

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**А. І. Кузьмичев , Л. Д. Писаренко, Л. Ю. Цибульський**

**ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОНІКИ:  
НАНОСВІТ ХВИЛЬОВИХ ТА КОРПУСКУЛЯРНИХ ЯВИЩ**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для студентів,  
які навчаються за спеціальністю 171 «Електроніка»,  
спеціалізацією «Електронні прилади та пристрої»*

Київ

КПІ ім. Ігоря Сікорського

2019

Рецензент *Гончаров А. А.*, головний науковий співробітник Інституту фізики НАНУ, докт. фіз.-мат. наук, професор  
Відповідальний редактор *Михайлов С.Р.*, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електронних приладів та пристроїв КПІ ім. Ігоря Сікорського

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № від р.) за поданням Вченої ради факультету електроніки (протокол № 03/2019 від 25.03.2019 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

*Анатолій Іванович Кузьмичев, докт. техн. наук, проф.,  
Леонід Дмитрович Писаренко, докт. техн. наук., проф.,  
Леонід Юрійович Цибульський, канд. техн. наук, доц..*

## **ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОНІКИ: НАНОСВІТ ХВИЛЬОВИХ ТА КОРПУСКУЛЯРНИХ ЯВИЩ**

«Фізичні основи електроніки: Наносвіт хвильових та корпускулярних явищ»: для студ. спеціальності 171 «Електроніка», спеціалізації «Електронні прилади та пристрої» / А.І. Кузьмичев, Л.Д. Писаренко, Л.Ю. Цибульський; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 11,92 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 203 с.

Мета роботи полягає в наданні допомоги студентам при їх самостійній роботі. У навчальному посібнику «Основи електроніки: Наносвіт хвильових та корпускулярних явищ» розглянуто явища, які пов'язані з вивченням властивостей світла, зокрема хвильових та корпускулярних властивостей електронів і фотонів; наведено приклади використання знань з електроніки на практиці; проаналізовано принцип дії електронних приладів; подано приклади розв'язання практичних задач з електронної оптики та електричного струму в газах.

Навчальний посібник призначений для студентів, які навчаються за спеціальністю 171 «Електроніка», спеціалізацією «Електронні прилади та пристрої», може бути корисним студентам інших спеціальностей та спеціалізацій.

Л.Д. Писаренко, 2019  
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019

## ЗМІСТ

Від редакційної колегії .....	4
Передмова .....	5
<b>1 СТАНОВЛЕННЯ КОРПУСКУЛЯРНИХ І ХВИЛЬОВИХ УЯВЛЕНЬ ПРО СВІТЛО .....</b>	<b>6</b>
1.1 Корпускулярно-хвильовий дуалізм фотонів .....	6
1.2 Квантова природа світла .....	16
1.3 Становлення корпускулярних і хвильових уявлень про природу світла .....	24
<b>2 ЕЛЕКТРОН .....</b>	<b>35</b>
2.1 Відкриття електрона .....	35
2.2 Електрони в атомі .....	38
2.3 Корпускулярні властивості електрона .....	53
2.4 Хвильові властивості електрона .....	69
2.5 Електрон у речовині .....	75
2.6 Емісія електронів з твердого тіла .....	84
<b>3 ЕЛЕКТРОННА ОПТИКА .....</b>	<b>96</b>
3.1 Відхилення електронного променя електричним полем .....	96
3.2 Електронний прожектор .....	98
3.3 Електронні трубки .....	100
3.4 Магнітне фокусування і магнітне відхилення променя .....	104
3.5 Електронні лампи .....	106
3.6 Задачі. Рух заряджених часток в електричному та магнітному полях .....	120
3.7 Вправи .....	146
<b>4 ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ У ГАЗАХ. ПЛАЗМА .....</b>	<b>151</b>
4.1 Дослідження електричного газового розряду .....	151
4.2 Газорозрядна плазма .....	154
4.3 Види газового розряду .....	157
4.4 Закон Пашена .....	161
4.5 Плазма в електронних приладах .....	162
4.6 Деякі застосування плазми .....	166
4.7 Задачі. Електропровідність газів .....	172
4.8 Вправи .....	197
Додатки .....	198
ДЕЯКІ ФІЗИЧНІ СТАЛІ .....	198
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ .....	203

## Передмова

Фізичні основи електроніки розкривають закони поведінки носіїв заряду в різних середовищах, вплив зарядів на середовище, вплив сторонніх фізичних факторів на колективи носіїв зарядів та окремі заряди. Електронні прилади сьогодні використовують усі середовища (вакуум, газ, рідину, тверде тіло, рідкі кристали). Кожен прилад є особливою системою з характерним набором факторів. І кожна система потребує власного фізичного розуміння, термінологічного та математичного формалізму. А знання про роботу всіх приладів утворили розгалужену систему знань. Послідовне описання такої мережі знань перетворюється на академічне видання, яке учні не читають. Під час написання посібника автори були вимушені обмежуватися найменшою кількістю знань, достатніх для висвітлення ключових питань розділу, але водночас мали на меті заохотити велику аудиторію учнів. Виходячи з такого розуміння і підготовлено це видання.

У першій книзі тому «Фізичні основи електроніки» викладено послідовність розвитку уявлень про неоднозначну природу двох головних героїв світу електроніки: електрона і фотона; про застосування знань для створення електронних приладів. Ці знання зумовили розуміння всіх відомих людству явищ, створення світу електронних приладів, що керують суспільством, економікою і державами. Багато імен на цьому шляху було загублено, багато вчених та експериментаторів витратили свій час на марні пошуки. Своїми майбутніми звершеннями ми віддячимо всім переможцям та невдахам світу наукових знань.

А вам ми бажаємо перемог.

Л. Ю. Цибульський, доцент  
кафедри електронних приладів та пристроїв  
КПІ ім. Ігоря Сікорського

# 1 СТАНОВЛЕННЯ КОРПУСКУЛЯРНИХ І ХВИЛЬОВИХ УЯВЛЕНЬ ПРО СВІТЛО

## 1.1 Корпускулярно-хвильовий дуалізм фотонів

### Ранні дослідження з фізичної оптики

У 1662 році з'явився трактат амстердамського фізика Фосса «Про природу світла», у якому, зокрема, було висловлено думку про те, що різноманітність кольорів слід приписувати не тілам, крізь які проходить світло, а самому світлу. У 1665 році в Болоньї було посмертно опубліковано працю єзуїта Грімальді, що містить перший опис явища дифракції світла під час пропускання сонячного світла крізь два близькі отвори у віконниці в темній кімнаті. 1665 року з'явилася «Мікрографія» Гука («закон Гука»), члена Королівського товариства, у якій Гук з позицій хвильової теорії виклав свою теорію кольорів та описав явища інтерференції світла під час спостереження кольорів тонких плівок. У тому самому 1665 році інший член Королівського товариства Бойль («закон Бойля – Маріотта») друкує «Досліди і міркування про кольори». У 1670 році Бартоліні відкриває явище подвійного променезаломлення у кристалах ісландського шпату.

1675 року Ремер уперше виміряв величезну швидкість світла із спостережень змін упродовж земного року інтервалів часу між послідовними затьмареннями супутника Юпітера. Він показував, що світло має величезну швидкість 240000 км/с. Насправді вона дорівнює 300000 км/с.

У 1678 році з'являється знаменитий «Трактат» Гюйгенса про світло (у повному вигляді під назвою «Трактат про світло» він був опублікований лише в 1690 р.), що містить першу успішну кількісну теорію світлових хвиль («принцип Гюйгенса»).

На середину цього періоду припадають і головні оптичні досягнення Ньютона. Наприкінці 1675 р. Ньютон надсилає Королівському товариству мемуари з довгою назвою «Теорія світла і кольорів, що укладає гіпотезу пояснення властивостей світла, викладених автором в попередніх мемуарах, а також опис найбільш суттєвих явищ різних кольорів тонких пластин і мильних бульбашок, так само залежних від властивостей світла, що раніше характеризуються». Приводом для написання мемуарів, що стоять окремо у творах Ньютона, прислужилися дослідження Гука над кольорами тонких пластинок і явищами обгинання світла під час проходження його поблизу гострого краю бритви.

Ньютон у цих мемуарах пише: «...світло не можна визначати як ефір або його рух: ... світло – це щось, що поширюється по-різному від тіл, що світяться. Світло – це матеріальна еманация, або рух, або імпульс, що спричинює рух, або ще щось інше». На думку Ньютона, світло відмінне від ефіру.

Ньютон був блискучим математиком-теоретиком, майстерним оптиком-експериментатором та інженером-конструктором. На самому початку своєї діяльності в 1671 р. він сконструював і власноруч виготовив перший у світі дзеркальний телескоп-рефлектор, принципово позбавлений хроматичної аберації. Телескоп був завдовжки усього 15 см із дзеркалом діаметром 25 мм і мав таку саму роздільну здатність, як сучасні йому телескопи-рефрактори завдовжки 30–40 м.

Він надіслав цей свій телескоп англійському королеві Карлу II, і телескоп дістав схвалення з боку короля та членів Королівського товариства (Англійської академії наук), незадовго до цього створеного королем. У 1662 р. Ньютон відразу був обраний членом Товариства.

1704 року, майже за 30 років, Ньютон зібрав усі свої дослідження про світло у книжці «Оптика». Повна назва цієї книжки: «Оптика, або Трактат про віддзеркалення, заломлення, вигинання і кольори світла». За життя Ньютона книжка мала три англійські видання – у 1704, 1717 і 1721 роках. У 1706 р. був виданий її латинський переклад, а 1720 року з'явився французький переклад «Оптики».

Дифракцію світла в області тіні вперше спостерігав Грімальді в 1665 р. під час пропускання сонячного світла в затемнену кімнату крізь два маленькі близькі отвори. Він спостерігав темну пляму в центральній частині світлої плями на екрані, в місці, де обидва пучки, що слабо розходяться, перекривалися. Явище дифракції (викривлення світлових променів під час проходження біля краю екрана, створеного бритвою) незалежно від Грімальді відкрив Гук.

Інтерференція світла була відкрита, проте, лише за 150 років на самому початку XIX ст. Юнгом. У трактаті «Досліди і проблеми щодо звуку і світла» в 1800 р. Юнг піддав критиці корпускулярну теорію Ньютона і виступив на захист хвильової теорії. 1801 року він першим пояснив явище інтерференції світла, а в 1803-му запровадив термін «інтерференція». Виходячи із сформульованого ним принципу інтерференції Юнг пояснив кільця Ньютона.

Його знаменитий демонстраційний досвід зі світлом від двох щілин, на які падає світлова хвиля (від двох когерентних джерел), дав змогу спостерігати інтерференційні смуги й усунути всілякі сумніви щодо справедливості

хвильової теорії світла. Юнг, проте, помилково вважав, що світлові хвилі є не поперечними, а поздовжніми. У 1803 р. Юнг зробив спробу пояснити дифракцію світла від тонкої нитки, правильно пов'язавши її з інтерференцією.

Френель почав свої оптичні дослідження в 1814 р. Він першим запровадив уявлення про поперечні світлові хвилі. Поперечність хвиль йому була потрібна для пояснення відкритих у той час явищ поляризації світла. Прямолінійне поширення світла Френель пояснив у дотепний спосіб за допомогою уявного особливого розбиття хвильового фронту на особливі так звані «зони Френеля».

Погляди на природу світла після Ньютона змінювалися аж до першої чверті ХХ ст. У ХVІІІ ст. ще не було вирішальних аргументів на користь корпускулярної або хвильової теорії, хоча панувала винятково корпускулярна теорія. Хвилі захищав Ейлер, а корпускули – Лаплас.

Лише після інтерференційних дослідів Юнга і Френеля хвильова теорія світла перемогла остаточно. Але відкриття квантів енергії на самому порозі ХХ ст. знову перевернуло уявлення про світло. Ідея корпускул у вигляді світлових квантів, або фотонів, відродилася знову.

### **Дослідження теплового випромінювання**

У першій половині ХІХ ст. розглядали тільки світлове випромінювання, тобто оптичне випромінювання розжарених або гарячих тел. Теплове випромінювання ще з нього не виокремлювали і взагалі не звертали на нього уваги.

Тепло передається не лише за допомогою теплопровідності і конвекції, а й також за допомогою теплового випромінювання. Сонце, вогнище, розжарене тіло посиляють не лише світло, а й тепло. Окрім видимого оптичного випромінювання, вони випромінюють не видимі для нас «теплові промені», які відрізняються від світлових великими довжинами хвиль. Це інфрачервоні промені.

Ще наприкінці ХVІІІ ст., у 1791 р. Прево на основі своїх експериментів та експериментів попередників дійшов важливого висновку, що тіло випромінює тепло незалежно від властивостей його довкілля, що його випромінювання є властивість самого тіла. Крім того, він відкрив, що тіла, які сильно поглинають певне випромінювання, сильно його і випускають. Цей факт він встановив для випромінювання в цілому, а не для випромінювань хвиль певної довжини. Питання про співвідношення між поглинанням променів і випромінювальною здатністю тіла для монохроматичного випромінювання Прево ще не ставив.

За 60 років у 1853 р. Онгстрем (правильно Онгстрем, а не Ангстрем)

припустив, що у розжареному стані тіло випускає випромінювання тих довжин хвиль, які воно за звичайної температури поглинає.

Робота Кірхгофа 1860 р. «Про відношення між випромінювальною і поглинальною здібностями тіл для тепла і світла» стала важливим етапом у дослідженнях теплового випромінювання. Кірхгофа цікавив зв'язок між випромінювальною і поглинальною здібностями газів в оптичній області, де рівновага між тілом і його випромінюванням ніколи не встановлюється. Але він чисто теоретично розглянув рівноважне теплове випромінювання, що перебуває у порожнині з ідеально відбивальними не проникними для випромінювання стінками, підтримуваними за деякої фіксованої температури. Усередині порожнини знаходиться також деяке число випромінювальних і поглинальних тіл.

Тіла в порожнині за рівноваги мають однакову температуру, що дорівнює температурі стінок порожнини, і випромінювання, що оточує їх, за своїми властивостями, в тому числі за спектральним розподілом його енергії, визначатиметься лише температурою стінок, а не властивостями тіл, що перебувають усередині порожнини.

Кірхгоф у роботі 1860 р. встановив свій відомий «закон Кірхгофа» про зв'язок між випромінювальною і поглинальною здібностями нагрітого тіла. Його основою послужило зроблене ним із Бунзенем кількома місяцями раніше експериментальне відкриття, що темні фраунгоферові лінії в сонячному спектрі збігаються з лініями відомих парів і газами, що їх випускають земні джерела.

Згідно із законом Кірхгофа інтенсивність випромінювання тілом певної довжини хвилі може бути знайдена виходячи з інтенсивності випромінювання цієї довжини хвилі абсолютно чорним тілом та із залежності поглинання і показника заломлення даного тіла для цієї довжини хвилі.

Таким чином проблему вивчення теплового випромінювання будь-якого тіла Кірхгоф призвів до проблеми вивчення випромінювання абсолютно чорного тіла.

Здатністю  $E(\omega, T)$  тіла температури  $T$  випромінювати в інтервалі частоти  $\omega$ ,  $\omega + d\omega$  Кірхгоф назвав кількість енергії, що її випромінює в одиницю часу одиниця поверхні тіла з розрахунку на одиничний інтервал частот, коли формально можна вважати, що  $d\omega = 1$ . Поглинальною здатністю  $a(\omega, T)$  тіла температури  $T$  в інтервалі частот  $\omega$ ,  $\omega + d\omega$  Кірхгоф назвав частку енергії, що падає на одиницю поверхні тіла й поглинається нею. Розмірність цих величин є такою:

$$[E(\omega, T)] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}, [a(\omega, T)] = 1.$$

Закон Кірхгофа формулюється таким чином: відношення здатності випромінювати до поглинальної здатності

$$\frac{E(\omega, T)}{a(\omega, T)}$$

не залежить від природи тіла, інших деталей, а лише від температури  $T$  і частоти  $\omega$ . Таким чином, відношення

$$\frac{E(\omega, T)}{a(\omega, T)} = f(\omega, T)$$

є деякою універсальною (не залежною від природи випромінювального тіла) функцією.

Абсолютно чорним називається ідеальне тіло, поглинальна здатність якого  $\alpha(\omega, T) = 1$  строго дорівнює одиниці для усіх частот і температур. Таким чином, універсальна функція Кірхгофа

$$f(\omega, T) = E_{абс}(\omega, T)$$

є функцією здатності абсолютно чорного тіла випромінювати.

У 1879 році Стефан, аналізуючи результати експериментів із випромінюванням чорного тіла, проведених Дюлонгом і Пті, а також Провосте і Десеном, показав, що ці виміри добре узгоджуються з припущенням, що потужність  $E$  випромінювання з одиниці поверхні тіла задовольняє закон

$$E = \sigma T^4,$$

де  $T$  – температура тіла,  $\sigma$  – коефіцієнт, не залежний від температури.

Перевіряючи цей закон, Тіндаль у 1880 р. встановив, що в разі нагрівання розжареного платиного дроту від слабкого «червоного» розжарення (близько  $525^\circ\text{C}$ ) до «білого» розжарення (приблизно  $1200^\circ\text{C}$ ) інтенсивність випромінювання зросла в 11,7 разу. Відношення ж абсолютних температур у четвертій ступені дорівнює 11,6.

У 1884 р. Больцман застосував відоме в молекулярно-кінетичній теорії газів міркування з циліндром і поршнем до електромагнітного рівноважного теплового випромінювання, розглянувши це випромінювання таким, що знаходиться в циліндрі з поршнем, і теоретично вивів закон Стефана. При цьому він розглянув не лише енергію  $u$ , а й тиск  $p$  рівноважного теплового випромінювання в циліндрі з поршнем. Він довів, що з електромагнітної теорії Максвелла випливає така залежність між тиском і об'ємною щільністю енергії випромінювання:

$$p = \frac{u}{3},$$

де  $u$  – об’ємна щільність енергії випромінювання.

У 1893 р. він, продовживши міркування Больцмана з випромінюванням у циліндрі з поршнем, вивів закон зміщення Віна, що стосується спектрального складу щільності енергії теплового випромінювання, і стверджує у формулюванні, яке пізніше надав цьому закону Тізен, що

$$u(\lambda, T) = T^5 \psi(\lambda T) = \lambda^{-5} \varphi(\lambda T),$$

де  $T$  – температура випромінювання,  $\lambda$  – довжина хвилі,  $\psi$  та  $\varphi$  – невідомі функції. Таким чином, функція  $u(\lambda, T)$  залежить від  $\lambda$  і  $T$  так, що для неї відношення  $u(\lambda, T)/T^5$  і добуток  $\lambda^5 u(\lambda, T)$  є функціями добутку  $\lambda T$  довжини хвилі й температури.

Об’ємна щільність  $u = u(T)$  повної енергії теплового випромінювання може бути представлена як інтеграл від спектральної об’ємної щільності  $u(T, \lambda)$ :

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(T, \lambda) d\lambda.$$

У 1895 р. Луммер і Він запропонували зручний спосіб дослідження випромінювання абсолютно чорного тіла за допомогою випромінювання, що його випускає замкнена порожнина з нагрітими стінками крізь маленький отвір (дірочку) в ній, такий маленький, що він не впливає на стан випромінювання в порожнині. Відтоді стали проводити надійні кількісні виміри інтенсивності і спектрального складу випромінювання абсолютно чорного тіла, що привели до формули Планка в 1900 р.

### **Дослідження оптичного випромінювання**

1802 року Волластон звернув увагу на те, що безперервний суцільний сонячний спектр уривається безліччю різких темних ліній. При цьому він спостерігав ті самі лінії на тих самих довжинах хвиль у спектрах, що їх випускають розжарені тіла, пари і збуджені гази у земних умовах, які, навпаки, були світлими на темному фоні. Дати пояснення темним лініям у сонячному спектрі Волластон не зміг.

У 1814–15 рр. Фраунгофер також досліджував темні лінії в сонячному спектрі й точно виміряв довжини їхніх хвиль, використовуючи відому на той час дифракцію на щіліні. Виявилось, що довжина хвилі особливо чіткої подвійної темної лінії в сонячному спектрі точно дорівнює довжині хвилі

яскравої жовтої подвійної лінії у спектрі полум'я масляної лампи (як потім з'ясувалося, D-лінії Na). Темні лінії сонячного спектра згодом стали називати «фраунгоферовими лініями».

У 1821 році Фраунгофер застосував для точного виміру довжин хвиль спектральних ліній сонячного спектра і земних джерел винайдені й виготовлені ним дифракційні ґрати. За їх допомогою він точно виміряв довжини хвиль багатьох ліній у спектрах. Темні лінії сонячного спектра він використовував як опорні еталонні лінії. Його виміри довжин хвиль спектральних ліній були значно точнішими, аніж ранні виміри їх величини Юнгом і Френелем.

Рекордними у ХХ ст. дифракційними ґратами стали ґрати з 5000 штрихів на 1 мм, що їх виготовив Роуланд, який працював в університеті Балтимора в США (університет Джона Гопкінса), за допомогою спеціальної так званої «ділильної машини». Пізніше в цьому університеті працював відомий американський оптик Роберт Вуд.

Спостереження фраунгоферових ліній в сонячному спектрі і жовтої D-лінії натрію в полум'ї масляної лампи або спиртового пальника поклали початок науки, названої «спектральним аналізом».

Одночасно з Фраунгофером дослідженнями спектрів забарвленого полум'я газового пальника займався Гершель. У 1823–29 рр. він вивчав полум'я, забарвлені стронцієм, міддю, бором та іншими елементами.

У 1826–34 рр. аналізом спектрів займався Тальбот, який помітив, що, хоча червоні стронцієве і літієве полум'я не можна розрізнити простим оком, вони дають різні картини ліній під час розгляду їх крізь призму.

У 1857 році Сван строго довів, що світла жовта лінія, яку завжди спостерігають у спектрі полум'я спиртового пальника, присутня також і в спектрі полум'я масляної лампи, і що її появу зумовлює натрій Na, що є компонентом поширеної речовини – куховарської солі NaCl. Сван досліджував багато полум'я і встановив, що спектральні лінії, які з'являються в полум'ї під час випаровування в ньому речовини, завжди знаходяться на одних і тих самих місцях у спектрі, тобто мають однакові довжини хвиль, незалежно від властивостей пальника, способу випаровування речовини тощо.

У 1859 році за два роки після появи роботи Свана Кірхгоф публікує славнозвісну двосторінкову статтю про фраунгоферові лінії, у якій поклав початок спектральному аналізу. Пославшись на свої експерименти з Бунзенем, Кірхгоф пояснив фраунгоферові лінії як лінії поглинання атмосфери Сонця. Кірхгоф в цій статті описав такий свій спільний із Бунзенем експеримент. У спектрі полум'я свічки вони спостерігали дві близькі світлі D-лінії, які

знаходилися на тому самому місці, що й дві темні близькі фраунгоферові D-лінії в сонячному спектрі. Лінії ці стали яскравішими, коли в полум'я свічки вносили куховарську сіль. Коли сонячні промені до вступу на щілину спектроскопа пропускали крізь полум'я, забарвлене куховарською сіллю, за послаблення сонячного світла на місці темних D-ліній з'являлися світлі жовті D-лінії. У разі посилення сонячного світла на місці світлих D-ліній несподівано у певний момент виникали дві темні D-лінії, які тепер були набагато різкіші й виразніші, аніж без проходження крізь полум'я з куховарською сіллю.

Кірхгоф пише: «Із цих спостережень я дійшов висновку, що забарвлене полум'я, у спектрі якого є світлі різкі лінії, настільки послаблює промені кольору цих ліній, які проходять крізь нього, що на місці світлих ліній з'являються темні лінії, якщо позаду полум'я знаходиться джерело світла достатньої яскравості, у спектрі якого цих ліній немає». І далі: «...я роблю висновок, що темні лінії сонячного спектра, які зроблені не атмосферою Землі, виникають завдяки присутності в розжареній атмосфері Сонця речовин у спектрі полум'я, що дають на тому самому місці світлі лінії. Можна стверджувати, наприклад, що наявність двох світлих ліній у спектрі полум'я, що збігаються з D-лініями, доводить, що в атмосфері Сонця є натрій».

Кірхгоф уважав, що Сонце має тверде розжарене до білого ядро, яке випускає промені всіх кольорів. Сонячна атмосфера, проте, утримує велику частину цих променів, зокрема, жовті промені натрію. Таким чином, сонячний спектр є спектр поглинання, в якому кольорові промені спектра сонячного ядра частково або повністю поглинені речовиною сонячної атмосфери.

Кірхгоф закінчив свою статтю словами: «Дослідження спектрів забарвленого полум'я набуло тепер нового високого інтересу» й оголосив, що збирається разом із Бунзеном провести подальші дослідження за допомогою спостереження встановленого ним явища послаблення полум'ям світлових променів.

Найважливішим у цій статті Кірхгофа є те, що він встановив зв'язок між променями, що їх випускає полум'я, і променями, що послабляються ним, коли крізь нього проходить біле світло.

Температуру ядра Сонця Кірхгоф уважав дуже високою, вважаючи, що з нього виходить основна частина сонячного випромінювання. Сонячні «плями» Кірхгоф розглядав як «хмари» сонячної атмосфери (скупчення щільної пари, що вийшла із сонячного ядра). Випромінювання, що його випускає сонячне ядро, проходить крізь ці пари сонячної атмосфери, які, хоча й розжарені, але мають температуру, меншу за температуру ядра. Атмосфера Сонця діє, таким

чином, подібно до натрієвого полум'я в описаному досліді Кірхгофа і Бунзена, тобто поглинає промені, які сама здатна випускати.

Тому спектр сонячного світла, що доходить до Землі, має темні фраунгоферові лінії, які відповідають променям, поглиненим сонячною атмосферою. При цьому багато спектральних ліній відповідає спектральним лініям відомих на Землі металів.

Із цього збігу Кірхгоф встановив, що атмосфера Сонця містить відомі на Землі метали у пароподібному стані. Звідси Кірхгоф дійшов важливого висновку, що речовина ззовні Землі теж містить відомі нам на Землі хімічні елементи.

Тепер встановлено, що сонячне ядро не тверде, а газоподібне, хоча його щільність дорівнює  $1,4 \text{ г/см}^3$ . Якби воно було рідким або твердим, воно мало б бути більшої щільності, позаяк складається з елементів важких металів. Через великий тиск і велику температуру щільність газоподібного сонячного ядра перевершує щільність води, але залишається газоподібним.

Доказом теорії Кірхгофа фраунгоферових ліній слугує спостереження протуберанців сонячної корони під час повних сонячних затемнень. Темні фраунгоферові лінії на світлому фоні в них перетворюються на моменти затьмарень у світлі лінії на темному фоні. Повне сонячне затемнення 1868 р. продемонструвало це вперше.

Якщо два тіла однакової температури поміщено в замкнену порожнину із дзеркальними стінками, вони перебуватимуть у рівновазі один з одним і з випромінюванням, що їх оточує. Звідси можна відразу дійти висновку, що здатності до випромінювання і поглинання обох тіл мають перебувати в однаковому відношенні. Наприклад, якщо перше тіло випромінює теплові промені певної довжини хвилі в 10 разів сильніше, ніж друге, то воно в умовах рівноваги повинне й поглинати ці теплові промені в 10 разів сильніше, ніж друге тіло.

Кірхгоф відзначає: «...що справедливо для теплових променів, має бути справедливо й для світлових, оскільки теплові та світлові промені, подібно до різних кольорових променів, відрізняються один від одного лише частотою світлових коливань».

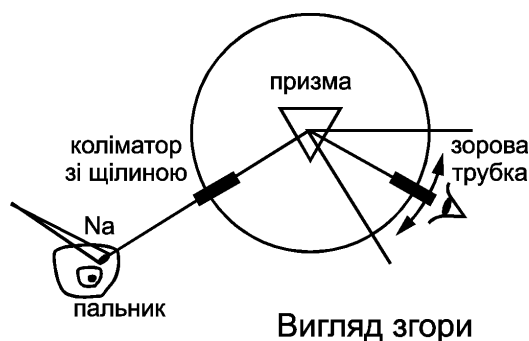
Цей висновок не цілком справедливий, оскільки в експериментах оптичне випромінювання, на відміну від теплового, завжди нерівноважне.

У 1859–62 рр. Кірхгоф і Бунзен провели експерименти з вивчення спектрів пари багатьох відомих на той час речовин, що випаровуються в полум'ї бунзенівського пальника. Знаменитий пальник Бунзена (винайдений ним у

1857 р. відомий нам звичайний газовий пальник) дає високотемпературне безбарвне полум'я, що не світиться і дає змогу під час переходу в пароподібний стан речовини, що її вносять у полум'я, спостерігати спектр лише цієї речовини, не збагачений лініями полум'я.

Кірхгоф і Бунзен встановили, що світлі лінії в спектрі випромінювання характерні для кожного випромінювального хімічного елемента (втім, раніше це відкрив ще Тальбот). Раніше факт того, що спектральні лінії забарвленого полум'я характеризують саме розжарену в полум'ї до пароподібного стану речовину, не був твердо встановлений.

Кірхгоф для експериментів із спектрами винайшов спеціальний прилад. Цей спектроскоп із призмою і зоровою трубкою, показаний на рисунку, – перший прилад, спеціально призначений для спостереження і вивчення спектрів. Досліджувану речовину прикріплювали на платиновий дріт і вносили в полум'я пальника, де вона випаровувалася, при цьому світло від розжареної пари спрямовувалося на вхідну щілину спектроскопа.



Спектральний аналіз Бунзен і Кірхгоф перетворили на засіб особливо чутливого хімічного аналізу: розпізнавання наявності або відсутності хімічних елементів у досліджуваній речовині.

Спектральні дослідження привели їх до відкриття двох нових хімічних елементів цезію і рубідію. Бунзен відкрив цезій у 1860 р. і рубідій – у 1861-му. Елементи ці дістали назву за характерною для них червоною і блакитною лініями спектра: *rubeus* – червоний (лат.), *caesius* – блакитний (лат.). Пізніше за допомогою спектроскопа були відкриті також талій, галій, індій і гелій.

До Кірхгофа і Бунзена ще Гершель і Тальбот стверджували, що за допомогою спектральних досліджень можна виявити присутність найнікчемніших кількостей речовини. Кірхгоф і Бунзен визначили, наприклад, що одна тримільйонна частка міліграма хлористого натрію (куховарської солі) забарвлює полум'я настільки, що дає яскраву D-лінію.

Використовуючи спектроскоп із дифракційними ґратами, Онгстрем з

великою точністю визначив положення багатьох фраунгоферових ліній і 1869 року склав перший атлас цих ліній.

Після Кірхгофа і Бунзена багато фізиків детально досліджували спектри хімічних елементів і виміряли багато довжин хвиль ліній у цих спектрах і їх відносні інтенсивності.

До доповіді 1882 р. Британській асоціації відомого оптика сера Шустера основним призначенням аналізу спектрів атомів і молекул вважали ідентифікацію наявності хімічних речовин у незначних кількостях. Такі дослідження спектрів тому й називалися «спектральним аналізом», за аналогією зі звичайним «хімічним аналізом». У цій доповіді Шустер висловив думку про те, що в майбутньому основною метою вивчення спектрів стане «аналіз структури атомів і молекул» та їхнього «устрою», і запропонував для цієї нової науки назву «спектроскопія».

## 1.2 Квантова природа світла

### Гіпотеза Планка

У 1900 р. Планк теоретично пояснив форму експериментальної кривої спектральної інтенсивності теплового випромінювання абсолютно чорного тіла за допомогою припущення про випромінювання енергії порціями – квантами. Планк висловив свою квантову гіпотезу в такому вигляді: енергія світла випускається і поглинається атомами речовини не безперервно, як випромінює і поглинає класичний електромагнітний випромінювач електромагнітні хвилі, а порціями – квантами. Хоча сам Планк ще не наважився говорити про корпускули світла, які виходили з його гіпотези. Це зробив у 1905 р. Ейнштейн, який повернув у фізичну оптику світлову корпускулу, яку назвали «фотон». На відміну від класичних корпускул фотони мають складні фізичні властивості, що виражаються в їх подвійній корпускулярно-хвильовій природі.

Плоска світлова хвиля частоти  $\omega$  характеризується порціями енергії величини  $\varepsilon = \hbar \omega$ , де  $\hbar$  – так звана перекреслена стала Планка  $\hbar = h/2\pi$ , рівна  $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Сам Планк користувався не частотою  $\omega$ , а частотою  $\nu$ , тому його формула для кванта енергії мала вигляд  $\varepsilon = h\nu$ . Значення сталої  $h$  Планк визначив з порівняння своєї формули для здатності випромінювання абсолютно чорного тіла з експериментом.

Стала Планка має розмірність «механічної дії»:

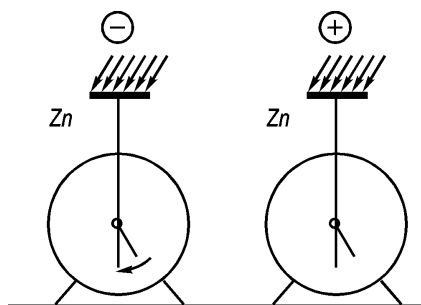
$$\text{РОЗМІРНІСТЬ } h = \text{ІМПУЛЬС} \times \text{ДОВЖИНА} = \text{ЕНЕРГІЯ} \times \text{ЧАС.}$$

Дві фундаментальні класичні моделі фізичного об'єкта суперечать одна одній: система матеріальних точок і суцільне середовище таке, що заповнює простір і коливається безперервно. Їх не можна застосовувати до одного і того самого об'єкта, у цьому випадку до світла. У хвильової та корпускулярної теорій світла про значення швидкості світла у воді (більше або менше швидкості світла в порожнечі) протилежні висновки. І водночас результати численних експериментів, зокрема зі світлом, потребують використання обох цих моделей для пояснення його властивостей.

У мікросвіті панує корпускулярно-хвильовий дуалізм. На це обов'язково потрібно зважати в атомній і субатомній фізиці. Згідно з квантовими уявленнями під час опису одного і того самого фізичного об'єкта можна користуватися і корпускулярною, і хвильовою моделями, але в межах, що їх встановив Гейзенберг у 1927 році.

### Фотоефект

У праці 1887 р., присвяченій відкриттю електромагнітних хвиль, Герц описав спостережене ним явище фотоефекту. Повітря в іскровому проміжку його установки більше проводило електрику в разі освітлення проміжку ультрафіолетовим світлом. Гальвакс (працював у Герца) встановив у 1888 р., що негативно заряджений електроскоп розряджається в разі опромінення пластинки цинку Zn, сполученої з електроскопом. Світло, падаючи на пластинку Zn, виривало з неї електрони, які відштовхувалися від негативно зарядженої пластинки. Електричний заряд йшов з пластинки, як це показано на рисунку ліворуч.

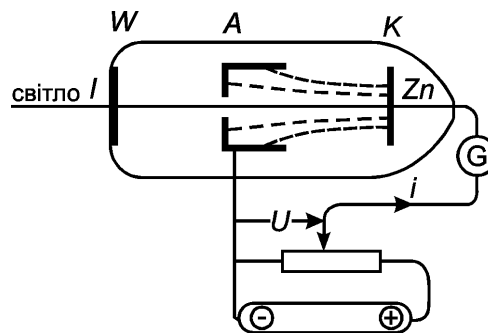


Коли пластинку було з'єднано з незарядженим електроскопом та опромінювали ультрафіолетовим світлом (правий рисунок), електроскоп поступово заряджався позитивною електрикою. Позитивно заряджена пластинка Zn повертала вирвані світлом електрони, поки не встановлювалася рівновага за деякого потенціалу  $\phi$  електроскопа, коли всі електрони

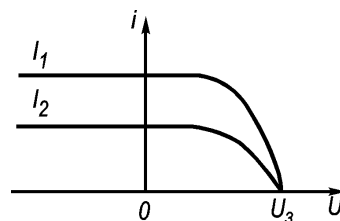
повертаються.

Ретельне дослідження фотоефекту зробив Міллікен у 1914 році. Його установку схематично зображено на наступному рисунку. Всередину вакуумної трубки впаяно металеві катод  $K$  й анод  $A$  і кварцове віконце  $W$  для пропускання всередину трубки ультрафіолетового світла, оскільки скло поглинає ультрафіолет. Катод – це металева пластинка (наприклад із  $Zn$ ). Анодом є циліндр з отвором, крізь який проникає світло і йде до катода.

Електрони, що поглинають енергію квантів світла, емітують із катода і збираються циліндричним анодом, як показано на рисунку.



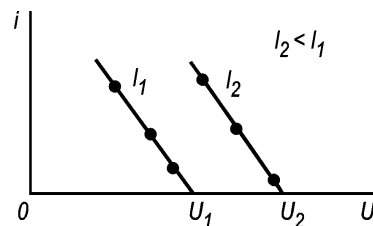
Між катодом і анодом створюється затримувальна напруга  $U$ , що перешкоджає руху електронів від катода до анода. Напругу  $U$  можна змінювати за допомогою потенціометра до значення, коли напруга не давала електронам змоги зовсім потрапити на анод. Вимірюваний гальванометром  $G$  фотоелектричний струм  $i$  («фотострум») був прямо пропорційний інтенсивності  $I$  випромінювання, а різниця потенціалів  $U = U_3$ , що затримує весь фотострум, залежить лише від довжини хвилі світла  $\lambda$  і не залежить від його інтенсивності  $I$ .



На рисунку представлено дві криві залежності фотоструму  $i$  від напруги  $U$  за двох значень інтенсивності  $I_1$  та  $I_2$  світла однакової довжини хвилі  $\lambda$ , причому  $I_1 > I_2$ . За негативної напруги  $U$  (коли напруга прискорює електрони) фотострум  $i$  не залежить від  $U$ , але він різний за різної інтенсивності світла. У разі позитивної напруги  $U$  (коли напруга уповільнює електрони з катода, що летять до анода) фотострум швидко зменшується зі зростанням напруги, поки за деякої напруги  $U = U_3$  не припиняється. При цьому  $U_3$  не залежить від

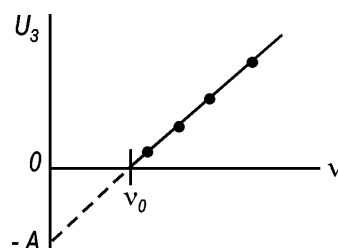
інтенсивності світла.

Електрони, що емітують з катода, мають різні швидкості. Задаючи на аноді потенціал, менший за потенціал катода (затримувальну напругу  $U$ ), можна визначити швидкості, з якими електрони емітують з катода, вимірюючи струм  $i$ . Електрони, що мають невелику швидкість, проходять деяку відстань до анода, долаючи затримувальну різницю потенціалів, зупиняються і повертаються назад на катод. Визначаючи число електронів, що приходять на анод за різних затримувальних потенціалів  $U$ , можна визначати швидкості фотоелектронів.



Фотоелектрони з катода емітують зі швидкостями, починаючи від  $v = 0$  і до  $v = v_{max}$ , причому максимальна швидкість  $v_{max}$  для кожного металу визначається лише довжиною хвилі  $\lambda$  світла і не залежить від його інтенсивності  $I$ . Струм  $i$  зі збільшенням  $U$  зменшується, поки при  $U = U_3$  не перетворюється на нуль. Експериментальні результати, отримані для монохроматичного світла двох різних довжин хвиль  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$ , і дають два значення затримувального потенціалу  $U_{31}$  та  $U_{32}$ , причому  $\lambda_2 < \lambda_1$ .

Функція  $U_3(\nu)$  – залежність затримувального потенціалу  $U_3$  від частоти світла  $\nu = c/\lambda$  – буде лінійною, як показано на рисунку, причому за деякої частоти  $\nu = \nu_0$  вона перетворюється на нуль. Цю частоту називають критичною, або «червоною межею» фотоефекту  $\nu_0 = c/\lambda_0$ . Її можна представити у вигляді  $\nu_0 = A/e$ , де  $e = |e|$  – заряд електрона, величина  $A$  називається «роботою виходу» (електрона з металу).



Таким чином

$$eU_3 = h\nu - A.$$

Робота виходу  $A$  чутлива до чистоти поверхні металу фотокатода, яка

зазвичай забруднена адсорбованими і хімічно активними газами.

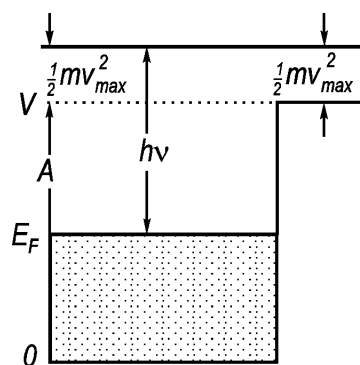
У 1905 році Ейнштейн запропонував правильну теорію фотоелектричного ефекту, запровадивши уявлення про квант світла – фотон. Фотоефект є сумарним ефектом, що складається з незалежних елементарних актів взаємодії кожного окремого фотона з металевою поверхнею. При цьому в результаті кожної взаємодії одного фотона з металом з поверхні металу виходить (емітує) один електрон.

Ейнштейн припустив, що квант енергії монохроматичного світла частоти  $\nu$  (фотон) має енергію  $h\nu$ , де  $h$  – стала Планка. В елементарному акті взаємодії фотона з поверхнею металу має виконуватися закон збереження енергії у вигляді

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

де  $A$  – мінімальна енергія, необхідна для вивільнення електрона з металу,  $mv_{\max}^2 / 2$  – максимальна кінетична енергія емітованого з металу електрона.

На наступному рисунку представлена енергетична діаграма елементарного акту фотоефекту. Зображення потенційної енергії електрона в металі має форму прямокутної потенційної ями глибини  $V$ . Зображений рівень Фермі  $E_F$  для вільних електронів у металі. Енергетична відстань від рівня Фермі  $E_F$  до енергії верхнього краю прямокутної потенційної ями  $V$  є роботою виходу  $A$ .



Під час взаємодії фотона з енергією  $h\nu$  з електроном біля поверхні повинен виконуватися, окрім закону збереження енергії, і закон збереження імпульсу. Якщо імпульс фотона  $h\nu/c$  увесь передати електрону, він би рухався не до поверхні, а від поверхні. Баланс енергії та імпульсу в цьому елементарному акті може бути здійснений лише за врахування сил, що діють на електрон в металі з боку іонів ґрат, які сприймають імпульс фотона і розподіляють його на кристал загалом.

Електрон, який поглинає фотон усередині металу, зазнає багатьох зіткнень, перш ніж досягне поверхні. Зіткнення електронів зі швидкостями, близькими до максимальної швидкості  $v_{max}$ , з іонами ґрат і домішками пружні й відхиляють електрон від руху до поверхні. Водночас зіткнення електронів з електронами, що летіли до поверхні під кутом, можуть спрямувати їх у бік поверхні. Але непружні зіткнення електрона з іншими електронами трапляються дуже рідко.

Таким чином, за частоти біля «червоної межі» можливий лише поверхневий фотоэффект. За великих частот стає можливим також об'ємний фотоэффект.

Вільний електрон, що перебуває у спокої, не може повністю поглинути фотон. Дійсно, нехай  $\omega$ ,  $k$  – кутова частота і хвильовий вектор фотона, а  $p$  – імпульс електрона. Тоді через закони збереження імпульсу та енергії маємо два такі співвідношення:

$$\hbar k = p, \quad \hbar\omega + mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4},$$

де  $m$  – маса спокою електрона,  $mc^2$  – енергія спокою електрона (припускаємо, що до зіткнення з фотоном електрон перебував у спокої).

Таким чином,  $\hbar\omega = c\hbar k = cp$ , тоді

$$pc + mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$$

$$p^2c^2 + 2pms^3 + m^2c^4 = p^2c^2 + m^2c^4,$$

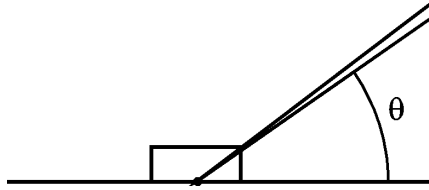
отже,

$$2pms^3 = 0,$$

що є неможливим, бо  $p \neq 0$ .

## Ефект Комптона

Комптон у 1923 р. виявив що в разі розсіяння шматком парафіну пучка рентгенівських променів із довжиною хвилі близько  $1\text{Å} = 10^{-8}\text{ см} = 10^{-10}\text{ м}$  спостерігається ефект, що суперечить пророцтвам класичної фізики. Хоча пучок рентгенівських променів і розсіювався пружно блоком парафіну в усіх можливих напрямках (як світло в оптичному експерименті з пружного розсіяння світла), але довжина хвилі  $\lambda'$  розсіяного парафіном випромінювання в напрямку, що становить кут  $\theta$  із напрямком пучка, виявилася більше за довжину хвилі  $\lambda$  первинного пучка.



Зміна довжини розсіяного рентгенівського випромінювання підкоряється такому закону:

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta),$$

у якому  $\theta$  – кут розсіяння,  $m$  – маса електрона,  $c$  – швидкість світла,  $h$  – постійна Планка,  $\lambda'$  – довжина хвилі розсіяного рентгенівського випромінювання (в оптичних експериментах із пружного розсіяння світла вона дорівнює довжині хвилі  $\lambda$  світла первинного променя). Комбінація величин  $h/mc$  має розмірність довжини, оскільки

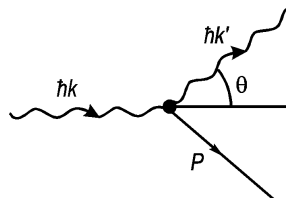
$$\left[ \frac{h}{mc} \right] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \text{м},$$

і називається «комптонівською довжиною».

Ефект Комптона послужив доказом, що фотон частоти  $\omega$  має не лише енергію  $\varepsilon = \hbar\omega$  за Планком і довжину хвилі  $\lambda = 2\pi c/\omega$  за Ейнштейном, а й імпульс  $p = \hbar k$ , де  $k$  – хвильовий вектор фотона, модуль якого дорівнює  $k = 2\pi/\lambda$  і який спрямований у напрямку руху фотона.

При цьому фотон, як і електрон, є релятивістською часткою, для якої маса спокою дорівнює нулю, тож для нього енергія та імпульс пов'язані співвідношенням  $\varepsilon = cp$ .

Формулу, що описує ефект Комптона, можна вивести теоретично, застосувавши релятивістські закони збереження енергії та імпульсу до елементарної реакції фотон + електрон = електрон' + фотон', тобто до реакції  $e + \gamma = e' + \gamma'$ , вважаючи фотон і електрон класичними точковими релятивістськими частками.



Фотон має енергію  $\varepsilon = \hbar\omega$  та імпульс  $p = \hbar k$ , де  $k$  – хвильовий вектор ( $|k| = k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число).

Атомний електрон можна вважати вільним, оскільки рентгенівський фотон має енергію, набагато більшу за енергію зв'язку електрона з атомом (тому цією енергією зв'язку можна знехтувати).

Згідно із законом збереження імпульсу

$$\hbar k = p + \hbar k', \quad \hbar k - \hbar k' = p,$$

де  $\hbar k$  – імпульс фотона до зіткнення з електроном,  $\hbar k'$  – його імпульс після зіткнення з електроном,  $p$  – імпульс електрона після зіткнення. Вважаємо, що до зіткнення електрон перебував у спокої та його імпульс дорівнював нулю:  $p = 0$ .

Зводячи друге приведенне співвідношення у скалярний квадрат, отримуємо

$$p^2 = \hbar^2 k^2 - 2\hbar^2 (kk') + \hbar^2 k'^2;$$

беручи до уваги, що  $\omega = ck$ ,  $\omega' = ck'$  і помноживши це співвідношення на  $c^2$ , приходимо до співвідношення

$$c^2 p^2 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 - 2\hbar\omega\omega' \cos \theta.$$

Тепер, згідно із законом збереження енергії, маємо

$$\hbar\omega + mc^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} + \hbar\omega';$$

або

$$\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} = \hbar\omega + mc^2 - \hbar\omega',$$

де  $m$  – маса спокою електрона. Зводячи це співвідношення у квадрат, щоб позбутися кореня, і використовуючи виведену формулу для  $c^2 p^2$ , після нескладних перетворень отримуємо, що

$$\hbar^2 \omega \omega' (1 - \cos \theta) = \hbar\omega mc^2 - \hbar\omega' mc^2;$$

отже,

$$\frac{\hbar}{mc} (1 - \cos \theta) = \frac{c}{\omega'} - \frac{c}{\omega}.$$

Оскільки  $c/\omega = 1/k = \lambda/2\pi$ , звідси то остаточно отримуємо формулу ефекту Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos\theta) = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta).$$

### 1.3 Становлення корпускулярних і хвильових уявлень про природу світла

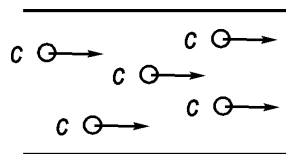
Фундаментальна властивість усіх мікрочасток без винятку – їхня подвійна корпускулярно-хвильова природа.

Мікрочастками (елементарними частками) є фотони, електрони, атоми, ядерні частки (протони і нейтрони) і ще близько сотні відкритих дотепер часток.

Частку не можна уявляти собі ані у вигляді «корпускули», скажімо, кульки дуже маленьких розмірів, або у вигляді фізичної матеріальної точки, ані у вигляді хвилі, тобто збурення, що поширюється у суцільному середовищі («корп» латиною – тіло, «корпускула» – маленьке тільце). Мікрочастка має одночасно властивості корпускули і хвилі. В одних експериментах мікрочастка поводитья як корпускула, її властивості схожі на властивість маленької кульки, або матеріальної точки, в інших експериментах вона поводитья як хвиля, і її можна представити у вигляді збурення, що поширюється в безперервному середовищі. Мікрочастка є і корпускулою, і хвилею водночас.

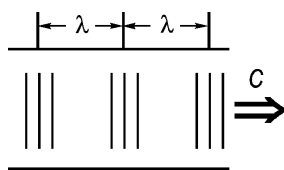
Але в будь-якому експерименті мікрочастку можна розглядати одночасно і як корпускулу, і як хвилю. При цьому фізичні величини встановлюють із певною часткою нечіткості («розпливчатості») або, як то кажуть, «невизначеності», що задається так званими «співвідношеннями невизначеності». Фізичні величини, що характеризують частку, – це енергія  $\epsilon$  та імпульс  $p$  частки. Фізичні величини, що характеризують хвилю, – це частота  $\nu$  і довжина хвилі  $\lambda$ .

В оптиці елементарним об'єктом є світловий пучок, зокрема, паралельний монохроматичний світловий пучок.



За корпускулярними уявленнями монохроматичний світловий пучок є потоком точкових часток – фотонів, причому всі частки в пучку летять з однією швидкістю  $c$  – швидкістю світла. За хвильовими уявленнями монохроматичний світловий пучок є хвилею, тобто збуренням, що поширюється зі швидкістю  $c$  у

безперервному середовищі – особливому світлоносному середовищі, яке називають «ефіром».



Подвійну корпускулярно-хвильову природу світла усвідомлювали поступово впродовж трьох століть, тобто впродовж усієї історії сучасної оптики (що почалася в першій половині XVII ст. одночасно з появою взагалі усієї сучасної фізики, тобто з Галілея і Декарта).

### Геометрична оптика

Геометрична оптика є теорією променів світла – це головний і єдиний її об'єкт. Розрізняють геометричну (елементарну) оптику, оптику і фізичну оптику. Фізична оптика займається фізичною природою світлових явищ. Вона виникла у другій половині XVII ст. і пов'язана з іменами Декарта, Ферма, Гюйгенса, Ньютона. Геометрична оптика не цікавиться фізичною природою світла. Вона з'явилася ще в античні часи, тривалий час її вважали розділом геометрії («Начала» Евкліда) або астрономії («Альмагест» Птолемея).

Геометрична оптика базується на чотирьох законах стосовно ходу променів світла:

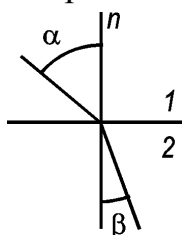
1. Закон прямолінійного поширення променя світла (в однорідному середовищі).
2. Закон незалежності променів світлового пучка один від одного.
3. Закон віддзеркалення променя, що падає на поверхню: кут віддзеркалення дорівнює куту падіння, причому промінь, що падає, відбитий промінь і нормаль до поверхні в точці падіння променя лежать в одній площині.
4. Закон заломлення світла, що падає на межу двох прозорих середовищ: відношення синуса кута падіння  $\alpha$  до синуса кута заломлення  $\beta$  є константа  $n$ , не залежна від кута падіння

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n,$$

причому промінь, що падає, заломлений промінь і нормаль у точці до поверхні розділу середовищ лежать в одній площині. Константу  $n$  назвали відносним показником заломлення середовища 2 стосовно середовища 1 (на рисунку).

Кутом падіння називається кут між променем, що падає, і нормаллю до

межі розділу середовищ, в точці падіння променя. Кутом заломлення називається кут між заломленим променем і нормаллю до межі розділу середовищ.



Закон віддзеркалення світла був відомий ще в давнину. Закон заломлення світла був відкритий Снелліусом (Снеллом) у 1621 р. і теоретично пояснений у 1637 р. Декартом у його «Діоптриці» на основі корпускулярних уявлень про світло. У «Діоптриці» Декарт дав перше правильне пояснення веселки на небі. Він пояснив закони віддзеркалення і заломлення світла на основі теорії корпускул наявністю сили, що діє на корпускулу на межі розділу двох середовищ. Корпускулу він вважав маленькою кулькою, що налітає на поверхню розділу середовищ, яку він уявив у вигляді натягнутої тканини. Корпускула або відкидається цією тканиною, або прориває її і потрапляє у друге середовище, з іншим напрямком і величиною швидкості. Промінь світла при цьому змінює свій напрямок, заломлюється поверхнею. Декарт взяв до уваги, що сила, яка діє на корпускулу з боку тканини, у момент прориву нею тканини перпендикулярна тканині, тобто спрямована по нормалі до поверхні тканини, і тому імпульс корпускули не змінюється вздовж тканини під час переходу корпускули з першого середовища в друге у момент прориву. Умова безперервності тангенціальної складової імпульсу під час переходу корпускули з першого середовища в друге має вигляд:

$$mv_1 \sin \alpha = mv_2 \sin \beta,$$

де  $m$  – маса корпускули,  $\alpha$  і  $\beta$  – кути падіння і заломлення,  $v_1$  і  $v_2$  – швидкість світла в першому і в другому середовищі відповідно. Таким чином, за Декартом,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1} = n,$$

і виходить закон заломлення. При цьому показник заломлення  $n = v_2 / v_1$  виявляється рівним відношенню швидкості світла в другому середовищі до швидкості світла в першому середовищі. Хвильова теорія світла дає зворотне відношення:  $n = v_1 / v_2$ .

У 1662 році Ферма запропонував пояснення законів віддзеркалення і

заломлення за допомогою проголошеного принципу *найменшого часу поширення променя між двома точками*, згідно з яким світло поширюється між двома заданими точками шляхом, для проходження якого йому потрібний найменший час.

### **Ньютон і корпускулярна теорія світла**

У XVIII ст. зміцнилася корпускулярна теорія світла, творцем якої вважали за правом Ньютона, який її чітко сформулював у XVII ст. Вчення про світло до Ньютона розвивалося у формі геометричної оптики – теорії променів світла, що прямолінійно поширюються, змінюють свої напрямки згідно із законами віддзеркалення і заломлення на межах середовищ. Ньютон, як і Декарт, використовував корпускулярну теорію світла, часом з істотними застереженнями.

За часів Ньютона у фізиці існувала проблема пояснення явища кольору світлових променів. Тоді вважали правильною помилкову теорію кольорів Аристотеля, що збереглася з античних часів і пояснювала кольори змішенням «світла» і «темряви» у різних пропорціях. Ньютон зробив славнозвісне відкриття про природу білого світу. 1666 року він спрямував на скляну призму пучок сонячного світла, що виходив з отвору у вікні, і розклав білий світ у просторі на спектр (послідовність) кольорів: червоний, помаранчевий, жовтий, зелений, блакитний, синій, фіолетовий. Потім за допомогою другої призми цей самий кольоровий спектр знову зібрав у пучок білого світла. Таким чином Ньютон довів, що кольори не «створюються» призмою, а «присутні» в найбільшому світлі, призма лише «сортує» ці кольори. Він пояснив свій дослід явищем дисперсії світла різних довжин хвиль у склі призми, тобто залежністю показника заломлення скла призми від довжини хвилі світла. А довжину хвилі окремого світлового променя Ньютон пов'язав із його кольором.

