

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**ТЕПЛОМАСООБМІН. ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ І ТЕПЛОПЕРЕДАЧА
ОДНОШАРОВОЇ І БАГАТОШАРОВОЇ СТІНОК РІЗНИХ
КОНФІГУРАЦІЙ.**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ І САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ**

Рекомендовано кафедрою теплової та альтернативної енергетики НН ІАТЕ
як методичні вказівки для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої
освіти за спеціальністю 144 «Теплоенергетика»

Укладач: Фуртат Ірина Едуардівна

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Рецензент:

Сірий Олександр Анатолійович, канд. техн. наук, доц., кафедри
ТАЕ, НН ІАТЕ, «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

Відповідальний редактор:

Притула Наталя Олександрівна, канд. техн. наук, доц., кафедри
ТАЕ, НН ІАТЕ, «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

Затверджено на засіданні кафедри теплової та альтернативної енергетики.
Протокол № 16 від 18 травня 2022 р.

Дані методичні вказівки призначені для більш глибокого засвоєння студентами теоретичного курсу, а також набуття розрахункових та експериментальних навичок.

ЗМІСТ

1 ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ І ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ОДНОШАРОВОЇ І БАГАТОШАРОВОЇ ПЛОСКОЇ СТІНКИ.....	6
1.1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	6
1.2 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ.....	8
1.3 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	9
2 ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ І ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЦИЛІНДРИЧНИХ І СФЕРИЧНИХ СТІНОК.....	17
2.1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	17
2.2 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ.....	20
2.3 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	20
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	27

1 ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ І ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ОДНОШАРОВОЇ І БАГАТОШАРОВОЇ ПЛОСКОЇ СТІНКИ

1.1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

З даної теми студент повинен вміти складати рівняння температурного поля в однорідній і багат шаровій плоскій стінці за граничних умов I і III роду, а також визначати тепловий потік в цих умовах.

При виводі розрахункових формул теплопровідності в плоскій стінці використовують диференціальне рівняння теплопровідності Фур'є. Оскільки похідні вздовж ізотермічних поверхонь обертаються на нуль, то температура буде функцією лише однієї координати і диференціальне рівняння теплопровідності записується як для одномірного температурного поля.

На базі диференційного рівняння теплопровідності і заданих умов однозначності I роду студент повинен вміти записати рівняння температурного поля в плоскій стінці при $\lambda = \text{const}$ і $\lambda = \lambda(t)$, а також, на підставі закону Фур'є, рівняння для кількості теплоти, що проходить через одиницю поверхні стінки за одиницю часу в напрямку осі x . При розгляданні теплопровідності багат шарової плоскої стінки, яка складається з n однорідних шарів приймається, що контакт між шарами досконалий, і температура на поверхнях, що стикаються, однакова.

Окремі шари стінки мають в дійсності шорсткості, і тому стикається лише 5-10 % поверхні. Теплота в цьому випадку передається через шари, а також через місця контакту і повітряний прошарок теплопровідністю. Контактний опір, що виникає R_k призводить до різниці температур на поверхні шару, наприклад $(t'_{c2} - t_{c2}), (t'_{c3} - t_{c3}), \dots, (t'_{cn} - t_{cn})$. Розподіл температур в багат шаровій стінці з урахуванням наявності контактних опорів показано на рис. 1.

Густину теплового потоку для кожного шару з урахуванням опору контакту можна записати таким чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{c1} - t'_{c2}); \\ q = \frac{t'_{c2} - t_{c2}}{R_{\kappa 1}}; \\ q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{c2} - t'_{c3}); \\ q = \frac{t'_{c3} - t_{c3}}{R_{\kappa 2}}; \\ \dots\dots\dots \\ q = \frac{\lambda_n}{\delta_n} (t_{cn} - t_{c(n+1)}). \end{array} \right. \quad (1.1)$$

З цих формул температурні напори відповідно в кожному шарі і в місці контакту:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{c1} - t'_{c2} = q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ t'_{c2} - t_{c2} = q R_{\kappa 1}; \\ t_{c2} - t'_{c3} = q \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ t'_{c3} - t_{c3} = q R_{\kappa 2}; \\ \dots\dots\dots \\ t_{cn} - t_{c(n+1)} = q \frac{\delta_n}{\lambda_n}. \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Склавши праві і ліві частини рівняння (1.2) і позначивши

$$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} = \sum_{i=1}^{i=n} R_{ti},$$

отримаємо

$$t_{c1} - t_{c(n+1)} = q \left(\sum_{i=1}^{i=n} R_{ti} + \sum_{i=1}^{i=n-1} R_{ki} \right). \quad (1.3)$$

Звідки густина теплового потоку

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c(n+1)}}{\sum_{i=1}^{i=n} R_{ti} + \sum_{i=1}^{i=n-1} R_{ki}}. \quad (1.4)$$

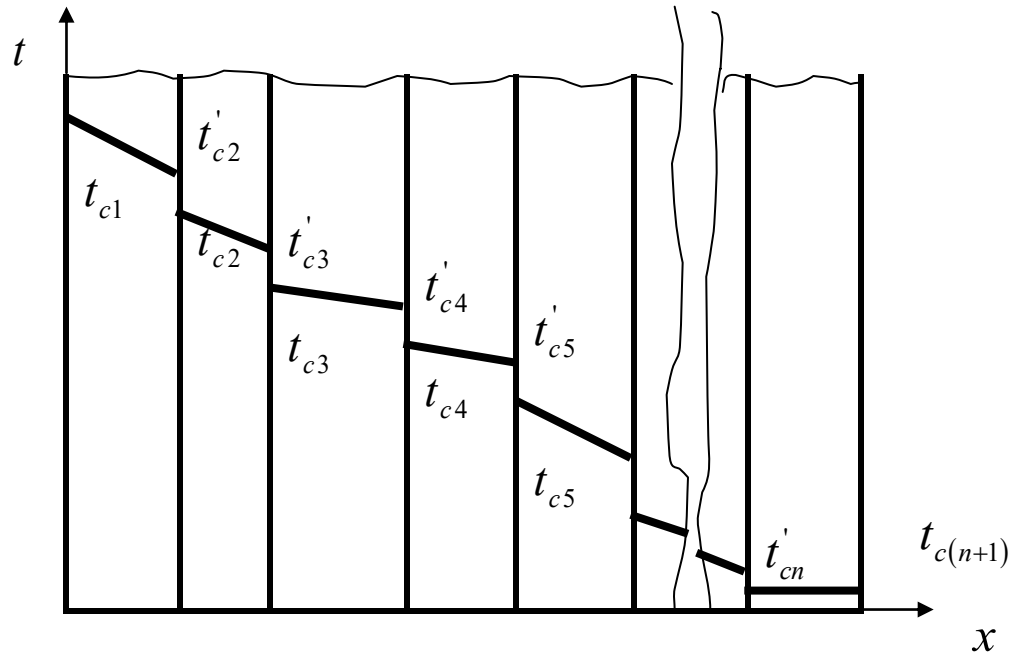


Рис. 1

В умовах ідеального контакту шарів, що стикаються, ($R_k = 0$) температурні напори в кожному шарі і густина теплового потоку через багат шарову плоску стінку визначаються за без урахування термічних опорів між шарами.

