

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Теорія сигналів у мікро- та наносистемній техніці. Практикум

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня доктора філософії за
спеціальністю 153 Мікро та наносистемна техніка*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2021

Теорія сигналів у мікро- та наносистемній техніці: Практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня доктора філософії за спеціальністю 153 "Мікро та наносистемна техніка" / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: А.О. Попов. – Електронні текстові дані (1 файл: 810 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 32 с.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 8 від 24.06.2021 р.) за поданням Вченої ради Факультету електроніки (протокол № 05/2021 від 31.05.2021 р.)

Електронне мережне навчальне видання

Теорія сигналів в мікро- та наносистемній техніці Практикум

Укладач: *Попов Антон Олександрович, к.т.н., доц.*

Відповідальний
редактор

Тимофєєв Володимир Іванович, д-р техн. наук, проф.

Рецензентка:

Гармаш Оксана Вікторівна, к.т.н., доц. кафедри АМЕС

Навчальний посібник призначено аспірантам з практикуму навчальної дисципліни «Теорія сигналів у мікро- та наносистемній техніці». Викладені завдання з практичних робіт. Посібник призначений для здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії за спеціальністю 153 "Мікро та наносистемна техніка". Може бути корисним під час виконання практичних робіт на теми: види сигналів в мікро- та наносистемах, задачі обробки та аналізу сигналів в мікро- та наносистемах.

The textbook is devoted to helping PhD students to complete a workshops on the subject "Signal Theory in Micro- and Nanosystemic Engineering". Tasks on practical works are stated. The manual is intended for students seeking the degree of Doctor of Philosophy in the specialty 153 "Micro and nanosystem technology". It can be useful when performing practical work on the following topics: types of signals in micro- and nanosystems, tasks of signal processing and analysis in micro- and nanosystems.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. Види сигналів в мікро- та наносистемній техніці	5
2. Дослідження методів обробки та аналізу сигналів в мікро- та наносистемах....	12
Рекомендована література	32

ВСТУП

Практичні заняття призначені для закріплення теоретичного матеріалу, що розглянуто на лекціях та в ході самостійної роботи шляхом набуття навичок розв'язання практичних задач. Даний посібник призначений аспірантам для підготовки до практичних занять з дисципліни «Теорія сигналів у мікро- та наносистемній техніці» та містять основні теоретичні відомості та завдання для самостійного опрацювання.

Посібник охоплює такі теми: види сигналів та задачі їх обробки і аналізу в мікро- та наносистемній техніці.

1. Види сигналів в мікро- та наносистемній техніці

1.1. Основні теоретичні відомості

Оскільки і реальні об'єкти, і сигнали, які відповідають їх характеристикам, мають багато різноманітних параметрів, сигнали можна класифікувати за багатьма ознаками. Від того, які властивості мають сигнали, залежить вид функції, яка використовується для математичного описання сигналу.

За причиною виникнення або за об'єктом, з яким пов'язаний сигнал, їх поділяють на:

а) сигнали природних систем, тобто фізичних та біологічних об'єктів. Прикладом може бути сигнал електроенцефалограми – запис електричних коливань, що супроводжують роботу мозку, або випромінення зірок, що реєструється інфрачервоними телескопами;

б) сигнали штучних систем, тобто технічних пристроїв. Наприклад, таким сигналом є сигнал, зареєстрований антеною стільникового телефону.

Залежно від властивостей функцій, що описують неперервні сигнали, їх можна поділити на такі види, які часто зустрічаються на практиці.

1. Періодичні сигнали

Сигнал, значення якого повторюються через однакові проміжки часу, називається **періодичним**. Це сигнали, які описуються періодичними функціями. Періодична функція – яка задовольняє таку умову:

$$x(t) = x(t + nT), \quad \forall t \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (0.1)$$

де T – постійна величина, яка називається **періодом** – інтервал часу (в загальному випадку – інтервал зміни аргументу), протягом якого відбувається одне повне повторення значень сигналу. Число n може приймати будь-яке значення з множини цілих чисел. Також періодом сигналу будуть також всі величини, які кратні T .

