричні та магнітні тіла, але вона може бути також названа динамічною теорією, оскільки допускає, що в цьому просторі є матерія, яка перебуває в русі, за участю якої і відбуваються електромагнітні явища, які ми спостерігаємо».

Вершиною створеної теорії стали *рівняння Максвела*, які є математичною моделлю електромагнітного поля. Ці рівняння – замкнена модель, яка не потребує висування гіпотези про наявність ефіру. Хоча Максвел і трактував свої рівняння як результат застосування законів механіки до ефіру, саму сутність ефіру він вважав прихованою.

Теорію Максвела вже понад сто років піддають критиці. У 1890 р. німецький фізик Генріх Герц писав, що оскільки міркування та підрахунки, за допомогою яких Максвел прийшов до своєї теорії електромагнетизму, сповнені помилок, які неможливо виправити, можна вважати шість рівнянь Максвела постулатами, на які і буде спиратися вся теорія електромагнетизму. Теорія Максвела є моделлю, кращої і стрункішої за яку нікому ще не вдалося створити, яка майже завжди дає правильний результат.

Електромагнітна модель світла, запропонована Максвелом, – потужний інструмент сучасної фізики. Вона дозволяє обчислювати поля в оптичних резонаторах, волоконно- та інтегрально-оптичних хвилеводах, кристалах тощо.

2.4. Диференціальна та інтегральна форми рівнянь Максвела

Наведемо рівняння Максвела в диференціальній та інтегральній формах і запишемо через величини системи СІ (точніше, її версії – раціоналізованої для електромагнітних величин системи МКС). У системі МКС вакуумні сталі пов'язані виразом $\varepsilon_0\mu_0 = 1/c^2$. Електрична стала $\varepsilon_0 = 8{,}854\cdot10^{-12}$ Кл/(Н·м^2), а магнітна стала $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Н/А. Для вакууму $\varepsilon = \varepsilon_0$ та $\mu = \mu_0$. Електрична стала ε_0 та магнітна стала μ_0 – фундаментальні фізичні сталі природи.

Циркуляція вектора магнітної індукції **B** *уздовж замкненого контура L дорівнює повному струму через довільну поверхню S, обмежену цим контуром*:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \text{rot}\ \mathbf{B} = \mu_o\left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right); \tag{2.3}$$

$$\oint_L \mathbf{B}d\mathbf{l} = \mu_o \int_S \left(j_n + \frac{\partial D_n}{\partial t}\right) ds. \tag{2.4}$$

Циркуляція вектора напруженості електричного поля **E** *уздовж замкненого контура L дорівнює швидкості зміни потоку вектора магнітної індукції через поверхню S, обмежену цим контуром*:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \text{rot}\ \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \tag{2.5}$$

$$\oint \mathbf{E}d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} ds\,. \tag{2.6}$$

Потік вектора магнітної індукції **B** *через довільну замкнену поверхню S дорівнює нулю*:

$$\nabla \mathbf{B} = \text{div}\ \mathbf{B} = 0; \tag{2.7}$$

$$\oint_S B_n ds = 0. \tag{2.8}$$

Потік вектора електричної індукції **D** *через довільну замкнену поверхню S, яка обмежує об'єм V, дорівнює електричному заряду всередині цієї поверхні*:

$$\nabla \mathbf{D} = \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho; \tag{2.9}$$

$$\oint_S D_n ds = \int_V \rho \, dV. \tag{2.10}$$

Для розрахунку електромагнітного поля в матеріальному середовищі рівняння Максвела треба доповнити *матеріальними рівняннями*, в яких відображено електричні та магнітні властивості середовища:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}; \tag{2.11}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}; \tag{2.12}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \tag{2.13}$$

У рівняннях (2.3)–(2.13) використано такі позначення: **j** – густина струму, А/м^2; ρ – густина заряду, Кл/м^3; σ – питома провідність матеріалу, 1/(Ом·м); ε – електрична проникність матеріалу; μ – магнітна проникність матеріалу [9; 11].

Магнітну індукцію **B** вимірюють у теслах, причому 1 Тл = 1 (В·с)/м^2. Одиницями виміру електричної індукції **D** є 1 Кл/м^2, напруженостей електричного та магнітного полів – відповідно 1 В/м та 1 А/м. Дивергенція **B** та дивергенція **D** (або **E**), які з'являються в рівняннях Максвела, є скалярними полями, які можуть бути подані як

$$\nabla \mathbf{B} = \operatorname{div} \mathbf{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z};$$

$$\nabla \mathbf{D} = \operatorname{div} \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}.$$

Водночас ротори **B** та **E** є векторами, кожен з яких спрямований перпендикулярно до площини контура, уздовж якого здійснюється обхід, причому напрямок вектора визначається за правилом гвинта. Наприклад, для *x*-компонент цих векторів можна записати:

$$(\nabla \times \mathbf{B})_x = (\text{rot } \mathbf{B})_x = \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z};$$

$$(\nabla \times \mathbf{E})_x = (\text{rot } \mathbf{E})_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z},$$

аналогічним чином визначають й інші компоненти роторів **B** та **E**.

Максвел показав у «Трактаті», що в пустоті поперечні струми зміщення поширюються з тією самою швидкістю, що й світло, і це стало теоретичним підтвердженням електромагнітної теорії світла. Експериментально рівняння Максвела підтвердили досліди Генріха Герца з передавання на відстані збудження з одного електричного диполя на інший.

2.5. Електромагнітні хвилі

Змінне електричне поле нерозривно пов'язане зі змінним магнітним полем і у вакуумі напрямки їх коливань перпендикулярні один одному, а також напрямку поширення хвилі, тобто світло є поперечною електромагнітною хвилею.

В однорідному середовищі на значній відстані від зарядів та струмів збурення електромагнітного поля породжує хвилі, які можна описати *хвильовими рівняннями* [11]:

$$\nabla^2 E = \left(\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\right)\frac{\partial^2 E}{\partial t^2};$$

$$\nabla^2 H = \left(\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\right)\frac{\partial^2 H}{\partial t^2},$$

де ∇^2 – оператор Лапласа (лапласіан), $\nabla^2 = \nabla\nabla = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$.

Найпростішими електромагнітними хвилями є гармонічні хвилі (плоскі та сферичні), які поширюються в однорідному середовищі.

Плоску гармонічну хвилю, яка має кутову частоту ω і поширюються уздовж осі *z*, можна подати як

$$E(z,t) = E_0 \cos\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

або

$$E(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz),$$

де k – хвильове число, $k = |\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda = \omega/c$. Через радіус-вектор **r** та хвильовий вектор **k**, колінеарний осі z, плоску хвилю можна подати виразом

$$E(\mathbf{r},t) = E_0 \cos(\omega t - \mathbf{kr}).$$

Плоску гармонічну хвилю часто буває зручно подавати у комплексній формі:

$$E(\mathbf{r},t) = E_0 \exp[-i(\omega t - \mathbf{kr} - \varphi_0)],$$

де φ_0 – початкова фаза хвилі за $t = 0$ та $\mathbf{r} = 0$. Плоска хвиля має у площині, перпендикулярній напрямку її поширення, сталі величини напруженостей електричного та магнітного полів, причому й E, і H змінюються уздовж напрямку поширення синфазно, одночасно досягаючи і своїх максимальних, і своїх мінімальних значень. У плоскої хвилі вектори **E**, **H** та **k** (або **V**) взаємно ортогональні (рис. 2.7), а хвильовий фронт є плоским і безмежним. Очевидно, що плоских хвиль у природі немає, а є тільки схожі на них квазіплоскі хвилі, які мають в обмеженій частині простору майже плоский хвильовий фронт.

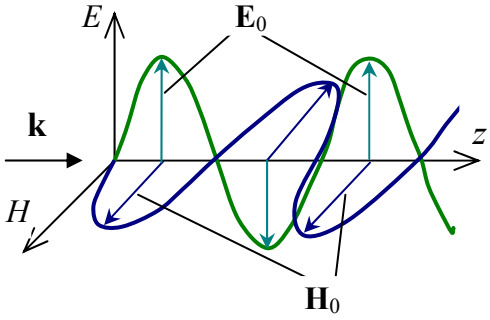

Рис. 2.7. Зміна векторів **E** та **H** плоскої хвилі у просторі

Сферична гармонічна хвиля може бути як розбіжною, так і збіжною, що в комплексній формі виглядає так [11; 12]

– розбіжна хвиля $E(r,t) = (E_0/r)\exp[-i(\omega t - kr - \varphi_0)]$;

– збіжна хвиля $E(r,t) = (E_0/r)\exp[-i(\omega t + kr - \varphi_0)]$.

Приклад 2.3. Записати рівняння Максвела для плоскої електромагнітної хвилі у вакуумі.

Розв'язки рівнянь для плоскої електромагнітної хвилі у вакуумі подамо у вигляді

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0 \exp[-i(\omega t - \mathbf{kr})]; \qquad (2.14)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},\mathrm{t}) = \mathbf{H}_0 \exp[-\mathrm{i}(\omega \mathrm{t} - \mathbf{kr})], \tag{2.15}$$

де $\mathbf{E}_0$ та $\mathbf{H}_0$ – комплексні вектори амплітуди електричного та магнітного полів, які не залежать ні від часу, ні від відстані. Підставляючи вирази (2.14) та (2.15) у рівняння Максвела (2.3), (2.5), (2.7) та (2.9) і матеріальні рівняння (2.11), (2.12) та (2.13) і враховуючи те, що

$$\frac{\partial \exp(-i\omega t)}{\partial t} = -i\omega \exp(-i\omega t);$$

$$\nabla \exp i\mathbf{kr} = i\mathbf{k} \exp i\mathbf{kr},$$

знайдемо *рівняння Максвела для плоскої електромагнітної хвилі*:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega\varepsilon_0 \mathbf{E};$$

$$\mathbf{kH} = 0;$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mu_0 \mathbf{H};$$

$$\mathbf{kE} = 0.$$

Приклад 2.4. Знайти зв'язок між напруженостями електричного та магнітного полів *E* та *H* у плоскій електромагнітній хвилі.

Візьмімо модулі від обох частин одного з рівнянь Максвела для плоскої хвилі, а саме $\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mu_0 \mathbf{H}$. Отримаємо $|\mathbf{k} \times \mathbf{E}| = \omega\mu_0 |\mathbf{H}|$.

Оскільки $|\mathbf{k} \times \mathbf{E}| = |\mathbf{k}||\mathbf{E}|$, а $|\mathbf{k}| = k = \omega / c$, то у плоскій електромагнітній хвилі напруженості електричного та магнітного полів пов'язані співвідношенням

$$E = c\mu_0 H = cB. \tag{2.16}$$

Дві зустрічні *біжучі хвилі* однакової частоти утворюють за суперпозиції *стоячу хвилю*. Особливістю стоячої хвилі є те, що всі її точки коливаються у фазі, а отже, у певні моменти часу напруженості електричного поля всіх точок хвилі можуть бути рівними нулю, так само як в інші моменти часу можуть бути рівними нулю напруженості магнітного поля хвилі. Все виглядає так, ніби стояча електромагнітна хвиля складається зі стоячої електричної та стоячої магнітної хвиль, причому пучності хвилі **E** збігаються з вузлами хвилі **H**. Просторовий період стоячої хвилі дорівнює $\lambda/2$ [12; 13].

Отже, у стоячій хвилі немає потоку енергії, як це спостерігається в біжучій хвилі, а є взаємне перетворення енергії електричного поля в енергію магнітного поля: якщо в певний момент енергія стоячої хвилі є тільки електричною, то за чверть періоду електромагнітних коливань

вона стане тільки магнітною, тобто стояча електрична хвиля перетвориться на зміщену вздовж осі на $\lambda/4$ стоячу магнітну хвилю.

Приклад 2.5. Знайти розподіл електричного поля уздовж осі стоячої електромагнітної хвилі.

Нехай уздовж осі z поширюються в зустрічних напрямках плоскі хвилі $E_1 = E_0 \cos(\omega t - kz)$ та $E_2 = E_0 \cos(\omega t + kz)$, де знак «+» у дужках відповідає хвилі, напрямок руху якої протилежний напрямку осі z. Суперпозиція електричних полів обох хвиль приводить до утворення стоячої електричної хвилі з напруженістю поля

$$E = E_1 + E_2 = E_0[\cos(\omega t - kz) + \cos(\omega t + kz)] = 2E_0 \cos\omega t \cos kz.$$

2.6. Енергія електромагнітного поля

Рівняння Максвела показали, що електромагнітне поле має енергію, густина якої

$$w = \frac{\varepsilon_0}{2}(E^2 + c^2 B^2).$$

Скориставшись співвідношенням (2.16), густину поля можна подати також як

$$w = \varepsilon_0 E^2$$

або

$$w = c^2 \varepsilon_0 B^2.$$

Електромагнітне поле має імпульс з густиною

$$\mathbf{g} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}.$$

Векторний добуток

$$\mathbf{\Pi} = c^2 \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \qquad (2.17)$$

називають вектором Пойнтінга на честь англійського фізика Джона Пойнтінга, який у 1884 р. увів поняття потоку електромагнітної енергії.

Вектор Пойнтінга – це поверхнева густина потоку електромагнітної енергії, тобто кількість енергії, яка протікає за елементарну одиницю часу через елементарну одиничну площадку, перпендикулярну до напрямку поширення енергії [11; 12].

Елементарною одиницею часу називатимемо такий проміжок часу δt, за який зміни фізичної величини Φ є настільки малі, що без впливу на результат розрахунків величину Φ можна вважати протягом δt сталою. Якщо поверхня A є поверхнею розподілу деякої фізичної величини Φ, то *елементарною одиничною площадкою* δA для певної точки поверхні M називатимемо плоску дотичну в точці M поверхню таких розмірів, за яких без впливу на результат розрахунків величину Φ у межах δA можна вважати сталою. Зауважмо, що для вектора Пойнтінга світлової хвилі, частота якої $\nu \approx 10^{15}$ Гц, елементарною одиницею часу може бути, наприклад, величина $\delta t = 10^{-18}$ с = 1 ас (атосекунда), оскільки такий проміжок часу є для світлової хвилі й елементарним, й одиничним майже для всіх видів розрахунків, пов'язаних зі світловими хвилями. За цей проміжок часу напруженість електричного та магнітного полів майже не змінюються, і це дозволяє обчислити «миттєве значення потоку» електромагнітної енергії через елементарну одиничну площадку. Це миттєве значення потоку насправді означає кількість електромагнітної енергії, що міститься в певний момент часу в елементарному об'ємі $dV = c\delta A\delta t$, який примикає до тієї точки поверхні A, в якій визначається вектор Пойнтінга. Надалі для скорочення визначень різних фізичних термінів слово «елементарний» опускатимемо.

Середнє за часом значення потоку електромагнітної енергії, яка переноситься з хвилею через одиничну площадку, побудовану в певній точці простору нормально до потоку, називають *інтенсивністю випромінювання* в точці. Очевидно, що вимірюваною величиною є саме інтенсивність випромінювання, а не вектор Пойнтінга (чи його модуль), оскільки жоден фотоприймач не встигає за змінами напруженості електричного поля світлової хвилі, а усереднює його дію за сталу часу $\tau >> 1/\nu$, де $1/\nu$ – період електромагнітних коливань. Одиницею виміру інтенсивності випромінювання є 1 Вт/м^2.

Взаємодія електромагнітної хвилі з речовиною виглядає в переважній більшості випадків як взаємодія тільки з електричним полем хвилі, у той час як магнітне поле ніяк себе не проявляє. Також не слід забувати, що фотони переносять саме електромагнітну енергію і енергія фотонів, які взаємодіють з речовиною, не поділяється на електричну та магнітну.

Приклад 2.6. Знайти у певній точці інтенсивність електромагнітної хвилі, усереднюючи за часом потік енергії, поданий у цій точці вектором Пойнтінга.

Візьмімо модулі від обох частин виразу (2.17) для вектора Пойнтінга:

$$\left|\mathbf{\Pi}\right| = c^2\varepsilon_0\left|\mathbf{E}\times\mathbf{B}\right|.$$

Враховуючи співвідношення (2.16), а також те, що

$$\left|\mathbf{E}\times\mathbf{B}\right| = \left|\mathbf{E}\right|\left|\mathbf{B}\right| = EB,$$

отримаємо

$$\left|\mathbf{\Pi}\right| = c^2\varepsilon_0 EB = c\varepsilon_0 E^2.$$

Усереднення цього миттєвого значення потоку енергії, поданого вектором Пойнтінга, за проміжок часу τ дає інтенсивність випромінювання

$$I = \left\langle\left|\mathbf{\Pi}\right|\right\rangle_\tau = c\varepsilon_0\left\langle E^2\right\rangle_\tau = c\varepsilon_0 E_0^2\left\langle\cos^2\omega t\right\rangle_\tau = \frac{c\varepsilon_0 E_0^2}{\omega\tau}\int\limits_{-\tau/2}^{\tau/2}\cos^2(\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{c\varepsilon_0}{2}E_0^2\left(\frac{t}{\tau}+\frac{\sin 2\omega t}{2\omega\tau}\right)_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{c\varepsilon_0}{2}E_0^2.$$

Інтенсивність випромінювання

$$I = \frac{c\varepsilon_0}{2}E_0^2,$$

коли мають справу з відносними інтенсивностями, наприклад, у голографії, можна записувати у спрощеному вигляді як

$$I' = EE^* = E_0^2,$$

де зірочкою позначено комплексно спряжену величину.

2.7. Підтвердження електромагнітної природи світла

Максвел цілеспрямовано шукав математичне підтвердження електромагнітної природи світла, і до цього його спонукали досліди німецьких фізиків Вільгельма Вебера та Рудольфа Кольрауша, проведені у 1856 р. У формулу Вебера для сили взаємодії двох зарядів, які рухаються один відносно другого, входив коефіцієнт з розмірністю лінійної швидкості. Це була швидкість поширення електромагнітної хвилі. Експерименти показали, що величина цього коефіцієнта приблизно дорівнює швидкості світла.

Рівняння електромагнітного поля дозволили Максвелу обчислити питомий тиск сонячного світла на поверхню Землі. Експериментально тиск світла продемонстрував у відомому досліді 1899 р. російський

фізик Петро Лебедєв, що стало прямим підтвердженням електромагнітної теорії світла. У 1895 р., коли інший російський вчений Олександр Попов продемонстрував перший радіоприймач, Лебедєв розробив експериментальне обладнання для генерування та прийому міліметрових електромагнітних хвиль [14].

Значну роль у становленні теорії електромагнітного поля відіграв німецький фізик Г. Герц. Саме слова «Генріх Герц» були передані Поповим 1896 р. в першій у світі радіограмі. Герц першим у 1888 р. передав і прийняв електромагнітні хвилі, розробивши для цього генератор електромагнітних коливань (вібратор Герца) і приймач (резонатор Герца). Він довів, що електромагнітним хвилям притаманні ті самі властивості, що і світлу: відбиття, заломлення, інтерференція, поляризація й т. ін. У 1887 р. Герц відкрив явище зовнішнього фотоефекту: електричний розряд між двома електродами ставав інтенсивнішим під час освітлення електродів світлом, багатим на ультрафіолетові промені [1].

Герц був прихильником гіпотези про повне захоплення ефіру рухомими тілами і на цій гіпотезі в 1890 р. побудував теорію електромагнітних явищ у рухомих тілах – електродинаміку рухомих тіл. Але ця теорія не змогла пояснити ні аберації світла, ні досліду Фізо. У разі повного захоплення ефіру коефіцієнт захоплення (2.2) мав би дорівнювати одиниці, але в досліді Фізо він виявився рівним 0,46, що було дуже близько до френелівського передбачення. І все ж електродинаміка Герца сприяла в наступні десятиліття бурхливому розвитку радіозв’язку, телебачення і радіолокації.

У 1728 р. англійський астроном Джеймс Бредлі описав аберацію світла. Промінь «нерухомої» зірки *BS* (рис. 2.8), який спостерігач бачить у певний момент, унаслідок скінченності швидкості світла і руху Землі лежить під кутом θ до променя *AS*, який вийшов із зірки у цей момент у напрямку спостерігача. Правильно зрозумівши суть цього явища, Бредлі навіть визначив на основі спостережень наближене значення швидкості світла. Це дослідження започаткувало новий напрям у вивченні властивостей світла – *оптику рухомих тіл*, яку інколи називають теорією аберації. Френелівська теорія захоплення світла рухомим середовищем, дослід Фізо із захоплення світла, ефект Доплера,

негативний результат експерименту Майкельсона–Морлі – такі були віхи на шляху вивчення цього найбільш складного і найбільш цікавого напряму фізики XIX ст. [7].

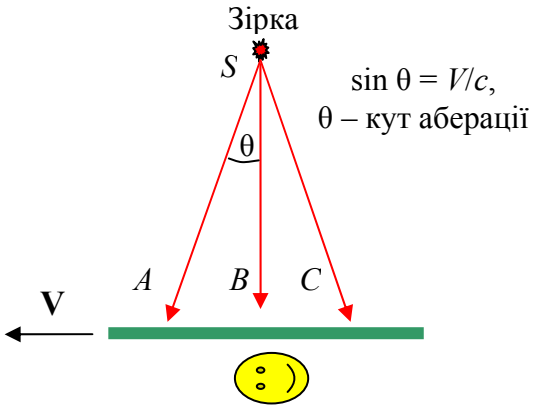

Рис. 2.8. Аберація світла, яке йде від зірки

У 1875 р. нідерландський фізик Хендрік Лоренц, аналізуючи відбиття та заломлення світла на межі двох середовищ, виводить на основі рівнянь Максвела чотири граничні умови замість шести, які були притаманні механічним коливанням. Отже, зникають механічні передумови теорії Максвела і підтверджується поперечність світлових електромагнітних хвиль.

У 1878 р. Хендрік Лоренц пояснив механізм *дисперсії* – залежності показника заломлення оптичного середовища від довжини хвилі випромінювання. Дисперсія є наслідком інтерференції первинних хвиль, які входять в оптичне середовище, з вторинними хвилями, що виникають під час коливань зарядів, розгойданих первинними хвилями.

Х. Лоренц створив теорію електронів, в якій поширення світла у твердому тілі розглядається як процес взаємодії поля електромагнітної хвилі з полем позитивних і негативних зарядів, що містяться в цьому тілі. Такий підхід дозволив йому пояснити *ефект Зеємана* – явище розщеплення спектральної лінії в магнітному полі, яке спостерігав у 1896 р. для жовтої лінії натрію нідерландський фізик Пітер Зеєман [7; 14].

Став зрозумілим і *ефект Керра* – явище подвійного променезаломлення в ізотропному середовищі, розміщеному в електричному полі, відкрите 1875 р. шотландським фізиком Джоном Керром під час досліджень рідких діелектриків. Ефект Керра був першим свідченням впливу електричного поля на оптичні властивості речовини [7; 14].

2.8. Перетворення Лоренца

Рівняння Максвела описують макроскопічні електромагнітні поля. У теорії електронів Х. Лоренц вивів рівняння (*рівняння Лоренца–Максвела*), які визначають мікроскопічні поля (міжатомні, внутріатомні і

навіть внутріелектронні). Х. Лоренц розглядав речовину як сукупність електронів та атомних ядер, які рухаються у вакуумі. Усереднення рівнянь Лоренца–Максвела за сукупністю зарядів приводить до рівнянь Максвела (у вакуумі вони просто збігаються).

У 1892 р. ірландський фізик Джордж Фіцджеральд для пояснення негативного результату досліду Майкельсона–Морлі висунув гіпотезу про скорочення розмірів рухомих тіл у напрямку руху. Незалежно від нього до такої самої гіпотези дійшов і Х. Лоренц, аналізуючи вид рівнянь Максвела в різних інерціальних системах відліку. Якщо, наприклад, декартова система координат $x'y'z'$ (рис. 2.9), осі якої паралельні системі координат xyz, рухається уздовж осі x' зі швидкістю V відносно останньої, то рівняння Максвела в обох системах матимуть однаковий вигляд, якщо в системі координат $x'y'z'$ зробити *перетворення Лоренца* [7; 12]:

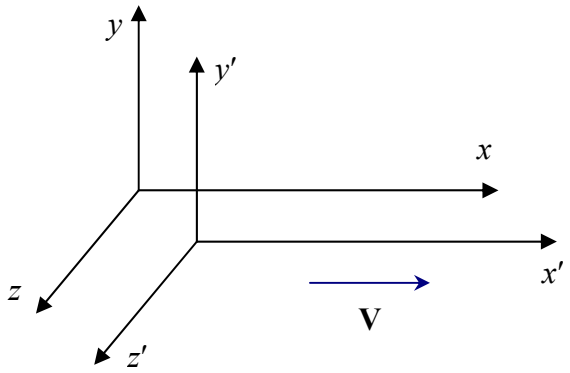

Рис. 2.9. Рух системи відліку $x'y'z'$ відносно системи xyz зі швидкістю V

$$x' = \frac{(x - Vt)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};\ \ y' = y;\ \ z' = z;$$
$$t' = \frac{(t - Vx/c^2)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (2.18)$$

Збереження вигляду рівнянь Максвела в різних інерціальних системах відліку за підстановки формул (2.18) називають *лоренц-інваріантністю* цих рівнянь. Гіпотеза про скорочення тіл у напрямку руху пояснила негативний результат експерименту Майкельсона–Морлі: у скільки разів скорочувалося плече інтерферометра у напрямку руху, у стільки ж разів зменшувався час проходження світлом цього плеча. Спостерігати *лоренцове скорочення* тіл дуже важко: так, наприклад, діаметр Землі під час її руху навколосонячною орбітою зі швидкістю приблизно 30 000 км/с зменшується всього на 6,5 см.

У своїй теорії Х. Лоренц увів поняття *місцевого часу* – часу в системі відліку досліджуваного об’єкта. Час переставав бути чимось незалежним, а простір міг стискатися. Стовпи класичної фізики – абсолютний простір і абсолютний час – дали тріщину. Наближалося XX ст.

2.9. Спектр оптичного випромінювання

Кінець XIX ст., а саме 1895 р., приніс несподіваний сюрприз: німецький фізик Вільгельм Рентген опублікував статтю «Про новий вид променів», в якій повідомив про спостереження за межами катодної трубки загадкових *X*-променів, що мали деякі властивості світла – поширювалися прямолінійно, утворюючи тіні від предметів, засвічували фотопластинку, але дзеркалами не відбивалися і призмами не заломлювалися, як ультрафіолетові промені, хоча і викликали, як останні, світіння деяких речовин. Катодний промінь (пучок електронів, як потім з'ясується), ударяючись об стінку трубки, викликав появу по інший бік стінки, у повітрі, променів із зовсім іншими властивостями; так, зокрема, флуоресцентний екран, розміщений за трубкою, дозволив спостерігати цікаве явище:

«Якщо тримати руку між розрядною трубкою та екраном, то помітні темні тіні кісток на тлі більш світлих обрисів руки» [1].

Несподіваною властивістю цих променів виявилася їх здатність проходити крізь тонкі металеві пластини. Цією властивістю негайно скористалася медицина, хоча рентгенографія, наприклад руки, вимагала в 1896 р. двадцятихвилинної експозиції. За відкриття і дослідження *X*-променів Рентген був удостоєний у 1901 р. першої в історії науки Нобелівської премії з фізики.

Сумніви відносно природи рентгенівських променів розвіяв у 1912 р. німецький фізик Макс Лауе, який пропустив промені крізь кристал і зареєстрував на фотопластинці дифракційну картину. Цей експеримент показав, що рентгенівські промені є електромагнітними хвилями з довжиною хвилі приблизно в тисячу разів меншою, ніж у видимого випромінювання. Заодно в цьому експерименті було доведено наявність у кристалів просторових ґрат, що утворюються атомами, розміщеними у просторі з певною періодичністю та симетрією [7; 8].

У 1896 р. французький фізик Анрі Беккерель, намагаючись отримати *X*-промені опроміненням сонячним світлом фосфоресцентних речовин, зокрема уранової солі, помітив, що остання в темряві засвітила фотопластинку, загорнуту у чорний папір. Здатність речовин випромінювати «промені Беккереля» була названа французькими фізиками

П'єром Кюрі та Марією Склодовською-Кюрі *радіоактивністю*. Беккерель виявив у 1899 р., що нові промені не схожі на світло: магнітне поле розділяло промені на дві компоненти, які відхилялися у різні боки; це свідчило про те, що ці компоненти складалися з електрично заряджених корпускул. Вони були названі англійським фізиком Ернестом Резерфордом α- та β-випромінюванням. Але була ще третя компонента, яка не відхилялася магнітним полем, помічена лише 1902 р. французьким фізиком Полем Віллароом. Цю складову «променів Беккереля» назвали γ-випромінюванням, вона була дуже схожа за властивостями на рентгенівське випромінювання. У 1914 р. у статті «Будова атома» Резерфорд писав:

«Атоми радіоактивної речовини зазнають спонтанних видозмін. Кожної миті невелика частина загальної кількості атомів стає нестійкою і вибухоподібно розпадається. У переважній більшості випадків з величезною швидкістю викидається осколок атома – α-частинка, в деяких інших випадках вибух супроводжується викиданням швидкого електрона і появою рентгенівських променів, наділених великою проникною здатністю і відомих під назвою γ-випромінювання» [1].

Так було завершено відкриття усіх спектральних діапазонів оптичного випромінювання (рис. 2.10), яке на шкалі довжин електромагнітних хвиль займає лише невеликий проміжок $\Delta\lambda = 10^{-8}$–10^{3} мкм, але роль цього діапазону в житті та еволюції людини, в її намаганнях пізнати навколишній світ, нарешті, в розвитку нашої цивілізації, неоціненна.

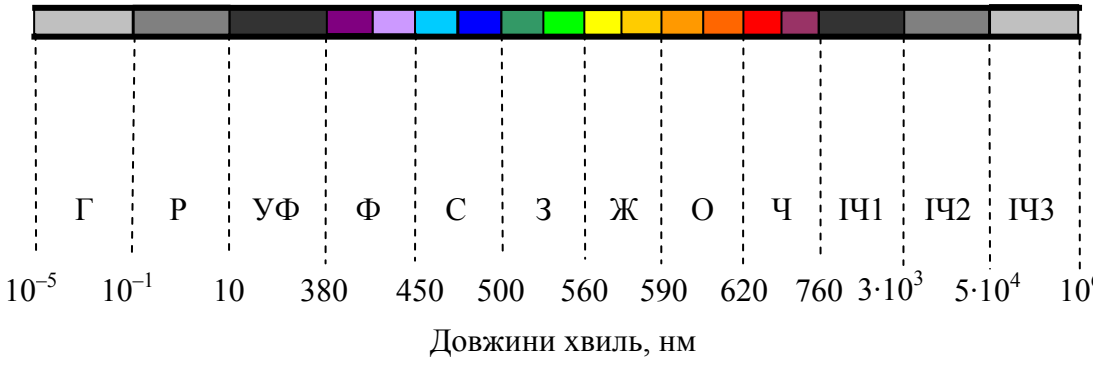

Рис. 2.10. Спектральні діапазони оптичного випромінювання

Для спектральних діапазонів (рис. 2.10) використано такі позначення: Г – діапазон гамма-випромінювання; Р – рентгенівський; УФ –

ультрафіолетовий; Ф – фіолетовий; С – синій; З – зелений; Ж – жовтий; О – оранжевий; Ч – червоний; ІЧ – інфрачервоний, розбитий на три піддіапазони: ІЧ1 – ближній (0,8–3,0 мкм), ІЧ2 – середній (3–50 мкм) та ІЧ3 – дальній (50–2000 мкм). Можна аналогічним чином поділити ультрафіолетовий та рентгенівський діапазони. Ультрафіолетовий діапазон розбивають на ближній (200–380 нм) та дальній або вакуумний (10–200 нм) піддіапазони. Рентгенівський діапазон поділяють на піддіапазони м'якого (0,1–10 нм) та жорсткого (10^{-5}–10^{-1} нм) рентгенівського випромінювання (останнє називають також гамма-випромінюванням).

Контрольні запитання і задачі

1. Космічний корабель рухається в бік Марса зі швидкістю V відносно Землі. З корабля в бік Землі спрямовується випромінювання лазера з довжиною хвилі $\lambda_0 = 632{,}82$ нм. Наземна станція спостереження фіксує випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 632{,}84$ нм. Знайдіть швидкість корабля відносно Землі.

2. Чому α- та β-промені відхиляються електричним та магнітним полем, а γ-промені – ні?

3. Які існують форми матерії і до якої з них належить світло?

4. Чи можна зареєструвати зміни електричного поля у просторі за допомогою датчика магнітного поля?

5. Знайдіть густину енергії у світловій хвилі з напруженістю електричного поля $E = 10^5$ В/м.

6. До вихідного дзеркала лазера піднесли потужний магніт. Що трапиться з лазерним випромінюванням?

7. Опишіть, як Майкельсон та інші фізики пробували виявити «ефірний вітер».

8. Як пояснював механізм захоплення світла рухомим середовищем Френель?

9. Поясніть механізм виникнення аберації світла під час спостереження зірки.

10. За яких умов електричне та магнітне поле може взаємодіяти зі світлом?

11. Проаналізуйте, які фактори впливають на точність вимірювання швидкості світла в методі обертового дзеркала, використаного Фуко.

12. Оцініть, наскільки зменшився б діаметр Землі, якби її швидкість на навколосонячній орбіті зросла вдвічі.

13. Який колір мала б ракета на рис. 2.1 під час руху під кутом 30° до напрямку на джерело?

14. Поясніть причину дифракції рентгенівського випромінювання на кристалах.

15. Світло з довжиною хвилі $\lambda = 633$ нм переходить з повітря у кристал з показником заломлення $n = 2{,}4$. Знайдіть частоту і довжину хвилі світла всередині кристала.

16. Поясніть, чому під час освітлення електродів ультрафіолетовим випромінюванням електричний розряд між ними стає інтенсивнішим.

17. Чи зміниться інтерференційна картина на екрані інтерферометра Майкельсона, зображеного на рис. 2.4, якщо компенсатор *C* видалити з інтерферометра?

18. Як зміниться інтерференційна картина в інтерферометрі Майкельсона, якщо компенсатор *C* буде рівномірно рухатися: а) уздовж променя; б) поперек променя?

19. Запишіть хвильове рівняння для плоскої хвилі в однорідному середовищі.

20. Виразіть вектор Пойнтінга тільки через напруженість електричного поля.

21. Виразіть імпульс електромагнітного поля через напруженість тільки електричного поля.

22. На яке з двох тіл світловий тиск буде більшим – на дзеркало, яке відбиває 50 % світла, чи на кристалічну пластину з показником заломлення $n = 3{,}5$?

23. Лазерний промінь виходить з точки *A*, падає перпендикулярно в точці *B* на скляну пластину з показником заломлення $n = 1{,}5$ і товщиною $d = 1$ см, виходить з неї в точці *C* і падає перпендикулярно в точці *D* на плоске дзеркало, яке повертає світло в точку *A*. Знайдіть, виходячи з френелівського коефіцієнта захоплення світла, різницю фаз між променями *AB* та *BA*, якщо лінійна швидкість пластини $V = 100$ м/с.

Рекомендована література: [1]; [6]; [7]; [8]; [9]; [11]; [12]; [13]; [14].

Глава 3

КВАНТОВА МОДЕЛЬ СВІТЛА

Якщо б в якомусь катаклізмі загинули всі наукові знання і до наступних поколінь живих істот дійшла лише одна фраза, то яка фраза містила б найбільше інформації в найменшій кількості слів? Я певен, що це була б атомна гіпотеза: усі матеріальні тіла побудовані з атомів – маленьких частинок, які перебувають у нескінченному русі, притягуючи одна одну, коли вони перебувають на невеликій відстані, але протидіючи спробам щільно притиснути їх одна до одної.

Річард Фейнман, американський фізик

3.1. Закони теплового випромінювання

Тепловим випромінюванням називають електромагнітне випромінювання тіла, яке перебуває у стані термодинамічної рівноваги. *Термодинамічна рівновага* означає, що в тілі немає будь-яких потоків, хоча мікрочастинки тіла можуть рухатися, обмінюватися енергією, але загалом стан тіла, який можна охарактеризувати його енергією або температурою, з часом не змінюється. Тіло саме по собі, без зовнішніх сил, не може вийти з цього стану. Термодинамічна рівновага такого тіла з двома іншими тілами означає рівновагу і цих двох тіл між собою. Такі властивості цього стану.

Дію саме теплового випромінювання людина відчуває, коли підносить долоню до розжареного предмета. Теплове випромінювання має суцільний спектр, який зміщується залежно від температури нагрітого тіла і може навіть заходити у видиму область. Тому не слід ототожнювати теплове випромінювання з інфрачервоним. Останнє, наприклад, може мати і суцільний, і лінійчастий спектр, бути рівноважним та нерівноважним. Теплове випромінювання є *рівноважним випромінюванням*, оскільки випускається тілом, яке перебуває у стані термодинамічної рівноваги. Приклад нерівноважного випромінювання –

люмінесценція ламп денного світла, кінескопів, лазерів. У кожному з цих приладів є зовнішнє джерело енергії, яке різко порушує рівновагу мікрочастинок тіла, створюючи у них надлишок енергії. Значна частка цієї надлишкової енергії випромінюється у вигляді світла.

У 1859 р. Г. Кірхгоф сформулював теорему про теплове випромінювання, в якій стверджувалося, що властивості цього випромінювання визначаються деякою універсальною функцією. Цю функції фізики шукали понад 40 років.

Уявімо порожнисте тіло з рівномірно нагрітими стінками, які випускають і поглинають теплове випромінювання, причому спектральна густина рівноважного випромінювання дорівнює $p_{\lambda,T}$, а коефіцієнт поглинання – $\alpha_{\lambda,T}$. Тіло з $\alpha_{\lambda,T} = 1$ для всіх частот і температур Кірхгоф назвав *абсолютно чорним тілом* (АЧТ, англ. *black body*). Він встановив, що властивості випромінювання всередині порожнистого тіла не залежать від матеріалу або форми його стінок, а визначаються універсальною функцією довжини хвилі та температури $p_{bb}(\lambda,T)$, яку, власне, і потрібно було знайти. Ця теорема відома тепер як *закон випромінювання Кірхгофа*:

відношення спектральної густини рівноважного випромінювання $p_{\lambda,T}$ будь-якого тіла до його коефіцієнта поглинання $\alpha_{\lambda,T}$ на довжині хвилі λ за температури T не залежить від природи тіла і дорівнює спектральній густині рівноважного випромінювання АЧТ [7]:

$$\frac{p_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} = p_{bb}(\lambda,T).$$

Із закону Кірхгофа випливає такий наслідок:

у стані рівноваги поверхня тіла випромінює та поглинає однакову енергію.

Деякі моделі АЧТ зображено на рис. 3.1. Тіло, вкрите сажею, також схоже за властивостями на АЧТ. Моделі АЧТ потрібні для відтворення випромінювання із стандартним спектром, що дає змогу, наприклад, калібрувати інтегральну чутливість фотоприймачів. Дуже близьке за спектром до випромінювання АЧТ випромінювання Сонця (рис. 3.2). Сонце має такий самий спектр випромінювання, як і АЧТ за температури 5778 К.

Досліджуючи універсальну функцію Кірхгофа, австрійські фізики Йозеф Стефан та Людвіг Больцман встановили залежність повної потужності випромінювання з одиничної площі поверхні АЧТ від температури – *закон Стефана–Больцмана*:

$$p_{bb}(T) = \int_0^\infty p_{bb}(\lambda, T)\, d\lambda = \sigma T^4, \quad (3.1)$$

де $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) – стала Стефана–Больцмана. Больцман як теоретик узагальнив експериментальні результати Стефана і вперше застосував до випромінювання принципи термодинаміки. Формулу (3.1) Больцман вивів у 1884 р., виходячи з гіпотези Максвела про тиск світла на освітлені тіла.

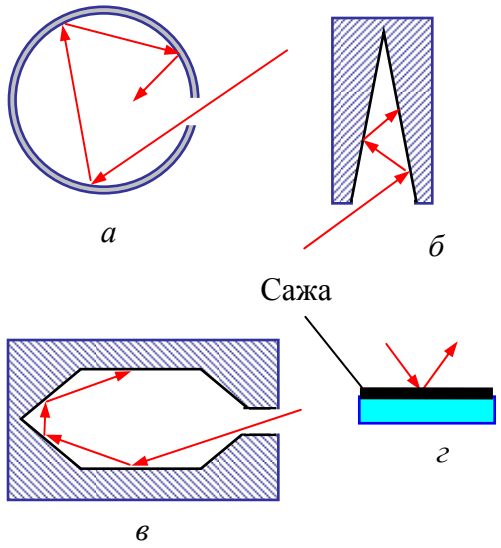

Рис. 3.1. Моделі абсолютно чорного тіла: *а* – сферична; *б* – конічна; *в* – циліндрично-конічна; *г* – плоска

У 1893 р. німецький фізик Вільгельм Він показав, що максимум випромінювання у спектрі АЧТ з підвищенням температури тіла зміщується у бік коротких довжин хвиль (*закон зміщення Віна*):

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \quad (3.2)$$

де $b = 2898$ мкм·К. Цю формулу він отримав, виходячи з припущення, що універсальна функція випромінювання – спектральна густина випромінювання АЧТ – має вигляд

$$p_{bb}(\lambda, T) = \left(\frac{c^4}{\lambda^3}\right) f(\lambda T),$$

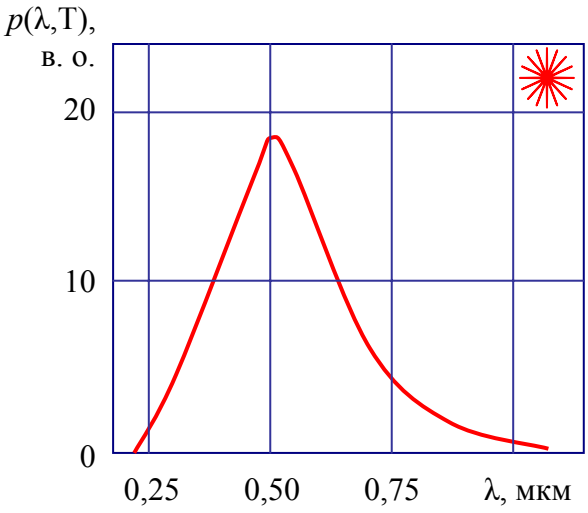

Рис. 3.2. Спектр випромінювання Сонця: в. о. – відносні одиниці

де c – швидкість світла у вакуумі. Якщо продиференціювати цю функцію за λ і прирівняти до нуля похідну $\partial p_{bb}(\lambda, T)/\partial\lambda$, отримаємо закон Віна.

Як бачимо, ні Больцману, ні Віну так і не вдалося знайти універсальну функцію $p_{bb}(\lambda,T)$. Невдача спіткала також англійських фізиків Джона Стретта (лорда Релея) та Джеймса Джинса, які подавали об'ємну спектральну густину випромінювання АЧТ у діапазоні частот від ν до ν + *d*ν як

$$u_{bb}(\nu,T)=\left(\frac{8\pi}{c^3}\right)\nu^2 kT, \tag{3.3}$$

де k – стала Больцмана, $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К. Між $p_{bb}(\nu,T)$ та $u_{bb}(\nu,T)$ є простий зв'язок:

$$p_{bb}(\nu,T)=\left(\frac{c}{4}\right)u_{bb}(\nu,T).$$

Формулу випромінювання Релея–Джинса (3.3) отримав Релей і обґрунтував Джинс на основі принципу рівномірного розподілу енергії. Цей принцип свого часу запропонував Максвел разом з Больцманом для системи, складеної з великої кількості частинок. Відповідно до нього енергія має рівномірно розподілятися між усіма степенями вільності певної системи. Якщо розглянути порожнисте тіло, яке перебуває у стані термодинамічної рівноваги, то енергія має рівномірно розподілятися між скінченним числом степенів вільності атомів як дискретної форми матерії і нескінченним числом степенів вільності електромагнітного поля теплового випромінювання як неперервної форми матерії. Тоді вся енергія мала б перейти від атомів до випромінювання і в його спектрі розподілитися на найбільш високих частотах. Якби формула Релея була справедливою, то це означало б «ультрафіолетову катастрофу» матерії. Оскільки матерія якимось чином уникла катастрофи, то ця катастрофа сталася з класичною фізикою.

У 1900 р. німецький фізик-теоретик Макс Планк на основі класичних уявлень запропонував емпіричну формулу, яка вдало описує результати експериментів з тепловим випромінюванням. Формула Планка, яку називають ще *законом випромінювання Планка*, виражає спектральну густину випромінювання АЧТ як [1; 16]

$$p_{bb}(\nu,T)=\frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1}.$$

Через довжину хвилі λ ця формула може бути виражена як

$$p_{bb}(\lambda,T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{\exp(hc/\lambda kT)-1}. \qquad (3.4)$$

За фізичним змістом обидва ці параметри є *поверхневою спектральною густиною випромінювання*, тобто енергією випромінювання, яка випускається одиничною площадкою АЧТ за одиницю часу в одиничному діапазоні частот – для $p_{bb}(\nu,T)$ або в одиничному діапазоні довжин хвиль – для $p_{bb}(\lambda,T)$. Залежність спектральних характеристик АЧТ від температури показано на рис. 3.3.

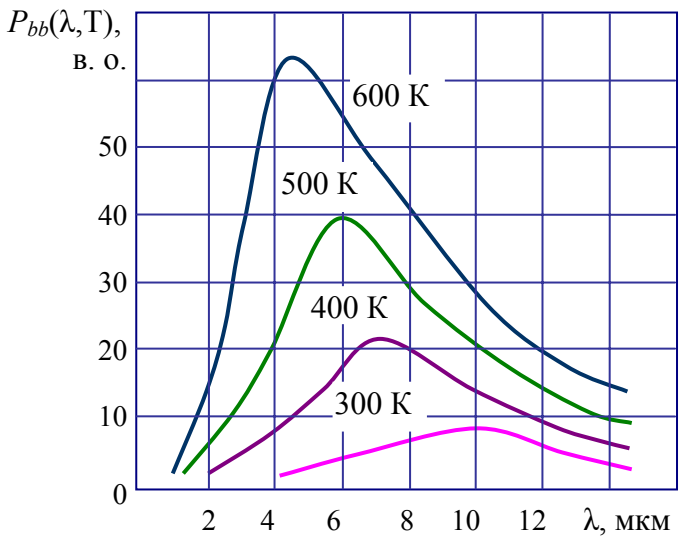

Рис. 3.3. Відносна спектральна густина випромінювання АЧТ як функція λ за різних температур

Спектральні густини випромінювання $p_{bb}(\nu,T)$ та $p_{bb}(\lambda,T)$ пов'язані за допомогою формули

$$p_{bb}(\nu,T)=\frac{p_{bb}(\lambda,T)\lambda^2}{c}. \qquad (3.5)$$

Всередині порожнини АЧТ існує рівноважне випромінювання, яке можна описати таким параметром, як *об'ємна спектральна густина випромінювання* $u_{bb}(\nu,T)$, тобто енергія електромагнітного поля випромінювання, яка зосереджена в одиничному частотному інтервалі та одиничному об'ємі тіла:

$$u_{bb}(\nu,T)=\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1}. \qquad (3.6)$$

У цих формулах з'являється досить дивна величина − стала h (*стала Планка* $h=6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с), яку Планк назвав *квантом дії*. Планк вважав, що ця константа [15]

«або фіктивна величина, і тоді все виведення закону випромінювання було принципово хибним і являло собою лише нікчемну гру у формули, позбавлену змісту, або ж виведення закону випромінювання спирається на деяку фізичну реальність, і тоді квант дії мусить набути фундаментального значення у фізиці й означає

собою дещо цілком нове і нечуване, що має здійснити переворот у нашому фізичному мисленні, яке з часів Лейбніца та Ньютона, творців диференціального числення, ґрунтувалося на гіпотезі неперервності всіх причинних відношень».

Стала Планка h, яка так несміливо входила у фізику на початку XX ст., виявилася фундаментальною константою природи, як і швидкість світла у вакуумі c або електрична та магнітна сталі ε_0 та μ_0. Усі ці константи є необхідним атрибутом сучасних фізичних моделей, зокрема і моделей світла.

Раніше знайдені закони теплового випромінювання Стефана–Больцмана та Віна виявилися просто наслідками закону випромінювання Планка. Так, формулу Стефана–Больцмана (3.1) можна отримати, інтегруючи формулу Планка (3.4) уздовж усього діапазону довжин хвиль, а формулу Віна (3.2) – диференціюючи формулу Планка за λ і прирівнюючи похідну до нуля.

Так була розв'язана задача, поставлена Кірхгофом, і, нарешті, знайдена та універсальна функція Кірхгофа, яка описує властивості теплового випромінювання АЧТ. Ця функція дозволяє обчислити потужність теплового випромінювання, генерованого у вузькому діапазоні довжин хвиль $\Delta\lambda$ поблизу λ реальним фізичним тілом, нагрітим до температури T, якщо відомі його коефіцієнт поглинання $\alpha_{\lambda,T}$ та площа поверхні A:

$$P = \alpha_{\lambda,T}\, p_{bb}(\lambda, T)\, A\Delta\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{\alpha_{\lambda,T} A\Delta\lambda}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}. \qquad (3.7)$$

Приклад 3.1. Знайти потужність квазімонохроматичного теплового випромінювання вольфрамової кульки діаметром $d = 1$ мм, нагрітої до температури $T = 2850$ К, у спектральному діапазоні випромінювання гелій-неонового лазера з довжиною хвилі $\lambda = 633$ нм та шириною спектра $\Delta\nu = 1700$ МГц. Вважати, що коефіцієнт поглинання вольфраму на цій довжині хвилі і за цієї температури $\alpha_{\lambda,T} = 0{,}6$ (за високих температур коефіцієнт поглинання металу зростає, наближаючись до одиниці; тут його значення взяте удвічі більшим від значення за кімнатної температури).

Площа випромінювання кульки $A = \pi d^2/4$. Ширина спектра випромінювання в довжинах хвиль $\Delta\lambda = (\lambda^2/c)\Delta\nu$. Підставляючи ці формули, а також числові дані у формулу (3.7), знайдемо потужність квазімонохроматичного випромінювання кульки:

$$P = \frac{2\pi^2 hc}{\lambda^3} \frac{\alpha_{\lambda,T} d^2 \Delta\nu}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} =$$

$$= \frac{2\pi^2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0,6 \cdot (10^{-3})^2 \cdot 1700 \cdot 10^6}{(633 \cdot 10^{-9})^3 [\exp(6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 633 \cdot 10^{-9} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 2850) - 1]} \approx$$

$$\approx 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ Вт.}$$

Приклад 3.2. Знайти залежність максимальної спектральної густини випромінювання АЧТ від температури.

Підставляючи формулу (3.2) у вираз (3.4), отримаємо співвідношення, яке називають *другим законом Віна*:

$$p_{bb}(\lambda_{\max}, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda_{\max}^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda_{\max} kT/) - 1} = \frac{2\pi hc^2}{b^5 [\exp(hc/kb) - 1]} T^5$$

або

$$p_{bb}(\lambda_{\max}, T) = b_1 T^5, \tag{3.8}$$

де $b_1 = 1,29 \cdot 10^{-5}$ Дж/(м^3·с·К).

Незважаючи на явний успіх квантової теорії, Планка ще два десятиліття не полишали сумніви у фізичній реальності квантів енергії. Як можна відкинути електромагнітну хвильову теорію світла, яка так природно пояснила стільки оптичних явищ? У 1920 р. у Нобелівській лекції він зауважив [15]:

«Що буде з енергією одного світлового кванта після здійснення повного випромінювання? Чи буде він, згідно з хвильовою теорією Гюйгенса, розширятися у всіх напрямках, займаючи все більший простір і безмежно стоншуючись? Або, за ньютонівською теорією витікання, він полетить, як випущений снаряд, в одному напрямку? У першому випадку квант не зміг би сконцентрувати свою енергію в одному місці простору настільки, щоб звільнити електрон, зв'язаний з атомом, а у другому – довелося б пожертвувати найголовнішим тріумфом теорії Максвела – неперервністю між статичним та динамічним полями, а разом із цим – і цілком розробленою до найменших подробиць теорією інтерференційних явищ. І один, і другий висновок однаково сумні для сучасних теоретиків».

3.2. Гіпотеза світлових квантів

У 1905 р. німецький фізик-теоретик А. Ейнштейн підхопив гіпотезу квантів Планка і висунув свою гіпотезу про подвійну природу світла: світло поширюється як електромагнітна хвиля, а взаємодіє з речовиною як потік частинок з дискретними значеннями енергії (світловими квантами енергії).

До визнання квантової природи світла Ейнштейна схилили дослідження зовнішнього фотоелектричного ефекту, започатковані Г. Герцом у 1887 р. і продовжені у 1888 р. шведським фізиком-хіміком Сванте Арреніусом, який розмістив у скляній трубці з відкачаним повітрям два електроди, під'єднав їх до батареї та електрометра і спостерігав появу струму у разі освітлення електродів зовнішнім електричним розрядом, у випромінюванні якого є досить сильна ультрафіолетова компонента. Так з'явився перший фотоелемент.

Аналогічні експерименти провів у 1888 р. російський фізик Олександр Столєтов, правда його електроди перебували в повітрі, а не у вакуумній трубці. Але, на відміну від Арреніуса, який вирішив, що ультрафіолетове випромінювання прискорює іони в трубці, Столєтов зробив цілком правильні висновки щодо ролі цього випромінювання [17]:

- *«чим багатший спектр такими променями, тим сильніша дія»;*
- *«розрядна дія за інших однакових умов пропорційна енергії активних променів, які падають на розряджувану поверхню»;*
- *«дія променів є строго уніполярною, позитивний заряд променями не переноситься»;*
- *«заряджeння нейтральних тіл променями пояснюється тією самою причиною».*

У 1897 р. англійський фізик Джозеф Томсон, досліджуючи відхилення катодних променів електричними та магнітними полями, показав, що промені складаються з негативно заряджених частинок з масою, у 1837 разів меншою від маси атома водню, а також знайшов відношення заряду частинки до її маси (e/m). У 1899 р. Томсон провів аналогічні експерименти з фотоелектричними частинками (рис. 3.4), які випускаються електродом під дією світла, і виявив їх ідентичність з частинками катодних променів. Термін «електрон» для позначення електричного заряду одновалентного іона під час електролізу запропонував у 1891 р. ірландський фізик та математик Джордж Стоні, який ще у 1874 р. розрахував величину цього заряду. З початку XX ст. цим терміном стали називати не елементарний заряд, а саму частинку [1].

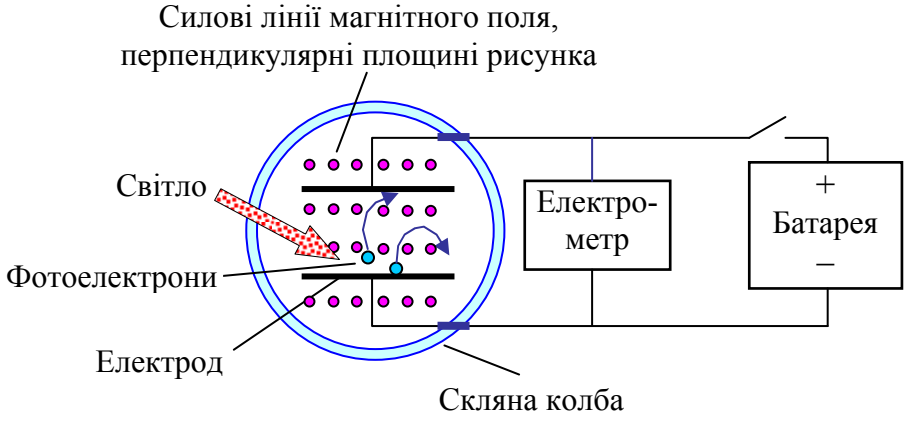

Рис. 3.4. Схема експерименту Дж. Томсона з визначення відношення *e/m* для фотоелектричних частинок

Вільям Крукс, англійський фізик та хімік, який виявив механічну дію катодних променів, їх відхилення магнітним полем і відкрив явище сцинтиляції (короткочасних світлових спалахів) флуоресцентного ZnS-екрана під дією α-частинок, у 1879 р. у доповіді «Про променисту матерію, або четвертий агрегатний стан» наголосив [1]:

«Ми маємо, нарешті, у своєму розпорядженні «кінцеві» частинки, які ми можемо, і на те є підстави, вважати закладеними у фундамент фізики Всесвіту… За деякими властивостями промениста матерія так само реальна, як, наприклад, ця дошка, тоді як за іншими подібна до променистої енергії. Ми, безперечно, увійшли тут у царину, де матерія та енергія здаються злитими воєдино, у темну царину між відомим та невідомим… Головні проблеми майбутнього знайдуть своє вирішення саме в цій царині і навіть за нею. Тут… зосереджені кінцеві реальності, найтонші, визначальні, таємничі».

У 1902 р. німецький фізик Філіп Ленард експериментально довів, що:

- енергія фотоелектронів, які вириваються з тіла під час монохроматичного освітлення, пропорційна частоті світла;
- є порогова частота ν_0, нижче якої фотоефект не спостерігається;
- інтенсивність освітлення впливає тільки на кількість вибитих фотоелектронів.

Об’єднуючи закономірності фотоефекту і гіпотезу квантів, Ейнштейн сформулював у 1905 р. *закон фотоефекту* [7; 1]

$$\frac{m_e V_{\max}^2}{2} + W_0 = h\nu, \qquad (3.9)$$

за яким електрон набуває енергії для виконання роботи виходу W_0 з

матеріалу і руху після виходу з максимальною швидкістю $V_{\max}$ унаслідок поглинання згустку енергії $h\nu$ – світлового кванта. При цьому світловий квант перестає існувати як частинка.

Приклад 3.3. На срібну монету падає випромінювання ртутної лампи з довжинами хвиль $\lambda_1 = 185$ нм та $\lambda_2 = 254$ нм. Яка максимальна швидкість вибитих фотоелектронів $V_{\max}$, якщо срібло має роботу виходу $W_0 = 4{,}79$ еВ?

Більшу швидкість матимуть фотоелектрони, вибиті випромінюванням з $\lambda_1 = 185$ нм та енергією фотонів:

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{185\cdot10^{-9}} = 1{,}08\cdot10^{-18}\ \text{Дж}.$$

Робота виходу матеріалу пов'язана з потенціалом виходу U_0 співвідношенням

$$W_0 = eU_0,$$

яке означає, що для виходу з матеріалу фотон повинен передати електрону таку ж енергію, яку він набуває у прискорювальному електричному полі з різницею потенціалів $U_0 = 4{,}79$ В. Отже, робота виходу, виражена у джоулях, становить

$$W_0 = eU_0 = 1{,}602\cdot10^{-19}\cdot4{,}79 = 7{,}67\cdot10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Підставляючи у вираз (3.9) масу електрона $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг та значення енергії фотонів і роботи виходу, отримаємо

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{2(h\nu - W_0)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot(1{,}08\cdot10^{-18} - 7{,}67\cdot10^{-19})}{9{,}11\cdot10^{-31}}} = 8{,}3\cdot10^{5}\ \text{м/с}.$$

Зауважмо, що за сучасними уявленнями у металів за температури $T > 0$ немає чіткої червоної межі фотоефекту:

$$\nu_0 = \frac{W_0}{h}, \tag{3.10}$$

існування якої передбачалося формулою Ейнштейна (3.9). Деякі електрони в металі можуть мати за $T > 0$ енергію, більшу за енергію Фермі, і вибиватися з матеріалу фотонами з енергіями $h\nu < W_0$. За $T = 0$ *енергія Фермі* – це максимальна енергія електронів у матеріалі, а за $T > 0$ – це енергія рівня, ймовірність перебування на якому електронів дорівнює 0,5.

А тим часом Планка не полишають сумніви, чи не є хибною його формула випромінювання, яка була виведена, виходячи із суперечливих передумов: дискретності квантів і неперервності електромагнітного поля, заданого рівняннями Максвела. На Сольвеєвському конгресі у 1911 р. Планк зауважив [1]:

«Коли думаєш про повне дослідне підтвердження, яке отримала електродинаміка Максвела під час дослідження навіть найскладніших явищ інтерференції, коли думаєш про неабиякі складнощі, які спіткатимуть усі теорії при поясненні електричних та магнітних явищ, якщо вони відмовляться від цієї електродинаміки, інстинктивно відчуваєш неприязнь добудь-якої спроби похитнути її фундамент. З огляду на це відкладемо убік гіпотезу «світлових квантів»... Будемо вважати, що всі явища, які відбуваються у пустоті, точно відповідають рівнянням Максвела і не мають ніякого відношення до константи h».

І все ж Планк робить висновок, що в основі взаємодії будь-яких фізичних об'єктів лежить елементарна дія (елементарний квант дії) одного об'єкта на інший, внаслідок якої передається квант енергії. Ефект дії великої кількості квантів такий, що він цілком відповідає класичній теорії, тобто класична теорія є усередненням квантової теорії для випадку, коли сумарна дія одного об'єкта на інший значно більша за квант дії.

Світловий квант як частинка був остаточно визнаний після того, як у 1922 р. американський фізик Артур Комптон відкрив явище збільшення довжини хвилі рентгенівського випромінювання після його розсіяння на електронах (*ефект Комптона*). Відповідно до хвильової теорії поглинуте випромінювання викликає вимушені коливання електронів речовини, і ці коливання є причиною появи розсіяного випромінювання. Очевидно, що частоти обох випромінювань мали б бути рівними, а насправді, окрім спектрально незміщеної компоненти, в розсіяному випромінюванні з'являється компонента з більшою довжиною хвилі.

Комптон виявив, що, виходячи з гіпотези світлових квантів Ейнштейна, під час взаємодії фотона з електроном мають виконуватися умова збереження енергії

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + m_e^* c^2 \tag{3.11}$$

та умова збереження імпульсу (рис. 3.5)

$$\left(m_e^* V\right)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - \frac{2h^2}{c^2}\nu\nu'\cos\theta, \tag{3.12}$$

де ν та ν' – частоти випромінювання до і після розсіяння; m_e – маса нерухомого електрона, а m_e^* – маса електрона віддачі після розсіяння

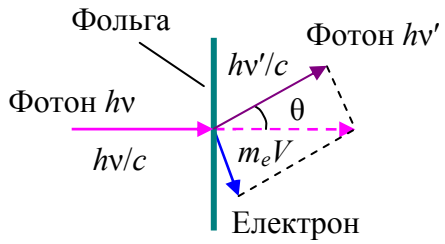

Рис. 3.5. Закон збереження імпульсу в ефекті Комптона

світлового кванта, причому за швидкості V (згідно з теорією відносності Ейнштейна)

$$m_e^* = \frac{m_e}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (3.13)$$

Тоді розсіяння кванта на електроні під кутом θ до початкового напрямку поширення приводить до комптонівського зсуву довжини хвилі випромінювання:

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_e c}\sin^2\frac{\theta}{2}. \qquad (3.14)$$

За $\theta = \pi/2$ зсув довжини хвилі набуває максимального значення $\lambda_e = h/m_e c = 2{,}43\cdot10^{-12}$ м, названого *комптонівською довжиною хвилі* електрона. Так називають також (і навіть частіше) величину $\lambda\!\!\!^{-}_e = \lambda_e/2\pi$.

Ефект Комптона можна спостерігати під час освітлення, наприклад, графіту, парафіну, дуже тонких металевих пластинок, але при цьому енергія фотонів повинна перевищувати роботу виходу матеріалу принаймні у тисячі разів, щоб зсув довжини хвилі був помітний. Ось чому для видимого випромінювання цей ефект спостерігати дуже важко.

У 1923 р. Комптон назвав світловий квант фотоном, щоб підкреслити, що він є не просто порцією енергії, а елементарною частинкою. Деякий час фізики вважали, що ефект Комптона не можна пояснити у межах хвильової теорії, і це було основним аргументом на користь гіпотези світлових квантів. Але якщо розглядати прискорення електрона полем електромагнітної хвилі й одночасну дифракцію цієї хвилі на рухомому електроні, то ефект Доплера також приводить до комптонівського зсуву частоти цієї хвилі [7; 1].

Приклад 3.4. Рентгенівське випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}01$ нм падає перпендикулярно на тонку металеву пластину і вибиває з протилежного боку електрони віддачі, які мають швидкість $V = 0{,}1c$. Визначити довжину хвилі λ' і кут відхилення θ випромінювання, розсіяного на електронах унаслідок ефекту Комптона.

Підставляючи $u = 0{,}1c$ в (3.13), знайдемо масу електрона віддачі:

$$m_e^* = \frac{m_e}{\sqrt{1-(0{,}1c)^2/c^2}} = 1{,}005 m_e.$$

Підставимо це значення маси у вираз (3.11) й отримаємо частоту і довжину хвилі розсіяного випромінювання:

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + 1{,}005 m_e c^2;$$

$$\nu' = \frac{h\nu - 0{,}005 m_e c^2}{h};$$

$$\lambda' = \frac{hc}{h\nu - 0{,}005 m_e c^2} = \frac{h}{h/\lambda - 0{,}005 m_e c} =$$

$$= \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{6{,}63\cdot 10^{-34}/0{,}01\cdot 10^{-9} - 0{,}005\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{8}} = 0{,}0102 \text{ нм}.$$

Отже, комптонівський зсув довжини хвилі становить $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 0{,}0002$ нм. Кут розсіяння випромінювання визначимо з виразу (3.14):

$$\theta = 2\arcsin\sqrt{\frac{m_e c\Delta\lambda}{2h}} =$$

$$= 2\arcsin\sqrt{\frac{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{8}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-12}}{2\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}}} \approx 23{,}5°.$$

Розсіяння світла в речовині може відбуватися не тільки на електронах, але й на іонах, атомах та молекулах, а також на оптичних неоднорідностях речовини і мікрочастинках. Зокрема, у 1899 р. Релей встановив, що розсіяння світла на молекулах газу (*релеївське розсіяння*) не змінює довжини хвилі світла λ й описується формулою, за якою під час проходження світлом одиничного шляху в середовищі відношення інтенсивностей розсіяного та падаючого світла

$$\frac{I}{I_0} = \pi^2(\varepsilon - 1)^2 \frac{1+\cos^2\theta}{2N\lambda^4},$$

де ε – відносна діелектрична проникність газу; N – концентрація молекул в освітленому об'ємі; θ – кут між напрямками поширення падаючої та розсіяної хвиль. Пізніше, у 1910 р., Ейнштейн сформулював теорію молекулярного розсіяння світла, яка ґрунтувалася на дифракції

світла на оптичних неоднорідностях середовища, викликаних флуктуаціями ε.

Залежність $I \sim 1/\lambda^4$ означає, що більшу інтенсивність у розсіяному в атмосфері сонячному світлі мають короткохвильові компоненти спектра, які й визначають блакитний колір неба. Релеївське розсіяння світла є причиною і жовто-червоного кольору Сонця на ранковій та вечірній зорях: короткохвильові промені сильніше заломлюються і не доходять до спостерігача [7].

Німецький фізик Густав Мі розробив у 1908 р. теорію дифракції плоскої монохроматичної хвилі на однорідних сферах довільного діаметра, з якої виходило, що релеївське розсіяння є окремим випадком *розсіяння Мі* на мікрочастинках, радіус яких $r < 0{,}03\lambda$. Теорія Мі з деякими поправковими коефіцієнтами залишається справедливою і для несферичних частинок. Мі першим висловив ідею квантування електромагнітного поля, зробивши у 1912 р. не зовсім вдалу спробу об'єднання теорії Максвела з теорією відносності Ейнштейна [11].

Комбінаційне розсіяння світла на молекулах спостерігали в 1928 р. незалежно індійський фізик Чандрасекхара Раман та радянські фізики Григорій Ландсберг і Леонід Мандельштам. Для *комбінаційного розсіяння світла*, яке ще називають *раманівським розсіянням*, характерним є утворення двох компонент, частота яких більша та менша за частоту падаючого випромінювання.

Зіткнення фотона з молекулою може бути пружним, як це відбувається у разі релеївського розсіяння, та непружним, що спостерігається у разі раманівського розсіяння. За наявності коливання молекули енергія поглинутого кванта енергії світла $h\nu$ складається з енергією кванта енергії коливання молекули $h\nu'$, унаслідок чого випромінюється фотон з енергією $h(\nu + \nu')$. Коли коливання молекули немає, енергія поглинутого кванта світла частково витрачається на збудження цього коливання і випромінюється фотон $h(\nu - \nu')$. Як бачимо, свою назву комбінаційне розсіяння світла дістало завдяки комбінації частот коливань світла та внутрімолекулярних коливань [7].

3.3. Кванти дії атома

Закономірність у частотах спектральних ліній водню помітив у 1870 р. Джордж Стоні, ірландський фізик та математик. Швейцарський фізик та математик Йоган Бальмер у результаті досліджень 1885 р. вивів формулу (*серії Бальмера*), яка напрочуд точно визначала частоти спектральних ліній водню, що спостерігаються у видимому діапазоні. У 1890 р. шведський фізик Йоганес Рідберг вивів загальну формулу (*формулу Рідберга*) для всіх серій спектральних ліній водню, які можна спостерігати на різних ділянках спектра (рис. 3.6) [7; 8]:

$$\frac{1}{\lambda} = C_R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad (3.15)$$

де C_R = 1,098·10^7 м$^{-1}$ – стала Рідберга; n та m – цілі числа, причому $m > n$, а n = 1–5. Числа n та m пізніше назвуть *головними квантовими числами* атома водню. Число n визначає номер певної серії, а m – її спектральні лінії. Згадана серія Бальмера відповідає n = 2. Від'ємні значення E_e означають енергію, якої не вистачає електрону для відриву від атома, додатні – енергію вільного електрона.

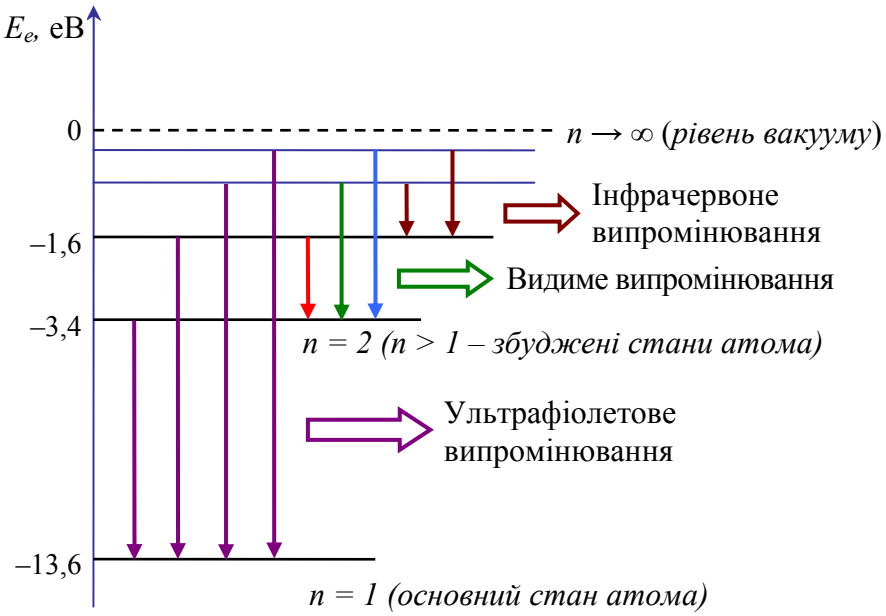

Рис. 3.6. Спектральні серії з n = 1, 2 та 3 для атома водню

Швейцарський фізик та математик Вальтер Рітц сформулював у 1908 р. *комбінаційний принцип* (*принцип Рітца*), за яким для атома певного елемента можна знайти сукупність чисел – спектральних термів

цього атома, попарні різниці яких дають всі спектральні лінії цього атома. *Спектральні терми* – це хвильові числа (значення $2\pi/\lambda$, виражені в $см^{-1}$), які характеризують енергії рівнів атома чи молекули.

Отже, комбінаційний принцип можна подати у вигляді

$$\frac{1}{\lambda_k} = \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_j}. \tag{3.16}$$

Приклад 3.5. Користуючись формулою Рідберга і комбінаційним принципом, знайти довжину хвилі першої лінії серії Пашена ($n = 3$). У розрахунках вважати, що значення сталої Рідберга невідоме, а перші лінії серії Бальмера мають довжини хвиль $\lambda_1 = 656{,}3$ нм та $\lambda_2 = 486{,}1$ нм.

Підстановка у формулу Рідберга (3.15) даних, а саме $n = 3$ і $m = n + 1 = 4$, дає довжину хвилі першої лінії серії Пашена:

$$\frac{1}{\lambda} = C_R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right).$$

У серії Бальмера ($n = 2$) перші дві лінії задовольняють співвідношення

$$\frac{1}{\lambda_1} = C_R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right); \quad \frac{1}{\lambda_2} = C_R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right),$$

що дозволяє скористатися комбінаційним принципом (3.16):

$$\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{656{,}3 \cdot 486{,}1}{170{,}2} = 1874{,}8 \text{ нм}.$$

Фізики досить довго не могли пояснити таких закономірностей у природі атома. У 1899 р. Джозеф Томсон висловлює припущення, що нейтральний атом містить електрони, негативний заряд яких компенсується

«чимось, що робить простір, в якому розсіяні електрони, здатним діяти так, ніби він має позитивний електричний заряд, рівний сумі негативних зарядів електронів» [1].

Японський фізик Хантаро Нагаока у 1904 р. запропонував модель атома з позитивним зарядом у центрі та електронами, розміщеними на кільці (на зразок Сатурна з його кільцями).

У 1911 р. експерименти англійського фізика Е. Резерфорда з бомбардування атомів α-частинками підтверджують модель атома, запропоновану Нагаокою. Резерфорд виявив в центрі атома позитивно

заряджене ядро діаметром приблизно 10^{-14} м (розсіяння α-частинок спостерігалося під час їх проходження крізь тонку золоту фольгу). Резерфорд побудував ядерну модель атома. Але спроби пояснити у межах класичної електродинаміки, чому електрон під час обертання навколо ядра не витрачає електромагнітної енергії на випромінювання і не падає зрештою на ядро, були марні.

Молодий датський фізик Нільс Бор у 1913 р. опублікував статтю «Про будову атомів та молекул», в якій висловив два твердження (*постулати Бора*) [7; 1]:

- *в атомі існують стаціонарні стани, в яких атом не випромінює енергії, незважаючи на взаємний рух його частин;*
- *випускання або поглинання випромінювання атомом можливе тільки у разі переходів атома з одного стаціонарного стану в інший, причому за таких переходів випускається або поглинається монохроматичне випромінювання з частотою* $\nu = (E_m - E_n)/h$, *де* E_m, E_n – *енергія атома у цих стаціонарних станах.*

Постулати були доповнені пізніше *принципом відповідності*, за яким

квантова частота випромінювання для станів із великим n збігається з класичною частотою, яка визначається частотою обертання електрона на орбіті.

Отже, зі збільшенням квантових чисел випромінювання квантової системи асимптотично наближається до випромінювання класичної системи.

Квантова теорія планетарного атома, розроблена Бором, дозволила пояснити закономірності у спектрах атомів (серіальна формула Рідберга, комбінаційний принцип Рітца і т. п.). Але в теорії Бора залишалася внутрішня суперечність: рух електрона на стаціонарній орбіті відбувався за законами класичної механіки, а випромінювання енергії рухомим зарядом, як того вимагала класична електродинаміка, не відбувалося; до того ж переходи електрона з однієї орбіти на іншу виходили за межі розуміння класичної фізики.

Німецький фізик-теоретик Арнольд Зоммерфельд помітив, що Бор у своїй теорії використав сталу масу електрона і не відкоригував її відповідно до теорії відносності, хоча швидкість електрона досить

висока. Об'єднавши в 1916 р. квантову теорію атома і теорію відносності, Зоммерфельд замінив кругові орбіти електронів на еліптичні, зробив релятивістську поправку маси електрона, ввів радіальне та азимутальне квантові числа, після чого орбітою електрона став еліпс, який обертався у своїй площині навколо фокуса з розміщеним у ньому ядром (*квантова теорія атома Бора–Зоммерфельда*). Це дозволило Зоммерфельду пояснити тонку структуру спектральних ліній атома водню (кожна лінія являла собою насправді набір дуже тонких і близько розміщених ліній). Механізм появи тонкої і пізніше виявленої надтонкої структури спектральних ліній, зумовлений розщепленням енергетичних рівнів електронів в атомах, молекулах та кристалах, був повністю пояснений у квантовій механіці [1; 17].

Сучасники Зоммерфельда сприйняли його теорію як підтвердження і квантової теорії, і теорії відносності.

Контрольні запитання і задачі

1. Скориставшись формулою Планка, знайдіть формулу Стефана–Больцмана.

2. Виведіть за допомогою формули Планка формулу Віна.

3. Знайдіть найдовшу і найкоротшу довжини хвилі випромінювання атома водню для серії Лаймана ($n = 1$ у формулі Рідберга).

4. Сформулюйте принцип відповідності Бора.

5. Опишіть, як відбувається розсіяння світла на молекулах.

6. На яких мікрооб'єктах спостерігається розсіяння Мі?

7. Наведіть приклади релеївського розсіяння світла у природі. Яке світло сильніше розсіюється – червоне чи синє?

8. Знайдіть максимальну швидкість фотоелектронів, які вибиваються випромінюванням лазера з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}48$ мкм із цезію, який має роботу виходу $W_0 = 1{,}8$ еВ.

9. Поясніть суть експерименту Томсона з визначення відношення e/m для фотоелектричних частинок.

10. Як можна зменшити шуми фотоприймача під час прийому випромінювання з довжиною хвилі 10 мкм?

11. Нарисуйте, як виглядав би спектр випромінювання Сонця, якби він став таким, як у АЧТ з $T = 5000$ К.

12. Як зміниться спектральна густина випромінювання АЧТ на довжині хвилі $\lambda = 0{,}5$ мкм зі збільшенням температури тіла з 500 до 1000 К?

13. Поясніть механізм комптонівського розсіяння світла.

14. Як виглядає атом у квантовій теорії Бора–Зоммерфельда?

15. Який фізичний зміст спектрального терма?

16. Чому негативно заряджені електрони в атомі не сходять зі своїх орбіт і не падають на позитивно заряджене ядро атома? Відомо, що будь-яка система намагається перейти до рівноважного стану з мінімальною енергією.

17. Ядро гелію містить два протони та два нейтрони. Чому однойменно заряджені нуклони не розлітаються з ядра?

Рекомендована література: [1]; [7]; [8]; [15]; [16]; [17].

Глава 4

СВІТЛО, ХВИЛІ ДЕ БРОЙЛЯ ТА СОЛІТОНИ

Фізична теорія має бути такою, щоб її, окрім усяких розрахунків, можна було проілюструвати за допомогою найпростіших образів, зрозумілих навіть дитині.

Альберт Ейнштейн, німецький фізик

4.1. Світло та спеціальна теорія відносності

Поширення світла в рухомих системах відліку відбувається для нерухомого спостерігача інакше, ніж у його власній системі координат: і відстані, і проміжки часу стають залежними від швидкості руху системи відліку. У 1904 р. Х. Лоренц пояснив механізм скорочення рухомих тіл таким чином [1]:

«Якою б дивною не здавалася на перший погляд ця гіпотеза, все ж таки слід погодитися, що вона не така вже і неприродна, якщо припустити, що дія молекулярних сил відбувається за посередництвом ефіру, аналогічно тому, як це, на наше переконання, відбувається для електричних та магнітних сил. Якщо це так, то поступальний рух, ймовірно, впливатиме на взаємодію між двома молекулами подібним же чином, так само як і на притягування чи відштовхування двох заряджених частинок. Але оскільки форма та розміри твердого тіла зумовлені, зрештою, інтенсивністю молекулярних дій, то не можуть не змінитися й розміри».

Того ж року французький математик та фізик Анрі Пуанкаре проаналізував у доповіді «Теперішнє та майбутнє математичної фізики», чи поширюється принцип відносності на електромагнітні досліди, наприклад, на дослід Роуланда. У 1878 р. американський фізик Генрі Роуланд продемонстрував, що рух зарядженого провідника викликає таку ж за характером магнітну дію, як і струм у нерухомому провіднику. Цей дослід підтвердив справедливість рівнянь Максвела для рухомих середовищ. Пуанкаре зауважив у доповіді [18]:

«Як довів Роуланд, рухомий електричний заряд еквівалентний струму; тому

два таких заряджених тіла будуть рівнозначні двом паралельним струмам, спрямованим однаково; а такі два струми повинні притягувати один одного. Вимірюючи це притягання, ми виміряємо швидкість Землі: не швидкість її відносно Сонця чи нерухомих зірок, а її абсолютну швидкість. У світі, який рухається рівномірно-поступально, сили, незалежно від їх походження, ...мають зменшуватися у певній пропорції. ...Електродинамічне притягання зменшує електростатичне відштовхування, і результуюче відштовхування виявляється слабшим, ніж тоді, коли обидва тіла були у стані спокою. Але оскільки для вимірювання цього відштовхування ми повинні урівноважити його іншою силою та оскільки всі інші сили зменшуються в одній і тій самій пропорції, то ми нічого не помічаємо. ...Отже, ...принцип відносності був мужньо захищений».

У 1905 р. з'являється робота Ейнштейна «До електродинаміки рухомих тіл», в якій зроблено спробу описати рівняннями Максвела ті явища, які виникають у тілах унаслідок їх руху. У цій роботі було викладено основи спеціальної теорії відносності. У побудову спеціальної теорії відносності значний внесок зробили Хендрік Лоренц, Анрі Пуанкаре та Герман Мінковський [19].

Німецький фізик та математик Герман Мінковський 1908 р. у доповіді «Простір і час» зазначив [20]:

«Віднині простір сам по собі і час сам по собі зводяться до ролі тіней, і лише деякий вид їх об'єднання повинен ще зберігати самостійність».

Мінковський ввів поняття події як точки запропонованого ним 4-вимірного простору, причому наділив цю точку фізичною реальністю у будь-якій системі відліку. Він увів постулат, за яким усі фізичні закони мають бути інваріантними відносно групи перетворень Лоренца. У роботі «Основні теорії електромагнітних процесів у рухомих тілах» Мінковський на основі цього постулату отримав рівняння електромагнітного поля у будь-якій рухомій матерії.

Невдалі експерименти з виявлення ефірного вітру, поява асиметрії в рівняннях Максвела для рухомих тіл, яка призводить до помилкового висновку про нерівноцінність взаємодії рухомого струму з нерухомим магнітом і нерухомого струму з рухомим магнітом, наштовхнули Ейнштейна на думку про накладання на властивості рухомих тіл двох умов – *постулатів спеціальної теорії відносності* [19; 21]:

- *в усіх інерціальних системах відліку всі фізичні явища протікають за рівних умов однаково* (*спеціальний принцип відносності*);

• *швидкість поширення світла у вакуумі не залежить від руху джерела світла або спостерігача й однакова у всіх напрямках* (*принцип сталості швидкості світла*).

Якщо механічний принцип відносності Галілея ще залишав якусь надію на те, що за допомогою оптичних експериментів (або експериментів з електричними та магнітними полями) вдасться визначити, покоїться чи рухається інерціальна система відліку, то перший постулат поховав цю надію: абсолютного руху відносно абсолютного простору, заповненого нерухомим ефіром, не існує; малоймовірним є існування й самого ефіру.

Проведені через декілька років спостереження подвійних зірок з великою точністю підтвердили незалежність швидкості світла у вакуумі від руху зірок.

Розмірковуючи над тим, як можна встановити одночасність двох подій у різних точках простору, Ейнштейн у своїй роботі переглянув найбільш усталені й найбільш фундаментальні поняття природи – простір та час [19]:

«Щоб надати поняттю часу фізичного змісту, потрібні якісь процеси, які дали б змогу встановити зв'язок між різними точками простору… Поширення світла в пустоті завдяки дослідженням Максвела та Лоренца підходить для цієї цілі значно більше, аніж будь-який інший процес…».

Приклад 4.1. Показати, як виглядатиме плоска гармонічна хвиля $\cos(\omega t - kx)$ для спостерігача, який рухається в напрямку осі x зі швидкістю V (ω – колова частота хвилі; k – хвильове число, $k = 2\pi/\lambda$).

Перетворення Лоренца (2.18) є прямими перетвореннями для переходу з нерухомої системи координат в рухому. Зворотні перетворення мають вигляд:

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - V/c}};\ \ t = \frac{t' + Vx'/c}{\sqrt{1 - V/c}}.$$

Підставляючи формули (2.18) у вираз для плоскої хвилі, отримаємо

$$\cos(\omega t - kx) = \cos\left[\omega\frac{t' - vx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - k\frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right].$$

Перегрупуємо члени всередині квадратних дужок:

$$\cos(\omega t - kx) = \cos\left[\frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}t' - \frac{k + \omega v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}x'\right] = \cos(\omega' t' - k' x').$$

Отже, математичний вираз для плоскої хвилі у рухомій системі координат не змінюється.

Приклад 4.2. Користуючись перетвореннями Лоренца, вивести формулу аберації світла $\sin\theta = V/c$ (див. рис. 2.8).

Нехай вісь x нерухомої системи координат спрямована у напрямку вектора швидкості Землі **V**, а вісь y збігається з напрямком променя від зірки і перпендикулярна осі x. Осі земної (рухомої) системи координат x' та y' оберемо паралельними відповідним осям нерухомої системи. Проекції хвильового вектора на осі нерухомої системи координат $k_x = 0$ та $k_y = k = \omega/c$. Згідно з прямими перетвореннями Лоренца

$$k_{x'} = \frac{k_x + \omega V/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}; \quad k_{y'} = k.$$

Отже, у земній системі координат хвильовий вектор **k** утворює з віссю y кут, тангенс якого

$$y \tan\theta = \frac{k_{x'}}{k_{y'}} = \frac{v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Виражаючи тангенс через синус того самого кута, отримаємо формулу для кута аберації:

$$\sin\theta = \frac{V}{c}.$$

4.2. Світло у просторі та часі

Світло та всі явища, які з ним відбуваються, існують у просторі та часі. Простір і час не існують окремо, самі по собі, а мають якийсь внутрішній зв'язок.

У 1908 р. Г. Мінковський дав геометричну інтерпретацію руху тіл у часі та просторі, об'єднавши останні у 4-вимірний простір (*простір Мінковського*). Вісь часу подана у цьому просторі точками, координатами яких є уявні числа *ict*. Вважають, що кожній точці простору Мінковського відповідає певна *подія* [20; 21].

У просторі Мінковського перетворенню Лоренца (2.18) відповідає перетворення координат події, яке спостерігається під час повороту в цьому просторі 4-вимірної системи координат.

Якщо у просторі Мінковського розглянути дві події, A та B, то

квадрат відстані між ними дорівнює квадрату 4-вимірного інтервалу s_{AB}^2, взятому з протилежним знаком:

$$\left(x_A - x_B\right)^2 + \left(y_A - y_B\right)^2 + \left(z_A - z_B\right)^2 - c^2\left(t_A - t_B\right)^2 = -s_{AB}^2. \qquad (4.2)$$

Таку *метрику простору* (правило визначення відстані між його точками), як і геометрію простору, називають *псевдоевклідовими*. Евклідова метрика спостерігалася б, якби перед часовою компонентою інтервалу стояв знак «+».

Зауважмо, що $-s_{AB}^2$ є основним *інваріантом* простору Мінковського, тобто величиною, яка не змінюється за певних перетворень, у цьому випадку – у разі поворотів системи координат. Для рівнянь Максвела інваріантом відносно повороту та дзеркального відображення є величина $(\mathbf{EH})^2$, а інваріантом відносно повороту – величина $\mathbf{EH}$ (скалярний добуток векторів електричного та магнітного полів).

Поняття абсолютного часу та абсолютного простору ввів у фізику Ньютон; вони відповідали деякому ідеалізованому фізичному середовищу, в якому взаємодія матеріальних тіл унаслідок зіткнення або на відстані викликає рух за законами Ньютона матеріальних точок, які відповідають цим тілам. Модель природи Ньютона, представлена його чотирма законами, ґрунтується на двох фундаментальних поняттях – силі, прикладеній до тіла, та масі тіла, причому обидва поняття виведені на основі дослідів і мають характер суто емпіричних параметрів. Сила і маса в законах Ньютона виступають як параметри взаємодії матеріальних точок. Жоден із законів не пояснює ні походження сили, ні механізму її прикладання до тіла. Симетрія третього закону Ньютона підказує, що і другий закон повинен бути симетричним, і на тіло, яке прикладає силу, має діяти антисила. Об'єднання другого та третього законів, подане у вигляді

$$\mathbf{F} = m_1\mathbf{a}_1 = m_2\mathbf{a}_2,$$

де m_1, m_2, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ – маси тіл та їх прискорення, можна розглядати як закон збереження сили під час контактної взаємодії двох тіл. Перший закон Ньютона є наслідком цього об'єднаного закону за $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 = 0$.

4.3. Фізичне поле

Декарт в «Основах філософії» (1644 р.) та у приватному листуванні описав модель Всесвіту, наділивши її такими основними рисами [1]:

- *світ є «нескінченно протяжною тілесною субстанцією» – матерією, яка ніде не містить порожнечі, «усіляко подільна, здатна мати фігуру і рухома, тобто така, яку геометри називають величиною»*;
- *«рух... є не що інше, як дія, за допомогою якої це тіло переходить з одного місця на інше»*;
- *«усяке тіло... продовжує... перебувати в одному і тому самому стані й змінює його не інакше, як від зустрічі з іншими»*;
- *«усяке рухоме тіло намагається продовжити свій рух уздовж прямої»*;
- *«якщо з двох людей одна людина рухається з кораблем, а друга стоїть нерухомо на березі, ...то немає ніякої переваги ні в русі першої, ні у спокої другої»*;
- *«тонка матерія» виявляє свою дію у вигляді світла, теплоти та тяжіння*;
- *«кожне тіло перебуває у вихорі тонкої матерії, і взаємодія цих вихорів створює тяжіння»...*

Отже, Декарт був дуже близький до введення поняття поля, і його повністю заповнений матерією простір, точкам якого можуть бути приписані певні величини, можна розглядати як глобальне поле Всесвіту, його праматерію або фундаментальну субстанцію, з якої, за уявленнями сучасних фізиків, народжуються елементарні частинки.

Вважається, що Декарт відродив ідею ефіру, яка з'явилася ще у давніх греків. Але уважний аналіз названих вище властивостей декартової матерії наштовхує на думку, що наступні покоління фізиків та філософів інтерпретували модель Всесвіту Декарта надто примітивно. Все ж таки тонка матерія та ефір – це різні поняття, оскільки Декарт будує з цієї матерії й тверді тіла, і порожній простір – порожній у тому розумінні, що ми не знаємо, що там є, а послідовники теорії ефіру не ототожнюють матерію твердого тіла з матерією всюдисущого ефіру, хоча і заповнюють цим ефіром весь об'єм твердого тіла.

За Декартом, дія одного тіла на інше можлива тільки внаслідок їх контакту. Це *близькодія*. У теорії фізичного поля декартова близькодія з'являється у вигляді передавання дії на відстані від одного тіла до іншого через послідовне збудження точок простору між цими тілами.

Отже, механізм близькодії в теорії поля подібний до механізму поширення хвиль, закладеному у принципі Гюйгенса. Обмежена величиною c швидкість передавання дії в природі означає, що дія, виконана джерелом, може деякий час перебувати у частині простору, заповненій полем джерела, перш ніж ця дія змінить стан приймача. Так, наприклад, людина може бачити світло зірки, якої вже давно не існує.

Миттєву реакцію одного тіла на зміну положення або стану іншого тіла, яка, наприклад, передбачається законом всесвітнього тяжіння Ньютона або законом Кулона для взаємодії електричних зарядів, називають *далекодією*. Концепція далекодії вимагає наявності обох тіл, між якими відбувається взаємодія, причому вони можуть рухатися одне відносно одного лише зі швидкістю $V << c$. За такої швидкості руху тіл поняття поля можна і не вводити, обмежуючись у розрахунках просто силою миттєвої взаємодії обох тіл.

Поля задають *польовими функціями*, які у будь-який момент часу приписують кожній точці простору певні значення фізичних величин. Ці значення польових функцій можна розглядати як *узагальнені координати* точок фізичного поля. Ними можуть бути, наприклад, значення потенціалів або хвильових функцій поля у різних точках простору. Диференціювання енергії поля за цими координатами дає *узагальнені імпульси*.

Електромагнітне поле у вакуумі в точці «1» від розподілених у просторі зарядів та струмів можна описати за допомогою польових функцій, які є розв'язками рівнянь Максвела, а саме – скалярного потенціалу $\varphi(1, t)$ та векторного потенціалу $\mathbf{A}(1, t)$ [22]:

$$\varphi(1, t) = \int_V \frac{\rho\left(2, t - r_{12}/c\right)}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} dV_2;$$

$$\mathbf{A}(1, t) = \int_V \frac{\mathbf{j}\left(2, t - r_{12}/c\right)}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r_{12}} dV_2;$$

причому напруженості електричного та магнітного полів виражаються через потенціали як

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t};$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A},$$

де r_{12} – відстань між точкою «1» шуканого поля та точкою «2» з околом об'ємом dV_2, який містить певний заряд і в якому струм має певну густину; об'ємом V може бути весь простір.

Польові функції, як неперервні, задають неперервне поле. Ці функції мають сферу застосування, обмежену середньостатистичними напруженостями поля, отриманими усередненням полів від багатьох зарядів. При цьому непомітною виявляється квантова природа поля – дискретний характер енергії та імпульсу поля. Так у фізиці виникла потреба у побудові квантової теорії поля, в якій узагальнені координати та узагальнені імпульси вже є не числами, а квантовими операторами. Квантову теорію електромагнітного поля та його взаємодії із зарядженими частинками, зокрема теорію взаємодії фотона з електроном, називають *квантовою електродинамікою*.

Квантова електродинаміка виникла з методу вторинного квантування, запропонованого у 1927 р. англійським фізиком Полем Діраком. Якщо *первинним квантуванням* назвати перехід від неперервного характеру фізичних величин у класичній механіці до дискретного у квантовій механіці, причому і там, і там кількість взаємодійних частинок залишається незмінною, то *вторинне квантування* означає перехід до такого способу описання квантової системи, за якого відбуваються взаємні перетворення частинок, їх народження і знищення, так що кількість частинок весь час змінюється і з'являються навіть віртуальні частинки, які можуть здійснювати віртуальні переходи [25; 17].

4.4. Хвилі де Бройля

У XX ст. фізики знову повернулися до інтерпретації відомого інтерференційного досліду Т. Юнга. Якщо зменшити потік випромінювання настільки, щоб за 1 с через перегородку пролітав тільки один фотон, чи буде спостерігатись інтерференційна картина? Дослід показує, що інтерференція не зникає. Але тоді не зрозуміло, що з чим інтерферує: якщо фотон пролітає через один отвір, не може ж він бути одночасно присутнім і в іншому отворі? Одиночний електрон теж дає на екрані інтерференційну картину – смуги у вигляді коливань імовірності

виявити електрон у тій чи іншій точці екрана (рис. 4.1). Інтерференційні смуги, утворювані одиничним фотоном – це ті ж коливання ймовірності.

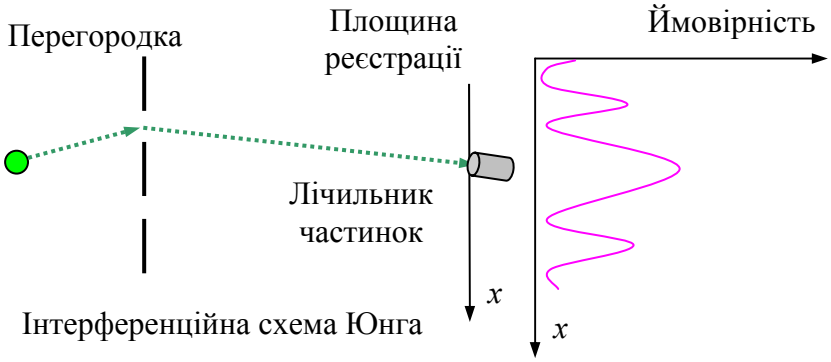

Рис. 4.1. Інтерференція ймовірностей під час проходження електрона через перегородку з двома отворами; така сама картина спостерігається і для одиничного фотона

Лічильник частинок реєструє не ймовірність, а потрапляння повністю всієї частинки (не якогось її уламка). Як же тоді можна виміряти ймовірність? Дуже просто: за потужності потоку 1 електрон/с підраховуємо, скільки електронів за 1000 с потрапляє у різні точки екрана. Якщо в одній точці «спіймали» 9 електронів, то ймовірність потрапляння електрона в цю точку становить 0,009.

У 1923 р. французький фізик Луї де Бройль висунув постулат про подвійну природу матеріальних частинок, згідно з яким кожна частинка масою m, яка рухається зі швидкістю V, є джерелом коливань з довжиною хвилі (*довжиною хвилі де Бройля*) [17]

$$\lambda_{Br} = \frac{h}{mV}. \tag{4.1}$$

Через кінетичну енергію частинки $W = mV^2/2$ цю довжину хвилі можна записати у вигляді

$$\lambda_{Br} = \frac{h}{\sqrt{2mW}}.$$

Якщо частинка рухається зі швидкістю V, порівнянною зі швидкістю світла у вакуумі c, то згідно з теорією відносності цей коливальний процес для нерухомого спостерігача мав би виглядати як хвиля, швидкість якої не залежить від швидкості частинки і дорівнює c. Таку саму швидкість мала б мати хвиля де Бройля і в системі координат,

пов'язаній з частинкою. Насправді треба розрізняти групову та фазову швидкості хвилі де Бройля: групова швидкість збігається зі швидкістю переміщення частинки (або взагалі – маси), фазова швидкість більша за c. Хвилі де Бройля – це не реальні фізичні хвилі, а *хвилі ймовірності*.

За релятивістської швидкості частинки маса стає залежною від цієї швидкості як

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}, \tag{4.2}$$

де m_0 – маса спокою частинки. Підставляючи формулу (4.2) у формулу (4.1) отримаємо більш загальний вигляд виразу для довжини хвилі де Бройля, збудженої рухом частинки:

$$\lambda_{Br} = \frac{h\sqrt{1 - V^2 / c^2}}{m_0 V}. \tag{4.3}$$

Приклад 4.3. Знайти дебройлівську довжину хвилі електрона, який має енергію $W = 2{,}85$ еВ (маса електрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг).

Швидкість електрона можна знайти з формули для кінетичної енергії $W = m_e V^2 / 2$, враховуючи, що 1 еВ = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Дж:

$$V = \sqrt{\frac{2W}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}85 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} \approx 10^6 \text{ м/с}.$$

Швидкість досить мала і можна не враховувати релятивістські ефекти, тому довжину хвилі де Бройля знайдемо як

$$\lambda_{Br} = \frac{h}{m_e V} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-6}} \approx 7{,}3 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0{,}73 \text{ нм}.$$

Де Бройль розглянув рух електрона в атомі уздовж орбіти й довів, що довжина еліптичної орбіти має бути кратною цілому числу довжин хвиль де Бройля для електрона. Орбіти, для яких ця умова резонансу фазової хвилі виконується, називають стаціонарними. Так ще раз була підтверджена теорія будови атома, висунута Н. Бором й уточнена А. Зоммерфельдом.

Корпускулярно-хвильовий дуалізм спонукав фізиків на пошуки моделі, яка б об'єднала частинку і хвилю у щось одне. Вільям Брегг зауважував [1]:

«Кожний фізик змушений у понеділки, середи і п'ятниці вважати світло складеним з частинок, а в інші дні тижня – із хвиль».

Ця проблема не давала спокою і Л. де Бройлю. У 1929 р. у Нобелівській лекції він сказав [1]:

«З одного боку, теорія світлових квантів не може бути визнана задовільною, тому що вона визначає енергію корпускули світла співвідношенням $W = h\nu$, в якому фігурує частота ν. *Але суто корпускулярна теорія не містить у собі жодного елемента, котрий дозволяв би визначити частоту. Хоча б із цієї причини потрібно у випадку світла вводити одночасно й ідею корпускули, й ідею періодичності.*

А з другого боку, визначення стаціонарних рухів електронів в атомі змушує вводити цілі числа, але ж досі єдиними явищами у фізиці, під час описання котрих з'являлися цілі числа, були явища інтерференції та власних коливань».

У 1956 р. де Бройль запропонував нову модель світла, згідно з якою світло розглядається як хвиля W, яка є суперпозицією плоскої монохроматичної хвилі M і дуже короткого гострого піка P, з розміром, можливо, меншим за 10^{-9} мкм (рис. 4.2). Хвиля M збігається з класичною світловою хвилею всюди, за винятком області навколо особливості P об'єктивно існуючої хвилі W. Особливість P і є фотоном [1].

Така модель світла дозволяє дуже просто пояснити дослід Юнга з квантової точки зору: область особливості P проходить через один з отворів у перегородці, тому що її розмір значно менший за діаметр отвору, а обидва отвори освітлюються хвилею W, яка збігається фактично по всій площині отворів з монохроматичною хвилею M, яка і дає класичну картину інтерференції. Але незрозумілим у цій моделі залишається той механізм, який утримує такий короткий імпульс від розпливання унаслідок дисперсії під час його проходження крізь матеріальне середовище.

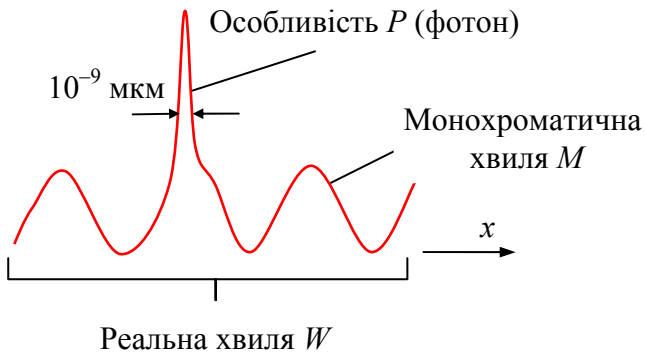

Рис. 4.2. Модель світла де Бройля, яка об'єднує поняття частинки та пов'язаної з нею хвилі

4.5. Солітони

Нова модель світла, запропонована де Бройлем, дуже нагадує явище, яке спостерігав у 1834 р. шотландський вчений Джон Рассел: в каналі під час хвилювання води на її поверхні утворюється одиничний біжучий горб. У 1965 р. його назвали солітоном (лат. *solus* – один, відокремлений), щоб підкреслити, що його властивості дуже нагадують властивості елементарної частинки. *Солітон* – це структурно стійка відокремлена хвиля, яка виникає в нелінійному дисперсійному середовищі. Особливістю солітона є те, що він не руйнується у разі зустрічі з іншими солітонами чи перешкодами. Структура солітона залишається незмінною за рахунок балансу між дією нелінійності та дисперсії середовища.