Вивчаючи процес передачі теплоти теплопровідністю, слід засвоїти ряд визначень: температурного напору, теплової провідності стінки, теплового або термічного опору стінки і контактного опору між шарами. Потрібно знати фізичний зміст кожної величини, спосіб її визначення, одиниці виміру.

Процес теплопередачі від одного середовища до іншого через розділяючу їх однорідну або багат шарову стінку відповідає граничним умовам III роду. При цьому слід звернути увагу на те, що густина теплового потоку в процесі теплопередачі залежить не лише від термічного опору стінки $R_t = \frac{\delta}{\lambda}$, але й

від термічних опорів тепловіддачі збоку середовищ, що обмінюються теплом, тобто $R_{\alpha_1} = \frac{1}{\alpha_1}$ та $R_{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_2}$. Термічний опір тепловіддачі розглядається як термічний опір пограничного шару, який умовно відокремлює поверхню стінки від основної маси рідини. При цьому необхідно знати, як визначається температура на межі будь-яких двох шарів i та $i+1$ за граничних умов III роду. З урахуванням контактних опорів густина теплового потоку через багатшарову стінку, яка складається з n шарів, буде:

$$q = k\Delta t = \frac{t_{p1} - t_{p2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{i=n-1} R_{ki} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

або

$$q = \frac{t_{p1} - t_{p2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} R_{ti} + \sum_{i=1}^{i=n-1} R_{ki} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (1.5)$$

Температура на межі будь-яких двох шарів може бути визначена за рівнянням

$$t_{c(m+1)} = t_{p1} - q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=m} R_{ti} + \sum_{i=1}^{i=m} R_{ki} \right). \quad (1.6)$$

При вивченні процесу теплопередачі необхідно засвоїти такі визначення: коефіцієнта теплопередачі, повного термічного опору теплопередачі, густини теплового потоку через одношарову і багатшарову плоску стінку, теплового потоку через поверхню твердої стінки.

1.2 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Чи вірно, що при стаціонарному режимі теплообміну перепад температур на стінці прямо пропорційний її термічному опорі?
2. Чи усюди однакова в умовах стаціонарного режиму густина теплового потоку по товщині плоских багат шарових стінок при відсутності в них тепловиділення та теплопоглинання?
3. Чи однакові одиниці мають густина та лінійна густина теплового потоку?
4. Чи завжди термічний опір теплопередачі між рідинами більший за термічний опір цієї стінки?
5. Чи однаковий тепловий потік, який проходить через багат шарову стінку при ідеальному контакті шарів і при наявності контактних термічних опорів?
6. Чи характеризує коефіцієнт тепловіддачі α інтенсивність передачі теплоти від однієї рідини до іншої через стінку, що розділяє їх?
7. Чи викликає наявність контактного опору температурний перепад на стінці?
8. Чи вірно, що термічний опір тепловіддачі плоскої стінки залежить лише від коефіцієнта тепловіддачі?

1.3 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Плоску поверхню необхідно ізолювати таким чином, щоб втрати теплоти з одиниці поверхні в одиницю часу не перевищували 450 Вт/м^2 . Температура поверхні під ізоляцією $t_{c1} = 450 \text{ }^\circ\text{C}$, температура зовнішньої поверхні ізоляції $t_{c2} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$. Визначити товщину ізоляції для двох випадків:

- ізоляцію виконано з совеліту, для якого $\lambda_{\text{сов}} = 0,09 + 0,0000874 \cdot t$;
- ізоляцію виконано з азботерміту, для якого $\lambda_a = 0,109 + 0,000146 \cdot t$.

Дано: $q = 450 \text{ Вт/м}^2$
 $t_{c1} = 450 \text{ }^\circ\text{C}$
 $t_{c2} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$
 $\lambda_{\text{сов}} = 0,09 + 0,0000874 \cdot t \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$
 $\lambda_a = 0,109 + 0,000146 \cdot t \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$

$\delta_{\text{сов}}, \delta_a - ?$

Розв'язання. За граничних умов I роду

$$q = \frac{\lambda_{cp}}{\delta_{iz}} (t_{c1} - t_{c2}), \quad \text{де}$$

$$\lambda_{cp} = \lambda_0 \left(1 + b \frac{t_{c1} + t_{c2}}{2} \right).$$

Для ізоляції з совеліту

$$\lambda_{cp} = 0,09 + 0,0000874 \cdot \left(\frac{450 + 50}{2} \right) = 0,1118 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)};$$

товщина ізоляції з совеліту

$$\delta_{\text{сов}} = \frac{\lambda_{cp}}{q} (t_{c1} - t_{c2}) = \frac{0,1118}{450} (450 - 50) = 0,095 \text{ м.}$$

Для ізоляції з азботерміту

$$\lambda_{cp} = 0,109 + 0,000146 \cdot \left(\frac{450 + 50}{2} \right) = 0,1455 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)};$$

товщина ізоляції з азботерміту

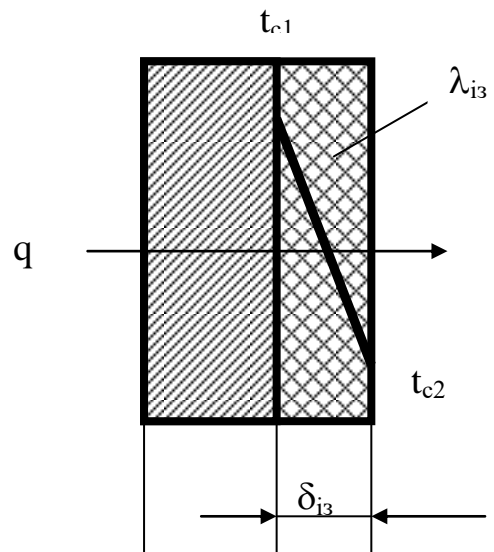


Рис. 2

$$\delta_a = \frac{\lambda_{cp}}{q} (t_{c1} - t_{c2}) = \frac{0,1455}{450} (450 - 50) = 0,129 \text{ м.}$$

Задача 2. В камері згоряння парового котла з рідким золовидаленням температура газів повинна підтримуватись $t_{p1} = 1300 \text{ }^\circ\text{C}$, температура повітря в котельній $t_{p2} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Стіни топкової камери виконано з шару вогнетриву товщиною $\delta_1 = 250 \text{ мм}$, теплопровідністю $\lambda_1 = 0,28 \cdot (1 + 0,833 \cdot 10^{-3} \cdot t)$ Вт/(м·К), і шару діатермітової цегли з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda_2 = 0,113 \cdot (1 + 0,206 \cdot 10^{-3} \cdot t)$ Вт/(м·К). Коефіцієнт тепловіддачі від газів до обмурівки $\alpha_1 = 30 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ і від зовнішньої поверхні топкової камери до оточуючого повітря $\alpha_2 = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Якою повинна бути товщина діатермітового шару, щоб втрати в оточуюче середовище не перевищували $750 \text{ Вт}/\text{м}^2$?

