

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут
Імені
Ігоря Сікорського”
Фізико-математичний факультет

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ З ФІЗИКИ

Київ – 2017

УДК 539.1
М75

Укладачі: Моїсеєнко Володимир Іванович
Пугач Ольга Віталіївна
Ужва Валерій Іванович
Гарєєва Фаїна Максимівна

Рецензент: М.Г.Лисенко

Молекулярна фізика. Методичні вказівки до
М75 лабораторних робіт з фізики. – К.: Видавець
„Пугач О.В.”, 2017. – 40 с.

Ці методичні вказівки є практичним посібником під час виконання лабораторних робіт в лабораторіях фізико-математичного факультету НТУУ “КПІ”. Розраховано на студентів технічних спеціальностей усіх форм навчання.

Видання перероблене, доповнене.

Затверджено
Методичною Радою
НТУУ “КПІ”.
Протокол №7
від 04.04.2002 р.

© Моїсеєнко В.І., Пугач О.В.,
Ужва В.І., Гарєєва Ф.М., 2009
© Пугач О.В., оформлення, 2009

Лабораторна робота № 1-5

Визначення коефіцієнта в'язкості рідини
методом Стокса

Мета роботи: вивчення руху матеріальної точки під дією сили, що пропорційна швидкості; визначення коефіцієнта в'язкості гліцерину.

Обладнання: скляний циліндр із рідиною, що досліджується (гліцерин), термометр, ареометр, мікрометр, секундомір, масштабна лінійка, дрібні кульки.

Теоретичні відомості

На рухоме тіло у в'язкій рідині діє сила опору, яка залежить від багатьох факторів: геометричної форми тіла, характеру обтікання, коефіцієнта в'язкості рідини тощо. Характер обтікання тіла рідиною визначається числом Рейнольдса (Re).

За великих значень Re обтікання стає турбулентним із характерним утворенням вихорів позаду тіла. У вихровій області тиск знижений, у результаті чого виникає різниця тисків між передньою та задньою поверхнями тіла, яка зумовлює силу опору. Таким чином, повна сила опору складається з опору тертя та опору тиску, а їхній відносний внесок визначається значенням Re . Обтікання буде ламінарним за виконання умови:

$$Re < Re_{кр}, \quad (5.1)$$

де $Re_{кр}$ – критичне значення числа Рейнольдса, яке залежно від тиску течії коливається від десятків до декількох тисяч. Під час обтікання кульки необмеженою в'язкою рідиною та виконанні нерівності

$$Re = \frac{\nu r \rho_1}{\eta} \ll 1, \quad (5.2)$$

сила опору F_C визначається формулою Стокса:

$$F_C = 6\pi r \eta \nu \text{ (шість "піруетів")}, \quad (5.3)$$

де η, ρ_1 – коефіцієнт в'язкості та густина рідини, ν – швидкість кульки, r – її радіус.

За виконання критерію (5.2) правомірним є застосування формули Стокса, при цьому обтікання кульки буде ламінарним,

тому що у цьому випадку, безперечно, виконується також умова (5.1). Практично це відповідає повільному обтіканню кульки в'язкою рідиною або її повільному рухові.

З'ясуємо характер руху кульки під час повільного падіння у необмеженій в'язкій рідині. У цьому випадку на неї діють три сили: сила тяжіння \mathbf{mg} , Архімедова сила \mathbf{F}_A та сила опору \mathbf{F}_C , як показано на рис.5.1.

Згідно з другим законом Ньютона:

$$\mathbf{m}\alpha = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_C + \mathbf{mg},$$

де α - прискорення кульки.

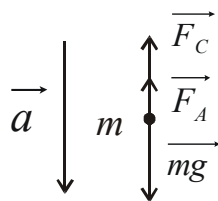
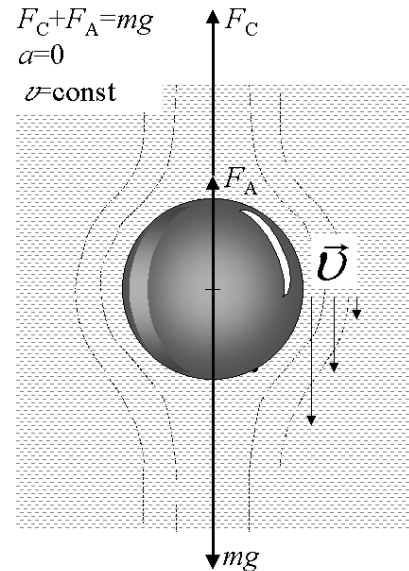


Рис. 5.1.



Проектуючи це рівняння на напрям прискорення, одержимо:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - F_A - F_C,$$

або

$$\rho V \frac{dv}{dt} + 6\pi r \eta v = Vg(\rho - \rho_1), \quad (5.4)$$

де ρ - густина матеріалу кульки, V - її об'єм.

Для того, щоб розв'язати рівняння (5.4), перепишемо його таким чином:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{6\pi r \eta}{\rho V} \left[v - \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r \eta} \right]. \quad (5.5)$$

Позначивши доданок, який стоїть у дужках, літерою B ,

$$B = \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r \eta}, \quad (5.6)$$

зауважимо, що B не залежить від часу і має розмірність швидкості. Це дає змогу подати рівняння (5.5) у вигляді диференціального рівняння з розділеними змінними

$$\frac{d(v - B)}{dt} = -\frac{6\pi r \eta}{\rho V} (v - B), \quad (5.7)$$

або

$$\frac{d(v - B)}{v - B} = -\frac{6\pi r\eta}{\rho V} dt. \quad (5.8)$$

Після інтегрування маємо

$$\ln(v - B) = -\frac{6\pi r\eta}{\rho V} t + \ln C, \quad (5.9)$$

де довільна стала записана у вигляді $\ln C$.

Остаточно маємо

$$v(t) = Ce^{-\frac{6\pi r\eta}{\rho V} t} + B. \quad (5.10)$$

Таким чином, залежність швидкості руху кульки від часу $v(t)$ визначається формулою:

$$v(t) = Ce^{-\frac{6\pi r\eta}{\rho V} t} + \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r\eta}. \quad (5.11)$$

Довільна стала C залежить від початкової швидкості, з якою кулька потрапляє у рідину, і визначається за умовою:

$$v(t = 0) = v_0 \quad (5.12)$$

(відлік часу ведеться від моменту перетину кулькою поверхні рідини). Використовуючи загальний розв'язок (5.11) та умову (5.12), отримаємо:

$$C = v_0 - \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r\eta}. \quad (5.13)$$

Підставляючи C в 5.11, остаточно отримаємо:

$$v(t) = \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r\eta} - \left[\frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r\eta} - v_0 \right] e^{-\frac{6\pi r\eta}{\rho V} t}. \quad (5.14)$$

Проаналізуємо розв'язок (5.14). При $t \rightarrow \infty$, $v \rightarrow v_{\text{уст}} = \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi r\eta}$ –

усталена швидкість руху. Умова $t \rightarrow \infty$ з фізичної точки зору означає, що $t \gg \tau$, де $\tau = \rho V / 6\pi r\eta$ – так званий час релаксації, тобто час, протягом якого рух кульки набуде усталеного характеру.

Використовуючи прийняті позначення, запишемо розв'язок (5.14) у більш зручному вигляді:

$$v(t) = v_{\text{уст}} - (v_{\text{уст}} - v_0) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.15)$$

Графік цієї функції, зображений на рис.5.2, дає уявлення про характер руху кульки.

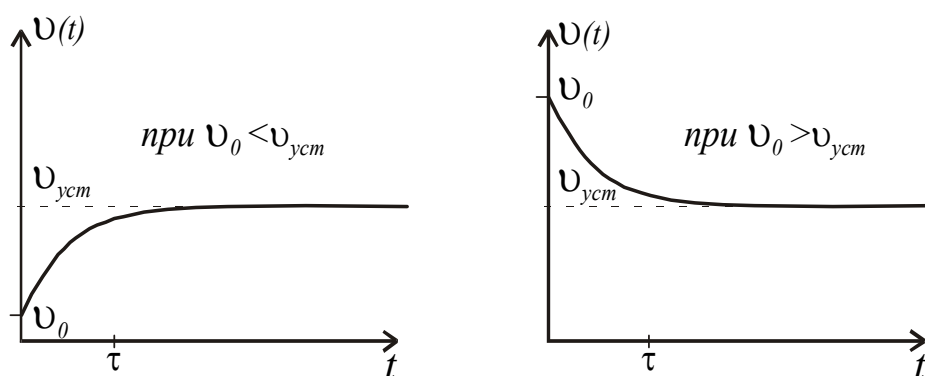


Рис.5.2.

Таким чином, незалежно від швидкості v_0 , з якою кулька перетинає поверхню рідини, через час $t \gg \tau$ з достатньою точністю можна вважати, що рух кульки є рівномірним і швидкість руху дорівнює $v_{уст}$.

Задача 1. Покажіть, що за $t = 3\tau$ відносне відхилення швидкості руху кульки від усталеної швидкості $\frac{v_{уст} - v(3\tau)}{v_{уст}}$ становить $\approx 5\%$. Вважатимемо, що кульку опускають на поверхню рідини з нульовою початковою швидкістю ($v_0=0$).

Вимірюючи усталену швидкість падіння кульки $v_{уст}$ та величини r , ρ , ρ_1 , можна визначити коефіцієнти в'язкості рідини за формулою

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot gr^2 \frac{\rho - \rho_1}{v_{уст}}. \quad (5.16)$$

Отже, ідея методу Стокса полягає у тому, що визначення в'язкості проводиться непрямим методом, а саме через вимірювання швидкості усталеного руху кульки у в'язкій рідині.

У роботі пропонується визначити коефіцієнт в'язкості гліцерину. Гліцерин відносять до рідин, коефіцієнт в'язкості яких за температур, близьких до кімнатної, значною мірою залежить від рівня нагрятості. Окрім того, у реальному експерименті завжди мають справу з водним розчином гліцерину, бо відкрита поверхня гліцерину поглинає водяну пару повітря, що позначається на його густині та в'язкості. Уявлення про ступінь залежності в'язкості від

температури та відсоткового складу гліцерину у розчині дають дані, наведені у таблиці 5.1.