Формування солітона можна простежити на прикладі гравітаційних хвиль на поверхні води. У випадку довгої плоскої хвилі довжиною $\lambda >> 2\pi h_0$, де h_0 – глибина водойми, дисперсії немає і хвиля рухається з фазовою швидкістю [14]

$$V = \sqrt{g(h_0 + h_w)}, \tag{4.4}$$

де g – прискорення вільного падіння; h_w – підняття поверхні у певній точці профілю хвилі. З формули (4.4) видно, що вершина хвилі рухається швидше за її підніжжя (у цьому і проявляється нелінійність середовища) і крутизна фронту зростає, доки не стане приблизно рівною $2\pi h_0$, після чого швидкість V залежатиме від крутизни фронту (а це вже дисперсія середовища). Взаємна дія на хвилю нелінійності й дисперсії середовища приводить до появи осциляцій на профілі хвилі та, зрештою, до формування солітона (рис. 4.3).

Для коротких хвиль малої амплітуди ($\lambda << 2\pi h_0$) середовище буде сильнодисперсійним, оскільки їх фазова швидкість залежить від довжини хвилі:

$$V = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}},$$

тому осциляції з малою амплітудою розпливаються, залишаючи один пік з великою амплітудою. Для цього піка «загострення» фронту

унаслідок нелінійності точно компенсує його розпливання унаслідок дисперсії. Це і зумовлює структурну стабільність солітона, який не руйнується під час взаємодії з іншим солітоном [14].

h_0 – висота над рівнем води

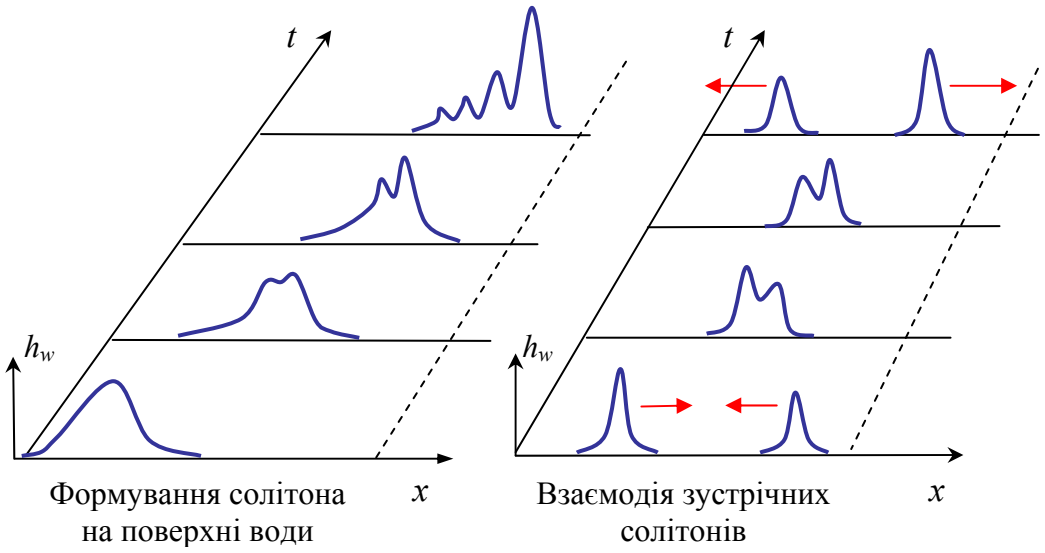

Рис. 4.3. Утворення солітона та його властивості квазічастинки

Солітони виникають не тільки на поверхні води, але і в лініях передачі з напівпровідниковими діодами, у плазмі, в активному середовищі лазерів тощо. Особливий інтерес становлять оптичні солітони як носії цифрової інформації в надшвидкісних волоконно-оптичних лініях зв'язку. Такі солітони створюють штучно. А чи не є солітоном сама елементарна частинка, той же фотон? Модель світла де Бройля є фактично моделлю солітона. Використовуючи рівняння для солітонів, фізики намагаються створити квантову теорію поля, щоб, нарешті, покінчити з корпускулярно-хвильовим дуалізмом.

4.6. Світло та загальна теорія відносності

У 1915 р. А. Ейнштейн завершив створення загальної теорії відносності, основою якої став постулат про інваріантність законів фізики відносно довільних перетворень систем координат (*загальний принцип відносності*). Якщо для інерціальних систем координат така інваріантність зберігалася лише за лоренцових перетворень координат,

то загальний принцип відносності поширював інваріантність на всі можливі системи координат – інерціальні та неінерціальні.

Ще 1907 р. Ейнштейн, порівнюючи дію на матеріальну точку з певною масою сили тяжіння (за законом всесвітнього тяжіння) та сили прискорення (за другим законом Ньютона), вивів *принцип еквівалентності*, за яким спостерігач ніякими дослідами, проведеними у своїй системі координат, не може розрізнити, чи він перебуває у гравітаційному полі, чи прискорено рухається. Хоча цей принцип і має локальний характер, він спонукав Ейнштейна до пошуку рівнянь, які могли б об'єднати електромагнітні та гравітаційні поля.

Загальна теорія відносності, яку ще називають *теорією гравітації* Ейнштейна, показала, що у полі тяжіння змінюються геометричні властивості простору–часу, і для їх описання потрібна вже не евклідова, а риманова геометрія з метрикою простору, залежною від гравітаційного поля. Якщо в центрі кола розмістити масивне тіло, то воно зменшить діаметр кола, залишивши без зміни його довжину. За маси тіла в 1 т та діаметра кола 10 м число π (у разі визначення його як відношення довжини кола до діаметра) зросте тільки у 24-му знаку. З теорії також випливало, що швидкість гравітаційних хвиль така сама, як і у світла у вакуумі [1; 19].

Одним з ефектів, передбачених загальною теорією відносності, є поява у тіла, яке обертається, *гравімагнітного поля*. Це поле дуже слабке і може бути виміряне лише найчутливішим датчиком магнітного поля – кільцевим лазером. Очікується, що розміщення кільцевого лазера на космічній станції дозволить на декілька порядків підвищити точність перевірки теорії гравітації Ейнштейна.

Хоча Ейнштейну так і не вдалося за допомогою своєї теорії досягти поставленої мети, вона стала першим кроком до створення єдиної теорії поля. Викривлення світлового променя та зміна частоти світла у гравітаційному полі підтвердили справедливість основних висновків загальної теорії відносності.

Приклад 4.4. Вивести формулу для гравітаційного червоного зміщення довжини хвилі світла.

Енергія фотона $E = h\nu$, тому відносна зміна частоти світла дорівнює відносній зміні енергії його фотонів:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta E}{E}.$$

Між тим енергію фотона можна подати як $E = mc^2$, причому ця енергія у разі переміщення фотона в однорідному гравітаційному полі назустріч його вектору напруженості **g** на відстань H змінюється на величину $\Delta E = -mgH$, тобто зменшується. Отже, можна записати

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{-mgH}{mc^2} = -\frac{gH}{c^2},$$

звідки знайдемо відносну величину гравітаційного червоного зміщення:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{gH}{c^2}. \qquad (4.5)$$

Теорія гравітації Ейнштейна є неквантовою теорією і розглядає неперервні гравітаційні поля й гравітаційні хвилі, породжені як речовиною з певною масою, так і електромагнітним полем.

Квантова теорія гравітації, яка виникла вже у сучасній фізиці й залишається далекою до завершення, розбиває поле тяжіння на кванти – *гравітони,* які мають нульову масу спокою та спін, що дорівнює двом. Гравітони переносять енергію та імпульс і самі є джерелами інших гравітонів. Фотони не здатні породжувати інші фотони [14].

Контрольні запитання і задачі

1. У центрі неосвітленої порожнистої кулі радіусом $R = 1{,}8\cdot10^7$ км перебуває дослідник, який вмикає імпульсне джерело світла з круговою діаграмою спрямованості. Опишіть, що побачив би дослідник протягом двох годин від моменту включення джерела світла у нерухомій кулі та в кулі, що рухається зі швидкістю $V = 0{,}1\ c$, якби справедливою була:

- теорія випускання Ньютона;
- гіпотеза Френеля про нерухомий ефір;
- гіпотеза Стокса про захоплення ефіру рухомим тілом;
- спеціальна теорія відносності Ейнштейна.

2. На одному кінці труби нерухомо міститься джерело світла A, а в другий кінець труби влітає з великою швидкістю джерело світла B. Якого значення набуває відношення швидкостей світла від обох джерел V_A/V_B у:

- теорії нерухомого ефіру Лоренца;
- спеціальній теорії відносності Ейнштейна?

3. Поясніть на основі принципу еквівалентності, чому в разі розміщення в центрі кола масивного тіла змінюється відношення довжини кола до його діаметра.

4. У центрі платформи, яка швидко обертається, та на її периферії розміщено два однаково виставлених годинника. Чи показуватимуть вони однаковий час для зовнішнього спостерігача?

5. Поясніть, чому солітони не руйнуються у разі зіткнення.

6. Поясніть механізм інтерференції одного фотона з точки зору моделі світла де Бройля.

7. Порівняйте швидкість у вакуумі світла, хвиль де Бройля та гравітаційних хвиль.

8. Яку довжину хвилі де Бройля матиме уламок метеорита масою 1 кг, який рухається зі швидкістю 0,1 с?

9. Якими польовими функціями можна описати електромагнітне поле?

10. Що розуміють під первинним та вторинним квантуванням у квантовій фізиці?

11. Як пояснюють дію на відстані концепція близькодії та концепція далекодії?

12. Поясніть, чому дорівнює відрізок у просторі Мінковського.

13. Як змінюється метрика простору–часу за наявності гравітаційного поля?

14. У чому відмінність спеціального та загального принципів відносності?

15. Порівняйте принципи відносності Галілея та Ейнштейна.

16. Як пояснював механізм скорочення рухомих тіл Лоренц?

17. Промінь виходить з рубінового лазера ($\lambda = 0{,}69$ мкм) паралельно земній поверхні. На який кут промінь відхилиться після проходження відстані $L = 10$ км у гравітаційному полі Землі? Радіус Землі $R = 6378$ км, маса Землі $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг, гравітаційна стала $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ (Н·м^2)/кг^2.

18. Порівняйте властивості фотонів та гравітонів.

19. Як застосовують солітони в сучасній техніці?

20. Наведіть приклади близькодії та далекодії.

21. У спектрі випромінювання зірки виявлена жовта лінія випромінювання атомів натрію з довжиною хвилі $\lambda_1 = 588$ нм. У лабораторних умовах цій лінії відповідає довжина хвилі $\lambda_0 = 589$ нм. Знайдіть швидкість зірки відносно Землі.

22. Знайдіть швидкість електрона V, за якої довжина хвилі де Бройля λ_{Br} збігатиметься з довжиною хвилі червоного випромінювання гелій-неонового лазера $\lambda = 633$ нм.

23. Чим відрізняється електромагнітна хвиля, випромінювана швидким електроном, від його хвилі де Бройля?

24. Що таке фізичне поле?

25. За яких швидкостей електрона з'являються релятивістські властивості?

26. Який процес дозволяє пов'язати часовий інтервал з відстанню між точками простору?

27. Проведіть аналогію між особливістю (рис. 4.2) у моделі світла де Бройля та солітоном. Якщо особливість – це солітон, то якими властивостями має бути наділений вакуум під час поширення у ньому світлової хвилі?

Рекомендована література: [1]; [14]; [17]; [18]; [19]; [20]; [21]; [22]; [23]; [24]; [25].

Глава 5

ГЛОБАЛЬНЕ КВАНТУВАННЯ МАТЕРІЇ

Метод важливіший за відкриття, оскільки правильний метод дослідження приведе до нових, ще більш цінних відкриттів.

Лев Ландау, радянський фізик

5.1. Квантова механіка

Історичні відомості. Гіпотезу про квантовий характер матерії першим висловив давньогрецький філософ Демокріт у IV ст. до н. е. Він увів у філософію поняття атомів – вічних неподільних частинок матерії, які відрізняються лише формою, розміром (який визначає вагу частинки) та розміщенням у просторі. Схожі атоми, підхоплені «вихором», зближаються й утворюють тіла. Атоми невидимі оком, а око бачить лише «витікання», які йдуть з атомів.

Якщо у Демокріта випромінювання атомів мали неперервний характер, то Ньютон у XVII ст. приписує випромінюванню дискретний (корпускулярний) характер.

Елементарний квант дії h з'явився у 1900 р. у формулі випромінювання Планка, яка описувала теплове випромінювання абсолютно чорного тіла. У 1905 р. А. Ейнштейн запропонував концепцію корпускулярно-хвильового дуалізму світла. М. Планк, визнаючи дискретність енергетичних рівнів атома, тим не менше вважав, що випромінювання атома відбувається не у вигляді кванта енергії, а протікає неперервно, протягом певного проміжка часу [15].

Квантова механіка виникла з потреби створити таку модель природи (з відповідним математичним апаратом), яка б могла пояснити корпускулярно-хвильовий дуалізм світла, стійкий стан атома і дискретну природу його випромінювання та поглинання, а також закономірності фотоефекту й ефекту Комптона. Останній свідчив про те, що світло розсіювалося на електроні так, ніби відбувалося пружне зіткнення електрона зі світловою частинкою, яка мала такі параметри:

- енергія $E = h\nu$, де ν – частота світлової хвилі;
- імпульс $p = h\nu/c$, де c – швидкість світлової хвилі у вакуумі;
- маса частинки $m = 0$, що випливає зі співвідношення $E = cp$, справедливого у релятивістській механіці тільки для частинок з нульовою масою.

Ефект, відкритий А. Комптоном, став підтвердженням висловленого Ейн-

штейном у 1905 р. припущення, що кванти дії електромагнітного поля є частинками – «світловими квантами».

У 1923 р. Л. де Бройль приписав корпускулярно-хвильовий дуалізм усій матерії. Хвилі де Бройля (сам де Бройль називав їх «фіктивними») не є фізичними хвилями та енергії не переносять. Проте саме хвильові властивості електрона дали змогу спостерігати у 1927 р. американським фізикам Клінтону Девіссону та Лестеру Джермеру дифракцію електронів на кристалі нікелю, а англійському фізику Джорджу Томсону – на целулоїдній плівці. Отже, з одного боку, хвилі матерії не є фізичними хвилями і коливань фізичних величин в середовищі поширення не викликають, а з другого боку – приводять до помітних фізичних ефектів хвильової природи [26; 1].

У 1926 р. австрійський фізик Ервін Шредінгер вивів рівняння, яке описувало нерелятивістську взаємодію хвиль де Бройля із силовими полями. Хвильове рівняння Шредінгера дало поштовх розвитку хвильової механіки. У 1928 р. англійський фізик Поль Дірак запропонував релятивістське рівняння, в якому рух електрона в силовому полі розглядався з точки зору взаємодії цього поля з дебройлівською хвилею електрона. Рівняння Шредінгера та Дірака стали основою квантової механіки, причому рівняння Дірака лягло в основу квантової електродинаміки.

Перший варіант квантової механіки був побудований у вигляді матричної механіки у 1925 р. німецьким фізиком Вернером Гейзенбергом, який ввів суто формально замість координат та швидкостей електрона абстрактні алгебраїчні величини – матриці, причому пов’язав їх зі спостережуваними величинами (енергетичними станами та інтенсивностями квантових переходів) досить простими і логічно узгодженими правилами [1].

Формалізм матричної механіки розвинув німецький фізик Макс Борн, який разом з Норбертом Вінером, американським математиком та фізиком, «батьком» кібернетики, увів у квантову механіку поняття оператора. Борн довів, що інтенсивність хвилі, поданої в рівнянні Шредінгера хвильовою функцією ψ, можна розглядати як ймовірність знаходження частинки у певній точці простору–часу. До речі, сам Шредінгер вважав, що в природі ніякого корпускулярно-хвильового дуалізму насправді немає, а

«*те, що завжди називали частинкою і що все ще й нині за звичкою продовжують так називати, безумовно, не є ідентифіковною сутністю*» [1].

Швейцарський фізик Вольфганг Паулі у 1925 р. сформулював один із принципів квантової механіки (*принцип заборони Паулі*), згідно з яким дві тотожні частинки з напівцілими спінами (наприклад, електрони) не можуть перебувати в одному стані [2].

У 1927 р. Гейзенберг сформулював принцип невизначеності величин, які одночасно можна виміряти у мікрооб’єкта.

У 1929 р. Паулі та Гейзенберг заклали основи квантової електродинаміки, для якої

Діраком був уже розроблений у 1927 р. метод вторинного квантування. Квантова електродинаміка стала узагальненням квантової механіки для заряджених частинок та фотонів (квантів електромагнітного поля) і більш точною моделлю природи. Так, одним із суттєвих недоліків квантової механіки було штучне поєднання квантової природи частинок з неперервною нібито природою поля, яке не дозволяло, наприклад, більш-менш послідовно описати механізм народження та знищення частинок, зокрема – процес випускання та поглинання атомом фотонів [21; 28].

Квантова механіка залишається інструментом, який дає змогу створювати пристрої та системи, що ігнорують закономірності класичної електроніки і підкоряються лише законам квантової механіки. Завершуючи свій славнозвісний курс лекцій з фізики в Каліфорнійському технологічному інституті (США), нобелівський лауреат Річард Фейнман сказав: «Квантова механіка, відкрита у 1926 р., мала за своїми плечима майже 40 років розвитку, як раптом несподівано вона отримала багато реальних практичних застосувань. Якось зразу з'явилася можливість дуже делікатно та тонко керувати природою». На початку 80-х років Фейнман висловив ідею створення квантового комп'ютера для моделювання явищ у квантових системах. Через два десятиліття цю фантастичну ідею почали втілювати у життя [29].

Критерій застосовності класичної механіки. Критерієм застосовності класичної механіки у розрахунках є вимога, щоб значення фізичних величин з розмірністю дії [джоуль · секунда] були значно більшими за елементарний квант дії h.

Об'єктами класичної механіки є матеріальні точки, абсолютно тверді тіла та суцільні (неструктуровані) середовища зі змінюваними параметрами (тверді тіла, рідини та гази, які можна деформувати або стискати). Дія, яку виконує, наприклад, матеріальна точка, має бути спрямована або на іншу матеріальну точку, або на тверде тіло, або на середовище. Останні відповідають на дію рівною за значенням і протилежною за спрямованістю протидією (третій закон Ньютона). Іншими словами, дія не може бути виконана без протидії, без протистояння двох фізичних об'єктів.

Приклад 5.1. Довести, що довжина боровської орбіти електрона в атомі водню дорівнює довжині хвилі цього електрона.

Знайдімо спочатку довжину боровської орбіти електрона в атомі. З першого постулату Бора випливає *умова квантування моменту імпульсу* для електрона, що перебуває на одній з можливих орбіт атома:

$$m_e r_n V_n = n\hbar; \qquad (n = 1, 2, 3, ...), \tag{5.1}$$

де m_e, V_n – маса електрона та його швидкість відповідно; r_n – радіус n-ї електронної

орбіти; n – головне квантове число цього енергетичного стану атома; $\hbar = h/2\pi$. З рівноваги електростатичної та доцентрової сил, які діють на електрон боровської моделі атома, маємо:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e V_n^2}{r_n}. \tag{5.2}$$

Розв'язуючи систему рівнянь (5.1) та (5.2) відносно r_n та V_n, знайдемо радіус n-ї орбіти та швидкість електрона на ній:

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m_e e^2};$$

$$V_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hn}.$$

Довжина n-ї орбіти

$$L_n = 2\pi r_n = \frac{2\varepsilon_0 h^2 n^2}{m_e e^2}.$$

Довжина хвилі де Бройля для електрона, який перебуває на цій орбіті,

$$\lambda_n = \frac{h}{m_e V_n} = \frac{2\varepsilon_0 h^2 n^2}{m_e e^2},$$

збігається з довжиною орбіти.

Фізична величина. Поняття «величина» (у нашому розумінні – позитивна скалярна величина) з'явилось у III ст. до н. е. в роботі Евкліда «Начала». Величина є найбільш загальним математичним поняттям, яке характеризує властивість об'єкта або явища, за якою їх можна порівнювати з іншими об'єктами або явищами. З порівняння фізичних об'єктів визначають геометричні величини (довжину, площу, об'єм) або фізичні величини (масу, швидкість, температуру, силу струму тощо). Особливою фізичною величиною є час, який можна розглядати як незалежну кількісну характеристику такого глобального явища, як еволюція Всесвіту. А можна поняття часу пов'язати з ентропією системи і сказати, що час – це незалежна кількісна характеристика переходу системи з менш імовірного стану у більш імовірний. У будь-якому разі, час – це незалежна кількісна характеристика явища.

Під час описання квантових об'єктів (елементарних частинок, атомів, молекул, полів) фізична величина характеризує стан квантового об'єкта, який може бути знайдений за допомогою фізичної взаємодії з іншими об'єктами (зокрема – класичними). У квантовій механіці таку величину називають *спостережуваною*. Спостережувана величина передбачає принципову можливість її вимірювання. Як характеристика стану квантового об'єкта вона задається математично у гільбертовому просторі ненульовим вектором стану. У гільбертовому просторі, який є узагальненням евклідового простору на нескінченну кількість координат, два вектори описують один і той самий стан об'єкта, якщо вони відрізняються скалярним множником.

Вимірювання спостережуваної величини незворотним чином змінює стан об'єкта і вектор стану замінюється у гільбертовому просторі статистичним ансамблем векторів, для кожного з яких є певна ймовірність визначати стан об'єкта.

Фізичні величини без напрямку дії є *скалярами* і перехід від однієї системи координат до іншої у класичній фізиці їх не змінює. Величини з напрямком дії називають *векторами* і, переходячи в іншу систему координат, потрібно зробити певні перетворення компонент вектора. Нарешті, є фізичні величини – *тензори*, які в кожній системі координат задаються набором чисел (компонент тензора), а під час переходу в іншу систему координат нові компоненти тензора утворюються із старих за допомогою більш-менш складних перетворень.

Оскільки скаляр і вектор підпадають під наведене вище визначення тензора, то їх називають відповідно *тензорами нульового та першого рангу*. При цьому окремі похідні від компонент тензора за координатами утворюють компоненти тензора з на одиницю вищим рангом. Якщо розглядати скалярне фізичне поле, наприклад, температурне (поле тензора нульового рангу), то диференціювання цього поля дає поле градієнта (поле тензора першого рангу), а диференціювання поля градієнта – поле *тензора другого рангу*. Тензорний аналіз став математичним апаратом загальної теорії відносності, квантової електродинаміки, теорії пружності, тобто тих дисциплін, в яких досліджуються поля різної природи.

Тензор електромагнітного поля. Рух електрона в електромаг-

нітному полі, яке заповнює 4-вимірний простір з координатами точок (x_1, x_2, x_3, x_4), можна задати *рівнянням руху*

$$\left(\frac{m_e c^2}{e}\right)\frac{du_i}{ds} = F_{ik}u_k\,,$$

де m_e, e – відповідно маса та заряд електрона; $ds = \sqrt{-dx_i^2}$; u_i – i-та та u_k – k-та компоненти 4-швидкості (швидкості електрона у 4-просторі):

$$u_{i,k} = \frac{dx_{i,k}}{ds};\quad u_1 = \frac{V_x}{c\sqrt{1-V^2/c^2}};\quad u_2 = \frac{V_y}{c\sqrt{1-V^2/c^2}};$$

$$u_3 = \frac{V_z}{c\sqrt{1-V^2/c^2}};\quad u_4 = \frac{i}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

В останній та наступних формулах $i = \sqrt{-1}$, якщо i є множником; нижні індекси $i,\ k = 1, 2, 3, 4$.

Величину

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k} \tag{5.3}$$

називають компонентою *тензора електромагнітного поля* $\mathbf{F} = (F_{ik})$; A_i, A_k – компоненти векторного 4-потенціалу, причому $A_{1,2,3} = A_{x,y,z}$, а $A_4 = iU$, де U – скалярний потенціал поля.

Тензор електромагнітного поля є *антисиметричним тензором*, оскільки $F_{ik} = -F_{ki}$ (за $i = k$ маємо $F_{ik} = 0$). Тензор зручно записати у вигляді матриці, елементами якої є обчислені за формулою (5.3) компоненти тензора F_{ik}:

$$\mathbf{F} = (F_{ik}) = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iE_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iE_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}.$$

У такому вигляді тензор має глибокий фізичний зміст: **F** – це фізична величина 4-простору, компоненти якої є параметрами електричного та магнітного полів, визначеними у 3-просторі [28].

Квантова система. *Квантовою системою* називають область простору–часу, населену елементарними частинками та полями. Апаратом дослідження квантової системи є квантова механіка (з дискретними частинками та неперервними полями) та її узагальнення на випадок заряджених частинок та квантів електромагнітного поля (фотонів) – квантова електродинаміка. Створювана нині квантова теорія поля має стати універсальним описанням матерії, в якому елементарні частинки, можливо, будуть подані у вигляді згустків поля (солітонів).

Стан квантової системи. Фізичний стан системи ψ у квантовій механіці описують комплексним *вектором стану* $|\psi\rangle$. Вектори кінцевого стану $\langle\varphi|$ та початкового стану $|\psi\rangle$, записані разом у вигляді амплітуди ймовірності $\langle\varphi|\psi\rangle$, означають скалярний добуток цих векторів.

Подібні позначення запропонував свого часу П. Дірак. Англійською мовою слово «дужки» читається як *брекет* (bracket). Першу половину дужок $\langle\varphi|\psi\rangle$, тобто $\langle\varphi|$, називають *бре*, а другу половину, тобто $|\psi\rangle$ – *кет*.

Скалярний добуток $\langle\varphi|\psi\rangle$ можна розглядати як роботу, виконану системою під час переходу з початкового стану $|\psi\rangle$ у кінцевий $\langle\varphi|$.

Є глибока аналогія між властивостями рівнянь квантової механіки та властивостями скалярного добутку двох векторів. Так, геометричний вектор вважають заданим, якщо відомі коефіцієнти b_i при *базисних векторах* – одиничних векторах $\mathbf{e}_i$, які задають напрямок осей обраної системи координат n-вимірного простору:

$$\mathbf{b} = \sum_{i=1}^{n} b_i \mathbf{e}_i .$$

Квантово-механічний вектор стану є цілком визначеним, якщо відомі амплітуди ймовірностей переходу з цього стану у базисні стани:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{n} |i\rangle\langle i|\psi\rangle .$$

І базисні вектори, і базисні стани є *ортонормованими*, а саме:

$$\mathbf{e}_i\mathbf{e}_j = \delta_{ij};\ \langle i|j\rangle = \delta_{ij},$$

де *символ Кронекера* δ_{ij} має властивість

$$\delta_{ij} = 0 \ \text{ за } \ i \neq j;\ \ \delta_{ij} = 1 \ \text{ за } \ i = j.$$

Проте між скалярним добутком двох векторів **a** та **b** й амплітудою ймовірності є й відмінність, яка виникає після перестановки, а саме: **ab** = **ba**, але $\langle\varphi|\psi\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle^*$.

Квантово-механічний вектор стану можна розглядати як геометричний вектор тільки за умови, що відомі всі параметри стану та їх можна вважати координатами вектора у багатовимірному просторі. Зрозуміло, що це можливе тільки для найпростіших систем (якщо такі, звичайно, існують у фізичному світі). У протилежному випадку стан треба задавати якомога повнішим набором спостережуваних величин.

Адіабатична теорема. У 1928 р. німецький фізик Макс Борн та радянський фізик Володимир Фок сформулювали «адіабатичну теорему» [28; 15]:

Фізична система залишається в поточному власному стані, якщо збурення діє на неї досить повільно і між власним енергетичним рівнем системи й рештою її можливих енергетичних рівнів є проміжок.

Прикладом адіабатичного процесу може бути рух маятника у вертикальній площині у разі повільного переміщення його опори. Якщо переміщення опори здійснюється досить повільно, то рух маятника відносно опори не змінює свого характеру. Якщо опора переміщується швидко, параметри руху маятника змінюються. Адіабатичний процес дозволяє визначати, наприклад, в якому з базисних станів перебуває кожний елемент квантового комп'ютера (кубіт); при цьому вимірювання не змінює стану цього елемента.

Математичні оператори квантової механіки. *Математичним оператором* називають поняття, яке разом з відповідним символом позначає певний вид перетворень елементів однієї множини в елементи іншої або, іншими словами, виконання певної послідовності матема-

тичних операцій над скалярною або векторною величиною. Наведімо деякі приклади математичних операторів [29; 30].

- *Оператор координати* $\hat{x}$ є просто операцією множення на x:

$$\hat{x}\psi(x,t) = x\psi(x,t).$$

- *Оператор лінійного перетворення* $\hat{L} = (L_1, L_2, L_3)$, застосований до вектора

$$\mathbf{b} = (x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k},$$

дає у тому ж ортонормованому базисі (**i**, **j**, **k**) новий вектор:

$$\mathbf{b}' = \hat{L}b = (L_1 x, L_2 y, L_3 z) = L_1 x\mathbf{i} + L_2 y\mathbf{j} + L_3 z\mathbf{k}.$$

Взагалі-то застосування лінійного оператора до вектора змінює і довжину, і напрямок вектора. Але є така множина векторів $|\psi_\lambda\rangle$, для якої дія оператора не змінює їх напрямку. Такі вектори називають *власними векторами* і позначають $|\lambda\rangle$, причому самі числа λ називають *власними значеннями* (не плутати з довжиною хвилі λ). Для ермітових операторів λ є дійсними числами, які можуть утворювати дискретний, неперервний або змішаний спектри власних значень.

Якщо нормуванням $\langle\lambda|\lambda\rangle = 1$ зробити власні вектори одиничної довжини (норми) і врахувати ортогональність власних векторів з різними значеннями λ, тобто $\langle\lambda|\lambda'\rangle = 0$, то з них можна побудувати ортогональний базис простору станів. За цим базисом можна розкласти у просторі станів будь-який вектор стану $|\psi\rangle$:

$$|\Psi\rangle = \sum_\lambda c_\lambda |\lambda\rangle,$$

де $\sum_\lambda |c_\lambda|^2 = \langle\psi|\psi\rangle = 1$; c_λ – коефіцієнти розкладання вектора за базисом $|\lambda\rangle$, $c_\lambda = \langle\lambda|\psi\rangle$.

- *Оператор функції*

$$y = \hat{f}x = f(x)$$

позначає певний вид перетворень елементів множини X в елементи

множини *Y*. Елементами обох множин є числа *x* та *y*, тому для них оператор $\hat{f}$ – це просто функція, і замість звичайного запису функції $y = f(x)$ можна записати $y = \hat{f}x$.

- *Диференціальний оператор d/dt*, застосований до функції $f(t)$, дає похідну цієї функції $df(t)/dt$.
- *Оператор «набла»*

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$$

у декартових координатах відповідає формальній некомутативній операції множення *x*-, *y*- та *z*-компонент скалярної функції *T* або векторної функції **B** на відповідні компоненти оператора. Можливі такі комбінації величин з цим оператором:

$$\text{– вектор} : \nabla T = \text{grad}T = \frac{\partial T}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\mathbf{k};$$

$$\text{– скаляр:}\ \nabla\mathbf{B} = \text{div}\mathbf{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z};$$

$$\text{– вектор:} \nabla \times \mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} + \frac{\partial B_z}{\partial x}\right)\mathbf{j} +$$

$$+\left(\frac{\partial B_y}{\partial x} + \frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\mathbf{k} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix},$$

причому звернімо увагу, як елегантно в останньому записі він поданий *матрицею*.

- *Оператор Лапласа (лапласіан)*

$$\nabla^2 = \nabla\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

застосований до скалярної функції, дає

– скалярне поле: $\nabla^2 T = \nabla\nabla T = \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 T}{\partial z^2}$,

а до векторної функції

– векторне поле: $\nabla^2 \mathbf{B} = \nabla(\nabla \mathbf{B}) = \nabla^2 B_x \mathbf{i} + \nabla^2 B_y \mathbf{j} + \nabla^2 B_z \mathbf{k}$.

- *Оператор Даламбера (даламбертіан)*

$$\Box = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} = \nabla - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

є узагальненням оператора Лапласа на 4-простір з координатами $x_1 = x$; $x_2 = y$; $x_3 = z$; $x_4 = ict$. З таким оператором хвильове рівняння для електромагнітного поля, виражене через 4-векторний потенціал $\mathbf{A}_\mu$, виглядає, якщо немає зарядів, просто як $\Box \mathbf{A}_\mu = 0$. Згадаймо, що $\mathbf{A}_\mu$ – це 4-вимірний вектор, утворений векторним потенціалом $\mathbf{A}$ та скалярним потенціалом φ електромагнітного поля: $\mathbf{A}_\mu = (\mathbf{A}, i\varphi)$.

- *Оператор імпульсу* $\hat{p}$ є диференціальним оператором першого порядку:

$$\hat{p}\psi(x,t) = -i\hbar\nabla(x,t).$$

- *Оператор енергії (гамільтоніан)* $\hat{H}$ у квантовій фізиці визначає зміну стану системи з часом, що задається *рівнянням Шредінгера*:

$$\hat{H}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t},$$

де $\hbar = h/2\pi$ – стала Планка.

Оператори стану квантової системи. Ці оператори ще називають операторами динамічних змінних системи, тому що хвильова функція, яка задає стан системи, є функцією динамічних змінних. Динамічними змінними ансамблю частинок можуть бути, наприклад, їхні координати та імпульси. У більш широкому розумінні *динамічними змінними* є координати тривимірного простору, імпульси, спіни та деякі інші характеристики елементарних частинок. Час у квантовій теорії вважають параметром, а не динамічною змінною, і тому ніяких операторів часу немає. А, можливо, ми просто не знаємо про їх

існування. Оператор, застосований до часу, означав би подорож у минуле чи майбутнє [29].

Якщо над системою виконується певна послідовність дій, яку назвемо *оператором стану системи* $\hat{A}$, то стан системи змінюється, наприклад, з ψ на φ. З геометричної точки зору можна розглядати цю послідовність дій як операції над координатами вектора стану $|\psi\rangle$, здійснювані відповідними компонентами оператора $\hat{A} = \{\hat{A}_i\}$, а саме

$$|\varphi\rangle = \hat{A}|\psi\rangle = \hat{A}_1\psi_1\mathbf{e}_1 + \hat{A}_2 + A_2\psi_2\mathbf{e}_2 \ldots + \hat{A}_m\psi_m\mathbf{e}_m = \sum_{i=1}^{m}\hat{A}_i\psi_i\mathbf{e}_i,$$

де $\hat{A}_i$ – оператори координат вектора стану $|\psi\rangle$, дія яких проявляється у зміні значення тих чи інших змінних фізичного стану, поданих координатами вектора стану, причому ця дія відносно різних координат вектора стану може бути різною: для однієї координати, наприклад, множенням, для другої – диференціюванням, для третьої – якоюсь іншою математичною операцією тощо; ψ_i – координати вектора стану $|\psi\rangle$; $\mathbf{e}_i$ – одиничні вектори ортонормованого базису m-вимірного евклідового простору.

Якби фізична система була цілком детермінованою, то оператор стану системи можна було б замінити певним набором операторів фізичних величин, але здебільшого система – це «чорний ящик», і все, що відомо про неї – це те, що така-то дія певний стан системи переводить в інший стан.

Фізичній величині F, яка описує одну із властивостей стану квантової системи у гільбертовому просторі з нескінченновимірним базисом, може відповідати оператор $\hat{F}$, який перетворює хвильову функцію ψ у нову функцію у тому самому просторі, а саме $\psi' = \hat{F}\psi$ [28].

Для оператора фізичної величини $\hat{F}$ можна записати рівняння

$$\hat{F}\psi_i = f_i\psi_i,$$

де f_i – одне з можливих значень фізичної величини F, які визначаються власними значеннями оператора $\hat{F}$; ψ_i – одна з ортонормованих власних функцій, з яких можна побудувати базис гільбертового простору.

Власні значення оператора, як і відповідні значення фізичної величини, можуть утворювати неперервний або дискретний спектр значень. Так, імпульс електрона у вільному просторі характеризується деяким значенням p з неперервного спектра значень. Оскільки це значення залишається незмінним при русі у вільному просторі, то його можна розглядати як одне з двох квантових чисел вільного електрона; інше квантове число – це спін електрона s. Отже, стан вільного електрона можна повністю задати двома квантовими числами p та s.

Можливість одночасного вимірювання фізичних величин. Фізичним величинам A та B можна поставити у відповідність певні оператори $\hat{A}$ та $\hat{B}$. *Комутативність операторів*, тобто незалежність результату від порядку їх застосування,

$$[\hat{A},\hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0,$$

означає можливість одночасного вимірювання на мікрооб'єкті величин A та B; $[\hat{A},\hat{B}]$ називають *комутатором* цих величин.

Якщо $[\hat{A},\hat{B}] = d$, де d – деяке число, яке не дорівнює нулю, то величини A та B не можуть бути виміряні одночасно і набувати певних значень; стосовно цих величин відомо лише, що вони набувають деяких значень з інтервалів ΔA та ΔB, причому $\Delta A \Delta B \geq |d|/2$, де ΔA та ΔB – середньоквадратичні відхилення від середніх значень $\overline{A}$ та $\overline{B}$. Для координати q та імпульсу p комутатор $[\hat{q},\hat{p}] = i\hbar$, звідки випливає співвідношення невизначеностей $\Delta q \Delta p \geq \hbar/2$ [17; 25; 29; 30; 31].

Хвильова функція. Квантова механіка має так описувати рух мікрочастинок, щоб кожній точці простору–часу приписувалась певна ймовірність виявити у цій точці мікрочастинку. Функцію $\psi(\mathbf{r}, t)$ у полярних координатах або $\psi(x,y,z,t)$ у декартових, яка задає розподіл у просторі–часі амплітуд ймовірностей, називають *хвильовою функцією* (*функцією стану*) досліджуваного мікрооб'єкта. Мікрооб'єктами квантової механіки є елементарні частинки, атоми, молекули та атомні ядра. Узагальнюючи властивості мікрооб'єктів, квантова механіка намагається також знайти властивості систем мікрооб'єктів, наприклад, кристалів. Перехід до систем вимагає усереднення властивостей мікрооб'єктів. *Теорема про середні значення* нідерландського фізика

Пауля Еренфеста проклала місток між квантовою та класичною механікою, стверджуючи, що середні значення квантово-механічних величин – швидкості, імпульсу, прискорення та сили – пов'язані між собою класичними ньютонівськими співвідношеннями [21].

Хвильову функцію для зручності нормують таким чином, щоб

$$\int \psi\psi^* dV = 1,$$

де інтегрування здійснюється за всіма координатами, від яких залежить ψ; dV – елемент об'єму такого багатокоординатного простору; зірочка означає комплексне спряження. Таке нормування хвильової функції частинки означає, що ймовірність знайти частинку у такому просторі дорівнює одиниці.

Аналогія між хвильовою функцією і комплексною амплітудою світлової хвилі. Розгляньмо таку аналогію. Уздовж осі x рухаються частинка, яка створює хвилю де Бройля, і світлова хвиля. Обидві хвилі можна задати комплексною амплітудою

$$\tilde{a} = a\exp(i\varphi),$$

яку для хвилі де Бройля називають *амплітудою ймовірності* або хвильовою функцією і позначають ψ, причому $\psi\psi^* = a^2 = w$ дає ймовірність виявити частинку у певній точці простору–часу, оскільки $\psi = \psi(x,y,z,t)$. Для світлової хвилі $\tilde{a}$ є *комплексною амплітудою* цієї хвилі, величина a – *амплітудою*, $a^2 = I$ – її *інтенсивністю*. Величину φ називають *фазою* хвилі; для хвилі де Бройля $\varphi = 2\pi px/h$, для світлової хвилі $\varphi = 2\pi ct/\lambda$.

Аналогія між хвилями де Бройля та світловими хвилями наштовхує на думку, що, можливо, для будь-якого матеріального об'єкта спостерігаються основні оптичні явища, такі, наприклад, як інтерференція, дифракція та дисперсія. І ці явища справді спостерігаються, принаймні для мікрооб'єктів.

Якщо у схемі Юнга (див. рис. 1.8) джерело S розглядати як джерело електронів, то на люмінесцентному екрані можна спостерігати інтерференційну картину, утворену завдяки суперпозиції хвиль де Бройля для різних електронів. Але найбільш цікавим є те, що інтерференційну картину можна спостерігати навіть для одного

електрона (як і для одного фотона). «Фіктивна» хвиля де Бройля дає цілком реальний фізичний ефект. При цьому ситуація виглядає таким чином, ніби хвильова функція розпадається перед перегородкою із щілинами на дві компоненти: $\psi_1 = a_1 \exp(i\varphi_1)$ та $\psi_2 = a_2 \exp(i\varphi_2)$. За перегородкою відбувається накладання цих компонент, що і викликає появу інтерференційного ефекту у розподілі ймовірності [29]:

$$w = (\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)^* = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

При цьому нормування ймовірності треба виконати уздовж досить великої площі екрана:

$$w = \int_S (\psi_1 + \psi_2)(\psi_1 + \psi_2)^* dS = 1.$$

Імовірність виявити електрон у тій чи іншій точці екрана «вимальовує» на екрані інтерференційну картину. Якщо уявити собі, що ми проектуємо зображення люмінесцентного екрана на фотопластинку і фотографуємо результат послідовного проходження тисячі електронів через два отвори, то на фотопластинці з'явиться така сама за виглядом інтерференційна картина, як і під час освітлення цих отворів.

Дифракція електронів на кристалічній решітці якраз і стала демонстрацією хвильових властивостей електрона та здатності хвиль де Бройля до дифракції.

Дисперсія хвиль де Бройля спостерігається під час руху частинки і проявляється в «розпливанні» її хвильової функції.

Приклад 5.2. Знайти дисперсійне співвідношення для хвиль нерелятивістських електронів, які мають імпульс p та рухаються в полі зі сталим потенціалом U.

Для електронів поле із сталим потенціалом U є аналогом однорідного середовища для фотонів. Класична повна енергія частинки складається з кінетичної та потенціальної енергій і для електрона може бути подана як

$$W = \frac{p^2}{2m_e} + U. \tag{5.4}$$

Монохроматичній хвилі де Бройля з хвильовим числом $k = p/\hbar$ можна приписати існування віртуальних квантів з енергією $E = \hbar\omega = h\nu$. Підстановка цих формул у рівняння (5.4) дає дисперсійне співвідношення для хвиль електронів, які рухаються у сталому потенціальному полі:

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} + U \tag{5.5}$$

або

$$\nu = \frac{h}{2m_e\lambda^2} + U.$$

Принцип суперпозиції. *Принцип суперпозиції* для хвиль означає, що, складаючи декілька хвиль, ми знову отримуємо деяку хвилю, тобто лінійна комбінація комплексних амплітуд декількох хвиль дає комплексну амплітуду нової хвилі:

$$\psi = \sum_{i=1}^{n} \psi_i .$$

На відміну від класичних статистичних теорій, де ймовірності складаються як

$$w = \sum_{i=1}^{n} w_i ,$$

у квантовій фізиці треба спочатку скласти амплітуди ймовірностей (хвильові функції), а потім вже знаходити комплексним спряженням імовірність: $w = \psi\psi^*$.

Хвильовий пакет. *Хвильовим пакетом* називають суперпозицію плоских монохроматичних хвиль, які мають майже однакові напрямки поширення і близькі частоти, що в результаті дає просторово обмежену область хвильового поля, центр якої рухається із груповою швидкістю. І короткий лазерний імпульс, і солітон, й елементарну частинку можна розглядати як хвильові пакети.

Кожному стану частинки з певними імпульсом та енергією відповідає необмежена у просторі–часі плоска монохроматична хвиля де Бройля. Оскільки амплітуда цієї хвилі визначає ймовірність знайти частинку в певній точці простору–часу, то, очевидно, що ймовірність для всіх точок простору–часу буде однаковою, тобто частинка виявляється нелокалізованою, існуючою всюди і завжди.

Якщо ж локалізувати частинку в певній обмеженій області простору (наприклад, уздовж осі x у межах Δx), то імпульс набуває певної

невизначеності $\Delta p_x = \hbar/\Delta x$ уздовж цієї осі. Складаючи монохроматичні хвилі де Бройля з імпульсами, розкиданими в межах Δp_x, отримаємо хвильовий пакет, представлений хвильовою функцією цієї частинки. Швидкість центру цього пакета і є швидкістю частинки V. Якщо частинка рухається вздовж осі x, хвильовий пакет дещо розпливається (рис. 5.1), що можна розглядати як дисперсію частинки, але у тому розумінні, що збільшується не розмір частинки, а розмір просторової області, в якій частинку можна виявити із заданою ймовірністю [29].

Дисперсія означає, що частина хвиль хвильового пакета рухається швидше за його центр, а частина – повільніше, і кожна з цих хвиль рухається зі своєю фазовою швидкістю, за якою, наприклад, можна вважати швидкість переміщення вузла хвилі. Розширення області, в якій можна з певною ймовірністю виявити частинку, пов'язане з тим, що просторове обмеження, накладене нами на частинку, фактично означало прикладання до неї певних сил, а отже, й зміну її швидкості. Вихід частинки з-під дії сил і стабілізація її швидкості та енергії означає втрату контролю над частинкою з боку вимірювальної системи і втрату каналу зв'язку вимірювальної системи з частинкою, який доносив інформацію про неї. Ціль зникла з екрана радара і через деякий час її можна виявити де завгодно.

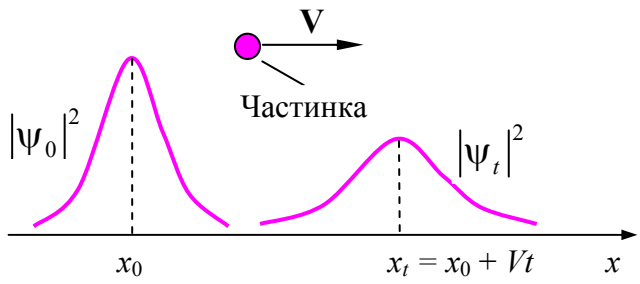

Рис. 5.1. «Розпливання» хвильового пакета Ψ під час руху частинки вздовж осі x: $|\psi_t|^2$ – імовірність виявити частинку в точці x в момент t; площа під кривою залишається рівною одиниці, тобто повній імовірності виявити частинку в просторі у цей момент

Групова та фазова швидкості. *Фазовою швидкістю* хвилі називають швидкість перенесення у просторі точки хвилі, в якій її фаза залишається незмінною, причому

$$V_\varphi = \frac{\omega}{k}, \tag{5.6}$$

де ω – колова частота, $\omega = 2\pi\nu$, ν – частота хвилі; k – хвильове число монохроматичної хвилі, яка поширюється в дисперсійному середовищі з

показником заломлення $n(\lambda)$, $k = 2\pi n/\lambda$; λ – довжина цієї хвилі у вакуумі, $\lambda = c/\nu$.

Групова швидкість – це ефективна швидкість групи хвиль, яка є швидкістю перенесення енергії та сигналів, причому

$$V_g = \frac{d\omega}{dk}. \tag{5.7}$$

Формула Релея

$$V_g = V_\varphi - \lambda \frac{dv_\varphi}{d\lambda} \tag{5.8}$$

встановлює співвідношення між груповою швидкістю хвиль V_g, фазовою швидкістю V_φ та залежністю останньої від довжини хвилі λ.

Нормальна дисперсія спостерігається за $dV_\varphi/d\lambda > 0$ (групова швидкість менша за фазову і дорівнює швидкості перенесення енергії та сигналів), а *аномальна дисперсія* – за $dV_\varphi/d\lambda < 0$ (групова швидкість більша за фазову і для світлових хвиль може перевищувати швидкість світла у вакуумі c; однак суперечностей з теорією відносності тут не виникає, оскільки аномальна дисперсія супроводжується сильним поглинанням і групова швидкість уже не збігається зі швидкістю перенесення енергії та сигналів) [17; 29].

Приклад 5.3. Знайти фазову та групову швидкості хвилі де Бройля, пов'язаної з потоком електронів, які мають однакову швидкість V і вільно рухаються у вакуумі.

Фазову швидкість отримаємо зі співвідношення, яке пов'язує довжину хвилі з її частотою:

$$V_\varphi = \lambda\nu. \tag{5.9}$$

Довжину хвилі де Бройля можна визначити за імпульсом $p = mV$ як (див. вираз (4.3))

$$\lambda_{Br} = \frac{h}{p} = \frac{h\sqrt{1 - V^2/c^2}}{m_e V},$$

а частоту – за повною енергією $W = mc^2$ рухомої маси та енергією віртуальної частинки $E = h\nu$, пов'язаної з хвилею де Бройля корпускулярно-хвильовим дуалізмом. Знову ж таки, враховуючи релятивістське значення маси (4.2), маємо:

$$\nu_{Br} = \frac{m_e c^2}{h\sqrt{1 - V^2 / c^2}}. \tag{5.10}$$

Підставляючи вираз (4.3) та (5.10) у співвідношення (5.9), отримаємо фазову швидкість хвилі електрона:

$$V_\varphi = \frac{c^2}{\nu_{Br}},$$

яка, як бачимо, може значно перевищувати швидкість світла у вакуумі. Але згадаймо, що хвилі де Бройля – це хвилі ймовірності, а не реальні хвилі.

Групова швидкість у цьому разі збігається зі швидкістю перенесення маси, а відповідно й енергії, тобто $V_g = V$, тому групова та фазові швидкості хвилі де Бройля пов'язані співвідношенням

$$V_g V_\varphi = c^2.$$

Приклад 5.4. У непоглинальному недисперсійному середовищі з показником заломлення n уздовж осі x поширюється світловий імпульс. Знайти його фазову та групову швидкості.

Світловий імпульс складається з групи монохроматичних хвиль, які утворюють хвильовий пакет:

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(k) \exp\left[i(\omega t - kx)\right] dk,$$

де k – хвильове число окремої монохроматичної хвилі в середовищі з показником заломлення n, $k = 2\pi n/\lambda$; $f(k)$ – розподіл хвиль за амплітудами; ω – колова частота цієї хвилі, $\omega = 2\pi c/\lambda$. Максимального значення сумарна амплітуда, а отже й сумарна густина енергії групи хвиль, набувають у тому місці хвильового пакета, де різниця фаз між будь-якою парою хвиль майже не змінюється, тобто

$$\frac{d\varphi}{dk} = \frac{d(\omega t - kx)}{dk} = \frac{d(ckt/n - kx)}{dk} \approx 0.$$

Знаходячи похідну і прирівнюючи її до нуля, отримаємо

$$\frac{x}{t} = \frac{c}{n}.$$

Враховуючи те, що максимум густини енергії за час t проходить відстань x, маємо групову швидкість хвильового пакета

$$V_g = \frac{c}{n}.$$

Для фотонів теж є справедливим співвідношення (5.6), а оскільки всі фотони мають у такому середовищі однакову швидкість (ідеалізоване середовище з нульовою дисперсією, на зразок вакууму), то

$$V_\varphi = cn.$$

У реальному середовищі дисперсія $dV_\varphi / d\lambda \neq 0$, тому співвідношення між фазовою та груповою швидкістю визначаються формулою Релея (5.8).

Приклад 5.5. В однорідному непоглинальному середовищі з показником заломлення n поширюється лазерний імпульс. Знайти дисперсійну формулу $n = f(\lambda)$ для середовища, в якому групова та фазова швидкості цього імпульсу пов'язані співвідношенням $V_g V_\varphi = c^2$, характерним для хвиль де Бройля.

Лазерний імпульс є хвильовим пакетом, який можна подати групою монохроматичних хвиль з трохи різними частотами, зосередженими навколо деякої центральної частоти. Фазові швидкості цих хвиль будуть майже однакові, тому можна скористатися формулами (5.6) та (5.7) і підставити їх у співвідношення для групової та фазової швидкостей. Отримаємо просте диференціальне рівняння

$$\frac{d\omega}{dk}\frac{\omega}{k} = c^2$$

або

$$c^2 k dk = \omega d\omega,$$

розв'язуючи яке, знайдемо

$$c^2 k^2 = \omega^2 + C_1, \quad (C_1 = \text{const}).$$

Підставивши у це рівняння $k = 2\pi n/\lambda$, маємо дисперсійну формулу

$$n^2 = 1 + C_2 \lambda^2, \quad (C_2 = \text{const}).$$

Оптичне слабкопоглинальне середовище (газ) справді має такий характер дисперсії, але тільки в рентгенівському діапазоні, де немає ліній поглинання атомів та молекул. Така сама дисперсія спостерігається в іоносфері для радіохвиль.

Якщо знехтувати поглинанням, то для багатьох оптичних середовищ *дисперсійна формула* може бути подана як

$$n = 1 + \sum_m \frac{K_m}{\omega_m^2 - \omega^2},$$

де ω_m – одна з m можливих резонансних частот атомів оптичного сере-

довища; K_m – ваговий коефіцієнт для цієї резонансної частоти. Отже, залежність показника заломлення від частоти набуває на дисперсній характеристиці вигляду серії резонансів (рис. 5.2) [29].

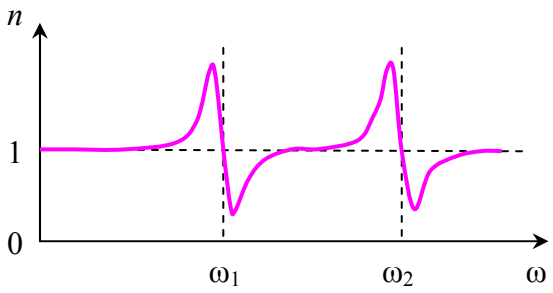

Рис. 5.2. Дисперсійна характеристика оптичного середовища на порівняно невеликій ділянці спектра

Чистий та змішаний стани квантової системи. Якщо хвильова функція дає вичерпну інформацію про рух фізичної системи, про її стан у кожній точці простору–часу, тобто відомі всі динамічні змінні системи і хвильова функція від них, то це називають *чистим станом*. Якщо ж інформація про систему неповна і повний набір динамічних змінних невідомий, але відомо, що система може перебувати в N станах, для кожного з яких відома хвильова функція ψ_i та ймовірність виявити систему у цьому стані w_i, то такий *змішаний стан* задається статистичним *оператором густини* (*матрицею густини*):

$$\hat{\mathbf{a}} = \sum_{i=1}^{N} p_i (\psi_i^* \mathbf{a} \psi_i), \quad \text{де} \sum_{i=1}^{N} p_i = 1.$$

Хвильове рівняння для однорідного середовища. *Хвильовим рівнянням* називають диференціальне рівняння в окремих похідних, яке описує процес поширення збурень у деякому середовищі. Для малих збурень деякого параметра u однорідного середовища коливальний процес поширюється згідно з рівнянням [29]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

де V – швидкість поширення коливань.

Найпростішим хвильовим рівнянням, яке описує одновимірні коливання, є *рівняння струни*

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Хвильове рівняння для вільної частинки. Хвиля де Бройля для вільної частинки масою m та енергією E, яка рухається уздовж осі x у просторі, де немає потенціального поля, описується хвильовим рівнянням

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{p^2}{h^2}\psi=0,$$

причому імпульс $p=\sqrt{2mE}$.

Стаціонарне рівняння Шредінгера. Незалежне від часу рівняння Шредінгера є хвильовим рівнянням для частинки, яка рухається, наприклад, уздовж осі x у стаціонарному полі з потенціалом $U(x)$. У такому полі імпульс частинки змінюється відповідно до співвідношення $p^2=2m\left[E-U(x)\right]$, яке випливає із закону збереження енергії. При цьому хвильове рівняння набуває вигляду [17; 29]

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m[E-\mathrm{U}(x)]}{\hbar}\psi=0$$

або через згаданий вище гамільтоніан:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\hat{H}\psi=0.$$

У стаціонарному рівнянні Шредінгера хвильова функція залежить тільки від координат, у цьому випадку $\psi=\psi(x)$.

Нестаціонарне рівняння Шредінгера. У нестаціонарному рівнянні Шредінгера хвильова функція залежить від координат та часу, наприклад $\psi=\psi(x,t)$. Таке рівняння є *рівнянням руху* частинки і має вигляд

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+U\psi,$$

причому залежати від часу може і потенціал: $U=U(x,t)$ [29].

Приклад 5.6. У полі з потенціалом $U(x,t)$ уздовж осі x рухається нерелятивістський електрон, «випромінюючи» вперед і назад плоскі монохроматичні хвилі де Бройля. Сумарна хвиля виглядає як

$$\psi(x,t)=\exp(-i\omega t)\left[a\exp(ikx)+b\exp(-ikx)\right], \qquad (5.11)$$

де ω, k – колова частота та хвильове число хвиль електрона; a, b – їх амплітуди. Вивести одновимірне нестаціонарне рівняння для такого електрона.

Хвильова функція (5.11) є розв'язком шуканого диференціального рівняння в окремих похідних другого порядку. Знайдімо ці похідні:

$$\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -i\omega\psi(x,t); \tag{5.12}$$

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2\psi(x,t); \tag{5.13}$$

$$\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x} = \exp(-i\omega t)\left[ika\exp(ikx) - ikb\exp(-ikx)\right];$$

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} = -k^2\psi(x,t). \tag{5.14}$$

Зауважмо, що, поділивши рівняння (5.13) на (5.14) щоб позбавитись від $\psi(x,t)$, отримаємо хвильове рівняння для хвиль у недисперсійному середовищі:

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\omega^2}{k^2}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}, \tag{5.15}$$

яке справедливе, якщо немає потенціального поля. Для врахування впливу на хвилю потенціального поля скористаймося дисперсійним співвідношенням (5.5) у вигляді

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2k^2}{2m_e} + U(x,t). \tag{5.16}$$

Домножуючи рівняння (5.12) на $i\hbar$ та використовуючи рівняння (5.14) і (5.16), отримаємо шукане хвильове рівняння:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\psi(x,t).$$

Приклад 5.7. Уздовж осі x рухається вільний релятивістський електрон з енергією E та імпульсом p. Знайти його хвильове рівняння.

Термін «вільна частинка» означає, що немає потенціального поля ($U = 0$). Енергію релятивістської частинки у цьому разі можна знайти зі співвідношення між енергією та імпульсом:

$$E^2 = \left(mc^2\right)^2 + \left(cp\right)^2.$$

Враховуючи те, що для хвиль де Бройля $E = \hbar\omega$ та $p = \hbar k$, маємо дисперсійне співвідношення для релятивістського електрона:

$$\hbar^2\omega^2 = (m_e c^2)^2 + (\hbar ck)^2. \qquad (5.17)$$

Домножуючи співвідношення (5.17) на $-\psi(x, t)/\hbar^2$ і використовуючи рівняння (5.13) та (5.14), отримаємо *хвильове рівняння Клейна–Гордона* для вільного релятивістського електрона [29]:

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} - \frac{(m_e c^2)^2}{\hbar^2}\psi(x,t).$$

Фотони мають нульову масу спокою й у вакуумі утворюють електромагнітну хвилю, яка задовольняє *класичне хвильове рівняння*

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2},$$

яке є просто іншою формою запису рівняння (5.15), оскільки у вакуумі фазова і групова швидкості електромагнітних хвиль $V_\varphi = \omega/k$ та $V_g = d\omega/dk$ збігаються, причому $V_\varphi = V_g = c$.

Розв'язки рівнянь Шредінгера. Розв'язки рівнянь Шредінгера (і стаціонарного, і нестаціонарного) дають дискретний спектр енергії квантових станів системи. Квантування енергії E або частоти $\nu = E/h$ характерне для поширення хвиль в обмеженому просторі й виникає внаслідок суперпозиції прямих хвиль з відбитими або дифрагованими. Ці квантовані енергії та частоти відповідають власним резонансним коливанням струни, камертона, об'ємного чи відкритого (оптичного) резонатора.

Подібність рівнянь Шредінгера і хвильових рівнянь не випадкова. Якщо потенціальне поле створює, наприклад, потенціальну яму в просторі, то при цьому мають виникати резонансні процеси чи то для електромагнітних хвиль, чи хвиль де Бройля, чи гравітаційних хвиль.

Потенціальна яма може виникати у природі не тільки в атомах, молекулах, ядрах та їх системах, наприклад, кристалах, але і у відносно вільному просторі, в якому є суперпозиція хвиль будь-якої природи і можливість утворення стоячої хвилі. Западину стоячої хвилі теж можна розглядати як свого роду потенціальну яму. Якщо вектор електричного поля плоскої електромагнітної хвилі коливається у вертикальній площині, а вектор магнітного поля – в горизонтальній, то електрон, який рухається уздовж осі стоячої хвилі, потраплятиме у вертикальній площині

через кожні λ/2 у нульове електричне поле, а в горизонтальній площині через кожні λ/2 у нульове магнітне поле, причому вузли магнітного поля зміщені уздовж осі відносно вузлів електричного поля на λ/4.

Розв'язок стаціонарного рівняння залежить від виду потенціальної функції $U(x)$ і може бути поданий, наприклад, як сума хвиль де Бройля:

$$\psi(x) = a_1 \exp(ik_1 x) + a_2 \exp(ik_2 x),$$

де $k_{1,2} = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E - U_{1,2})}$; a_1 та a_2 – константи.

Частинні розв'язки нестаціонарного рівняння Шредінгера мають вигляд розв'язку стаціонарного рівняння $\psi(x)$, помноженого на фазовий множник, тобто

$$\psi(x,t) = \psi(x)\exp(-i\omega t), \tag{5.18}$$

де ω – колова частота, $\omega = E/\hbar$. Оскільки

$$\psi(x,t)\psi^*(x,t) = \psi^2(x) = w(x),$$

то хвильові функції (5.18) задають стаціонарні стани квантової системи [17; 29; 31].

Загальний розв'язок нестаціонарного рівняння можна подати у вигляді суперпозиції розв'язків для стаціонарних станів, а саме:

$$\psi(x,t) = a_1 \exp[i(k_1 x - \omega_1 t)] + a_2 \exp[i(k_2 x - \omega_2 t)].$$

Фізичний зміст цього розв'язку такий: стан з енергією $E_1 = \hbar\omega_1$ може бути виявлений з імовірністю $w_1 = a_1^2$, а стан $E_2 = \hbar\omega_2$ – з імовірністю $w_2 = a_2^2$, причому внаслідок того, що вимірювальний процес триває Δt, зазначені стани мають невизначеність енергії в діапазоні $\Delta E \geq \hbar/\Delta t$.

Квантова система в гільбертовому просторі. Розглянуті вище рівняння та їхні розв'язки стосувалися одновимірного руху частинки в евклідовому просторі. Якщо частинка рухається в евклідовому просторі уздовж просторової кривої, цю криву можна умовно зобразити безліччю маленьких прямолінійних відрізків, кожен з яких збігається з певною віссю. Очевидно, що й осей таких буде безліч. Якщо на кожній з таких

осей задати одиничний вектор і умовно вважати їх ортогональними один одному, то ці одиничні вектори утворять базис *гільбертового простору*, який є узагальненням евклідового простору на випадок нескінченної кількості вимірів. Точка просторової кривої евклідового простору матиме в гільбертовому просторі безліч координат.

На кожній лінійній ділянці кусково-лінійної траєкторії частинки виникають одна–дві хвилі де Бройля (залежно від виду потенціальної функції). Якщо скористатися принципом суперпозиції для всіх хвиль де Бройля, які з'являються на множині всіх нескінченно малих відрізків траєкторії, то отримаємо гільбертів простір, уздовж осей якого поширюються елементарні плоскі хвилі де Бройля [29].

Хвильове рівняння для фотона. Хвильова функція електрона чи фотона має певний розподіл у просторі–часі, це зовсім не означає, що частинка «розмазана» у просторі–часі за таким самим законом. І електрон, і фотон є з погляду квантової механіки точковими частинками. Якщо вже така частинка перебуває у невеличкій області простору–часу, то за межами цієї області її немає. Розподіл хвильової функції частинки в макроскопічній області простору–часу, а не в мікроскопічній, виникає внаслідок спроби спостереження за частинкою, тобто внаслідок встановлення каналу зв'язку між частинкою і спостерігачем, через який спостерігач мав би отримати певну кількість інформації про частинку. Інакше б ця частинка для спостерігача просто не існувала.

Фотони виявилися для квантової механіки вдячними об'єктами спостереження. Спостерігати хвильову функцію окремого фотона чи електрона неможливо. Але, на відміну від електронів, на які накладено принцип заборони Паулі, величезна кількість фотонів може перебувати в одному енергетичному стані. Ця множина фотонів може мати таку саму хвильову функцію, як окремий фотон, але зі значно більшою амплітудою.

Коли з неба падає перша крапля дощу, ймовірність, що вона впаде на голову, майже дорівнює нулю, але під час зливи ця ймовірність стає цілком відчутною. Так і з фотонами: коли їх дуже багато, окремі ймовірності складаються і їх сума дорівнює кількості фотонів в цій області, яку можна спостерігати як макроскопічну величину, тобто хвильову функцію фотона можна побачити на власні очі.

Зауважмо, що й електрон виявився не зовсім безнадійним у цьому

відношенні. За температур, близьких до абсолютного нуля, коли спостерігається явище надпровідності, електрони починають трохи притягуватися один до одного, утворюючи зв'язані (куперівські) пари. *Ефект Купера* (відкритий у 1956 р. американським фізиком Леоном Купером) полягає в тому, що електрони з протилежними імпульсами та спінами, які мають енергії, близькі до енергії Фермі E_F, взаємодіють через кристалічну решітку і притягуються. Згадаймо, що за $T = 0$ рівень Фермі розділяє на енергетичній діаграмі металу рівні, заповнені електронами, і рівні, вільні від електронів. Якщо окремий електрон є ферміоном, то зв'язана пара електронів має вже властивості бозону. На такі пари електронів перестає діяти табу на розміщення двох електронів на одному енергетичному рівні. Множина зв'язаних пар електронів, розміщених на одному енергетичному рівні, створює таку ж хвильову функцію, як і окрема пара, але амплітуда функції стає значно більшою. Імовірність виявити пару електронів у певній невеличкій області простору–часу перетворюється на концентрацію пар електронів у цій області. Таку хвильову функцію теж можна спостерігати в макромасштабі [17; 29].

Хвильовою функцією фотона є 4-векторний потенціал $\mathbf{A}_\mu$ електромагнітного поля, заданий рівняннями Максвела. У просторі, де немає зарядів, *хвильове рівняння для фотона* можна подати за допомогою даламбертіана як [28]

$$\Box \mathbf{A}_\mu = 0. \tag{5.19}$$

За наявності зарядів у правій частині рівняння (5.19) з'являється 4-вектор густини електричного струму $\mathbf{j}_\mu$:

$$\Box \mathbf{A}_\mu = -\mathbf{j}_\mu .$$

Чотиривимірний вектор $\mathbf{j}_\mu$ утворюється тривимірним вектором густини $\mathbf{j}$ та скаляром – зарядом ρ.

Ермітові оператори. Лінійний оператор $\hat{L}$, заданий в евклідовому або гільбертовому просторі, називають *ермітовим* (*самоспряженим*) *оператором*, якщо для скалярних добутків будь-яких векторів із цього простору маємо рівність

$$(\hat{L}\mathbf{a})\mathbf{b} = \mathbf{a}(\hat{L}\mathbf{b}).$$

Ермітів оператор, як і будь-який інший, можна задати у вигляді матриці, наприклад такої:

$$\hat{L} = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{vmatrix},$$

де елементами матриці є компоненти оператора L_{ik}. Тоді *ермітовим спряженням операторів* називають операцію з комплексного спряження всіх елементів матриці та транспонування (перестановки) стовпців і рядків (ця операція позначається плюсом):

$$\hat{L} = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{vmatrix} \Rightarrow \hat{L}^* = \begin{vmatrix} L_{11}^* & L_{12}^* \\ L_{21}^* & L_{22}^* \end{vmatrix} \Rightarrow \hat{L}^+ = \begin{vmatrix} L_{12}^* & L_{22}^* \\ L_{11}^* & L_{21}^* \end{vmatrix} = \hat{L}.$$

Операція ермітова спряження, виконана над оператором $\hat{L}$, знову повертає до цього ж оператора: $\hat{L}^+ = \hat{L}$.

Зв'язок між ермітовими операторами та фізичними величинами. Велика роль ермітових операторів у фізиці пояснюється тим, що кожній спостережуваній фізичній величині L може відповідати лінійний ермітів оператор $\hat{L}$. Власні значення λ цього оператора можна розглядати як значення фізичної величини, які можуть виникати у процесі вимірювання. Фізична величина при цьому набуває [28]:

- певного значення λ, якщо вектор стану є власним вектором оператора $\hat{L}$, тобто $|\psi\rangle = |\lambda\rangle$;
- ряд різних значень λ, кожне з яких є істинним з імовірністю $|c_\lambda|^2$.

Середнє значення фізичної величини. *Середнє значення фізичної величини*, спостережуваної за певного стану квантової системи, можна знайти за формулами

$$\overline{L} = \sum_\lambda |c_\lambda|^2 \lambda = \sum_\lambda |\langle \lambda | \psi \rangle|^2 \lambda;$$

$$\overline{L} = \langle \psi | \hat{L} | \psi \rangle.$$

Деякі спостережувані у квантовій механіці фізичні величини не мають класичних аналогів. Такою величиною є, наприклад, *парність стану* – характеристика стану мікрооб'єкта або системи мікрооб'єктів,

яка описує властивості симетрії таких квантових систем відносно дзеркальних відображень. Для сильних (між ядерними частинками) та електромагнітних взаємодій справедливий *закон збереження парності*, який означає, що зі зміною стану квантової системи зберігається тип дзеркальної симетрії. Цей закон ґрунтується на припущенні, що під час дзеркального відбиття (інверсії координатних осей, наприклад, підстановки $x = -x'$) елементарні частинки переходять самі в себе – електрони в електрони, протони в протони тощо. Відповідно трансформуються і фізичні величини: заряд як скаляр ($q = q'$), густина струму та напруженість електричного поля як істинні (полярні) вектори ($\mathbf{j} = -\mathbf{j}'$; $\mathbf{E} = -\mathbf{E}'$), а напруженість магнітного поля – як осьовий або псевдовектор ($\mathbf{H} = \mathbf{H}'$).

Для слабких взаємодій, які зумовлюють процеси розпаду ядер та частинок і ймовірність протікання яких менша на 10 порядків за таку для електромагнітних і на 13 порядків – для сильних взаємодій, парність не зберігається, і частинки під час дзеркального відбиття переходять в античастинки (електрони, наприклад, у позитрони). Процеси, які протікають у масштабах атомних ядер, свідчать про асиметрію не тільки часу, але й простору [14].

Канонічні змінні системи. Термін «*канонічно спряжені величини*» («*канонічні змінні*») виник у класичній механіці й означає, що рівняння Гамільтона для руху голономної механічної системи в потенціальному силовому полі (див. підрозділ 1.5) за відомої функції Гамільтона $H(q_i, p_i, t)$ можна подати у вигляді системи *канонічних рівнянь*:

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i};\ \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i},\ (i = 1, 2, \ldots, s),$$

де p_i, q_i – узагальнені імпульс та координата; s – число степенів вільності системи, яких удвоє менше за число канонічних змінних m, тобто $m = 2s$.

Принцип невизначеності Гейзенберга. Цей принцип, запропонований у 1927 р. німецьким фізиком В. Гейзенбергом, встановлює *співвідношення невизначеностей* $\Delta A \Delta B \geq \hbar$ для канонічно спряжених величин A та B (наприклад, узагальнених координат q_i та узагальнених імпульсів p_i). Одним із найбільш відомих є співвідношення невизначеностей для імпульсів та координат

$$\Delta p \Delta q \geq \hbar \qquad (5.20)$$

або точніше –

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{\hbar}{2},$$

якщо Δp та Δq знаходити як середньоквадратичні відхилення від середніх значень $\overline{p}$ та $\overline{q}$. Зауважмо, що співвідношення невизначеностей є осьовим і стосується тільки компонент дій, приміром вимірювань, здійснюваних в одному напрямку, уздовж однієї осі, наприклад

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2},$$

і не стосується ортогональних компонент –

$$\Delta p_x \Delta y = 0,$$

що означає можливість одночасного точного визначення у мікрооб'єкта, наприклад, компоненти вектора імпульсу p_x та координати y [14; 29].

Суттєвим для співвідношення (5.20) є те, що воно відображає внутрішній характер зв'язку між імпульсом та координатою мікрооб'єкта, незбурений процесом вимірювання.

Приклад 5.8. Лазерне випромінювання з довжиною хвилі λ під час проходження через вихідне дзеркало лазера утворює на ньому світлову пляму діаметром d. Скориставшись принципом невизначеності, знайти кут розбіжності лазерного пучка.

У поздовжньому напрямку ніякого обмеження положення фотона лазерного пучка немає, тому його імпульс уздовж осі лазера має певне значення, а саме $p = 2\pi\hbar/\lambda$. Поперечне обмеження положення фотона в площині дзеркала означає невизначеність його поперечної координати $\Delta x = d$. Невизначеність координати фотона Δx викликає невизначеність його поперечного імпульсу $\Delta p_x \approx \hbar/\Delta x$, що спричиняє появу у лазерного пучка розбіжності

$$\theta \approx \frac{2\Delta p_x}{p} = \frac{2\lambda}{\pi d}.$$

Отриманий результат цілком збігається з формулою для кута дифракції світла під час його проходження крізь отвір діаметром d.

Трохи дивним і загадковим виглядає співвідношення невизначеностей для енергії та часу

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar.$$

Справа в тому, що час t не є канонічною змінною, а енергія, наприклад стаціонарного стану атома, може бути відомою у будь-який момент часу. Тому у цьому співвідношенні йдеться не про похибки вимірювання, а про квантовий характер дії, яка за час Δt змінює енергію квантової системи на ΔE і ця зміна може бути тільки кратною елементарному кванту дії $\hbar$ [14].

Приклад 5.9. У високодобротний оптичний резонатор у напрямку його оптичної осі потрапляє фотон. Якою є енергія фотона $E = \hbar\omega$, якщо час життя фотона в резонаторі $\tau_{ph} = 10^{-9}$ с?

Резонатор у цьому разі є квантовою системою, енергія якої з моменту потрапляння в неї фотона t_1 і до моменту його зникнення t_2, де $t_2 - t_1 = \tau_{ph}$, змінюється на величину $E = \hbar\omega$. Отже, можна записати, що $\hbar\omega\tau_{ph} = \hbar$ або $\hbar\omega = \hbar/\tau_{ph}$.

Принцип тотожності. Частинки, які мають однакові фізичні властивості, називають *тотожними*. Такими, наприклад, є всі електрони Всесвіту. Немає жодної можливості відрізнити один електрон від іншого, якщо у просторі перекриваються їх хвильові функції.

Згідно з *принципом тотожності* не можна розрізнити два стани квантової системи, які отримують один з одного перестановкою тотожних частинок, тому у цьому випадку можна говорити тільки про один стан системи.

5.2. Квантова електродинаміка

Квантова теорія поля. Корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії, представленої в природі частинками та полями, завжди сприймався фізиками як деяка робоча модель, за допомогою якої можна описати усі фізичні явища макросвіту та деякі явища мікросвіту. Але заглиблення у мікросвіт виявило закономірності, яких немає у макросвіті. Класичні поняття простору та часу втрачають при цьому свій зміст. Квантова механіка описує явища мікросвіту в евклідовому 4-просторі (просторі–часі), в якому простір, час та їх функції є неперервними. Проте характер взаємодії елементарних частинок заперечує правомірність перенесення геометрії макросвіту в мікросвіт. У квантовій теорії поля висувається гіпотеза про існування елементарних квантів відстані та часу.

Елементарний квант відстані ℓ, який було названо *фундаментальною довжиною*, можна розглядати як теоретичну межу точності вимірювання довжини. За деякими оцінками фундаментальна довжина становить 10^{-35} м (планківська довжина $\sqrt{G\hbar/c^3}$, де G – гравітаційна стала). Елементарний квант часу при цьому дорівнює ℓ/c. Квантування простору–часу означає, що всі фізичні величини теж мають бути квантовані. Зокрема, не може бути довжин хвиль $\lambda < \ell$, а отже не існує квантів з енергією, більшою за hc/ℓ [14].

Проте наявність у просторі комірок розміром з фундаментальну довжину порушує ізотропність простору і це є недоліком згаданої гіпотези. Деяка суперечність виникає також між квантовим характером простору–часу і вимогою *локальності взаємодії*, згідно з якою частинки є точковими об'єктами, а взаємодія між полями трактується як взаємодія між величинами, які характеризують ці поля, взятими в одній і тій самій точці простору в один і той самий момент часу. Вважати частинки об'ємними не можна через принципи відносності та причинності. *Принцип причинності* означає у квантовій теорії, що значення хвильової функції у певний момент (наслідок) визначається її значенням у попередній момент часу (причина), причому наслідок настає настільки пізніше причини, наскільки це дозволяє принцип відносності, відповідно до якого швидкість впливу на відстані на об'єкти не може перевищувати величини c. Об'ємність частинки означала б у квантовій теорії, що одній половинці частинки можна було б передати імпульс раніше, ніж іншій, і поки імпульс дійшов би до другої половинки, перша б уже перемістилася у просторі. Але знову ж таки, існування причинності в субатомних масштабах (*мікропричинності*) проблематичне [14].

Локальність взаємодії спричиняє появу *розбіжностей фізичних величин*, тобто нескінченно великих значень цих величин. Вони, до речі, з'являлися і в класичній електродинаміці: у законі Кулона напруженість електричного поля точкового заряду безмежно зростає в центрі заряду. Спроби уникнути розбіжностей привели до *нелокальної квантової теорії поля*, в якій розвиваються такі підходи, як *квантування простору*, коли фізична величина вже не може бути визначена в точці, та введення релятивістських *форм–факторів*, що «розмазують»

взаємодію у просторі–часі. Ефекти нелокальної взаємодії, можливо, проявляються на відстанях, менших від 10^{-17} м [14].

Найбільші досягнення квантової теорії поля пов'язані з електромагнітним полем, яке досліджує квантова електродинаміка. Квантова механіка дала змогу створити наближену модель атома, але послідовно описати процеси випускання та поглинання атомом фотонів вдалося лише у межах квантової електродинаміки. Також були пояснені і випромінювання фотонів під час гальмування заряджених частинок в електромагнітних полях, розсіяння рентгенівських променів на вільних електронах (ефект Комптона) і взаємні перетворення частинок.

Квантування електромагнітного поля. Квантові властивості випромінювання АЧТ, які виявив 1900 р. Планк, стосувалися не лише світла, але й взагалі електромагнітного поля.

Нехай електромагнітне поле, в якому немає зарядів, задане 4-потенціалом $\mathbf{A}_\mu$. Цей потенціал є деякою функцією координат та часу, яку можна розкласти в ряд Фур'є, члени якого є плоскими електромагнітними хвилями [29]:

$$\mathbf{A}_\mu = \sum_{k\lambda} [(c_{k\lambda} \exp(i\mathbf{k}r) + c^+_{k\lambda} \exp(-i\mathbf{k}r)] \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_k \Omega \mathbf{e}_{k\lambda}}},$$

де $c_{k\lambda}$ та $c^+_{k\lambda}$ – коефіцієнти розкладу в ряд Фур'є; $\mathbf{k}$ – хвильовий вектор; λ – індекс, який вказує на одну з двох можливих поляризацій, заданих одиничним вектором $\mathbf{e}_{k\lambda}$; r – координата вздовж осі поширення плоскої хвилі; ω_k – частота плоскої хвилі; Ω – об'єм, в якому зосереджене поле. Множник зі знаком квадратного кореня використовують для нормування, яке дозволяє зробити коефіцієнти розкладу безрозмірними величинами.

З енергій цих плоских хвиль складається енергія електромагнітного поля W, яка міститься в об'ємі, зайнятому полем:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k\lambda} (c^+_{k\lambda} c_{k\lambda} + c_{k\lambda} c^+_{k\lambda}) \hbar\omega_k .$$

Було помічено, що після підстановки співвідношень

$$c_{k\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} (p_{k\lambda} - i\omega_k q_{k\lambda}) ;$$

$$c_{k\lambda}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}}(p_{k\lambda} + i\omega_k q_{k\lambda}),$$

де $q_{k\lambda}$ та $p_{k\lambda}$ – узагальнені координати та імпульси електромагнітного поля, вираз для енергії плоскої хвилі збігається з виразом для енергії класичного осцилятора з одиничною масою:

$$w_{k\lambda} = \frac{1}{2}(p_{k\lambda}^2 + \omega_k^2 q_{k\lambda}^2).$$

Нагадаймо, що *осцилятором* у широкому розумінні називають будь-яку фізичну систему, в якій характеристичні величини здійснюють періодичні коливання; класичний осцилятор – це матеріальна точка, яка коливається навколо стану рівноваги. В електромагнітному полі коливаються напруженості електричного та магнітного полів.

З квантово-механічної теорії осцилятора випливає, що енергія електромагнітного поля

$$W = \sum_{k\lambda}\left(n_{k\lambda} + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_k, \qquad (5.21)$$

де $n_{k\lambda}$ – кількість фотонів у цій плоскій хвилі, $n_{k\lambda} = c_{k\lambda}^{+} c_{k\lambda}$. Імпульс електромагнітного поля

$$\mathbf{P} = \sum_{k\lambda} n_{k\lambda}\hbar\mathbf{k}.$$

Статистика Бозе–Ейнштейна. Електромагнітне поле складається з певної кількості фотонів, маса спокою яких дорівнює нулю, причому в кожному квантовому стані i може перебувати в середньому $\overline{n}_i$ фотонів – кількість, яка задається *статистикою Бозе–Ейнштейна*, застосовною до систем тотожних частинок з цілим спіном [14]:

$$\overline{n}_i = \frac{1}{\exp[(E_i - \mu)/kT] - 1},$$

де E_i – енергія частинки (фотона); μ – *хімічний потенціал* (стала з розмірністю енергії, яка використовується для нормування цього розподілу частинок за енергіями, $\mu \le 0$); k – стала Больцмана (зауважимо, що так позначають і хвильове число); T – абсолютна

температура. Частинки, які описуються статистикою Бозе–Ейнштейна, називають *бозонами*. Окрім фотонів, бозонами, наприклад, є ядра атомів з парною кількістю нуклонів.

Конденсат Бозе–Ейнштейна. У 1924 р. індійський фізик Шатьєндранат Бозе розробив квантову статистику для фотонів, яку у тому ж році застосував А. Ейнштейн для описання молекул ідеального газу, а потім узагальнив на випадок будь-яких частинок із цілими спінами (бозонів). За допомогою цієї статистики Ш. Бозе підтвердив справедливість формули випромінювання Планка для АЧТ [14].

У 1925 р. Ейнштейн висловив припущення, що під час глибокого охолодження з бозонів може утворитися конденсат, в якому всі частинки перебуватимуть на найнижчому енергетичному рівні.

Американські фізики Ерік Корнелл та Карл Вейман у 1995 р. отримали конденсат Бозе–Ейнштейна з 2000 атомів натрію, температуру яких вдалося зменшити до $T = 2 \cdot 10^{-8}$ К. У тому ж році німецький фізик Вольфганг Кеттерле отримав конденсат з у 100 разів більшої кількості атомів, на цей раз – рубідію.

У 1996 р. В. Кеттерле створив атомний «лазер» – магнітну пастку з конденсатом Бозе–Ейнштейна, з якої атоми звільнялися за допомогою коротких імпульсів високочастотного поля і падали під дією гравітації паралельним пучком – аналогом лазерного пучка (див. підрозділ 14.5).

Конденсат Бозе–Ейнштейна став п’ятим станом речовини – після твердого, рідкого, газоподібного та плазмового станів. У 2001 р. Е. Корнелл, К. Вейман та В. Кеттерле були удостоєні за отримання нового стану речовини Нобелівської премії з фізики [40].

Статистика Фермі–Дірака. Частинки з напівцілим спіном розподіляються за квантовими станами таким чином, що у кожному стані перебуває не більше однієї частинки. Такий розподіл називають *статистикою Фермі–Дірака*, яка має вигляд [14]

$$\overline{n}_i = \frac{1}{\exp[(E_i - \mu)/kT] + 1},$$

а частинки, для яких справедлива така статистика – *ферміонами* (наприклад, електрони, нуклони, ядра з непарною кількістю частинок). Для ідеального виродженого газу, який складається, наприклад, тільки з електронів, зниження температури до $T = 0$ означає, що є деякий енергетичний рівень – *рівень Фермі* $E_F = \mu$, вище якого не може бути жодного електрона. За $T > 0$ цьому рівню відповідає ймовірність знаходження на ньому електронів, що становить 0,5.

Вироджений газ відрізняється від класичного ідеального газу тим, що в ньому все ж таки є деяка взаємодія частинок, але ця взаємодія має квантово-механічний характер: електрон, який перебуває на певному енергетичному рівні цього квантового стану, не дозволяє іншому електрону мати таку саму енергію у цьому стані. Але другий електрон може набувати такої ж енергії в іншому квантовому стані, і це називають *виродженням енергетичних рівнів* квантової системи. Кількість станів з однаковою енергією називають *кратністю виродження рівня*. Для вільного електрона кратність виродження нескінченна. Поле може частково або повністю знімати виродження.

Статистика Больцмана. За $\overline{n}_i << 1$ ефекти квантово-механічної взаємодії частинок можна не враховувати і статистики Бозе–Ейнштейна та Фермі–Дірака переходять у *статистику Больцмана*, яка описує розподіл за енергіями невзаємодійних частинок ідеального газу [14]:

$$\overline{n}_i = \exp\left(\frac{\mu - E_i}{kT}\right).$$

Числа заповнення. Величину $\overline{n}_i$ називають *числом заповнення*, яке показує міру заповненості квантового стану i тотожними частинками. Число заповнення є середнім числом частинок, які мають енергію E_i у певній системі частинок або полів (за умови квантування останніх). При цьому стан i з енергією E_i – це один із станів окремої частинки. На числах заповнення ґрунтується метод вторинного квантування, покладений в основу квантової теорії поля. Значення чисел заповнення рівноважних станів ідеального виродженого газу визначаються функціями розподілу Бозе–Ейнштейна та Фермі–Дірака.

Метод вторинного квантування. Суть методу полягає в тому, що вводяться *оператори випускання (народження)* та *поглинання (знищення)*, які відповідно збільшують або зменшують кількість частинок у певному енергетичному стані на одиницю. Для електромагнітного поля оператором випускання є $c_{k\lambda}$, а оператором поглинання – $c^+_{k\lambda}$. Якщо опустити нижні індекси, то для станів, які відрізняються кількістю фотонів на одиницю, можна записати:

$$\langle n-1|c|n\rangle = \langle n|c^+|n-1\rangle = \sqrt{n}\exp(-i\omega t).$$

Переставне співвідношення для операторів, які відповідають одному степеню вільності (k,λ) системи, тобто одній плоскій хвилі або одному еквівалентному осцилятору, має вигляд

$$cc^{+} - c^{+}c = 1,$$

причому число фотонів у цій плоскій хвилі $n = c^{+}c$.

За такого підходу 4-потенціал електромагнітного поля $\mathbf{A}_{\mu}$ є сукупністю операторів випускання та поглинання. Оператором стає і сама хвильова функція, незалежними змінними в якій виступають числа заповнення [14].

Поляризація вакууму. Фізичний вакуум не є порожнім місцем, яке пасивно містить у собі матерію, нічого в ній не змінюючи. З погляду квантової електродинаміки у вакуумі залишається електромагнітне поле навіть тоді, коли у ньому немає фотонів (*фотонний вакуум*). При цьому вакуумному стану електромагнітного поля відповідає певна енергія, яку зменшити «вичерпуванням» фотонів неможливо, а саме

$$W_0 = \frac{1}{2}\sum_k \hbar\omega_k,$$

тобто та дивна добавка до енергії фотонів, яка з'явилася у формулі (5.21) для енергії поля. Цю величину можна розглядати як суму енергій нульових коливань усіх осциляторів поля, але, оскільки безлічі степенів вільності поля відповідає безліч осциляторів, то $W_0 \to \infty$. Рятує квантову електродинаміку від цієї нескінченності тільки те, що у фізиці завжди мають справу не з абсолютною енергією, а з різницею абсолютних енергій, в якій ця нескінченність зникає. Яку насправді мають абсолютну енергію електрон або фотон ми не знаємо і ніколи не дізнаємось.

Взаємне перетворення мікрочастинок, за якого сам термін «елементарна частинка» втрачає свій зміст, породжує таке дивне явище, як поляризація вакууму. Розгляньмо природу цього явища [14; 29].

Електрон та позитрон під час анігіляції випромінюють фотон. Зіткнення фотонів, як передбачає квантова електродинаміка, має приводити до народження електронно-позитронної пари, але поки що розсіяння фотона на фотоні не спостерігалося, хоча ймовірність цього процесу все ж таки не дорівнює нулю.

Вакуум можна розглядати як суперпозицію нульових коливань поля, тобто станів, населених віртуальними фотонами, віртуальними електронно-позитронними парами та віртуальними парами всіх інших частинок-античастинок. Віртуальні переходи між цими станами викликають випускання або поглинання віртуальних частинок. Зовнішній струм (рух реальних зарядів) у вакуумі приводить до взаємодії електромагнітного поля струму з нульовими коливаннями вакууму (електромагнітним полем фотонного вакууму). Як наслідок, просторовий розподіл заряду цих віртуальних частинок стає нерівномірним; цей ефект і називають *поляризацією вакууму*. При цьому віртуальні позитрони притягуються реальним електроном, а віртуальні електрони відштовхуються, так що ефективний заряд електрона змінюється, а область навколо електрона виявляється поляризованою, тобто з просторово розділеними позитивним та негативним зарядами.

Поляризація вакууму спостерігається на відстані, приблизно рівній *комптонівській довжині хвилі* електрона $\lambda\!\!\!^{-}_e = \hbar / m_e c \approx 10^{-13}$ м. Отже, поляризація вакууму обмежує розмір просторової області, в якій може перебуває заряд, величиною 10^{-13} м. Якби навіть заряд електрона був точковим, область з утвореним у вакуумі розподіленим зарядом не могла б бути меншою за цю величину.

Нульові коливання вакууму приводять до появи цілком реальної сили – *сили Казимира*, яка змушує два паралельних дзеркала, розміщених у вакуумі, притягуватися одне до одного (див. підрозділ 13.8).

Матриця розсіяння. Матрицю розсіяння увів у квантову фізику в 1943 р. В. Гейзенберг і визначив її як єдину фізичну величину, яка описує взаємодію частинок навіть більш фундаментальну, ніж гамільтоніан. Малий розмір просторово-часової області, в якій відбувається взаємодія частинок, накладання на частинки обмежень принципів невизначеності та відносності не дозволяють описати всіх етапів процесу взаємодії за допомогою хвильової функції. Але початковий та кінцевий етапи взаємодії та відповідні їм стани частинок й імовірність знайти частинки в цих станах доступні вимірюванню. Ці стани та ймовірності визначаються асимптотичними значеннями хвильової функції, знайденими для $t \to \pm\infty$. Оператор, який пов'язує

вектори стану квантової системи до розсіяння і після розсіяння, називають *матрицею розсіяння* (*S-матрицею*): $\psi_{+\infty} = S\psi_{-\infty}$ [14; 29].

Квантова оптика. Світлова хвиля – це складний фізичний об'єкт, який є результатом накладання хвиль, народжених великою кількістю елементарних випромінювачів (наприклад, атомів або молекул), які рухаються хаотично, випромінюють здебільшого спонтанно і їх випромінювання розсіюється на подібних мікрочастинках. На статистичний характер мікроструктури інтерференційного поля вперше звернув увагу ще 1934 р. радянський фізик Сергій Вавілов. Описати точно світлову хвилю неможливо – надто багато параметрів треба враховувати; до того ж деякі параметри взагалі не піддаються точному вимірюванню, оскільки відносно них діє принцип невизначеності.

У процесі поширення світлової хвилі в оптичному середовищі за певних умов можуть виникати вимушені переходи атомів або молекул «вниз» з генерацією когерентних елементарних хвиль. Як результат, сумарна світлова хвиля стає частково когерентною.

Квантова оптика вивчає мікроструктуру світлової хвилі, її когерентність і статистичний характер притаманних їй квантових процесів, пов'язаних з народженням фотонів, їх розсіянням та поглинанням. Поглинання фотона фотоприймачем та генерація електрона також мають і квантовий, і статистичний характер.

Квантова оптика є розділом *статистичної оптики*, яка виникла в долазерну епоху (20-ті роки XX ст.) і досліджувала інтерференцію, дифракцію та розсіяння немонохроматичних світлових хвиль.

Єдина теорія поля. Після появи рівнянь Максвела стало зрозуміло, що такі різні на перший погляд фізичні явища, як електричні, магнітні та світлові, насправді є лише різними проявами електромагнетизму. А. Ейнштейн у своїй загальній теорії відносності зробив спробу об'єднати фізичні явища. Геометричні властивості простору–часу він пов'язав з гравітаційним полем і намагався, правда безуспішно, об'єднати електромагнітні та гравітаційні поля. Модель світла набула у загальній теорії відносності нових рис: світло, поширюючись у гравітаційному полі, відхиляється у бік більшого потенціалу поля і зменшує свою частоту у напрямку зростання потенціалу. Отже, світло стає інструментом для дослідження геометрії простору–часу [41].

Основні висновки загальної теорії відносності було підтверджено експериментально. Так, спостерігалося відхилення світлового променя у гравітаційному полі Сонця на 1,75″. Спектральні лінії атомів надгустої речовини, з якої складаються «білі карлики» (малі зірки з величезною масою), на Землі спостерігаються зміщеними у бік довших довжин хвиль («червоне зміщення»). Відстань між слабковзаємодійними тілами у космосі постійно зростає (гравітаційне розширення простору), що приводить до зростання їх відносної швидкості і, як наслідок, до доплерівського червоного зміщення випромінювання. Збільшення довжини хвилі спектральної лінії випромінювання наддалекої зірки може сягати 50 % [14].

Єдиної теорії поля поки що немає, а є лише певна програма розвитку наших уявлень про мікросвіт. Найближчим завданням є *«Велике об'єднання»* – створення моделі, яка б об'єднала електромагнітну, слабку та сильну взаємодії. Взаємна перетворюваність частинок та їх універсальний взаємозв'язок вселяє надію на те, що вдасться зрозуміти, чим же є насправді праматерія Всесвіту [41].

5.3. Властивості квантових систем

Результатом спільної роботи Н. Бора та В. Гейзенберга в Копенгагені у 1927 р. стала «копенгагенська інтерпретація» квантової механіки, підтримувана більшістю сучасних фізиків. Основою цієї інтерпретації є ймовірнісне описання об'єкта мікросвіту за допомогою хвильової функції, квадрат модуля якої є ймовірністю знайти цей об'єкт у певній точці простору–часу; об'єкту притаманний корпускулярно-хвильовий дуалізм, але спостерігати одночасно і корпускулу, і хвилю неможливо; певна подія може мати наслідком багато різноймовірнісних результатів, описуваних хвильовою функцією, але вимірювання стану об'єкта призводить до колапсу (згортання) хвильової функції і всі інші результати стають неможливими.

А. Ейнштейн критично ставився до ймовірнісного характеру квантової механіки та до невизначеностей, які виникають у ній під час квантових вимірювань. Він вважав закони квантової механіки неповними і шукав можливості це довести у нескінченних дискусіях з

Н. Бором, який відстоював концепцію квантової невизначеності як фундаментального принципу існування матерії. У 1935 р. вийшла стаття А. Ейнштейна, Бориса Подольського та Натана Розена з описанням уявного експерименту, який нібито заперечував справедливість принципу невизначеності Гейзенберга. Суть експерименту полягає у такому [32].

Нехай унаслідок розпаду частинки C, імпульс $\mathbf{p}_C$ якої відомий, утворюються дві однакові частинки A та B. Імпульси частинок згідно із законом збереження імпульсу мають задовольняти співвідношення $\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B = \mathbf{p}_C$. Вимірявши імпульс частинки A, за цим співвідношенням можна знайти імпульс частинки B. Вимірявши координату частинки B і знаючи її імпульс, отримуємо одночасно значення і координати, й імпульсу частинки, що забороняється принципом невизначеності Гейзенберга. У фізиці це називають парадоксом ЕПР (Ейнштейна–Подольського–Розена) або аргументом ЕПР на користь неповноти квантової механіки, наявності в ній прихованих параметрів.

Якщо припустити все ж таки справедливість принципу невизначеності, то цю ситуацію можна пояснити наявністю зв'язку між частинками A та B, який приводить до того, що вимірювання імпульсу частинки A викличе збурення її стану і миттєву зміну стану частинки B, тобто координати обох частинок стануть невизначеними. Таке пояснення парадоксу ЕПР дає копенгагенська інтерпретація.

Частинки зі зв'язаними станами називають *сплутаними частинками* (англ. *entangled particles*) або частинками зі сплутаними станами; їх описують єдиною хвильовою функцією незалежно від відстані між ними, а передавання збурення від частинки до частинки і миттєву зміну стану частинок унаслідок вимірювання називають редукцією (колапсом) хвильової функції. Оскільки хвильова функція не має ніякого фізичного змісту, то і про передавання сигналу від частинки до частинки з надсвітловою швидкістю не йдеться.

У 1964 р. ірландський фізик Джон Белл отримав співвідношення (нерівності Белла), які дозволяють на основі статистичної обробки результатів квантових вимірювань зробити висновок щодо справедливості або квантової механіки з її імовірнісним характером поведінки частинок, або теорій, в яких за допомогою виявлення прихованих параметрів у квантово-механічному описанні мікросвіту можна буде точно знайти імпульси й координати частинок. Теорема Белла стверджує, що можна експериментально довести, чи є імовірнісний характер квантової механіки наслідком наявності в ній неврахованих параметрів [33].

У 1982 р. французький фізик Алан Аспект з колегами провів експеримент, який підтвердив, спираючись на нерівності Белла, копенгагенську інтерпретацію квантової механіки [34].

5.4. Квантовий комп'ютер

Біт та кубіт. У сучасних інформаційних системах інформація кодується просторово-часовою послідовністю двох станів середовища. У деякий момент часу існує траєкторія, складена з відрізків, на яких спостерігається один із двох станів середовища. Таку траєкторію можна простежити і в космічному вакуумі, й в електричному або волоконно-оптичному кабелі, й на магнітному або оптичному диску. Цифровий сигнал на приймачі інформації виникає і під час руху бінарно промодульованих електромагнітної хвилі або зарядів відносно приймача, і під час руху приймача відносно середовища з просторово промодульованим станом (за умови електромагнітного зв'язку між ними).

Передавання та запис інформації у вигляді біт (англ. ***bi****nary digi****t*** – двійкова цифра, тобто цифра, яка набуває лише двох значень, 0 та 1) мають багато переваг:

- простота фізичної реалізації двох стійких станів в електронних та оптоелектронних пристроях, а також у матеріалах носіїв інформації;
- висока захищеність подібних пристроїв від перешкод, а відповідно і їх надійність;
- висока швидкість перемикання між двома станами бістабільних пристроїв;
- простота двійкової арифметики;
- можливість застосування до логічних операцій над висловлюваннями, тобто використання алгебри логіки.

У квантових системах з двома базисними станами аналогом біта є *кубіт* (англ. ***qu****antum* ***bit*** – квантовий біт) – цифра, яка може мати будь-яке значення між 0 та 1; кубітом також називають фізичний елемент, стан якого може набувати таких значень.

Якщо E_0 та E_1 – енергії базисних станів дворівневої системи, які відповідають значенням 0 та 1, і в деякий момент t_0 система перебуває у довільному стані $\left|\psi(t_0)\right\rangle = \alpha\left|E_0\right\rangle + \beta\left|E_1\right\rangle$, де α та β – амплітуди ймовір-

ностей знайти (під час вимірювання) систему відповідно у стані $|E_0\rangle$ або $|E_1\rangle$, то після впливу на кубіт його стан зміниться на

$$|\psi(t)\rangle = \alpha e^{-i\frac{E_0(t-t_0)}{\hbar}}|E_0\rangle + \beta e^{-i\frac{E_1(t-t_0)}{\hbar}}|E_1\rangle.$$

Для геометричної інтерпретації множини значень, які може набувати стан кубіта (або «простору станів»), використовують сферу Блоха (рис. 5.3). Кожна точка на поверхні сфери відповідає певному чистому стану кубіта, який є суперпозицією (лінійною комбінацією) базисних станів, а саме $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. У загальному випадку амплітуди ймовірності α та β – це комплексні числа, причому $|\alpha|^2$ та $|\beta|^2$ – ймовірності знайти кубіт відповідно у стані $|0\rangle$ чи $|1\rangle$. При цьому має виконуватися така умова [35]: $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

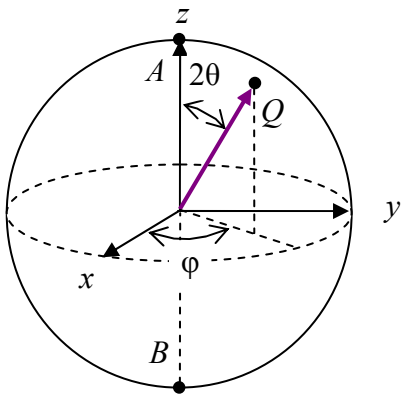

Рис. 5.3. Подання стану дворівневої системи, наприклад кубіта, за допомогою точки на одиничній сфері Блоха. Спін електрона, як і біт, на цій сфері може бути поданий полярними точками *A* та *B*

Наприклад, звичайний вимикач реалізує два основні енергетичні стани лампочки – «світло є» (1) та «світла немає» (0). У позначеннях Дірака ці стани можна записати як $|1\rangle$ та $|0\rangle$.