Дано: $t_{p1} = 1300 \text{ }^\circ\text{C}$

$t_{p2} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

$\delta_1 = 250 \text{ мм}$

$\lambda_1 = 0,28 \cdot (1 + 0,833 \cdot 10^{-3} \cdot t)$ Вт/(м·К)

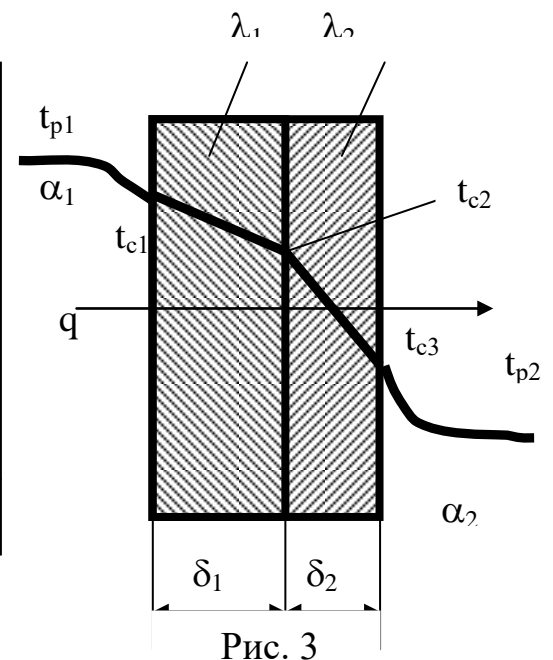
$\lambda_2 = 0,113 \cdot (1 + 0,206 \cdot 10^{-3} \cdot t)$ Вт/(м·К)

$\alpha_1 = 30 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

$\alpha_2 = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

$q = 750 \text{ Вт}/\text{м}^2$

$\delta_2 - ?$



Розв'язання. За граничних умов III роду тепловий потік, що передається в навколишнє середовище теплопровідністю

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c3}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}}$$

Визначимо значення температур поверхонь шарів, що стикаються t_{c1} , t_{c2} та t_{c3} :

$$t_{c1} = t_{p1} - q \frac{1}{\alpha_1} = 1300 - 750 \frac{1}{30} = 1275^\circ C,$$

$$t_{c3} = t_{p2} + q \frac{1}{\alpha_2} = 30 + 750 \frac{1}{10} = 105^\circ C.$$

Для визначення температури t_{c2} існують дві залежності

$$t_{c2} = t_{c1} - q \frac{\delta_1}{\lambda_1} \quad \text{та} \quad t_{c2} = t_{c3} + q \frac{\delta_2}{\lambda_2}.$$

З цих залежностей знаходимо

$$\delta_2 = \lambda_2 \left(\frac{t_{c1} - t_{c3}}{q} - \frac{\delta_1}{\lambda_1} \right). \quad (1.7)$$

Тут

$$\lambda_1 = \lambda_{1cp}(t) = 0,28 \cdot \left(1 + 0,833 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{t_{c1} + t_{c2}}{2} \right); \quad (1.8)$$

$$\lambda_2 = \lambda_{2cp}(t) = 0,113 \cdot \left(1 + 0,206 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{t_{c3} + t_{c2}}{2} \right). \quad (1.9)$$

Для визначення коефіцієнтів теплопровідності задаємось величиною

$$t_{c2} = \frac{t_{c1} + t_{c3}}{2} = \frac{1275 + 105}{2} = 690^\circ C.$$

З урахуванням отриманих значень температур знаходимо

$$\lambda_{1cp}(t) = 0,28 \cdot \left(1 + 0,833 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1275 + 690}{2} \right) = 0,51 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$$\lambda_{2cp}(t) = 0,113 \cdot \left(1 + 0,206 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{105 + 690}{2} \right) = 0,122 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

Тепер можемо знайти δ_2 , використовуючи рівняння (7)

$$\delta_2 = 0,122 \left(\frac{1275 - 105}{750} - \frac{0,25}{0,51} \right) = 0,131 \text{ м}.$$

Тепер уточнюємо t_2 із співвідношення

$$t_{c2} = t_{c1} - q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = 1275 - 750 \frac{0,25}{0,51} = 907,4^\circ C.$$

Знову визначаємо δ_2 , уточнюючи λ_{1cp} та λ_{2cp} :

$$\lambda_{1cp}(t) = 0,28 \cdot \left(1 + 0,833 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1275 + 907,4}{2} \right) = 0,535 \text{ Вт/(м·К)};$$

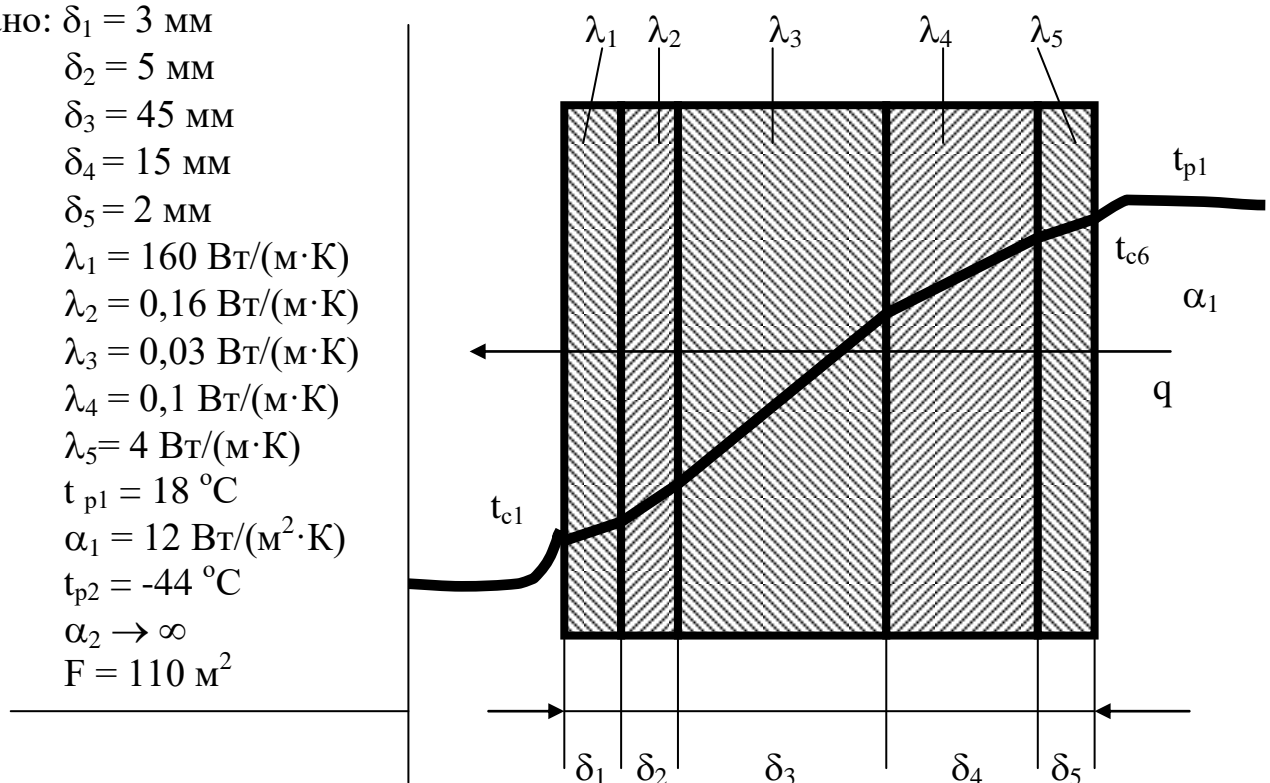
$$\lambda_{2cp}(t) = 0,113 \cdot \left(1 + 0,206 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{105 + 907,4}{2} \right) = 0,125 \text{ Вт/(м·К)}.$$