Методика експерименту

Експериментальна установка досить проста. Це – скляна циліндрична посудина, заповнена гліцерином. Діаметр посудини

$d \approx 5$ см, довжина $L > 1$ м. На стінках посудини нанесено позначки, відстань між ними l вимірюється за допомогою масштабної лінійки. Верхню позначку слід брати на такій відстані від відкритої поверхні гліцерину, щоб на момент її проходження швидкість кульки встигла набрати усталеного значення. Час руху кульки між позначками t вимірюється секундоміром, що дозволяє визначити $v_{уст}$ за формулою:

$$v_{уст} = l/t. \quad (5.17)$$

Таблиця 5.1

Розчин гліцерину водний			
Вміст гліцерину, масові відсотки	В'язкість η , 10^{-3} Па·с		
	20 °С	25 °С	30 °С
100	1495,0	942,0	622,0
99	1194,0	772,0	509,0
98	971,0	627,0	423,0
97	802,0	521,0	353,0
96	659,0	434,0	295,0
95	543,0	365,0	248,0

Для з'ясування питання, кульки якого розміру належить використати для експерименту, необхідно розв'язати задачу 2.

Задача. 2. Використовуючи умови застосовності формули Стокса (5.2) покажіть, що вимірювання можна проводити з кульками, радіус r яких задовольня співвідношення:

$$r^3 \ll \frac{9}{2} \frac{\eta^2}{(\rho - \rho_1)\rho_1 g}. \quad (5.18)$$

Для розрахунків візьміть свинцевий дріб ($\rho = 11,3 \cdot 10^3$ кг/м³) радіусом $r = 1$ мм. Чи можна за допомогою таких кульок

вимірювати коефіцієнт в'язкості, наприклад, 95% розчину гліцерину за температури 20 °С? Покладіть $\rho_1 = 1,1 \cdot 10^4$ кг/м³.

На початку вимірювань необхідно також визначити, на якій відстані від відкритої поверхні гліцерину повинна бути нанесена верхня позначка, щоб на момент її проходження швидкість кульки була рівною $v_{уст}$ (задайте точність біля 5%). Для цього необхідно визначити шлях S , який пройде кулька за час $t = 3\tau$, якби її рух від поверхні мав нульову початкову швидкість. Якщо проінтегрувати вираз (5.15) у межах від 0 до 3τ , то отримаємо:

$$S(3\tau) = \int_0^{3\tau} v(t) dt = v_{уст} \cdot \tau \left(\frac{t}{\tau} - 1 + e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \Big|_0^{3\tau} \approx \\ \approx 2v_{уст} \cdot \tau \approx \frac{8}{81} gr^4 \frac{\rho(\rho - \rho_1)}{\eta^2}. \quad (5.19)$$

Розрахуйте цю відстань для прикладу, наведеного в задачі 2.

Звичайно, напрошується запитання – як слід проводити експеримент з визначення коефіцієнта в'язкості невідомої рідини, якщо ми не маємо жодних уявлень про те, від чого цей коефіцієнт може бути залежним? Часто у таких випадках студенти проводять серію вимірювань $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ для кульок довільних розмірів та визначають середній коефіцієнт в'язкості $\langle \eta \rangle$, зовсім не замислюючись щодо правомірності такої дії.

Яке було б ваше ставлення до отриманого у такий спосіб експериментального значення $\langle \eta \rangle$, якби виявилось, що а) критерій застосовності формули Стокса не виконується? б) значення $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ містять систематичну залежність (закономірність), наприклад, від радіуса кульки r ? Імовірно, скептичне. Ситуація може здатися надуманою. Однак не так усе однозначно. Під час формального, точніше кажучи, необдуманого підходу до експерименту результат може виявитись незадовільним, хоча самі виміри і розрахунки можуть бути проведені бездоганно.

Для того, щоб уникнути прикрих помилок, необхідно провести серію вимірювань, використовуючи кульки різних розмірів, а також змінюючи точку початку відліку часу (збільшити відстань верхньої позначки від відкритої поверхні гліцерину).

Критерієм надійності експерименту буде відсутність систематичної залежності η від r ; ця залежність може мати тільки випадковий характер, пов'язаний із випадковими похибками. Тільки у цьому разі можна усереднювати результати вимірювань та робити висновки щодо справедливості теоретичних положень.

Порядок виконання роботи

1. Відберіть кілька різних кульок (до десяти) і за допомогою мікрометра виміряйте їхні середні діаметри. Густина матеріалу кульок ρ і гліцерину ρ_1 вказано на робочому столі.
2. Якщо густину ρ_1 не вказано, виміряйте її за допомогою ареометра, заздалегідь перемішавши гліцерин мішалкою. Визначте також температуру гліцерину.
3. Використайте дані таблиці 5.1 та проаналізуйте застосовність формули Стокса. З'ясуйте, на якій відстані від відкритої поверхні гліцерину повинна бути верхня позначка (5.19). Для розрахунків використовуйте “найгірші” значення r і η , тобто максимальний радіус відібраних кульок і в'язкість 95 %-го розчину гліцерину за кімнатної температури. Якщо ця відстань виявиться надто малою, врахуйте практичні міркування.
4. Узявши кульку пінцетом, обережно опустіть її на середину відкритої поверхні гліцерину і, спостерігаючи за її рухом, виміряйте за допомогою секундоміра час проходження кульки між двома позначками. При цьому бажано, щоб око було на рівні відповідної позначки. Відстань між позначками вимірюється масштабною лінійкою. Усі результати вимірювань потрібно заносити до таблиці 5.2.
5. Визначте усталені швидкості падіння кульки і вирахуйте за формулою (5.16) коефіцієнти в'язкості гліцерину. Переконайтесь, що отримані значення η не становлять систематичної залежності від радіуса кульки. Побудуйте для цього графік $\eta(r)$.
6. Визначте середнє значення коефіцієнта в'язкості гліцерину $\langle \eta \rangle$. Розглядаючи $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ як результати прямих вимірів,

вирахуйте вибірковий стандарт середнього $S_{\langle\eta\rangle}$, скориставшись таблицею 5.2.

7. Виведіть формулу для розрахунку систематичної похибки $\sigma_{\langle\eta\rangle}$:

$$\left(\frac{\sigma_{\eta}}{\eta}\right)^2 = 4\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \frac{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\rho_1}^2}{(\rho - \rho_1)^2} + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2. \quad (5.20)$$

Вирахуйте похибку $\sigma_{\langle\eta\rangle}$, скориставшись таблицею 5.3.

8. Оцініть похибку визначення $\langle\eta\rangle$, врахувавши величини $\sigma_{\langle\eta\rangle}$ і $S_{\langle\eta\rangle}$. Занотуйте кінцевий результат, вказавши густину та температуру гліцерину.
9. Використовуючи таблицю 5.1, визначте відсотковий вміст води у досліджуваному гліцерині.

Таблиці. Розрахунки. Графіки

Густина матеріалу кульок	$\rho = 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Густина гліцерину	$\rho_1 = \dots\dots\dots$
Відстань між позначками	$l = \dots\dots\dots$
Температура гліцерину	$t = \dots\dots\dots$

Таблиця 5.2

n	d (мм)	t (с)	$v_{\text{уст}}$ (м/с)	η (Па·с)	$\eta_i - \langle\eta\rangle$ (Па·с)	$(\eta_i - \langle\eta\rangle)^2$ (Па·с) ²
1						
...						
10						

До таблиці 5.3 заносяться систематичні похибки параметрів, що входять у розрахункову формулу (5.20).

Таблиця 5.3

$\sigma_{\rho_1} =$	(кг/м ³)	$\sigma_r =$	(мм)
$\sigma_t =$	(с)	$\sigma_g =$	(м/с ²)
$\sigma_l =$	(м)	$\sigma_{\rho} =$	(кг/м ³)

Формули для розрахунків:

$$1) \sum_{i=1}^n \eta_i = \dots\dots\dots (\text{Па}\cdot\text{с}).$$

$$2) \langle \eta \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{20} \eta_i}{n} = \dots\dots\dots (\text{Па}\cdot\text{с}).$$

$$3) \sum_{i=1}^n (\eta_i - \langle \eta \rangle)^2 = \dots\dots\dots (\text{Па}\cdot\text{с}).$$

$$4) S_{\langle \eta \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\eta_i - \langle \eta \rangle)^2}{n(n-1)}} = \dots\dots\dots (\text{Па}\cdot\text{с}).$$

$$5) \frac{\sigma_{\langle \eta \rangle}}{\eta} \cdot 100\% = \dots\dots\dots$$

$$6) \sigma_{\langle \eta \rangle} = \dots\dots\dots (\text{Па}\cdot\text{с}).$$

Контрольні запитання

1. Коефіцієнти в'язкості. Формула Ньютона для сили внутрішнього тертя.
2. Ламінарний і турбулентний рух. Число Рейнольдса.
3. Формула Стокса. Умова її застосовності.
4. Виведіть диференціальне рівняння руху кульки у безмежній в'язкій рідині. Отримайте його розв'язок $v(t)$ і проаналізуйте результат.
5. Ідея вимірювання коефіцієнта в'язкості рідини методом Стокса.
6. Які кульки потрібно використовувати для вимірювань?
7. На якій відстані від відкритої поверхні гліцерину слід наносити верхню позначку?
8. Що є критерієм надійності даного експерименту?
9. Як обчислюються похибки у даній роботі?
10. Дайте відповіді на запитання, запропоновані в основному тексті.

Лабораторна робота № 1–6

Визначення відношення теплоємності газу при сталому тиску до його теплоємності при сталому об'ємі

Мета роботи: вивчити можливість визначення відношення теплоємностей газу при сталому тиску та сталому об'ємі на підставі використання першого закону термодинаміки.

Обладнання: балон із двома трубками і кранами; рідинний манометр, гумова груша або насос.

Теоретичні відомості

Теплоємністю тіла C називається відношення нескінченно малої зміни кількості теплоти δQ , отриманої тілом, до відповідного приросту dT його температури:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (6.1)$$

Теплоємність, що віднесена до одиниці маси, називається питомою; позначається літерою c (маленька літера). Більш зручною є молярна теплоємність – теплоємність, що віднесена до одного моля речовини; позначається літерою C (велика літера). Наведені теплоємності пов'язані співвідношенням

$$C = c\mu, \quad (6.2)$$

де μ – молярна маса.