Тиристорний вимикач може перевести лампочку і в стан 1 з енергією E_1, і в стан 0 з енергією E_0, але також і у проміжні стани. Проміжний стан з енергією E можна розглядати як лінійну комбінацію основних станів: $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ або $\alpha|E_0\rangle + \beta|E_1\rangle$. У квантовій механіці величини $|\alpha|^2$ та $|\beta|^2$ дають імовірності, що під час спостереження або «світла немає», або «світло є», за умови, що $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. У нашому прикладі $|\beta|^2$ показує відношення енергій проміжного стану $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ та основного стану $|1\rangle$, тобто $|\beta|^2 = E / E_1$.

Приклад 5.10. У момент t_0 кубіт з базисними енергетичними станами E_0 та E_1 перебував у початковому стані

$$|\psi(t)\rangle = (\cos\theta)\, e^{i\frac{E_0 t_0}{\hbar}}|0\rangle + (\sin\theta)\, e^{i\frac{E_1 t_0}{\hbar}}|1\rangle \qquad (5.22)$$

з $0 \le \theta < \pi/2$. Після зовнішнього впливу кубіт перейшов у стан

$$\left|\psi(t)\right\rangle = (\cos\theta)\, e^{-i\frac{E_0(t-t_0)}{\hbar}} \left|0\right\rangle + (\sin\theta\,) e^{-i\frac{E_1(t-t_0)}{\hbar}} \left|1\right\rangle. \qquad (5.23)$$

Знайти декартові координати точки на сфері Блоха, яка відповідає новому стану кубіта.

Стан кубіта не зміниться, якщо всі члени рівняння (5.22) домножити на множник, комплексно спряжений з першим фазовим (експоненціальним) множником:

$$\left|\psi(t)\right\rangle = (\cos\theta)\, e^{i\frac{E_0 t_0}{\hbar}} \left|0\right\rangle + (\sin\theta\,) e^{i\frac{E_1 t_0}{\hbar}} \left|1\right\rangle =$$

$$= (\cos\theta)\left|0\right\rangle + (\sin\theta\,) e^{i\frac{(E_1-E_0)t_0}{\hbar}} \left|1\right\rangle = (\cos\theta)\left|0\right\rangle + (\sin\theta\,) e^{i\varphi_0} \left|1\right\rangle.$$

Те саме зробимо з рівнянням (5.23):

$$\left|\psi(t)\right\rangle = (\cos\theta)\left|0\right\rangle + (\sin\theta\,) e^{-i\frac{(E_1-E_0)(t-t_0)}{\hbar}} \left|1\right\rangle =$$

$$= (\cos\theta)\left|0\right\rangle + (\sin\theta\,) e^{-i(\varphi_0+\Delta\varphi)} \left|1\right\rangle.$$

Як видно з рис. 5.3, на сфері Блоха положення точки *Q*, яка відповідає новому стану кубіта, визначається кутами 2θ та $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$, причому декартові координати цієї точки

$$x = \sin 2\theta \cdot \cos\varphi;\;\; y = \sin 2\theta \cdot \sin\varphi;\;\; z = \cos 2\theta.$$

Квантовий регістр. Для квантових фізичних елементів (кубітів) зі сплутаними станами зміна стану одного елемента змінює стани всіх інших елементів. Сплутані кубіти утворюють квантовий регістр. Квантовий регістр з n кубітів з двома значеннями кожного розряду (0 та 1) може зберігати одночасно до 2^n значень, а квантовий комп'ютер може одночасно їх обробляти. Наприклад, якщо $n = 2$, то квантовий комп'ютер одночасно працює з усіма можливими станами регістра: 00, 01, 11, 10, – тобто паралельно обробляються чотири обчислювальні потоки [35].

Перший прототип квантового комп'ютера, *Orion,* був продемонстрований канадською фірмою *D-Wave Systems* у 2007 р. *Orion* містив 16 кубітів, що забезпечувало паралельну обробку 2^{16} обчислювальних потоків. Якщо фірмі вдасться створити комп'ютер з 512 кубітами, то це означатиме паралелізм у 2^{512} обчислювальні потоки (кількість частинок

у видимому Всесвіті становить приблизно 10^{80} або 2^{270}, але тут йдеться не про матеріальні носії цих потоків, а про кількість комбінацій станів 512 кубітів).

У 1996 р. з'явився алгоритм американського математика Лова Гровера – квантовий алгоритм пошуку та ідентифікації об'єкта у невпорядкованій базі даних. Наприклад, якщо база даних містить інформацію про 1 млн об'єктів, то для пошуку потрібного об'єкта класичний комп'ютер має зробити 0,5 млн кроків, а квантовий – лише тисячу. Однією із задач, успішно розв'язаних комп'ютером *Orion*, було знаходження у хімічній базі даних молекул, подібних до молекули *A*, «творці» якої претендували на новизну та патентну чистоту (молекули *A* були активним інгредієнтом ліків *A...in*). Молекула, за якою проводився пошук, виявилася просто дзеркальним відображенням молекули *B*, яку вже використовували в ліках *B...in* [36].

Принципова відмінність між квантовим та цифровим комп'ютерами полягає в тому, що квантовий комп'ютер є аналоговим пристроєм, в якому розв'язання математичної задачі здійснюється шляхом фізичного моделювання, тобто створення квантової системи з такою хвильовою функцією розподілу ймовірностей, яка б фізичними засобами відтворювала математичні співвідношення. Потрібна точність досягається багаторазовим вимірюванням хвильової функції і статистичним обробленням результатів вимірювань, яка може виконуватися і цифровим комп'ютером.

Кубіти як квантові фізичні елементи можуть бути створені на різних принципах, але кожен кубіт повинен мати здатність [35]:

- переходити у стан, який є квантовою суперпозицією базисних станів $|0\rangle$ та $|1\rangle$, тобто у стан $a|0\rangle + b|1\rangle$, де a та b – комплексні числа, причому $|a|^2$ та $|b|^2$ – імовірності знайти елемент відповідно у стані $|0\rangle$ або $|1\rangle$;
- утворювати з іншими кубітами квантового регістру сплутані стани.

Одним із варіантів фізичної реалізації кубіта є *потоковий кубіт* – контур з надпровідникового матеріалу (наприклад, ніобію) розміром у декілька мікрометрів з двома вбудованими переходами Джозефсона, тобто шарами діелектрика товщиною 1 нм, між надпровідниками. У потоковому кубіті використовується *стаціонарний ефект Джозефсона* – протікання струму через діелектрик, яке завдяки тунельному

ефекту не супроводжується падінням на діелектрику напруги. Після припинення дії на контур магнітного поля у контурі продовжує протікати джозефсонівський струм, причому з експериментів видно, що цей струм може існувати у контурі протягом багатьох років. Струм у контурі своїм магнітним полем екранує прикладене зовнішнє магнітне поле, обмежуючи його величиною $mh/2e$, де m – натуральне число. Інакше кажучи, струму у контурі з певним напрямком протікання і відповідно певним енергетичним рівнем контура може відповідати лише ціле число квантів магнітного потоку, кожен з яких має величину $h/2e$. Якщо через контур пропустити магнітний потік, величина якого відповідає півцілому числу квантів магнітного потоку $(m/2)h/2e$, то енергетичні рівні контура зближаються, утворюючи рівні базисних станів E_1 та E_2. Прикладання до контура надвисокочастотного електромагнітного поля з енергією квантів $h\nu = |E_1 - E_2|$ у контурі створює квантову суперпозицію базисних станів $a|E_1\rangle + b|E_2\rangle$ і контур починає працювати як кубіт. Для отримання потрібних для обчислювальних операцій імовірностей $|a|^2$ та $|b|^2$ на контур діють імпульсами надвисокочастотного поля [35].

Зчитування інформації з квантових регістрів може здійснюватися декількома методами. Так, в одному з методів зчитування стану потокового кубіта використовується контур сквіда, індуктивно пов'язаний з контуром кубіта. *Сквід* (англ. *SQUID*, ***S**uperconducting **Q**uantum **I**nterference **D**evice* – надпровідниковий квантовий інтерференційний пристрій) – це дуже чутливий магнітометр, який дає змогу вимірювати магнітні поля до 10^{-18} Тл. У ньому також використовується надпровідниковий контур з двома паралельно включеними переходами Джозефсона (рис. 5.4) [14; 29].

З рисунка видно, що магнітне поле $\mathbf{H_0}$ формує базисні стани кубіта E_1 та E_2, які відповідають протилежним напрямкам струму в контурі. Поле $\mathbf{H}_\sim$ задає ймовірності $|\alpha|^2$ та $|\beta|^2$ виявити кубіт в одному зі станів, що використовується для виконання обчислювальних операцій. Стан кубіта впливає на фази струмів φ_1 та φ_2, які протікають через переходи Джозефсона, і зрештою – на струм сквіда J.

І потокові кубіти, і сквіди працюють за умови охолодження рідким гелієм до декількох кельвінів.

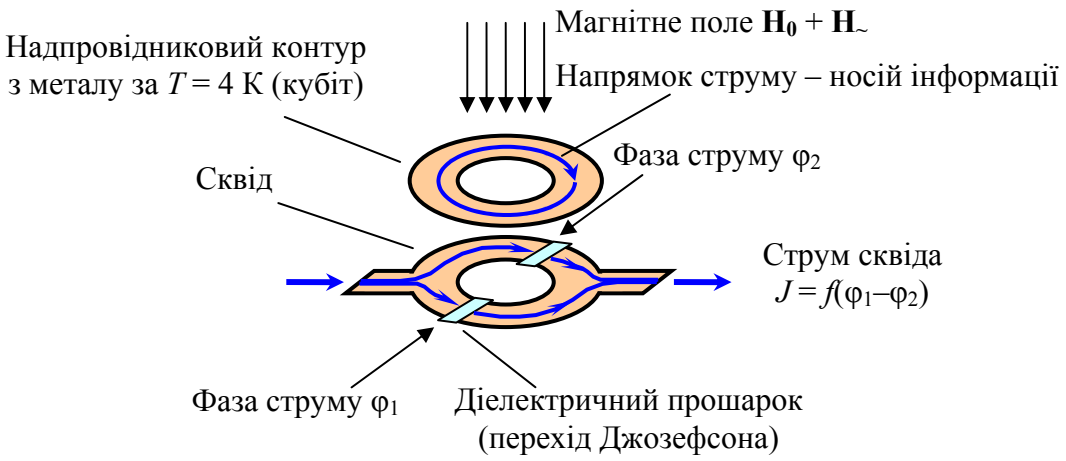

Рис. 5.4. Схема кубіта на надпровідниковому контурі зі зчитуванням інформації за допомогою сквіда, індуктивно пов'язаного з контуром

Якщо виміряти квантовий стан кубіта, то можна знайти ймовірності $|\alpha|^2$ та $|\beta|^2$ виявити кубіт у стані $|0\rangle$ або $|1\rangle$. Нехай результатом вимірювання є $|\alpha|^2 < |\beta|^2$. Перше вимірювання перевело кубіт в один із базисних станів. Повторним вимірюванням ми позбавляємося невизначеності й знаходимо, що кубіт перебуває у стані $|1\rangle$. Для того, щоб під час вимірювання не вивести кубіт з базисного стану, вимірювання має бути адіабатичними процесом (задовольняти адіабатичну теорему).

До зчитування інформації квантовий регістр перебуває у чистому квантовому стані. Результатом вимірювання квантового стану регістру є розподіл імовірностей, вид якого залежить від квантових станів кубітів і від вимірюваної величини. Вимірювання завжди вносить випадкові збурення в чистий квантовий стан, переводячи його у змішаний (вектор квантового стану на рис. 5.3 перетворюється на статистичний ансамбль векторів). Якщо провести серію вимірювань, то можна знайти середньостатистичне значення вимірюваної величини.

5.5. Квантова криптографія

Класична та квантова криптографія. Цілі криптографії такі:

- передати інформацію від відправника до одержувача у формі, незрозумілій для інших;
- підтвердити, чи немає спотворень переданого повідомлення на його шляху від відправника до одержувача.

У докомп'ютерні часи для шифрування та дешифрування інформації використовували метод «одноразових блокнотів». Відправник та одержувач мали по одному такому блокноту, на кожній сторінці якого було розміщено по одному закритому ключу – наприклад, по випадковій послідовності одиниць та нулів. Відправник своє повідомлення, написане у двійковому коді, складав порозрядно з випадковою послідовністю одиниць та нулів (закритим ключем), відправляв одержувачу, виривав з блокнота та знищував сторінку з ключем. Одержувач віднімав порозрядно від отриманого повідомлення одиниці та нулі закритого ключа, виривав з блокнота та знищував сторінку з цим ключем. Такий метод забезпечує високу захищеність інформації, тому він використовується і в наш час.

Шифротекст можна передавати відкритими каналами зв'язку, але при цьому виникає серйозна проблема: яким чином передати відправнику та одержувачу закритий ключ до шифротексту так, щоб він не став доступним третій стороні? У квантовій криптографії методи вирішення цієї проблеми називають *квантовим розподілом ключа* (англ. *QKD, **Q**uantum **K**ey **D**istribution*).

Класична криптографія забезпечує секретність інформації математичними методами. Одним із найбільш захищених алгоритмів шифрування є алгоритм *RSA*, запропонований ще 1977 р. Його основою є два великих простих числа p та q, операціями над якими формують два ключі – відкритий та закритий (секретний). Відкритий ключ застосовують для шифрування інформації (відкритого тексту). Утворений шифротекст може бути розшифрований лише за допомогою закритого ключа. Захищеність алгоритму гарантується складністю розкладання великих чисел на прості множники [36].

Автори *RSA* – Рон Райвест, Еді Шамір та Леонард Едлман з Масачусетського технологічного інституту (США) – оголосили у 1977 р. конкурс на розшифрування фрази, закодованої ними в коді *RSA*-129, тобто у вигляді 129-розрядного десяткового числа. Для розшифрування це число потрібно було розкласти на два прості множники. Р. Райвест підрахував, що для розкладання на прості множники (факторизації) 125-розрядного числа потрібно понад 10^{16} років і був цілком спокійний відносно призначеної нагороди у \$100 за розшифрування фрази. Але у 1981 р. американський математик Карл Померанц розробив алгоритм швидкої факторизації «квадратичне сито», який і був

використаний пізніше для розшифрування. Код вдалося розшифрувати у 1994 р. 600 ентузіастам, які об'єднали в Інтернеті 1600 комп'ютерів в обчислювальну мережу і за шість місяців неперервної роботи отримали фразу «*The Magic Words are Squeamish Ossifrage*» (англ. «Чарівні слова – це делікатний ягнятник»; ягнятник – це вид яструба). Останній конкурс фірми *RSA Security* з винагородою у $ 200 000 пропонує розшифрувати код *RSA*-617 з 617 десяткових цифр. Подібні конкурси показують, наскільки надійно захищена інформація в банківській та військовій сферах. Код *RSA* використовують для формування цифрових підписів в електронних документах (цифровий підпис передбачає кодування документа секретним ключем і можливість прочитати документ за допомогою відкритого ключа, що дозволяє підтвердити авторство документа та відсутність у ньому виправлень) [36].

У 1994 р. американський математик Пітер Шор розробив перший квантовий алгоритм факторизації великих цілих чисел. Алгоритм Шора здатний зламати код *RSA*, але він може бути застосований лише на квантовому комп'ютері [37].

Квантова криптографія ґрунтується на фізичних властивостях квантових систем, в яких носіями інформації є електрони або фотони. Інформація кодується квантовим станом частинки (спіном електрона або поляризацією фотона). Наприклад, вертикальна поляризація фотона означає 1, а горизонтальна – 0. Спроба несанкціонованого зчитування квантової інформації (вимірювання квантових станів частинок) викликає незворотні зміни у квантових станах частинок і до колапсу їх хвильових функцій. Порівнявши біти, випадково вибрані з повідомлення, відправник та одержувач інформації можуть зробити висновок про вторгнення в канал зв'язку і про необхідність зміни секретного ключа [38; 39].

Існує декілька протоколів розподілу квантового ключа між відправником та одержувачем інформації за допомогою оптичної лінії зв'язку. Перший протокол (*BB84*) запропонували у 1984 р. американський математик Чарльз Беннет та канадський математик Жіль Брассард, які, до речі, першими разом з колегами відкрили явище квантової телепортації. За цим протоколом передавання 0 здійснюється фотоном з горизонтальним вектором поляризації ($\theta = 0°$) або фотоном, вектор поляризації якого складає з горизонтальною площиною кут 45°. Відповідно 1 передається фотоном з вертикальним вектором поляризації (90°) або фотоном, вектор поляризації якого складає з горизонтальною площиною кут 135° (рис. 5.5). Квантова механіка виключає можливість

розрізнити два фотони з неортогональною поляризацією і на цьому ґрунтується захищеність цього методу [38].

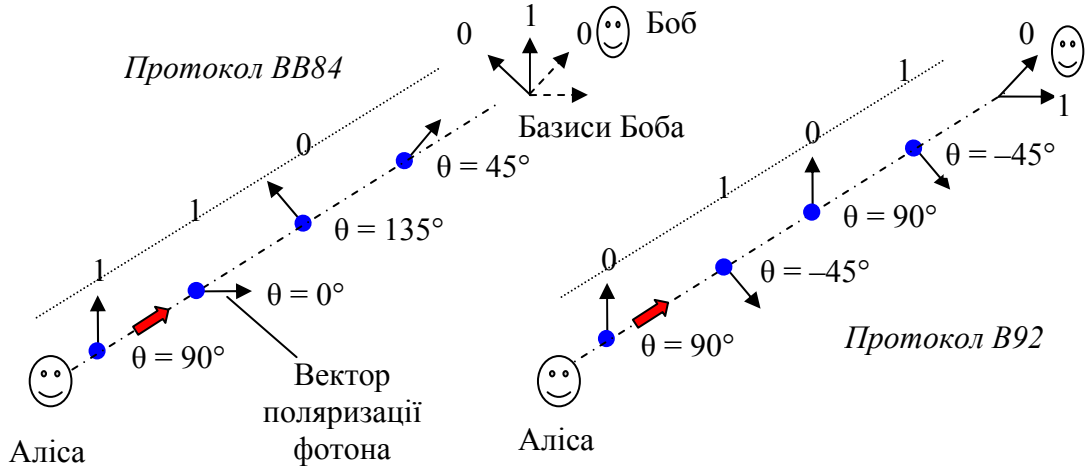

Рис. 5.5. Стани поляризації фотонів Аліси та орієнтації базисів Боба під час обміну інформацією між ними за протоколами *BB84* та *B92*

Квантова телепортація. *Квантовою телепортацією* називають перенесення стану одного квантового об'єкта на інший унаслідок їх квантової сплутаності, причому об'єкти можуть перебувати на значній відстані й перенесення стану може здійснюватися за допомогою класичних каналів зв'язку. Квантова телепортація не передбачає перенесення у просторі ні енергії, ні матерії, ні сигналів з надсвітловою швидкістю. Під час телепортації не порушується також одна з основних теорем квантової механіки – теорема про неклонованість [38].

Теорема про неклонованість заперечує можливість створення ідентичних копій довільного невідомого квантового стану об'єкта. У класичній інтерпретації це означає, що якщо нам відомий результат підкидання монети, то ми не можемо вважати, що другий кидок цієї ж монети є незалежним.

У 2004 р. двом незалежним групам фізиків вдалося зв'язати («сплутати») стани атомів та передати на відстані стан одного атома іншому. Група американських вчених працювала з іонами берилію (атомна маса 9), група австрійських фізиків на чолі з Антоном Цайлінгером – з іонами кальцію (атомна маса 40).

Розгляньмо, яким чином може бути переданий стан кубіта. Припустімо, що Аліса та Боб зв'язані класичним каналом зв'язку, який прослуховується Євою

(Аліса, Боб та Єва – персонажі квантової криптографії, причому остання має гіпотетично необмежені комп'ютерні можливості та найсучасніші вимірювальні системи). У Аліси та Боба є по кубіту A та B відповідно і вони хочуть скористатися квантовою криптографією, щоб передати секретну інформацію у формі, незрозумілій для Єви. Аліса та Боб утворюють зі своїх кубітів A та B пару Белла – кубіти зі сплутаними станами, які задовольняють нерівності Белла; інакше кажучи, кубіти перебувають в одному з чотирьох станів Белла з максимальною сплутаністю кубітів:

$$\left|\Phi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0\right\rangle_A \otimes \left|0\right\rangle_B + \left|1\right\rangle_A \otimes \left|1\right\rangle_B\right); \tag{5.24}$$

$$\left|\Phi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0\right\rangle_A \otimes \left|0\right\rangle_B - \left|1\right\rangle_A \otimes \left|1\right\rangle_B\right); \tag{5.25}$$

$$\left|\Psi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0\right\rangle_A \otimes \left|1\right\rangle_B + \left|1\right\rangle_A \otimes \left|0\right\rangle_B\right); \tag{5.26}$$

$$\left|\Psi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0\right\rangle_A \otimes \left|1\right\rangle_B - \left|1\right\rangle_A \otimes \left|0\right\rangle_B\right), \tag{5.27}$$

де знак $\otimes$ означає тензорний добуток. Якщо ми маємо два кубіти та один із них заданий в гільбертовому просторі H_1, а другий – в H_2, то система з двох цих кубітів задана в гільбертовому просторі $H_1 \otimes H_2$. Гільбертів простір є топологічним векторним простором, в якому кубіт як одиничний вектор цього простору може бути зображений сферою Блоха (рис. 5.3). Математичний зміст тензорного добутку стає зрозумілим з прикладу 5.9.

Нехай кубіти A та B перебувають у стані Белла $\left|\Phi^+\right\rangle$. Кубіт A може перебувати у стані 0 або у стані 1 і ймовірність знайти Алісі під час вимірювання свій кубіт в одному з цих станів дорівнює 0,5. Нехай Аліса знайшла кубіт A у стані 0. Боб, здійснивши після цього вимірювання стану кубіта B, теж знайде свій кубіт у стані 0. Ймовірність, що Боб знайде свій кубіт B у стані 0 теж дорівнює 0,5. Здавалося б, обидва результати є випадковими, а насправді результат Боба пов'язаний з результатом Аліси. Це і є максимальна сплутаність станів кубітів A та B – у цьому разі стан Белла $\left|\Phi^+\right\rangle$ системи з двох кубітів.

Окрім кубіта A, в Аліси є ще кубіт C, стан якого $\left|\psi\right\rangle = \alpha\left|0\right\rangle + \beta\left|1\right\rangle$ вона хоче передати (телепортувати) Бобу. Стан системи з трьох кубітів можна подати співвідношенням

$$\left|\psi\right\rangle \otimes \left|\Phi^+\right\rangle = \left(\alpha\left|0\right\rangle + \beta\left|1\right\rangle\right) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0\right\rangle \otimes \left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle \otimes \left|1\right\rangle\right). \tag{5.28}$$

Використовуючи формули (5.24–5.27), запишемо можливі стани Белла кубітів *A* та *C*:

$$|0\rangle_A \otimes |0\rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Phi^+\right\rangle + \left|\Phi^-\right\rangle\right);$$

$$|0\rangle_A \otimes |1\rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Psi^+\right\rangle + \left|\Psi^-\right\rangle\right);$$

$$|1\rangle_A \otimes |0\rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Psi^+\right\rangle - \left|\Psi^-\right\rangle\right);$$

$$|1\rangle_A \otimes |1\rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Phi^+\right\rangle - \left|\Phi^-\right\rangle\right).$$

З урахуванням цих формул співвідношення (5.28) набуває вигляду

$$|\psi\rangle \otimes \left|\Phi^+\right\rangle = \frac{1}{2}\left(\left|\Phi^+\right\rangle \otimes \left(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle\right) + \left|\Phi^-\right\rangle \otimes \left(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle\right)\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\left(\left|\Psi^+\right\rangle \otimes \left(\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle\right) + \left|\Psi^-\right\rangle \otimes \left(-\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle\right)\right).$$

Якщо тепер Аліса виміряє стани своїх кубітів у базисі Белла, то самим процесом вимірювання вона викличе колапс хвильової функції, яка описує всі три кубіти, і система перейде (з однаковою ймовірністю переходу) в один з чотирьох нових станів:

- для стану (00) $\left|\Phi^+\right\rangle \otimes \left(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle\right);$ (5.29)
- для стану (01) $\left|\Phi^-\right\rangle \otimes \left(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle\right);$ (5.30)
- для стану (10) $\left|\Psi^+\right\rangle \otimes \left(\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle\right);$ (5.31)
- для стану (11) $\left|\Psi^-\right\rangle \otimes \left(-\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle\right).$ (5.32)

Кубіти Аліси *A* та *C* виявляться сплутаними, а сплутаність між кубітами *A* та *B* зникне. Але Аліса тепер знає, в якому зі станів Белла перебувають усі три кубіти. Вона посилає Бобу класичним каналом зв'язку два біти, наприклад, 10, що означає, що система перебуває у стані, заданому співвідношенням (5.31). Для Боба це означатиме, що він має застосувати до свого кубіта одне з чотирьох перетворень, заданих матрицями Паулі σ_1 та σ_3:

- якщо 00, то використати $\mathbf{I} = \sigma_1^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, де $\mathbf{I}$ – одинична матриця;

- якщо 01, то використати $\sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$;
- якщо 10, то використати $\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$;
- якщо 11, то використати $\sigma_1\sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Застосувавши третє перетворення, Боб переведе свій кубіт *B* у стан $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, в якому перебував кубіт *C* до всіх маніпуляцій і стан якого Аліса хотіла передати. Отже, телепортація кубіта *C* (як математичного об'єкта) відбулася, причому, оскільки кубіт *C* уже перебуває в іншому стані, то виконана теорема про неклонованість [38; 39].

Отже, квантова телепортація кубіта *C* передбачає три етапи:

- вимірювання Алісою станів своїх кубітів *A* та *C* й отримання двох бітів інформації про їх стани (00, 01, 10 або 11); при цьому стани кубіта *A* Аліси та сплутаного з ним кубіта *B* Боба руйнуються, але кубіт *B* тепер перебуває в одному з чотирьох можливих станів кубіта *C*;
- передавання Алісою двох бітів про стан кубітів *A* та *C* класичним каналом зв'язку; обидва біти перехоплюються Євою;
- використання Бобом переданих бітів для вибору одного з чотирьох способів відтворення стану кубіта *B* такого ж, як у кубіта *C* до вимірювання; Єва не може скористатися перехопленими бітами, оскільки у неї немає інформації про стан Белла, в якому перебували кубіти *A* та *C* до вимірювання.

Приклад 5.11. Є два фізичні об'єкти, стани яких задані у векторних гільбертових просторах тензорами другого рангу:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ та } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}.$$

Знайти векторний простір системи, утвореної з цих об'єктів.

Для знаходження гільбертового векторного простору системи потрібно перемножити тензори **A** та **B**:

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} & a_{12}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \\ a_{21}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} & a_{22}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Зв'язок на фотонах зі сплутаними станами. Для оптичної лінії зв'язку, в якій інформація кодується станом поляризації фотонів, інформаційний канал найбільш захищений у разі використання однофотонних джерел випромінювання.

Для генерації одного фотона може бути використаний світлодіод на квантовій точці або ефект спонтанного параметричного розсіяння світла (англ. ***S**pontaneous **P**arametric **D**own-**C**onversion* (*SPDC*) – спонтанне параметричне перетворення зі зменшенням частоти). Суть ефекту зображено на рис. 5.6. На нелінійно-оптичний кристал з квадратичною електричною сприйнятливістю $\chi^{(2)}$ падає випромінювання накачування з частотою ν. Кожний фотон накачки за кристалом утворює два фотони з меншою енергією, які розлітаються під однаковими кутами до напрямку руху фотона накачки $h\nu$. Утворена пара фотонів (сигнальний фотон $h\nu_s$ та контрольний $h\nu_c$) задовольняє умови фазового синхронізму $\mathbf{p}_p = \mathbf{p}_s + \mathbf{p}_c$ для їх імпульсів, що означає сплутаність їхніх станів поляризації. Сумарна енергія обох фотонів дорівнює енергії фотона накачки: $h\nu = h\nu_s + h\nu_c$.

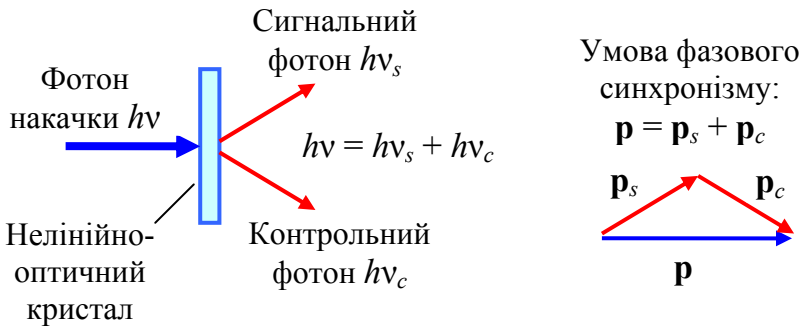

Рис. 5.6. Генерація двох фотонів зі сплутаними (зв'язаними) станами поляризації за допомогою ефекту спонтанного розсіяння світла з пониженням частоти

Якщо закодована 1 (або 0) буде переноситись в лінії зв'язку одночасно пакетом з декількох фотонів (а Аліса та Боб про це можуть і не знати), то Єва може «позичити» з кожного такого пакета по одному фотону і заволодіти секретним ключем. Поки надійні однофотонні джерела не створені, потрібно шукати інші шляхи розподілу квантового ключа. Один із таких методів і його апаратну реалізацію зображено на рис. 5.7. Розгляньмо, яким чином здійснюється розподіл квантового ключа між Алісою та Бобом.

Цей метод використовує протокол B92, запропонований Ч. Беннетом у 1992 р. Аліса та Боб обмінюються в Інтернеті інформацією про те, якими станами поляризації фотонів вона буде кодувати нулі та одиниці та які базиси він буде використовувати для вимірювання станів поляризації цих фотонів. Аліса генерує псевдовипадкову послідовність нулів та одиниць і, перетворивши її у стани поляризації фотонів 90° та мінус 45°, передає її Бобу квантовим каналом [39].

В установці Аліси використовується лазерний діод, драйвер якого за допомогою синхрогенератора забезпечує генерацію послідовності синхронізованих 5-наносекундних оптичних імпульсів. Лазерне випромінювання ослаблюється за допомогою ослаблювача (набору нейтральних світлофільтрів, півхвильової пластини та поляризатора) до рівня, за якого середнє число фотонів в імпульсі стає меншим за одиницю. Комп'ютер Аліси генерує псевдовипадкову послідовність нулів та одиниць, яка змушує синхрогенератор вмикати елемент Поккельса (і тоді площина поляризації оптичного імпульсу встановлюється під кутом мінус 45°) і вимикати його (площина поляризації набуває вертикального положення). Сформовані таким чином оптичні імпульси проходять крізь світлоподільну призму та коліматор і відправляються Бобу через квантовий канал (атмосферний, космічний чи волоконно-оптичний).

Світлоподільна призма в установці Аліси дає змогу контролювати, наскільки середнє число фотонів в імпульсі менше від одиниці.

Світлоподільна призма в установці Боба випадковим чином спрямовує прийнятий фотон або в горизонтальний базис, або в базис, нахилений під кутом 45°, де розміщені відповідно поляризаційні призми з горизонтальною (0°) та діагональною (45°) осями пропускання. Для настроювання коефіцієнтів пропускання цих призм використовують півхвильові пластини (поворот $\lambda/2$-пластини навколо лінійно поляризованого променя повертає його площину поляризації). Після поляризаційних призм фотони потрапляють у лічильники фотонів, які відкриваються для приймання фотонів на невеликі проміжки часу (приблизно 100 нс). Для синхронізації генерації та прийому фотонів використовують відкритий синхроканал. Потрапляння фотонів у лічильники фіксується комп'ютером і переводиться у біти. Боб відправляє Алісі

через Інтернет послідовність спрацьовувань своїх лічильників фотонів, не вказуючи їх базисів. На основі цієї інформації Аліса відкидає з випадкової послідовності, яку вона відправляла Бобу, зайві нулі та одиниці, формуючи таким чином секретний ключ.

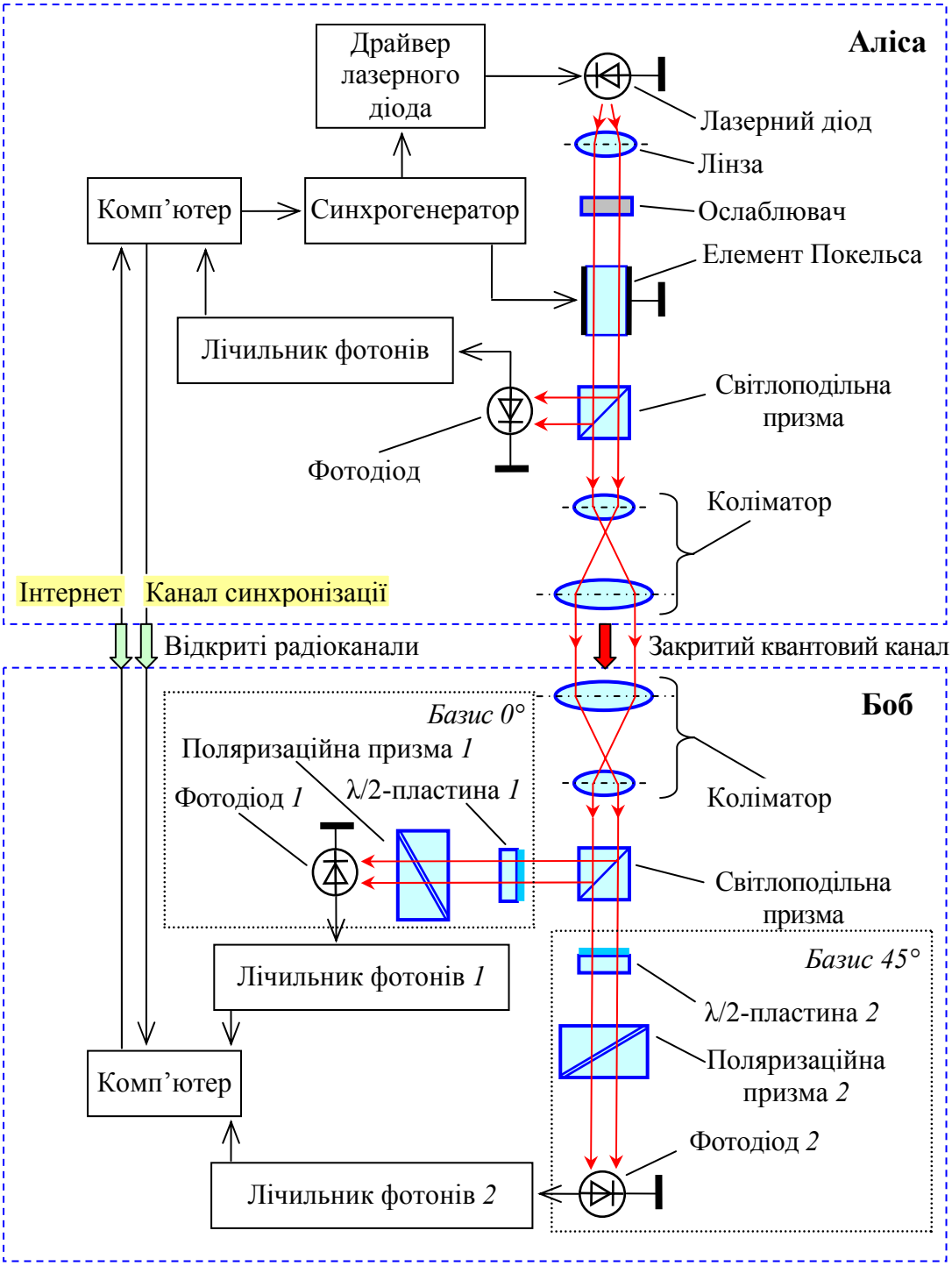

Рис. 5.7. Схема квантового розподілу ключа між Алісою та Бобом за протоколом *B92*

Квантові протоколи застосовні не лише до станів поляризації фотонів, але і до їх відносних фаз. Для відкритих оптичних ліній (наприклад, супутникових) ефективнішим є кодування інформації поляризацією, а для волоконно-оптичних – відносною фазою фотонів [42].

* * *

Квантова механіка, яка протягом десятиліть була академічною наукою, відірваною від технічного прогресу, раптово опинилась на його передньому краї і продемонструвала такі можливості передавання та оброблення інформації, про які електроніка і не мріяла. Малозрозумілі принципи квантової механіки, про справедливість яких фізики продовжують сперечатися і донині, запрацювали в реальних системах. А все починалося з дослідження М. Планком теплового випромінювання абсолютно чорного тіла і з припущення про дискретність енергетичних рівнів лінійного осцилятора Г. Герца.

Контрольні запитання і задачі

1. Електрон рухається зі швидкістю $V = 2 \cdot 10^8$ м/с. Знайдіть для цього електрона довжину хвилі де Бройля.

2. Покажіть, як можна знайти поле тензора другого рангу від температурного поля $T(x, y, z)$.

3. Радіопередавач потужністю $P = 1$ Вт працює на частоті $\nu = 100$ МГц. Знайдіть енергію кванта електромагнітного поля та кількість квантів, випромінювану за один період радіохвилі.

4. Хвильова функція має вигляд $\psi(z,t) = E_0[1 + \cos(\omega t - kz)]$. Знайдіть хвильове рівняння, яке задовольняє така функція.

5. Наведіть приклади математичних та фізичних операторів. Чим вони відрізняються?

6. Поясніть, як діє гамільтоніан на елементарну частинку.

7. За яких умов можна спостерігати хвильові функції фотона та електрона?

8. Як за амплітудою ймовірності знайти саму ймовірність виявлення частинки у певній точці простору–часу?

9. Як співвідносяться фазова та групова швидкості світла за нормальної та аномальної дисперсії?

10. Запишіть хвильове рівняння для світла і поясніть фізичний зміст його хвильової функції.

11. Світло у склі з показником заломлення $n = 1{,}5$ має довжину хвилі $\lambda' = 0{,}5$ мкм. Знайдіть для цього світла імпульси фотонів p та p', а також хвильові числа k та k' у вакуумі та склі.

12. Яке поле для світлової хвилі є потенціальним?

13. Чим відрізняються процеси вимірювання фізичних та математичних величин?

14. Яке квантування у фізиці є первинним, а яке – вторинним?

15. Наведіть приклади квантових систем.

16. Як задати вектор стану квантової системи?

17. Назвіть основні динамічні змінні квантової системи.

18. Які стани квантової системи є чистими, а які – змішаними?

19. У чому полягає суть методу вторинного квантування?

20. Які завдання ставить перед собою квантова електродинаміка?

21. Що таке поляризація вакууму?

22. Знайдіть, скільки довжин хвиль де Бройля укладається на першій боровській орбіті атома водню.

23. Що вивчає квантова оптика?

24. В яких процесах спостерігається квантова природа світлового поля?

25. На які величини у квантовій механіці накладається принцип невизначеності Гейзенберга та який його фізичний зміст?

26. У чому суть парадокса Ейнштейна–Подольського–Розена?

27. Яким чином виникає сплутаність станів квантових об’єктів?

28. Чи не порушується під час квантової телепортації теорема про неклонованість стану квантового об’єкта?

29. Порівняйте біт і кубіт.

30. Що таке квантовий регістр?

31. На чому ґрунтується захищеність інформації під час її передавання фотонами зі сплутаними станами?

32. Як обробляється інформація у квантовому комп’ютері?

33. Як зображується стан кубіта на сфері Блоха?

34. Поясніть, що таке квантовий розподіл ключа у криптографії.

35. Поясніть принцип дії сквіда.

36. Як відбувається зчитування інформації з потокового кубіта?

Рекомендована література: [1]; [14]; [15]; [17]; [21]; [25]; [26]; [27]; [28]; [29]; [30]; [31]; [32]; [33];[34]; [35]; [36]; [37]; [38]; [39]; [40]; [41]; [42].

Глава 6

ФОТОМЕТРИЧНІ ТА ЕНЕРГЕТИЧНІ ПАРАМЕТРИ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Є достатньо світла для тих, хто хоче бачити,
і достатньо темряви для тих, хто не хоче.

Блез Паскаль, французький
філософ, математик та фізик

6.1. Світло чи оптичне випромінювання?

Термін «*світло*» використовують переважно для описання оптичних ефектів, які передбачають зорове сприйняття. Термін «*оптичне випромінювання*» можна застосовувати до електромагнітного випромінювання з довжиною хвиль у діапазоні 10^{-5}–10^{6} нм. У деяких випадках для більшої визначеності краще говорити «світлова хвиля», ніж «електромагнітна хвиля», «модуляція світла» замість «модуляція випромінювання», оскільки електромагнітна хвиля може виявитися радіохвилею, а випромінювання – акустичним.

Відчуття світла оком людини залежить як від енергетичних параметрів випромінювання, так і від спектральних. Природа наділила нас зоровою системою, максимум спектральної чутливості якої збігається з максимумом спектральної потужності випромінювання Сонця біля земної поверхні (λ_{max} = 550 нм). Світло ми бачимо в діапазоні довжин хвиль λ = 380–760 нм. Перші дослідники рентгенівського випромінювання встановили, що воно створює зоровий ефект. У повній темряві в кабіні космічного корабля космонавти бачили спалахи, викликані гамма-випромінюванням. Можливість виявлення зоровою системою короткохвильового випромінювання пояснюється тим, що високоенергетичні кванти вибивають з кришталика ока електрони, а вони під час бомбардування сітківки викликають зорове відчуття.

За тієї самої потужності випромінювання жовто-зелене світло з довжиною хвилі 550 нм здається нам яскравішим від темно-вишневого світла з довжиною хвилі 760 нм у 20 000 разів, а, наприклад, кремнієвий фотодіод відреагує на більш довгохвильове випромінювання приблизно у 1,5 разу, германієвий – у 1,2 разу

більшим фотострумом. Як же тоді об'єктивно оцінити енергетичну дію випромінювання? Очевидно, що потрібно прокалібрувати фотоприймачі за допомогою еталонного джерела випромінювання. Таким джерелом донедавна була модель абсолютно чорного тіла, для якої за заданої температури досить точно можна розрахувати параметри випромінювання і знайти його спектр.

Є дві системи оцінювання параметрів випромінювання – фотометрична, побудована на основі зорового сприйняття людини і тому деякою мірою суб'єктивна, та енергетична, яка ґрунтується на об'єктивній реакції приладів на енергію випромінювання. Фотометрична система застосовна тільки до видимого випромінювання і тільки для такого випромінювання можливий взаємний перерахунок параметрів.

6.2. Фотометричні параметри випромінювання

Назва «*фотометричні*» походить від фотометра, приладу, в якому візуально порівнюють освітленості, які утворюють на контрольній поверхні еталон сили світла і досліджуване джерело світла (рис. 6.1). Розгляньмо основні фотометричні параметри [7; 11; 48].

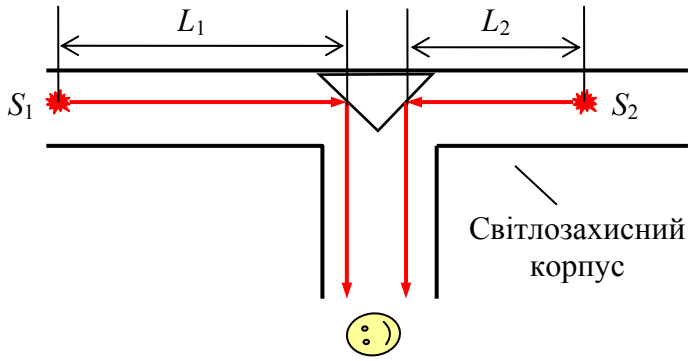

Рис. 6.1. Схема найпростішого фотометра

Грані білої тригранної призми освітлюються еталонним (S_1) та досліджуваним (S_2) джерелами світла. Джерело S_2 встановлюють на такій відстані, щоб візуально зрівняти освітленість бокових граней призми. Тоді сила світла джерела S_2 становить $J_2 = J_1(L_2/L_1)^2$, де J_1 – сила світла джерела S_1; L_1, L_2 – відстані джерел S_1 та S_2 від призми.

Сила світла. *Сила світла* – одна з семи основних величин Міжнародної системи одиниць (СІ). Інші світлові величини – похідні від неї. Одиницею сили світла є кандела (1 кд), величину якої до 1979 р. визначали за допомогою еталона сили світла – керамічної трубочки з платиною, розплавленою за допомогою струму високої частоти. Світіння торця нагрітої трубочки і задавало канделу як силу світла, яке випромінюється чорним тілом перпендикулярно до торця площею 1/60 см^2 за температури затвердіння платини (2042,5 К) і нормального

тиску (101 325 Па). У 1979 р. Генеральною конференцією з вагів та мір канделу визначено через основну системну одиницю (секунду) та похідну одиницю (Ват).

Кандела – це сила світла, випромінюваного у заданому напрямку монохроматичним джерелом випромінювання з частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, яке має силу випромінювання у цьому напрямку в 1/683 Вт/ср.

У новому визначенні канделу виражають через ті самі величини, через які визначаються енергетичні параметри випромінювання. Реалізувати еталон сили світла стало тепер простіше – ним може бути, наприклад, лазер з довжиною хвилі λ, яка відповідає частоті $\nu = c/\lambda = 540 \cdot 10^{12}$ Гц. До такого світла зеленого кольору око має найбільшу чутливість, яка дорівнює одиниці у відносних одиницях.

Сила світла одиничної ділянки площею dA світної чи освітленої поверхні залежить від напрямку спостереження цієї ділянки, заданого кутом θ між віссю спостереження та перпендикуляром до ділянки. У 1760 р. німецький фізик, математик та астроном Йоган Ламберт встановив, що поверхні з дифузним розсіянням (матові поверхні) або каламутні середовища (наприклад, хмари або молоко) мають під кутом спостереження θ силу світла, яку визначають співвідношенням (*законом Ламберта*)

$$J_\theta = J_0 \cos\theta, \tag{6.1}$$

де J_0 – сила світла у напрямку, перпендикулярному до поверхні. Названі об'єкти досить точно виконують закон Ламберта, створюючи дифузне випускання чи відбиття світла. До цієї групи *ламбертових випромінювачів* можна додати ще порошкоподібні люмінофори та Сонце (як випромінювач, дуже близький за своїми властивостями до АЧТ). Але ідеальним ламбертовим випромінювачем є лише АЧТ.

Приклад 6.1. Знайти силу світла, яка випромінюється з площі $A = 1$ мм^2 еталона сили світла під кутом $\theta = 5°$ до осі випромінювання.

Якщо сила світла еталона $J_{et} = 1$ кд, а площа еталонної площадки $A_{et} = 1/60$ см^2, то шукана сила світла

$$J = \left(\frac{A}{A_{et}}\right) J_{et} \cos\theta = 6 \cdot 1 \cdot 0{,}996 \approx 3 \text{ кд}.$$

Для відображення залежності сили світла від напрямку спостереження джерела світла служить *діаграма спрямованості*. Діаграми спрямованості лампи розжарювання, світлодіода, газового лазера та ламбертового випромінювача, побудовані в полярних координатах, зображено на рис. 6.2. Радіус, проведений під кутом θ до перетину з діаграмою спрямованості, дає відносну силу світла у напрямку, який складає кут θ з оптичною віссю джерела світла. При цьому відносна осьова сила світла для більшості джерел максимальна і дорівнює одиниці, тобто радіусу більшого кола на діаграмі. Газовий лазер має дуже вузьку діаграму спрямованості порівняно з іншими джерелами світла. Напівпровідниковий лазер з торцевим випромінюванням має діаграму спрямованості, подібну до світлодіодної.

Світловий потік. *Світловий потік* – це сила світла J, випромінюваного в тілесний кут $d\Omega$ всією поверхнею світного або освітленого тіла:

$$d\Phi = Jd\Omega. \qquad (6.2)$$

Інакше кажучи, світловий потік – це світлова енергія, яка випромінюється за одиницю часу всією поверхнею світного або освітленого тіла в конус, заданий тілесним кутом $d\Omega$.

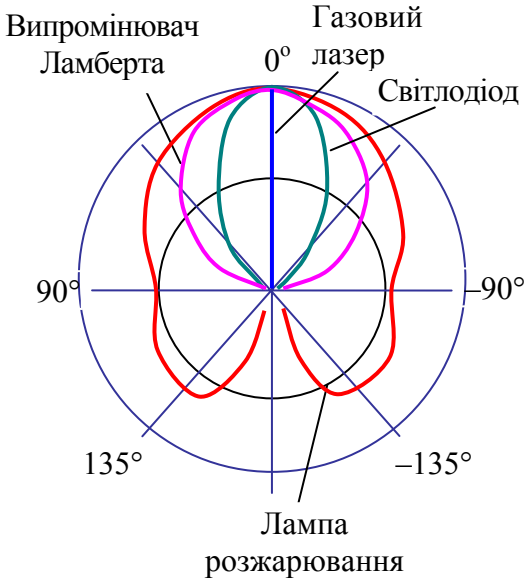

Рис. 6.2. Діаграми спрямованості лампи розжарювання, світлодіода, газового лазера та ламбертова випромінювача

Поняття «світлова енергія» використовуватимемо як допоміжне, для кращого розуміння фізичного змісту фотометричних величин. Його визначення може бути, наприклад, таким: *світлова енергія* – це частина енергії оптичного випромінювання, яка викликає зорове відчуття. Тоді фізичний зміст світлового потоку – це світлова енергія, яка випромінюється всією поверхнею в певний тілесний кут за одиницю часу. Сила світла – це світлова енергія, яка випромінюється всією поверхнею джерела світла у певному напрямку за одиницю часу. Формула (6.2) підказує, що випромінювання у певному напрямку насправді означає випромінювання в елементарний одиничний

тілесний кут – елементарний, тому що з усього тілесного кута випромінювання треба пов'язати із заданим напрямком дуже малу його частину, а одиничний, щоб позбутися залежності від величини цього елементарного кута. Під випромінюванням у заданому напрямку розуміють випромінювання, яке йде в конус, вісь якого задає напрямок, а тілесний кут при вершині дорівнює елементарному одиничному тілесному куту, наприклад 10^{-3} ср; потім знайдену величину збільшують у 1000 разів і в знаменнику розмірності фігуруватиме вже не елементарний одиничний кут $d\Omega = 10^{-3}$ ср, а одиничний кут 1 ср.

Повний світловий потік, випромінюваний певним тілом, можна знайти, проінтегрувавши світловий потік у межах всього тілесного кута Ω, в який випромінюється світло:

$$\Phi = \int_{\Omega} J d\Omega.$$

Нагадаймо, що *тілесний кут* Ω визначається відношенням площі поверхні A, вирізаної на сфері коловим конусом з вершиною в центрі сфери, до квадрата її радіуса: $\Omega = A/r^2$. Одиницею вимірювання тілесного кута є 1 ср – тілесний кут, утворений коловим конусом з кутом розкриття приблизно 65,6º, чому відповідає вирізана на поверхні сфери площа $A = r^2$.

Тілесний кут Ω пов'язаний з плоским кутом розкриття конуса φ співвідношенням

$$\Omega = \frac{A}{r^2} = 2\pi(1-\cos\varphi) = 4\pi\sin^2\frac{\varphi}{2}.$$

Елементарний тілесний кут можна виразити через елементарний плоский кут як

$$d\Omega = 2\pi\sin\varphi d\varphi.$$

Світловий пучок може бути зосереджений не тільки в коловому конусі, але і в еліптичному. Для конічних пучків з еліптичним поперечним перерізом тілесний кут $\Omega < 2\pi$ можна задати двома кутами φ та ψ, утвореними віссю конуса та його твірною у площинах найбільшого та найменшого розкриття конуса (рис. 6.3).

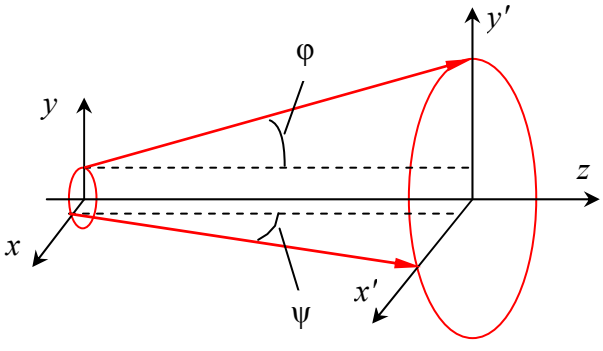

Рис. 6.3. Зображення конічного пучка з еліптичним перерізом двома плоскими кутами

Одиницею вимірювання світлового потоку є 1 лм (*люмен*) – потік, який випромінюється джерелом із силою світла 1 кд у тілесний кут 1 ср.

Приклад 6.2. Визначити повний світловий потік точкового джерела із силою світла J, світлова енергія якого рівномірно розподілена у всіх напрямках. Повний тілесний кут $\Omega = 4\pi$ ср, тому повний світловий потік точкового джерела

$$\Phi = \int_0^{4\pi} J d\Omega = 4\pi J . \qquad (6.3)$$

Спектральний світловий потік – це квазімонохроматична частина світлового потоку, яка випромінюється тілом в елементарному одиничному інтервалі довжин хвиль $d\lambda$. Інакше кажучи, Φ_λ – це спектральна густина світлового потоку.

Квазімонохроматичний світловий потік можна наближено знайти, взявши в інтервалі $\Delta\lambda$ середнє значення спектрального світлового потоку $\overline{\Phi}_\lambda$:

$$\Phi_{\Delta\lambda} \approx \overline{\Phi}_\lambda \Delta\lambda.$$

Знаючи спектральну світлову характеристику джерела світла $\Phi_\lambda(\lambda)$, цю величину можна знайти більш точно:

$$\Phi_{\Delta\lambda} = \int_\lambda^{\lambda+\Delta\lambda} \Phi_\lambda(\lambda) d\lambda.$$

Яскравість. *Яскравістю* світної або освітленої поверхні називають силу світла, випромінюваного з елементарної одиничної площадки цієї поверхні у напрямку спостереження, заданому кутом θ:

$$B_\theta = \frac{dJ_\theta}{\cos\theta dA} = \frac{d^2\Phi_\theta}{\cos\theta d\Omega\, dA}, \qquad (6.4)$$

де θ – кут між перпендикуляром до одиничної площадки та напрямком спостереження. Об'єднуючи формули (6.1) та (6.4) знайдемо, що для ламбертова випромінювача яскравість поверхні B_L не залежить від напрямку спостереження:

$$B_L = \frac{dJ_0}{dA}. \qquad (6.5)$$

Очевидно, що цією формулою можна скористатися і для неламбертова випромінювача, але лише за умови нормального спостереження площадки dA.

Поняття «елементарна одинична площадка» вводиться для того, щоб підкреслити, що значення певної величини розглядається в точці, й від точки до точки воно змінюється. Поверхню тіла будь-якої форми можна розбити на елементарні площадки, приписавши кожній площадці координати центра площадки, певний кут нахилу відносно оптичної осі та певне значення світлової енергії, яка випромінюється або поглинається цією площадкою за одиницю часу. Розміри елементарної площадки визначаються необхідною точністю, з якою у цій задачі криву поверхню можна замінити на множину маленьких плоских поверхонь, які межують між собою і є дотичними до кривої поверхні, а також точністю заміни неперервного значення фізичної величини на поверхні світного або освітленого тіла на набір дискретних значень, взятих у точках дотику кривої поверхні з плоскими поверхнями.

Щоб уникнути залежності значення енергії від величини площадки треба взяти її одиничну площу, тобто перейти до поверхневої густини світлового потоку $d\Phi/dA$. Під час випромінювання світловий потік зосереджений у півсфері, причому у різних напрямках нерівномірно, тому з певним напрямком треба пов'язати ще елементарний одиничний тілесний кут. Тоді світлова потужність, випромінювана у певній точці поверхні джерела елементарною одиничною площадкою, у певному напрямку в межах елементарного одиничного тілесного кута і є яскравістю джерела, поданою формулою (6.4).

Під час визначення змінної фізичної величини, поданої у вигляді відношення диференціалів, можна, наприклад, замість слів «потужність випромінювання з елементарної одиничної площадки в елементарному одиничному діапазоні довжин хвиль» використовувати терміни «поверхнева спектральна густина випромінювання» або навіть просто «спектральна густина випромінювання», маючи на увазі енергію, випромінювану з маленької площі поверхні тіла dA у маленькому діапазоні довжин хвиль $d\lambda$ за маленький проміжок часу dt.

Яскравість матової поверхні з коефіцієнтом відбиття R та освітленістю E розраховують за формулою [7]

$$B = \frac{RE}{\pi}. \tag{6.6}$$

Приклад 6.3. Знайти яскравість еталона сили світла під кутом 10° до його оптичної осі.

Оскільки еталон сили світла є чорним тілом, а отже, ламбертовим випромінювачем, то його яскравість не залежить від напрямку спостереження (звичайно, у межах, визначених конструкцією еталона). Тому яскравість поверхні еталона площею $A_{et} = 1/60$ см^2, яка характеризується силою світла $J_{et} = 1$ кд,

$$B_{et} = \frac{J_{et}}{A_{et}} = 60 \text{ кд/см}^2 = 6\cdot 10^5 \text{ кд/м}^2.$$

Освітленість. *Освітленість* – це світловий потік, який падає на елементарну одиничну площадку поверхні освітленого тіла під кутом θ:

$$E = \frac{1}{\cos\theta}\frac{d\Phi}{dA}.$$

Одиницею вимірювання освітленості є 1 лк (*люкс*) – паралельний однорідний світловий потік в 1 лм, який падає перпендикулярно на 1 м^2 поверхні тіла. Якщо розміри джерела із силою світла J значно менші за його відстань L до освітлюваної поверхні (принаймні у 20 разів), а напрямок освітлення складає кут θ з перпендикуляром до поверхні, то освітленість

$$E = \left(\frac{J}{L^2}\right)\cos\theta. \qquad (6.7)$$

Приклад 6.4. Знайти освітленість на поверхні сфери радіусом $r = 1$ м, якщо в її центрі світиться нагріта металева кулька радіусом $a = 5$ мм та яскравістю $B = 25$ кд/м^2.

Кулька створює таку ж освітленість, як еквівалентне точкове джерело із силою світла $J = B\cdot 4\pi a^2$ і повним світловим потоком $\Phi = 4\pi J = B\cdot 16\pi^2 a^2$. Цей потік, рівномірно розподілений у просторі, створює на поверхні сфери освітленість $E = \Phi/4\pi r^2 = B\cdot 4\pi(a/r)^2 = = 25\cdot 4\pi(0{,}01/1)^2 = 0{,}03$ лк. Зауважмо, що у разі розміщення у центрі такої сфери точкового джерела із силою світла в 1 кд освітленість сфери дорівнюватиме 1 лк.

Світність. *Світність* – це світловий потік, який виходить з елементарної одиничної площадки поверхні у півсферу – тілесний кут 2π ср:

$$S = \frac{d\Phi}{dA}.$$

Світність та яскравість пов'язані співвідношенням

$$S = \pi\int_0^{\pi/2} B_\theta \sin 2\theta d\theta,$$

де B_θ – яскравість у напрямку, заданому кутом θ. Для ламбертова випромінювача яскравість у всіх напрямках однакова, $B_\theta = B_0$, тому зв'язок між світністю та яскравістю спрощується до

$$S = \pi B_0.$$

Приклад 6.5. Знайти повний світловий потік, який іде від рівномірно освітленого екрана площею $A = 0{,}04$ м^2, виготовленого з порошкового люмінофора з яскравістю світіння $B = 25$ кд/м^2.

Люмінофорний екран є ламбертовим випромінювачем, для якого повний світловий потік $\Phi = AS = \pi AB = \pi \cdot 0{,}04 \cdot 25 = \pi$ лм.

Світлова енергія. У системі фотометричних величин світлова енергія W_V є похідною від основної величини – сили світла – і для однорідних стаціонарних світлових потоків може бути подана як

$$W_V = J\Omega t = \Phi t.$$

Одиницею вимірювання світлової енергії є 1 лм·с. Використання цієї величини дуже обмежене і небажане з огляду на вельми невизначений фізичний зміст.

Світлова експозиція. Для оцінювання енергетичної дії світла на світлочутливий матеріал, який протягом часу освітлення (експозиції) t_e має сталу рівномірну освітленість поверхні E, обмежено застосовують і *світлову експозицію*

$$H_V = Et_e,$$

яка вимірюється в люксах за секунду (лк·с).

6.3. Енергетичні параметри випромінювання

Розгляньмо фізичний зміст деяких понять, пов'язаних з об'єктивним оцінюванням енергетичних параметрів випромінювання. Логічно будувати систему енергетичних параметрів на основі такої величини, як енергія випромінювання, яку можна розрахувати і виміряти [7; 11; 48].

Енергія випромінювання. Якщо у вакуумі крізь деяку уявну оболонку об'ємом dV проходить випромінювання, то всередині цієї оболонки у деякий момент часу зосереджується енергія електромагнітного поля dW з об'ємною густиною випромінювання

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{\varepsilon_0}{2}(E^2 + c^2 B^2) = \varepsilon_0 E^2,$$

де B – магнітна індукція; ε_0 – електрична стала; E – напруженість

електричного поля. Цей вираз для густини енергії електромагнітного поля випливає з рівнянь Максвела.

Взаємодію електромагнітної хвилі з речовиною у переважній більшості випадків можна розглядати як дію на речовину тільки електричного поля цієї хвилі. Саме з електричним полем хвилі пов'язані такі основні оптичні явища, як поглинання, випромінювання, поляризація та ін.

Об'ємна густина випромінювання – це енергія електромагнітного поля випромінювання, яка у певний момент перебуває в одиничному об'ємі.

Густині енергії електромагнітного поля можна протиставити її корпускулярний аналог. З погляду корпускулярної теорії w є енергією фотонів, які перебувають у певний момент в одиничному об'ємі. Якщо весь діапазон енергій фотонів $h(\nu_{max} - \nu_{min})$ розбити на n піддіапазонів, так що у межах i-го піддіапазону середня енергія фотонів дорівнює $h\nu_i$, то *об'ємна густина* (*концентрація*) *фотонів*

$$w = \frac{h}{dV}(a_1\nu_1 + a_2\nu_2 + ... + a_n\nu_n),$$

де a_i – кількість фотонів відповідно із середньою енергією $h\nu_i$ ($i = 1 - n$).

Якщо відфільтрувати в одиничному об'ємі тільки фотони із середньою енергією $h\nu_i$ або випромінювання з частотою ν_i, то отримаємо спектральну густину випромінювання:

$$w_\nu = \frac{dw}{d\nu}.$$

Спектральна об'ємна густина випромінювання – це енергія електромагнітного поля випромінювання, зосереджена в елементарному одиничному об'ємі та елементарному одиничному частотному інтервалі, взятому навколо частоти ν.

Повна енергія випромінювання в об'ємі V у всьому частотному діапазоні

$$W = \int_V w dV = \varepsilon_0 \int_V E^2 dV.$$

Одиницею вимірювання енергії випромінювання є 1 Дж (*джоуль*).

Використовуючи цю одиницю, можна вивести всі інші енергетичні параметри випромінювання.

Енергія монохроматичного випромінювання в об'ємі V у частотному діапазоні $\nu + d\nu$:

$$W_\nu = \int_V w_\nu dV.$$

Потік випромінювання. *Потоком* (*потужністю*) *випромінювання* називають кількість енергії, яка проходить всередині тілесного кута Ω за одиницю часу:

$$P = \frac{dW}{dt}.$$

Одиницею вимірювання потоку випромінювання є 1 Вт (*ват*) – енергія в 1 Дж, випромінювана за 1 с у певний тілесний кут.

Повним потоком (*повною потужністю*) *випромінювання* називають кількість енергії, яка проходить крізь замкнену поверхню всередину або назовні (в тілесному куті $\Omega = 4\pi$ ср).

Спектральним потоком (*спектральною потужністю*) *випромінювання* називають частину потоку (потужності) випромінювання, яка припадає на елементарний одиничний спектральний діапазон поблизу довжини хвилі λ:

$$P_\lambda = \frac{dP_\lambda}{d\lambda}.$$

Аналогічно спектральний потік випромінювання можна виразити через частоту й отримати $P_\nu = dP_\nu/d\nu$, але при цьому ширина одиничного спектрального діапазону, вираженого в λ та ν, виявляється неоднаковою, бо $|d\lambda| = (c/\nu^2)\Delta\nu$, тому

$$P_\nu = \frac{dP_\nu}{d\nu} = \frac{c}{\nu^2} P_\lambda.$$

Спектральний потік фотонів теплового випромінювання, випущених з поверхні площею A чорного тіла за температури T в тілесний кут Ω,

$$N_{\lambda,T} = \frac{A\Omega c\Delta\lambda}{\lambda^4} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda kT}\right).$$

Сила випромінювання. *Сила випромінювання* – це потужність, випромінювана джерелом у певному напрямку в елементарний одиничний тілесний кут:

$$J_E = \frac{dP}{d\Omega}.$$

Одиницею вимірювання сили випромінювання є 1 Вт/ср. Цю величину ще називають енергетичною силою світла, її фізичний зміст – це кутова густина потужності випромінювання, яка показує, як енергія випромінювання розподіляється за напрямками.

Яскравість випромінювання. *Яскравістю випромінювання* називають потужність, випромінювану з елементарної одиничної площадки, побудованої у певній точці джерела, у заданому напрямку в елементарний одиничний тілесний кут:

$$B_E = \frac{d^2P}{dAd\Omega} = \frac{dJ_E}{dA}.$$

Одиницею вимірювання яскравості випромінювання (енергетичної яскравості світла) є 1 Вт/(м^2·ср).

Енергетична світність. *Енергетична світність* – це потужність, випромінювана з елементарної одиничної площадки поверхні у півсферу (у тілесний кут $\Omega = 2\pi$):

$$S_E = \frac{dP}{dA}.$$

Одиницею вимірювання енергетичної світності є 1 Вт/м^2. У літературі можна зустріти й іншу назву цього параметра – випромінювальна здатність. Його фізичний зміст – поверхнева густина потужності випромінювання.

Інтенсивність випромінювання. *Інтенсивністю випромінювання* називають кількість енергії, яка проходить за одиницю часу через одиничну площадку, розміщену перпендикулярно до напрямку поширення випромінювання:

$$I = \frac{\partial^2 W}{\partial A \partial t} = \frac{dP}{dA}.$$

Одиницею вимірювання інтенсивності є 1 Вт/м^2. В оптичних системах світлові пучки в поперечному перерізі майже ніколи не бувають однорідними, тому під інтенсивністю слід розуміти локальну інтенсивність у межах невеличкої ділянки, розміри якої забезпечують достатню однорідність пучка. Іншими словами, коректно говорити лише про інтенсивність у певній точці пучка і про енергію, яка проходить за одиницю часу крізь невеличку площадку, яка містить цю точку і розміщена перпедикулярно до потоку випромінювання.

Інтенсивність випромінювання в середовищі з діелектричною проникністю ε та показником заломлення n може бути виражена через амплітудне значення напруженості електричного поля електромагнітної хвилі:

$$I = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 c}{2n} E_0^2 .$$

Приклад 6.6. Знайти об'ємну густину сонячного випромінювання поблизу поверхні Землі, якщо інтенсивність випромінювання I = 790 Вт/м^2.

Уявімо, що у куба об'ємом $V = a^3 = 1$ м^3, який лежить на землі, є непрозора кришка, яка здатна миттєво відкриватися. Кришка відкрилася і сонячне випромінювання, яке падає вертикально, починає заповнювати ящик. Ящик заповнюється випромінюванням за час

$$t = \frac{a}{c} = \frac{1}{3 \cdot 10^8} \approx 33 \cdot 10^{-6} = 33 \text{ мс}.$$

Енергія випромінювання, яка потрапляє в ящик крізь «вікно» площею $A = a^2 = 1$ м^2 за цей час і є об'ємною густиною сонячного випромінювання:

$$w = IAt = \frac{Ia^3}{c} = \frac{790 \cdot 1}{3 \cdot 10^8} \approx 2{,}63 \cdot 10^{-6} \text{ Дж/м}^3.$$

Інтенсивність опромінення поверхні тіла залежить від кута падіння випромінювання θ:

$$I_\theta = I_0 \cos\theta,$$

де I_0 – інтенсивність випромінювання (або інтенсивність опромінення за кута падіння $\theta = 0$). Цю величину ще називають енергетичною *освітленістю.*

В енергетичних розрахунках неточкове джерело випромінювання можна замінити точковим, якщо розмір джерела d_s принаймні у 20 разів

менший за його відстань до освітлюваної поверхні r, тобто $d_s \le r/20$. У цьому разі інтенсивність випромінювання на поверхні тіла можна знайти за формулою

$$I_\theta = \left(\frac{I}{r^2}\right)\cos\theta .$$

Приклад 6.7. На осі оптичної системи міститься точкове джерело світла та фотопластинка розміром $a \times a$, встановлена перпендикулярно до осі, на відстані r від джерела. Знайти, за якого відношення a/r інтенсивність на фотопластинці можна вважати однаковою з похибкою $\delta = 1$ %.

Відносну нерівномірність прямого (осьового) освітлення плоскої поверхні точковим джерелом можна подати як

$$\delta = \frac{I/r^2 - I/(r^2 + a^2/4)}{I/r^2} = 1 - \frac{1}{1 + a^2/4r^2}, \qquad (6.8)$$

звідки отримаємо шукане співвідношення:

$$\frac{a}{r} = 2\sqrt{\delta},$$

тобто нерівномірність освітленості фотопластинки в 1 % спостерігатиметься за $a/r = 1/5$.

Приклад 6.8. Фотопластинка в прикладі 6.7 зміщується у своїй площині з осі та займає таке положення, за якого на ближній край фотопластинки промені точкового джерела падають під кутом $\theta = 45°$ (рис. 6.4). Знайти, за якого відношення a/r нерівномірність освітлення фотопластинки не перевищуватиме $\delta = 1$ %.

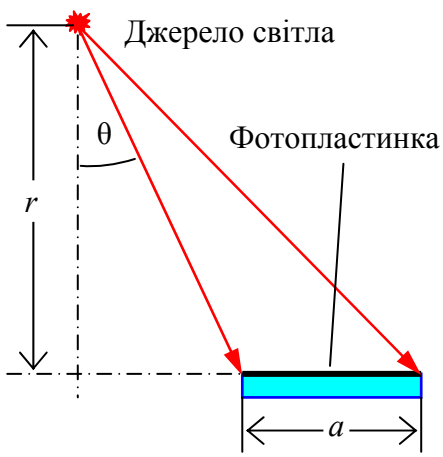

Рис. 6.4. До розрахунку нерівномірності косого освітлення фотопластинки

Відстані до ближнього та дальнього країв фотопластинки становить відповідно $r/\cos\theta$ та $(r/\sin\theta + a)$, тому аналогічно формулі (6.8) можна записати вираз для нерівномірності косого освітлення поверхні точковим джерелом:

$$\delta = \frac{I/(r/\cos\theta)^2 - I/[r^2 + (r\cdot\tan\theta + a)^2]}{I/(r/\cos\theta)^2} =$$

$$= 1 - \frac{1}{\cos^2\theta[1 + (1/\sin\theta + a/r)^2]},$$

звідки шукане відношення

$$\frac{a}{r} = -\tan\theta + \sqrt{\frac{\tan^2\theta + \delta}{1-\delta}}.$$

Підставляючи числові дані, отримаємо $a/r \approx 1/100$.

Спектральна інтенсивність випромінювання – це інтенсивність випромінювання, зосередженого в елементарному одиничному спектральному діапазоні. Під час побудови спектральних характеристик джерел випромінювання спектральну інтенсивність випромінювання I_λ здебільшого виражають у відносних одиницях, вибираючи максимальне значення спектральної інтенсивності кратним одиниці.

Експозиція. *Експозиція* – це енергія випромінювання, яке рівномірно опромінює елементарну одиничну площадку поверхні тіла протягом часу експозиції t:

$$H_E = \frac{dW}{dA} = It.$$

Одиницею вимірювання експозиції є 1 Дж/м^2. Якщо інтенсивність випромінювання в поперечному перерізі пучка змінюється від точки до точки, то можна визначати лише локальну експозицію невеличкої ділянки поверхні навколо певної точки. Для імпульсних джерел випромінювання теж можна скористатися цією формулою, маючи на увазі, що для одиночного імпульсу dW – це енергія оптичного імпульсу, а для серії імпульсів – це сумарна енергія імпульсів, прикладена до елементарної одиничної площадки dA, при цьому

$$H_E = \int_0^{t_e} I(t)dt.$$

Описані вище величини називають енергетичними параметрами випромінювання, тому що вони визначені на основі поняття «енергія випромінювання» й оцінюються об'єктивно за допомогою приладів, прокаліброваних за допомогою чорного тіла.

6.4. Зв'язок між фотометричними та енергетичними параметрами випромінювання

Параметри джерел світла та фотоприймачів, які працюють у видимому діапазоні спектра, можуть бути прив'язані як до фотометричної, так і до енергетичної системи параметрів випромінювання, тому потрібно встановити зв'язок між цими параметрами. Фотометрична система параметрів прив'язана як до інтегральної, так і до спектральної чутливості ока [7; 11].

Інтегральну чутливість, тобто чутливість до всього видимого випромінювання, калібрують за допомогою еталона сили світла або стандартного джерела світла – 100-ватної лампи розжарювання з вольфрамовою спіраллю, яка має колірну температуру 2850 К. Інтегральні світлові (фотометричні) величини оцінюють параметри такого стандартного світлового потоку за сумарною дією на середнє око у всьому видимому діапазоні, на відміну від спектральних світлових величин, які оцінюють дію лише квазімонохроматичного світла.

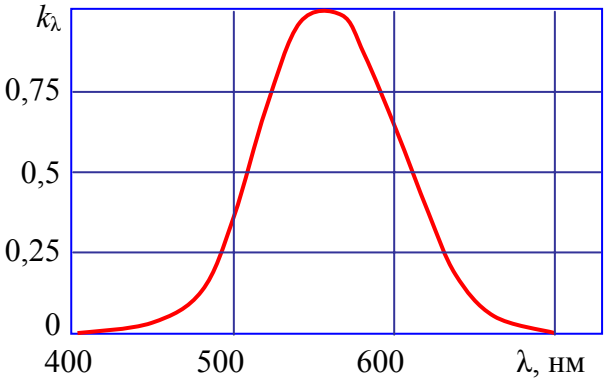

Рис. 6.5. Крива видності – характеристика відносної спектральної чутливості людського ока

Нормовану спектральну характеристику середнього людського ока називають *кривою видності* (рис. 6.5). Крива видності – це нормована характеристика спектральної чутливості середнього ока, яку використовують для взаємного переведення спектральних енергетичних та фотометричних величин: $\Phi_\lambda[\text{лм}] = 683 k_\lambda P_\lambda$, де P_λ вимірюють у ватах.

Видність випромінювання – це світловий потік, який створює квазімонохроматичне джерело з одиничною потужністю випромінювання:

$$V_\lambda = \frac{\Phi_\lambda}{P_\lambda}.$$

Максимальну видність $V_{\lambda max} = 683$ лм/Вт має випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 550$ нм. Видність є своєрідною спектральною чутливістю

ока, а крива видності – це графік *залежності* видності від довжини хвилі, нормований відносно максимальної видності: $k_\lambda(\lambda) = V_\lambda / V_{\lambda max}$. Величину k_λ називатимемо коефіцієнтом видності, хоча рекомендованою є назва *відносна спектральна світлова ефективність випромінювання*. Значення коефіцієнта видності для різних довжин хвиль наведено в табл. 6.1. За допомогою цієї таблиці можна, наприклад, знайти, яке має бути співвідношення потужностей червоного, зеленого та синього джерел світла, щоб вони створювали однакове зорове відчуття [7].

Таблиця 6.1

Значення коефіцієнта видності для різних довжин хвиль

λ, нм	k_λ	λ, нм	k_λ	λ, нм	k_λ
400	0,0004	530	0,862	660	0,061
410	0,0012	540	0,954	670	0,032
420	0,0040	550	0,995	680	0,017
430	0,0116	560	0,995	690	0,0082
440	0,023	570	0,952	700	0,0041
450	0,038	580	0,870	710	0,0021
460	0,060	590	0,757	720	0,00105
470	0,091	600	0,631	730	0,00052
480	0,139	610	0,503	740	0,00025
490	0,208	620	0,381	750	0,00012
500	0,323	630	0,265	760	0,00006
510	0,503	640	0,175		
520	0,710	650	0,107		

6.5. Основні закони геометричної оптики: поняття та позначення

Світловий промінь. Геометрична оптика розглядає світло як промені, які виходять з джерела світла, проходять через оптичну систему і потрапляють на екран, в око, на фотоматеріал, фотоприймач тощо. Промінь починається з якоїсь точки джерела світла (зокрема й вторинного, визначеного за принципом Гюйгенса–Френеля) і закінчується в точці приймача світла (у широкому розумінні цього терміна). Основним припущенням геометричної оптики є нескінченно мала довжина світлової хвилі. У геометричній оптиці не розглядають хвильові ефекти, такі як дифракція та інтерференція. Промінь розглядають

як нормаль до хвильового фронту, причому явища, які спостерігаються в області світлового пучка навколо фокуса лінзи чи дзеркала (сферичного або параболічного), не враховуваються – промені у фокусі просто перехрещуються [43; 44; 47].

Траєкторія світлового променя в оптичній системі описується рівнянням ейконалу (1.9). Це справедливо за умови, що промінь вийшов з деякої точки простору предметів і прийшов у відповідну точку простору зображень (під час формування зображення однією лінзою або одним сферичним дзеркалом можна вважати, що обидва простори розділені площиною, яка проходить через один із цих оптичних елементів перпендикулярно його оптичній осі).

Основні закони геометричної оптики такі [43; 44; 46]:

- закон прямолінійності поширення світла;
- закон відбиття світла;
- закон заломлення світла;
- принцип найменшого часу Ферма;
- принцип оборотності світлових променів;
- закон незалежності світлових променів.

Поняття променя за своєю суттю дуже близьке до поняття траєкторії частинки (рис. 6.6). З точки зору корпускулярної моделі світла світловий промінь і траєкторія частинки описуються подібними законами. Те, що немає аналогії в останньому пункті, означає, що світло не розсіюється на світлі, а частинки все ж таки розсіюються (згадаймо броунівський рух атомів та молекул).

Уточнимо, що модель світла, побудована у квантовій електродинаміці, допускає розсіяння світла на світлі, хоча і з дуже малою ймовірністю цього процесу. Таке розсіяння описується діаграмою Фейнмана (рис. 6.6). Фотони *A* та *B* наближаються один до одного й один із них, наприклад фотон *A,* зникає, утворивши віртуальну електронно-позитронну пару. Фотон *B* поглинається позитроном цієї пари і з'являється другий віртуальний електрон. Перший віртуальний електрон народжує фотон *A′*, а сам перетворюється на другий віртуальний позитрон. Нова віртуальна пара електрон–позитрон анігілює і з'являється фотон *B′*. У результаті подібної фізичної «махінації» розсіяння світла на світлі стає можливим [14].

Світловий промінь ← Аналогія → Траєкторія частинки

Закон прямолінійності поширення	↔	Перший закон Ньютона
Закон відбиття	↔	Закон збереження імпульсу
Закон заломлення	↔	Другий закон Ньютона
Принцип найменшого часу Ферма	↔	Принцип найменшої дії Мопертюї
Принцип оборотності променів	↔	Принцип оборотності переміщення
Закон незалежності променів	↔	Аналогії немає

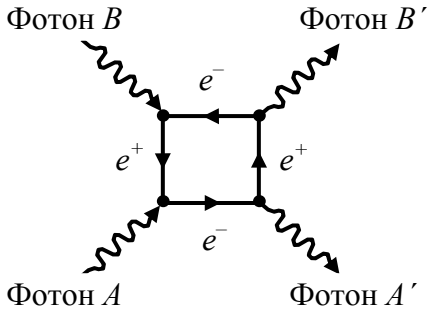

Рис. 6.6. Аналогія світлового променя з траєкторією елементарної частинки та діаграма Фейнмана, яка ілюструє можливе протікання процесу розсіяння фотона на фотоні

Якщо у розрахунках оптичної системи деякі недоліки реальних систем не враховувати, зробити припущення, що точка предмета передається точкою зображення і що оптичні осі всіх елементів збігаються з оптичною віссю системи (система центрована), а промені через систему ідуть так, як поблизу осі (у параксіальній області), то отримаємо модель оптичної системи, яку називають *ідеальною оптичною системою*.

Ідеальна оптична система має такі властивості [43; 44]:

- кожна точка простору предметів має лише одну спряжену з нею точку в просторі зображень;
- кожній прямій лінії простору предметів відповідає лише одна спряжена з нею пряма лінія простору зображень;
- якщо точка простору предметів лежить на деякій прямій, то спряжена з нею точка простору зображень буде лежати на прямій, спряженій з першою прямою;
- якщо у просторі предметів на прямій лежать три точки, утворюючи два відрізки з відношенням довжин m, то і в просторі зображень

спряжені точки на спряженій прямій утворюють відрізки з відношенням довжин m.

Отже, ідеальна оптична система не повинна порушувати гомоцентричності навіть широких пучків і формувати зображення, подібне предмету, незалежно від розмірів останнього.

Теорію ідеальної оптичної системи розробив 1840 р. у роботі «Діоптричні дослідження» німецький математик, астроном та фізик Карл Фрідріх Гаусс, тому часто цю теорію називають гауссовою оптикою. Гаусс встановив, що ідеальна оптична система є заданою, якщо відомі шість її кардинальних точок: дві фокальні точки, дві вузлові точки, які відповідають одиничному кутовому збільшенню, і дві головні точки, для яких спостерігається одиничне лінійне збільшення. Розподіл амплітуди в одномодовому лазерному пучку описується дзвоноподібною функцією Гаусса, і такий пучок називають гауссовим. Гауссів пучок є найкращою фізичною реалізацією ідеї світлового променя [47].

Спряжені точки в ідеальній оптичній системі пов’язані формулами Гаусса та Ньютона. *Формула Гаусса* у загальному вигляді може бути подана як

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n'}{f'}, \tag{6.9}$$

де n та n' – показники заломлення середовища перед лінзою та після неї; a – відстань від передньої головної точки до осьової точки предмета; a' – відстань від задньої головної точки до осьової точки зображення; f' – задня фокусна відстань. У повітрі $n = n' = 1$ і формула (6.9) перетворюється на *формулу нескінченно тонкої лінзи*:

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}. \tag{6.10}$$

Для плоскої заломної поверхні $a = s$; $a' = s'$, тому формула (6.10) має вигляд

$$n's = ns'.$$

Для сферичної дзеркальної поверхні $a = s$; $a' = s$;, $n' = -n$, тому формула (6.10) може бути подана як

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}$$

або як

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}.$$

Формулу Ньютона у загальному вигляді записують як

$$zz' = ff', \tag{6.11}$$

де z – відстань від переднього фокуса до осьової точки предмета; z' – відстань від заднього фокуса до осьової точки зображення. У повітрі формула (6.11) набуває вигляду

$$zz' = -f'^2.$$

Геометрична оптика, незважаючи на дивовижну простоту її математичного апарату, дає змогу досить точно розраховувати оптичні системи, обчислювати та коригувати їх аберації, здійснювати енергетичні розрахунки.

Контрольні запитання і задачі

1. Знайдіть залежність між яскравістю екрана B та його освітленістю E, якщо коефіцієнт відбиття екрана дорівнює R.

2. Знайдіть інтенсивність осьового випромінювання лазера $I_0(L)$ на відстані $L = 1$ км, якщо на виході лазера пучок має у поперечному перерізі гауссів розподіл інтенсивності $I(r) = I_0 \exp(-2r^2 / r_0^2)$, де I_0, r_0 – відповідно інтенсивність на осі пучка та радіус пучка.

3. Визначте силу світла Сонця, віддаленого від Землі на $L = 1{,}5\cdot10^8$ км, якщо сонячні промені падають на поверхню Землі під кутом $\theta = 45°$ і створюють освітленість $E = 10^5$ лк.

4. Знайдіть повний світловий потік Сонця, скориставшись знайденою у попередній задачі силою світла Сонця.

5. Поясніть, чому яскравість ламбертова випромінювача не залежить від напрямку спостереження.

6. Чи є ламбертовим випромінювачем екран кінескопа?

7. Як зміниться освітленість матової поверхні, якщо її нахилити?

8. Знайдіть кут розбіжності випромінювання, яке відбивається від матової поверхні.

9. Знайдіть кути розбіжності випромінювання лампи розжарювання та світлодіода за діаграмами спрямованості, зображеними на рис. 6.2.

10. Визначіть освітленість у центрі письмового стола довжиною $a = 1{,}0$ м, шириною $b = 0{,}6$ м, якщо лампа розжарювання із силою світла $J = 51$ кд перебуває на висоті $h = 0{,}3$ м над кутом стола. Як зміниться освітленість, якщо лампу підняти на 0,2 м?

11. Чорне тіло – кулька діаметром $d = 10$ мм, нагріта до $T = 3000$ К. Знайдіть кількість фотонів теплового випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 660$ нм, яку випускає це тіло за 1 с.

12. Як можна сконцентрувати енергію оптичного випромінювання?

13. Октавою називають частотний діапазон, верхня частота якого більша за нижню у два рази. Знайдіть, скільки октав займають видимий діапазон і діапазон оптичного випромінювання.

14. Квазімонохроматичне джерело світла сталої потужності змінює довжину хвилі з 555 на 500 нм. Як зміниться зорове відчуття такого світла?

15. Поясніть фізичний зміст спектральної густини випромінювання.

16. Для зйомки голограми на певному фотоматеріалі потрібна експозиція 1 Дж/м^2. Якою має бути інтенсивність на осі гауссова пучка (див. завдання 2), щоб у межах його діаметра така експозиція досягалася?

17. Знайдіть середню напруженість електричного поля світлових хвиль сонячного випромінювання поблизу Землі.

18. Чим відрізняється чорне тіло від АЧТ?

19. Що служить еталоном сили світла?

20. Яка енергетична величина є аналогом сили світла?

21. Точкове джерело світла, яке перебуває в центрі сфери радіусом R, випромінює світло в конус, поверхня якого утворює під час перетину зі сферою коло радіусом r. Знайдіть тілесний кут світлового пучка.

22. Назвіть основні фотометричні параметри випромінювання та їх енергетичні аналоги.

23. Знайдіть напруженість електричного поля світлової хвилі, пов'язаної з окремим фотоном з енергією 3 еВ.

24. Унаслідок пропускання випромінювання лазера з довжиною хвилі λ через інтерференційний фільтр ширина спектра його випромінювання $\Delta\lambda$ зменшилась у K разів. Як при цьому зміниться частотний діапазон випромінювання лазера $\Delta\nu$?

25. У передній фокальній площині лінзи з фокусною відстанню $f = 50$ мм на відстанях $h_1 = 10$ мм та $h_2 = 20$ мм від її оптичної осі перебувають два точкових джерела світла. Знайдіть кут між пучками світла після проходження лінзи.

Рекомендована література: [7]; [11]; [14]; [43]; [44]; [45]; [46]; [47]; [48].

Глава 7

ТЕПЛОВІ ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ

Я можу тільки висловити вам побажання з честю витримати порівняння зі свічкою, щоб ви могли бути світочем для оточення і щоб у всіх ваших діях ви наслідували полум'я, чесно і продуктивно виконуючи свій обов'язок перед людством.

Майкл Фарадей, англійський фізик

7.1. Теплове випромінювання сірих тіл

Закони випромінювання реальних тіл. Закони випромінювання ідеального випромінювача – абсолютно чорного тіла – дають змогу розрахувати як повну потужність випромінювання моделі АЧТ за певної температури, так і розподіл цієї потужності за довжинами хвиль випромінювання. Закони випромінювання реальних тіл залежать від матеріалу випромінювача та його агрегатного стану, стану та форми його поверхні, наявності окисної плівки, температури.

За кімнатної температури навколишні тіла випускають інфрачервоне випромінювання в діапазоні 10 мкм. Якби око людини було чутливе до такого випромінювання, то нам не потрібні були б ніякі світильники: усе навкруги і ми самі світилися б, як у сонячний день. Навіть у разі чутливості ока в діапазоні 3 мкм можна було б бачити всі предмети, мов за кімнатного освітлення.

Теплове випромінювання значно ускладнює фотоприйом оптичних сигналів в інфрачервоному діапазоні. Для того, щоб уникнути власного випромінювання елементів конструкції фотоприймача, його охолоджують рідким азотом (T = 78 К – точка кипіння рідкого азоту), рідким воднем (T = 25 К) чи рідким гелієм (T = 4 К). На 60–80 К можна охолодити фотоприймач і за допомогою мікрохолодильника на ефекті Пельтьє.

Теплове випромінювання ми починаємо бачити у разі нагрівання тіла до $T = 800$ К (темно-вишневе світіння); за 1300 К спостерігається яскраво-червоне світіння, за 1500 К – жовте і, нарешті, за 1800 К – сліпуче-біле. Так приблизно можна оцінити температуру розжареного тіла за кольором його світіння, а з точністю до 1 % – за допомогою колірних пірометрів, які вимірюють розподіл інтенсивності у спектрі випромінювання цього тіла [7].

Поняття про температуру теплового випромінювання ввів у фізику в 1893 р. російський вчений Борис Голіцин. Голіцин незалежно від Віна вивів у дисертації закон зміщення, який іноді називають законом зміщення Віна–Голіцина. Проте ідеї, викладені в дисертації, не були сприйняті деякими вченими і лише з часом ці ідеї підтвердилися. Голіцин – один із засновників сейсмології. На початку XX ст. його сейсмографами було обладнано більшість сейсмічних станцій у всьому світі.

За однакової температури потужність випромінювання АЧТ на довільно взятій довжині хвилі більша, ніж у будь-якого іншого випромінювача. Непоганою моделлю до реального теплового випромінювача є *сіре тіло* – випромінювач, який зберігає основні закономірності випромінювання АЧТ, але має за температури T на всіх довжинах хвиль коефіцієнт поглинання α_T і рівний йому коефіцієнт випромінювання ε_T, менший за одиницю і не залежний від довжини хвилі. Для АЧТ ці параметри дорівнюють одиниці. Потужність випромінювання з поверхні сірого тіла площею A, яке має температуру T, описують наближеною формулою

$$P \approx \varepsilon_T \sigma A T^4,$$

причому у більшості випадків це наближення є досить грубим. Потрібно враховувати стан поверхні (для металу – наявність окисної плівки), температурний діапазон.

Подамо фізичний зміст деяких коефіцієнтів, які з'являються у формулах, так чи інакше пов'язаних з випромінюванням або поглинанням тілом оптичного випромінювання:

- $\alpha_{bb} = 1$ – *коефіцієнт поглинання АЧТ* за будь-якої температури – це відношення енергії поглинутого випромінювання до енергії падаючого випромінювання, причому обидві енергії вимірюються за один і той самий проміжок часу. Оскільки за визначенням АЧТ має на всіх частотах і

за всіх температур коефіцієнт поглинання, який дорівнює одиниці, то не має сенсу розрізняти спектральний та інтегральний коефіцієнти поглинання;

- $\varepsilon_{bb} = 1$ – *інтегральний коефіцієнт випромінювання АЧТ* (випромінювальна здатність АЧТ) – це відношення повної потужності випромінювання АЧТ у всьому спектральному діапазоні до потужності його опромінення за термодинамічної рівноваги АЧТ з довкіллям; при цьому спектр опромінення не має ніякого значення, оскільки на всіх довжинах хвиль за будь-якої температури АЧТ поглинає все випромінювання. Інакше кажучи словами, енергія падаючого випромінювання перетворюється в АЧТ у надлишок теплової енергії над її рівноважним значенням і, повертаючись до стану рівноваги, АЧТ повертає цей надлишок у вигляді теплового випромінювання. Якщо АЧТ не опромінюється, то воно може випускати теплове випромінювання тільки за наявності у нього надлишку теплової енергії, тобто у разі порушення термодинамічної рівноваги з довкіллям, яке у найпростішому випадку означає, що температура АЧТ $T > T_0$, де T_0 – температура довкілля. При цьому закон Стефана–Больцмана визначає потужність теплового випромінювання з поверхні АЧТ площею A:

$$P_{bb} = \sigma A\left(T^4 - T_0^4\right);$$

- $\varepsilon_{\lambda,T} < 1$ – *спектральний коефіцієнт випромінювання реального тіла* (спектральна випромінювальна здатність) на довжині хвилі λ за температури T – це відношення потужності теплового випромінювання реального тіла до потужності випромінювання АЧТ у вузькому спектральному діапазоні навколо довжини хвилі λ, за однакової температури T та однакової площі поверхні A, тобто

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{P(\lambda,T)}{P_{bb}(\lambda,T)} = \frac{P(\lambda,T)\lambda^5}{2\pi hc^2 A}\left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1\right]. \qquad (7.1)$$

Спектральний коефіцієнт випромінювання збігається за значенням зі спектральним коефіцієнтом поглинання, що справедливо для будь-яких тіл, тобто $\varepsilon_{\lambda,T} = \alpha_{\lambda,T}$;

- $\varepsilon_T < 1$ – *інтегральний коефіцієнт випромінювання реального тіла* (або просто – коефіцієнт випромінювання, випромінювальна здатність) –

це відношення повних потужностей теплового випромінювання у всьому спектральному діапазоні реального тіла та АЧТ, узятих за однакової температури та однакової площі поверхні:

$$\varepsilon_T = \frac{P(T)}{P_{bb}(T)}.$$

Для будь-яких тіл інтегральний коефіцієнт випромінювання збігається за своїм значенням з інтегральним коефіцієнтом поглинання, тобто $\varepsilon_T = \alpha_T$.

Вплив на випромінювальну здатність тіла його провідності. Зазвичай випромінювальна здатність діелектриків значно більша за випромінювальну здатність металів. Для металу залежність інтегрального коефіцієнта нормального випромінювання (перпендикулярно до поверхні) визначається питомим опором ρ_T за температури T й описується наближеною формулою Ашкінаса [6; 52]

$$\varepsilon_T \approx 0{,}574\sqrt{\rho_T T}.$$

Спектральний коефіцієнт випромінювання металу може бути знайдений за емпіричною формулою Пауля Друде:

$$\varepsilon_{\lambda,T} \approx 0{,}365\sqrt{\frac{\rho_T}{\lambda}}.$$

Апроксимація Друде дає більш-менш точні результати за $\lambda > 5$ мкм. На менших довжинах хвиль краще справджується апроксимація Хагена–Рубенса [6]:

$$\varepsilon_{\lambda,T} = 0{,}365\sqrt{\frac{\rho_T}{\lambda}} - 0{,}0667\frac{\rho_T}{\lambda} + 0{,}06\sqrt{\left(\frac{\rho_T}{\lambda}\right)^3}.$$

Вплив на випромінювальну здатність тіла стану його поверхні. *Шорстка поверхня.* Стан поверхні реального тіла дуже сильно впливає на його випромінювальну здатність. Так, наприклад, було помічено, що за $T = 420$ К коефіцієнт випромінювання ε_T (або коефіцієнт поглинання α_T) алюмінієвого листа після оброблення наждаком зростає від 0,08 до 0,70. Для шорсткої поверхні, у якої висота рельєфу в декілька разів більша за середню довжину хвилі випромінювання, зростання коефіцієнта випромінювання (ε'_T) порівняно з полірованою поверхнею (ε_T) описується формулою $\varepsilon'_T/\varepsilon_T = 1 + 2{,}8(1-\varepsilon_T)^2$. Ця емпірична формула непогано описує випромінювальну здатність алюмінію, латуні, ніхрому, неіржавійної сталі [49].

Поверхня з окисною плівкою. Окисна плівка на поверхні металу здатна у декілька разів підвищити випромінювальну здатність. Якщо, наприклад, алюміній витримати 15 хв за $T = 870$ К, то утворена окисна плівка збільшить ε_T приблизно у три рази. Така сама витримка неіржавійної сталі, але вже за $T = 1400$ К, збільшує її випромінювальну здатність з 0,2 до 0,9. Наведені дані справедливі приблизно до 400 К. Якщо температура перевищує 700 К, випромінювальна здатність металу з окисною плівкою повністю визначається випромінювальною здатністю окислу.

Пофарбована поверхня. Наявність на поверхні олійної фарби будь-якого кольору збільшує випромінювальну здатність поверхні до $\varepsilon_T = 0{,}90–0{,}94$ ($T < 400$ К). Чорний матовий лак може збільшити цю величину навіть до 0,96–0,98. Алюмінієва фарба дозволяє зменшити випромінювальну здатність поверхні тіла до $\varepsilon_T = 0{,}29–0{,}35$.

Вплив на випромінювальну здатність тіла його агрегатного стану. *Поверхня рідкого металу.* Поверхня ртуті має випромінювальну здатність $\varepsilon_T = 0{,}09–0{,}12$ ($T = 273–373$ К). Розплавлена мідь у діапазоні температур 1356–1550 К має $\varepsilon_T = 0{,}13–0{,}16$. До появи лазерів одним із найяскравіших джерел світла була лампа, в якій випромінювальним елементом була поверхня розплавленого металу.

7.2. Сонце

Властивості сонячного випромінювання. На давньогрецьких рельєфних зображеннях сонячні промені виглядають як простягнуті до Землі руки, ніби підкреслюючи виняткову роль Сонця в існуванні самого життя на нашій планеті. Сонце для нас є найпотужнішим джерелом теплового випромінювання, чорним тілом з колірною температурою випромінювання $T = 5778$ К. Сонце як зірка є типовим жовтим карликом діаметром $D_S = 1{,}39 \cdot 10^9$ м та масою $M_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ кг. Якщо спостерігати з поверхні Землі, то середній кутовий радіус Сонця $\theta_S = 4{,}65 \cdot 10^{-3}$ рад. За сучасними уявленнями у центрі Сонця густина матерії сягає $\rho_S = 1{,}5 \cdot 10^5$ кг/м^3, тиск $p_S = 3 \cdot 10^{11}$ атм, а температура $T_S = 1{,}5 \cdot 10^7$ К, що створює умови для ефективного протікання екзотермічних ядерних реакцій перетворення водню в гелій [53].

Приклад 7.1. Яку масу втрачає Сонце за 1 с унаслідок випромінювання, якщо на межі атмосфери інтенсивність сонячного випромінювання (сонячна стала) $I_{S0} = 1353$ Вт/м^2?

Повну потужність випромінювання Сонця знайдемо як потік через сферу радіусом, який дорівнює відстані між Сонцем та Землею, $r = 1{,}50 \cdot 10^{11}$ м:

$$P = 4\pi r^2 I = 4\pi(1{,}5 \cdot 10^{11})^2 \cdot 1353 \approx 3{,}83 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

Енергія та маса випромінювання пов'язані співвідношенням $W = mc^2$, тому втрата Сонцем маси за 1 с за рахунок випромінювання

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dW}{c^2 dt} = \frac{P}{c^2} = \frac{3{,}83 \cdot 10^{26}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 4{,}27 \cdot 10^9 \text{ кг/с}.$$

Коли Сонце перебуває в зеніті, воно створює на поверхні Землі освітленість $E_S \approx 10^5$ лк (поза межами атмосфери, наприклад, на космічних апаратах $E_{S0} \approx 1{,}3 \cdot 10^5$ лк). Інтенсивність сонячного випромінювання біля поверхні Землі $I_S = 790$ Вт/м^2.

Спектр Сонця неперервний, приблизно такий, як у АЧТ з $T \approx 6000$ К, але на цей спектр накладено близько 20 000 фраунгоферових ліній поглинання. Якщо оцінювати ширину спектра сонячного випромінювання за спадом спектральної потужності випромінювання вдвічі, то за межами атмосфери $\Delta\lambda_S = 370$–820 нм з максимумом на довжині хвилі 470 нм. Атмосфера Землі сильніше поглинає ультрафіолетову частину спектра сонячного випромінювання, ніж інфрачервону, тому біля поверхні Землі спектр зміщується у бік довших хвиль. Ультрафіолетове випромінювання з $\lambda < 295$ нм сильно поглинається озоновим шаром атмосфери і до земної поверхні не доходить. Лише в озонових дірах можна спостерігати випромінювання з довжинами хвиль аж до 185 нм; коротші хвилі поглинаються киснем атмосфери.

За межами атмосфери спостерігаються і відносно слабкі випромінювання інших діапазонів – рентгенівське та середнє інфрачервоне, останнє до $\lambda \approx 30$ мкм.

Концентрація сонячного випромінювання. Ефективне використання сонячної енергії допомогло б зекономити матеріальні та трудові ресурси Землі й зробило б її атмосферу чистішою. Потужність у 790 Вт, яка втрачається влітку з кожного квадратного метра земної поверхні на широті Києва, – це приблизно сумарна потужність телевізора, комп'ютера та декількох лампочок, увімкнених увечері вдома. Найбільш зручним і компактним перетворювачем сонячної енергії є сонячна батарея. Фотогальванічний ефект, на якому працює сонячна батарея – напівпровідникова пластина з матрицею відповідним чином з'єднаних *p*–*n*-переходів або гетеропереходів, забезпечує коефіцієнт корисної дії перетворювача до 20 %. Можна підвищити його ККД до 50 %, якщо сконцент-

рувати сонячну енергію і збільшити таким чином інтенсивність випромінювання (досягнуто збільшення інтенсивності у 2500 разів), а також розширити спектр перетворюваного випромінювання через використання мультизонних напівпровідників, в яких поглинання, наприклад, синього випромінювання відбувається у верхньому шарі (широкозонному напівпровіднику), зеленого – у середньому шарі (напівпровіднику з вужчою забороненою зоною), червоного – у нижньому шарі (вузькозонному напівпровіднику).

Збільшують інтенсивність сонячного випромінювання за допомогою *геліоконцентраторів* – параболоїдних, наближено параболоїдних та параболо-циліндричних дзеркал (рис. 7.1). Останнім часом з'явилися і голографічні концентратори, які об'єднують функції концентрації та просторового розділення спектральних компонент сонячного випромінювання.