$$\delta_2 = 0,125 \left(\frac{1275 - 105}{750} - \frac{0,25}{0,535} \right) = 0,136 \text{ м}.$$

Задача 3. Стінка салону реактивного літака складається з п'яти шарів: дюралі, ізолюючої пластмаси, скловати, мікропорового пластика та декоративної пластмаси. Товщина шарів та теплопровідність відповідно будуть: $\delta_1 = 3$ мм, $\delta_2 = 5$ мм, $\delta_3 = 45$ мм, $\delta_4 = 15$ мм, $\delta_5 = 2$ мм, $\lambda_1 = 160$ Вт/(м·К), $\lambda_2 = 0,16$ Вт/(м·К), $\lambda_3 = 0,03$ Вт/(м·К), $\lambda_4 = 0,1$ Вт/(м·К), $\lambda_5 = 4$ Вт/(м·К).

Всередині салону температура повітря $t_{p1} = 18$ °С, коефіцієнт тепловіддачі $\alpha_1 = 12$ Вт/(м²·К). Зовні температура повітря $t_{p2} = -44$ °С, коефіцієнт тепловіддачі $\alpha_2 \rightarrow \infty$. Площа стін салону $F = 110$ м². Знайти потужність електричного обігрівача салону і побудувати графік розподілення температури всередині стінки кабіни.

Дано: $\delta_1 = 3$ мм
 $\delta_2 = 5$ мм
 $\delta_3 = 45$ мм
 $\delta_4 = 15$ мм
 $\delta_5 = 2$ мм
 $\lambda_1 = 160$ Вт/(м·К)
 $\lambda_2 = 0,16$ Вт/(м·К)
 $\lambda_3 = 0,03$ Вт/(м·К)
 $\lambda_4 = 0,1$ Вт/(м·К)
 $\lambda_5 = 4$ Вт/(м·К)
 $t_{p1} = 18$ °С
 $\alpha_1 = 12$ Вт/(м²·К)
 $t_{p2} = -44$ °С
 $\alpha_2 \rightarrow \infty$
 $F = 110$ м²



W – ?

Розв'язання. За граничних умов III роду густин Рис. 4) потоку через багатшарову стінку

$$q = \frac{t_{p1} - t_{p2}}{R_1 + \sum_{i=1}^{i=5} R_{ci} + R_2} = k(t_{p1} - t_{p2}), \quad (1.10)$$

де

$$k = \frac{1}{R_1 + \sum_{i=1}^{i=5} R_{ci} + R_2}; \quad (1.11)$$

$$R_1 = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{12} = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot \text{Вт} / \text{К};$$

$$R_2 = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{\infty} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{i=5} R_{ci} = R_{c1} + R_{c2} + R_{c3} + R_{c4} + R_{c5};$$

$$R_{c1} = \frac{\delta_1}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{160} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт};$$

$$R_{c2} = \frac{\delta_2}{\lambda_2} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,16} = 3,125 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт};$$

$$R_{c3} = \frac{\delta_3}{\lambda_3} = \frac{45 \cdot 10^{-3}}{0,03} = 1,5 \text{ м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт};$$

$$R_{c4} = \frac{\delta_4}{\lambda_4} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 1,5 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт};$$

$$R_{c5} = \frac{\delta_5}{\lambda_5} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт};$$

З формули (1.11) знаходимо

$$k = \frac{1}{8,3 \cdot 10^{-2} + 1,9 \cdot 10^{-5} + 3,125 \cdot 10^{-2} + 1,5 + 1,5 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= \frac{1}{1,765} = 5,666 \cdot 10^2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

За рівнянням (1.10) маємо

$$q = 5,666 \cdot 10^2 (18 + 44) = 35,1 \text{ Вт}/\text{м}^2;$$

Знаходимо потужність електрообігрівача

$$W = q \cdot F = 35,1 \cdot 110 = 3861 \text{ Вт}.$$

Розподіл температури в стінці буде таким:

$$t_{c1} = t_{p2} = -44^\circ \text{C};$$

$$t_{c2} = t_{c1} + qR_{c1} = -44 + 35,1 \cdot 1,9 \cdot 10^{-5} = -44^\circ \text{C};$$

$$t_{c3} = t_{c2} + qR_{c2} = -44 + 35,1 \cdot 3,125 \cdot 10^{-2} = -42,9^\circ \text{C};$$

$$t_{c4} = t_{c3} + qR_{c3} = -42,9 + 35,1 \cdot 1,5 = 9,8^\circ \text{C};$$

$$t_{c5} = t_{c4} + qR_{c4} = 9,8 + 35,1 \cdot 1,5 \cdot 10^{-1} = 15,1^\circ \text{C};$$

$$t_{c6} = t_{c5} + qR_{c5} = 15,1 + 35,1 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 15,1^\circ \text{C}.$$

Для перевірки температуру t_{c6} можна знайти за залежністю

$$t_{c6} = t_{p1} - \frac{q}{\alpha_1} = 18 - \frac{35,1}{12} = 15,1^\circ \text{C}.$$

Розподіл температур в стінці кабіни літака показаний на рис. 5.

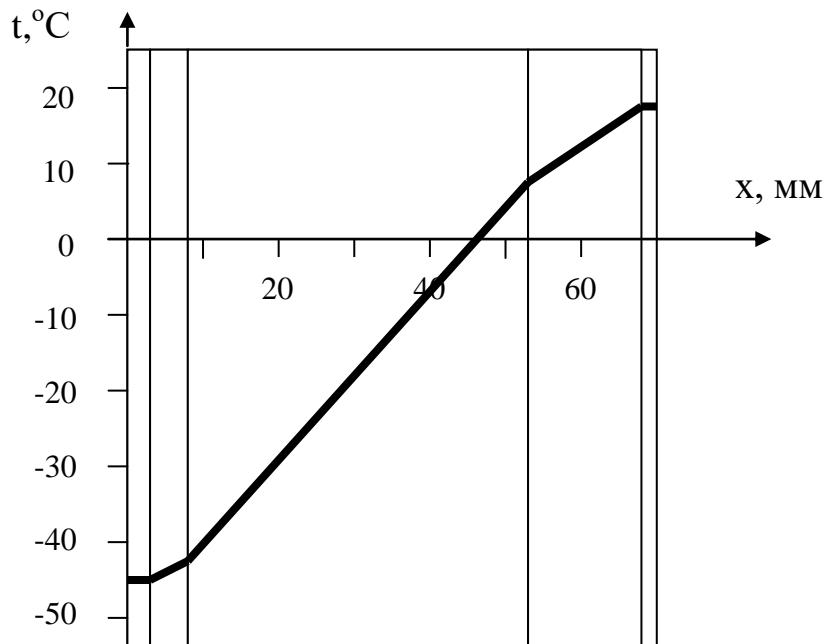


Рис. 5.