Теплоємність газу залежить від умов, за яких тілу передається тепло. Використаємо для обчислення теплоємності перший закон термодинаміки:

$$\delta Q = dU + \delta A = dU + PdV, \quad (6.3)$$

де dU – зміна внутрішньої енергії тіла (газу), δA – виконана газом елементарна робота, P – тиск газу, V – його об'єм.

Підставивши (6.3) у (6.1), отримаємо:

$$C = \frac{dU}{dT} + P \frac{dV}{dT}, \quad (6.4)$$

або з урахуванням того, що для моля ідеального газу

$$U = \frac{i}{2} RT, \quad (6.5)$$

отримаємо:

$$C = \frac{i}{2}R + P \frac{dV}{dT} \quad (6.6)$$

Тут $R=8,314$ Дж/(моль·К) – універсальна газова стала, а i – число ступенів свободи молекули газу. Для одноатомного ідеального газу $i = 3$, для двоатомного $i = 5$ і для триатомного $i = 6$. При цьому для дво- та триатомного газу передбачається наявність жорсткого зв'язку між атомами у молекулі (молекули – жорсткі ротатори).

З рівняння (6.6), з урахуванням рівняння Клапейрона – Менделєєва, можна отримати вираз для теплоємності ідеального газу при сталому об'ємі та теплоємності при сталому тиску:

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_P = \frac{i+2}{2}R. \quad (6.7)$$

Відношення теплоємності при сталому тиску до теплоємності при сталому об'ємі відіграє у термодинаміці суттєву роль. Зокрема, воно входить у рівняння Пуассона, яке описує адіабатичне (без теплообміну із зовнішнім середовищем) розширення газу

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad (6.8)$$

де $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. Для ідеального газу γ легко визначити з (6.7):

$$\gamma = \frac{i+2}{i}. \quad (6.9)$$

Однак не завжди є відомим хімічний склад газу, отже невідоме число i . Тому є потреба мати можливість визначати величину $\frac{C_P}{C_V}$ експериментально для будь якого газу, близького за властивостями до ідеального. Один з найпростіших методів визначення цього співвідношення – метод Клемана та Дезорма. У ньому використано адіабатичне стиснення та розширення газу.

Газ, вміщений у посудину, послідовно проходить три стани. Кожен із цих станів характеризується відповідно тиском P , об'ємом V та температурою T . Перший стан має параметри P_1, V_1, T_1 , другий – P_2, V_2, T_2 , третій – P_3, V_3, T_3 .

Перший стан характеризує газ, що знаходиться у закритій скляній посудині при кімнатній температурі T_1 і тискові P_1 , який дещо перевищує атмосферний тиск.

Якщо сполучити посудину на короткий час з атмосферою, то відбудеться адіабатичне розширення газу, його тиск зрівняється з атмосферним P_2 , а температура T_2 знизиться внаслідок швидкого розширення газу. Цей перехід описується рівнянням Пуассона (6.8), яке за допомогою рівняння Клапейрона приводиться до вигляду:

$$\left[\frac{P_1}{P_2}\right]^{\gamma-1} = \left[\frac{T_1}{T_2}\right]^{\gamma}. \quad (6.10)$$

Внаслідок теплообміну з навколишнім середовищем газ у закритій посудині перейде з другого стану у третій. При цьому температура газу зрівняється із кімнатною $T_3=T_1$, об'єм не зменшиться, а тиск зросте до P_3 . Цей перехід описується законом Шарля:

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (6.11)$$

Розв'язавши систему рівнянь (6.10) і (6.11), отримаємо:

$$\gamma = \frac{\ln P_1 - \ln P_2}{\ln P_1 - \ln P_3}. \quad (6.12)$$

У формулі (6.12) згідно з умовами експерименту P_2 – атмосферний тиск, а тиски P_1 і P_3 перевищують P_2 відповідно на значення тиску стовпчиків рідини висотою h_1 і h_2 у манометрі, тобто $P_1 = P_2 + \rho g h_1$ і $P_3 = P_2 + \rho g h_2$, де ρ – густина рідини.

Через те, що $\rho g h_1$ і $\rho g h_2$ порівняно з P_2 малі величини, логарифми тисків можуть бути виражені так:

$$\ln(P_2 + \rho g h_1) = \ln P_2 \left(1 + \frac{\rho g h_1}{P_2}\right) \approx \ln P_2 + \frac{\rho g h_1}{P_2}, \quad (6.13)$$

$$\ln(P_2 + \rho g h_2) = \ln P_2 \left(1 + \frac{\rho g h_2}{P_2}\right) \approx \ln P_2 + \frac{\rho g h_2}{P_2}. \quad (6.14)$$

Після підстановки (6.13) і (6.14) у (6.12) отримаємо:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (6.15)$$

Опис установки

Прилад, що використовується у цій роботі, являє собою скляний балон (рис.6.1), наповнений повітрям і щільно закоркований. Балон має бути настільки великим, щоб можна було знехтувати змінами об'єму газу у колінах манометра. Крізь корок проходять дві трубки: одна з них з'єднана з рідинним манометром (рідиною у манометрі є вода), друга – з комбінованим краном K . В одному з положень K об'єм балона з'єднується з навколишнім середовищем, а в другому – з гумовою грушею або насосом. Отвори крана та трубки, з'єднаної з краном K , повинні забезпечити вихід повітря за досить короткий час, бо у протилежному випадку процес не може вважатись адіабатичним.

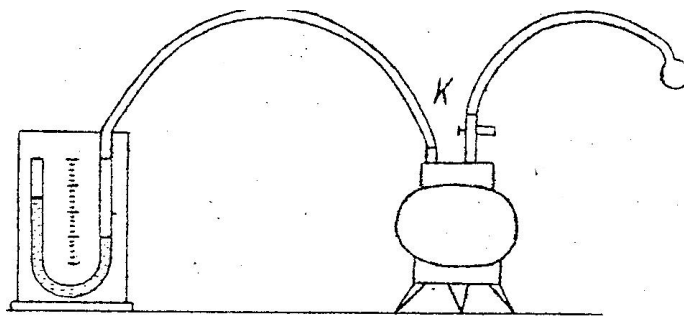


Рис. 6.1.

Послідовність виконання роботи

Знайомлячись із приладом, необхідно розібратися з призначенням крана K . Спочатку кран фіксують у положенні, за якого об'єм балона буде ізольованим від атмосфери та під'єднаним до насоса.

1. Накачують за допомогою насоса повітря настільки, щоб різниця рівнів рідини у манометрі h досягла 7 – 8 см. Унаслідок роботи стиснення, виконаної зовнішньою силою, температура повітря в балоні дещо підвищиться. Стиснене та нагріте повітря у балоні почне поступово охолоджуватись до кімнатної температури, що спричинить зміну рівнів рідини у колінах. Через 3 – 5 хвилин, коли рух стовпчиків рідини у манометрі припиниться, слід записати різницю рівнів рідини, позначивши її h_1 .

2. Швидко з'єднуючи краном об'єм балона з атмосферою, знову перекривають вихід в атмосферу в той момент, коли рівні рідини в манометрі вирівнюються. Якщо все це зробити досить швидко, то теплообмін між повітрям у балоні та повітрям, що оточує балон, не встигає відбутися. Такий процес розширення повітря буде близькими до адіабатичного. Розширюючись з балону, повітря за рахунок своєї внутрішньої енергії виконує роботу проти сил зовнішнього тиску, завдяки чому охолоджується. Через деякий час повітря у балоні нагрівається до кімнатної температури за рахунок теплообміну з зовнішнім середовищем, тому його тиск підвищується. Стопчик рідини у коліні манометра, що під'єднане до балона, почне при цьому знижуватись.

3. Після того, як зміна рівнів у колінах манометра стабілізується, записують різницю рівнів рідини і позначають її h_2 .

Дослід (пп.1–3) повторюють 8 разів. Результати вимірювань заносять до таблиці 6.1.

4. За формулою (6.15) вираховують γ для кожного з дослідів та його середнє значення.

5. Обчислюють середньоквадратичну похибку $S_{<\gamma>}$ та відносну похибку ε . Результати заносять до таблиці 6.1.

Таблиця 6.1.

n	Різниця рівнів рідини в манометрі		$C_p / C_v = \gamma$	$(\gamma_i - \langle \gamma \rangle)^2$
	h_1 , см	h_2 , см		
1				
...				
8				
$t_{\alpha, n} =$	$\sum_{i=1}^8 \gamma_i =$		$\sum_{i=1}^8 (\gamma_i - \langle \gamma \rangle)^2 =$	
$\varepsilon = \frac{S_{<\gamma>}}{\langle \gamma \rangle} \cdot 100\% =$	$\langle \gamma \rangle = \frac{\sum_{i=1}^8 \gamma_i}{8} =$		$S_{<\gamma>} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 (\gamma_i - \langle \gamma \rangle)^2}{8 \cdot 7}} =$	

6. Кінцевий результат записують у вигляді $\gamma = \langle \gamma \rangle + t_{\alpha, n} S_{<\gamma>}$. Для коефіцієнта довіри α взяти значення 0,8. Значення коефіцієнта Стюдента $t_{\alpha, n}$ взяти з таблиці “Додатка” до роботи 1.1.

Кінцевий результат: $\gamma = \dots\dots\dots$

Контрольні запитання

1. Як пов'язані між собою питома та молярна теплоємності?
2. На скільки більша молярна теплоємність при сталому тискові від молярної теплоємності при сталому об'ємі?
3. Поясніть суть першого закону термодинаміки.
4. Дайте визначення рівноважних ізопроцесів та адіабатичного процесу і зобразіть їх на термодинамічних діаграмах.
5. Зі співвідношення (6.8) отримайте співвідношення (6.10).
6. Як вплине на результат досліду запізнення при перекритті крану K ?
7. Яким чином впливає на результат досліду наявність водяної пари у повітрі, яким наповнено балон?

Лабораторна робота № 1-7

Вивчення ламінарної течії газу крізь тонкі трубки

Мета роботи: експериментальна перевірка формули Пуазейля; визначення коефіцієнта в'язкості повітря.

Обладнання: капіляр, газометр, осушувач, манометр, секундомір.