Джерелом світла у Ньютона було Сонце, яке і після Ньютона тривалий час було єдиним джерелом світла в оптичних експериментах фізиків.

Ньютон відкрив також відомі «кільця Ньютона» – одне з перших досліджених в оптиці інтерференційних явищ. Кільця Ньютон спостерігав в околиці точки контакту довгофокусної плоско-опуклої лінзи, що лежала опуклим боком на поверхні оптичної плоско-паралельної пластинки (з ідеально плоскими паралельними поверхнями).

Прибічник хвильової теорії світла Гук (на той час учений секретар Королівського товариства Англійської академії наук) піддав критиці роботу Ньютона про «кільця», в якій він пояснював кільця з позицій чисто

корпускулярної теорії. Надалі Ньютон про фізичну природу світла висловлювався дуже обережно. На словах він не надавав переваги ані корпускулярній, ані хвильовій теорії, але залишався на позиціях корпускулярної теорії. Він вигадав деякий «періодичний процес» зміни стану світлової корпускули і розвинув «теорію нападів», або «припадків», що відбуваються з періодом світлових коливань світлової корпускули, яка падає на поверхню розділу двох середовищ. Під час падіння корпускула перебуває у стані або «найкращого проходження», або «найкращого віддзеркалення». Інтерференції кільця Ньютон намагався пояснити також «припадками». Починаючи з Гравесанда у XVIII ст. послідовники оголосили Ньютона автором корпускулярної теорії, прибічником якої він дійсно був.

Пізніше Ньютон став наділяти корпускулу «сторонами деякого квадрата», щоби пояснювати експерименти з подвійного променезаломлення в ісландському шпаті, де проявлялася поляризація світла.

Деякі історики фізики бачать у теорії світла Ньютона зародок квантової теорії фотона з його корпускулярно-хвильовим дуалізмом: хоча й не чітке, але все-таки подвійне уявлення про природу світла – корпускули (частки) і хвилі (коливального збурення, що поширюється у безперервному середовищі). Але таке розуміння основ квантової механіки є великим перебільшенням. Уявлення Ньютона про світло були дуже далекі від сучасного уявлення про фотони.

Уявлення про світлові корпускули було в дусі популярної на той час і успішно створеної саме Ньютоном «Небесної механіки». Сонячну систему (Сонце, Землю з Місяцем, планети з їх супутниками) розглядали як систему матеріальних точок, що рухаються під дією відкритих Ньютоном сил всесвітнього тяжіння згідно з трьома законами механіки.

Успіхи класичної механіки, викладеної Ньютоном у 1687 р. у славнозвісних «Математичних принципах натуральної філософії», більш ніж переконливо свідчили, що не лише Сонячна система, а й узагалі всі тіла природи є об'єднанням у системи матеріальних точок, і що властивості тіл слід пояснювати винятково взаємодіями рухливих матеріальних точок, що становлять ці тіла. Там само Ньютон сформулював основні принципи диференціального й інтегрального числення – математичного апарату класичної механіки (що його незалежно від Ньютона відкрив Лейбніц).

На ціле століття після Ньютона філософія матеріальних точок (так звана «механістична філософія») стала панівною. Наприклад, Лаплас на початку XIX ст. у п'ятитомній «Небесній механіці» успішно пояснював явища поверхневого натягнення, капілярності та змочування рідин взаємодіями

матеріальних точок (якими він вважав молекули рідини), що притягують одна одну. У «Небесній механіці» вперше описано блискучий кількісний збіг теоретичних пророцтв Ньютона з механіки Сонячної системи з точними астрономічними вимірами рухів планет і супутників.

### **Хвильова теорія світла**

Хвильову теорію ясно сформулював 1678 року Гюйгенс і виклав в 1690 р. у своєму «Трактаті про світло». На основі хвильового фронту, що поширюється, з побудовою вторинних хвиль Гюйгенс пояснив не лише закони віддзеркалення і заломлення світла, а й двозаломлення світла в ісландському шпаті, що його відкрив у 1670 р. Бартолінус (оптичне явище, коли під час заломлення виникає не один, а два промені). В експериментах з ісландським шпатом проявилось явище поляризації світла, яке Гюйгенс до кінця не розумів, бо вважав світлові хвилі поздовжніми (як звукові хвилі), а не поперечними (як насправді).

Гюйгенс просив данського астронома Рьомера виміряти швидкість світла в порожнечі і в середовищі. Але через експериментальні труднощі ці виміри на той час провести не вдалося.

Хвильова теорія світла не могла пояснити прямолінійність поширення світла й утворення світлом різких тіней. Прямолінійність поширення світла пов'язана з надзвичайно малою довжиною світлових хвиль. На той час не було відкрито, що оптичні хвилі мають довжини хвиль близько  $0,1 \text{ мкм} = 10^{-7} \text{ м}$  і не огинають перешкоди, як звукові хвилі з довжиною близько  $1 \text{ м} - 1 \text{ см}$  і швидкістю в повітрі  $\sim 300 \text{ м/с}$ .

На початку XIX ст. хвильова теорія знов почала розвиватися як теорія пружних хвиль у пружному твердому тілі. Середовище, здатне передавати поперечні хвилі, має бути твердим (у газах і рідинах звукові (пружні) хвилі є лише поздовжніми, жодних поперечних хвиль у газах і рідинах не існує). Тверде тіло, в якому поширювалися світлові хвилі, назвали «світлоносним ефіром». Він мав бути дуже твердим (швидкість світла є величезною  $c = 300000 \text{ км/с}$ ). Водночас цей ефір не повинен був чинити помітного опору фізичним тілам, що рухаються в ньому. Це було парадоксом. Але всю першу половину XIX ст. панувала пружна твердотільна теорія світла, доки у другій половині XIX ст. її не змінила максвеллівська електромагнітна теорія.

Гюйгенс був президентом Французької академії наук. Гук був ученим секретарем Лондонського королівського товариства, сучасником і опонентом Ньютона, демонстратором при королівському дворі. Їхні здобутки в розвитку

хвильової теорії були незаперечні. Блискучий представник математики і механіки XVIII ст. Ейлер дотримувався хвильової теорії світла. І все ж до початку XIX ст. відомі фізики і математики, такі, як Лаплас, Пуассон, Біо та ін., брали за істинну саме корпускулярну теорію і за її допомогою всіляко пояснювали інтерференційні й дифракційні явища, як це робив Ньютон.

На початку XIX ст. у фізичній оптиці сталася революція: Юнг і Френель блискуче обґрунтували хвильову теорію світлових явищ. Френель встановив, що світлові хвилі є не поздовжніми, а поперечними хвилями, на відміну від звукових хвиль у повітрі, та вперше виміряв довжину світлових хвиль. На основі хвильової теорії він пояснив велике число експериментів з інтерференції, дифракції і поляризації світла. Більшу частину експериментів Френель поставив сам (розробив «біпризму», «бідзеркало» тощо). Він створив елементарну теорію «інтерференційних смуг», показав, як із вимірів відстаней між цими смугами можна простим обчисленням визначити довжину  $\lambda$  монохроматичної світлової хвилі. Виявилось, що довжини хвиль дуже маленькі, близько  $10^{-7}$  м = 0,1 мкм.

1849 року Фізо і Фуко вперше виміряли швидкості світла в повітрі та у воді, причому у воді вона виявилася рівною  $\frac{3}{4}$  швидкості світла в повітрі, тобто менше, ніж у повітрі: результат цілком узгоджується із хвильовою теорією і суперечить теорії корпускулярній. Швидкість світла до цього виміряв Ремер астрономічним шляхом наприкінці XVII ст. Ремер спостерігав упродовж земного року зміни інтервалів між послідовними затьмареннями одного із супутників Юпітера. Тобто моменти, коли супутник, спостережуваний із Землі, заходив за диск Юпітера, і це відбувалося щопівтори доби. Вдруге астрономічний вимір швидкості світла зробив у 1728 р. Бредлей (Бредлі) із спостережень так званої «аберації» зірок. Зірки впродовж року описують на небі відносно інших зірок дуже маленькі еліпси різного ексцентриситету залежно від величини полярного кута зірки, і розміри цих еліпсів визначаються швидкістю світла.

Ще Галілей намагався виміряти швидкість світла за допомогою двох спостерігачів із лампами, що перебувають на великій відстані один від одного. Один зі спостерігачів відкривав екран своєї лампи, а другий фіксував момент появи світла і, своєю чергою, відсував екран своєї лампи. Перший спостерігач вимірював час між моментом відкриття своєї лампи і моментом появи світла від лампи другого спостерігача. Знаючи цей час і відстань між спостерігачами, можна обчислити швидкість світла. Спосіб виявився непридатним через величезну швидкість світла.

Фізо застосував диск із зубцями по його колу, що швидко обертається. Світло, яке падало на диск, відсікалося зубцем і поширювалося до дзеркала, що знаходиться на великій відстані, відбивалося від нього й надходило знову на диск, що обертався. За швидкості обертання диска, коли диск повертався на один зубець, а світло відбивалося від дзеркала, світло було видно. Час поширення світла від диска до дзеркала і назад дорівнювало часу повороту диска на один зубець. Цей час Фізо і виміряв. Експеримент Фізо вдосконалив і повторив у 1874 р. Корню. Знайдене значення швидкості світла у повітрі дорівнювало 313330–313400 км/с. За допомогою багатогранного циліндричного дзеркала, що обертається, Фуко встановив значення  $299910 \pm 50$  км/с. У 1924 р. ще точніше визначив швидкість світла Майкельсон, застосувавши обертання восьмигранного дзеркала, й отримав значення  $299796 \pm 30$  км/с.

У цілковитій згоді з хвильовою теорією Фуко показав, що швидкість світла у воді не більше, а менше за швидкість світла у повітрі. Виходячи із хвильових уявлень закон заломлення має вигляд

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}.$$

З огляду на корпускулярні уявлення на межі вакууму із середовищем закон заломлення має зворотний вигляд

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v}{c},$$

де  $v$  – швидкість світла в середовищі,  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

Оскільки швидкість світла у воді  $v = (3/4)c$ , то показник заломлення води згідно із хвильовою теорією  $n = 1:3/4 = 1,3$ , як це і є насправді.

У середині XIX ст. хвильова теорія світла святкувала свій триумф і вважалася остаточно встановленою правильною теорією.

### Електромагнітна теорія світла

Джордж Кларк Максвелл у 1873 р. у «Трактаті про електрику і магнетизм» сформулював фундаментальні рівняння для електромагнітного поля, які мали рішення у вигляді хвиль («електромагнітних хвиль»). Ці хвилі у 1887 р. експериментально відкрив Герц. Ще Фарадей відкрив у 1831 р. закон електромагнітної індукції та експериментально встановив явище обертання площини поляризації світлової хвилі магнітним полем. Він до Максвелла висловив гіпотезу, що світлові хвилі є електромагнітними за своєю фізичною

природою. Максвелл у 1860 р. показав, що світло дійсно можна розглядати як електромагнітне явище. Монохроматична світлова хвиля певної довжини хвилі  $\lambda$  є періодичною електромагнітною хвилею частоти  $\nu$ , яка характеризується змінним електромагнітним полем спеціального виду, де періодично змінюються електричне й магнітне поле з напруженістю  $E(t,x,y,z)$  і  $H(t,x,y,z)$  у точках простору  $x, y, z$  в моменти часу  $t$ .

Теорія Максвелла встановила, що швидкість електромагнітних хвиль дорівнює відношенню електромагнітної одиниці сили струму до її електростатичної одиниці. А на той час уже було відомо з вимірів із постійним електричним струмом, що це відношення одиниць дорівнює 300000 км/с, тобто дорівнює швидкості світла.

Для твердотілої теорії Френеля потрібний був ефір механічний, а для теорії Максвелла – електромагнітний, у якому і є електричні й магнітні так звані «струми зміщення». Електромагнітні хвилі здатні поширюватися не лише у середовищах, а й у порожнечі. Максвелл назвав періодичні електричні й магнітні збурення «струмами зміщення». За уявленнями Максвелла, ці струми існують як в чистому ефірі, так і в діелектричних середовищах (які не здатні проводити електрику), а також у металевих середовищах, у дуже тонких шарах поблизу поверхонь. Фізична природа електромагнітного поля, а також електричних і магнітних збурень електромагнітного ефіру досі не розкрита. Це одна із загадок сучасної фізики, втім, як і фізична природа самого електричного заряду.

Світло у видимій області є електромагнітними хвилями з частотами коливань  $\nu \approx 10^{14}$ – $10^{15}$  Гц і відповідно з довжинами хвиль близько  $\lambda \approx 10^{-7}$  м = 0,1 мкм. Радіохвилі і телевізійні хвилі мають частоти  $\nu \approx 10^5$ – $10^9$  Гц і довжини хвиль  $\lambda \approx 2000$  м – 10 см. Діапазони «наддовгих» хвиль із довжиною хвилі до 10 км використовують для зв'язку з підводними човнами, а «сантиметрових» і «міліметрових» хвиль – для космічного зв'язку.

Френель уявляв собі джерело світла у вигляді молекул, атоми яких здатні здійснювати гармонійні коливання. Коливання атомів передаються часткам ефіру, прилеглим до них, і в просторі починають поширюватися електромагнітні хвилі. Теорія Максвелла ототожнила світло з електромагнітними хвилями, і для їх випромінювання необхідно було припустити існування «електричних вібраторів», що дуже швидко коливаються, або «осциляторів» атомних розмірів.

Ідею, що атоми і молекули містять у собі позитивно й негативно заряджені практично точкові маленькі матеріальні частинки – електрони, відстоював

Лоренц. Ці електрони зазвичай перебувають у рівноважних положеннях і в разі зміщень здійснюють гармонійні коливання під дією так званих «квазіпружних сил», що діють на них з боку позитивних часток, які прагнуть повернути їх назад у положення рівноваги. Електрони сам Лоренц тривалий час називав «іонами» (електрони відкрив у 1896 р. Дж. Дж. Томсон). Пов'язаний атомний електрон, що здійснює згасальні коливання, є джерелом світлових, точніше, електромагнітних збурень. Водночас він може також поглинати електромагнітні хвилі, які на нього падають, якщо частота власних коливань електрона дорівнює частоті електромагнітної хвилі, що падає на нього.

Електромагнітна теорія Максвелла у поєднанні з електронною теорією Лоренца утворює так звану мікроскопічну електродинаміку.

### **Квантова теорія світла**

Експерименти, що їх провели наприкінці XIX ст., потребували повернутися до корпускулярної теорії світла, але на абсолютно новому – квантовому рівні.

Намагаючись подолати труднощі пояснення форми експериментальної кривої спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла, Макс Планк у 1900 р. висунув знамениту «квантову гіпотезу». Запровадивши поняття про «кванти», або «елементарні порції енергії» у монохроматичній світловій хвилі, Планк заклав основи квантової теорії світла й узагалі всієї квантової фізики, істинної фізики мікросвіту. Він неправильно представив енергію у вигляді деякої субстанції, на кшталт маси тіла або електричного заряду, і вважав, що ця енергетична субстанція складається з дискретних порцій. Але Планк правильно вважав, що всередині порожньої посудини з непрозорими стінками електрони молекул стінок здійснюють коливання (припущені Лоренцом) і випромінюють усередину порожнини електромагнітні хвилі. Усередині порожнини встановиться рівноважне електромагнітне випромінювання, властивості якого залежать лише від температури стінок порожнини. Для опису «спектральної об'ємної щільності енергії» цього випромінювання Планк припустив, що молекулярні «вібратори-осцилятори» випромінюють енергію не безперервно, а «вибухами». У кожному «вибуху» викидається певна порція енергії. Отже, випромінювання енергії, за Планком, відбувається «пакетами», «квантами». Ці кванти переміщуються у просторі, не втрачаючи своєї енергії.

Ейнштейн у 1905–1907 рр. застосував квантову гіпотезу Планка для

пояснення фотоефекту в металах і теорії теплоємності твердих тіл. Ейнштейн використав ідею Планка про квантування енергії одновимірного осцилятора, яку Планк використовував лише як модель випромінювальної атомної системи, що взаємодіє з навколишнім рівноважним електромагнітним випромінюванням. Так Ейнштейн повернув в оптику світлові корпускули, які назвав «квантами світла», з 1926 р. їх стали називати «фотонами».

1913 року Нільс Бор застосував теорію Планка для пояснення спектра випромінювання атома водню. Виходячи з двох своїх квантових постулатів він вивів відому серіальну формулу Бальмера для довжин хвиль ліній спектра випромінювання атома водню, яка збіглася з експериментом з оптичною точністю до 5–6 значущих цифр. Після цього квантова теорія атомних явищ опинилася в центрі уваги всіх фізиків і математиків. Докладені чималі зусилля завершилися в 1925–1926 рр. створенням квантової механіки Шредінгера і Гейзенберга. Ці роботи успішно продовжили Дірак і багато інших фізиків у 1929–1930 рр. Дірак створив так звану «квантову електродинаміку» – сучасну фізичну теорію світла й оптичних атомних явищ, окремі теоретичні пророцтва якої збігаються з експериментом із точністю до 11–12 значущих цифр.

## 2 ЕЛЕКТРОН

### 2.1 Відкриття електрона

Створення на початку XIX ст. атомарної теорії стало одним із головних наукових досягнень. Вона виникла в результаті інтенсивного вивчення законів хімічних сполук речовин. Ідея атомарної будови речовин належить старогрецьким філософам, але наукову основу атомарної теорії створила хімія, коли стала кількісною наукою і порушила питання про природу сил, що діють між атомами у хімічних сполуках.

На початку XIX ст. було описано електроліз, який використовували ще шумери для покриття золотом ювелірних прикрас. Виходило, що природа міжатомних з'єднань пов'язана з електростатичним тяжінням зарядів протилежних знаків, і це стало першим припущенням про глибокий зв'язок між будовою речовини й електрикою.

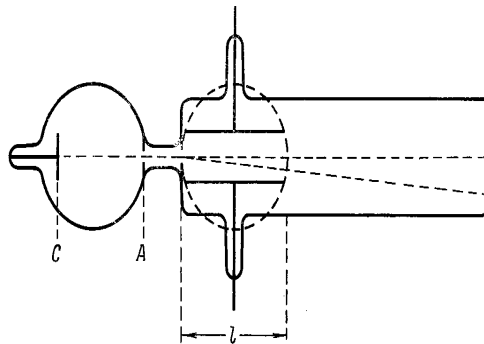
Дослідження Фарадея у 1833 р. призвели до встановлення кількісних законів електролізу. Було встановлено співвідношення між кількістю речовини, що хімічно розкладалася, і кількістю електричного заряду, який проходив нею. Висновок: якщо всі речовини побудовані з атомів, то це властиво й електриці. Значення ідеї про атомарну природу електрики відразу не усвідомили. Її дійсний сенс не був розкритий упродовж багатьох років – доти, поки техніка експерименту й теоретичні уявлення не були досить розвинені.

Ґрунтом для подальшого прогресу стали дослідження електропровідності розріджених газів. Пояснювали це явище за допомогою механізму, подібного до електролізу. На цьому історичному фоні й слід розглядати класичний експеримент Дж. Дж. Томсона (1897 р.).

До дослідів Томсона впродовж тридцяти років вивчали електричний розряд у газах (за тисків у межах від 1 до 1/100 мм рт. ст.). Припускали, що джерелом електричного струму є емісія (вихід електронів із поверхні) з катода; цю емісію було названо «катодними променями». Із багатьох припущень лише одне було раціональне – промені складаються із заряджених часток. Коли в результаті спостережень з'ясували, що ці промені відхиляються в електричному і магнітному полі, стало ясно, що експериментально можна визначити відношення заряду  $e$  частки до її маси  $m$ .

Прилад Дж. Дж. Томсона зображений на рисунку. Експериментальну лампу відкачували до тиску близько 0,01 мм рт. ст., і в атмосфері залишкових газів між катодом  $C$  й анодом  $A$  запалювали високовольтний розряд. Розряд запалювали в камері, показаній на фігурі ліворуч. Анод  $A$  був металевою

діафрагмою, у якій було прорізано щілину завширшки 1 мм. Крізь цю щілину проходив потік катодних променів. За допомогою такої самої щілини, розташованої правіше навпроти першої, виходив спрямований потік променів. Для цієї мети у правому кінці звуженої частини трубки ставили заземлену металеву діафрагму. Пучок, який у першому наближенні можна було вважати паралельним осі приладу, входив в основну камеру. Його подальше місце розташування визначали за флуоресцентним світінням, що виникало під час потрапляння променів на праву стінку камери.



В основній камері промінь проходив шлях завдовжки  $l$  між паралельними пластинами плоского конденсатора. Припустимо, що промені складаються із часток з електричним зарядом  $e$  і масою  $m$ , які рухаються зі швидкістю  $v_x$ .

Якщо у просторі між пластинами є електричне поле з напругою  $F$ , то впродовж часу прольоту  $l/v_x$  на кожну з часток діятиме сила  $eF$ . Тому в напрямку дії сили швидкість частки змінюватиметься і наприкінці прольоту стане рівною

$$v_y = \frac{Fel}{mv_x}.$$

Під час виходу з області електричного поля частка відхилиться на кут

$$\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{Fel}{mv_x^2}.$$

Замінімо електричне поле на магнітне з індукцією  $B$ , спрямоване перпендикулярно до площини креслення. Воно діє на частку на тому самому шляху  $l$  із силою  $Bev_x$ , що перпендикулярна магнітному полю і напрямку руху і спричинює відхилення частки. За малого відхилення  $\varphi$  його величину знайдемо з рівності

$$\varphi = \frac{Bel}{mv_x}.$$

Зокрема, підбираючи поле  $B$  таким, щоб  $\theta = \varphi$ , можемо вилучити  $v_x$  з цих виразів і тоді отримаємо

$$\frac{e}{m} = \frac{F\theta}{B^2 l}.$$

Визначене в експерименті відношення  $e/m$  становило  $1,77 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

Знайдене у такий спосіб відношення  $e/m$  більш ніж у 1000 разів перевершувало значення  $e/m$ , отримане раніше для іонів у розчинах, причому новознайдене відношення не залежало від роду газу, в якому запалювали розряд. Результати дали Томсонові змогу дійти висновку про існування нової частки, легшої, ніж атом, яку пізніше назвали «електроном».

Дуже важливо відзначити дві обставини.

1. Томсон дав недвозначну інтерпретацію своєму експерименту: сталося відхилення дискретних часток. Проте, результат можна було трактувати як відхилення безперервного потоку, подібного до струменя води з пожежного шланга. Це тлумачення могло бути таким само вірогідним і ефективним, проте, воно було несумісне з ідеєю про атомарну природу електрона, яка була складовою системи наукових поглядів, що панували на той час.

2. В аналізі результатів «атоми» електрики інтерпретували як мініатюрні кульки деякої субстанції, що несли заряд, причому сили, що діяли на них в електричному і магнітному полях, такі самі, як і сили, що діють на макроскопічні тіла.

Поширення відомих фізичних законів на область, де події відбуваються в абсолютно іншому масштабі, було сміливим кроком. Тому дійсно знаменною рисою експерименту Томсона можна вважати те, що він відкрив, у яких умовах катодні промені проявляють властивості часток, що їх відхиляють електричне і магнітне поля відповідно до відомих законів електромагнетизму, якщо немає впливу іншої дії.

Під наукою, що називається «електроніка», розуміють детальні дослідження і розвиток викладеного вище положення. Фактично значна частина того, що об'єднується словом електроніка, є повним і раціональним використанням усіх результатів, що виявилися в експериментах Томсона. Так, первинну роль може відігравати *напрямок* руху електронів, як, наприклад, в осцилографі або електронному мікроскопі. З іншого боку, на перше місце може просунутися завдання «*управління*» числом електронів, що рухаються у просторі між заданими точками, як, наприклад, у тріоді або транзисторі.

Джерелом електронів може бути лише речовина. Ця обставина виявляє інший важливий аспект роботи Дж. Дж. Томсона, а саме, зв'язок електронів із речовиною. Ключ до цього зв'язку Томсон знайшов у ході подальших експериментів. У описаному нами досліді джерелом електронів був електричний розряд у газі. Проте, було знайдено, що частки з тим самим відношенням  $e/m$  можуть емітувати і з нагрітого метала або опроміненого світлом ультрафіолетового діапазону довжин хвиль.

Визначення заряду електрона підтвердило той факт, що велике відношення  $e/m$  обумовлене малою масою електрона, і що електрон є «цеглинкою» матерії. Вивчення газового розряду переконало в тому, що там утворюються також і позитивні іони, для яких відношення  $e/m$  має той самий порядок величини, що й для іонів у розчині, причому це відношення залежить від роду газу. Ідея про те, що атом має структуру, неодмінною складовою якої є електрон, нині не підлягає сумніву. Але яка саме структура атома і яким чином ця структура визначає характерні властивості атома? Ці запитання стали темами для більшості робіт, якими займалися наступні фізики, які встановили, яким чином можна отримати вільні електрони і як їх можна використати в електронних приладах.

Ознайомившись із властивостями електронів у газах і твердому тілі, розглянемо приклади практичного використання цих властивостей. Тоді зможемо зрозуміти, яким чином були створені прилади, дія яких не пов'язана з існуванням електронів у вакуумі. Ці питання є другою головною темою книжки.

## 2.2 Електрони в атомі

### Обмеження класичної фізики

Яким чином атоми утворюють стійку електричну структуру? Дж. Дж. Томсон припустив, що кожен електрон займає деякий доволі великий об'єм, заповнений розмазаним позитивним зарядом. Можна показати, що така система зарядів є стійкою і в цілому може бути електрично нейтральною.

Резерфорд поставив досліди щодо розсіяння  $\alpha$ -часток (швидкі двічі іонізовані атоми гелію, що випускаються під час радіоактивного розпаду). Частка часток, що їх відхиляє атом на великі кути, виявилася значно більшою за очікувану, з огляду на те, що ці частки відхиляє куля, рівномірно заповнена позитивним зарядом, причому діаметр кулі має порядок атомних розмірів. Виходячи із цих даних природно було висловити припущення, що самі  $\alpha$ -

частки, як і ті області, де згрупований позитивний заряд атома, є дуже малими масивними частками (ядра), оточеними електронами. На цій основі вдалося побудувати задовільну теорію розсіяння часток і передбачити кутовий розподіл часток, що добре походить на експериментальні результати. Основою теорії Резерфорда є той факт, що два ядра відштовхуються із силою, обернено пропорційною до квадрата відстані між ними. Успіх теорії свідчить про те, що стосовно поодиноких часток закон Кулона справедливий аж до відстаней близько  $10^{-13}$  см.

Розглядаючи систему електронів, розташованих навколо масивного позитивного ядра, легко показати, що вона може бути стійкою лише в тому випадку, коли електрони рухаються деякими орбітами навколо ядра. Проте, тут є протиріччя: вивчення електромагнітних явищ у макросвіті підказує, що така конфігурація зарядів не може бути стійкою. Рух колом є прискореним рухом, а частка, що рухається із прискоренням, повинна втрачати енергію, випускаючи електромагнітне випромінювання. Отже, електрон втрачатиме енергію, але це не узгоджується зі стійкістю атома, яка є експериментальним фактом, що не викликає сумніву. Таким чином, задача про електрон в атомі створює дилему, розв'язання якої потребує залучення ідей, несумісних із фізичними ідеями макросвіту.

Для пояснення розглянемо явище випускання електромагнітного випромінювання атомом із ядром у центрі. У цьому процесі довжина хвилі випромінювання повинна безперервно зменшуватися через поступове зменшення розмірів електронної орбіти. Як показує дослід, атоми випромінюють у тих випадках, коли вони збурені (збуджені) нагріванням до високої температури, пропусканням електричного струму крізь газ чи в інші способи. При цьому атом випромінює у надзвичайно вузькому інтервалі частот, тож часто це випромінювання можна вважати монохромним. Таким чином отримують «лінію» у спектрі випромінювання, яка характеризує атоми кожного виду. Ці лінії виявлені у надзвичайно широкому діапазоні частот, починаючи від жорсткого рентгенівського випромінювання (довжина хвилі  $10^{-11}$  м) до діапазону мікрохвиль (довжина хвилі  $10^{-2}$  м). Ці експериментальні дані абсолютно неможливо узгодити із класичною теорією електромагнетизму (яку Максвелл розвинув на теоретичній основі, де неявно використовувалася безперервність, а не дискретність електричних зарядів).

Виходило, що закони природи, встановлені для явищ макросвіту, непридатні для часток атомних розмірів. Експерименти Томсона свідчать про те, що закони електромагнетизму є хорошим наближенням до дійсності під час

опису руху вільних електронів у вакуумі. Крім того, експерименти Резерфорда щодо розсіяння  $\alpha$ -частинок показали, що закон Кулона для сил, що діють між зарядами, справедливий аж до відстаней близько  $10^{-5}$  від радіуса атома. Отже, поки ми маємо визнати, що закони електромагнетизму є вірними.

### Квантова теорія

Ключ до вирішення зазначених протиріч надала квантова теорія випромінювання. Розподіл інтенсивності електромагнітного випромінювання, що випускається чорним тілом за спектром частот, а також існування низькочастотного порога під час фотоелектронної емісії з металів є експериментальними фактами. Обидва ці явища абсолютно нез'ясовні з точки зору класичної теорії електромагнетизму, але стають зрозумілими, якщо припустити, що процеси випускання і поглинання випромінювання можуть відбуватися лише шляхом випускання і поглинання дискретної кількості енергії, так званих квантів, які у багатьох відношеннях можна вважати частками (фотонами). Енергія кожного кванта пропорційна частоті відповідно до співвідношення, наведеного Планком,

$$E = h\nu,$$

де  $E$  – енергія,  $\nu$  – частота і  $h$  – постійна Планка, чисельне значення якої становить  $6,6252 \cdot 10^{-34}$  Дж/с.

1913 року Нільс Бор застосував цю теорію до простого атома, яким є атом водню. Він припустив, що електрони рухаються *стабільними* орбітами навколо ядер (припущення про стійкість орбіт впливає з досліду), що кожній орбіті відповідає певна енергія електрона, яка дорівнює сумі кінетичної та потенційної енергії. Нехай  $E_1$  – найменша енергія (основний стан) і  $E_2$  – енергія в іншому стані, у який електрон може перейти внаслідок збудження. Таким чином, електрон може перейти з однієї стабільної орбіти на іншу (або повернутися зі збудженого стану в основний), випустивши один квант випромінювання

$$h\nu = E_2 - E_1.$$

Сказане підтверджує революційний характер приведеного твердження. Але яким чином описується рух стабільною орбітою і як обчислювати енергію системи атом – електрон? Відповіді були дані впродовж 20 років після роботи Бора. За цей час у теоретичній фізиці сталася низка дивовижних подій. Найбільш примітні з них коротко охарактеризуємо далі.

## Принцип невизначеності

Якщо ми хочемо повністю описати орбіту електрона, передусім постає запитання про те, що ми хочемо дізнатися. Ми повинні знати, яким є поле сил, що діють на частку, а також її положення і швидкість у вибраній момент часу. Природно припустити, що поле сил відоме – воно обумовлене кулонівським тяжінням між ядром та електроном. Для одночасного визначення положення і швидкості електрона (імпульс частки можна визначити як завжди) необхідно провести певний експеримент. Але в масштабі атома цей експеримент набуває особливого характеру. Тут діють такі закономірності, які неможливо усвідомити шляхом застосування теорії, розвиненої для макросвіту. Остання обставина є дійсною причиною неспроможності класичної фізики. Як «побачити» положення електрона? Для цієї мети потрібний мікроскоп, але за допомогою мікроскопа деталі структури можна розрізнити лише до якоїсь межі (роздільної здатності), що має порядок довжини хвилі світла. Тому, застосовуючи видиме світло, ми можемо визначити положення електрона з точністю близько  $10^{-5}$  см. Для спостереження стабільних орбіт електрона всередині атома, діаметр яких дорівнює приблизно  $10^{-8}$  см, цієї точності недостатньо. Дослід треба проводити за допомогою джерела електромагнітного випромінювання з набагато коротшими хвилями – наприклад, із довжиною хвилі близько  $10^{-10}$  см, тобто з довжиною хвилі гамма-променів. Мікроскоп дає інформацію, коли «світло» взаємодіє з об'єктом дослідження, а взаємодія з електроном відбувається з обміном енергією. З точки зору квантової теорії цю взаємодію можна трактувати як зіткнення двох часток, під час якого значна частина енергії фотона передається електрону як енергія «віддачі». Неминуча зміна величини енергії електрона, що відбувається в «мікроскопі», призведе до того, що в разі спроби виміряти положення електрона на його орбіті ми неодмінно змінимо його імпульс. З іншого боку, під час виміру імпульсу частки вносяться збурення в її траєкторію. Тому потрібен компроміс, за якого пов'язані величини вимірюються з мінімальним їх збуренням.

Отже, жоден експеримент не може дати нам детальної інформації про положення та імпульс електрона. Це обмеження у кількісному вигляді було встановлено Гейзенбергом у 1927 р. і називається *принципом невизначеності*: добуток невизначеності положення частки  $\Delta q$  і невизначеності імпульсу  $\Delta p$ , що їй відповідає їй, дорівнює

$$\Delta p \Delta q \geq h.$$

Жоден експеримент не може дати нам точних значень  $p$  і  $q$  в один і той самий момент часу. І неможливо визначити точну орбіту електрона в атомі. Намагаючись зробити це, ми змінимо орбіту електрона, внаслідок чого він перейде на іншу орбіту.

У таких випадках для отримання знань вводять в теорію статистичні методи обробки інформації. З'являється деяка ймовірність виявити електрон в даний момент часу в положенні  $q$  з імпульсом  $p$ . Це перший крок до розуміння дійсного стану електрона в атомі. Або спосіб формулювання теорії за допомогою імовірнісних понять. Теорією такого роду і є квантова механіка.

### Електромагнітне випромінювання

У класичній теорії електромагнетизму маємо справу з векторами  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ . Але насправді нас цікавлять величини, що їх можна виміряти, тобто енергія. У цьому разі краще використовувати вектор Пойнтінга

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H},$$

який визначає величину потоку енергії. Можна використовувати також щільність потоку енергії

$$\frac{1}{2}(\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2).$$

В обох випадках нам необхідно знати величини  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ . Але використання однієї комплексної змінної

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} + i\mathbf{H}$$

не завадить стежити окремо за  $\vec{E}$  і за  $\vec{H}$ . Тепер уже не потрібно вводити дві різні (дійсні) функції. Такий підхід ніколи не використовують в електромагнітній теорії – такою є сила традиції.

Але як сказане стосується квантової теорії випромінювання? Якщо випромінювання відбувається лише рівними порціями  $\epsilon = h\nu$ , то щільність енергії, віднесена до  $h\nu$ , є щільність фотонів. Інакше цю саму думку можна сформулювати, використовуючи поняття теорії ймовірності: ми визначаємо ймовірність перебування фотона у визначеному місці простору в даний момент часу – а це статистична інтерпретація явища. Будь-який математичний результат електромагнітної теорії або фізичної оптики можна виразити за допомогою однієї комплексної змінної  $\vec{P}$  та інтерпретувати статистично за допомогою ймовірності перебування фотона у визначеній точці простору.

Ключем до розв'язання усіх задач цього типу будуть рівняння Максвелла, записані для нової змінної  $\vec{P}$ .

Хоча є лише одна теорія випромінювання, її інтерпретація може мати два аспекти – аспект хвилі й аспект частки, і результати спостереження у кожному конкретному випадку підкреслюють або один, або інший спосіб інтерпретації. Так, експерименти, пов'язані з інтерференційними вимірами, спираються на хвильові властивості випромінювання, тоді як фотоелектричні явища підкреслюють властивості випромінювання як частки.

### **Хвильовий аспект речовини**

За детального розгляду випромінювання ми були вимушені визнати, що воно проявляє такі властивості, які притаманні часткам. Крок в цьому напрямку зробив у 1924 р. Луї де Бройль. По суті керуючись подібними міркуваннями, безпосередньо він спирався на тлумачення деякої симетрії математичних виразів, отриманих за допомогою теорії відносності. Де Бройль запропонував ввести поняття «хвиль речовини», властивих часткам; довжина такої хвилі пов'язувалася з імпульсом частки р співвідношенням  $\lambda = h/p$ .

Ідею про хвилі речовини спочатку було викладено в тезах докторської дисертації де Бройля. Його опоненти були стурбовані вкрай спекулятивним характером цієї ідеї і звернулися по пораду до Ейнштейна, який зміг переконати їх у важливості нової пропозиції.

Незабаром після цього надійшло експериментальне підтвердження нової ідеї, і притому з абсолютно несподіваної області явищ. Девіссон і Джермер, досліджуючи вторинну емісію металевих монокристалів, виявили, що електронний промінь інтенсивно відбивається від кристала лише в деяких напрямках. Це дуже нагадувало картину дифракції рентгенівських променів на кристалах, де регулярна система відбивальних атомів кристала відігравала роль тривимірних відбивальних ґраток. Якщо відома відстань між атомами в кристалі, то за аналогією з рентгенівськими променями можна обчислити «довжину хвилі» для електронів. Виявилось, що знайдена у такий спосіб довжина хвилі залежить від імпульсу електрона в точній відповідності із співвідношенням де Бройля.

Дифракційні явища становлять величезну цінність під час визначення структури кристала і міжатомних відстаней у ньому. Із цією метою широко застосовують рентгенівські промені, але в особливих випадках більш прийнятною є електронна дифракція. Слід згадати також про дифракцію повільних нейтронів, джерелом яких є реактор (довжина хвилі де Бройля таких

нейтронів також має порядок міжатомних відстаней у кристалах). Ця техніка іноді надає більше інформації, ніж дослідження кристалів рентгенівськими променями. Зводячи до купи результати подібних досліджень, отримуємо безперечне підтвердження існування хвиль де Бройля.

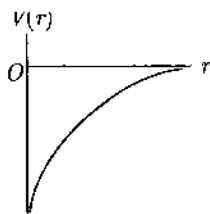
Інакше кажучи, було знайдено такі умови, за яких виявляються хвильові властивості речовини. Їх можна протиставити властивостям речовини як частки, які тільки й були відомі раніше. У різних умовах більшого значення набувають або одні властивості, або інші – так само, як це має відбуватися під час випромінювання.

### Теорія Бору атома водню

На основі проведених експериментів у 1911 р. Резерфорд запропонував планетарну модель атома водню, в якій позитивний заряд і практично вся маса атома сконцентровані в майже нерухомій точці – ядрі. Тоді потенційну енергію електрона  $V(r)$  в атомі водню можна представити формулою:

$$V(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Графік функції  $V(r)$  показано на рисунку. Ця функція скрізь від'ємна, що відповідає силам тяжіння. За  $r=0$  функція  $V(r)$  перетворюється на від'ємну нескінченність. Тому згідно з уявленнями класичної фізики електрон в основному стані атома водню в моделі Резерфорда повинен знаходитися на ядрі й мати нескінченну від'ємну енергію, що фізично не є виправданим. У класичній моделі атома Резерфорда атом не має основного стану, що суперечить експерименту.



На орбіті навколо ядра електрон, рухаючись у збудженому стані, повинен безперервно випромінювати електромагнітні хвилі і втрачати свою енергію, прагнучи перейти в стан із дедалі меншою і меншою енергією, при цьому радіус його орбіти повинен зменшуватися, так що згідно з уявленнями класичної фізики врешті-решт електрон має впасти на ядро. При цьому повинна

виділитися нескінченна енергія, оскільки  $V(r) = -\infty$  за  $r = 0$ . Та атом водню випромінює лінійчатий спектр, набір частот. Його експериментальний спектр випромінювання складається з багатьох спектральних ліній, об'єднаних в серії.

Суперечності в рамках класичної фізики – відсутності падіння електрона на ядро атома водню у планетарній моделі Резерфорда – розв'язала квантова механіка.

1913 року Бор виходячи з квантової гіпотези Планка запропонував квантову теорію планетарної моделі атома водню, узгоджену з експериментом із точністю до 5–6 значущих цифр. В основу своєї теорії Бор поклав два постулати, так звані «постулати Бору», які очевидно фіксували протиріччя його теорії з відомими положеннями класичної фізики (класичної механіки і класичної електродинаміки).

### **Постулат 1**

*Із можливих у класичній механіці рухів електрона в атомі водню в природі здійснюються лише деякі, що відбуваються так званими «квантовими орбітами». Щоби знайти ці дозволені природою орбіти електрона, потрібно використовувати «умови квантування».*

Рухаючись дозволеною квантовою орбітою, електрон має енергію  $E_n$ , де  $n$  – ціле число, що означає номер орбіти. Рух електрона в атомі можна вивчати, застосовуючи закони класичної механіки, тобто вважати, що рух електрона відбувається однією з орбіт класичної механіки, але потрібно також зважати, що природа з можливих у класичній механіці рухів (із усіх можливих рішень класичних рівнянь руху) «вибрала», з тільки їй відомої причини, лише деякі певні так звані квантові орбіти. Тільки рухи електрона цими відібраними «квантовими» орбітами мають фізичний сенс і дійсно відбуваються. Інші рухи, які є можливими у класичній механіці, не мають жодного фізичного сенсу, вони ніколи не здійснюються.

### **Постулат 2**

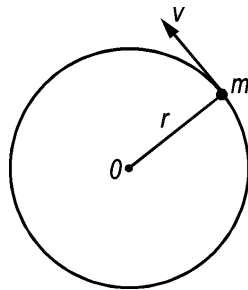
*Рухаючись в атомі квантовою орбітою, незважаючи на свій прискорений рух, усупереч класичній електродинаміці, електрон не випромінює електромагнітних хвиль. Але може трапитися різка перебудова руху електрона, за якої він здійснює «квантовий стрибок» на іншу орбіту.*

*При цьому, якщо стрибок здійснюється з орбіти з більшою енергією  $E_{n1}$  на орбіту з меншою енергією  $E_{n2}$ , атом випромінює фотон, частоту якого визначають «умовою Бора»:*

$$E_{n1} - E_{n2} = h\nu = \hbar\omega.$$

Якщо стрибок здійснюється з орбіти з меншою енергією  $E_{n2}$  на орбіту з більшою енергією  $E_{n1}$ , атом поглинає фотон (з електромагнітної хвилі), частоту якого теж визначають із «умови Бора».

Закони класичної електродинаміки в разі їх застосування до випромінювання збудженим атомом електромагнітних хвиль є неправильними. По-перше, електрон рухається у збудженому атомі дозволеною для нього квантовою орбітою прискорено і не випромінює. По-друге, орбіта електрона не поступово безперервно зменшується в розмірах, а в якийсь момент в атомі стається раптова «катастрофа», після якої електрон починає рухатися іншою, також дозволеною для нього, квантовою орбітою з меншою енергією, знову не випромінюючи жодних електромагнітних хвиль. За такої катастрофи одночасно зі «стрибком» електрона з орбіти на орбіту з атома вилітає фотон із такою енергією, щоби для атома в цілому виконувався закон збереження енергії.



Бор у класичній моделі атома водню Резерфорда розглянув лише колові орбіти електрона. Позначимо через  $r$  радіус колової орбіти і через  $v$  – швидкість електрона на цій орбіті. Доцентрова сила, що утримує електрон на орбіті, – це кулонівська сила, і на стаціонарній орбіті вона дорівнює відцентровій силі. Тоді

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

Тобто, потенційна енергія електрона:

$$mv^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Енергія електрона на даній коловій орбіті дорівнює сумі його кінетичної енергії та потенційної енергії:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}.$$

З електроном, що обертається зі швидкістю  $v$  коловою орбітою, за де Бройлем, пов'язана хвиля з довжиною  $\lambda = h/mv$ . Нагадаємо, що праця де Бройля з'явилася у 1923 р., на десять років пізніше за працю Бора.

Щоб на довжині орбіти укладалося рівно ціле число довжин дебройлевих хвиль (як показано на рисунку), необхідна умова

$$2\pi r = n\lambda,$$

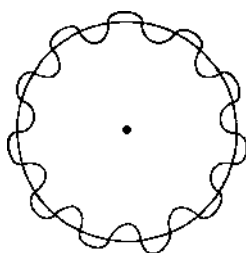
де  $n = 1, 2, \dots$  – ціле число, яке називається «головним квантовим числом» (це номер дозволеної орбіти). Оскільки  $\lambda = h/mv$ , маємо умову

$$2\pi r = \frac{nh}{mv}.$$

Отже,

$$mrv = n\hbar,$$

де  $\hbar = h/2\pi$  – перекреслена постійна Планка.



Тобто, умову квантування можна сформулювати інакше, як це і зробив Бор: момент імпульсу електрона квантується цілими порціями – квантами, що дорівнюють  $\hbar$ .

Для  $n$ -ої квантової орбіти можна записати систему двох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} mv^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \\ mvr = n\hbar, \end{cases}$$

з якої знаходимо значення  $r$  і  $v$ . Маємо

$$v = \frac{n\hbar}{mr}, \quad m \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r};$$

отже,

$$r = r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} n^2;$$

отримали формулу для радіусу  $n$ -ої квантової колової орбіти.

За  $n = 1$  маємо основну орбіту з  $r_0$ , – так званий «борівський радіус», що дорівнює

$$r_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} = 0.5\text{Å} = 0.5 \cdot 10^{-10} \text{ м};$$

радіус  $n$ -ої борівської орбіти дає формула

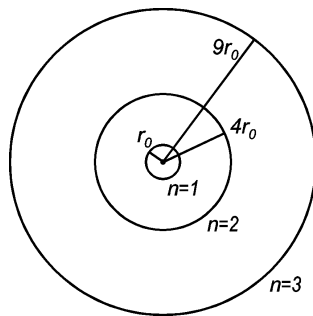
$$r_n = n^2 r_0;$$

він залежить від головного квантового числа  $n$  у квадратичний спосіб (пропорційний  $n^2$ ).

Із формули, що визначає борівський радіус  $r_0$ , отримуємо корисну формулу

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\hbar}{mr_0}$$

для характерної комбінації величин, що входять до кулонівської сили тяжіння електрона до ядра.



Енергію електрона, що рухається  $n$ -ою квантовою орбітою, знаходимо згідно з виведеною вище формулою

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_0} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \cdot \frac{1}{n^2},$$

при цьому ми скористалися щойно наведеною формулою для комбінації величин, які входять до кулонівської сили.

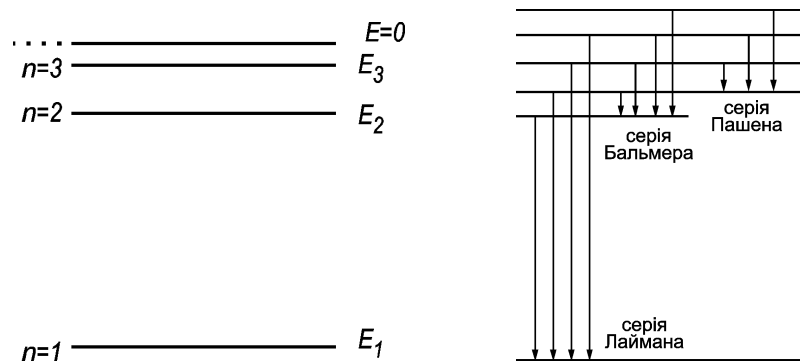
Підставляючи у формулу для енергії  $E_n$  вираження, що визначає борівський радіус  $r_0$ , безпосередньо приходимо до формули для енергії  $n$ -ої борівської квантової орбіти:

$$E_n = -\frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{2n^2}.$$

Як бачимо, енергії  $E_n$  усіх квантових орбіт є від'ємними і залежать від  $n$  за законом  $\sim 1/n^2$ , енергія орбіти обернено пропорційна до квадрата номера орбіти  $n$ .

Рівень енергії  $E_1$ , узятий зі знаком мінус, дає енергію іонізації атома водню, яка приблизно дорівнює 13,6 еВ. Це енергія, яку потрібно витратити, щоби відірвати електрон від ядра у незбудженому атомі водню (тобто, іонізувати атом водню, що перебуває в основному стані).

Енергії  $E_n$  називаються «рівнями енергії», або «квантовими рівнями». Вони зображені наочно на так званій енергетичній діаграмі, наведеній на рисунку.



Рівень  $E_1$  називається основним. На цьому рівні знаходиться електрон у незбудженому атомі водню. Рівні  $E_n$  за  $n \geq 2$  називаються збудженими. На одному з цих рівнів знаходиться збуджений електрон. Згідно з Бором квантові переходи з випромінюванням фотона можуть здійснюватися під час перескоків електрона зі збудженого рівня на основний рівень або на нижчий збуджений рівень.

Під час переходу електрона з рівнів  $n \geq 2$  на основний рівень  $n = 1$  випромінюються спектральні лінії серії Лаймана (вони лежать у невидимій ультрафіолетовій області спектра). Під час переходу електрона на рівень  $n = 2$  з рівнів  $n \geq 3$  випромінюються спектральні лінії серії Бальмера (вони лежать у видимій оптичній області). Під час переходу електрона на рівень  $n = 3$  з вищих рівнів  $n \geq 4$  випромінюються лінії серії Пашена (вони лежать теж у невидимій інфрачервоній області спектра). Є також інші серії ліній у спектрі атома водню, що відповідають переходам на рівні  $n = 4, 5, \dots$  з вищих рівнів.

Частота спектральної лінії, що її випромінює атом водню під час квантового переходу з рівня  $E_{n_1}$  на рівень  $E_{n_2}$ , дається формулою:

$$h\nu = E_{n_1} - E_{n_2} = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right);$$

із цієї формули випливає, що для довжини хвилі спектральної лінії спектра атома, що відповідає цьому переходу, маємо формулу:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{2\pi\hbar c} = \frac{\hbar}{4\pi m c r_0^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right),$$

або відому спектральну формулу для довжин хвиль спектральних ліній у спектрі атома водню:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right),$$

де  $R$  – так звана «постійна Рідберга».

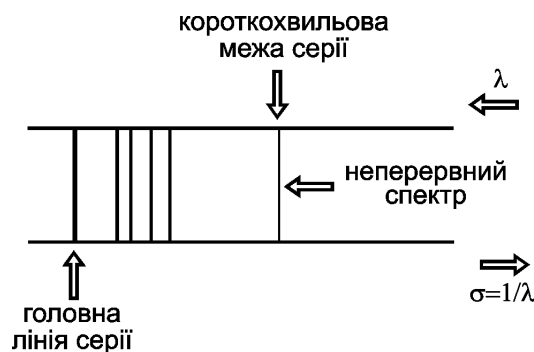
Цю формулу чисто емпірично шляхом підбору відкрив у 1885 р. вчитель математики Бальмер, який працював у гімназії м. Базеля у Швейцарії, до появи теорії Бора, коли стали відомі значення чотирьох довжин хвиль ліній оптичного спектра атома водню (які тільки й видно у спектроскопі не дуже великої роздільної здатності).

Якщо у спектральній формулі покласти  $n_2 = 1$  і  $n_1 \geq 2$ , то дістанемо довжини хвиль серії Лаймана; якщо покласти  $n_2 = 2$  і  $n_1 \geq 3$ , то матимемо довжини хвиль серії Бальмера; якщо вважати, що  $n_2 = 3$  і  $n_1 \geq 4$ , отримаємо довжини хвиль серії Пашена і т. д. Для постійної Рідберга маємо таке теоретичне значення:

$$R = \frac{me^4}{4\pi\hbar^3 c (4\pi\epsilon_0)^2} = 109737 \text{ см}^{-1},$$

воно збігається з експериментальним значенням, знайденим із формули Бальмера, з точністю до вписаних 6 значущих цифр ( $1 \text{ eV} = 8067,5 \text{ см}^{-1}$ ).

Вигляд спектральної серії у спектральному приладі (на експериментальній спектрограмі) наведено на наступному рисунку.



Теорія атома водню Бора, у якій було отримано спектральну формулу Бальмера, давала довжини хвиль спектральних ліній, збігаючись із експериментальними з точністю до 5–6 знаків, тобто, з точністю, з якою ці довжини хвиль вимірювали під час експерименту. Це був фантастичний успіх фізики взагалі.

«За заслуги у вивченні будови атома» Бору присудили Нобелівську премію 1922 року.

### Спін електрона. Експеримент Штерна – Герлаха

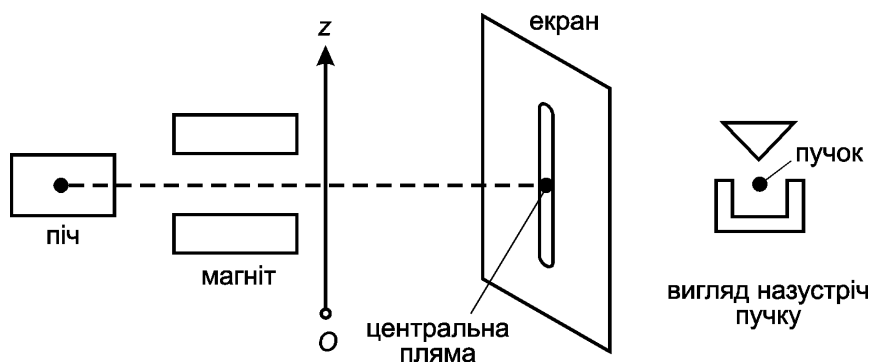
1925 року Гаудсміт і Уленбек висловили гіпотезу, що електрон, окрім координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , має ще і «спінову координату», яка має два значення. Припущення було зроблене на підставі експериментального матеріалу атомної спектроскопії і виявилось правильним. Ідею про додаткову координату електрона у 1922 р. також висловлював Паулі, який побудував квантово-механічну теорію спіна електрона у 1927 р. Строгу релятивістську теорію спіна електрона розробив у 1928 р. Дірак. Важливий вклад в теорію спіна електрона внесли роботи Томаса і Френкеля 1926 року.

Те, що спінова координата електрона набуває два значення, у 1922 р. засвідчив експеримент Штерна і Герлаха, у якому використовували пучок нейтральних атомів срібла. Атом срібла має один валентний електрон, спіновий момент якого визначає його магнітний момент в основному стані. Інші електрони в атомі срібла на заповнених електронних оболонках разом мають нульові орбітальний і спіновий моменти імпульсу, отже, сумарний магнітний момент цих внутрішніх електронів дорівнює нулю.

Магнітний момент валентного електрона  $\mu$  (магнітний момент атома срібла в основному стані) можна виразити через його спіновий момент імпульсу  $S$  так званим гіромагнітним співвідношенням:

$$\mu = -\frac{e}{m} S,$$

де  $e$  – абсолютна величина заряду електрона ( $e = |e|$ ),  $m$  – маса електрона.



Штерн і Герлах пропускали пучок швидких атомів срібла, що перебували у основних станах, крізь область із неоднорідним магнітним полем. Ця область створювалася всередині магніту спеціальної форми, яку схематично показано на рисунку. Магнітне поле спрямоване уздовж осі  $Oz$  і має постійну неоднорідність уздовж осі  $Oz$ :  $dB/dz = \text{const} \neq 0$ .

На точковий магнітний момент у неоднорідному магнітному полі діє сила

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \text{ grad}) \vec{B};$$

отже, в установці ця сила  $F$  спрямована уздовж осі  $z$ , і її величина дорівнює

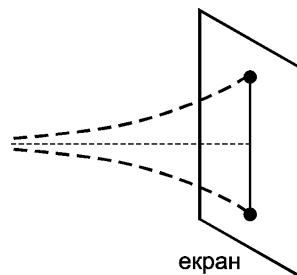
$$F = F_z = \mu_z \frac{dB}{dz} = \mu \cos \theta \frac{dB}{dz},$$

оскільки  $B$  не залежить від  $x, y$ , тут  $\theta$  – кут між вектором магнітного моменту  $\mu$  і напрямком магнітного поля  $B$  на рисунку за віссю  $Oz$ . У разі однорідного магнітного поля, коли  $dB/dz = 0$ , ця сила дорівнює нулю.

Таким чином, сила  $F$ , що діє на атом срібла, відхиляє його вздовж або проти осі  $z$ , залежно від того, буде  $\cos \theta$  додатнім чи від'ємним.