Задача 4. Визначити питомий тепловий потік з урахуванням і без урахування теплового опору контакту через багат шарову плоску стінку, яка складається з шару окису цирконія товщиною $\delta_1 = 0,2$ мм, шару сталі товщиною $\delta_2 = 6$ мм і шару алюмінія товщиною $\delta_3 = 10$ мм, якщо температури на зовнішніх поверхнях підтримуються сталими і $t_{c1} = 1200$ °С і $t_{c4} = 400$ °С; теплопровідність окису цирконія $\lambda_1 = 1,15$ Вт/(м·К), сталі $\lambda_2 = 34,9$ Вт/(м·К) і алюмінія $\lambda_3 = 422$ Вт/(м·К); термічний опір контакту між шарами окису цирконія і сталі $R_{k1} = 2,58 \cdot 10^{-4}$ м²·К/Вт, а між шарами сталі і алюмінія $R_{k2} = 2,66 \cdot 10^{-4}$ м²·К/Вт.

Дано: $\delta_1 = 0,2$ мм
 $\delta_2 = 6$ мм
 $\delta_3 = 10$ мм
 $t_{c1} = 1200$ °С
 $t_{c4} = 400$ °С
 $\lambda_1 = 1,15$ Вт/(м·К)
 $\lambda_2 = 34,9$ Вт/(м·К)
 $\lambda_3 = 422$ Вт/(м·К)
 $R_{k1} = 2,58 \cdot 10^{-4}$ м²·К/Вт
 $R_{k2} = 2,66 \cdot 10^{-4}$ м²·К/Вт

$q - ?$

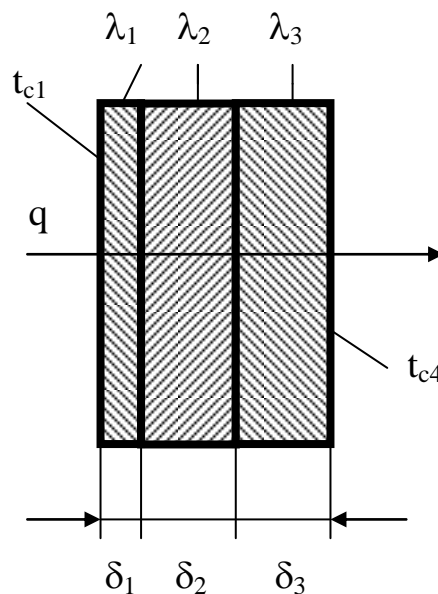


Рис. 6

Розв'язання. Згідно з формулою (1.4), для стаціонарної теплопровідності тришарової стінки з урахуванням термічних опорів контакту маємо:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{\sum_{i=1}^{i=3} R_{ti} + \sum_{i=1}^{i=2} R_{ki}}$$

Звідки

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + R_{k1} + R_{k2}}$$

$$q = \frac{1200 - 400}{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{1,15} - 3 + \frac{6 \cdot 10^{-3}}{34,9} + \frac{10 \cdot 10^{-3}}{422} + 2,58 \cdot 10^{-4} + 2,66 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 8,95 \cdot 10^5 \text{ Вт} / \text{м}^2.$$

Без урахування термічних опорів контакту

$$q = \frac{1200 - 400}{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{1,15} - 3 + \frac{6 \cdot 10^{-3}}{34,9} + \frac{10 \cdot 10^{-3}}{422}} = 2,16 \cdot 10^6 \text{ Вт} / \text{м}^2.$$

2 ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ І ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЦИЛІНДРИЧНИХ І СФЕРИЧНИХ СТІНОК

2.1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

За даної теми доцільно спочатку вивчити передачу теплоти теплопровідністю через одношарову і багатошарову циліндричну і сферичну стінки (граничні умови I роду), а потім перейти до вивчення процесу передачі теплоти за граничних умов III роду.

При виводі розрахункових формул теплопровідності в циліндричній і сферичній стінках використовується диференційне рівняння теплопровідності Фур'є відповідно в циліндричній і сферичній системі координат для одномірного температурного поля. Студент повинен вміти розв'язувати ці рівняння з урахуванням граничних умов I роду при $\lambda = \text{const}$ і $\lambda = \lambda(t)$, повинен вміти записати для цих умов шукані розподіли температур по товщині циліндричної стінки, а також по товщині сферичної стінки. Слід звернути увагу на те, що при передачі теплоти теплопровідністю через циліндричну стінку густина теплового потоку може бути різною в залежності від того, до чого віднесено тепловий потік. Слід розрізняти лінійну густина теплового потоку q_1 і поверхневі густини теплових потоків q_1 і q_2 , які можуть бути визначені при $\lambda = \text{const}$ і при $\lambda = \lambda(t)$. З урахуванням контактних термічних опорів лінійна густина теплового потоку багатошарової циліндричної стінки, Вт/м:

$$q = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c(n+1)})}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \sum_{i=1}^{i=n-1} R_{ki}}. \quad (2.1)$$

При вивченні процесу теплопередачі через циліндричну стінку (граничні умови III роду) слід звернути увагу на те, що лінійна густина теплового потоку q_1 залежить від лінійного термічного опору теплопередачі. Необхідно вміти визначати коефіцієнти теплопередачі k_1 , k_1 і k_2 , знати їхній фізичний зміст і одиниці виміру. Слід звернути увагу на визначення теплового потоку

за скороченими формулами через циліндри, що найчастіше зустрічаються на практиці, товщина стінок мала у порівнянні з діаметром. Для багат шарових стінок треба вміти визначати лінійну густину теплового потоку при ідеальному контакті шарів, що стикаються, і при наявності термічних опорів контакту невідомі температури на поверхнях шарів.

При вивченні матеріалу за даною темою необхідно засвоїти такі визначення: лінійного термічного опору, лінійного коефіцієнту теплопередачі, лінійної густини теплового потоку, коефіцієнта тепловіддачі на відповідних поверхнях, коефіцієнта теплопередачі сферичної стінки. Слід знати фізичний зміст кожної величини, одиниці її виміру та спосіб її визначення.

Необхідно розібратися в питаннях вибору теплової ізоляції для покриття різних циліндричних апаратів та трубопроводів.