Теоретичні відомості

Розглянемо стаціонарну течію в'язкої нестисливої рідини (газу) вздовж прямолінійної циліндричної труби радіуса R ¹. При малих швидкостях потоку спостерігається ламінарна шарувата течія: рідина начебто розділяється на шари, які ковзають один відносно одного, не перемішуючись. У цьому випадку шари являють собою сукупність нескінченно тонких циліндричних

¹ Задля наочності при виведенні формули Пуазейля розглядається рідина, хоча все викладене стосується також і течії газу.

поверхонь, вкладених одна в одну зі спільною віссю, яка співпадає з віссю труби. З умови нестисливості виходить, що швидкість рідини у кожному шарі стала. Отже, швидкість течії рідини v може залежати лише від відстані r від осі труби.

Виділимо уявний циліндричний об'єм рідини радіусом r і довжиною L , як показано на рис. 7.1. Позначимо тиск на його торцях через P_1 і P_2 . Під час стаціонарної течії сила тиску на циліндр $F = (P_1 - P_2)\pi r^2$ урівноважується силою внутрішнього тертя $F_{\text{тр}}$, що діє на бічну поверхню циліндра з боку зовнішніх шарів рідини. Таким чином, умова стаціонарності течії виділеного об'єму рідини:

$$F - F_{\text{тр}} = 0. \quad (7.1)$$

Сила внутрішнього тертя визначається за формулою Ньютона:

$$F_{\text{тр}} = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| S, \quad (7.2)$$

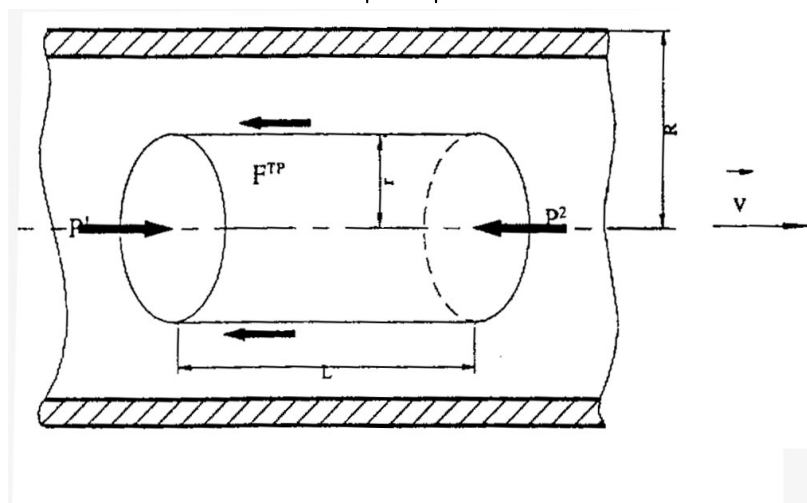


Рис.7.1

де η – коефіцієнт в'язкості рідини (газу); $\frac{dv}{dr}$ – градієнт модуля швидкості, що визначає зміну швидкості у напрямку радіуса труби r ; S – площа поверхні шарів рідини, що контактують. Швидкість $v(r)$ спадає при віддаленні від осі труби, тобто $\frac{dv}{dr} < 0$, тому величина проекції сили на напрямок швидкості дорівнює:

$$F_{\text{тр}} = -2\pi r\eta L \left| \frac{dv}{dr} \right|.$$

У цьому випадку (див. рис. 7.1) умова стаціонарності набирає такого вигляду:

$$\pi r^2 (P_1 - P_2) + 2\pi r \eta L (dv/dr) = 0. \quad (7.3)$$

Якщо (7.3) переписати як інтегральне рівняння і розв'язати його відносно швидкості, то отримаємо:

$$v(r) = \frac{(P_1 - P_2)r^2}{4L\eta} + C,$$

де C – стала інтегрування, визначається граничними умовами задачі. Зауважимо, що швидкість повинна дорівнювати нулю при $r = R$, оскільки рідина "пристає" до стінок труби. Це дає можливість визначити C . У підсумку отримаємо:

$$v(r) = \frac{(P_1 - P_2)}{4L\eta} (R^2 - r^2). \quad (7.4)$$

Таким чином, швидкість рідини квадратично змінюється з радіусом і максимальна на осі труби, де вона дорівнює:

$$v(r=0) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L} R^2.$$

Визначимо витрату рідини Q , тобто об'єм, який щосекунди протікає крізь поперечний переріз труби. Кільцеву площадку внутрішнього радіуса r та зовнішнього $r + dr$ щосекунди перетинає потік рідини об'ємом $dQ = 2\pi r dr v(r)$. Тоді витрата рідини може бути підрахована так:

$$Q = \int_0^R 2\pi r v(r) \cdot dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{2\eta L} \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r dr,$$

або

$$Q = \frac{\pi (P_1 - P_2)}{8\eta L} R^4. \quad (7.5)$$

Вираз (7.5) носить назву формули Пуазейля. З її допомогою можна експериментально визначити в'язкість рідини (газу).

Формула Пуазейля отримана шляхом припущення ламінарної течії нестисливої рідини (газу). Однак зі збільшенням швидкості потоку рух стає турбулентним і шари перемішуються. За умови турбулентного руху швидкість у кожній точці швидко змінює значення і напрям, зберігається лише середнє значення швидкості.

Характер руху рідини або газу у трубі визначається безрозмірним числом Рейнольдса:

$$Re = \langle v \rangle \frac{R\rho}{\eta}, \quad (7.6)$$

де $\langle v \rangle$ середня швидкість потоку, ρ – густина рідини або газу. У гладких трубах круглого перерізу перехід від ламінарної течії до турбулентної відбувається за $Re \approx 1000$. Тому для використання формули Пуазейля необхідно перш за все з достатнім запасом забезпечити виконання нерівності $Re < 1000$. Окрім того, необхідно поставити експеримент таким чином, щоб стисливістю газу можна було знехтувати. Для рідини це припущення виконується практично завжди, а для газу лише у тих випадках, коли перепад тиску вздовж труби значно менший, ніж сам тиск. У даному випадку тиск газу дорівнює атмосферному (10^3 см.вод.ст.), а перепад тиску становить ~ 10 см вод. ст., тобто $\sim 1\%$ від атмосферного.

Формула (7.5) справедлива для ділянок труби, на яких установилась стаціонарна течія з характерним законом розподілення швидкостей (7.4) по її перерізу. Ламінарний рух газу під час переходу його з широкої посудини до труби встановлюється не одразу, а після того, як він пройде відстань:

$$a \approx 0,2R \times Re. \quad (7.7)$$

Формула Пуазейля дає надійні результати лише тоді, коли довжина труби $L \gg a$. Для виконання цієї умови у лабораторії маємо застосовувати дуже тонкі трубки – капіляри.

Для експериментальної перевірки формули Пуазейля необхідно досліджувати залежність витрати Q від $\Delta P = P_1 - P_2$. Звичайно для вимірювання різниці тисків використовують рідинний водяний U -подібний манометр. У цьому випадку $\Delta P = \rho_0 g \Delta h$, де ρ_0 – густина рідини в манометрі; Δh – різниця її рівнів у колінах манометра.

З формули Пуазейля

$$Q = \left(\pi \rho_0 g \frac{R^4}{8\eta L} \right) \Delta h \quad (7.8)$$

видно, що за ламінарної течії залежність $Q(\Delta h)$ має лінійний характер. Під час виникнення турбулентності лінійність

порушується: різниця тисків, що пропорційна Δh , зростає швидше, ніж витрати (рис.7.2). Кутовий коефіцієнт

$$k = \pi \rho_0 g \frac{R^4}{8\eta L} \quad (7.9)$$

прямолинійної ділянки графіка дає змогу визначити в'язкість газу η , а точка перегину – критичне значення числа Re , яке відповідає переходу до турбулентної течії. Якщо на ділянці ламінарності потоку експериментальні значення $(Q, \Delta h)$ з урахуванням похибки експерименту вкладаються на пряму, то це підтверджує справедливість формули Пуазейля.

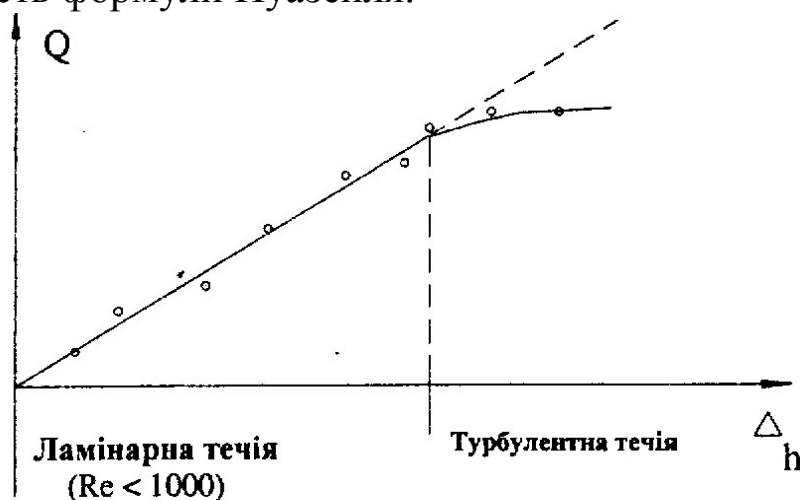


Рис 7.2

Опис експериментальної установки

Газомір, що застосовується у цій роботі, – це скляна посудина (рис.7.3), частково заповнена водою і щільно закоркована. Вода з газометра може стікати у мірну склянку 2 після відкриття крану К. Повітря, що міститься у газометрі, сполучається з атмосферою капілярною трубкою 3. Перепад тиску ΔP на кінцях капілярної трубки вимірюється манометром 4, що заповнений водою.

Порядок виконання роботи

1. Підготуйте установку до проведення вимірювань. Повільно відкриваючи кран K , уважно стежте за показниками манометра. Відрегулюйте краном K стік води з газометра так, щоб $\Delta h \approx 1$ см. Виміряйте витрати повітря Q . Для цього виміряйте за допомогою секундоміра час t витікання $V = 250$ мл води. Витрату повітря розрахуйте за формулою $Q = V/t$. Виміри об'єму V варто проводити не одразу, а через деякий час після початку витікання води, коли усталиться різниця рівнів рідини у колінах манометра.