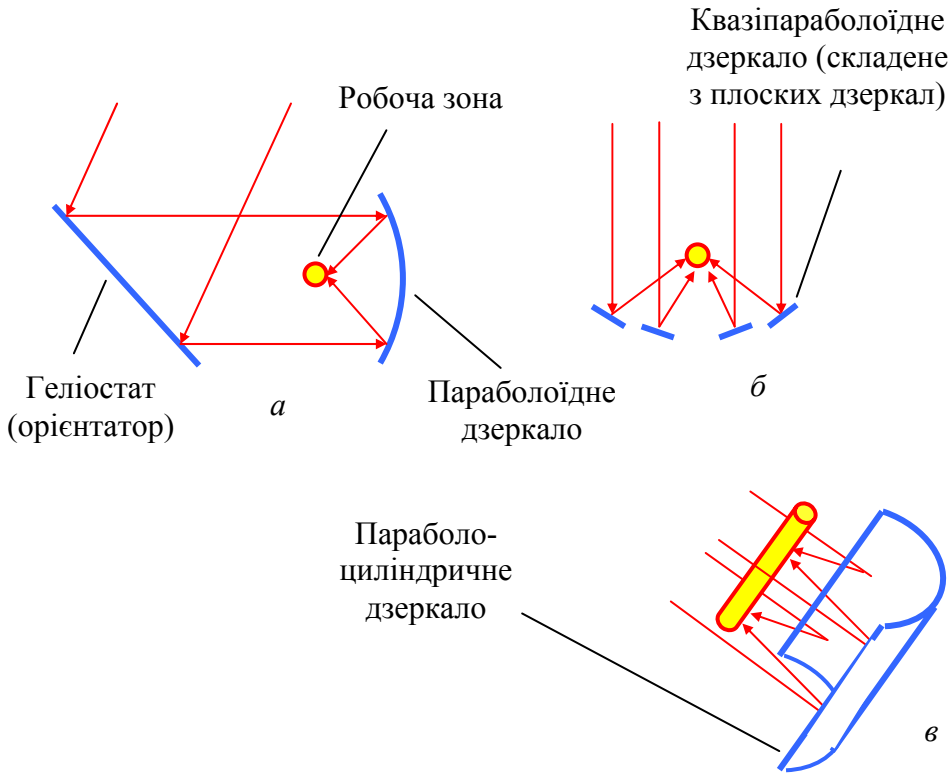

Рис. 7.1. Схеми дзеркальних геліоконцентраторів

Якщо інтенсивність випромінювання на поверхні Сонця становить 74 МВт/м^2, то високоточні параболоїдні концентратори, встановлені на Землі, здатні створити вдвічі меншу інтенсивність й отримати у фокусі

температуру до 3900 К. Така висока температура в робочій зоні геліоустановки використовувалася для «стерильного» геліозварювання тугоплавких металів ще до появи електронно-променевого та лазерного зварювання [53].

Під час фокусування випромінювання неточкового джерела за допомогою лінзи, сферичного чи параболоїдного дзеркала з фокусною відстанню f утворюється фокальна пляма (рис. 7.2) діаметром

$$d_f = 2f \tan\theta \approx 2f\theta,$$

де θ – кутовий радіус джерела (для $\theta < 5°$ заміна у формулах $\sin\theta$ або $\tan\theta$ на кут θ, виражений в радіанній мірі, викликає помилку, меншу за 0,3 %). Якщо врахувати, що середній кутовий радіус Сонця під час спостереження з Землі становить $\theta_S \approx 16'$, то при фокусуванні сонячного випромінювання діаметр сонячної плями становитиме

$$d_f = 2f \tan\alpha_S \approx 2f\alpha_S \approx 9{,}3\cdot 10^{-3} f.$$

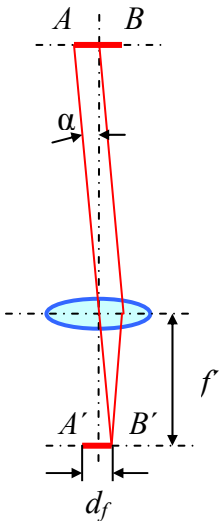

Рис. 7.2. Фокусування світла від неточкового джерела

Приклад 7.2. Знайти потужність сонячного випромінювання, яка потрапляє в робочу зону сонячної печі, якщо параболоїдне дзеркало має діаметр $D = 2$ м і коефіцієнт відбиття $R_p = 0{,}7$, геліостат повністю освітлює параболоїд і має коефіцієнт відбиття $R_h = 0{,}8$, а інтенсивність випромінювання $I_S = 790$ Вт/м^2.

Геліоконцентратор, зображений на рис. 7.1, *а*, віддає в робочу зону печі потужність

$$P = R_h R_p \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) I_S$$

або, після підстановки, $P = 0{,}8\cdot 0{,}7\cdot 0{,}785\cdot 4\cdot 790 \approx 1389$ Вт.

Приклад 7.3. Знайти яскравість випромінювання вторинного квазіточкового джерела світла, утвореного поверхнею матової скляної пластини, освітленої сфокусованим сонячним випромінюванням. Фокусування випромінювання здійснюється тонкою лінзою діаметром $D = 50$ мм, з фокусною відстанню $f = 100$ мм. Головна площина лінзи та площина скляної пластини розміщені перпендикулярно до потоку сонячного випромінювання, причому освітленість лінзи $E = 7\cdot 10^4$ лк. Втратами в лінзі та пластині можна знехтувати.

Світловий потік, який проходить крізь вхідну зіницю лінзи і фокусується на матовій скляній пластині,

$$\Phi = E\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = 7\cdot 10^4\ \frac{3{,}14\cdot 0{,}05^2}{4} \approx 137 \text{ лм}.$$

Якщо припустити, що фокальна пляма має рівномірну освітленість, то

$$E' = \frac{\Phi}{\pi d_{fs}^2/4} \approx \frac{\Phi}{[\pi(9{,}3\cdot 10^{-3} f)^2/4]} \approx$$

$$\approx \frac{137}{[3{,}14(9{,}3\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}1)^2/4]} \approx 2{,}02\cdot 10^8 \text{ лк}.$$

Освітлена матова пластина є ламбертовим випромінювачем, до якого може бути застосована формула (6.6), з єдиним зауваженням, що коефіцієнт відбиття пластини R_{pl} замінюється на коефіцієнт пропускання T_{pl}, який за умовою дорівнює одиниці:

$$B = T_{pl}\frac{E'}{\pi} \approx \frac{1\cdot 2{,}0\cdot 10^8}{3{,}14} \approx 6{,}4\cdot 10^7 \text{ кд/м}^2.$$

Приклад 7.4. Випромінювання джерела світла радіусом r_s, яке розміщене на осі оптичної системи, на відстані $r >> r_s$ від об'єктива, фокусується об'єктивом на матовому екрані з коефіцієнтом відбиття R. Об'єктив має відносний отвір D/f, де D – діаметр вхідної зіниці, f – фокусна відстань. Знайти яскравість фокальної плями, якщо джерело має силу світла J.

З формули (6.17) маємо, що освітленість вхідної зіниці об'єктива становить $E = J/r^2$, а отже, якщо не враховувати втрати, через об'єктив проходить світловий потік

$$\Phi = \frac{\pi D^2}{4}E = \frac{\pi D^2}{4r^2}J.$$

Середня освітленість фокальної плями

$$E' = \frac{\Phi}{\pi}\left(\frac{fr_s}{r}\right)^2 = \left(\frac{D}{2r_s f}\right)^2 J.$$

Освітлений матовий екран є ламбертовим випромінювачем, тому можна скористатися формулою (6.6) і знайти, що яскравість екрана

$$B = \frac{RE'}{\pi} = \pi\left(\frac{D}{2r_s f}\right)^2 RJ.$$

7.3. Реліктове випромінювання Всесвіту

Російський фізик та математик Олександр Фрідман у 1923 р. знайшов нестаціонарні розв'язки гравітаційного рівняння А. Ейнштейна і довів, всупереч стаціонарній моделі самого Ейнштейна, можливість існування розширного Всесвіту. Явище розбігання галактик, відкрите у 1929 р., підтвердило справедливість нестаціонарної моделі Всесвіту [41].

У 1946 р. американський фізик-теоретик Георгій Гамов запропонував *модель «гарячого Всесвіту»*, за якою на ранніх стадіях розвитку Всесвіт являв собою високотемпературну плазму, з якою в стані термодинамічної рівноваги перебувало електромагнітне випромінювання. Гамов виходив з гіпотези, що 10^{10} років тому матерія існувала у вигляді згустку густиною більш як 10^{28} кг/м^3, з температурою понад 10^{16} К. Цілком імовірно, що згусток утворився внаслідок стискання матерії Всесвіту, яке проходило з наростаючою швидкістю. У певний момент тиск випромінювання всередині згустку досяг такої величини, що динамічна рівновага між процесами стискання та розширення матерії була порушена і стався гігантський вибух. Розширення плазми супроводжувалося її охолодженням і за температури приблизно 4000 К відбулася рекомбінація електронів та протонів. Утворення речовини – нейтральних атомів водню та гелію – порушило рівновагу між новоутвореною формою матерії (елементарними частинками, іонами, атомами) і випромінюванням. Енергії фотонів вже не вистачало для іонізації атомів. Майже не взаємодіючи з рештою матерії, хіба що під час комптонівського розсіяння, фотони мали б втрачати свою енергію і в наш час їх енергія мала б бути такою ж, як у фотонів теплового випромінювання АЧТ, яке має температуру 2,7 К.

Таке випромінювання справді було виявлено у 1965 р. американськими вченими Арно Пензіасом та Робертом Уїлсоном. Електромагнітне випромінювання, яке утворилося в епоху зародження речовини і внаслідок охолодження пройшло еволюцію від γ-випромінювання до міліметрових радіохвиль, називають *реліктовим випромінюванням*. Охолодження випромінювання, тобто значне зменшення енергії його фотонів, випливає з теорії гравітації Ейнштейна і є гравітаційним червоним зміщенням. На кожний атом у Всесвіті припадає до 100 млн фотонів реліктового випромінювання, а їх об'ємна густина становить приблизно 400 фотонів/см^3.

Комптонівське розсіяння реліктових фотонів на релятивістських електронах є ймовірною причиною існування у Всесвіті фонового рентгенівського випромінювання.

Якщо спостерігати температуру реліктового випромінювання у різних напрямках, то вона виявляється майже однаковою, тобто таке випромінювання є ізотропним. Ізотропність реліктового випромінювання дає змогу побудувати у Всесвіті виділену систему координат, рух відносно якої можна визначити за ефектом Доплера. Справді, на небесній сфері було виявлено дві діаметрально протилежні ділянки, в яких температура випромінювання була відповідно трохи вищою і трохи

нижчою за 2,7 К. Швидкість Сонця у такій системі координат становила (390±60) км/с у напрямку сузір'я Лева.

7.4. Полум'я

Полум'я – це газоподібна речовина, часто з домішками твердих частинок, яка під дією високої температури світиться, а висока температура є наслідком протікання високоенергетичної екзотермічної реакції окислення горючого матеріалу. Внаслідок нагрівання збільшуються швидкості атомів та молекул і вони під час співударяння створюють електрони, іони, а також збуджені атоми та молекули. У збудженому стані атоми та молекули перебувають в середньому приблизно 10^{-8} с. Повернення збуджених атомів та молекул в основний стан відбувається переважно з випромінюванням світла. Таким чином, полум'я – це активна речовина, частина атомів та молекул якої підтримується у збудженому стані за рахунок енергії екзотермічної хімічної реакції.

Газ сам по собі за температури горіння світиться слабким синім світлом, але поява в полум'ї частинок вуглецю (під час згоряння деревини, вугілля, гасу тощо) значно збільшує яскравість полум'я. Таку саму функцію виконують і спеціальні жарові сітки з окислів торію та церію, які, внесені в полум'я, дають під час нагрівання яскраве світіння.

Спектр світіння чистого газу, без твердих частинок, має вигляд окремих досить слабких смуг. Але якщо внести в полум'я, наприклад, кристалики кухонної солі (NaCl), то пари Na дають яскраво-жовте квазімонохроматичне світіння з $\lambda = 589$ нм.

Бенгальські вогні та сигнальні ракети різного кольору отримують, додаючи в піротехнічні матеріали сполуки барію, міді, бору для зеленого світіння, калію – для фіолетового, кальцію – для червоно-оранжевого, літію – для червоного.

Температура більшості видів полум'я наближається до 2000 К, хоча, наприклад, ацетиленкисневе полум'я, що використовується для зварювання та різання кольорових та чорних металів, має температуру приблизно 3500 К. Метан спалахує за температури приблизно 900 К, а під час горіння у верхній частині полум'я температура сягає 2000 К.

Слабке світіння газу під час горіння означає, за законом Кірхгофа, що за температури горіння газ майже не поглинає світло. Але коефіцієнт поглинання залежить від температури, тому, наприклад, прозорий за

кімнатної температури плавлений кварц, нагрітий у полум'ї до 1800 К, стає зовсім непрозорим і дає сліпучо-біле світіння.

В одній із блискучих науково-популярних лекцій для молоді з демонстраціями дослідів з фізики горіння Фарадей сказав [54]:

«*Явища, які спостерігаються під час горіння свічки, є такими, що немає жодного закону природи, так чи інакше не зачепленого при цьому*».

7.5. Лампа розжарювання

У лампі розжарювання джоулеве тепло, яке виділяється в тонкому високоомному провіднику під час протікання електричного струму, нагріває цей провідник до світіння, і цей простий метод отримання світла вже понад століття дивує своєю практичністю.

Російський електротехнік Олександр Лодигін розробив у 1869 р. проект «електрольота» – гелікоптера з електричними двигунами. Не знайшовши фінансової підтримки, він зайнявся локальною проблемою освітлення приладів у кабіні електрольота. У 1872 р. Лодигін продемонстрував першу лампу розжарювання – скляний шар, всередині якого світився, розжарений струмом, тонкий вугільний стрижень. Вже 1873 р. лампи Лодигіна засвітилися на вулицях Петербурга, кораблях, підприємствах. Але перші лампи були недовговічними. Американський винахідник і підприємець Томас Едісон, ознайомившись з лампою Лодигіна, цілком у дусі інших своїх геніальних винаходів розробив у 1879 р. практичну конструкцію лампи розжарювання, яка стала використовуватися у всьому світі.

Спочатку в лампах використовували вугільний стрижень. У 1890 р. Лодигін запропонував замінити матеріал тіла розжарення з вугілля на тугоплавкий метал, наприклад, молібден, тантал, вольфрам, осмій, і лампи конструкції Лодигіна з металевими тілами розжарення були продемонстровані у 1900 р. на Всесвітній виставці у Парижі. Едісон після багатьох експериментів з тілами розжарення різної природи зупинився на вольфрамі як на найбільш тугоплавкому металі й увів у конструкцію вольфрамовий волосок розжарення, який набагато збільшив строк служби лампи. З 1909 р. почали випускати лампи з тілом розжарення у вигляді вольфрамової спіралі. Отже, геніальна ідея Лодигіна і не менш геніальне її втілення Едісоном заслуговують на те, щоб один з найвидатніших винаходів в історії людства був названий лампою розжарювання Лодигіна–Едісона.

Конструкція лампи розжарювання постійно вдосконалювала. Спочатку зі скляної колби лампи стали відкачувати повітря, щоб тіло розжарення не згоряло в атмосфері, що містить кисень. Це дало змогу підвищити температуру вугільного стрижня до 2000 К. Заміна вугільного

стрижня вольфрамовим волоском дозволила збільшити температуру тіла розжарення до 2500 К. Для подальшого збільшення робочої температури вольфрамовий волосок стали скручувати у спіраль, із спіралі накручувати нову спіраль (біспіраль), що підвищило температуру волоска до 3000 К, а заповнення колби азотом, криптоном або аргоном зменшило швидкість випаровування вольфраму (тиск газу у робочому стані приблизно дорівнює атмосферному, у неробочому – на 20 % менший). Колірна температура сучасних ламп розжарювання не виходить за межі 2700–3200 К.

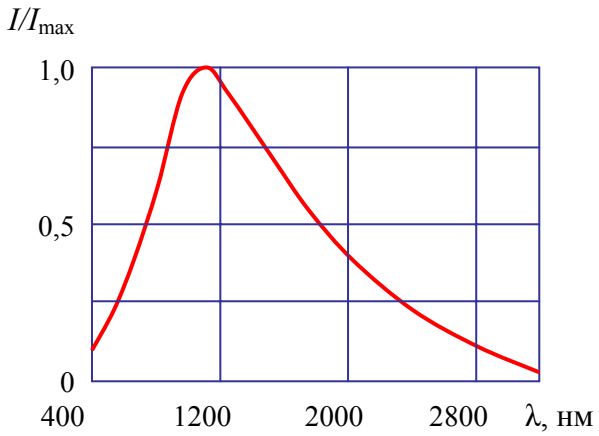

Рис. 7.3. Залежність відносної спектральної інтенсивності лампи розжарювання потужністю 500 Вт від довжини хвилі випромінювання

Підвищення температури тіла розжарення наближує максимум енергії випромінювання (за законом Віна) до видимого діапазону (рис. 7.3), тому зростає світлова віддача лампи. Чим вища електрична потужність лампи розжарювання, тим більша температура вольфрамового волоска і тим вища світлова віддача лампи (рис. 7.4).

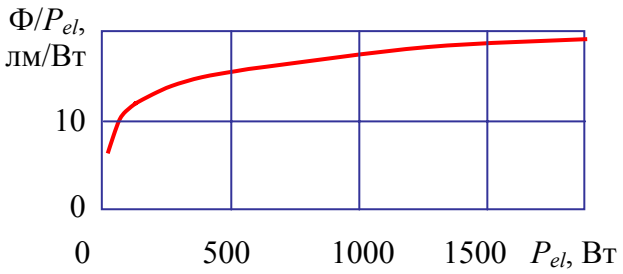

Рис. 7.4. Залежність світлової віддачі побутової лампи розжарювання від її електричної потужності

Заміна вугільного тіла розжарення на вольфрамове була пов’язана з дуже високою швидкістю випаровування вугілля за температури 2000 К, яка тільки і забезпечувала більш-менш яскраве світіння тіла розжарення. Але і вольфрам після певного часу роботи (приблизно 1000 годин для побутових ламп) теж випаровується, залишаючи на скляній колбі сірий наліт. Значно збільшити довговічність лампи можна, замінивши вольфрам на реній, який за робочих температур лампи має нижчий тиск пари, але реній дуже рідкісний метал, його у всьому світі видобувають лише декілька кілограмів за рік.

Далі удосконалення лампи було пов'язане із заміною матеріалу колби – звичайного скла − на кварцове скло, яке має на декілька сотень градусів вищу температуру розм'якшення. Кварцова колба дозволила значно зменшити розміри лампи.

Проблеми випаровування вольфраму та почорніння колби значною мірою вирішені в *галогенних лампах*. Йодна кварцова лампа розжарювання з'явилась у 1959 р. У такій лампі, окрім інертного газу (ксенону, криптону або аргону), є пари йоду, які здійснюють регенеративний цикл повернення атомів вольфраму з поверхні колби на вольфрамову спіраль, причому реакція йодного циклу виглядає як $W + 2J \leftrightarrow WJ_2$. Поверхня кварцової колби у процесі експлуатації лампи може нагріватися до 900–1000 К (температура розм'якшення кварцового скла 1670 К) і вольфрам, який осів на колбі, реагує з йодом з утворенням леткої сполуки – йодиду вольфраму. Пари йодиду вольфраму дифундують до вольфрамової спіралі, висока температура якої приводить до розпаду цієї сполуки, причому атоми вольфраму осідають на спіралі, а атоми йоду прямують до стінок колби і знову вступають у реакцію з атомами вольфраму, які осіли на стінках.

В галогенних лампах регенеративний цикл може бути також реалізований на парах брому. Порівняно зі звичайними лампами розжарювання галогенні лампи за тієї самої потужності й такого ж терміну служби мають значно менші розміри і в декілька разів вищу світловіддачу. Наприклад, світловіддача галогенних ламп, які використовують у малогабаритних проекторах, становить приблизно 35 лм/Вт.

Галогенні лампи з невеликим тілом розжарення схожі за своїми властивостями на точкові джерела, світло яких легко спрямовувати або фокусувати. Як приклад подібної лампи можна назвати галогенну лампу КГМ12-200 з напругою 12 В, електричною потужністю 200 Вт та світловим потоком 5000 лм. Такі лампи зручно використовувати для відтворення голографічних зображень. Вони відкривають також нові можливості для світлової реклами: їх світло, пропущене крізь кольоровий світлофільтр, легко ввести у джгут з полімерних оптичних волокон і передати на протилежний торець джгута або підсвітити його бокову поверхню. На відміну від неонової реклами, оптичні джгути з боковим світінням дають змогу дизайнеру динамічно змінювати і колір, і форму світлової лінії.

Ще одним удосконаленням лампи розжарювання стало нанесення на внутрішню поверхню колби покриття, яке відбиває назад теплове випромінювання вольфрамової спіралі і підтримує її високу температуру.

Застосування у галогенній лампі кварцової колби збільшило у загальному потоці випромінювання частку синього, фіолетового та ультрафіолетового випромінювання.

Приклад 7.5. На осі оптичної системи є матова лампа із силою світла J і безпосередньо за нею дві невеликі діафрагми діаметром d_1 та d_2, розміщені на відстані l одна від одної. Знайти світловий потік за другою діафрагмою.

Світловий потік через дві невеликі осьові діафрагми площею A_1 та A_2

$$\Phi = \frac{BA_1A_2}{l^2}.$$

Враховуючи зв'язок між силою світла та яскравістю ламбертова випромінювача – формулу (6.5) – та виражаючи площі діафрагм через їх діаметри, отримаємо

$$\Phi = \frac{JA_2}{l^2} = \frac{\pi d^2}{4l^2} J.$$

7.6. Інфрачервоні теплові випромінювачі

Теплове інфрачервоне випромінювання є рівноважним, має суцільний спектр і його не можна ототожнювати з нерівноважним інфрачервоним люмінесцентним випромінюванням збуджених атомів (молекул) газу, рідини або твердого тіла. Саме збудження речовини приводить до того, що енергія збудження витрачається на певні електронні переходи «вгору», а повернення речовини до стану рівноваги супроводжується випусканням фотонів не з довільною енергією, а з енергією, яка дорівнює різниці енергій збудженого та незбудженого атома або молекули.

Інфрачервоний тепловий випромінювач – це технічне джерело випромінювання, котре генерує теплове випромінювання у заданому інфрачервоному діапазоні й має діаграму спрямованості, яка визначається або формою самого джерела, або формою відбивача.

Джерела теплового випромінювання використовують у сільському господарстві, на виробництві, у побуті (для обігрівання приміщень), у технології (для нагрівання матеріалів), у військовій техніці (для невидимого підсвічування місцевості у приладах нічного бачення та для імітації випромінювання авіаційних двигунів), у медицині (для фізіотера-

певтичних процедур), а також у метрології (як моделі АЧТ, за допомогою яких вимірюють інтегральну чутливість фотоприймачів видимого та інфрачервоного діапазонів, знаходять спектральні характеристики пірометрів та теплових телевізійних камер). З появою потужних інфрачервоних світлодіодів та лазерних діодів теплові випромінювачі були витіснені зі сфери оптичного зв'язку і частково – з медицини [51].

Контрольні запитання і задачі

1. Знайдіть потужність сонячного випромінювання, яке падає на Землю, якщо повний потік випромінювання Сонця $P_S = 3{,}83 \cdot 10^{26}$ Вт, а, середній радіус Землі $r_E = 6371$ км, відстань до Сонця $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м.

2. На висоті 10 000 км над Європою нерухомо висить супутник, на якому встановлено плоске дзеркало діаметром D з коефіцієнтом відбиття 70 %. Дзеркало відбиває сонячне випромінювання й освітлює Європу вночі. Який має бути діаметр дзеркала, щоб освітленість була такою самою, як за повного місяця, а саме 0,25 лк?

3. Свічка дає приблизно 20 мВт видимого випромінювання. Око людини здатне побачити після звикання до темряви потік у 10 фотонів/с. У темряві діаметр зіниці ока дорівнює 8 мм. З якої відстані видно свічку, якщо знехтувати втратами світла в атмосфері й узяти середню енергію фотонів такою, як у світла з $\lambda = 550$ нм?

4. Поясніть висловлювання Фарадея відносно причетності до горіння свічки багатьох фізичних законів.

5. Яка роль інертних газів у колбі лампи розжарювання?

6. Як протікає регенеративний цикл в галогенній лампі?

7. Використовуючи формулу (4.5) для гравітаційного червоного зміщення, знайдіть, як через рік змінилася б довжина хвилі випромінювання, якби випромінювання, яке вийшло із Сонця з $\lambda = 0{,}5$ мкм, поширювалося в однорідному гравітаційному полі з такою напруженістю, яка існує на половинній відстані між Сонцем та Землею.

8. Поясніть суть «гарячої» моделі Всесвіту.

9. Що таке «реліктове» випромінювання?

10. Як можна сконцентрувати сонячне випромінювання?

11. Які фактори визначають розмір фокальної плями лінзи?

12. Як можна створити джерело білого випромінювання?

13. Чим визначається колір полум'я?

14. Поясніть, чим відрізняється світло від оптичного випромінювання.

15. Що таке сіре тіло?

16. Чим зумовлений вибір вольфраму як тіла розжарення у лампах розжарювання?

17. Як впливає стан поверхні на випромінювальну здатність тіла?

18. Як можна збільшити випромінювальну здатність алюмінієвої конструкції?

19. Як зменшити температуру нагрівання бляшаного даху будинку?

20. Поясніть принцип дії галогенної лампи.

Рекомендована література: [6]; [7]; [11]; [41]; [49]; [50]; [51]; [52]; [53]; [54].

Глава 8

ГАЗОРОЗРЯДНІ ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ

Ми маємо страждати, маємо трудитися, маємо платити за наше місце в спектаклі, щоб бачити, або, принаймні, щоб інші побачили світло.

Анрі Пуанкаре,
французький математик та фізик

8.1. Оптичне випромінювання газу

Історичні відомості. Перші експерименти, в яких спостерігали світіння газу, проводили у XVII ст. Німецький фізик Отто Геріке винайшов у 1650 р. вакуумний насос, а у 1660 р. створив першу електричну машину (куля із сірки діаметром понад півметра була насаджена на залізну вісь і могла обертатися; долоня, притиснута до кулі, викликала її електризацію внаслідок тертя, а піднесення будь-якого предмета до зарядженої кулі супроводжувалося проскакуванням між ними маленьких іскор). У 1675 р. французький астроном Жан Пікар спостерігав загадкове явище: коли він вносив у темну кімнату ртутний барометр, у вакуумній частині барометра ставали помітними спалахи світла. Довідавшись про це явище із книжки Пікара, німецький математик та фізик Йоган Бернуллі сконструював скляну вакуумну трубку з крапелькою ртуті всередині, яка, коли її струшували, починала світитися; свого часу такі трубки дивували всю Європу своїм «фосфоричним світлом» (як його назвав Бернуллі). У 1706 р. подібне світіння спостерігав і англійський дослідник Френсіс Хоксбі, торкаючись руками скляної кулі з відкачаним повітрям, яка оберталася. Він, мабуть, першим використав плазму тліючого розряду як джерело світла [1].

Дослідження електричного розряду в газах стримувалося тим, що повітря є діелектриком і в умовах атмосферного тиску можна було спостерігати тільки нестаціонарний імпульсний розряд між зарядженими тілами (пробій повітряного проміжку між тілами за високої різниці їх потенціалів). У 1775 р. італійський фізик Алессандро Вольта винайшов індукційну машину (смоляний електрофор), яку після деяких удосконалень понад століття використовували у фізичних дослідженнях як джерело з напругою до 10^5 В і струмом до 10^{-5} А. У 1855 р. німецький склодув Генрі Гейслер удосконалив ртутний вакуумний насос, винайдений його співвітчиз-

ником фізиком Августом Теплером, за допомогою якого він зміг досягти кращого вакууму і виготовляти непогані газорозрядні трубки з впаяними електродами («гейслерові трубки»). Всебічне дослідження електричного розряду в газах, започатковане німецькими фізиками Юліусом Плюккером та Вільгельмом Гітторфом, зумовило відкриття катодних променів, електрона та рентгенівського випромінювання.

«Вольтову дугу» вперше спостерігав у 1802 р. російський фізик Василь Петров. Виготовлена ним гальванічна батарея («вольтів стовп») складалася з 2100 мідно-цинкових елементів і розвивала електрорушійну силу 1700 В. Петров продемонстрував можливість використання електричної дуги для плавлення та зварювання металів, відновлення їх з окислів, а також як потужне джерело світла. Розряд назвали «дугою» за формою світної області, яку спостерігав Петров [1].

Грозові електричні розряди сприймалися людиною як провісники біди. Вогні святого Ельма, які запалювалися перед штормом на кінцях корабельних щогл, здавалися морякам чимось містичним і загрозливим. Блискавка, зброя Зевса, наводила жах на людей могутньою руйнівною силою. Як це не дивно, але досі невідомий достеменно механізм зародження блискавки. Появі блискавки передує рух у напрямку від хмари до Землі (або іншої хмари) «східчастого лідера», невеликої світної кулі, яка прокладає шлях блискавці. Те, що ми бачимо як блискавку, яка вдаряє в Землю, насправді є поширенням світного каналу від Землі до хмари, хоча негативний заряд справді стікає прокладеним каналом з хмари до Землі. Принаймні так виглядає сучасна модель цього явища. Під час грози інколи формується куляста блискавка, яка зависає у повітрі або повільно рухається, випромінюючи сліпучо-біле сяйво. Куляста блискавка залишається малодослідженим явищем, яке своєю стабільністю нагадує солітон.

У 1961 р. під час випробовування СРСР 50-мегатонної водневої бомби на Новій Землі у повітрі, під ядерним грибом, зародилася гігантська вогняна куля високотемпературної плазми, яка втягувала в некеровану термоядерну реакцію все нові і нові маси водню й водяного пару атмосфери, спалюючи заодно і кисень. Вогняна куля була найпотужнішим джерелом світла, створеним людиною, і це вже був не просто яскравий спалах, що супроводжує вибух. Термоядерна реакція набувала ознак стаціонарності: дві години рукотворна зірка висіла над полігоном, поступово перетворюючи радість та захоплення випробувачів на жах. Усі розуміли, що маленька зірка балансує на межі лавиноподібного захоплення у страшний вогняний вир всього атмосферного повітря, всієї земної води, а потім і самої Землі. Ніколи ще людство не підходило так близько до своєї загибелі [59].

Газорозрядні джерела випромінювання світяться завдяки протіканню в газах (зокрема в парах рідких та твердих речовин) декількох фізичних процесів, таких як [13; 22; 55]:

- прискорення заряджених частинок в електричному полі та набутті ними кінетичної енергії, достатньої для іонізації атомів під час зіткнень;
- утворення лавини заряджених частинок, кінетичної енергії яких вистачає для збудження атомів чи молекул;
- нагрівання газу до високої температури і збільшення кінетичної енергії атомів настільки, що зіткнення атомів приводить до їх часткової або повної іонізації, а також до збуджень іонізованих та неіонізованих атомів;
- нагрівання газу до високої температури і збудження коливальних рівнів молекул;
- формування у газі ударної звукової хвилі, проходження якої через газ викликає збудження атомів та молекул;
- випромінювальний перехід збуджених атомів чи молекул в основний стан.

Світіння газу виникає під час передавання атомам (іноді іонізованим) чи молекулам певної енергії, і ця енергія може бути передана не тільки внаслідок протікання електричного струму через газ (електричного розряду), але й, у результаті опромінення газу оптичним випромінюванням, під час бомбардування високоенергетичними елементарними частинками (космічним чи радіоактивним випромінюванням), зіткнень заряджених частинок високотемпературної плазми (наприклад, всередині зірок), протікання хімічних реакцій, рекомбінації іонів, синтезу деяких молекул з атомів (наприклад, $N + N \rightarrow N_2 + h\nu$), у процесі розпаду ексимерних молекул на атоми (наприклад, $ArF^* \rightarrow Ar + F + h\nu$), різкого розширення газового потоку, який рухається з надзвуковою швидкістю і т. ін. Електричне збудження газу – найбільш зручний метод перетворення електричної енергії у світлову.

Приклад 8.1. Випромінювання імпульсного неодимового лазера з довжиною хвилі $\lambda = 1{,}06$ мкм фокусується лінзою з фокусною відстанню $f = 100$ мм та діаметром $D = 30$ мм. Знайти амплітуду напруженості електричного поля світлової хвилі у фокусі лінзи, якщо середня імпульсна потужність $P = 1$ Мвт.

Діаметр фокальної плями знайдемо за формулою

$$d_f \approx \frac{1{,}22\lambda f}{D}. \qquad (8.1)$$

Середня інтенсивність випромінювання у фокальній плямі

$$I \approx \frac{4P}{\pi d_f^2}. \tag{8.2}$$

Квадрат амплітуди напруженості електричного поля світлової хвилі пов'язаний з її інтенсивністю співвідношенням

$$E_0^2 = \frac{2}{c\varepsilon_0 n} I, \tag{8.3}$$

де ε_0 – електрична стала, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; n – показник заломлення середовища, в якому поширюється світлова хвиля.

Підставляючи у формулу (8.3) вирази (8.1) та (8.2), отримаємо співвідношення між потужністю лазера, параметрами фокусувальної лінзи та напруженістю електричного поля у фокусі:

$$E_0^2 = \frac{1{,}71}{c\varepsilon_0 n}\left(\frac{D}{\lambda f}\right)^2 P.$$

У середовищі з показником заломлення n довжина хвилі скорочується в n разів, а фокусна відстань у стільки ж разів збільшується. У повітрі

$$E_0 \approx 25{,}4\left(\frac{D}{\lambda f}\right)\sqrt{P}, \tag{8.4}$$

якщо лінійні величини виражені в метрах, а потужність – у ватах.

Підставляючи у формулу (8.4) числові дані, отримаємо

$$E_0 = 25{,}4\left(\frac{D}{\lambda f}\right)\sqrt{P} = 25{,}4\left(\frac{0{,}03}{1{,}06 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}1}\right)\sqrt{10^6} = 7{,}2 \cdot 10^9 \text{ В/м}.$$

8.2. Стаціонарний електричний розряд у газі

Протікання електричного струму через газ можливе, якщо:

- частина газу іонізована; у природних умовах часткова іонізація газу підтримується завдяки бомбардуванню атомів чи молекул газу космічними частинками та ультрафіолетовому опроміненню;
- є електричне поле, яке створює потік швидких електронів і зуст-

річний потік повільних іонів; через протилежні знаки зарядів електронний та іонний струми збігаються за напрямком;

- у газ вводиться пучок заряджених частинок (у цьому разі газовий розряд називають несамостійним).

Електричний газовий розряд поділяють на стаціонарний та імпульсний. Стаціонарний (чи квазістаціонарний) самостійний розряд спостерігається під час збудження газу постійним чи змінним (високочастотним та імпульсним) струмом, причому за імпульсного струму інтервал між імпульсами має перевищувати *час релаксації* газу (час повернення газу до рівноважного стану після чергового імпульсу).

Жевріючий розряд постійного струму. Жевріючий газовий розряд спостерігається, зазвичай, коли тиск у сотні або тисячі разів менший за атмосферний, хоча є і виняток – атмосферний жевріючий розряд на вістряних катодах, у зоні дії сильного неоднорідного електричного поля. Для жевріючого розряду характерною є невелика густина струму на катоді. Жевріючий розряд може бути самостійним та несамостійним.

Самостійний розряд спостерігається, коли кожний електрон, що вилетів з катода, викликає вторинні процеси у газі, які спричиняють вихід з катода принаймні ще одного електрона, причому це відбувається без дії зовнішнього іонізатора або термоелектронної емісії з підігрівного катода. Такими вторинними процесами є бомбардування катода іонами, випромінювання атомів, збуджених електронами, та фотоефект. Самостійний розряд виникає внаслідок електричного пробою міжелектродного проміжку, заповненого газом. Зі збільшенням струму світіння поступово заповнює всю поверхню катода, причому до повного заповнення катода світінням лишається сталою як густина струму, так і напруга на електродах (*нормальний розряд*). Нормальному розряду відповідає горизонтальна ділянка вольт-амперної характеристики самостійного розряду (рис. 8.1).

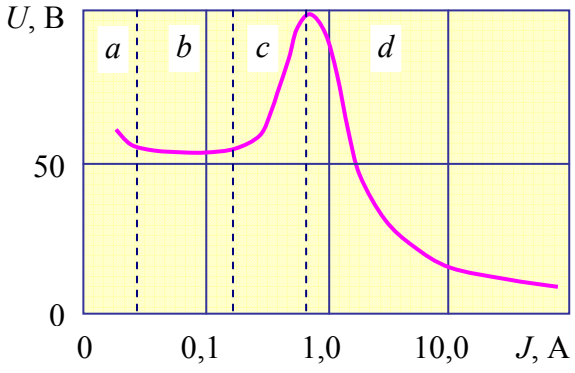

Рис. 8.1. Вольт-амперна характеристика самостійного газового розряду:
a – піднормальний жевріючий розряд;
b – нормальний жевріючий розряд;
c – аномальний жевріючий розряд;
d – дуговий розряд

Аномальний розряд характеризується зростанням як густини струму, так і напруги на електродах. Перехід аномального розряду в дуговий супроводжується різким спадом напруги та зростанням струму.

Несамостійний розряд потребує для свого підтримання певної концентрації носіїв заряду, отже, і певного рівня електропровідності, що забезпечується дією зовнішнього іонізатора або термоелектронною емісією з підігрівного катода.

Газорозрядну трубку, в якій між катодом та анодом запалений жевріючий розряд, зображено на рис. 8.2. Електрони на шляху від катода до анода утворюють декілька характерних областей, а саме:

- астонів темний простір, в якому електрони набирають в електричному полі кінетичну енергію;
- катодний світний шар (астонове світіння), в якому енергія електронів витрачається на збудження атомів чи молекул;
- катодний темний простір, в якому процеси іонізації атомів переважають над процесами збудження; саме ця ділянка забезпечує розряд іонами, відповідальними за емісію електронів з катода;
- ділянка катодного (жевріючого) світіння, яке виникає внаслідок збудження атомів чи молекул повільними електронами, що з'явилися під час іонізації газу;
- фарадеїв темний простір, в якому напруженість електричного поля спадає майже до нуля, електронний струм максимальний, а іонний – мінімальний;
- позитивний стовп, світіння якого і використовується в газорозрядних джерелах випромінювання, оскільки воно найбільш інтенсивне і за певних умов може заповнювати майже всю довжину газорозрядної трубки; позитивний стовп є неізотермічною плазмою (в електронів температура вища, ніж у іонів, причому електронний струм значно більший за іонний); інколи в плазмі утворюються страти – чергування світлих та темних шарів;
- прианодна ділянка, в якій з наближенням до анода спадає інтенсивність світіння.

Із зростанням розрядного струму астонів темний простір та прианодна ділянка вужчають і стають непомітними. Зі зменшенням тиску

розширюються фарадеїв темний простір і ділянки жевріючого світіння й відбувається витіснення позитивного стовпа [14].

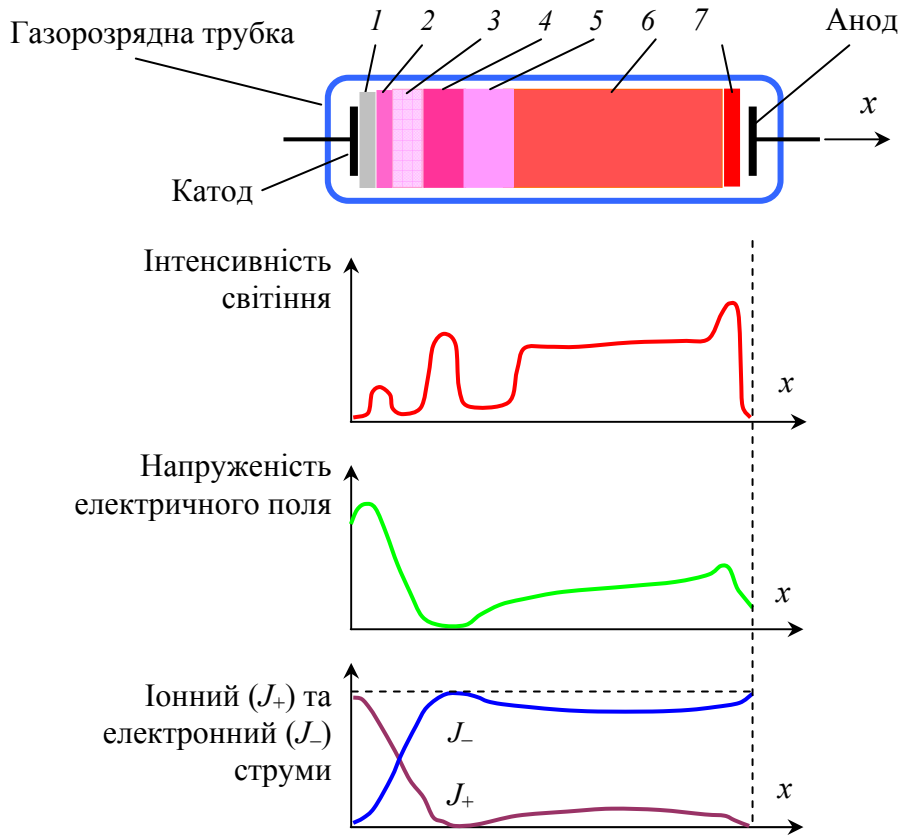

Рис. 8.2. Вигляд жевріючого розряду в газорозрядній трубці та осьові розподіли інтенсивності світіння, напруженості електричного поля та електронної й іонної компонент струму:
1 – астонів темний простір; *2* – астонове світіння;
3 – катодний темний простір; *4* – катодне (негативне) світіння;
5 – фарадеїв темний простір; *6* – позитивний стовп; *7* – прианодне світіння

Високочастотний розряд. *Високочастотний розряд* – це розряд у газі, за якого електрони коливаються у високочастотному електричному полі, збуджуючи та іонізуючи атоми чи молекули, причому за період коливань електричного поля основні параметри розряду майже не змінюються. Особливістю високочастотного розряду є те, що він може протікати і без електродів, лише б у певній зоні газу була створена достатня напруженість високочастотного електричного поля; наприклад, під час фокусування потужного лазерного випромінювання у зоні перетяжки (шийки) пучка спостерігається електричний пробій повітряного середовища й утворення «лазерної іскри». Окрім безелектродних розрядів, високочастотні розряди можуть виникати між електродами, на

одному електроді, в об'ємному резонаторі та порожнистому хвилеводі [14; 22].

За низького тиску і невисокого струму високочастотне збудження газу викликає *високочастотний жевріючий розряд*. За високого тиску і сильного високочастотного струму, який протікає між двома електродами, спостерігається *високочастотна дуга* із локалізованою зоною яскравого світіння. Високочастотна дуга з одним електродом утворює *факельний розряд*, який на вістряному електроді перетворюється у *коронний розряд* із гілчастою структурою.

Дуговий розряд. Для дугового розряду характерними є висока густина струму на катоді (10^3–10^5 А/мм^2) і низька напруга між катодом та анодом (десятки і навіть одиниці вольт), хоча можливим є і високовольтний розряд (блискавка), і струм розряду, менший за 0,1 А (на ртутному катоді). Тиск, за якого спостерігається дуговий розряд, може становити сотні атмосфер, а може бути і на 10 порядків меншим. Дуговий розряд може протікати як за постійного струму, так і за змінного, причому в останньому випадку внаслідок того, що час утворення розряду значно менший за півперіод змінного струму, можна вважати, що катод та анод просто періодично міняються місцями [14].

Біля поверхні катода збирається багато позитивних іонів, які утворюють електричне поле з напруженістю до 10^8 В/м. Інтенсивне бомбардування катода іонами підвищує його температуру до 4000 К. З катода відбувається як термоелектронна, так і автоелектронна емісія. На легкоплавкому катоді утворюється катодна пляма розміром до 0,1 мм, з якої і відбуваються обидва види емісії. Якщо використати легкоплавкий катод, радіальне стискання розрядного каналу відбувається за рахунок власного магнітного поля розряду («*пінч-ефект*»).

Дуга може утворюватися як між металевими (здебільшого вольфрамовими) електродами в інертному газі (за атмосферного тиску, до 101 кПа чи в декілька разів більшому від атмосферного), так і між вугільними електродами у повітрі (за атмосферного тиску). Плазма атмосферного дугового розряду під дією струму в декілька ампер нагрівається до 5000–6000 К, а під дією струму в декілька сот ампер – до 10 000–15 000 К.

Спектр дугового розряду утворюється, переважно, неперервним тепловим випромінюванням розігрітого металевого або вугільного електрода, а також лініями або смугами випромінювання нейтральних атомів та молекул газу. Ширина спектра обмежена спектральною областю пропускання скляної колби лампи і для звичайного скла становить 0,38–2,5 мкм, а для кварцового – 0,17–3,6 мкм.

8.3. Імпульсний електричний розряд у газі

Імпульсний (іскровий) електричний розряд спостерігається у газі за тиску, близького до атмосферного, за умови, що потужності джерела струму не вистачає для підтримання дугового чи жевріючого розряду. Згідно із стримерною теорією електричного пробою пробій розвивається, якщо: а) забезпечується певне співвідношення між полем просторового заряду лавини та зовнішнім полем; б) голівка лавини випромінює кількість фотонів, достатню для підтримання стримера.

Пробою передує поява *стримера* – світного розгалуженого каналу між електродами. Фронт стримера виглядає значно яскравішим за канал: саме у фронтальній області відбуваються ударна іонізація та фотоіонізація. Фронт стримера рухається ривками, як східчастий лідер у блискавки, із середньою швидкістю до 10^6 м/с. Стример створює провідний канал, через який і протікає пробій [22].

Пробій починає розвиватися за досить високої напруги між електродами, причому у процесі розвитку розряду міжелектродний опір різко падає разом з напругою, і каналом стримера зі швидкістю до 10^8 м/с проскакує імпульс струму великої сили, який супроводжується зворотною хвилею напруги та дуже яскравою іскрою. За частки мікросекунди на кожному сантиметрі довжини каналу виділяється до одного джоуля енергії, що спричиняє стрибкоподібне збільшення тиску газу в каналі й утворення циліндричної ударної звукової хвилі з температурою фронту до 10^4 К.

Спектр імпульсного електричного розряду містить лінії іонізованих атомів газу та матеріалу електродів.

8.4. Лампи жевріючого розряду

Розгляньмо застосування жевріючого розряду в активних елементах газових лазерів. Насамперед проаналізуємо як працює тиратрон – прилад, в якому розряд використовується для світлової індикації стану електронного пристрою (жевріючий розряд) і для комутації елементів електронного пристрою (жевріючий, дуговий та імпульсний розряди), причому імпульсний тиратрон – це єдиний вид електронного приладу, здатний забезпечити комутацію в імпульсних джерелах живлення лазерів, де струм сягає декількох кілоампер, а напруга – десятків кіловольт.

Тиратрони. До появи світлодіодів функції світлової індикації виконували мініатюрні лампочки розжарювання та тиратрони жевріючого розряду, причому за напруги $U < 100$ В використовували лампочки, а якщо $U > 100$ В, – тиратрони. Робочі напруги тиратронів жевріючого розряду (100–300 В) були такі самі, як і в апаратури на електронних лампах, що спрощувало схему живлення тиратрона, а струми могли бути меншими за 1 мА. З появою світлодіодів було вирішено проблему економної низьковольтної індикації, а світлова індикація у високовольтних ланцюгах залишилася прерогативою тиратронів. Справа в тому, що тиратрон має унікальну властивість запалюватися під час торкання одним із виводів високовольтного проводу або навіть у разі наближення до нього, що використовується в електричних щупах та індикаторах підключення до електромережі.

Тиратрон жевріючого розряду – це бістабільний іонний прилад, який до появи напівпровідникових логічних мікросхем виконував в автоматичних та обчислювальних пристроях логічні операції, одночасно супроводжуючи зміну свого стану світловою індикацією, що робило можливим візуальний контроль роботи складних систем. У сучасній електроніці приладу з такими властивостями немає.

Конструкція тиратрона жевріючого розряду складається з холодного катода (переважно – молібденового), однієї або декількох сіток та анода, розміщених у скляному балоні довжиною приблизно 20 мм та діаметром 10 мм. У тиратроні роль керувальної сітки, на відміну від сітки, наприклад, вакуумного тріода, полягає в тому, що між нею та катодом запалюється підготовчий розряд, і чим більший струм цього розряду

(струм сітки), тим меншою має бути амплітуда імпульсу, який надходить на сітку, за якою запалюється основний розряд (між катодом та анодом); після запалювання основного розряду струм сітки припиняє впливати на анодний струм і виключити тиратрон можна лише зменшуючи анодну напругу.

Тиратрони жевріючого розряду можуть мати як струмове керування запалюванням основного розряду, так і електростатичне, яке реалізується шляхом розділення функцій підтримання підготовчого розряду і керування моментом запалювання розряду між сіткою підготовчого розряду і керувальною сіткою (див. наприклад рис. 8.7).

Тиратрони дугового розряду мають підігрівний катод і в них запалюється несамостійний дуговий розряд. Це потужні газорозрядні прилади, які використовують для випрямлення струму або комутації в ланцюгах з напругою до 50 кВ та середніми значеннями струму до 40 А, а також для формування коротких імпульсів струму з амплітудою в декілька тисяч ампер. В імпульсному тиратроні подавання імпульсу на керувальну сітку швидко переводить підготовчий розряд між катодом та сіткою в основний розряд між катодом та анодом. Зменшення напруги на запаленому тиратроні призводить до збільшення напруги на імпульсній лампі, що викликає пробій розрядного проміжку лампи і протікання через неї струму розряду зарядженої батареї конденсаторів.

Активні елементи лазерів на нейтральних атомах. Серед газових лазерів найбільш поширений гелій-неоновий, активним елементом в якому є газорозрядна трубка довжиною 0,1–2,0 м внутрішнім діаметром 5–10 мм, в якій запалюється жевріючий розряд постійного струму. Холодний катод та анод розміщені в бокових відростках трубки. Робочі напруги в таких лазерах сягають 4,0 кВ, а струми – 100 мА. У перших гелій-неонових лазерах використовували й високочастотний жевріючий розряд, але від нього швидко відмовилися, оскільки високочастотне поле сильно розігрівало трубку, викликаючи додаткове газовиділення і порушення оптимального співвідношення парціальних тисків гелію та неону, і, як наслідок, зменшення довговічності лазера. Тиск газу в трубці He-Ne-лазера становить приблизно 100 Па [56].

Особливістю лазерних газорозрядних трубок є те, що в суміші газів створені умови, щоб один із газів став активним, підсилювальним

середовищем для світла, яке випромінюється цим же газом, а збуджені атоми чи молекули іншого газу передавали б під час зіткнень свою енергію атомам чи молекулам активного газу, збільшуючи таким чином ефективність збудження (накачування) активного середовища. В He-Ne-лазері активним газом є неон, а гелій сприяє додатковому накачуванню неону.

Атоми He мають здатність дифундувати крізь скляну стінку трубки, тому в трубок, де в газовій суміші є гелій, часто встановлюють бокові резервуари з гелієм, які підтримують незмінним парціальний тиск цього газу в суміші.

У газових лазерах на нейтральних атомах використовують жевріючий розряд з густиною струму 1–2 мА/мм^2. Активним середовищем у таких лазерах є слабоіонізована плазма позитивного стовпа. Переходи електронів між енергетичними рівнями нейтральних атомів понад сорока хімічних елементів дають змогу отримати більше 500 ліній ультрафіолетового, видимого та інфрачервоного випромінювання. Для збудження атомів використовують як жевріючий розряд (постійного струму та високочастотний), так і імпульсний. Лазери із збудженням атомів жевріючим розрядом дозволяють отримати випромінювання атомів неону в діапазоні 0,59–132,8 мкм, гелію – 1,87–216,3 мкм, аргону – 1,35–26,9 мкм, кисню – 0,84–10,4 мкм, цезію – 3,2–7,2 мкм, ртуті – 1,53–1,81 мкм тощо.

Підсилення експоненціально зростає із шляхом, пройденим світлом у газі, тому з одного боку, оптичний шлях збільшують за рахунок довжини трубки, а з другого, дзеркалами резонатора «змушують» світло багаторазово проходити крізь трубку. Більш детально механізм підсилення світла у газовому середовищі розглянуто у главі 14.

Активні елементи молекулярних лазерів. Атомні й іонні випромінювальні переходи потребують енергії збудження до 20 еВ, а швидких електронів з такою енергією і в жевріючому, і в дуговому розряді приблизно 5–6 %, що робить низьким ККД таких лазерів. Для підвищення ККД потрібно, щоб випромінювальні переходи відбувалися з низько розміщених енергетичних рівнів і такими виявилися рівні коливальних станів молекул. Коливальний рух атомів молекули відносно деякого рівноважного стану, як і рух електронів навколо ядра атома, характеризується дискретним набором енергій (квантується). Електронне збудження молекули збільшує амплітуду відхилення від рівноважного

стану, молекула поглинає енергію електрона, а через деякий час повертає її у вигляді кванта випромінювання. Для збудження молекул CO_2 достатньо енергії електронів 0,35 еВ, тобто більшість електронів жевріючого розряду, який підтримується в трубці CO_2-лазера за струму до сотень міліампер і напруги до 10 кВ, здатні збудити молекули вуглекислого газу. Значно ефективніше збудження молекул CO_2 відбувається внаслідок передавання їм енергії у разі зіткнення із збудженими молекулами N_2, наявними у газовій суміші. Якщо нижній робочий рівень не збігається з рівнем основного стану, то додатково у газову суміш вводять буферний газ (He), атоми якого унаслідок зіткнень з молекулами CO_2 спустошують нижній рівень. У цьому якраз і полягає завдання системи накачки лазера: в одиниці об'єму активного середовища має бути якомога більше атомів чи молекул з енергією вищого робочого рівня і якомога менше – з енергією нижнього робочого рівня (або, як кажуть, населеність верхнього рівня має бути більшою за населеність нижнього); тоді ймовірність випромінювальних переходів електронів між цими рівнями виявляється максимальною [56; 57; 58].

Під час розряду у газовій суміші з'являються продукти дисоціації, які знижують ефективність збудження активного середовища. Було виявлено, що швидким прокачуванням через трубку CO_2 з попередньо збудженими молекулами (зі швидкістю потоку газу до 1,7 $м^3/с$) можна значно підвищити потужність лазера, причому до швидкості потоку приблизно до 0,8 $м^3/с$ потужність зростає майже пропорційно швидкості.

У CO_2-лазерів трубки можуть мати діаметр до 10 см за довжини до 5 м і навіть більше, що у разі високого ККД (до 30 %) робить їх потужними джерелами інфрачервоного випромінювання. Оптимальний тиск CO_2 у трубці становить приблизно 60 Па, N_2 – до 90 Па, He не перевищує 720 Па.

Лазерні переходи отримані більш як на 40 різних типах стабільних молекул, але найкращих параметрів досягнуто лише для лазерів на молекулах CO_2 ($\lambda = 9{,}13–11{,}0$ мкм), CO ($\lambda = 4{,}75–8{,}27$ мкм) та N_2 ($\lambda = 0{,}34–0{,}43$ мкм), причому лише для азоту лазерна генерація отримана більш як на 440 довжинах хвиль. Якщо перші два типи лазерів можуть працювати як у неперервному, так і в імпульсному режимах, то азотний лазер – тільки в імпульсному.

В особливу групу молекулярних лазерів виділяють ексимерні лазери. Ексимери – це нестабільні двоатомні молекули, які існують тільки у збудженому електронному стані (збудження молекули може відбуватися не лише за рахунок передачі енергії електронам, але й унаслідок витрат зовнішньої енергії на коливальні та обертальні рухи атомів). Найбільш поширеними ексимерними лазерами є лазери на аргон-фторі ArF, криптон-фторі KrF та ксенон-хлорі XeCl. Для утворення ексимерів потрібне сильне збудження, тому в активних елементах ексимерних лазерів використовують потужні електронні пучки та імпульсний поперечний розряд.

Активні елементи лазерів на парах металів. Серед іонних лазерів на парах металів найчастіше використовують гелій-кадмієвий лазер, який дозволяє отримати одночасно червоне (636,0 нм), зелене (537,8 та 533,7 нм) і синє (441,6 нм) випромінювання. До того, як з'явились аргонові УФ-лазери, не було кращого за He-Cd-лазер – короткохвильовий лазер неперервної дії, який генерував випромінювання з довжиною хвилі 325,0 нм [58].

Кварцова трубка He-Cd-лазера має внутрішній діаметр 1–2 мм, довжину 0,3–2,0 м і містить у бокових відростках холодний катод та анод. Для короткої трубки типове значення струму не перевищує 70 мА, а напруги – 1 кВ. Тиск гелію (функції якого такі самі, як і в He-Ne-лазері) становить 800–900 Па, а кадмію – 0,3 Па. Кадмій (декілька грамів) міститься у нагрітому резервуарі у боковому відростку трубки біля анода. Кадмій випаровується, і значна частина його атомів іонізується, утворюючи переважно іони Cd^+. Електричне поле переносить ці іони до катода, де вони осідають на холодній поверхні трубки. Запасів Cd вистачає на 3000–6000 год неперервної роботи лазера.

8.5. Дугові лампи

Точкові джерела світла. Дугова вугільна лампа («свічка Яблочкова»), запропонована російським винахідником Павлом Яблочковим 1876 р. для освітлення вулиць та приміщень, була недовговічною внаслідок швидкого згоряння та випаровування електродів і невдовзі була витіснена лампою розжарювання. Дуга була найяскравішим джерелом світла, створеним людиною в долазерні часи, і її швидко почали застосовувати в кінопроекційних установках та прожекторах – там, де по-

трібні були потужні точкові джерела світла. У наш час дугові лампи використовують для освітлення, неперервного накачування твердотільних та рідинних лазерів, а також як активні елементи газових лазерів.

Точкові джерела світла дозволяють сформувати паралельний пучок і передати енергію випромінювання на значну відстань. Для цього достатньо розмістити точкове джерело світла у фокусі лінзи або параболоїдного рефлектора. Спочатку функції точкових джерел світла виконували кратер вугільного електрода дугової лампи або крихітна дуга, запалена у ртутній лампі надвисокого тиску. У першому випадку діаметр світної поверхні становив 3 мм, а у другому – 0,3 мм. Але навіть такий розмір є завеликим для точкового джерела, тому випромінювання лампи збирали короткофокусним конденсором і фокусували на точковій діафрагмі діаметром декілька мікрометрів. Апертура такої діафрагми відігравала роль вторинного точкового джерела світла.

У 40-х роках XX ст. було розроблено точкові лампи, серед яких найбільш досконалою виявилася цирконієва (рис. 8.3). У скляній колбі, заповненій аргоном до атмосферного тиску, розміщено вольфрамовий катод, виконаний у вигляді стаканчика. У цей стаканчик запресований двоокис цирконію ZrO_2. Над стаканчиком-катодом міститься диск-анод з невеликим отвором у центрі. Між катодом та анодом запалюється дуга, густина струму в якій може перевищувати 10 А/мм^2 [60].

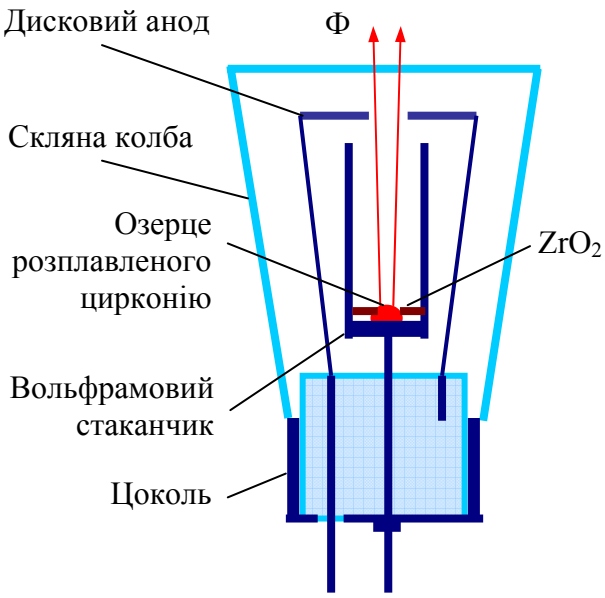

Рис. 8.3. Цирконієва лампа як точкове джерело світла

Розжарення катода викликає відновлення цирконію з окису цирконію, у результаті чого утворюється невеличке озерце сліпучого розплавленого металу. Озерце рідкого металу служить катодом, а також випромінювальним елементом лампи. Діаметр випромінювального елемента збільшується із зростанням розрядного струму і залежно від потужності лампи може становити 0,1–10 мм. Було створено цирконієву лампу з діаметром випромінювального елемента 0,07 мм та яскравістю 10^8 кд/м^2 (за густини струму 9 А/мм^2). Така лампа мала суцільний спектр випромінювання з максимумом $\lambda_0 \approx 1$ мкм, а також окремі лінії атомів цирконію та аргону. Максимальна частота модуляції світлового потоку (за модуляції струму) сягала 10 кГц, що дозволяло використовувати таку лампу для оптичного зв'язку.

Військові прожектори з дуговими вугільними лампами мають силу світла до 10^9 кд та дальність дії до 25 км.

У сучасній техніці точкове джерело світла створюють, фокусуючи лазерне випромінювання на точковій діафрагмі. Яскравість такого джерела може перевищувати 10^{12} кд/м^2, що на три порядки вище від яскравості Сонця.

Активні елементи лазерів на іонах інертних газів. Збудження газу за допомогою дугового розряду використовують у лазерах на іонах інертних газів (переважно аргону, криптону і ксенону) та іонах металів (передусім кадмію, селену та ртуті) [57; 58].

Дуговий розряд забезпечує високий ступінь іонізації газу, а отже, і високу концентрацію елементарних випромінювачів – іонів. Додаткового збільшення концентрації досягають під час використання капілярних газорозрядних трубок із внутрішнім діаметром капіляра 1–3 мм, за довжини 0,3–2,0 м. Сила струму типових іонних лазерів перебуває у межах 50–100 А за напруги у декілька сотень вольт. Для запобігання частим зіткненням електронів та іонів зі стінками трубки, що знижує температуру плазми і зменшує ймовірність іонних переходів, уздовж трубки прикладають сильне магнітне поле.

Серед іонних лазерів на інертних газах найпоширенішими є аргоновий та криптоновий. Верхній робочий рівень випромінювального переходу для Ar^+ вищий за основний рівень приблизно на 40 еВ, що потребує для збудження таких іонів високоенергетичних електронів. Такі електрони можна отримати лише якщо тиск газу низький, тому тиск у таких трубках не перевищує 10 Па. Іони Ar^+ та Ar^{2+} дають близько 25 ліній видимого випромінювання у діапазоні 408,9–686,1 нм (найбільш інтенсивні – синя (488,0 нм) та зелена (514,5 нм) лінії). Ще більше ліній у цьому діапазоні мають іони Kr^{2+} та Kr^{3+}, причому найбільш інтенсивною є червона лінія (647,1 нм) іона Kr^{2+}. Іноді обидва гази змішують, щоб отримати лазер, який може випромінювати одночасно червоне, зелене та синє світло, що потрібно, наприклад, для кольорової голографії. Іони Ar^{2+} та Ar^{3+} застосовують також для створення УФ-лазерів діапазону 200–300 нм.

Досліджено близько 80 ліній видимого випромінювання, яке виникає під час жевріючого, дугового та імпульсного розрядів у парах понад 30 хімічних елементів (не тільки металів Hg, Cd, Cu, Ag, Au, Sn, Pb, Sr та деяких інших, але й напівпровідників Si, Ge, B, P, S, Se).

Дугові лампи для оптичної накачки лазерів. Дугові лампи широ-

ко використовують у лазерній техніці – для неперервної оптичної накачки твердотільних, напівпровідникових та рідинних лазерів. Розгляньмо властивості найпоширеніших типів таких ламп [57].

Ксенонові лампи. Ксенон має інтенсивні лінії випромінювання у ближній інфрачервоній області спектра (рис. 8.4), де розміщені основні смуги поглинання йона неодиму Nd^{3+}, на випромінюванні якого працюють найбільш поширені типи твердотільних лазерів. Ксенон перетворює в оптичне випромінювання приблизно 60 % енергії електричного розряду. Інтенсивність випромінювання ксенону на спектральних лініях на порядок вища за інтенсивність випромінювання з неперервним спектром. Лампа, яка працює за напруги 25 В і струму 40 А, має середню яскравість 350 кд/мм^2 та світловий потік понад 30 000 лм. Тиск газу в лампі становить приблизно 200 кПа. Строк служби такої лампи не перевищує 1000 годин.

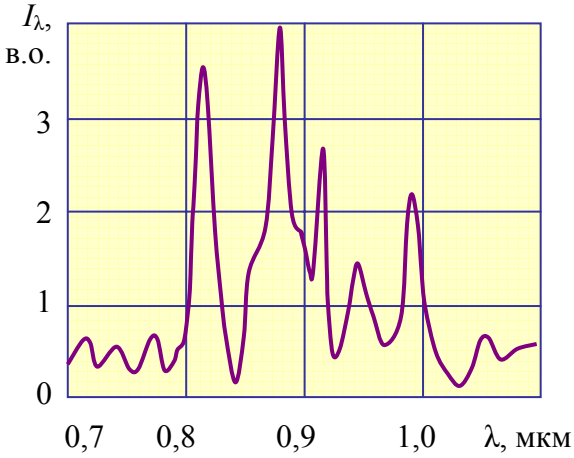

Рис. 8.4. Спектр ксенонової лампи

Останнім часом випромінювання ксенонової лампи, зібране в оптичне волокно, успішно використовують для створення оптичного скальпеля – конкурента лазерному скальпелю. Це дасть змогу зробити значно дешевшими хірургічні операції, здійснювані за допомогою світла.

Криптонові лампи. Лінії випромінювання криптону краще узгоджені зі смугами поглинання іона неодиму, тому такі лампи виявляються більш ефективними під час накачування неодимових лазерів, ніж ксенонові, хоча ефективність перетворення енергії електричного розряду в оптичне випромінювання у цих ламп менша і становить приблизно 50 %. Решта параметрів такі самі, як і у ксенонових ламп.

Ртутні лампи. Для накачування лазерів використовують також ртутні капілярні лампи високого тиску, які мають дуже яскраві лінії випромінювання у діапазоні 300–650 нм. У кварцовому капілярі діаметром 1–2 мм перебуває крапелька ртуті та аргон (за тиску в одиниці кілопаскалей), останній потрібний для запалювання розряду. Після запалювання розряду ртуть випаровується і тиск зростає до десятків мегапаскалей.

Якщо за тиску в одиниці мегапаскалей спектр ще залишається лінійчастим, то за десятків мегапаскалей стає неперервним (рис. 8.5).

Усі лампи для оптичної накачки потребують примусового охолодження дистильованою водою. Середня потужність лампи обмежується фактично температурою розм'якшення кварцового скла (1670 К), якщо розрядний канал торкається стінок колби. Одним із методів боротьби з перегріванням колби є зближення електродів та утворення короткої дуги, яка стискається у поперечному напрямку електричним полем і не торкається скляних стінок. При цьому в 1 мм^3 дуги виділяється декілька сотень ват електричної енергії і дуга виявляється значно яскравішою за довгі дуги.

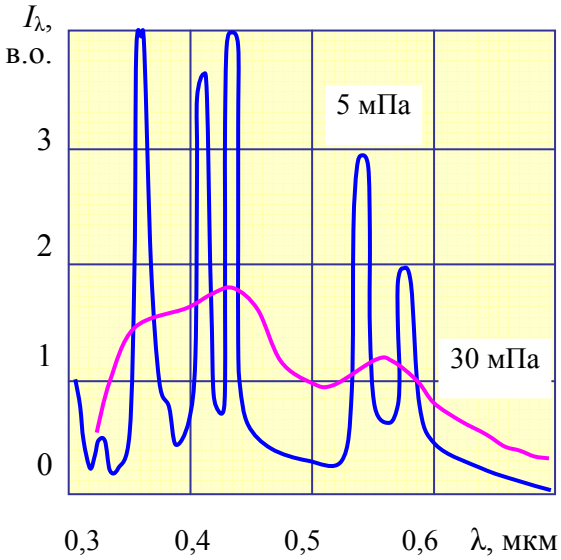

Рис. 8.5. Спектр ртутної капілярної лампи

Лампи на галогенідах металів. Лампи на галогенідах металів, окрім ртуті та аргону, містять також галогеніди (переважно йодиди) таких металів, як натрій, калій, талій, індій, скандій та диспрозій. Після запалювання дуги і підвищення температури йодиди випаровуються й розпадаються на йод та, наприклад, індій, талій і натрій. Пари металів створюють багатошарову оболонку навколо ртутної дуги, яка доповнює випромінювання ртуті синіми (індій), зеленими (талій) та жовтими (натрій) лініями. Потужність таких ламп не перевищує 1500 Вт.

Кварцове скло, з якого виготовляється переважна більшість лазерних трубок, виявилося для таких ламп непридатним. Для ефективного випаровування й термічної дисоціації йодидів потрібна температура, яка перевищує температуру розм'якшення кварцового скла. Поява у кварцовій трубці лужних металів викличе їх хімічну реакцію зі стінками трубки, тому для трубки потрібний матеріал більш термостійкий і стійкий до лужних металів. Таким матеріалом виявився полікристалічний окис алюмінію Al_2O_3, який дозволив підняти температуру стінок трубки до 1900 К.

Натрієва та калієва лампи. Натрієва (ртутно-натрієва) лампа високого тиску містить у трубці з полікристалічного окису алюмінію аргон (одиниці кілопаскалей), а також невеликі кількості ртуті та натрію. Завдяки низькій енергії збудження ліній натрію, розміщених у видимій області спектра, світлова ефективність натрієвих ламп високого тиску досягає 140 лм/Вт.

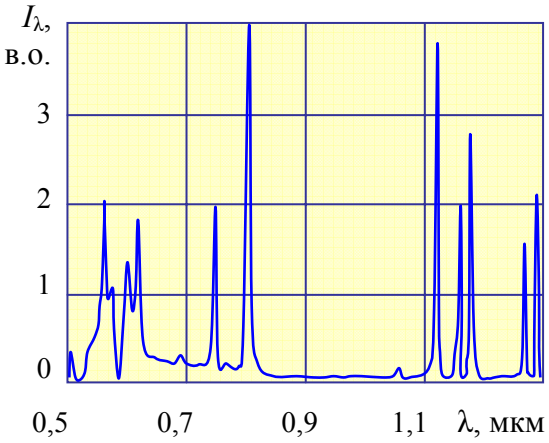

Рис. 8.6. Спектр натрієвої лампи

Приємний золотисто-білий колір випромінювання та потужність до 1000 Вт дозволяють використовувати такі лампи не тільки для накачування, а й для освітлення. Спектр натрієвої лампи зображено на рис. 8.6.

Для неперервної накачки лазера на ітрій-алюмогранаті, легованому неодимом $Y_3Al_5O_{12}:Nd^{3+}$, перспективною є також калієва (ртутно-калієва) лампа, яка за своїм спектром є найбільш узгодженим джерелом випромінювання для цього матеріалу.

8.6. Імпульсні лампи

Короткий сильний імпульс струму ефективніше накачує енергію в атоми та молекули газового середовища, ніж дуговий розряд. Навіть якби вдалося підтримувати у трубці дуговий розряд за струму, який дорівнює амплітуді імпульсу в імпульсному розряді (а імпульсні струми сягають декількох кілоампер), все одно релаксаційні процеси не дозволили б перевести за одиницю часу на верхній робочий рівень таку ж кількість молекул, як під час імпульсного розряду. Імпульсні лампи з високим коефіцієнтом підсилення активного газу вже самі по собі, без оптичного резонатора, є квазікогерентними джерелами випромінювання [57].

Активні елементи імпульсних молекулярних лазерів. Серед імпульсних молекулярних лазерів найпоширені лазери на вуглекислому газі та азотний.

Серед імпульсних CO_2-лазерів широко використовують ТЕА-лазер (англ. ***T**ransversely **E**xcited **A**tmospheric* – поперечно збуджуваний, атмосферний, тобто збуджуваний поперечним розрядом за атмосферного тиску). На відміну від звичайних газорозрядних трубок, в яких електричне поле і розряд формуються уздовж трубки, в трубках ТЕА-лазерів плоскі електроди розміщені уздовж трубки, паралельно один до одного, на відстані в декілька сантиметрів, так що імпульсний розряд розвивається у поперечному напрямку, причому дуже швидко. Прискореному розвитку розряду сприяє і передіонізація: у катоді роблять отвори, і за ними розміщують вістряні електроди; між вістряними електродами та анодом запалюють жевріючий розряд. За атмосферного тиску жевріючий розряд дуже легко переходить у дуговий, за якого лазерна генерація припиняється; для запобігання утворенню дугового розряду імпульсний розряд здійснюють субмікросекундними імпульсами. У спрощеному вигляді конструкцію ТЕА-лазера зображено у главі 14, присвяченій газовим лазерам (див. рис. 14.18).

Для досягнення максимального підсилення в активному середовищі CO_2-лазера відношення напруженості електричного поля до тиску має становити 30 В/(м·Па), що для розрядного проміжку в 1 м та атмосферного тиску (приблизно 10^5 Па) дає величину напруги на електродах трубки у 3 МВ. Поперечний розряд дозволяє зменшити цю величину майже на два порядки. Справді, типові ТЕА-лазери працюють за напруги 40 кВ, струму в декілька міліампер і тиску в межах 10^3–10^5 Па, генеруючи лазерні імпульси тривалістю до 0,2 мкс.

Азотний лазер працює на коливальних переходах нейтральних молекул N_2, які найбільш ефективно збуджуються імпульсним розрядом. Особливо інтенсивною є УФ-лінія 337,1 нм, хоча тільки для нейтральних молекул N_2 відомо понад 440 ліній випромінювання. Основна проблема, яка виникає у разі накопичення на верхньому робочому рівні достатньої кількості молекул, полягає в тому, що тривалість життя молекули на цьому рівні становить приблизно 40 нс, а імпульс розряду має бути ще коротшим. Це досягається під час поперечного розряду між двома смужковими електродами, розміщеними уздовж трубки. Перед імпульсом обидва електроди мають потенціал 20 кВ відносно корпусу лазера («землі»), який різко знижується до нуля на одному з електродів

у разі пробою імпульсного тиратрона, увімкненого між цим електродом та «землею». Тиск азоту у розрядній трубці може бути в межах 10^3–10^5 Па, причому із зростанням тиску лазерний імпульс стає коротшим, сягаючи наносекунд і навіть менше наносекунди (для надатмосферного тиску).

Високий коефіцієнт підсилення активного середовища ($g_0 \approx 1$ см$^{-1}$) дав би змогу під час проходу трубки довжиною $L = 1$ м досягти підсилення в $\exp(g_0 L) \approx \exp 100 \approx 10^{43}$ разів, якби не було явища насичення підсилення (фотонів виявляється більше, ніж збуджених молекул, і значна частина фотонів пролітає уздовж трубки, фактично не взаємодіючи з молекулами). Незважаючи на таке обмеження, підсилення, яке можна отримати під час одного проходу трубки, робить зайвим використання резонатора. Для генерації випромінювання в одному напрямку навпроти одного з торців трубки встановлюють дзеркало, яке повертає вихідне випромінювання у трубку, додатково підсилюючи та роблячи більш спрямованим лазерний пучок [58].

Активні елементи імпульсних іонних лазерів. Активне газове середовище на основі іонів міді або золота має дуже високий коефіцієнт підсилення (для міді до 6 дБ/см, для золота – у декілька разів менше), що дозволяє отримувати лазерне випромінювання без резонатора, лише за один прохід трубки, яка відіграє у цьому разі роль квантового підсилювача. Для підтримання потрібного тиску парів металу трубка повинна мати температуру близько 1770 К для міді та 1920 К для золота, тобто трубка має бути виготовлена з термостійкої кераміки. Трубка заповнюється буферним газом (неоном) до тиску 5 кПа, а тиск парів металу підтримується приблизно на рівні 130 Па. Трубка лазера на парах міді із внутрішнім діаметром 8 см та довжиною 2 м забезпечує генерацію імпульсів з енергією 10 мДж (або середньою потужністю 300 Вт за частоти повторення імпульсів 30 кГц). Аналогічна трубка лазера на парах золота дає вчетверо меншу енергію імпульсів [57; 58].

Іони міді та золота потребують швидкого та сильного збудження, яке здійснюється короткими імпульсами струму величиною 500–1000 А за напруги 10–20 кВ. Тривалість лазерних імпульсів становить 10–50 нс.

Мідний лазер генерує зелену (510,5 нм) та жовту (578,2 нм) лінії випромінювання, а золотий – оранжеву (627,8 нм). Строк служби подібних лазерів становить 300–500 год.

Активні елементи ексимерних лазерів. *Ексимер* – це двоатомна молекула, яка існує тільки у збудженому стані й розпадається на атоми під час переходу в основний стан з випусканням фотона. Приклади таких молекул: Ar_2^*, Kr_2^*, XeO^*, $XeBr^*$, $XeCl^*$, KrF^*, $ArCl^*$, ArF^*, Cd_2^*, $NaHg^*$, де зірочкою позначено збуджений стан молекули.

Утворення ексимерів інертного газу здійснюється пучком швидких електронів, які проникають у газову трубку через тонку титанову стінку (анод), причому трубку розміщують коаксіально всередині графітового холодного катода. Напруга між катодом та анодом становить 0,25–2,5 МеВ, а імпульсний струм пучка електронів – 1–10 кА. Тиск всередині газової трубки становить десятки атмосфер (наприклад, для аргону – 30 атм $\approx 3\cdot10^6$ Па), у той час як у камері, де формується пучок швидких електронів, тобто між катодом та анодом, має бути високий вакуум, принаймні 10^{-3} Па [64].

Ексимери утворюються внаслідок протікання багатоступінчастих процесів. Наприклад, для ексимеру Ar_2^* це виглядає таким чином:

- швидкий електрон e_f вибиває з нейтрального атома аргону повільний електрон e_s, перетворюючи атом в іон і сам перетворюючись в електрон e'_f з трохи меншою енергією:

$$Ar + e_f \rightarrow Ar^+ + e_s + e'_f;$$

- атомний іон під час одночасного зіткнення з двома нейтральними атомами утворює молекулярний іон:

$$Ar^+ + 2Ar \rightarrow Ar_2^+ + Ar;$$

- молекулярний іон швидко рекомбінує з повільним електроном з утворенням збудженого атома:

$$Ar_2^+ + e_s \rightarrow Ar^* + Ar;$$

- після одночасного зіткнення збудженого атома з двома незбудженими атомами з’являється ексимер:

$$Ar^* + 2Ar \rightarrow Ar_2^* + Ar.$$

Ексимери галогенідів інертних газів можна отримати під час імпульсного електричного розряду в газі з напругою 20–100 кВ та струмом 20–100 кА. Тиск у газорозрядній трубці при цьому становить 2–4 атм. Газова суміш, окрім робочого інертного газу та галогену (часто – галогеноводню), містить також буферний інертний газ.

Наведімо типові параметри серійного ексимерного XeCl-лазера ($\lambda = 308$ нм). Активне середовище утворене ксеноном, хлористим воднем та неоном за співвідношення парціальниого тиску Xe:HCl:Ne = 13:1:986 і загального тиску в 3 атм. Максимальна енергія імпульсу – 0,5 Дж, тривалість імпульсу – 30 нс, частота повторення – 0,5 кГц, кількість імпульсів до заміни газу – до $2 \cdot 10^7$.

Імпульсні лампи для оптичної накачки лазерів. Більшість твердотільних лазерів працює в імпульсному режимі, який дозволяє накопичувати значну електричну енергію в батареї конденсаторів і ефективно перетворювати її спочатку в енергію світлового спалаху імпульсної лампи, а потім і в потужний імпульс лазерного випромінювання. Імпульсний режим створює сприятливі умови для охолодження як імпульсної лампи, так і активного середовища. До того ж високопотужне випромінювання більш ефективно взаємодіє з речовиною, попри те, що у режимі вільної генерації, без штучного скорочення лазерного імпульсу, останній триває лише сотні мікросекунд (така ж приблизно тривалість спалаху імпульсної лампи).

Імпульсні лампи поділяють на лампи, які працюють у режимі генерації одиночних імпульсів, та лампи з частотно-імпульсною генерацією, причому частота повторення імпульсів не перевищує здебільшого 1 кГц, що пов’язано з високою ймовірністю переходу в режим дугового розряду [57].

Наявність у лампі внутрішнього електрода підпалу і можливість підтримання у проміжках між імпульсами «чергової дуги» в 5–10 разів збільшує довговічність роботи лампи в частотно-імпульсному режимі.

Спрощену схему живлення імпульсної лампи накачки показано на рис. 8.7. Підвищувальний трансформатор *Tr* та високовольтний діод *VD* змінний струм напругою 220 В (50 Гц) перетворюють на високо-

вольтні імпульси, які заряджають батарею конденсаторів ємністю C (декілька тисяч мікрофарад) до напруги U (декілька кіловольт), більшої за напругу запалювання, але меншої за напругу самопробою. Для запалювання імпульсного розряду на лампу подається імпульс підпалу (або на спеціальний електрод лампи, внутрішній чи зовнішній, або на сітку тиратрона, підключеного послідовно з лампою, як у цьому випадку). Енергія розряду

$$W_{el} = \frac{1}{2} CU^2$$

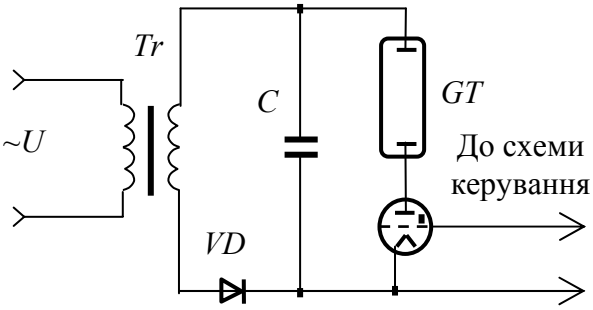

Рис. 8.7. Схема живлення імпульсної газорозрядної лампи з підпалом за допомогою імпульсного тиратрона

найбільш поширених імпульсних ламп становить одиниці кілоджоулей, але є лампи з енергією розряду декілька десятків кілоджоулей; наприклад, лампа ІФП40000 має номінальну енергію розряду 40 000 Дж (граничну енергію розряду $W_{el\max} = 74\,000$ Дж) і здатна створювати освітлювання 140 ккд·с. Такі лампи за номінальної енергії розряду мають термін служби 5000 імпульсів, але у разі перевищення номінальної енергії термін служби імпульсних ламп експоненціально спадає, причому кількість імпульсів, яка спричиняє руйнування лампи, може бути знайдена за наближеною формулою

$$N \approx \exp\left[a\left(1 - \frac{W_{el}}{W_{el\max}} \right) \right],$$

де a – параметр, який залежить від конструкції лампи; W_{el} – енергія імпульсів. У розрахунках можна скористатися емпіричним співвідношенням, знайденим для граничної енергії розряду, Дж:

$$W_{el\max} \approx 32{,}5 A \tau^{1/2},$$

де A – площа внутрішньої поверхні розрядного проміжку, мм^2; τ – час розряду, який визначається на рівні значення 0,35 с від максимального значення імпульсу струму. Як змінюються у часі напруга, струм та потужність випромінювання імпульсної лампи у процесі протікання

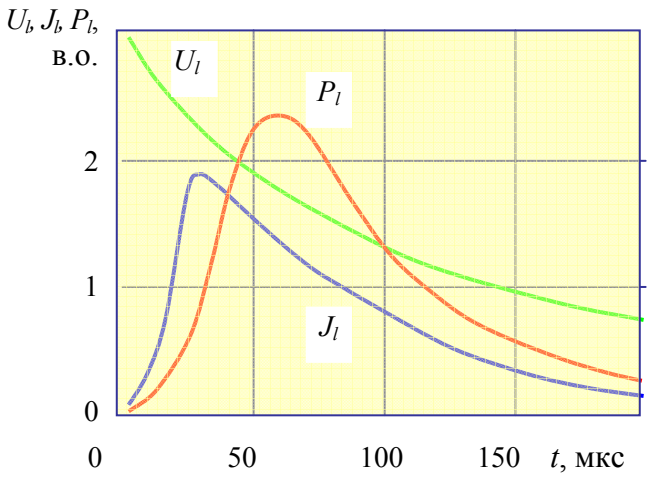

Рис. 8.8. Зміна напруги U_l, струму J_l та випромінюваної потужності P_l в імпульсній лампі протягом імпульсу

розряду, показано на рис. 8.8. Світловий імпульс трохи затримується відносно імпульсу струму, що характерно для будь-яких імпульсних джерел світла.

Ксенонові лампи. За малої енергії розряду випромінювання імпульсних ксенонових ламп має лінійчастий характер, з лініями у ближній інфрачервоній області та досить інтенсивним суцільним спектром (рис. 8.9). Потужні імпульсні ксенонові лампи мають суцільний спектр, який нагадує спектр випромінювання абсолютно чорного тіла, причому із зростанням енергії розряду максимум наближається до ультрафіолетової області спектра.

Ефективність перетворення лампою електричної енергії в оптичну оцінюють за допомогою такого параметра, як *спектральний коефіцієнт корисної дії* – відношення спектральної сили випромінювання (потужності випромінювання в елементарному одиничному спектральному діапазоні $d\lambda$ навколо довжини хвилі λ в елементарний одиничний тілесний кут $d\Omega$) до потужності електричного розряду через лампу [57]:

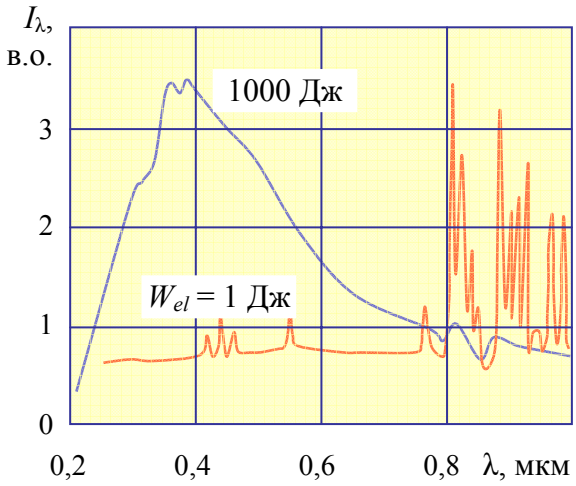

Рис. 8.9. Спектр імпульсної ксенонової лампи

$$\eta_\lambda = \frac{dP}{U_l J_l d\lambda d\Omega} = \frac{P_\lambda}{U_l J_l d\Omega},$$

де U_l, J_l – напруга на лампі та струм через неї відповідно.

Для імпульсних ламп цей коефіцієнт є відношенням оптичної енергії, випромінюваної в елементарний одиничний тілесний кут в елементарному одиничному спектральному діапазоні, до електричної енергії розряду:

$$\eta_\lambda = \frac{2dW}{CU^2 d\lambda d\Omega}.$$

Спектральну характеристику ККД $\eta_\lambda(\lambda)$ для імпульсної ксенонової лампи трубчастої форми показано на рис. 8.10.

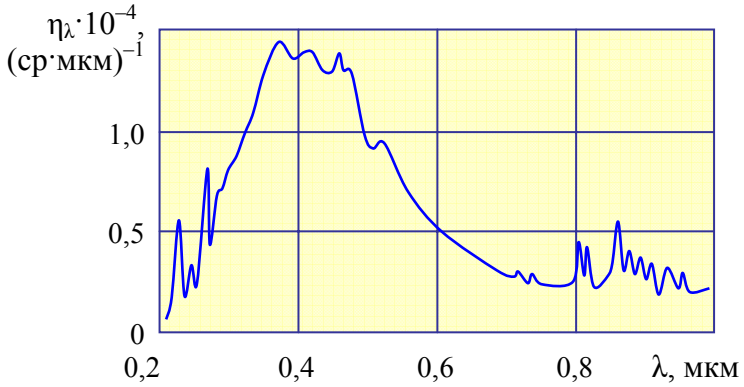

Рис. 8.10. Спектральна характеристика ККД імпульсної ксенонової лампи

Приклад 8.2. Імпульсна ксенонова лампа трубчастої форми має відстань між електродами $L = 120$ мм і внутрішній діаметр трубки $d = 7$ мм. Тривалість імпульсу струму $\tau = 400$ мкс. Яку кількість імпульсів з енергією $W_{el\max} = 1000$ Дж може витримати ця лампа, якщо її конструктивний параметр $a = 13{,}8$?

Знайдімо граничну енергію розряду цієї лампи:

$$W_{el\max} = 32{,}5\ \pi dL\tau^{1/2} =$$

$$= 32{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot 7 \cdot 120 \cdot 0{,}0004^{1/2} \approx 1715\ \text{Дж}.$$

Очікувана кількість імпульсів з енергією 1000 Дж становить:

$$N \approx \exp\left[a\left(1 - \frac{W_{el}}{W_{el\max}}\right)\right] = \exp\left[13{,}8\left(1 - \frac{1000}{1715}\right)\right] \approx 315.$$

Криптонові лампи. Криптонові лампи за енергії розряду до 10 Дж мають майже вдвічі більший ККД, ніж ксенонові лампи, але ця перевага нівелюється в декілька разів меншою довговічністю. Втрата довговічності пов'язана з меншою у 1,6 разу атомною масою криптону порівняно з ксеноном, що означає гіршу теплопровідність і підвищені термічні та динамічні навантаження на конструкцію лампи [57].

Лампи на парах металів. Лампи на парах лужних металів більш

ефективно працюють за невеликих енергій розряду, коли випромінювання має лінійчастий спектр. Підібрати потрібний спектр випромінювання можна, змішуючи пари різних металів, варіюючи парціальний тиск кожного металу, а також змінюючи внутрішній діаметр газорозрядної трубки (виготовленої з полікристалічного окису алюмінію чи сапфіру). Помічено, що у спектрі суміші парів декількох металів переважають довгохвильові лінії компонента з найбільшою атомною масою.

Лампи з θ-пінчем. Якщо на циліндричну газорозрядну трубку намотати один або декілька витків котушки індуктивності, з'єднаної з батареєю конденсаторів, то під час розряду через котушку протікатиме сильний струм, магнітне поле якого іонізуватиме газ і стискатиме в поперечному напрямку розрядний канал. У результаті формується короткотривалий (до 10 мкс) світний шнур дуже високої інтенсивності.

Лампи з ударною хвилею. Якщо за допомогою коаксіальної кварцової трубки запобігти розвитку θ-пінча, то між зовнішньою та внутрішньою трубками утворюється сильна радіальна ударна хвиля, яка збуджує атоми і викликає світіння газу. Такі лампи заповнюють переважно аргоном (до тиску 0,1–1 кПа), причому активний елемент розміщують всередині внутрішньої трубки (рис. 8.11). Лампи з ударною хвилею використовують для накачування кристала вольфрамату кальцію, легованого неодимом ($CaWO_4:Nd^{3+}$).

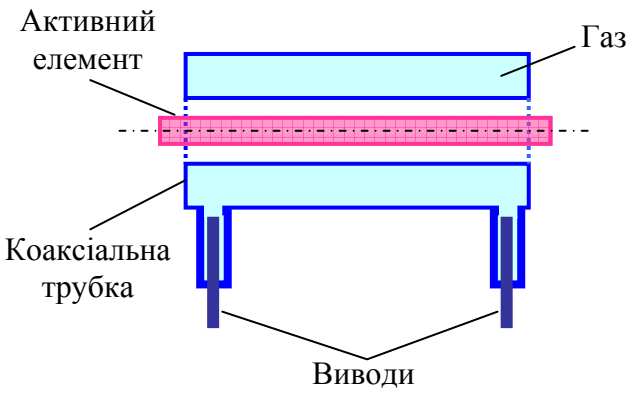

Рис. 8.11. Імпульсна коаксіальна лампа з ударною хвилею і розміщеним всередині активним елементом

Лампи із z-пінчем. У лампах цього типу пінч-ефект створюється за допомогою міжелектродного електричного поля, тому енергія розряду більш ефективно, ніж в лампах з θ-пінчем, перетворюється в сильну ударну хвилю; ця хвиля і викликає яскравий спалах збудженого газу. В коаксіальних лампах *z*-пінч теж може виникати, і такі лампи виявляються досить ефективними для накачування неодимових лазерів [57].

Приклад 8.3. Випромінювання дуги ксенонової лампи з ефективними розмірами $d_S = 2$ мм та $b_S = 1$ мм збирається лінзою з фокусною відстанню $f = 50$ мм та діаметром $d_L = 80$ мм. Далі випромінювання проходить крізь інтерференційний світлофільтр, який пропускає з коефіцієнтом пропускання $\tau = 0{,}1$ лінію випромінювання шириною $\Delta\lambda = 10^{-3}$ нм, для якої спектральний ККД $\eta_\lambda = 10^{-4}$(ср·мкм)$^{-1}$. Потім випромінювання проходить крізь круглу діафрагму діаметром $D = 10$ мкм. Робоча напруга на лампі $U_l = 25$ В, а струм $J_l = 40$ А. Як розмістити на осі ці оптичні елементи, щоб утворене в апертурі діафрагми вторинне джерело світла мало максимальну потужність? Знайти цю потужність.

Оправа лінзи в цьому разі виконує функцію дійсної апертурної діафрагми, яка обмежує тілесний кут пучка променів, що виходять з осьової точки предмета (дуги) і проходять в оптичну систему (порівняйте рис. 8.12 та 8.13). Кут θ_A між оптичною віссю та променем, який іде з осьової точки предмета на край апертурної діафрагми, називають *вхідним апертурним кутом* (часто вхідним апертурним кутом або кутовою апертурою у просторі предметів називають і кут $2\theta_A$, що треба враховувати у розрахунках) [44; 46].

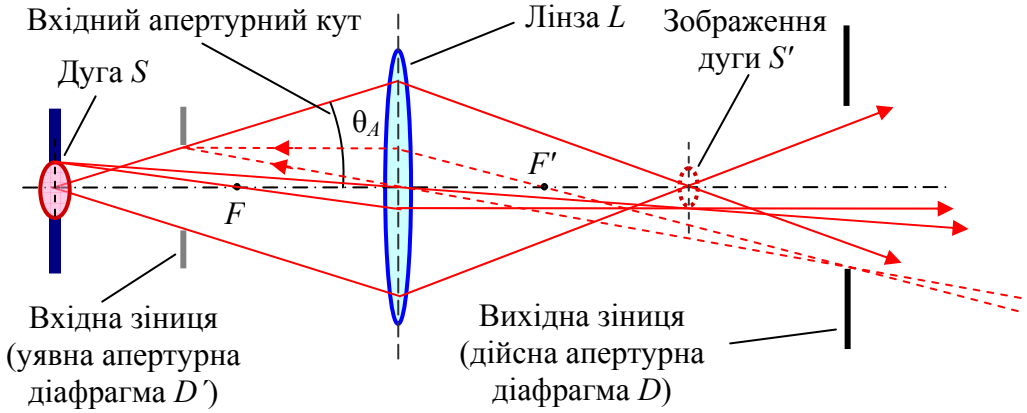

Рис. 8.12. Обмеження світлового потоку вхідною зіницею – уявною апертурною діафрагмою D', утвореною внаслідок розміщення справа від зображення дуги S' дійсної апертурної діафрагми D

Якщо діафрагма, встановлена за лінзою, перебуває не у площині зображення предмета, то вона може обмежувати пучок променів, які йдуть з осьової точки предмета через оптичну систему, тобто така діафрагма є дійсною апертурною діафрагмою. Побудувавши зображення реальної діафрагми у зворотному ході променів, отримаємо *уявну апертурну діафрагму*, розміщену перед лінзою; якщо б ця діафрагма стала дійсною, то це б ніяк не вплинуло на хід променів через оптичну систему. Якби не було діафрагми D, то конус променів, які виходять з центра дуги S, обмежувався би оправою лінзи і вона б виконувала функції дійсної апертурної діафрагми. При цьому вихідний світловий потік був би більшим. *Вхідною зіницею* називають дійсну або уявну апертурну діафрагму, яка обмежує тілесний кут пучка промінів, що йдуть в оптичну систему з осьової точки предмета. Аналогічно, *вихід-*

на зіниця – це дійсна або уявна апертурна діафрагма, яка обмежує тілесний кут пучка променів, котрі йдуть з оптичної системи в осьову точку зображення предмета. Вихідна зіниця є зображенням вхідної та навпаки [44; 46].

Очевидно, що лінза та діафрагма мають бути так розміщені відносно джерела світла, щоб зображення дуги S' формувалось у площині діафрагми D і зі збільшенням лінзи $K < 1$ більший розмір зображення джерела d'_S не перевищував діаметра діафрагми D. Нехай $l_{S–L}$ – відстань між дугою та лінзою; $l_{L–D}$ – відстань між лінзою та діафрагмою. Якщо вважати $Kd_S = D$, то формула тонкої лінзи

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l_{S-L}} + \frac{1}{l_{L-D}}$$

та співвідношення для збільшення лінзи

$$K = \frac{l'_S}{l_S} = \frac{l_{L-D}}{l_{S-L}}$$

дають змогу знайти оптимальні відстані між джерелом світла, лінзою та діафрагмою:

$$l_{S-L} = \frac{(d_S + D)f}{D};\;\; l_{L-D} = \frac{(d_S + D)f}{d_S}. \tag{8.5}$$

У разі виконання співвідношень (8.5) весь потік випромінювання, який пройшов крізь лінзу та фільтр, пройде і через діафрагму, тому потужність утвореного в апертурі діафрагми вторинного джерела світла

$$P_\lambda \approx \eta_\lambda UI\tau\Delta\lambda \frac{\pi d_L^2}{4l_{S-L}^2} \approx \eta_\lambda UJ\tau\Delta\lambda \left(\frac{\pi^{1/2} d_L D}{2(d_S + D)f} \right)^2. \tag{8.6}$$

Вираз перед дробом описує потік, випромінюваний в одиничний тілесний кут у вузькому спектральному діапазоні (ширина спектра пропускання інтерференційного фільтра більша за ширину лінії випромінювання $\Delta\lambda$ принаймні на 2–3 порядки, тому в цьому випадку роль фільтра полягає у відборі з лінійчастого спектра дуги однієї лінії, а також фільтрації суцільного спектра дуги; внеском останнього поки що знехтуємо). Дріб у формулі (8.6) – це тілесний кут, обмежений конусом з вершиною в центрі дуги та основою у вигляді лінзи.

Підставляючи числові дані у співвідношення (8.5) та (8.6), знайдемо:

$$l_{S-L} = \frac{(d_S + D)f}{D} = \frac{(2 + 10 \cdot 10^{-3})50}{10 \cdot 10^{-3}} = 10\,050 \text{ мм} = 10{,}05 \text{ м};$$

$$l_{L-D} = \frac{(d_S + D)f}{d_S} = \frac{(2 + 10 \cdot 10^{-3})50}{2} \approx 50{,}3 \text{ мм};$$

$$P_\lambda \approx \eta_\lambda UJ\tau\Delta\lambda\left(\frac{\pi^{1/2}d_L D}{2(d_S+D)f}\right)^2 \approx$$

$$\approx 10^{-4}\cdot 10^3\cdot 25\cdot 40\cdot 0{,}1\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-6}\left(\frac{3{,}14^{1/2}\cdot 80\cdot 10\cdot 10^{-3}}{2(2+10\cdot 10^{-3})}\right)^2 \approx 1{,}2\cdot 10^{-9}\ \text{Вт}.$$

Таке велике значення $l_{S\text{-}L}$ слід було очікувати, бо тільки промені, які йдуть майже паралельно оптичній осі, можуть бути зібрані у невеликій прифокальній області. На рис. 8.13 показано, як можна сформувати вторинне квазіточкове джерело світла. Перша лінза конденсора збирає світло у більшому тілесному куті й робить світловий потік майже паралельним, що дозволяє другій лінзі зібрати його у невеликій області поблизу заднього фокуса в сильно зменшене зображення джерела [44; 46].