Теплова ізоляція – це допоміжне покриття, яке сприяє зниженню втрат теплоти в навколишнє середовище. Для теплової ізоляції можуть використовуватись будь-які матеріали з низькою теплопровідністю ($\lambda < 0,2$ Вт/(м·К), наприклад, шлакова вата, зоноліт, азбозуріт, совеліт, альфолева ізоляція тощо.

При накладанні теплової ізоляції на трубопровід теплові втрати зменшуються непропорційно збільшенню товщини ізоляції. При невірному виборі матеріалу ізоляції теплові втрати зростають. Це пов'язано з тим, що у ізольованого трубопроводу зовнішня площа поверхні збільшується, і тепловий потік, що розсіюється в навколишнє середовище, зростає.

При виборі теплової ізоляції для покриття різних циліндричних апаратів необхідно керуватися такими міркуваннями.

На підставі аналізу залежності загального термічного опору теплопередачі через багат шарову циліндричну стінку (залежність лінійного термічного опору і лінійної густини теплового потоку від діаметру ізоляції показано на рис. 7) визначається критичний діаметр ізоляції, м: який відповідає мінімальному повному термічному опору теплопередачі

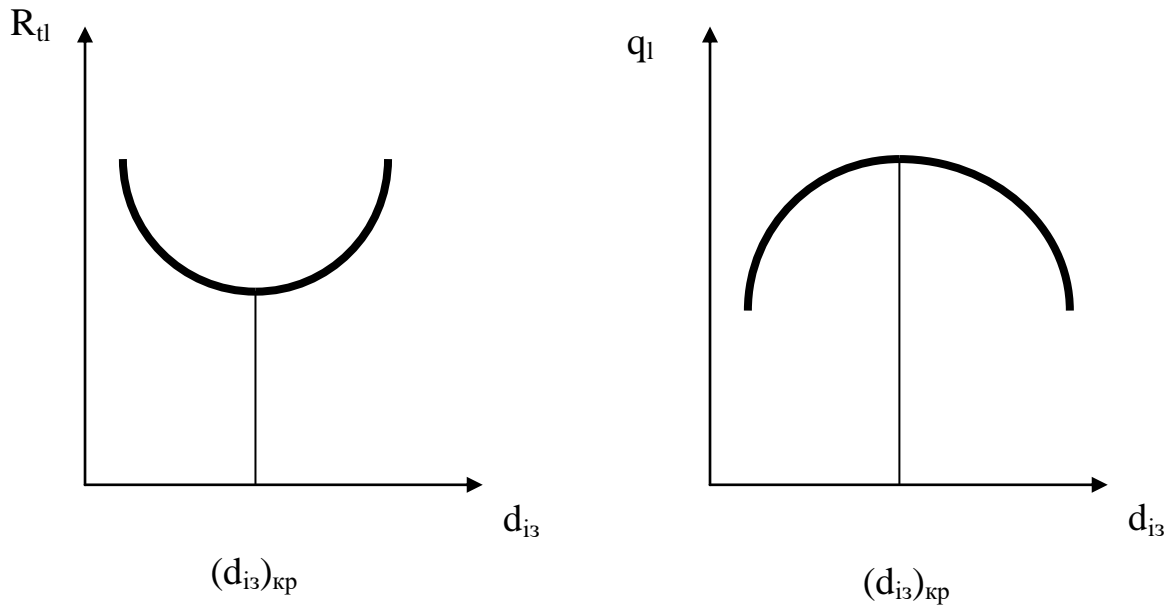


Рис. 7

$$(d_{iz})_{кр} = \frac{2\lambda_{iz}}{\alpha_2}, \quad (2.2)$$

Для розв'язання задач з теми необхідно пам'ятати:

при $d_{iz} < (d_{iz})_{кр}$ із збільшенням d_{iz} повний термічний опір падає (втрати теплоти в навколишнє середовище збільшуються), тому що збільшення зовнішньої поверхні більше впливає на термічний опір, ніж збільшення товщини ізоляції;

при $d_{iz} > (d_{iz})_{кр}$ із збільшенням d_{iz} термічний опір теплопередачі зростає, що вказує на переважний вплив товщини стінки.

Таким чином, якщо в задачі задано λ_{iz} та α_2 , то за формулою (2.2) розраховуємо $(d_{iz})_{кр}$. При цьому можуть бути такі результати:

1) $(d_{iz})_{кр} > d_2$, де d_2 – зовнішній діаметр труби. В цьому випадку використання обраного матеріалу як теплової ізоляції не є доцільним, тому що в області $d_2 < d_{iz} < (d_{iz})_{кр}$ при збільшенні товщини ізоляції буде спостерігатися збільшення тепловтрат (рис. 7). Тільки при $d_{iz} > (d_{iz})_{кр}$ теплові втрати стануть знову такими ж, як і для початкового неізольованого трубопроводу. Тобто, деякий шар ізоляції не буде виправдовувати свого

призначення. В цьому випадку слід вибрати інший тип ізоляції з меншим значенням $\lambda_{із}$.

2) $(d_{із})_{кр} \leq d_2$. В цьому випадку обраний тип ізоляції буде працювати ефективно.

2.2 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Чи однакові одиниці виміру термічних опорів – питомого для плоскої стінки і лінійного для циліндричної стінки?
2. Чи вірно, що лінійний термічний опір тепловіддачі циліндричної стінки залежить лише від коефіцієнту тепловіддачі?
3. Чи залежить лінійна густина теплового потоку від поверхні циліндричної стінки?
4. Чи однакові густини теплового потоку, що передається, через внутрішню і зовнішню поверхні труби?
5. Чи завжди термічний опір теплопередачі між середовищами, що обмінюються теплотою через стінку (плоску, циліндричну або сферичну) більший за термічний опір цієї стінки?
6. Чи однакові коефіцієнти теплопередачі k_1 і k_2 для циліндричної стінки?
7. Чи може зростати тепловий потік через циліндричну стінку при збільшенні її товщини і при сталих температурах внутрішнього шару стінки і навколишнього середовища?
8. Чи може зменшуватись тепловий потік через циліндричну стінку при сталій температурі навколишнього середовища?

2.3 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Знайти припустиму силу струму для мідного дроту $d = 2$ мм, вкритого гумовою ізоляцією $\delta = 1$ мм, за умови, що температура ізоляції не повинна перевищувати 60 °С, а на зовнішній поверхні ізоляції 40 °С. Коефіцієнт теплопровідності гуми $\lambda_{із} = 0,15$ Вт/(м·К). Електричний опір мідного дроту $R_1 = 0,005$ Ом/м.

Дано: $d = 2 \text{ мм}$
 $\delta = 1 \text{ мм}$
 $t_{c1} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$
 $t_{c2} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$
 $\lambda_{i3} = 0,15 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$
 $R_l = 0,005 \text{ Ом/м}$

I – ?