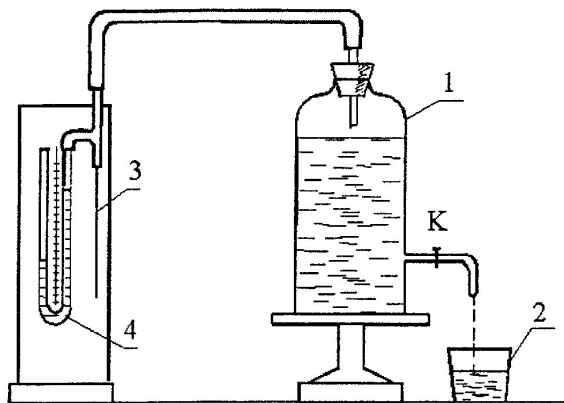


Рис. 7.3

2. Проведіть такі ж вимірювання, поступово збільшуючи різницю тисків, наприклад, з кроком 0,5 см вод. ст., тобто зніміть експериментальну залежність $Q(\Delta h)$, яка повинна містити не менш, ніж 10–15 експериментальних точок. Результати вимірювань занесіть до табл. 7.1

3. Запишіть параметри установки R , L , ρ_0 , які вказано на робочому місці, а також температуру повітря у приміщенні. Густина повітря $\rho = 1,293$ кг/м³.

Обробка експериментальних даних

1. На аркуші міліметрового паперу побудуйте графік залежності $Q(\Delta h)$.

2. За кутовим коефіцієнтом $k_{\text{тр}}$ прямолінійної ділянки графіка визначить в'язкість повітря η (формула 7.9).

3. За формулою (7.6) вирахуйте значення числа Re для перехідної області між ламінарною та турбулентною течією. Середня швидкість потоку визначається формулою: $\langle v \rangle = Q/S_k$, де S_k – площа поперечного перерізу капіляра. Порівняйте ваш результат з критичним значенням Re , наведеним вище.

4. Проведіть кореляційний аналіз експериментальних даних $Q(\Delta h)$, що відповідають ділянці ламінарної течії (див. Додаток "Кореляційний аналіз"). Зробіть висновок відносно справедливості формули Пуазейля за результатами лабораторної роботи. Порівняйте значення кутового коефіцієнта $k_{гр}$, отриманого графічно, з результатом його обчислення за методом найменших квадратів (МНК) $k_{кор}$. Визначте η , використовуючи $k_{кор}$.

Параметри:

Радіус капіляра $R = \dots\dots\dots$ Довжина капіляра $L = \dots\dots\dots$

Густина води $\rho_0 = \dots\dots\dots$ Температура повітря $t \text{ } ^\circ\text{C} = \dots\dots\dots$

Визначення кутових коефіцієнтів $k_{гр}$ та $k_{кор}$

а) За графіком $k_{гр} = \Delta Q / [\Delta(\Delta h)] = \dots\dots\dots$		б) За МНК $k_{кор} = \dots\dots\dots$
--	--	--

Визначення коефіцієнта в'язкості

а) Через кутовий коефіцієнт $k_{гр}$:
 позначимо $\pi \rho_0 g R^4 / 8L = \text{const}$;
 Обчислимо константу: $\text{const} = \dots\dots\dots$;
 Обчислимо коефіцієнт η : $\eta = \text{const} / k_{гр} = \dots\dots\dots$;

б) Через кореляційний коефіцієнт $k_{кор}$: $\eta = \text{const} / k_{кор} = \dots\dots\dots$;

Визначення числа Рейнольдса

$$Re = \langle v \rangle R\rho/\eta = (Q/S_k) \times (R\rho/\eta) = \dots\dots\dots$$

Таблиця 7.1

<i>n</i>	Час <i>t</i> , с	<i>Q</i> , мл/с	<i>Q</i> , м ³ /с	Δh , м
1				
...				
15				

Контрольні запитання

1. Коефіцієнт в'язкості. Поясніть формулу Ньютона для сили внутрішнього тертя.
2. Виведіть формулу Пуазейля.
3. Ламінарна та турбулентна течія. Число Рейнольдса.
4. Проаналізуйте умови справедливості формули Пуазейля.
5. Яким шляхом можна забезпечити експериментальну перевірку формули Пуазейля?
6. Як у даній роботі визначається коефіцієнт в'язкості повітря та критичне значення числа Рейнольдса?
7. Експериментальна установка (призначення елементів установки, методика вимірювання).

Лабораторна робота № 1-9

Вивчення розподілу Больцмана

Мета роботи: експериментальна перевірка розподілу Больцмана для дрібних частинок, завислих у рідині.

Обладнання: вузька циліндрична посудина з прозорою рідиною, у якій завислі дрібні частинки; джерело світла; фотоприймач; вимірник фотоструму; масштабна лінійка.

Теоретичні відомості

У стані теплової рівноваги розподіл однакових частинок за енергією *E* і температурою системи *T* (*T* - абсолютна температура, вимірюється у кельвінах). Для запису цього

розподілу, що називається розподілом Максвелла-Больцмана, введемо декартову систему координат x, y, z , що служить для визначення положення частинки, а швидкість частинки будемо характеризувати складовими v_x, v_y, v_z за осями x, y, z .

У такому разі розподіл запишеться у вигляді:

$$dn_{x,y,z,v_x,v_y,v_z} = A e^{-\frac{E}{kT}} dx dy dz dv_x dv_y dv_z \quad (9.1)$$

де dn_{x,y,z,v_x,v_y,v_z} – кількість частинок, координати яких лежать у межах від x, y, z до $x+dx, y+dy, z+dz$, а складові швидкості у межах від v_x, v_y, v_z до $v_x+dv_x, v_y+dv_y, v_z+dv_z$. A – нормуючий множник, від якого ми уточнювати не будемо, k – константа, що має назву сталої Больцмана, у системі СІ $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, E – енергія частинки, що залежить від її координати і швидкості.

Якщо нас цікавить розподіл $dn_{x,y,z}$ частинок тільки за координатами, а їх швидкість може бути якою завгодно, то необхідно проінтегрувати розподіл (9.1) за швидкостями. Припускаючи, що зовнішні сили, які діють на частинки, є консервативними, запишемо енергію E у вигляді суми кінетичної та потенціальної енергій:

$$E = E_k(v_x, v_y, v_z) + E_n(x, y, z)$$

і підставимо цей вираз у формулу (9.1), розділивши у ній члени, що залежать від координат і окремо – залежні від складових швидкостей:

$$dn_{x,y,z,v_x,v_y,v_z} = A e^{-\frac{E_n(x,y,z)}{kT}} dx dy dz \cdot e^{-\frac{E_k(v_x,v_y,v_z)}{kT}} dv_x dv_y dv_z$$

Виконаємо інтегрування за швидкостями, тобто візьмемо від цього виразу потрібний інтеграл по v_x, v_y, v_z у межах від $-\infty$ до $+\infty$:

$$dn_{x,y,z} = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} dn_{x,y,z,v_x,v_y,v_z} = A e^{-\frac{E_n(x,y,z)}{kT}} dx dy dz \cdot \int \int \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{E_k(v_x,v_y,v_z)}{kT}} dv_x dv_y dv_z$$

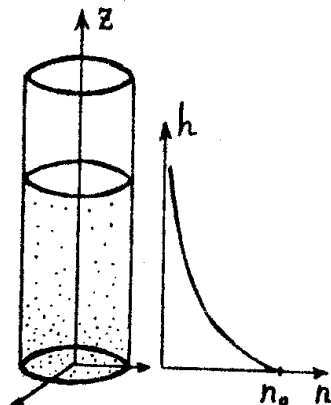


Рис. 1

Потрібний інтеграл правої частини цієї формули не залежить від координат. Уведемо його у нормуючий множник і перепишемо результат інтегрування у вигляді:

$$dn_{x,y,z} = A^1 \cdot e^{-\frac{E_n(x,y,z)}{kT}} dx dy dz, \quad (9.2) \text{ Рис.9.1}$$

де A^1 – новий нормуючий множник, який дорівнює:

$$A^1 = A \int \int \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{E_k(v_x, v_y, v_z)}{kT}} dv_x dv_y dv_z;$$

$dn_{x,y,z}$ означає число частинок, швидкість яких довільна, а координати перебувають у межах від x, y, z до $x+dx, y+dy, z+dz$.

Розподіл, що виражений формулою (9.2), називається розподілом Больцмана. Застосуємо розподіл (9.2) до ансамблю однакових частинок масою m , що зависли у рідині, яка має температуру T . Будемо вважати, що рідину налито у вертикальну посудину. Положення частинки у стовпі рідини будемо характеризувати висотою h , що відрахована від дна посудини. Початок декартової системи координат x, y, z виберемо на дні посудини, вісь z направимо вертикально догори ($z = h$), а осі x та y розмістимо в горизонтальній площині, як показано на рис.9.1. На частинки у рідині діє сила F , яка дорівнює різниці двох сил – сили тяжіння $F_T = mg = \rho \tau g$, (ρ – густина частинки, τ – її об'єм, g – прискорення сили тяжіння) та сили Архімеда $F_A = \rho' \tau g$, (ρ' – густина рідини):

$$F = F_T - F_A$$

Оскільки сила F стала, вона є консервативною і їй відповідає потенціальна енергія

$$E_{\Pi} = F \cdot z = \tau (\rho - \rho') gh.$$

Тому розподіл (9.2) набирає вигляду:

$$dn_{x,y,z} = A^1 \cdot e^{-\frac{\tau(\rho-\rho')gh}{kT}} dx dy dz, \quad (9.3)$$

Розподіл Больцмана є справедливим для будь-яких частинок, тому його можна застосувати і для важких частинок. Якщо цими частинками будуть, наприклад, піщинки, то зрозуміло, що вони розмістяться у деякому шарі біля дна посудини. Це є наслідком розподілу Больцмана, тому що за великих мас частинок їх потенціальна енергія є настільки великою ($E_{\Pi} \gg kT$), що показник експоненти у формулі (9.2) дуже швидко зростає зі зміною висоти, і за межами шару піску функція розподілу (9.2) практично рівна нулю.

Для того, щоб важкі частинки не осідали на дно, а розподілялись в значній товщі шару за висотою, необхідно, щоб їх потенціальна енергія була достатньо малою. Цього можна досягти, вміщуючи частинки у рідину, густина якої близька до густини матеріалу частинок. Щоб ефект був добре помітним, частинки повинні бути досить малими.

