

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА НЕОДНОРОДНОСТЯХ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПО ВЫСШИМ ТИПАМ ВОЛН

Гнатюк М. А.<sup>1</sup>; Пелих Е. А.<sup>1</sup>; Кильчинский Д. И.<sup>1</sup>;  
Морозов В. М.<sup>2</sup>, канд. ф.-м. наук, доцент;

<sup>1</sup> Днепровский государственный технический университет,  
г. Каменское, Украина

<sup>2</sup> Днепровский национальный университет им. О. Гончара,  
г. Днепр, Украина

В основе альтернирующего метода Шварца и метода частичных пересекающихся областей лежит прием разбиения всей сложной области определения поля на простые пересекающиеся области, для которых функция Грина известна либо может быть легко получена [1]. С помощью формул Грина поле в каждой частичной области можно представить в интегральной форме, а вся задача формулируется в виде системы интегральных представлений. При составлении системы учитывается, что решение, полученное в одной области, используется в качестве граничных значений искомой функции для другой области.

Рассмотрим соосное соединение трех прямоугольных волноводов с различными размерами поперечного сечения (рис. 1). В поперечной плоскости при  $z \rightarrow -\infty$  возбуждается волна единичной амплитуды типа  $H_{10}$  прямоугольного волновода. Стенки волноводов предполагаются идеально проводящими. Решение будем отыскивать относительно вектора напряженности электрического поля.

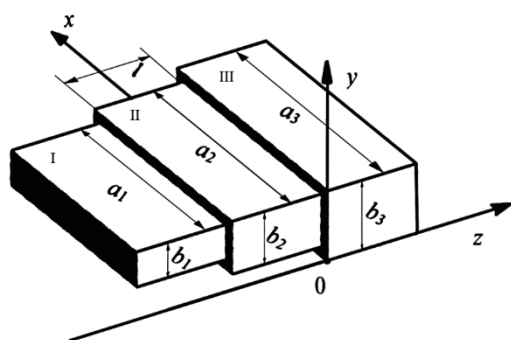


Рисунок 1. Каскадное соединение  
прямоугольных волноводов

Разобьем всю область определения поля на три пересекающиеся области. Область I: бесконечный прямоугольный волновод ( $\delta^I_x \leq x \leq \delta^I_x + a_1$ ,  $\delta^I_y \leq y \leq \delta^I_y + b_1$ ,  $-\infty \leq z \leq \infty$ ). Область II: полубесконечный прямоугольный волновод ( $\delta^II_x \leq x \leq \delta^II_x + a_2$ ,  $\delta^II_y \leq y \leq \delta^II_y + b_2$ ,  $l \leq z \leq \infty$ ). Область III: полубесконечный прямоугольный волновод ( $0 \leq x \leq a_3$ ,  $0 \leq y \leq b_3$ ,  $0 \leq z \leq \infty$ ). Здесь коэффициент  $\delta$  обозначает сдвиг по осям  $Ox$  или  $Oy$  начальных координат

стенок соответствующих волноводов. Учитывая условия на граничных поверхностях областей, составим систему интегральных представлений полей каждой частичной области:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \vec{E}_I(\vec{r}) &= \vec{E}_{inc}(x, y, z) + \int_{S_{w11}} \vec{n}_{11} \times \vec{E}_{II}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_1^{Ie}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{w11} + \\
 &+ \int_{S_{w12}} \vec{n}_{12} \times \vec{E}_{III}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_1^{Ie}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{w12}; \\
 \vec{E}_{II}(\vec{r}) &= \int_{S_{A1}} \vec{n}_{A1} \times \vec{E}_I(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_1^{IIe}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{A1} + \\
 &+ \int_{S_{w2}} \vec{n}_2 \times \vec{E}_{III}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_1^{IIe}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{w2}; \\
 \vec{E}_{III}(\vec{r}) &= \int_{S_{A2}} \vec{n}_{A2} \times \vec{E}_{II}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_1^{IIIe}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{A2}.
 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