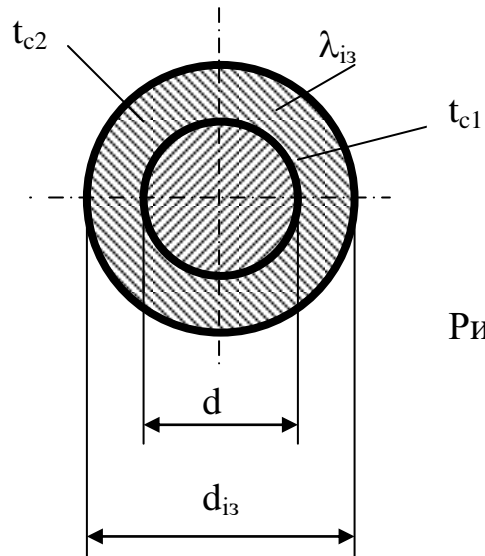


Рис. 8

Розв'язання. Задано граничні умови I роду. Лінійна густина теплового потоку через шар ізоляції, згідно рівнянню

$$q_l = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_{i3}}{d}}$$

З іншого боку

$$q_l = I^2 R_l$$

Звідси

$$I = \sqrt{\frac{q_l}{R_l}} = \sqrt{\frac{2\lambda\pi(t_{c1} - t_{c2})}{R_l \ln \frac{d_{i3}}{d}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,15 \cdot 3,14 \cdot (60 - 40)}{0,005 \cdot \ln \frac{4}{2}}} = 74 \text{ А.}$$

Задача 2. Сталевий трубопровід зовнішнім діаметром 108 мм і товщиною стінки 5 мм, теплопровідність якої 50 Вт/(м·К), має тришарову ізоляцію з шлаковати, склотканини з арматурною сіткою, пінобетона. Товщина і теплопровідність шарів ізоляції відповідно будуть:

$$\delta_1 = 25 \text{ мм}, \quad \lambda_1 = 0,0348 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)};$$

$$\delta_2 = 35 \text{ мм}, \quad \lambda_2 = 0,0523 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)};$$

$$\delta_3 = 4 \text{ мм}, \quad \lambda_3 = 0,163 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}.$$

Температура на внутрішній поверхні труби 218 °С, на зовнішній поверхні ізоляції – 60 °С.

Визначити втрату теплоти трубопроводом на одному метрі довжини і розподіл температур в стінці.

Дано: $d_1 = 98$ мм
 $d_2 = 108$ мм
 $d_3 = 158$ мм
 $d_4 = 228$ мм
 $d_5 = 236$ мм
 $\lambda_1 = 0,0348$ Вт/(м·К)
 $\lambda_2 = 0,0523$ Вт/(м·К)
 $\lambda_3 = 0,163$ Вт/(м·К)
 $t_{c1} = 218$ °С
 $t_{c5} = 60$ °С

$q_l, t_{c2}, t_{c3}, t_{c4} - ?$

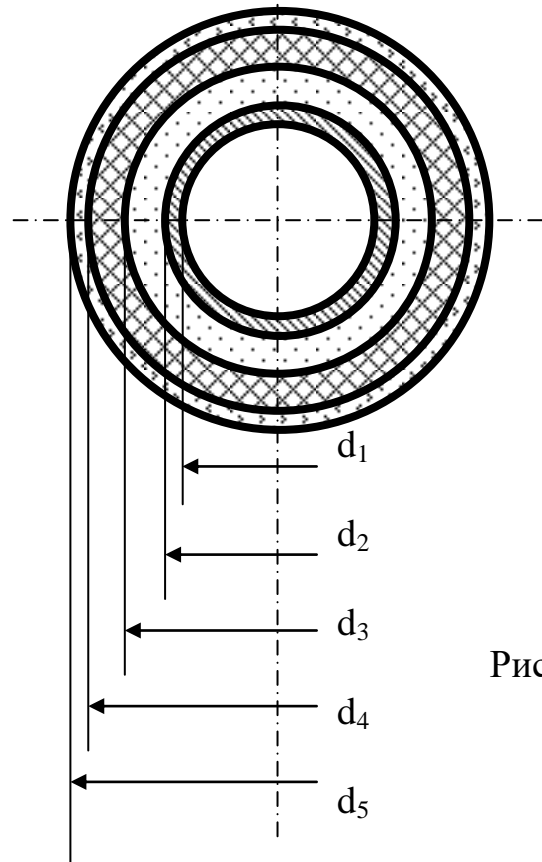


Рис. 9

Розв'язання. Для багатошарової стінки задані граничні умови I роду. Лінійна густина теплового потоку, Вт/м:

$$q_l = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c5})}{\sum_{i=1}^{i=4} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}$$

Визначаємо лінійні термічні опори шарів:

$$R_{l1} = \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2 \cdot 50} \ln \frac{108}{98} = 9,68 \cdot 10^{-4} (\text{м} \cdot \text{К}) / \text{Вт},$$

$$R_{l2} = \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} = \frac{1}{2 \cdot 0,0348} \ln \frac{158}{108} = 5,5 (\text{м} \cdot \text{К}) / \text{Вт},$$

$$R_{l3} = \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3} = \frac{1}{2 \cdot 0,523} \ln \frac{228}{158} = 3,52 (\text{м} \cdot \text{К}) / \text{Вт},$$

$$R_{l4} = \frac{1}{2\lambda_4} \ln \frac{d_5}{d_4} = \frac{1}{2 \cdot 0,163} \ln \frac{238}{228} = 1,2 \cdot 10^{-1} (\text{м} \cdot \text{К}) / \text{Вт},$$

$$q_l = \frac{3,14 \cdot (218 - 60)}{9,68 \cdot 10^{-4} + 5,5 + 3,52 + 1,2 \cdot 10^{-1}} = \frac{496,12}{9,141} = 54,3 \text{ Вт} / \text{м}.$$

Визначимо значення температур на межах шарів, що стикаються:

$$t_{c2} = t_{c1} - \frac{q}{\pi} R_{l1} = 218 - \frac{54,3}{3,14} \cdot 9,68 \cdot 10^{-4} = 218^\circ \text{C};$$

$$t_{c3} = t_{c2} - \frac{q}{\pi} R_{l2} = 218 - \frac{54,3}{3,14} \cdot 5,5 = 123^\circ \text{C};$$

$$t_{c4} = t_{c3} - \frac{q}{\pi} R_{l3} = 123 - \frac{54,3}{3,14} \cdot 3,52 = 62^\circ \text{C}.$$

Задача 3. Визначити зовнішню поверхню нагріву конвективного пароперегрівача, виконаного з труб жаростійкої сталі діаметром $d_1/d_2 = 32/40$ мм, теплопровідність сталі $\lambda = 39,5$ Вт/(м·К). Продуктивність пароперегрівача $G = 61,1$ кг/с пари. В пароперегрівач надходить суха насичена пара при тиску $p = 9,8$ МПа. Температура перегрітої пари на виході $t_{\text{нп}} = 500$ °С. Коефіцієнт тепловіддачі від газів до стінки $\alpha_2 = 81,5$ Вт/(м²·К), а від стінки до пари – $\alpha_1 = 1163$ Вт/(м²·К); середня температура газів $t_p = 900$ °С. Гідравлічним опором пароперегрівача знехтувати.