Періодичний сигнал – це математична абстракція; насправді реальних сигналів виду (0.1) немає і бути не може, оскільки в реальному житті не може існувати точного повторення процесів, особливо якщо мова іде про живі об'єкти. Але якщо сигнал, який аналізується, проявляє періодичні властивості, то описання його періодичною функцією може бути корисним.

Також сигнали бувають неперіодичними (однократними) (рис. 1.1).



Рисунок 1.1– а) періодичний сигнал, б) однократний сигнал.

Якщо сигнал змінюється в часі, то величина, обернена до періоду, називається *частотою* періодичного сигналу $f = \frac{1}{T}$ (Гц). В теорії сигналів використовують також поняття *кругової частоти* (циклічної частоти, кутової частоти):

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ (рад/с)}.$$

Введемо позначення для множини періодичних сигналів:

$$S_T = \left\{ x(t) : x(t + nT) = x(t), \infty > t > -\infty, n \in N \right\} \quad (0.2)$$

Окремою підмножиною множини S_T є множина синусоїдальних сигналів.

Ці сигнали вигляду

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi).$$

де A – амплітуда сигналу;

ω – частота, рад/с;

φ – початкова фаза сигналу, рад.

2. Сигнали, обмежені за амплітудою

Це сигнали, миттєві значення яких обмежені за амплітудою певним дійсним додатним числом K :

$$S_K = \{x(t) : |x(t)| \leq K, -\infty < t < \infty, K \in \mathbb{R}^+\}.$$

3. Сигнали з скінченною енергією

Існує великий клас сигналів, які називають сигналами зі *скінченною (обмеженою) енергією*. Цей клас сигналів має широке застосування в електроніці, і надалі ми будемо працювати виключно з такими сигналами. Всі сигнали, які нас оточують є сигналами зі скінченною енергією. Множина таких сигналів може бути задана так:

$$S_E = \left\{ x(t) : \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < E, E \in \mathbb{R}^+ \right\}. \quad (0.3)$$

Про такі сигнали говорять, що їх енергія обмежена величиною E . Фізично інтеграл у формулі (0.3) трактують як енергію, маючи на увазі, що $x(t)$ є напругою, яка падає на опорі в 1 Ом, або струмом, що протікає через такий опір. Функції, які описують сигнали зі скінченною енергією, в літературі часто

позначають як $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$ і говорять, що вони є інтегрованими за Лебегом з квадратом.

4. Сигнали з обмеженою тривалістю

Це сигнали, значення яких дорівнюють нулю за межами деякого інтервалу аргументу (часу) тривалістю D :

$$S_D = \{x(t) : x(t) = 0, t \notin [0, D]\}. \quad (0.4)$$

Такі сигнали часто називають *фінітними (скінченними) сигналами*. Вони існують лише протягом певного проміжку часу. Поза цим проміжком вони або дорівнюють нулю, або невизначені. Математично такі сигнали описуються функціями з компактним носієм, тобто лише для частини своєї області визначення ця функція не дорівнює нулю.

5. Сигнали з обмеженим спектром

Це сигнали, спектр за Фур'є яких сконцентрований лише на певному проміжку частот, а складових на інших частотах в спектрі сигналу немає. Часто, коли говорять про сигнали з обмеженим спектром, мають на увазі, що спектр лежить на частотах в околі нульової частоти:

$$S_W = \left\{ x(t) : \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = 0 \quad \forall |\omega| > W \right\}. \quad (0.5)$$

Сигнали з обмеженим спектром – дуже важливий клас сигналів, які відіграють ключову роль в теорії сигналів, оскільки саме для таких сигналів можна наразі розробити дієві методи обробки та аналізу. Більше того, одною з найперших та найважливіших операцій в обробці сигналів зараз є навмисне

обмеження його спектру перед дискретизацією за допомогою фільтрації, про що йдеться у наступних розділах.

Всі сигнали, які підлягають обробленню, розділяють на два великі класи за тим, яким математичним апаратом користуються при їх дослідженні і як саме ми розглядаємо сигнал з метою аналізу і які саме параметри і характеристики хочемо отримати в результаті. Виділяють:

Детерміновані сигнали – для яких відоме або можна розрахувати значення у будь-який момент часу в минулому або майбутньому. Такі сигнали описуються однозначними математичними функціями.