Крім того, магнітне поле  $B$  прагне повернути в просторі магнітний момент атома срібла і спрямувати його полем, тобто уздовж осі  $Oz$ . Проте, в експерименті Штерна – Герлаха область із магнітним полем була невеликою, і магнітний момент  $\mu$  атома не встигав помітно повернутися під час прольоту цієї області. Тому можна було вважати, що магнітний момент  $\mu$  атома срібла мав фіксований у просторі напрямок.

У пучку атомів срібла, що влітають у магнітне поле, магнітні моменти  $\mu$  атомів спрямовані хаотично за всіма напрямками. Таким чином, після прольоту пучка атомів срібла через область із неоднорідним магнітним полем замість центральної плями на екрані за включеного магнітного поля мала б вийти смужка, що показана на рисунку. В різні точки смужки мали потрапляти атоми з різними значеннями  $\cos \theta$ , що змінюються від  $-1$  до  $+1$  (на краях смужки  $\cos \theta = \pm 1$ ). Однак на екрані спостерігалася не смужка, а дві плями, симетрично розташовані відносно центральної точки, в яку потрапляв пучок за вимкненого магнітного поля.



Тобто,  $\cos \theta$  набував лише два значення ( $\cos \theta = \pm 1$ ), і з огляду на

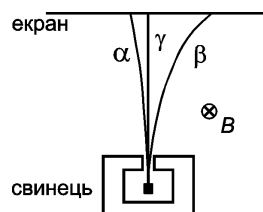
співвідношення  $\vec{\mu} = -e\vec{S}/m$ , проекція спіна електрона  $S_z$  теж має лише два значення.

Спін електрона завжди (для будь-яких електронів – в атомах, молекулах, у твердих тілах, в електронних пучках тощо) має значення  $\hbar\sqrt{s(s+1)}$ , де  $s = 1/2$ ; його величина ніколи не міняється. Може змінюватися, і дійсно міняється, проекція спіна  $S_z = \hbar m_s$  на вісь  $Oz$ , де  $m_s = \pm 1/2$ , називається квантовим числом проекції спіна.

## 2.3 Корпускулярні властивості електрона

### Експеримент Кауфмана

1899 року Резерфорд зі своїми співробітниками помістив радіоактивне джерело в магнітне поле (на рисунку – перпендикулярне площині рисунка і спрямоване від нас) і змусив пучок летіти крізь це магнітне поле. Спостерігалось розщеплювання пучка на « $\alpha$ -,  $\beta$ - і  $\gamma$ -компоненти», або «промені». У подальших дослідженнях було доведено, що  $\gamma$ -промені є електромагнітними хвилями дуже короткої довжини хвилі (багато меншої довжини хвилі рентгенівських променів),  $\alpha$ -промені є потоком ядер атомів He, тобто, потоком двічі заряджених іонів  $He^{++}$ .  $\beta$ -промені виявилися тотожними катодним променям Дж. Дж. Томсона, тобто, були пучками електронів.



В експерименті Кауфмана 1902 року з « $\beta$ -променями» уперше вдалося довести, що маса електрона залежить від його швидкості згідно з відомою релятивістською формулою:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}},$$

у якій  $v$  – швидкість електрона,  $c$  – швидкість світла,  $m_0$  – так звана «маса спокою» електрона.

Кауфман прагнув довести справедливість іншої формули для залежності маси електрона від швидкості, яку запропонував відомий німецький фізик Абрагам. Пізніше в 1916 р. Бухерер та в 1938 р. Цан і Спісс провели точніші

виміри й довели справедливість релятивістської формули, яку називають також «формулою Лоренца».

На відміну від електронів катодних променів електрони  $\beta$ -пучка мали швидкості  $v$ , близькі до швидкості світла  $c$ , і були релятивістськими.

У 1902 р. Кауфман провів експеримент із відхиленням  $\beta$ -променів радіоактивного джерела одночасно включеними паралельними електричним і магнітним полями, скориставшись так званим «методом парабол», що його на той час уже винайшов Дж. Дж. Томсон. Відношення  $v/c$  в його експериментах мало величину  $0,8 c - 0,9 c$ .

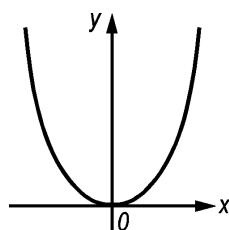
Пізніше у 1911 р. Дж. Дж. Томсон успішно застосував свій метод парабол для вивчення «анодних променів», променів, що створюються в катодно-променевої трубці у просторі за катодом. Для цього в катоді утворили циліндричний отвір. Так Дж. Дж. Томсон відкрив «ізотопи» атомних ядер і створив «мас-спектрограф», дуже ефективний для хімічних досліджень прилад.

В експерименті Кауфмана використовували паралельні електричне і магнітне поля. Тому плямочка в центральній точці  $O$  на екрані зміщувалася у двох перпендикулярних напрямках. Припустімо, наприклад, що в напрямку вгору-вниз на рисунку ми маємо електричне зміщення (позначимо його  $y$ ):

$$y = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} \left(\frac{l}{v}\right)^2,$$

а в напрямку праворуч-ліворуч на рисунку магнітне зміщення (позначимо його  $x$ ):

$$x = \frac{1}{2} \frac{eBl^2}{mv}.$$



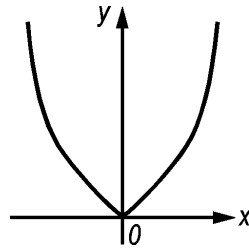
Вилучаючи невідому швидкість  $v$  з цих двох формул, отримаємо, що

$$\frac{e^2 B^2 l^4}{4m^2 x^2} = \frac{eUl^2}{2mdy}; \quad v^2 = \frac{eUl^2}{2mdy}, \quad v = \frac{eBl^2}{2mx},$$

отже,

$$y = \frac{2mU}{eI^2 dB^2} x^2;$$

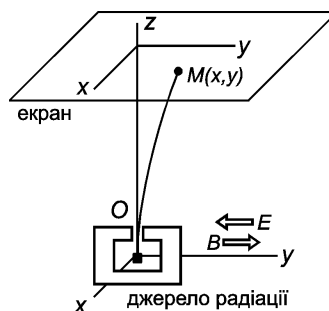
Це рівняння параболи з вершиною на початку координат, яку зображено на верхньому рисунку.



За будь-якої швидкості  $v$  плямочка від пучка на екрані має потрапити в точку на цій параболі. Внаслідок різних швидкостей електронів вони потрапляють не в точку, а утворюють невелику протяжну ділянку параболи, з геометрії та величини якої можна знайти значення відношення  $e/m$ . Область великих і дуже великих швидкостей у відповідає ділянці параболи поблизу вершини  $O$ .

Експеримент Кауфмана показав, що форма експериментальної кривої поблизу точки  $O$  відрізняється від параболи і має вигляд, наведений на нижньому рисунку. На ній в точці  $O$  спостерігається «кут» (або «дзьоб»), тобто, крива має дві дотичні в точці вершини. Саме цей дзьоб і був «ефектом Кауфмана», і саме його наявність підтвердила релятивістську залежність маси  $m$  електрона від його швидкості  $v$ . У радіоактивному джерелі в експерименті Кауфмана швидкості електронів  $v_0$  не лише були близькі до швидкості світла  $c$ , а й мали значний розбіг швидкостей. Тому Кауфман і дістав на екрані не точку (плямочку), а шматочок прямої, який істотно відрізнявся від параболи.

Розглянемо детальніше експеримент. Радіоактивне джерело знаходиться на початку координат і випускає  $\beta$ -промені у напрямку осі  $Oz$ . Постійне електричне поле  $E$  спрямоване проти осі  $y$ , і постійне магнітне поле  $B$  – уздовж осі  $y$ , так що  $E_y = -E$ ,  $B_y = B$ .



Складемо рівняння руху релятивістського електрона. На електрон із зарядом  $-e$  ( $e = |e|$ ) діє сила

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{эл}} + \vec{F}_{\text{маг}} = -e\vec{E} - e[\vec{v} \cdot \vec{B}].$$

Оскільки

$$[\vec{v} \cdot \vec{B}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = -v_z B \vec{i} + v_x B \vec{k},$$

і за допомогою диференціальних рівнянь Мінковського релятивістські рівняння руху електрона отримують рішення

$$x = \frac{eBv_0}{2m_0} \sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot t^2, \quad y = \frac{eE}{2m_0} \sqrt{1 - v_0^2/c^2} \cdot t^2.$$

Якщо відстань між радіоактивним джерелом і екраном дорівнює  $l$ , тоді наближено  $t = l/v_0$ . Координати точки  $M$  на екрані (на рисунку), в яку потрапляє пучок за полів  $E$  та  $B$ , визначаються формулами

$$x = \frac{eBv_0}{2m_0} \sqrt{1 - v_0^2/c^2} \frac{l^2}{v_0^2}, \quad y = \frac{eE}{2m_0} \sqrt{1 - v_0^2/c^2} \frac{l^2}{v_0^2}.$$

Для не релятивістської швидкості  $v_0 \ll c$ , і можна вважати, що  $\sqrt{1 - v_0^2/c^2} \approx 1$ , тому

$$x = \frac{eBl^2}{2m_0} \frac{1}{v_0}, \quad y = \frac{eEl^2}{2m_0} \frac{1}{v_0^2}.$$

Отже,

$$x^2 = \frac{e^2 B^2 l^4}{4m_0^2} \frac{1}{v_0^2} = \frac{e^2 B^2 l^4}{4m_0^2} \cdot \frac{2m_0}{eEl^2} y$$

або

$$x^2 = \frac{eB^2 l^2}{2m_0 E} y;$$

це рівняння параболи – геометричного місця точок на екрані, в які потрапляє пучок за різних початкових швидкостей  $v_0$ .

Для релятивістської швидкості  $v_0 \sim c$ . Тоді корінь  $\sqrt{1 - v_0^2/c^2} \rightarrow 0$ , тобто малий, швидкість  $v_0$  скрізь у формулах можна замінити на  $c$ , отже, маємо співвідношення:

$$x = \frac{eB}{2m_0} \sqrt{1 - v_0^2/c^2} \frac{l^2}{c}, \quad y = \frac{eE}{2m_0} \sqrt{1 - v_0^2/c^2} \frac{l^2}{c^2};$$

таким чином,

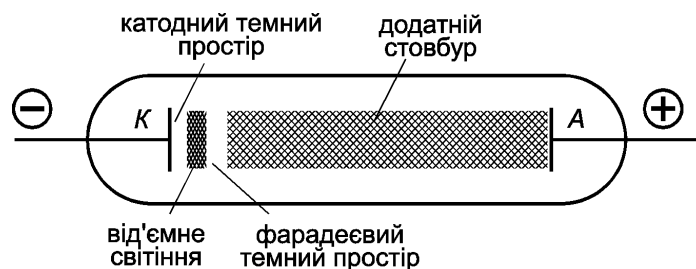
$$\frac{y}{x} = \frac{E}{B \cdot c};$$

отримуємо рівняння прямої. Це прямі «дзьоба» на рисунку, наведеному вище.

Ліві гілки кривих на площині  $x, y$  на рисунку відповідають випадку, коли поле  $E$  спрямоване проти осі  $y$ , а поле  $B$  – по осі  $y$ . Праві гілки – випадку, коли поле  $E$  спрямоване проти осі  $x$  і поле  $B$  – теж проти осі  $x$ .

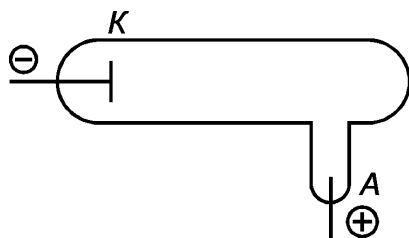
### Експеримент Дж. Дж. Томсона з катодно-променевою трубкою

Дж. Дж. Томсон експериментував з катодно-променевою трубкою, показаною на рисунках нижче. Ця трубка стала прообразом трубки осцилографа, кінескопа телевізора й монітора комп'ютера. Томсон відкрив електрон під час вивчення проходження електричного струму крізь газ. Дослідження електричного газового розряду розпочав ще Фарадей у 30–40-х рр. XIX ст., їх інтенсивно продовжували у другій половині XIX ст. Гейслер, Плюкер, Гітторф, Крукс, Ленард і Герц.



Газорозрядна трубка – це скляний балон з упаяними в його стінки металевими електродами катодом і анодом. До цих електродів підключено джерело постійної напруги, а тиск  $p$  повітря у трубці близько 1 мм рт. ст. (1 атм = 760 мм рт. ст.). У такій трубці виникне електричний газовий розряд, з'явиться світіння, яке в цьому випадку називається «тлійним» і має вигляд, показаний на рисунку.

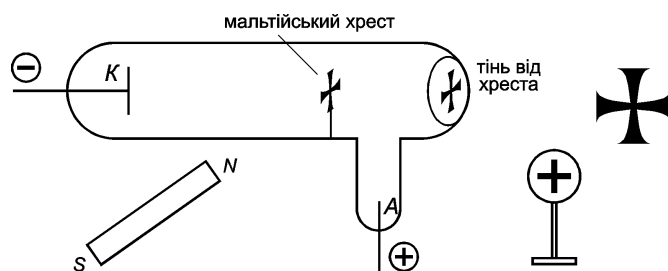
Якщо тиск повітря у трубці з тлілим розрядом знижувати, то катодний темний простір розширюватиметься і за тиску  $p = 10^{-3}$  мм рт. ст. займе всю трубку. Світіння в трубці при цьому зникне, й вона вся стане темною. За меншого тиску  $p = 10^{-6}$  мм рт. ст. скло в трубці напроти катода почне світитися неясним синювато-зеленуватим світлом, тобто, «фосфоресцювати».



Щось невидиме випускається з катода й потрапляє на стінку трубки напроти катода, примушуючи фосфоресцювати скло. Це «щось» Крукс у 1870 р. й назвав «катодними променями».

Перешкода (на рисунку зображений мальтійський хрест) відкине тінь із різкими краями на пляму, що світиться на стінці трубки. Це доводить, що з катода виходять прямолінійні промені. Шлях катодних променів можна змінити за допомогою магнітного або електричного поля. Якщо піднести до трубки магніт або електричну кулю, тінь від мальтійського хреста на склі, що світиться, відповідно зміщується.

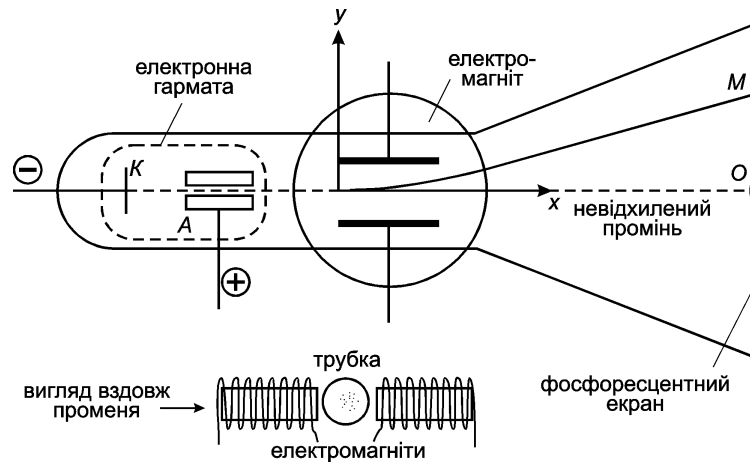
Експериментуючи з катодними променями, фізики намагалися з'ясувати також фізичну природу світіння скла трубки. Такі дослідження призвели в 1895 р. до відкриття Рентгеном його славнозвісних рентгенівських променів, а в 1896 р. – до відкриття Беккерелем радіоактивності.



Дж. Дж. Томсон уявив собі катодні промені у вигляді потоку практично невидимих електрично заряджених точкових часток із зарядом  $-e$  ( $e = |e|$ ) і масою  $m$  кожна, що швидко летять з однаковою швидкістю  $v$ . Такий електронний пучок створює так звана «електронна гармата», зображена на рисунку далі. Вона має катод, що підігрівається електричною спіралькою (на рисунку її не видно), й циліндричний анод з отвором уздовж осі, щоби

пропускати потік електронів, прискорених від катода електричним полем анода  $U_A$ . Швидкість  $v$  електронів у пучку й анодна напруга пов'язані співвідношенням, що виражає закон збереження енергії:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_A, \quad v = \sqrt{\frac{2eU_A}{m}}.$$



Якщо взяти

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \quad m = 0,9 \cdot 10^{-30} \text{ кг}, \quad U_A = 100 \text{ В},$$

то дістанемо

$$v = 5,96 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

що становить  $\approx 2\%$  швидкості світла.

Дж. Дж. Томсон уперше став вивчати відхилення катодних променів, що його заподіювали одночасно електричне і магнітне поля. Електричне поле створювалося пластинами плоского конденсатора, розташованого всередині трубки. На пластини конденсатора подавали постійну напругу  $U$ . Усередині конденсатора створювалося однорідне електричне поле (однаково в усіх точках) напруженості

$$E = \frac{U}{d},$$

де  $d$  – відстань між пластинами конденсатора. Вектор електричної напруженості  $E$  лежить у площині рисунка і спрямований вертикально. За  $U = 10 \text{ В}$  і  $d = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$  маємо  $E = 10^3 \text{ В/м}$ .

Магнітне поле створювали котушки електромагнітів, обмотками яких протікав постійний електричний струм  $I$ . У проміжок між полюсами

електромагнітів поміщали ту частину трубки, в яку був вмонтований конденсатор. На рисунку заштрихованим колом показаний один з полюсів електромагніту, що знаходиться позаду трубки. Полюс другого електромагніту, що знаходиться перед трубкою, не показаний. У самій трубці магнітне поле було постійне й однорідне напруженості  $H$ , спрямоване перпендикулярно площини рисунка, причому

$$H = nI ,$$

де  $n$  – число витків на одиниці довжини кожної котушки.

За  $I = 0,5 \text{ А}$  і  $n = 10 \text{ см}^{-1} = 10^3 \text{ м}^{-1}$  маємо  $H = 5 \cdot 10^2 \text{ А/м}$ .

У своїй катодно-променевої трубці Томсон зміг компенсувати електричне відхилення променя (у напрямку вгору-вниз на рисунку) його магнітним відхиленням (також у напрямку вгору-вниз на рисунку). У результаті він довів, що катодні промені є потоком дуже маленьких, дуже легких частинок, що швидко летять, мають малу масу і малий негативний електричний заряд. Ці частинки згодом назвали «електронами».

За напруги на конденсаторі  $U$ , відстані між його пластинами  $d$ , і довжини пластин  $l$  електрон із зарядом  $e$  пролітає конденсатор, рухаючись із постійною швидкістю  $v$ , за час  $t = l/v$  і лише трохи відхиляється електричним полем конденсатора (на рисунку – в напрямку вгору-вниз). Електрони пролітають крізь конденсатор з дуже великою швидкістю  $v$ .

Відхилення електрона вгору-вниз під час вильоту з конденсатора дорівнюватиме

$$y = \frac{at^2}{2} ,$$

де  $a$  – прискорення, надане електрону електричним полем

$$a = \frac{F_{el}}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{md} ,$$

$e = |e|$  – абсолютна величина заряду електрона,  $m$  – його маса. Таким чином, «електричне відхилення» дорівнюватиме

$$y_{el} = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} \left(\frac{l}{v}\right)^2 .$$

За  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ,  $m = 0,9 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$ ,  $U_A = 10 \text{ В}$ ,  $d = 1 \text{ см}$ ,  $l = 3 \text{ см}$ ,  $v = 5,96 \cdot 10^6 \text{ м/с}$  маємо  $\delta_{At} = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 2,25 \text{ мм}$ . При цьому

$$\frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{кг} \cdot \text{м}} \left( \frac{\text{м}}{\text{м/с}} \right)^2 = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2}{\text{кг}} = \text{м},$$

бо  $\text{Кл} \cdot \text{В} = \text{Дж}$ ,  $\text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м}$ ,  $\text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$ .

Після конденсатора електрон летітиме за інерцією по прямій лінії з постійною швидкістю  $v$ , оскільки на нього тепер не діятимуть жодні сили (впливом сили тяжіння можна нехтувати через малу масу електрона). Тому на віддаленому від конденсатора екрані світитиметься маленька пляма.

Магнітне поле надає електрону прискорення в напрямку вгору-вниз:

$$a = \frac{F_{\text{маг}}}{m} = \frac{evB}{m},$$

де  $B = \mu_0 \cdot H$  – індукція магнітного поля. Величина індукції  $B$  пропорційна силі струму  $I$  в обмотках котушок електромагнітів. Її обчислюють за формулою  $B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot I \cdot n$ , де  $n$  – число витків на одиницю довжини кожної котушки. Таким чином, магнітне відхилення дорівнює

$$y_{\text{маг}} = \frac{1}{2} \frac{evB}{m} \left( \frac{l}{v} \right)^2.$$

За  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $m = 0,9 \cdot 10^{-30}$  кг,  $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$  Гн/м,  $H = 5 \cdot 10^2$  А/м,  $l = 3$  см,  $v = 5,96 \cdot 10^6$  м/с маємо:

$$y_{\text{маг}} = 8,46 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 8,46 \text{ мм}.$$

При цьому

$$\begin{aligned} \frac{\text{Кл} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{А}}{\text{м}}}{\text{кг}} \text{с}^2 &= \frac{\text{Кл} \cdot \text{Гн} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{А} \cdot \text{Гн} \cdot \text{А} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \\ &= \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2}{\text{кг}} = \text{м}, \end{aligned}$$

бо  $\text{Кл} = \text{А} \cdot \text{с}$ ,  $\text{Дж} = \text{Гн} \cdot \text{А}^2$ ,  $\text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м}$ ,  $\text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$ .

У разі компенсації електричного і магнітного відхилення матимемо рівність  $y_{\text{ел}} = y_{\text{маг}}$ , а тому

$$\frac{U}{d} = vB = v\mu_0 I n.$$

Із цього співвідношення знаходимо формулу для швидкості окремого електрона в пучку:

$$v = \frac{U}{d \cdot B} = \frac{U}{d \cdot \mu_0 \cdot I \cdot n},$$

до правої частини якої входять величини, які безпосередньо можна було виміряти в експерименті Томсона. Вони показали, що швидкість  $v$  електронів у катодних променях набагато менше за швидкість світла  $c$ . Це послужило доказом того, що катодні промені не є електромагнітними хвилями, як вважали до того.

Виміри відхилення окремо від електричного або тільки магнітного поля дали змогу встановити відношення  $e/m$  заряду до маси частки катодних променів. Величина електричного зміщення

$$y_{ел} = \frac{1}{2} \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \frac{l^2}{\left(\frac{U}{d \cdot B}\right)^2} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{d \cdot l^2 \cdot B^2}{U},$$

а тому

$$\frac{e}{m} = \frac{2y_{ел}U}{dl^2B^2}.$$

Виявилось, що це відношення дорівнює

$$\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг},$$

і воно набагато більше за значення відношень для відкритих на той час катіонів та аніонів (у експериментах з електролізу розчинів електролітів); для них це відношення було приблизно у  $10^3$  разів менше. Це свідчило про те, що Томсон відкрив нову мікрочастку.

Заряд електрона  $e$  було знайдено з теорії електролізу, зі значень чисел Фарадея та Авагадро. Так, Томсон встановив, що маса частки катодних променів (маса електрона  $m_e$ ) приблизно в 2000 разів менше за масу протона  $m_p$ , а сучасне значення:

$$m_p = 1838m_e.$$

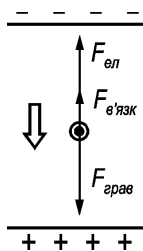
Відкриття електрона датується 1897 роком Сам Томсон не називав відкрити ним частинку катодних променів «електроном». Цю назву частка дістала пізніше від назви «Елементарна порція електрики», яку вперше запровадив англійський фізик Стогні в 1874 році. Сам Томсон називав електрон «іоном».

Дж. Дж. Томсону в 1906 р. було присуджено Нобелівську премію «За теоретичні і експериментальні дослідження проходження електрики крізь газу».

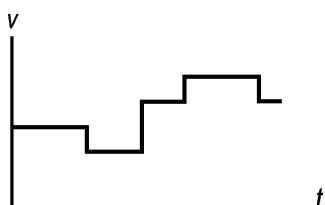
### Вимір заряду електрона

Дж. Дж. Томсон намагався також експериментально виміряти заряд електрона. Він визначав кількість води, сконденсованої у крапельки за певний час у пересиченій парі, яку опромінювали ультрафіолетовим світлом відомої інтенсивності (що спричинювало іонізацію молекул повітря й пари води), тобто визначав число крапельок, що утворилися на відомому числі створених іонів. Кожен іон слугував «зародком» для зростання однієї крапельки. Проте, такі експерименти були дуже неточними. Але внаслідок цих досліджень Вільсон (співробітник Дж. Дж. Томсона) створив славнозвісну «камеру Вільсона», яка до середини 1950-х рр. була єдиним приладом для реєстрації елементарних часток. За її допомогою були відкриті «позитрон» – електрон з позитивним зарядом, «реакція анігіляції» (взаємного знищення) позитрона й електрона з утворенням двох фотонів, «нейтрон», « $\pi$ - і  $\mu$ - мезони» і багато інших часток.

Міллікен у 1906 р. винайшов відомий «метод краплі», що дав змогу виміряти заряд електрона. За цього методу крапельку дрібнодисперсної олії, розпорошеної у повітрі, спостерігали в мікроскопі. Вона падала в полі зору мікроскопа, рухаючись вниз із деякою постійною швидкістю у просторі між горизонтальними пластинами зарядженого плоского конденсатора, показаними на рисунку.



Швидкість падіння краплі час від часу змінювалася скачками, то зростаючи, то зменшуючись. Величини стрибків були кратними деякому «елементарному стрибку». Величини стрибків вимірювали, і за елементарним стрибком встановили величину заряду електрона.



На краплю, що падає, діє сила електричного поля ( $F_{ел} = qE$ , де  $q$  – заряд краплі), сила тяжіння ( $F_{грав} = mg$ , де  $m$  – маса краплі) і сила в'язкого тертя ( $F_{в'язк} = kv$ , пропорційна швидкості руху краплі  $v$ ). Масу краплі визначали експериментально з виміру середнього радіуса краплі під мікроскопом і щільності рідкої олії. Коефіцієнт  $k$  Міллікен розрахував за відомою формулою Стокса для сили тертя кулі радіуса  $R$ , що рівномірно рухається із швидкістю  $v$  у в'язкому середовищі з коефіцієнтом в'язкості  $\eta$ :

$$F_{в'язк} = 6\pi R\eta v \equiv kv.$$

Радіус краплі та коефіцієнт в'язкості  $\eta$  повітря Міллікен вимірював.

Під час падіння краплі з постійною швидкістю  $v$  (що можна було спостерігати в мікроскопі) всі три сили, зазначені на рисунку, точно компенсували одна одну. Таким чином, для швидкості краплі  $v$  маємо значення:

$$v = \frac{mg - neE}{k} = \frac{mg}{k} - n \frac{eE}{k}.$$

Величина стрибка швидкості краплі виникає в разі практично миттєвого осадження на неї або втрати нею деякого додаткового числа іонів з навколишнього іонізованого повітря. Унаслідок цього заряд краплі  $q = ne$  змінюється на величину, кратну  $e$ , і стає рівним  $q = (n + s)e$  або  $q = (n - s)e$ , де  $s$  – невелике ціле число, і пропорційним величині «елементарного стрибка» швидкості

$$\Delta v = \frac{eE}{k},$$

Отже,

$$e = \frac{k\Delta v}{E}.$$

В експериментах 1910–1914 рр. для заряду електрона Міллікен отримав значення

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл},$$

близьке до сучасного.

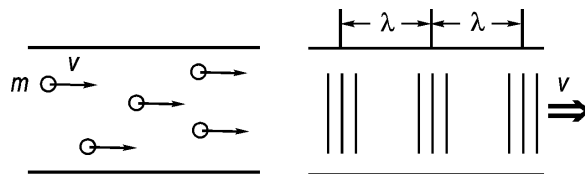
У подальших своїх дослідженнях стосовно фотоефекту Міллікен провів ретельну експериментальну перевірку відомого рівняння Ейнштейна для фотоефекту (в оптичному й ультрафіолетовому діапазоні) і точно виміряв значення постійної Планка.

1923 року Міллікену було присуджено Нобелівську премію «За дослідження в області елементарних електричних зарядів і фотоелектричного ефекту».

## 2.4 Хвильові властивості електрона

### Дебройлева довжина хвилі

1923 року Луї де Бройль, французький фізик, заявив, що не лише пучки світла, а й пучки електронів мають корпускулярно-хвильовий дуалізм, тобто, пучки електронів також є хвилями, як і світлові пучки. Згодом було відкрито багато елементарних часток, і виявилось, що усі вони мають корпускулярно-хвильовий дуалізм.



Для того щоб знайти для пучка електронів, що летять зі швидкістю  $v$ , формулу для його довжини хвилі  $\lambda$ , де Бройль скористався двома відомими формулами. По-перше, формулою Ейнштейна  $\varepsilon = mc^2$  для енергії релятивістської частки. По-друге, формулою Планка  $\varepsilon = h\nu$  для енергії світлового кванта частоти  $\nu$ . Оскільки  $\varepsilon = \varepsilon$ , отримуємо співвідношення  $mc^2 = h\nu$ , з якого випливає, що  $mc = h\nu/c$ .

Для монохроматичної світлової хвилі довжина хвилі  $\lambda$ , частота  $\nu$  і швидкість  $c$  поширення хвилі пов'язані співвідношенням  $\lambda\nu = c$ . Насправді,  $\nu = 1/T$ , де  $T$  – період коливань хвилі й  $\lambda/T = c$ , тобто  $\lambda\nu = c$ . Таким чином,  $\nu/c = 1/\lambda$ , і ми маємо формулу  $h/\lambda = mc$ , отже, формулу

$$\lambda = \frac{h}{mc}.$$

Величина  $mc$  є імпульсом фотона  $p_\phi = mc$ . Ця формула пов'язує корпускулярну характеристику фотона (імпульс  $p$ ) з його хвильовою характеристикою (довжиною хвилі  $\lambda$ ), і де Бройль запропонував узагальнення цієї формули також для електрона. Для електрона масою  $m$ , що рухається зі швидкістю  $v$ , імпульс  $p = mv$ . Таким чином, з пучком електронів, що летять з однаковою швидкістю  $v$ , пов'язана довжина хвилі

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Це і є «формула де Бройля» для довжини хвилі електрона, яку в 1927 р. підтвердили експериментально Девіссон і Джермер.

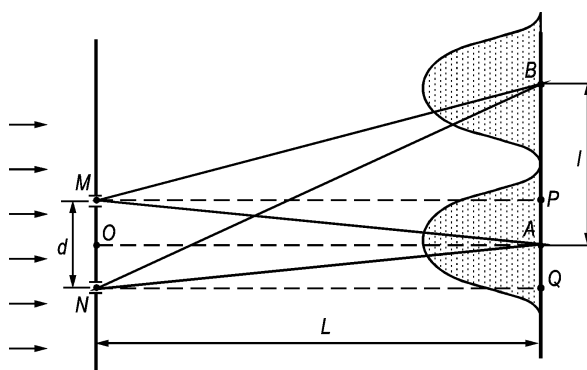
Нині фізична наука дійшла важливого висновку, що корпускулярно-хвильовий дуалізм притаманний не лише пучку мікрочасток, а й також окремій частці в цьому пучку (зокрема, одному окремому фотону й одному окремому електрону).

### **Вимір довжини хвилі світла і рентгенівських променів**

Американські фізики Девіссон і Джермер у 1927 р. поставили експеримент, який довів, що пучок електронів має хвильові властивості, й довжина хвилі електронного пучка визначається формулою де Бройля. Вони скористалися результатами проведених досліджень дифракції рентгенівських променів на кристалах, які доводили, що рентгенівські промені є електромагнітними хвилями. Під час цих досліджень виміряли довжину хвилі рентгенівських променів, яка виявилася близькою  $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ см} = 10^{-10} \text{ м}$ , тобто, у  $10^3$ - $10^4$  разів коротше за довжину хвилі видимого світла.

Довжину хвиль видимого світла виміряли у першій чверті XIX ст. Юнг і Френель – вона знаходилась у діапазоні  $4000 \text{ \AA} - 8000 \text{ \AA} = 400 \text{ нм} - 800 \text{ нм}$ . Для виміру довжини хвилі монохроматичного світла користуються явищем інтерференції світла, наприклад, експериментом Юнга з інтерференцією монохроматичного світла на двох щілинах, за так званою «двопроменевою інтерференцією».

На екран з двома щілинами, розташованими на дуже малій відстані  $d = 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м}$ , падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла із довжиною хвилі  $\lambda$ . На іншому екрані, розташованому на відстані  $L \approx 10 \text{ м}$  від екрана зі щілинами, спостерігається інтерференційна картинка, що складається з декількох (близько десятка) світлих і темних паралельних щілинам смуг.



Інтерференційні смуги мають різну інтенсивність. На рисунку показана також невелика ділянка кривої інтенсивності освітленості екрана з двома смугами, з двома максимумами в точках  $A$  і  $B$ , причому в точці  $A$  спостерігається максимум центральної смуги.

Знайдемо формулу для відстані  $l$  між смугами. Умова появи світлої смуги на екрані полягає в тому, що різниця ходу двох променів, що виходять з обох щілин і йдуть до точки максимуму смуги, повинна дорівнювати цілому числу довжин хвиль. У точці  $A$  маємо максимум центральної смуги з нульовою різницею ходу  $NA - MA = 0$ . У точці  $B$  знаходиться максимум сусідньої з нею смуги з різницею ходу  $NB - MB = \lambda$ . Для максимумів інтенсивності світлих смуг маємо умову:

$$NB - MB = m\lambda,$$

у якій  $m = 0, \pm 1, \pm 2$  і т. д.

В описуваному експерименті відношення

$$d/L = 10^{-4}/10 = 10^{-5}$$

дуже мале, і тому різницю ходу  $NB - MB$  можна знайти приблизно. Із прямокутного трикутника  $NBQ$  маємо співвідношення

$$NB^2 = NQ^2 + (QA + AB)^2 = L^2 + \left(l + \frac{d}{2}\right)^2,$$

а з прямокутного трикутника  $MBP$  – співвідношення

$$MB^2 = L^2 + \left(l - \frac{d}{2}\right)^2.$$

Віднімаючи, отримаємо  $NB^2 - MB^2 = 2ld$ , тому з точністю до членів першого порядку малих за  $d/l$

$$(NB - MB)(NB + MB) \cong (NB - MB)2L,$$

отже,  $NB - MB \cong \frac{d}{L}l$ .

З умови інтерференції

$$NB - MB = \lambda,$$

таким чином, отримуємо таку формулу для довжини хвилі монохроматичного світла, що створює світлі й темні інтерференційні смуги:

$$\lambda = \frac{d}{L}l.$$

Вимірюючи відстань  $l$  між сусідніми інтерференційними смугами, можна простим розрахунком визначити величину довжини хвилі  $\lambda$  монохроматичного світла. Якщо відстань  $l$  між смугами була близько

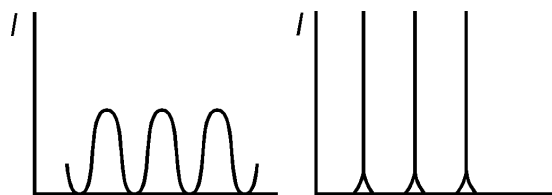
$$l \text{ см} = 0,01 \text{ м}, \text{ а } d/l = 10^{-5},$$

то отримуємо

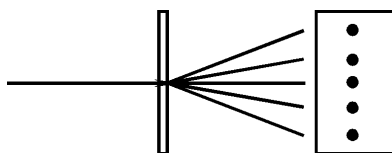
$$\lambda = 10^{-5} \cdot 10^{-2} \text{ м} = 10^{-7} \text{ м} = 0,1 \text{ мкм}.$$

Вивчення інтерференційних смуг дало Френелю змогу експериментально виміряти довжини хвиль видимого світла. Виявилось, що для них  $\lambda = 400 \text{ нм} - 800 \text{ нм}$ .

Фраунгофер запропонував використовувати для вимірів довжин хвиль дифракційні ґрати, точність виміру зросла на кілька порядків. Дифракційні ґрати – це оптична плоскопаралельна пластинка з нанесеними спеціальною машиною тонкими однаковими паралельними штрихами, розташованими точно на однакових відстанях один від одного. Можна нанести 50, 100, 400, 600, 5000 штрихів на 1 мм довжини, причому всі дифракційні ґрати мають довжину 3–4 см. У дифракційних ґратах інтерферують багато променів (за числом штрихів), отже, маємо не двопроменеву, а багатопроменеву інтерференцію. При цьому смуги стають яскравішими, як це проілюстровано на рисунку, підвищується точність виміру відстані  $l$  між смугами і довжини хвилі  $\lambda$ .



Експеримент з дифракційними ґратами має такий вигляд, як показано на наведеному рисунку. Штрихи ґрат перпендикулярні площині рисунка.

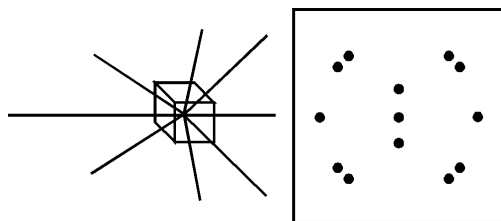


Лазерний промінь, що падає перпендикулярно на ґрати, розщеплюється, як показано на рисунку, і з іншого боку ґрат побачимо плоскі промені, що утворюють на видаленому екрані ряд рівновіддалених рисок по обидва боки від центральної плями.

Дифракційні ґрати характеризуються параметром  $d$  – відстанню між сусідніми штрихами (не більше ніж  $10^{-10}$  довжин хвиль). Для рентгенівських променів із довжиною хвилі  $\sim 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м} = 0,1 \text{ нм}$  штучні дифракційні ґрати виготовити не можна. Тому Лауе в 1912 р. запропонував використовувати кристалічну решітку твердого тіла як дифракційні ґрати для рентгенівських променів. За допомогою таких ґрат вдалося довести, що рентгенівські промені дійсно є електромагнітними хвилями дуже короткої довжини хвилі, й виміряти їх довжини хвиль. У результаті виник «рентгеноструктурний аналіз» (що вивчає геометрію розташування атомів у кристалах).

1914 року Лауе присудили Нобелівську премію «За відкриття дифракції рентгенівських променів на кристалах». У 1915 р. батьку й синові Бреггам було присуджено Нобелівську премію «За дослідження структури кристалів за допомогою рентгенівських променів». Першу в історії Нобелівську премію отримав Рентген у 1901 р. «За відкриття променів, названих його ім'ям».

На відміну від оптичних дифракційних ґрат кристал розділяє первинний промінь на просторову сукупність променів, що має певну геометричну симетрію, як це схематично проілюстровано на рисунку.



Рентгенівський промінь, що падає на кристал горизонтально зліва направо, розщеплюється на безліч променів, що виходять із нього в різних напрямках (вперед, назад, в боки). Вони створюють на фотографічній пластинці правильну геометричну картину темних плямочок, за геометрією розташування яких можна визначити геометрію розташування атомів у кристалічній решітці, а

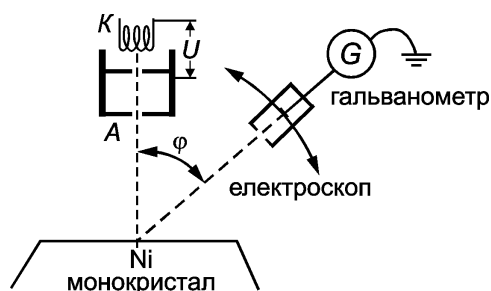
також геометричну форму й розміри «елементарної комірки» цих ґрат.

### Експеримент Девіссона і Джермера

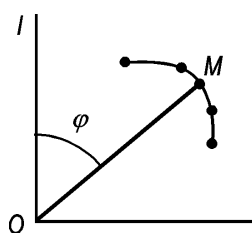
Девіссон і Джермер у 1927 р. вирішили провести дослідження з пучками електронів за аналогією з дослідженнями дифракції рентгенівських променів на кристалах.

Для електронів пучка, прискорених електричною напругою порядку 100 В, дебройлева довжина хвилі  $\lambda \approx 1 \text{ \AA}$ , так що їх дифракцію можна спостерігати лише за допомогою кристалічної решітки твердого тіла.

Експериментальна установка знаходилась усередині вакуумованої скляної трубки, тобто трубки, з якої було видалено повітря. Пучок електронів створювала «електронна гармата», що складається з катода К, який нагрівався електричною спіраллю. З поверхні катода емітують електрони внаслідок термоелектронної емісії, які прискорюються до певної швидкості  $v$  напругою  $U$  на аноді А.

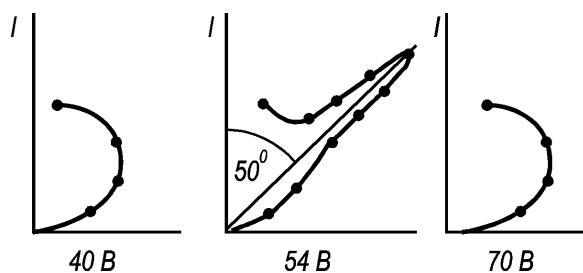


Потік електронів падав перпендикулярно на монокристал нікелю Ni (нікель має кубічну кристалічну решітку, як більшість металів). За допомогою електроскопа, що переміщувався дугою кола, можна було виміряти інтенсивність  $I$  пучка, відбитого на кут  $\varphi$ . Електроскоп приєднувався до чутливого гальванометра.

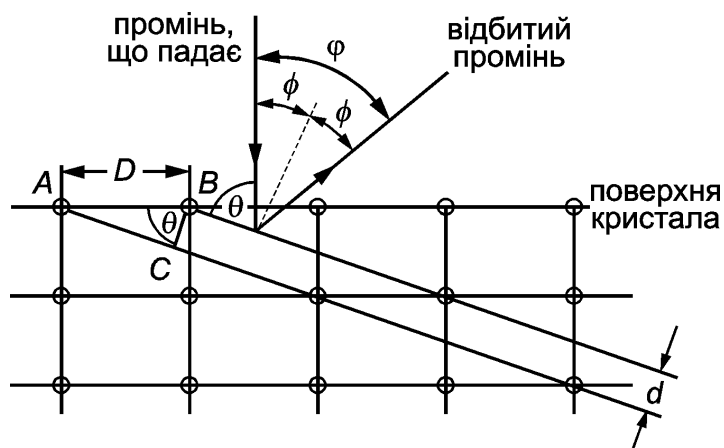


Результати своїх експериментів Девіссон і Джермер відклали на діаграмі. Довжина відрізка OM зображує величину інтенсивності пучка, відбитого на кут  $\varphi$ . Експериментальні точки лягають при цьому на деяку плавну

криву. Експерименти показали, що крива інтенсивності має різкий пік для анодної напруги  $U = 54 \text{ В}$  при куті  $\varphi = 50^\circ$ . Спостереження саме цього резонансу і стало «ефектом Девіссона і Джермера».



На наведеному нижче рисунку схематично зображені кубічні ґрати Ni, що обриваються на поверхні кристала, й показані дві уявні похило розташовані паралельні так звані «кристалічні площини». Це уявні площини, що їх ми проводимо подумки через будь-яким чином відібрані вузли, тобто атоми, кристалічної решітки.



Вульф і Бреггі показали, що дифракція рентгенівських променів на кристалах відбувається під час віддзеркалення променів від сімейств паралельних кристалічних площин (згідно із законом «кут падіння дорівнює куту віддзеркалення») і в разі виконання так званої «інтерференційної умови Вульфа – Бреггів». Згідно з цією умовою відбитий від цього сімейства паралельних кристалічних площин промінь буде інтенсивним лише в тому разі, коли різниця ходу між двома паралельними променями, відбитими від сусідніх кристалічних площин, дорівнюватиме цілому числу  $n$  довжини хвилі  $\lambda$ , тобто буде рівна  $n\lambda$ . Тільки тоді в результаті взаємної інтерференції промені посилять один одного, й утворюється інтенсивний відбитий промінь. Так виникають дифраговані на кристалі промені.

Саме під час віддзеркалення від атомів паралельних «кристалічних площин» відбувається інтерференційне посилення променів і виникає промінь, відповідальний за резонанс Девіссона і Джермера. Атом розсіює хвилю, що

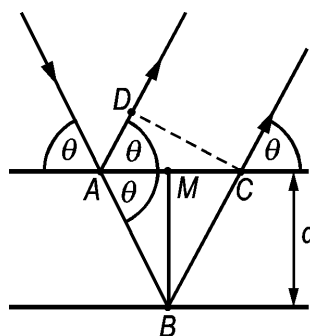
падає, на всі боки, при цьому утворюється безліч розсіяних вторинних хвиль, які виходять з кожного вузла ґрат. У результаті інтерференції цих вторинних хвиль від різних вузлів створюється віддзеркалена від сімейства кристалічних площин плоска хвиля, або резонансний промінь.

Нормаль до кристалічних площин є бісектрисою кута  $\varphi$ , який, наприклад, відповідає максимуму віддзеркалення в ефекті Девіссона і Джермера. Очевидно:

$$\psi = \frac{\varphi}{2}, \quad \theta = \frac{\pi}{2} - \psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}.$$

Із прямокутного трикутника ABC безпосередньо випливає, що  $\cos \theta = d/D$  або  $d = D \cos \theta$ . Тут  $D$  – «параметр» кубічних ґрат Ni, який дорівнює  $2,15 \text{ \AA}$  (був відомий з рентгенівських експериментів з монокристаллами Ni).

Різниця ходу двох променів, відбитих від пари сусідніх кристалічних площин, зображена на рисунку, що наводимо далі.



Промінь, що падає, дає перший промінь, відбитий від верхньої площини в точці А, а від нижньої площини в точці В дає другий відбитий промінь, який проходить потім через точку С верхньої горизонтальної площини. Знайдемо різницю ходу двох відбитих променів. Опустимо перпендикуляр CD з точки С на перший відбитий промінь і побудуємо прямокутний трикутник ADC. Коливання в точках С і D відбуватимуться в однаковій фазі, оскільки ці точки належать одному хвильовому фронту DC. Очевидно:

$$\text{Різниця ходу} = AB + BC - AD.$$

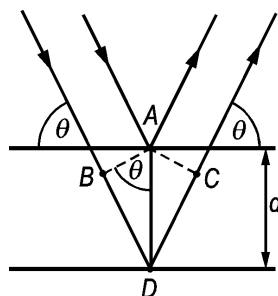
Із трикутника AMB знаходимо, що  $AM = d/\text{tg} \theta$  і що  $AB = d/\sin \theta$ . Оскільки  $AC = 2AM = 2d/\text{tg} \theta$ , то з трикутника ADC отримуємо співвідношення

$$AD = AC \cos \theta = \frac{2d}{\text{tg} \theta} \cos \theta = \frac{2d \cos^2 \theta}{\sin \theta}.$$

Таким чином,

$$\begin{aligned} \text{Різниця ходу} &= 2AB - AD = \\ &= \frac{2d}{\sin \theta} - \frac{2d \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{2d(1 - \cos^2 \theta)}{\sin \theta} = 2d \sin \theta. \end{aligned}$$

Різницю ходу можна обчислити інакше за побудовою, наведеною на рисунку нижче. Перший промінь відбивається від верхньої кристалічної площини в точці А, другий – від нижньої в точці D. З точки А опустимо два перпендикуляри на сусідній промінь та отримаємо точки В і С. Колювання в точках А і В хвильового фронту АВ відбуваються в одній фазі, як і колювання в точках А і С хвильового фронту АС. Таким чином, різниця ходу двох показаних на рисунку променів очевидно дорівнює подвоєному відрізку BD, тобто, дорівнює  $2d \sin \theta$ , як це видно з трикутника ABD – така сама різниця ходу.



Згідно з умовою Вульфа – Бреггів маємо рівність

$$2d \sin \theta = n\lambda,$$

де  $n$  – ціле число, у нас  $n = 1$ , оскільки ми розглядаємо мінімальний кут  $\theta$ .

Виходячи з того, що  $d = D \cos \theta$ , де  $D$  – параметр ґрат  $Ni$ , отримуємо як умову резонансного віддзеркалення Девіссона і Джермера від кристала електронного пучка таку умову:

$$2d \sin \theta = 2D \sin \theta \cos \theta = D \sin 2\theta = \lambda$$

або, оскільки  $\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}$ , маємо остаточну формулу

$$D \sin \varphi = \lambda.$$

З огляду на те, що  $D = 2,15 \text{ \AA}$  і  $\varphi = 50^\circ$ , і зробивши розрахунок, отримуємо

$$\lambda = 1,65 \text{ \AA}.$$

Довжину хвилі де Бройля  $\lambda$  електронів за швидкості  $v$ , що прискорюються напругою  $U$  (між катодом і анодом), знайдемо за допомогою рівняння для

кінетичної енергії

$$\frac{mv^2}{2} = eU,$$

де  $e$  – заряд електрона ( $e = |e|$ ). Отже,  $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ , і тому імпульс

$$p = mv = \sqrt{2emU}.$$

Згідно з формулою де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emU}}.$$

Підставимо значення постійної Планка

$$h = 6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

заряду електрона

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

і маси електрона

$$m = 0,9 \cdot 10^{-30} \text{ кг},$$

а також значення резонансної анодної напруги  $U = 54 \text{ В}$  (експериментальне значення для резонансу Девіссона і Джермера). Отримаємо

$$\lambda = 1,67 \overset{\circ}{\text{А}},$$

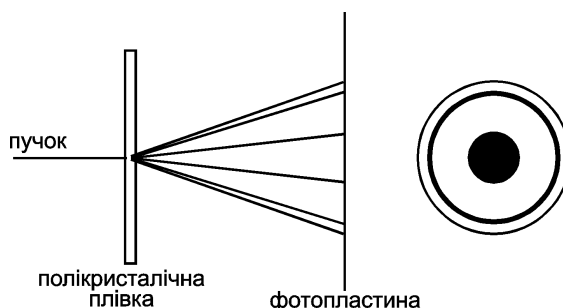
тобто задовільний збіг зі значенням  $\lambda = 1,65 \overset{\circ}{\text{А}}$ , виміряним в експерименті.

Так повністю підтвердилася гіпотеза де Бройля про хвильові властивості електронів, їх корпускулярно-хвильовий дуалізм.

### Експеримент Дж. П. Томсона

Джордж Паджет Томсон, син Джозефа Джона Томсона, у 1927 р. пропускав пучок катодних променів крізь тонкі полікристалічні плівки золота, срібла, платини, алюмінію та інших металів. Він використовував катодні промені, які прискорювалися високою анодною напругою близько 10–60 кВ. Під час проходження крізь плівку промінь дифрагував і потрапляв на фотографічну пластинку. На проявленій фотопластині було виразно видно центральну пляму і декілька чітких і менш чітких концентричних кіл навколо центральної плями, як показано на рисунку. Картина була в точності така, як

під час спостереження дифракції рентгенівських променів на полікристалічній плівці. Плівки металів у Дж. П. Томсона були полікристалічними, тобто склалися з дуже великого числа по-різному орієнтованих дуже маленьких монокристалів (зерен).



Довжину хвилі  $\lambda$  катодних променів можна знайти за діаметром кілець на фотопластині за формулою Вульфа – Бреггів, якщо використовувати постійну ґрати  $D$  з вимірів із рентгенівськими променями.

Дж. П. Томсон вчинив інакше. Він спочатку розраховував довжину хвилі електронів за формулою де Бройля  $\lambda = h/mv$ , а потім визначав постійну ґрати  $D$  кристала. Після цього він порівнював результат із даними, отриманими з вимірів із рентгенівськими променями. У таблиці наведено результати дослідів Дж. П. Томсона.

Метал	Рентгенівські промені	Катодні промені
Al	4,05	4,06–4,00
Au	4,06	4,18–3,99
Pt	3,91	3,88
Pb	4,92	4,99

Хоча точність експериментів Томсона була гірша за точність експерименту Девіссона і Джермера, але вони так само доводили правильність гіпотези де Бройля про хвильову природу електрона.

1937 року Девіссону і Дж. П. Томсону присудили Нобелівську премію «За відкриття дифракції електронів на кристалах».

Зазначимо, що класичні корпускулярна і хвильова моделі мікрочастки, якщо їх розуміти буквально, суперечать одна одній. Природа вийшла із цього скрутного положення так, що немає жодного фізичного експерименту, в якому би строго проявлялися водночас і корпускулярні, і хвильові властивості якої-небудь мікрочастки.

Є експерименти, в яких мікрочастка проявляє у хорошому наближенні свої корпускулярні властивості, й існують інші експерименти, в яких вона проявляє також в хорошому наближенні свої хвильові властивості. Але ніколи в одному і

тому самому експерименті мікрочастка, наприклад електрон, із повною визначеністю не проявляє корпускулярні або хвильові властивості.

Корпускулярні та хвильові властивості – це різні боки єдиного складного фізичного об'єкта – мікрочастки, яка насправді не є на 100% ані корпускулою, ані хвилею.

## 2.5 Електрон у речовині

### Міжатомні сили

Атом нас цікавитиме лише тією мірою, якою він визначає властивості речовини, взятої в досить великому обсязі. У цьому сенсі найпростішою системою є газ, де молекули рухаються незалежно одна від одної і взаємодіють, лише ударяючись одна з одною. У твердих тілах атоми пов'язані з багатьма сусідніми, і міжатомні сили відіграють визначальну роль.

Рухатись можуть і атоми, але у звичайних умовах вільний атом – це рідкісне явище. Найменша частка більшості речовин, що зустрічається у вільному вигляді, – молекула – зазвичай містить не менше ніж два атоми. Тільки інертні гази одноатомні за кімнатної температури. Загальна властивість, завдяки якій ці елементи дістали свою назву, полягає в тому, що в атомах інертних газів маємо справу з дійсно стійкою електронною конфігурацією.

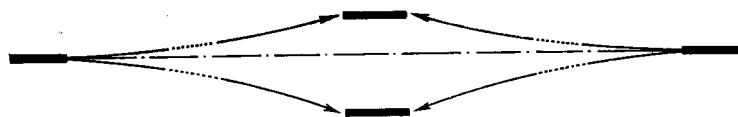
Між атомом і молекулою є відмінність, на пояснення якої хімія ХІХ ст. витратила більшість десятиліть. Атом є найменша частка, що має хімічну індивідуальність. Характерною ознакою такої конфігурації є повністю заповнена зовнішня оболонка атома.

Досвід показує, що вільні атоми інших типів утворюють стійкішу систему лише шляхом об'єднання окремих атомів у багатоатомну молекулу. Щоб з'ясувати це питання, істотно важливо знати енергії електронів у молекулі. Під час розв'язання задачі, пов'язаної з визначенням енергії, виникають досить великі математичні труднощі навіть у разі поодиноких атомів.

Для молекули, що містить хоч б два ядра, вже не можна вдатися до спрощення (зведення завдання до завдання із сферично симетричним полем). І завдяки вмілому використанню різних наближень були отримані результати. Проілюструємо їх на прикладі молекули водню – найменшої з можливих двоатомних часток.

Розглянемо два атоми гідрогену, які знаходяться настільки далеко один від одного, що їх взаємодією можна знехтувати. Для основного стану електрона ця ситуація ілюструється моделлю на наступному рисунку. Пара рівнів на краях

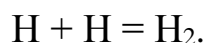
схеми відповідає основному стану двох атомів гідрогену, нескінченно віддалених один від одного.



Під час зближення атомів рівні їх енергії розщеплюються, що показано стрілками. Коли атоми зближуються, взаємодія між ними стає дедалі більш значною, завдяки чому відбувається розщеплення електронних рівнів на два підрівні, один із яких знаходиться вище, а другий – нижче за рівень енергії для вільного атома. Відстань між рівнями залежить від відстані між атомами. Електрони в кожному атомі можуть зайняти нижній рівень (якщо їх спіни є протилежними), так що сумарна енергія електронів у молекулі буде менше за суму енергій окремо взятих атомів.

У результаті два ядра знаходяться один від одного на деякій рівноважній відстані. Під час скорочення міжатомної відстані енергія електронної системи зменшується, енергія зв'язку збільшується, поки не зрівняється із взаємним відштовхуванням обох ядер гідрогену.