Дано: $d_1/d_2 = 32/40$ мм
 $\lambda = 39,5$ Вт/(м·К)
 $G = 61,1$ кг/с
 $p = 9,8$ МПа
 $t_{\text{нп}} = 500$ °С
 $\alpha_1 = 1163$ Вт/(м²·К)
 $\alpha_2 = 81,5$ Вт/(м²·К)
 $t_p = 900$ °С

$F_2 = ?$

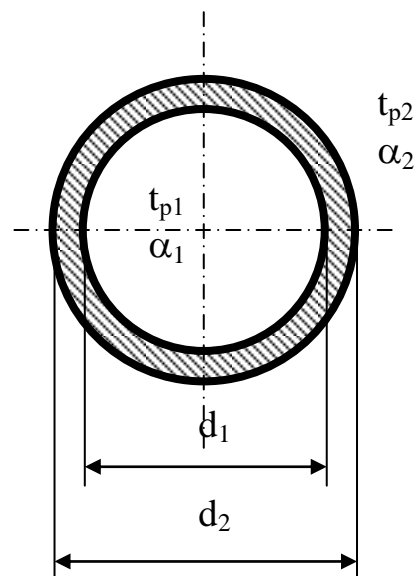


Рис. 10

Розв'язання. Задані граничні умови III роду. Густина теплового потоку на зовнішній поверхні пароперегрівача, що передається від газів до пари через стінку пароперегрівача, знаходиться за рівнянням

$$q_2 = k_2(t_{p1} - t_{p2}),$$

де

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_2}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{1163} \cdot \frac{40}{32} + \frac{40 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 39,5} \ln \frac{40}{32} + \frac{1}{81,5}} = 74,3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

$$t_{p1} = \bar{t}_{p1} = 900^\circ \text{C}, \quad t_{p2} = \frac{t_{нас} + t_{nn}}{2}, \quad t_{нас} = f(p) = 310^\circ \text{C},$$

$$t_{p2} = \frac{310 + 500}{2} = 405^\circ \text{C},$$

$$q_2 = 74,3 \cdot (900 - 405) = 36778,5 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Зовнішню поверхню пароперегрівача можна знайти за залежністю:

$$F = \frac{Q}{q_2},$$

де Q – тепловий потік теплопередачі від одного середовища до іншого через стінку.

$$Q = G(h_{nn} - h_{нас}),$$

$$h_{nn} = f(p, t_{nn}) = 3374,5 \text{ кДж}/\text{кг},$$

$$h_{нас} = f(p) = 2727,4 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

$$Q = 61,1 \cdot (3374,5 - 2727,4) = 39537,8 \text{ кВт} = 39537,8 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

$$F = \frac{39537,8 \cdot 10^3}{36778,5} = 1075 \text{ м}^2.$$

Задача 4. Необхідно ізолювати корпус теплообмінного апарата, який має зовнішній діаметр $d_3 = 300$ мм і температуру на поверхні $t_c = 280$ °С, яку можна вважати такою самою після накладання ізоляції. Температура на зовнішній поверхні ізоляції не повинна перевищувати 30 °С, а теплові втрати

з 1 м корпусу – 200 Вт/м. Коефіцієнт тепловіддачі від зовнішньої поверхні ізоляції в навколишнє повітря $\alpha = 8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Чи доцільно вибрати як теплову ізоляцію шлакову вату, теплопровідність якої залежить від температури за рівнянням $\lambda_{i3} = 0,06 + 0,000145 \cdot t \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$? Якщо доцільно, то якої товщини повинен бути шар цієї ізоляції для заданих умов?

Дано: $d_3 = 300 \text{ мм}$
 $t_c = 280 \text{ }^\circ\text{C}$
 $t_{i3} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$
 $q_l = 200 \text{ Вт}/\text{м}$
 $\alpha = 8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
 $\lambda_{i3} = 0,06 + 0,000145 \cdot t \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$

$\delta_{i3} - ?$

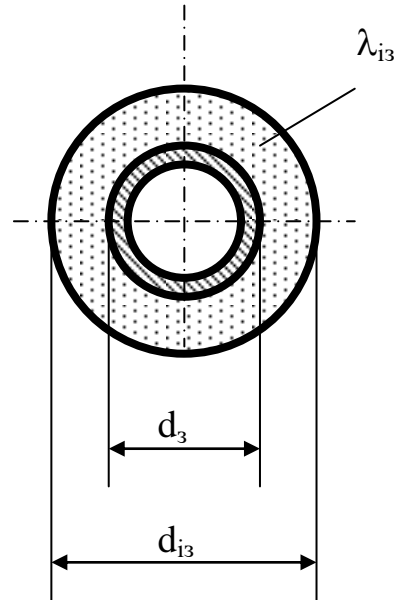


Рис. 11

Розв'язання. Умова доцільності використання ізоляції $(d_{i3})_{кр} \leq d_3$, де $\lambda_{i3} = f(t)$.

$$t = \frac{t_c + t_{i3}}{2} = \frac{280 + 30}{2} = 155 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$\lambda_{i3} = 0,06 + 0,000145 \cdot 155 = 0,0825 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}),$$

$$(d_{i3})_{кр} = \frac{2 \cdot 0,0825}{8} = 20,6 \text{ мм}.$$

Оскільки $(d_{i3})_{кр} \leq d_3$, то в даному випадку ізоляцію доцільно використовувати. З формули

$$q_l = \frac{\pi(t_c - t_{i3})}{\frac{1}{2\lambda_{i3}} \ln \frac{d_{i3}}{d_3}} \quad \text{визначаємо} \quad \ln \frac{d_{i3}}{d_3} :$$

$$\ln \frac{d_{i3}}{d_3} = \frac{2\pi\lambda_{i3}(t_c - t_{i3})}{q_l} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,0825 \cdot (280 - 30)}{200} = 0,649,$$

$$\text{звідки} \quad \frac{d_{i3}}{d_3} = 1,915, \quad \text{а} \quad d_{i3} = 574 \text{ мм}.$$

$$\delta_{i3} = \frac{d_{i3} - d_3}{2} = \frac{574 - 300}{2} = 137 \text{ мм.}$$

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Лабай В. Й. Тепломасообмін : Підручник для ВНЗ. – Львів: Тріада Плюс, 2004. – 260 с.
2. Чепурний М. М. Тепломасообмін в прикладах і задачах : навчальний посібник / М. М. Чепурний, Н. В. Резидент. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 128 с.
3. Практикум з тепломасообміну. Стаціонарна теплопровідність без внутрішніх джерел теплоти [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 144 «Теплоенергетика», освітнього ступеня «бакалавр». / Укладач: І.Е. Фуртат, Н.О. Притула; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,8 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 53 с.
4. Збірник задач з тепломасообміну : навчальний посібник /А.Ю. Дреус, К.Є. Лисенко, В.О. Сясев. – Д., 2016. – 124 с.
5. Омельченко О.В., Цвіркун Л.О. Тепломасообмін : навч. посіб. Кривий Ріг:ДонНУЕТ, 2021. 100 с.