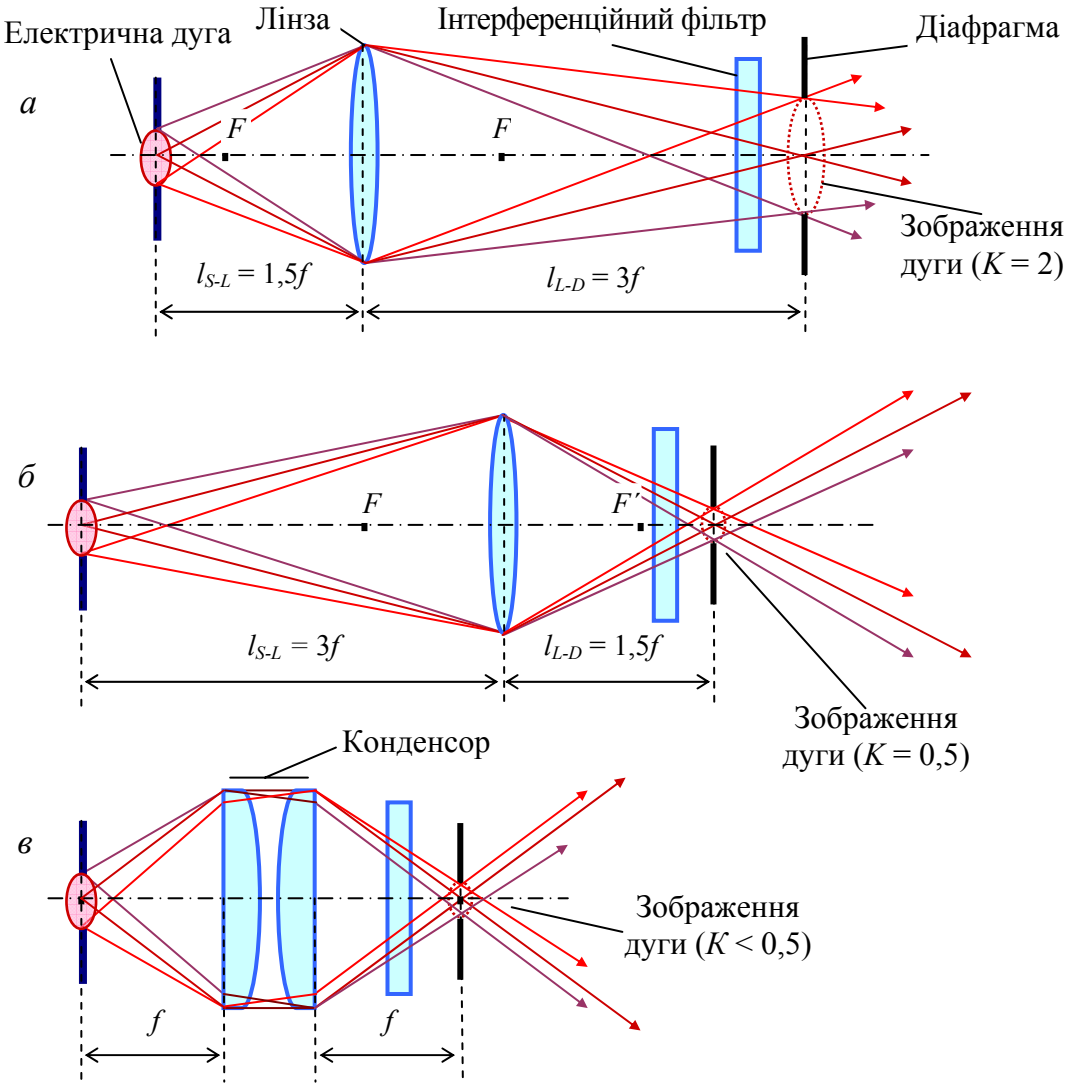

Рис. 8.13. Формування вторинного квазіточкового джерела світла за допомогою лінзи (*а, б*) та конденсора (*в*)

Приклад 8.4. Як зміниться потужність випромінювання на виході оптичної схеми у прикладі 8.3, якщо врахувати внесок у вихідне випромінювання суцільного спектра? Вважати, що інтенсивність суцільного спектра становить $q = 0{,}5$ від середньої інтенсивності спектральної лінії, а ширина спектра пропускання інтерференційного світлофільтра, який пропускає цю лінію, $\Delta\lambda_F = 2$ нм.

Повну потужність випромінювання на виході оптичної системи можна подати у вигляді суми потужності випромінювання, яке відповідає спектральній лінії газу, та потужності випромінювання із суцільним спектром:

$$\begin{aligned} P &\approx P_\lambda + P_{\Delta\lambda} \approx P_\lambda \left(1 + q\frac{\Delta\lambda_F - \Delta\lambda}{\Delta\lambda}\right) \approx \\ &\approx P_\lambda q\frac{\Delta\lambda_F}{\Delta\lambda} \approx \eta_\lambda UJ\tau q\Delta\lambda_F \left(\frac{\pi^{1/2} d_L D}{2(d_S + D)f}\right)^2. \end{aligned} \tag{8.7}$$

Підставивши значення P_λ, отримане в прикладі 8.3, та дані цієї задачі, розрахуємо значення повної вихідної потужності:

$$P \approx P_\lambda q\frac{\Delta\lambda_F}{\Delta\lambda} \approx 1{,}2\cdot 10^{-9}\cdot 0{,}5\frac{2}{10^{-3}} \approx 1{,}2\cdot 10^{-6} \text{ Вт}.$$

Приклад 8.5. Як зміниться повна вихідна потужність випромінювання у прикладі 8.4, якщо відстань між дугою та лінзою зменшити до $l_{S-L} = 0{,}75$ м?

Наближення джерела світла до лінзи збільшує вхідний апертурний кут оптичної системи, не змінюючи при цьому ні положення вхідної зіниці, ні її діаметра. Вхідною зіницею у цьому разі є уявна апертурна діафрагма – зображення реальної діафрагми, встановленої на виході оптичної системи, отримане у зворотному ході променів (по відношенню до ходу променів джерела світла), як це показано на рис. 8.12. Діаметр вхідної зіниці d_P та її відстань від лінзи l_{P-L} можна знайти, об'єднавши в систему формулу тонкої лінзи та формулу збільшення лінзи [44; 46]:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{l_{P-L}} + \dfrac{1}{l_{L-D}}; \\ \dfrac{d_P}{D} = \dfrac{l_{P-L}}{l_{L-D}}, \end{cases}$$

звідки

$$l_{P-L} = \frac{l_{L-D} f}{l_{L-D} - f};\ d_P = \frac{Df}{l_{L-D} - f}.$$

У наближенні точкового джерела світла можна вважати, що через оптичну систему пройде потік випромінювання з променів, які перебувають всередині

конуса з вершиною в осьовій точці джерела та основою у вигляді вхідної зіниці. Враховуючи те, що при цьому у формулі (8.6) діаметр лінзи d_L потрібно замінити на діаметр вхідної зіниці d_P, а відстань між джерелом світла та лінзою $l_{S–L}$ на відстань між джерелом та вхідною зіницею $l_{S–P}$, формула для повної вихідної потужності (8.7) набуває вигляду

$$P \approx \eta_\lambda UJ\tau q\Delta\lambda_F \left(\frac{\pi^{1/2} d_P}{2(l'_{S-L} - l_{P-L})} \right)^2 \approx$$

$$\approx \eta_\lambda UJ\tau q\Delta\lambda_F \left(\frac{\pi^{1/2} Df}{2[l'_{S-L} l_{L-D} - (l'_{S-L} + l_{L-D})f]} \right)^2 .$$

Підставляючи числові дані та отримані результати з прикладів 8.3 та 8.4, знайдемо

$$l_{P-L} = \frac{l_{L-D} f}{l_{L-D} - f} = \frac{50{,}3 \cdot 50}{50{,}3 - 50} \approx 8383 \text{ мм};$$

$$d_P = \frac{Df}{l_{L-D} - f} = \frac{0{,}01 \cdot 50}{50{,}3 - 50} \approx 1{,}7 \text{ мм};$$

$$P \approx 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 40 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \left(\frac{3{,}14^{1/2} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 50}{2[750 \cdot 50{,}3 - (750 + 50{,}3) \cdot 50]} \right)^2 \approx$$

$$\approx 3{,}7 \cdot 10^{-13} \text{ Вт}.$$

Приклад 8.6. Лінза з фокусною відстанню f та діаметром $d_L = 2f$ перебуває на відстані $l_{S–L} = 10\,f$ від дуги. Як зміниться освітленість зображення електричної дуги, якщо фокусну відстань лінзи удвічі збільшити?

Середня освітленість зображення, сформованого в оптичній системі з осьовою симетрією, є відношенням світлового потоку, який пройшов крізь систему, до площі зображення [46]:

$$E = \pi\tau B \sin^2 \theta'_A, \tag{8.8}$$

де τ – коефіцієнт пропускання оптичної системи; B – яскравість джерела світла; θ'_A – вихідний апертурний кут (кутова апертура системи у просторі зображень).

Для віддалених предметів $\sin\theta'_A \approx d_P/2f$, тому вираз (8.8) набуває вигляду

$$E \approx \frac{\pi}{4} \tau B \left(\frac{d_P}{f} \right)^2 .$$

Оскільки у цьому разі вхідною зіницею є лінза, тобто $d_P = d_L$, збільшення фокусної відстані удвічі зменшує освітленість зображення віддаленого предмета у чотири рази.

Відношення діаметра вхідної зіниці до фокусної відстані, тобто d_P/f, називають *відносним отвором*, а величину $(d_P/f)^2$ – *світлосилою* оптичної системи.

На об'єктивах старих фотоапаратів, а інколи навіть і нових, можна знайти напис «1:2, f = 50 мм», що означає розмір відносного отвору і фокусну відстань. Фотооб'єктиви з відносним отвором 1:2 і менше називають надсвітлосильними, оскільки вони забезпечують підвищену освітленість зображення, що дає змогу знімати або з меншою експозицією, або з менш чутливою фотоплівкою (наприклад, не з ISO 200, а з ISO 100, яка на великих фотознімках дає чіткіше зображення).

Параметри сучасного фотооб'єктива часто подають у вигляді дробу з чисельником, який дорівнює зворотній величині відносного отвору, і знаменником, рівним фокусній відстані, наприклад 2/50.

8.7. Високочастотні лампи

Високочастотний (зокрема надвисокочастотний) газовий розряд усе частіше використовують в освітлювальних лампах. Такі лампи виявляються більш економічними, довговічними та малогабаритними порівняно з лампами розжарювання.

Як приклад наведемо лампу на парах сірки, в якій збуджується НВЧ-розряд. Спектр цієї лампи дуже близький до сонячного (рис. 8.14), що важливо для правильного передавання кольорів під час фото-, кіно- та відеозйомок, під час освітлення картин в музеях та на виставках. До того ж, квазісонячний спектр є більш психологічно прийнятним для людини, ніж спектри ламп розжарювання та люмінесцентних ламп.

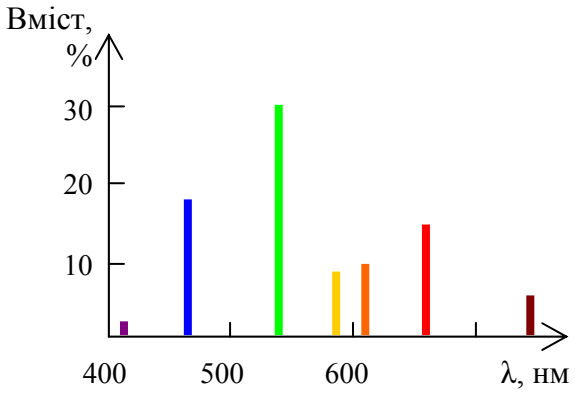

Рис. 8.14. Спектральний склад випромінювання НВЧ-лампи на парах S

Економічність НВЧ-ламп на парах сірки виявилася у 10 разів більшою, ніж у ламп розжарювання, а довговічність – у 50 разів. Близько 90 % повного потоку випромінювання таких ламп припадає на видиму область спектра, що у декілька разів більше, ніж у ламп розжарювання.

Контрольні запитання і задачі

1. Які є види електричного розряду в газах?

2. Які процеси призводять до світіння газу?

3. Чи можна нагріванням газу викликати його світіння?

4. Назвіть основні ознаки жевріючого розряду.

5. Які характерні області спостерігаються в газорозрядній трубці під час жевріючого розряду?

6. За яких умов жевріючий розряд переходить у дуговий?

7. Які основні ознаки дугового розряду?

8. Чим відрізняється самостійний розряд від несамостійного?

9. Які властивості притаманні високочастотному розряду?

10. Чим відрізняється високочастотний розряд від частотно-імпульсного?

11. Які гази використовують в імпульсних лампах?

12. Що таке «пінч-ефект» у газорозрядній трубці?

13. Як розвивається імпульсний електричний розряд у газі?

14. В яких лазерах використовують жевріючий розряд?

15. Яка роль He в активному середовищі He-Ne-лазера?

16. Для чого потрібне прокачування газу в потужних CO_2-лазерах?

17. Як запобігають розвитку дугового розряду в ТЕА-лазерах?

18. Чому в азотному лазері резонатор виявляється зайвим?

19. У трубках яких лазерів використовують дуговий розряд?

20. Чому імпульсна накачка лазера ефективніша за неперервну?

21. Які лазери здатні генерувати одночасно червоне, зелене та синє світло?

22. Що таке вхідна зіниця оптичної системи?

23. Наведіть приклади ексимерів.

24. Що таке спектральний ККД?

25. Які функції виконує тиратрон в імпульсних джерелах живлення лазерів?

26. Які переваги мають високочастотні лампи перед лампами розжарювання?

27. Що таке стример?

28. Дві тонкі лінзи перебувають на відстані a одна від одної. Діаметр першої лінзи дорівнює d_1, а її фокусна відстань – f_1. Діаметр другої лінзи становить d_2, а фокусна відстань – f_2. Предмет міститься на осі оптичної системи

на відстані L від першої лінзи. Знайдіть діаметри d_p і d'_p вхідної та вихідної зіниць оптичної системи.

29. Високочастотна газорозрядна лампа кулястої форми з діаметром колби D та діаметром цоколя d створює на відстані L освітленість E. Знайдіть повний світловий потік Ф цієї лампи.

30. Через газорозрядну лампу трубчастої форми з внутрішнім діаметром $d = 10$ мм та міжелектродною відстанню $L = 100$ мм протікає імпульсний електричний розряд з енергією $W_{el} = 500$ Дж. Знайдіть спектральну енергію випромінювання W_λ цієї лампи для лінії з довжиною хвилі λ, якщо спектральний ККД для неї становить $\eta_\lambda = 10^{-4}$.

Рекомендована література: [1]; [13]; [14]; [22]; [44]; [46]; [55]; [56]; [57]; [58]; [59]; [60]; [61].

Глава 9

ЛЮМІНЕСЦЕНЦІЯ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

І сказав Бог: «Хай станеться світло!» І стало світло. І побачив Бог, що добре воно, – і Бог відділив світло від темряви.

Біблія

9.1. Механізми люмінесценції та її види

Історичні відомості. Світіння холодних тіл (деяких мінералів, світлячків, грибів, гнилої деревини), як і полярне сяйво, з давніх-давен привертали увагу людини своїми красою та загадковістю. Перші дослідження люмінесценції проводились на початку XVII ст. У XVII–XVIII ст. явище люмінесценції вивчали Г. Галілей, Роберт Бойль, І. Ньютон та інші видатні вчені. Систематичне вивчення явища фотолюмінесценції було започатковано у середині XIX ст. у роботах англійського фізика та математика Джорджа Стокса, який 1852 р. сформулював правило Стокса для спектрів збуджувального та фотолюмінесцентного випромінювання [1].

Німецький математик і фізик Ю. Плюккер першим у 1858 р. спостерігав явище світіння твердого тіла у газовому розряді (явище катодолюмінесценції – світіння речовини під дією пучка електронів) і це явище допомогло йому відкрити у 1859 р. катодні промені. Експерименти зі світіння різних речовин закінчилися для німецького фізика В. Рентгена відкриттям у 1895 р. *X*-променів та першою Нобелівською премією з фізики (1901 р.). Дослідження люмінесценції французьким фізиком Анрі Беккерелем привели до відкриття ним у 1896 р. радіоактивності та отримання у 1903 р. Нобелівської премії [62].

Німецький фізик і хімік Фріц Вейгерт 1920 р. виявив явище поляризованої люмінесценції у розчинах деяких барвників.

У 1920 р. з'являються перші дослідження, які показують, що прикладання електричного поля до кристалофосфо́ру ZnS:Cu під час його фотолюмінесценції приводить до сплеску випромінювання. У 1923 р. радянський фізик Олег Лосєв спостерігав явище електролюмінесценції напівпровідникового кристала – світіння домішкових мікровкраплень у кристалі карбіду кремнію SiC, внесеному в електричне поле [3].

У 1967 р. три групи фізиків із США, Великобританії та СРСР відкрили явище параметричної люмінесценції (спонтанний розпад фотонів у нелінійно-оптичних кристалах унаслідок квантових флуктуацій).

Люмінесценцією називають випромінювання збудженої речовини, яке є надлишковим над тепловим і після припинення збудження триває значно довше за період світлових коливань збудженого атома чи молекули (до 10^{-14} с для видимого діапазону). Таке визначення люмінесценції, першу частину якого запропонував німецький фізик Густав Відеман, а другу – радянський фізик С. Вавілов, дозволяє відрізняти люмінесцентне світіння від світіння, зумовленого, наприклад, розсіянням чи відбиттям світла [64].

Лазерне випромінювання завжди є люмінесцентним, якщо дотримуватися визначення Відемана–Вавілова. Справді, лазерне випромінювання є результатом попереднього запасання енергії в оптичному середовищі, яке при цьому виходить зі стану рівноваги, появи перших фотонів спонтанного випромінювання і розгортання завдяки ним у просторі та часі процесу лавинного помноження фотонів вимушеного випромінювання. Якщо збудження середовища здійснювати надкоротким оптичним імпульсом, то час існування лавини фотонів на багато порядків перевищуватиме тривалість імпульсу збудження.

Між тепловим та люмінесцентним випромінюванням є суттєві відмінності, а саме [7]:

- тривалість випускання світла після припинення збудження (час післясвітіння люмінесцентного випромінювання значно перевищує 10^{-14} с, період світлових коливань);
- люмінесценція характеризується значно вужчим спектром випромінювання;
- теплове випромінювання стає видимим за температури тіла понад 800 К, тоді як люмінесценція є «холодним світінням»;
- підвищення температури тіла зміщує максимум спектра теплового випромінювання у бік коротших довжин хвиль і за $T > 800$ К інтенсивність видимого теплового випромінювання зростає; в люмінофорі підвищення температури понад кімнатну викликає гасіння люмінесценції, а охолодження – підсилення люмінесценції;
- якщо введено домішки, які не є активаторами, або у разі надмірного збільшення концентрації активаторних домішок відбувається гасіння люмінесценції.

Раніше короткотривалу люмінесценцію називали флуоресценцією, а

довготривалу – фосфоресценцією, але оскільки чіткої межі між ними немає, такий поділ вийшов з ужитку і названі терміни використовують як тотожні, причому найчастіше вживаним і більш загальним є термін «люмінесценція».

Речовини, яким властива люмінесценція, бувають у твердому, рідкому і газоподібному станах. Природні та штучні речовини, які мають яскраву люмінесценцію, називають *люмінофорами*. Неорганічні кристалічні люмінофори називають *кристалофосфорами,* аморфні – *фосфорами*. Органічні люмінофори називають *органолюмінофорами.*

Залежно від механізму висвічування атома чи молекули розрізняють чотири механізми люмінесценції: 1) резонансний; 2) спонтанний; 3) вимушений метастабільний; 4) рекомбінаційний.

Види люмінесценції розрізняють за методом збудження речовини, яке може виникати під дією:

- випромінювання (фотолюмінесценція);
- електричного поля (електролюмінесценція);
- бомбардування електронами (катодолюмінесценція);
- хімічних реакцій (хемілюмінесценція та її різновид – біолюмінесценція);
- бомбардування ядерними частинками (радіолюмінесценція).

Резонансна люмінесценція. Подібний механізм люмінесценції вперше помітив у парах натрію у 1904 р. американський фізик Роберт Вуд, а взагалі вона спостерігається в атомних парах (Na, Cd, Hg та інших металів), рідинах і домішкових кристалах. Оскільки збуджувач у цьому випадку – світло, то такий вид люмінесценції є різновидом фотолюмінесценції. Збуджувальне і люмінесцентне випромінювання мають однакові частоти. Атом як резонансна система відгукується на збудження його енергетичних рівнів (резонансів):

- генерацією фотона;
- витратою кванта надлишкової внутрішньої енергії на збудження незбудженого атома (передавання збудження під час зіткнення);
- витратою надлишкової енергії на збільшення кінетичної енергії обох атомів (*зіткнення другого роду*).

Поглинання атомом або молекулою енергії частинки – фотона, електрона, іншого атома тощо), за якого атом переходить у збуджений

стан, а сумарна кінетична енергія атома і частинки зменшується, називають *зіткненням першого роду*.

Загасання люмінесценції відбувається протягом часу, рівного тривалості життя атома у збудженому стані (приблизно 10^{-8} с). Коли тиск атомної пари низький (10^{-4}–10^{-6} мм рт. ст.), квантова ефективність люмінесценції наближається до одиниці.

Інтенсивність люмінесценції атомів I_A пропорційна їх концентрації N_A, причому досліджувані атоми можуть бути у газовій суміші, рідкому або твердому розчині, прозорому для світла, нарешті, у тонкому напівпрозорому шарі речовини, непрозорої в об'ємі.

Резонансну люмінесценцію використовують для виявлення та ідентифікації речовин (рис. 9.1), контролю за їх хімічними перетвореннями і концентрацією речовин у суміші, для визначення чистоти препаратів. Люмінесцентний аналіз – дуже чутливий метод, здатний за лічені хвилини виявити малі концентрації шкідливих домішок у речовині, наприклад, у питній воді або у повітрі [7; 8].

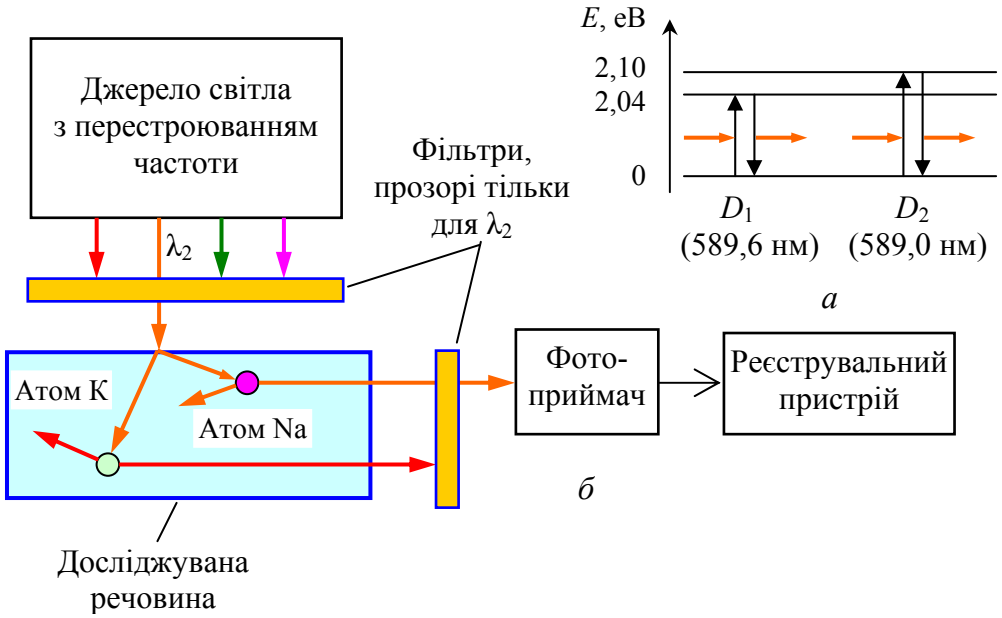

Рис. 9.1. Резонансна люмінесценція:
а – фотозбудження жовтого дублета (ліній D_1 та D_2) атома Na;
б – ілюстрація принципу люмінесцентного аналізу

Спонтанна люмінесценція. За спонтанної люмінесценції атом (молекула) спочатку переходить на більш високий енергетичний рівень, потім невипромінювально (значно рідше – випромінювально) спускається

на трохи нижчий рівень, перехід з якого в основний стан завжди супроводжується випромінюванням (рис. 9.2). Цей вид люмінесценції характерний для складних молекул у парах і розчинах, деяких домішкових атомів у твердих тілах, а також екситонів під час рекомбінації у напівпровідниках.

У напівпровіднику валентний електрон, набувши енергії, недостатньої для подолання забороненої зони, блукає у кристалі разом з діркою, не переносячи при цьому заряду. Така зв'язана пара носіїв заряду – *екситон* – через деякий час рекомбінує: електрон займає місце дірки у валентній зоні і вони перестають бути вільними носіями заряду. Цей різновид спонтанної люмінесценції, яка виникає внаслідок випромінювальної рекомбінації зв'язаних носіїв заряду, називають *екситонною люмінесценцією*.

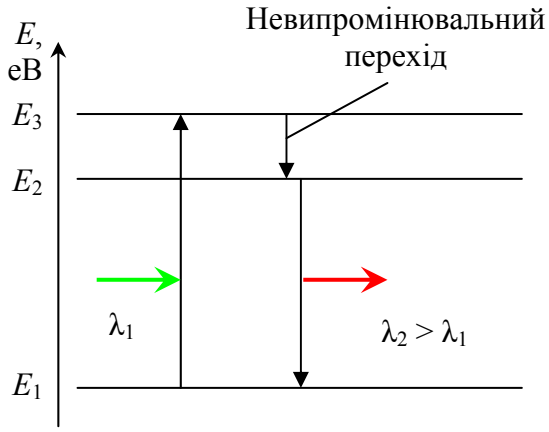

Рис. 9.2. Спонтанна люмінесценція

Вимушена (метастабільна) люмінесценція. Після збудження фотоном або іншою частинкою атом (молекула) переходить на високоенергетичний рівень *4* (рис. 9.3), з якого спускається на метастабільний рівень *2* з випусканням довгохвильового фотона з енергією hc/λ_1 або передаванням енергії фонона кристалічній решітці. Перехід з метастабільного рівня «вниз» заборонений законами квантової механіки, і атом перебуває на цьому рівні доти, поки теплові коливання решітки або фотон з енергією hc/λ_3 не нададуть йому достатньої енергії, щоб перейти на

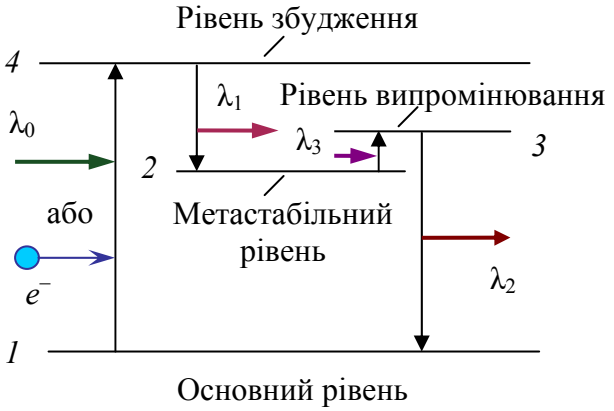

Рис. 9.3. Вимушена метастабільна люмінесценція:
1→4 – збудження атома фотоном, електроном чи іншою частинкою; *4→2* – перехід на метастабільний рівень з випусканням довгохвильового фотона або з передаванням енергії фонону чи електрону; *2→3* – передавання енергії від фонона, фотона або електрона; *3→1* – основний випромінювальний перехід

рівень *3*, з якого вже і відбувається випромінювальний перехід на основний рівень. Така люмінесценція характерна для органічних речовин.

Рекомбінаційна люмінесценція. Якщо світіння виникає внаслідок рекомбінації частинок, які були просторово розділені під час збудження, то таке випромінювання називають *рекомбінаційною люмінесценцією*. У газах можуть рекомбінувати атоми, радикали або іони, утворюючи при цьому збуджену молекулу, яка у процесі переходу в основний стан віддає свою надлишкову внутрішню енергію у вигляді фотона або передає її іншим частинкам під час зіткнень. Прикладом може служити світіння азоту, коли атоми зливаються у молекули.

У процесі збудження твердих тіл (напівпровідників) утворюються вільні електрони та дірки, які, рекомбінуючи, також можуть перетворювати свою енергію у випромінювання або передавати її третім частинкам, наприклад, фононам.

Рекомбінаційна люмінесценція буває міжзонною або відбувається за участю центра люмінесценції. У першому випадку електрон зони провідності рекомбінує з діркою валентної зони, у другому дірка захоплюється основним рівнем центра люмінесценції, а електрон – збудженим рівнем. Перехід збудженого центра в основний стан супроводжується випусканням фотона (рис. 9.4).

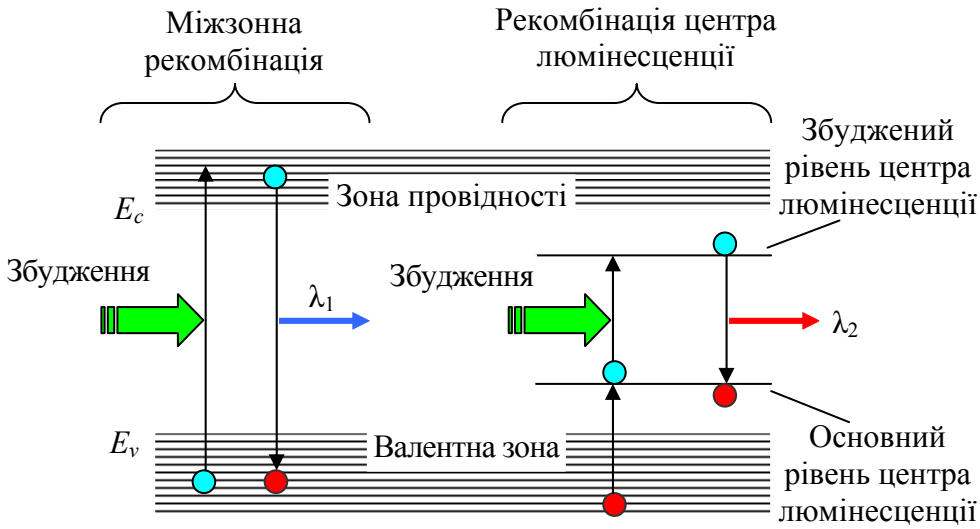

Рис. 9.4. Рекомбінаційна люмінесценція у напівпровіднику

Центрами люмінесценції називають елементарні випромінювачі, світіння яких власне і є явищем люмінесценції кристалів та стекол.

Основою центра люмінесценції можуть бути як окремий атом (іон) активатора хімічного елемента, який додається у вигляді домішки під час вирощування кристалофосфо́ру, так і точковий структурний дефект решітки, наприклад, вакансія. Центр люмінесценції об'єднує атом активатора, навколишні атоми решітки та її дефекти, а також атоми інших домішок (співактиваторів). Атом активатора є поглиначем енергії зовнішнього збудження (безпосередньо або через решітку), яку потім віддає у вигляді світла.

Власна і домішкова люмінесценція. *Власна люмінесценція* – це світіння під дією збудження основної речовини, наприклад, парів металу чи домішкового кристала. У першому випадку випромінюють самі атоми, у другому – дефекти кристалічної решітки.

Домішкова люмінесценція спостерігається у кристалах і стеклах, в які введено атоми чи іони активаторів (прикладом є кристал ZnS:Cu – сульфіт цинку, активований атомами міді). Атоми (іони) активатора – це елементарні випромінювачі, вбудовані в основну речовину.

9.2. Методи збудження люмінесценції

Фотолюмінесценція. Флуоресценцію детально описав у 1852 р. Джордж Стокс, тоді ж він сформулював *правило Стокса,* яке в сучасній редакції виглядає так: *максимум спектра фотолюмінесценції зсунутий відносно максимуму спектра поглинання у бік довших хвиль* [7].

Люмінофори, які задовольняють правило Стокса, називають *стоксовими люмінофорами.* Але є досить багато люмінофорів, які порушують це правило; такі речовини мають назву *антистоксових люмінофорів* і у них спектр фотолюмінесценції більш короткохвильовий, ніж спектр поглинання. Деякі стоксові та антистоксові кристалофосфори наведено в табл. 9.1 [65; 67].

Резонансна флуоресценція займає проміжне положення між стоксовою та антистоксовою люмінесценцією. Антистоксова люмінесценція стає можливою внаслідок поглинання атомом двох або більше фотонів довгохвильового випромінювання і генерації одного короткохвильового фотона. Явище багатофотонного поглинання було теоретично передба-

чене американським фізиком Марією Гепперт-Майер у 1931 р. і вперше його спостерігали у 1961 р. американські фізики Вольфганг Кайзер і Джефрі Гарет під час опромінення кристала $CaF_2:Eu^{2+}$ – флюориту, легованого європієм – світлом рубінового лазера [61]. Блакитна флуоресценція ($\lambda = 425$ нм) спостерігалася раніше лише у разі поглинання іонами європію ультрафіолетового випромінювання (стоксова люмінесценція). Випромінювання рубінового лазера ($\lambda = 694$ нм) збуджувало внаслідок двофотонного поглинання ультрафіолетовий рівень іонів, які під час переходу до основного стану давали блакитну флуоресценцію (рис. 9.5). Квантова ефективність такого перетворення становила лише 10^{-14} [68].

Таблиця 9.1

Основні кристалофосфори

Матеріал:активатор	Тип люмінофора	Спектр світіння	Вид збудження*
ZnS:Cu	Стоксів	Синій…зелений	Ф, е, Е
ZnS:Ag	Те саме	Синій	Ф, е, Е, Я
ZnS:Mn	- " -	Жовто-оранжевий	Ф, е, Е
ZnS:Mn,Cu	- " -	Жовтий	Ф, е, Е
(Zn, Cd)S:Ag	- " -	Жовто-зелений	Ф, е, Е
GaAlAs	- " -	Червоний, ІЧ	Ф, е, Е
$MgWO_4$	- " -	Блакитний	Ф
$CaWO_4$	- " -	Синій	Р
$(Ba, Pb)SO_4$	- " -	Синій	Р
$CaSiO_3$:Pb,Mn	- " -	Червоний	Ф
$ZnSiO_4$:Mn	- " -	Зелений	Ф
$BaSiO_3$:Pb	- " -	Ультрафіолетовий	Ф
SrS:Ce,Cl	- " -	Синьо-зелений	Ф, е, Е
CaS:Eu,Cl	- " -	Червоний	Ф, е, Е
GaN:Zn	- " -	Синій...зелений	Ф, е, Е
GaAs	- " -	Інфрачервоний	Ф, е, Е
GaP:N	- " -	Зелений	Ф, е, Е
GaP:Zn,O	- " -	Червоний	Ф, е, Е
NaJ:Tl	- " -	Фіолетовий	Я, Р
La_2O_3S:Yb, Er	Антистоксів	Зелений	Ф

*Ф – видиме та ультрафіолетове випромінювання; е – електронний пучок; Е – електричне поле; Р – рентгенівське випромінювання; Я – ядерні частинки

Антистоксову люмінесценцію застосовують у світлодіодах, дозволяючи за рахунок покриття світлодіода антистоксовим люмінофором перетворювати інфрачервоне випромінювання у видиме (двофотонне поглинання). Обнадійливими є експерименти з генерації рентгенівського випромінювання атомами водню, які перебувають у пучку надпотужного інфрачервоного лазера (тисячафотонне поглинання). У дослідах з фотолюмінесценції Роберт Вуд спостерігав цікаве явище: під час опромінення парів Na монохроматичним світлом резонансна флуоресценція теж була монохроматичною, з тією ж довжиною хвилі, а під час опромінення парів J_2 набувала складного спектра (рис. 9.6).

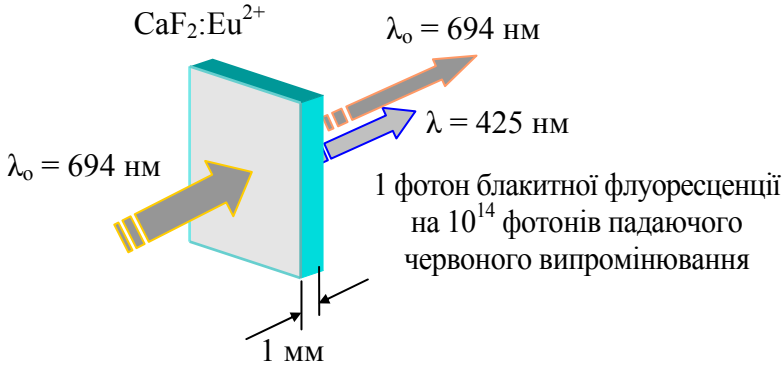

Рис. 9.5. Антистоксова люмінесценція, яка виникає під час опромінення рубіновим лазером кристала флюориту, легованого європієм:
густина потоку фотонів рубінового лазера $N_{ph} = 8 \cdot 10^{23}$ см$^{-2}$;
концентрація іонів європію Eu^{2+} $N_i = 2 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$

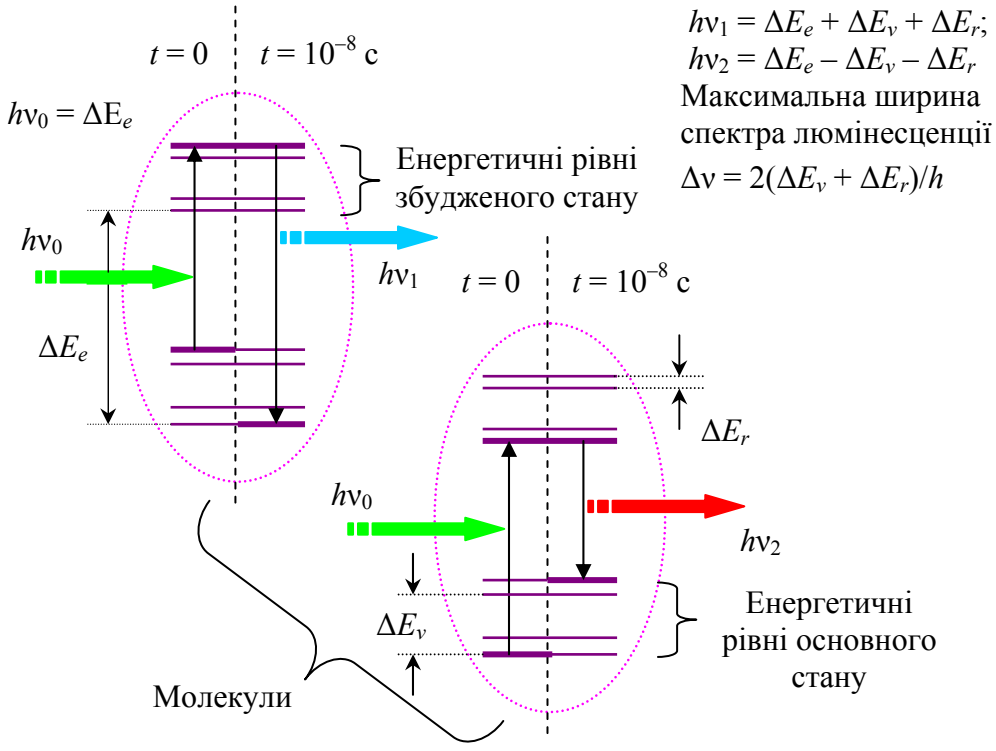

Рис. 9.6. Утворення смугастого спектра люмінесценції під час монохроматичного збудження двох молекул йоду

Молекули у момент збудження ($t = 0$) перебували на різних енергетичних рівнях основного стану (рис. 9.6), а наприкінці збудження ($t = 10^{-8}$ с) перейшли на різні рівні основного стану. Жирними лініями показано рівні, задіяні у певний момент. Довжина електронного переходу «вниз», а отже, й енергія випромінюваного фотона залежать від фаз коливання та обертання ядер обох атомів молекули відносно центра її тяжіння у момент переходу.

Надалі дослідження показали, що пари Na як одноатомний газ мають *лінійчастий спектр* з чітко розмежованими вузькими спектральними лініями. Випромінювання одного атома натрію поглинається в межах спектральної лінії 589 нм іншим атомом натрію і перевипромінюється останнім без зміни довжини хвилі.

Пари йоду – газу з двохатомними молекулами – мають дуже складний спектр поглинання, який нагадує смугастий спектр, але кожна така смуга містить багато пар ліній з інтервалом у 0,2 нм між лініями пари і декілька нанометрів між парами. Така велика кількість енергетичних рівнів молекули, а саме вони відповідають тим чи іншим спектральним лініям, пояснюється тим, що енергія молекули квантується одночасно трьома складовими її внутрішніх рухів.

Смугастий спектр поглинання (випромінювання) молекули утворюється завдяки тому, що відбуваються:

- *електронні переходи на периферії молекули,* завдяки яким найбільше змінюється енергія молекули, і якби не було б інших рухів всередині молекули, то ці переходи і визначали б положення смуг у спектрі молекули;
- *коливання ядер атомів відносно центра тяжіння молекули,* які значно менше впливають на енергію молекули і приводять до розщеплення кожної з ліній електронних переходів у набір ліній – окрему смугу;
- *обертання ядер атомів навколо центра тяжіння молекули,* які значно менше впливають на енергію молекули, ніж коливання ядер; квантово-механічними правилами відбору дозволені тільки дві траєкторії обертання, а отже, кожна з ліній розщеплюється ще на дві лінії.

Подібна теорія смугастого спектра робить зрозумілим утворення складного спектра люмінесценції під час збудження молекул газів, рідин і твердих тіл монохроматичним випромінюванням.

Катодолюмінесценція. Люмінесценцію, яка виникає під час бомбардування поверхні люмінофора електронами, вперше спостерігав німецький математик і фізик Ю. Плюккер у 1858 р. Речовини, які дають найбільш яскраву катодолюмінесценцію, називають *катодолюмінофорами*.

Екран чорно-білого кінескопа має із внутрішнього боку суцільне покриття із суміші таких люмінофорів, як ZnS:Ag (синє світіння) та (Zn,Cd)S:Ag (жовте світіння), які разом дають у результаті біле світіння. У кольорових кінескопах люмінофори (червоний, синій і зелений) наносять на екран або у вигляді мозаїки, набраної з тріад люмінесцентних цяточок, або у вигляді системи вертикальних люмінофорних смужок, колір світіння яких чергується. Сульфід цинку, активований сріблом ZnS:Ag, залежно від технології обробки може мати синє або зелене світіння, а окис ітрію, активований європієм Y_2O_3:Eu, – червоне. В осцилографічних трубках із зеленим кольором світіння використовують ортосилікат цинку, активований марганцем Zn_2SiO:Mn.

Глибина проникнення електрона в люмінофор пропорційна квадрату енергії електрона або квадрату прискорювальної напруги ($d \sim W_e^2 \sim U^2$). Наприклад, прискорювальна напруга $U = 10$ кВ розганяє електрон до енергії $W_e = 10$ кеВ і він проникає у люмінофор на глибину $d = 2{,}5$ мкм. На нагрівання люмінофора витрачається 90 % енергії електрона, а решта – на катодолюмінесценцію, вибивання з екрана вторинних електронів і гальмівне рентгенівське випромінювання. Останнє з'являється за напруги $U \approx 25$ кВ, характерної для кольорових кінескопів, але завдяки легуванню скла екрана свинцем це випромінювання вдається приглушити.

Енергія поглинених електронів розподіляється між усіма вузлами кристалічної решітки і передається від решітки центрам люмінесценції (на пряме збудження електронами центрів люмінесценції припадає не більше 1 % інтенсивності світіння). Некристалічні матеріали через те, що не мають такої структури, як решітка, погано розподіляють поглинену енергію і тому характеризуються слабкою катодолюмінесценцією або зовсім її не мають.

Серед усіх видів люмінесцентного світіння катодолюмінесценція може бути найбільш яскравою, причому її яскравість пропорційна квад-

рату прискорювальної напруги і густині струму пучка. Миттєва яскравість біжучої світної плями на екрані може сягати 10^9 кд/м^2 (приблизно у 200 разів більше за яскравість звичайних кінескопів).

У 50-х роках XX ст., коли індивідуальних телевізорів було ще обмаль, для клубних телевізорів були створені проекційні кінескопи, які дозволяли проектувати телевізійне зображення на екран площею 3–4 м^2.

Катодолюмінесценцію застосовували також у напівпровідникових лазерах з електронною накачкою. На основі такого лазера намагалися створити лазерний телевізор. У 1970 р. на міжнародній виставці у м. Осака (Японія) було продемонстровано перший лазерний телевізор, в якому з одного боку напівпровідникового кристала електронним променем створювався телевізійний растр, а з другого боку цей растр вимальовувався лазерним променем на екрані площею декілька квадратних метрів. Яскравість лазерного телевізійного зображення була настільки високою, що навіть пряме сонячне освітлення екрана не заважало спостереженню. Однією з причин, чому подібний лазерний телевізор не набув широкого вжитку, було руйнування електронним променем за 1–2 години поверхні кристала, яка виконувала в лазері функції дзеркала оптичного резонатора, а саме резонатор відіграє важливу роль у генерації лазерного випромінювання [67].

Альтернативою подібному лазерному телевізору став лазерний проектор, в якому червоний, синій та зелений пучки випромінювання лазерних діодів, промодульовані відеосигналом, спрямовуються на дзеркало та дзеркальний багатогранник, синхронне обертання яких дозволяє сформувати лазерне растрове зображення площею понад 100 м^2. Роздільна здатність та яскравість таких проекторів значно вищі, ніж у проекторів на основі рідкокристалічних дисплеїв та мікродзеркальних матриць.

Електролюмінесценція. Люмінесценцію, яка виникає в речовині під дією електричного поля, називають *електролюмінесценцією.* Досліджуючи напівпровідникові матеріали, придатні для кристалічних детекторів, О. Лосєв спостерігав у 1923 р. електролюмінесценцію кристалів, внесених в електричне поле.

То був час бурхливого розвитку радіотехніки і потрібні були детектори слабких радіосигналів (напівпровідникових діодів ще не було). Приклавши електричне поле до кристала карбіду кремнію SiC, Лосєв помітив слабке синє світіння. Пізніше вчені з'ясують: світилися природні *p–n*-переходи, утворені вкрапленими у кристал домішками. У 1927 р. Лосєв виявив, що карборунд в електричному полі генерує не тільки високочастотні коливання, але й світло («світіння Лосєва»). Явище генерації високочастотних коливань деякими напівпровідниковими кристалами Лосєв відкрив ще у 1922 р.; на цьому явищі він сконструював перший у світі гетеродинний радіоприймач, відомий під назвою «кристадин» [63].

Хемілюмінесценція. Люмінесцентне світіння, яке супроводжує екзотермічні хімічні реакції, називають *хемілюмінесценцією*. Інтенсивність хемілюмінесценції пропорційна швидкості хімічної реакції та *квантовій ефективності хемілюмінесценції*, яку визначають як відношення кількості люмінесцентних фотонів до кількості молекул – продуктів реакції.

Як приклад можна навести реакцію перекису водню з ефіром щавлевої кислоти, яка супроводжується досить яскравою люмінесценцією (квантова ефективність до 25 %). Подібні реакції використовують в аварійних джерелах світла, які «вмикаються» після змішування реагентів. Таке джерело здатне давати до 0,1 лм світлового потоку на 1 мл розчину.

Інший приклад – активне середовище одного з найбільш потужних джерел когерентного випромінювання – хімічного лазера [58].

У деяких газах унаслідок екзотермічної реакції заміщення типу

$$A + BC \rightarrow AB + C + \Delta\varepsilon$$

значна частина енергії $\Delta\varepsilon$, яка виділяється, йде на збудження коливальних рівнів молекул AB. Утворюється нерівноважний газ, який може стати активним середовищем лазера. Так, реакція між атомарним воднем та атомарним фтором

$$H + F \rightarrow HF + F + \Delta\varepsilon$$

приводить до виділення енергії $\Delta\varepsilon = 97{,}8$ ккал/моль, що дає змогу створити HF-лазери, які генерують у діапазоні $\lambda = 2{,}8–3{,}7$ мкм неперервне випромінювання потужністю декілька кіловат.

Біолюмінесценцією називають хемілюмінесцентне світіння мікроорганізмів, рослин, тварин, а також отриманих з них екстрактів, яке спостерігається у видимому, рідше – в ультрафіолетовому діапазонах.

Біолюмінесценція виникає внаслідок протікання ланцюгових окисних реакцій люциферину (ненасиченої органічної речовини), які протікають за участю окисного ферменту – люциферази [70].

І люциферин, і люциферазу виділяють з організмів, здатних до біолюмінесценції, наприклад, зі світних рачків *Cypridina*. Відомо близько 40 видів таких організмів: бактерії, джгутикові, радіолярії, медузи, молюски, черв'яки, комахи, ракоподібні, риби. Світяться також гриби і деякі вищі рослини у стадії росту.

У теплих морях (у Чорному морі – наприкінці літа) спостерігається красиве явище: уночі за кормою судна або за косяком риби залишається таємничий мерехтливий слід, який нагадує хвіст комети. То світяться міріади найпростіших джгутикових, найвідомішим представником яких є *Noctiluca mirialis*. Світіння моря, яскравість якого може сягати 0,1–0,3 кд/м^2, використовують для виявлення підводних

човнів і кораблів, для стеження за косяками риби, а також щоб знайти мілину та берегову лінію.

У 1923 р. радянський біолог Олександр Гурвіч відкрив *мітогенетичне випромінювання* – слабке ультрафіолетове випромінювання (λ = 190–325 нм) живих організмів, під дією якого в клітинах розпочинаються хімічні ланцюгові реакції і стимулюється поділ клітин (мітоз) [71]. Гурвіч заклав фундамент теорії біологічного поля, яке, на його думку, відповідає за узгодженість і спрямованість процесів розвитку та функціонування організму.

У 30-х роках XX ст. інший радянський біолог, Володимир Лєпьошкін, відкрив ультрафіолетове *випромінювання організмів*, *які швидко гинуть,* підданих впливу сильних хімічних агентів.

У 50-х роках XX ст. деякі дослідники зареєстрували *надслабке світіння живих організмів* у видимому діапазоні. Так, 1 г горохового коріння випромінює за 1 с приблизно 1000 фотонів (світловий потік 10^{-13} лм або потужність випромінювання 10^{-15} Вт). Для порівняння: 1 г біолюмінесцентних бактерій (10^{11} клітин) випромінює 10^{12} фотонів/с. Людське око, акомодоване до темряви, здатне побачити світловий потік у 10–15 фотонів/с [64].

Три згадані види надслабкої біолюмінесценції використовують для дослідження впливу середовища на зростання і розмноження живих організмів.

Радіолюмінесценція. Світіння, яке виникає у результаті дії на люмінофор ядерних частинок (α-частинок, електронів, протонів, нейтронів, γ-квантів та ін.), а також квантів рентгенівського випромінювання, називають *радіолюмінесценцією*. Такі високоенергетичні частинки іонізують атоми і молекули люмінофора, а носії заряду, які утворилися, розганяються до швидкості, достатньої для ударної іонізації, появи лавини вторинних електронів, і, як наслідок, значної концентрації збуджених атомів чи молекул. *Квантова ефективність радіолюмінесценції* – кількість люмінесцентних фотонів, яка припадає на одну поглинену частинку – може бути значно більшою за одиницю, хоча енергетичний вихід не перевищує 0,25 (кожен із проміжних процесів має ефективність, нижчу за 100 %).

Радіолюмінесценцію використовують у детекторах ядерних частинок – сцинтиляційних лічильниках. Сцинтиляторами служать неорганічні кристали NaJ та ZnS, органічні кристали антрацен та стільбен, пластмаси та рідини з відповідними домішками, а також інертні гази. Поглинаючи ядерну частинку, сцинтилятор дає короткотривалий (10^{-5}–10^{-9} с) спалах люмінесценції в ультрафіолетовій або синьо-зеленій ділянці спектра.

Спалах реєструється фотоелектронним помножувачем, який безпосередньо прилягає до сцинтилятора [14].

Триболюмінесценція. Світіння кристалічних речовин під час їх деформації і руйнуванні, яке виникає внаслідок електричних розрядів між наелектризованими через тертя мікрокристалами, називають *триболюмінесценцією.* Наприклад, якщо в темряві стукнути молотком по грудочці цукру, то можна спостерігати зелене світіння. Якщо кристал, до того ж, є люмінофором, то електричні розряди викликають появу катодо- та фотолюмінесценції.

Триболюмінесценцію застосовують для контролю впливу на металеві конструкції робочих навантажень, причому крихкі метали дають більш яскраві спалахи, ніж пластичні [14].

9.3. Підсилення, гасіння та затухання люмінесценції

Висвічування люмінофорів. Під дією деяких факторів можна прискорити віддачу люмінофором світлової енергії. Збільшення інтенсивності люмінесценції під час охолодження люмінофора називають *термовисвічуванням люмінофора*. Криву термовисвічування люмінофора ZnS:Cu, з якої видно, що за $T = 220$ К інтенсивність люмінесценції зростає у порівнянні з кімнатною температурою ($T = 293$ К) приблизно у два рази, показано на рис. 9.7. Наявність на цій кривій декількох максимумів свідчить про те, що пастки, які захоплюють носії заряду, мають декілька глибин залягання у забороненій зоні. Електрон, який звільнився від пастки, може або рекомбінувати з іонізованим центром люмінесценції (з випусканням фотона), або знову бути захопленим пасткою.

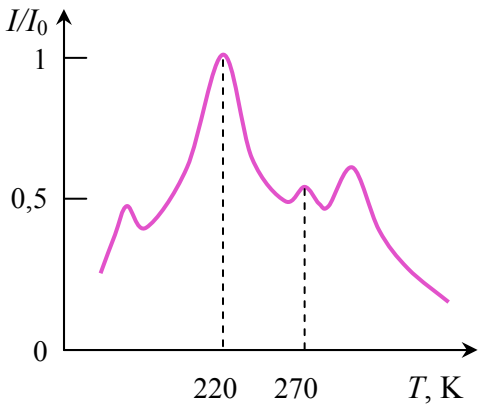

Рис. 9.7. Крива термовисвічування люмінофора ZnS:Cu

Оптичне висвічування люмінофора спостерігається, якщо на збуджений люмінофор подіяти випромінюванням з більшою довжиною хвилі, ніж довжина хвилі збудження, і досить часто – більшою за довжину хвилі люмінесценції. При цьому поглинуте світло звільняє більшість

електронів з пасток метастабільного рівня, переводить їх на рівні випромінювання центрів люмінесценції, переходи з яких на основний рівень супроводжуються спалахом люмінесценції (вимушена метастабільна люмінесценція). Динаміку цього виду люмінесценції було розглянуто на рис. 9.3.

Оптичне висвічування може бути частковим, якщо оптичний імпульс, який звільняє електрони, досить короткий. Це явище використовують для перетворення інфрачервоного випромінювання у видиме.

Електричне висвічування люмінофора (ефект Гуддена–Поля) – це спалах люмінесценції під дією прикладеного до люмінофора електричного поля [8].

Затухання люмінесценції (резонансної та спонтанної) за малої концентрації збуджених атомів (молекул) і малої інтенсивності збудження відбувається за експоненціальним законом:

$$I(t) = I_0 \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right),$$

де I_0 – початкова інтенсивність люмінесцентного випромінювання; τ – час життя атома (молекули) у збудженому стані [7].

Приклад 9.1. Електролюмінесцентна панель має рівномірну яскравість порошкового випромінювача, B = 100 кд/м^2, з максимумом випромінювання на довжині хвилі λ = 650 нм. До панелі притискується фотопластинка й експонується певний час. Яку додаткову експозицію отримує фотопластинка після вимкнення панелі, якщо затухання люмінесценції відбувається за експоненціальним законом із сталою часу τ = 0,1 с? Відбиттям світла знехтувати.

Динаміку зміни освітленості фотопластинки після вимкнення панелі можна подати формулою

$$E(t) = \frac{\Phi(t)}{A} = \frac{BA\Omega \exp(-t/\tau)}{A} = B\Omega \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \qquad (9.1)$$

Плоска панель з порошковим люмінофором є ламбертовим випромінювачем, яскравість якого не залежить від кута спостереження в межах тілесного кута $\Omega = 2\pi$. Нехтуючи відбиттям світла від фотопластинки і вважаючи, що весь світловий потік від панелі потрапляє у світлочутливий шар фотопластинки, маємо

$$E(t) = 2\pi B \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right).$$

Додаткова експозиція, отримана фотопластинкою під час затухання люмінесценції,

$$H_V = 2\pi B \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) dt = 2\pi B\tau.$$

Підставляючи дані, отримаємо $H_V = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 100 \cdot 0{,}1 = 62{,}8$ лк·с. Для переведення світлової експозиції H_V в енергетичну експозицію H_e скористаймося формулою

$$H_e = \frac{H_V}{683 k_\lambda}.$$

Для світла з довжиною хвилі $\lambda = 650$ нм коефіцієнт видності $k_\lambda = 0{,}107$, отже, енергетична експозиція $H_e = 62{,}8/683 \cdot 0{,}107 \approx 0{,}86$ Дж/м^2.

Підвищення температури спричиняє *температурне гасіння люмінесценції*, причому інтенсивність люмінесценції спадає із зростанням температури за формулою

$$I(T) = \frac{I_0}{1 + b_I \exp(-E_{act} / kT)},$$

де I_0 – інтенсивність люмінесценції за $T = 0$; b_I – коефіцієнт, який залежить від інтенсивності збудження; E_{act} – енергія активації гасіння (для рекомбінаційної люмінесценції – це енергія, яка потрібна для переходу валентного електрона на рівень домішки-активатора). Охолодження люмінофора приводить до явища термовисвічування. Крива термовисвічування (рис. 9.1) підказує, що формулу (9.1) можна розглядати тільки як тенденцію, яка в кожному окремому випадку залежить від конкуруючих факторів.

Підвищення концентрації активатора понад оптимальне значення викликає *концентраційне гасіння люмінесценції*. Наприклад, для фотолюмінофора ZnS:Cu оптимальним є додавання 10^{-5} г міді на 1 г сульфіду цинку.

Домішки, які не є активаторами, можуть викликати *домішкове гасіння люмінесценції.*

Основним механізмом будь-якого виду гасіння люмінесценції є збільшення ймовірності невипромінювальних переходів, яка зумовлена природою люмінофора, його фазовим станом, а також зовнішніми умовами [7; 14].

9.4. Основні параметри люмінофорів

Спектральний діапазон люмінесценції. Люмінесценцію спостерігають і використовують переважно у видимому діапазоні, рідше – в ультрафіолетовому та інфрачервоному діапазонах, і зовсім рідко – в рентгенівському.

Спектральний діапазон збудження люмінесценції. Згідно з правилом Стокса, довжина хвилі збудження фотолюмінофора має бути коротшою за довжину хвилі люмінесценції, причому короткохвильової межі спектрального діапазону збудження фотолюмінесценції не існує. Довгохвильову («червону») межу можна подолати за рахунок багатофотонного поглинання, як це спостерігається за антистоксової люмінесценції. Носіями енергії збудження можуть бути не тільки фотони, але й інші елементарні частинки, а також іони.

Ширина спектра люмінесценції найменша в одноатомних газів, розріджених до тиску $p < 10^{-3}$ мм рт. ст. У таких газів слабка взаємодія між атомами дозволяє вважати їх ізольованими. Спектральна лінія випромінювання (поглинання) подібного газу може мати ширину 10^{-4} нм, але здебільшого вона становить 10^{-2}–10^{-3} нм (ширина ліній зумовлена ефектом Доплера, оскільки атоми не тільки світяться, але й рухаються). Збільшення тиску розширює спектральну лінію, бо зменшується час життя атома у збудженому стані (цей час обернено пропорційний ширині лінії).

Цікаво, що іони неодиму Nd^{3+}, активатора, який домішують до скла чи кристала, дають спектральні лінії, близькі за шириною до ліній ізольованих атомів. Пояснення цьому явищу таке: в атомів рідкісноземельних елементів, до яких належить і Nd, оптичний електрон перебуває не в периферійній групі електронів, як у більшості атомів, а у внутрішній групі. Внутрішнє положення енергетичних рівнів, між якими електрон здійснює оптичний перехід (з поглинанням або випусканням фотона), захищає їх від внутрішнього електричного поля твердого тіла, яке розщеплює рівні (ефект Штарка) і, таким чином, розширює спектральну лінію. Цю властивість атомів Nd застосовують в активних елементах твердотільних лазерів.

Квантова ефективність люмінесценції (стара назва – квантовий

вихід) – це відношення кількості люмінесцентних фотонів до кількості збуджуючих частинок, визначене за незмінних умов для всього об'єму люмінофора. Для фотолюмінесценції квантова ефективність може наближатися до 1, для більшості інших видів люмінесценції – не перевищує 0,25. Лише радіолюмінесценція може мати квантову ефективність, значно більшу за 1 [14].

Цей параметр є *внутрішньою квантовою ефективністю* і стосується люмінесцентних фотонів, які з'явилися всередині люмінофора. В люмінесцентних приладах більш важливою є *зовнішня квантова ефективність* – відношення кількості люмінесцентних фотонів, які потрапили з люмінофора у вихідний світловий потік, до кількості збуджувальних частинок, визначене за незмінних умов для всього об'єму люмінофора.

Енергетичний вихід люмінесценції – це відношення інтенсивності люмінесцентного випромінювання до інтенсивності збудження, виміряних за незмінних умов для всього об'єму люмінофора. Також слід розрізняти внутрішній і зовнішній вихід енергії люмінесцентного випромінювання.

Час післясвітіння – це проміжок часу після припинення збудження люмінофора, за який інтенсивність люмінесценції спадає в $e \approx 2{,}72$ разу. Цей параметр досить важливий для кінескопів, осцилографічних трубок, електронно-оптичних перетворювачів зображення, сцинтиляційних лічильників, світлодіодів та усіх типів лазерів. Фактично він визначає швидкодію більшості таких приладів.

Яскравість люмінесценції – це сила світла, яке випромінюється з одиничної площі поверхні люмінофора перпендикулярно до поверхні. Як і для будь-яких інших джерел світла, одиницею виміру яскравості є 1 кд/м^2. Це визначення стосується видимої люмінесценції. Аналогічно можна визначати *енергетичну яскравість люмінесценції* як потужність випромінювання, яку дає одинична площа поверхні люмінофора в одиничний тілесний кут. Одиницею виміру енергетичної яскравості є 1 Вт/(ср·м^2).

9.5. Застосування люмінесценції

Розгляньмо, де ще застосовують «холодне» світіння, окрім тих випадків, що були вже згадані.

Ртутні люмінесцентні лампи. У звичайних люмінесцентних лампах люмінофору, нанесеному на внутрішню поверхню скляної трубки, відводиться роль перетворювача енергії ультрафіолетового випромінювання, яке виникає внаслідок збудження електричним розрядом резонансної люмінесценції парів ртуті (тиск 10^{-2} мм рт. ст.). Аргон (тиск 4 мм рт. ст.), який міститься у трубці, не світиться, а тільки сприяє збудженню парів ртуті і захищає електроди від руйнування [7; 8].

Суміш кристалофосфорів – вольфрамату магнію з блакитним світінням і цинк-берилій силікату з оранжевим – перетворює ультрафіолетове випромінювання парів ртуті з довжиною хвиль 185 і 254 нм у біле світло. Світловіддача таких ламп становить 40–50 лм/Вт; це у 3–4 рази більше, ніж у ламп розжарювання, що і зумовлює їх економічність. Недолік – потрібний тиск парів ртуті забезпечується у результаті розігрівання стінок трубки до 313 К, що утруднює запалювання ламп за температури, нижчої від кімнатної; ось чому їх використовують тільки у приміщеннях.

Неонові люмінесцентні лампи. На відміну від ртутних ламп, в неонових (безртутних) запалюється не жевріючий, а більш потужний дуговий розряд. Видиме випромінювання дає і позитивний стовп розряду в неоні, і люмінесцентне покриття лампи, наприклад, Y_2O_3: Eu (окис ітрію з домішкою європію). Світловіддача такої лампи 25 лм/Вт. Лампа може працювати навіть у разі зниження температури до 233 К. Такі лампи використовують, наприклад, в аеродромних маяках.

Контроль продуктів харчування. Люмінесцентний контроль продуктів харчування ґрунтується на ультрафіолетовому опроміненні останніх і спостереженні спектрів видимої люмінесценції, характерних для свіжих та несвіжих продуктів, а також сторонніх домішок (рис. 9.8) [64].

Інтенсивність власної люмінесценції молока дозволяє швидко визначити вміст у ньому білка. Свіже молоко в ультрафіолетових променях дає зелену або жовтокоричневу люмінесценцію. Наявність блідо-жовтого світіння свідчить про захворювання корови. Антибіотики, які потрапляють у молоко під час лікування корів, можна виявити за світінням флуоресцеїну – контрольного барвника, домішаного до антибіотиків.

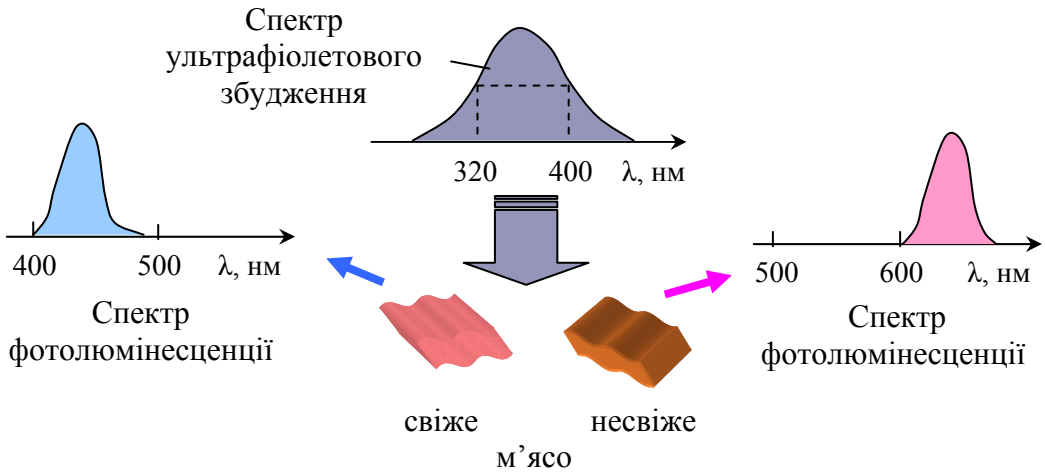

Рис. 9.8. Спектри фотолюмінесценції під час люмінесцентного аналізу свіжості м'яса. Кулінарна обробка майже не впливає на вид спектра

Люмінесцентний аналіз дозволяє досить просто виявити домішки маргарину в коров'ячому маслі. Забруднення тваринних і рослинних масел мінеральними маслами виявляється за характерним світінням.

Свіжі курячі яйця дають червону люмінесценцію, несвіжі – блакитну.

Свіжа риба майже не має люмінесценції, а на ранній стадії псування набуває блакитного світіння, на пізній – жовтого та червоного. Замороження продукту не впливає на результат контролю.

М'язеві тканини свіжого м'яса не дають люмінесценції, а з'єднувальним тканинам притаманне світло-блакитне світіння. Поява червоної люмінесценції, різнобарвних люмінесцентних плям на поверхні м`яса свідчить про його непридатність до вживання.

Аналогічно можна контролювати інші продукти.

Імунолюмінесценція – метод люмінесцентних антитіл, який полягає у домішуванні до продукту люмінесцентної сироватки, що дозволяє виявити у м'ясі та м'ясних продуктах бактерії сальмонели – збудників черевного тифу, паратифів та сальмонельозів. Цим методом можна виявити бактерії дизентерії у молоці.

Контроль питної води. Ультрафіолетове (320–400 нм) опромінення чистої води дає слабке темно-фіолетове світіння. Забруднення води органічними речовинами можна виявити за інтенсивною люмінесценцією з характерним для цього забруднювача спектром.

Контроль атмосферного повітря. Вихлопні гази автомобілів – основний забруднювач повітря у великих містах. Серед 160 органічних сполук, наявних у відпрацьованих газах, 20 сполук мають канцерогенну дію, й особливо небезпечний серед них – 3,4-бензпірен. Гранично допустима концент-

рація цієї сполуки у повітрі населених пунктів становить 10^{-9} г/м^3. Ця речовина має спектр люмінесценції з максимумом близько 548 нм. Заповзяті курці вдихають 3,4-бензпірен із сигаретним димом, причому у концентраціях, у сотні разів більших за припустиму (1 мкг на 10 пачок сигарет), чим наражають себе на небезпеку захворіти на рак легенів.

Люмінесцентні pH-індикатори. Для визначення кислотності забарвленої рідини (наприклад, вина) до неї додають люмінесцентні барвники, зокрема акридин або флуоресцеїн. У першому випадку зміна pH від 6,6 до 4,8 (збільшення кислотності) зсуває максимум спектра люмінесценції з 440 до 490 нм (з фіолетової у синьо-зелену область). Флуоресцеїн, зберігаючи зелене світіння з максимумом 525 нм, різко підвищує його інтенсивність із зростанням pH.

Розвідування нафти. Якщо у ґрунті, взятому із свердловини, міститься найменша домішка нафти, то її можна виявити за характерною флуоресценцією. Наявність у ґрунті слідів нафти свідчить про близькість нафтоносного шару [7].

Люмінесцентне вимірювання високих температур. Вимірювання температур у діапазоні 10^3–10^4 К потрібні в автомобільній промисловості (контроль температури керамічних двигунів), авіа- та ракетобудуванні (контроль температури реактивних двигунів, обшивки літаків та ракет) та деяких інших галузях науки і техніки. Є лише два неконтактні методи вимірювання високих температур: пірометричний та люмінесцентний. У пірометричному методі для вимірювання температури використовується власне теплове випромінювання нагрітого тіла. У люмінесцентному методі це тіло покривають люмінофорною плівкою та опромінюють ультрафіолетовим випромінюванням; при цьому температуру тіла визначають за зміщенням максимуму спектра люмінесценції нагрітої плівки.

Люмінесцентна дефектоскопія. Для виявлення поверхневих дефектів деталей з кольорових металів, сплавів, пластмас, кераміки та інших матеріалів на поверхню наносять люмінесцентну рідину, наприклад, суміш 50 % гасу, 25 % бензину, 25 % світлого мінерального масла і 0,03 % люмінесцентного барвника – дефектоля зелено-золотистого. Для підсилення світіння додають порошки, які добре адсорбують цей розчин – тальк, силікагель або окис магнію. Розчин заповнює непомітні оку тріщини, пори, подряпини на поверхні деталі, різні дефекти, після чого йо-

го надлишок стирають з поверхні. Освітлення ультрафіолетовим випромінюванням контрастно висвічує найдрібніші поверхневі дефекти деталі [14].

Люмінесцентна мікроскопія. Оптичний мікроскоп не дозволяє за звичайного освітлення побачити об'єкти, менші від 0,2 мкм. Якщо за допомогою люмінесцентного барвника зробити так, щоб ці об'єкти (бактерії, деякі віруси) почали світитися, то на темному фоні їх стає добре видно. Можна провести аналогію із зірками на темному небі: кутові розміри зірок перебувають поза межею кутової роздільної здатності людського ока, і можна бачити фактично не зірки, а тільки їх випромінювання. Інший приклад – це частинки пилу, які плавають в повітрі і які видно тільки за бокового освітлення. Розміри таких пилинок не виходять за межі 0,1–10 мкм і дифракція світла на них перетворює їх у точкові джерела вторинного (розсіяного) випромінювання.

На цьому принципі побудовано люмінесцентний мікроскоп, який дозволяє спостерігати не тільки бактерії, але й деякі віруси, менші за 0,2 мкм [14; 69].

Приклад 9.2. Ізольований атом Na опромінюється лазерним випромінюванням з $\lambda = 589$ нм і переходить у збуджений стан, де перебуває протягом часу $\tau = 10^{-8}$ с, після чого повертається в основний стан. Інтенсивність лазерного випромінювання настільки висока, що через час τ атом знову повертається у збуджений стан і т. д. Якою має бути потужність такого одноатомного люмінесцентного випромінювача, щоб людина, здатна зареєструвати мінімальний спектральний потік фотонів, $N_{\lambda\min} = 15$ фотонів/с, могла побачити цей атом неозброєним оком? Відстань між оком людини та атомом $L = 1$ м, а діаметр зіниці ока $r = 8$ мм.

На довжині хвилі лазерного випромінювання мінімальний виявлюваний потік випромінювання для ока

$$P_{\lambda\min} = \left(\frac{hc}{\lambda}\right) N_{\lambda\min},$$

а після підставляння даних

$$P_{\lambda\min} = \left(\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{589\cdot 10^{-9}}\right) 15 \approx 1{,}7\cdot 10^{-18}\ \text{Вт}.$$

Для того, щоб такий потік потрапив в око, одноатомний випромінювач, який випускає фотони рівномірно у всіх напрямках, повинен мати у стільки разів більшу потужність, у скільки разів площа сфери радіусом L більша за площу зіниці ока, тобто потужність випромінювання атома

$$P_A = \frac{4L^2}{r^2} P_{\lambda\min},$$

звідки маємо

$$P_A = \left[\frac{4\cdot 1^2}{(4\cdot 10^{-3})^2}\right]\cdot 1,7\cdot 10^{-18} = 4,2\cdot 10^{-13} \text{ Вт.}$$

Якщо атом випускає фотони з енергією hc/λ через інтервал 2τ, то середня потужність його випромінювання

$$P'_A = \frac{hc}{2\lambda\tau} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{2\cdot 589\cdot 10^{-9}\cdot 10^{-8}} \approx 1,7\cdot 10^{-11} \text{ Вт.}$$

Отже, у принципі побачити атом неозброєним оком за рахунок резонансної люмінесценції можна, але треба врахувати передавання атому імпульсу від фотонів збудження, які «бомбардують» його з одного боку і створюють певне прискорення атома. До того ж, атом не є точковим джерелом випромінювання у повному розумінні цього слова, оскільки він не випромінює рівномірно у всі боки.

Приклад 9.3. Знайти швидкість, набуту нерухомим атомом Na, якщо його освітлювати протягом часу $\tau = 1$ с лазерним випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 589$ нм та середньою потужністю $P = 4{,}2\cdot 10^{-13}$ Вт. Молярна маса натрію $M_{\text{Na}} = 23$ г, стала Авогадро $N_{\text{A}} = 6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Маса атома Na $m_{\text{Na}} = M_{\text{Na}}/N_{\text{A}} = 23/6{,}02\cdot 10^{23} \approx 3{,}8\cdot 10^{-23}$ г. У лазерному імпульсі з енергією $W = P\tau$ міститься N_λ фотонів монохроматичного випромінювання з довжиною хвилі λ, причому

$$N_\lambda = \frac{W\lambda}{hc} = \frac{P\tau\lambda}{hc}.$$

Імпульс, який передають атому фотони, дорівнює $(h/\lambda)N_\lambda$, і, згідно із законом збереження імпульсу $m_{\text{Na}}V = (h/\lambda)N_\lambda$, швидкість атома після опромінення

$$V = \frac{hN_\lambda}{\lambda m_{Na}} = \frac{P\tau}{m_{Na}c}$$

або після підстановки даних

$$V = \frac{4,2\cdot 10^{-13}\cdot 1}{3,8\cdot 10^{-26}\cdot 3\cdot 10^8} \approx 3,7\cdot 10^4 \text{ м/с.}$$

Для знаходження швидкості атома зроблено припущення, що передача імпульсу фотонів атому здійснювалося коротким оптичним імпульсом, під час якого атом не встиг вийти із зони опромінення.

Діагностика онкологічних захворювань. Ракові клітини інтенсивніше за здорові адсорбують люмінесцентні барвники. Як наслідок, такі

клітини дають більш яскраву люмінесценцію під час ультрафіолетового опромінення, до того ж спектр їх люмінесценції зсунутий у бік довжин хвиль червоного випромінювання. Під час видалення ракової тканини легень хворий за 3–4 години до операції приймає до 1 г флуоресцеїну – нешкідливого барвника. У процесі операції ультрафіолетова лампа дозволяє побачити чітку межу між пухлиною з жовто-коричневою люмінесценцією і здоровою тканиною із сіро-блакитним світінням [69].

Контрольні запитання і задачі

1. Чим відрізняється люмінесцентне випромінювання від теплового?

2. Наведіть приклади люмінесценції у твердих, рідких та газоподібних речовинах.

3. Які є види люмінофорів?

4. Назвіть методи збудження речовини, які викликають люмінесценцію.

5. Поясніть механізм резонансної люмінесценції.

6. Наведіть приклади застосування резонансної люмінесценції.

7. Який механізм спонтанної люмінесценції?

8. В яких речовинах спостерігається спонтанна люмінесценція?

9. Яку люмінесценцію називають екситонною?

10. За яких умов спостерігається метастабільна люмінесценція?

11. Поясніть механізм рекомбінаційної люмінесценції.

12. Що таке центр люмінесценції?

13. Коли спостерігається власна, а коли домішкова люмінесценція?

14. Сформулюйте правило Стокса.

15. Поясніть механізм антистоксової люмінесценції.

16. Наведіть приклади застосування електролюмінесценції.

17. Як застосовують катодолюмінесценцію?

18. Які люмінофори використовують у кольорових кінескопах?

19. Поясніть механізм хемілюмінесценції.

20. Де використовують радіолюмінесценцію?

21. Які механізми висвічування люмінофорів?

22. Коли спостерігається гасіння люмінесценції?

23. Дайте визначення основним параметрам люмінофора.

24. Наведіть приклади застосування люмінофорів у медицині.

Рекомендована література: [1]; [7]; [8]; [14]; [58]; [62]; [63]; [64]; [65]; [66]; [67]; [68]; [69]; [70]; [71].

Глава 10

ЕЛЕКТРОЛЮМІНЕСЦЕНТНІ ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ

Немає кращого методу повідомити розуму знання, аніж метод подання їх у найрізноманітніших формах. Коли ідеї, що проникли в розум різними шляхами, об'єднуються у фортеці розуму, зайнята ними позиція стає неприступною.

Джеймс Максвел, англійський фізик

10.1. Електролюмінесценція напівпровідників

Історичні відомості. У газах явище електролюмінесценції спостерігалося з давніх-давен (різні види електричного газового розряду – блискавка, вогні святого Ельма, полярне сяйво). Електролюмінесценцію твердого тіла першим спостерігав у 1858 р. німецький фізик Ю. Плюккер, який 1859 р. відкрив катодні промені. У 1897 р. німецький фізик Карл Браун сконструював перший осцилограф на електронно-променевій (катодній) трубці. Саме Браун у 1874 р. виявив випрямну дію контакту метал–напівпровідник і отримав у 1899 р. патент на кристалічний детекторний випрямляч. Він суттєво удосконалив радіопередавач італійського винахідника Гульєльмо Марконі, що дозволило останньому в 1901 р. передати через Атлантичний океан кодом Морзе першу радіограму. За видатний внесок у створення безпровідної телеграфії Браун та Марконі були удостоєні у 1909 р. Нобелівської премії [1; 72].

У 1907 р. російський фізик та винахідник Борис Розінг запатентував спосіб електричної передачі зображень на відстань, яким закладався фундамент електронної системи телебачення. Використані ним фотоелемент для передавання зображення та електронно-променева трубка з люмінесцентним екраном – приймачем зображення дозволили уже в 1911 р. передати телевізійне зображення у запропонованій Розінгом електронній системі телебачення. Розінг першим використав електронний промінь для розгортки зображення [62].

До електронної розгортки використовували електромеханічну розгортку зображення диском Ніпкова, запропоновану 1884 р. німецьким інженером Паулем Ніпковим.

Розвиток електроніки як науки фактично почався зі створення у 1901 р. англійським фізиком Оуеном Річардсоном першої електронної лампи (Нобелівська премія 1928 р. «За дослідження явищ термоемісії і передусім за відкриття закону, який носить його ім'я»). Бурхливий розвиток низьковольтної напівпровідникової електроніки почався після винаходу 1948 р. транзистора (американські фізики Вільям Шоклі, Джон Бардін та Уолтер Браттейн отримали Нобелівську премію 1956 р. «За дослідження напівпровідників та відкриття транзисторного ефекту»). Постало питання про створення низьковольтних твердотільних джерел світла, які можна було б використовувати для візуального відображення інформації, наприклад, індикації стану транзисторних пристроїв, генерації знаків та телевізійних зображень. Однією з причин швидкого переходу від вакуумної електроніки до твердотільної було запровадження у США податку на об'єм вакууму в електронних приладах, що спонукало виробників електронної апаратури спочатку до мініатюризації електронних приладів, а потім і до розроблення твердотільних аналогів підсилювальних, генераторних та індикаторних ламп [72].

У 1907 р. англійський дослідник Генрі Раунд повідомив про світіння карборунду (кристала карбіду кремнію SiC) під час прикладання напруги між двома точками його поверхні. Дослідження радянським ученим О. Лосєвим (1923 р.) світіння, яке виникало у карборундному кристалі контактного детектора, започаткувало вивчення можливості створення напівпровідникових джерел світла. У 1936 р. французький фізик Жорж Дестріо відкрив явище передпробійної електролюмінесценції у порошку сульфіду цинку ZnS, легованому різними домішками [63; 66].

Види електролюмінесценції. *Електролюмінесценцією* називають оптичне нетеплове випромінювання, яке триває деякий час після відключення електричного поля. Електричне поле прискорює заряджені частинки, наявні в речовині, і після відключення поля частинки втрачають свою енергію поступово, передаючи її атомам, молекулам, іонам та електронам. Збуджені атоми, молекули та іони, повертаючись в основний стан, випускають фотони люмінесцентного випромінювання. Очевидно, що під таке визначення електролюмінесценції підпадає і світіння електричного розряду в газах.

У напівпровідниках спостерігається декілька видів електролюмінесценції, а саме [65; 66]:

- *інжекційна електролюмінесценція* за прямого зміщення *p–n*-переходу ($U > 0$), і, як наслідок, за інжекції електронів у базу та їх випромінювальної рекомбінації з дірками;
- *передпробійна електролюмінесценція* за зворотного зміщення

p–n-переходу ($U < 0$) і випромінювальної рекомбінації електронів та дірок, що з'явилися внаслідок електричного (оборотного) пробою, який передує тепловому (необоротному) пробою;

• електролюмінесценція за інжекції дірок у люмінофор з металу бар'єром Шоткі (переходом метал–напівпровідник за $U > 0$);

• електролюмінесценція у разі інжекції дірок у люмінофор структурою метал–діелектрик–напівпровідник (МДН-структурою) за $U > 0$;

• передпробійна електролюмінесценція в люмінофорі, до якого прикладене сильне електричне поле, що викликає зустрічну інжекцію електронів і дірок з електродів у люмінофор;

• електролюмінесценція за інжекції в матеріал «гарячих» електронів, переходи яких на нижні рівні зони провідності супроводжуються випромінюванням;

• електролюмінесценція *електричного домену Ганна* у напівпровіднику, до якого прикладене сильне електричне поле ($U = \text{const}$); домен Ганна – це згусток електронів, який за певних умов утворюється в кристалі поблизу катода і завдяки взаємодії поля просторового заряду з прикладеним полем самоорганізується у стійку просторову структуру з таким градієнтом концентрації електронів, який викликає рух цього згустку вздовж поля зі звуковою швидкістю.

Найважливіші тільки інжекційний та передпробійний види електролюмінесценції, причому застосовують у джерелах випромінювання переважно інжекційну електролюмінесценцію як більш ефективну.

10.2. Міжзонне рекомбінаційне випромінювання

У разі зустрічі вільного електрона та вільної дірки відбувається рекомбінація носіїв з передаванням енергії фотону або кристалічній решітці. Енергія, яка вивільняється внаслідок рекомбінації, дорівнює різниці енергій електрона та дірки. Розгляньмо, як цей процес перебігає у найпоширенішому випадку *міжзонної рекомбінації* – рекомбінації електронів зони провідності з дірками валентної зони.

У бездомішковому напівпровіднику дозволені енергетичні рівні є тільки у зоні провідності, з розподілом щільності станів за енергіями

$$S_c(E) = 4\pi\left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2}(E - E_c)^{1/2}, \qquad (10.1)$$

та у валентній зоні з розподілом

$$S_v(E) = 4\pi\left(\frac{3m_h^*}{h^2}\right)^{3/2}(E_v - E)^{1/2},$$

де m_e^*, m_h^* – ефективні маси електрона та дірки, які, наприклад, у GaAs відносно маси спокою електрона становлять $m_e^*/m_e = 0,07$ та $m_h^*/m_e = 0,5$; E_c, E_V – енергетичні рівні, які відповідають «дну» зони провідності та «стелі» валентної зони. Оскільки на одному енергетичному рівні згідно з принципом Паулі можуть перебувати тільки два електрони, причому з протилежними спінами, то щільність рівнів виявляється удвічі меншою за щільність станів.

Імовірність заповнення електроном або діркою енергетичного рівня E визначається розподілом імовірностей за енергіями – статистикою Фермі–Дірака для ферміонів (частинок або квазічастинок з півцілим спіном, до яких, зокрема, належать електрони та дірки), причому для електронів ця статистика виглядає як

$$p(E) = \frac{1}{1 + \exp\left[\left(E - E_F\right)/kT\right]}, \qquad (10.2)$$

а для дірок – як

$$p(E) = \frac{1}{1 + \exp\left[\left(E_F - E\right)/kT\right]},$$

де E_F – енергія рівня Фермі. Для $T = 0$ *рівень Фермі* – це найвищий енергетичний рівень, на якому ще може перебувати частинка, якщо $T > 0$ – рівень, ймовірність знайти частинку на якому дорівнює 0,5. У бездомішковому напівпровіднику рівень Фермі припадає на середину забороненої зони і є спільним для електронів та дірок.

Приклад 10.1. Знайти розподіл концентрації електронів за енергіями у зоні провідності бездомішкового напівпровідника.

Концентрацію електронів $dn(E)$, які мають у зоні провідності енергію в діапазоні від E до $E + dE$, можна знайти як добуток імовірності знайти електрон на енергетичному рівні E на локальну щільність станів навколо E. Тоді згідно з формулами (10.1) та (10.2) розподіл концентрації виглядає як

$$\frac{dn(E)}{dE} = p(E)S_c(E) = \frac{4\pi(2m_e^*/h^2)^{3/2}(E-E_c)^{1/2}}{1+\exp\left[\left(E-E_F\right)/kT\right]} = \\ = \frac{4\pi(2m_e^*/h^2)^{3/2}(E-E_c)^{1/2}}{1+\exp\left[\left(E-E_c+E_g/2\right)/kT\right]}. \tag{10.3}$$

У формулі (10.3) враховано, що рівень Фермі у бездомішковому напівпровіднику лежить нижче дна зони провідності на половину ширини забороненої зони, тобто на $E_g/2$.

Інжекційна електролюмінесценція. Проаналізуймо фізичні явища, які відбуваються під час контакту напівпровідників з різним типом провідності, щоб зрозуміти, за яких умов діод стає випромінювачем квазімонохроматичного світла [65; 66; 73; 74].

У донорному (електронному) напівпровіднику домішкові атоми (донори) утворюють у верхній частині забороненої зони смугу дозволених енергетичних рівнів, під якою перебуває рівень Фермі. Чим вища концентрація донорної домішки, тим більше вільних електронів перебуває в зоні провідності й тим вище піднімається рівень Фермі. У сильнолегованого донорного напівпровідника (виродженого за електронами) смуга донорних рівнів зливається із зоною провідності й рівень Фермі, який стає фактично рівнем Фермі для електронів, може заходити в зону провідності.

Аналогічні процеси відбуваються й у виродженому акцепторному напівпровіднику. Оскільки енергія дірки тим більша, чим нижче у валентній зоні розміщений її енергетичний рівень, то виродження напівпровідника за дірками означає можливість заходу рівня Фермі для дірок у валентну зону.

Термодинамічна рівновага, яка настає між носіями заряду під час контакту електронного та діркового напівпровідників, установлює єдиний рівень Фермі по обидва боки p–n-переходу. Це спричиняє викривлення стелі валентної зони і дна зони провідності, що приводить до утворення потенціального бар'єра (рис. 10.1, *а*).

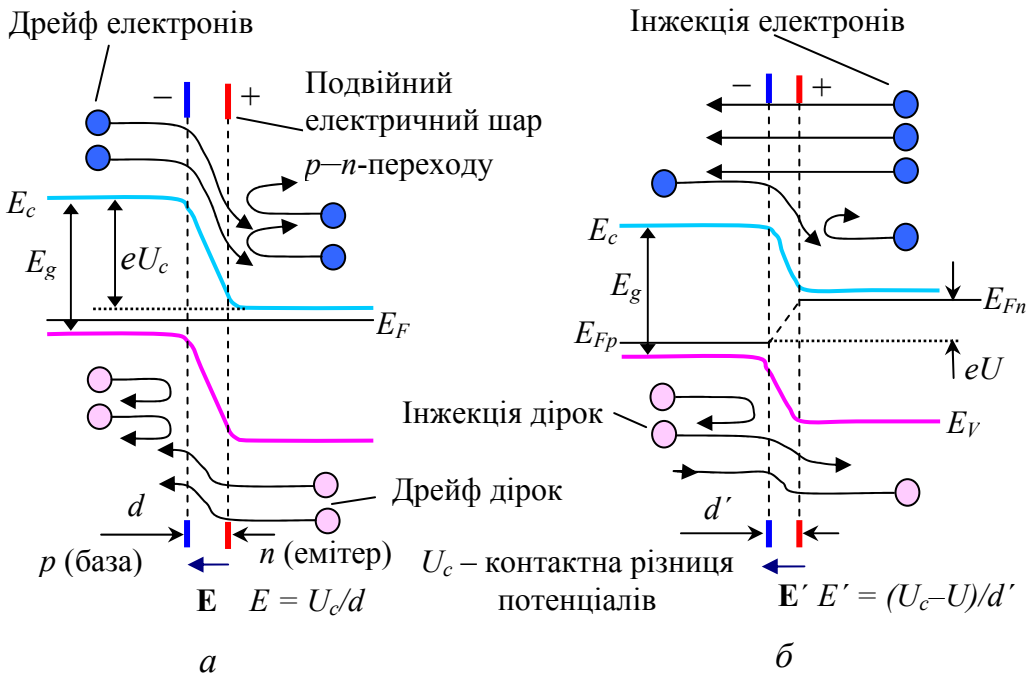

Рис. 10.1. Енергетичні діаграми *p–n*-переходу за $U = 0$ (*а*) та $U > 0$ (*б*)

Якщо на *p–n*-переході $U = 0$, то в дірковому напівпровіднику: а) дірки дифундують до переходу, але затримуються полем потенціального бар'єра (полем подвійного електричного шару електронів та дірок, які розмістилися по обидва боки збідненої носіями області *p–n*-переходу); б) електрони, які наблизились до переходу, прискорюються полем потенціального бар'єра і викидаються в електронний напівпровідник (дрейфовий струм електронів). В електронному напівпровіднику: а) електрони дифундують до переходу, але затримуються полем потенціального бар'єра перед переходом; б) дірки, які наблизились до переходу, прискорюються його полем і потрапляють у дірковий напівпровідник (дрейфовий струм дірок).

У разі прямого зміщення *p–n*-переходу ($U > 0$) потенціальний бар'єр знижується (рис. 10.1, *б*), бо поле джерела живлення протилежне за напрямком полю подвійного електричного шару, причому напруга U майже повністю прикладається до збідненого шару напівпровідника, оскільки його опір значно більший за внутрішні опори емітера та бази. До руху носіїв заряду додаються дифузійний струм дірок з діркового напівпровідника в електронний (інжекція дірок в емітер) та дифузійний струм електронів з електронного напівпровідника в дірковий (інжекція електронів у базу). Робочим є тільки останній струм, а всі інші – паразитними.

Для того щоб у *p–n*-переході переважав один вид інжекції, емітер сильніше легують, ніж базу.

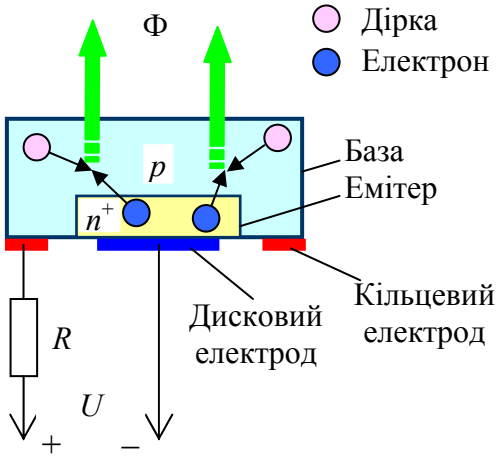

Рис. 10.2. Схема світлодіода на p–n^+-переході

Інжекційний світлодіод на p–n^+-переході та схему його включення зображено на рис. 10.2. Область емітера сильно легована донорною домішкою й у разі прямого включення переходу відбувається інжекція в базу електронів. Інжектовані електрони рекомбінують з дірками, на які багата база, і частина актів рекомбінації супроводжується появою фотонів.

Пряме зміщення, прикладене до переходу, викликає не тільки інжекційний струм електронів у базу J_n, але й появу паразитних струмів – зустрічного діркового струму в емітер J_p (тим меншого, чим сильніше легований емітер порівняно з базою), струму невипромінювальної рекомбінації в області переходу J_{rec}, тунельного струму J_{tun}, зумовленого «просочуванням» носіїв заряду крізь потенціальний бар'єр (тим більший, чим вужчий перехід, чим сильніше легована база, чим вище пряме зміщення), струму витоку по поверхні переходу J_{surf}. Вплив цих паразитних струмів на ефективність інжекції оцінюється коефіцієнтом інжекції. *Коефіцієнт інжекції* – це відношення електронного струму, інжектованого у базу, до повного прямого струму через перехід:

$$\gamma = \frac{J_n}{J_n + J_p + J_{rec} + J_{tun} + J_{surf}}.$$

Коефіцієнт інжекції сучасних діодів $\gamma \geq 0{,}95$.

Під час рекомбінації електрона та дірки енергія взаємодії передається третій частинці, а електрон та дірка перестають існувати як вільні носії заряду (електрон займає місце дірки у кристалічній решітці).

Рекомбінація може бути випромінювальною та невипромінювальною. За *випромінювальної рекомбінації* енергія рекомбінації передається фотонам основного випромінювання світлодіода.

Невипромінювальна рекомбінація відбувається у разі:

• рекомбінації електронів та дірок у глибині забороненої зони (на глибоких центрах люмінесценції) з передаванням енергії рекомбінації довгохвильовим фотонам паразитного випромінювання;

• ударної або оже-рекомбінації трьох носіїв, коли енергія рекомбінації двох носіїв передається третьому, котрий поступово передає її кристалічній решітці.

Причинами появи в забороненій зоні локальних енергетичних рівнів є домішкові атоми та іони, а також дефекти кристалічної решітки, такі як вакансії (незаповнені вузли решітки), дислокації (порушення правильного чергування атомних площин), мікрорельєф поверхні та адсорбовані на ній сторонні атоми, неоднорідності гетеропереходів. Навіть якби поверхня кристала була ідеально плоскою і чистою, обрив кристалічної решітки поблизу поверхні порушує симетрію внутрішнього поля кристала і приводить до появи поверхневих рівнів – дозволених енергетичних рівнів, розміщених поблизу середини забороненої зони.

Порушення періодичності у невеликій області кристалічної решітки створює у напівпровіднику локальне збурення внутрішнього електричного поля, яке спрацьовує як *пастка*, здатна захопити електрон із зони провідності або дірку з валентної зони. При цьому пастка стає зарядженою і може притягнути носій з протилежним знаком заряду, наслідком чого є рекомбінація з випромінюванням довгохвильового фотона або оже-рекомбінація. Так виникає *центр рекомбінації*.

У люмінофорах центри рекомбінації на основі пасток є одним з видів *центрів люмінесценції* – утворень, в яких взаємодія носія заряду з цілим комплексом, складеним з декількох атомів або іонів, а також вакансій решітки приводить до випускання фотонів короткохвильового (видимого) випромінювання.

Є декілька механізмів випромінювальної рекомбінації [6]:

• міжзонна рекомбінація (рис. 10.3, *а*), яка виникає внаслідок переходу електрона із зони провідності на місце дірки валентної зони; при цьому енергія випромінюваного фотона трохи більша за ширину забороненої зони ($h\nu \approx E_g$);

• рекомбінація на домішкових центрах, коли, наприклад, акцепторний атом захоплює спочатку із зони провідності електрон, а потім цей

електрон рекомбінує з діркою валентної зони (рис. 10.3, *б*); донорний атом спочатку захоплює дірку з валентної зони, а потім – електрон із зони провідності (рис. 10.3, *в*); енергія фотонів трохи більша за різницю рівнів дна зони провідності та акцептора ($h\nu \approx E_c - E_a$) або донора та стелі валентної зони ($h\nu \approx E_d - E_V$);

- донорно-акцепторна рекомбінація (рис. 10.3, *г*) із захопленням акцептором електрона, а донором – дірки, з наступним переходом електрона на місце дірки; енергія фотона дорівнює різниці донорного та акцепторного рівнів ($h\nu = E_d - E_a$);
- рекомбінація екситону, зв'язаного з домішковим центром (рис. 10.3, *д*); подібна до атома водню система слабкозв'язаних електрона та дірки розпадається з випусканням фотона з енергією $h\nu \approx E_c - E_a$ або $h\nu \approx E_d - E_V$;
- рекомбінація вільного екситону (рис. 10.3, *е*) з передаванням частини енергії зв'язку випромінюваному фотону, а решти – електрону та дірці, звільненим у результаті розпаду екситону.

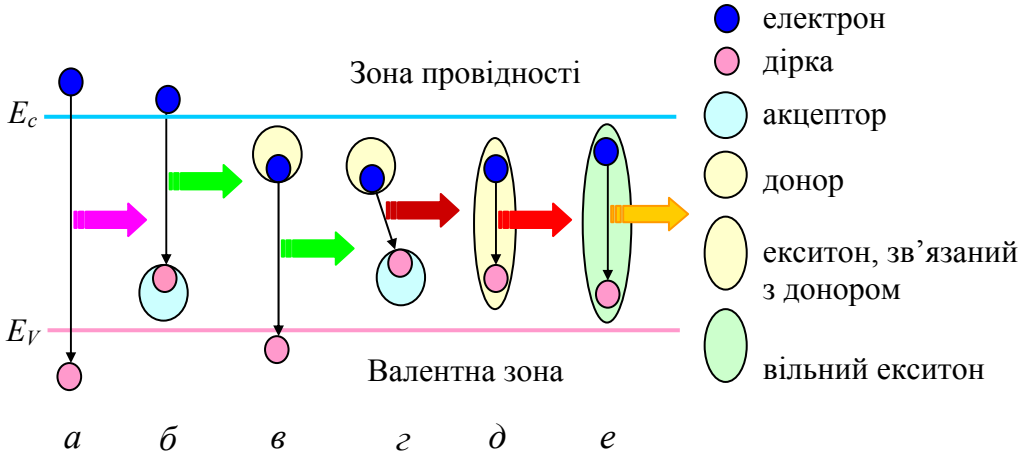

Рис. 10.3. Механізми випромінювальної рекомбінації у напівпровідниках

Для оцінювання ефективності рекомбінації служить такий параметр, як *внутрішня квантова ефективність*, яка визначається як відношення кількості актів випромінювальної рекомбінації до повної кількості актів рекомбінації, знайдене за певний проміжок часу, або як

$$\eta_i = \frac{1/\tau_R}{1/\tau_R + 1/\tau_{NR}} = \frac{1}{1 + \tau_R/\tau_{NR}}, \qquad (10.4)$$

де τ_R, τ_{NR} – час життя неосновних носіїв, зумовлений відповідно випро-

мінювальними (англ. *radiative*) та невипромінювальними (*nonradiative*) переходами.

За малого струму інжекції електронів у *p*-базу світлодіода маємо:

$$\tau_R = \frac{1}{r_R N_a}; \tag{10.5}$$

$$\tau_{NR} = \frac{1}{r_{NR} N_{tr}}, \tag{10.6}$$

де N_a, N_{tr} – концентрації у базі відповідно атомів акцепторної домішки та пасток (англ. *trap*); r_R, r_{NR} – ймовірності спонтанної випромінювальної та невипромінювальної рекомбінації. Коли струм великий, а концентрація інжектованих електронів стає значно більшою за рівноважну концентрацію дірок у *p*-базі, тобто $\Delta N_e >> p_{p0}$, час життя випромінювальних електронів

$$\tau'_R = \frac{1}{r_R \Delta N_e}.$$

Інжектовані електрони нерівномірно розподіляються у базі, тому й час життя у них буде різний.

Внутрішня квантова ефективність, виражена у відсотках, дорівнює кількості фотонів основного випромінювання, генерованих всередині напівпровідника, за інжекції в базу 100 електронів.

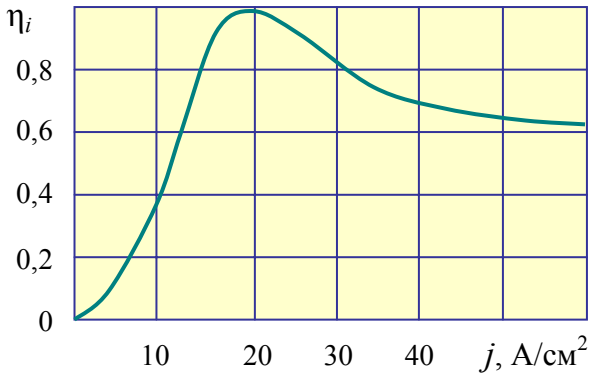

Рис. 10.4. Залежність внутрішньої квантової ефективності інжекційної електролюмінесценції від густини прямого струму через p–n^+-перехід

Залежність внутрішньої квантової ефективності світлодіода η_i від густини струму інжекції j показано на рис. 10.4. Якщо j малий, переважає рекомбінація в області об'ємного заряду p–n^+-переходу і внутрішня квантова ефективність зростає приблизно пропорційно густині струму інжекції. За помірних j область рекомбінації поширюється на всю базу, але надалі зі зростанням густини струму відбувається

поступове насичення центрів люмінесценції (інжектованих електронів стає більше, ніж центрів люмінесценції), що призводить до зменшення виходу фотонів на кожні 100 електронів, інжектованих додатково.

Найважливішим параметром світлодіода є *зовнішня квантова ефективність*:

$$\eta_e = \gamma \eta_i \eta_{opt},$$

де η_{opt} – оптична ефективність світлодіода. Зовнішня квантова ефективність, виражена у відсотках, дорівнює кількості фотонів вихідного випромінювання світлодіода, яка припадає на 100 електронів, що пройшли через виводи світлодіода. У багатопрохідних гетероструктурних світлодіодах внутрішня квантова ефективність сягає майже 100 %, а зовнішня ефективність наближається до 50 %.

Оптична ефективність світлодіода – це частина люмінесцентного випромінювання, яка виводиться з кристала назовні. Оптична ефективність визначається оптичними втратами, які відбуваються у процесі виведення випромінювання, а це втрати:

- на поглинання у базі;
- на повне внутрішнє відбиття, коли кути падіння випромінювання більші за критичний кут;
- на відбиття від поверхні напівпровідника за кутів падіння, менших від критичного кута;
- на зворотне та торцеве випромінювання.

Передпробійна люмінесценція. Якщо *p–n*-перехід включений у зворотному напрямку, то у разі напруженості електричного поля в 10^7–10^9 В/м спостерігається оборотний електричний пробій, який може протікати у вигляді тунельного або лавинного пробою.

Тунельний пробій спостерігається у вузькому *p–n*-переході, утвореному сильно легованими напівпровідниками, коли в переході виникає сильне електричне поле і рівень Фермі проходить в електронному напівпровіднику в зоні провідності, а в дірковому – у валентній зоні (рис. 10.5). Електрон відривається полем від атома і здійснює тунельний (горизонтальний) перехід через потенціальний бар'єр і заборонену зону. Для цього концентрація домішок, наприклад у GaAs, має становити приблизно 10^{24} м$^{-3}$. Якщо ширина переходу 0,01 мкм, зворотної напруги

у декілька мілівольт уже достатньо для різкого зростання зворотного струму і початку тунельного пробою.