Молекула водню має певну відстань між ядрами атомів. Тенденція до з'єднання двох атомів гідрогену проявиться лише в тому випадку, коли ці атоми зможуть віддати енергію 2,17 еВ (50,4 ккал/моль), що звільняється під час утворення молекули. Цифра в дужках є молярною теплотою реакції



У подібний спосіб можна аналізувати енергетичний баланс процесу, що відбувається під час об'єднання двох будь-яких атомів іншого виду.

### Обмінна енергія

Сили, що зв'язують атоми водню в молекулу, мають чисто електростатичне походження. Молекула є оптимальною конфігурацією «хмари» зарядів зовнішніх електронів, що огортає обидва ядра. Форма хмари залежить від допустимих електронних станів і пов'язана з принципом відбору Паулі. Тому зменшення енергії електронів під час об'єднання атомів у молекулу пов'язане зі спіновими станами електронів. Цю величину іноді називають обмінною енергією. Можна вважати, що в цьому випадку має місце «зв'язок», обумовлений парою електронів, що належать обом атомам.

Розглянемо тепер випадок двох атомів гелію, які поступово зближуються. Рівні енергії для гелію подібні до рівнів енергії водню, й тому знову станеться їх розщеплення. Проте тепер відбувається розподіл чотирьох електронів, отже, обидва розщеплені підрівні будуть зайняті.

Внаслідок асиметрії розщеплених рівнів енергії молекули в цьому випадку виявляється більше за суму енергій двох незалежних атомів, і тому не буде тенденції до утворення такої атомної системи шляхом зіткнень.

### **Ковалентний зв'язок**

Розглянутий вище тип зв'язку можна назвати ковалентним зв'язком, або парним електронним зв'язком. Ковалентний зв'язок може реалізуватися і у тому випадку, коли у зовнішній оболонці міститься більше ніж один електрон. Наведемо приклад атома вуглецю, де є чотири електрони (головне квантове число  $n = 2$ ). Кожен з електронів може утворити ковалентний зв'язок з атомом водню, в результаті отримуємо молекулу метану  $\text{CH}_4$ . Зв'язок може відбутися і з атомом хлору, тоді отримаємо чотирихлористий вуглець  $\text{CCl}_4$ . У цих двох випадках молярна теплота реакції становить відповідно до 20,3 і 21,6 ккал/моль, що свідчить про стабільність цих молекул. «Хмара» електронного заряду атома вуглецю має сферичну симетрію: тут є чотири симетричні пелюстки – один на кожен електрон. Завдяки цьому молекули  $\text{CH}_4$  і  $\text{CCl}_4$  мають структуру тетрагона. Той факт, що ковалентний зв'язок характеризується деяким певним напрямком у просторі, дуже важливий.

Атоми вуглецю можуть також з'єднуватися один з одним. Але чотири зв'язки на атом роблять «молекулу» вуглецю незамкненою (незакінченою). Закінчена структура має вигляд ланцюжка, в якому кожен атом оточений чотирма найближчими сусідами. Регулярність будови властива кристалам. Описаний зв'язок реалізується в алмазі: будучи дуже сильним, він надає алмазу твердість і хімічну інертність.

Інші елементи IV групи періодичної таблиці також можуть утворювати чотири ковалентні зв'язки. Саме тому кристали кремнію і германію мають ту саму структуру, що й алмаз. Здатність до утворення ковалентного зв'язку найкраще виражена у таких атомів, як вуглець, у яких електронна оболонка заповнена наполовину (або у випадках, близьких до цього).

## Іонний зв'язок

Якщо у зовнішній оболонці атома є лише один електрон (наприклад, у калію), то сприятливіші умови для утворення хімічної сполуки існують під час переходу електрона до іншого атома, що має досить добре виражені «електронегативні» властивості (наприклад, до хлору), здатного прийняти цей електрон. Електрон, що перейшов, займає зовнішню оболонку атома хлору; при цьому утворюються два іони з протилежними зарядами.

Обидва іони мають стабільну структуру атомів інертного газу й пов'язані один з одним силами кулонівського тяжіння. Подібний зв'язок називається іонним. На відміну від ковалентного зв'язку іонному зв'язку не можна приписати певного напрямку. Наприклад, у кристалах кам'яної солі кожен негативний іон оточений позитивними іонами, і, своєю чергою, кожен позитивний іон оточений негативними іонами.

У хлористому цезії структура кристала інша, бо розміри обох іонів настільки різні, що найменша потенційна енергія з'єднання відповідає особливому типу упаковки іонів.

У рідині з великою величиною діелектричної постійної (наприклад, у воді) міжатомні зв'язки істотно ослаблюються, іони переміщуються й утворюють електролітичний розчин.

Іонний і ковалентний зв'язки є двома крайніми типами можливого зв'язку. Здебільшого зв'язок має проміжний характер, і такий зв'язок можна назвати нерівним перерозподілом. Це якісна картина хімічних змін з точки зору електронної теорії.

## Кінетична теорія газів

Газова фаза речовини характеризується незалежністю окремих молекул. Метою кінетичної теорії газів є пояснення властивостей газів, засноване на передумові про хаотичність руху молекул, які взаємодіють одна з одною лише шляхом пружних зіткнень. У цій теорії мається на увазі, що молекула є ідеально пружною сферою.

Хоча структура молекул не сферична, але для розгляду статистичних закономірностей молекули можна вважати сферичними. Кінетична теорія газів виявилася надзвичайно плідною, незважаючи на її простоту. Використання модельних представлень не відображає повної картини явищ і залишає в тіні багато важливих питань з інших галузей фізики.

Припустімо, що в одиничному об'ємі ідеального газу міститься  $n$  молекул. Маса кожної молекули  $m$ , середня швидкість  $v$  і середньоквадратична швидкість  $v_{кв}$ . Хаотичність молекулярного руху характеризується сталим розподілом молекул за швидкістю, який залежить від температури, маси молекул та їх концентрації.

Для математичного опису хаотичного руху використовують середні значення швидкостей молекул: середньоарифметичну, середньоквадратичну, найбільш імовірну швидкості.

Тиск газу виникає через те, що молекули передають свій імпульс стінкам місткості, у якій перебуває газ, його знаходять зі співвідношення:

$$P = \frac{1}{3} nmv^2.$$

Рівняння стану газу

$$P = nkT,$$

де  $k$  – постійна Больцмана і  $T$  – абсолютна температура. Тому

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} mv^2.$$

Вираз праворуч є середня кінетична енергія молекул газу, яка, отже, прямо пропорційна температурі газу. За кімнатної температури ця енергія дорівнює приблизно 1/40 еВ.

Нас цікавлять не лише зіткнення молекул із стінками, а й їхні зіткнення одна з одною. Візьмемо яку-небудь одну молекулу і припустимо, що вона є сферою з діаметром  $d$ . Рухаючись, ця молекула зіткнеться з будь-якою іншою молекулою, центр якої лежить усередині циліндра з діаметром  $2d$ , вісь якого збігається з напрямком руху вибраної молекули. Об'єм циліндра, що його отримуємо таким шляхом за одну секунду, дорівнює  $\pi d^2 v_{cp}$ , де  $v_{cp}$  – середня (не середньоквадратична) швидкість молекули. У цьому об'ємі міститься  $n\pi d^2 v_{cp}$  молекул; отримане число є числом зіткнень в одну секунду й воно пропорційне ймовірності зіткнень. Середня відстань між зіткненнями, тобто, середня довжина вільного пробігу, дорівнює

$$\lambda = 1/\pi d^2 n.$$

Більш точний аналіз дає змогу взяти до уваги молекули, що надходять до циліндра (як і ті, що залишають його), що дає поправковий коефіцієнт, рівний  $1/\sqrt{2}$ . Нарешті, можна поширити отриманий результат на молекули іншого

роду, які мають діаметр  $d_1$  і рухаються в газі, що складається з молекул із діаметром  $d_2$ . У цьому випадку маємо

$$\lambda = \frac{4}{\sqrt{2}[\pi(d_1 + d_2)^2]n}$$

Середня довжина вільного пробігу та ймовірність зіткнення повинні, звичайно, залежати від розмірів молекули. Коли ми маємо справу з реальними молекулами, які рідко мають сферичну форму, можемо у загальних рисах зберегти той самий підхід. Ймовірність зіткнення можна встановити, використовуючи поняття ефективного поперечного перерізу. Це особливо зручно під час опису складніших явищ. Припустімо, наприклад, що в газ вводять потік часток, які мають енергію, достатню для іонізації основного газу. Ймовірність іонізації може бути виражена через поперечний переріз іонізації.

Оскільки середня довжина вільного пробігу обернено пропорційна до концентрації молекул, вона буде обернено пропорційна й тиску. Так, наприклад, середня довжина вільного пробігу молекул неону за нормальних тиску й температури становить  $1,93 \cdot 10^{-3}$  см, а за тиску 1 мм рт. ст. вона дорівнює  $1,15 \cdot 10^{-2}$  см. Для молекул інших газів цей параметр зазвичай має той самий порядок величини (відрізняючись від наведеного значення у 2–3 рази).

### Процеси перенесення в газах. Розподіл Больцмана

Процеси перенесення відбуваються тоді, коли газ не перебуває у стані рівноваги, і в ньому внаслідок цього перерозподіляється енергія. Зупинімося на випадку одновимірної задачі. Нехай  $\epsilon$  градієнт концентрації молекул, тоді перерозподіл енергії обумовлений дифузією молекул. Виокремимо одиничний майданчик, перпендикулярний напрямку градієнта концентрації. Майданчик перетинають лише молекули, що знаходяться в шарі між майданчиком і площиною, віддаленою від майданчика на довжину вільного пробігу  $\lambda$ . За одну секунду цей майданчик перетнуть

$$\frac{1}{6}c \left( n - \lambda \frac{dn}{dx} \right) \text{ молекул.}$$

Множник  $1/6$  з'явився через те, що в одному напрямку переміщується, в середньому, лише шоста частина всіх молекул. Аналогічно під час руху справа майданчик перетинають

$$\frac{1}{6}c \left( n + \lambda \frac{dn}{dx} \right) \text{ молекул.}$$

Результівний потік молекул дорівнює

$$-\frac{1}{3}c\lambda \frac{dn}{dx} = \frac{dn}{dt}.$$

Порівнюючи це рівняння з рівнянням дифузії

$$\frac{dn}{dt} = -D \frac{dn}{dx},$$

доходимо висновку, що коефіцієнт дифузії  $D$  дорівнює

$$D = \frac{1}{3}c\lambda.$$

Через хаотичність руху молекул їхні миттєві швидкості розподілені в широкому інтервалі значень. Нехай одне значення енергії молекули  $E_1$  (у випадку, який розглянемо, ця енергія відповідає середній швидкості  $v_{cp}$ , так що  $E_1 = mv_{cp}^2/2$ ); нехай інше можливе значення енергії є  $E_2$ . Тоді ймовірність перебування молекули в кожному з цих станів буде  $\exp(-E_1/kT)$  і  $\exp(-E_2/kT)$  відповідно, де  $k$  – постійна; відношення цієї вірогідності дорівнює:

$$\exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right).$$

Для сукупності, що складається з великої кількості ідентичних молекул, цей вираз визначає населеність у цих енергетичних станах і називається бальцманівським розподілом. Наведений вираз не залежить від природи енергії  $E$ , яка може бути як потенційною, так і кінетичною енергією. Бальцманівський розподіл характерний лише для класичних часток і втрачає силу для часток у металі. Водно час він задовільно описує властивості електронів у невироджених напівпровідниках.

Енергія газу обумовлена цілком кінетичною енергією молекул, причому, як ми бачили, енергія однієї молекули дорівнює  $3/2kT$ . Похідна цієї величини за температурою навколишнього простору є  $3/2k$ ; для одиничного об'єму отримаємо  $3/2nk$ , що має дорівнювати питомій теплоємності за постійного об'єму ( $C_v$ ). Дослід показує, що теплоємність аргону не залежить від температури, починаючи від  $T = 90$  К, причому вираз дає правильний порядок величини  $C_v$ . З іншого боку, для азоту  $C_v$  більше за величину, отриману в такий спосіб, і зростає з підвищенням температури. Це пояснюється тим, що молекула азоту є двоатомною; формою вона нагадує «гантель» і має помітний момент інерції. Через це молекула азоту може мати не лише поступальну, а й обертальну енергію; тепер вклад в енергію молекули дають 5 членів (а не 3, як

у разі одноатомних газів), і відповідно до принципу рівного розподілу енергії за ступенями свободи питомо теплоємність дорівнюватиме  $5/2nk$  (а не  $3/2nk$ ).

У випадках, коли атомна система обертається, класична теорія втрачає свою силу. Можна показати, що обертальна енергія здатна набувати лише квантованих значень, утворюючи систему рівновіддалених дискретних рівнів. Якщо величина  $1/2kT$  є невеликою порівняно з енергією сусідніх рівнів, то вся молекула перебуватиме в основному стані, та її обертальна енергія не змінюватиметься в разі зміни температури.

За високої температури теплоємність азоту  $C_v$  перевищує  $5/2nk$ , оскільки частина енергії витрачається на збудження коливань молекули. Енергія цих коливань також квантується.

Додаткові рівні енергії, пов'язані з коливанням та обертанням молекули, призводять до появи нових ліній в її спектрі. Оскільки різниця енергій, що відповідають суміжним рівням, є малою, переходи між цими рівнями можуть спостерігатися на низьких частотах (у інфрачервоному й мікрохвильовому діапазонах).

Описаний вище безперервний перехід енергії молекули з однієї форми в іншу призводить до того, що кінетична енергія, віддана молекулі, наприклад у разі сильного зіткнення, може легко перейти в енергію коливального й обертального руху. В деяких випадках це призводить до розпаду молекули або до зміни її структури. Хімічні реакції не починаються доти, поки молекули не наберуть достатньої кінетичної енергії, тобто, поки не станеться значного підвищення температури газу.

Ядра самі по собі можуть здійснювати періодичний рух. Справедливість такого розподілу електронного та ядерного рухів виправдовується великою відмінністю в масах електронів і ядер; без зазначеного розподілу було б надзвичайно важко провести будь-який аналіз молекулярних явищ.

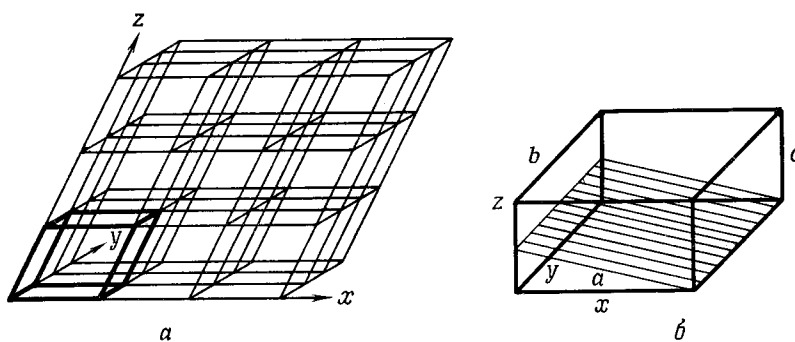
### **Сили ван дер Ваальса**

Опис поведінки газів за допомогою кінетичної теорії є спрощеною моделлю навіть з огляду на обертальний і коливальний рухи молекул. Не зважають на силу, що притягує молекули. Наявність такої сили, названої силою ван дер Ваальса, призводить до помітного відхилення властивостей реального газу від моделі ідеального газу, що описується рівнянням стану  $PV = RT$ . Дія сили ван дер Ваальса спричинює перехід газів у рідкий стан, і зрештою, – у твердий. Вона виникає внаслідок орбітального руху електрона в атомі відносно ядер. В атомі виникає флуктуаційний дипольний момент, який індукує

відповідний дипольний момент у розташованій поблизу молекулі. Це призводить до появи досить слабкої сили тяжіння, яка різко зменшується зі збільшенням відстані. Ця сила і називається силою ван дер Ваальса. Саме вона пов'язує частки у твердому аргоні й у тих кристалах, складовими елементами яких є молекули (а не окремі атоми).

За досить низьких температур міжатомні сили – іонні або ковалентні, або ще слабкіші – сили ван дер Ваальса можуть спричинити появу деякої впорядкованості і перехід речовини в тверду фазу. Ця впорядкованість виникає тоді, коли вона зменшує до мінімуму енергію об'єднання часток, що виникає. Регулярність атомної структури є ознакою кристалічного стану, саме вона обумовлює появу масштабної регулярності, до якої належить, наприклад, постійність кутів між гранями кристалів.

Рухаючись прямолінійно з будь-якої точки кристала, ми неминуче прийдемо в іншу точку, де властивості кристала виявляться такими само, як і у вихідній точці. Якщо ми продовжимо рух, картина повторюватиметься через рівні інтервали. Є деякі напрямки, в яких це повторення відбувається найчастіше, їх вибирають як осі кристала. Відкладемо на трьох таких осях відрізки, що відповідають періоду структури в кожному такому напрямку. Отриманий паралелепіпед називається елементарною коміркою (елементарним осередком), нескінченним його повторенням можна побудувати весь кристал. Приклад просторових ґрат наведено на наступному рисунку ліворуч. Існує кінцеве число форм таких осередків. Найважливіші випадки відповідають кристалам з високою мірою симетрії, в цих кристалах осі часто ортогональні.



## Індекси Міллера

Орієнтацію будь-якої площини можна визначити за її розташуванням відносно елементарної комірки. Для цього точки перетину площини з осями кристала можна виразити в частках інтервалів, що є розмірами (періодами) комірки. Зворотні значення цих величин, якщо дані площини є гранями

кристалів, часто є невеликими цілими числами. Ці цілі числа ( $hkl$ ) називають індексами Міллера; їх зазвичай використовують для позначення кристалографічних поверхонь. Простий приклад цього наведено на правому рисунку. Штрихуванням показано розташування площини, що характеризується індексами Міллера (102) у прямокутній елементарній комірці. Подібним чином позначаються нормалі до цих поверхонь, проте, в цьому випадку використовують квадратні дужки  $[hkl]$ .

Помітимо, що розглянута елементарна комірка нічого не говорить про те, яким є розподіл атомів усередині комірки. Для нашої мети нам достатньо знати тип симетрії кристала, спостережуваний під час переходу від однієї точки кристала до іншої. Таку інформацію надає саме введене вище визначення елементарної комірки.

Зазначимо, що метали є коаліцією позитивно заряджених іонів, які утримуються разом за допомогою електронів, що їх «спільно використовує» увесь кристал. Ці електрони звільнені внаслідок витрати деякої досить великої енергії, аналогічно тому, як це відбувається в разі іонізації поодинокого атома.

## 2.6 Емісія електронів із твердого тіла

Експерименти, що їх проводили в XIX ст., показали, що в разі опромінення металу ультрафіолетовим випромінюванням він зазвичай набуває позитивного електричного заряду. Те саме відбувається під час нагрівання металу до високої температури. Проте, результати перших досліджень були суперечливими. Прогрес стався після створення техніки досліджень у вакуумі. Експерименти, що їх проводив Дж. Дж. Томсон, показали, що під дією обох чинників (ультрафіолетового випромінювання і нагрівання) відбувається емісія електронів з металів, що встановили шляхом виміру відношення  $e/m$ . Вивчили обставини, за яких електрони можуть звільнитися з твердого тіла і перейти у вакуум. Звільнення електронів становить великий практичний інтерес. Саме на цій основі створені джерела електронів для всіх електронних вакуумних приладів.

### Робота виходу

У металі електрони можна вважати такими, що належать усьому кристалу загалом. При цьому лише невелика частка електронів має теплову енергію, що відповідає тепловій енергії кристала; деякі з них можуть набути енергії, достатньої, аби відірватися від кристала, – точно так, як це відбувається з молекулами води в процесі випарування. Є важлива відмінність, обумовлена

іншим радіусом дії сили, що виникає між електроном і металом. Для подолання сил кристалічної решітки електрону необхідно надати деяку енергію, після чого він опиниться поза кристалом, але в безпосередній близькості до нього. Якщо ж електрон має бути повністю відірваний від металу, його необхідно видалити на більшу (фактично нескінченну) відстань. Це не становить труднощів у разі молекули води, оскільки тут немає інших сил, окрім тих, що діють на близьких відстанях молекулярних сил. Інша справа з електроном; маючи негативний заряд, він індукує у металі такий самий позитивний заряд (відображенням заряду). Кулонівська сила взаємодії між цими зарядами є такою, що діє на далекі відстані, і робота, пов'язана з подоланням сили тяжіння між електроном і наведеним ним зарядом, становить велику частину роботи, необхідної для звільнення електрона. Уся ця робота (повна енергія), виражена в електрон-вольтах, називається роботою виходу.

### **Контактна різниця потенціалів**

Можна очікувати, що робота виходу залежатиме від роду металу. Звідси випливає важливий висновок: якщо два шматки металу контактують один з одним, то із самої природи роботи виходу виходить, що енергія електронів в одному шматку металу буде відмінна від енергії в іншому шматку металу. В результаті виникає потік електронів, який урівноважується різницею зарядів, створеною цим потоком. Різниця потенціалів, що виникає при цьому, називається контактною різницею потенціалів (або контактним потенціалом). Її величина визначається виразом:

$$V_{ab} = \phi_a - \phi_b.$$

Визначення порогу фотоефекту дає спосіб виміру роботи виходу. Пластинку досліджуваного металу поміщують у відкачану посудину, в якій також є електрод, що є колектором електронів. Досліджувану поверхню опромінюють світлом, причому частота світлових коливань змінюється. На кожній частоті визначають максимальну кінетичну енергію емітованих електронів за допомогою затримувального потенціалу, що його подають на колектор. Таким чином, струм колектора зменшується до нуля. Експериментально було отримано лінійну залежність між енергією електронів і частотою. Перетин побудованої кривої з віссю абсцис дає величину роботи виходу (будуючи цю залежність, слід ввести поправку на роботу виходу матеріалу анода). За ретельнішої постановки досліду необхідно зважати ще на

температуру матеріалу, оскільки під час збільшення теплової енергії електрона робота виходу зменшується.

Значення роботи виходу для низки матеріалів є таким:

Метал	Cs	Na	Zn	W	Fe	Ag	Cu	Pt
Робота виходу, еВ	1,9	2,29	4,24	4,49	4,63	4,74	4,86	6,30

Використовуючи ці дані, можна легко продемонструвати, що для лужних металів гранична частота лежить у видимому діапазоні спектра (приблизно від 4000 до 7300 Å), для інших металів вона зміщується в діапазон ультрафіолетових хвиль.

### Фотоемісія

Електрон у металі може набути енергію або в разі його зіткнення з іншою часткою, або в разі зіткнення з фотоном. Він дістав назву фотоелектричного ефекту або, простіше, фотоемісії. Фотоемісія може відбуватися, коли фотон, що падає, надає електрону досить енергії

$$h\nu \geq e\phi,$$

точніше, коли

$$h\nu \geq e\phi + \frac{1}{2}mv^2.$$

Цей вираз, що його отримав Ейнштейн, явно свідчить про те, що надлишок енергії проявляється у вигляді кінетичної енергії емітованих електронів. Якщо це міркування є правильним, то для кожного металу має існувати деяка мінімальна частота фотоелектричного ефекту, а на менших частотах фотоемісія не повинна спостерігатися. Ця межа абсолютно не залежить від інтенсивності опромінення, оскільки підвищення інтенсивності світла на частотах, що перевищують граничні, призводить до збільшення числа фотоелектронів, а на частотах, менших за граничні, фотоелектрони взагалі не з'являються.

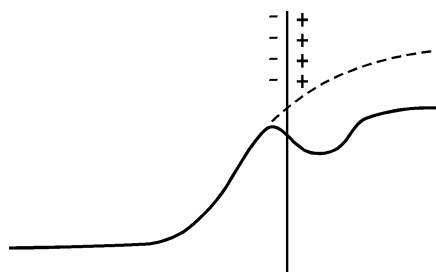
Ця проста схема процесу дуже важлива, оскільки вона заснована на закономірностях, що спостерігаються під час експериментального дослідження фотоемісії. Будучи абсолютно очевидним у світлі квантової теорії, такий підхід водночас неможливо узгодити з чисто класичною теорією випромінювання, і це мало велике значення для ствердження квантової теорії як загальноновизнаної фізичної теорії.

## Квантовий вихід у разі фотоефекту

На частотах випромінювання, що перевищують граничну, фотострум у разі зростання частоти спочатку зростає до максимуму, а потім падає. Фотострум залежить також від поляризації і кута падіння випромінювання. Зазвичай квантовий вихід фотоефекту становить  $10^{-4} - 10^{-2}$  електрон/фотон.

Виявилось, що експериментальні значення квантового виходу фотокатода і його граничної частоти змінюються від досліду до досліду навіть у тому випадку, коли вживали спеціальних заходів для отримання однакових результатів. Непостійність експериментальних результатів зумовлена отруєнням фотоемітувальної поверхні молекулами залишкового газу. Бо якщо абсолютно чисту поверхню помістити в умови звичайного високого вакууму (близько  $10^{-6}$  мм рт. ст.), то впродовж однієї секунди на цій поверхні адсорбується мономолекулярний шар газу.

Отруєння помітно в тих випадках, коли процес адсорбції пов'язаний з переходом електронів між адсорбованими атомами і поверхневим шаром. На наступному рисунку показано, як дипольний шар змінює роботу виходу електронів з катода внаслідок утворення нових рівнів енергії електрона, що знаходиться поблизу поверхні кристала.



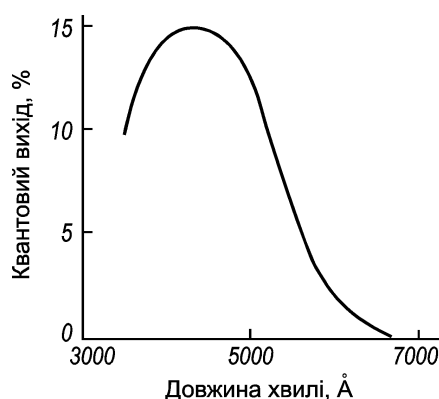
Пунктирна крива стосується чистої поверхні кристала. У деяких випадках домішок, розташовуючись у вигляді моношару, може утворити дипольний шар. Потенціал цього шару спричинить зміну рівнів енергії електрона, що їх показує суцільна крива. Така зміна рівнів призведе до зменшення роботи виходу.

Усі явища електронної емісії дуже чутливі до отруєння поверхні, яке часто завдає багато клопоту експериментаторам і технологам. Проте, зазначений ефект у низці випадків може виявитися і корисним: використовуючи його за ретельно відпрацьованої технології, можна отримувати поверхні дуже високої якості.

## Фотокатооди

Фотоелектронні прилади потрібні для перетворення світлових сигналів на електричні. Їх застосування дуже різноманітні: від простого розмикача, що спрацьовує під час освітлення, до широкодіапазонних надчутливих фотоматриць. Сучасні фотоелектронні прилади є чутливими до електромагнітного випромінювання у широкому діапазоні довжин хвиль.

Лужні метали мають граничну частоту у ближній ультрафіолетовій області й чутливі у всьому видимому діапазоні, але вони характеризуються дуже малим квантовим виходом ( $\sim 10^{-3}$  електрон/фотон). Тому лужні метали, зокрема цезій, використовують у катодах складних типів. Для виготовлення складного катода потрібна складна технологія. Речовину, що містить срібло, окислюють і потім на оксид наносять шар цезію. Такий киснево-цезієвий катод має високий квантовий вихід (0,2 електрон/фотон). Інший спосіб виготовлення пов'язаний з нанесенням тонкого шару цезію на сурму або вісмут. І в цій технології важливу роль відіграє процес окислення. Частотна характеристика сурм'яно-цезієвого катода представлена далі на рисунку.



До складу матеріалу «трилужного» катода входять натрій, калій і цезій, нанесені на сурму. Його частотна характеристика чутливості близька до аналогічної характеристики ока.

Фотокатоди можна наносити на скло у вигляді плівки напівпровідника. Світло падає на один бік скла, а електрони емітують з іншого боку.

### Термоелектронна емісія

Знаючи роботу виходу електронів з металу, можна визначити, за яких умов існує рівновага між електронами в металі і щільність «гарячих» електронів в об'ємі металу. Її можна пов'язати зі щільністю термоелектронного струму  $J_s$ . Для цього  $J_s$  необхідно прирівняти до виразу для швидкості зіткнення

електронів з поверхні металу, яке виходить з кінетичної теорії газів і включає тиск. Знаходимо, що

$$J_s = \frac{4\pi m k^2 e}{h^3} T^2 \exp\left(-\frac{\phi_e}{kT}\right).$$

Уперше цей вираз отримав Ричардсон.

За відсутності теплової рівноваги обчислення результтивного електронного струму з поверхні ускладнюється. Частина електронів відбивається від металу, й коефіцієнт віддзеркалення невідомий. Ба більше, у разі реальних емітерів робота виходу неоднакова в різних точках поверхні (зокрема, якщо метал має полікристалічну структуру), тому  $\phi_e$  – величина, яку важко визначати експериментально. Але електронний струм з поверхні легко піддається виміру, і він є величиною, яка становить найбільший практичний інтерес під час вивчення термоелектронної емісії. Струм термоелектронів з емітера (зазвичай це нитка, що нагрівається електричним струмом) спрямовується до колектора.

Емпіричне рівняння Ричардсона добре описує закономірності термоемісії, але коефіцієнти у рівнянні не можна встановити аналітично, як це було в разі рівноваги. Проте, параметри можна визначити експериментально для кожного емітера, і тоді рівнянням Ричардсона можливо користуватися для розрахунку струму емісії за будь-якої температури.

Записуємо рівняння Ричардсона у вигляді

$$J_s = AT^2 \exp(-\phi_e / kT),$$

де  $A$  – постійна, визначається з експерименту і для більшості металів лежить у межах від  $4 \cdot 10^5$  до  $7 \cdot 10^5$  А/(м<sup>2</sup>·К<sup>2</sup>), тоді як значення  $A$ , що його теоретично обчислив Ричардсон, дорівнює  $1,2 \cdot 10^6$  А/(м<sup>2</sup>·К<sup>2</sup>).

Три явища суттєво впливають на величину термоелектронного струму.

1. Коли потенціал колектора негативний стосовно емітера, на колектор потраплять лише ті електрони, які мають достатньо велику кінетичну енергію. Якщо максимальний струм колектора (струм насичення) позначити через  $I_0$ , то, як легко показати, струм  $I$ , що потрапляє на колектор у разі затримувального потенціалу  $V$ , буде таким, що натуральний логарифм відношення  $I/I_0$  є лінійною функцією  $V$ , причому коефіцієнт пропорційності дорівнює  $e/kT$ . Інакше кажучи,

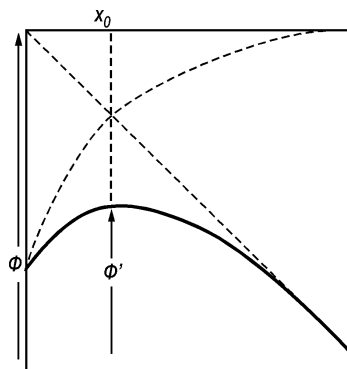
$$I/I_0 = \exp(-eV/kT).$$

Згідно з отриманою формулою поза емітером розподіл електронів за енергіями описується функцією Больцмана. Тобто, електронний «газ» поводить як система класичних часток, що мають властивості, узгоджені з

кінетичною теорією газів. Це узгоджується і з фундаментальним відкриттям Томсона.

2. Залежність  $\ln I$  від  $V$  буде лінійною лише за малих струмів. У разі збільшення струму в області між емітером і колектором перебуває велике число електронів, що утворюють негативний просторовий заряд. Взаємне відштовхування електронів у просторовому заряді істотно впливає на струм емітера. Ця обставина має визначальне значення у реальних умовах роботи електронних приладів.

3. У разі позитивного потенціалу колектора його струм слід визначати лише температурою емітера. Якщо напруга на колекторі настільки велика, що впливом просторового заряду можна знехтувати, то струм (в цьому випадку струм насичення) не повинен залежати від напруги колектора. Але цього зазвичай не відбувається. Між емітером і колектором є поверхня, де сила, обумовлена дією об'ємного заряду, точно компенсується силою впливу позитивного заряду на колекторі. Електрон, що досяг цієї поверхні, буде «вільним», що еквівалентно зменшенню роботи виходу. Далі на рисунку проілюстровано вплив зовнішнього поля на електрони поза емітером (пунктирна пряма), який протидіє впливу наведеного заряду (пунктирна крива). Дія цих двох чинників сприяє зменшенню роботи виходу на величину  $\Phi - \Phi'$  (суцільна крива).



Якщо точка поверхні віддалена від емітера на відстань  $x_0$ , тоді сила, обумовлена дією зображення заряду в точці  $x_0$ , дорівнює

$$\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x_0^2}.$$

Точна компенсація сили, що діє на електрон, відбувається в разі, якщо за  $x = x_0$

$$\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x_0^2} = eF,$$

звідки

$$x_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{4\pi\epsilon_0 F}}.$$

Вихід електрона станеться лише тоді, коли під час досягнення точки  $x_0$  робота, пов'язана з подоланням сили, обумовленої віддзеркаленням заряду, зменшиться на

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x^2} dx = \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x_0} = \sqrt{\frac{e^2 F}{16\pi\epsilon_0}} = ex_0 F.$$

Отже, для виходу електрона знадобиться менша робота. До такого самого ефекту призведе й та обставина, що на відрізку траєкторії до точки  $x_0$  електрон відбирає у зовнішнього поля енергію, рівну  $ex_0 F$ . Сума двох зазначених величин призводить до зменшення роботи виходу на

$$\phi' = \phi - \sqrt{\frac{eF}{4\pi\epsilon_0}}.$$

Так, щоб набути дійсного значення роботи виходу  $\phi$ , ми повинні побудувати залежність  $\phi'$  від  $F$  і екстраполювати отриману криву до точки  $F=0$ . Розглянуте явище носить назву ефекту Шоткі.

### Термоелектронні емітери

Для створення вакуумного електронного приладу необхідно задовольнити деякі мінімальні вимоги, встановлені вихідною потужністю. Струм електронів повинен бути у декілька міліампер. Фотоемітери для такого струму енергетично не є ефективними і конструктивно складні. Термоелектронну емісію з такими струмами дістати значно простіше. Для термоемітерів використовують тугоплавкі провідники. За робочої температури, що необхідна для отримання заданої щільності струму емісії, відбуватиметься випаровування катода. Що вище температура плавлення металу, то менше швидкість випарування атомів з його поверхні.

Ефективність катода характеризують параметром  $T_p/\Phi$ , де  $T_p$  – температура, за якої тиск пари матеріалу емітера становить  $10^{-5}$  мм рт. ст. Деякі

параметри металів, що характеризують їх емісійні властивості, наведено в таблиці.

Метал	$T_p, K$	$\Phi, e$	$T_p/\Phi, K/e$
W	2860	4,5	638
Th	1910	3,4	563
Na	440	2,3	192
Торійований вольфрам	1910	2,7	710
Оксидний катод	1000	1,5	660

Найкращим матеріалом для термоемітерів є вольфрам, його робоча температура може бути більшою за 2000 К. Таку температуру легко дістати, пропускаючи електричний струм крізь тонкий металевий дріт. Для підтримки високої температури витрачається значна потужність, в основному, на випромінювання розжареної нитки. З цієї причини ККД таких емітерів (його можна характеризувати відношенням роботи виходу до енергії, що витрачається на один емітований електрон) дуже низький. Крім того, бажано, щоб у будь-якому електронному приладі електрони емітували з еквіпотенціальної поверхні, а це неможливо, бо на кінцях дроту, що розігрівається струмом, різні електричні потенціали.

### **Торійований вольфрам**

Створення дроту з тугоплавких металів є складним металургійним завданням. Додавання невеликої кількості оксиду торію значно покращує механічні властивості вольфраму, він стає пластичним. Ленгмюр і Роджерс досліджували у 1913 р. властивості торійованого вольфраму і знайшли, що електронна емісія з нього перевищує емісію з чистого вольфраму приблизно у 105 разів. Цей факт пояснювали тим, що оксид торію, розкладаючись, утворює на поверхні вольфраму одноатомний шар торію. На поверхні виникає дипольний шар, який зменшує ефективну роботу виходу електронів. Значні втрати торію через випаровування з поверхні компенсуються дифузією торію з глибших шарів металу. Було помічено також, що додавання незначної кількості кисню може істотно зменшити емісію з вольфраму; це було пояснено утворенням на поверхні одноатомного дипольного шару протилежної полярності.

Істотною перевагою катода з торійованого вольфраму порівняно з катодом із чистого вольфраму є те, що він може працювати за значно нижчих температур.

## Оксидний катод

Венельт виявив, що металева поверхня, покрита оксидами лужноземельних металів (кальцію, барію або стронцію), після належної термообробки може перетворитися на ще ефективніший емітер, ніж торійований вольфрам. І за більшої емісії «оксидний катод» може працювати за температур нижче за 1100 К. Оксидом покривають циліндричну трубку і нагрівають методом «непрямого нагрівання» за допомогою окремої металевої спіралі, яку поміщають усередину трубки. Це дало змогу отримувати емітери з еквіпотенціальною поверхнею.

Матеріали для отримання оксидного катода зазвичай становлять суміш карбонатів лужноземельних металів у вигляді пасти на основі органічної речовини для зв'язки. Пасту наносять на підкладку (зазвичай зі сплаву нікелю), яка є одним з електродів лампи, і поступово нагрівають. На цій стадії процесу відкачування проводять ще за допомогою вакуумних насосів. Під час нагрівання речовина для з'єднання випаровується, а карбонати розкладаються на оксиди. У вологому повітрі зазначені оксиди не є стійкими хімічними сполуками. Після утворення оксидів необхідно провести ще процес активації за допомогою підвищення температури катода понад номінальну робочу за одночасного відбору струму емісії.

Оксидний катод є стандартним джерелом електронів у вакуумних електронних приладах. Недоліки оксидного катода зумовлюють деякі обмеження його застосування. Низька механічна міцність оксидного шару під час роботи у напруженому режимі призводить до розшарування й обсіпання. Через неоднорідність покриття катода на поверхні емісії з'являються «гарячі плями», де щільність струму емісії спочатку велика, а потім швидко падає. Тому в потужних генераторних лампах використовують катоди з торійованого вольфраму. У найпотужніших лампах (де анодна напруга перевищує 15 кВ) застосовують катоди з чистого вольфраму. Використання високих температур, необхідних для роботи металевих катодів, пов'язане зі значними деформаціями конструктивних елементів лампи. Тому металеві катоди можна застосовувати лише тоді, коли відстані між електродами досить великі.

Провідність оксидного покриття за високих температур має ту саму природу, що і провідність напівпровідників. Пориста полікристалічна структура матеріалу оксиду дає змогу отримати дуже велику ефективну поверхню, з якої може відбуватися емісія, а процес активації катода змінює властивості цієї поверхні в напрямку зменшення роботи виходу.

Видалення кисню шляхом відкачування під час виготовлення лампи є недостатньо ефективним, оскільки й після герметизації лампи відбувається

виділення кисню. Тому кисень видаляють у хімічний спосіб. На частину внутрішньої поверхні колби наносять металеву плівку барію, що поглинає кисень. Такі поглиначі отримали назву «гетер».

### **Ситерований катод**

Основою катода є пористий вольфрам з порами, заповненими оксидами барію і стронцію, атоми яких дифундують під час роботи до поверхні. Катод такого типу дає змогу отримувати струм емісії дуже високої щільності завдяки безперервному відновленню оксидного шару на поверхні емітера. Катод можна виготовляти пресуванням з наступним спіканням ще до монтажу лампи, що дає змогу витримувати малі розміри, необхідні в плоских тріодах. Цей тип катодів широко застосовують у лампах, що працюють на високих частотах, наприклад, у лампах біжних хвиль.

Через обмеження термоелектронного струму просторовим зарядом у вакуумних лампах не можна використовувати максимальний струм емісії. Просторовий заряд нейтралізують зарядом позитивних іонів, що перебувають у газовій фазі (наприклад, у тиратроні). На цьому побудовано роботу плазмового діода.

### **Вторинна електронна емісія**

Коли електрон із досить великою енергією падає на поверхню провідника, його енергію може отримати електрон, що перебуває біля поверхні. Цей електрон може вийти з провідника й утворити струм вторинних електронів. Такий вид емісії дістав назву вторинна електронна емісія. Число вторинних електронів, що припадають на кожен первинний, називається коефіцієнтом вторинної емісії. На практиці цей процес можливо використовувати разом із фотоемісією для посилення фотоструму. З цією метою фотоелектрони спочатку прискорюють, а потім ними бомбардують спеціальний електрод (динод), з якого і відбувається вторинна емісія. Прилади, що використовують таке посилення фотоструму, дістали назву фотопомножувачі. Вони використовують десятки каскадів динодів. За 11 каскадів можна отримати посилення фотоструму близько  $10^7$ , за коефіцієнту посилення у кожному каскаді – 4–5. Вирішальним чинником для процесу фотоемісії є також робота виходу. І в цьому випадку використання складних емітерів виявляється ефективнішим, аніж застосування емітерів із чистих металів. Динодом у фотопомножувачах зазвичай слугує шар цезію, нанесений на підкладку з оксиду срібла. У розбірних установках, де диноди час від часу знаходяться на повітрі,

використовують сплави берилію та міді. Ефективність роботи таких катодів підвищується після введення шару оксиду. Термоелектронний катод «отруює» диноди.

Із розглянутими явищами тісно пов'язана емісія електронів із металів, що відбувається під час бомбардування їх позитивними іонами. Це явище відіграє істотну роль у газовому розряді і є умовою його існування. Крім того, його використовують для отримання електронів у лампах із холодним катодом. При цьому емісія електронів відбувається не обов'язково під дією іонів, такими само ефективними виявляються і збуджені атоми з великим часом життя.

### 3 ЕЛЕКТРОННА ОПТИКА

Електронна оптика вивчає траєкторії електронів в електричному і магнітному полях. Для вивчення таких явищ електрон розглядають як частку. Вивчаючи роботу електронно-оптичних приладів, можна побачити багато аналогій з оптичними приладами.

Під час розгляду процесів вважатимемо, що електронні прилади створюють умови високого розрідження, і частки, що рухаються, на всій траєкторії не зазнають зіткнень з іншими частками.

Положення електронної оптики проілюструємо на прикладі електронно-променевої трубки. Цей вибір заснований на особливому значенні цього приладу.

Визначення відношення  $e/m$ , що його зробив для електронів Дж. Дж. Томсон, ґрунтувалося на використанні електронного пучка, що відхилювався електричним і магнітним полями. Відхилення можна було спостерігати за флуоресціювальним світінням у місці потрапляння променя на внутрішню поверхню скляної колби.

Вважаючи відношення  $e/m$  відомим, можна вимірювати різницю потенціалів, прикладених до пластин, або струм у котушках індуктивності. Такий вимірювальний прилад мав би дві істотні переваги: 1) інерційність електронного променя дуже мала порівняно з інерційністю стрілочних приладів і навіть порівняно з інерційністю приладів, у яких відлік ведеться за допомогою мініатюрних дзеркал. Завдяки цьому можна досліджувати процеси, що швидко змінюються; 2) вхідний опір такого приладу великий – він залежить лише від ємності пластин відхилення. Електронний прилад, створений спеціально для цієї мети, називається електронним осцилографом. Істотно, що за однією траєкторією тут може рухатися велике число електронів, причому принципово неважливо, як саме. Ця обставина повністю відповідає світловій оптиці, де ми можемо обговорювати питання про те, як формується зображення в телескопі, не цікавлячись його яскравістю. Аналогія, що виникає таким чином, між рухом електронів і геометричною оптикою є найістотнішим моментом, що його підкреслює назва цієї глави. Із цього ми й почнемо наше знайомство з електронними приладами.

Число електронів у промені має бути достатнім для того, щоб можна було побачити флуоресціювальну пляму на екрані осцилографа. Можливість спостереження на екрані флуоресценції, спричиненої катодними променями, – прямий і точний спосіб визначення положення променя. Флуоресцентне світіння скла є занадто слабким. Тому було створено матеріали, у яких

ефективність перетворення сягає 25%. Поширеніші з них: віллеміт – силікат цинку; різні суміші сульфідів цинку і кадмію, а також селенідів, активовані малими добавками інших домішок, наприклад міді. Матеріали цього типу (люмінофори) наносять у вигляді тонкого шару мікрокристалічної пудри на внутрішню поверхню скляної колби осцилографічної трубки. Характеристикою люмінофорів є час спаду світіння (час післясвітіння), спричиненого електронним ударом. Час післясвітіння може бути дуже малим ( $10^{-4}$  с) або дуже великим (близько хвилини). Тривале післясвітіння можна успішно використати під час випромінювання періодичних процесів із великим періодом повторення, наприклад у радіолокації.

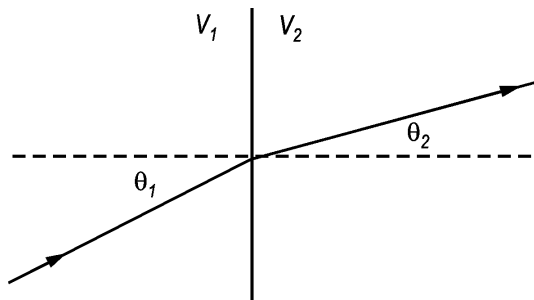
Отже, електронний промінь зробили видимим і використовують для вимірів. Для цього розв'язали низку задач з управління електронним променем, що забезпечили його рух заданою траєкторією. Розглянемо основні елементи конструкції електронно-променевого осцилографа. Число електронів та їх енергія мають бути достатніми для того, щоб створити потік квантів випромінювання у видимому діапазоні хвиль. Ця вимога диктує певну величину струму і потенціалу прискорення. Електричне поле між відхильними пластинами має бути достатнім, щоби спричинити помітне відхилення променя. Це забезпечить певну чутливість трубки. Промінь має бути гострий, тобто, площа зіткнення електронів з екраном має бути мінімальною.

Зазвичай використовують другу систему відхилення променя, яка дає змогу запровадити ще одну незалежну змінну. Під час вивчення процесів, що змінюються, такою змінною зазвичай є час. Ця система рівномірно відхиляє промінь у напрямку осі  $x$ , тоді як досліджуваний сигнал дає відхилення за віссю  $y$ . Отримуваний при цьому слід на екрані є кривою залежності величини сигналу від часу. У разі періодичних сигналів відтворення цієї залежності можна регулярно повторювати, для чого в осцилографі використовують схему розгортки. Нарешті, оскільки різниця потенціалів, що необхідна для відхилення променя, має бути великою, вхідний сигнал зазвичай доводиться посилювати.

### **3.1 Відхилення електронного променя електричним полем**

Подивимося, як зміниться рух електронів, якщо вони потраплять із простору з потенціалом  $V_1$  у простір із потенціалом  $V_2$ . На межі розділу цих двох областей має бути градієнт потенціалу, тобто, повинне існувати поле, яке прискорюватиме електрони в напрямку, перпендикулярному межі розділу. Складова швидкості, паралельна цій межі, не змінюється. Припустімо, що кут

між траєкторією і нормаллю до межі є  $\theta_1$ , а від межі електрон йде під кутом  $\theta_2$ , що зображено на наступному рисунку.



Прирівнюючи компоненти швидкості, паралельні межі, отримуємо

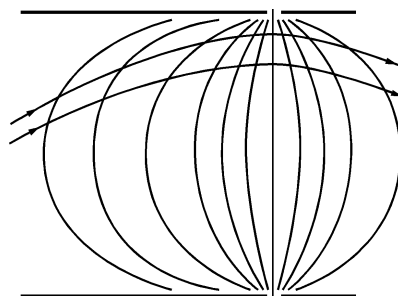
$$v_1 \sin \theta_1 = v_2 \sin \theta_2,$$

де  $v_1$  і  $v_2$  – швидкості електронів у зазначених областях. Якщо за нульовий рівень енергії взяти енергію електрона, що перебуває у спокої, то через те, що  $eV = mv^2/2$ , можемо записати

$$v_1 \sim \sqrt{V_1}, v_2 \sim \sqrt{V_2}, \text{ тобто, } \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}.$$

Це співвідношення аналогічне закону заломлення світлового променя на межі розділу двох середовищ, причому відношення  $\sqrt{V_1}/\sqrt{V_2}$  відіграє роль «показника заломлення», який можна варіювати, змінюючи потенціали на електродах. Вибираючи області відповідним чином, «фокусують» промінь, після чого вводять у проміжок між пластинами відхилення.

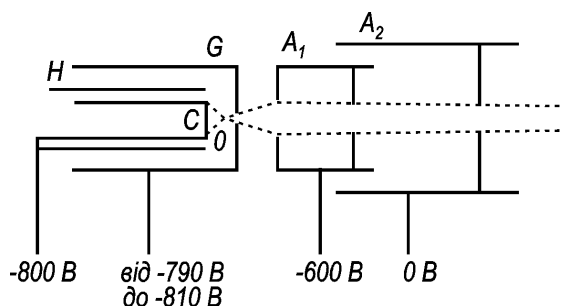
На рисунку нижче показано області в циліндричних електродах, що безпосередньо прилягають до проміжку, й екіпотенціальні лінії (лінії однакового потенціалу), конфігурація яких симетрична щодо проміжку. Циліндри перебувають під однаковими за амплітудою, але протилежними за знаком потенціалами. Із наведених траєкторій електронів видно, що в результаті дії лінзи вони сходяться, тобто лінза збирає систему часток. Таким чином, криволінійна межа розділу між екіпотенціальними областями діятиме як проста лінза.



У світловій оптиці зазвичай використовують різку межу розділу між двома середовищами, що не є характерним для електронної оптики. Пластини, що відхиляють, в експерименті Дж. Дж. Томсона діють як область із показником заломлення, що змінюється. З рисунка видно, що заломлення променя більше там, де швидше змінюється потенціал. Тобто, однакові оптичні принципи в електронній і світловій оптиці реалізуються дуже різними шляхами.

### 3.2 Електронний прожектор

Формування пучка в електронній трубці здійснюється за допомогою електронного прожектора. Одну з можливих конструкцій прожектора показано на наступному рисунку. Електрони емітують із дискового катода непрямого нагрівання С, покритого оксидом. Підігрівач розміщується в трубці. Для зменшення теплових втрат катод оточують циліндричним екраном Н. На осі з ним розміщено циліндр G, що має негативний потенціал і призначений для управління величиною просторового заряду. Управління струмом емісії здійснюється подібно до сітки електровакуумного триода. Циліндр С разом із циліндром  $A_1$  виконує також функцію збиральної електронної лінзи. На рисунку показано також типові значення напруги на елементах трубки.



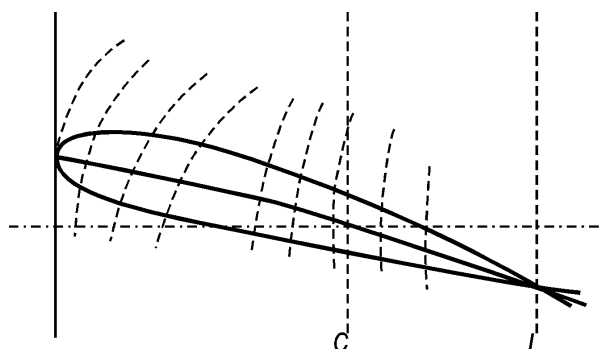
Траєкторії електронів, що виходять із катода (показані пунктирною лінією), перетинаються у деякій точці O на осі системи й потім розходяться. Хоча електрони емітують з усієї поверхні катода в різних напрямках, значна їх частина виходить з точки O. Третій циліндричний електрод  $A_2$  утворює разом з  $A_1$  другу електронну лінзу, яка утворює зображення точки перетину (точки кросовера) на екрані. Електронно-оптичну систему розраховують так, щоб це зображення розташовувалося в площині екрану, що дає змогу звести до мінімуму розміри флуоресцювальної плями.

Точка кросовера є зменшеним зображенням джерела електронів, останній не обов'язково має бути дуже малим. Завдяки цьому в трубці неважко отримати досить великий струм променя.

На циліндрах  $A_1$  і  $A_2$  є обмежувальні діафрагми. Для фокусування променя вони не дуже потрібні: роль цих діафрагм зводиться до обмеження поперечних розмірів електронного променя. У результаті траєкторії електронів, що залишаються у промені, виявляються майже паралельними до осі системи. Аналогічно в оптичних інструментах для зменшення аберації використовують апертурні діафрагми. Аберація у прожекторах електронно-променевої трубки призводить до збільшення плями під час відхилення променя і до зміни розмірів плями в разі зміни струму променя. Практично електрод  $A_2$  можна виконати таким, щоб точка кросовера екранувалася від циліндра  $A_1$ , потенціал якого визначає величину фокусної відстані. Якщо цього не зробити, виникає небажаний зв'язок між ланцюгом регулювання фокусної відстані (потенціал електроду  $A_1$ ) і ланцюгом регулювання яскравості (потенціал електроду  $G$ ).

Виникає запитання, наскільки можна збільшувати струм променя, не погіршуючи властивостей зображення у фокальній площині, тобто, наскільки можна збільшити щільність струму променя. Збільшення щільності струму пов'язане з такими труднощами:

1. Електрони вилітають із катода у всіх напрямках, причому є значні розбіжності абсолютних швидкостей електронів. Траєкторії електронів, що вилітають із однієї точки катода і мають протилежно спрямовані тангенціальні швидкості, але однакові нормальні складові, проілюстровано на наступному рисунку. Траєкторії перетинаються в точці, що лежить у площині зображення катода. Оптимальна пляма виходить у тому випадку, коли на флуоресцювальному екрані фокусується точка «кросовера»  $C$  (точка перетину електронних траєкторій із віссю), а не катод чи його зображення  $I$ . Тоді діаметр електронного променя в місці потрапляння на екран є мінімальним.



Позаяк швидкості емітованих електронів не дорівнюють нулю, область, зайнята кросовером, збільшується. До такого самого ефекту призводить і збільшення струму променя, для його компенсації застосовують обмежувальні діафрагми і використовують частину променя поблизу осі. На

флуоресціювальному екрані пляма буде яскравішою, але ще добре окресленою. Однак це досягається завдяки більш напруженому режиму роботи катода і розсіянню збільшеної частки повного струму емісії.

2. Між електронами променя діють сили відштовхування, і паралельні спочатку електронні траєкторії розходяться, що призводить до розфокусування флуоресціювальної плями. Пірс створив електронні прожектори з інтенсивними електронними потоками з підвищеною щільністю струму. У разі обмеження струму просторовим зарядом кожен електрон рухається прямою лінією. Із симетрії системи виходить, що сила, яка діє на нього з боку навколишніх електронів перпендикулярно до його траєкторії, дорівнює нулю. Ці ідеальні умови в електронному промені можна реалізувати, якщо вибрана форма електродів прожектора забезпечує симетричний розподіл потенціалу. У лампах з модуляцією швидкості електронного потоку необхідна щільність струму набагато перевершує аналогічну величину в осцилографічних трубках. Практичне розв'язання задачі забезпечується застосуванням «катодів Пірса».

### **3.3 Електронні трубки**

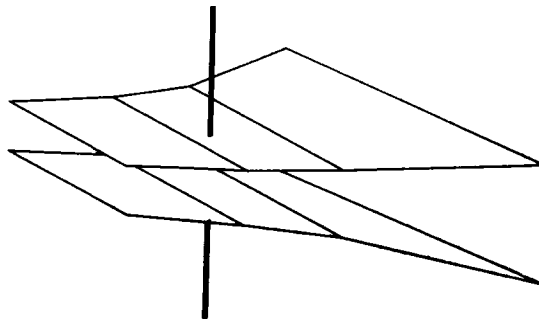
#### **Чутливість пластин відхилення**

Для відхилення променя зазвичай використовують дві незалежні системи електродів, що зміщують промінь у взаємно перпендикулярних напрямках. Найчастіше для цього у проміжку між двома паралельними пластинами створюють електричне поле. Ця проста конструкція має низку недоліків. Відхилення променя не може бути в цьому випадку дуже великим через потрапляння променя на пластини. Якщо збільшити максимальне відхилення променя шляхом збільшення відстані між пластинами, то зменшиться інтенсивність поля, що створюється у проміжку за фіксованого рівня сигналу, і зменшиться чутливість трубки. Якщо, з іншого боку, залишити незмінною відстань між пластинами, але зменшити довжину пластин, чутливість також зменшиться через зменшення часу прольоту електрона в полі відхилення.