Уведемо об'ємну густину частинок n , яка дорівнює кількості частинок в одиниці об'єму, тобто відношенню $dn_{x,y,z}/dV$ – числа частинок $dn_{x,y,z}$ в елементарному об'ємі dV ($dV = dx \cdot dy \cdot dz$) до величини цього об'єму. Тоді формулу (9.3) після ділення на dV можна записати у такому вигляді

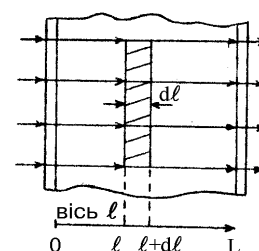
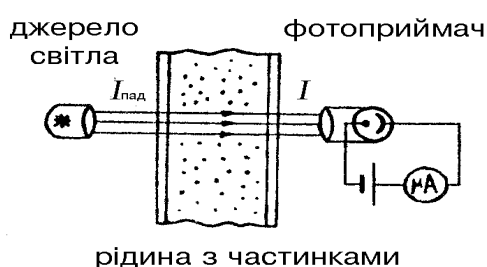
$$n(h) = A^1 \cdot e^{-\frac{\tau(\rho - \rho^l)gh}{kT}}. \quad (9.4)$$

Вирахуємо A^1 . Для цього введемо величину n_0 – густину частинок біля дна посудини. Покладаючи у формулі (9.4) $h=0$, отримаємо $A^1 = n_0$. Таким чином, розподіл густини частинок по висоті h остаточно запишеться так:

$$n(h) = n_0 \cdot e^{-\frac{\tau(\rho - \rho^l)gh}{kT}}. \quad (9.5)$$

Ця формула є безпосереднім наслідком розподілу Больцмана, тому її підтвердження буде означати одночасно і експериментальний доказ розподілу Больцмана. Для розв'язання такої задачі достатньо скористатися будь-яким методом визначення густини частинок і дослідити залежність вимірюваної густини від висоти.

У даній роботі використовується оптичний метод визначення густини частинок. Суть методу полягає у тому, що інтенсивність світла, яке проходить крізь шар прозорої рідини з непрозорими частинками, за рахунок поглинання та розсіювання частинками виявляється тим меншою, чим більше частинок зустрічає на своєму шляху світло; тому завдяки зменшенню інтенсивності світла, що пройшло, можна визначити густину частинок. Оскільки цей метод



а)

б)

Рис.9. 2

визначення густини частинок є непрямим (ми безпосередньо визначаємо не саму густину, а пов'язану з нею інтенсивність світла, що пройшло), нам необхідно мати формулу, що пов'язує густину частинок n з інтенсивністю світла I . Для цього звернемося до рис.9.2а. На ньому зображено проходження паралельного пучка світла крізь плоский шар рідини з частинками, розміщений між двома прозорими стінками.

Через $I_{\text{пад}}$ позначено інтенсивність світла, що падає, I – інтенсивність світла, що пройшло. По-перше, світло повинно пройти крізь першу стінку; потім його інтенсивність стає слабшою за рахунок часткового відбивання у зворотному напрямку, можливого розсіювання на сторони та деякого поглинання у матеріалі стінки. Позначимо через α_1 відповідний коефіцієнт ослаблення; тоді інтенсивність світла, що потрапило у рідину, буде дорівнювати $\alpha_1 \cdot I_{\text{пад}}$. Для обчислення коефіцієнта ослаблення світла у рідині введемо координату ℓ , яку відлічуватимемо за нормаллю від першої стінки до другої (рис.9.2б). Розглянемо інтенсивність світла у рідині як функцію координати $I(\ell)$. Вочевидь, $I(0) = \alpha_1 \cdot I_{\text{пад}}$. На малому відрізку шляху від ℓ до $\ell + d\ell$ світло розсіюється на частинках, що знаходяться у заштрихованому об'ємі (рис. 9.2б). Розмір цього об'єму дорівнює $S \cdot d\ell$ (S – площа поперечного перерізу пучка), а число частинок, що у ньому містяться, дорівнює $n \cdot S \cdot d\ell$; це число невелике, тому що $d\ell$ мале. Під час розсіювання світла на одній частинці його інтенсивність I знижується на деяку малу частку, яку ми позначимо літерою α , тобто інтенсивність розсіяного світла буде рівною $I\alpha$; зрозуміло, що під час розсіювання на $n \cdot S \cdot d\ell$ частинках, які практично не перекривають одна одну у шарі $d\ell$ на просвічування (через те, що число цих частинок невелике), сумарна інтенсивність розсіяного світла буде дорівнювати добутку інтенсивності світла, що розсіяне однією частинкою, на число частинок: $I\alpha \cdot n \cdot S \cdot d\ell$. Ця величина є не що інше, як спад інтенсивності на відрізку $d\ell$:

$$dI = -I\alpha \cdot n \cdot S \cdot d\ell, \quad (9.6)$$

(знак мінус уведено в зв'язку з тим, що I спадає за зростання ℓ , тобто $dI < 0$, якщо $d\ell > 0$). Співвідношення (9.6) є диференціальним рівнянням у змінних I, ℓ . Ці змінні легко розділити. Для цього поділимо обидві частини співвідношення (9.6) на I :

$$\frac{dI}{I} = -\chi d\ell,$$

де $\chi = \alpha n S$.

Інтегруючи обидві частини цієї рівності, отримаємо:

$$\ln I = -\chi \ell + C,$$

де C – стала інтегрування. Звідси знаходимо залежність I від ℓ :

$$I(\ell) = C^1 \cdot e^{-\chi \ell}, \quad C^1 = e^C.$$

З умови $I(0) = \alpha I_{\text{пад}}$ при $\ell = 0$ знаходимо $C^1 = \alpha I_{\text{пад}}$, звідки

$$I(\ell) = \alpha I_{\text{пад}} e^{-\chi \ell}.$$

Ця формула описує експоненціальне ослаблення інтенсивності світла під час його проходження крізь рідину. Скористаємося нею для визначення інтенсивності світла біля внутрішнього краю другої стінки, тобто при $\ell = L$ (L – товщина шару рідини):

$$I(L) = \alpha I_{\text{пад}} e^{-\chi L}.$$

Нарешті, світло повинно пройти крізь другу стінку. При цьому воно знову втрачає частину своєї інтенсивності. Позначивши відповідний коефіцієнт послаблення через α_2 , запишемо остаточний вираз для інтенсивності світла I , що пройшло:

$$I = \alpha \alpha_2 I_{\text{пад}} e^{-\chi L}.$$

Подамо цю формулу у вигляді залежності I від n :

$$I = I_0 e^{-\beta n}, \quad (9.7)$$

де $I_0 = \alpha \alpha_2 I_{\text{пад}}$, $\beta = \alpha S L$. Фізичний смисл величини I_0 визначити неважко: покладаючи у формулі $n=0$, матимемо $I_0 = I(0)$. Таким чином, I_0 означає інтенсивність світла, що пройшло крізь шар чистої рідини.

Для вимірювання інтенсивності світла, що пройшло, можна скористатися фотоелектричним приймачем світлового випромінювання замкнутим, на вимірювальний прилад, наприклад, на мікроамперметр (див. рис. 9.2а). Вважаємо показання приладу I пропорційними

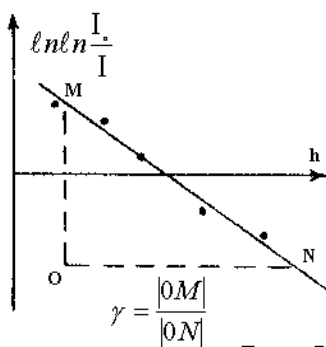


Рис. 3

інтенсивності світла I . Уведемо відповідний коефіцієнт перерахунку α . Рис.9.3

Нехай $I_0 = \alpha I_0$, $I = \alpha I$ – показання приладу, що відповідають інтенсивностям I_0 і I . Помноживши обидві частини рівності (9.7) на α , отримаємо кінцеву робочу формулу, що пов'язує I і n :

$$I = I_0 e^{-\beta n}. \quad (9.8)$$

Звідси маємо співвідношення:

$$n = \frac{1}{\beta} \ln \frac{I_0}{I}.$$

Підставивши n у формулу (9.5), отримаємо:

$$\ln \frac{I_0}{I} = \beta n_0 e^{-\frac{\tau(\rho - \rho')gh}{kT}}.$$

Зручно подати цю залежність у вигляді, лінійному за h . Для цього прологарифмуємо це співвідношення:

$$\ln \ln \frac{I_0}{I} = \ln \beta n_0 - \frac{\tau(\rho - \rho')gh}{kT}. \quad (9.9)$$

Таким чином, графік залежності $\ln \ln I/I_0$ від h (див. рис.9.3) повинен мати вигляд прямої лінії з кутовим коефіцієнтом $\gamma = \frac{\tau(\rho - \rho')g}{kT}$. Визначивши γ так, як показано на рис.9.3, можна вирахувати сталу Больцмана:

$$k = \frac{\tau(\rho - \rho')g}{\gamma T}. \quad (9.10)$$

Опис експериментальної установки

Спрощену схему експериментальної установки подано на рис.9.4.

1 – посудина з рідиною, в якій зважені дрібні частинки, 2 – мікрометричний гвинт, 3 – рукоятка обертання мікрометричного гвинта, 4 – шкала, 5 – показник, 6 – освітлювач, 7 – фотоприймач, 8 – металічна станина, Б – джерело живлення.

Освітлювач і фотоприймач (для спрощення фотоприймач на схемі показаний як фотоелемент) нерухомо закріплені на металевій станині 8. Під час обертання рукоятки 3 мікрометричного гвинта 2 відбувається переміщення станини, завдяки чому можна експериментально вивчати залежність фотоструму I від висоти h . Вимірюється h за шкалою 4 навпроти покажчика 5. У верхній частині посудини завислих частинок майже немає, що дає

можливість визначити I_0 , пропорційне інтенсивності світла, що пройшло крізь шар чистої рідини.