Лавинний пробій спостерігається у звичайних *p–n*-переходах шириною 0,1 мкм і на порядок менших напруженостях електричного поля, ніж під час тунельного пробою, наприклад за $E' = 10^8$ В/м.

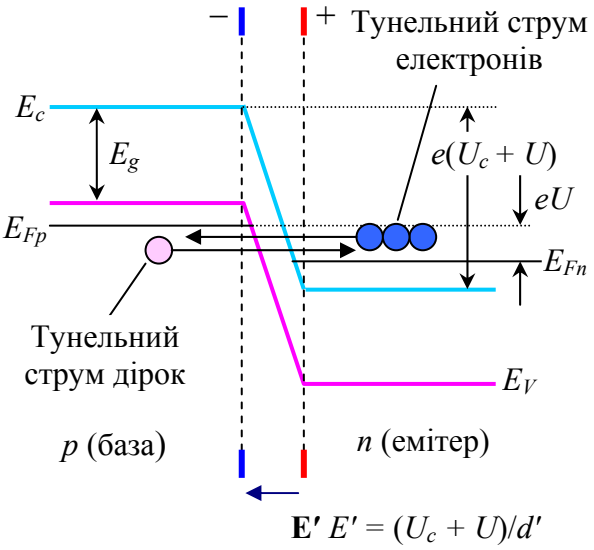

Рис. 10.5. Енергетична діаграма *p–n*-переходу під час тунельного пробою ($U < 0$)

Електрон, прискорений полем E' *p–n*-переходу, під час зіткнення з атомом викликає ударну іонізацію цього атома і появу двох додаткових носіїв заряду – вторинного електрона та дірки. Оскільки *p–n*-перехід досить широкий, то й первинний, і вторинний електрони встигають прискоритися полем та викликати принаймні ще по одній ударній іонізації. Так з одного первинного електрона виникає ціла лавина електронів і дірок.

Під час зворотного зміщення *p–n*-переходу люмінесценція є результатом випромінювальної рекомбінації електронів та дірок, які з'явилися у процесі іонізації атомів кристалічної решітки та домішкових атомів, а також як наслідок збудження центрів люмінесценції. Носії заряду, які виникають у переході, розносяться полем по обидва боки переходу приблизно за 10^{-12} с, що унеможливлює їх рекомбінацію всередині переходу. За переходом носії потрапляють в області напівпровідника, де вони є основними, тому безпосередньо випромінювальної рекомбінації вони не викликають, але спричинена ними ударна іонізація і поява вільних носіїв заряду обох знаків викликає випромінювальну рекомбінацію останніх.

10.3. Електрична та математична моделі *p–n*-переходу

Ефективність інжекції. Перш ніж розглядати математичну модель інжекційного світлодіода на гомопереході побудуймо електричну модель самого переходу. *Електрична модель* відтворює об'єкт моделювання у вигляді системи, складеної з електричних компонентів (резисторів, ємностей, індуктивностей, джерел напруги та джерел струму) й організованої таким чином, щоб поведінка вихідних електричних величин (напруг, струмів, частот та фаз) зі зміною вхідних була б такою, як у самого об'єкта. Отже, електрична модель є різновидом *фізичної моделі* об'єкта, в якій взаємне розміщення окремих фізичних компонентів та фізична взаємодія між ними організовані так, щоб функціонування моделі було подібним у деяких аспектах до функціонування об'єкта. Якщо за допомогою закону Ома, правил Кірхгофа та інших співвідношень виразити залежності між вхідними та вихідними електричними величинами у вигляді системи рівнянь, то отриману систему рівнянь називають *математичною моделлю* електричних процесів, які протікають у цьому об'єкті.

По обидва боки *гомопереходу* є один і той самий напівпровідниковий матеріал, легований донорними та акцепторними домішками, які забезпечують відповідно електронну та діркову провідність матеріалу. Забезпечити однобічну інжекцію (як гетероперехід) гомоперехід не може, тому для переважання інжекції електронів над інжекцією дірок донорний провідник (емітер) легують значно сильніше, ніж акцепторний (базу), утворюючи p–n^+-перехід. Легування напівпровідника майже не змінює ширини його забороненої зони. І тільки в *гетеропереході*, утвореному різними матеріалами, які мають різну ширину забороненої зони, вдається створити потенціальний бар'єр, що має різну висоту для зустрічних потоків електронів та дірок, а це якраз і є умовою однобічної інжекції.

У стані рівноваги ($U = 0$) носії заряду розподіляються по обидва боки гомопереходу таким чином, що підтримується співвідношення

$$n_{n0} p_{n0} = n_{p0} p_{p0} = n_i^2,$$

де n_{n0}, p_{p0} – рівноважні концентрації основних носіїв відповідно

в n^+-емітері та p-базі; n_{p0}, p_{n0} – рівноважні концентрації неосновних носіїв відповідно у базі та емітері; n_i – рівноважна концентрація власних носіїв у нелегованому напівпровіднику.

Концентрація власних носіїв у напівпровіднику визначається його шириною забороненої зони E_g та температурою T [75; 76]:

$$n_i = K_m \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right);$$

$$K_m = 2\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4},$$

де K_m – константа, характерна для певного матеріалу; k – стала Больцмана; h – стала Планка; m_e^*, m_h^* – ефективні маси електрона та дірки у певному кристалі (менші за масу спокою електрона m_e і зумовлені внутрішнім електричним полем кристала; наприклад, в арсеніді індію InAs ефективна маса електрона менша за його масу спокою у 50 разів).

У донорному напівпровіднику концентрація вільних рівноважних електронів n_{n0} збігається з концентрацією донорної домішки N_d, тобто $n_{n0} \approx N_d$. Аналогічне співвідношення спостерігається в акцепторному напівпровіднику: $p_{p0} \approx N_a$, де N_a – концентрація акцепторної домішки. Отже, для неосновних носіїв справедливі співвідношення

$$\begin{aligned} n_{p0} &= \frac{n_i^2}{p_{p0}} \approx \frac{n_i^2}{N_a}; \\ p_{n0} &= \frac{n_i^2}{n_{n0}} \approx \frac{n_i^2}{n_d}. \end{aligned} \tag{10.7}$$

У разі прямого зміщення ($U > 0$) потенціальний бар'єр знижується, рівновага у напівпровідниковій структурі порушується і через перехід починає протікати струм, який для багатьох напівпровідників може бути поданий як сума дифузійного та генераційно-рекомбінаційного струмів [65; 77]:

$$J \approx J_{01} \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 + J_{02} \exp\left(\frac{eU}{2kT}\right) - 1, \tag{10.8}$$

де перший член є дифузійним струмом, а другий – генераційно-

рекомбінаційним; J_{01}, J_{02} – струми насичення, причому перший пропорційний n_i^2, а другий – n_i. Рівняння (10.8) є математичною моделлю p–n-переходу для стаціонарного режиму ($U \approx \text{const}$).

Генераційно-рекомбінаційний струм переважає у широкозонних напівпровідниках і лише за малих напруг, причому цей струм виникає внаслідок генерації та рекомбінації носіїв заряду як на поверхні напівпровідника, так і у збідненому шарі.

Часто вольт-амперну характеристику p–n-переходу наближено подають тільки першим членом, тобто як

$$J \approx J_{01} \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1. \qquad (10.9)$$

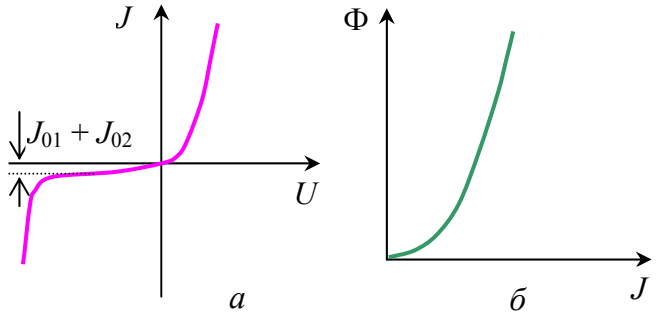

Рис. 10.6. Вольт-амперна (*а*) та світлова (*б*) характеристики p–n^+-світлодіода

Очевидно, що формулу (10.9) не можна застосовувати у разі наближення до області електричного пробою p–n-переходу.

Вольт-амперну та світлову характеристики p–n^+-світлодіода (за $U > 0$) показано на рис. 10.6.

Струм насичення для дифузійної компоненти

$$J_{01} = eA_j \left(\frac{D_e}{L_p N_a} + \frac{D_h}{L_n}\right) K_m^2 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right),$$

де e – заряд електрона; A_j – площа переходу; D_e – коефіцієнт дифузії електронів в акцепторному напівпровіднику; D_h – коефіцієнт дифузії дірок у донорному напівпровіднику; L_p, L_n – дифузійні довжини нерівноважних неосновних носіїв відповідно у p- та n-напівпровідниках.

Дифузійна довжина нерівноважних електронів в акцепторному напівпровіднику L_p визначається їх часом життя τ_p у цьому матеріалі:

$$L_p = \sqrt{D_e \tau_p}. \qquad (10.10)$$

Аналогічно, дифузійна довжина нерівноважних дірок у донор-

ному напівпровіднику визначається їх часом життя τ_n у цьому матеріалі:

$$L_n = \sqrt{D_h \tau_n}.$$

Дифузійна довжина – це шлях, який проходять, якщо немає зовнішнього електричного поля, нерівноважні носії заряду від місця їх народження до місця, де їх концентрація зменшується відносно початкової внаслідок рекомбінації в $e \approx 2{,}72$ разу. Наприклад, в p-GaAs з концентрацією акцепторної домішки $N_a = 10^{23}$ м$^{-3}$ за $T = 300$ К дифузійна довжина нерівноважних електронів $L_p \approx 20$ мкм, а їх час життя $\tau_p \approx 50$ нс. У більшості напівпровідників дифузійна довжина становить частки міліметра, але в германії може сягати навіть декількох міліметрів.

Час життя нерівноважних носіїв заряду – це проміжок часу, за який концентрація народжених носіїв спадає в e разів.

Коефіцієнти дифузії електронів та дірок залежать від їх рухомостей μ_e та μ_h і задаються співвідношеннями Ейнштейна [75]:

$$D_e = \mu_e \left(\frac{kT}{e} \right);$$

$$D_h = \mu_h \left(\frac{kT}{e} \right).$$

Зазначимо, що у всіх формулах e – заряд електрона, а не основа натуральних логарифмів, яка позначається таким самим символом.

Рухомість носіїв заряду – це середня швидкість дрейфу в електричному полі з напруженістю 1 В/м. Рухомість, наприклад, електрона μ_e визначається його ефективною масою m_e^* та проміжком часу τ_e між двома послідовними актами розсіяння, який називають *часом вільного пробігу* електрона:

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e^*}.$$

Якщо в локальному об’ємі напівпровідника під дією зовнішнього збудника виникає нерівноважна, а отже, і надлишкова концентрація носіїв, то спрямований рух цих носіїв зумовлюється як градієнтом їх

концентрації (причина дифузії), так і електричним полем, яке цей градієнт створює (причина дрейфу).

Густина електронного струму інжекції в базу

$$j_e = \frac{eD_e n_{p0}}{L_p}\left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right)-1\right]. \qquad (10.11)$$

Аналогічно задають густину діркового струму інжекції в емітер:

$$j_h = \frac{eD_h p_{n0}}{L_n}\left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right)-1\right].$$

Якщо генераційно-рекомбінаційний струм незначний ($J_{02} << J_{01}$), то можна вважати, що повний струм через перехід визначається тільки дифузійним струмом (10.9), який є струмом зустрічної інжекції електронів та дірок з густиною

$$j = j_e + j_h.$$

Коефіцієнт (ефективність) інжекції

$$\gamma = \frac{j_e}{j} = \frac{1}{1 + D_h L_p N_a / D_e L_n N_d}$$

зростає зі збільшенням відношення N_d / N_a – рівня легування емітера відносно бази.

Перехід у формулах від густини струму до струму можливий за умови однорідної інжекції по всій поверхні переходу. Тоді для постійної компоненти струму маємо $J_0 = j_e A_j$.

Електрична модель *p–n*-переходу. Еквівалентну схему *p–n*-переходу, яка графічно відображає структуру електричної моделі, зображено на рис. 10.7 [75].

Ємність *p–n*-переходу зумовлена просторовими зарядами, які виникають у напівпровіднику внаслідок контакту матеріалів з різною провідністю, а також у результаті інжекції носіїв заряду. Шар електронів з розміщеним навпроти шаром дірок (подвійний електричний шар) подібні до зарядів на обкладках конденсатора і утворюють *бар'єрну ємність переходу*, яка на змінному струмі, як і справжній конденсатор, викликає

зсув фаз між струмом та напругою. Бар'єрну ємність знаходять за співвідношенням

$$C_b = \frac{C_{j0}}{\left(1 - U/U_c\right)^{1/2}},$$

де C_{j0} – ємність незміщеного ($U = 0$) переходу; U_c – контактна різниця потенціалів. Ємність незміщеного переходу пропорційна його площі A_j:

$$C_{j0} = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 e N_a}{2U_c}\right)^{1/2} A_j, \qquad (10.12)$$

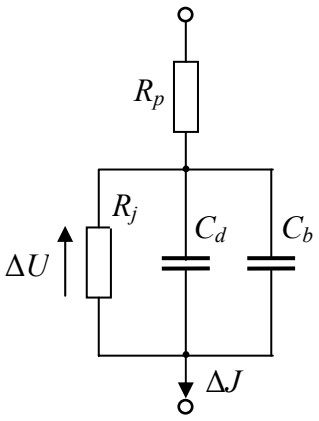

Рис. 10.7. Еквівалентна схема p–n-переходу: R_p, R_j – опори базової області та переходу; C_d, C_b – дифузійна та бар'єрна ємності переходу

де ε – діелектрична проникність напівпровідника; ε_0 – електрична стала.

Приклад 10.2. Знайти товщину незміщеного p–n^+-переходу d, якщо його контактна різниця потенціалів $U_c = 0{,}9$ В, концентрація акцепторної домішки $N_a = 10^{23}$ м$^{-3}$, а діелектрична проникність напівпровідника ε = 12.

Прирівнюючи ємність плоского конденсатора ($C = \varepsilon\varepsilon_0 A/d$) до ємності незміщеного p–n-переходу, заданої формулою (10.12), отримаємо за однакових геометричних параметрів

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 A}{d} = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 e N_a}{2U_c}\right)^{1/2} A_j,$$

звідки

$$d = \left(\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_c}{eN_a}\right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 12 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}9}{1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{23}}\right)^{1/2} \approx 1{,}09 \cdot 10^{-7} \text{ м} \approx 0{,}1 \text{ мкм}.$$

Під час інжекції між інжектованим у базу просторовим зарядом електронів та просторовим зарядом дірок, який з'явився в емітері після виходу електронів, утворюється *дифузійна ємність переходу*, яка у процесі протікання змінного струму теж створює зсув фази між напругою та струмом. Якщо знехтувати інжекцією дірок і вважати, що відбувається тільки однобічна інжекція електронів, що більш-менш

справедливо для p–n^+-переходу, то дифузійну ємність визначають співвідношенням

$$C_d \approx \frac{eJ_0\tau_p}{2kT}, \tag{10.13}$$

де J_0 – постійний інжекційний струм, який протікає через перехід за прямого зміщення $U_0 = \text{const}$.

Отже, ємність p–n-переходу C_j складається з двох паралельно з'єднаних ефективних ємностей, тобто $C_j = C_d + C_b$, причому для прямого зміщення переважає дифузійна ємність, а для зворотного проявляє себе тільки бар'єрна ємність.

На високих частотах опір збідненого шару R_j шунтується малим реактивним опором переходу $1/\omega C_j$, так що повний опір переходу [74]

$$Z_j = \sqrt{\frac{R_j^2}{1+(\omega R_j C_j)^2}}$$

наближається до опору p-бази R_p і може навіть стати меншим за нього. Це означає, що прикладена напруга U вже не падає майже повністю на переході, а перерозподіляється між переходом та областю бази, що підвищує динамічну висоту потенціального бар'єра, а отже, знижує ефективність інжекції. Якщо знехтувати малим опором сильно легованого емітера, то повний опір p–n^+-структури

$$Z \approx \sqrt{\frac{R_j^2}{1+(\omega R_j C_j)^2} + R_p^2}. \tag{10.14}$$

Збіднений шар напівпровідника за $U = 0$ має дуже високий питомий опір, який наближається до питомого опору бездомішкового напівпровідникового кристала. Товщина збідненого шару d, а отже і його опір, залежать від прикладеної напруги:

$$d \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{eN_a}(U_c - U)}.$$

Якщо $U > 0$, на постійному струмі та низьких частотах опір перехо-

ду визначається дифузією електронів і тому його називають *дифузійним опором*; цей опір

$$R_d \approx \frac{kT}{eJ_0}. \tag{10.15}$$

Із співвідношень (10.13) та (10.15) випливає, що

$$R_d C_d \approx \frac{\tau_p}{2}.$$

Опір *p*-напівпровідника бази може бути поданий формулою

$$R_p = R_{p0}\left(1+\omega^2\tau_p^2\right),$$

де R_{p0} – опір бази на постійному струмі. Використовуючи співвідношення, можна формулу (10.14) подати у вигляді

$$Z = \left[\frac{R_d^2}{1+\left(\omega\tau_p/2\right)^2} + R_{p0}^2\left[1+\left(\omega\tau_p\right)^2\right]^2\right]^{1/2}.$$

Модуляція струму інжекції. Якщо до прямого зміщення $U_0 > 0$ додається сигнал модуляції з невеликою амплітудою $U_m << U_0$, який можна записати як

$$U_1(\omega) = U_m \cos\omega t,$$

де ω – кутова частота модуляції інжекційного струму, то змінна компонента цього струму

$$J_1(\omega) = \frac{U_m}{Z}\cos(\omega t + \varphi),$$

де φ – зсув фази струму $J_1(\omega)$ відносно фази напруги $U_1(\omega)$.

Струм зміщення з урахуванням формул (10.7), (10.10) та (10.11), а також площі переходу A_j, можна подати як

$$J_0 = \frac{eK_m^2 D_e^{1/2}\tau_p^{-1/2}A_j}{N_a}\exp\frac{eU_0 - E_g}{kT}. \tag{10.16}$$

Змінний струм через перехід описують формулою

$$J_1 = \frac{U_m \cos \omega t}{R_{p0}} \left\{ \left(\frac{kT}{eJ_0 R_{p0}} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\omega \tau_p}{2} \right)^2 \right]^{-1} + \left[1 + \left(\omega \tau_p \right)^2 \right]^2 \right\}^{-1/2}. \quad (10.17)$$

Повний струм через перехід є сумою цих струмів:

$$J = J_0 + J_1. \quad (10.18)$$

Рівняння (10.16), (10.17) та (10.18) є математичною моделлю *p–n*-переходу для малосигнальної модуляції струму інжекції.

10.4. Математична модель світлодіода

Розгляньмо співвідношення, які описують роботу світлодіода. Залежність потужності випромінювання світлодіода від струму інжекції (світлова або ват-амперна характеристика) задається виразом

$$P = \left(\frac{\eta_i \eta_{opt} h\nu_0}{e} \right) J, \quad (10.19)$$

де $h\nu_0$ – середня енергія фотонів за симетричної форми спектральної лінії випромінювання.

Використовуючи формули (10.17)–(10.19), подамо частотну характеристику світлодіода як залежність нормованої амплітуди змінної компоненти потужності від частоти:

$$\frac{P_m(\omega)}{P_{m0}} = \left\{ \left(K_J J_0 \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\omega \tau_p}{2} \right)^2 \right]^{-1} + \left[1 + \left(\omega \tau_p \right)^2 \right]^2 \right\}^{-1/2}, \quad (10.20)$$

де

$$P_{m0} = \frac{\eta_i \eta_{opt} h\nu_0 U_m}{eR_{p0}} \quad (10.21)$$

є амплітудою змінної компоненти потужності на низьких частотах ($\omega\tau_{p0} << 1$), а

$$K_J = \frac{eR_{p0}}{kT} \tag{10.22}$$

є коефіцієнтом з розмірністю, зворотною розмірності струму. Величину $K = K_J J_0$ можна розглядати як нормалізоване значення постійного струму інжекції.

Формули (10.16–10.22) є математичною моделлю інжекційного світлодіода за невеликої глибини модуляції струму інжекції.

Приклад 10.3. Час життя електронів, інжектованих у *p*-базу світлодіода, $\tau_p = 50$ нс. Користуючись формулою (10.20) побудувати за допомогою комп'ютерної програми *Mathcad* дві серії частотних характеристик світлодіода для $K_J J_0 = 0{,}1;\ 0{,}5;\ 2{,}5$ (перша серія) та $K_J J_0 = 4;\ 10;\ 25$ (друга серія).

Введемо такі позначення: $P = P_m(\omega)/P_{m0};\ K = K_J J_0;\ T = 2\pi\tau_p$ (у секундах), f – частота модуляції (в герцах). Тоді формула (10.20) виглядатиме як

$$P(f) = \left\{ K^2 \left[1 + \left(\frac{Tf}{2} \right)^2 \right]^{-1} + \left[1 + (Tf)^2 \right]^2 \right\}^{-1/2}, \tag{10.23}$$

а параметр T набуде значення $T = 2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-9} = 3{,}14 \cdot 10^{-7}$ с.

На робочому полі програми *Mathcad* побудова першої серії частотних характеристик виглядатиме так:

$$K := 0.1 \qquad T := 3.14 \cdot 10^{-7}$$

$$P1(f) := \left[K^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{T \cdot f}{2} \right)^2 \right]^{-1} + \left[1 + (T \cdot f)^2 \right]^2 \right]^{\frac{-1}{2}}$$

$$K := 0.5$$

$$P2(f) := \left[K^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{T \cdot f}{2} \right)^2 \right]^{-1} + \left[1 + (T \cdot f)^2 \right]^2 \right]^{\frac{-1}{2}}$$

$$K := 2.5$$

$$P3(f) := \left[K^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{T \cdot f}{2} \right)^2 \right]^{-1} + \left[1 + (T \cdot f)^2 \right]^2 \right]^{\frac{-1}{2}}$$

Скористаймося панеллю інструментів *Graph* і побудуймо графік *X-Y Plot*; для одночасного подання на графіку трьох частотних характеристик їх назви введемо у полі введення (зліва від графіка) через кому; першу серію характеристик подано на рис. 10.8, другу – на рис. 10.9.

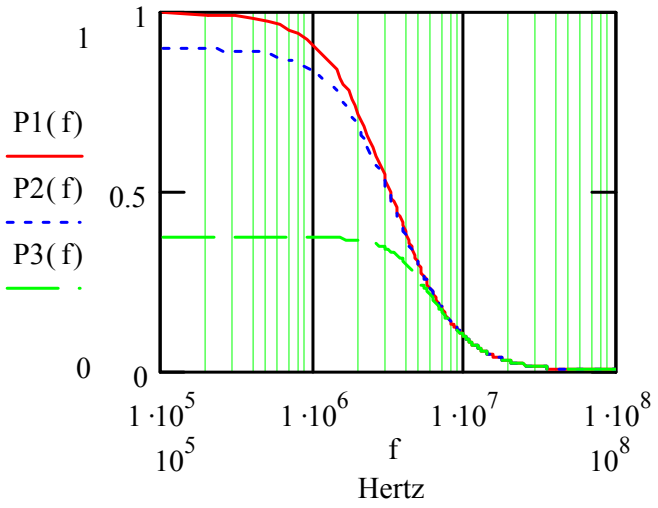

Рис. 10.8. Частотні характеристики світлодіода:
*P*1(*f*) для *K* = 0,1; *P*2(*f*) для *K* = 0,5 та *P*3(*f*) для *K* = 2,5 за *T* = 3,14·10^{-7} с

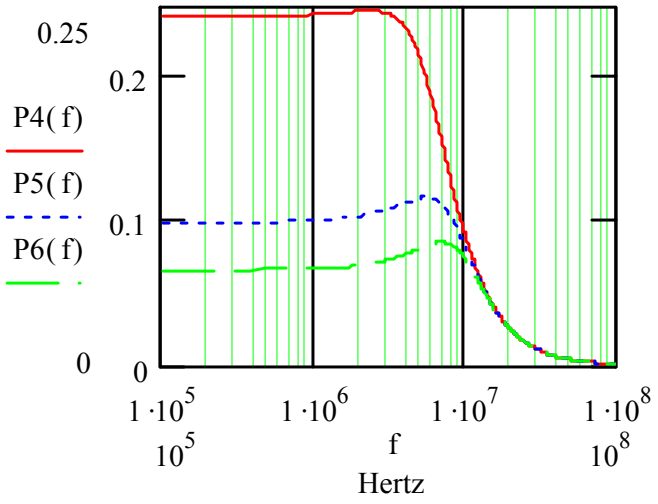

Рис. 10.9. Частотні характеристики світлодіода:
*P*4(*f*) для K = 4; *P*5(*f*) для *K* = 10 та *P*6(*f*) для *K* = 25 за *T* = 3,14·10^{-7} с

Модель прогнозує, що в умовах сильних струмів інжекції ($K_J J_0 > 3$) на високих частотах спостерігається незначний підйом частотної характеристики, що збільшує максимальну частоту модуляції, але це відбувається за рахунок зниження глибини модуляції.

Частоту модуляції струму інжекції f_m, на якій змінна компонента потужності випромінювання світлодіода спадає у $\sqrt{2} \approx 1,41$ разу порівняно з низькочастотним значенням, називають *максимальною частотою модуляції*.

Приклад 10.4. Користуючись формулою (10.23), знайти за допомогою програми *Mathcad* числове значення максимальної частоти модуляції випромінювання світлодіода f_m для нормованого значення струму $K = 0,1$ та параметра $T = 10^{-7}$ с.

За частоти модуляції $f = f_m$ нормована амплітуда змінної компоненти потужності $P_m(2\pi f_m)\big/P_{m0} = 2^{-1/2}$, що дозволяє утворити з формули (10.23) рівняння і розв'язати його відносно невідомої f_m, яку в межах програми *Mathcad* позначатимемо як *Fm*. Для розв'язання рівняння скористаймося обчислювальним блоком Дано/Знайти (англ. *Given/Find*); друкуємо на робочому полі програми:

Given

$$\left[0.1^2\left[1+\left(\frac{\mathrm{Fm}\cdot 10^{-7}}{2}\right)^2\right]^{-1}+\left[1+\left(\mathrm{Fm}\cdot 10^{-7}\right)^2\right]^2\right]^{-1/2}-2^{-1/2}=0$$

Для набору виразу слід використовувати панель інструментів *Calculator*, знак рівності беремо з панелі інструментів *Boolean*:

Find(Fm) → (–6410957.933–20014211.306i ... 6410957.933)

Стрілочку беремо з панелі інструментів *Evaluation*; слідом за стрілочкою у круглих дужках з'являються всі розв'язки цього рівняння, серед яких тільки один має фізичний зміст; включаємо лапками («) текстовий режим і друкуємо вибраний розв'язок рівняння:

Fm = $6.41\cdot 10^7$ Hertz.

Невелике збільшення швидкодії світлодіода на гомопереході можливе з підвищенням міри легування емітера та у разі помірного збільшення струму інжекції, більш значне – тільки за рахунок зменшення внутрішньої квантової ефективності. Суттєве зростання добутку $\eta_i f_m$ спостерігається у світлодіоді лише у разі заміни гомопереходу на гетероперехід.

10.5. Електролюмінесцентні конденсатори

Електролюмінесцентне джерело випромінювання може мати структуру не тільки діода (світлодіод, лазерний діод), але й конденсатора, між обкладками якого перебуває електролюмінофор. Найпоширеніші типи електролюмінофорів: ZnS:Cu – синій; ZnS:Cu,Al – жовто-зелений; ZnS:Cu,Br – зелений; ZnS:Cu,Mn – жовто-оранжевий; CdS – зелений; (CdS+CdSe):Cu,Ga – червоний. Напівпровідникові джерела світла, які мають структуру конденсатора, заповненого електролюмінофором, і які світяться під час прикладення до обкладок конденсатора постійної або змінної напруги, називають *електролюмінесцентними конденсаторами* (рис. 10.10). Такі конденсатори використовують для створення знакових індикаторів, світлових покажчиків, джерел для підсвічування шкал приладів та аварійного освітлення. Матриця електролюмінесцентних конденсаторів утворює електролюмінесцентну панель, на основі якої можна побудувати матричний телевізійний екран великих розмірів.

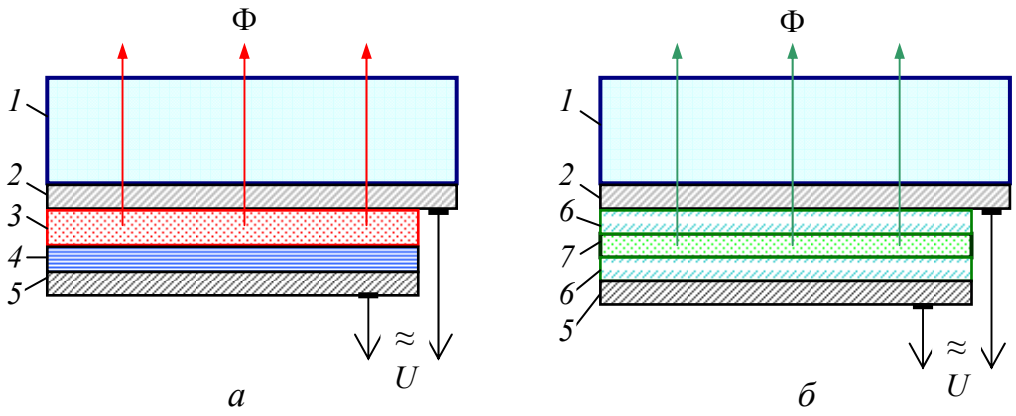

Рис. 10.10. Конструкції електролюмінесцентних конденсаторів:
а – порошковий; *б* – тонкоплівковий; *1* – скляна підкладка; *2* – прозорий електрод;
3 – порошковий електролюмінофор (товщина 50 мкм); *4* – дзеркальний шар;
5 – непрозорий електрод; *6* – діелектричний шар;
7 – тонкоплівковий електролюмінофор (товщина 1 мкм)

Є два типи електролюмінесцентних конденсаторів – порошкові та тонкоплівкові [66; 73; 74].

Механізм світіння порошкових електролюмінофорів можна спрощено подати як передпробійну люмінесценцію гетеропереходів, утворених частинками люмінофора (діаметром приблизно 10 мкм) та вкрапленими в них частинками домішки (найчастіше – сульфіду цинку ZnS із

сульфідом міді Cu_2S). На гетеропереходах за зворотного зміщення концентрується сильне електричне поле, яке за допомогою прискорених носіїв заряду викликає ударну іонізацію атомів, генерацію нерівноважних електронів та дірок та збудження центрів люмінесценції. Накопичена таким чином енергія вивільняється під час випромінювальної та невипромінювальної рекомбінації носіїв та повернення центрів люмінесценції в основний стан.

За прямого зміщення гетеропереходів на основі сульфіду цинку інжекційної електролюмінесценції не спостерігається.

Порошкові електролюмінесцентні конденсатори працюють за прикладеної постійної або змінної напруги у межах 50–300 В з частотою змінного струму 50–5000 Гц, забезпечуючи яскравість світіння до 140 кд/м^2 і довговічність понад 1000 год. *Світлова віддача* $Ф/P_{el}$, де Ф – світловий потік, а P_{el} – електрична потужність, для більшості подібних випромінювачів не перевищує 3 лм/Вт.

Основні характеристики електролюмінесцентних конденсаторів – *світлову характеристику* (залежність яскравості світіння *B* від прикладеної напруги *U*), *частотну характеристику* (залежність яскравості *B* від частоти збудження *f*) та *характеристику світлової віддачі* (залежність світлової віддачі $Ф/P_{el}$ від прикладеної напруги *U*) зображено на рис. 10.11.

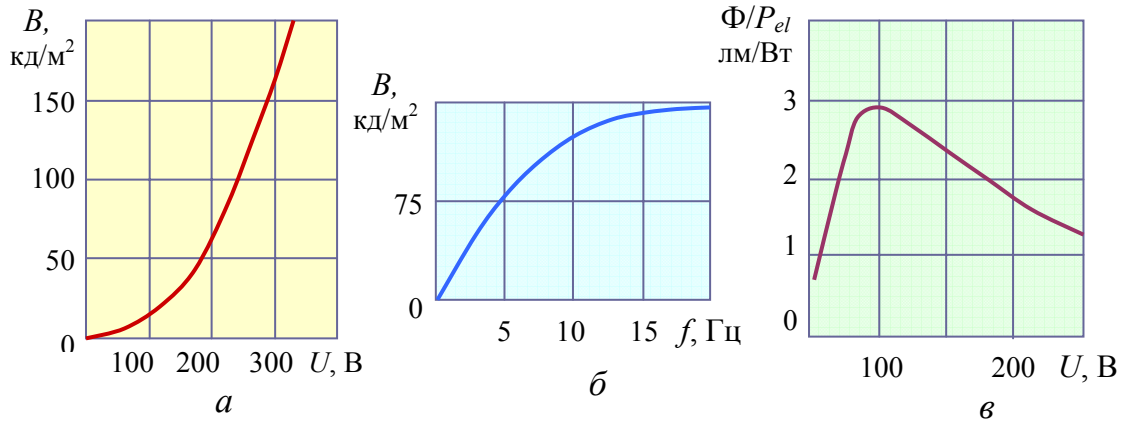

Рис. 10.11. Характеристики порошкових електролюмінесцентних випромінювачів: *а* – світлова; *б* – частотна; *в* – світлової віддачі

Особливо привабливою для створення плоских телевізійних екранів є технологія тонкоплівкових електролюмінесцентних конденсаторів (рис. 10.10, *б*). У такому конденсаторі плівку люмінофору товщиною

близько 1 мкм розміщують між двома діелектричними шарами, що дозволяє значно збільшити електричне поле в люмінофорі (без загрози пробою). При цьому яскравість світіння сягає 9000 кд/м^2, а довговічність – 10 000 год. Люмінофором у таких випромінювачах найчастіше буває сульфід цинку ZnS з домішками марганцю чи рідкоземельних елементів.

Учені розробили тонкоплівкові випромінювачі, завдяки яким можна змінювати колір світіння. Наприклад, для зміни кольору світіння від зеленого до червоного використовують два люмінофори, утворюючи таку структуру (абревіатурою *ДЕ* позначено діелектрик):

ДЕ–ZnS:TbF_3–*ДЕ–прозорий електрод–ДЕ*–ZnS:SmF_3–*ДЕ*.

Тонкоплівкові електролюмінесцентні випромінювачі, окрім більшої яскравості і більшої роздільної здатності, мають значно більшу крутість світлової характеристики. Наявність у деяких типів тонкоплівкових випромінювачів гістерезисної світлової характеристики дає змогу будувати на них дисплеї, які запам'ятовують слід, залишений на екрані світловим або електронно-променевим пером.

Механізм електролюмінесценції тонкоплівкових випромінювачів можна схематично подати так. По обидва боки люмінофорної плівки, на межі поділу діелектрик–люмінофор, утворюються потенціальні бар'єри. Припустімо, що після увімкнення випромінювача під час першого півперіоду змінного електричного поля зворотне зміщення з'являється на бар'єрі *6–7* (рис. 10.10, *б*), що викликає прискорення первинних електронів, які з'являються внаслідок тунельного переходу крізь діелектрик з електрода або виривання з пасток у прибар'єрному шарі діелектрика, та ударну іонізацію атомів люмінофора і домішки. Електрони переносяться електричним полем до бар'єра *7–6*, утворюючи там негативний просторовий заряд, а дірки – до бар'єра *6–7*, осідаючи на центрах люмінесценції та пастках і створюючи позитивний просторовий заряд. Під час другого півперіоду зворотно зміщеним стає бар'єр *7–6*. Поле просторових зарядів та зовнішнє електричне поле додаються, й електрони швидко повертаються до бар'єра *6–7*, викликаючи попутно ударну іонізацію, рекомбінацію електронів з дірками, захопленими центрами люмінесценції й пастками, та нове просторове розділення електронів і дірок. Через невеликий проміжок часу процеси, які протікають біля обох бар'єрів, стають повністю симетричними і світло випромінюється як за позитивних, так і за негативних півперіодів змінної напруги.

У разі збудження постійною напругою процеси переважно протікають так, як під час одного півперіоду змінної напруги, але утворення просторового заряду обмежується зовнішнім електричним полем.

10.6. Електролюмінесцентні матеріали для світлодіодів

Розглянемо матеріали, які застосовують у світлодіодах [65; 77].

Сучасні світлодіоди виготовляють переважно з таких матеріалів:

- подвійних сполук типу $A^{III}B^{V}$ (арсенід галію GaAs, фосфід галію GaP, антимонід галію GaSb, нітрид галію GaN, нітрид алюмінію AlN та фосфід індію InP);
- подвійних сполук типу $A^{II}B^{VI}$ (сульфід цинку ZnS, селенід цинку ZnSe, окис цинку ZnO та сульфід кадмію CdS);
- подвійних сполук типу $A^{IV}B^{IV}$ (карбід кремнію SiC);
- подвійних сполук типу $A^{IV}B^{VI}$ (сульфід свинцю PbS, селенід свинцю PbSe та телурид свинцю PbTe);
- потрійних сполук типу $A^{III}_{x}B^{III}_{1-x}C^{V}$ (арсенід галію-алюмінію $Al_xGa_{1-x}As$, який є твердим розчином (сплавом) GaAs та AlAs; арсенід галію-індію $In_xGa_{1-x}As$ – твердий розчин GaAs та InAs) і типу $A^{III}B^{V}_{y}C^{V}_{1-y}$ (фосфід-арсенід галію $GaAs_{1-y}P_y$ – твердий розчин GaP та GaAs; антимонід-арсенід галію $GaAs_ySb_{1-y}$ – твердий розчин GaAs та GaSb);
- четверних сполук типу $A^{III}_{1-x}B^{III}_{x}C^{V}_{1-y}D^{V}_{y}$ (фосфід-арсенід галію-індію $In_{1-x}Ga_xAs_{1-y}P_y$ – твердий розчин GaAs та InP; антимонід-арсенід галію-алюмінію $Al_xGa_{1-x}As_ySb_{1-y}$ – твердий розчин GaAs та AlSb).

У цих хімічних формулах x та y позначають відносну концентрацію у твердому розчині певних елементів, від якої залежить ширина забороненої зони напівпровідника E_g, причому x позначає елемент III групи періодичної системи з меншою атомною масою, $1–x$ – відповідно з більшою, а y та $1–y$ позначають аналогічно елементи V групи. Під час епітаксіального вирощування напівпровідникових кристалів можна так підібрати ці параметри, щоб досягти потрібної ширини забороненої зони. Наприклад, кристал $Al_{0,1}Ga_{0,9}As$ дає інфрачервоне випромінювання з довжиною хвилі 800 нм, а кристал $Al_{0,45}Ga_{0,55}As$ – червоне з довжиною хвилі 675 нм.

Основою міжзонної випромінювальної рекомбінації є такий механізм випромінювального переходу електрона, коли електрон з найменшою енергією в зоні провідності стає електроном з найбільшою енергією у валентній зоні. При цьому має виконуватися закон збереження імпульсу для електрона, а саме:

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{p}'_e + \mathbf{p}_{ph} \approx \mathbf{p}'_e,$$

де $\mathbf{p}_e$ та $\mathbf{p}'_e$ – імпульси електрона до та після переходу; $\mathbf{p}_{ph}$ – імпульс випромінюваного фотона, настільки малий ($p_{ph} = h\nu/c$), що ним можна знехтувати. На рис. 10.11, *а* показано *дисперсійні криві* $E(p_e)$ прямозонного напівпровідника – залежність енергії електрона, який перебуває біля дна зони провідності, від його імпульсу та залежність енергії електрона, який перебуває біля стелі валентної зони, від його імпульсу. Ці криві часто називають зонною діаграмою напівпровідника, побудованою в координатах «енергія–хвильове число електрона» або «енергія–імпульс» (імпульс електрона пропорційний його хвильовому числу, а саме $p_e = \hbar k_e$, де $\hbar = h/2\pi$ – стала Планка). На відміну від звичайної зонної діаграми дисперсійні криві не є, відповідно, ні дном зони провідності, ні стелею валентної зони.

Описаний перехід електрона називають прямим, а матеріали, в яких такий перехід спостерігається – *прямозонними напівпровідниками*.

У деяких напівпровідниках мінімальна енергія електрона в зоні провідності і максимальна енергія електрона у валентній зоні спостерігаються за різних значень імпульсу (рис. 10.11, *б*). Для того, щоб стався випромінювальний перехід такого електрона, він має віддати частину свого імпульсу третій частинці, здебільшого *фонону* (квазічастинці, пов'язаній з квантом коливань кристалічної решітки), щоб задовольнити закон збереження імпульсу:

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{p}'_e + \mathbf{p}_{ph} + \mathbf{p}_3 \approx \mathbf{p}'_e + \mathbf{p}_3,$$

де $\mathbf{p}_3$ – імпульс третьої частинки. Такий непрямий перехід електрона спостерігається в непрямозонних напівпровідниках. Дисперсійні криві непрямозонного напівпровідника показано на рис. 10.12.

Більшість електролюмінесцентних матеріалів є прямозонними

напівпровідниками. До непрямозонних електролюмінесцентних матеріалів належать GaP, AlSb, AsAl, AlP та їх тверді розчини у певних діапазонах значень x та y, наприклад $GaAs_{1-y}P_y$ (за $y > 0{,}65$) та $Al_xGa_{1-x}As$ (за $x > 0{,}37$).

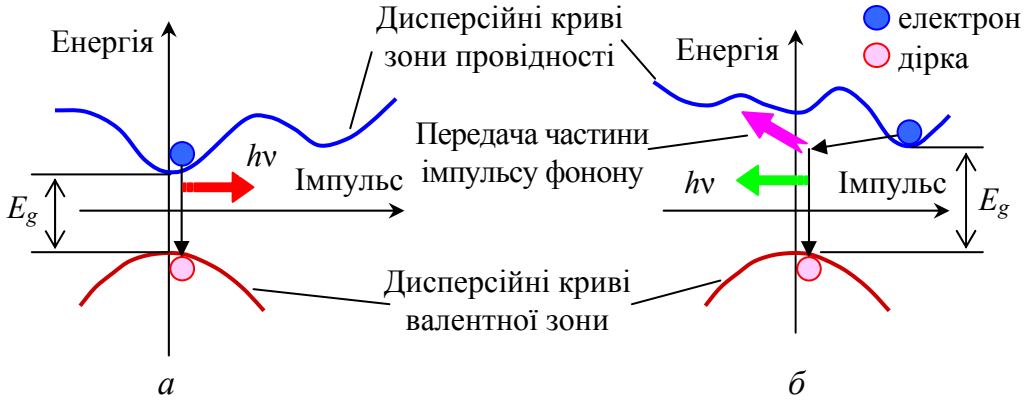

Рис. 10.12. Дисперсійні криві прямозонного (*а*) і непрямозонного (*б*) напівпровідників та механізми випромінювальної рекомбінації (прямий міжзонний перехід електрона та непрямий, за участю фонона)

Прямі міжзонні переходи відбуваються без участі третьої частинки, тому ймовірність подібних переходів досить висока, а це означає можливість створення випромінювальних діодів з високою внутрішньою квантовою ефективністю. Якщо, наприклад, імовірність спонтанної випромінювальної рекомбінації у прямозонному GaAs становить $p_R = 7{,}2 \cdot 10^{-16}$ м^3/с, то в непрямозонному GaP – всього лише $p_{NR} = 5{,}4 \cdot 10^{-20}$ м^3/с.

Приклад 10.5. Знайти внутрішню квантову ефективність світлодіодів на основі GaAs та GaP за малих струмів інжекції, якщо у базі концентрація акцепторної домішки становить $N_a = 10^{23}$ м$^{-3}$, а концентрація пасток $N_{tr} = 10^{21}$ м$^{-3}$, причому ймовірність невипромінювальної рекомбінації $p_{NR} = 10^{-14}$ м^3/с (за $T = 300$ К).

Скористаймося формулами (10.4)–(10.7). Якщо струми інжекції малі, час життя електронів у p-базі GaAs-світлодіода за невипромінювальної рекомбінації

$$\tau_{NR} = \frac{1}{p_{NR} N_{tr}} = 10^{14} \cdot 10^{-21} = 10^{-7}\,\text{с},$$

а за випромінювальної рекомбінації

$$\tau_R = \frac{1}{p_R N_a} = \frac{1}{7{,}2 \cdot 10^{-16} \cdot 10^{23}} \approx 1{,}4 \cdot 10^{-6}\,\text{с}.$$

Внутрішній квантовий вихід GaAs-світлодіода

$$\eta_i = \frac{1}{1+\tau_R/\tau_{NR}} = \frac{1}{1+1,4\cdot 10^{-6}/10^{-7}} \approx 0,067 = 6,7\ \%.$$

Для GaP-світлодіода маємо також $\tau_{NR} = 10^{-7}$ с, а

$$\tau_R = \frac{1}{p_R N_a} = \frac{1}{5,4\cdot 10^{-20}\cdot 10^{23}} \approx 1,9\cdot 10^{-4}\text{ с},$$

звідки

$$\eta_i = \frac{1}{1+\tau_R/\tau_{NR}} = \frac{1}{1+1,9\cdot 10^{-4}/10^{-7}} \approx 0,00053 = 0,053\ \%.$$

Вирощування методом рідинної епітаксії обох шарів *p–n*-структури на поверхні монокристалічної підкладки, легування GaAs:Si та GaP:Zn,O дозволяє підвищити внутрішній квантовий вихід GaAs-світлодіодів на порядок, а GaP-світлодіодів – на два порядки.

Максимум люмінесценції у прямозонних напівпровідниках спостерігається на довжині хвилі

$$\lambda_0 = \frac{1,24}{E_g},$$

де λ_0 виражена в мікрометрах, а E_g – в електрон-вольтах. Видимому випромінюванню (λ = 0,38–0,76 мкм) відповідають значення ширини забороненої зони у межах E_g = 1,6–3,2 еВ.

Приклад 10.6. У процесі дослідження кристала GaAs з'ясувалося, що його власне поглинання різко зростає на довжинах хвиль, коротших за λ_{abs} = 0,69 мкм. На якій довжині хвилі слід очікувати максимум електролюмінесценції у такому кристалі?

Червону межу власного поглинання λ_{abs} знаходять для напівпровідника зі співвідношення

$$\frac{hc}{\lambda_{abs}} = E_g,$$

звідки ширина забороненої зони досліджуваного кристала

$$E_g = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3,0\cdot 10^8}{0,69\cdot 10^{-6}} \approx 2,88\cdot 10^{-19}\text{ Дж}.$$

Враховуючи те, що 1 Дж ≈ 6,24 еВ, знайдемо центральну довжину хвилі електролюмінесценції:

$$\lambda_0 = \frac{1,24}{6,24 \cdot 10^{18} \cdot 2,88 \cdot 10^{-19}} \approx 0,69 \text{ мкм}.$$

Як бачимо, $\lambda_{abs} \approx \lambda_0$, що і слід було очікувати, оскільки власне поглинання напівпровідника різко зростає за такої енергії фотонів, якої вистачає для переходу електронів, що зібралися біля стелі валентної зони, «вгору» через заборонену зону. Під час переходу електронів, які зібралися біля дна зони провідності, через заборонену зону випромінюються приблизно такі ж за енергією фотони, що і поглиналися.

Довжина хвилі випромінювання λ_0 непрямозонних напівпровідників виявляється трохи більшою, ніж у прямозонних матеріалів, оскільки під час вирівнювання імпульсів «верхнього» та «нижнього» електронів фонон частіше відбирає енергію в електрона, ніж віддає йому.

10.7. Напівпровідникові лазери

Фізику напівпровідникових лазерів детально буде розглянуто у главі 16, а тут зазначимо, що механізми інжекційної та передпробійної електролюмінесценції у лазерних діодах майже такі, як і в світлодіодах. Окрім цих двох механізмів світіння у напівпровідникових лазерах використовують, але значно рідше, катодолюмінесценцію (накачування електронним пучком) та фотолюмінесценцію (накачування світлом).

Якщо порівнювати властивості випромінювання світлодіода та лазерного діода, то можна помітити значно кращу спрямованість, потужність і монохроматичність лазерного випромінювання. Таких властивостей електролюмінесцентне випромінювання набуває внаслідок:

- дуже високого рівня інжекції, завдяки чому напівпровідниковий кристал в області переходу та поблизу нього перетворюється з поглинального оптичного середовища в підсилювальне;
- наявності позитивного зворотного зв'язку у вигляді оптичного резонатора, який змушує фотони багаторазово проходити крізь підсилювальне середовище, найбільше підсилюючись у напрямку оптичної осі резонатора; як наслідок – утворення потужного лазерного променя;

• наявності на спектральній характеристиці резонатора дуже вузьких резонансних піків, які відіграють роль світлофільтрів, що пропускають тільки квазімонохроматичне випромінювання.

Контрольні запитання і задачі

1. Знайдіть ширину забороненої зони прямозонного напівпровідника, який випромінює світло із центральною довжиною хвилі $\lambda_0 = 0{,}55$ мкм.

2. Як зміниться концентрація вільних електронів у бездомішковому GaAs, якщо його температуру збільшити від 300 до 600 К?

3. Як зміниться концентрація вільних електронів у кристалі GaAs, легованому донорною домішкою до концентрації $N_d = 10^{23}$ м$^{-3}$, якщо його температуру збільшити від 300 до 600 К?

4. У напівпровіднику час життя носіїв, зумовлений випромінювальною рекомбінацією, дорівнює часу життя носіїв, обмеженому невипромінювальною рекомбінацією. Знайдіть внутрішню квантову ефективність такого напівпровідника.

5. Як можна збільшити коефіцієнт інжекції світлодіода?

6. Чому не все світло, яке генерується всередині напівпровідникового кристала внаслідок електролюмінесценції, можна вивести назовні?

7. Чому в електролюмінесцентних випромінювачах використовують переважно прямозонні напівпровідники?

8. Поясніть механізм випромінювального переходу електрона через заборонену зону в непрямозонному напівпровіднику.

9. Які технологічні можливості зміни спектра випромінювання світлодіодів, побудованих на основі твердих розчинів напівпровідників?

10. Як зміниться бар'єрна ємність *p*–*n*-переходу, якщо: а) удвічі збільшити його площу; б) удвічі збільшити напругу на ньому?

11. Дайте визначення фізичної та математичної моделей і наведіть приклади.

12. Поясніть різницю між електричною моделлю електронного приладу (транзистора, світлодіода, електронної лампи тощо) та його еквівалентною схемою.

13. Як можна за частотною характеристикою приладу визначити його сталу часу?

14. Які матеріали використовують в електролюмінесцентних панелях?

15. Як залежить від температури дифузійна довжина нерівноважних електронів у напівпровіднику?

16. Який механізм передпробійної електролюмінесценції?

17. Які види електролюмінесценції спостерігаються у напівпровіднику?

18. Світлодіод на гомопереході працює на частоті $f = 1$ МГц. Як треба змінити частоту модуляції струму інжекції, щоб дифузійна ємність зросла вдвічі?

19. Завдяки чому поглинальне середовище може стати підсилювальним?

20. Які струми протікають через p–n-перехід за прямого зміщення?

Рекомендована література: [1]; [62]; [63]; [65]; [66]; [72]; [73]; [74]; [75]; [76]; [77].

Глава 11

СВІТЛОДІОДИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Треба спрямовувати вістря розуму на зовсім незначні та прості речі і довго затримуватися на них, доки не звикнемо виразно та ясно прозрівати в них істину.

Рене Декарт, французький філософ

11.1. Світлодіоди на гомопереходах

Історичні відомості. Спостереження електролюмінесценції карборунду, про яке у 1907 р. Г. Раунд повідомив у короткому листі редакцію журналу «Electrical World», він сам розглядав як курйозний факт. Для одного з піонерів радіозв'язку це був лише побічний ефект у пошуках матеріалів для детекторів, призначених для виділення з модульованих коливань сигналу, який на той час передавався кодом Морзе. Ніяких додаткових досліджень цього ефекту Раунд не проводив.

Сімнадцятирічний О. Лосєв у 1920 р. почав працювати у Нижегородській радіолабораторії. Не маючи спеціальної освіти, але захоплений зі школи безпровідним зв'язком, Лосєв досліджує матеріали для контактних детекторів (один із двох контактів був металічним або вугільним вістрям). У 1922 р. він сконструював перший гетеродинний радіоприймач (кристадин), в якому кристал окису цинку ZnO служив і підсилювачем, і генератором коливань (за рахунок негативного диференціального опору; подібну властивість мав тунельний діод, створений у 1958 р. японським фізиком Лео Есакі, за що у 1973 р. він отримав Нобелівську премію). Хоча кристадин (кристалічний гетеродин) і не був запатентований, пристрій та його юний винахідник стали широко відомі широкому колу вітчизняних та зарубіжних фахівців. У 1923 р. О. Лосєв, як свого часу і Г. Раунд, спостерігав світіння карборунду в контактному детекторі. Він першим зрозумів важливість та перспективи спостережуваного явища, яке після його досліджень у країнах Заходу стали називати «світінням Лосєва». Дослідження першого напівпровідникового джерела світла були викладені Лосєвим у 1927–1930 роках у серії статей. У 1929 р. він отримав патент на винахід під назвою «Світлове реле», де було запропоновано використовувати «світний карборундний детектор» для бінарного запису інформації на рухому фотопластинку під час телеграфного або телефонного прийому. Отже, О. Лосєв є фактично винахідником і світлодіода, й оптичної дискової пам'яті [63].

У 1951 р. американський дослідник Курт Лєховєц з колегами продовжив вивчення світіння Лосєва і дійшов висновку, що воно викликане інжекцією носіїв

заряду *p–n*-переходом. Американський фізик Рубін Браунштейн 1955 р. дослідив інфрачервоне рекомбінаційне випромінювання, яке виникало в кристалі арсеніду галію GaAs унаслідок інжекції. У результаті цих досліджень у США у 1962 р. було створено червоні лазерні діоди та світлодіоди: спочатку Нік Холоняк створив лазерний діод на сплаві $GaAs_{1-x}P_x$, а трохи пізніше Джон Старкієвич та Джон Аллен розробили світлодіод на фосфіді галію, легованому цинком GaP:Zn [65].

Американський вчений Н. Холоняк зробив значний внесок у технологію напівпровідникової електроніки. Він першим створив прилади на основі сплавів напівпровідників III та V груп елементів періодичної таблиці, використавши для цього метод газової епітаксії, запропонований ним у 1960 р.

У 1963 р. американський дослідник Герберт Нельсон розробив технологію рідинної епітаксії напівпровідникових плівок на підкладках. У 1964 р. з'явилася технологія молекулярно-променевої епітаксії: Річард Скулар та Джей Земел за допомогою молекулярного пучка нанесли на кристал хлористого натрію NaCl плівку сульфіду свинцю PbS. Нові матеріали з керованою структурою фосфід-арсенід галію $GaAs_{1-x}P_x$ та арсенід галію-алюмінію $Al_xGa_{1-x}As$, отримувані шляхом епітаксії, дозволили значно змінювати ширину забороненої зони напівпровідників, підбираючи відносний вміст x одного з компонентів у сплаві. При цьому змінювалася і довжина хвилі випромінювання.

Проведені у 60–70-х роках XX ст. дослідження подвійних сполук третьої та п'ятої груп періодичної таблиці елементів (типу $A^{III}B^{V}$, таких як GaP, GaAs, GaSb, GaN, AlN, InP), а також другої та шостої груп (типу $A^{II}B^{VI}$, таких як SiC, ZnS, ZnSe, ZnO) створили передумови для масового випуску світлодіодів з ультрафіолетовим, видимим та інфрачервоним випромінюванням.

У 1968 р. з'являються перші гетероструктурні лазери, а у 1969 р. – гетероструктурні світлодіоди. У 2000 р. американський фізик Герберт Кремер та російський фізик Жорес Алфьоров за роботи у галузі створення гетероструктур, започатковані ними у 1963 р., отримали Нобелівську премію [78].

Тривалий час найкоротші довжини хвиль серійних світлодіодів відповідали зеленому випромінюванню. У 1990 р. японський дослідник Судзі Накамура створив високоефективний синій світлодіод на основі InGaN, після чого значно розширилася сфера застосування світлодіодів (підсвічування рідкокристалічних дисплеїв, триколірні світлодіодні дисплеї тощо). Створені останнім часом яскраві сині світлодіоди, поєднані з жовтим люмінофором, випромінюють біле світло і з часом замінять звичайні лампи [79].

Перші дослідження можливості створення органічного світлодіода були проведені ще у 60-х роках XX ст., але високі напруги і мала яскравість перших органічних світлодіодів, здавалося, робили їх неперспективними. Ситуація різко змінилася у 1987 р. після створення Чінгом Тангом та Стівеном ван Слайком низьковольтних органічних світлодіодів з яскравістю понад 1000 кд/м^2. Дисплеї на органічних світлодіодах, переважа-

ючи рідкокристалічні дисплеї практично за всіма технічними параметрами, поступово почали витісняти останні з ринку побутової електроніки.

GaP-світлодіоди. Ефективність прямозонної випромінювальної рекомбінації зазвичай значно вища за ефективність непрямозонної, тому досить дивною виглядає сама можливість створення високоефективних світлодіодів на основі непрямозонного фосфіду галію GaP [65].

Випромінювальна рекомбінація електрона та дірки у непрямозонному напівпровіднику відбувається за участю третьої частинки, причому в нелегованому GaP її роль відіграє фонон (див. рис. 10.11). Імовірність такої рекомбінації в GaP приблизно на чотири порядки менша за ймовірність прямозонної рекомбінації в GaAs. Але якщо створити в GaP домішкові центри (атоми азоту N для зеленого світіння та комплекси цинк–кисень Zn–O для червоного), то на них утворюються зв'язані екситони (див. рис. 10.3). Екситон поглинає різницю імпульсів електрона та дірки і ймовірність випромінювальної рекомбінації різко зростає. Випромінюючи фотон, екситон розпадається.

Іншою сприятливою обставиною для створення високоефективних GaP-світлодіодів є те, що енергії фотонів екситонної люмінесценції не вистачає для міжзонного поглинання, і такі фотони, попри розсіяння та повне внутрішнє відбиття світла, можуть декілька разів проходити через кристал і все ж таки виходити з кристала у потрібному напрямку. Зовнішня квантова ефективність таких світлодіодів досягає $\eta_e = 0{,}5$ % (за густини струму приблизно 20 А/см^2).

Нарешті, завдяки тому, що видність зеленого світла у декілька разів вища за видність червоного, зелені (точніше – жовто-зелені) гомоструктурні світлодіоди на основі GaP:N з центральною довжиною хвилі $\lambda_0 \approx 565$ нм мають високу світловіддачу, силу світла та яскравість.

Фосфід галію GaP є широкозонним напівпровідником, у якого за $T = 300$ К ширина забороненої зони $E_g = 2{,}27$ еВ (порівняйте: у прямозонного арсеніду галію GaAs $E_g = 1{,}43$ еВ). Напівпровідник з такою шириною забороненої зони може випромінювати зелене світло з $\lambda_0 = 555$ нм, до якого око людини найбільш чутливе, але при цьому рекомбінація не має проходити через N-домішкові центри, тобто GaP не потрібно легувати азотом. Якщо ж не легувати GaP азотом, то різко зростає частка актів невипромінювальної рекомбінації, які проходять через глибокі рівні забороненої зони, розміщені на відстані 0,65 еВ від дна зони провідності. Ці рівні зумовлені дефектами кристалічної решітки, які з'являються у процесі вирощування

напівпровідникових шарів методом рідинної епітаксії, коли немає атома P у вузлі кристалічної решітки (*вакансія*) або між вузлами решітки.

Різко зменшити концентрацію дефектів можна, вирощуючи монокристалічний GaP з розплаву. Якщо спочатку цей метод був відкинутий через високу (до 10^{23} м$^{-3}$) концентрацію дефектів у вирощуваних монокристалах, то оптимізація технології дозволила отримувати монокристалічні структури навіть з меншою концентрацією дефектів, ніж у напівпровідникових шарах, виготовлених методом рідинної епітаксії. Так, у 1979 р. вдалося знизити концентрацію дефектів до 10^{19} м$^{-3}$, і зовнішня квантова ефективність світлодіодів із зеленим випромінюванням досягла майже 0,2 %.

Червоні гомоструктурні світлодіоди на основі GaP:Zn,O, виготовлені шляхом рідинної епітаксії на монокристалічній GaP-підкладці *n*-шару, легованого телуром Te, та *p*-шару, легованого Zn і O, мали зовнішню квантову ефективність 7 % ще у 1969 р. Однією з причин отримання досить високої ефективності було те, що комплекси Zn–O відігравали у таких структурах роль активаторів люмінесценції. Максимум люмінесценції GaP:Zn,O-світлодіодів за $T = 300$ К перебуває у діапазоні 0,69–0,71 мкм.

GaAs-світлодіоди. Перші ефективні арсенід-галієві світлодіоди з'явилися у 1966 р., і зростання зовнішньої квантової ефективності до 3,7 % було пов'язане з вирощуванням *p–n*-структури методом рідинної епітаксії, у процесі якої легувалися кремнієм і *p*-шар, і *n*-шар. Спочатку за високої температури на GaAs-підкладці вирощується *n*-шар, в якому атоми кремнію Si займають вакансії, залишені у вузлах решітки атомами галію Ga, що спричиняють утворення донорних рівнів. Якщо температура нижча, вирощується *p*-шар і атоми Si вже заповнюють вакансії, залишені атомами As, утворюючи акцепторні рівні. Так в одному технологічному процесі вдається виростити обидва шари *p–n*-структури.

Надалі дослідження показали, що в гомоструктурних GaAs-світлодіодах з плоскою випромінювальною поверхнею кристала η_e може досягати 4,5 %, а з напівсферичною – 28 % [65].

Максимум люмінесценції GaAs-світлодіодів за $T = 300$ К перебуває у межах 0,82–0,96 мкм залежно від концентрації Si. За високої концентрації домішки розподіли щільності дозволених станів за енергіями для електронів у зоні провідності (S_c) та для дірок у валентній зоні (S_v) набувають такого вигляду, за якого у заборонену зону заходять «хвости» цих розподілів, звужуючи ефективну ширину забороненої зони (рис. 11.1).

На положення спектрального максимуму випромінювання будь-

якого світлодіода досить сильно впливає температура. Із зростанням температури максимум зміщується у бік довших довжин хвиль, як це показано на рис. 11.2, при цьому падає потужність випромінювання.

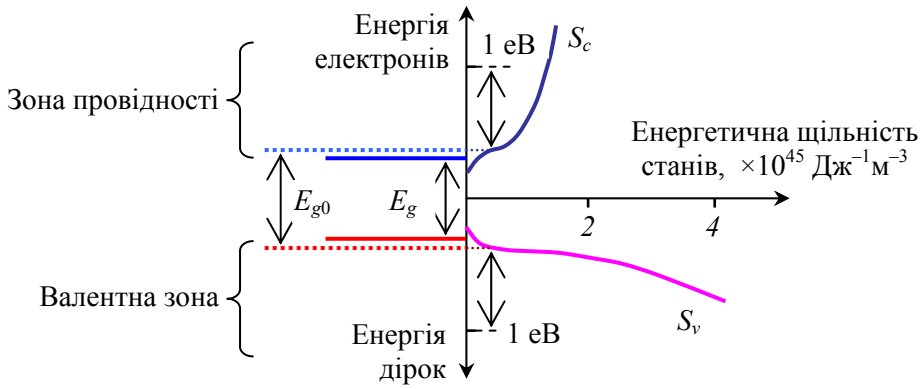

Рис. 11.1. Звуження забороненої зони під час утворення «хвостів» на функціях розподілу щільності станів S_c та S_v: суцільними лініями показано межі забороненої зони і функції розподілу для домішкового GaAs, а пунктирними лініями – для чистого GaAs

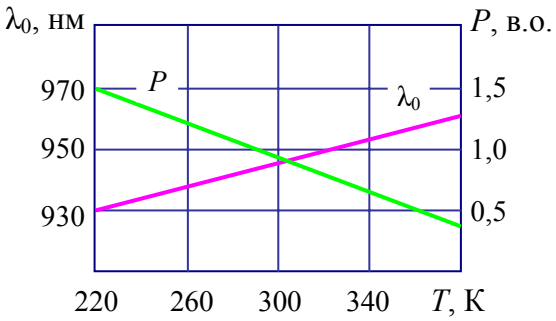

Рис. 11.2. Температурні залежності спектрального максимуму λ_0 та потужності P випромінювання GaAs-світлодіода

Ширина спектра випромінювання багатьох епітаксіальних GaAs:Si-світлодіодів становить приблизно 40 нм і з нагріванням трохи збільшується.

Приклад 11.1. За струму $J = 30$ мА внутрішня квантова ефективність світлодіода на основі GaAs:Si становить $\eta_i = 50$ %. Світлодіод випромінює на довжині хвилі $\lambda_0 = 0{,}9$ мкм. Оцінити потужність випромінювання, яке виходить через плоску поверхню кристала назовні, якщо активну (випромінювальну) область переходу вважати квазіточковим джерелом випромінювання. Показник заломлення GaAs $n = 3{,}5$.

Вважатимемо, що активна область переходу випромінює в усі боки однаково (ізотропно), тобто квазіточкове джерело випромінює у повний тілесний кут, рівний 4π стерадіан. Потужність такого джерела

$$P_i = \eta_i \left(\frac{J}{e}\right)\left(\frac{hc}{\lambda_0}\right).$$

Через плоску поверхню кристала у повітря переходить тільки та частина випромінювання, яка перебуває всередині конуса з вершиною на джерелі та з твірною, що падає на поверхню кристала під граничним кутом повного внутрішнього відбиття:

$$\theta_0 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n}\right),$$

де n_1 – показник заломлення середовища, яке межує з кристалом; тут $n_1 \approx 1$ – показник заломлення повітря. Тілесний кут, охоплений таким конусом,

$$\Omega = 4\pi\sin^2\theta_0 = 4\pi\sin^2\arcsin\left(\frac{n_1}{n}\right) = 4\pi\left(\frac{n_1}{n}\right)^2.$$

Потужність випромінювання, зосередженого у цьому тілесному куті,

$$P_{i\Omega} = \frac{\Omega}{4\pi}P_i = \frac{hc\eta_i J}{e\lambda_0}\left(\frac{n_1}{n}\right)^2.$$

Частина цього випромінювання повертається від поверхні назад у кристал і, якщо вважати, що в межах тілесного кута Ω коефіцієнт відбиття, а відповідно і коефіцієнт пропускання, залишаються такими, як за нормального падіння випромінювання, то потужність випромінювання, яке проходить через плоску поверхню кристала в середовище з показником заломлення n_1,

$$P = \left[1 - \frac{(n-n_1)^2}{(n+n_1)^2}\right]P_{i\Omega} = \frac{4hc\eta_i n n_1 J}{e\lambda_0(n+n_1)^2}\left(\frac{n_1}{n}\right)^2. \qquad (11.1)$$

Підставляючи дані, отримаємо:

$$\mathrm{P} \approx \frac{4\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8\cdot 0{,}5\cdot 3{,}5\cdot 1\cdot 30\cdot 10^{-3}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}9\cdot 10^{-6}(3{,}5+1)^2}\left(\frac{1}{3{,}5}\right)^2 \approx 1{,}2 \text{ мВт}.$$

Приклад 11.2. Гомоперехід в арсенід-галієвому діоді Барраса (див. рис. 11.26, *г*) перебуває на відстані $L = 3$ мкм від анодного дискового електрода діаметром $D = 50$ мкм, що є продовженням мідного радіатора. До переходу прикладено напругу $U = 1{,}5$ В. За якого струму J перехід нагріється на 50 К, якщо за початкової температури $T = 293$ К теплопровідність GaAs $\gamma_T = 44$ Вт/(м·К)? Витратами частини електричної потужності на випромінювання знехтувати. Скористатися одновимірною моделлю теплового потоку.

Розгляньмо у напівпровідниковому кристалі уявний циліндр, який нижньою основою збігається з дисковим анодом, а верхньою основою торкається *p–n*-переходу. Весь струм стікає з *n*-емітера всередину циліндра, причому внаслідок великого опору збідненого шару порівняно з опорами емітера та бази вся напруга падає на переході. У стані динамічної рівноваги виділення в переході джоулева тепла внаслідок протікання через нього струму зрівноважується відтоком тепла в холодний радіатор:

$$UJ = \frac{\gamma_T \pi D^2 \Delta T}{4L}.$$

Струм, за якого перехід нагрівається на $\Delta T = 50$ К,

$$J = \frac{\gamma_T \pi D^2 \Delta T}{4UL} \approx \frac{44 \cdot 3{,}14 (50 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 50}{4 \cdot 1{,}5 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} \approx 0{,}96 \text{ А}.$$

У 2003 р. американські дослідники повідомили про створення GaAs-світлодіода з довжиною хвилі випромінювання $\lambda_0 = 1550$ нм. Таке випромінювання мінімально ослаблюється у кварцовому волокні, яке використовується у волоконно-оптичних лініях зв'язку. Для отримання в GaAs випромінювання з більшою довжиною хвилі у кристалічній решітці були створені дефекти, за яких у вузлах решітки, де зазвичай містяться атоми галію, були розміщені атоми миш'яку. Це зумовило утворення в глибині забороненої зони дозволених рівнів, за допомогою яких і здійснюється рекомбінація електронів та дірок. Внутрішня квантова ефективність такого світлодіода була досить низькою – лише 0,6 %.

SiC-світлодіоди. Карбід кремнію – непрямозонний напівпровідник, який у результаті гексагональної модифікації кристалічної решітки 4H-SiC має $E_g = 3{,}26$ еВ, а якщо 6H-SiC, $E_g = 3{,}03$ еВ. Висока теплопровідність (390–490 Вт/(м·К); для порівняння у GaAs та Si відповідно 44 та 150 Вт/(м·К)), висока радіаційна стійкість і можливість працювати за температур до 900 К роблять цей матеріал дуже перспективним для електроніки. На основі цього матеріалу створюють жовті ($\lambda_0 \approx 590$ нм), зелені та сині ($\lambda_0 \approx 490$ нм) світлодіоди. Методом рідинної епітаксії на *p*–SiC-підкладці вирощується *p*–*n*-структура, в якій *p*-шар утворюється легуванням SiC алюмінієм, а *n*-шар – азотом. Інжекція електронів у *p*-базу викликає електролюмінесценцію із зовнішньою квантовою ефективністю $4 \cdot 10^{-3}$ % [65].

Si-світлодіоди. Кремній Si є основним матеріалом електроніки, у десятки разів дешевшим за арсенід галію – основний матеріал оптоелектроніки. Кремнієві інтегральні схеми (зокрема надвеликі, наприклад, комп'ютерні процесори) містять будь-які напівпровідникові електронні компоненти, окрім випромінювачів. Арсенід-галієві інтегральні схеми можуть містити і випромінювачі, але вартість таких схем буде зависока. Використання світла у процесорах відкриває нові можливості комутації сигналів, збільшує швидкодію та надійність комп'ютерів. Основна проблема з кремнієм полягає в тому, що він є непрямозонним напівпровід-

ником і ймовірність випромінювальної рекомбінації у ньому на декілька порядків менша, ніж у GaAs.

Для подолання цієї проблеми створюють умови, які дозволяють значно підвищити цю ймовірність. Перша умова пов'язана з обмеженням об'єму напівпровідника, в який інжектуються електрони. Це досягається розміщенням в діелектричному шарі SiO_2 нанокристалів кремнію розміром в декілька нанометрів (розмір атома водню становить 0,1 нм). Змінюючи розмір нанокристала, можна змінювати ширину забороненої зони і, відповідно, довжину хвилі випромінювання. Але найважливішою є можливість зменшити різницю в імпульсах електрона та дірки, що дозволяє задовольнити закон збереження імпульсу за допомогою участі в акті випромінювальної рекомбінації більш поширеного у кристалі фонона з меншою енергією. Це і приводить до збільшення ймовірності випромінювальної рекомбінації електронів та дірок у самому нанокристалі. Проте виявляється, що нанокристал, збуджений електроном, може передавати надлишкову енергію й іону, розміщеному поруч [81].

Інша умова передбачає імплантацію в SiO_2 іонів рідкоземельних елементів з атомними номерами від 58 (Ce – церій) до 71 (Lu – лютецій), які мають подібні хімічні властивості та які стають випромінювальними центрами. Особливістю цих елементів є те, що їх електронні оболонки (і, відповідно, випромінювальні властивості) залишаються майже незмінними у разі розміщення іонів в іншому матеріалі. Іони церію Ce генерують синє випромінювання, тербію Tb – зелене, лютецію Lu – червоне, ербію Er – інфрачервоне.

Особливістю технології виготовлення Si-світлодіода є створення на підкладці з *p*-Si тонкого шару SiO_2, збагаченого кремнієм і легованого іонами одного з рідкоземельних елементів. Під час нагрівання атоми Si збираються в нанокристали розміром в декілька нанометрів.

Принцип дії Si-світлодіода схематично зображено на рис. 11.3. У разі прикладання до світлодіода прямої напруги електрони інжектуються з шару *n*-Si у шар SiO_2, де вони збуджують і нанокристали, й іони рідкоземельного елемента. Частину енергії збудження нанокристали віддають у вигляді випромінювання, а частину передають іонам. Отже, збудження іонів здійснюється й електронами, і нанокристалами. Внаслідок такої вдалої організації процесів обміну енергією між нанокриста-

лами кремнію та іонами, розміщеними в діелектричному шарі двоокису кремнію, вдалося створити ефективний механізм збудження іонів і їх наступного випромінювання.

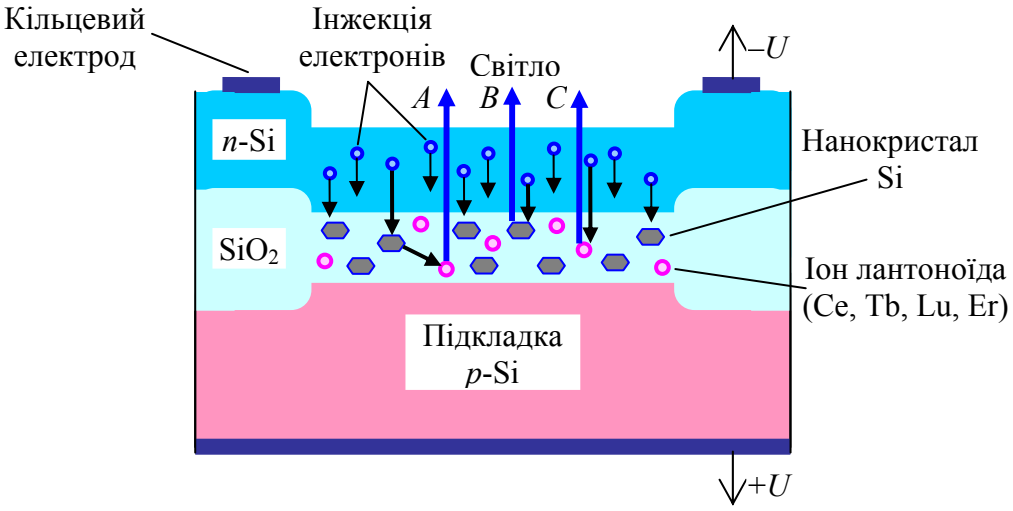

Рис. 11.3. Три механізми генерації випромінювання у кремнієвому світлодіоді: *A* – випромінювання іона завдяки енергії, переданій йому від збудженого електроном нанокристала Si; *B* – випромінювальна рекомбінація електрона та дірки в нанокристалі; *C* – випромінювання іона, безпосередньо збудженого електроном

Попри те, що зовнішня квантова ефективність Si-світлодіодів сягає 10 %, їх потужність значно поступається потужності $A^{III}B^{V}$-світлодіодів. Причиною є те, що на 1 см^2 діелектричного шару світлодіода поки що не вдається розмістити більше 10^{15} іонів рідкоземельного елемента.

GaN-світлодіоди. Нітрид галію – прямозонний напівпровідник, який має широку заборонену зону ($E_g \approx 3{,}4$ еВ). Цей матеріал може утворювати сплави з нітридом індію InN та нітридом алюмінію AlN, забезпечуючи отримання ширини забороненої зони у межах $E_g = 1{,}9$–$6{,}2$ еВ. Це дає змогу створювати на його основі світлодіоди з будь-яким кольором випромінювання, але донедавна не вдавалося досягти квантової ефективності $\eta_e > 0{,}3$ %. Однією з причин було те, що внаслідок ефекту автокомпенсації не можна було отримати *p*-GaN. Якщо, наприклад, легувати GaN цинком, то замість очікуваного *p*-шару отримують *i*-шар (ефект автокомпенсації). Ось чому доводилося створювати світлодіод на *m*–*i*–*n*-структурі. Іноді її називали МДН-структурою, тобто структурою метал–діелектрик–напівпровідник, але високоомним шаром насправді був не діелектрик, а *i*-напівпровідник; проте був і діелектрик – сапфірова підкладка. Монокристалічний сапфір Al_2O_3 – це майже ідеальний ізолятор, що використовується в технології «кремній на сапфірі», яку застосовують, наприклад, у виготовленні надвеликих інтегральних схем. Але тут сапфір виявився кристалом з періодом решітки, близьким до GaN, що дозволило за допомогою газової епітаксії нарощувати на сапфірову підкладку спочатку *n*-GaN,

а потім – *i*-GaN. Шар *n*-GaN має електронну провідність не в результаті легування донорною домішкою, а внаслідок того, що вакансії N створюють у забороненій зоні донорні рівні. Шар *i*-GaN отримують легуванням частини шару *n*-GaN цинком.

Механізм інжекційної електролюмінесценції у світлодіодах з *m*–*i*–*n*-структурою дещо відрізняється від звичайного. Пряме зміщення на *i*–*n*-переході (рис. 11.4) приводить до тунелювання електронів з *n*-шару в зону провідності *i*-шару. Сильне електричне поле *i*-шару настільки прискорює тунельовані носії, що виникає ударна іонізація та лавинне помноження носіїв. Генеровані в *i*-шарі дірки інжектуються в *n*-шар, а електрони переходять в метал (анод). Інжектовані дірки рекомбінують на акцепторних рівнях Zn з випромінюванням світла. Очевидно, що коефіцієнт інжекції *i*–*n*-переходу досить низький, що зумовлює низьку квантову ефективність таких світлодіодів.

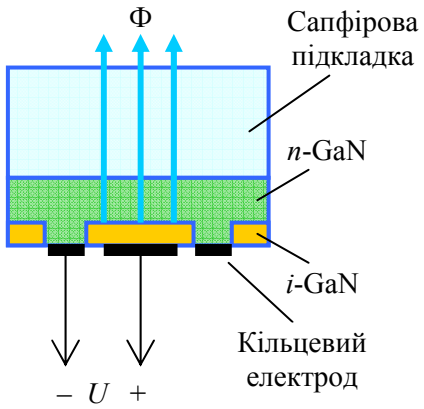

Рис. 11.4. Конструкція GaN-світлодіода

На основі *m*–*i*–*n*-структури вдалося також створити GaN-світлодіоди, які за прямого зміщення випромінюють блакитне світло, а за зворотного – фіолетове. Фіолетове випромінювання можна отримати у світлодіодах на основі GaN:Mg. Якщо напруга прямого зміщення $U = 20$ В, зовнішня квантова ефективність GaN-світлодіодів не перевищувала 10^{-3} %, тому з часом ці світлодіоди були витіснені з ринку більш ефективними світлодіодами на основі InGaN та SiC [65].

Приклад 11.3. Знайти потужність випромінювання GaN-світлодіода, якщо за струму $J = 100$ мА його зовнішня квантова ефективність $\eta_e = 10^{-5}$, а довжина хвилі $\lambda_0 = 350$ нм.

Потужність випромінювання, яке виходить зі світлодіода назовні, дорівнює добутку зовнішньої квантової ефективності на швидкість інжекції електронів та на енергію випромінюваних фотонів:

$$P = \eta_e \left(\frac{J}{e}\right)\left(\frac{hc}{\lambda_0}\right).$$

Підставляючи числові дані, отримаємо:

$$P \approx 10^{-5}\left(\frac{100\cdot 10^{-3}}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\right)\left(\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3{,}0\cdot 10^{8}}{350\cdot 10^{-9}}\right) \approx 3{,}6 \text{ мкВт}.$$

AlN-світлодіоди. Нітрид алюмінію має найширшу заборонену зону серед електролюмінесцентних напівпровідників ($E_g \approx 6{,}2$ еВ). Із цим

матеріалом пов'язують надії на створення світлодіодів ультрафіолетового діапазону. Технологія цих випромінювачів близька до технології GaN-світлодіодів (газова епітаксія на сапфіровій підкладці). За напруги 100 В зовнішня квантова ефективність таких світлодіодів не перевищує 10^{-3} % [65].

У 2006 р. японські дослідники (Йошітака Таніясу та інші) повідомили про створення AlN-світлодіода з $\lambda = 210$ нм.

Як очікується, світлодіоди з такою довжиною хвилі будуть використані в обладнанні, призначеному для екологічного захисту, зокрема для розкладання таких небезпечних хімічно стійких сполук, як діоксин та поліхлоровані дифеніли. Останні донедавна використовували як у закритому вигляді (охолоджувальні та ізоляційні рідини в трансформаторах і конденсаторах), так і відкритому (стабілізувальні присадки до поліхлорвінільної електроізоляції проводів та кабелів, домішки до фарб, машинних мастил, цементів, пестицидів тощо). З 70-х років XX ст. застосовувати їх у відкритому вигляді заборонено: під час пожежі дифеніли потрапляють у повітря і становлять смертельну небезпеку для людини. Забруднення дифенілами у повітрі знаходять навіть в Арктиці, тому вкрай актуальним є розроблення захисного екологічного устаткування з ультрафіолетовими випромінювачами з 200-нанометровим діапазоном.

Світлодіоди на сполуках типу $A^{II}B^{VI}$. Серед сполук цього типу найбільш перспективними для створення світлодіодів виявилися сульфід цинку ZnS ($E_g = 3{,}8$ еВ), селенід цинку ZnSe ($E_g = 2{,}7$ еВ) та окис цинку ZnO ($E_g = 3{,}3$ еВ). Усі вони – прямозонні напівпровідники, в яких механізм інжекції може бути реалізований або за допомогою бар'єра Шоткі, або МДН-структури. Так, наприклад, на основі ZnS можна зробити світлодіод Шоткі з випрямним контактом Au-ZnS та омічним контактом In-ZnS. З ZnSe краще створювати МДН-світлодіоди зі структурою Au-SiO_2-ZnSe, які можуть працювати при прямому зміщенні $U < 5$ В, забезпечуючи зовнішню квантову ефективність блакитного випромінювання до 0,1 %.

Світлодіод Шоткі на основі ZnO має дуже малу ефективність – $\eta_e \approx 10^{-4}$ %, але він цікавий тим, що випромінює біле світло. Його спектр випромінювання (0,4–1,0 мкм) охоплює весь видимий діапазон і поширюється навіть на ближню інфрачервону ділянку, причому із зростанням струму у вихідному випромінюванні збільшується вміст синьо-зеленого випромінювання.

ZnO-світлодіод на *p–n*-переході є більш перспективним, ніж світлодіод Шоткі; тільки треба вирішити проблему створення *p*-шару. Проблема полягає в тому, що природний ZnO має електронну провідність, і після легування його акцепторною домішкою утворений *p*-шар через декілька місяців знову перетворюється на *n*-шар. Одна з найбільш прогресивних технологій передбачає створення *p*-шару з домішками літію та азоту методом імпульсного лазерного осадження. Довговічність такого шару перевищує 16 місяців.

ZnO-світлодіоди здатні генерувати випромінювання з довжиною хвилі до 200 нм [65].

GaAsP-світлодіоди. Твердий розчин арсеніду-фосфіду галію $GaAs_{1-x}P_x$ є одним з найкращих електролюмінесцентних матеріалів, який завдяки високій яскравості люмінесценції та можливості використання високопродуктивної газової епітаксії під час вирощування якісних епітаксіальних шарів прямозонного та непрямозонного (за $x > 0{,}6$) напівпровідників широко використовують для виробництва світлодіодних знакових індикаторів. Кристал прямозонного арсеніду-фосфіду галію сильно поглинає світло і це дає змогу створювати висококонтрастні матричні індикатори для калькуляторів, годинників, тестерів, а також лінійні шкали для аудіоапаратури.

Твердий розчин двох напівпровідників не є хімічною сполукою. Його можна отримати змішуванням двох розплавів, наприклад, GaAs (температура плавлення 1510 К) та GaP (температура плавлення 1740 К), або одночасним епітаксіальним вирощуванням на одній підкладці й GaAs, і GaP, що дозволяє отримувати змінний вміст GaP в GaAs по товщині шару.

Світлодіод на основі прямозонного арсеніду-фосфіду галію (наприклад, $GaAs_{0,6}P_{0,4}$) створюють на підкладці з n^+-GaAs. Першим нарощують шар n-$GaAs_{1-x}P_x$, в якому вміст GaP плавно змінюється від $x = 0$ до $x = 0{,}4$. Товщина цього шару становить 30 мкм. Далі нарощується шар n-$GaAs_{0,6}P_{0,4}$ товщиною 10 мкм з однаковим вмістом GaP по всій товщині. У такій структурі шар зі змінним вмістом GaP служить для узгодження параметрів кристалічних решіток GaAs та $GaAs_{0,6}P_{0,4}$, а також для зменшення механічних напружень, які виникають під час поєднання кристалів з різними властивостями. Наступним етапом цієї технології є дифузія парів Zn за $T \approx 1100$ К у другий епітаксіальний шар структури, внаслідок якої частина цього шару змінює провідність і перетворюється на дифузійний *p*-шар. Таким чином на глибині 3–5 мкм між легованою та нелегованою Zn частинами другого епітаксіального шару утворюється дифузійний *p–n*-перехід.

Спектральну характеристику $GaAs_{0,6}P_{0,4}$-світлодіода, який випромінює червоне світло з $\lambda_0 = 655$ нм, показано на рис. 11.5, причому ширина спектра випромінювання становить 20 нм [65].

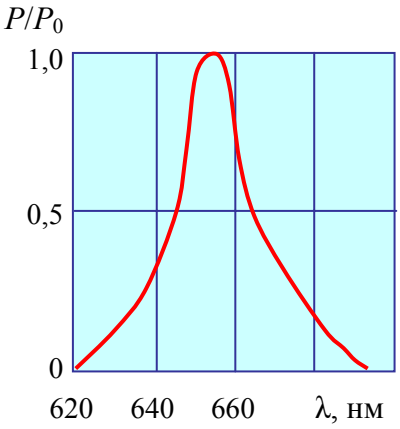

Рис. 11.5. Спектральна характеристика $GaAs_{0,6}P_{0,4}$-світлодіода; P/P_0 – нормована потужність випромінювання

Світлодіод на основі непрямозонного GaAsP створюють на n^+-GaP-підкладці. Вирощуючи перший епітаксіальний шар, вміст GaP поступово зменшують від $x = 1$ до $x = 0{,}85$ (для жовтого світіння) або до $x = 0{,}65$ (для оранжевого світіння). Другий епітаксіальний шар (наприклад, n-$GaAs_{0,35}P_{0,65}$) роблять шириною 30 мкм і легують весь телуром Te, а верхню частину (приблизно 10 мкм) цього шару додатково легують азотом N. Далі дифузією цинку Zn у верхній частині цього шару створюють p–n-перехід, як це було описано вище.

11.2. Світлодіоди з керованим кольором випромінювання

Двосмугові однопереходні світлодіоди. Підвищення квантової ефективності гомоструктурних світлодіодів можливе за рахунок сильного легування емітера відносно бази, що збільшує коефіцієнт інжекції і створює умови для квазіоднобічної інжекції. Якщо використовується інжекція електронів у p-базу, то зустрічна інжекція дірок в n-емітер виступає як паразитне явище. У 1971 р. було зроблено перші спроби створення світлодіодів з електролюмінесценцією в області просторового заряду, зумовленою зустрічною інжекцією електронів та дірок (такі світлодіоди ще називають світлодіодами з рекомбінацією в області просторового заряду). Рекомбінація носіїв заряду відбувається у цьому разі переважно через домішкові рівні й дає випромінювання з довшими хвилями, ніж у разі міжзонної рекомбінації, тому видиме випромінювання можна отримати тільки в широкозонних напівпровідниках, наприклад, у фосфіді галію.

Якщо, наприклад, виростити методом рідинної епітаксії на n–GaP-підкладці n-шар, легований N, і p-шар, легований Zn та O, то інжекція

дірок у *n*-шар викликатиме зелену люмінесценцію, а інжекція електронів у *p*-шар – червону люмінесценцію. Так з'являється можливість отримати світлодіод, який випромінює світло з усіма відтінками – від зеленого до червоного. Створені у 1976 р. двосмугові світлодіоди мали зовнішню квантову ефективність червоної люмінесценції до 2 %, а зеленої – до 0,1 %. При цьому ширина спектра зеленої люмінесценції, виміряна на рівні половинної інтенсивності, становила 28 нм, а червоної – 90 нм. За прямого струму $J < 5$ мА значно ефективнішою виявляється червона електролюмінесценція, викликана інжекцією електронів у *p*-шар, і світлодіод випромінює червоне світло. Далі зі зростанням струму відбувається насичення червоної люмінесценції, і за $J > 50$ мА вже переважає зелена електролюмінесценція, пов'язана з інжекцією дірок в *n*-шар, і світлодіод випромінює жовто-зелене світло – суміш у відповідній пропорції червоного та зеленого світла. Як співвідношення світлових потоків зеленої та червоної люмінесценції Φ_G/Φ_R впливає на колір світіння світлодіода – ефективну довжину хвилі випромінювання λ_{eff} – показано на рис. 11.6.

У широких межах світловий потік світлодіода приблизно пропорційний силі струму інжекції, тому зміна кольору випромінювання у двосмугових однопереходних світлодіодах супроводжується і суттєвою зміною світлового потоку (рис. 11.7).

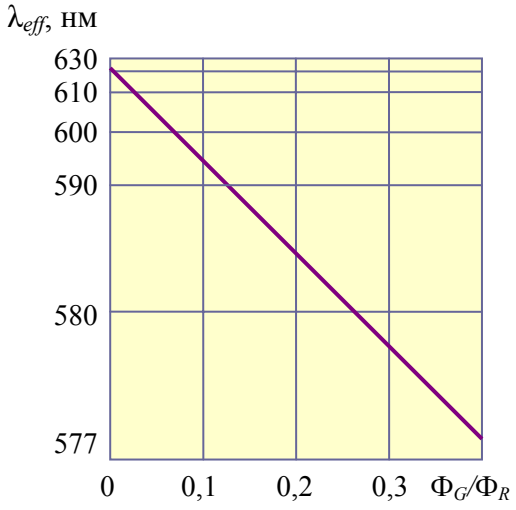

Рис. 11.6. Залежність ефективної довжини хвилі випромінювання двосмугового GaP-світлодіода від відношення світлових потоків зеленої та червоної люмінесценції

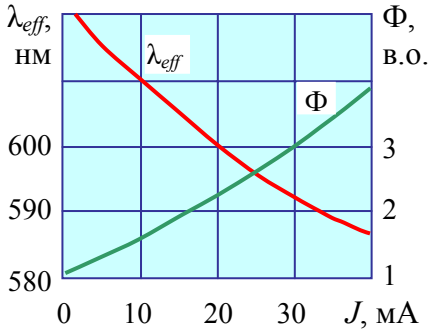

Рис. 11.7. Залежність кольору та світлового потоку двосмугового GaP-світлодіода від прямого постійного струму

Двоперехідні світлодіоди. Двосмуговий GaP-світлодіод дозволяє зі зміною струму інжекції плавно змінювати колір випромінювання від жовто-зеленого до оранжевого, але при цьому змінюється також яскравість світіння. Створення двокристальних світлодіодів, у яких один кристал випромінював зелене світло, а другий – червоне, не вирішувало проблеми, бо фактично колір випромінювання таких світлодіодів не міг набувати проміжних відтінків і перемикався тільки з червоного на зелений чи навпаки.

У 1980 р. з'явилися двоперехідні однокристальні GaP-світлодіоди, в яких переходи розміщували як по обидва боки підкладки, так і з одного боку. Світлодіоди останнього типу мають планарну епітаксіальну структуру, сумісну з технологією мікроелектроніки. Зовнішня квантова ефективність цих світлодіодів для зеленого світла становить 0,4 % (густина струму 12,5 А/см^2), а для червоного світла – 4 % (за 2 А/см^2) [65].

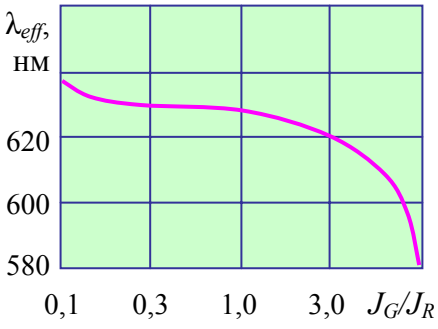

Рис. 11.8. Залежність кольору випромінювання двоперехідного GaP-світлодіода від відношення струмів через переходи

Двоперехідні однокристальні світлодіоди дозволяють зміною відношення струмів через переходи плавно перейти через усі відтінки від зеленого кольору випромінювання до червоного (рис. 11.8).

Сучасні багатоколірні світлодіоди містять в одному корпусі два InGaN-світлодіоди з синім та зеленим кольорами випромінювання і AlGaInP-світлодіод з червоним випромінюванням.

11.3. Гетероструктурні світлодіоди

Недоліки гомоструктурних світлодіодів. У гомоструктурних світлодіодах ефективність інжекції тим вища, чим сильніше емітер легований відносно бази, наприклад, чим більше відношення N_d/N_a концентрацій донорної (N_d) та акцепторної (N_a) домішок. Але досягти однобічної інжекції не вдається: якщо $N_d > 10^{25}$ м$^{-3}$, зростає концентрація дефектів у кристалі напівпровідника і, як наслідок, підвищується тунельний струм, а для однобічної інжекції єдиним видом струму через перехід має бути струм інжектованих електронів. Між тим,

якщо база надто слабо легована, у ній мало дірок, з якими мають рекомбінувати інжектовані електрони, а отже, падає внутрішня квантова ефективність інжекційної електролюмінесценції. Окрім цього, інжектовані носії заряду використовуються малоефективно, бо вони розтікаються по досить значному об'єму напівпровідника й це зменшує ймовірність зустрічі та випромінювальної рекомбінації електронів і дірок.

Наприкінці 60-х років XX ст. *p–n*-перехід у світлодіодах, інжекційних лазерах, фотодіодах замінили гетеропереходом, який значно покращив ефективність напівпровідникових структур.

Гетероперехід утворюється на межі поділу напівпровідників з різними властивостями (шириною забороненої зони, спорідненістю до електрона, діелектричною проникністю і т. ін.), але майже однаковим періодом кристалічної решітки, що дозволяє утворити з двох різних матеріалів єдиний монокристал. Якщо широкозонний напівпровідник позначити великою літерою, а вузькозонний – малою, то можливі чотири варіанти утворення гетеропереходів: *p–P*, *n–N*, *p–N*, *n–P*.

Під час утворення гетеропереходу відбувається перерозподіл носіїв заряду в напівпровіднику, що призводить до появи контактної різниці потенціалів. У стані рівноваги рівень Фермі для всієї гетероструктури має бути єдиним, що можливо за відповідного зміщення інших енергетичних рівнів. Зміщення рівнів викликає розрив дна зони провідності та стелі валентної зони на межі двох різних напівпровідників. Величина розриву дна зони провідності визначається різницею енергій спорідненості до електрона цих напівпровідників, а стелі валентної зони – додатково ще і різницею значень ширини забороненої зони обох напівпровідників. (Енергія спорідненості до електрона – це різниця енергетичних рівнів стелі верхньої вільної зони та дна зони провідності).

Якщо в монокристалі створити два різні гетеропереходи, наприклад *P–n* та *n–N*, так щоб *n*-шар перебував між ними і мав товщину $d = 0{,}05–0{,}2$ мкм (рис. 11.9), то у разі прямого зміщення *P–n*-перехід інжектуватиме у цей шар дірки, які потраплятимуть у потенціальну яму, розміщену в його валентній зоні; з протилежного боку відбуватиметься інжекція в *n*-шар електронів *N–n*-переходом й інжектовані електрони

осідатимуть у потенціальній ямі, утвореній гетеропереходами в зоні провідності цього шару (рис. 11.10). Отже, зустрічна інжекція у тонкий шар напівпровідника електронів та дірок, яка реалізується в описаній вище подвійній гетероструктурі, створює навіть за невеликого струму високу концентрацію носіїв заряду, що збільшує ймовірність їх зустрічі і випромінювальної рекомбінації.

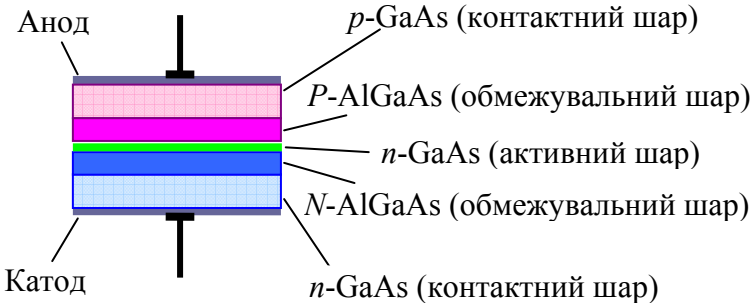

Рис. 11.9. Схема розміщення напівпровідникових шарів у подвійній гетероструктурі

Наведемо декілька переваг подвійних гетероструктур перед гомоструктурами [78]:

- однобічність інжекції носіїв окремим гетеропереходом, яка є наслідком різної висоти потенціального бар'єра для електронів та дірок;
- електронне обмеження, яке полягає у просторовому обмеженні інжектованих носіїв областю тонкого активного шару, що дає змогу досягати такої концентрації носіїв, яка потребувала б від гомоперехода значно більшої густини струму;
- фотонне обмеження, пов'язане з тим, що активний шар, виготовлений з вузькозонного матеріалу, має більший показник заломлення, ніж сусідні шари напівпровідника, виготовлені з широкозонних матеріалів; це викликає хвилевідний ефект і поширення значної частини рекомбінаційного випромінювання уздовж активного шару;

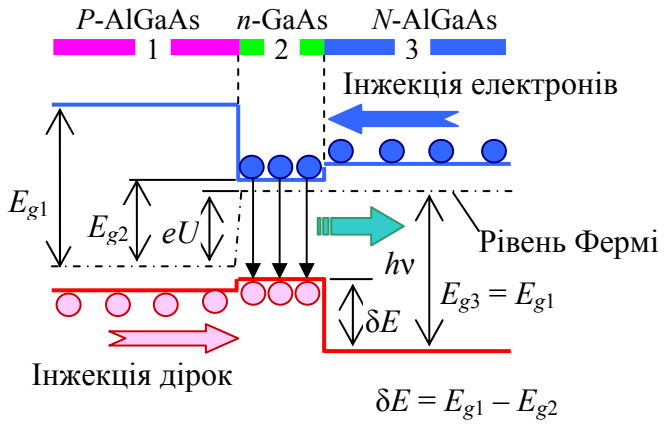

Рис. 11.10. Енергетична діаграма подвійної гетероструктури за прямого зміщення ($U > 0$)

• прозорість широкозонної підкладки для випромінювання, генерованого у вузькозонному напівпровіднику активного шару, що дає змогу виводити випромінювання через таке «широкозонне вікно» без втрат на поглинання; енергії фотонів, генерованих у вузькозонному напівпровіднику, недостатньо для закидання електрона з валентної зони в зону провідності широкозонного напівпровідника, а отже, акти поглинання таких фотонів, викликані міжзонними переходами, неможливі; до того ж виведення випромінювання через підкладку дає змогу наблизити активну область, нагріту джоулевим теплом, до радіатора, з яким межує один з електродів гетероструктури (анод на рис. 11.11);

• кращий омічний контакт між металевими електродами та обмежувальними шарами (емітерами носіїв заряду), який реалізується за допомогою проміжних контактних шарів (рис. 11.11).

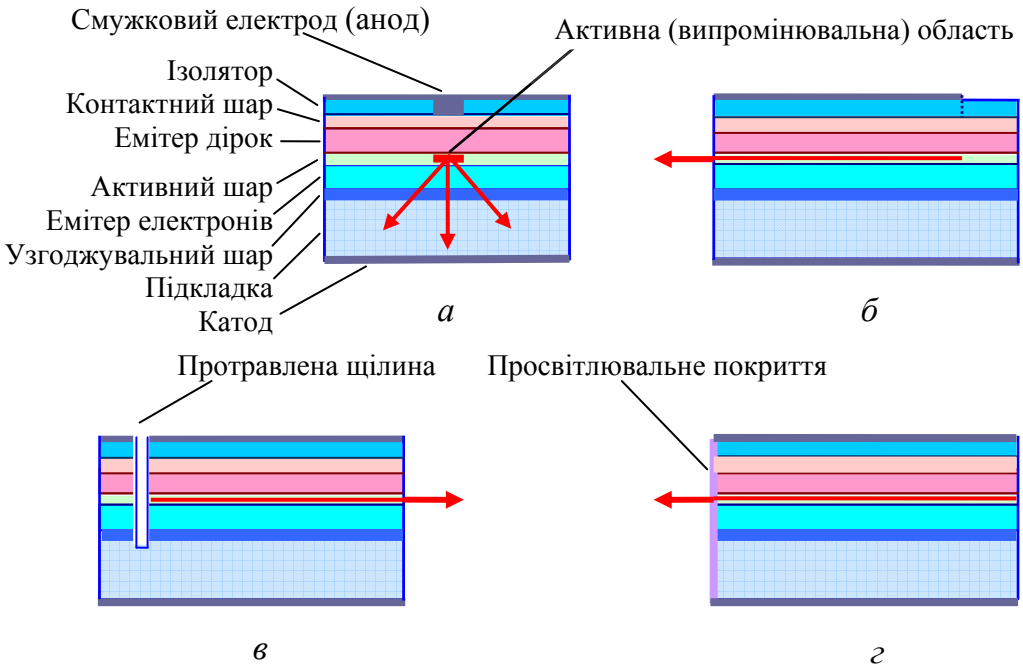

Рис. 11.11. Суперлюмінесцентні гетероструктури з різними методами запобігання лазерній генерації: *а* – вид спереду; *б*, *в*, *г* – вид збоку

Значно збільшити концентрацію носіїв заряду, інжектованих в активний шар, можна за допомогою *суперінжекції* – інтенсивної інжекції носіїв заряду невеликою областю гетероструктури, в якій за рахунок малого розміру одного з електродів створено сильне електричне поле, яке втягує носії з навколишніх областей та інжектує їх в область сильного поля активного шару. Отже, випромінює тільки невелика

частина активного шару – випромінювальна (активна) область. Малий електрод може бути або у вигляді смужки шириною 10–50 мкм і довжиною 100–300 мкм (у разі торцевого випромінювання) або диска діаметром близько 50 мкм (у разі поверхневого випромінювання).