Конструкція з паралельними пластинами далека від ідеальної і з іншої причини. У такій системі відхиляюча сила не залишатиметься постійною на всьому шляху електрона у просторі між пластинами. Промінь має криволінійну траєкторію, бо нормальна складова сили весь час змінюється. Це призводить до появи спотворень на екрані, які називають трапецеїдальними. Для усунення цього обмеження необхідно підібрати форму пластин так, щоб нормальна складова сили залишалася постійною. Необхідний криволінійний профіль

пластини можна розрахувати. Зразок спрощеної конструкції пластин відхилення показано на рисунку нижче. За заданої відстані між пластинами і заданої довжини пластин збільшується корисна площа екрана трубки. Крім того, пластини зазвичай розширюються у напрямку руху променя, що дає змогу мінімізувати їх площу. А це, своєю чергою, необхідно для зменшення ємності між електродами.

Ще один вид спотворення флуоресціувальної плями може виникнути, якщо потенціали на парах пластин неоднакові. Промінь, що проходить ближче до пластини з високим потенціалом, прискорюється сильніше. Цей недолік усувають, подаючи змінну напругу на пластини від підсилювача, забезпечуючи у такий спосіб постійність середнього потенціалу пластин.

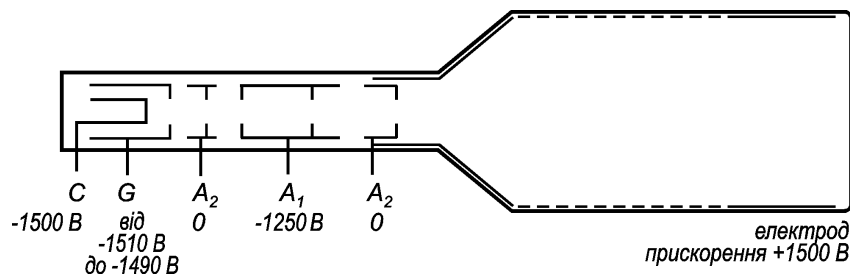


### **Яскравість зображення**

Яскравість зображення підвищується не лише за допомогою збільшення щільності струму променя, а й шляхом збільшення енергії електронів, для чого підвищують напругу прискорення електронів. Але в разі збільшення швидкості електронів чутливість системи відхилення променя зменшується. Цього уникають за допомогою додаткового прискорення електронів після їх виходу із системи відхилення. Таке прискорення можна здійснити, покриваючи внутрішню поверхню електронно-променевої трубки електропровідною плівкою, на яку подають потенціал прискорення. На жаль, електрод  $A_2$  прожектора і плівка утворюють лінзу, яка зменшує відхилення променя. Виграш за чутливістю від цього частково втрачається. Для компенсації цього ефекту плівці надають форму спіралі, до кінців якої прикладається напруга. Тоді електрони потрапляють в однорідне поле прискорення, і лінзовий ефект не проявляється.

Схематичне зображення типової трубки з подальшим прискоренням наведено на наступному рисунку: зазначені типові значення потенціалів на різних електродах трубки. Пластини відхилення не показані (вони

розміщуються у правому кінці горловини трубки). Переріз спіралі зображено штриховими лініями. Спіраль сполучено з електродом  $A_2$ , який складається із двох частин.



### Люмінесцентний екран

Люмінофор і скляна підкладка є ізоляторами (екран), і вони заряджатимуться, поки негативний потенціал екрана досягне значення, коли електрони променя почнуть гальмуватися, не доходячи до екрана. Процес ускладнюється наявністю вторинної емісії. Під дією цих процесів на екрані встановлюється рівновага: кількість електронів первинного променя, що надходять на екран в одиницю часу, дорівнює кількості вторинних електронів, що йдуть з екрана. Коефіцієнт вторинної емісії залежить від енергії первинних електронів, тому потенціал екрана в місці потрапляння пучка автоматично зменшується, доки не досягне величини, що відповідає умові рівноваги. Результивний потенціал називається потенціалом насичення люмінофора. Колектором вторинних електронів слугує покриття на стінках трубки. За високого потенціалу насичення люмінофора електрони променя значно гальмуються, і яскравість плями зменшується. Це явище усувають, наносячи на плівковий люмінесцентний екран шар алюмінію, який знижує величину рівноважного потенціалу. Шар алюмінію досить тонкий, щоби промінь міг прострелити його. Алюмінієва плівка корисна ще і тим, що відбиває випромінювання, яке потрапляє на неї від шару люмінофора. Значно більша частка світла від плями поширюється у бік спостерігача.

### Електронні трубки з пам'яттю

Важливий клас електровакуумних приладів – трубки з пам'яттю. Інформація, що міститься в розгорнутому на екрані електронному промені, передається внутрішньому шару ізолювального покриття екрана. Явища, що відбуваються при цьому, еквівалентні заряджанню системи конденсаторів. Потенціал, що його набуває кожен елемент поверхні екрана, визначає миттєву

величину струму променя під час кожного наступного сканування. «Записану» у такий спосіб інформацію можна «прочитати» під час аналізу змінної складової струму променя. Трубку використовували для запам'ятовування інформації в радіолокаторах та обчислювальних машинах.

Інше застосування цей принцип знайшов у телевізійних передавальних трубках. Проектуючи оптичне зображення на екран, покритий фотоемітвальним шаром, отримують відповідну картину розподілу заряду, яку потім сканує електронний промінь. Джерелом повторно-емісійного струму є високовольтний (1500 В) сканувальний промінь (іконоскоп із перенесенням зображення; сценоскоп). В іншому можливому варіанті трубки використовують електронний промінь, прискорений до меншої величини (200 В). Тут вимірюється струм первинного променя, який компенсує відхід фотоелектронів з кожного елемента зображення, що відбувається впродовж іншої частини періоду сканування (емітрон, суперортискон). У відіконі останній спосіб використовували у змінній формі: замість фотоемісії використовували явище фотопровідності.

Часто на екрані осцилографічної трубки корисно спостерігати водночас два процеси. Це здійснюють у кілька способів:

1. В одному балоні розміщують дві цілком незалежні електронно-оптичні системи, але через складність конструкції трубка виявляється дорогою.

2. У звичайній осцилографічній трубці періодично перемикають відхильну напругу з одного входу на інший. Перемикання відбувається із частотою, що набагато перевищує швидкість досліджуваних явищ, що обмежує сферу застосування подібних осцилографів областю не занадто високих частот.

3. Електронний промінь формується одним прожектором, потім розщеплюється на дві частини за допомогою додаткового електрода, розташованого між двома електродами системи відхилення. Така трубка проста і добре працює. Проте, важко усунути взаємодію між розділеними променями. На відхильні пластини кожного каналу трубки не можна подавати змінну напругу від балансного підсилювача. Тому в трубках із розщепленим променем виникають додаткові трапецеїдальні спотворення плями на екрані.

### **3.4 Магнітне фокусування і магнітне відхилення променя**

Ефект фокусування отримують і за допомогою магнітного поля, використовуючи соленоїди. Кінцевий ефект магнітного фокусування мало відрізняється від електростатичного, і вибрати систему відхилення слід з

огляду на практичну доцільність. Якщо електронно-променевою трубкою застосовувати з метою виміру, слід надати перевагу електростатичній системі відхилення. Опір соленоїдів для відхилення променя малий, і його важко погоджувати з підсилювачем, що має високий вхідний опір. Проте, в деяких застосуваннях істотнішими є економічні чинники, як у разі вибору трубки для електронно-променевого мікроскопа. Для здешевлення електронних приладів прагнуть до зменшення кількості деталей усередині вакуумного об'єму. Зазвичай використовують магнітне фокусування і магнітне відхилення променя. А соленоїди розміщують ззовні трубки.

### Електронні лінзи

Спотворення об'єкта в лінзі розпадається на ряд окремих явищ, що називаються аберациєю. Раціональним конструюванням оптичної системи аберациї коректують або зводять до мінімуму. В електронних лінзах особливо важлива аберация двох типів:

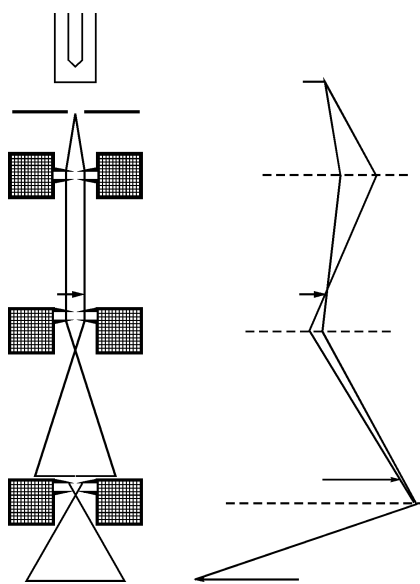
1. Хроматична аберация: електрони різної енергії фокусуються в різних точках, бо швидкості емітованих з термокатада електронів завжди розподілені в інтервалі швидкостей. Вплив хроматичної аберациї можна звести до мінімуму шляхом використання найбільшої з допустимих напруг прискорення. Тобто, для належного фокусування електронного променя потрібна хороша стабілізація напруги і струмів у лінзах.

2. Сферична аберация: електрони, що входять в лінзу на різній відстані від осі, фокусується в різних точках. Через цю аберацию навіть точка, розташована на осі лінзи, не має своїм зображенням точку. В електронних лінзах сферична аберация завжди має місце, і її не можна скоректувати жодною комбінацією позитивних і негативних елементів, як це відбувається у світловій оптиці. Утім лінза, утворена електродами, протяжними в осьовому напрямку, або лінза із деяким розподілом просторового заряду уздовж осі системи може і не мати сферичної аберациї.

В оптиці обмеження накладається хвильовою природою світла: через дифракцію від перешкод тіні перестають бути цілком різкими. Зокрема, зображенням точки буде зовсім не точка, а деяка дифракційна картина. Здатність лінзи розрізняти зображення двох точок залежить від міри перекриття цих двох дифракційних картин, протяжність кожної з яких визначається довжиною хвилі  $\lambda$  світла від джерела. Отже, роздільна здатність будь-якого оптичного інструмента неминуче буде пов'язана з довжиною хвилі  $\lambda$  (вона становить приблизно  $\lambda/3$ ). Тому в короткохвильовій частині видимого діапазону

(до якої, до речі, око людини дуже нечутливе) роздільна здатність в об'єктиві мікроскопа оптимальної конструкції дорівнюватиме приблизно  $1500 \text{ \AA}$ . Будь-які предмети, віддалені один від одного на меншу відстань, будуть невиразними, як би ретельно не був сконструйований мікроскоп. Роздільна здатність лінзи обмежена з причин не технічного, а фундаментального характеру. Цю межу можна здолати лише в разі використання «світла» короткохвильового діапазону, наприклад, випромінювання ультрафіолетового діапазону.

Електрони характеризуються хвилею де Бройля, і за енергії  $600 \text{ В}$  її довжина становить  $0,5 \text{ \AA}$ , а за енергії  $600 \text{ кВ}$  –  $1/30 \text{ \AA}$ , що є довжиною хвиль рентгенівських променів. Виходячи із хвильових властивостей електрона створено електронні мікроскопи, які набагато перевершують кращі оптичні мікроскопи. Для практичної реалізації цієї ідеї використовують електронні лінзи. Такий мікроскоп створили (на магнітних лінзах) Кнолл і Руска у 1931 році.



Сучасний електронний мікроскоп із магнітним фокусуванням показаний схематично на рисунку нижче. Він нагадує оптичний мікроскоп. Зразок «освітлюється» електронним променем, при цьому для фокусування променя використовують конденсорну лінзу. Після прольоту крізь об'єкт електрони надходять у збиральну лінзу, що слугує об'єктивом. Отримане у такий спосіб перше зображення збільшується ще раз проекційною магнітною лінзою, що слугує окуляром. Остаточне зображення може бути видимим, якщо електрони потрапляють на флуоресціювальний екран, матрицю чутливих мікроприладів,

або може бути сфотографовано (фотографічна пластинка чутлива не лише до світла, а й до опромінення електронами і має найкращу роздільну здатність).

Ліворуч на рисунку схема електронного мікроскопа з магнітним фокусуванням (показаний поперечний переріз приладу). Кожна лінза є котушкою, поміщеною в електромагнітний екран (екран зображений жирною лінією). Створене котушкою магнітне поле концентрується в районі циліндричного отвору. Електронний прожектор розміщується у верхній частині приладу, об'єкт дослідження – трохи вище за другу лінзу, а остаточне зображення виходить у нижній частині.

Праворуч на рисунку показано схему поширення променів, що ілюструє формування зображення в електронному мікроскопі.

В електронному мікроскопі, як і в оптичному, доцільно використовувати напівпрозорі об'єкти, які мають бути досить тонкими. Проте в такому разі енергія, що втрачається електронним променем під час проходження плівки, може виявитися достатньою для локального нагрівання зразка та його пошкодження. Роздільна здатність електронного мікроскопа значно менша за його теоретичну межу: тут позначається сферична аберація, яка не дає змоги використовувати електронні лінзи з великою апертурою. Все ж виявилось можливим отримати роздільну здатність близько 100–25 Å. Тому стали видимими найдрібніші біологічні об'єкти, наприклад віруси.

### **3.5 Електронні лампи**

#### **Просторовий заряд і модуляція електронів за швидкістю**

Найпростіший електронний прилад складається з термоелектронного емітера і колектора, що розміщені у вакуумі. Для визначеності припустимо, що обидва електроди є плоскими і взаємно паралельними. Такий пристрій називають плоским діодом. Якщо електроди ізольовано, то рівноваги буде досягнуто за невеликого позитивного потенціалу на емітері й негативного потенціалу на колекторі (обидва потенціали відлічують відносно землі). Між електродами існуватиме хмара електронів – просторовий заряд. Сила, що діє на електрон у просторі між електродами, спрямована до емітера. Рівновага полягає в тому, що емітований електрон повертатиметься назад до емітера, подібно до снаряда, випущеного вертикально вгору з поверхні землі. Якщо на колектор подати позитивний потенціал, а на емітер – негативний, то у зовнішньому ланцюзі потече постійний струм. Електроди в приладі називають відповідно

анодом і катодом. Якщо різниця потенціалів між анодом і катодом досить висока, струм буде пропорційний величині термоємисії з катода. У цьому випадку сила, що діє на електрон у просторі між електродами, буде завжди спрямована до анода.

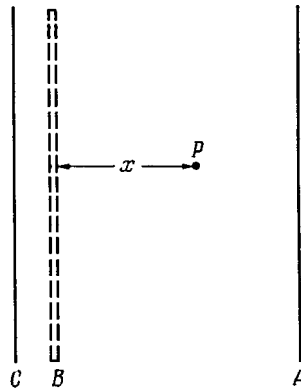
За проміжних значень різниці потенціалів між електродами напрям сили, що діє на електрон, змінюватиметься під час руху від катода до анода. Отже, між електродами має знаходитися площина, у якій ця сила дорівнює нулю. Назвемо цю площину потенційним бар'єром. За таких умов електронний струм на анод буде меншим, аніж струм термоємисії, який визначається величиною насичення, бо обмежується просторовим зарядом. Для визначення цього струму розглянемо силу, що діє на окремий електрон під час його руху між електродами. Оскільки в межах бар'єра на електрон жодні сили не діють, то, за теоремою Гауса, заряд позаду площини бар'єра має дорівнювати нулю. Це досягається взаємною компенсацією позитивного заряду на самому катоді й негативного заряду тих електронів, які залишили катод, але ще не досягли бар'єра. Електрони долають бар'єр із невеликою швидкістю  $v_0$  за рахунок своїх початкових швидкостей емісії з катода. Практично електрони характеризуватимуться деяким розподілом за швидкостями, але ми цим нехтуватимемо.

Розглянемо електрон у точці  $P$  (показано на рисунку нижче), який на своєму шляху до анода  $A$  відійшов від бар'єра  $B$  на відстань  $x$ . На електрон діють сили, спричинені присутністю сусідніх з ним зарядів. Ці заряди можна поділити на три категорії:

- 1) негативний заряд, зумовлений електронами, що рухаються між площиною бар'єра і точкою  $P$ ;
- 2) негативний заряд, зумовлений електронами, що рухаються між точкою  $P$  та анодом;
- 3) позитивний заряд на аноді, який за теоремою Гауса має дорівнювати сумі (1) і (2), оскільки на електрон, що знаходиться в площині бар'єра, не діють жодні сили.

Звідси випливає, що на електрон в точці  $P$  не діють жодні сили, окрім тих, які зумовлені електронами, що знаходяться за ним, – між бар'єром і точкою  $P$ .

Якою є величина заряду між бар'єром і точкою  $P$ ? Припустимо, що час, за який електрон подолав відстань між бар'єром і  $P$ , дорівнює  $t$ . Тоді, якщо щільність електронного струму дорівнює  $J$ , заряд між  $P$  і бар'єром дорівнює  $Jt$  на одиницю площі поверхні.



Якщо  $E$  – напруженість електричного поля в точці  $P$ , то рівняння руху для електрона, що знаходиться у цій точці, запишеться так:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = eE = \frac{e}{\epsilon_0} Jt;$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{e}{\epsilon_0 m} Jt.$$

Інтегруючи, отримуємо

$$\frac{dx}{dt} = \frac{e}{2\epsilon_0 m} Jt^2.$$

Ми припустили, що біля бар'єра  $dx/dt = 0$ , тобто,  $u_0$  нехтуємо.

Інтегруючи вдруге, отримуємо

$$x = \frac{e}{6\epsilon_0 m} Jt^3.$$

Тепер, якщо потенціал в точці  $P$  дорівнює  $V$ , можемо написати:

$$\frac{1}{2} m \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 = eV.$$

Підставляючи значення  $dx/dt$ , знайдемо, що

$$V = \frac{e}{8\epsilon_0^2 m} J^2 t^4,$$

а виражаючи  $t$  через  $x$ , отримаємо

$$V = \frac{(6x)^{4/3}}{8} \left( \frac{J}{\epsilon_0} \right)^{2/3} \left( \frac{m}{e} \right)^{1/3}.$$

Вирішуючи відносно  $J$ , знаходимо

$$J = \frac{4}{9} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} \frac{\epsilon_0 V^{3/2}}{x^2},$$

І, оскільки струм через будь-яку поперечну площину має одну і ту саму величину, то

$$J = \frac{4}{9} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} \frac{\epsilon_0 V_a^{3/2}}{d^2},$$

де  $V_a$  – напруга на аноді,  $d$  – відстань від потенційного бар'єра до анода.

Отриманий вираз для струму, обмеженого просторовим зарядом, відомий як рівняння Чайльда – Ленгмюра. Виведення попереднього вираження є строгим лише для електронів, швидкість яких біля бар'єра дорівнює нулю. Отриманим результатом можна користуватися, якщо бар'єр знаходиться так близько від катода, що за величину  $d$  можна взяти відстань між електродами.

Ці припущення взаємопов'язані й обидва задовольняються в усіх тих випадках, коли значення прикладеної напруги перевищує кілька десятих вольтів. Анодна напруга визначає енергію кожного електрона, що досягає анода, але значення струму воно визначає лише побічно, змінюючи положення бар'єра.

Якщо взяти до уваги розподіл електронів за швидкостями біля бар'єра, аналіз істотно ускладниться, але форма вольтамперної характеристики залишиться такою само.

За допомогою плоскої геометрії недоцільно розглядати реальні діоди. Практично більшість термоемітерів має форму нитки й використовується спільно з анодом у вигляді коаксіального циліндра. Це змінює у рівнянні Чайльда – Ленгмюра лише числові коефіцієнти. Закон рівня трьох інших справедливий для всіх діодів незалежно від їх геометрії.

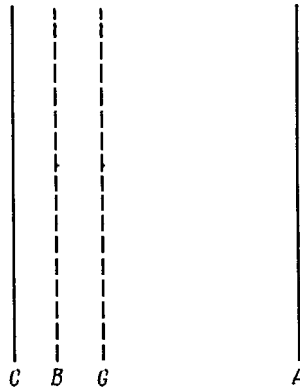
Більшість застосувань діода ґрунтується на асиметрії лампи, яка виражається в тому, що емітером електронів є лише один електрод. Ця властивість дає діоду змогу випрямляти прикладену до нього змінну напругу.

Струм визначається розподілом заряду в просторі між електродами, і доцільне управління струмом за допомогою цього заряду. Спосіб такого управління емпіричним шляхом відкрив де Форест у 1903 р., тобто, до того, як було оцінено важливість просторового заряду.

## Тріод

Управління просторовим зарядом було реалізовано за допомогою введення сітки з тонкого дроту між катодом і анодом діода, внаслідок чого вийшла триелектродна лампа, або тріод. Анодний струм управляється потенціалом сітки й абсолютно припиняється за деякого негативного потенціалу на ній. За допомогою опору навантаження, сполученого послідовно з анодом, змінну напругу на сітці можна перетворити на посилений сигнал, який виділяється на анодному навантаженні.

Розглянемо схему на наступному рисунку, знову скориставшись спрощеною плоскою конструкцією. Припустимо, що на сітку  $G$  подано негативний заряд. Цей заряд мало позначиться на положенні бар'єра  $B$  й не впливатиме істотно на величину сили, що діє на електрон між бар'єром і сіткою.



Ось чому електрон випробовує силу, обумовлену лише просторовим зарядом між ним і площиною бар'єра. Проте, щойно електрон пройде сітку, на нього почне діяти сила, зумовлена не лише електронами, які знаходяться між ним і бар'єром, а й також негативним зарядом на сітці.

Додаткове відштовхування надасть електрону додаткової кінетичної енергії, проте повна кінетична енергія повинна дорівнювати потенційній енергії електрона біля анода, тож струм проявлятиме тенденцію до падіння, і для того щоб зберегти його незмінним, необхідно збільшити потенціал анода.

Таким чином, для струму постійної величини є зв'язок між анодною напругою і зарядом на сітці. Й оскільки можна показати, що заряд на сітці пропорційний напрузі на ній, ми отримуємо вираз виду

$$I_a = f(V_a + \mu V_g),$$

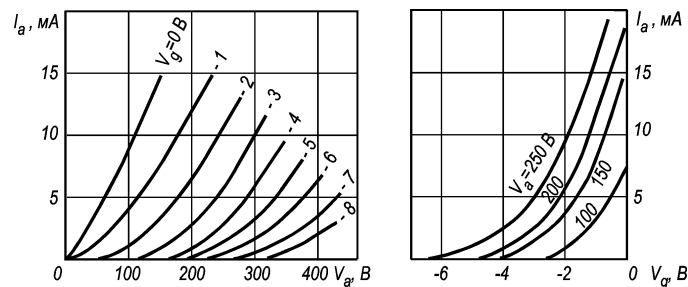
де  $f$  є деякою функцією. Цей вираз пов'язує анодний струм із величинами напруги анода і сітки.

За кількісного розгляду можна показати, що

$$\mu = -\frac{2\pi d}{S \ln 2 \cdot sh \frac{\pi c}{S}},$$

де  $S$  – відстань між осями провідників, що утворюють сітку,  $d$  – відстань між сіткою та анодом,  $c$  – радіус дроту сітки, а  $\mu$  – величина, названа коефіцієнтом посилення.

Залежності між  $I_a$ ,  $V_a$  і  $V_g$  представлені графічно у вигляді добре відомих характеристик триода на наступному рисунку: а – анодні характеристики; б – анодно-сіткові характеристики.



Зважаючи на їх важливість часто, окрім  $\mu$ , зазначають й інші параметри, наприклад крутизну характеристики

$$g_m = \left( \frac{\partial I_a}{\partial V_g} \right)_{V_a}$$

і внутрішній опір

$$\rho = -\left( \frac{\partial V_a}{\partial I_a} \right)_{V_g}.$$

Помітимо, що  $\mu = g_m \rho$ .

За традицією спочатку прийнято визначати конфігурацію електростатичного поля за відсутності електронів, а потім обчислювати траєкторію поодинокого електрона. Вплив просторового заряду враховують після цього у формі збурення. Але важливіше застосувати метод, який дає змогу від початку зважати на вплив просторового заряду.

Щільність електронів у просторі між сіткою і анодом досить низька, й тому її можна знехтувати порівняно із зарядами на сітці й аноді. Нехтуючи електронами, ми можемо досить просто обчислити електростатичну ємність між цими двома електродами. Величина цієї ємності становить приблизно 0,5 пФ.

### Застосування тріода

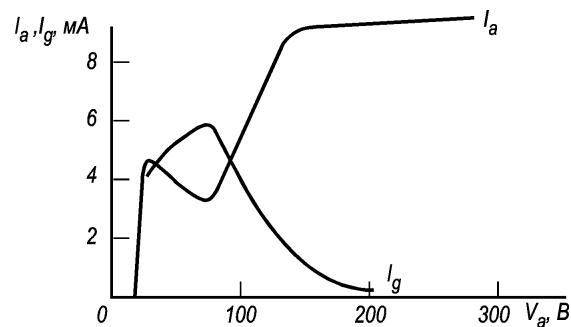
Можливість застосування лампи в генераторних і підсилювальних схемах впливає безпосередньо з виразу

$$I_a = f(V_a + \mu V_g).$$

Джерелом енергії є високовольтне живлення лампи постійної напруги. Зміна напруги на сітці призводить до змін анодного струму. За наявності активного навантаження в анодному ланцюзі потенціал анода змінюватиметься: він зменшуватиметься зі збільшенням анодного струму й навпаки. Унаслідок цього на аноді розсіюється менша кількість енергії, а змінна складова енергії виділяється на анодному навантаженні.

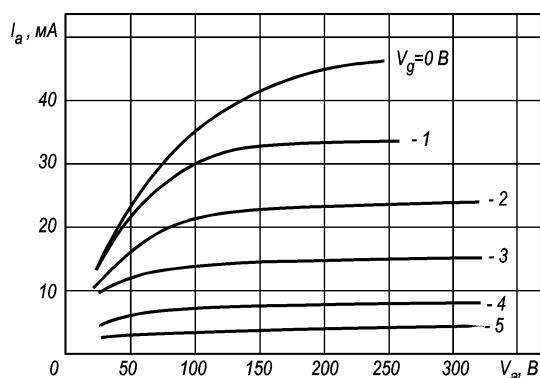
Практичні недоліки тріода пов'язані з низькою величиною внутрішнього опору тріода і надмірною ємністю анод-сітка, що призводить до зворотного зв'язку між ланцюгами сітки й анода. Це може спричинити небажану генерацію.

Обидва відзначені недоліки можна здолати, якщо ввести в лампу ще одну дротяну сітку, розташувавши її дуже близько до анода і приєднавши до окремого джерела високої напруги. Ця додаткова сітка діятиме як електростатичний екран між керівною сіткою та анодом, зменшить ємність між керівною сіткою і анодом та збільшить динамічний опір лампи. Типові характеристики такої лампи, що дістала назву «тетрод», представлені на наступному рисунку. Потенціал керівної сітки дорівнює 0 В, потенціал екранної сітки – 100 В.



У вольтамперній характеристиці  $I_a(V_a)$  з'явився провал, а на екранній сітці відповідне зростання струму  $I_g$ . Це явище зумовлене вторинною емісією з анода, що виникає під час потрапляння на анод електронного променя. Те саме відбувається і в тріоді, але там вторинні електрони все одно повертаються на анод; у тетроді ж вторинні електрони може збирати екранна сітка, якщо вона має відповідний потенціал. Саме цей ефект призводить до появи ділянки характеристики з «негативним опором», який використовують у низці електронних ланцюгів. Проте, у звичайному режимі роботи ця властивість тетрода призводить до небажаної нестабільності. Діапазон «безпечної» роботи тетрода занадто обмежений, і тому тетрод не становить особливої цінності.

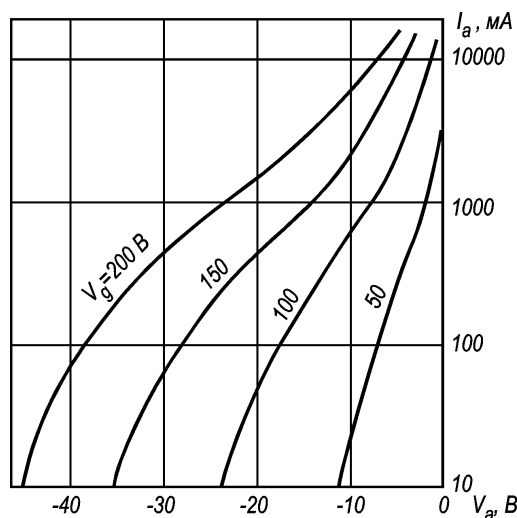
Ситуацію поліпшує третя (захисна) сітка, яка розташовується між екраном та анодом. Вона зазвичай з'єднується з катодом і відбиває вторинні електрони знову на анод. Вольтамперна характеристика пентода за різних значень напруги  $V_g$  на керівній сітці показана на наступному рисунку. Напруга на екранній сітці дорівнює 250 В, а напруга на захисній сітці – 0 В.



Якщо керівна сітка густа й розташована близько до катода, напруга відсічення буде малою. Напругою відсічення у тріоді або пентоді називається мінімальна напруга на сітці, за якої електрони в лампі не досягають анода. У разі більш прозорої конструкції сітки в лампі напруга відсічення збільшиться.

Відстань між дротинами сітки можна зробити неоднаковою. Для цього сітку намотують навколо катода за спіраллю зі змінним кроком. Завдяки цьому коефіцієнт посилення в різних частинах лампи буде різним. Сіткова характеристика такого пентода, що називається пентодом зі змінною крутизною характеристики, видозмінюється відповідно до графіків, представлених на рисунку нижче. Сіткові характеристики отримані за різної напруги на екранній сітці  $V_s$ . Анодна напруга  $V_a$  постійна й дорівнює 150 В. Пентод зі змінною

крутизною характеристики застосовують у ланцюгах автоматичного регулювання посилення.



Коли лампа повинна віддавати в навантаження значну потужність, струм анода достатньо великий. Для таких потреб розроблено модернізований тетрод, названий потужним променевим тетродом. У такому тетроді екранна сітка розташовується далі від анода, ніж у звичайному тетроді, причому положення дротів в екранній і керівній сітках збігаються. Завдяки цьому електронний потік фокусується в добре сформований промінь. Для полегшення фокусування додатково використовують два формувальні електроди, що мають потенціал катода. Якщо щільність струму променя значна, то в просторі екранна сітка – анод утворюється помітний просторовий заряд, який відштовхує вторинні електрони з анода назад до анода. Вторинні електрони, які вилітають з анода в тангенціальному напрямку, в принципі могли би потрапити на екранну сітку, але їх відбивають назад формувальні електроди. Описаний механізм перестає бути ефективним за малих анодних струмів (зазвичай за струму, меншого за 40 мА). Тому променевий тетрод може замінити пентод лише у вихідних каскадах.

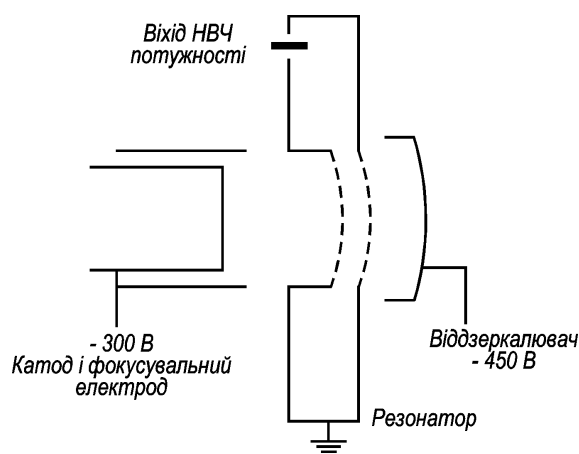
Можливості ламп із сітковим управлінням проявилися в підсилювачах і генераторах у діапазоні високих частот. У разі збільшення частоти такі ефекти стають істотними. Наявність ємності між керівною сіткою і катодом зменшує вхідний опір тріода. Цього можна уникнути, використовуючи замість тріода пентод. Зменшується своєю чергою і вхідний опір пентода, що зумовлено комбінованою дією ємності керівна сітка – катод та індуктивності виводів катода. Ці ефекти усувають, зменшуючи поверхню катода і вкорочуючи виводи катода.

Проте, вирішальне обмеження пов'язане з тим, що час прольоту електрона від катода до керівної сітки є кінцевим (близько  $10^{-9}$  с). Пролітаючи крізь сітку, електрони наводять на ній заряд, що змінюється в часі, внаслідок чого з'являється змінний сітковий струм, дія якого еквівалентна додатковому зменшенню вхідного опору.

Оптимізуючи конструкцію лампи, мінімізують усі відзначені ефекти. Це дає змогу просунутися до частот близько 3 ГГц. У таких лампах-тріодах час прольоту скорочується завдяки плоскій конструкції і дуже малій відстані між сіткою і катодом. Сітка з'єднується із землею, і зв'язок ємності між входом і виходом лампи усувається. Конструктивно сітка переходить у металевий диск, герметично спаяний зі склом.

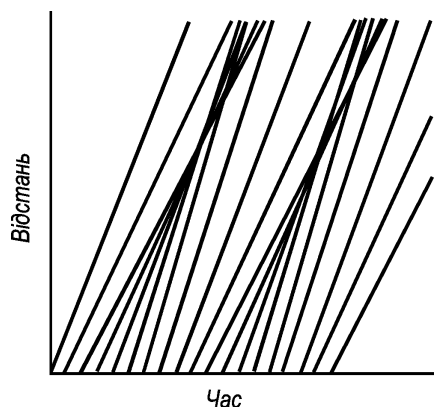
### Прилади з модуляцією електронів за швидкістю

У приладах з модуляцією електронів за швидкістю для формування електронного потоку використовують електронний прожектор. Електрони пролітають крізь вхідний резонансний контур. На надвисоких частотах такий контур має вигляд порожнього резонатора циліндричної форми, вісь якого збігається з віссю усієї системи. Схематичне зображення поперечного перерізу однієї з можливих конструкцій резонатора показано на рисунку.



Там, де електрони входять в резонатор і виходять з нього, суцільну стінку резонатора замінюють сіткою; у області між сітками на електрони діють сили високочастотного поля. Пролетівши проміжок резонатора, електрони потрапляють у простір, вільний від ВЧ поля. Тут кожен електрон рухається з тією швидкістю, яка була в нього у момент вильоту з резонатора. Величина цієї швидкості залежатиме від фази високочастотного поля в резонаторі у момент прольоту електрона крізь цей резонатор. На наступному рисунку показано, що

модуляція електронів у резонаторі за швидкістю призводить до «групування» електронів, оскільки швидші електрони наздоганяють повільніші. Прямі відповідають електронам, що вилітають з катода через рівні інтервали часу; електрони гальмуються або прискорюються полем резонатора, яке змінюється в часі за гармонійним законом. Виразно видно ефект групування електронів під дією НВЧ поля.



Якщо потік потрапляє у другий резонатор, налаштований на ту саму частоту, що й перший, проліт згустку електронів спричинить рух зарядів, індукованих на стінках резонатора. Завдяки цьому між сітками другого резонатора з'явиться деяка високочастотна напруга. Якщо електронний потік перебуває у протифазі з нею, електрони втрачатимуть енергію, віддаючи її резонатору.

Навпаки, якщо фази коливань у потоці і високочастотному проміжку збігаються, енергію віддаватиме резонатор. Отже, за певних умов енергія, яку накопичило джерело напруги прискорення і передало електронам у вигляді кінетичної енергії, може переходити у високочастотне поле, в цьому випадку вона набуває форми посиленого сигналу з вихідного боку другого резонатора. У ланцюзі електронного променя кінцевим елементом є анод.

Описаний підсилувач має недолік: порожньому резонатору властива дуже висока добротність. З цієї причини клістри використовують лише тільки як генератори коливань, для яких відзначена особливість є дуже корисною. Перебудову частоти резонатора можна здійснити, змінивши його форму. Генератор надвисокочастотних (НВЧ) коливань, що працюватиме задовільно, можна створити й на основі приладу з одним резонатором. Для цього електронний промінь має знову потрапити в резонатор, що практично можна здійснити, відбивши електронний промінь за допомогою електрода, що знаходиться під негативним (щодо катода) потенціалом. Саме так працює відбивний клістрон, який є малопотужним генератором НВЧ діапазону.

Клістрон особливо зручно використовувати як гетеродин у схемі супергетеродину приймання сигналів. Відбивний клістрон може працювати до довжин хвиль близько 0,5 см. За зменшення довжин хвиль потрібно зменшувати розміри резонатора, внаслідок чого падає його опір. Останнє означає, що збудження резонатора необхідно робити за більшого струму променя. Такий промінь, своєю чергою, важко сформуванати через значне збільшення сил відштовхування, зумовлених просторовим зарядом, які розширюють промінь настільки, що електрони променя не можуть пройти крізь отвір у резонаторі.

### **Лампа з поширенням хвилі**

У клістріні електрони взаємодіють із високочастотним полем лише в момент прольоту крізь порожнину резонатора. У лампі з поширенням хвилі (ЛПХ) використовують велике число резонаторів. Такий ланцюжок резонаторів працює як лінія сповільнення. Особливо важливо, що електромагнітна хвиля уздовж лінії поширюється настільки повільно, що відбувається її синхронна взаємодія з електронним променем. Інакше кажучи, швидкість поширення сигналу збігається із швидкістю руху електронів у потоці. У цих умовах потік енергії буде спрямований від променя до хвилі, внаслідок чого ВЧ сигнал посилюватиметься в міру просування від початку лінії до її кінця.

Простим видом лінії передачі є поодинокий дріт. Швидкість поширення хвилі дротом приблизно дорівнює швидкості поширення хвилі у вільному просторі ( $c$ ). Якщо дріт згорнути у спіраль із середнім діаметром  $d$ , то за  $t$  витках на одиницю довжини швидкість поширення хвилі уздовж осі спіралі дорівнюватиме  $c/ntd$ . Так, швидкість поширення хвилі можна зменшити, наприклад, в 10 разів; із такою самою швидкістю рухатимуться й електрони променя, якщо напруга прискорення становить приблизно 2500 В.

Описуваний прилад використовують як НВЧ підсилювач, якщо електронний промінь пропустити всередині спіралі уздовж осі системи. Для фокусування променя зазвичай використовують поздовжнє магнітне поле. Вхідний сигнал надходить на прожекторний кінець структури сповільнення, яка з'єднується з високочастотним трактом (хвильоводом) через спеціальний трансформатор на хвильоводі. У такий спосіб знімають посилений сигнал з вихідного кінця спіралі. Характерна особливість ЛПХ полягає в тому, що спіраль є нерезонансною структурою, завдяки чому стало можливим створити ширококугові підсилювачі НВЧ діапазону.

В ЛПХ сумарний сигнал можна представити у вигляді суми чотирьох хвиль. Дві з них не справляють істотного впливу на процес посилення, одна хвиля є повільною (саме про неї ми говорили вище) і одна – зворотною хвилею, групова швидкість якої протилежна до фазової швидкості і напрямку руху потоку. Ця остання хвиля утворює ланцюг зворотного зв'язку, внаслідок чого в лампі підсилювача може виникнути генерація. Для уникнення такої нестабільності стінки колби в центральній її частині покривають шаром провідника, який і поглинає зворотну хвилю.

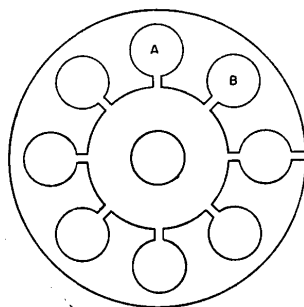
Інший вид структури сповільнення: дві групи металевих штирів (гребенів), розміщені один за одним; уздовж осі структури є наскрізний отвір для електронного потоку. Тут електронний промінь ефективно взаємодіятиме не з прямою, а зі зворотною хвилею; вхід і вихід структури в цьому випадку міняються місцями. Такий прилад працюватиме як НВЧ генератор.

Існує багато різновидів приладів типу лампи з поширенням хвилі. До їх недоліків слід віднести досить великі розміри ламп і необхідність використання громіздкого магніту (для отримання досить сильного поздовжнього поля). ЛПХ підсилювачі використовують у вихідних каскадах станцій у надвисокочастотних лініях зв'язку. Для посилення дуже малих сигналів шуми в лампах НВЧ занадто великі, і в цих випадках вважають за краще застосовувати інші прилади.

## Магнетрон

Цей прилад був розроблений з метою отримання дуже потужного мікрохвильового випромінювання, і з цієї точки зору магнетрон не має собі рівних. Утім, магнетрон може працювати і в безперервному режимі, хоча його ККД в такому разі менший.

Конструкція магнетрона нагадує циліндричний діод, але відрізняється від нього тим, що анод має парне число (зазвичай 8) резонансних порожнин (наступний рисунок). У магнетроні використовується оксидний катод великого радіуса, розташований у центрі. Магнітне поле спрямоване перпендикулярно площині зображення. НВЧ потужність виводиться крізь щілину зв'язку праворуч.



Лампа працює в однорідному магнітному полі (магнітна індукція становить приблизно  $0,1 \text{ Вб/м}^2$ ).

За відсутності магнітного поля електрони рухаються радіусом від катода до анода. Коли магнітне поле зростає, електрони дедалі більш згруповано рухаються дугою кола. За деякого поля, названого полем відсічення, електрони рухаються колом і не досягають анода. Подібне явище відбувається і разі виконання деяких граничних співвідношень у режимі обмеження струму просторовим зарядом. Частина просторового заряду обумовлена електронами, що виходять з катода і повертаються назад до нього, а частина – електронами, що постійно рухаються деякими орбітами у просторі між електродами.

Електрон, що рухається тангенціальною траєкторією, взаємодіятиме з високочастотним полем резонаторів, які в цьому випадку збуджуються як єдина система. Припустімо, що високочастотне поле в резонаторі А в цей момент таке, що прискорюватиме електрон, який пролітає поблизу нього. Коли той самий електрон пролітає поблизу наступного резонатора В, він знову прискорюватиметься, відбираючи енергію в електромагнітного поля. У результаті цей електрон наблизиться до катода і зрештою вдариться об нього, віддавши свою енергію у формі тепла. Якщо електрон досягне резонатора В, коли електромагнітне поле знаходиться в такій фазі, за якої електрон гальмується полем, то електрон віддаватиме свою енергію; внаслідок цього він переходить на орбіту з великим радіусом і врешті-решт досягає анода. Якщо підбити загальний енергетичний баланс, виявиться, що у результаті електрони віддають енергію полю, завдяки чому в резонаторі встановлюються такі коливання, за яких поля А і В перебувають у протифазі. Саме про ці коливання, названі  $\pi$ -видом, ми й говорили вище. Можливі й інші, складніші види коливань, проте, істотною перевагою коливань  $\pi$ -виду є можливість їх стабілізації: для досягнення цієї мети точки сегментів між резонаторами, які повинні мати одну і ту саму фазу поля, з'єднуються.

Під час вивчення роботи приладів інтерес становлять як самі траєкторії (електронна оптика), так і величина струму, сили відштовхування, зумовлені просторовим зарядом, і, нарешті, модуляція електронного потоку за швидкістю.

### 3.6 Задачі. Рух заряджених часток в електричному та магнітному полях

#### Задача 1. Основні формули кінематики

Дайте визначення й знайдіть вираз для швидкості та прискорення.

Покажіть, що якщо початкову швидкість частки позначити через  $u$ , кінцеву швидкість –  $v$ , постійне прискорення –  $a$  та пройдену відстань –  $s$ , то:

а.  $v = u + at$ ;

б.  $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ ;

в.  $v^2 = u^2 + 2as$ .

#### Рішення

Швидкість  $v$  і прискорення  $a$  визначаються таким чином:

$$v = \frac{\text{пройдений шлях}}{\text{витрачений час}} = \frac{s}{t},$$

або

$$v = \frac{\text{зміна положення}}{\text{зміна часу}} = \frac{ds}{dt}, \quad (1.1)$$

$$a = \frac{\text{зміна швидкості}}{\text{зміна часу}} = \frac{dv}{dt}. \quad (1.2)$$

Також

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} v.$$

а. Інтегруючи рівняння (1.2) за  $t$

$$\int a dt = \int \frac{dv}{dt} dt,$$

одержуємо

$$v = at + c_1,$$

де  $c_1$  – постійна інтегрування. За  $t = 0$  маємо  $v = u$ . Таким чином,

$$\begin{aligned} c_1 &= u, \\ v &= at + u. \end{aligned} \quad (1.3)$$

б. Із рівняння (1.3) маємо

$$v = at + u = \frac{ds}{dt}. \quad (1.4)$$

Виконуючи в (1.4) інтегрування за  $t$ :

$$\int (u + at) dt = \int \frac{ds}{dt} dt,$$

одержуємо:

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 + c_2,$$

де  $c_2$  – постійна інтегрування. Оскільки за  $t = 0$  шлях  $s$  дорівнює нулю, маємо  $c_2 = 0$ . Отже,

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2. \quad (1.5)$$

**в.** Зведення у квадрат обох частин рівняння (1.3) дає

$$\begin{aligned} v^2 &= (u + at)^2 = u^2 + 2aut + a^2t^2 = \\ &= u^2 + 2a\left(ut + \frac{1}{2}at^2\right) = u^2 + 2as, \end{aligned} \quad (1.6)$$

де

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2.$$

**Задача 2.** Швидкість, час прольоту й енергія електрона в електричному полі плоского конденсатора

До двох великих паралельних пластин, розташованих горизонтально на відстані 10 мм, прикладена різниця потенціалів 100 В, причому верхня пластина заряджена позитивно.

В електричне поле із середини нижньої пластини у вертикальному напрямку влітає електрон з початковою швидкістю  $10^7$  м/с.

**1. Обчисліть:**

- швидкість електрона в момент зіткнення його з верхньою пластиною;
- час прольоту електрона між пластинами;
- енергію електрона в момент зіткнення його із пластиною.

2. Коли електрон перебуває на відстані 4 мм від нижньої пластини, полярність пластин змінюється. Визначте:

- об яку пластину вдариться електрон;

- б) швидкість електрона в момент удару об пластину;  
в) повний час прольоту електрона.

### Рішення

1. В електричному полі на електрон діє сила:

$$F = -eE, \quad (2.1)$$

де  $e$  – заряд електрона,  $E$  – напруженість електричного поля між пластинами (В/м) і  $F$  – сила в ньютонках (Н). Негативний знак свідчить про те, що сила діє в напрямку, протилежному полю. Таким чином,

$$|F| = eE.$$

Відповідно до другого закону Ньютона

$$F = ma,$$

де  $m$  – маса електрона,  $a$  – вектор результтивного прискорення електрона.

а. З рівнянь (2.1) і (2.2) маємо

$$ma = -eE,$$
$$a = -\frac{eE}{m}.$$

З умов задачі напруженість поля

$$E = \frac{100}{10 \cdot 10^{-3}} = 10^4 \text{ В/м}.$$

Підставляючи значення  $E$  та  $e/m$  у рівняння (2.3), одержуємо

$$a = 1.76 \cdot 10^{11} \cdot 10^4 = 1.76 \cdot 10^{15} \text{ м/с}^2.$$

Використовуючи рівняння (1.6) із Задачі 1, обчислюємо кінцеву швидкість електрона:

$$v^2 = u^2 + 2as = (10^7)^2 + 2 \cdot 1.76 \cdot 10^{15} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1.352 \cdot 10^{14} \text{ м}^2 / \text{с}^2.$$

звідки  $v = 1.163 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ .

б. Час прольоту електрона між пластинами визначається з рівняння (1.3)

$$t = \frac{v - u}{a} = \frac{1.163 \cdot 10^7 - 10^7}{1.76 \cdot 10^{15}} = 0.93 \text{ нс}.$$

в. Кінетична енергія електрона в момент удару об пластину дорівнює  $\frac{1}{2}mv^2$ . Отже,

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 1.352 \cdot 10^{14} = 6.16 \cdot 10^{-17} \text{ Дж.}$$

Розділивши це значення на заряд електрона ( $1.6 \cdot 10^{-19}$ ), одержимо кінетичну енергію в електрон-вольтах:

$$E_k = 385 \text{ eV.}$$

2. У момент, коли полярність пластин змінюється, електрон, що перебуває на відстані 4 мм від нижньої пластини, починає сповільнюватися з негативним прискоренням  $1,76 \cdot 10^{15} \text{ м/с}^2$ . Коли в якій-небудь точці проміжку, що залишився (6 мм), швидкість електрона стане рівною нулю, то

$$u^2 = 2as, \quad (2.4)$$

тому що у разі сповільнення  $v^2 = u^2 - 2as$ .

Якщо  $s \geq 6$  мм, то електрон вдариться об верхню пластину, а за  $s < 6$  мм електрон повернеться до нижньої пластини.

**а.** Швидкість електрона на відстані 4 мм від нижньої пластини визначається з виразу

$$v^2 = u^2 + 2as = 10^{14} + 3.52 \cdot 10^{15} \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 1.1408 \cdot 10^{14} \text{ м}^2/\text{с}^2,$$

звідки

$$v = 1.068 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

У момент зміни полярності ця швидкість стає початковою швидкістю  $u$  електрона. Таким чином, з рівняння (2.4) знаходимо

$$s = \frac{u^2}{2a} = \frac{1.1408 \cdot 10^{14}}{3.52 \cdot 10^{15}} = 32.4 \text{ мм.}$$

Оскільки відстань виявилася більше ніж 6 мм, електрон вдариться об верхню пластину.

**б.** Електрон, що перебував на відстані 4 мм від нижньої пластини, починає сповільнюватися на решті шляху. Швидкість, з якої він вдаряється об верхню пластину, обчислюється за формулою:

$$v^2 = u^2 - 2as = 1.1408 \cdot 10^{14} - 3.52 \cdot 10^{15} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}^2,$$

$$v = 0.964 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

**в.** Час, через який електрон опиниться на відстані 4 мм від нижньої пластини, дорівнює

$$t = \frac{v - u}{a} = \frac{(1.068 - 1) \cdot 10^7}{1.76 \cdot 10^{15}} = 0.39 \text{ нс.}$$

Після зміни полярності пластин електрон досягне верхньої пластини, тобто, пройде решту шляху за час  $t = (u - v)/a$  (оскільки  $a$  – від’ємна величина). Таким чином,

$$t = \frac{(1.068 - 0.964) \cdot 10^7}{1.76 \cdot 10^{15}} = 0.59 \text{ нс.}$$

Повний час прольоту електрона дорівнює

$$0,39 + 0,59 = 0,98 \text{ нс.}$$

**Задача 3.** Рух електрона, що влітає в поле плоского конденсатора під кутом  $30^\circ$  до горизонталі

Між двома паралельними пластинами, розташованими горизонтально на відстані  $d$  одна від одної, підтримується постійне електричне поле  $10 \text{ кВ/м}$ . Верхня пластина заряджена позитивно. Електрон з початковою енергією  $100 \text{ еВ}$  влітає в поле з нижньої пластини під кутом  $30^\circ$  до горизонталі. Електрон вдаряється об верхню пластину на відстані  $20 \text{ мм}$  від точки інжекції, відлічуваній по горизонталі (див. рисунок).

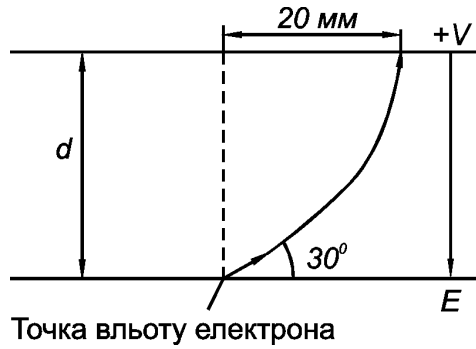
1. Обчислити:

- а) час прольоту електрона;
- б) відстань між пластинами  $d$ ;
- в) кінцеву швидкість електрона;
- г) енергію (в електрон-вольтах), яку передає електрон під час удару об верхню пластину.

2. Полярності пластин змінюються.

Визначити:

- а) максимальну висоту, на яку підніметься електрон;
- б) відстань по горизонталі, на якій електрон вдариться об нижню пластину;
- в) час прольоту електрона, якщо відстань між пластинами  $d$  дорівнює відстані, визначеній з п. 1б.



### Рішення

1. Початкову швидкість  $u$  знаходимо з виразу  $mu^2/2 = eV$ , де  $V$  – різниця потенціалів між обкладинками. Звідси одержимо

$$u^2 = 2 \frac{e}{m} V = \frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 100}{9.11 \cdot 10^{-31}} = 3.52 \cdot 10^{13} \text{ м}^2/\text{с}^2,$$

$$u = 5.93 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Обчислимо компоненти початкової швидкості  $u_x$  та  $u_y$ :

$$u_x = 5.93 \cdot 10^6 \cdot \cos 30^\circ = 5.14 \cdot 10^6 \text{ м/с;}$$

$$u_y = 5.93 \cdot 10^6 \cdot \sin 30^\circ = 2.97 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

**а.** Горизонтальний компонент  $u_x$  не змінюється під дією поля, і тому час прольоту  $t = (20 \cdot 10^{-3}) / (5.14 \cdot 10^6) = 3.89 \text{ нс}$ .

**б.** Сила  $F$ , що надає електрону прискорення, визначається з формули  $F = -eE$  (прискорення, що спрямоване вгору, є позитивним). Звідси

$$a = \frac{eE}{m} = 1.76 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^3 = 1.76 \cdot 10^{15} \text{ м/с}^2.$$

Відстань між пластинами дорівнює висоті, на яку підніметься електрон, і визначається за формулою:

$$y = u_y t + \frac{1}{2} a t^2 = 24.8 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Таким чином,  $d = y = 24,8 \text{ мм}$ .

**в.** Вертикальна складова швидкості

$$v_y = u_y + at = 2.97 \cdot 10^6 + 1.76 \cdot 10^{15} \cdot 3.89 \cdot 10^{-9} = 9.82 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

В результаті маємо кінцеву швидкість

$$v^2 = v_y^2 + u_x^2 = (9.82^2 \cdot 10^{12} + 5.14^2 \cdot 10^{12}) \text{ м}^2/\text{с}^2.$$

Звідси  $v = 11.1 \cdot 10^6$  м/с.

г. Енергія, яку передав електрон верхній пластині під час удару, дорівнює

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = 5.61 \cdot 10^{-17} \text{ Дж.}$$

$$E_k = \frac{5.61 \cdot 10^{-17}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 348 \text{ еВ.}$$

Щоби перевірити, чи правильно знайдено енергію, яку електрон під час удару передає верхній пластині, маємо визначити потенціал верхньої пластини  $V$ :

$$V = Ed = 10 \cdot 10^3 \cdot 24.8 \cdot 10^{-3} = 248 \text{ В.}$$

Загальний потенціал, у якому рухається електрон,

$$V = 100 + 248 = 348 \text{ В.}$$

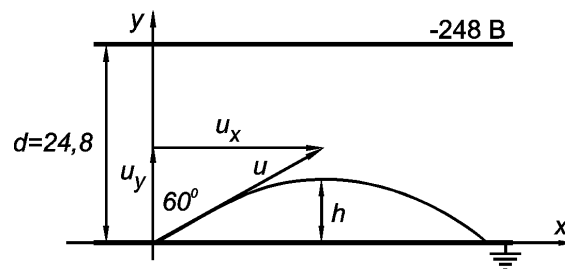
Тому сумарна енергія електрона (енергія біля верхньої пластини) дорівнює 348 еВ.

2. а. На максимальній висоті, якої сягає електрон, вертикальний компонент швидкості дорівнює нулю, і тому відповідна їй кінетична енергія перетворюється на потенційну енергію.