Випадкові сигнали – для яких значення в будь-який момент часу є випадковою величиною, що набуває певні значення з деякою ймовірністю. Вони описуються ймовірнісними характеристиками – математичним сподіванням, дисперсією, густинами або функціями розподілу ймовірностей, моментними функціями та ін.

Переважає більшість даного посібника присвячена дослідженню детермінованих сигналів. Варто зауважити, що як тільки сигнал, який вважається випадковим за своєю природою, виміряний за допомогою деякої системи, зареєстрований та записаний в пам'ять комп'ютера – він може вважатися детермінованим, оскільки його значення відомі нам точно.

Також треба мати на увазі, що те, як ми розглядаємо сигнали, залежить лише від нашого бажання та мети, яку ми перед собою ставимо. Один і той самий сигнал можна розглядати і як випадковий, і як детермінований та характеризувати різними параметрами. Ці можливості часто використовують при дослідженні біомедичних сигналів.

За кількістю каналів реєстрації сигналу від одного об'єкта сигнали можуть бути *одноканальними* (наприклад, сигнал, зареєстрований антеною радіоприймача) та *багатоканальними* (рис. 1.2). Для багатоканальних сигналів характерна синхронність сигналів по каналах, тобто одночасність вимірювання чи генерації сигналів. Прикладами таких сигналів може бути

електроенцефалограма, напруги керування трьома променями червоного, синього та зеленого кольорів моніторів, сигнали керування градієнтними полями у магніторезонансній томографії.

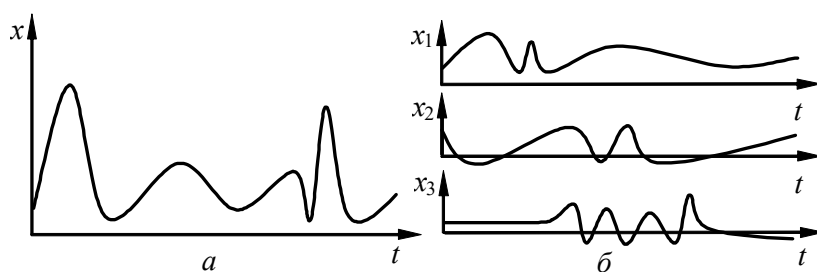


Рисунок 1.2 – а) одноканальний сигнал, б) триканальний сигнал

За кількістю вимірів сигнали поділяють на:

Одновимірні сигнали, коли функція, яка його описує, залежить лише від одної змінної (напруга, струм): $y = x(t)$.

Багатовимірні сигнали (коли можна визначити залежність значення сигналу від кількох змінних): $y = x(t, s, a, z)$. Багатовимірні сигнали існують зазвичай у природних системах. Прикладом таких сигналів може бути розподіл електричного потенціалу по поверхні шкіри людини чи розподіл густини хімічних сполук, температури в біологічних об'єктах, траєкторії руху точок на тілі людини тощо. Але на практиці реєстрація цих сигналів виконується одновимірними паралельними чи послідовними каналами окремо. За допомогою перетворення зазначених сигналів (реконструкції) одержують моделі багатовимірних сигналів і відповідні образи для сприйняття. Прикладом таких зображень є двовимірні томограми, тривимірні образи у медичній інтроскопії.

Також можна класифікувати сигнали:

- за частотним складом (низькочастотні, високочастотні, широкосмугові, вузькосмугові);
- за наявністю модуляції (модульовані або без модуляції);
- за наявністю кодування (кодовані або без кодування);
- за формою (синусоїдальні, гармонічні, імпульсні, довільної форми тощо) (рис. 1.3).

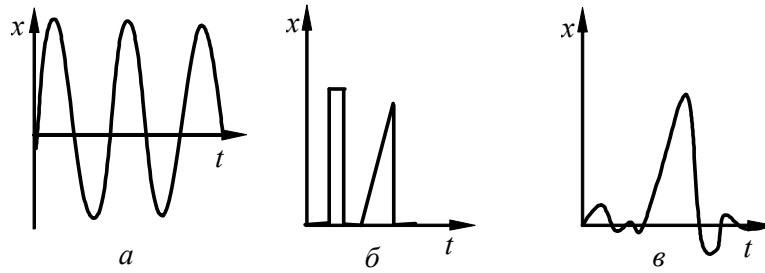


Рисунок 1.3 – Приклади сигналів: а – синусоїдальний сигнал; б – імпульсний сигнал; в – сигнал довільної форми

1.2. Завдання на практичне заняття

1.2.1. Дослідити які сигнали використовуються в предметній області власних наукових досліджень. Знайти приклади застосування.