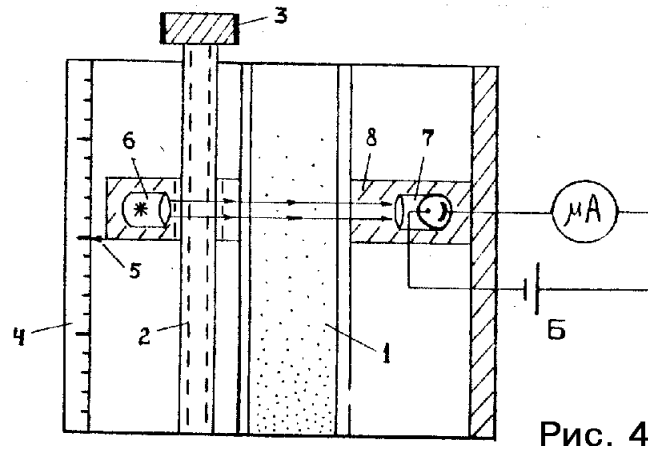


Рис.9.4

Виконання роботи

1. Увімкніть і налагодьте експериментальну установку та виконайте вимірювання відповідно до інструкції, що є на робочому місці.
2. Результати вимірювань занесіть до таблиці 9.1. Занесіть до протоколу також температуру навколишнього середовища t^0 (у $^{\circ}\text{C}$) і параметри установки: густину рідини ρ^1 , густину частинок ρ та діаметр частинок d .

Таблиця 9. 1.

Висота $h, 10^2\text{м}$													
I													
I_0/I													
$\ln I/I_0$													
$t (^{\circ}\text{C})=$	$\rho^1(\text{кг/м}^3)=$	$D(\text{м})=$			$I_0(\text{под})=$			$k_{\text{експ.}}=$					
$T(\text{К})=$	$\rho(\text{кг/м}^3)=$	$\tau(\text{м}^3)=$			$\gamma(\text{м}^{-1})=$			$k_{\text{теор.}}=$					

Обробка результатів

1. Вирахуйте подвійні натуральні логарифми від I/I_0 . Результати занесіть до таблиці 9.1. I_0 – найбільше значення сили струму I .

2. За табличними даними на аркуші міліметрового паперу побудуйте графік залежності $\ln \ln I/I_0$ від h , тобто нанесіть експериментальні точки і проведіть за допомогою лінійки пряму лінію, найбільш близьку до усіх експериментальних точок.

3. Знайдіть кутовий коефіцієнт прямої γ та за формулою (9.10) визначте сталу Больцмана (T (К) = $t^\circ + 273$, $g = 9.8 \text{ м/с}^2$).

4. Використовуючи формули з Додатка, проведіть кореляційний аналіз експериментальних даних. Зробіть за даними лабораторної роботи висновок відносно справедливості розподілу Больцмана.

Контрольні запитання

1. Що називається функцією розподілу частинок за координатами i (або) швидкостями? Укажіть розмірність функції розподілу.
2. Запишіть розподіл Больцмана.
3. Виведіть формулу розподілу густини частинок по висоті.
4. Виведіть закон спаду інтенсивності світла в непрозорій рідині.
5. У чому полягає метод визначення густини, що використовується у даній роботі?
6. Яким чином у даній роботі перевіряється розподіл Больцмана?
7. Як за експериментальними даними можна визначити сталу Больцмана?
8. Поясніть, чому для перевірки розподілу Больцмана необхідно використовувати дрібні частинки, густина яких близька до густини рідини.
9. Виведіть формулу для висоти h , на якій густина частинок спадає на (а) – 50%; (б) – 95%; (в) – 99,9% у порівнянні з n_0 . У випадку (б) розрахуйте масу й розміри частинок піску у воді, поклавши $\rho = 2\rho^1$, необхідні для спостереження стовпа завислих піщинок висотою $h = 10 \text{ см}$.

Додаток 1

Кореляційний аналіз

Під час виконання наукових і технічних завдань часто з'являється потреба в описанні функціональної залежності між двома вимірюваними величинами – x і y . Якщо величини x , y вимірюються досить точно, то кожному значенню x відповідає одне, практично цілком конкретне, значення y , так що у цьому випадку експериментальні вимірювання дають вибіркові дані про шукану залежність. Тоді для описання можна скористатися методами математичного аналізу. Наприклад, можна побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа, який у заданих точках x_i ($i = 1, 2, \dots, n$ – число вимірювань) набуває заданих значень y_i , і можна спробувати апроксимувати шукану залежність степеневою або експоненціальною функцією, сумою косинусів тощо.

Однак на практиці нерідко зустрічаються випадки, коли експериментальні дані мають значний неконтрольований розкид, так що вже не можна стверджувати, що кожному значенню x відповідає одне цілком визначене значення y . Цей розкид може бути зумовлений похибками вимірювань, або ж може бути пов'язаний зі статистичною природою явища, що вивчається (типовий приклад – вимірювання інтенсивності радіоактивного фону).

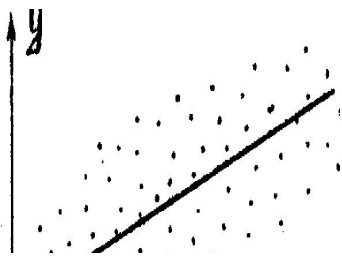
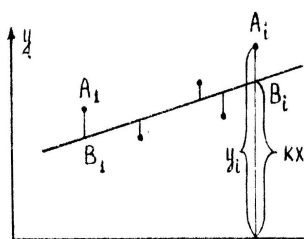


Рис 1.



У деяких випадках розкид настільки значний, що розташування точок $A_i(x_i, y_i)$ на площині x - y може здатися абсолютно хаотичним. Однак це не виключає того, що розташування точок A_i все ж підкоряється якимось закономірностям. Розглянемо, наприклад, рис.1. Точки, що показані на цьому рисунку, розсіяні майже рівномірно в деякій досить великій області. Однак легко помітити, що більшим x_i відповідають у середньому більші y_i . Цю тенденцію відображає суцільна лінія, показана на цьому ж рисунку. Очевидно, ця лінія описує зв'язок між x і y , абстрагуючись від деталей розміщення точок A . Такі середні залежності називаються статистичними або кореляційними, на відміну від згадуваних вище функціональних. Опис таких залежностей вимагає розв'язання двох питань: встановлення форми залежності, 2) оцінка сили

Рис.2 (щільності) зв'язку між x і y . Перше питання тут детально розглядати не будемо, ми будемо вважати, що нам вдалося підібрати деяку функцію $y = f(x)$, придатну для опису зв'язку (кореляції) між x і y . При цьому часто буває зручно лінеаризувати запропоновану залежність $y = f(x)$, тобто звести її до лінійної. У випадку простих функцій це зробити неважко.

Наприклад, для лінеаризації степеневі функції $y = ax^n$ її необхідно прологарифмувати за якою-небудь основою (наприклад, e), тоді ця залежність отримає вигляд $\ln y = \ln a + n \cdot \ln x$, лінійний відносно змінних $\ln y$ і $\ln x$; показникову залежність $y = c a^x$ також лінеаризують за допомогою логарифмування: $\ln y = \ln C + x \ln a$ та отримують залежність, лінійну в змінних $\ln y$ і x тощо. Далі будемо вважати, що вихідні змінні x , y вже видозмінені таким чином, що шукана залежність має лінійний вигляд:

$$y = kx + b. \quad (1)$$

Слід зауважити, що вибір залежності у вигляді (1) ще не визначає значень її параметрів k , b . Очевидно, бажано підібрати параметри k , b найбільш оптимальним способом, що забезпечують найкращу підгонку кореляційної залежності (1) до точок $A_i(x_i, y_i)$. Для цього використовують метод найменших квадратів (МНК), згідно з яким як міру F відхилення точок A_i від прямої (1) беруть суму квадратів відстаней (по вертикалі) точок A_i від прямої (рис.2):

$$F = \sum |A_i B_i|^2 = \sum [y_i - (kx_i + b)]^2$$

(тут і нижче знак \sum означає додавання за i від 1 до n). Величина F є функцією від k , b : $F = F(k, b)$.

Параметри k і b підбирають таким чином, щоб величина F була мінімальною. Записуючи умови екстремуму функції $F(k, b)$, легко довести, що цей екстремум відповідає мінімуму:

$$\frac{\partial F}{\partial k} = 2k \sum x_i^2 + 2b \sum x_i - 2 \sum x_i y_i = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial b} = 2k \sum x_i + 2bn - 2 \sum y_i = 0.$$

Отже, маємо систему двох рівнянь відносно k , b , з якої знаходимо

$$\begin{aligned} k &= \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \\ b &= \frac{(\sum x_i^2)(\sum y_i) - (\sum x_i)(\sum x_i y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Якщо ввести позначення

$$\langle y^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum y_i^2, \quad \langle xy \rangle = \frac{1}{n} \sum x_i y_i, \quad S_x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2, \quad \langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum x_i,$$

$$\langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum y_i, \quad \langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum x_i^2,$$

$$S_y^2 = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2, \quad S_{xy} = \langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle,$$

то вираз (2) для параметрів k, b та рівняння (1) можна записати у такому симетричному вигляді:

$$k = \frac{S_{xy}}{S_x^2}, \quad b = \frac{S_x^2 \langle y \rangle - S_{xy} \langle x \rangle}{S_x^2}, \quad (3)$$

$$y - \langle y \rangle = \frac{S_{xy}}{S_x^2} (x - \langle x \rangle). \quad (4)$$

Розглянемо питання сили або ступеня щільності залежності (1). Це поняття ілюструє рис.3. Очевидно, на рис.3а, лінійна залежність між x і y є максимально щільною (функціональною); на рис.3в розкид точок є хаотичним і очевидний зв'язок між x і y відсутній, тому що сила залежності, зображена прямою лінією, дорівнює нулю; на рис.3б зображено проміжний випадок.

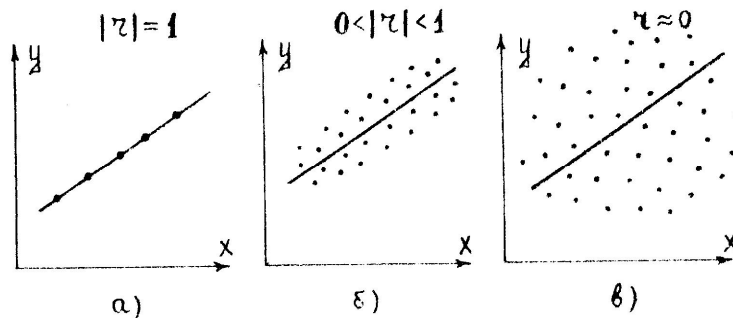


Рис. 3.