Нехай на висоті  $h$  потенціал дорівнює  $V_h$ . Тоді  $\frac{1}{2}mu^2 \cos^2 60^\circ = eV_h$  (див. рисунок). Поле є однорідним, і можна записати:

$$\frac{V}{d} = \frac{V_h}{h};$$

$$\frac{1}{2}mu^2 \cos^2 60^\circ = \frac{ehV}{d}.$$



Максимальна висота, на яку піднімається електрон,

$$h = \frac{1/2 dm u^2 \cos^2 60^\circ}{eV} =$$

$$= \frac{1/2 \cdot 24.8 \cdot 10^{-3} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 35.2 \cdot 10^{12} \cdot 0.25}{248 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 2.5 \text{ мм.}$$

**б.** У момент часу  $t$  координати  $x$  та  $y$  визначаються з рівнянь:

$$x = ut \sin 60^\circ,$$

$$y = ut \cos 60^\circ - \frac{1}{2} \frac{e}{m} Et^2.$$

За  $y = 0$  маємо  $t = 0$  с, або  $t = 2mu \cos 60^\circ / (eE)$ . Підставляємо це значення у вираз для  $x$ :

$$x = u \sin 60^\circ \frac{2mu \cos 60^\circ}{eE} = \frac{2mu^2 \cos 60^\circ \sin 60^\circ}{eE} =$$

$$= \frac{mu^2 \sin 120^\circ}{eE} = 17.3 \text{ мм.}$$

**в.** Час прольоту електрона

$$t = \frac{2mu \cos 60^\circ}{eE} = \frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 5.93 \cdot 10^6 \cdot 0.5}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^3} = 3.37 \text{ нс.}$$

*Зауваження.* Оскільки

$$y = ut \cos \theta - \frac{1}{2} \frac{e}{m} Et^2, \quad x = ut \sin \theta,$$

то

$$t = \frac{x}{u \sin \theta}.$$

І можна записати вираз для  $y$  таким чином:

$$y = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} x - \frac{1}{2} \frac{(e/m) E x^2}{u^2 \sin^2 \theta} = k_1 x + k_2 x^2,$$

де  $k_1$  та  $k_2$  – константи. Звідси видно, що траєкторія електрона являє собою параболу.

#### Задача 4. Відбивний клістрон

Електрон зі швидкістю  $v_0$  пролітає крізь сітку й потрапляє в область гальмівного однорідного поля.

Обчисліть час прольоту електрона між першим і другим проходженням його крізь сітку. Поясніть за допомогою графіків способ, що дає змогу використати такий процес у відбивному клістріні для генерації НВЧ потужності.

#### Рішення

У гальмівному полі електрон сповільнюється, і його прискорення має від'ємний знак:

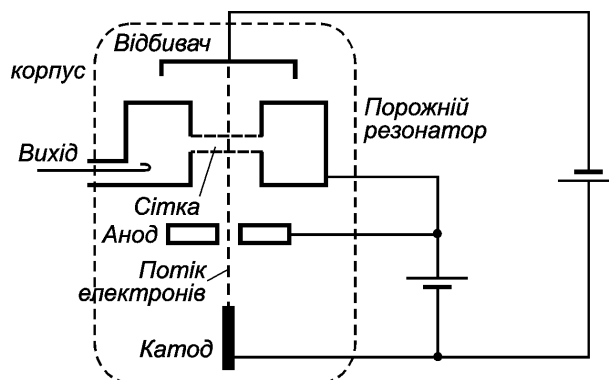
$$a = -\frac{e}{m}E.$$

Час прольоту електрона між першим і другим проходженням крізь сітку визначаємо з рівняння (1.5) (див. Задача 1). У цьому випадку  $s = 0$ ,  $u = v_0$ ,  $a = -(e/m)E$ . Отже,

$$v_0 t = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E t^2,$$

звідки  $t = \frac{2v_0 m}{eE}$ .

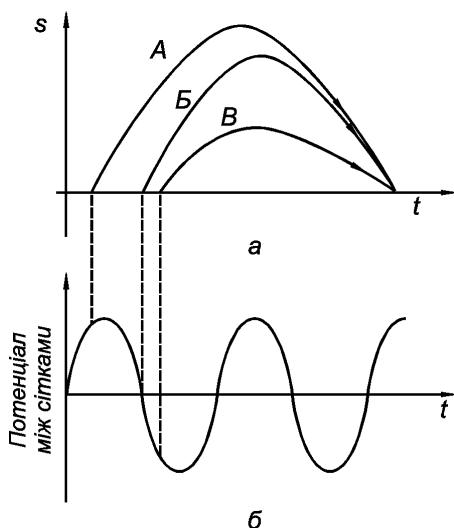
На рисунку показано будову відбивного клістрона. Порожній резонатор слугує вхідним та вихідним ланцюгом. Електрони вилітають з катода й прискорюються напругою анода.



Під час проходження обох сіток резонатора швидкості електронів змінюються (відбувається модуляція швидкості) під дією вхідної змінної напруги, прикладеної між двома сітками резонатора. Потім електрони, змінивши напрямок швидкості в поле відбивача, що має значний негативний

потенціал стосовно катода, прямують назад до резонатора й знову пролітають крізь його сітки.

Ці процеси відбуваються одночасно й призводять до групування електронів, яке пояснимо за допомогою наступного рисунка. Лінія *Б* (рисунок *а*) позначає траєкторію електрона, що проходить крізь зазор між сітками, коли потенціал між ними дорівнює нулю. Рухаючись до відбивача, електрон сповільнюється, зупиняється і повертається до сітки.



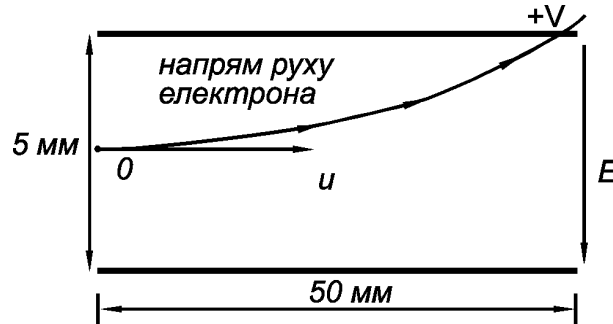
Електрон, що рухається траєкторією *А*, потрапляє у зазор, коли потенціал між сітками позитивний. Тому електрон прискорюється в напрямку відбивача, за межами сітки гальмується, зупиняється і повертає до сітки. Електрон, що рухається траєкторією *В*, входить у зазор між сітками, коли потенціал між ними негативний, тому електрон трохи гальмується і пройде меншу відстань у напрямку до відбивача, перш ніж поверне до зазору між сітками. Як видно із графіків, кожен із цих електронів може повернутися в зазор резонатора в один момент часу (відбувається групування електронів).

Проходячи крізь зазор, згруповані електрони внаслідок індукції зарядів змушують порожнину резонувати, й енергія передається у зовнішній ланцюг. Напруга на відбивачі визначає фазу згустків, а частота сигналу, переданого у зовнішній ланцюг, визначається розмірами об'ємного резонатора.

Можна сконструювати відбивні клістри, що працюють до частот порядку 100 ГГц. Діапазон вихідної потужності сягає від кількох кіловатів на низьких частотах до кількох міліватів на високих частотах.

**Задача 5.** Траєкторія електрона в електричному полі плоского конденсатора

Дві паралельні пластини завдовжки 50 мм розташовані горизонтально на відстані 5 мм друга одна від одної.



Із середини зазору між пластинами в горизонтальному напрямку вилітає електрон з початковою енергією 250 еВ. Обчисліть різницю потенціалів між пластинами, якщо траєкторія електрона торкнеться краю позитивно зарядженої пластини (див. рисунок).

**Рішення**

*Зауваження.* Аналіз руху електрона в електричному полі, спрямованому під прямим кутом до початкової швидкості  $u$ , важливий для розуміння процесів, що відбуваються в електронно-променевої трубки.

Прискорення в напрямку  $y$  дається виразом

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{eE}{m}. \quad (5.1)$$

Інтегруючи рівняння (5.1) за  $t$ , маємо

$$v_y = -\frac{eEt}{m}, \quad (5.2)$$

(тому що  $u_y = u_z = 0$ ).

Інтегруємо рівняння (5.2) за  $t$  із припущенням, що електрон почав рухатися з точки 0, і дістанемо

$$y = -\frac{eEt^2}{2m}. \quad (5.3)$$

Вважаємо поле  $E$  постійним у часі, а  $t = x/u_x$ , бо швидкість  $u_x$  під дією поля не змінюється. Знаходимо

$$y = -\frac{eEx^2}{2mu_x^2}. \quad (5.4)$$

Отримана залежність є рівнянням параболи у площині  $x, y$ . Використовуючи вираз

$$\frac{1}{2}mu_x^2 = eV,$$

знайдемо

$$u_x = \left(\frac{2eV}{m}\right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 250}{9.11 \cdot 10^{-31}}\right)^{1/2} = 9.38 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Підставимо в (5.4) задані значення

$$y = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м та } x = 50 \cdot 10^{-3} \text{ м:}$$

$$2,5 \cdot 10^{-3} = \frac{1,76 \cdot 10^{11} \cdot E \cdot 50^2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 88 \cdot 10^{12}}.$$

Звідси маємо

$$E = \frac{5 \cdot 88 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{12}}{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,76 \cdot 10^{11}} = 1000 \text{ В/м},$$

Тобто, потенціал між пластинами дорівнює

$$V = Ed = 1000 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ В}.$$

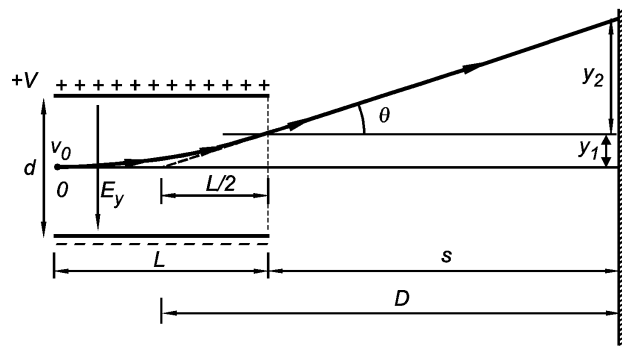
### Задача 6. Виведення формули й розрахунок чутливості до електростатичного відхилення

Виведіть вираз для чутливості до електростатичного відхилення електронно-променевої трубки. Обґрунтуйте зроблені при цьому припущення.

Викладіть вимоги для одержання високої чутливості.

Обчисліть чутливість до електростатичного відхилення електронно-променевої трубки з таких даних: потенціал на останньому від катода аноді дорівнює 2 кВ; відхильна система являє собою пару паралельних пластин завдовжки 20 мм, що розташовані на відстані 5 мм; відстань від точки, розташованої всередині між пластинами, до екрана становить 0,25 м.

За якої частоти змінної напруги на відхильних пластинах чутливість до відхилення дорівнює нулю?



### Рішення

Електрон влітає в систему відхилення електронно-променевої трубки з точки 0 зі швидкістю  $v_0$ . На рисунку показано, що електрон притягується до позитивної пластини системи відхилення. Горизонтальний компонент швидкості не змінюється. Повна відстань, яку пройшов електрон у вертикальному напрямку (вісь  $y$ ) за час  $t$ , протягом якого електрон перебуває між пластинами, визначається з рівняння

$$y = \frac{1}{2}at^2,$$

де  $a = (e/m)E_y$ ,  $t = (x/v_0)$ . Отже,

$$y = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E_y \frac{x^2}{v_0^2}. \quad (6.1)$$

Відхилення  $y_1$  між пластинами в точці  $L$  отримуємо з рівняння (6.1) підстановкою  $x = L$ :

$$y_1 = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E_y \frac{L^2}{v_0^2}. \quad (6.2)$$

З рисунка видно, що

$$y_2 = S \cdot \operatorname{tg} \theta, \quad (6.3)$$

і що за  $x = L$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dx}.$$

Диференціюючи рівняння (6.1) за  $x$ , одержуємо

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e}{m} E_y \frac{x}{v_0^2},$$

звідки знаходимо

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{e}{m} E_y \frac{L}{v_0^2}.$$

Отже,

$$y_2 = S \frac{e}{m} E_y \frac{L}{v_0^2}. \quad (6.4)$$

Повне відхилення

$$\begin{aligned} y_{\text{повн}} = y_1 + y_2 &= \frac{1}{2} \frac{e}{m} E_y \frac{L^2}{v_0^2} + S \frac{e}{m} E_y \frac{L}{v_0^2} = \\ &= \frac{e}{m} \frac{E_y}{v_0^2} L \left( \frac{L}{2} + S \right). \end{aligned} \quad (6.5)$$

З рисунка видно, що відстань від середини пластин до екрана дорівнює  $(L/2) + S = D$ , а  $E_y = V/d$ , де  $V$  – різниця потенціалів між пластинами і  $d$  – відстань між ними.

Початкова кінетична енергія електрона дорівнює  $mv_0^2/2$ . Далі енергія набувається в результаті прискорення електрона за рахунок потенціалу кінцевого анода  $V_a$ :

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = eV_a. \quad (6.6)$$

Вираз (6.5) можна переписати у вигляді

$$y_{\text{повн}} = \frac{VLD}{2V_a d}.$$

Чутливість до електростатичного відхилення визначається як відхилення на 1 В:

$$S_{\text{відх}} = \frac{y_{\text{повн}}}{V}.$$

Отже,

$$S_{\text{відх}} = \frac{1}{2} \frac{LD}{V_a d}.$$

Виводячи ці формули, ми припускали, що електрон влітає в зазор між пластинами в горизонтальному напрямку, і що поле є однорідним.

Досить очевидно, що коли величини  $l$  і  $d$  настільки великі, наскільки це можливо за конструкції трубки, а  $V_a$  і  $d$  досить малі, то чутливість буде високою. Однак, щоб одержати максимально можливу яскравість плями, значення прискорювального потенціалу  $V_a$  повинне бути більшим. Отже, вибираючи практичні значення цих параметрів, доводиться йти на компроміс між суперечливими вимогами.

Відповідно до умови задачі  $V_a = 2 \cdot 10^3$  В,  $L = 20 \cdot 10^{-3}$  м,  $D = 0,25$  м та  $d = 5 \cdot 10^{-3}$  мм. Тоді

$$S_{\text{відх}} = \frac{1}{2} \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 0.25}{10^3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 0.25 \text{ мм/В.}$$

Чутливість до відхилення дорівнює нулю, якщо час прольоту електрона між пластинами дорівнює періоду змінної напруги, прикладеної до пластин. Час прольоту  $t = L/v_0$ , а із співвідношення (6.6) знаходимо

$$v_0 = \left( \frac{2eV_a}{m} \right)^{1/2}.$$

Чутливість до відхилення є нульовою, коли період змінної напруги дорівнює  $L/v_0$ . При цьому частота  $f$  дається формулою

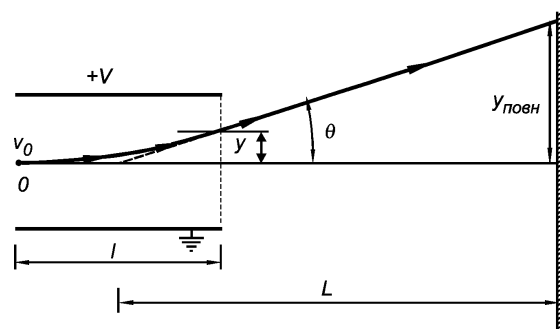
$$f = \frac{v_0}{L} = \frac{1}{L} \left( \frac{2eV_a}{m} \right)^{1/2}.$$

Отже,

$$f = \frac{1}{20 \cdot 10^{-3}} (2 \cdot 1.76 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^3)^{1/2} = 1.33 \cdot 10^9 = 1.33 \text{ ГГц.}$$

### Інше рішення

Електрони потрапляють в однорідне електростатичне поле між двома плоскими паралельними пластинами, полярність яких показано на наступному рисунку. Горизонтальний компонент швидкості не змінюється. Під дією поля електрон прискорюється у вертикальному напрямку.



Прискорення  $a = e/md$ . Час, необхідний для прольоту між пластинами,  $t = l/v_0$ . Відхилення  $y$  за цей час  $t$  визначається виразом

$$y = \frac{1}{2} \frac{eV}{md} t^2 = \frac{1}{2} \frac{eV}{md} \frac{l^2}{v_0^2}. \quad (6.7)$$

Електрон, вийшовши з поля, рухається прямою лінією під кутом  $\theta$  до горизонталі.

Нехай  $x$  – відстань від точки, у якій електрон входить в область дії поля, тоді

$$y = \frac{1}{2} \frac{eV}{md} \frac{x^2}{v_0^2}. \quad (6.8)$$

Диференціал рівняння (6.8) за  $x$  дає змогу встановити кут відхилення електрона:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{eV}{md} \frac{x}{v_0^2} = \operatorname{tg}\theta, \quad (6.9)$$

$$(\operatorname{tg}\theta)_{x=l} = \frac{eV}{md} \frac{l}{v_0^2}.$$

Із рівняння (6.7) маємо

$$\frac{eV}{md} = \frac{2yv_0^2}{l^2}.$$

Підстановка цього виразу в (6.9) дає

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2y}{l} = \frac{y}{l/2}.$$

Електрони рухаються немов із центра системи відхильних пластин.

Для повного відхилення одержуємо

$$y_{\text{повн}} = L \operatorname{tg}\theta = L \frac{eV}{md} \frac{l}{v_0^2}.$$

Чутливість до відхилення визначається як

$$\frac{y_{\text{повн}}}{V} = \frac{eL}{md} \frac{l}{v_0^2}.$$

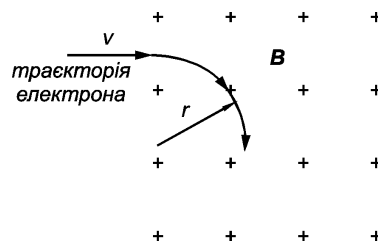
Якщо прискорювальна напруга анода дорівнює  $V_a$ , то з рівняння (6.6) знаходимо

$$v_0^2 = \frac{2eV_a}{m}.$$

Таким чином, чутливість до відхилення  $S_{\text{відх}} = lL/(2V_a d)$ .

### Задача 7. Рух електрона в магнітному полі

Електрон, що рухається з постійною швидкістю, потрапляє в область поперечного магнітного поля (див. рисунок). Покажіть, що він описує колову траєкторію.



Пучок електронів, що мають швидкість  $v = 3,1 \cdot 10^7$  м/с, падає в однорідне поперечне магнітне поле з індукцією  $B = 3,2 \cdot 10^{-4}$  Вб/м<sup>2</sup> (тесла) і, проходячи відстань  $S = 5$  см, відхиляється на кут  $5^\circ$ . Визначте відношення заряду електрона до його маси.

#### Рішення

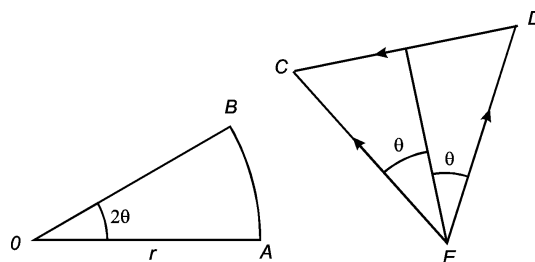
Сила, що діє на електрон, який рухається із постійної швидкістю  $v$ , дорівнює  $F = Bev$  Н (ньютон). Ця сила перпендикулярна  $B$  та  $v$ . Оскільки  $B$ ,  $v$  та  $F$  – взаємно перпендикулярні, в напрямку швидкості  $v$  прискорення відсутнє.

Нехай радіус траєкторії дорівнює  $r$ . Тоді

$$Bev = \frac{mv^2}{r}, \quad r = \frac{mv}{Be}. \quad (7.1)$$

Оскільки величина  $mv/Be$  постійна, рух електрона є коловим.

*Зауваження.* Розглянемо наступний рисунок. Нехай електрон, рухаючись колом, проходить відстань від А до В за час  $t$ .



Швидкість електрона постійна, але напрямок руху змінюється. Як видно з діаграми швидкостей  $EDC$  на рисунку, спочатку вектор швидкості перпендикулярний  $OA$  (вектор  $ED$ ), потім стає перпендикулярним  $OB$  (вектор  $EC$ ). Тоді маємо:

$$\text{arc}(AB) = r2\theta,$$

і час, витрачений електроном на рух від точки  $A$  до точки  $B$ , дорівнює  $t = 2r\theta/v$ . Середнє прискорення спрямоване за  $DC$  і дорівнює

$$\frac{\text{зміна швидкості}}{\text{час}} = \frac{DC}{2r\theta/v} = \frac{2v\sin\theta}{2r\theta}v = \frac{v^2}{r} \frac{\sin\theta}{\theta},$$

бо  $DC = 2v\sin\theta$ .

За  $t = 0$  маємо  $\sin\theta/\theta \rightarrow 1$  та  $B \rightarrow A$ , тобто, прискорення електрона в точці  $A$  в напрямку  $A\theta$  дорівнює  $v^2/r$ . Отже, прискорення точки, що рухається окружністю з постійною швидкістю, дорівнює  $v^2/r$ , а відцентрова сила дорівнює  $mv^2/r$ .

З останнього рисунка видно, що  $\theta = S/r$ , де  $\theta$  виражається в радіанах, а  $S = AB/2$ . Виразимо кут  $\theta = 5^\circ$  у радіанах:

$$5^\circ = \frac{5\pi}{180} \text{ рад} = \frac{\pi}{36} \text{ рад.}$$

Тоді одержуємо

$$r = \frac{S}{\theta} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{\pi/36} = \frac{1.8}{\pi} = 0.572 \text{ м.}$$

Перетворення рівняння (7.1) дає

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br} = \frac{3.1 \cdot 10^7}{3.2 \cdot 10^{-4} \cdot 0.572} = 1.69 \cdot 10^{11} \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}.$$

### Задача 8. Принцип дії та розрахунок циклотрона

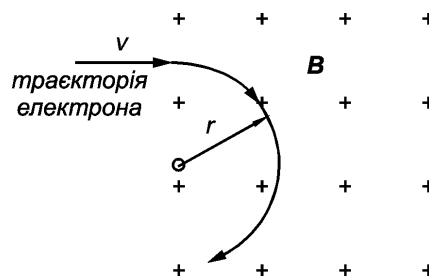
За яких умов заряджена частка в однорідному магнітному полі рухається коловою траєкторією? Виведіть вираз для радіуса і періоду цього обертання залежно від енергії частки (в еВ) і щільності магнітного потоку (у теслах, або  $\text{Вб}/\text{м}^2$ ). Використовуючи отримані співвідношення, обчисліть радіус магніту й частоту прискорювального електричного поля змінного струму в циклотроні, призначеному для одержання пучка протонів з енергією 5 МеВ. Чи можливо

створити циклотрон для прискорення електронів? Які обмеження він би мав? (Для протонів  $e/m = 0.957 \cdot 10^8$  Кл·кг<sup>-1</sup>.)

### Рішення

В однорідному магнітному полі  $B$  заряджена частка рухатиметься коловою орбітою в тому випадку, коли напрямок швидкості частки  $v$  перпендикулярний напрямку вектора магнітної індукції  $B$ . Усі три вектори –  $F$  (сила, що діє на електрон),  $B$  та  $v$  – взаємно перпендикулярні.

На рисунку показано траєкторію електрона в магнітному полі зі щільністю потоку  $B$ . Вектор швидкості електрона лежить у площині рисунка. Електрон в магнітному полі рухається дугою окружності з радіусом  $r$ .



Сила  $F$ , що діє на електрон:

$$F = Bev.$$

Оскільки вектори  $F$ ,  $B$  та  $v$  взаємно перпендикулярні, сила  $F$  дорівнює також відцентровій силі  $mv^2/r$ . Отже,

$$\frac{mv^2}{r} = Bev,$$

звідки одержуємо

$$r = \frac{mv^2}{Bev} = \frac{mv^2/2}{e} \frac{1}{Bv/2}.$$

Величина  $mv^2/2$  – кінетична енергія частки у джоулях. Величина  $mv^2/2e$  – це кінетична енергія частки в електрон-вольтах.

Нехай

$$r = \frac{2E_k}{Bv}, \quad (8.1)$$

де  $E_k$  – кінетична енергія частки у еВ, а  $v = (2eE_k/m)^{1/2}$ . Отже, радіус траєкторії електрона можна записати у вигляді

$$r = \frac{1}{B} \left( 2 \frac{e}{m} E_k \right)^{1/2}.$$

Електрон опише одну повну окружність за час

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v}. \quad (8.2)$$

Підстановка виразу (8.1) в (8.2) дає

$$T = \frac{2\pi m}{B e}.$$

Кінетична енергія  $E_k = 5 \text{ MeV} = 5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . Швидкість  $v$  визначається з формули  $mv^2/2 = 5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ , звідси

$$v^2 = \frac{1,6 \cdot 10^{-12}}{m}.$$

Підставляючи в цю формулу масу протона, маємо

$$v^2 = 0,957 \cdot 10^{15} \text{ м}^2/\text{с}^2.$$

$$v = 3,1 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

Використовуючи рівняння (8.1), знаходимо

$$r = \frac{10^6}{6,2 \cdot 10^7} = 0,16 \text{ м}.$$

Отже, мінімальний радіус траєкторії протонів дорівнює 0,16 м. Частота

$$f = \frac{1}{T} = \frac{Bv^2}{4\pi E_k} = 30,5 \text{ МГц}.$$

Можна сконструювати циклотрон і для прискорення електронів. Однак, оскільки маса електронів значно менша за масу протонів, є обмеження, пов'язані здебільшого з релятивістськими ефектами. Наприклад, якщо у виразі для швидкості замість  $m$  підставити масу електрона, одержимо  $v \gg c$ , що неможливо.

### Задача 9. Гвинтовий рух електрона в магнітному полі

Покажіть, що електрон, який перетинає під кутом  $\theta$  пряму магнітну силову лінію, перетне її знову після того, як пролетить відстань, рівну  $2mv\pi\cos\theta/Be$ , де  $v$  – швидкість електрона та  $B$  – густина однорідного магнітного потоку.

Визначте час, за який електрон, що спочатку перебував у спокої, пролетить відстань  $l = 10$  мм, якщо різниця потенціалів, прикладена на цій відстані, дорівнює:

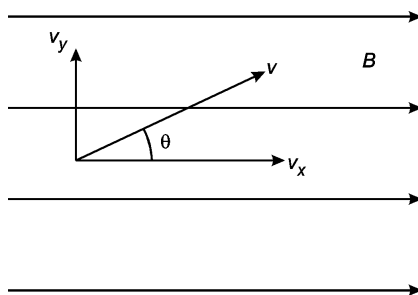
а) постійній напрузі  $V = 100$  В;

б) синусоїдальній напрузі з амплітудою 25 В і частотою 3 МГц.

Вважається, що в обох випадках градієнт потенціалу – постійна величина, а у випадку б) електрон перебуває у спокої в той момент, коли прикладена напруга дорівнює нулю.

### Рішення

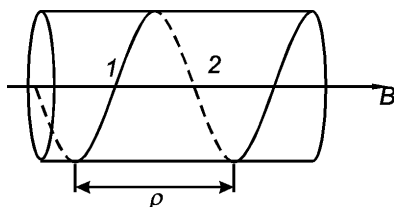
Нехай  $v$  – результувна швидкість електрона, спрямована під кутом  $\theta$  до прямих силових ліній магнітного поля (див. рисунок). Таким чином,  $B$  та  $v$  не перпендикулярні один одному.



Складова швидкості  $v_y$  перпендикулярна полю, в разі колового руху змінюється, а складова швидкості  $v_x$  у напрямку поля залишається незмінною. Сила  $F$ , що спричинює коловий рух електрона, дорівнює

$$F = Bev \sin \theta = \frac{mv^2 \sin^2 \theta}{r}. \quad (9.1)$$

Результувний рух складається з колового руху, перпендикулярного до поля, і поступального руху в напрямку силових ліній поля. Тому, як показано на наступному рисунку, електрон рухається гвинтовою лінією.



Нехай крок гвинтової лінії є  $\rho$ :

$$\rho = Tv \cos \theta, \quad (9.2)$$

де  $T$  – час, за який електрон проходить одне повне коло.

Якщо  $\omega$  – кутова швидкість, то

$$v = \omega \cdot r = \frac{rBe}{m}.$$

Звідси

$$\omega = \frac{Be}{m} = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T},$$

де  $f$  – циклотронна частота, а період  $T$  дорівнює

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{Be}. \quad (9.3)$$

Підставивши (9.3) в (9.2), одержимо вираз для кроку гвинтової лінії:

$$\rho = \frac{2mv\pi \cos \theta}{Be}. \quad (9.4)$$

**а.** Оскільки електрон починає свій рух зі стану спокою, його початкова швидкість  $u = 0$ .

Тому відстань, яку пройшов електрон, визначається за формулою

$$s = \frac{1}{2}at^2. \quad (9.5)$$

Отже, оскільки  $a = eE/m$ ,

$$s = \frac{1}{2}e\frac{E}{m}t^2. \quad (9.6)$$

Із цього рівняння знаходимо  $t$  і, підставляючи вхідні дані ( $E = V/l = 10^4$  В/м), одержуємо

$$t = \left(\frac{2sm}{eE}\right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 10^{-2}}{1.76 \cdot 10^{11} \cdot 10^4}\right)^{1/2} = 3.37 \text{ нс.}$$

**б.** Миттєве значення синусоїдальної напруги з амплітудою 25 В й частотою  $f = 3$  МГц дорівнює  $25\sin\omega t$  В, де

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^6 \text{ рад/с.}$$

Напруженість електричного поля обчислюється за формулою:

$$E = \frac{25\sin\omega t}{s} \text{ В/м.} \quad (9.7)$$

Підставивши вираз (9.7) у рівняння (9.6), одержимо:

$$t = \left( \frac{2s^2 m}{e25 \sin \omega t} \right)^{1/2}. \quad (9.8)$$

Піднесемо до квадрата обидві частини рівняння (9.8):

$$t^2 = \frac{2s^2 m}{e25 \sin \omega t}. \quad (9.9)$$

Позначимо  $\omega t$  через  $\theta$  та підставимо замість  $t$  і  $\omega t$  у рівняння (9.9).

Одержимо

$$\theta^2 = \frac{2s^2 m \omega^2}{e25 \sin \theta}.$$

Підстановка вихідних даних дає для величини  $\theta^2 \sin \theta$  таке значення:

$$\begin{aligned} \theta^2 \sin \theta &= \frac{2s^2 m \omega^2}{e25} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{12}}{1.76 \cdot 10^{11} \cdot 25} = 0.0161. \end{aligned} \quad (9.10)$$

Рівняння (9.10) можна розв'язати приблизно, якщо припустити, що для малих значень  $\theta$ , виражених у радіанах,  $\sin \theta \rightarrow \theta$ . Тоді

$$\theta^3 = 0.0161, \quad (9.11)$$

або

$$\theta \approx 0.252 \text{ рад.}$$

Перевіримо цю відповідь. Обчислюючи  $\theta$  у градусах ( $\theta = 0,252 \cdot 180/\pi = 14,5^\circ$ ) і підставивши цей результат в аргумент синуса в (9.10), маємо

$$0.252^2 \sin 14.5^\circ = 0.016.$$

Таким чином, значення (9.11) знайдено вірно і  $\theta = 0,252$  рад. Але  $\theta = \omega t$ , звідки знаходимо

$$t = \frac{0.252}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^6} = 13.4 \text{ нс.}$$

**Задача 10.** Рух електрона в магнітному полі соленоїда під кутом до його осі

Соленоїд завдовжки 0,3 м має 1000 витків. Передбачається, що створюване ним магнітне поле є однорідним по всій довжині соленоїда. Електрон, що летить у вакуумі, прискорюється різницею потенціалів 500 В і потім потрапляє в соленоїд з будь-якого його кінця, перетинаючи його вісь під кутом  $5^\circ$ . Обчислити:

- а) мінімальний струм соленоїда, за якого електрон перетне його вісь на іншому кінці;
- б) найближче за величиною значення струму соленоїда, під дією якого електрон знову перетне вісь на іншому кінці соленоїда.

### Рішення

а. Оскільки потрібно обчислити мінімальний струм соленоїда, за якого електрон перетне вісь на іншому кінці соленоїда, розглянемо один повний оберт гвинтової лінії від одного кінця соленоїда до іншого. Напруженість магнітного поля

$$H = \frac{NI}{l} \text{ А/м,}$$

де  $N$  – число витків,  $I$  – струм та  $l$  – довжина соленоїда. Звідси знаходимо

$$l = \frac{NI}{H}. \quad (10.1)$$

З умови, що крок гвинтової лінії, обумовлений виразом (9.4), дорівнює довжині соленоїда, можемо записати таку рівність:

$$\frac{2\pi m v \cos \theta}{Be} = \frac{NI}{H}. \quad (10.2)$$

З огляду на те, що  $B/H = \mu_0$  є магнітна проникність вакууму, з (10.2) одержуємо вираз для мінімального струму соленоїда

$$I = \frac{2\pi m v \cos \theta}{e N \mu_0}. \quad (10.3)$$

Із цього виразу випливає, що мінімальний струм не залежить від  $B$ .

Початкова швидкість, яку електрон набуває під дією різниці потенціалів 500 В, визначається за формулою  $v = (2e/m)^{1/2}$ .

Підстановка  $v$  у вираз (10.3) і відповідне його перетворення дають

$$I = \frac{2\pi \cos \theta}{N \mu_0} \left( \frac{2V}{e/m} \right)^{1/2}. \quad (10.4)$$

Підставимо вихідні дані:  $\theta = 5^\circ$ ,  $N = 1000$  витків,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Г/м,  $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг та  $V = 500$  В. Отримаємо:

$$I = \frac{2\pi \cos 5^\circ}{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \left( \frac{2 \cdot 500}{1,76 \cdot 10^{11}} \right)^{1/2} = 0,375 \text{ А.}$$

**б.** Наступне найближче за величиною значення струму соленоїда, за якого електрон перетне вісь на іншому його кінці, визначається з розгляду двох повних обертів гвинтової лінії. Струм при цьому

$$I = 2 \cdot 0,375 = 0,75 \text{ А.}$$

**Задача 11.** Визначення й розрахунок чутливості до магнітного відхилення електронно-променевої трубки

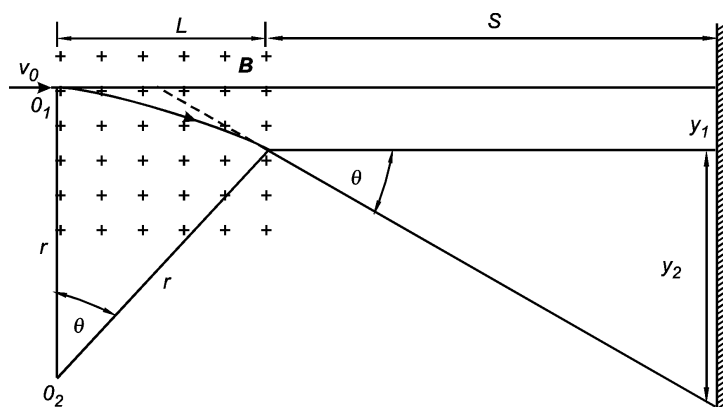
Виведіть вираз для чутливості до магнітного відхилення електронно-променевої трубки, обґрунтовуючи всі зроблені при цьому допущення. Зазначте також вимоги, необхідні для досягнення високої чутливості.

Котушки відхилення променя електронно-променевої трубки, через які тече струм силою 1,25 А (постійний струм), створюють однорідний потік магнітного поля 0,8 мТ (Вб/м<sup>2</sup>). Це поле поширюється на відстань 0,03 м уздовж осі, а центр цього поля лежить па відстані 0,25 м від екрана.

Обчисліть напругу на останньому аноді трубки, якщо за змінного струму силою 3 А пучок електронів залишає на екрані слід завдовжки 0,18 м.

**Рішення**

Як було показано вище (див. рішення задачі б), величину відхилення можна розділити на дві частини:  $y_1$  та  $y_2$  (див. рисунок). Перша частина –  $y_1$  – є відхиленням, що його набуває електрон у тій області, де існує магнітне поле. Друга частина –  $y_2$  – це результат подальшого руху електрона вздовж прямої після виходу з області дії магнітного поля. Припустимо, що магнітне поле поширюється лише на область завдовжки  $L$ .



Радіус кривизни траєкторії, якою рухається електрон в області  $L$ , дається виразом

$$r = \frac{mv_0}{eB}. \quad (11.1)$$

Центром окружності є точка  $O_2$ . Якщо за початок координат взяти точку  $O_1$  то рівняння круговий траєкторії прийме вигляд

$$x^2 + (r - y)^2 = r^2,$$

звідки одержуємо

$$r = \frac{x^2 + y^2}{2y} \approx \frac{x^2}{2y}. \quad (11.2)$$

Це наближення є справедливим, якщо  $y^2 \ll x^2$ , тобто, якщо відхилення є малим порівняно із відстанню, яку проходить електрон у магнітному полі.

Комбінуючи рівняння (11.1) і (11.2), щоб вилучити  $r$ , одержуємо

$$y = \frac{eBx^2}{2mv_0}. \quad (11.3)$$

Як і раніше, відхилення  $y_1$  в області  $L$  визначається виразом

$$y_1 = \frac{eBL^2}{2mv_0}. \quad (11.4)$$

Диференціюючи рівняння (11.3) за  $x$  та підставляючи  $x = L$ , маємо

$$\frac{dy}{dx} = \frac{eBL}{mv_0} = \operatorname{tg}\theta. \quad (11.5)$$

Тому що  $y_2 = S \operatorname{tg}\theta$ , друга частина відхилення

$$y_2 = S \operatorname{tg}\theta = \frac{eBLS}{mv_0}.$$

Повне відхилення

$$y_1 + y_2 = \left( \frac{eBL^2}{2mv_0} + \frac{eBLS}{mv_0} \right),$$

Тобто,

$$y_{повн} = \frac{e BL}{m v_0} \left( \frac{L}{2} + S \right). \quad (11.6)$$

Величина  $L/2 + S = D$  і є відстанню від центра області  $L$  до екрана. Підставляючи  $v_0 = (2eV_a/m)^{1/2}$  у рівняння (11.6), одержуємо величину повного відхилення, виражену через потенціал  $V_a$ :

$$y_{повн} = \left( \frac{e}{m} \frac{1}{2V_a} \right)^{1/2} BLD. \quad (11.7)$$

Чутливість до магнітного відхилення  $S_{магн}$  визначається як відхилення (зазвичай у мм) в магнітному полі 1 Т (Вб/м<sup>2</sup>), тобто, чутливість вимірюється в мм/Т або мм/(Вб/м<sup>2</sup>). Таким чином,

$$S_{магн} = \frac{y_{повн}}{B} = \left( \frac{e}{m} \frac{1}{2V_a} \right)^{1/2} LD. \quad (11.8)$$

Отже, для одержання високої чутливості  $L$  та  $D$  повинні бути великими, а прискорювальний потенціал  $V_a$  – малим. Однак  $L$  і  $D$  обмежені прийнятними розмірами трубки. А для одержання достатньої яскравості плями  $V_a$  повинен бути високим. Параметри трубки вибирають виходячи із цих суперечливих вимог.

Загальний розмір екрана трубки повинен відповідати подвоєній амплітуді змінного струму з ефективним значенням 3 А. Амплітуда змінного струму дорівнює  $3 \cdot \sqrt{2} = 4.24$  А, при цьому слід на екрані дорівнює 0,09 м. Магнітне поле  $B$ , створюване цим струмом, дорівнює

$$B = \frac{0.8 \cdot 10^{-3}}{1.25} \cdot 4.24 = 2.71 \text{ мТ (мВб/м}^2\text{)}.$$

З виразу (11.7) одержуємо напругу на останньому від катода аноді електронно-променевої трубки:

$$V_a = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \left( \frac{BLD}{y_{повн}} \right)^2.$$

Підстановка вихідних даних дає

$$V_a = 4.45 \text{ кВ.}$$

### 3.7 Вправи

1. Опишіть рух електрона в магнітному полі, спрямованому перпендикулярно траєкторії електрона, виведіть вираз, що пов'язує траєкторію

електрона з його початковою швидкістю  $v$  і щільністю однорідного магнітного потоку  $B$ . Можна припустити, що в області, в якій діє магнітне поле, електричне поле відсутнє.

Намалюйте траєкторію, яку описує електрон, потрапляючи в однорідне магнітне поле, коли його початкова швидкість спрямована під кутом  $\theta$  до силових ліній поля. Припустіть, що електричне поле відсутнє.

Коротко опишіть дію 180-градусного мас-спектрометра й покажіть на ескізі його основні частини.

2. У приладі для визначення відношення заряду електрона до його маси до паралельного пучка електронів на ефективній довжині 50 мм можуть бути одночасно прикладені взаємно перпендикулярні електричне та магнітне поля.

Виведіть вираз для умов, за яких такий комбінований вплив полів не спричинить відхилення пучка. У розглянутому випадку пучок не відхилятиметься в разі одночасної дії електричного поля 10 кВ/м і магнітного поля 0,32 мТ. Обчисліть при цьому швидкість пучка.

На який кут відхилиться пучок, якщо вимкнути електричне поле?

Поясніть, чим відрізняється дія кожного поля окремо на електрони.

*Відповідь:*  $5^\circ 9'$ .

3. Відомо, що маса та енергія пов'язані співвідношенням  $E = mc^2$ . Покажіть, що маса електрона, який має масу спокою  $m_0$  і рухається зі швидкістю  $v$ , дається виразом

$$m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

4. У просторі між двома горизонтально розташованими паралельними пластинами підтримуються однорідне електричне та поперечне магнітне поля. Електрон починає свій рух з нульовою швидкістю від точки, що перебуває на негативно зарядженій пластині. Беручи цю точку за початок системи координат  $x, y$ , покажіть, що положення електрона в будь-який момент часу описується рівняннями

$$x = \frac{mE}{eB^2}(\omega t - \sin \omega t), \quad y = \frac{eE}{m\omega^2}(1 - \cos \omega t).$$

Обчисліть щільність магнітного потоку  $B$ , якщо до пластин прикладена різниця потенціалів 100 В, відстань між ними дорівнює 10 мм. Найбільша висота циклоїди, яку описує електрон під час руху, дорівнює половині відстані між пластинами. Якою є швидкість  $v$  електрона на максимальній висоті?

*Відповідь:*  $B = 4,78$  мТ;  $v = 4,1 \cdot 10^6$  м/с.

5. Між катодом із радіусом  $R_c$  та анодом із радіусом  $R_a$  циліндричного діода підтримується однорідне електричне поле. У напрямку, паралельному осі діода, підтримується також однорідне магнітне поле із щільністю потоку  $B$ .

Виведіть рівняння для критичного потенціалу анода, за значень нижче якого анодний струм відсутній.

Розгляньте циліндричний діод, у якому  $R_a = 5$  мм, а  $R_c$  дуже мале. На аноді підтримується позитивний потенціал 1 кВ щодо катода. Знайдіть, за якої щільності однорідного магнітного потоку  $B_{кр}$  анодний струм дорівнювати нулю.

Обчисліть критичний потенціал анода  $V_{кр}$ , нижче за який не протікатиме анодний струм, якщо критична щільність магнітного потоку  $B_{кр} = 0,01$  Т (Вб/м<sup>2</sup>).

*Відповідь:*  $(B^2 e / 8m)(1 - R_c / R_a) R_a$ ;  $B_{кр} = 42,6$  мТ;  $V_{кр} = 55$  В.

6. Сформулюйте теорію електростатичного відхилення в електронно-променевій трубці осцилографа й покажіть, як залежить чутливість до відхилення від прискорювальної напруги, від системи відхилення і геометрії трубки. Оцініть максимальну прискорювальну напругу, яку можна використати в трубці з паралельними відхильними пластинами завдовжки 18 мм, розташованими на відстані 4 мм одна від одної, центри яких перебувають на відстані 220 мм від екрана, якщо максимальний розмах зображення, рівний 75 мм, створюється транзисторним підсилювачем з максимальним ефективним значенням вихідної напруги 15 В. Якщо ця прискорювальна напруга виявиться занадто малою для того, щоби створити необхідну яскравість плями на екрані, що можна зробити, аби виправити цей недолік? Поясніть вашу відповідь.

*Відповідь:* 280 В.

7. Поясніть, що мають на увазі під циклотронним резонансом електрона в магнітному полі, і покажіть, що його частота визначається формулою  $f = c / 2\pi t$ , де позначення мають своє звичайне значення.

Нехай однорідне магнітне поле  $0,1$  Вб/м<sup>2</sup> є паралельним деякій лінії  $AB$ . Вузкий пучок електронів проходить через точку  $A$  під кутом  $30^\circ$  до  $AB$  зі швидкістю  $20 \cdot 10^6$  м/с. Визначте місце, де пучок знову перетинає лінію  $AB$ , а також його найбільшу відстань від цієї лінії.

Опишіть на будь-якому прикладі практичне застосування циклотронного резонансу.

*Відповідь:* 6,18 мм; 1,14 мм.

8. Електронно-променева трубка має як електростатичну, так і магнітну системи відхилення; магнітна вісь котушок паралельна площині пластин

відхилення. Обидві ці системи створюють однорідні поля в одній і тій самій області трубки. Якщо напруженість магнітного поля дорівнює 600 А/м, а напруженість електричного поля – 30 кВ/м, то за якого значення потенціалу на останньому аноді електрони пройдуть уздовж трубки, не відхиляючись?

Відношення заряду електрона до його маси становить  $1,8 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

Виведіть будь-який із застосованих виразів. Якщо напруга на аноді й пластинах відхилення збільшується на 6%, то наскільки має змінитися напруженість магнітного поля, щоб відхилення не сталося?

*Відповідь:* 4,4 кВ;  $E^2 m / (2B^2 e)$ ; 3%.

9. Електрон, що рухається з постійною швидкістю, потрапляє в область, у якій є постійне однорідне поперечне магнітне поле. Доведіть, що електрон описує колову траєкторію в цьому полі.

Магнетрон складається з катода з незначним радіусом та анода з радіусом  $R_a$ , концентричного з катодом. У момент, коли значення магнітної індукції  $B$  таке, що діод «замкнений», до анода прикладається позитивна напруга  $V$  відносно катода. Можна показати, що за цієї умови відсічення траєкторія електронів, що залишають катод, наближається до колової й злегка торкається катода й анода.

Виведіть вираз, що пов'язує критичну напруженість магнітного поля з прикладеною напругою. Опишіть також експеримент, у якому застосовується ця умова для визначення відношення заряду до маси електрона.

## 4 ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ У ГАЗАХ. ПЛАЗМА

### 4.1 Дослідження електричного газового розряду

На початку XVIII ст. було помічено, що іскра від електростатичної машини проскакує в розрідженому повітрі на значно більшу відстань, ніж за нормального тиску. У 1748 році Ватсон спостерігав «сполохи вогню», що колихалися подібно до північного сяйва, у скляній трубці завдовжки 81 см з розрідженим повітрям, кінці якої було приєднано до полюсів великої електростатичної машини.

Століття потому в 1838 р. Фарадей, пропускаючи струм від електростатичної машини крізь скляну трубку з розрідженим повітрям, спостерігав у трубці фіолетове світіння, що починається на аноді й заповнює трубку до катода. Фарадей помітив, що хоча сам катод світився, та між ним і фіолетовим світінням, що заповнює трубку, був темний простір, який тепер називають «фарадеевим темним простором».

1855 року Гейслер значно удосконалив техніку відкачування повітря із замкнених об'ємів скляних трубок. Він винайшов так званий «ртутний насос», у якому як поршень використовували стовп ртуті (до цього користувалися винятково поршневыми насосами з ущільнювальними поршневыми прокладками, зробленими зі шкіри). За допомогою ртутного насоса, хоча й витрачаючи чимало праці і часу, можна було досягти всередині скляної трубки дуже низьких тисків.

Насос Гейслера дав змогу зробити важливі відкриття. У 1858 році Плюккер виявив, що фарадеевий темний простір розширюється, коли тиск у трубці знижується. Плюккер виявив при цьому, що стінки трубки за анодом починають флуоресцювати за зниженого тиску, тобто, починають світитися неясним синювато-зеленуватим світлом, і що положення плями, що світиться, змінюється в разі піднесення до трубки магніту. Плюккер виявив також, що, коли катод зроблено з платини, близькі до катода частини стінок трубки за деякий час покриваються тонким шаром платини.

1869 року Гітторф, учень Плюккера, помістив усередині трубки предмет між катодом і місцем флуоресцентного світіння на склі трубки (навпроти катода за анодом) і виявив, що предмет відкидає тінь, яку він би створював, якби світіння було спричинене прямолінійними променями, що виходять з катода. Ці невидимі промені, спостережувані в трубці за низьких тисків, дістали назву «катодних променів», а саму газорозрядну трубку з ультранизьким тиском повітря стали називати «катодно-променевою».

Назву «катодних променів» дав їм англієць сер Вільям Крукс, який починаючи з 1869 р. за допомогою свого майстерного помічника Гімінгама, майстра з приладів, сконструював і виготовив велике число різних катодно-променевих трубок для демонстрації багатьох як відомих, так і відкритих ним самим властивостей катодних променів.

Зокрема, Крукс виготовив катодно-променеву трубку, в якій катодні промені бомбардували лопаті чутливого коліщатка, вісь якого могла котитися горизонтальними скляними напрямними. Спярмувавши промені на верхню лопать, можна було змусити коліщатко котитися напрямними. Крукс доводив цим експериментом, що катодні промені «чинять тиск» на лопаті. У 1903 році Дж. Дж. Томсон в монографії «Провідність електрики через гази» зазначив, що експеримент Крукса з коліщатком не доводив наявності тиску у катодних променів. Катодні промені нагрівають бік лопаті, на якій вони падають, і явище, що його спостерігав Крукс, є так званим «радіометричним ефектом». Бік лопаті, на який падають промені, трохи нагрівається. Молекули розрідженого повітря, що залишилися в трубці, вдаряються у протилежний (нагрітий і не нагрітий) бік лопаті, тому надають сторонам лопаті нерівні імпульси. Так і виникає сила, що діє на лопать.

Зрозуміло, електронний пучок дійсно чинить тиск на перешкоди, на які він падає, оскільки електрон маси  $m$ , що летить зі швидкістю  $v$ , має імпульс  $p = mv$ , але експеримент Крукса з коліщатком не довів наявності цього тиску.

Гази є добрими діелектриками. Для електричного пробую повітря (суміші газів), щоб у ньому виникла блискавка між електродами, необхідно прикласти пробійну напругу близько 30000 В/см. Все-таки всі гази мають деяку електропровідність.

1785 року Кулон дійшов висновку, що окрім втрат заряду електроскопом під час спаду його золотих листочків, унаслідок провідності твердого ізолятора, що утримує стержень з листочками, відбуваються втрати заряду, які слід приписати витоку заряду з листочків крізь навколишнє повітря. Струм витоку швидко збільшується зі збільшенням напруженості електричного поля, досягає максимуму, а далі залишається постійним, поки не настає пробій. Струм витоку то менший, що менше тиск повітря.

1879 року Крукс показав, що золоті листочки електроскопа, поміщені в хороший вакуум, зберігають свій заряд упродовж кількох місяців.

Трубки Крукса були так майстерно сконструйовані й виготовлені, що їх використовують із демонстраційною метою і нині.

Крукс вважав, що катодні промені є потоком молекул деякого особливого

«ультрагазу». Він говорив про нього як про «четвертий стан речовини».

Відеман, Гольдштейн і Герц у Німеччині, вивчаючи катодні промені, дійшли висновку, що ці промені є новим видом електромагнітних хвиль.

Починаючи з 1883 р. Герц і Ленард провели особливо ретельні дослідження з катодними променями, але й вони не змогли зрозуміти їх фізичної природи. Це зробив пізніше Дж. Дж. Томсон.

Починаючи з 1894 р. молодий англійський фізик Джозеф Джон Томсон, ознайомившись із теоріями катодних променів і роботами Герца та Ленарда, поставив собі завданням виміряти швидкість поширення катодних променів. Він її дійсно виміряв, але, крім того, водночас виміряв і відношення заряду до маси для частки катодних променів і довів, що катодні промені – це потік до того невідомих маленьких заряджених частинок малої маси – «електронів». Так у 1897 р. Дж. Дж. Томсон відкрив електрон.

Проте, назва «електрон» з'явилася в науці на 15 років раніше. Так було названо «елементарну порцію електричного заряду», що проявилася в експериментах з електролізом розчинів електролітів (солей, кислот і лугів). У 1874 році англійський фізик Стогні, використовуючи наближене значення числа Авогадро  $N_A$ , отримане в молекулярно-кінетичній теорії газів, і значення числа Фарадея  $F$ , виміряне ним у власних експериментах з електролізу, визначив значення заряду, що його переносив один одноразово іонізований іон електроліту. Як і Фарадей, він припустив, що іони в розчині електроліту переносять однакові електричні заряди. Саме цей заряд – «елементарну порцію електрики» – він і назвав «електроном».

Електрон як мікрочастку експериментально відкрив Дж. Дж. Томсон у 1897 році. Але ще в 1873 р. Максвелл у своєму славнозвісному «Трактаті про електрику і магнетизм», обговорюючи можливість існування в природі «молекули електрики», зазначав що такої молекули бути не може, оскільки вона має бути точковою, а точковий заряд має нескінченну енергію. Про «молекулу електрики», тобто, про «електрон», говорив також Гельмгольц у відомій промові 1881 р., присвяченій пам'яті Фарадея. У цій промові, як і Стогні до нього, Гельмгольц спирався на закони електролізу розчинів електролітів, що їх відкрив Фарадей у 1833 р., згідно з якими з кожною грам-молекулою одновалентних іонів електроліту пов'язана певна кількість електрики, що виражається числом Фарадея

$$F = 96500 \text{ Кл.}$$

Оскільки в молі будь-якої речовини міститься число молекул, рівне числу Авогадро

$$N_A = 6 \cdot 10^{23},$$

то, розділивши  $F$  на  $N_A$ , отримуємо величину заряду елементарної порції електрики:

$$e = |e| = \frac{F}{N_A} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл},$$

і ця елементарна порція електрики дорівнює абсолютній величині заряду електрона.

## 4.2 Газорозрядна плазма

Коли газ проводить електричний струм, він випромінює електромагнітні хвилі і зазвичай називається плазмою. Плазма з оточенням поводить як електрично нейтральна. Але в мікроскопічному об'ємі газу із плазмою, незалежно від способу отримання газу, містяться електрони і позитивні іони, а також нейтральні молекули газу. Електрони і позитивні іони виникають через іонізацію певної частини молекул газу. Міра іонізації залежить від способів підтримки її існування. За низьких тисків частка іонізованих атомів може наближатися до 100%, зазвичай же вона значно менша.

Легко показати, що за кімнатної температури кінетична енергія молекул газу недостатня для їх іонізації. Проілюструємо це твердження на прикладі пари лужноземельного металу цезію. Атом цезію має найменший відомий потенціал іонізації, що дорівнює 3,89 еВ. Ймовірність отримання атомом під час зіткнення енергії, достатньої для його іонізації, становить за кімнатної температури лише  $10^{-60}$ . Навіть за температури полум'я пальника Бунзена (1800 °С) частка іонізованих атомів мала, але достатня для того, щоби плазма набула помітної електропровідності.

Плазму легко отримати, пропускаючи струм крізь газ. За достатньої напруги між електродами, на кшталт електродів діода, в проміжку між електродами може виникнути пробій газу – газорозрядна плазма. Умови виникнення та властивості плазми залежать від відстані між електродами, тиску газу та напруги між електродами. Для полегшення запалювання плазми і керування її роботою електрод з негативним потенціалом підігривають, що посилює емісію в проміжок між електродами. Такий газовий діод працює за високої температури в умовах, коли струм обмежений просторовим зарядом. Якщо прикладена напруга мала, наявність газу не спричинить скільки-небудь істотних змін. Але електрон уже не прискорюватиметься безперешкодно

зовнішнім полем. Під час зіткнення з молекулами електрон втрачає енергію і рухається (в середньому) з деякою постійною швидкістю.

Підвищення напруги в діоді призводить до зростання середньої швидкості електронів – зростання кінетичної енергії. Струм крізь діод різко зростає і, якщо величина струму не обмежується зовнішнім навантаженням, може зруйнувати прилад. Між зіткненнями електрон прискорюється полем (відбирає у поля енергію) і набуває кінетичної енергії, що перевищує потенціал іонізації газу. Стикаючись із молекулою, електрон може іонізувати її. Електрон, що утворився в результаті іонізації, буде, як і первинний, прискорюватися полем. Іон значно важчий за електрон, тому прискорюється повільно у протилежному напрямку. Позитивні іони нейтралізують просторовий заряд електронів. Тому струм крізь діод за однакової напруги перевищує струм звичайного вакуумного діода. Простір між електродами виявляється зайнятим газорозрядною плазмою.