1.2.2. Вивчити особливості сигналів, що використовуються, їх параметри і характеристики. Навести приклади.

1.2.3. Підготувати коротку презентацію отриманих результатів та письмовий звіт.

1.2.4. Представити презентацію на груповому занятті.

2. Дослідження методів обробки та аналізу сигналів в мікро- та наносистемах

2.1. Основні теоретичні відомості

Сигнали та системи, які призначені для їх аналізу, нерозривно пов'язані. Не буває сигналу окремо від тієї системи, яка створена для того, щоб зареєструвати, підсилити сигнал, обробити його, зберегти, проаналізувати або передати іншій системі. Так само, не може існувати просто система сама по собі, окремо від тих сигналів, які дослідження яких вона створена.

Через це неможливо вивчати теорію сигналів без знання того, які саме системи призначені для обробки та аналізу сигналів, які властивості вони мають та які можливості надають дослідникам. Вся обробка та аналіз сигналів відбувається лише за допомогою систем, і від того, наскільки правильно буде спроектована система обробки сигналу, буде залежати те, наскільки правильний результат буде отримано в результаті.

Система – сукупність елементів, що перебувають у відношеннях та зв'язках один з одним, яка утворює певну цілісність та єдність.

Будь-яка система повинна підкорятися таким системним принципам:

цілісність – не можна звести властивості системи до суми властивостей її складових, неможливо вивести її властивості з суми властивостей складових. Система є єдиним цілим, і тільки у взаємодії всіх складових частин виявляє свої властивості;

структурність – можливість описання системи через встановлення її структури (мережі зв'язків та відношень елементів), залежність властивостей системи не тільки від властивостей та поведінки елементів, а й від структури системи;

взаємозалежність системи і середовища – система формує і проявляє свої властивості в процесі взаємодії з зовнішнім для неї середовищем;

ієрархічність – кожний компонент системи може розглядатися як система, а сама система є компонентом більшої системи.

Для вивчення теорії сигналів цікавими є такі чотири види систем залежно від призначення:

- системи генерації сигналів;
- системи обробки сигналів;
- системи управління;
- системи передачі сигналів.

Системи цифрової обробки сигналів.

Блок-схема цифрової обробки сигналів (ЦОС) наведена на рис. 2.1.

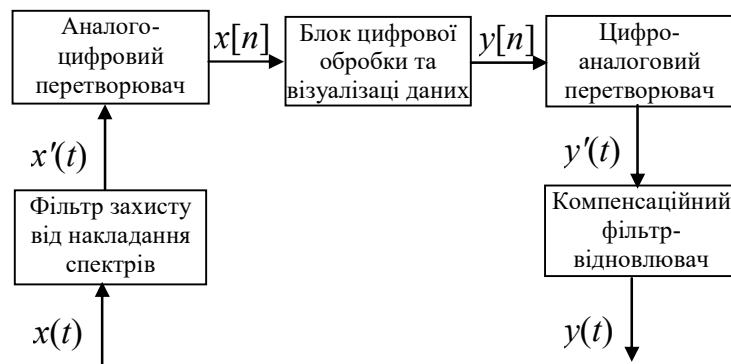


Рисунок 2.1 – Блок-схема системи ЦОС

Вхідний аналоговий сигнал $x(t)$ спочатку поступає на фільтр нижніх частот, призначений для захисту від явища накладання спектрів та зменшення спотворень в сигналі після дискретизації. Більш докладно про призначення та необхідність цього фільтра буде вестися мова в розділі, присвяченому дискретизації сигналів та частотному представленню дискретизації.

Після проходження через вхідний фільтр, відфільтрований вхідний аналоговий сигнал $x'(t)$ в блоці аналого-цифрового перетворювача (АЦП) піддається дискретизації та квантуванню. На виході АЦП утворюється послідовність цифрових відліків вхідного сигналу $x[n]$, яка поступає у блок

цифрової обробки та аналізу сигналу. В цьому блоці реалізований потрібний досліднику алгоритм перетворення сигналів для отримання необхідних параметрів сигналу та їх візуалізації. В системах, які призначені суто для аналізу сигналів, цей блок є останнім. В ньому будуть розраховані та проаналізовані необхідні параметри вхідного сигналу.