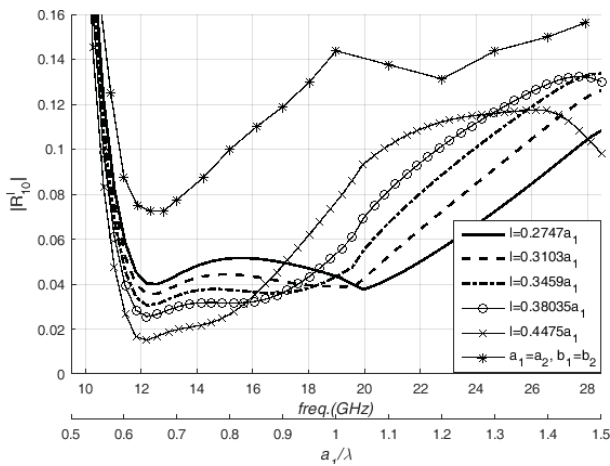


Рисунок 2. Частотна залежність модуля коефіцієнта відбиття при  $l=\lambda/4$

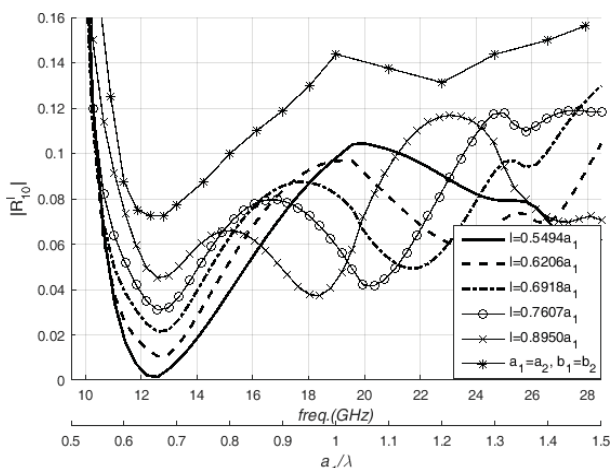


Рисунок 3. Частотна залежність модуля коефіцієнта відбиття при  $l=\lambda/2$

Здесь  $\vec{E}_{inc}(x, y, z)$  — падаюча волна типу  $H_{10}$  прямокутного волновода єдиної амплітуди.  $S_{w11}$  і  $S_{w12}$  — граничні поверхності, представлені стенками волновода області I, продовженими від  $z=-l$  до  $z=0$  і від  $z=0$  до нескінченності відповідно.  $S_{A1}$  і  $S_{A2}$  — граничні поверхності, представлені апертурами, утвореними розкривами волноводів області I і II відповідно.  $S_{w2}$  — поверхність, представлена стенками волновода області II, продовженими в нескінченність.

Вектори  $\vec{n}_{11}, \vec{n}_{12}, \vec{n}_{A1}, \vec{n}_2, \vec{n}_{A2}$  — єдиничні вектори нормалей до відповідуючих поверхностям.

Для рішення отриманої системи інтегральних рівнянь пропонується підхід, який складається в тому, що поле в кожній області представляється в вигляді розкладу в ряд по повній системі ортогональних власних функцій з невідомими коефіцієнтами розкладу. Ограни-

чува кількість враховуваних типів хвиль і користуючись властивістю ортогональності

собственных функций, исходная задача сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения.

На основе рассмотренного алгоритма была решена задача для соосного последовательного соединения трех прямоугольных волноводов. На рис. 2 показана зависимость модуля коэффициента отражения волны  $H_{10}$  в области I от частоты и соотношения  $a_1/\lambda$ . Длина промежуточного волновода  $l$  принимала значения равные  $0,2747a_1$ ,  $0,3103a_1$ ,  $0,3459a_1$ ,  $0,38035a_1$ ,  $0,4475a_1$  которые соответствуют четверти длины волны области II для значений нормированных частот  $a_1/\lambda = 1,0$ ;  $0,7$ ;  $0,6$ ;  $0,55$  и  $0,5$  соответственно. Также, для сравнения приведена частотная зависимость модуля коэффициента отражения для случая соединения двух волноводов из [2].

На рис. 3 показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения волны  $H_{10}$  для случаев, когда длина промежуточного волновода  $l$  принимала значения равные  $0,5494a_1$ ,  $0,6206a_1$ ,  $0,6918a_1$ ,  $0,7607a_1$  и  $0,8950a_1$ , что соответствует половине длины волны области II для значений нормированных частот, аналогичных предыдущему случаю.

Как следует из результатов численного эксперимента, выбор длины промежуточного волновода  $l$  равной  $0,5494a_1$  позволяет получить значение модуля коэффициента отражения не более  $0,01$  в диапазоне частот от  $11,5$  до  $13$  ГГц с минимумом на частоте  $12,6$  ГГц.

### **Литература**

1. Kantorovich L. V. Approximate methods of higher analysis / L. V. Kantorovich, V. I. Krylov. — New York: Wiley-Interscience, 1964. — 681 p.
2. Patzelt H. Double-plane step in rectangular waveguides and their application for transformers irises and filters / H. Patzelt, F. Arndt // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-30, no. 5, May 1982. — pp. 771–776.

### **Анотація**

В роботі показано рішення задачі дифракції електромагнітної хвилі на каскадному з'єднанні трьох прямокутних хвилеводів. Отримано частотні залежності коефіцієнта відбиття для різних поздовжніх розмірів проміжного хвилеводу.

**Ключові слова:** метод Шварца, функція Гріна, інтегральні рівняння.

### **Аннотация**

В работе показано решение задачи дифракции электромагнитной волны на каскадном соединении трех прямоугольных волноводов. Получены частотные зависимости коэффициента отражения для различных продольных размеров промежуточного волновода.

**Ключевые слова:** метод Шварца, функция Грина, интегральные уравнения.

### **Abstract**

The electromagnetic wave diffraction problem on a cascaded connection of three rectangular waveguides is considered. The frequency dependences of the reflection coefficient for various longitudinal sizes of the intermediate waveguide are obtained.

**Keywords:** Schwarz alternating method, Green's function, integral equations.