Таким чином, ступінь щільності зв'язку – важлива якість, яка визначає практичну цінність залежності: якщо щільність зв'язку велика, то ми, користуючись нею, можемо передбачити y за поданим x порівняно точно; в протилежному випадку точність передбачення досить незначна і ми можемо за поданим x передбачити лише середнє значення y .

У математичній статистиці ступінь щільності зв'язку прийнято характеризувати коефіцієнтом кореляції, який визначають таким чином:

$$r = \frac{S_x S_y}{S_{xy}} \quad (5)$$

r – безрозмірна величина. Можна показати, що r змінюється у межах від -1 до $+1$. Якщо x_i і y_i пов'язані лінійною залежністю (1), то $|r| = 1$ (доведіть це самостійно). Якщо x і y статистично незалежні, тоді під час обчислення середнього $\langle xy \rangle$ величини x і y можна усереднювати незалежно, і ми одержимо:

$$\langle xy \rangle \approx \langle x \rangle \langle y \rangle, \quad S_{xy} \approx 0, \quad r \approx 0$$

(при n , що прямує до ∞ , ці наближені рівності стають точними, і відповідний істинний коефіцієнт кореляції $r_{\text{ист.}} = \lim r$ при n , що прямує до ∞ , обертається на нуль). У проміжному випадку, коли x_i і y_i пов'язані нелінійною залежністю або коли маємо деякий розкид даних, коефіцієнт r має проміжне значення: $0 < |r| < 1$ (див. рис. 3). Таким чином, $|r|$ є показником того, наскільки зв'язок між x і y близький до лінійного – як стосовно ступеня розкиду даних, так і стосовно нелінійності цього зв'язку, чим ближче $|r|$ до 1, тим ближчим є зв'язок між x і y до лінійного.

Визначимо, яку величину $|r|$ слід вважати достатньою для статистично обґрунтованого висновку відносно наявності лінійної кореляційної залежності між x та y . Для цього розглядаємо так звану статистичну гіпотезу H_0 : $r_{\text{ист.}} = 0$, тобто досліджуємо припущення, що $r_{\text{ист.}} = 0$. Виконання цієї гіпотези означає, що x і y не пов'язані кореляційною залежністю, а її спростування означає, що нема підстав відкидати наявність такої залежності. Так під час обробки експериментальних даних, як правило, відомий не $r_{\text{ист.}}$, а лише вибірковий коефіцієнт кореляції r ; за цим вибірковим коефіцієнтом ми можемо перевірити виконання або невиконання гіпотези H_0 лише статистично, тобто з деякою наперед заданою імовірністю довіри α (найчастіше беруть $\alpha = 0,95$). Для цього необхідно знати статистичний розподіл величини r . Як показано у математичній статистиці, пов'язана з

нею величина $R = r \frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ описується розподілом Стюдента з $n - 2$

ступенями свободи (див. п.1-4 Літератури). Звідси виходить, що при заданій ймовірності довіри величина $R_{\text{ист.}}$ міститься в інтервалі $R_{\text{ист.}} = R \pm t_{\alpha; n-2}$. Нас цікавить значення $R_{\text{ист.}} = 0$ (що відповідає $r_{\text{ист.}} = 0$). Воно потрапляє до цього інтервалу за виконання умови $|R| \leq t_{\alpha; n-2}$. Якщо ж виконується протилежна умова $|R| > t_{\alpha; n-2}$, істинне значення $R_{\text{ист.}}$ (відповідно і $r_{\text{ист.}}$) не можна при заданому рівні ймовірності довіри вважати рівним нулю, і гіпотезу H_0 слід відкинути. Величина $1 - \alpha = 0,05$ називається імовірністю похибки або рівнем значущості, а $\alpha = 0,95$ – статистичною достовірністю. Отже, якщо використовується нерівність $|R| > t_{\alpha; n-2}$, то зі статистичною достовірністю 0,95 (або 95%) можна стверджувати, що x і y пов'язані кореляційною залежністю. Для спрощення перевірки цієї нерівності зручно виключити проміжну величину R і подати її в вигляді нерівності для величини r (проробіть цю викладку самостійно); отримаємо:

$$|r| > r_n, \text{ де } r_n = \frac{\tau}{\sqrt{1+\tau^2}}, \tau = \frac{t_{0,95;n-2}}{\sqrt{n-2}}.$$

Необхідні для розрахунку τ значення коефіцієнта $t_{0,95;n-2}$ наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Число n	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_{0,95;n-2}$	3,18	2,78	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26	2,23	2,2

Число n	14	15	16	17	18	19	20	30	∞
$t_{0,95;n-2}$	2,18	2,16	2,14	2,13	2,12	2,11	2,10	2,04	1,96

Зауважимо, що у даному Додатку наведено найбільш просту схему кореляційного аналізу. Для більш точного аналізу слід було б враховувати систематичні похибки, обчислюючи S_x , S_y , S_{xy} за формулами вибіркового середніх (тобто з $n-1$ замість n під знаком квадратного кореня) тощо. Але ці ускладнення або несуттєві у більшості фізичних та інженерних галузей застосування кореляційного аналізу, або їх виклад був би недоречним у даних методичних вказівках.

Наприкінці наведемо коротку схему кореляційного аналізу експериментальних даних.

1. За експериментальними значеннями x_i та y_i обчислюють такі величини :

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \frac{1}{n} \sum x_i, \quad \langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum y_i, \quad \langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum x_i^2, \\ \langle y^2 \rangle &= \frac{1}{n} \sum y_i^2, \quad \langle x y \rangle = \frac{1}{n} \sum x_i y_i; \quad S_x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2, \\ S_y^2 &= \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2, \quad S_{xy} = \langle x y \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle. \end{aligned}$$

2. Визначають параметри кореляційної залежності і коефіцієнта кореляції:

$$k = \frac{S_{xy}}{S_x^2}, \quad b = \frac{S_x^2 \langle y \rangle - S_{xy} \langle x \rangle}{S_x^2}, \quad r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}.$$

3. За таблицею визначають $t_{0,95;n-2}$ та обчислюють величину r_n :

$$r_n = \frac{\tau}{\sqrt{1 + \tau^2}},$$

де $\tau = \frac{t_{0,95;n-2}}{\sqrt{n-2}}$

4. Перевіряють виконання нерівності $|r| > r_n$. За умови виконання цієї нерівності роблять висновок про наявність (з 95%-ною ймовірністю) лінійної залежності між x та y , за умови її невиконання – висновок про відсутність лінійної залежності.

Зауваження: під час підрахунків зручно скористатися таблицею 2.

Таблиця 2.

n	x_i^2	x_i	$x_i y_i$	y_i	y_i^2
1					
...					
$\frac{1}{n} \sum$	$\langle x^2 \rangle =$	$\langle x \rangle =$	$\langle xy \rangle =$	$\langle y \rangle =$	$\langle y^2 \rangle =$

Додаток 2

1. Основні фізичні сталі (округлені значення)

Фізична стала	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с
Гравітаційна	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярна газова стала	R	8,31 Дж/(моль·К)
Стандартний об'єм*	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Стала Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Елементарний заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Швидкість світла в вакуумі	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стала Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала закону зміщення Віна	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Планка	h \hbar	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала Ридберга	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Комптоновська довжина хвилі електрона	λ	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Енергія іонізації атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 эВ)
Атомна одиниця маси	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Електрична стала	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

2. Густина твердих тіл

Тверде тіло	Густина, кг/м ³	Тверде тіло	Густина, кг/м ³
Алюміній	$2,70 \cdot 10^3$	Мідь	$8,93 \cdot 10^3$
Барій	$3,50 \cdot 10^3$	Нікель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадій	$6,02 \cdot 10^3$	Свинець	$11,3 \cdot 10^3$
Вісмут	$9,80 \cdot 10^3$	Срібло	$10,5 \cdot 10^3$
Залізо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезій	$1,90 \cdot 10^3$
Літій	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

3. Густина рідин

	Рідина	Густина, кг/м ³		Рідина	Густина, кг/м ³
4.	Вода (при 4 ⁰ С)	1,00*10 ³		Сірковуглець	1,26*10 ³
5.	Гліцерин	1,26*10 ³		Спирт	0,80*10 ³
	Ртуть	13,6*10 ³			

4. Густина газів (за нормальних умов)

Газ	Густина, кг/м ³	Газ	Густина, кг/м ³
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

5. Коефіцієнт поверхневого натягу рідин

Рідина	Коефіцієнт, мН/м	Рідина	Коефіцієнт, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мильна піна	40	Спирт	22

6. Ефективний діаметр молекули

Газ	Діаметр, м	Газ	Діаметр, м
Азот	3,0*10 ⁻¹⁰	Гелій	1,9*10 ⁻¹⁰
Водень	2,3*10 ⁻¹⁰	Кисень	2,7*10 ⁻¹⁰

Література до теми “Кореляційний аналіз”

1. Айвазен С.А. Статистическое исследование зависимостей. Гл.IV - М.: Металлургия, 1968.
2. Лукомский Я.И. Теория корреляции и ее применение к анализу производства. Гл.VII.-М.: Госстатиздат, 1961.
3. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. § 9.-М.: Наука, 1968.
4. Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества.//Мир. Раздел 13.5. 1970.

Література до лабораторних робіт

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1. – К.: “Техніка”, 1999.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т.1. § 75,76,78. – М.: Наука, 1977.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1. §96,101. – М.: Наука,

1974.

4. Руководство к лабораторным занятиям по физике /Под ред. Л.Л. Гольдина . – М.: Наука, 1973.с. 140-146, 672.

Навчальне видання

Молекулярна фізика. Метод. вказівки до лабораторних робіт з фізики.

Укладачі: **Моїсеєнко** Володимир Іванович
Пугач Ольга Віталіївна
Ужва Валерій Іванович
Гарєєва Фаїна Максимівна

Відповідальний редактор: Л. П. Гермаш

Комп'ютерне складання, верстання О.В.Пугач
Формат 60×42 $\frac{1}{32}$. Папір офсетний. Ризографія.
Авт.др.арк.1,27. Ум.др.арк.0,9. Обл.-вид.арк.1,1.

Видавець „Пугач О.В.” Свідоцтво про реєстрацію
суб'єкта видавничої справи ДК №1560 від 05.11.2003 р.
E-mail: <olgapugach@ukr.net>