Якщо за результатами обробки вхідного сигналу потрібне не лише визначення параметрів сигналу, а треба згенерувати вихідний сигнал, який модифікований відносно вхідного, то блок цифрової обробки формує послідовність вихідних цифрових відліків $y[n]$. Цей дискретний сигнал має інші властивості відносно вхідного сигналу $x[n]$ (це може бути підсилений сигнал, відфільтрований та ін.) Вихідний дискретний сигнал потім надходить до цифро-аналогового перетворювача (ЦАП), який перетворює вхідний цифровий код, що відповідає значенням сигналу $y[n]$ в кожний момент часу, у вихідний кусково-неперервний сигнал $y'(t)$ (квантований за величиною та неперервний у часі). Після проходження компенсаційного фільтра-відновлювача, призначеного для згладжування та зменшення спотворень після цифро-аналогового перетворення, на виході всієї системи ЦОС з'являється вихідний неперервний сигнал $y(t)$.

Систему ЦОС на рис. 2.1 можна назвати цифровою системою обробки аналогових сигналів, оскільки і вхідний, і вихідний сигнали цієї системи є неперервними, а потрібний метод обробки сигналів реалізований у вигляді алгоритму, що працює з цифровим сигналом. Щоб перейти від вхідного неперервного сигналу до його представлення у цифровому вигляді, а потім ще раз до вихідного неперервного сигналу – в системі присутні допоміжні блоки фільтрів, АЦП та ЦАП.

Сутність цифрової обробки полягає в тому, що вхідний аналоговий сигнал після попередньої фільтрації перетворюється у послідовність чисел, яка потім піддається математичним перетворенням у обчислювальному пристрої. В залежності від складності методу обробки, обчислення можуть бути реалізовані

на мікроконтролерах, цифрових сигнальних процесорах або на комп'ютері. За потреби трансформований цифровий сигнал (послідовність чисел) може бути перетворений знову на неперервний сигнал за допомогою ЦАП.

До переваг цифрової обробки сигналів відносяться:

- гарантована точність, яка визначається лише кількістю бітів, задіяних для представлення відліків сигналу;
- повна повторюваність сигналу та результатів обробки, якщо алгоритми обробки ідентичні;
- відсутність спотворення внаслідок старіння апаратури та впливів факторів навколишнього середовища;
- підвищена надійність, низька вартість, малі розміри, низьке енергоспоживання;
- гнучкість: системи ЦОС можна багато разів перепрограмувати на виконання різних функцій без зміни обладнання;
- значна продуктивність та можливість реалізувати функції, неможливі в аналогових системах, складні алгоритми перетворень сигналів.

Недоліки цифрової обробки сигналів:

- існування похибок внаслідок скінченної розрядності представлення чисел;
- порівняно низька швидкість роботи, особливо для широкосмугових сигналів та надвисокочастотних сигналів;
- значні витрати часу на розробку цифрових систем;
- відносна складність побудови систем ЦОС, потреба у великій кількості допоміжних блоків.

Переваги аналогової обробки сигналів:

- робота в реальному часі, незамінність для надшвидких сигналів і для задач спеціальної обробки суто аналогових сигналів;
- порівняна простота електронних схем;
- малі порівняно з ЦОС економічні витрати.

Недоліки аналогової обробки сигналів:

- невелика точність перетворення;
- неможливість або складність зміни алгоритмів перетворення сигналу в аналоговій електронній схемі;
- залежність показників від зовнішніх факторів кліматички та живлення;
- нагромадження шумів різної природи.

Системи зв'язку

Системи зв'язку призначені для передачі інформації за допомогою сигналів від джерела повідомлення до споживача. Класична функціональна схема системи зв'язку була запропонована Клодом Елвудом Шенноном в 1948 році в роботі «Математична теорія зв'язку» (рис. 2.2).