Газовий розряд виникає, коли енергія електронів стає достатньою для іонізації молекул газу. Енергію електрон набуває від електричного поля за час між двома послідовними зіткненнями з молекулами газу. Щоб електрон встигав набути необхідної енергії для іонізації молекул газу, необхідно: 1) збільшити напруженість поля, тобто, збільшити напругу між електродами або зменшити відстань між електродами; 2) збільшити відстань між молекулами (зменшити тиск).

Після загорання розряду (виникнення плазми) напруженість поля встановлюється автоматично для безперервної підтримки рівноваги між швидкістю генерації та рекомбінації електронів та іонів у плазмі. Процес іонізації споживає енергію від зовнішнього джерела, і дві обставини – іонізація (баланс заряду) і баланс енергії – визначають усі параметри рівноважного стану плазми.

Кількість позитивних іонів та електронів зменшується внаслідок об'ємної рекомбінації, потрапляння електронів на анод і нейтралізації іонів на катоді, а також внаслідок виходу зарядів із плазми. Об'ємна рекомбінація зарядів не є суттєвою. Відхід електронів та іонів з об'єму плазми відбувається лише у випадку, коли в об'ємі плазми є електричне поле, що виводить з нього заряди, а також у разі значного градієнта концентрації заряджених часток. Тобто, плазма повинна займати в просторі обмежений об'єм. Плазма в іскрі або дузі має добре окреслені межі, які встановлюються мимоволі, тобто, відсутні зовнішні фізичні чинники, що обмежують розміри плазми. Проте, межею розряду за низького тиску є зазвичай стінки вакуумного приладу. В обох випадках на поверхні плазми відбувається рекомбінація іонів та електронів, яка і є головним

чинником, що визначає відхід іонів із плазми. Джерелом іонізації, що компенсує рекомбінацію, є електронний удар.

Енергія іонізації, що її первинний електрон передає іону, під час рекомбінації вивільнюється і розсіюється у вигляді кінетичної енергії часток (тепло). Втрати відбуваються під час зіткнень електронів з молекулами, за яких енергія електронів виявляється недостатньою для іонізації газу, але достатньою, щоби спричинити перехід молекули у збуджений стан. Під час переходу молекули із збудженого стану в основний енергія виділяється шляхом випускання фотона. Так плазма стає джерелом світла.

Отже, енергія розсіюється, в основному, на поверхні плазми, а накопичується в її об'ємі. З цієї причини плазмі прагнуть надати форми, за якої відношення займаного об'єму до поверхні буде найбільшим. Найчастіше плазма генерується у формі циліндра, вісь якого збігається з напрямком струму. Щільність струму розряду є параметром первинного значення, різниця ж потенціалів у газовому розряді не відіграє особливої ролі: вона визначається процесами, які формують плазму у кожному конкретному випадку. Плазма не може зайняти весь простір між електродами, бо повинна існувати область, де електрони набувають енергії, достатньої для іонізації газу. Лише проминувши цю область, електрони потрапляють в об'єм, зайнятий плазмою.

Газорозрядна плазма не перебуває у тепловій рівновазі й існує завдяки енергії, яку віддає зовнішнє електричне поле. Посередниками в процесі передачі енергії слугують електрони. Хоча електрони, атоми і позитивні іони газу в просторі плазми є однорідною сумішшю, кінетична та потенціальна енергії між трьома компонентами розподілені нерівномірно. Система однорідних часток перебуває у тепловій рівновазі. Але температура рівноваги кожної системи буде різною. Так, кінетична енергія електронів дуже велика в позитивному стовпі тліючого розряду і відповідає температурі близько 10000 К. Енергія нейтральних молекул значно менша і лише на декілька градусів перевищує температуру докільця. Температура позитивних іонів може бути близька до температури нейтральних молекул, а може мати величину до 1000 К. Ця температура, в основному, залежить від тиску. Встановлення різних температур електронної, атомної та іонної систем зумовлене неефективністю передачі тепла від однієї системи до іншої. Електрони легші за позитивні іони в 1848 разів за кожен ядерну частку. Кінетична енергія, яку втрачає електрон під час пружного зіткнення з молекулою газу, є малою, але ці зіткнення найчастіші і є головними для встановлення теплової рівноваги у газовій суміші. Якщо електрон відбирає енергію у поля швидше, ніж він втрачає її під час зіткнення,

то температура електронів встановлюється вище за температуру неіонізованого газу, що і спостерігається у плазмі.

### 4.3 Види газового розряду

#### Лавинний розряд (розряд Таунсенда)

Катод, опромінений світлом, дає малий фотострум (за відсутності газу – порядку  $10^{-10}$  А), і впливом просторового заряду можна нехтувати. Анодний струм не залежатиме від позитивної анодної напруги. Якщо ввести у прилад газ, то за малої напруги струм не залежатиме від напруги, проте в разі подальшого підвищення напруги струм починає рости. Зростання струму відбувається, коли енергія електрона, емітованого з катода і прискореного полем, стає достатньою для іонізації молекули газу в результаті непружного зіткнення з нею. При цьому утворюється ще один електрон, який, своєю чергою, прискорюється і може породити ще одну пару заряджених часток (іон – електрон). Таким чином, під дією одного первинного електрона може виникнути цілий каскад вторинних електронів, які й обумовлюють збільшення струму розряду. Таке множення часток називається лавинним. Яким би не був процес множення електронів, струм крізь будь-який переріз газу залишатиметься постійним, бо позитивні іони рухаються в бік катода. Такого роду множення часток у газі використовують часто в однокаскадних фотоелементах різних типів. Допустима величина посилення залежить лише від здатності катода протистояти бомбардуванню позитивними іонами.

Якщо на одиничному відрізку своєї траєкторії  $dx$  один електрон може породити два нові електрони, то  $n$  таких електронів створять  $dn$  нових електронів

$$dn = \alpha \cdot n \cdot dx,$$

Тобто,

$$n = n_0 \exp(\alpha x),$$

де  $n_0$  – концентрація електронів біля катода. Цей результат можна виразити також через струми

$$i = i_0 \exp(\alpha x).$$

Уявімо собі, що електрон вилітає з катода з нульовою енергією, а потім прискорюється полем. Якщо середня довжина вільного пробігу в газі більша, ніж відстань до анода, то ймовірність іонізації буде малою. Якщо ж середня

довжина вільного пробігу мала, то ймовірність отримання електроном енергії, достатньої для іонізації молекул газу, також буде малою. Бо набуту енергію електрон витратить на пружні зіткнення або на зіткнення, що призводять до збудження молекул. За проміжних значень довжини вільного пробігу ймовірність іонізації буде відносно високою, й умови для процесу множення електронів виявляться сприятливішими. Визначальним чинником є енергія, що її набуває електрон між двома зіткненнями. Вона пропорційна напруженості поля  $E$  і середній довжині вільного пробігу. Остання величина обернено пропорційна до середнього тиску в газі  $p$ . Для порівняння інтенсивності множення електронів у двох конкретних випадках необхідно обчислити відповідне значення параметра  $E/p$ .

### Самостійний розряд

За певної напруги струм між катодом і анодом не припиняється навіть за відсутності опромінення і підігріву катода. Розряд сам себе підтримує. Він називається самостійним розрядом, або розрядом Таунсенда в ім'я першого дослідника.

Джерелом електронів у самостійному розряді є фотоемісія та вторинна емісія з катода. Фотоелектронну емісію спричинюють кванти, що їх випускають збуджені молекули. Вторинна емісія електронів з катода відбувається під час бомбардування іонами або молекулами, що перебувають у збудженому стані. Перехід метастабільних атомів в основний стан «заборонений» спектроскопічними правилами відбору, завдяки чому час життя молекул у збудженому стані значний, і є висока ймовірність дифузії збуджених молекул до катода. Причому позитивні іони не можуть набути від електричного поля енергію, достатню для іонізації.

Якщо концентрація електронів, що їх емітує катод, дорівнює у його поверхні  $n'_0$ , тоді буде створено  $n'_0(e^{\alpha d} - 1)$  додаткових електронів, де  $d$  – довжина проміжку між електродами. Таким само буде число позитивних іонів, що утворилися. Кількість вторинних електронів буде пропорційна цій величині за будь-якого механізму генерації. Позначивши коефіцієнт пропорційності через  $\gamma$ , знаходимо

$$n'_0 = n_0 + \gamma n'_0 (e^{\alpha d} - 1);$$

$$\frac{n'_0}{n_0} = [1 - \gamma_0 (e^{\alpha d} - 1)]^{-1},$$

або, переходячи до струму катода, що є різницею електронного і іонного струмів, отримуємо

$$i = i_0 \frac{e^{\alpha d}}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)}.$$

### **Іскровий розряд**

Якщо до трубки, наповненої газом, прикласти напругу, що значно перевищує напругу запалення, то концентрація іонів, що утворюються електронною лавиною, стане дуже велика. Те саме станеться, якщо напруга прикладається до трубки, де тиск газу великий. У таких випадках протікатиме великий струм. Проте, він обмежується опором зовнішнього ланцюга, через що розряд триватиме лише деякий час. Описана форма розряду називається іскрою. Оскільки весь процес відбувається впродовж короткого часу, позитивні іони зумовлюють лише невелику частку струму, але їх просторовий розряд відіграє особливу роль. Позаяк електрони уносяться полем, позитивні іони створюють поперечне електричне поле, яке витягує фотоелектрони, що утворилися в газі. У такий спосіб у розрядному проміжку створюється електропровідний канал. Розряд блискавки формується так само, причому провідний канал утворюється впродовж декількох стадій. У завершальній стадії від землі до хмари впродовж приблизно кількох мілісекунд можуть текти струми до 10000 А.

Провідний канал називається стрімером. Явище утворення стрімерів відіграє особливу роль під час електричного пробою в газах саме в тих випадках, коли час розряду настільки малий, що електронна лавина не встигає сформуватися. В основі механізму утворення стрімерів лежить фотоіонізація атомів випромінюванням, що його випускають молекули газу під час іонізації внаслідок зіткнень. З цієї причини іонізована хмара, що виникла в одному місці розряду, може швидко поширюватися в просторі, утворюючи стрімери.

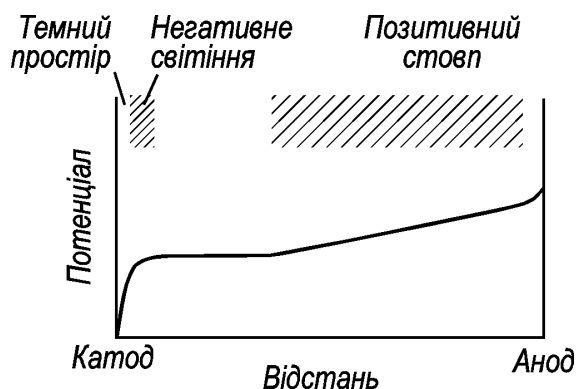
### **Коронний розряд**

За певної геометрії електродів утворення електронної лавини в одній частині розряду призводить до зменшення величини поля в іншій частині простору між електродами. У результаті лавина, що утворюється, має вигляд швидко згасних ниток, що світяться. Сукупність таких ниток називається короною.

Якщо фотоемісії з катода немає, виникнення лавини ініціюють електрони, створені космічним випромінюванням або радіоактивним випромінюванням апаратури і навколишніх предметів, а також іншими випадковими джерелами. З цієї причини виникненню розряду передують деяка часова затримка, що має статистичний характер. Час запізнювання буде розподілений у деякому широкому інтервалі значень.

Можливо створити й такі умови, коли розряд не є повністю самостійним. Розряд, спричинений одним електроном, за деякий час згасає; при цьому у зовнішньому ланцюзі з'являється імпульс струму помітної величини. Саме на цьому принципі засновано дію лічильників Гейгера – Мюллера. Первинні електрони, що ініціюють розряд, створюються радіоактивним випромінюванням високої енергії, яке і є предметом дослідження. Потім розряд навмисно «гаситься».

Для газу низького тиску теорію самостійного розряду створив Таунсенд. Вона є хорошим наближенням до дійсності аж до струмів близько декількох мікроамперів. За великих струмів просторовий заряд спотворює розподіл поля у проміжку між електродами. Поблизу анода в процесі перенесення зарядів бере участь велике число електронів. Поблизу катода їх значно менше, і струм утворюється позитивними іонами. Проте, іони рухаються набагато повільніше за електрони, і рівний електронам струм іони можуть забезпечити, лише якщо їх концентрація буде вищою. У катода переважають позитивні іони, а їхній просторовий заряд спотворює розподіл поля. Це ілюструється графіком розподілу потенціалу в приладі з тліючим розрядом на наступному рисунку. Практично усе падіння напруги (катодне падіння) відбувається в області біля катода. Заштриховані ділянки розряду, де відбувається найбільш інтенсивне випускання видимого випромінювання.



Режим роботи газонаповненої трубки, за якого просторовий заряд істотно позначається на розподілі поля, називається тліючим розрядом. Назва розряду

виникла від світла, що його випускає розряд (інтенсивність лавинного розряду зазвичай дуже мала, і він практично не світиться). Велика частина світла випускається з області позитивного стовпа, прилеглої до анода, де поле слабке. Біля прикатодної області знаходиться темний катодний простір, услід за яким розташовується область негативного тліючого світіння. На темний катодний простір припадає та частина траєкторії електрона, на якій він набуває енергію, достатню для збудження молекул газу. В разі зменшення тиску ця область займає велику частину проміжку між електродами і врешті-решт може заповнити всю трубку.

Характерно, що в разі збільшення струму розряд поширюється на більшу площу катода. Водночас падіння напруги на трубці залишається незмінним. Таким чином, щільність струму в плазмі не змінюється, що відповідає умові стабільності плазми.

#### 4.4 Закон Пашена

У разі виконання умови  $\gamma(e^{ad} - 1) = 1$  теоретично струм прагне до нескінченно великої величини. Практично величина струму залишається кінцевою, бо не виконуються припущення, на яких ґрунтувався аналіз. Не бралось до уваги спотворення поля під дією сил просторового заряду. Розглянута модель є правильною лише за дуже малих струмів. Різниця потенціалів на електродах приладу, за якої виконується умова  $\gamma(e^{ad} - 1) = 1$ , називається напругою запалення. У разі вищої різниці потенціалів утворюється газорозрядна плазма, яка відрізняється від таунсендівського розряду.

Шляхом зменшення відстані між електродами можна зменшити величину напруги запалення до мінімуму за деякої критичної відстані між електродами. Подальше збільшення відстані призводить до зростання напруги запалення.

Для даного газу напруга запалення залежить від тиску газу  $p$  і відстані між електродами  $d$ . Більш правильно напруга запалення залежить від добутку  $Pd$ . Останнє твердження і є законом Пашена. Число іонів, утворених електронами у проміжку між електродами, залежить від числа зіткнень (що є пропорційним  $Pd$ ) та енергії  $E\lambda$ , якої набуває електрон на середній довжині вільного пробігу. Оскільки  $\lambda \sim 1/P$  і  $E = V/d$ , то

$$\alpha d = PdF\left(\frac{V}{Pd}\right),$$

де  $F$  – деяка функція.

У загальному випадку залежність  $V$  від  $Pd$  проходить через мінімум. Якщо значення  $Pd$  менше за критичне,  $V$  швидко збільшується, бо за низького тиску число молекул є малим. Якщо значення  $Pd$  більше за критичне, збільшення  $V$  відбувається повільніше. Якщо напруга менша за деяке мінімальне значення, розряд взагалі припиняється. За атмосферного тиску ця напруга дорівнює приблизно 300 В.

Техніка високої напруги потребує, щоб величина напруги запалення була максимальною. Один із шляхів досягнення цієї мети полягає у виборі газу, що іонізується за аномально малої довжини вільного пробігу електронів. Цю властивість матимуть гази, в яких є тенденція до захоплення електронів нейтральними молекулами (молекула, що захопила електрон, стає стабільним негативним іоном). У подібному газі електрони зв'язуються швидше, ніж набувають енергію, достатню для утворення позитивних іонів і додаткових електронів шляхом зіткнень з молекулами газу. Гази, що мають зазначену властивість, називаються електронегативними. Характерний приклад: галогени та їх сполуки.

## 4.5 Плазма в електронних приладах

### Тиратрон

У тріоді, наповненому газом, імпульс великого позитивного потенціалу на сітці спричинить іонізацію газу в просторі сітка-катод. Унаслідок цього просторовий заряд електронів буде нейтралізований плазмою, яка, своєю чергою, почне екранувати катод від електричного поля, створеного зарядами на сітці. У результаті дія сітки стане слабкою, і струм на аноді майже не залежатиме від потенціалу на сітці. Газонаповнений тріод нагадуватиме ключ, що приводиться в дію позитивним імпульсом, прикладеним до сітки. Розмикання ключа може статися лише в разі зменшення анодної напруги до нуля.

Основним параметром якості перемикача є його швидкодія. У тиратроні швидкість перемикання визначається швидкістю утворення плазми, що заповнює простір між електродами. Цей параметр залежить від мережевої напруги і зазвичай лежить у діапазоні  $10^{-7}$ – $10^{-5}$  с. Розряд вимикається за зменшення анодної напруги до нуля, проте, плазма не зникає миттєво. Якщо анодна напруга відновиться раніше, ніж зникне плазма (відновиться стан неіонізованого газу), розряд може відновитися незалежно від потенціалу на сітці. Час відновлення (деіонізації) становить  $10^{-3}$  с і визначається процесами

рекомбінації і дифузії, що відбуваються в лампі. У спеціальних конструкціях тиратронів цей час може бути значно зменшений (до  $10^{-8}$  с у водневих тиратронах).

Тиратрони використовують в імпульсних схемах як високострумкові перемикачі (наприклад, у радіолокації та в апаратах для контактного зварювання), а також у схемах управління електричними машинами змінного струму.

Іншим важливим параметром є максимальний струм тиратрона. Його величина обмежується допустимою потужністю розсіяння тепла на аноді і здатністю катода протистояти бомбардуванню позитивними іонами без втрати емісійних властивостей. Важливим параметром є також напруга, яку можна докласти до анода, не переводячи газ у стан плазми (незалежно від величини напруги на сітці); ця напруга визначається розташуванням сітки відносно катода.

У стані провідності падіння напруги на тиратроні становить зазвичай 8–20 В. Велика частина цієї напруги падає на область, прилеглу до катода, а потенціал плазми приблизно дорівнює потенціалу анода. Величина прикатодної напруги встановлюється такою, щоб електрони з катода могли набути енергію, достатню для іонізації молекул газу. Розряд, у якому катодне падіння має той самий порядок, що і потенціал іонізації газу, називається дугою.

### **Лампи з холодним катодом**

Властивості тліючого розряду використовують на практиці в лампах із холодним катодом. Найпоширеніший неоновий стабілітрон, у якому використовується постійність напруги розряду. Катод такої лампи є циліндром, у центрі якого знаходиться анод, що має форму стрижня. У разі збільшення струму область катода, зайнята розрядом, також збільшується, напруга ж на лампі залишається незмінною.

У декатроні (перелічувальна лампа) в центрі приладу розташований анод, навколо якого розташовується 10 незалежних катодів. Спочатку розряд запалюється між анодом і першим катодом, причому про стан приладу можна судити за світінням розряду. Після приходу імпульсу розряд перемикається на наступний катод (для цієї мети використовуються проміжні електроди) і т. д. Така лампа дає змогу підрахувати число імпульсів, що надійшли.

У плазмових перемикачах тліючий розряд між двома електродами запалюється в результаті високочастотного поля, яке генерується зондувальним імпульсом радіолокатора. У такий спосіб впродовж усього періоду

випромінювання передавальної антени здійснюється ефективно коротке замикання приймача. Після закінчення імпульсу за короткий час відбувається деіонізація плазми в робочому проміжку, після чого приймач може приймати відбитий сигнал. У цьому випадку використовується високочастотний розряд. Цей вид розряду взагалі не потребує використання електродів, оскільки електрони в робочому проміжку здійснюють коливальні рухи під впливом високочастотного поля.

У разі розряду на постійному струмі електроди, звичайно, потрібні, оскільки заряди мають постійно видалятися. Крім того, катод є джерелом електронів, що підтримують існування плазми.

У разі збільшення струму вище за значення, коли розряд пошириться на всю поверхню катода, щільність струму зростатиме, й ми дістанемо аномальний тліючий розряд. Є деяка критична щільність струму, і в разі збільшення її вище за це значення падіння напруги на лампі почне зменшуватися (за одночасного зростання струму). Це триватиме, поки катодне падіння не стане приблизно рівним потенціалу іонізації газу, коли виникає дуговий розряд. Ясно, що тепер катодне падіння визначає енергію, яку набувають електрони, щоб забезпечувати існування плазми лише шляхом прямого збудження молекул. Джерелом електронів вже не є електронна лавина. Способи отримання електронів у дузі можуть бути різноманітними. У вугільній дузі температура катодної плями близька до  $4000\text{ }^{\circ}\text{C}$ , і емісія електронів відбувається шляхом термоелектронної емісії. В ртутній дузі вирішальне значення має автоелектронна емісія, для якої, за законами класичної фізики, електрон не може вийти з потенційної ями, утвореної металом. Проте квантово-механічний розгляд дає кінцеву ймовірність подолання потенційного бар'єра і виходу у вакуум.

Використання термоелектронних катодів дає змогу дуже просто розв'язати проблему отримання електронів в газовому розряді. Як приклад дуги з гарячим катодом можна привести тиратрон.

### **Ртутні випрямлячі**

Дугові прилади є сильнструмовими низьковольтними пристроями. Для перетворення змінного струму на постійний використовують ртутні випрямлячі. Ртутні випрямлячі давно застосовують у промисловості й на транспорті. Якщо потужність приладу перевищує  $500\text{ кВт}$ , вакуумний об'єм виконують із металу (сталі) або кераміки. У таких випрямлячів є ртутний катод і кілька анодів, кожен з яких сполучений з однією фазою багатofазної

живильної мережі. Дугу перекидають послідовно від одного анода до іншого. Якщо струм падає нижче за певний рівень (кілька амперів), дуга гасне. Запалення дуги відбувається за допомогою механічного пристрою, який формує допоміжний анод з рідкої ртуті або окремі «чергові» аноди, які живляться високою напругою постійного струму.

### **Ігнітрон**

У ході вдосконалення системи запалення дуги був створений прилад, що дістав назву ігнітрон. У ньому запалювання відбувається за допомогою стрижня з карбїду кремнію або карбїду бору, який перебуває у постійному контакті з рідкою ртуттю. Оскільки ртуть не змочує ці тугоплавкі напівпровідники, позитивний імпульс напруги, поданий на запалювальний електрод, збуджує декілька дуг, які потім перекидаються на головний анод. Дугою з холодним катодом керує напруга на запалювальному стрижні точно так, як і розрядом у тиратроні керує потенціал на сітці. Тому ігнітрон має ту саму сферу застосування, що і тиратрон.

### **Натрієві і ртутні газорозрядні лампи**

У натрієвій і ртутній газорозрядних лампах, що їх застосовують як джерела вуличного освітлення, дуга запалюється в парах зазначених елементів. Постійність тиску забезпечується надлишком натрію або цезію. Величину тиску в лампі визначає її робоча температура. Вакуумний об'єм має бути теплоізований. З цією метою лампу укладають ще в один балон, з якого відкачують повітря. Така лампа призначена для роботи на змінному струмі; кожен електрод – це термоелектронний емітер електронів, покритий шаром оксиду. До робочої температури катод розігрівається під дією самого розряду. Розряд запалюється високовольтним імпульсом, який виробляється під час розмикання індуктивного ланцюга теплового реле. Для полегшення запалення розряду в лампу також вводять інший газ (неон), розряд якого розігріває лампу; після випарування ртуті (чи натрію) запалюється основний розряд.

Натрієві лампи можуть працювати лише за низького тиску (0,001 мм рт. ст.). Велика частина світла, що випускається, припадає на видимий діапазон. У разі підвищення тиску світло поглинається в парах, що оточують дугу. Ртутні пари за низького тиску випускають, здебільшого, ультрафіолетове випромінювання, яке може бути перетворене на видиме випромінювання із заданою довжиною хвилі за допомогою флуоресціювальних покриттів, що їх

наносять на стінки лампи. Ртутна ж дуга високого тиску є ефективнішим джерелом квантів і, крім того, дає змогу отримати значне випромінювання у видимому діапазоні. Область, що світиться, сконцентрована у невеликій частині проміжку між електродами лампи. Такий розряд відбувається за високої температури, тому балон лампи виконують із кварцового скла.

#### 4.6 Деякі застосування плазми

Газ, у якому помітна частина атомів і молекул іонізована, але що має в макроскопічних масштабах властивість електричної нейтральності, називається плазмою. Способи створення плазми та її утримання відіграють важливу роль у явищі проходження струму крізь газу. Плазма надзвичайно поширена в природі. Теорія плазми почала розвиватися завдяки астрофізичним і геофізичним проблемам.

Полум'я і взагалі нагріті газу проводять електрику, і це зумовлено тепловою іонізацією невеликої кількості атомів газу за температури полум'я. Тобто, можна створити плазму в неелектричний спосіб за великої температури, що досягається завдяки звільненню хімічної енергії. Якщо просторово розділити в плазмі заряди різних знаків, то можна створити і різницю потенціалів. Енергію, накопичену на розподілі зарядів, можна використати у зовнішньому ланцюзі. Розподіл зарядів можна здійснити, використовуючи магнітогідродинамічний ефект: коли заряджена частка рухається перпендикулярно магнітному полю, на неї діє сила, перпендикулярна магнітному полю і напрямку руху частки. Коли потік плазми створюється дрейфом електронів і позитивних іонів в одному напрямку, сили, що діють на електрони та іони в магнітному полі, будуть протилежні за напрямком. Різноміненні заряди відхиляються до протилежних боків об'єму, що містить плазму. Між розділеними зарядами виникають сили електростатичного тяжіння, які перешкоджатимуть відхиленню. Врешті-решт виникне деяка врівноважена різниця потенціалів (між стінками об'єму), яка і називається МГД-напругою. У зовнішньому ланцюзі ця різниця потенціалів діє як електрорушійна сила. Потужність, яка може бути віддана навантаженню, пропорційна

$$\frac{v^2 B^2}{(\alpha + 1)\rho},$$

де  $v$  – швидкість плазми,  $B$  – магнітна індукція,  $\alpha$  – відношення опору плазми до опору навантаження і  $\rho$  – питомий опір плазми.

Для збільшення потужності необхідно використовувати сильні магнітні поля. З практичних міркувань гранична величина магнітної індукції становить приблизно  $1 \text{ Вб/м}^2$ . Плазма складається з нагрітих газів, отриманих під час спалювання природного пального у повітрі. Пропускаючи продукти згорання крізь надзвукове сопло, можна створити потік плазми, швидкість якого близька до швидкості звуку. Значення параметра  $\alpha$  істотно залежить від питомого опору плазми. Концентрація іонів у плазмі відповідає больцманівському розподілу і пропорційна  $\exp(-E_i/kT)$ , де  $T$  – абсолютна температура і  $E_i$  – потенціал іонізації газу. За концентрації іонів, яку можна створити нині, отримуваний опір плазми виявляється ледве достатнім для нашої мети. Проте, ситуацію можна поліпшити, використовуючи матеріали з низьким потенціалом іонізації, наприклад, цезій ( $E_i = 3,89 \text{ еВ}$ , порівняно з  $13,62$  для атомарного кисню і  $14,54 \text{ еВ}$  – азоту). Для цієї мети до продуктів згорання вводять сполуки цезію. Але в цьому випадку для отримання достатньої іонізації необхідно використовувати температуру близько  $2500 \text{ }^\circ\text{К}$ . Такої температури досягти важко, тим паче, що газ охолоджується в соплі, й тому стінки газопроводу повинні витримувати досить високу температуру. Через рекомбінацію іонів на стінках провідність плазми зменшується. Вартість цезію, необхідного для великих обсягів газу, буде велика. Ці перешкоди поки не здолено.

Запасена енергія викопних горючих матеріалів проявляється у вигляді потенційної енергії атомів, пов'язаних в молекулу. Енергія звільнюється у процесі руйнування молекули під час реакції окислення її водню, вуглецю та інших складових. У метані виділяється  $210,8 \text{ ккал/моль}$  (приблизно  $20 \text{ еВ}$  на одну молекулу). Це значення близьке до межі звільнення хімічної енергії, що спостерігається під час горіння водню.

Умовою руйнування молекул є висока температура, коли відбуваються інтенсивні зіткнення між швидкими молекулами. У хімічних реакціях енергія виділяється у вигляді тепла, й доцільно отримати цю енергію за можливо вищої температури, бо це є економічним. Хімічні реакції з каталізатором можуть проходити за доволі низьких температур. Так, водень і кисень за кімнатної температури самі в реакцію не вступають, навіть якщо вони перебувають у контакті необмежено тривалий час. Проте, на поверхні платини за тієї самої температури ця реакція йде дуже інтенсивно. Каталіз має надзвичайно важливе значення в тому випадку, коли завдяки хімічним реакціям отримують новий продукт, але зовсім не для звільнення енергії.

## Використання ядерної енергії

Сили, що об'єднують нейтрони і протони в ядро, приблизно в  $10^6$  разів сильніші за сили, що діють між електроном і ядром. Атомний реактор є одним із шляхів до запасів енергії, яка виділяється в результаті ділення ядра, а катализатором є нейтрони. Характерна особливість процесу ділення ядра полягає в тому, що нейтрони самі є продуктом цієї реакції. Кількість енергії, що звільнюється під час ділення ядра  $U^{235}$ , величезна – 198 МеВ. Додаткові катализатори звільнення ядерної енергії в реакторі дають змогу вести процес за низької (з точки зору ядерної фізики) температури. Водночас ця температура настільки висока, що процес у цілому добре поєднується з паровим циклом, прийнятним у звичайній енергетиці.

Процеси, що є джерелом енергії сонця, пов'язані з утворенням складніших ядер із простих. Цей процес зазвичай називають реакцією ядерного синтезу, або термоядерного, бо реакції цього типу йдуть за високої температури.

Два прості приклади можливих реакцій синтезу:

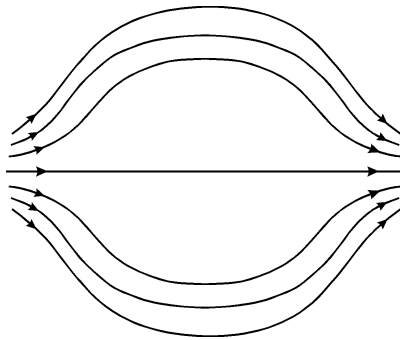


Тут  $D$  і  $T$  – дейтерій і тритій – важкі ізотопи водню з масовим числом 2 і 3 відповідно. У дужках зазначено кількість енергії, що звільнюється в цій реакції у вигляді кінетичної енергії продуктів. Некероване звільнення цієї енергії відбувається у так званій «водневій» бомбі, де роль запалу відіграє реакція розщеплювання ядра, в ході якої досягається достатньо висока температура. Для реакції синтезу потрібно об'єм із газом, що містить ядра  $D$  (чи  $D$  і  $T$ ), нагріти до температури близько  $10^8$  °К. Яким чином можна витримати такі умови? Цікаво, що кінетична енергія ядер за цієї температури становить усього 50 кеВ. Сучасні прискорювачі дають змогу отримати частки з енергіями на багато порядків більшими, ніж необхідно. Відзначимо, що не можна здійснити ефективної термоядерної реакції в разі взаємодії двох зустрічних пучків, оскільки ймовірність зіткнення двох ядер у цьому випадку дуже мала. Необхідно мати газ, швидкість хаотичного руху молекул якого би відповідала енергії, рівній 50 кеВ.

Радіоактивні продукти, що виділяються під час реакції ядерного синтезу, живуть нетривалий час, тому реакція синтезу в принципі «чистіше», ніж

реакція розщеплювання ядра. Важливо й те, що земля насичена воднем, і проблеми виснаження його запасів практично не існує.

Для отримання плазми дуже високої температури крізь газорозрядний пристрій пропускають потужний імпульс струму, наприклад, розряджаючи батарею конденсаторів. Температура плазми може піднятися досить високо лише в разі, якщо зведені до мінімуму втрати енергії, зумовлені, в основному, відходом плазми до стінок об'єму. Для цього створюють магнітне поле, яке утримує плазму, але компонента швидкості, спрямована уздовж магнітного поля, виводить частку з плазми. Тому магнітним «контейнером» міг би слугувати нескінченно довгий циліндр. Можна створити контейнер і кінцевої довжини, якщо створити магнітне поле з конфігурацією, як показано на наступному рисунку. Під впливом магнітного поля траєкторія частки викривляється, і наше «магнітне дзеркало» відбиває частки всередину об'єму.



Інший спосіб: із циліндра можна отримати тор. Але магнітне поле в перерізі тора є неоднорідним, і іони уходять на його стінки. Ситуацію можна поліпшити, якщо тор перетворити на фігуру, що нагадує вісімку (так званий стеларатор). Проте, й цього недостатньо для ефективного утримання плазми і досягнення температури, необхідної для проходження реакції термоядерного синтезу.

Ще один спосіб утримання плазми передбачає використання магнітного поля, створеного струмом самої плазми. Це магнітне поле тисне на плазму всередину об'єму. Завдяки цьому плазмовий потік відтискається від стінок. Сильнострумовий газовий розряд стискається у вузький канал (шнур). Але пінч-ефекту властиві різного роду нестабільності. Невдовзі після утворення шнура плазми він починає розширюватися, згинатися, нарешті потрапляє на стінки й охолоджується.

## Іонні двигуни

Успішне розроблення ракетних двигунів залежить від того, чи надається потоку газу максимально можливий імпульс. Для цього хаотичний рух молекул газу перетворюють на спрямований потік, у якому частки газу мають певну теплову швидкість. У звичайних ракетах це відбувається завдяки виділенню енергії під час високотемпературної хімічної реакції. Та прикладаючи електричне поле, легко прискорити потік іонів до значно більшої швидкості. У такий спосіб можна отримати питому тягу (з розрахунку на одиницю ваги пального), яка у 20 разів перевищує питому тягу звичайного ракетного двигуна. Для прискорення іонів (наприклад, цезію) можна застосувати електронний прожектор із негативним потенціалом стосовно потенціалу джерела. Джерелом може бути пористий вольфрам, просочений цезієм. Електричну нейтральність ракети можна підтримувати за допомогою емісії в іонний потік на виході із сопла електронів. Досить велику тягу можна створити лише на великих висотах, де середня довжина вільного пробігу іонів велика. Проте, для створення іонного двигуна знадобляться надмірно великі іонні струми (близько  $10^6$  А). Тому іонний двигун використовують як допоміжний для зміни просторової орієнтації космічних літальних апаратів.

Інший можливий спосіб створення ракетного двигуна пов'язаний з інжекцією плазми в область із магнітним полем, що різко наростає. При цьому відбувається компресія плазми наче під дією «магнітного поршня». Унаслідок плазма розганяється до великої швидкості в напрямку осі, що проходить крізь сопло ракетного двигуна.

### Геофізичний аспект плазми

Передача сигналів за горизонт поставила запитання: чому рівень сигналу, що приймається, більший, ніж це впливало з теорії дифракції електромагнітних хвиль навколо сферичної поверхні землі. Хевісайд припустив, що в атмосфері існує шар газу, що відбиває електромагнітні хвилі назад до поверхні землі. Цей ефект зобов'язаний шару іонізованого газу. Під впливом хвилі поля наявні в цьому шарі електрони (концентрації  $n$ ) коливаються і стають джерелом вторинних хвиль. Унаслідок цього результівна швидкість поширення хвилі змінюється. Цю зміну швидкості зручно характеризувати показником заломлення середовища, який виявляється рівним

$$\varepsilon = \frac{ne^2}{m\omega^2\varepsilon_0}.$$

За певної частоти цей вираз дорівнює нулю. На цій і на усіх менших частотах хвиля повністю відбиватиметься від шару. Наведений вираз дає розуміння властивостей іонізованих шарів газу. У верхній частині атмосфери є три іонізовані шари, в яких концентрація електронів послідовно зростає. На висоті 80 км розташований шар *D*, дещо вище – шар *E* і на висоті 250–300 км – шар *F*, у якому концентрація електронів становить  $6 \cdot 10^{11}$  електрон/м<sup>3</sup>.

Фізичні параметри іонізованої атмосфери зазнають добових флуктуацій. Щільність електронів у шарі *D* досить мала, і він вільно пропускає хвилі малої довжини, проте, істотно поглинає довгі хвилі. Тому довгохвильовий радіозв'язок є ефективнішим вночі, коли щільність електронів у шарі *D* мінімальна. Шар *F* у денний час розщеплюється на дві компоненти. Заряджені частки в шарах генерує фотоіонізація атмосфери сонячним випромінюванням. Частину спектра випромінювання сонця, від рентгенівських (0,1 мкм) до найкоротших довжин хвиль (0,01 нм) не можна виявити на поверхні землі через те, що її поглинають верхні шари атмосфери. Іонізовані шари (їх сукупність називають іоносферою) своїм виникненням зобов'язані поглинанию сонячного випромінювання. Під час сонячних спалахів в іоносфері з'являються збурення, і спостерігаються порушення довгохвильового радіозв'язку. Вплив іоносфери на поширення радіохвиль є практично найбільш очевидним наслідком іонізації атмосфери.

Атмосфера, як і світовий океан, схильна до дії припливних сил, спричинених Сонцем і Місяцем. Але вплив сонця виявляється визначальним, оскільки воно перебуває майже в резонансі з добовими коливаннями атмосфери, добовими змінами магнітного поля Землі. Уночі відбувається часткова рекомбінація зарядів у плазмі, й пов'язане з цим випускання випромінювання можна виявити за світінням нічного неба. Барвисте світіння (північне сяйво) відбувається внаслідок збудження молекул атмосферних газів потоками заряджених часток із Сонця, що відхиляються від екватора магнітним полем Землі.

Були виявлені також радіаційні пояси, які оточують магнітний екватор на відстані, що дорівнює кільком земним радіусам. Ці пояси складаються із заряджених часток, захоплених магнітним полем Землі, подібно до того, як намагаються утримати високотемпературну плазму для здійснення реакції термоядерного синтезу.

Усе сказане свідчить про важливу роль, яку відіграє плазма в різних геофізичних явищах. Нині проводять дослідження високих шарів атмосфери за допомогою ракет і супутників, тому всі ці явища спостерігають як частину

загальних змін, що генеруються у земній атмосфері сонячним випромінюванням. Більш знайомі нам метеорологічні явища є складовою частиною загальних змін.

Під час дослідження віддаленіших областей космічного простору властивості плазми, що перебуває в електричному і магнітному полях, дають змогу зрозуміти природу сонячних плям і природу космічних променів.

#### 4.7 Задачі. Електропровідність газів

**Задача 1.** Виведення виразу для числа Лошмідта. Обчислення числа молекул газу в електровакуумному приладі

Використовуючи рівняння стану ідеального газу, покажіть, що число Лошмідта визначається виразом

$$N = 9,65 \cdot 10^{24} \left(\frac{p}{T}\right),$$

де  $p$  – тиск (мм рт. ст.), а  $T$  – абсолютна температура (К).

Нехай відстань між анодом і катодом в електронній лампі – 2,5 мм, об'єм простору між електродами –  $10^{-5}$  м<sup>3</sup>, а робочий тиск дорівнює  $5 \cdot 10^{-7}$  мм рт. ст. за температури 300 °К. Виходячи з цих даних розрахуйте число молекул газу в цьому об'ємі. Відношення маси протона до маси електрона становить  $m_p/m_e = 1836$ , атомна вага водню дорівнює 1,008.

##### Рішення

Рівняння стану ідеального газу має вигляд  $p = nRT$ , де  $p$  – тиск (Н/м<sup>2</sup>),  $n$  – число кіломолей газу,  $V$  – об'єм газу (м<sup>3</sup>),  $R = 8,317 \cdot 10^3$  Дж/(кмоль·К) – універсальна газова стала.

Число молекул у кіломолі газу є універсальною сталою – числом Авогадро  $N_A$  – його можна обчислити у такий спосіб. Відомо, що

$$\text{маса протона} = 1836 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \approx \text{маса атома водню (атомна вага 1,008),}$$

тобто маса молекули будь-якого газу з молекулярною вагою  $M$  дорівнює

$$\frac{M}{1,008} \cdot 1836 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг.}$$

Отже, число молекул в одній кіломолі газу

$$N_A = \frac{1 \text{ кмоль}}{\text{Маса 1 молекулы}} = \frac{M}{(M/1,008) \cdot (1836 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31})} = 6,02 \cdot 10^{26}$$

Число Лошмідта – це число молекул в  $1 \text{ м}^3$  газу за нормальних температури й тиску, а саме, за  $T = 273 \text{ К}$  та  $p = 760 \text{ мм рт. ст.}$  (або  $1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ ).

З рівняння стану ідеального газу

$$\frac{pV}{T} = nR$$

впливає, що об'єм однієї кіломолі дорівнює

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{RT}{p}.$$

Тому число молекул в одиниці об'єму дорівнює

$$\frac{6,02 \cdot 10^{26}}{V} = \frac{6,02 \cdot 10^{26}}{8,317 \cdot 10^3} \left(\frac{p}{T}\right) = 7,24 \cdot 10^{22} \left(\frac{p}{T}\right),$$

або, якщо  $p$  вимірюється у мм рт. ст.,

$$24 \cdot 10^{22} \cdot 13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 10^{-3} \left(\frac{p}{T}\right) = 9,65 \cdot 10^{24} \left(\frac{p}{T}\right).$$

Таким чином, число молекул газу в просторі між електродами об'ємом  $10^{-5} \text{ м}^3$  за температури  $300 \text{ °К}$  і тиску  $5 \cdot 10^{-7} \text{ мм рт. ст.}$  дорівнює

$$N_0 = 9,65 \cdot 10^{24} \left(\frac{5 \cdot 10^{-7}}{300}\right) \cdot 10^{-5} = 1,61 \cdot 10^{11}.$$

## **Задача 2.** Середня довжина вільного пробігу молекул та електронів

Поясніть зміст поняття «середня довжина вільного пробігу», ілюструючи вашу відповідь прикладами руху як молекул, так і електронів.

Обчисліть середню довжину вільного пробігу молекул неону (діаметр молекули неону  $3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ), а також середню довжину вільного пробігу електронів у цьому газі, припускаючи, що неон – єдиний газ в електронній лампі, що його розглянуто в попередньому завданні.

### **Рішення**

*Середня довжина вільного пробігу* є важливим поняттям під час розгляду проблеми електропровідності в газах. У загальному вигляді її можна визначити як середню відстань, яку проходить частка в газі між послідовними зіткненнями.

Існує два специфічні поняття середньої довжини вільного пробігу в газі, що складається з однакових молекул: 1) довжина вільного пробігу молекул і 2) довжина вільного пробігу електронів.

Довжину вільного пробігу молекул визначають таким чином. Припустімо, що в газі безладно рухається лише одна молекула, решта нерухомі. Ця молекула переміщується вздовж циліндра діаметром  $d$  (діаметр молекули). При цьому вона зіштовхуватиметься з молекулами, які перебувають усередині циліндра, тобто, з тими молекулами, центри яких віддалені від центра рухомої молекули на відстань не більше ніж  $2d$ .

Хай  $\bar{v}$  – середня швидкість молекул за температури  $T(K)$ . Тоді за час  $dt$  молекула пройде відстань  $\bar{v} \cdot dt$ . Об'єм циліндра, в якому рухається молекула та відбуваються зіткнення, дорівнює  $\bar{v} dt d^2$ .

Отже, число зіткнень визначається виразом

$$n = N\pi d^2 \bar{v} \cdot dt,$$

де  $N$  – число молекул в одиниці об'єму.

Середня відстань, яку пройшла молекула між зіткненнями, запишеться у вигляді

$$\frac{\bar{v} \cdot dt}{n} = \frac{\bar{v} \cdot dt}{N\pi d^2 \bar{v} \cdot dt} = \frac{1}{\pi d^2 N}.$$

Дійсно, якщо взяти розподіл за швидкостями Максвелла – Больцмана, то середня довжина вільного пробігу

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N}. \quad (2.1)$$

Підставляючи в цей вираз величину  $N$  з рівняння стану  $p = kNT$ , маємо

$$l = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}, \quad (2.2)$$

Тобто

$$l \sim \frac{1}{p}.$$

Обчислимо значення середньої довжини вільного пробігу молекули в газі, що перебуває в умовах, заданих у попередній задачі:

$$l = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{-20} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 13,6 \cdot 9,81} = 155 \text{ м.}$$

Розглянемо тепер середню довжину вільного пробігу електронів в ідеальному газі. Діаметр електрона набагато менший за діаметр молекули. Ефективний радіус циліндра, в якому рухається електрон, можна взяти рівним  $d/2$ . Більше того, оскільки швидкість електрона набагато більша за швидкість молекули, множителем  $1/\sqrt{2}$  можна знехтувати. Тому можна записати вираз для середньої довжини вільного пробігу електрона у вигляді

$$l_e = \frac{4kT}{\pi d^2 p}, \quad (2.3)$$

де  $p$  вимірюється в Н/м<sup>2</sup>.

Підставивши значення постійної Больцмана  $k$  у вираз (2.3), і для тиску в мм рт. ст.,

$$l_e = \frac{1,32 \cdot 10^{-25} T}{d^2 p}.$$

Використовуючи числові дані, знаходимо значення  $l_e$  для електронної лампи з попередньої задачі:

$$l_e = \frac{1,32 \cdot 10^{-25} \cdot 300}{(0,3 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 880 \text{ м.}$$

### Задача 3. Ймовірність зіткнень часток у газі

Нехай  $n_0$  – число молекул після зіткнення з будь-якою часткою в деякій вихідній точці, а  $n$  – число молекул, які не зазнали зіткнень на відстані  $x$  від цієї точки. Покажіть, що частка молекул, які не зазнали зіткнень, визначається виразом

$$\frac{n}{n_0} = \exp\left(-\frac{x}{l}\right),$$

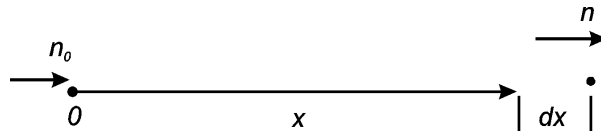
де  $l$  – середня відстань між двома послідовними зіткненнями розглянутої молекули.

Використовуючи числові дані для електронної лампи із задачі 1, обчисліть звідси число електронів, що зіштовхуються з молекулами газу на шляху від анода до катода.

Середня довжина вільного пробігу електронів за тиску  $10^{-2}$  мм рт. ст. дорівнює 43 мм. Скільки електронів зіштовхнеться з молекулами?

## Рішення

На відстані 1 м молекула зіштовхується з електронами  $1/l_e$  раз. На малій відстані  $dx$  відбудеться  $dx/l_e$  зіткнень. Остання величина і становить імовірність зіткнень часток на довжині  $dx$ .



На рисунку показано місце розташування окремого зіткнення частки, взяте за точку відліку. Після проходження відстані  $x$  відносно число молекул, що не зазнали зіткнень, на довжині  $dx$  зменшиться на  $dn/n$ , що також є ймовірністю зіткнень на шляху  $dx$

$$-\frac{dn}{n} = \frac{dx}{l_e}.$$

Інтегруючи це рівняння, одержуємо

$$-\ln n = \frac{x}{l_e} + C_1,$$

звідки

$$n = C \cdot \exp\left(-\frac{x}{l_e}\right),$$

де  $C$  – константа. За  $x = 0$ ,  $n = n_0 = C$ . Отже,

$$\frac{n}{n_0} = \exp\left(-\frac{x}{l_e}\right). \quad (3.1)$$

Відповідно до умов задачі 1 частка в електронній лампі проходить відстань  $x = 2,5 \cdot 10^{-3}$  м, а  $l_e = 880$  м (з розв'язку задачі 2). Підставимо ці значення у вираз (3.1):

$$\frac{n}{n_0} = \exp\left(-\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{880}\right) \approx 1 - 2,84 \cdot 10^{-6}.$$

Цей результат означає, що з  $3,52 \cdot 10^5$  електронів лише один фактично зіткнеться з молекулою. Сказане стосується вакуумної електронної лампи.

За тиску  $10^{-2}$  мм рт. ст. лампа стає «газонаповненою», і в цьому випадку довжина вільного пробігу електрона є набагато меншою, ніж у вакуумній лампі:

$$\frac{n}{n_0} = \exp\left(-\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{43 \cdot 10^{-3}}\right) = \exp\left(-\frac{2,5}{43}\right) \approx \left(1 - \frac{2,5}{43}\right),$$

Тобто, з молекулою зіткнеться 10 зі 172 електронів. Звідси очевидно, що в газонаповненій лампі відбувається набагато більше зіткнень, ніж у вакуумній.

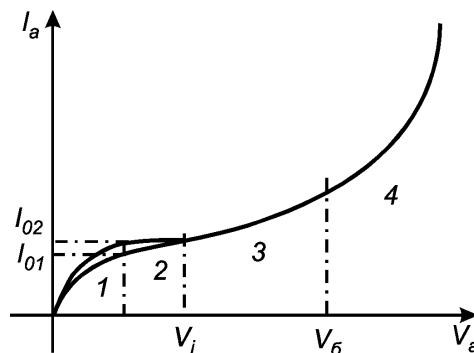
#### Задача 4. Вольтамперна характеристика газового розряду Коефіцієнти первинної і вторинної іонізації Таунсенда

Катод вакуумного діода з однорідним полем опромінюється слабким ультрафіолетовим світлом. Накресліть вольтамперну характеристику від низької напруги аж до напруги пробоя та обговоріть стисло фізичні механізми, якими визначається форма отриманої кривої.

Припускаючи, що щільність електронного струму на катоді дорівнює  $J_e$ , виведіть вираз для щільності струму позитивних іонів на катоді. Коефіцієнт первинної іонізації Таунсенда позначте через  $\alpha$ . За досить високої напруги між електродами несамостійний розряд стає самостійним, і в цьому разі говорять, що настає пробій. Виведіть умову пробоя через коефіцієнт іонізації  $\alpha$ , довжину простору між електродами  $d$  і коефіцієнт вторинної емісії  $\gamma$ .

#### Рішення

Відповідна вольтамперна характеристика наведена на рисунку. На ній можна виокремити чотири різні області.



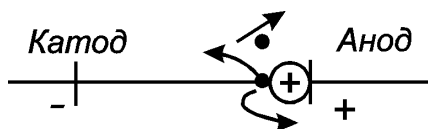
*Область 1.* Оскільки катод опромінюється ультрафіолетовим світлом, випускаються фотоелектрони, й  $I_a$  зростає зі збільшенням  $V_a$ .

*Область 2.* Це область насичення: всі емітовані електрони збираються анодом. Значення струму насичення  $I_0$  залежить від інтенсивності світла. Оскільки освітлення слабке, це значення є невеликим.

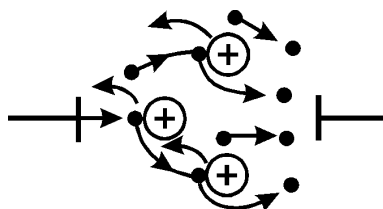
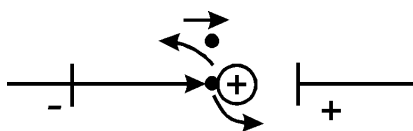
*Область 3.* За  $V_a \geq V_i$  настає іонізація, і струм збільшується ( $V_i$  – потенціал іонізації газу).

*Область 4.* Подальше зростання струму пов'язане з появою вторинних електронів, що емітують з катода під час бомбардування позитивними іонами. В остаточному підсумку цей механізм за напруги запалювання самостійного розряду  $V_g$  призводить до пробую.

За  $V_a = V_i$ , як показано на наступному рисунку, іонізація може відбуватися в результаті зіткнень на аноді.



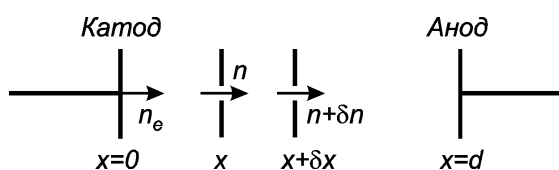
За  $V_a > V_i$  такі зіткнення можуть відбуватися не лише на поверхні самого анода, а й у проміжку між електродами. За  $V_a > 2V_i$  всередині лампи може відбуватися вторинна іонізація і, таким чином, збільшення струму. Ці два етапи показані відповідно на наступних рисунках.



Розглянутий механізм називається електронною лавиною Таунсенда.

Нехай  $J_e$  – щільність електронного струму на катоді,  $\alpha$  – коефіцієнт первинної іонізації Таунсенда, тобто, число електронів, що вивільнюються з молекул газу на одиниці довжини траєкторії первинного електрона.

Хай  $n_e$  – число електронів, що залишають катод в 1 с, а  $n$  – число електронів, що пролітають за цей самий час перетин розрядної трубки в точці  $x$  (дивись наступний рисунок).



На малому інтервалі  $\delta x$  кожен електрон створить  $\alpha \delta x$  нових електронів.  
Тому число нових електронів запишеться у вигляді

$$\frac{\delta n}{n} = \alpha \delta x.$$

Інтегрування цього рівняння дає

$$\int_{n_e}^n \frac{dn}{n} = \int_0^x \alpha dx,$$

звідки

$$\ln \frac{n}{n_e} = \alpha x,$$

або

$$n = n_e \exp(\alpha x).$$

На аноді ( $x = d$ ) число електронів дорівнює

$$n_a = n_e \exp(\alpha d). \quad (4.1)$$

Нехай  $n_i$  – число позитивних іонів, що досягли катода. Тоді  $n_i$  визначається таким виразом

$$n_i = n_a - n_e = n_e \exp(\alpha d) - n_e = n_e [\exp(\alpha d) - 1].$$

Електронний струм  $I = en$ , а щільність струму  $I = en/A$ , де  $A$  – площа поперечного перерізу розрядної трубки. Отже, можемо записати щільність струму позитивних іонів на катоді у вигляді  $J_1 = J_e (\exp \alpha d - 1)$ .

Нехай  $\gamma$  – коефіцієнт вторинної емісії (зумовлений бомбардуванням катода позитивними іонами), дорівнює числу електронів, що вилітають із катода під дією одного позитивного іона. Число іонів, що досягають катода, становить  $n_i = n_a - n_e$ .

Вони створюють  $\gamma(n_a - n_e)$  вторинних електронів в 1 с.

У разі лавинного процесу

$$n_a = n_e \exp \alpha d.$$

Тому загальне число електронів, емітованих у секунду, визначається виразом

$$n_e = n_0 + \gamma n_e [\exp(\alpha d) - 1].$$

Або

$$n_e \{1 - \gamma[\exp(ad) - 1]\} = n_0.$$

Звідси знаходимо

$$n_e = \frac{n_0}{1 - \gamma[\exp(ad) - 1]},$$

$$n_a = \frac{n_0 \exp(ad)}{1 - \gamma[\exp(ad) - 1]}.$$

Отже, анодний струм

$$I_a = \frac{I_0 \exp(ad)}{1 - \gamma[\exp(ad) - 1]}, \quad (4.2)$$

де  $I_0$  – струм в області насичення на вольтамперній характеристиці розряду в трубці. Рівняння для щільності анодного струму має вигляд

$$J_a = \frac{J_0 \exp(ad)}{1 - \gamma[\exp(ad) - 1]}. \quad (4.3)$$

Коли  $1 - \gamma(\exp ad - 1) \geq 0$ ,  $J_a \rightarrow \infty$ . Для цього має виконуватися умова

$$\gamma[\exp(ad) - 1] \geq 1, \quad (4.4)$$

Тобто,

$$\exp ad = \frac{1 + \gamma}{\gamma},$$

звідки одержуємо умову переходу несамостійного розряду в самостійний:

$$ad = \ln \frac{1 + \gamma}{\gamma}.$$

**Задача 5.** Обчислення коефіцієнта первинної іонізації за заданих значень напруги пробую, коефіцієнта вторинної емісії та напруженості електричного поля

Нехай у розрядній трубці з відстанню між електродами 5 мм пробій відбувається за напруги 500 В. Ефективне значення коефіцієнта вторинної емісії  $\gamma$  для катода становить 0,018. Чому дорівнює коефіцієнт первинної емісії та коефіцієнт множення, якщо напруженість поля між електродами дорівнює  $10^5$  В/м?