11.4. Суперлюмінесцентні світлодіоди

Суперлюмінесценція – це випромінювання активного шару електролюмінесцентного напівпровідника, в якому сильною зустрічною інжекцією створено виродження за електронами та дірками, внаслідок чого для рекомбінаційних фотонів з енергіями, трохи більшими за ширину забороненої зони, поглинальне середовище активного шару перетворюється в підсилювальне.

Хвилевідний ефект, який спостерігається в активному шарі подвійної гетероструктури, насправді є більш складним явищем, ніж просто зигзагоподібне поширення випромінювання між гетеропереходами. Поширення випромінювання в активному шарі товщиною близько 0,1 мкм вже не можна розглядати з позицій геометричної оптики, тобто у вигляді променів, а слід перейти до хвильової оптики, тобто до електромагнітних хвиль і рівнянь Максвела, які їх описують. В оптичному хвилеводі, яким є активний шар, збуджуються певні типи електромагнітних коливань – моди, кожна з яких має свої розподіли амплітуди та фази, свою частоту, свою швидкість поширення та свою поляризацію. Явище повного внутрішнього відбиття світла, яке спричиняє хвилевідний ефект в оптичних хвилеводах товщиною понад 5 мкм (наприклад, в одномодових волокнах з діаметром серцевини 8–10 мкм) за товщини хвилеводу 1 мкм і менше трансформується у щось зовсім інше. Так, в одномодовому волокні частина випромінювання взагалі поширюється за межами серцевини. Повне внутрішнє відбиття світла не є таким вже й повним, бо електромагнітне поле світлової хвилі частково проникає за поверхню відбиття, де його величина експоненціально спадає. Чим тонший хвилевід, тим більша частина світлової енергії поширюється за його межами. Для подвійної гетероструктури це означає, що значна частина випромінювання, генерованого у вузькозонному активному шарі, поширюється у прилеглих широкозонних шарах напівпровідника без поглинання.

Оптичне підсилення, яке спостерігається в активній області смужкового світлодіода (світлодіода з торцевим випромінюванням), може викликати лазерну генерацію, що небажано. Тому роблять усе, щоб різко знизити добротність резонатора, утвореного протилежними гранями монокристала, а саме:

- протравлюють щілину через усю гетероструктуру перпендикулярно до оптичного хвилеводу, що замінює одне з дзеркал резонатора – ідеально плоску дзеркальну поверхню сколотого монокристала – на неплоску недзеркальну протравлену поверхню (рис. 11.11, *в*);
- смужковий електрод наносять таким чином, щоб з одного боку він не доходив до грані монокристала; тоді хвилевід з оптичним підсиленням обривається всередині монокристала і решту об'єму резонатора заповнює поглинальне середовище (рис. 11.11, *б*);
- на вихідну грань монокристала (вихідний торець хвилеводу) наносять просвітлювальне покриття, яке зменшує коефіцієнт відбиття грані у десятки разів, наприклад, у GaAs з 33 до 1–2 % (рис. 11.11, *г*).

Суперлюмінесцентні світлодіоди мають переваги перед звичайними світлодіодами, а саме [65]:

- більшу швидкодію, пов'язану зі зменшенням часу життя носіїв заряду, які рекомбінують вже не спонтанно, а під дією вимушеного випромінювання; максимальна частота модуляції випромінювання сягає 1 ГГц проти 300 МГц для звичайних гетероструктурних світлодіодів та 20 МГц для гомоструктурних світлодіодів;
- вужчу ширину спектра випромінювання, яка під час переходу від режиму спонтанного випромінювання (за малих струмів) до режиму вимушеного випромінювання (за великих струмів) зменшується у декілька разів (наприклад, у AlGaAs-світлодіода із 40 до 6 нм);
- більшу потужність випромінювання, яка експоненціально зростає з довжиною оптичного хвилеводу і для AlGaAs-світлодіода з довжиною хвилеводу 1,5 мм може досягати 60 мВт (за густини струму 3 кА/см^2);
- вужчу діаграму спрямованості випромінювання; у площині активного шару ширина діаграми (виміряна на рівні половинної інтенсивності) залежить від довжини оптичного хвилеводу і зі зростанням довжини хвилеводу від 0,1 до 1,0 мм спадає з 80 до 8°; у площині, перпендикулярній активному шару, ширина діаграми

визначається різницею показників заломлення активного шару та емітерів і становить 60° за 5-процентної різниці, причому плавною зміною показника заломлення емітерів поблизу переходів вдається зменшити цю величину до 20°.

Світлова характеристика суперлюмінесцентного світлодіода складається з чотирьох ділянок (рис. 11.12):

- за малих струмів J спонтанне випромінювання має потужність P навіть меншу, ніж у світлодіода з поверхневим випромінюванням, оскільки йому доводиться проходити значну відстань у поглинальному середовищі;
- якщо струми помірні, спостерігається оптичне підсилення та експоненціальна залежність потужності випромінювання від струму;
- у разі сильних струмів відбувається насичення підсилення і потужність зростає зі струмом лінійно; робота на цій ділянці характеристики дозволяє перетворювати електричний сигнал в оптичний з мінімальними спотвореннями;
- за дуже сильних струмів оптичне підсилення зменшується, і зовнішня квантова ефективність світлодіода спадає; різко зростає ймовірність електричного пробою й руйнування гетероструктури.

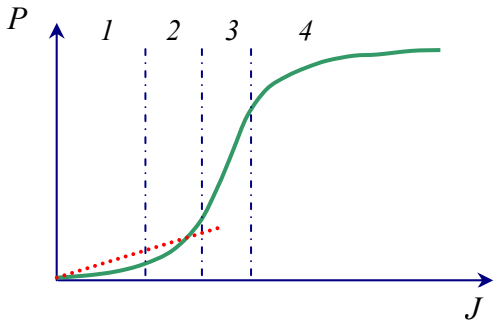

Рис. 11.12. Світлова характеристика суперлюмінесцентного світлодіода (пунктиром показано характеристику гетероструктурного світлодіода з поверхневим випромінюванням): *1* – спонтанне випромінювання; *2*, *3*, *4* – вимушене випромінювання

Якщо малопотужні світлодіоди працюють за густин струму через перехід до 20 А/см^2, то в сучасних потужних світлодіодах ця величина сягає 100 А/см^2. Підкладки, на яких розміщені світлодіодні структури, мають низьку теплопровідність (арсенід галію – 44 Вт/(м·К), сапфір – 35 Вт/(м·К)), через що підвищується температура, за якої працюють переходи. Так, у InGaN-світлодіода потужністю 350 мВт (див. табл. 11.1) робоча температура переходу становить 400 К. Найефективнішим засобом відведення тепла від переходу є перенесення світлодіодної структури з напівпровідникової підкладки на провідникову, наприклад, на мідну. Для цього використовують

технологію лазерного відшарування напівпровідникової плівки (описана в розділі 11.8).

11.5. Світлодіоди на квантових ямах та квантових точках

Властивості квантових ям і квантових точок та джерел випромінювання на їх основі будуть описані в розділі 16.6, а тут лише зазначимо, що за товщини активного шару у подвійній гетероструктурі менше 20 нм (дебройлівська довжина хвилі електрона у напівпровіднику) енергія носіїв заряду, які рухаються перпендикулярно до активного шару, набуває лише дискретних значень, а сам шар називають *квантовою ямою*. Такою назвою підкреслюють, що активний шар є потенціальною ямою для носіїв заряду, а самі носії проявляють у ньому квантові властивості.

Квантова точка – це область напівпровідника, яка у будь-якому напрямку має властивості квантової ями. Якщо у квантовій ямі електрони набувають дискретних значень енергії лише в напрямку руху, перпендикулярному гетеропереходам, то в квантовій точці енергії електронів квантовані, як в атомі, що і дало привід назвати квантову точку «штучним атомом».

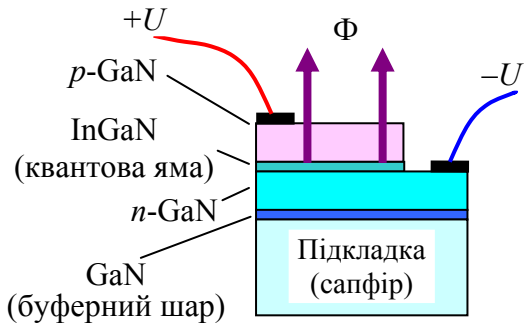

Рис. 11.13. Структура InGaN-світлодіода на квантовій ямі

Структуру InGaN-світлодіода з квантовою ямою показано на рис. 11.13. Сплав нітриду галію-індію $In_xGa_{1-x}N$ може у широких межах змінювати ширину забороненої зони залежно від співвідношення у ньому нітриду індію InN та нітриду галію GaN. Це дає змогу створювати на такому матеріалі джерела ультрафіолетового, видимого та інфрачервоного випромінювання, але найбільш цінною є можливість створення світлодіодів та лазерних діодів ультрафіолетового діапазону.

Незважаючи на масовий випуск InGaN-світлодіодів механізм рекомбінаційної люмінесценції залишається малозрозумілим. За ширини

квантової ями менше 3 нм та відносного вмісту індію $x > 0{,}2$, коли досягається висока квантова ефективність світлодіода, ймовірно спостерігається механізм рекомбінації, який ґрунтується на флуктуаціях концентрації In в активному шарі. У тих місцях, де концентрація In максимальна, малоймовірним є знаходження носіями заряду невипромінювального рекомбінаційного центру, тому майже всі процеси рекомбінації носіїв заряду приводять до появи фотонів.

У світлодіодах на квантових ямах довжина хвилі випромінювання визначається не шириною забороненої зони або наявними в ній дозволеними рівнями, зумовленими домішками та дефектами кристалічної решітки, а шириною квантової ями.

Як приклад випромінювача із квантовими точками, можна навести конструкцію GaAs-світлодіода, розроблену у 2005 р. англійськими дослідниками. У кристалі GaAs було утворено шар квантових точок – кластерів з декількох тисяч молекул InAs. Квантові точки є центрами випромінювання, причому довжина хвилі випромінювання визначається розміром точки. Тут вона була налаштована на одне з вікон прозорості кварцового волокна (1,3 мкм). Цікавою особливістю цієї розробки є те, що квантова точка, подібно до атома, випромінює одномоментно лише один фотон, причому моментом його випромінювання можна керувати. Таку властивість світлодіода дослідники намагаються використати у квантовому криптографічному обладнанні.

Світлодіод на множині квантових ям (англ. *MQW LED – **m**ultiple **q**uantum **w**ell **l**ight **e**mitting **d**iode*) може з часом скласти конкуренцію світлодіодній лампі – світлодіоду з люмінесцентним перетворювачем ультрафіолетового або синього випромінювання у біле світло. Попри досягнуту ефективність перетворення 99 %, люмінофори можуть з часом втрачати свою ефективність. Альтернативою є створення GaN-світлодіода з чергуванням «синіх» та «зелених» множин квантових ям, як це запропоновано корейськими дослідниками. Перша послідовність множин квантових ям InGaN/GaN, сформованих у вигляді смужок, генерує синє випромінювання, а друга послідовність, смужки якої розміщені між смужками першої, генерує зелене випромінювання, створюючи під час змішування зорове відчуття білого світла. Структуру світлодіода показано на рис. 11.14, на якому смужки квантових ям, розміщені перпендикулярно площині рисунку, генерують синє (431 нм) та зелене (511 нм) випромінювання зі співвідношенням інтенсивностей

4,9, що забезпечує під час змішування зорове відчуття «холодного» білого світла.

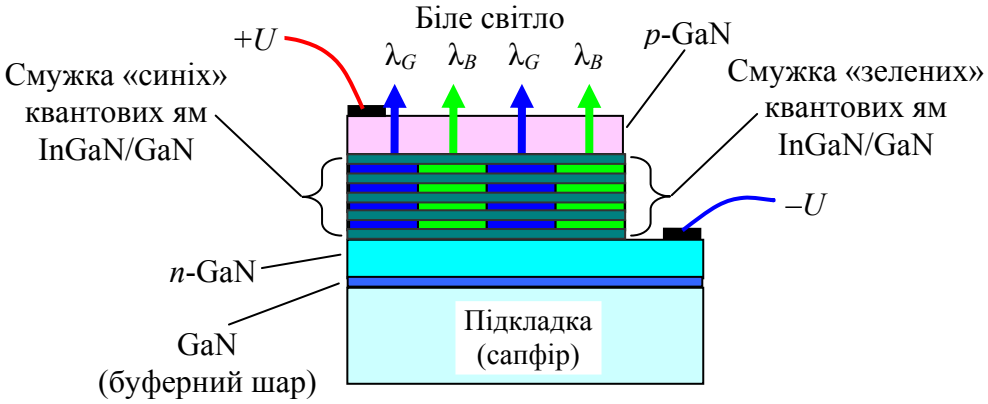

Рис. 11.14. Структура білого InGaN-світлодіода з чергуванням множин квантових ям

Технологія світлодіода на множині квантових ям. Технологія виготовлення смужкових множин квантових ям складається з декількох етапів. Спочатку на сапфіровій підкладці методом металоорганічної парофазної епітаксії вирощують шар *n*-GaN товщиною 2 мкм, а потім на ньому вирощують множину «синіх» квантових ям, чергуючи шари GaN та InGaN і завершуючи шаром GaN. Шари InGaN утворюють квантові ями (у роботі корейських дослідників їх було п'ять). Зверху наносять маскувальний шар SiO_2 товщиною 100 нм, з якого за допомогою фотолітографії та вологого травлення роблять захисні смужки, які мають захистити від травлення множину «синіх» квантових ям. Використовуючи високочастотне плазмове травлення крізь відкриті у маскувальному шарі вікна, протравлюють множину «синіх» квантових ям до шару *n*-GaN. Потім в утворених пазах епітаксіально вирощують множини «зелених» квантових ям. Отже, кожна множина квантових ям виглядає як вузький продовгуватий стовпчик, в якому у вертикальному напрямку (відносно підкладки) чергуються шари GaN та InGaN. З боків до стовпчика примикають аналогічні стовпчики, але з іншим відносним вмістом InN та GaN у сплаві InGaN. Після вирощування множин квантових ям видаляють залишки SiO_2 і наносять шар *p*-GaN товщиною 2 мкм [81].

11.6. Світлодіоди на фотонних кристалах

Фотонний кристал – це періодична наноструктура, в якій чергуються шари товщиною $\lambda/2$ з високим та низьким показником заломлення, внаслідок чого випромінювання з певними довжинами хвиль пропускається структурою, а з іншими – відбивається (дифрагує) відповідно до закону Бреґга. Фотонний кристал за своїми властивостями

нагадує діелектрик чи напівпровідник з їх дозволеними та забороненими енергетичними зонами для електронів. Як у діелектричному чи напівпровідниковому кристалах є діапазони енергій, заборонених для електрона, так і у фотонному кристалі є діапазони енергій, заборонених для фотонів. Такі фотони якраз і відбиваються фотонним кристалом [81].

У більш широкому розумінні під фотонним кристалом розуміють діелектричну чи напівпровідникову періодичну структуру з періодом зміни показника заломлення у нанометровому діапазоні.

Роль фотонних кристалів у світлодіоді – зробити випромінювальну поверхню напівпровідника текстурованою, що дозволяє вивести через неї більше світла, тобто збільшити зовнішню квантову ефективність світлодіода. Для цього поверхню GaN-кристала витравлюють таким чином, щоб на ній утворилася матриця циліндриків, яка і відіграє роль фотонного кристала. При цьому формування фотонного кристала здійснюють методом мікросферної літографії, описаним у підрозділі 11.8.

На 50 % може бути збільшена ефективність виведення випромінювання з органічного світлодіода, якщо на зовнішній (випромінювальній) поверхні його скляної підкладки створити багатошаровий фотонний кристал з періодичною структурою SiO_2/SiN_x. Зростання ефективності виникає внаслідок вивільнення фотонів, «захоплених» скляною підкладкою, яка має вищий показник заломлення, ніж сусідні шари, і набуває хвилевідних властивостей. Фотонний кристал у цьому разі створюється за допомогою інтерференційної літографії та реактивного іонного травлення (див. підрозділ 11.8).

11.7. Світлодіоди з антистоксовим люмінофором

Антистоксова люмінесценція виникає у фотолюмінофорах, в яких кожний центр люмінесценції здатний поглинути енергію двох фотонів, а потім вивільнити її у вигляді фотона з майже подвійною енергією. Двофотонне поглинання є окремим випадком багатофотонного поглинання. Багатофотонне поглинання спостерігається під дією на поглинальне середовище потужного лазерного випромінювання, що потрібно для того, щоб атом, перейшовши на вищий енергетичний рівень під час поглинання першого фотона, залишався збудженим до поглинання

другого фотона і т. д. Більша потужність означає більшу ймовірність для другого фотона зіткнутися зі збудженим атомом, який перебуває у цьому стані приблизно 10^{-8} с. В антистоксових люмінофорах аналогом атома є центр люмінесценції, який має значно більший час життя у збудженому стані, що не потребує високих потужностей випромінювання для поглинання двох фотонів.

Конструкція світлодіода з антистоксовим люмінофором відрізняється від конструкції світлодіода з полімерним куполом (див. рис. 11.26, *в*) тільки тим, що на купол нанесено шар люмінофора.

Антистоксові люмінофори виготовляють, переважно, на основі сполук ітрію та лантану, таких, наприклад, як фторид ітрію YF_3, фторид лантану LaF_3, оксихлорид ітрію Y_3OCl_7, оксисульфід ітрію Y_20_2S та ін. Ці сполуки легують ербієм Er, ітербієм Yb, гольмієм Ho та тулієм Tm. Спектр поглинання таких сполук повинен перекриватися спектром випромінювання світлодіодів інфрачервоного діапазону, які мають значно вищу потужність, ніж світлодіоди видимого діапазону.

Спектр випромінювання GaAs-світлодіода з антистоксовим люмінофором, який перетворює інфрачервоне випромінювання в зелене, зображено на рис. 11.15 [66].

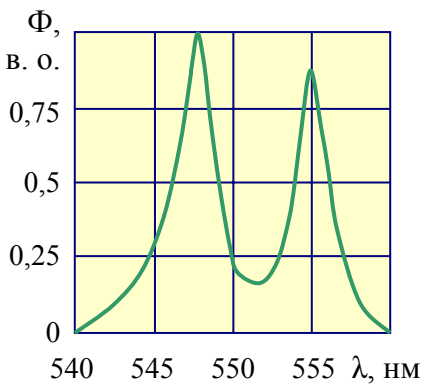

Рис. 11.15. Залежність світлового потоку від довжини хвилі для GaAs-світлодіода з антистоксовим люмінофором

Збільшення потужності інфрачервоного опромінення люмінофора на порядок дає змогу на два–три порядки збільшити потужність випромінюваного ним світла, забезпечуючи ефективність перетворення в червоне світло до 10 %, у зелене – 1 % і в синє – 0,1 %. Тому такі світлодіоди працюють за високих струмів, коли помітним стає явище деградації.

Деградація світлодіода чи лазерного діода – це поступове зменшення потужності його випромінювання за сталого струму. Можливі механізми цього явища:

- переміщення міжвузлових атомів домішки під дією електричного поля (електродифузія) із глибини емітера до гомо- чи гетеропереходу, внаслідок чого в забороненій зоні напівпровідника активного шару

з'являються додаткові глибокі рівні, через які рекомбінація протікає невипромінювально, що зменшує внутрішню квантову ефективность;

- переміщення атомів домішки, які є центрами випромінювальної рекомбінації, з вузлів кристалічної решітки у міжвузловини, наприклад, під дією фононі, і, як наслідок, зменшення коефіцієнта інжекції (зростає тунельний струм, зумовлений утвореними дефектами решітки, а також зростає випромінювальний час життя носіїв, тобто час від моменту народження вільного електрона до моменту його випромінювальної рекомбінації з діркою);
- утворення у шарі об'ємного заряду звужень, через які протікає тунельний струм.

Залежність потужності випромінювання від часу роботи напівпровідникового випромінювача описується експоненціальною функцією:

$$P(t) = P_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

де P_0 – початкова потужність; τ – стала часу деградації, яка для більшості світлодіодів перебуває у межах 10^3–10^4 год, а для лазерних діодів, які використовуються у волоконно-оптичних лініях зв'язку, до 10^6 год. Значення цих величин зменшуються з підвищенням струму та температури.

11.8. Органічні світлодіоди

Є багато органічних матеріалів, здатних демонструвати яскраву електролюмінесценцію, але проблему на ранніх етапах дослідження цих матеріалів створювала висока напруга (близько 100 В), за якої досягалася зовнішня квантова ефективність 5 %; у разі спроби за рахунок використання тонкої органічної плівки зменшити напругу до 30 В відбувався спад ефективності до 0,05 %.

Дисплеї на органічних світлодіодах мають ряд переваг перед поширеними у наш час рідкокристалічними дисплеями:

- більша роздільна здатність зображення;
- значно більша яскравість зображення (до 200 000 кд/м^2);
- краща передача кольорів;
- у сотні разів більша швидкодія;

- більший кут огляду, значення якого наближається до 180°;
- низьке споживання електроенергії;
- можливість створення тонких гнучких дисплеїв на полімерній підкладці, що дозволяє згортати дисплей у трубку.

У телевізорах та моніторах наступного покоління швидше за все буде використано технологію низькотемпературного полікристалічного кремнію (англ. *LTPS – **l**ow-**t**emperature **p**olycrystalic **s**ilicium*).

Полікристалічний кремній складається з мікрокристаликів Si розміром 0,1–3 мкм. Стандартна технологія його отримання – це хімічне парофазне осадження за низького тиску (англ. *LPCVD – **l**ow **p**ressure **c**hemical **v**apor **d**eposition*) з подальшим відпалюванням за температури 1200 К, унаслідок чого відбувається твердофазна епітаксіальна кристалізація (температура плавлення кристалічного кремнію (*c*-Si) становить 1685 К, а аморфного (*a*-Si) перебуває у межах 1100–1450 К і залежить від способу його отримання). Зрозуміло, що таку технологію не можна застосувати до приладів зі скляними чи полімерними підкладками, температура плавлення яких на сотні градусів менша (у скла до 920 К). Вирішенням проблеми виявилося застосування лазерного відпалу, коли лазерне випромінювання повністю поглинається у поверхневому шарі напівпровідника і сильно нагріває його.

Лазерний відпал аморфного напівпровідника – це процес швидкого (до 10^{11} К/с) нагрівання тонкого поверхневого (приблизно 100 нм) шару аморфного напівпровідника імпульсом лазерного випромінювання, у процесі охолодження якого вглиб напівпровідника поширюється фронт орієнтованої кристалізації зі швидкістю до 1 м/с. Інакше кажучи, лазерний імпульс перетворює аморфну плівку в кристалічну, таке перетворення за недостатньої для плавлення температури називають твердофазною кристалізацією. Якщо лазерний імпульс розплавляє плівку, під час охолодження спостерігається рідкофазна кристалізація.

Перетворення аморфного кремнію на полікристалічний збільшує рухомість електронів від 0,5 до 200 $см^2/(В·с)$, що дає змогу зменшити розміри тонкоплівкових транзисторів інтегральних схем, створюваних на підкладці в єдиному циклі разом зі світлодіодним або рідкокристалічним дисплеєм.

Висока роздільна здатність дисплея на органічних світлодіодах забезпечується тим, що діаметр окремих світлодіодів менший за довжину хвилі випромінювання і становить приблизно 200 нм.

Технологія матриць органічних світлодіодів. Розгляньмо одну з технологій виготовлення матриць органічних світлодіодів. Матрицю створюють у декілька етапів (рис. 11.16):

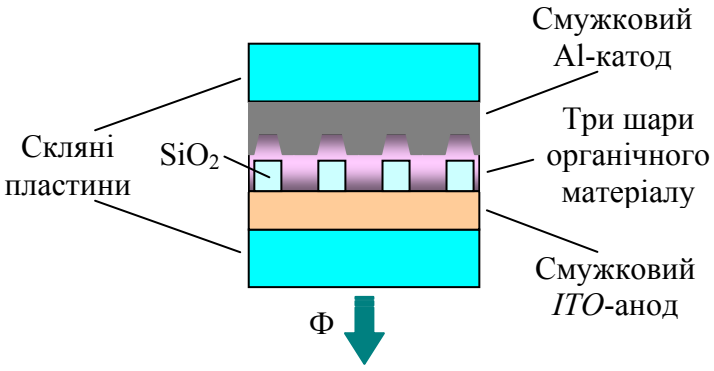

Рис. 11.16. Фрагмент матриці органічних світлодіодів, смужкові електроди катода та анода перпендикулярні один одному

• методом високочастотного магнетронного напилення на скляну підкладку товщиною 0,7 мм, нагріту до 470 К, наносять 130-нанометровий шар оксиду індію-олова (англ. *ITO – **i**ndium **t**in **o**xide*), який за вмісту 90 % In_2O_3 та 10 % SnO_2 є оптично прозорим та електропровідним; в органічному світлодіоді цей шар відіграє роль анода, який інжектує дірки;

• за допомогою фотолітографії з шару *ITO* витравлюють смужки шириною 3 мм;

• утворену структуру покривають шаром SiO_2, використовуючи для цього технологію плазмохімічного осадження плівок з газової фази;

• на шар SiO_2 методом центрифугування (обертання підкладки навколо центральної осі, перпендикулярної до її поверхні) наносять тонкий шар негативного фоторезисту;

• фоторезист експонують двома парами паралельних лазерних пучків з перпендикулярними площинами падіння (див. інтерференційна літографія, підрозділ 11.8);

• методом реактивного іонного травлення в шарі SiO_2 роблять квадратну матрицю з наноотворів діаметром 220 нм, глибиною 120 нм та періодом 360 нм;

• наноотвори заповнюють трьома шарами органічних сполук (*NPB*, Alq_3:C6 та Alq_3), використовуючи для цього вакуумне термічне випаровування;

NPB – це N,N′-ди(нафталін-1-іл)-N,N′-дифенілбензидін; Alq_3 – це три (8-оксихінолін) алюміній; *C*6 – кумарин-6 (домішка 1 %);

• поверх шарів органічних речовин наносять смужки катодів шириною 3 мм, перпендикулярні до смужкових анодів, виготовлених з *ITO*; для нанесення смужкових катодів використовують технологію вакуумного термічного осадження через тіньову маску; для ефективної інжекції електронів катод виготовляють структурованим – нижній шар, який примикає до органічного матеріалу, роблять із фтористого літію LiF або хлористого натрію NaCl товщиною 50 нм, а за ним іде шар Al товщиною 200 нм;

• приварюють катодні та анодні виводи, структуру зверху накривають скляною пластиною товщиною 0,7 мм і герметизують [81].

11.9. Технологія світлодіодів та лазерних діодів

Основні процеси виробництва світлодіодів. У виробництві світлодіодів використовують такі основні технологічні процеси:

- вирощування напівпровідникових монокристалів;
- механічне та хімічне оброблення напівпровідникових пластин;
- епітаксію;
- окислення;
- дифузію та іонну імплантацію;
- протонне опромінення;
- фотолітографію;
- металізацію;
- розділення пластин із виготовленими напівпровідниковими структурами на окремі кристали;
- приєднання виводів;
- складання світлодіодів.

Розгляньмо коротко ці процеси (більшість із них типові для мікроелектроніки і широко використовуються у виробництві оптоелектронних приладів) [74; 75; 81].

Вирощування напівпровідникових монокристалів. Напівпровідникові та діелектричні монокристали вирощують здебільшого кристалізацією з розплаву – методом Чохральського. Схему цього методу зображено на рис. 11.17. У кварцовому резервуарі встановлено тигель з тугоплавкового металу, заповнений розплавом тієї речовини, яку кристалізують (наприклад, GaAs). Тигель нагрівають струмами, які виникають у металі під дією змінного електромагнітного поля, випромінюваного індуктором (соленоїдом, по якому пропускають сильний високочастотний струм). Стрижень, на кінці якого міститься затравка (монокристал тієї самої речовини, що й розплав), опускається в розплав, а потім, повільно обертаючись, потроху піднімається. Затравка трохи піднімає приповерхневий шар розплаву, і ця припіднята частина розплаву охолоджується й кристалізується на затравці. Так поступово вирощується зливок монокристала циліндричної форми. Діаметр зливків може сягати 400 мм, а довжина – 1,5 м.

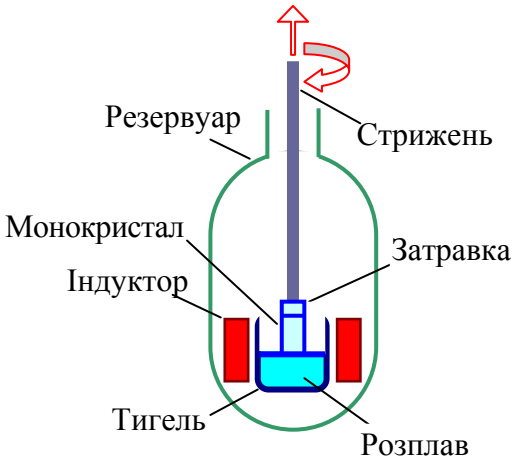

Рис. 11.17. Схема вирощування монокристалів методом Чохральського

Окрім методу Чохральського застосовують також метод Бриджмена, який ґрунтується на горизонтальній спрямованій кристалізації.

Механічна та хімічна обробка напівпровідникових пластин буває різною.

Розрізання зливків. Зливки розрізають алмазними дисковими пилами на пластини товщиною 0,3–0,5 мм, точно дотримуючись необхідної орієнтації кристалічних осей відносно площини розрізання.

Шліфування. Шліфування виконують на шліфувальних кругах, які обертаються. Абразивом служать суспензії із дрібнодисперсних порошків, в яких діаметр частинок поступово зменшують до 1–2 мкм.

Полірування. Шліфування порушує однорідність поверхневого шару напівпровідника. Біля самої поверхні утворюється шар, який містить механічні дефекти – тріщини, подряпини, вкраплення і подібне. До цього шару примикає шар з дефектами кристалічної решітки та залишковими механічними напруженнями, які виникли у процесі шліфування.

Механічне полірування здійснюється за допомогою суспензій на основі порошків із субмікронними частинками. Під час хімічного полірування (травлення) травильним розчином розчиняють поверхневий шар напівпровідника, причому першими розчиняються виступи мікрорельєфу, внаслідок чого він згладжується.

Очищення поверхні пластин. Органічні забруднення пластин, наприклад жирові плівки, видаляють за підвищеної температури такими розчинниками, як ацетон, трихлоретилен, чотирихлористий вуглець. Наприклад, сапфірові підкладки кип’ятять по 5 хв в ацетоні та етиловому спирті, після чого сушать у газовому потоці (N_2).

Промивання. Для промивання використовують деіонізовану воду. Воду деіонізують, пропускаючи дистильовану воду крізь гранульовані смоли. При цьому іони, які містяться у воді, осідають на гранулах. Ступінь іонізації оцінюють за питомим електричним опором: деіонізована вода має питомий опір у межах 10–100 кОм·м, а дистильована – приблизно 8 кОм·м.

Епітаксія. Епітаксія – це процес нарощування монокристалічного шару на монокристалічну підкладку з рідкої або газової фази, а також за допомогою молекулярного пучка, коли кристалографічні осі нарощеного шару та підкладки збігаються. Механізмом нарощування монокристалічного шару є термохімічна реакція, яка протікає у приповерхневому шарі напівпровідника. Для успішної реалізації процесу епітаксії потрібно, щоб були близькими параметри кристалічних решіток, передусім їх періоди. Прикладом можуть служити кристалічні решітки GaAs (період 0,565 нм), AlAs (0,566 нм), GaP (0,545 нм) та InP (0,587 нм). Зазвичай періоди решіток не повинні відрізнятися більше, ніж на 10 %. Краще узгоджуються матеріали з подібним просторовим розміщенням вузлів кристалічної решітки, наприклад, по вершинах куба.

Є три основні механізми епітаксіального росту плівок на підкладці, зумовлені

силою взаємодії між адсорбоатомами (атомами, які адсорбуються поверхнею матеріалу) та поверхнею підкладки.

Ріст Вольмера–Вебера спостерігається тоді, коли взаємодія між адсорбоатомами є сильнішою за взаємодію адсорбоатомів з поверхнею. Тоді з адсорбоатомів на поверхні підкладки формуються кластери у вигляді маленьких острівків (рис. 11.18, *а*). Надалі їх ріст та злиття приводять до утворення на підкладці плівки із шорсткою поверхнею.

Ріст Франка ван дер Мерве спостерігається під час сильнішої взаємодії адсорбоатомів з поверхнею, ніж між собою. У результаті адсорбоатоми налипають на поверхню підкладки до повного її заповнення й утворення моноатомного шару, після чого атоми починають формувати на цьому шарі інший шар і т. д. При цьому утворюється плівка із дзеркальною поверхнею (рис. 11.18, *б*).

Ріст Странскі–Крастанова відбувається, коли спочатку утворюється плівка, а потім уже на ній формуються острівки (рис. 11.18, *в*). Є певна критична товщина плівки, коли сили механічного напруження, які діють у плівці, змінюють свій напрямок на протилежний, що і приводить до переходу від горизонтального росту до вертикального. Критична товщина плівки може складатися з декількох моноатомних шарів і тим менша, чим більша неузгодженість кристалічних решіток плівки та підкладки (за сталою решітки).

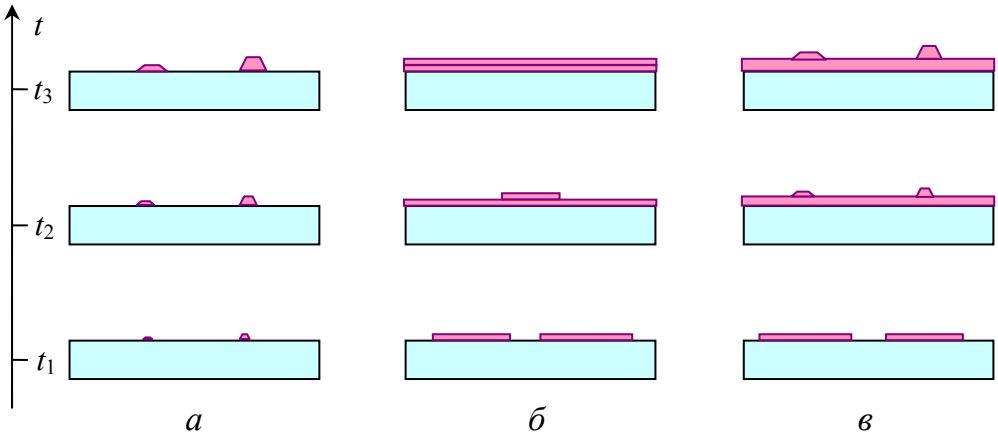

Рис. 11.18. Механізми епітаксіального росту плівок на підкладках – три моменти росту:
а – ріст Вольмера–Вебера; *б* – ріст Франка ван дер Мерве;
в – ріст Странскі–Крастанова

Особливістю епітаксіальних острівків є відсутність у них дефектів кристалічної структури.

Завдяки епітаксії можна проводити одночасно два чи три процеси нарощування кристалів на одній кристалічній підкладці, в результаті чого утворюється кристалічний шар, який є твердим розчином двох чи трьох напівпровідників (наприклад, AlGaAs є твердим розчином GaAs та AlAs).

Рідинна епітаксія (англ. *LPE – **l**iquid **p**hase **e**pitaxy*) дозволяє отримати

світлодіоди з більшою квантовою ефективністю (менше дефектів кристалічної решітки), але вона дорожча за газову епітаксію, бо потребує більшої кількості кожного з реагентів. Для вирощування на підкладці епітаксіальної плівки розігріту підкладку заливають розплавом речовини, здатної під час охолодження утворити на поверхні підкладки тонкий монокристал. Деякої економії можна досягти, використовуючи розплави з товщиною шару близько 1 мм.

Газова епітаксія (англ. *VPE – **v**apor **p**hase **e**pitaxy*) є більш продуктивною, ніж рідинна, і дозволяє виготовляти одночасно декілька тисяч напівпровідникових структур. Вона дає змогу отримати переходи у твердих розчинах із плавною зміною вмісту одного з компонентів. Це зменшує негативні наслідки, які виникають від неузгодженості властивостей поєднуваних монокристалічних шарів. До того ж, за допомогою газової епітаксії можна досягти більшої концентрації легувальної домішки (наприклад, азоту в GaP), що підвищує квантову ефективність електролюмінесценції. Недоліки газової епітаксії – можливість використання тільки летких сполук, невисока квантова ефективність електролюмінесценції на межі підкладки та епітаксіального шару, а також більша дефектність кристалічної решітки.

Розгляньмо, як за допомогою газової епітаксії на монокристалічній GaAs-підкладці вирощують епітаксіальний шар GaAsP. Газова епітаксія відбувається у кварцовому реакторі, який має високотемпературну зону з температурою 1050–1070 К та зону осадження з температурою 1030–1070 К. У високотемпературну зону, в якій міститься рідкий Ga (температура плавлення 303 К, а кипіння – 2343 К), подається суміш газів – хлористого водню (HCl) та водню (H_2). Частина HCl реагує з Ga, утворюючи газоподібний хлористий галій ($GaCl_3$):

$$2Ga + 6HCl \leftrightarrow 2GaCl_3 + 3H_2.$$

Потоком водню утворена суміш газів ($GaCl_3 + HCl + H_2$) спрямовується в зону осадження й одночасно доповнюється іншою сумішшю газів – газоподібними As, P та Se (легувальна домішка). Гази, які входять у другу суміш, отримують у результаті піролізу (термічного розкладання) в атмосфері водню відповідних сполук:

$$4AsH_3 \leftrightarrow As_4 + 6H_2; \quad 4PH_3 \leftrightarrow P_4 + 6H_2; \quad H_2Se \leftrightarrow Se + H_2.$$

У зоні осадження протікає хімічна реакція:

$$2GaCl_3 + 2(1 - x)As_4 + 2xP + 3H_2 \leftrightarrow 2GaAs_{1-x}P_x + 6HCl.$$

Утворений арсенід-фосфід галію осаджується у вигляді монокристалічного шару на GaAs-підкладці.

Газова епітаксія є одним із видів хімічного парофазного осадження (англ. *CVD – **c**hemical **v**apor **d**eposition*) – методу нанесення кристалічних або аморфних плівок на підкладку, за якого плівка утворюється внаслідок хімічної реакції прекурсора з матеріалом підкладки. Прекурсор – сполука, яка реагує з матеріалом

підкладки, – може бути в газоподібному або аерозольному стані. Осадження може відбуватися як в умовах атмосферного тиску, так і низького або високого вакууму (до 10^{-6} Па). В умовах низько- або високовакуумного осадження утворюються більш однорідні плівки.

Плазмохімічне парофазне осадження (англ. *PECVD – **p**lasma **e**nhanced **c**hemical **v**apor **d**eposition*) – це метод створення на підкладці епітаксіальної плівки з газоподібної речовини, в якому плазмі газового розряду відводиться роль ініціатора деяких процесів, що сприяють епітаксіальному росту. Наприклад, електрони плазми можуть викликати дисоціацію молекул навіть за невисокої температури газу, в якому запалено розряд, натомість термічна дисоціація молекул потребує високих температур. Утворені внаслідок дисоціації іони бомбардують поверхню підкладки, що можна використати для додаткового очищення поверхні підкладки або для насичення її атомами, які братимуть участь в утворенні епітаксіального шару. Так, під час вирощування на підкладці шару GaN газовий розряд у N_2 сприяє появі іонів азоту і насиченню ними спочатку поверхневого шару підкладки, а потім і нанесеного на підкладку шару Ga. У процесі нагрівання підкладки атоми Ga та N формують кристалічний шар хімічної сполуки GaN. Плазма дозволяє знизити температуру, за якої наноситься плівка (не обов'язково кристалічна), що суттєво для нанесення органічних сполук, а також сприяє утворенню більш рівної поверхні.

Металоорганічна парофазна епітаксія (англ. *MOVPE – **m**etal-**o**rganic **v**apor **e**pitaxy*; інша назва методу – *MOCVD – **m**etal-**o**rganic **c**hemical **v**apor **d**eposition*) є модифікацією газової епітаксії, але ріст епітаксіального шару відбувається у процесі обдування нагрітої монокристалічної підкладки струменем пари, отриманої під час випаровування металоорганічних сполук. Наприкінці 80-х років XX ст. стало зрозумілим, що цей вид епітаксії забезпечує найбільшу квантову ефективність світлодіодів та лазерних діодів, найменші робочі напруги, а також найвищий вихід продукції. За цією технологією зокрема вирощуються InGaN/GaN-світлодіоди на множині квантових ям.

Молекулярно-променева епітаксія (МПЕ; англ. *MBE – **m**olecular-**b**eam **e**pitaxy*) протікає в умовах надвисокого вакууму (тиск $p \le 10^{-8}$ Па) і є, фактично, модифікацією методу вакуумного напилення. Цей метод дає змогу:

- вирощувати наноструктури з чіткими межами між шарами (у цьому контексті наноструктурами вважатимемо напівпровідникові структури, які мають товщину окремих шарів, меншу за 100 нм); ця можливість є наслідком низької температури вирощування епітаксіальних шарів, за якої взаємна дифузія майже не відбувається;
- вирощувати моноатомні плівки;
- створювати структури з різкими локальними змінами хімічного складу або типу легування;

- отримувати монокристали високої чистоти (завдяки надвисокому вакууму та високій чистоті молекулярних потоків).

Товщину вирощуваних шарів можна контролювати безпосередньо в установці МПЕ. Для цього використовують такі досить точні методи:

- дифракцію відбитих швидких електронів;
- електронну оже-спектроскопію;
- вторинно-іонну мас-спектроскопію та деякі інші.

Основою методу МПЕ є таке явище, як *ефузія* – витікання газу крізь малий отвір із резервуара, в якому газ перебуває під надлишковим тиском p відносно середовища. Якщо тиск настільки великий, що середня довжина вільного пробігу молекул виявляється меншою за діаметр отвору, то утворюється струмінь газу – молекулярний пучок (промінь). Ефузію можна використовувати для нанесення на підкладку неорганічних та органічних плівок. Для цього матеріал, плівку якого хочуть отримати, розміщують у трубчастому тигелі ефузійного елемента, який підігрівають до температури випаровування цього матеріалу.

Метод МПЕ дає змогу вирощувати на кремнієвих або діелектричних (наприклад, сапфірових) підкладках сполуки типу $A^{III}B^{V}$ та $A^{II}B^{VI}$, чим вирішується проблема інтеграції кремнієвих інтегрально-електронних схем з арсенід-галієвими інтегрально-оптичними схемами. Це відкриває шлях до створення надвеликих оптоелектронних інтегральних схем, в яких одночасно поширюватимуться електричні та оптичні сигнали. Можливості таких схем навіть важко уявити, як і наслідки їх впровадження в електроніку.

Розгляньмо, яким чином МПЕ використовується для вирощування плівки нітриду галію GaN на поверхні сапфірової підкладки. Спочатку на нижню поверхню підкладки наносять титанову плівку товщиною 800 нм для того, щоб вольфрамовим спіральним нагрівачем можна було встановлювати потрібну температуру підкладки. Температуру підкладки контролюють за допомогою пірометра. Підкладку розміщують у високовакуумній камері (з тиском до $3\cdot10^{-8}$ Па) і нагрівають до 970 К. У камеру напускають надчистий азот і запалюють розряд, який протягом 10 хв насичує підкладку азотом. Потім на підкладку спрямовують пучок атомів Ga, утворений ефузійним елементом, та за температури 770 К наносять тонкий шар Ga. Нарешті, за температури 1000 К і за наявності азотної плазми відбувається епітаксіальне зростання шару GaN зі швидкістю приблизно 0,14 нм/с. Така технологія вирощування GaN-шару забезпечує (завдяки отриманій якості кристалічної структури) високу рухомість електронів – до 400 $см^2/(В\cdot с)$. А це означає більшу яскравість світлодіодів і більшу швидкодію транзисторів, виготовлених з GaN.

Вакуумне термічне випаровування (англ. *VTE – **v**acuum **t**hermal **e**vaporation*) – це метод нанесення плівки на підкладку, коли матеріал, який підлягає нанесенню, нагрівається у вакуумі і перетворюється на пар без переходу у рідку фазу

(вакуумна сублімація), осідаючи тонким шаром на охолодженій підкладці. Розміщуючи над підкладкою тіньову маску у вигляді металічної сітки з малими отворами, за допомогою цього методу можна, наприклад, нанести на анодний шар світлодіодного дисплея матрицю частинок органічного матеріалу з певним кольором випромінювання. Трохи зсунувши маску, можна нанести частинки матеріалу з іншим кольором випромінювання і т. д.

Імпульсне лазерне осадження (англ. *PLD – **p**ulsed **l**aser **d**eposition*) тонких плівок (за допомогою рубінового лазера) було вперше здійснено ще 1965 р. Суть методу полягає в тому, що під дією наносекундного імпульсу лазерного випромінювання, поглинутого у тонкому (до 10 нм) шарі мішені, розвивається настільки висока температура, що поверхневий шар мішені приблизно за 10 пс випаровується та іонізується, утворюючи плазму з температурою близько 10 000 К. Потік плазми поширюється у бік підкладки, розміщеної навпроти мішені. Іони з енергією до 50 еВ вибивають атоми з поверхні підкладки і перед підкладкою утворюється область зіткнення атомів та іонів, яка відіграє роль джерела осадження частинок на підкладку. Зустрічний потік атомів значно уповільнює процес росту плівки на підкладці. Якщо врахувати імпульсний характер процесу, то він не може за швидкістю конкурувати, наприклад, з молекулярно-променевою епітаксією, проте якість нанесеної плівки виявляється значно вищою.

Останнім часом для нанесення тонких плівок використовують також випаровування матеріалу мішені неперервним лазерним випромінюванням.

Окислення. Найбільш поширеним у напівпровідниковій технології є процес окислення кремнію. Двоокис кремнію SiO_2 використовують для:

- створення діелектричного шару;
- захисту поверхні напівпровідника від сторонніх впливів;
- створення маски, крізь вікна якої виконують локальне легування напівпровідника, наприклад, методом дифузії.

Окислення кремнію здійснюють за температури 1300–1500 К в атмосфері кисню або парів води. Плівка SiO_2 має аморфну структуру. Більш однорідні плівки, які не мають мікропор, отримують у дві стадії: спочатку окислюють Si в сухому кисні за меншої температури, що забезпечує високу однорідність плівки, хоча і меншу швидкість її росту, а потім швидко дорощують плівку у вологій кисневій атмосфері.

Дифузія та іонна імплантація. *Дифузія* – це спрямований рух частинок у напрямку меншої їх концентрації (наприклад, витікання ароматичних речовин із флакончика з парфумами; розтікання чорнильної плями на мокрому папері; рух носіїв заряду, генерованих у приповерхневому шарі напівпровідника під дією поглинутого світла, у глибину напівпровідника). Дифузія заряджених частинок протікає за наявності електричного поля об’ємного заряду та зустрічних струмів – дифузійного та дрейфового. *Дрейф* – це спрямований рух частинок у напрямку

більшого потенціалу потенціального поля (наприклад, рух залізних кульок у напрямку силових ліній магнітного поля магніту; осідання мікрочастинок у воді у напрямку сили тяжіння; зустрічний рух електронів та дірок в електричному полі, прикладеному до напівпровідника, причому для електронів більший потенціал має анод, а для дірок – катод).

Дифузія – найпоширеніший метод легування напівпровідників. Підвищення температури приблизно пропорційно збільшує швидкість дифузії (коефіцієнт дифузії D зростає приблизно у 10 разів у разі нагрівання напівпровідника на 100 К). Під час дифузії атоми домішки заповнюють вакансії кристалічної решітки або розміщуються між її вузлами.

Дифузія атомів домішки у тверде тіло може бути описана законами Фіка.

Перший закон Фіка: густина потоку атомів домішки пропорційна градієнту концентрації домішки, тобто

$$j = -D\frac{dN}{dx},$$

де N – локальна концентрація домішки у твердому тілі поблизу деякої точки на осі x, яка перпендикулярна до поверхні тіла та збігається з напрямком дифузії.

Другий закон Фіка: зміна концентрації домішки із часом пропорційна швидкості зміни градієнта концентрації уздовж напрямку дифузії, тобто

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D\frac{\partial^2 N}{\partial x^2}.$$

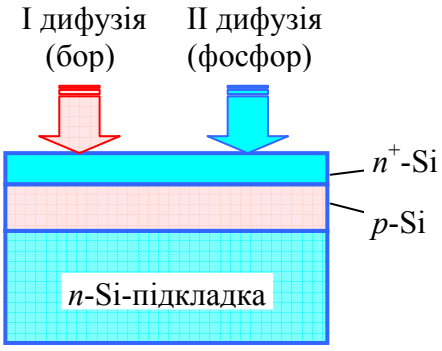

Рис. 11.19. Створення *n–p–n*-структури за допомогою дворазової дифузії

Дифузія дозволяє створити на одній підкладці декілька напівпровідникових шарів з різним типом провідності. Так, наприклад, за допомогою дворазової дифузії можна виготовити *n–p–n*-структуру (рис. 11.19). При цьому концентрація донорної домішки, яка вводиться під час другої дифузії, має бути більшою за концентрацію домішки, що вводиться під час першої дифузії, інакше тип провідності верхнього шару не зміниться.

Деякі джерела домішок (дифузанти). Дифузанти бору або алюмінію (акцепторної домішки):

- диборан B_2H_6 (газ);
- трибромід бору BBr_3 (рідина);
- бор B (пудра);
- триметилалюміній $Al_2(CH_3)_6$ (рідина).

Дифузанти фосфору або азоту (донорної домішки):

- фосфін PH_3 (газ);
- трихлорид фосфору PCl_3 (рідина);
- азот N_2 (газ).

Оскільки швидкість дифузії сильно залежить від температури, досить ефективною виявилася технологія легування з лазерним опроміненням, яка дозволяє проводити легування на окремих ділянках поверхні напівпровідника без використання захисних масок. Як приклад можна навести одну з технологій SiC-світлодіода, в якій легування з локальним лазерним опроміненням поверхні напівпровідника дозволяє ефективно виводити з газоподібної фази як акцепторні домішки бору та алюмінію (дифузанти – пудра бору та металоорганічна сполука триметилалюмінію $Al_2(CH_3)_6$), так і донорні домішки, зокрема, азот (з газу N_2). Опромінення напівпровідника здійснюється інфрачервоним твердотільним лазером (Nd:YAG, $\lambda = 1064$ нм), який працює в імпульсному режимі. Імпульсне опромінення забезпечує більшу однорідність легованого шару, ніж неперервне.

Після дифузії у легованому матеріалі утворюється градієнтний розподіл домішки, що не дозволяє легувати шари, тонші за 1 мкм. Це можна зробити за допомогою іонної імплантації. *Іонна імплантація* – це бомбардування твердого тіла іонами домішки, енергії яких достатньо для проникнення у глибину тіла. Іонна імплантація має декілька відмінностей порівняно з дифузією, а саме:

- глибина легування становить 0,1–0,4 мкм, що значно менше, ніж за дифузії;
- лазерними імпульсами можна «загнати» імплантовані іони на декілька сотень нанометрів глибше у матеріал;
- розподіл домішок у напрямку імплантації має максимум у матеріалі на глибині у декілька десятків нанометрів (залежно від енергії іонів);
- під час легування матеріалу крізь вікно у масці немає бічного розтікання домішки;
- легування відбувається за низької температури, хоча для зменшення порушень кристалічної решітки і застосовують відпалювання за 900–1000 К.

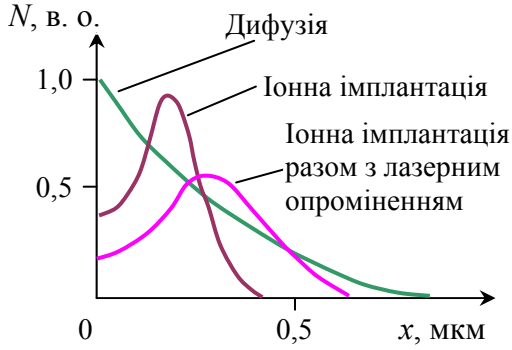

Рис. 11.20. Розподіл концентрації домішки у матеріалі за різних методів легування

Характер розподілу домішки в матеріалі залежно від методу легування зображено на рис. 11.20.

Протонне опромінення. Бомбардування напівпровідникового кристала високоенергетичними протонами спричиняє порушення кристалічної решітки і, як наслідок, зменшення його електропровідності. Наприклад, дози опромінення $3 \cdot 10^{19}$ протонів/м^2 достатньо, щоб провідність арсеніду галію зменшилась у 100 разів. Глибина проникнення протонів з енергією

100 кеВ у напівпровідник становить приблизно 1 мкм. У світлодіодах з подвійною гетероструктурою протонне опромінення використовують для оточення напівізолятором активної області тонкого шару, що міститься між гетеропереходами. Це зменшує бар'єрну ємність гетероструктури і покращує збирання носіїв заряду в активній області.

Оптична літографія. Літографія у первісному розумінні є методом плоского друку, коли зображення, нанесене фарбою на друкарську форму, переноситься під тиском на папір. Літографія в електроніці є методом створення на поверхні матеріалу захисної маски певної форми, яка дозволяє здійснювати на незахищеній поверхні травлення, легування та нанесення шарів іншого матеріалу. Оптична літографія поділяється на фотолітографію, растрову та інтерференційну літографію.

Фотолітографія – це фотографічний метод створення на поверхні підкладки фотополімерної маски, яка дає змогу проводити технологічні операції легування, епітаксії, металізації локально, тільки на тих ділянках поверхні підкладки, які передбачені конфігурацією цього приладу.

Рисунок маски зберігається на фотошаблоні. *Фотошаблон* – це скляна пластина, на якій рисунок маски утворений у масштабі 1:1 прозорими та непрозорими ділянками маскувального покриття (оксиду заліза або хрому). Альтернативою використання фотошаблона у фотолітографії є растровий метод формування мікрозображення на напівпровідниковій пластині сканувальним лазерним променем – *растрова літографія*. При цьому мікрозображення може містити до 10^{10} точок, кожна з яких формується імпульсом сфокусованого лазерного випромінювання. Якщо згадати, що цю технологію використовують для запису оптичних дисків, то стає зрозумілою її перспективність для фотолітографії. Діаметр точки мікрозображення, сформованої під час фокусування лазерного випромінювання, обмежується явищем дифракції на апертурі об'єктива і для ультрафіолетового випромінювання може перебувати у межах 200–400 нм. Розмір елемента зображення (діаметр точки або ширина лінії) згідно з критерієм Релея визначається довжиною хвилі випромінювання λ та числовою апертурою об'єктива *NA* (англ. ***n****umerical* ***a****perture* – числова апертура):

$$d_{el} = \frac{0,61\lambda}{NA}.$$

Зменшити розміри елементів зображення у десятки разів можна принаймні двома способами. Перший спосіб використовують для запису оптичних дисків терабайтової ємності і полягає в тому, щоб не фокусувати випромінювання мікрооб'єктивом, а збирати його загостреним кінцем оптичного волокна. При цьому на відстані декількох нанометрів від вістря волокна на поверхні пластини утворюється світлова пляма приблизно такого ж розміру. Формування

мікрозображення таким способом дає змогу отримати окремі елементи розміром 10 нм. Очевидно, що досягти такої роздільної здатності зображення (фактично 100 000 мм$^{-1}$) можна тільки за наявності світлочутливого матеріалу з аналогічною роздільною здатністю, стабілізації зазору між вістрям волокна та пластиною, використовуючи точний механізм покрокового переміщення предметного столика з пластиною, стабілізуючи енергію лазерних імпульсів, а також чітко керуючи процесом запису мікрозображення за допомогою комп'ютера.

Другий спосіб передбачає використання дальнього ультрафіолетового випромінювання, скорочено його називають *EUVL* (англ. ***e****xtra****u****ltra****v****iolet* ***l****ithography* – дальня ультрафіолетова літографія), який детальніше буде розглянуто в підрозділі 20.1.

Зображення маски записується на тонкому (0,5–1,0 мкм) шарі фоторезисту. *Фоторезист* – це полімерний лак, в якому під дією оптичного випромінювання протікають фотохімічні процеси, які змінюють його розчинність. Більшість фоторезистів мають чутливість у спектральному діапазоні 350–450 нм і роздільну здатність понад 1000 мм$^{-1}$. Існують негативні та позитивні фоторезисти. Негативний фоторезист під дією випромінювання полімеризується і стає нерозчинним у протравлювачах (кислотах, лугах), унаслідок чого освітлені ділянки фоторезистивного шару міцно скріплюються з поверхнею підкладки. У позитивному фоторезисті випромінювання руйнує полімерні зв'язки й освітлені ділянки фоторезистивного шару стають розчинними для протравлювача. Разом з негативним фоторезистом використовують негативний фотошаблон, а з позитивним – позитивний.

Окрім фоторезистів, які можуть мати роздільну здатність до 9000 мм$^{-1}$, у фотолітографії іноді використовують фотоемульсії (5000 мм$^{-1}$), металеві плівки товщиною 0,1 мкм із хрому, молібдену або вольфраму (1000 мм$^{-1}$), тонкі напівпровідникові та діелектричні плівки (1000–3000 мм$^{-1}$).

Фотолітографічний процес складається з декількох етапів:

- на поверхню напівпровідникової пластини, на якій можуть бути заздалегідь нанесені напівпровідникові чи діелектричні шари, наносять краплю фоторезисту; швидко обертаючи пластину в центрифузі утворюють на поверхні пластини плівку фоторезисту товщиною 0,5–1 мкм;
- на пластину накладають фотошаблон, рисунком до пластини, і за допомогою ультрафіолетової кварцової лампи засвічують фоторезист;
- пластину з експонованим фоторезистом проявляють у протравлювачі (наприклад, слабкому розчині КОН) і промивають;
- якщо у вікнах, що з'явилися у фоторезистивному шарі, залишився оксидний шар і він заважає подальшому технологічному процесу, то цей шар видаляється відповідним протравлювачем; таким чином, ті ділянки поверхні пластини, на яких буде виконуватись наступна технологічна операція, виявляються відкритими, а решта – прикритими фоторезистом (рис. 11.21).

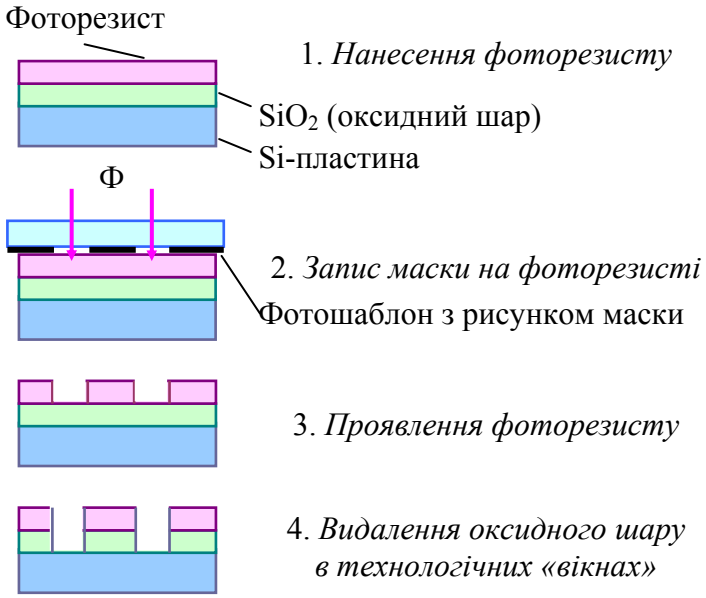

Рис. 11.21. Етапи фотолітографічного процесу на кремнієвій пластині

Назвімо недоліки традиційної фотолітографії та можливі методи їх усунення:

• обмеження роздільної здатності мікрозображення величиною приблизно 1000 мм$^{-1}$, тобто мінімальна товщина ліній або відстань між ними не можуть бути меншими за 1 мкм; збільшення роздільної здатності можливе за рахунок переходу від методу контактного фотодруку до проекційного методу формування мікрозображення або до растрового методу, коли мікрозображення формується точка за точкою сканувальним гострофокусованим лазерним променем; перехід від ультрафіолетового випромінювання до рентгенівського (рентгенівська літографія), а також до електронних та іонних пучків (електронно-променева та іонно-променева літографія) може у десятки разів збільшити роздільну здатність;

• стирання рисунка фотошаблона внаслідок механічного контакту з пластиною; перенесення мікрозображення можливе і тоді, коли зазор між фотошаблоном та пластиною невеликий, але роздільна здатність знижується при цьому до 300 мм$^{-1}$ (найменший розмір елементів зображення приблизно 3 мкм); використання іонних променів з дебройлівською довжиною хвилі 0,01–0,1 нм дасть змогу зменшити мінімальний розмір елементів, якщо використовувати друк із зазором до 0,3 мкм;

• складність точного суміщення рисунків фотошаблона та пластини у багаторазовій літографії, яка використовується для виготовлення напівпровідникових та діелектричних шарів, контактних площадок тощо; цю проблему вирішують за допомогою точної оптико-механічної системи формування мікрозображень на пластині проекційно-точковим методом, коли точка зображення утворюється гострофокусованим лазерним променем або випромінюванням, зібраним біля вістря оптичного волокна.

Інтерференційна літографія – це метод створення захисної маски двома або декількома когерентними хвилями, які внаслідок інтерференції формують на захисному шарі (резисті) рисунок маски у вигляді просторово-періодичної структури. Під час схрещення на шарі резисту двох когерентних пучків під кутом 2θ на резисті записуються інтерференційні смуги з просторовим періодом

$$d = \frac{\lambda}{2\sin\theta}, \tag{11.2}$$

тобто розмір елемента зображення може становити $\lambda/2$. Використовуючи декілька когерентних пучків, можна створювати матриці з елементами різної форми (наприклад, квадратної, коли є дві пари пучків з однаковими кутами та ортогональними площинами падіння). Якщо виділити маскуванням з інтерференційної картини окремий квадратний елемент, то за допомогою нанопозиціонерів, керованих комп'ютером, таким елементом можна записати на захисному матеріалі рисунок маски будь-якої складності.

Здавалося б, інтерференційна літографія не може конкурувати з растровою літографією: роздільна здатність у разі використання оптичного випромінювання у них майже однакова, а складність інтерференційної літографії значно вища. Проте принцип інтерференції універсальний – його можна застосовувати до когерентних хвиль будь-якої природи (наприклад, електронних хвиль).

Інтерференційний метод можна реалізувати за допомогою корпускулярних хвиль – хвиль імовірності виявити частинку в певній точці простору. Тоді λ у формулі (11.2) потрібно замінити на дебройлівську довжину хвилі частинки $\lambda_{Br} = h/mV$, де h – стала Планка; m та V – маса та швидкість частинки відповідно. Так, пара схрещених пучків електронів з енергією 5 еВ утворює на резисті, розміщеному в області перекриття пучків, інтерференційні смуги з періодом близько 0,3 нм. Використання рентгенівської літографії для отримання елементів структури з такими розмірами означало б опромінення матеріалу квантами з енергією $E\,[\text{кеВ}] \approx 1,24/\lambda\,[\text{нм}] = 1,24/0,6 = 2,1\,\text{кеВ}$, які могли б пошкодити кристалічну структуру матеріалу.

Інтерференційний метод, який ще іноді називають голографічною літографією, потенціально застосовний і до атомних пучків, які мають ще більш короткі дебройлівські довжини хвиль.

Електронно-променева літографія. Довжина хвилі де Бройля електронного променя становить 0,02–0,5 нм, що на три порядки менше за λ ультрафіолетового випромінювання; відповідно меншими є дифракційні обмеження на розмір точки зображення (піксела).

Забезпечити двокоординатне переміщення електронного променя значно простіше, ніж лазерного. Глибина різкості зображення, сформованого електронним променем, становить десятки мікрометрів, а лазерним – одиниці мікрометрів, що

дає змогу отримувати за допомогою електронно-променевої літографії більш чіткі мікрозображення на неплоских поверхнях.

На жаль, досягти дифракційно обмеженого розміру точки зображення не можна. Електронний пучок вдається сфокусувати до одиниць нанометрів. Сильне розсіяння електронів в електрочутливому матеріалі і в матеріалі підкладки, а також поява вторинних електронів унаслідок ударної іонізації роблять вкрай важким отримання ліній та проміжків між ними завбільшки 10 нм (роздільна здатність 20 нм). Такої роздільної здатності можна, наприклад, досягти з допомогою електронного пучка діаметром 3 нм за енергії електронів 100 кеВ та використання як електронного резисту поліметилметакрилату (ПММА, англ. *PMMA – **poly**methyl**meth**acrylate*).

Електронно-променева літографія потребує більш складного вакуумного обладнання, розміщення пластини у вакуумі й використання джерел живлення електронної гармати, електромагнітних лінз та електромагнітних відхильних систем зі стабільністю не гірше 10^{-5}.

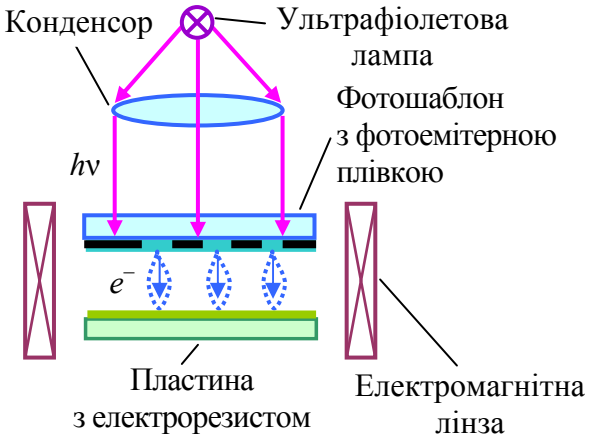

Рис. 11.22. Схема формування електронного мікрозображення та його переносу на електрочутливий шар пластини (електрорезист)

В електронно-променевій літографії найбільш перспективні методи формування мікрозображення такі:

- проекційний метод з перенесенням електронного зображення (рис. 11.22); суть методу полягає в тому, що рисунок фотошаблона покривають тонкою (5–10 нм) плівкою високоефективного фотоемітера і перетворюють фотошаблон у фотокатод; такий фотокатод опромінюється ультрафіолетовим випромінюванням; зовнішній фотоефект викликає появу фотоелектронів на тих ділянках фотошаблона, які не вкриті металевою плівкою; електронне зображення, сформоване фотоелектронами, у масштабі 1:1 переноситься електромагнітною лінзою на електрочутливий шар пластини (електрорезист);
- проекційний метод формування зменшеного зображення електронного шаблона; за допомогою першої системи електромагнітних лінз (конденсора) створюють широкий паралельний електронний пучок, яким опромінюють електронний шаблон; другою системою лінз (об’єктивом) на електронночутливому шарі пластини формують електронне зображення шаблона;
- растровий метод формування мікрозображення на пластині сканувальним електронним променем.

Іонно-променева літографія. Довжина хвилі іонного пучка перебуває у межах 0,01–0,1 нм, тобто є найменшою серед усіх джерел випромінювання, які

використовуються у літографії, що у перспективі має забезпечити найвищу роздільну здатність цього методу. Перевагами іонно-променевої літографії є значно менше розсіяння іонів у матеріалі порівняно з електронами, можливість кращого фокусування іонного пучка (завдяки меншому взаємному розштовхуванню більш масивних заряджених частинок), мала енергія і, відповідно, малий вплив вторинних електронів, а також більша продуктивність.

Якщо використовувати іонний пучок у тіньовому методі друку із зазором, то можна отримати точку зображення розміром 0,3 мкм. Сканування гострофокусованого іонного променя, можливо, дасть змогу зменшити розмір точки до 0,02 мкм.

Недоліками іонно-променевої літографії є пошкодження інтенсивними пучками масивних іонів кристалічної структури підкладки (під час сканування), а також необхідність виготовляти шаблони, які достатньо стійкі до іонного бомбардування та забезпечують необхідне маскування іонного пучка.

Мікросферна літографія. Суть цього методу полягає в тому, що поверхню GaN-кристала покривають суцільним моношаром мікросфер діаметром 500 нм, виготовлених із SiO_2 (рис. 11.23, *а*). Для утворення моношару з мікросфер кристал обертають навколо осі, перпендикулярної його поверхні. Потім кристал розміщують у камері, заповненій сумішшю хлору Cl_2 та трихлориду бору BCl_3, запалюють високочастотний розряд і плазмою, яка заходить у зазори між сферами, витравлюють отвори дельтоподібної форми (рис. 11.23, *б*). Мікросферна літографія дозволяє у широких межах змінювати розміри сфер, їх матеріал, що дає можливість досить швидко створювати фотонний кристал на випромінювальній поверхні напівпровідника. Такий вид нанолітографії збільшив потужність випромінювання GaN-світлодіода в 1,8 разу.

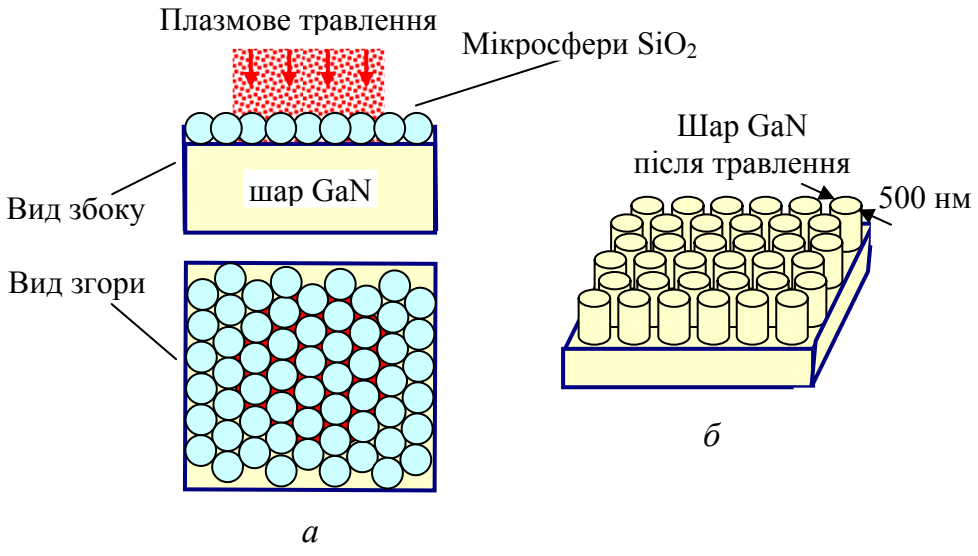

Рис. 11.23. Ілюстрація методу мікросферної літографії:
а – мікросфери створюють невеличкі вікна для плазмового травлення поверхні тонкого шару GaN; *б* – поверхня GaN після травлення

Тіньове маскування. Під час виготовлення кольорових дисплеїв на органічних світлодіодах матрицю точкових органічних випромінювачів певного кольору наносять на анодний шар методом вакуумного термічного випаровування (англ. *VTE – **v**acuum **t**hermal **e**vaporation*), закриваючи при цьому тіньовою маскою (наприклад, металевою сіткою) місця нанесення випромінювачів інших кольорів. Потім сітку трохи зміщують і наносять випромінювачі іншого кольору. Так утворюють *RGB*-піксел кольорового дисплея. Тіньову маску використовують також і для нанесення катодних смужок. У кольорових кінескопах отвір тіньової маски використовують таким чином, щоб «червоний» електронний промінь потрапляв лише на червоний елемент люмінофорної тріади, «зелений» промінь – на зелений елемент, «синій» промінь – на синій елемент.

Травлення. В електроніці використовують переважно три види травлення – хімічне, іонне та лазерне, хоча у деяких випадках може бути застосоване і термічне травлення. Хімічне травлення передбачає видалення матеріалу з поверхні зразка розчиненням поверхневого шару у відповідному рідинному або газоподібному реагенті; відповідно процеси називають *вологим* або *сухим хімічним травленням*. Іонне травлення – це розпилення поверхневого шару матеріалу під дією іонного бомбардування. Є також метод електронного травлення, який зазвичай комбінують з методом електронно-променевої літографії. Лазерне травлення, яке частіше називають лазерною абляцією, означає випаровування поверхневого шару матеріалу внаслідок його сильного нагрівання поглинутим лазерним випромінюванням. Термічне травлення – це випаровування у вакуумі поверхневого шару матеріалу під дією високої температури.

Вологе хімічне травлення є швидким ізотропним процесом, який використовують для видалення металічних, діелектричних та напівпровідникових шарів. Ізотропність процесу (однакова швидкість травлення у всіх напрямках) не завжди бажана, оскільки під час локального травлення потрібної ділянки матеріалу відбувається бокове підтравлювання сусідніх ділянок. Анізотропії процесу травлення може надати прикладене електричне поле, яке спрямовує іони у бік протравлюваного шару (електрохімічне травлення). Іноді використовують фотоелектрохімічне травлення: ультрафіолетове випромінювання вибиває з атомів електрони і утворює іони.

Сухе травлення проводять або в атмосфері газоподібного реагенту, або у вакуумі, де на матеріал спрямовується пучок іонів. Перший вид сухого травлення – порівняно повільний процес, доки молекули газу перебувають у нейтральному стані. Значне прискорення процесу відбувається під час іонізації газу високочастотним полем (реактивно-іонне травлення (англ. *RIE – **r**eactive-**i**on **e**tching*)). Бомбардування поверхні матеріалу іонами газу робить цей процес анізотропним (у напрямку, паралельному поверхні, швидкість травлення значно менша, ніж перпендикулярному поверхні).

Під час іонного травлення іонний пучок здійснює локальне видалення матеріалу, неможливе для реактивно-іонного травлення. Так, вузький пучок іонів галію, прискорених до енергій 30–50 кеВ, може видалити матеріал на площі 0,5 мкм^2. Такі самі можливості має лазерне травлення.

Часто поверхня матеріалу вкрита металічною плівкою (або фольгою). Створюючи за допомогою фотолітографії захисну маску певної форми, метал розчиняють у незахищених маскою місцях і формують на поверхні діелектрика або напівпровідника систему електродів та провідників, потрібну для друкованої плати, напівпровідникового приладу або інтегральної схеми. Наприклад, для створення провідникових доріжок на друкованій платі з фольгованого текстоліту мідну фольгу протравлюють у розчині хлорного заліза $FeCl_3$.

Травлення використовують також для хімічного полірування поверхні після шліфування і для очищення поверхні від забруднень та окислів. Так, для вирощування епітаксіальних шарів з газової фази часто використовують газоподібний HCl, який за низького парціального тиску бере участь у синтезі хімічної сполуки, потрібної для епітаксії, а за високого протравлює підкладку.

За допомогою травлення роблять модифікацію поверхні, надаючи їй певного рельєфу. Для цього використовують електро- та фотоелектрохімічне травлення. Було помічено, що світлодіоди з шорсткою поверхнею напівпровідника, через яку виводиться випромінювання, мають у декілька разів більшу потужність випромінювання. Так, у GaN-світлодіоді для надання шорсткості поверхні *n*-шару, яка є вихідним вікном світлодіода, проводять її анізотропне травлення. Під дією травлення утворюється «шишкоподібна» поверхня з шестикутною основою окремих пірамідальних виступів.

Технологія лазерного відшарування. Підкладка, на якій створюють епітаксіальну структуру світлодіода, не завжди є оптимальною з погляду досягнення максимальної потужності випромінювання. Структура GaN-світлодіода формується на сапфіровій підкладці, а доцільніше було б розмістити її, наприклад, на мідній підкладці, яка краще відводить тепло від *p*–*n*-переходу і дозволяє працювати за більших струмів інжекції. Це і було зроблено 2004 р. китайськими дослідниками (Чен-Фу Чу та інші). Для перенесення напівпровідникової структури на іншу підкладку було використано технологію лазерного відшарування. Структуру опромінювали з боку сапфірової підкладки імпульсом ексимерного KrF-лазера з довжиною хвилі 248 нм та густиною потоку енергії 0,6 Дж/см^2. Відшарування відбувається внаслідок переважного поглинання лазерного випромінювання на межі напівпровідника (GaN) та діелектрика (сапфіру), що приводить до розкладання дуже тонкого шару напівпровідника і відшарування епітаксіальної структури. Таким чином можна знімати з підкладки напівпровідникові структури товщиною 1 мкм.

Мезаструктури. Суттєве покращання параметрів світлодіодів на гомопереходах було пов'язане з використанням мезаструктури (рис. 11.24). Якщо невеличку ділянку поверхні напівпровідника захистити від травлення, а решту поверхні протравити, то утвориться припіднятий над поверхнею острівець із плоским плато, який і називають «мезою». Якщо в «мезі» створити *p*–*n*-перехід, то інжекція носіїв заряду в «мезу» приведе до збільшення густини струму і більш ефективної рекомбінації. Площа переходу може, наприклад, дорівнювати 0,25 мм^2, що означає можливість отримання квазіточкового джерела випромінювання з високою яскравістю. До того ж, відбиття випромінювання від бокової поверхні «мези» збільшує у 2–3 рази ефективність виведення випромінювання з кристала.

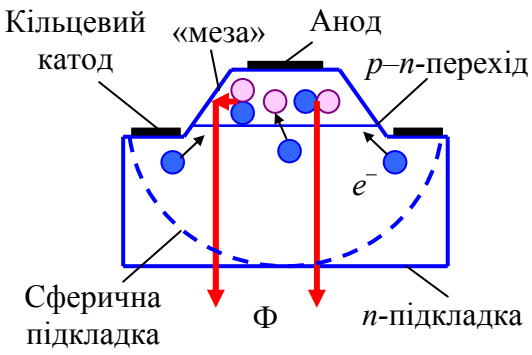

Рис. 11.24. Конструкція світлодіода з мезаструктурою

Найкращих результатів (серед світлодіодів на гомопереходах) вдалося досягти, використовуючи мезаструктури у світлодіодах на основі GaAs:Si. Легування кремнієм створює навколо *p*–*n*-переходу високоомну область, так що виникає щось на зразок *p*–*i*–*n*-структури з характерним для неї високим коефіцієнтом інжекції. Окрім того, максимум спектра випромінювальної рекомбінації у цьому матеріалі відповідає довжині хвилі λ_0 = 940–960 нм, а це випромінювання майже не поглинається в GaAs, у якого «червона» межа спектра поглинання визначається довжиною хвилі 900 нм (незначне поглинання на вільних носіях все ж таки наявне). Тому випромінювання з такого світлодіода виводять крізь підкладку, причому зовнішня квантова ефективність може досягати 9 % для плоскої поверхні і 30 % для сферичної поверхні.

Технологія створення квантових точок. Є декілька технологій вирощування квантових точок у напівпровіднику. Одна з таких технологій – метод електронно-променевої літографії та травлення, який має високу роздільну здатність і дає змогу контролювати розміщення квантових точок. Попри широке використання цього методу для виготовлення випромінювачів на квантових точках у нього є недоліки, які знижують якість вирощеної напівпровідникової структури, а саме:

- роздільна здатність методу, необхідна для створення квантових точок розміром 10 нм, забезпечується використанням пучків з енергіями електронів в 100 кеВ, які можуть пошкодити напівпровідниковий кристал;
- неоднакові розміри сформованих квантових точок;
- літографічний процес може вносити небажані домішки у напівпровідник;
- низька якість поверхні поділу між матеріалом квантової точки та матеріалом напівпровідникового шару, в якому ці точки містяться.

Альтернативою цьому методу є технологія вирощування квантових точок методом Странскі–Крастанова.

Металізація. Щоб подати відповідні електричні потенціали на елементи напівпровідникової структури, використовуючи металізацію, на них потрібно нанести контактні площадки. Контакт метал–напівпровідник не має змінювати свій опір зі зміною полярності напруги, тобто він має бути невипрямним (омічним). Для *n*-напівпровідника це можливо, якщо робота виходу електронів з металу буде меншою за роботу виходу електронів із напівпровідника, а для *p*-напівпровідника – навпаки.

Під час контакту металу з напівпровідником виникає потенціальний бар'єр і нагромаджуються неосновні носії заряду перед бар'єром, що зменшує швидкодію напівпровідникового приладу. Для компенсації цього паразитного ефекту приконтактний шар напівпровідника сильно легують. Хоча потенціальний бар'єр при цьому і не зменшується, але перехід метал–напівпровідник стає настільки тонким, що неосновні носії легко тунелюють крізь нього.

Металізацію проводять, використовуючи такі методи:

- термовакуумне осадження;
- електронно-променеве випаровування;
- гальванічне нанесення;
- іонно-променеве осадження.

Сплав, який використовують для металізації *n*-напівпровідника, містить одну з донорних домішок (Si, Ge, Sn, Te), а для *p*-напівпровідника – одну з акцепторних домішок (Zn, Be, Mg). Після нанесення металевого покриття пластину нагрівають до високої температури, й атоми домішки дифундують з металу у напівпровідник, утворюючи сильнолегований напівпровідниковий шар.

Іонно-променеве осадження здійснюється пучком іонів платини або вольфраму, який дозволяє робити невеликі металеві «містки» між електронними компонентами інтегральної схеми, причому як у горизонтальному, так і у вертикальному напрямах.

Створення прозорих електродів. В оптоелектроніці досить часто випромінювання доводиться пропускати через електрод, який забезпечує прикладання напруги до приладу та проходження через нього струму (фотоприймачі, зокрема сонячні батареї, світлодіоди та лазерні діоди, рідкокристалічні дисплеї, електрооптичні модулятори). Для того, щоб металевий електрод був напівпрозорим, його товщина має становити декілька нанометрів (наприклад, 10 нм для золота з його питомим опором $\rho = 2{,}3 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, що означає опір у 2,3 Ом для електрода шириною 1 мм на кожний міліметр його довжини і відповідно непродуктивне перетворення частини споживаної електричної енергії у джоулеве тепло).

Останнім часом в оптоелектронних приладах широко використовують оксид індію-олова (*ITO*), насамперед завдяки його високій прозорості (у видимому діапазоні

коефіцієнт пропускання для шару товщиною 130 нм досягає 0,85) і малому питомому опору ($\rho < 10^{-6}$ Ом·м), проте індій – це рідкісний і досить дорогий метал.

Альтернативу *ITO* можуть скласти такі напівпровідники, як ZnO, In_2O_3 та SnO_2. Зокрема, ZnO:Al має питомий опір близько 10^{-3} Ом·м.

Із 2004 р. проводять інтенсивні дослідження нових матеріалів для виготовлення прозорих електропровідних електродів – плівок на основі вуглецевих нанотрубок, відкритих на початку 90-х років XX ст.

Вуглецеві нанотрубки – це циліндричні молекули вуглецю, які можуть мати відношення «довжина/діаметр» понад 10^6 за діаметра в декілька нанометрів. Поверхня одностінної вуглецевої нанотрубки (англ. *SWNT – **s**ingle-**w**all **n**ano**t**ube*) утворена атомами С, розміщеними у вершинах уявних правильних п'ятикутників та шестикутників зі спільними сторонами. За певних умов утворюються і багатостінні нанотрубки (англ. *MWNT – **m**ulti**w**all **n**ano**t**ube*)**.**

Вуглецеві нанотрубки належать до класу *фулеренів* – молекулярних утворень з одних лише атомів вуглецю з ажурною просторовою конструкцією у вигляді з'єднаних сторонами правильних п'ятикутників чи шестикутників, де вершинами є атоми вуглецю, а сторонами – їх ковалентні зв'язки. Найвищу симетрію має фулерен C_{60}, в якому кожний з 60 атомів С є одночасно вершиною двох шестикутників і одного п'ятикутника. Своїм виглядом C_{60} нагадує футбольний м'яч, зшитий зі шкіряних п'ятикутників та шестикутників. Фулерени були відкриті 1985 р. американськими фізиками Робертом Керлом, Гарольдом Крото та Річардом Смоллі, за що у 1996 р. вони були удостоєні Нобелівської премії з хімії.

Назва «фулерени» походить від імені Роберта Фуллера – американського архітектора, дизайнера та винахідника, який пропагував використання у будівництві просторових конструкцій, складених з правильних багатокутників.

Вуглецеві трубки зацікавили фізиків завдяки дуже високій міцності, унікальним електричним, оптичним та теплопровідним властивостям. Так, в окремій нанотрубці рухливість електронів сягає 10^5 см^2/(В·с), а густина струму в ній може становити 10^9 А/см^2. Проте у масиві нанотрубок рухливість електронів значно нижча (10–100 см^2/(В·с), причому якщо опір окремої нанотрубки становить 10 кОм, то опір матеріалу між сусідніми трубками може сягати 100 МОм. Отже, хоча шар нанотрубок товщиною 10–20 нм має у видимому діапазоні коефіцієнт пропускання 0,85, як і шар *ITO*, проте електропровідність шару значно гірша.

Одним із методів нанесення шару нанотрубок є метод Ленгмюра–Блоджетт, який полягає в тому, що підкладку занурюють в органічну рідину із завислими в ній нанотрубками, а потім виймають. На поверхні підкладки утворюється моношар органічного матеріалу (плівка Ленгмюра–Блоджетт). Під час кожного наступного занурення додається один моношар, що дозволяє точно контролювати товщину плівки.

Технології виготовлення вуглецевих нанотрубок. Найбільше поширені декілька процесів виготовлення нанотрубок:

• лазерна абляція імпульсним або неперервним випромінюванням (детальніше про фотоабляцію див. у підрозділі 14.7); за допомогою цього методу вперше було отримано фулерен C_{60}; випромінювання випаровує вуглець та каталізатори з графітового стрижня, який перебуває у кварцовій трубі (за $T = 1470$ К), розміщеній у печі; потоком інертного газу пари вуглецю та каталізаторів підхоплюються і спрямовуються на охолоджуваний водою мідний колектор, на стінці якого відбувається конденсація вуглецю у вигляді сажі; сажа містить пучки вуглецевих нанотрубок та залишки каталізаторів (рис. 11.25);

• дуговий розряд постійного струму (80 А) в атмосфері інертного газу (Ar або He за тиску 60 кПа), за допомогою якого відбувається випаровування вуглецю та каталізаторів (Ni разом з Y – для одностінних і Ni разом з Co – для багатостінних нанотрубок);

• трифазний дуговий розряд змінного струму (600 Гц, 400 А) між трьома графітовими електродами в атмосфері Ar, He, N_2 або H_2;

• сублімація графіту та каталізатора в сонячній печі (сонячне випромінювання фокусується параболоїдним дзеркалом на графітовому стрижні з домішкою каталізаторів; температура у фокусі сягає 4000 К і відбувається випаровування вуглецю та каталізаторів; потік інертного газу підхоплює пари вуглецю та каталізаторів і спрямовує їх на холодну поверхню колектора, яка збирає конденсат вуглецю та каталізаторів);

• пропускання газового потоку із суміші CO або вуглеводню (метану CH_4, ацетилену C_2H_2, етилену C_2H_4 або бензолу C_6H_6) з воднем або аргоном через розміщені у печі дрібні частинки металу-каталізатора (Fe, Ni або Co), внаслідок чого відбувається підсилене каталізатором термічне розкладання вуглеводню на вуглець та водень з осіданням нанотрубок на частинках металу; окис вуглецю розкладається згідно з реакцією $2CO \rightarrow C + CO_2$; цей гетерогенний процес, коли в реакторі перебувають матеріали і в твердій, і в газовій фазі, протікає за нижчих температур (900–1200 К), ніж у перших трьох методах, що важливо для отримання багатостінних нанотрубок; утворення плівки на поверхні підкладки, підсилене дією каталізатора, називається *каталітичним хімічним парофазним осадженням* (англ. *CCVD – **c**atalyst **c**hemical **v**apor **d**eposition*);

• пропускання парів металорганічної сполуки, такої, наприклад, як $Fe(CO)_5$, разом з воднем та газом-носієм (N_2, Ar або He) через кварцову трубу, розміщену в електропечі з низькотемпературною (500–1000 К) та високотемпературною (1000–1500 К) зонами; у першій зоні відбувається термічне розкладання металорганічної сполуки з утворенням CO та наночастинок Fe; у другій зоні CO розкладається, і з утвореного вуглецю формуються нанотрубки, причому наночастинки Fe стають каталізаторами; оскільки у кварцовому реакторі є тільки гази та газоподібні речовини, такий процес називають гомогенним.

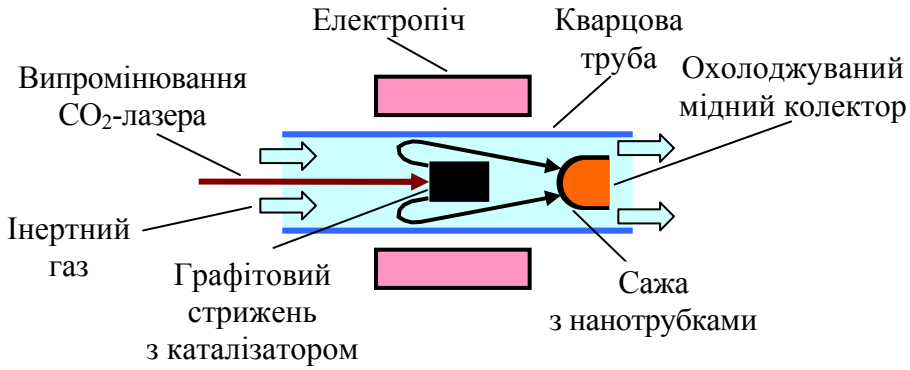

Рис. 11.25. Технологія отримання вуглецевих нанотрубок за допомогою лазерної абляції

Розділення пластин на окремі кристали. Після завершення всіх операцій напівпровідникової технології пластину розділяють на невеличкі кристалики – ядра напівпровідникових приладів (наприклад, кристали світлодіодів із сформованими гетероструктурами та контактними площадками). Пластини розділяють методом скрайбування, тобто нанесення на пластину вертикальних та горизонтальних рисок, наприклад, сфокусованим лазерним променем. Далі пластину розміщують на м'якій гумовій подушці й розламують уздовж рисок.

Приєднання виводів. Контактні площадки напівпровідникової структури приєднуються до ніжок за допомогою алюмінієвих чи золотих дротиків діаметром 30–50 мкм. Дротик до контактної площадки приєднують методом термокомпресії – сильного притиснення деталей одна до одної за температури 500–600 К, внаслідок чого відбувається інтенсивна взаємна дифузія атомів металу й утворюється досить міцне механічне з'єднання.

Складання світлодіодів. Один із варіантів технології складання світлодіодів передбачає закріплення кристала (з боку контактної площадки підкладки) на мідній пластині або металоскляному цоколі за допомогою струмопровідного клею із домішкою срібла. До мідної пластини приєднаний один із двох виводів, які служать для підключення світлодіода до електричного пристрою (другий вивід приєднують до вільної контактної площадки). Мідна пластина виконує роль радіатора, який розсіює джоулеве тепло, що виділяється у кристалі під час протікання струму. Для оцінювання ефективності розсіяння тепла радіатором напівпровідникового приладу використовують такий параметр, як тепловий опір $R_T = \Delta T/\Delta P$ – приріст температури кристала у градусах на 1 Вт прикладеної електричної потужності. Типове значення теплового опору світлодіодів не виходить за межі 30–40 К/Вт.

Наступні етапи складання визначаються вже конструкцією світлодіода.

11.10. Конструкції світлодіодів

Назвімо декілька варіантів конструкцій світлодіодів [65; 75]:

• безкорпусні світлодіоди – найпростіші за конструкцією і найменші за розміром; вони мають два гнучкі виводи, до одного з яких приварено мідну пластинку, а на ній закріплено кристал; все це разом занурено у застиглу краплю прозорого епоксидного компаунду (рис. 11.26, *а*);

• світлодіоди з герметичним металоскляним корпусом (скляна ізоляція ніжок та скляне віконце); для кращого збирання бокового випромінювання кристал розміщено у заглибленні з конічними стінками, зробленому у металоскляному цоколі; кристал разом із золотим виводом, приварeним до контактної площадки світлодіода, заливають краплею прозорого епоксидного компаунду; компаунд зміцнює конструкцію і може на 30 % збільшити ефективність виведення світла з кристала, зменшуючи втрати на повне внутрішнє відбиття світла; такі світлодіоди є найбільш стійкими до кліматичних впливів (рис. 11.26, *б*);

• світлодіоди з полімерним куполоподібним корпусом; напівсферична поверхня купола є лінзою, яка робить випромінювання світлодіода більш спрямованим, що потрібно для підсвічування надписів, шкал тощо; для сигнальних світлодіодів, навпаки, потрібна широка діаграма спрямованості випромінювання, щоб світіння купола можна було бачити збоку; для цього в епоксидний компаунд домішують кварцове скло, подрібнене до частинок розміром приблизно 15 мкм, що покращує розсіяння внутрішнього світла і зменшує відбиття зовнішнього (рис. 11.26, *в*);

• світлодіоди з напівсферичною підкладкою і виведенням крізь неї випромінювання;

• світлодіоди Барраса, в яких до випромінювальної поверхні кристала підведене впритул оптичне волокно (рис. 11.26, *г*);

• світлодіоди зі сферичною мікролінзою, встановленою навпроти невеликої (40–50 мкм) випромінювальної області подвійної гетероструктури; якщо випромінювання виводиться крізь підкладку світлодіода, то в ній витравлюється заглиблення під мікролінзу (рис. 11.26, *г*);

• смужкові світлодіоди з подвійною гетероструктурою та торцевим випромінюванням (див. рис. 11.11); в усіх згаданих вище типах світлодіодів оптична вісь світлодіода була перпендикулярною до площини

гомо- або гетеропереходу (світлодіод з вертикально випромінювальним переходом); у смужкових світлодіодах оптична вісь збігається з віссю тонкого смужкоподібного активного шару, розміщеного між площинами гетеропереходів (світлодіод із горизонтально випромінювальним переходом).

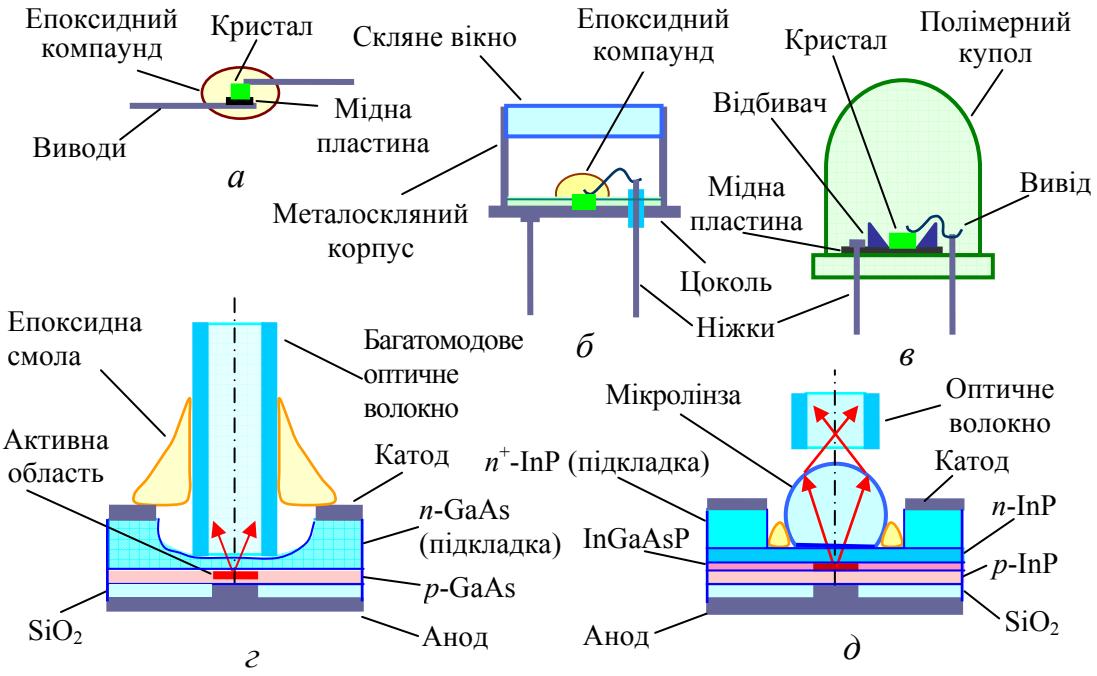

Рис. 11.26. Конструкції світлодіодів:
а – безкорпусний; *б* – з металоскляним корпусом;
в – з полімерним куполом; *г* – Барраса; *д* – з мікролінзою

Приклад 11.4. Плоску випромінювальну область кристала світлодіода з торцевим випромінюванням можна наближено вважати ламбертовим випромінювачем. На невеликій відстані від світлодіода розміщено торець оптичного волокна, діаметр серцевини якого значно більший за розмір випромінювальної області. Оцінити ефективність введення випромінювання у волокно з показниками заломлення серцевини волокна $n_1 = 1{,}50$ та оболонки $n_2 = 1{,}45$.

Потік випромінювання, який виходить з торця світлодіода, можна знайти інтегруванням сили світла $J(\theta)$ ламбертова випромінювача у межах півсфери:

$$P = 2\pi \int_0^{\pi/2} J(\theta)\sin\theta d\theta = 2\pi \int_0^{\pi/2} J_0 \cos\theta \sin\theta d\theta = -2\pi J_0 \left[\cos^2\frac{\theta}{2}\right]_{\theta=0}^{\pi/2} = \pi J_0.$$

З усіх променів, які падають на торець волокна, продовжать свій шлях у серцевині тільки ті, кут падіння яких не перевищує максимального кута падіння

θ_{max}. Це кут падіння променя, який після заломлення на торці волокна падає на межу поділу серцевини та оболонки під критичним кутом повного внутрішнього відбиття θ_{cr}, пов'язаного з показниками заломлення серцевини та оболонки співвідношеннями $\sin\theta_{cr} = n_2/n_1$ (що випливає з $n_2/n_1 = \sin\theta_{cr}/\sin(\pi/2)$) та $\cos\theta_{cr} = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}/n_1$. Якщо $\sin\theta_m = n_1\cos\theta_{cr}$, отримаємо величину, яку називають числовою апертурою волокна:

$$NA = \sin\theta_{\max} = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}.$$

Якщо волокно розміщене в середовищі з показником заломлення n_0, числова апертура збільшується в n_0 разів.

З усього потоку випромінювання, який падає на торець волокна, у серцевині поширюється тільки потік

$$P = 2\pi \int_0^{\theta_{\max}} J_0 \cos\theta \sin\theta d\theta = -\pi J_0 \left[\cos^2\theta\right]_{\theta=0}^{\theta_{\max}} =$$

$$= \pi J_0 \sin^2\theta_{\max} = P(n_1^2 - n_2^2) = P \cdot NA^2.$$

Отже, ефективність введення випромінювання у волокно

$$\eta_f = n_1^2 - n_2^2 = NA^2,$$

що дає значення $\eta_f = 1{,}50^2 - 1{,}45^2 \approx 0{,}15$.

Параметри деяких основних типів світлодіодів наведено у табл. 11.1 [65; 66].

Таблиця 11.1

Параметри деяких типів світлодіодів за $T = 300$ К

Матеріал	λ_0, нм	$\Delta\lambda$, нм	Θ, град	P*, мВт	U, В	J, мА
InAsSb/InAs	4600	700	—	1,1**	—	2000
InAsSbP/InAs	3280	500	—	3,5**	—	2000
InGaAsSb	2200	230	10	1,7	—	120
InGaAsP	1550	30	—	10	—	180
InGaAsP	1550	100	6	2,0	1,1	50
InGaAsP	1300	100	15	3,0	1,1	50
InGaAsP	1050	100	6	1,5	1,2	50
GaAs	940	50	40	18	1,3	50
AlGaAs	940	60	25	10	1,35	50

Закінчення табл. 11.1

Матеріал	λ_0, нм	$\Delta\lambda$, нм	Θ, град	*P**, мВт	*U*, В	*J*, мА
AlGaAs	870	30	2	45	2,2	200
AlGaAs	810	35	15	18	1,6	50
AlGaAs	680	25	4	50	2,4	300
AlInGaP	630	—	35	1,8 кд	2,1	20
GaP	697	90	Дифузний	45	2,1	15
GaP	585	35	Дифузний	85	2,0	20
GaP	565	30	Дифузний	100	2,1	30
GaAsP:N	590	—	15	25 мкд	1,6	10
InGaN	—	—	35	3,5 кд	3,3	20
InGaN	530	—	35	3,5 кд	3,3	20
InGaN	470	—	35	1,6 кд	3,3	20
SiC	460	—	40	30	3,3	30
InGaN	435	35	5	1,0	3,5	20
InGaN	400	—	55	5,0	3,3	20
InGaN	395	14	70	350	3,5	700
InGaN	385	17	5	1,0	3,6	20
InGaN	360	12	4	0,25	4,0	20
AlN	280	—	—	1,5	—	20
AlN	210	—	—	—	—	—

*Для деяких світлодіодів наведено не потужність випромінювання, а силу світла в канделах.

**В імпульсному режимі з тривалістю імпульсів 1 мкс та частотою повторення 1 кГц.

11.11. Застосування світлодіодів

Індикатори стану. Зелені, жовті або червоні вогники, що світяться на моніторах та системних блоках комп'ютерів, на принтерах, радіоприймачах, телевізорах і магнітофонах, приладових панелях автомобілів і літаків, вимірювальних приладів та ін. – ось лише декілька прикладів застосування світлодіодів для контролю за станом електронних пристроїв та систем, а також систем, контрольованих за допомогою електроніки.