Інформація, яку треба передати, представляється у вигляді повідомлення. Повідомлення, яке поступає від джерела, обробляється в передавачі, в якому формується сигнал, зручний для передачі в лінії зв'язку. Наприклад, в телефонії звуковий тиск перетворюється у пропорційний змінний електричний струм мікрофона. За допомогою передавача сигнал, що несе повідомлення, відправляється в лінію зв'язку. Лінія зв'язку – середовище, яке використовуються для передачі сигналів від передавача до приймача. Це може бути пара дротів, кабель, хвилевод, або простір, заповнений повітрям. Після проходження лінії зв'язку сигнал потрапляє до приймача. Приймач реєструє вхідний сигнал та виділяє з нього повідомлення, яке передається споживачу. Всі перешкоди, які взаємодіють з сигналом під час проходження в лінії зв'язку, спотворюючи сигнал та заважаючи передачі, моделюються в запропонованій Шенноном схемі за допомогою джерела перешкод. Передавач, приймач та лінія зв'язку разом з джерелом перешкод називаються *каналом зв'язку*.

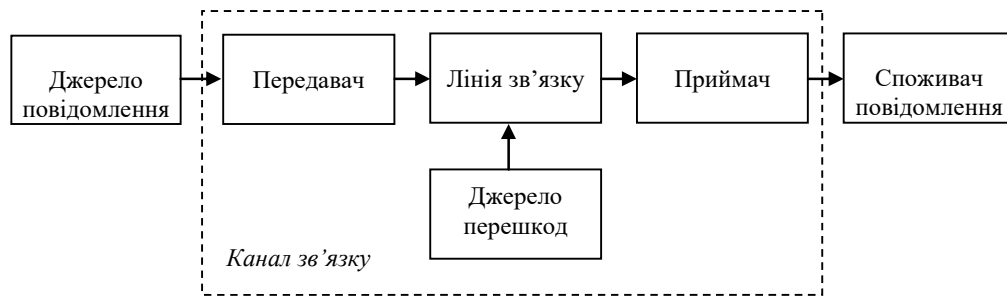


Рисунок 2.2 – Функціональна схема системи зв'язку

Системи управління

Управління – це цілеспрямований вплив на об'єкт або процес, що веде до заданої зміни його стану або до підтримки його в заданому стані.

Блок-схема системи управління наведена на рис. 2.3.

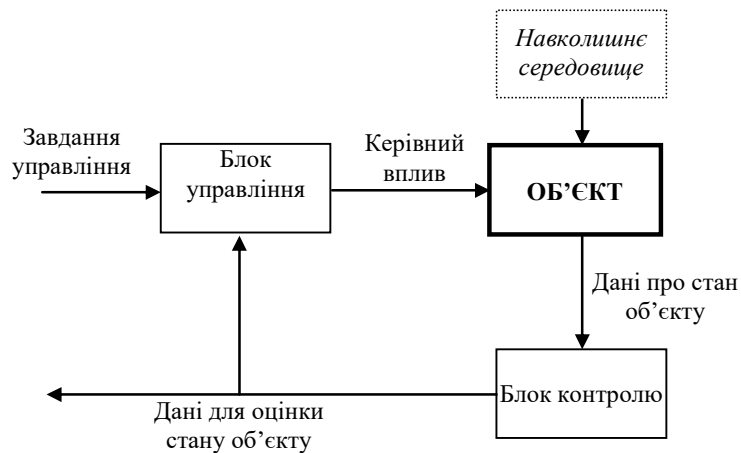


Рисунок 2.3 – Блок-схема системи управління

На основі завдання, яке ставиться для управління об'єктом для досягнення певної мети, блок управління генерує сигнали керівного впливу на об'єкт. Одночасно блок контролю за об'єктом за допомогою датчиків постійно збирає інформацію про поточний стан об'єкту. Зареєстровані від об'єкта сигнали постійно обробляються в реальному часі, та на виході блоку контролю генерується інформація про стан об'єкта. Вона передається на блок управління, в якому поточний стан об'єкта порівнюється з тим станом, якого треба досягти

відповідно до завдання управління. Відповідно до результатів такого порівняння генерується або корегується керівний вплив на об'єкт. Залежно від задач, які вирішують системи управління, виділяють такі типи систем: системи стабілізації, системи програмного управління, системи слідування, адаптивні системи тощо.