## Рішення

Відповідно до рівняння (4.2)

$$I_a = \frac{I_0 \exp(ad)}{1 - \gamma[\exp(ad) - 1]};$$

пробій відбувається в тому випадку, коли знаменник

$$1 - \gamma[\exp(ad) - 1] = 0,$$

Тобто,

$$\exp(ad) = \frac{1 + \gamma}{\gamma}.$$

При цьому коефіцієнт первинної іонізації дорівнює

$$\alpha = \frac{1}{d} \ln\left(\frac{1 + \gamma}{\gamma}\right) = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \ln\left(\frac{1 + 0,018}{0,018}\right) = 807 \text{ м}^{-1}.$$

Таке значення коефіцієнта первинної іонізації свідчить про те, що первинний електрон на довжині 1 м створює 807 нових електронів. Оскільки напруженість електричного поля залишається постійною, величина  $\alpha$  не змінюється. Коефіцієнт множення знаходимо з рівняння для струму:

$$\text{Коефіцієнт множення} = \frac{I_a}{I_0} = \frac{\exp(ad)}{1 - \gamma[\exp(ad) - 1]}.$$

Підставляючи числові дані з умови задачі і знайдене значення  $\alpha$ , маємо

$$\text{Коефіцієнт множення} = \frac{\exp(8,07 \cdot 0,5)}{1 - 0,018[\exp(8,07 \cdot 0,5) - 1]} = \infty.$$

Цей результат відповідає напрузі пробою. У дійсності струм обмежується опором зовнішнього ланцюга.

### Задача 6. Виведення рівняння для щільності струму в розрядній трубці

Покажіть, що щільність струму в газі перед пробоем між парою паралельних плоских електродів визначається виразом

$$J = J_0 \frac{\exp(ad)}{1 - \gamma[\exp(ad) - 1]}.$$

Вважається, що джерелом первинних електронів є фотоелектрони із щільністю фотоструму  $J_0$ , які емітує катод у разі освітлення. Вторинні електрони утворюються в результаті бомбардування катода позитивними

іонами. Коефіцієнт вторинної емісії  $\gamma$  дорівнює числу електронів, що їх вибиває один позитивний іон;  $\alpha$  – коефіцієнт первинної іонізації Таунсенда,  $d$  – відстань між електродами.

Обґрунтуйте залежність  $\alpha$  і  $\gamma$  від тиску  $p$  й електричного поля  $E$  та покажіть, що напруга пробою повинна бути функцією добутку  $pd$  (закон Пашена).

### Рішення

У рішенні задачі 5 було показано, що рівняння для щільності струму в газі перед пробоем між паралельними плоскими електродами має вигляд:

$$J = \frac{J_0 \exp(\alpha d)}{1 - \gamma(\exp(\alpha d) - 1)}.$$

Коефіцієнт первинної іонізації (ступінь іонізації)  $\alpha$  залежить від кінетичної енергії електрона й середнього числа зіткнень, що відбуваються на одиницю довжини його траєкторії. За непружних зіткнень електрон губить усю енергію, одержану від електричного поля.

Середня відстань, яку електрон проходить між зіткненнями, дорівнює  $l_e$ , тому між кожен раз між зіткненнями він набуває енергії  $El_e$  (електронвольт).

Середнє число зіткнень на одиниці довжини траєкторії дорівнює  $1/l_e$ . Таким чином, можна записати таку функціональну залежність:

$$\alpha = f_1\left(El_e \frac{1}{l_e}\right),$$

де  $f_1$  – деяка математична функція. Оскільки  $l_e \sim 1/p$ , маємо

$$\alpha = p f_1\left(\frac{E}{p}\right),$$

або

$$\frac{\alpha}{p} = f_1\left(\frac{E}{p}\right).$$

Величина  $\alpha/p$  виражає кількість пар іон – електрон, що припадає на 1 мм рт. ст. тиску та 1 м відстані).  $E = V_a/d$ , і можна записати,

$$\frac{\alpha}{p} = f_1\left(\frac{V_a}{pd}\right).$$

Отже, вираз для щільності струму на аноді, отриманий лише множенням  $J_0$  без урахування вторинної емісії, має вигляд

$$J_a = J_0 \exp[pd \cdot f_1(\frac{V_a}{pd})].$$

Коефіцієнт вторинної емісії  $\gamma$  залежить від кінетичної енергії іонів і збільшується з її зростанням.

Нехай  $l_i$  – середня довжина вільного пробігу іона. Коли позитивний іон пружно стикається з молекулою газу, він губить приблизно половину своєї енергії, бо обидві маси однакові. Тому його енергія залежить від середньої довжини вільного пробігу, і між зіткненнями вона сягає величини  $El_i$ . Позаяк  $l_i \sim 1/p$ , маємо  $\gamma = f_2(E/p)$  і, виразивши  $E$  через  $V_a$ , отримаємо залежність:

$$\gamma = f_2(\frac{V_a}{pd}),$$

де  $f_2$  – деяка інша математична функція.

У разі пробою  $\exp(ad) \gg 1$ , бо пробій починається, коли  $\exp(ad) = (\gamma + 1)/\gamma$ . Звичайно  $\gamma \ll 1$  (для деяких катодів  $\gamma > 1$ ). Тому можемо записати

$$\frac{1}{\gamma} = \exp(ad) = \exp(pd) f_2(\frac{V_s}{pd}),$$

бо в разі пробою  $V_a = V_s$ . Звідси знаходимо

$$\ln \frac{1}{\gamma} = pd f_1(\frac{V_s}{pd}),$$

або

$$pd = \frac{\ln(1/\gamma)}{f_1(V_s/pd)} = \frac{\ln(\frac{1}{f_2(V_s/pd)})}{f_1(V_s/pd)}.$$

У лівій частині цього рівняння немає  $V_s$ , а в правій  $V_s$  присутнє у явному вигляді. Тому рівняння задовольнятиметься лише в тому випадку, якщо  $V_s$  є функцією  $pd$ . Це експериментально довів Пашен у 1889 році.

Напруга пробою  $V_s$  у газі залежить лише від добутку тиску і відстані між електродами, тобто,  $V_s = f(pd)$ . Це рівняння називають законом Пашена.

### Задача 7. Умова пробою в газі й потенціал запалювання розряду

Дайте визначення коефіцієнтів первинної ( $\alpha$ ) і вторинної ( $\gamma$ ) іонізації Таунсенда для розряду в газі й покажіть, що коли знехтувати рекомбінацією між електронами та іонами, умова пробою в газі визначається виразом

$\gamma[\exp(\alpha d) - 1] \geq 1$ . За допомогою цього виразу або в інший спосіб покажіть, що для цього газу виконується закон Пашена, тобто, потенціал запалювання пропорційний добутку  $pd$ , де  $p$  – тиск газу, а  $d$  – відстань між електродами. Відзначте і поясніть усі основні відхилення від цього закону.

Для камери, наповненої аргоном за низького тиску і призначеної для катодного розпилення, визначте максимальну відстань між електродами, за якої можна уникнути електричного пробоя.

Для аргону в розглянутих умовах коефіцієнти Таунсенда дорівнюють:  $\alpha = 150$  та  $\gamma = 2$ .

### Рішення

Коефіцієнт первинної іонізації Таунсенда  $\alpha$  можна визначити як число нових електронів, що виникають на одиниці довжини внаслідок зіткнень, тобто, кожен первинний електрон на одиниці довжини своєї траєкторії створює в газі  $\alpha$  нових електронів. Коефіцієнт вторинної іонізації Таунсенда  $\gamma$  можна визначити як число електронів, що їх вибиває з катода кожен позитивний іон, який бомбардує катод. Коефіцієнт  $\alpha$  має розмірність  $m^{-1}$ , тоді як  $\gamma$  – безрозмірна величина.

Умова пробоя в газі (з рішення задачі 4) має вигляд:

$$\gamma[\exp(\alpha d) - 1] \geq 1. \quad (7.1)$$

Закон Пашена (з рішення задачі 6)

$$V_s = f(pd),$$

стверджує, що потенціал запалювання розряду в газі є функцією добутку відстані між електродами й тиску газу.

Істотне відхилення від цього закону спостерігається для значень  $pd < 0,005$  мм рт. ст. · м, за яких потенціал запалювання починає різко збільшуватися. Бо середня довжина вільного пробігу електрона наближається до відстані між електродами, внаслідок чого зменшується ймовірність зіткнень.

Нехай коефіцієнт множення

$$\beta = \frac{I}{I_0} = \frac{\exp(\alpha d)}{1 - \gamma[\exp(\alpha d) - 1]},$$

звідки

$$\exp(\alpha d) = \frac{\beta(1 + \gamma)}{1 + \beta\gamma} = \frac{1 + \gamma}{(1/\beta) + \gamma}.$$

За  $\beta \rightarrow \infty$  маємо

$$\exp(\alpha d) = \frac{1 + \gamma}{\gamma}. \quad (7.2)$$

Отже, за  $\beta \rightarrow \infty$  відстань між електродами визначається виразом

$$d = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1 + \gamma}{\gamma}.$$

Підставивши вихідні дані, дістанемо значення максимально припустимої відстані між електродами:

$$d = \frac{1}{150} \ln \frac{3}{2} = 2,7 \text{ мм.}$$

Вираз (7.2) може бути також отриманий безпосередньо з умов пробою.

### Задача 8. Механізми іонізації та крива Пашена

Перелічите процеси, що спричиняють іонізацію в газах, і визначте, який вплив справляє кожен із цих процесів на величину потенціалу запалювання в розрядній трубці з двома великими плоскими електродами, що містить газ за низького тиску.

Розгляньте роль електродів, а також зазначте, які властивості повинен мати матеріал електродів, аби потенціал запалювання був максимальним чи, навпаки, мінімальним.

Накресліть типову криву Пашена для розглянутого газу і поясніть її поведження.

#### Рішення

Іонізація – це процес, під час якого один чи кілька електронів вивільнюються з атомів та молекул нейтрального газу або приєднуються до них.

Коли частка (атом чи молекула) нейтрального газу здобуває один або кілька електронів, вона стає негативно зарядженою і називається іоном. При цьому число вільних електронів у газі зменшується. Рухливість негативних іонів набагато менше за рухливість вільних електронів, і електропровідність газу знижується. Негативні іони можуть утворитися не в усіх газах. У водні, азоті та інертних газах негативні іони у такий спосіб не виникнуть. З іншого боку, кисень, хлор і пари води мають високу електронну спорідненість, і з них легко утворюються негативні іони. Незначні сліди цих трьох газів істотно впливають на електропровідність. За низьких тисків імовірність утворення негативних іонів дуже мала.

Молекула чи атом газу може втратити електрон і внаслідок цього стати позитивним іоном за допомогою одного з трьох таких процесів: 1) у разі непружного зіткнення з електроном, іоном або атомом нейтрального газу; 2) під час зіткнення з передачею енергії від одного атома до іншого; 3) під дією електромагнітного випромінювання (цей процес називають фотоіонізацією).

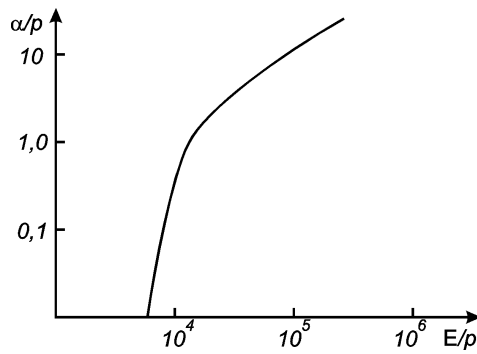
Непружні зіткнення. Імовірність іонізації, що відбувається в результаті непружних зіткнень із іншим атомом, надзвичайно мала; на неї можна не зважати, за винятком області дуже високих температур (в електродуговому розряді). Непружне зіткнення між електроном та атомом чи молекулою газу призведе до утворення іона лише в тому разі, коли кінетична енергія електрона більше за потенціал іонізації (тобто, енергії, необхідної для іонізації газу) атома чи молекули.

Якщо сумарна енергія часток, що зіштовхуються, менша за потенціал іонізації одного з атомів, що зіштовхуються, станеться збудження цього атома. У задачі 2 показано, що середня довжина вільного пробігу електрона обернено пропорційна тиску газу. Тому за низького тиску газу середня довжина вільного пробігу велика, тобто, дуже мала ймовірність зіткнень, що призводять до іонізації. Однак імовірність зіткнень, які призводять до іонізації, істотно залежить від швидкості електрона (або потенціалу анода) і для певної області швидкостей вона має максимум.

Передача енергії. Цей процес зазвичай спостерігається у змішаних газах, наприклад в аргоні та неоні. Атом аргону має потенціал іонізації 15,7 еВ; перший потенціал збудження в атома неону становить 16,5 еВ (енергія утворення першого метастабільного стану). Таким чином, збуджений атом неону може передавати енергію атому аргону. В результаті іонізації останнього утворюються іон і вільний електрон, і виділиться невелика кількість енергії.

Фотоіонізація. Цей процес відіграє доволі значну роль у газових розрядах, особливо у газах низького тиску. Під дією електромагнітного випромінювання з енергією кванта більше за потенціал іонізації газу ( $h\nu > V_i$ ) утвориться велика кількість вільних електронів і позитивних іонів. Це, своєю чергою, призводить до зменшення потенціалу пробігу газу між електродами.

На рисунку показано характерну залежність ступеня іонізації  $\alpha/p$  від тиску й відстані між електродами. За віссю ординат відкладено число іонів  $\alpha$ , що виникають на довжині 1 м за тиску  $p = 1$  мм рт. ст., за віссю абсцис – величину напруженості електричного поля на одиницю тиску (1 мм рт. ст.).



Як було показано в рішенні задачі 6, ступень іонізації визначається формулою

$$\frac{\alpha}{p} = f_1\left(\frac{V_a}{pd}\right),$$

а для потенціалу пробою (запалювання) справедливий закон Пашена:

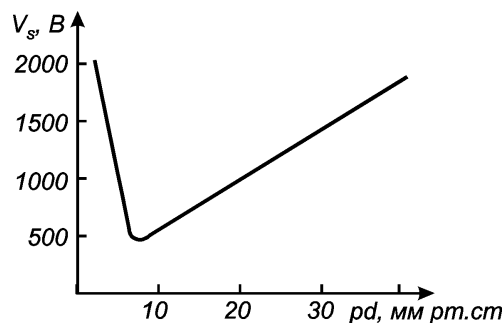
$$V_s = f(pd).$$

Тому потенціал запалювання розряду в газі між електродами безпосередньо залежить від тиску газу.

Нижче за потенціал запалювання  $V_s$  важливішу роль у процесах іонізації відіграють властивості катода. Якщо катод має високу фотоемісійну здатність, то значення  $V_s$  знизиться; якщо ж катод не має фотоемісійних властивостей, потенціал  $V_s$  буде вищим. З іншого боку, електроди з високою фотоемісійною здатністю, наприклад, виготовлені з лужних металів, мають низькі коефіцієнти вторинної емісії, необхідні для підтримання розряду.

Електроди повинні мати здатність розсіювати велику кількість тепла, що виділяється внаслідок протікання великих струмів після запалювання розряду.

Типову криву Пашена для повітря показано на наступному рисунку.



Пояснення цієї залежності надане в рішенні задачі 6.

### Задача 9. Обчислення потенціалу запалювання для двох різних газів

Обчисліть потенціал запалювання у розрядній трубці, два плоскі паралельні електроди якої розділені проміжком завдовжки 4 мм. Трубка наповнена газом: а) аргон і б) азотом. Відношення ступеня іонізації до тиску становить:

для аргону – 100 пар іонів/(мм рт. ст. · м);

для азоту – 60 пар іонів/(мм рт. ст. · м).

Відношення напруженості електричного поля до тиску:

для аргону – 4000 В/(м · мм рт. ст.);

для азоту – 10000 В/(м · мм рт. ст.).

Коефіцієнт вторинної емісії  $\gamma$  можна взяти рівним 0,07.

#### Рішення

а. Із умови задачі для аргону маємо

$$\frac{\alpha}{p} = 100 \text{ пара іонів/(мм рт. ст. · м)}$$

та

$$\frac{E}{p} = 4000 \text{ В/(м · мм рт. ст.).}$$

У рішенні задачі 6 було показано, що,

$$pd = \frac{\ln(1/\gamma)}{f_1(V_a/pd)},$$

тобто

$$pd = \frac{\ln(1/\gamma)}{\alpha/p}.$$

Потенціал запалювання в аргоні обчислюємо так:

$$V_s = Ed = \frac{E}{p} pd = \frac{E}{p} \frac{\ln(1/\gamma)}{\alpha/p} = 4000 \frac{\ln(1/0,07)}{100} = 106 \text{ В.}$$

б. У випадку азоту

$$V_s = 10^4 \frac{\ln(1/0,07)}{60} = 10^4 \frac{2,66}{60} = 443 \text{ В.}$$

### Задача 10. Ртутна плазма та її електропровідність

Опишіть пристрій для створення ртутної плазми у скляній трубці (ртутної лампи). Стисло опишіть фізичні механізми, що визначають електропровідність плазми.

Опишіть основний механізм, завдяки якому підтримується плазма:

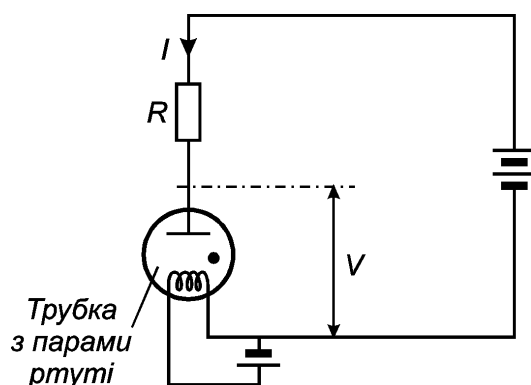
а) в умовах низького тиску;

б) в умовах високого тиску.

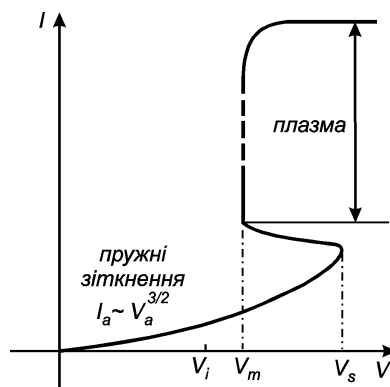
Чому під час горіння розряду в трубці малого діаметра зростає напруга на дузі?

#### Рішення

На рисунку показано еквівалентну схему пристрою для створення ртутної плазми у скляній трубці ( $R$  – опір, що обмежує струм). У разі збільшення напруги  $V$  від нуля струм  $I$  зростає, оскільки він обмежений просторовим зарядом електронів (як і в разі високого вакууму).

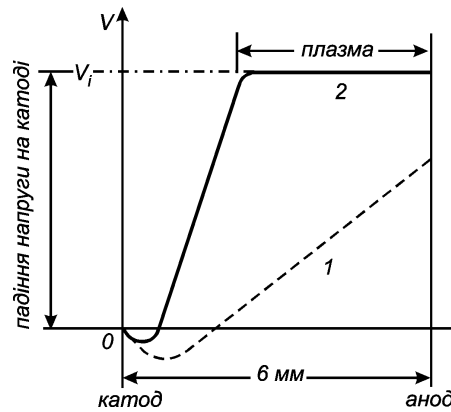


Вольтамперну характеристику такого пристрою наведено на наступному рисунку.



За значень напруги вище за  $V_i$  утворюються позитивні іони, які змінюють розподіл заряду в лампі. За напруги  $V_s$  у газі настає пробій, і напруга падає до

величини  $V_m$  (напруга підтримання розряду), причому  $V_m$  трохи більше за  $V_i$ . Тепер струм може збільшуватися майже незалежно від напруги, і в газі утвориться плазма. На наступному рисунку показано спадання напруги уздовж трубки: крива 1 відповідає напрузі  $V < V_i$ , коли струм обмежений просторовим зарядом; крива 2 – спаданню напруги після утворення плазми.



Область майже постійного потенціалу називають плазмою. У цій області число електронів майже дорівнює числу позитивних іонів. Оскільки спадання напруги у плазмі є малим і число електронів у ній приблизно дорівнює числу позитивних іонів, можна записати вираз для електропровідності:

$$\sigma_p = n_e e \mu_e + n_i e \mu_i = \frac{e}{E} (n_e \mu_e + n_i \mu_i).$$

Через те що

$$n_e \approx n_i = n,$$

$$\sigma_p = \frac{ne}{E} (\mu_e + \mu_i).$$

Використовуючи вираз для кінетичної енергії

$$\frac{1}{2} m u^2 = e V_p,$$

де  $V_p$  – потенціал у деякій точці плазми стосовно анода, знаходимо швидкість електронів

$$u_e = \left( \frac{2eV_p}{m_e} \right)^{1/2}$$

та іонів

$$u_i = \left( \frac{2eV_p}{m_i} \right)^{1/2}.$$

Тому що  $u_e / u_i = (m_i / m_e)^{1/2}$ , а  $m_i \gg m_e$ , маємо  $u_e \gg u_i$ . Отже,

$$\sigma_p \approx \frac{ne\mu_e}{E} \approx ne\mu_e.$$

Таким чином, електропровідність плазми залежить від рухливості не іонів, а електронів. Число  $n$  визначається кількістю електронів, що надходять із катода.

Унаслідок зіткнень усередині плазми електрони залишають її й утворюють шар негативних зарядів на стінках трубки, які відштовхують наступні електрони назад у плазму.

а. *Низький тиск.* Молекули газу іонізуються електронами під час непружних зіткнень. Середня довжина вільного пробігу досить велика для того, щоб відбулася іонізація, й електронна температура набагато вища за температуру молекул газу.

б. *Високий тиск.* У цьому випадку середня довжина вільного пробігу є малою і електронна температура приблизно дорівнює температурі газу. У результаті багаторазових зіткнень з електронами та іонами молекули дістають необхідну енергію для іонізації нейтральних молекул.

Іони та електрони рекомбінують на стінках як у вузькій, так і в широкій трубці. У вузькій трубці плазма перебуває дуже близько від стінок, і рекомбінація відбувається досить часто. Тому у вузькій трубці стінки ефективніше відводять від плазми тепло, й тому для іонізації необхідна додаткова енергія. Отже, за однакового струму й рівної площі електродів до трубки меншого діаметра потрібно докласти більшу напругу.

### **Задача 11.** Характеристики плазми. Швидкість дрейфу електронів і щільність дрейфового струму

Що являє собою плазма?

Опишіть її основні характеристики й стисло обговоріть два будь-які прилади, в яких використовується плазма.

Щільність електронів у плазмі становить  $10^{18} \text{ м}^{-3}$ , а щільність дрейфового струму дорівнює  $10^3 \text{ А} \cdot \text{м}^{-3}$ . Що називають швидкістю дрейфу електронів? Який струм потече до зонда площею  $10^{-6} \text{ м}^2$ , якщо температура електронів дорівнює  $10000 \text{ }^\circ\text{К}$  (між зондом і плазмою немає різниці потенціалів)?

Зазначте, якими наближеннями ви користувалися під час обчислення, і поясніть, чому щільність струму крізь зонд відрізняється від щільності дрейфового струму.

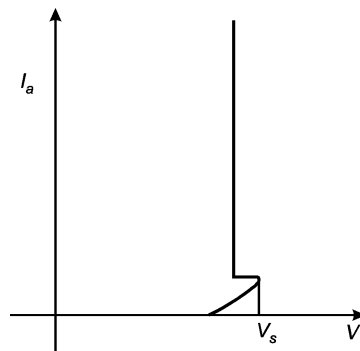
### Рішення

Плазма займає область між катодом і анодом розрядної трубки. У ній у рівних кількостях присутні як електрони, так і позитивні іони. Вона є також областю, в якій існує практично нульова різниця потенціалів. Характеристики плазми обговорювалися в рішенні задачі 10.

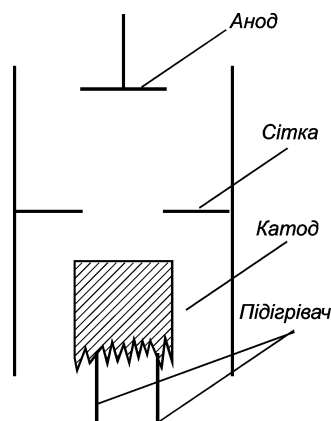
Плазму використовують у двох приладах: у лампі з колодним катодом і в тиратроні.

*Лампа з холодним катодом* слугує для стабілізації напруги або як джерело опорної напруги. Вона має два електроди й наповнена газом. Тиск газу зазвичай дорівнює приблизно 0,01 мм рт. ст. Робочу характеристику лампи з холодним катодом наведено на рисунку. Видно, що після настання пробією напруга на трубці залишається постійною.

Залежність  $V_s$  від відстані між електродами і тиском газу вже обговорювали в рішенні задачі 6.

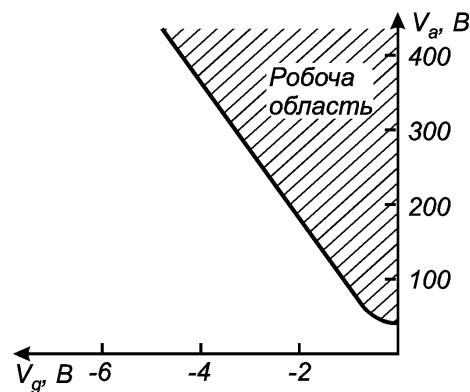


*Тиратрон.* На наступному рисунку показано конструкцію тиратрона (газонаповненого тріода).



Три електроди знаходяться у трубці, наповненій газом; тиск газу становить приблизно 0,01 мм рт. ст.

На наступному рисунку подано пускову характеристику тиратрона. Струм крізь лампу тече лише в тому разі, якщо напруги  $V_a$  й  $V_g$  потрапляють у заштриховану область характеристики. На рисунку видно, що навіть якщо негативна напруга на сітці становить лише декілька вольт, напруга на аноді має бути приблизно 100 В. Тоді електрони можуть пройти крізь отвори в сітці у кількості, достатній для іонізації газу. Коли відбувається іонізація й утворюється плазма, для підтримання провідного стану потрібен незначний анодний потенціал. Якщо в тиратроні запалився розряд, сітка вже не впливає на нього.



Тиратрон використовують як керувальний пристрій, що дає змогу комутувати великі струми.

Швидкість електронів у плазмі визначаємо виразом

$$u_e = \sqrt{\frac{2eV_p}{m_e}}, \quad (11.1)$$

де  $V_p$  – потенціал у деякій точці плазми. Швидкість іонів визначаємо виразом

$$u_i = \sqrt{\frac{2eV_p}{m_i}}. \quad (11.2)$$

Порівнюючи вирази (11.1) і (11.2), дістанемо

$$\frac{u_e}{u_i} = \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}. \quad (11.3)$$

Щільності електронного й іонного струмів записуються у вигляді

$$J_e = n_e e u_e, \quad (11.4)$$

$$J_i = n_i e u_i. \quad (11.5)$$

Сумарна щільність струму

$$J = J_e + J_i = n_e e u_e + n_i e u_i = n e (u_e + u_i),$$

бо для плазми  $n_i = n_e = n$ .

Із виразів (11.3) – (11.5) виходить

$$\frac{J_e}{J_i} = \frac{u_e}{u_i} = \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2},$$

але  $m_i \gg m_e$  та  $u_e \gg u_i$ , і маємо  $J \approx n e u_e$ , звідки

$$u_e = \frac{J}{n e} = \frac{10^3}{10^{18} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{10^4}{1,6} = 6,25 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Щільність електронного струму на *поверхні* зонда  $J_{es}$  дається виразом

$$J_{es} = J_{ep} \exp\left(-\frac{e V_{pp}}{k T}\right), \quad (11.6)$$

де  $V_{pp}$  – різниця потенціалів між зондом і плазмою. У цьому випадку  $V_{pp} = 0$ , оскільки потенціал плазми дорівнює потенціалу на зонді. Таким чином,

$$J_{es} = J_{ep}.$$

Обчислимо струм через зонд:

$$I_{es} = 10^3 \cdot 10^{-6} = 1 \text{ мА.}$$

Зазвичай струм зонда менше за це значення, яке є струмом *насичення*.

Запишемо вираз для струму зонда у вигляді

$$I_{es} = 10^{-3} \exp\frac{e V_{pp}}{k T_e},$$

звідки  $\ln I_{es} = \ln 10^{-3} + \frac{e}{k T_e} V_{pp}.$

Для електронної температури  $T_e = 10^4$  °К маємо  $e/k T_e = 1,23$ . Отже, можемо записати, що

$$\ln I_{es} = \ln 10^{-3} + 1,23 V_{pp}.$$

Ми бачимо, що фактичний струм на поверхні зонда відрізняється від обчисленого вище значення множителем 1,23.

**Задача 12.** Оцінка коефіцієнтів первинної іонізації газу і вторинної емісії катода

У таблиці наведено дані, отримані для розрядної трубки з відстанню між електродами  $d$ , наповненої газом за тиску 4 мм рт. ст.:

$d \cdot 10^3$ , м	1	3	4	5	7	9
$I$ (струм), нА	1,4	2,4	3,3	4,4	8,0	14,4

За допомогою відповідних графіків оцініть коефіцієнт первинної іонізації газу та коефіцієнт вторинної емісії катода. Розрахуйте також відстань між анодом і катодом, за якої відбудеться електричний пробій.

**Рішення**

Використаємо таке рівняння для струму:

$$I = I_0 \exp \alpha d. \quad (12.1)$$

Логарифмуємо обидві частини цього рівняння за основою  $e$ :

$$\ln I = \ln I_0 + \alpha d. \quad (12.2)$$

Ми дістали рівняння прямої, записане у вигляді  $y = mx + c$ , причому  $\alpha$  – кутовий коефіцієнт цієї прямої. Отже, для наведених в умові задачі даних можемо записати

$I$ (струм), нА	1,4	2,4	3,3	4,4	8,0	14,4
$d \cdot 10^3$ , м	1	3	4	5	7	9
$\ln I$	0,3365	0,8755	1,1939	1,4816	2,0794	2,6672

З наступного рисунка обчислимо кутовий коефіцієнт  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{2,0794 - 0,3365}{7 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3}} = \frac{1,7429}{6 \cdot 10^{-3}} = 290 \text{ м}^{-1}.$$

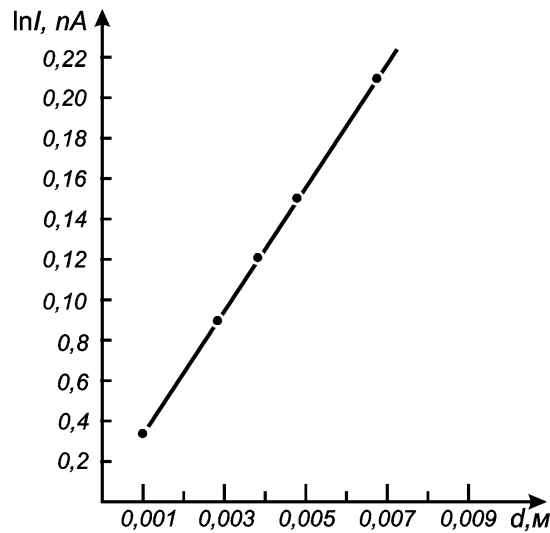
Ця величина є коефіцієнтом первинної іонізації газу.

Використовуючи рівняння для анодного струму

$$I_0 = \frac{I_0 \exp(\alpha d)}{1 - \gamma(\exp \alpha d - 1)}, \quad (12.3)$$

знаходимо, що пробій відбувається, коли

$$\gamma(\exp \alpha d - 1) = 1, \quad \alpha d = \ln \frac{1}{\gamma}.$$



Звідси відстань між анодом і катодом, за якої відбувається пробій, дорівнює

$$d = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{\gamma}. \quad (12.4)$$

За  $d = 0 \rightarrow \ln I = 0$ ,

$$I = I_0 = 1 \text{ пА.}$$

Якщо  $d = 9 \cdot 10^{-3}$  м, струм  $I = 14,4$  нА. Підставимо ці значення в (12.3):

$$14,4 = \frac{\exp 290 \cdot 9 \cdot 10^{-3}}{1 - \gamma[\exp(290 \cdot 9 \cdot 10^{-3}) - 1]}.$$

Звідси маємо

$$1 - \gamma(\exp 2,61 - 1) = \frac{\exp 2,61}{14,4}.$$

Отже, для коефіцієнта вторинної емісії  $\gamma$  знаходимо

$$\gamma = \frac{1 - (\exp 2,61)/14,4}{\exp 2,61 - 1} = \frac{1 - 13,599/14,4}{13,599 - 1} = \frac{0,55}{12,599} = 0,0437.$$

Підставляючи це значення  $\gamma$  у вираз (12.4), обчислимо відстань  $d$ , на якій відбувається пробій:

$$d = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{290} \ln \frac{1}{0,0437} = \frac{1}{290} \cdot 3,13 = 10,8 \text{ мм.}$$

## 4.8 Вправи

1. Що називають середньою довжиною вільного пробігу? Поясніть значення цього поняття під час опису руху молекул та електронів. Визначте середню довжину вільного пробігу молекул в азоті за тиску  $10^{-3}$  мм рт. ст. і температурі  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Що мають на увазі під середньою довжиною вільного пробігу електрона в цьому газі?

Діаметр молекули азоту дорівнює  $3,2 \cdot 10^{-10}$  м.

*Відповідь:* 66,5 мм; 0,377 м.

2. Найпростіша розрядна трубка складається зі скляної циліндричної трубки, в обох кінцях якої розташовані великі плоскі електроди. Трубка наповнена неонам за тиску близько 1 мм рт. ст.

Накресліть вольтамперну характеристику цієї трубки й поясніть, із якими процесами в розряді пов'язані різні ділянки вольтамперної характеристики цієї трубки.

Нехай трубка має металеві електроди. Поясніть, чому робота в області нестійкого розряду може призвести до переходу розряду в дугу?

3. Коротко опишіть процеси, які призводять до електричного пробію в газі. Чому настає пробій, якщо на сітку гарячого катода тиратрона подати позитивний імпульс напруги? Чому неможливо вимкнути тиратрон, подавши потім на сітку негативну напругу?

У трубці, наповненій газом, два паралельні металеві електроди розташовані на відстані 2 мм один від одного. У трубці, наповненій воднем до тиску 0,75 мм рт. ст., пробій настає за різниці потенціалів між електродами 10 кВ.

Що відбудеться, якщо цю напругу докласти до більшої за розмірами трубки, наповненої воднем за тому самого тиску, якщо всі її розміри подвоюються? Яким має бути тиск газу, щоби більша за розмірами трубка запалювалася за тієї самої напруги?

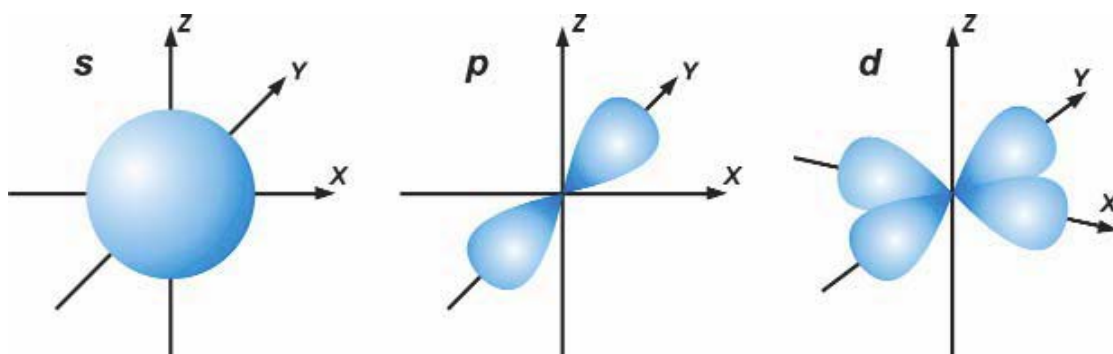
4. Поясніть, що називають *електронною температурою*? Відомо, що в газовому розряді за низького тиску електронна температура вища за температуру газу або температуру позитивних іонів. Чому?

## ДОДАТКИ

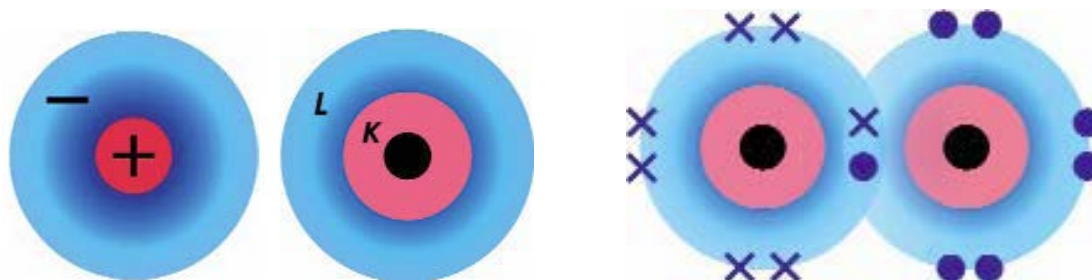
### ДЕЯКІ ФІЗИЧНІ СТАЛІ

Швидкість світла у вакуумі	$c = 3 \cdot 10^8$ м/с.
Магнітна проникність вакууму	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.
Діелектрична проникність вакууму	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.
Маса протона	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.
Маса електрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.
Заряд протона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.
Радіус електрона	$r_e = \mu_0 e^{2/4} \pi m_e = 2,82 \cdot 10^{-15}$ м.
Постійна Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.
Постійна Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. $\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. $h/e = 4,14 \cdot 10^{-15}$ Дж·с/Кл. $h/k = 4,8 \cdot 10^{-11}$ с·Кл.
Радіус Бора	$a_0 = h^2/\pi\mu_0 c^2 m_e e^2 = 5,29 \cdot 10^{-11}$ м.
Постійна Ридберга	$R_\infty = \mu_0^2 m_e e^4 c^{3/8} h^3 = 1,09 \cdot 10^7$ м <sup>-1</sup> .
Число Авогадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup> .
Газова постійна	$R = N_A k = 8,31$ Дж/моль·К.

## ГРАФІЧНІ МОДЕЛІ АТОМІВ, МОЛЕКУЛ І СТРУКТУР

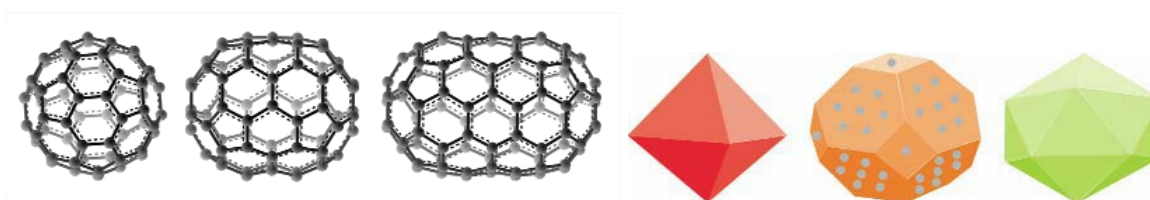


Поверхні взаємодії електронів різної енергії в атомі

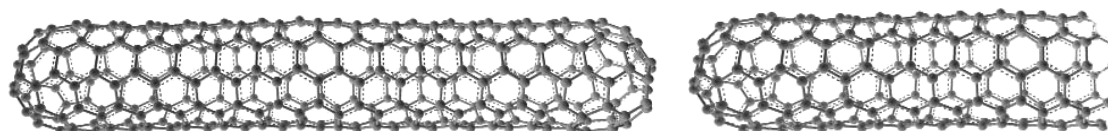


Атом водню та літію

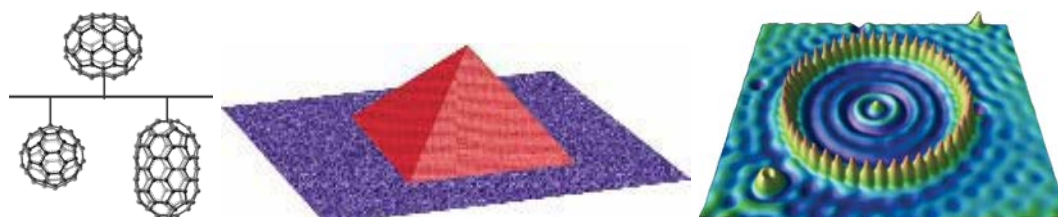
Ковалентний зв'язок атомів



Фулерени – об'ємні молекули: конструкції та форми

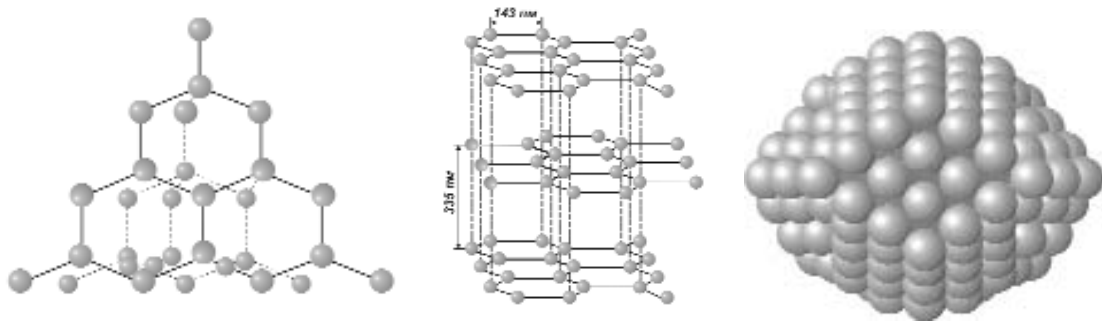


Замкнена та розімкнена нанотрубки карбону

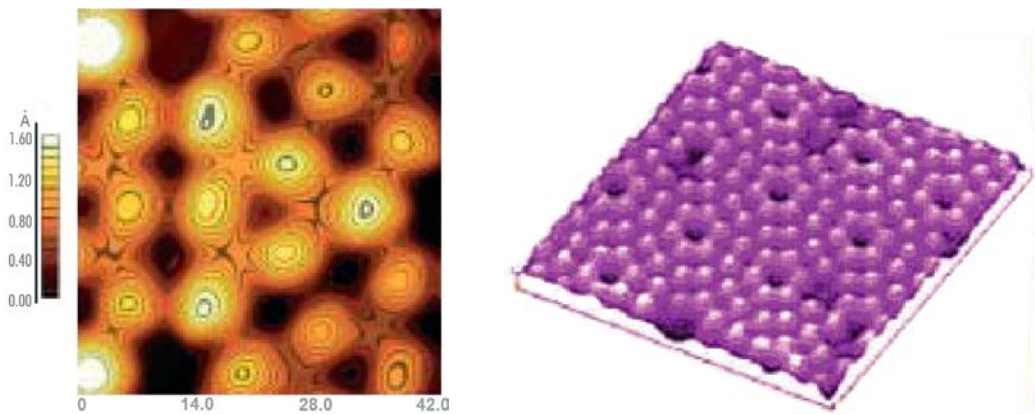


Збірка фулеренів, нанокрапка та нанопаркан – деякі елементи нанорозмірної електроніки

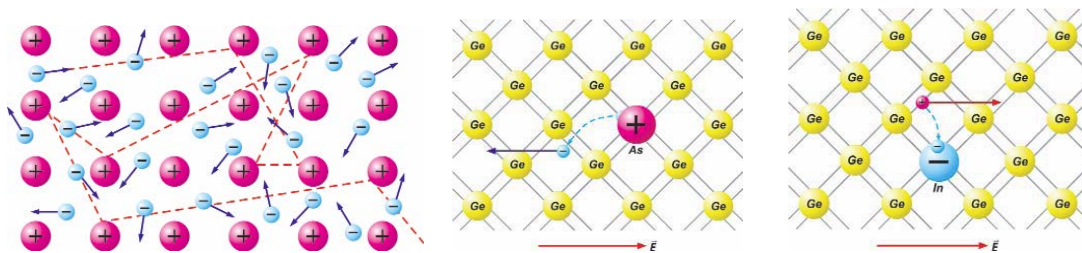
## КРИСТАЛІЧНІ ҐРАТКИ І СТРУКТУРИ



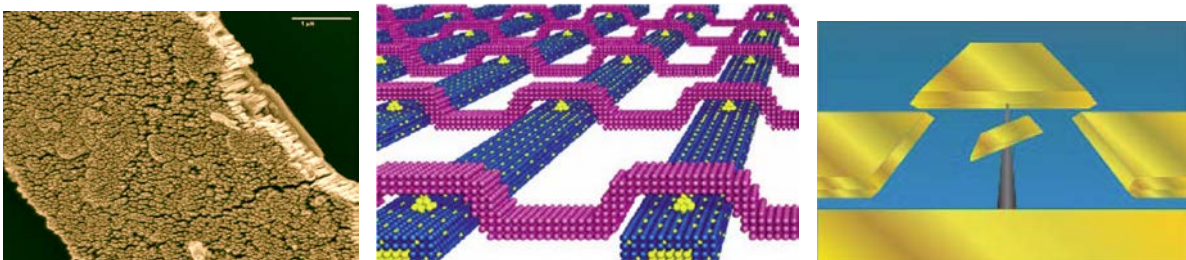
Кристалічні ґратки алмазу, графіту і металу



Поверхня монокристалу кремнію: сканована атомно-силовим мікроскопом (АСМ) та оброблена програмою

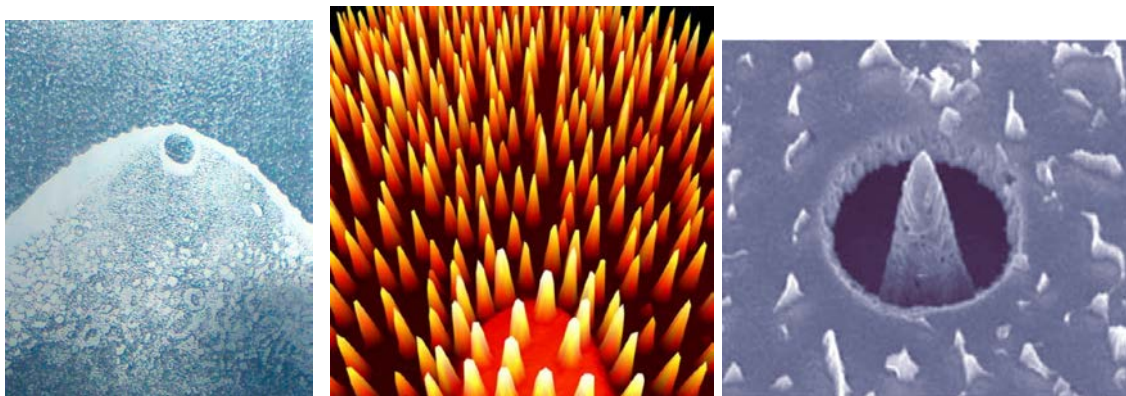


Електрони в кристалічних ґратках металу та германію

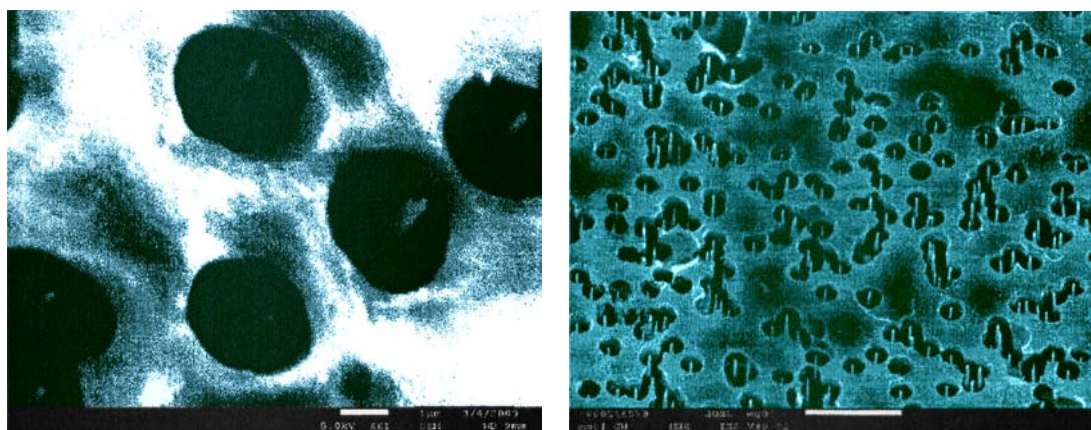


Килим карбонових нанотрубок, квантові нитки та нанодвигун

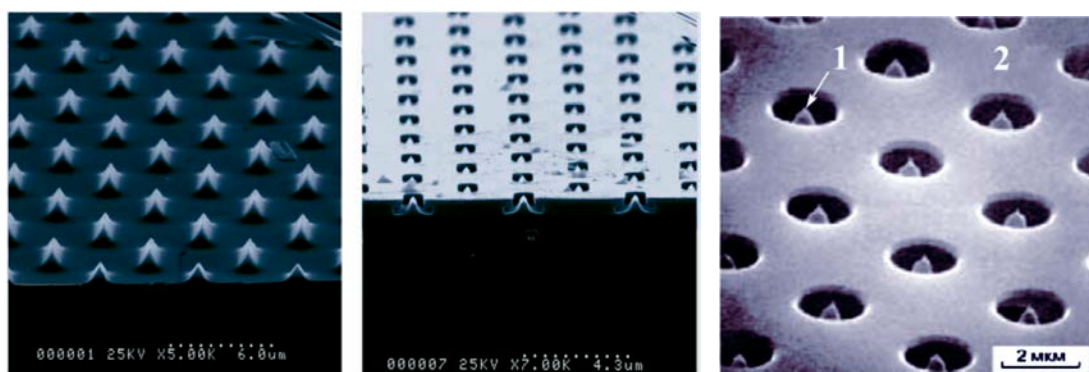
## СУЧАСНІ АВТОЕМІТЕРИ (КАТОДИ)



Поодинокі емітери застосовують у мікроприладах, системи емітерів – у потужних і приладах відображення

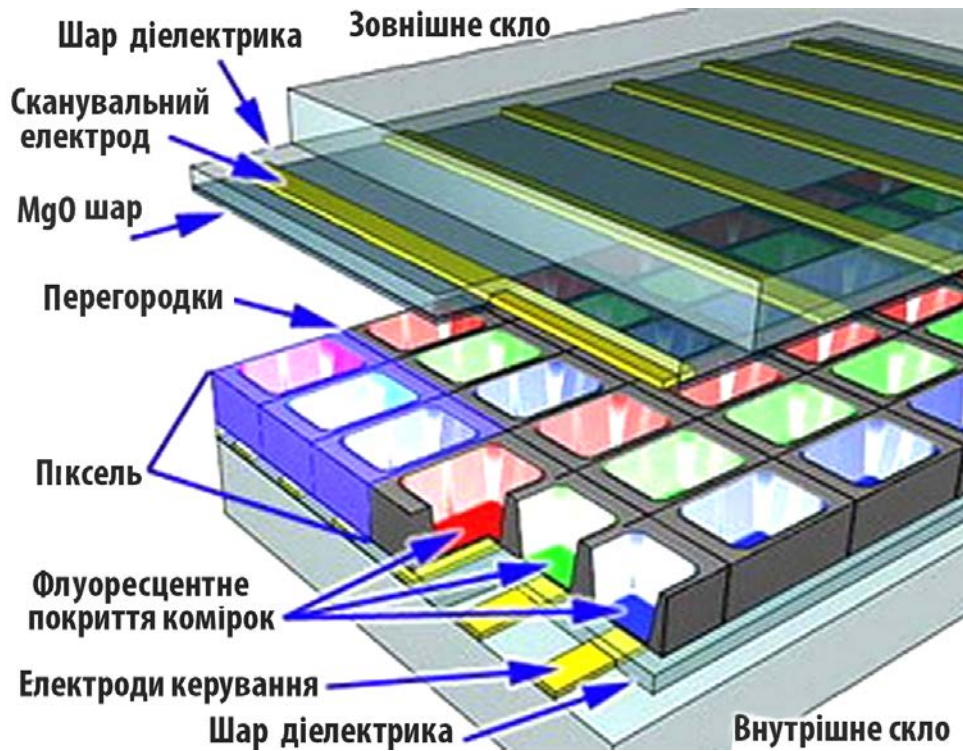


Емітери можуть мати складну форму і будову

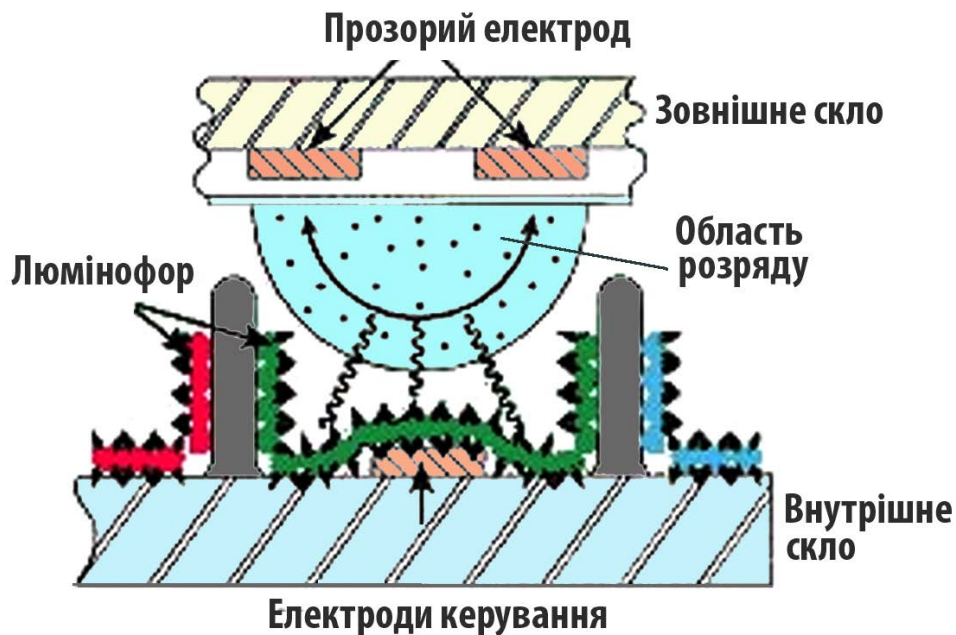


Матриці емітерів сягають нанорозмірів

## ГАЗОВИЙ РОЗРЯД В ЕЛЕКТРОННИХ ПРИЛАДАХ



Конструкція плазмового монітора



Електричний розряд у газі (плазма) генерує ультрафіолетові промені, під дією яких люмінофор у комірці випромінює світло необхідного кольору

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

### *Основна література*

1. *Кучерук І. М.* Загальний курс фізики : у 3 т. / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик. – К. : Техніка, 1999. – Т. 1 : Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка : навч. посіб. – 1999. – 536 с.
2. *Москалюк В. А.* Фізика електронних процесів : учеб. пособие / В. А. Москалюк, Ю. С. Синекон, Р. Кассинг. – К. : УкрИНТЗИ. – Ч. I : Електронні стани. – 2001. – 148 с.
3. *Москалюк В. А.* Фізика електронних процесів : навч. посібник / В. А. Москалюк. – К. : Політехніка. – Ч. 2 : Динамічні процеси. – 2004. – 179 с.
4. *Болеста І. М.* Фізика твердого тіла : навч. посібник. / І. М. Болеста. – Львів : ВЦ ЛНУ ім. І. Франка, 2003. – 479 с.
5. *Вакарчук І. О.* Квантова механіка : Підручник / І. О. Вакарчук. – 2-ге вид., доп. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 784 с.

### *Збірники задач*

1. *Линч П.* Задачи по физической электронике (с решениями и комментариями) : [сборник] / П. Линч, А. Николайдес ; пер. с англ. канд. техн. наук Ю. А. Башкирова, под ред. д-ра физ.-мат. наук, проф. Г. В. Скроцкого. – М. : Мир, 1975. – 264 с.
2. *Вакарчук І. О.* Збірник задач з квантової механіки / І. О. Вакарчук, Т. В. Кулій, О. В. Книгініцький, В. М. Ткачук. – Львів : Вид-во ЛДУ, 1996. – 32 с.