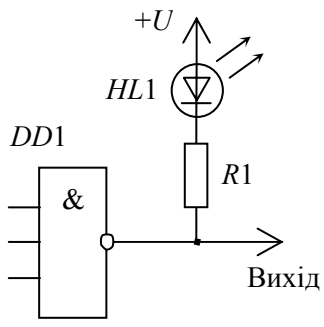

Рис. 11.27. Електрична схема індикації стану логічного елемента

Схему контролю за станом логічного елемента «І-НІ» (*DD*1) зображено на рис. 11.27: якщо на всіх входах логічного елемента з'являються високі потенціали, на інверсному виході утворюється

низький потенціал, що забезпечує світлодіод *HL*1 та резистор *R*1 різницею потенціалів, потрібною для світіння світлодіода, причому яскравість світіння задається опором *R*1.

Схему індикації ввімкнення стабілізованого джерела напруги показано на рис. 11.28. Змінна напруга *U*, яка подається на вхід схеми, випрямляється випрямним містком на напівпровідникових діодах *VD*1–*VD*4, після чого потрапляє на стабілізатор напруги на транзисторах *VT*1 та *VT*2. З появою на виході стабілізованої напруги U_0 запалюється світлодіод *HL*1.

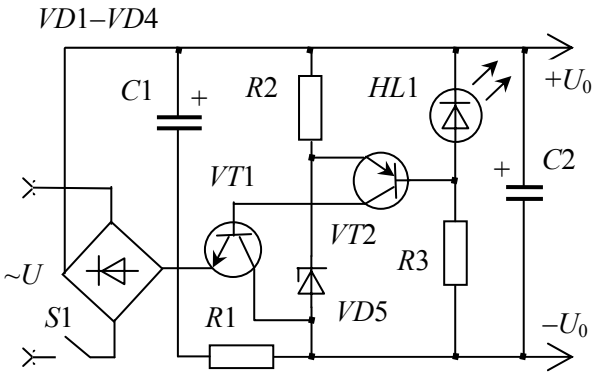

Рис. 11.28. Електрична схема індикації ввімкнення стабілізатора напруги

Знакові індикатори. Світлодіодний знаковий індикатор – це оптоелектронний прилад, призначений для формування зображення графічних знаків – цифр, літер, математичних та інших символів. В індикаторах, які мають 7–9 світлодіодів, випромінювальні елементи мають форму сегментів або крапок, що дає змогу відображати стилізовані цифри, деякі літери, знаки «+», «–» та крапку. Індикатори, що містять, наприклад, 35 світлодіодів, мають матричну організацію, яка дозволяє синтезувати зображення будь-яких літер або математичних знаків.

За конструкцією знакові індикатори бувають:

- монолітними, які містять на одній кристалічній підкладці розміром 2×3 мм^2 до дев'яти випромінювальних сегментів; такі індикатори у разі безкорпусного варіанта виготовлення просто збирати у матриці для відображення символів зі складною конфігурацією; корпус може бути як суцільним (із заливанням конструкції епоксидним компаундом, з якого тільки виглядають виводи і світлопроводи сегментів), так і порожнистим (з герметичним пластмасовим корпусом та плоским вікном); недоліком таких індикаторів є нераціональне витрачання напівпровідникового матеріалу, через що неможливо збільшити їх розміри;
- гібридними, у яких окремому сегменту відповідають один-два випромінювальних кристали розміром 0,5×0,5 мм^2; кристали розміщують на

металізованій керамічній платі (або нікелевій рамці) з виводами, а потім заливають прозорим епоксидним компаундом; при цьому, наприклад, 35-кристальний матричний індикатор має висоту знака 7 мм; витрати напівпровідникового матеріалу для виготовлення таких індикаторів значно менші, ніж для монолітних, але виявляється, що і їх можна зменшити, використовуючи полімерні світлопроводи з розсіянням світла;

- гібридними з полімерними світлопроводами, які багаторазово розсіюють світло, що випромінюється кристалами розміром 0,3×0,3 або 0,5×0,5 мм^2, збільшуючи таким чином ефективний розмір світних сегментів (рис. 11.29); розсіяння світла може бути як об'ємним, так і поверхневим; кристали розміщують на металізованій керамічній платі з виводами, яку накривають пластмасовим корпусом; виявляється, що кожний кристал оточений похилими дзеркальними стінками сегмента; для рівномірності світіння сегмент заливають світлорозсіювальним епоксидним компаундом; висота знака в індикаторах сягає 18 мм;
- багаторозрядними гібридними (наприклад, 9- або 12-розрядними), які містять на одній платі відповідну кількість монолітних або гібридних однорозрядних індикаторів; монолітні індикатори часто розміщують у герметичному пластмасовому корпусі з монолітним полімерним вікном, яке забезпечує кожний розряд збільшувальною мікролінзою; мікролінза у два-три рази збільшує видимий розмір знака і до 5 разів – силу світла, випромінювану індикатором; використання мікролінзи дозволяє приблизно в 1,5 разу зменшити розмір кристалічної підкладки монолітного індикатора; основне застосування багаторозрядних монолітних індикаторів – калькулятори та тестери, а гібридних – табло з висотою знака в декілька сантиметрів.

Лінійні шкали. Лінійна шкала – це мікросхема, в якій світлодіодні сегменти розміщені в ряд і так з'єднані за допомогою зовнішньої електричної схеми, щоб довжина світної смужки була приблизно пропорційна амплітуді вимірюваного сигналу. Цінними властивостями такого відображення цифрової інформації є її наочність і швидкість сприйняття, що важливо для швидкого реагування оператора на зміну ситуації (приладові щитки автомобілів, літаків, космічних апаратів, медичної апаратури, пультів керування електростанцій і под.).

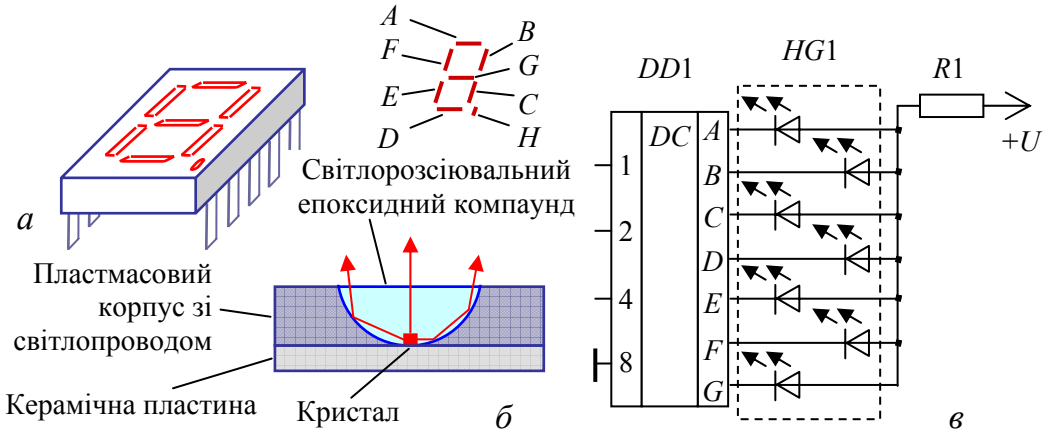

Рис. 11.29. Гібридний індикатор з полімерними світлопроводами (*а*), поперечний переріз світлопроводу (*б*) та схема підключення індикатора до дешифратора (*в*); вивід коми *H* не підключено

Лінійні шкали (кількість світних елементів від 5 до 200) виготовляють як без корпусів, так і в пластмасових, металоскляних та склокерамічних корпусах. Безкорпусні шкали дозволяють безшовно нарощувати і більшу кількість елементів, що можна використовувати для оперативного запису інформації на світлочутливому матеріалі.

Схему керування лінійною шкалою, в якій використано метод паралельного порівняння вхідної напруги з рядом опорних напруг, утворених за допомогою подільника напруги на резисторах *R*1–*R*5, показано на рис. 11.30. Опорні напруги подаються на входи компараторів (мікросхеми *DD*1–*DD*5). Якщо вхідна напруга на вході компаратора перевищує його опорну напругу, компаратор видає на виході високий потенціал і світлодіодний елемент, пов’язаний з цим компаратором, запалюється. Спрацьовують усі компаратори, опорні напруги яких менші за вхідну напругу, і відповідно запалюються пов’язані з ними елементи лінійної шкали.

Матричні екрани. Світлодіодні матриці можуть відображати не тільки знаки, а й більш складну графічну інформацію. Матричний екран потрібного розміру формують з модулів – графічних індикаторів, які на одній керамічній пластині містять матрицю $m \times n$ світлодіодних кристалів. Модуль розміром 10×10 мм^2 може містити, наприклад, матрицю 8×8 світлодіодів.

Пояснити формування зображення на матричному екрані з $m \times n$ елементів можна так. Для організації послідовного обходу елементів матриці (її сканування)

генератор надсилає у двійковий лічильник пакети з *mn* тактових імпульсів. Двійковий номер першого імпульсу є одночасно адресою першого елемента матриці. Зображення, яке потрібно вивести на екран, зберігається в запам'ятовувальному пристрої (пам'яті кадру) у вигляді послідовності кодів – двійкових значень потенціалів електродів, на перехрещенні яких містяться відповідні елементи матриці. Адреса першої чарунки пам'яті збігається з адресою першого елемента матриці, адреса другої чарунки – з адресою другого елемента і т. п. Під час надходження *ij*-го тактового імпульсу з *ij*-ої чарунки пам'яті зчитуються двійкові значення потенціалу електрода *i*-го рядка та потенціалу електрода *j*-го стовпця матриці. Цифрові коди за допомогою цифро-аналогового перетворювача трансформуються у потенціали відповідних електродів.

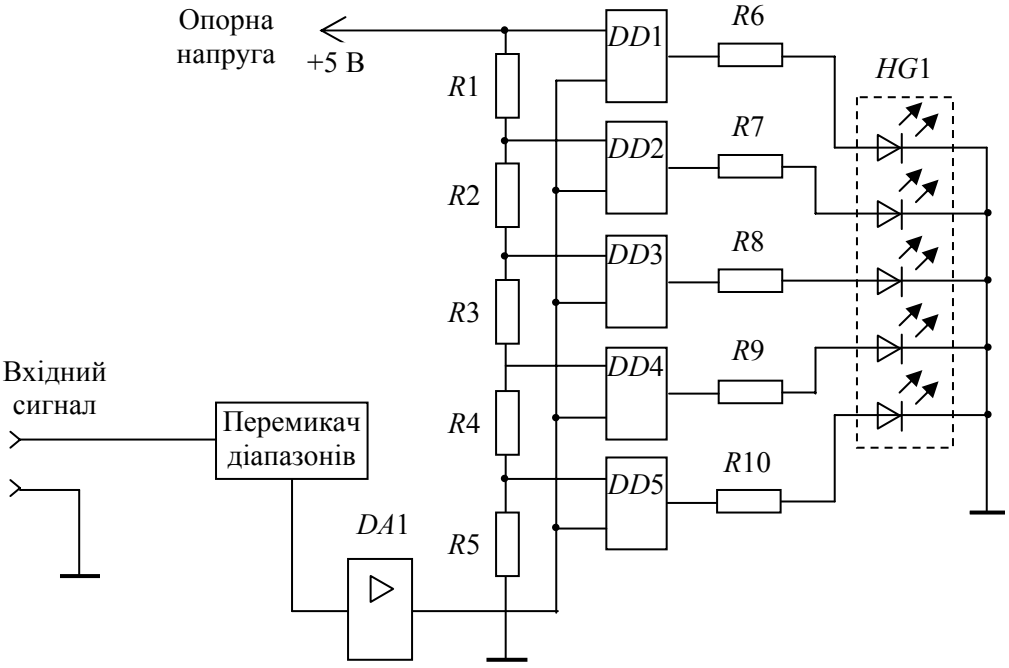

Рис. 11.30. Схема керування лінійною шкалою з використанням методу паралельного порівняння вхідної напруги з рядом опорних напруг

Оптрони. Оптрон (оптопара) – це оптоелектронний напівпровідниковий прилад, який містить в одному корпусі арсенід-галієвий світлодіод та кремнієвий фотоприймач, з'єднані оптично, що дозволяє розірвати електричні зв'язки між двома частинами електронного пристрою і пов'язати ці частини за допомогою світла (гальванічна розв'язка). Це вирішує проблему узгодження електронних пристроїв та їх частин за опором (наприклад, високоомного п'єзоелектричного датчика та низькоомного входу підсилювача), за напругою (наприклад, високовольтного фотоелектронного помножувача та низьковольтного

операційного підсилювача) та за струмом (наприклад, слабкострумового ланцюга управління та сильнострумового електродвигуна).

З появою кремнієвих світлодіодів стає можливим використовувати оптрони в інтегральних схемах. Оптичні зв'язки відкривають нові можливості передавання сигналів в інтегральних схемах, роблячи їх більш швидкісними та надійними.

Приклад 11.5. Як зміняться оптичні втрати на френелівське відбиття в діодному оптроні (оптопарі арсенідгалієвий світлодіод та кремнієвий фотодіод), якщо повітряний проміжок між ними заповнити імерсією – епоксидним компаундом з показником заломлення $n = 1{,}5$? Показник заломлення арсеніду галію $n_{GaAs} = 3{,}5$, а діелектрична проникність кремнію $\varepsilon_{Si} = 12$.

Знайдімо показник заломлення кремнію:

$$n_{Si} = \sqrt{\varepsilon_{Si}} = \sqrt{12} \approx 3{,}5.$$

Нехай зі світлодіода виходить у повітря потік випромінювання P і відстань між світлодіодом та фотодіодом така, що майже весь цей потік падає на фотодіод. Наявність імерсії зменшує френелівські втрати під час виведення випромінювання із GaAs (збільшує коефіцієнт пропускання поверхні кристала), і вихідний потік зростає згідно з формулою (11.1) до

$$P' = \frac{(n_{GaAs} + 1)^2 n}{(n_{GaAs} + n)^2} P.$$

Імерсія збільшує також коефіцієнт пропускання поверхні Si, так що всередину кристала входить потік випромінювання:

$$P'' = \frac{(n_{Si} + 1)^2 n}{(n_{Si} + n)^2} P' = \left[\frac{(n_{GaAs} + 1)(n_{Si} + 1)n}{(n_{GaAs} + n)(n_{Si} + n)} \right]^2 P = GP.$$

Отже, вигода від використання імерсії, яка проявляється у збільшенні коефіцієнта передавання оптрона за струмом, становить у цьому разі

$$G \approx \left[\frac{(3{,}5 + 1)^2 \cdot 1{,}5}{(3{,}5 + 1{,}5)^2} \right]^2 \approx 1{,}5.$$

Волоконно-оптичні датчики фізичних величин. У понад трьохстах типах волоконно-оптичних датчиків джерелами випромінювання є світлодіоди та лазерні діоди. Найпростіший датчик – датчик вторгнення – містить світлодіод, відрізок оптичного волокна, фотодіод, підсилювач, пороговий пристрій та сирену. Порушник, розриваючи

волокно діаметром приблизно 100 мкм, зменшує освітленість фотодіода, внаслідок чого спрацьовує пороговий пристрій і вмикається сирена. Є датчики, які працюють на порушенні передавання світла між волокнами, яке виникає внаслідок фізичного впливу. Найскладніші інтерферометричні датчики, в яких вхідне випромінювання спрямовується в опорне та вимірювальне волокна; вимірювальне волокно частково склеєне з матеріалом, чутливим до дії електричного або магнітного поля; деформація волокна змінює фазу світлової хвилі, яка проходить крізь волокно; це зумовлює зміну інтенсивності сумарної хвилі, утвореної під час змішування опорної та сигнальної хвиль.

Волоконно-оптичні лінії зв'язку. Для локальних волоконно-оптичних ліній зв'язку (з довжиною кабелю до 1 км) джерелом випромінювання можуть служити світлодіод Барраса або світлодіод з торцевим випромінюванням. Обмеження дальності світлодіодних ліній пов'язане із ширшим, ніж у лазера, спектром випромінювання, що за наявності дисперсії хвилевідного матеріалу приводить до «розмивання» оптичних імпульсів під час їх передавання по волокну.

Рідкокристалічні дисплеї. Для підсвічування рідкокристалічних дисплеїв використовують, окрім люмінесцентних ламп, також і світлодіоди. Для невеликих екранів (наприклад, калькуляторів, перекладачів) світлодіоди розміщують по периметру екрана. Для екранів ноутбуків використовують матриці світлодіодів і спеціальні світлопроводи. Світлодіоди дозволяють досить просто змінювати колір підсвічування, що майже неможливо (або дуже складно) реалізувати за допомогою інших джерел світла.

Світлодіодні принтери. Світлодіодні принтери іноді відносять до лазерних, хоча в світлодіодних принтерах та плотерах сканування лазерного променя замінено на комутацію світлодіодів у світлодіодній лінійці. Растровий характер друку передбачає формування кожного елемента зображення в рядку за допомогою індивідуального світлодіода.

Якість зображення у світлодіодній технології майже така, як і у лазерній, але розміри принтера менші, а надійність вища. Розгортка (сканування) лазерного променя потребує складної оптико-механічної системи (обертової дзеркальної призми та фокусувальної лінзи), яка у разі струсу або удару може розладнатися. Світлодіодна конструкція більш жорстка і менш критична до механічних впливів.

Оптична накачка твердотільних лазерів. Для оптичної накачки потрібні потужні джерела випромінювання, до яких відносять і матриці (лінійки) арсенідгалієвих світлодіодів ($\lambda_0 \approx 0{,}8$ мкм). Потужність випромінювання в імпульсі окремого світлодіода сягає 2–3 Вт, а частота повторення імпульсів – 200 Гц. Порівняно з імпульсними лампами накачки, які потребують високої напруги запалювання та батарей конденсаторів для запасання електричного заряду, світлодіоди накачки працюють за напруги 20–30 В і середнього прямого струму 2–3 А.

Дистанційне керування. Увімкнення телевізорів, відеомагнітофонів, музичних центрів та активізація їх сервісних функцій потребує лише натискання відповідних кнопок на пульті керування. Оптичний зв'язок між пультом та пристроєм реалізується за допомогою інфрачервоного випромінювання арсенід-галієвого світлодіода, який міститься за віконцем пульта. У такий самий спосіб безпровідна клавіатура пов'язується з інфрачервоним портом (входом) комп'ютера.

Світлофори. З розрахунків видно, що заміна в Японії лампових світлофорів на світлодіодні вивільнить електричну потужність, яку виробляє сучасна атомна станція.

Освітлювальні прилади. Ультрафіолетові та сині світлодіоди використовують у напівпровідникових (або інакше кажучи – світлодіодних) лампах, в яких за допомогою люмінофора короткохвильове випромінювання перетворюється в біле світло. Звичайна технологія нанесення люмінофорної плівки на світлодіод забезпечує ефективність перетворення до 0,4. З досліджень синіх світлодіодів з органічними люмінофорами, проведених у 2008 р. американськими дослідниками Стівеном Алленом та Ендрю Стеклом, видно, що ефективність може перевищувати 0,9, якщо розмістити кристал світлодіода у центрі півсфери з поліметилметакрилату, на внутрішню поверхню якої нанесено прозорий органічний люмінофор. Так, у разі використання оранжевого органічного люмінофора ефективність перетворення досягла 0,99, а світлова віддача при цьому становила 151 лм/Вт.

Аналітики прогнозують, що до 2025 р. світлодіодні лампи витіснять лампи розжарювання, що дасть річну економію у $150 млрд тільки у США. Нагадаймо, що в люмінесцентній лампі ультрафіолетове випромінювання генерується парами ртуті, в яких протікає газовий розряд.

Сучасна світлодіодна лампа може випромінювати світловий потік до 500 лм. До 2012 р. японська фірма *Mitsubishi* планує збільшити цей показник до 1500 лм.

Переваги напівпровідникових освітлювачів:

- велика світловіддача (понад 80 лм/Вт, як в економічних люмінесцентних ламп);
- механічна міцність;
- висока надійність (напрацювання на відмову понад 10^5 год порівняно з 10^4 год для люмінесцентних ламп);
- можливість спрямовувати лінзою майже весь світловий потік у вузький тілесний кут (що важливо для використання у фарах автомобілів та ліхтариках);
- можливість увімкнення за низьких температур (ртутні люмінесцентні лампи погано запалюються за $T < 290$ К унаслідок низького тиску парів ртуті);
- немає токсичних речовин.

Параметри сучасних світлодіодних освітлювачів подано у табл. 11.2.

Таблиця 11.2

Параметри потужних 60-елементних світлодіодних освітлювачів

Матеріал	λ_0, нм	$\Delta\lambda$, нм	θ, град*	*P*, мВт	*U*, В	*J*, мА
InGaAsP	1550	100	60	60	6,0	600
InGaAsP	1200	60	60	60	6,0	600
GaAs	1050	55	60	120	7,0	600
AlGaAs	890	40	60	850	7,0	800
AlGaAs	890	—	—	5500	7,0	5000
AlGaAs	780	40	60	1000	9,0	600
AlGaAs	780	—	—	4000	9,0	3000
AlGaAs	660	20	60	180	10,0	240
InGaAlP	590	15	60	60	10,0	240
InGaN	525	30	60	120	19,0	240
InGaN	470	20	60	120	18,5	240
InGaN	405	15	20	300	18,0	240
InGaN	375	17	55	150	17,0	200

*Кут розбіжності (кут, під яким інтенсивність випромінювання спадає вдвічі по відношенню до осьової інтенсивності).

Очищувачі повітря. Ультрафіолетові світлодіоди у поєднанні з фотокаталізатором на основі двоокису титану TiO_2 дозволяють

створювати компактні очищувачі повітря, які можуть, наприклад, підключатися до *USB*-порта комп'ютера або автомобільної запальнички. Вентилятор пропускає повітря через фотокаталітичний фільтр, на поверхні якого і збирається пил разом з бактеріями, вірусами та шкідливими органічними й неорганічними сполуками. Під дією ультрафіолету відбувається фотокаталітична реакція окислення, в результаті якої органічні та неорганічні компоненти повітря розкладаються на звичайні нешкідливі складові повітря (CO_2, N_2 та H_2O).

Газові датчики. Інфрачервоні світлодіоди використовують у датчиках виявлення метану CH_4 (3,3 мкм), двоокису вуглецю CO_2 (4,3 мкм) та окису вуглецю CO (4,6 мкм), а також датчиках вологості (1,94 мкм). Світлодіоди для таких датчиків повинні працювати за кімнатної температури, а для забезпечення достатньої чутливості датчиків їх потужність має перевищувати 1 мВт.

Контрольні запитання і задачі

1. Чому світлодіоди на гомопереходах мають невисоку квантову ефективність?

2. Як зміниться у прикладі 11.1 потужність випромінювання, яке виходить з кристала світлодіода, якщо на його поверхню нанесено тонку плівку прозорого епоксидного компаунду з показником заломлення $n_1 = 1{,}5$?

3. У чому суть електронного та фотонного обмеження, створюваних подвійною гетероструктурою?

4. Які матеріали можуть утворювати гетероперехід?

5. Яка товщина активного шару в світлодіоді з подвійною гетероструктурою?

6. Яка роль смужкового електрода у світлодіоді з подвійною гетероструктурою?

7. Поясніть, що таке епітаксія, назвіть її види.

8. Який різновид епітаксії дозволяє вирощувати найбільш тонкі шари напівпровідника?

9. За якого різновиду легування домішка найбільш глибоко проникає всередину кристала?

10. Як можна керувати кольором випромінювання світлодіода?

11. Поясніть принцип дії світлодіода з антистоксовим люмінофором.

12. Як можна виростити монокристал?

13. Знайдіть ефективність введення випромінювання в оптичне волокно з показниками заломлення серцевини $n_1 = 1{,}5$ та оболонки $n_2 = 1$.

14. Якою стане ефективність введення випромінювання у волокно у прикладі 11.4, якщо проміжок між світлодіодом та волокном заповнити імерсією з показником заломлення $n_{im} = 1{,}4$?

15. Чим зумовлена деградація світлодіода?

16. Які фактори обмежують роздільну здатність фотолітографії?

17. Порівняйте можливості електронно- та іонно-променевої літографії.

18. Поясніть механізм термокомпресії.

19. За яких умов виникає суперлюмінесценція?

20. Порівняйте властивості світлодіодів з боковим та торцевим випромінюванням.

21. Яку роль відіграє у світлодіоді полімерний купол?

22. Які є різновиди світлодіодних знакових індикаторів?

23. Поясніть принцип дії світлодіодного матричного екрана.

24. Що обмежує застосування світлодіодів у волоконно-оптичних лініях зв'язку?

25. Опишіть принцип дії світлодіодної лінійної шкали. Де її застосовують?

26. Поясніть суть інтерференційної літографії.

27. Поясніть, що таке вуглецева нанотрубка.

28. Опишіть одну з технологій виготовлення вуглецевих нанотрубок.

29. Де в оптоелектроніці можна застосувати вуглецеві нанотрубки?

30. З яких матеріалів виготовляють прозорі електроди?

Рекомендована література: [63]; [65]; [66]; [74]; [75]; [76]; [77]; [79]; [80]; [81].

Список літератури

1. Льоцци М. История физики [Текст] / М. Льоцци. – М.: Мир, 1970. – 464 с.

2. Дорфман Я. Г. Всемирная история физики [Текст] / Я. Г. Дорфман. – М.: Наука, 1974. – 352 с.

3. Липсон Г. Великие эксперименты в физике [Текст] / Г. Липсон. – М.: Мир, 1972. – 216 с.

4. Вавилов С. И. Глаз и солнце [Текст] / С. И. Вавилов. – М.: Наука, 1981. – 128 с.

5. Брэгг У. Мир света. Мир звука [Текст] / У. Брэгг. – М.: Наука, 1967. – 336 с.

6. Борн М. Основы оптики [Текст] / М. Борн, Э. Вольф. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1973. – 720 с.

7. Ландсберг Г. С. Оптика [Текст] / Г. С. Ландсберг. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2004. – 848 с. – ISBN 5-9221-0314-8.

8. Поль Р. В. Оптика и атомная физика [Текст] / Р. В. Поль. – М.: Наука, 1966. – 552 с.

9. Суорц Кл. Э. Необыкновенная физика обыкновенных явлений [Текст]. В 2 т. / Кл. Э. Суорц. – М.: Наука, 1987. – Т. 2. – 384 с.

10. Погребысская Е. И. Оптика Ньютона [Текст] / Е. И. Погребысская. – М.: Наука, 1981. – 135 с.

11. Матвеев А. Н. Оптика [Текст] / А. Н. Матвеев. – М.: Высш. шк, 1985. – 351 с.

12. Крауфорд Ф. Волны [Текст] / Ф. Крауфорд. – 2-е изд., исправл. – М.: Наука, 1976. – 528 с.

13. Парселл Э. Электричество и магнетизм [Текст] / Э. Парселл. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

14. Физический энциклопедический словарь [Текст] / Гл. ред. А. М. Прохоров; ред. кол.: Д. М. Алексеев, А. М. Бонч-Бруевич, А. С. Боровик-Романов и др. – М.: Сов. энцикл., 1984. – 944 с.

15. Планк М. Единство физической картины мира [Текст] / М. Планк. – М.: Наука, 1966. – 288 с.

16. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 3: Излучение. Волны. Кванты [Текст] / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – 4-е изд. – М.: Эдиториал УРСС, 2004. – 240 с. – ISBN 5-354-00701-1.

17. Вихман Э. Квантовая физика [Текст] / Э. Вихман. – М.: Наука, 1974. – 416 с.

18. Пуанкаре А. О науке [Текст] / А. Пуанкаре. – М.: Наука, 1983. – 560 с.

19. Эйнштейн А. Физика и реальность [Текст] / А. Эйнштейн. – М.: Наука, 1965. – 360 с.

20. Минковский Г. Пространство и время [Текст] / Г. Минковский // УФН. – 1959. – Т. LXIX. – Вып. 2. – С. 303–320.

21. Эренфест П. Относительность. Кванты. Статистика [Текст] / П. Эренфест. – М.: Наука, 1972. – 360 с.

22. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 5. Электричество и магнетизм [Текст] / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – 3-е изд. – М.: Эдиториал УРСС, 2004. – 304 с. –ISBN 5-354-00699-6.

23. Терлецкий Я. П. Парадоксы теории относительности [Текст] / Я. П. Терлецкий. – М.: Наука, 1966. – 120 с.

24. Франкфурт У. И. Оптика движущихся тел [Текст] / У. И. Франкфурт, А. М. Френк. – М.: Наука, 1972. – 212 с.

25. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике [Текст] / Л. И. Мандельштам. – М.: Наука, 1972. – 440 с.

26. Де Бройль Л. Революция в физике [Текст] / Л. де Бройль. – М.: Атомиздат, 1965. – 232 с.

27. Паули В. Физические очерки [Текст] / В. Паули. – М.: Наука, 1975. – 256 с.

28. Борн М. Размышления и воспоминания физика [Текст] / М. Борн. – М.: Наука, 1977. – 278 с.

29. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 8, 9. Квантовая механика [Текст] / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – 5-е изд. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 528 с. – ISBN 978-5-382-00756-4.

30. Ландау Л. Д. Квантовая механика [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1974. – 504 с.

31. Фок В. А. Начала квантовой механики [Текст] / В. А. Фок. – 4-е изд. – М.: Изд-во ЛКИ, 2007. – 374 с.

32. Einstein A. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? [Text] / A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen // Physical Review. – 1935. – Vol. 47. – P. 777–780.

33. Bell J. S. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox [Text] / J. S. Bell // Physics. – 1964. – Vol. 1. – P. 195–200.

34. Aspect A. Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm gedankenexperiment: a new violation of Bell's inequalities [Text] / A. Aspect, P. Grangier, G. Roger // Physical Review Letters. – 1982. – Vol. 49. – № 2. – P. 91–94.

35. Steane A. Quantum computing [Text] / A. Steane // Reports on progress in Physics. – 1998. – Vol. 61. – P. 117–173.

36. Grover L. K. A fast quantum mechanical algorithm for database search [Text] / L. K. Grover // Proc. 28th Ann. ACM Symp. «Theory of computing». – New York : ACM Press, 1996. – P. 212–219.

37. Shor P. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer [Text] / P. Shor // SIAM J. Computing. – 1997. – Vol. 10. – P. 1484–1509.

38. Bennett C. H. Quantum cryptography: public key distribution and coin tossing [Text] / C. H. Bennett, G. Brassard // Proceedings of IEEE International Conference on Computers Systems and Signal Processing, Bangalore, India. – 1984. – Vol. 12. – P. 175–179.

39. Bennett C. H. Quantum cryptography [Text] / C. H. Bennett, G. Brassard, A. K. Ekert // Scientific American. – 1992. – Vol. 10. – P. 50–57.

40. Кеттерле В. Когда атомы ведут себя как волны. Бозе-эйнштейновская конденсация и атомный лазер [Текст] / В. Кеттерле // УФН. – 2003. – Т. 173. – № 12. – С. 1338–1358.

41. Хокинг С. Мир в ореховой скорлупе [Текст] / С. Хокинг. – СПб.: Амфора. ТИД Амфора, 2009. – 218 с. – ISBN 978-5-367-00614-8.

42. Kim Y. Quantum teleportation with a complete Bell state measurement [Text] / Y. Kim, S. Kulik, Y. Shih // J. of Modern Optics. – 2002. – Vol. 49. – № 1/2. – P. 221–236.

43. Нагибина И. М. Прикладная физическая оптика [Текст] / И. М. Нагибина и др. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Высш. шк., 2002. – 565 с. – ISBN 5-06-004039-9.

44. Апенко М. И. Прикладная оптика [Текст] / М. И. Апенко, А. С. Дубовик. – М.: Наука, 1971. – 392 с.

45. Апенко М. И. Задачник по прикладной оптике [Текст] / М. И. Апенко, Л. А. Запрягаева, И. С. Свечникова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2003. – 591 с. – ISBN 5-06-004258-8.

46. Сакин И. Л. Инженерная оптика [Текст] / И. Л. Сакин. – Л.: Машиностроение, 1976. – 256 с.

47. Джерард А. Введение в матричную оптику [Текст] / А. Джерард, Дж. М. Бёрч. – М.: Мир, 1978. – 344 с.

48. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности [Текст] / Л. А. Сена. – М.: Наука, 1988. – 432 с. – ISBN 5-02-013848-7.

49. Лазарев Л. П. Инфракрасные и световые приборы [Текст] / Л. П. Лазарев. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1970. – 540 с.

50. Якушенков Ю. Г. Основы оптико-электронного приборостроения [Текст] / Ю. Г. Якушенков. – М.: Сов. радио, 1977. –272 с.

51. Хадсон, Р. Инфракрасные системы [Текст] / Р. Хадсон. – М.: Мир, 1972. – 536 с.

52. Криксунов Л. З. Справочник по основам инфракрасной техники [Текст] / Л. З. Криксунов. – М.: Сов. радио, 1978. – 400 с.

53. Физический энциклопедический словарь [Текст]. В 5 т. / Гл. ред. Б. А. Введенский и Б. М. Вул. – М.: Сов. энциклопедия, 1965. – Т. 4. – 592 с.

54. Фарадей М. История свечи [Текст] / М. Фарадей. – М.: Наука, 1981. – 128 с.

55. Поль Р. В. Учение об электричестве [Текст] / Р. В. Поль. – М.: Физматгиз, 1962. – 516 с.

56. Ищенко Е. Ф. Оптические квантовые генераторы [Текст] / Е. Ф. Ищенко, Ю. М. Климков. – М.: Сов. радио, 1968. – 472 с.

57. Справочник по лазерам [Текст]. В 2 т. / Под ред. А. М. Прохорова. – М.: Сов. радио, 1978. – Т. 2. – 402 с.

58. Качмарек Ф. Введение в физику лазеров [Текст] / Ф. Качмарек. – М.: Мир, 1981. – 540 с. – ISBN 83-01-00209-3.

59. Губарев В. Атомная бомба [Текст] / В. Губарев. – М.: Алгоритм, 2009. – 608 с. – ISBN 978-5-9265-0526-6.

60. Физический энциклопедический словарь [Текст]. В 5 т. / Гл. ред. Б. А. Введенский и Б. М. Вул. – М.: Сов. энцикл., 1965. – Т. 2– 608 с.

61. Electro-optics handbook [Text] / Editors: R. W. Waynant, M. N. Ediger. – 2nd ed. – New York.: McGraw-Hill Inc., 2000. – 911 p. – ISBN 0-07-068716-1.

62. Храмов Ю. А. Физики: Биографический справочник [Текст] / Ю. А. Храмов. – 2-е изд., испр. и доп.– М.: Наука, 1983. – 400 с.

63. Лосев О. В. У истоков полупроводниковой техники. Избранные труды [Текст] / О. В. Лосев. – Л.: Наука, 1972. – 202 с.

64. Левшин Л. В. Сергей Иванович Вавилов [Текст] / Л. В. Левшин. – М.: Наука, 1977. – 432 с.

65. Коган Л. М. Полупроводниковые светоизлучающие диоды [Текст] / Л. М. Коган. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 208 с.

66. Электролюминесцентные источники света [Текст] / Под ред. И. К. Верещагина. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 168 с.

67. Богданкевич О. В. Полупроводниковые лазеры [Текст] / О. В. Богданкевич, С. А. Дарзнек, П. Г. Елисеев. – М.: Наука, 1976. – 416 с.

68. Бирнбаум Дж. Оптические квантовые генераторы [Текст] / Дж. Бирнбаум. – М.: Сов. радио, 1967. – 360 с.

69. Большая медицинская энциклопедия [Текст]: В 36 т. / Гл. ред. А. Н. Бакулев. – М.: Сов. энцикл., 1960. – Т. 16. – 1183 с.

70. Лисица М. П. Занимательная оптика. Т. 4. Физиологическая оптика. Биолюминесценция [Текст] / М. П. Лисица, М. Я. Валах. – К.: Логос, 2008. – 165 с.

71. Гурвич А. А. Проблема митогенетического излучения как аспект молекулярной биологии [Текст] / А. А. Гурвич. – Л.: Медицина, 1968. – 152 с.

72. Чолаков В. Нобелевские премии. Ученые и открытия [Текст] / В. Чолаков. – М.: Мир, 1986. – 368 с.

73. Свечников С. В. Элементы оптоэлектроники [Текст] / С. В. Свечников. – М.: Сов. радио, 1971. – 272 с.

74. Шарупич Л. С. Оптоэлектроника [Текст] / Л. С. Шарупич, Н. М. Тугов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 256 с.

75. Гауэр Дж. Оптические системы связи [Текст] / Дж. Гауэр. – М.: Радио и связь, 1989. – 504 с.

76. Носов Ю. Р. Основы оптоэлектроники [Текст] / Ю. Р. Носов. – М.: Радио и связь, 1989. – 360 с.

77. Верещагин И. К. Введение в оптоэлектронику [Текст] / И. К. Верещагин, Л. А. Косяченко, С. М. Кокин. – М.: Высшая школа, 1991. – 191 с.

78. Алферов Ж. И. Двойные гетероструктуры: концепция и применения в физике, электронике и технологии [Текст] / Ж. И. Алферов // УФН. – 2002. – Т. 172. – № 9. – С. 1068–1086.

79. Stevenson R. The LED's dark secret [Text] / R. Stevenson // IEEE Spectrum. – 2009. – V. 46. – № 8. – P. 23–27.

80. Суэмацу Я. Основы оптоэлектроники [Текст] / Я. Суэмацу [и др.] – Пер. с яп. – М.: Мир, 1988. – 288 с.

81. Martinez-Duart J. Nanotechnology for microelectronics and optoelectronics [Text] / J. Martinez-Duart, R. Martin-Palma, F. Agullo-Rueda. – Oxford, Elsevier, 2006. – 279 p. – ISBN-13: 978-0-080-44553-3.

ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК

Аллен Джон (Allen John) **1**: 289
Аллен Стівен (Allen Steven) **1**: 349
Алфьоров Жорес **1**: 289; **2**: 188
Альхазен **1**: 9, 11
Араго Домінік (Arago Dominique, 1786–1853) **1**: 24–25, 38
Арреніус Сванте (Arrhenius Svante, 1859–1927) **1**: 68
Арсеньєва Агнеса (1901–1991) **2**: 29, 312
Аспект Алан (Aspect Alain) **1**: 138

Бальмер Йоган (Balmer Johann, 1825–1898) **1**: 75
Бардін Джон (Bardeen John, 1908–1991) **1**: 255
Бартолін Еразм (Bartolin Rasmus, 1625–1698) **1**: 16
Басов Микола (1922–2001) **2**: 84–85, 132, 176
Беккерель Анрі (Becquerel Henri, 1852–1908) **1**: 57–58, 229
Бекон Роджер (Bacon Roger, 1214–1292) **1**: 10
Белл Ерл (Bell Earl) **2**: 85
Белл Джон (Bell John, 1928–1990) **1**: 137
Беннет Вільям (Bennett William, 1930–2008) **2**: 84
Беннет Чарльз (Bennett Charles) **1**: 145, 151
Бернуллі Йоган (Bernoulli Johann, 1667–1748) **1**: 194
Біо Жан-Батист (Biot Jean-Baptiste, 1774–1862) **1**: 23–24
Блох Фелікс (Bloch Felix, 1905–1983) **2**: 84
Бозе Шатьєндранат (Bose Satyendra Nath, 1894–1974) **1**: 131
Бойд Джордж (Boyd George) **2**: 71
Бойль Роберт (Boyle Robert, 1627–1691) **1**: 229
Больцман Людвіг (Boltzmann Ludwig, 1844–1906) **1**: 63–64; **2**: 13
Бор Нільс (Bohr Niels, 1885–1962) **1**: 77, 89, 136–137
Борн Макс (Born Max, 1882–1970) **1**: 98, 104
Борнеман Райнер (Bornemann Rainer) **2**: 298
Браттейн Уолтер (Brattain Walter, 1902–1987) **1**: 255
Браун Карл (Braun Karl, 1850–1918) **1**: 254
Браунштейн Рубін (Braunstein Rubin) **1**: 288
Брассард Жіль (Brassard Gilles) **1**: 145
Брегг Вільям (Bragg William, 1890–1971) **1**: 89
Бредлі Джеймс (Bradley James, 1692–1762) **1**: 54
Бріджес Вільям (Bridges William) **2**: 85
Бріджес Томас (Bridges Thomas) **2**: 85
Брюстер Девід (Brewster David, 1781–1868) **1**: 24
Бунзен Роберт (Bunsen Robert,1811–1899) **1**: 23

Вавілов Сергій (1891–1951) **1**: 135, 230; **2**: 311
Вайнштейн Лев (1920–1989) **2**: 61
Вайт Алан (White Alan) **2**: 84
Ван-Слайк Стівен (Van-Slyke Steven) **1**: 289
Варіан Рассел (Varian Russel, 1898–1959) **2**: 29, 312
Варіан Сігурд (Varian Sigurd, 1901–1961) **2**: 29
Варсані Френк (Varsanyi Frank) **2**: 146, 312
Вебер Вільгельм (Weber Wilhelm, 1804–1891) **1**: 53
Вейгерт Фріц (Weigert Fritz, 1846–1947) **1**: 229
Вейман Карл (Wieman Carl) **1**: 131
Відеман Густав (Wiedemann Gustav, 1826–1899) **1**: 230
Віллар Поль (Villard Paul, 1860–1934) **1**: 58
Він Вільгельм (Wien Wilhelm, 1864–1928) **1**: 63–64
Вінер Норберт (Wiener Norbert, 1894–1964) **1**: 98
Волластон Вільям (Wollaston William, 1776–1828) **1**: 22

Вольта Алессандро (Volta Alessandro, 1745–1827) **1**: 194
Вуд Роберт (Wood Robert, 1868–1955) **1**: 231, 237

Гален Клавдій (Galenus Claudius, бл. 130–200) **1**: 9
Галілей Галілео (Galilei Galileo, 1564–1642) **1**: 10–11, 229
Гамільтон Вільям (Hamilton William, 1805–1865) **1**: 29–32
Гамов Георгій (1904–1968) **1**: 186
Гарет Джефрі (Garrett Geoffrey) **1**: 236
Гаудсміт Семюел (Goudsmit Samuel, 1902–1978) **2**: 42
Гаусс Карл (Gauss Carl, 1777–1855) **1**: 174
Гейзенберг Вернер (Heisenberg Werner, 1901–1976) **1**: 98, 125, 134, 136
Гейслер Генріх (Geisler Heinrich, 1814–1879) **1**: 194
Гепперт-Майер Марія (Goeppert-Mayer Maria, 1906–1972) **1**: 236
Геріке Отто (Guericke Otto, 1602–1686) **1**: 194
Геріот Дональд (Herriott Donald, 1928–2007) **2**: 84
Герлах Вальтер (Gerlach Walther, 1889–1979) **2**: 42
Герц Генріх (Hertz Heinrich, 1857–1894) **1**: 48, 54, 68, 153
Гершель Вільям (Herschel William, 1738–1822) **1**: 22
Гінзбург Віталій (1916–2009) **2**: 311
Гітторф Вільгельм (Hittorf Wilhelm, 1844–1914) **1**: 195
Голдсборо Джон (Goldsborough John) **2**: 103
Голіцин Борис (1862–1916) **1**: 178
Гордон Джеймс (Gordon James) **2**: 71, 84
Гримальді Франческо (Grimaldi Francesco, 1618–1663) **1**: 15
Грін Мартін (Green Martin) **2**: 189
Гровер Лов (Grover Lov) **1**: 141
Гук Роберт (Hooke Robert, 1635–1703) **1**: 15, 17
Гурвіч Олександр (1874–1954) **1**: 242
Гюйгенс Хрістіан (Huygens Christian, 1629–1695) **1**: 19–20, 25

Да Вінчі Леонардо (da Vinci Leonardo, 1452–1519) **1**: 9
Де Бройль Луї (de Broglie Louis, 1892–1987) **1**: 88–91, 98
Девіссон Клінтон (Davisson Klinton, 1881–1958) **1**: 98
Девор Дональд (Devor Donald) **2**: 147
Декарт Рене (Descartes Rene, 1596–1650) **1**: 11–13, 19, 25, 85
Демокріт (бл. 460–370 до н. е.) **1**: 8, 97
Дестріо Жорж (Destriau George, 1903–1960) **1**: 255
Джаван Алі (Javan Ali) **2**: 84
Джайевер Айвор (Giaever Ivar) **2**: 188
Джермер Лестер (Germer Lester, 1896–1971) **1**: 98
Джинс Джеймс (Jeans James, 1877–1946) **1**: 64
Джозефсон Брайан (Josephson Brian) **2**: 188
Діке Роберт (Dicke Robert, 1916–1997) **2**: 39
Дірак Поль (Dirac Paul, 1902–1984) **1**: 87, 98; **2**: 20
Доплер Крістіан (Doppler Christian, 1803–1853) **1**: 37
Друде Пауль (Drude Paul, 1863–1906) **2**: 268

Евклід (300–270 до н. е.) **1**: 8, 100
Едісон Томас (Edison Thomas, 1847–1931) **1**: 188
Едлман Леонард (Adleman Leonard) **1**: 144
Ейнштейн Альберт (Einstein Albert, 1879–1955) **1**: 10, 19, 67–69, 71, 73, 81–82, 92–94, 97, 131, 135–137; **2**: 21–22, 132
Емпедокл (бл. 490–430 до н. е.) **1**: 12
Епікур (бл. 341–270 до н. е.) **1**: 8

Еренфест Пауль (Ehrenfest Paul, 1880–1933) **1**: 110
Ерстед Ханс (Oersted Hans, 1777–1851) **1**: 43
Есакі Лео (Esaki Leo) **1**: 288; **2**: 188

Зеєман Пітер (Zeeman Pieter, 1865–1943) **1**: 55; **2**: 42
Земел Джей (Zemel Jay) **1**: 289
Зольднер Йохан (Soldner Johann, 1776–1833) **1**: 19
Зоммерфельд Арнольд (Sommerfeld Arnold, 1868–1951) **1**: 77–79

Казимир Хендрік (Casimir Hendrik, 1909–2000) **2**: 81
Кайзер Вольфганг (Kaiser Wolfgang) **1**: 236
Капассо Федеріко (Capasso Federico) **2**: 189, 241
Капіца Петро (1894–1984) **2**: 42
Каспер Джером (Kasper Jerome) **2**: 85
Кастлер Альфред (Kastler Alfred, 1902–1984) **2**: 24
Кеплер Йоган (Kepler Johannes, 1571–1630) **1**: 11
Керл Роберт (Curl Robert) **1**: 336
Керр Джон (Kerr John, 1824–1907) **1**: 55
Кеттерле Вольфганг (Ketterle Wolfgang) **1**: 131; **2**: 110
Келдиш Леонід **2**: 188
Кірхгоф Густав (Kirchhoff Gustav, 1824–1887) **1**: 23, 62, 66
Клаузіус Рудольф (Clausius Rudolf, 1822–1888) **2**: 13
Когельник Хервіг (Kogelnik Herwig) **2**: 71
Кольрауш Рудольф (Kohlrausch Rudolf, 1809–1858) **1**: 53
Комптон Артур (Compton Arthur, 1892–1962) **1**: 71–72, 97; **2**: 311
Комфнер Рудольф (Kompfner Rudolf, 1909–1977) **2**: 312
Конюхов Вадим **2**: 85
Корнелл Ерік (Cornell Eric) **1**: 131
Котик Джон (Kotik John) **2**: 78, 80
Кремер Герберт (Kroemer Herbert) **1**: 289
Крото Гарольд (Kroto Harold) **1**: 336
Крохін Олег **2**: 176
Крукс Вільям (Crookes William, 1832–1919) **1**: 69
Купер Леон (Cooper Leon) **1**: 123
Кюрі П'єр (Curie Pierre, 1859–1906) **1**: 58

Ламберт Йоган (Lambert Johann, 1728–1777) **1**: 157
Ламоро Стівен (Lamoreaux Stiven) **2**: 81
Ландсберг Григорій (1890–1957) **1**: 74
Лаплас П'єр (Laplace Pierre, 1749–1827) **1**: 23
Латуш Євген **2**: 106
Лауе Макс (Laue Max, 1879–1959) **1**: 57
Лебедєв Петро (1866–1912) **1**: 54
Левкіп (бл. 500–440 до н. е.) **1**: 8
Лемпіцкі Олександр (Lempicki Alexander, 1922–2007) **2**: 259
Ленард Філіп (Lenard Philipp, 1862–1947) **1**: 69
Ленгмюр Ірвінг (Langmuir Irving, 1881–1957) **1**: 336
Ленкард Джон (Lancard John) **2**: 285
Лєпьошкін Володимир (1876–1956) **1**: 242
Лєховєц Курт (Lehovec Kurt) **1**: 288
Лі Тингі (Li Tingye) **2**: 67, 77–78
Лодигін Олександр (1847–1923) **1**: 188
Лоренц Людвіг (Lorenz Ludvig, 1829–1891) **2**: 267
Лоренц Хендрік (Lorentz Hendrik, 1853–1928) **1**: 55–56, 80–81; **2**: 267–268
Лосєв Олег (1903–1942) **1**: 229, 240, 255, 288
Лоуренс Ернест (Lawrence Ernest, 1901–1957) **2**: 312

Мавролік Франческо (Maurolico Francesco, 1494–1575) **1**: 11
Майкельсон Альберт (Michelson Albert, 1852–1931) **1**: 39–40
Максвел Джеймс (Maxwell James, 1831–1879) **1**: 44–45, 48, 53, 64; **2**: 14, 268

Малюс Етьєн-Луї (Malus Etienne-Louis, 1775–1812) **1**: 23
Мандельштам Леонід (1879–1944) **1**: 74
Марконі Гульєльмо (Marconi Guglielmo, 1874–1937) **1**: 254
Мейді Джон (Madey John) **2**: 313, 337
Мейман Теодор (Maiman Theodore, 1927–2007) **2**: 132
Меуччі Антоніо (Meucci Antonio, 1808–1889) **1**: 44
Мі Густав (Mie Gustav, 1868–1957) **1**: 74
Мінковський Герман (1864–1909) **1**: 81, 83
Морлі Едвард (Morley Edward, 1838–1923) **1**: 41
Моц Ганс (Motz Hans) **2**: 312

Нагаока Хантаро (Nagaoka Hantaro, 1865–1950) **1**: 76
Накамура Судзі (Nakamura Shuji) **1**: 289
Натансон Якуб (1832–1884) **2**: 285
Нельсон Герберт (Nelson Herbert) **1**: 289
Ніпков Пауль (Nipkow Paul, 1860–1840) **1**: 254
Ньюстейн Моріс (Newstein Maurice) **2**: 78, 80
Ньютон Ісаак (Newton Isaac, 1642–1727) **1**: 13, 17–19, 21, 23, 25, 31, 97

Паніш Мортон (Panish Morton) **2**: 188
Парселл Едвард (Purcell Edward, 1912–1997) **2**: 84
Паулі Вольфганг (Pauli Wolfgang, 1900–1958) **1**: 98
Паунд Роберт (Pound Robert, 1919–2010) **2**: 84
Пейтел Кумар (Patel Kumar) **2**: 85
Пензіас Арно (Penzias Arno) **1**: 186
Перкін Вільям (Perkin William, 1838–1907) **2**: 285
Перо Альфред (Perot Alfred, 1863–1925) **2**: 49
Петров Василь (1761–1834) **1**: 195
Пікар Жан (Picard Jean, 1620–1682) **1**: 194
Піментел Джордж (Pimentel George) **2**: 85
Пірс Джон **2**: 312
Піфагор (580–500 до н. е.) **1**: 12
Планк Макс (Planck Max, 1858–1947) **1**: 64, 67, 70–71, 97, 129, 131, 153; **2**: 22
Платон (428–348 до н. е.) **1**: 8, 12
Плюккер Юліус (Plucker Julius, 1801–1868) **1**: 195, 229, 239, 254
Подольський Борис (1896–1966) **1**: 137
Пойнтінг Джон (Poynting John, 1852–1914) **1**: 51
Померанц Карл (Pomerance Carl) **1**: 144
Попов Олександр (1859 – 1906) **1**: 54
Прохоров Олександр (1916–2002) **2**: 47, 84–85, 132
Птоломей Клавдій (бл. 87–165) **1**: 8, 12
Пуанкаре Анрі (Poincare Henry, 1854–1912) **1**; 80–81; **2**: 17
Пуассон Сімеон (Poisson Simeon, 1781–1840) **1**: 23

Райвест Рон (Rivest Ron) **1**: 144
Раман Чандрасекхара (Raman Chadrasekhara, 1888–1970) **1**: 74
Рассел Джон (Russell John, 1802–1882) **1**: 91
Раунд Генрі (Round Henry, 1881–1966) **1**: 255, 288
Резерфорд Ернест (Rutherford Ernest, 1871–1937) **1**: 58, 76–77
Релей (лорд Релей, Rayleigh, титул Джона Стретта (John Strutt), 1842–1919) **1**: 64, 73; **2**: 55
Рентген Вільгельм (Rontgen Vilgelm, 1845–1923) **1**: 57, 229
Рідберг Йоганес (Rydberg Johannes, 1854–1919) **1**: 75
Річардсон Оуен (Richardson Owen, 1879–1959) **1**: 255
Рігден Джеймсон (Rigden Jameson) **2**: 84
Ріттер Йоган (Ritter Johann, 1776–1810) **1**: 22
Рітц Вальтер (Ritz Walther, 1878–1909) **1**: 75
Робінсон Мортон (Robinson Morton) **2**: 146
Рожанський Дмитро **2**: 312

Розен Натан (Rosen Nathan, 1909–1995) **1**: 137
Розінг Борис (1869–1933) **1**: 254
Роуланд Генрі (Rowland Henry, 1848–1901) **1**: 80
Рьомер Олаф (Römer Olaf, 1644–1695) **1**: 12

Садовський Олександр (1859–1923) **2**: 376
Сахаров Андрій (1921–1989) **2**: 176
Семелсон Гарольд (Samelson Harold) **2**: 259
Сем Мирослав (1935–2004) **2**: 106
Силвест Вільям (Silfvast William) **2**: 103
Склодовська-Кюрі Марія (Sklodowska-Curie Maria, 1867–1934) **1**: 58
Скулар Річард (Schoolar Richard) **1**: 289
Смоллі Річард (Smalley Richard) **1**: 336
Снелл Віллеброрд (Snellius Willebrord, 1591–1626) **1**: 12
Сорокін Пітер (Sorokin Peter) **2**: 285
Соффер Бернард (Soffer Bernard) **2**: 146
Старкієвич Джон (Starkiewicz John) **1**: 289
Стекл Ендрю (Steckl Andrew) **1**: 349
Стефан Йозеф (Stefan Josef, 1835–1893) **1**: 63
Стокс Джордж (Stokes George, 1819–1903) **1**: 229, 235
Столєтов Олександр (1839–1896) **1**: 68
Стоні Джордж (Stoney George, 1826–1911) **1**: 68, 75

Тамм Ігор (1895–1971) **2**: 29, 176
Танг Чінг (Tang Ching) **1**: 289
Таніясу Йошітака (Taniyasu Yoshitaka) **1**: 298
Таунс Чарльз (Townes Charles) **2**: 47, 84, 132
Телбот Вільям (TalbotWilliam, 1800–1877) **1**: 22
Теплер Август (Toepler August, 1836–1912) **1**: 195
Тиффані Вільям (Tiffany William) **2**: 85
Томсон Джозеф (Thomson Joseph, 1856–1940) **1**: 68, 76
Томсон Джордж (Thomson George, 1892–1975) **1**: 98
Тсанг Вон-Тьєн (Tsang Won-Tien) **2**: 188

Уїлсон Роберт (Wilson Robert) **1**: 186
Уленбек Джордж (Uhlenbeck George, 1900–1988) **2**: 42
Уолтер Вільям (Walter William) **2**: 85

Фабрикант Валентин (1907–1991) **2**: 24, 132
Фабрі Шарль (Fabry Charles, 1867–1945) **2**: 49
Фарадей Майкл (Faraday Michael, 1791–1867) **1**: 43–44, 188; **2**: 42
Фейнман Річард (Feynman Richard, 1918–1988) **1**: 99
Фелд Майкл (Feld Michael) **2**: 109
Ферма П'єр (Fermat Pierre, 1608–1665) **1**: 13–14, 32
Фермі Енріко (Fermi Enrico, 1901–1954) **2**: 20
Фізо Арман (Fizeau Armand, 1819–1896) **1**: 38, 42
Філліпс Роберт (Phillips Robert) **2**: 30, 312
Фіцджеральд Джордж (Fitzgerald George, 1851–1901) **1**: 56
Фок Володимир (1898–1974) **1**: 104
Фокс Артур (Fox Arthur, 1912–1992) **2**: 67, 77–78
Франк Ілля (1908–1990) **2**: 29, 311
Фраунгофер Йозеф (Fraunhofer Joseph, 1787–1826) **1**: 22
Френель Огюстен (Fresnel Augustin, 1788–1827) **1**: 24–26, 28, 41
Фрідман Олександр (1888–1925) **1**: 186
Фуко Леон (Foucault Leon, 1819–1868) **1**: 23, 38
Фуллер Роберт (Fuller Robert) **1**: 336

Хайль Оскар (Heil Oscar, 1908–1994) **2**: 29, 212
Хаясі Ідзуо (Hayashi Izuo) **2**: 188
Хеллер Адам (Heller Adam) **2**: 260
Хірд Гарі (Heard Harry) **2**: 85
Хоксбі Френсіс (Hauksbee Francis, 1666–1713) **1**: 194
Холл Роберт (Hall Robert) **2**: 188

Холоняк Нік (Holonyak Nick) **1**: 289

Цайгер Герберт (Zeiger Herbert) **2**: 84
Цайлінгер Антон (Zeilinger Anton) **1**: 146

Ченг Тао (Chang Tao) **2**: 85
Чен-Фу Чу (Chen-Fu Chu) **1**: 333
Черенков Павло (1904–1990) **2**: 28, 311

Шавлов Артур (Schawlow Arthur, 1922–1999) **2**: 47
Шамір Еді (Shamir Adi) **1**: 144
Шоклі Вільям (Shockley William, 1910–1989) **1**: 255
Шор Пітер (Shor Peter) **1**: 145
Шредінгер Ервін (Schrodinger Erwin, 1887–1961) **1**: 98
Штарк Йоганес (Stark Johannes, 1874–1957) **2**: 41
Штерн Отто (Stern Otto, 1888–1969) **2**: 42

Юнг Томас (Young Thomas, 1773–1829) **1**: 20–21, 23, 28, 87

Яблочков Павло (1847–1894) **1**: 207
Якобі Карл (1801–1854) **1**: 30, 32

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Аберація світла **1**: 54–55, 83
Абляція лазерна **1**: 337; **2**: 124
Амплітуда
– ймовірності **1**: 110–111
– комплексна **1**: 110
– хвилі **1**: 110; **2**: 46, 48
Активність оптична **1**: 24; **2**: 8
Анемометр лазерний **2**: 394
Апертура числова **1**: 326
Астигматизм лазерного діода **2**: 222

Бар'єр
– квантовий **2**: 236–237
– потенціальний **1**: 259
– Шоткі **1**: 256
Безпека лазерна **2**: 247, 309
Біолюмінесценція **1**: 241–242
Близькодія **1**: 85

Вектор
– Максвела (Джонса) **2**: 381
– Пойнтінга **1**: 51
– поляризації **2**: 374
– стану **1**: 103
– Стокса **2**: 375, 377
– хвильовий **1**: 49
Взаємодія
– гравітаційна **1**: 43
– електромагнітна **1**: 43
– локальна **1**: 128
– нелокальна **1**: 129
– сильна **1**: 43
– слабка **1**: 43
– спін-орбітальна **2**: 43
– спін-решіткова **2**: 43
– спін-спінова **2**: 43
Видність випромінювання **1**: 170
Вимірювач лазерний
– відстані **2**: 390–391
– дифракційний **2**: 388–390
– інтерференційний **2**: 386–388
– швидкості **2**: 393–394
Випромінювання
– видиме **2**: 350–353
– вимушене **2**: 8, 22
– газу **1**: 194–196
– гальмівне **2**: 29–30
– гамма-діапазону **1**: 58; **2**: 343–344
– інфрачервоне **1**: 22, 191; **2**: 353–357
– неполяризоване **2**: 372
– когерентне **2**: 364
– лазерне **2**: 96–98
– люмінесцентне **1**: 230
– монохроматичне **2**: 10
– ондуляторне **2**: 29–30
– підсилене спонтанне **2**: 146
– поляризоване **1**: 22–23
– реліктове **1**: 186
– рентгенівське **1**: 57–58; **2**: 344–346
– самопідсилювальне спонтанне **2**: 336–337
– синхротронне **2**: 30
– сонячне **1**: 181–182
– спонтанне **2**: 22
– теплове **1**: 61–62, 177–178
– ультрафіолетове **1**: 22; **2**: 346–350
– частково поляризоване **2**: 373, 384–385
– черенковське **2**: 29
Виродження
– енергетичного стану (рівня) **2**: 23, 287
– напівпровідника **2**: 191–192
Випромінювач
– ламбертів **1**: 157
– тепловий **1**: 177–178, 191–192
Висвічування люмінофора **1**: 243–244
Вихід люмінесценції енергетичний **1**: 247
Втрати оптичні
– дисипативні **2**: 64
– дифракційні **2**: 61, 63
– за повний обхід резонатора **2**: 64
– на відбиття від дзеркал **2**: 63
– на збігання променів **2**: 63
– на поглинання **2**: 63
– на повне внутрішнє відбиття **2**: 264

– на розлад резонатора **2**: 63
– на розсіяння **2**: 64
– на торцеве випромінювання **2**: 64
– на френелівське відбиття **2**: 63
– питомі **2**: 205
Відбиття випромінювання
– breggівське **2**: 244
– повне внутрішнє **1**: 264
– френелівське **1**: 26–27
Відшарування лазерне **1**: 333
Вікно Брюстера **2**: 384

Гармата електронна **2**: 320–323
Гасіння люмінесценції **1**: 245
Геліоконцентратор **1**: 183
Генератор світла параметричний **2**: 184–186
Генерація лазерного імпульсу
– гігантського **2**: 155
– фемтосекундного **2**: 294–295
Гетероперехід **1**: 304–305; **2**: 193
Глибина
– модуляції **2**: 167, 184, 227
– проникнення випромінювання у матеріал **2**: 11, 172–173
Гомоперехід (*p–n*-перехід) **1**: 259–260, 266
Густина
– насичувального потоку випромінювання **2**: 167, 302
– порогового струму лазерного діода **2**: 209–210
Густина випромінювання
– повна (інтегральна) **1**: 63
– об'ємна **1**: 164
– спектральна **1**: 164

Ґрати дифракційні
– відбивні Літрова **2**: 292
– плоскі **2**: 294
– об'ємні (breggівські) **2**: 8, 242–244

Датчик
– волоконно-оптичний **2**: 253–254
– дифракційний **2**: 388–390
– інтерференційний **2**: 387–388
Деградація
– світлодіода **1**: 313–314
– лазерного діода **2**: 226–228
Джерело випромінювання квазіточкове **1**: 208, 223
Дзеркало
– breggівське **2**: 166, 244
– з багатошаровим діелектричним покриттям **2**: 51, 161–165
– кристалічне **2**: 116, 203
– металічне **2**: 115–116
– напівровідникове з насичуваним поглиначем *SESAM* **2**: 165–167
Дисперсія
– кутова **2**: 292
– хвиль де Бройля **1**: 111
Дисперсія середовища
– аномальна **1**: 114
– нормальна **1**: 91, 113–114; **2**: 10
Дифракція
– Брегга **2**: 8
– електронів **1**: 111
– Фраунгофера **2**: 247, 358–359
– Френеля **1**: 15
Дифузія **1**: 259, 268–269, 323–324
Діаграма
– спрямованості випромінювання **2**: 221, 246
– стійкості оптичного резонатора **2**: 60
Діаграма енергетична
– аргонового лазера **2**: 100
– виродженого напівпровідника **2**: 191
– гелій-кадмієвого лазера **2**: 104
– гелій-неонового лазера **2**: 93
– лазера на барвнику **2**: 286
– лазера на квантовій ямі **2**: 236–237
– лазера на вуглекислому газі **2**: 115
– неодимового лазера **2**: 140
– рубінового лазера **2**: 137
– *p–n*-переходу **1**: 259, 265
– подвійної гетероструктури **1**: 304
Діафрагма апертурна **1**: 221–222
Дія
– за Гамільтоном **1**: 30
– за Лагранжем **1**: 31

Добротність оптичного резонатора **2**: 62, 204
Довжина
– вільного пробігу носіїв заряду **2**: 206
– дифузійна **1**: 268–269; **2**: 206
– когерентності **2**: 97, 388
– оптична **2**: 9
Довжина хвилі
– дебройлівська **1**: 88–89; **2**: 76
– комптонівська **1**: 72, 134
Домен електричний Ганна **1**: 256
Дослід
– Майкельсона–Морлі **1**: 41
– Фізо **1**: 38, 42
– Фуко **1**: 39
– Штерна **2**: 42
– Штерна–Герлаха **2**: 42
– Юнга **1**: 21, 110–111
Драйвер лазерного діода **2**: 249
Дрейф носіїв заряду **1**: 259, 323–324
Дуалізм корпускулярно-хвильовий **1**: 67, 88–90

Ейконал **1**: 31
Ексимер **1**: 207; **2**: 122–123
Екситон **1**: 233
Експозиція
– енергетична **1**: 169
– світлова **1**: 163
Електролюмінесценція
– екситонна **1**: 233, 262
– електричного домену Ганна **1**: 256
– інжекційна **1**: 240, 255–256, 258–259
– передпробійна **1**: 255–256, 264–265
– тонкоплівкового випромінювача **1**: 280
Елемент
– дисперсійний **2**: 292
– Поккельса **2**: 158
Елемент активний
– газового лазера **1**: 204–207, 209, 212–216; **2**: 87, 91, 104, 107, 115
– напівпровідникового лазера **2**: 201
– твердотільного лазера **2**: 136–149
Емітанс електронного пучка **2**: 322–323

Енергія
– випромінювання **1**: 163–165
– електромагнітного поля **1**: 51–52
– молекул газу найбільш імовірна **2**: 15
– насичення підсилення **2**: 301–302
– нульової точки **2**: 81–82
– осцилятора **2**: 32, 36
– світлова **1**: 163
– системи **2**: 12
– Фермі **1**: 70
Ентропія системи **2**: 12
Епітаксія
– газова **1**: 320–321
– металорганічна парофазна **1**: 321
– молекулярно-променева **1**: 321–322
– плазмохімічна парофазна **1**: 321
– рідинна **1**: 319–320
– хімічна парофазна **1**: 320–321
Ефект
– акустооптичний **2**: 8
– Брюстера **2**: 297
– Гуддена–Поля **1**: 244
– Джозефсона **1**: 141–142
– Доплера **1**: 37–38; **2**: 39–40, 393–394
– електрооптичний **2**: 157
– Зеємана **1**: 55; **2**: 41–42
– Казимира **2**: 81–82
– Керра **1**: 55; **2**: 158
– Комптона **1**: 71–72; **2**: 311
– Купера **1**: 123
– магнітооптичний **2**: 8
– п’єзоелектричний **2**: 53
– Поккельса **2**: 157–158
– просвітлення **2**: 157
– розмірного квантування **2**: 234
– Садовського **2**: 376
– Фарадея **1**: 44; **2**: 8
– Франца–Келдиша **2**: 7, 251
– Черенкова **2**: 28, 311
– Штарка **2**: 41
Ефективність
– випромінювання відносна світлова **1**: 171
– від штепсельної розетки **2**: 303–304
– інжекції **1**: 270

– оптична **1**: 264
– оптичного перетворення **2**: 304
Ефективність квантова
– внутрішня **1**: 247, 262–263; **2**: 335
– зовнішня **1**: 247, 264; **2**: 208–209
– радіолюмінесценції **1**: 242
– фотолюмінесценції **1**: 236, 247
– хемілюмінесценції **1**: 241
Ефір **1**: 12, 19–20, 25, 40–42, 85

Ємність *p–n*-переходу
– бар'єрна **1**: 270–271
– дифузійна **1**: 271–272
– незміщеного **1**: 271

Загасання
– люмінесценції **1**: 244–245; **2**: 145
– радіаційне **2**: 39
Закон
– Брюстера **1**: 24
– Бугера–Ламберта–Бера **2**: 10–11, 64, 290
– випромінювання Кірхгофа **1**: 62
– відбиття **1**: 8
– випромінювання Планка **1**: 64–65
– заломлення **1**: 12–14
– збереження імпульсу **1**: 282
– збереження парності **1**: 125
– зміщення Віна **1**: 63
– Ламберта **1**: 157
– Малюса **2**: 373
– Стефана–Больцмана **1**: 63
– Фіка **1**: 324
– фотоефекту Ейнштейна **1**: 69–70
Закони геометричної оптики **1**: 172
Закони термодинаміки
– перший **2**: 13
– другий **2**: 13
– третій **2**: 14
Застосування лазерів у
– біології **2**: 337
– вимірювальній техніці **2**: 175, 253, 386–394
– військовій сфері **2**: 130, 256, 282–283, 337, 404–405
– екології **2**: 125, 305–306
– зв'язку **2**: 128, 130, 252–253, 308
– інтерферометрії **2**: 386–388
– інформаційних технологіях **2**: 175, 251–254
– накачуванні твердотільних лазерів **2**: 254
– медицині **2**: 108, 125, 142, 256, 306, 352–355, 402–403
– оброблені матеріалів **2**: 120, 124, 170, 256, 403–404
– охолодженні атомних пучків **2**: 306–307
– розділенні ізотопів **2**: 120, 308
– спектроскопії **2**: 255, 305
– структурному аналізі **2**: 338
– термоядерному синтезі **2**: 175–180, 405
– хімії **2**: 338–339
Застосування люмінесценції **1**: 248–253
Застосування світлодіодів **1**: 342–351; **2**: 349
Захоплення
– ефіру **1**: 54
– світла **1**: 42
Затягування резонансних частот **2**: 96–97
Зварювання матеріалів лазерне **2**: 280
Звуження спектральної лінії **2**: 39
Зв'язок
– волоконно-оптичний **2**: 252–253, 348
– зворотний негативний **2**: 56–57
– зворотний позитивний **2**: 56
– на фотонах зі сплутаними станами **1**: 150
– оптичний **2**: 349
Згусток електронний **2**: 313–316
Здатність роздільна спектральна **2**: 55
Зіниця
– вхідна **1**: 221
– вихідна **1**: 221
Зіткнення
– другого роду **1**: 231
– першого роду **1**: 232
Зміцнення виробів лазерне **2**: 281–282
Зміщення червоне гравітаційне **1**: 186
Зсув фази відбитої хвилі **1**: 28–29
Зсув частоти генерації динамічний («чирпінг») **2**: 217

Імовірність
– вимушеного випромінювального переходу **2**: 22
– заповнення енергетичного рівня **1**: 257
– поглинального переходу **2**: 22
– спонтанного випромінювального переходу **1**: 283; **2**: 22
Імпульс лазерний ультракороткий **2**: 165
Імпульс фотона **1**: 282
Інверсія населеностей **2**: 24, 92
Інжектор електронного пучка **2**: 320–323
Інжекція носіїв заряду
– квазіодностороння **1**: 259–260, 266
– одностороння **1**: 266
Інтенсивність
– випромінювання **1**: 53, 110, 166–169
– насичення **2**: 27, 302
– опромінення **1**: 167
Інтервал частотний міжмодовий **2**: 66
Інтерферометр
– Майкельсона **1**: 40–41
– Фабрі–Перо **2**: 49–52
– сканувальний Фабрі–Перо **2**: 52–53
– Юнга **1**: 21
Інтерференція
– від тонкої пластини **1**: 39–40
– двопроменева **1**: 21,25, 41
– багатопроменева **2**: 50
– протифазна **2**: 50
– синфазна **2**: 50

Кандела **1**: 157

Катод
– термоелектронний **2**: 321–322
– фотоелектронний **2**: 321
– холодний **2**: 90
Катодолюмінесценція **1**: 239–240
Квантування
– вторинне **1**: 87, 132
– дії **1**: 65
– електромагнітного поля **1**: 129–130
– енергії **2**: 234–235
– первинне **1**: 87
– простору-часу **1**: 128
Кільця Ньютона **1**: 18
Когерентність випромінювання
– просторова **2**: 97, 365–367
– часова **2**: 97, 214, 365
Коефіцієнт
– видності **1**: 171
– дифузії **1**: 269
– Ейнштейна **2**: 22
– екстинкції **2**: 11, 64, 205, 268
– захоплення **1**: 42
– інжекції **1**: 260, 270
– оптичного обмеження **2**: 209–210, 237
– параметричного підсилення **2**: 184
– підсилення активного середовища **2**: 70, 94–95, 193, 301–302
– поглинання **1**: 62, 66, 178; **2**: 27–28, 51, 136, 197
– пропускання **2**: 51
– релеївського розсіяння **2**: 268
– розсіяння Мі **2**: 268
Коефіцієнт випромінювання
– інтегральний **1**: 179–180
– спектральний **1**: 179
Коефіцієнт відбиття **2**: 49
– амплітудний **1**: 26, 29
– дзеркала ефективний **2**: 53–54
– за інтенсивністю **1**: 26, 29; **2**: 182
– спектральний **2**: 162
Коефіцієнт корисної дії лазера
– електронний **2**: 335
– зовнішній **2**: 127, 303
– хімічний **2**: 127
Коливання
– гармонічні **2**: 32
– Рабі **2**: 109
– релаксаційні **2**: 153, 215
Коліматор
– оптичний **2**: 262–263, 362
– плазмонний **2**: 241
Комп'ютер квантовий **1**: 138–139
Конденсат Бозе–Ейнштейна **1**: 131
Конденсатор електролюмінесцентний **1**: 278
Контрастність інтерференційних смуг **2**: 55

Контур
– коливальний **2**: 31, 34
– підсилення **2**: 332
Контур спектральної лінії
– доплерівський **2**: 39–40
– лоренців **2**: 38
Крива
– видності **1**: 170
– дисперсії оптичного середовища **2**: 267
– дисперсійна напівпровідника **1**: 282–283
– перестроювання довжини хвилі **2**: 299
– поглинання оптичного середовища **2**: 267
– термовисвічування люмінофора **1**: 243
Криптографія
– квантова **1**: 144–145
– класична **1**: 144
Критерій
– застосовності класичної фізики **1**: 99
– Релея **2**: 55
Кубіт **1**: 138–139, 141, 143
Кут
– Брюстера **2**: 91, 297
– вхідний апертурний **1**: 221
– критичний повного внутрішнього відбиття **1**: 341

Ладар **2**: 392–393
Лазер безрезонаторний **2**: 337
Лазер газовий
– азотний **2**: 121–122
– аргоновий **2**: 99–102
– атомний **2**: 109–110
– атмосферний поперечно збуджуваний (*TEA*) **2**: 117
– газодинамічний **2**: 118
– гелій-неоновий **2**: 90–95
– гелій-кадмієвий **2**: 103
– ексимерний **2**: 122–124
– криптоновий **2**: 102
– на вуглекислому газі **2**: 112
– на оксиді вуглецю **2**: 120–121
– на парах міді **2**: 105
– на парах золота **2**: 106
– рекомбінаційний **2**: 106
– хвилевідний **2**: 119
Лазер комптонівський **2**: 330
Лазер напівпровідниковий
– гомоструктурний **2**: 188, 193
– гетероструктурний **2**: 190–193
– з вертикальним резонатором та поверхневим випромінюванням **2**: 243
– з розподіленим зворотним зв'язком **2**: 242
– з торцевим випромінюванням **2**: 243
– інжекційно-хвилевідний **2**: 201, 211
– квантово-каскадний **2**: 239–241
– на квантових ямах **2**: 236–237
– на квантових точках **2**: 238–239
– рефракційно-хвилевідний **2**: 201
– смужковий гетероструктурний **2**: 200–201
Лазер на вільних електронах
– інфрачервоний **2**: 313
– на підсиленому спонтанному випромінюванні **2**: 336–337
– рентгенівський **2**: 329–330
– ультрафіолетовий **2**: 143–144, 328, 336
Лазер перестроюваний **2**: 144, 292–294, 297–300
Лазер рідинний
– на барвнику **2**: 285–304
– неорганічний **2**: 260–261
Лазер твердотільний
– гольмієвий **2**: 142
– ербієвий **2**: 141–142
– ітербієвий **2**: 142–143
– на бездомішковому кристалі **2**: 144–146
– на ітрій-алюмінієвому гранаті **2**: 139–142
– на *F*-центрах **2**: 146–147
– неодимовий **2**: 138–141
– рубіновий **2**: 137–138
– титановий **2**: 143
– олександритовий **2**: 138
– форстеритовий **2**: 138
– церієвий **2**: 143
Лазер фемтосекундний **2**: 166, 295, 323, 339

Лазер хімічний
– кисень-йодний **2**: 128–130
– фтор-водневий **2**: 126–128
– фтор-дейтерієвий **2**: 128
Лампа
– високочастотна **1**: 226
– жевріючого газового розряду **1**: 203–204
– дугова **1**: 207–212
– імпульсна **1**: 212–220
– люмінесцентна **2**: 398–399
– розжарювання **1**: 188–190; **2**: 397
– світлодіодна **2**: 397–399
Лідар **2**: 390–391
Лінія спектральна
– випромінювання **2**: 38
– лоренцова **2**: 39
– поглинання **2**: 38
– фраунгоферова **1**: 22–23
Літографія
– електронно-променева **1**: 329–331
– інтерференційна **1**: 329
– іонно-променева **1**: 330–331
– мікросферна **1**: 331
– оптична **1**: 326–329
– растрова **1**: 326
Лоренц-інваріантність рівнянь **1**: 56
Люмінесценція
– вимушена (метастабільна) **1**: 233
– власна **1**: 235
– домішкова **1**: 235
– резонансна **1**: 231–232
– рекомбінаційна **1**: 234
– спонтанна **1**: 232–233
Люмінофори
– аморфні **1**: 278
– антистоксові **1**: 235, 313
– кристалічні **1**: 231, 236
– органічні **1**: 314, 316
– стоксові **1**: 235

Мазер **2**: 85–86
Максимум спектральний
– люмінесценції **1**: 284, 292
– теплового випромінювання **1**: 63
Маса
– ефективна носія заряду **1**: 257
– частинки релятивістська **1**: 89
Матриця
– Джонса **2**: 382
– Мюллера **2**: 378–380
– розсіяння **1**: 134–135
Мода оптичного резонатора
– активного **2**: 65, 193–194
– поздовжня **2**: 66
– поперечна **2**: 67–68
– пасивного **2**: 65
– спрямовувана **2**: 194
Моделювання математичне
– світлодіода **1**: 274–277
– оптичного резонатора **2**: 77–81
Модель
– активного оптичного середовища **2**: 21
– пасивного оптичного середовища **2**: 10
– світлодіода **1**: 274–277
– системи мікрочастинок **2**: 12
– *p*–*n*-переходу **1**: 266–274
Модуляція
– випромінювання **2**: 215, 250–251
– добротності резонатора **2**: 157
– струму інжекції **1**: 273–274
Монохроматичність випромінювання **2**: 363
Мультиплетність **2**: 287

Нагрівання матеріалу лазерне **2**: 273–274
Надрешітка
– з модульованим легуванням **2**: 230–234
– з модуляцією ширини забороненої зони **2**: 234
Накачка лазера
– електричним розрядом **2**: 87–88, 189
– електронним пучком **2**: 88, 190
– інжекційна **2**: 189
– лазерна **2**: 150–151, 289
– лампова **2**: 149–150
– оптична **2**: 88, 147–151, 288–289
– просвітлювальна **2**: 151
– світлодіодна **2**: 150
– синхронна **2**: 151

– сонячна **2**: 151
– ударною хвилею **2**: 88
– хімічна **2**: 88
– швидким розширенням газу **2**: 88
– ядерна **2**: 152
Нанотрубка вуглецева **1**: 336; **2**: 400
Населеність енергетичного рівня **2**: 17
Насичення
– переходу **2**: 27
– підсилення **2**: 334–335
– поглинання **2**: 7, 167, 295–296
Невзаємність оптична **2**: 8
Нерівності Белла **1**: 137
Нитка квантова **2**: 237–238

Область дисперсії інтерферометра **2**: 55
Обмеження
– електронне **1**: 304
– фотонне **1**: 304
Об'єм
– когерентності **2**: 97
– моди **2**: 72
Ондулятор **2**: 312–313, 327–329
Оператор
– випускання (народження) **1**: 132
– густини (матриця густини) **1**: 117
– Даламбера (даламбертіан) **1**: 107
– диференціальний **1**: 106
– ермітів **1**: 123–124
– координати **1**: 105
– енергії (гамільтоніан) **1**:107
– імпульсу **1**: 107
– Лапласа (лапласіан) **1**: 106
– лінійного перетворення **1**: 105
– «набла» **1**: 106
– поглинання (знищення) **1**: 132
– стану системи **1**: 108
– фізичної величини **1**: 108
– функції **1**: 105–106
Опір електричний *p*–*n*-переходу **1**: 272–273
Оптика
– геометрична **1**: 32–33
– квантова **1**: 33, 135
– корпускулярна **1**: 17–19
– рухомих тіл **1**: 54
– фізична **1**: 33
– фізіологічна **1**: 34
– хвильова **1**: 15, 33
Оптрон **1**: 346–347
Освітленість
– енергетична **1**: 167
– фотометрична (візуальна) **1**: 162
Осцилятор
– ангармонічний **2**: 32
– гармонічний **2**: 32
– електричний **2**: 31, 33
– квантово-механічний **1**: 130; **2**:22, 31, 34, 36–37
– класичний **2**: 30
Охолодження
– антистоксове люмінесцентне **2**: 307
– випромінювання **1**: 186
– лазерне **2**: 306–307

Пакет хвильовий **1**: 32, 112–113
Парадокс Ейнштейна–Подольського–Розена **1**: 137
Параметр конфокальний
– лазерного пучка **2**: 271
– оптичного резонатора **2**: 270
Параметри резонатора узагальнені **2**: 59
Параметри Стокса **2**: 375–376
Парність стану **1**: 124
Переріз
– випромінювання **2**: 146
– поглинання **2**: 27, 136, 147
Перестройка частоти випромінювання **2**: 219, 293–294, 297, 299–301, 385–386
Перетворення Лоренца **1**: 56
Перескок моди **2**: 218
Перетяжка пучка **2**: 73, 262
Підсилення випромінювання **2**: 146, 159, 332–334
Підсилювач оптичний
– біжучої хвилі **2**: 70, 142, 181
– волоконний **2**: 182–183
– квантовий **2**: 229–231
– параметричний **2**: 184–186

– резонансний **2**: 181, 314
Плазмон **2**: 241
Пластина фазова
– півхвильова **2**: 372
– чвертьхвильова **2**: 379–380
Поглинання повне **2**: 51
Показник заломлення оптичного середовища
– дійсний **1**: 12–13, 31; **2**: 53, 58, 169, 266–268
– комплексний **1**: 28; **2**: 267
Показник поглинання **2**: 267
Покриття
– дзеркальне **2**: 53–54, 162–165, 203–204
– просвітлювальне **2**: 182, 204
Поляризатор **2**: 156
Поляризація
– вакууму **1**: 133–134
– фотонів **1**: 145–146
Поляризація випромінювання
– еліптична **2**: 370–371
– колова **2**: 372
– лінійна **1**: 44; **2**: 156, 384
– хроматична **1**: 24
Порядок
– дифракції **2**: 389
– інтерференції **1**: 40
Постулат
– Бора **1**: 77
– де Бройля **1**: 88
– про прямолінійність поширення світла **1**: 8
– спеціальної теорії відносності **1**: 81–82
Потенціал
– 4-векторний **1**: 102
Потік
– випромінювання **1**: 165
– світловий **1**: 158–159
Потужність випромінювання **2**: 210, 313, 336
Принцип
– відповідності Бора
– Гюйгенса **1**: 20
– Гюйгенса–Френеля **1**: 25
– детальної рівноваги **2**: 23
– заборони Паулі **1**: 98
– комбінаційний Рітца **1**: 75
– найменшої дії Мопертюї **1**: 32
– найменшого часу Ферма **1**: 13–14
– невизначеності Гейзенберга **1**: 98
– незалежності світлових променів **1**: 9–10
– оборотності світлових променів **1**: 172
– причинності **1**: 128
– суперпозиції хвиль **1**: 112
– тотожності **1**: 127
Принцип відносності
– Галілея **1**: 10
– Ейнштейна загальний **1**: 92–93
– Ейнштейна спеціальний **1**: 81–82
Правило
– відбору **2**: 35
– Стокса **1**: 235
Прискорювач електронів
– високовольтний **2**: 324
– високочастотний **2**: 323–325
– індукційний **2**: 324
– на прискорювальному та накопичувальному кільцях **2**: 323
Пробій електричний
– лавинний **1**: 265
– тепловий **1**: 256
– тунельний **1**: 264
Пробій оптичний **2**: 170
Променезаломлення подвійне **1**: 16; **2**: 159
Промінь
– звичайний **1**: 16
– незвичайний **1**: 16
– світлової хвилі **1**: 31, 167–168
Простір
– гільбертів **1**: 122
– Мінковського **1**: 83
– фазовий **2**: 16
Пучок
– лазерний гауссів **2**: 261
– електронний **2**: 322–323

Радіолюмінесценція **1**: 242
Радіус
– гауссова пучка **2**: 168

– перетяжки лазерного пучка **2**: 73
– фокальної плями **1**: 184; **2**: 270
Регістр квантовий **1**: 140–143
Режим роботи лазера
– багатомодовий **2**: 211–212
– високоенергетичний комптонівський **2**: 330–331
– вільної генерації **2**: 153, 213
– з модуляцією добротності **2**: 155
– із синхронізацією мод **2**: 154–155
– імпульсний **2**: 165
– неперервний **2**: 154
– низькоенергетичний комптонівський **2**: 331
– одномодовий **2**: 212
– одночастотний **2**: 90
– раманівський **2**: 331

Резонанс
– лазерний **2**: 215
– як явище **2**: 46
Резонатор об'ємний **2**: 30, 47
Резонатор оптичний
– активний **2**: 69–70
– відкритий **2**: 48
– дзеркально-призматичний **2**: 75
– дисперсійний **2**: 75
– еквівалентний конфокальному **2**: 73
– зв'язаний **2**: 47
– із градієнтним фокусувальним елементом **2**: 213
– кільцевий **2**: 47, 75, 329–330
– конфокальний **2**: 71
– концентричний **2**: 74
– лінійний **2**: 47
– напівконцентричний **2**: 74
– напівконфокальний **2**: 72–73
– нестійкий **2**: 59, 76
– об'ємний **2**: 47
– пасивний **2**: 47, 57
– плоскопаралельний Фабрі–Перо **2**: 71, 203
– сколото-зв'язаний **2**: 213
Рекомбінація
– випромінювальна **1**: 260
– донорно-акцепторна **1**: 262
– екситонна **1**: 262
– міжзонна **1**: 261
– на домішкових центрах **1**: 261
– невипромінювальна **1**: 261
– ударна (Оже) **1**: 261
Релаксація **2**: 136
Решітка
– бреггівська **2**: 166, 244
– кристалічна **2**: 230
– кристалічна штучна **2**: 230–234
– лазерна **2**: 245–247, 402
Рівень енергетичний
– лазерний **2**: 92–93, 135–137
– метастабільний **2**: 38, 92
– Фермі **1**: 257
Рівновага термодинамічна **2**: 12
Рівняння
– Гамільтона–Якобі **1**: 30
– ейконалу **1**: 31
– кінетичні лазера **2**: 153
– Максвела **1**: 46–48
– руху електрона **2**: 317–320
– струни **1**: 117
Рівняння хвильове
– для випромінювання **1**: 48
– для вільної частинки **1**: 118
– для фотона **1**: 122
Рівняння Шредінгера
– для осцилятора **2**: 35
– нестаціонарне **1**: 118
– розв'язки **1**: 120–121
– стаціонарне **1**: 118
Різання матеріалу лазерне **2**: 278–280
Різкість інтерферометра **2**: 55
Різниця населеностей **2**: 26
Ріст епітаксіальної плівки **1**: 319
Розбіжність випромінювання
– дифракційна **2**: 263, 359
– лазера **2**: 359–361
– світлодіода **1**: 307–308
Розподіл частинок за енергіями
– Бозе–Ейнштейна **2**: 18
– Больцмана **2**: 17

– Максвела **2**: 14
– Максвела–Больцмана **2**: 17
– Фермі–Дірака **2**: 18
Розподіл квантового ключа **1**: 144, 152
Розряд електричний
– аномальний **1**: 199
– високочастотний **1**: 200–201
– дуговий **1**: 201–202
– жевріючий **1**: 198
– імпульсний **1**: 198, 202
– несамостійний **1**: 199
– нормальний **1**: 198
– самостійний **1**: 198
– стаціонарний **1**: 198
Розсіяння світла
– комбінаційне (раманівське) **1**: 74
– комптонівське **1**: 72
– Мі **1**: 74
– релеївське **1**: 73
– фотона на фотоні **1**: 173
Розширення спектра випромінювання динамічне **2**: 212, 217
Розширення спектральної лінії
– доплерівське **2**: 39–40
– зеєманівське **2**: 41–42
– зіштовхувальне **2**: 38–39
– неоднорідне **2**: 37
– однорідне **2**: 37
– природне **2**: 37–38
– штарківське **2**: 40–41
Розщеплення спектральної лінії
– в електричному полі **2**: 41
– в магнітному полі **2**: 42
Рухомість носіїв заряду **1**: 269

Свердління матеріалу лазерне **2**: 275–278
Світловий потік
– повний (інтегральний) **1**: 159
– спектральний **1**: 160
– квазімонохроматичний **1**: 160
Світловіддача
– лампи розжарювання **1**: 189
– люмінесцентної лампи **1**: 248
Світлосила оптичної системи **1**: 226
Світлодіод інжекційний
– арсенід-галієвий **1**: 291–294
– Барраса **1**: 340
– гомоструктурний **1**: 260
– гетероструктурний **1**: 302–305
– двоперехідний **1**: 302
– двосмуговий одноперехідний **1**: 300–301
– кремнієвий **1**: 294–296
– з антистоксовим люмінофором **1**: 312–313
– з керованим кольором світла **1**: 288
– на арсеніді-фосфіді галію **1**: 299–300
– на карбіді кремнію **1**: 294
– на квантових ямах **1**: 309–311
– на нітриді алюмінію **1**: 297–298
– на нітриді галію **1**: 296–297
– на сполуках типу $A^{II}B^{VI}$ **1**: 298–299
– на фосфіді галію **1**: 290–291
– на фотонному кристалі **1**: 311–312
– органічний **1**: 314–316
– суперлюмінесцентний **1**: 306–308
Світність
– енергетична **1**: 166
– фотометрична (візуальна) **1**: 162
Селекція мод **2**: 68
Серія Бальмера **1**: 75
Сила
– випромінювання **1**: 166
– Казимира **1**: 134; **2**: 81
– пондеромоторна **2**: 315
– світла **1**: 156–157
Синхронізація мод **2**: 194, 294
Синхротрон **2**: 326
Система
– активна **2**: 16
– дисипативна **2**: 16
– ідеальна оптична **1**: 173–174
– квантова **1**: 103, 136–137
– консервативна **2**: 16
– пасивна **2**: 16
Сквід **1**: 142
Слеб-лазер **2**: 148
Солітон **1**: 91–92

Спектр
– дугового розряду **1**: 202
– жевріючого розряду **1**: 205
– імпульсного розряду **1**: 202
– лазерного випромінювання **2**: 96
– лінійчастий **1**: 238
– люмінесценції **1**: 237–238, 246
– неперервний **1**: 63, 65
– смугастий **1**: 237–238
– теплового випромінювання **1**: 63, 65, 189
Спектр поглинання
– барвника родаміну 6*G* **2**: 290
– ербієвого волокна **2**: 183
Співвідношення невизначеностей
– для енергії та часу **1**: 126
– координати та імпульсу **1**: 125; **2**: 18
Спін електрона **2**: 43
Спрямованість випромінювання **2**: 358–362
Стабілізація частоти випромінювання **2**: 217–219
Стала
– Больцмана **1**: 64
– Віна **1**: 63
– деградації лазерного діода **2**: 227
– Планка **1**: 65–67
– поширення **2**: 48
– Стефана–Больцмана **1**: 63
Статистика
– Бозе–Ейнштейна **1**: 130; **2**: 18, 20
– Больцмана **1**: 132; **2**: 17, 20
– квантова **2**: 18
– класична **2**: 18
– Фермі–Дірака **1**: 131; **2**: 18, 20
Стан квантової системи
– вироджений **2**: 24
– збуджений **2**: 24–25
– зв'язаний (сплутаний) **1**: 137
– змішаний **1**: 117
– чистий **1**: 117
Стан кубіта **1**: 138–141
Структура спектральної лінії тонка **2**: 43, 78
Струм електричний
– генераційно-рекомбінаційний **1**: 267–268
– дифузійний **1**: 259
– дрейфовий **1**: 259
– зміщення модуляційний **1**: 273
– інжекційний **1**: 259, 270
– насичення **1**: 268
– невипромінювальної рекомбінації **1**: 260
– пороговий **2**: 209–210
– тунельний **1**: 260
– витоку по поверхні **1**: 260
Ступінь
– виродження енергетичного стану (рівня) **2**: 23
– монохроматичності **2**: 363
– поляризації **2:** 373
– просторової когерентності **2**: 366–367
Суперінжекція **1**: 305
Суперлюмінесценція **1**: 306–308
Сфера Пуанкаре **2**: 375–376
Схема живлення
– газового лазера **2**: 91
– лазерного діода **2**: 249
Схема лазерної генерації
– дворівнева **2**: 134–135
– трирівнева **2**: 135, 183
– чотирирівнева **2**: 135–136

Телепортація квантова **1**: 146–149
Телескоп
– Кассегрена **2**: 362
– Кеплера **1**: 11; **2**: 362
Тензор
– електромагнітного поля **1**: 102
Теорема
– адіабатична **1**: 104
– Белла **1**: 137
– Ван-Цитерта–Церніке **2**: 366
– Еренфеста про середні значення **1**: 109
– про неклонованість **1**: 146
Теорія будови атома
– Бора **1**: 77
– Бора–Зоммерфельда **1**: 78
– Нагаоки **1**: 76
Теорія відносності Ейнштейна
– загальна **1**: 92–93, 136

– спеціальна **1**: 81–82
Теорія електронна Лоренца **2**: 268
Теорія поля
– електромагнітна **1**: 43, 45–47, 85
– єдина **1**: 135
– квантова **1**: 87, 127–129
– нелокальна квантова **1**: 128
Терм спектральний **1**: 76
Технологія
– білого світлодіода **1**: 311
– вакуумного термічного випаровування **1**: 322–323
– вирощування кристалів **1**: 317
– вікон лазерного діода **2**: 207
– вуглецевих нанотрубок **1**: 336–338
– газової епітаксії **1**: 320; **2**: 199
– дифузії **1**: 323–324
– рідкофазної епітаксії **1**: 291, 319; **2**: 198
– зарощеної гетероструктури **2**: 199
– імпульсного лазерного осадження **1**: 323
– іонної імплантації **1**: 325
– квантових точок **1**: 334
– лазерного відпалу **1**: 315
– лазерного відшарування **1**: 333
– лазерного зміцнення матеріалів **2**: 281–282
– лазерного різання матеріалів **2**: 278–280
– лазерного свердління матеріалів **2**: 275–278
– лазерного скрайбування **1**: 338
– матриці органічних світлодіодів **1**: 316
– мезаструктури **1**: 334
– металорганічної парофазної епітаксії **1**: 321
– молекулярно-променевої епітаксії **1**: 321; **2**: 199
– нанокластерів **2**: 198
– обробки напівпровідникових пластин **1**: 318
– окислення **1**: 323
– плазмохімічного парофазного осадження **1**: 321
– прозорих електродів **1**: 335–336
– протонного опромінення **1**: 325–326
– тіньового маскування **1**: 332
– травлення **1**: 332–333
– хімічного парофазного осадження **1**: 320–321
Тіло
– абсолютно чорне **1**: 62
– сіре **1**: 178
Точка квантова **1**: 309; **2**: 238–239
Триболюмінесценція **1**: 243

Умова
– інверсії населеностей для напівпровідника **2**: 191
– лазерної генерації **2**: 80, 182, 302–303
– стійкості резонатора **2**: 59
– фазового синхронізму **2**: 185
Умова збереження за ефекту Комптона
– енергії **1**: 71
– імпульсу **1**: 71–72
Умова резонансу
– для лазера на вільних електронах **2**: 316
– для оптичного резонатора **2**: 48, 72, 80

Фокусування випромінювання
– лінзою **1**: 223–225; **2**: 270
– теплове **2**: 169, 264–265
Формула
– Бера **2**: 290
– Больцмана **2**: 13
– Брегга **1**: 329
– Бугера **2**: 267
– Віна **1**: 63
– Гаусса для ідеальної лінзи **1**: 174
– дисперсійна **1**: 116
– Доплера **1**: 37
– Ейрі **2**: 358
– Лоренца **1**: 42
– Лоренца–Лоренца **2**: 267
– Ньютона для ідеальної лінзи **1**: 175
– Планка **1**: 64–65
– Релея **1**: 114
– Релея–Джинса **1**: 64
– Рідберга **1**: 75
– Стефана–Больцмана **1**: 63

– Френеля **1**: 26; **2**: 203
Фотолітографія **1**: 326–328
Фотолюмінесценція
– антистоксова **1**: 235–237
– стоксова **1**: 235
Фоторезист **1**: 327
Фотошаблон **1**: 326
Фронт хвильовий **1**: 31
Фуллерен **1**: 336
Функція
– апаратна інтерферометра **2**: 52
– Бесселя **2**: 336
– Гамільтона **1**: 30
– Ейрі **2**: 52
– передатна **2**: 56
– польова **1**: 86
Функція розподілу
– Бозе–Ейнштейна **2**: 21
– Больцмана **2**: 17
– Гаусса **2**: 168, 261
– Максвела **2**: 15
– Максвела–Больцмана **2**: 17
– Фермі–Дірака **2**: 20
Функція хвильова
– стану мікрооб'єкта **1**: 109–111
– фотона **1**: 123

Характеристика
– деградації випромінювача **1**: 314
– дисперсійна середовища **2**: 267
– світлової віддачі лампи розжарювання **1**: 189
Характеристика газового лазера
– ват-амперна **2:** 93, 101
– спектральна **2**: 96
Характеристика лазерного діода
– ват-амперна **2**: 208, 250
– вольт-амперна **2**: 207
– спектральна **2**: 212
– температурна **2**: 218
– частотна **2**: 214
Характеристика світлодіода
– ват-амперна **1**: 274
– вольт-амперна **1**: 268
– світлова **1**: 268
– спектральна **1**: 300, 313
– температурна **1**: 292
– частотна **1**: 274
Хвиля
– біжуча **1**: 48–50
– де Бройля (ймовірності) **1**: 87–89, 110–111
– електромагнітна **1**: 48–51
– монохроматична **2**: 363
– плоска гармонічна **1**: 48–49; **2**: 48
– поздовжня **1**: 20
– пондеромоторна **2**: 315–316, 335
– поперечна **1**: 20, 48–49
– стояча **1**: 50
– сферична гармонічна **1**: 49
Хемілюмінесценція **1**: 241

Центр
– випромінювання **2**: 133, 260
– забарвлення (*F*-центр) **2**: 133
– люмінесценції **1**: 234–235, 261

Час
– вільного пробігу носія заряду **1**: 269
– деградації світлодіода **1**: 313–314
– релаксації **1**: 198; **2**: 25
Час життя
– випромінювальний **2**: 145
– збудженого стану **2**: 24
– невипромінювальний **2**: 145
– нерівноважного носія заряду **1**: 269
– післясвітіння люмінесценції **1**: 247; **2**: 145
– фотона в резонаторі **2**: 62, 293
Частота
– модуляції світлодіода максимальна **1**: 277
– резонансна **2**: 46
– плазмова **2**: 331
«Чирпінг» **2**: 217
Число
– заповнення **1**: 132; **2**: 17
– квантове **1**: 75; **2**: 18

– мод лінійного резонатора **2**: 67
– Френеля **2**: 61, 361
– хвильове **1**: 49

Швидкість
– групова **1**: 114
– світла **1**: 12, 38–39
– частинок найбільш імовірна **2**: 18
– частинок середня **2**: 18
– фазова **1**: 113–114
Ширина
– доплерівської спектральної лінії **2**: 40
– лоренцової спектральної лінії **2**: 38
Ширина спектра
– люмінесценції **1**: 246, 292, 341
– цуга хвиль **2**: 363
Шуми лазерних діодів **2**: 222–224
Юстирування лазера **2**: 160

Яма
– квантова **2**: 234–237
– потенціальна **1**: 120–121, 303–304
Якість електронного пучка **2**: 323
Яскравість
– електронного пучка **2**: 323
– енергетична **1**: 166
– люмінесценції **1**: 247
– фотометрична (візуальна) **1**: 160

Навчальне видання

Чадюк Вячеслав Олексійович

Оптоелектроніка: від макро до нано

Генерація оптичного випромінювання

Навчальний посібник

Книга перша

Редактор *Н. В. Мурашова*
Комп'ютерна верстка *В. Ф. Заволодько*

Темплан 2009 р., поз. 1-2-038

Підп. до друку 27.06.2012. Формат $60\times84^{1}/_{16}$. Папір офсетний. Гарнітура Times.
Спосіб друку – офсет. Ум. друк. арк. 22,09. Обл.-вид. арк. 36,73. Наклад 500 пр. Зам. № 12-185.

НТУУ «КПІ» ВПІ ВПК «Політехніка»
Свідоцтво ДК № 1665 від 28.01.2004 р.
03056, Київ, вул. Політехнічна, 14, корп. 15
тел. (044) 406-81-78

ДЛЯ НОТАТОК