З аналізу трьох видів систем (системи ЦОС, системи зв'язку, системи управління) можна зробити висновок, що скрізь в них використовуються сигнали в тому чи іншому вигляді. В різних ланках та на різних етапах роботи таких систем відбувається генерація, передача, прийом, фільтрація, оцифровка, перетворення та аналіз сигналів. Отже, без знання того, якими є принципи роботи з сигналами, неможливо будувати та використовувати ніякі електронні системи.

За кількістю сигналів, які аналізуються одночасно, виділяють такі групи методів аналізу:

Унівариативний аналіз – аналізується один сигнал, який характеризує стан об'єкта.

Мультивариативний аналіз – аналізується кілька (більше двох) сигналів, що у сукупності характеризують стан одного або кількох об'єктів.

Також окремо виділяють *бівариативний* аналіз, при якому аналізуються два сигнали, які характеризують один або два різні об'єкти.

Зазвичай методами мульти- та бівариативного аналізу досліджуються одночасно два та більше каналів сигналу від одного об'єкта. Але останніми роками все більшого розповсюдження набуває застосування цих методів до дослідження взаємодії між двома об'єктами (системами або процесами). При цьому одночасно реєструються сигнали, які характеризують роботу двох систем, а на основі методів мультивариативного аналізу визначають вплив однієї системи на іншу, синхронність та зв'язність їх роботи та ін.

За тим, яким чином пов'язані характеристики сигналу та результат його перетворення тим чи іншим методом, можна виділити такі групи методів:

Лінійні методи аналізу – величина, що характеризує властивості сигналу, змінюється пропорційно зміні самого сигналу.

Нелінійні методи – виявляють відсутність лінійного зв'язку між сигналом та розрахованими за певним методом параметрами. Ці методи здатні знайти такі характеристики сигналу, які значно змінюються за незначної зміни величини самого сигналу. Ці методи також можуть виявити такі зміни в сигналі, які не відображаються в величині сигналу, а відбуваються, наприклад, у взаємному розташуванні тих чи інших патернів сигналу, або у зв'язках між величиною сигналу в різні моменти часу. В своїй більшості нелінійні методи передбачають представлення сигналу в фазовому просторі.

2.2. Унівариативний аналіз

Лінійні методи

До лінійних методів унівариативного аналізу можна віднести спектральний аналіз сигналів за Фур'є. Перетворення Фур'є – лінійне за визначенням, оскільки визначається інтегралом. При цьому перетворенні досліджується спектральний склад сигналу: визначаються амплітуди і початкові фази синусоїдальних коливань, які складають сигнал.

Певним розширенням можливостей аналізу за Фур'є є вейвлет-аналіз. Розкладання сигналу за вейвлетами передбачає не виявлення у сигналі синусоїдальних компонент, а масштабно-часовий аналіз хвильової структури сигналу. При цьому хвильові коливання, на які ведеться розклад сигналу при вейвлет-аналізі, можуть мати різну форму.

Нелінійні методи

До цієї групи методів відносяться, в першу чергу, аналіз ентропії сигналу (ентропія перестановок, ентропія вибірок, наближена ентропія), хаотичності і непередбачуваності значень дискретного сигналу (фрактальні розмірності, експоненти Ляпунова), а також різні методи оцінки «складності» сигналу (складність за Лемпелем-Зівом, кодова довжина).

Аналіз ентропії перестановок

В якості прикладу нелінійного уніваріативного аналізу розглянемо аналіз *ентропії перестановок* (permutation entropy).

Ентропія перестановок — це характеристика хаотичності сигналу та неупорядкованості його значень, яка визначається на основі підходів символічної динаміки.

Ентропія перестановок може бути розрахована лише для дискретного сигналу. Її розрахунок ґрунтується на визначенні відносної кількості патернів в сигналі, які можуть бути утворені при всіх можливих перестановках кількох різних чисел. Перед розрахунком обирається порядок ентропії перестановок m (order) — це кількість відліків сигналу, які будуть входити в один патерн. Наприклад, на рис. 2.4 подані всі можливі патерни, які можна утворити при перестановках $m=3$ різних за величиною чисел a , b , c . Всього існує $m!$ можливих перестановок. В практичних застосуваннях рекомендується брати порядок від третього до сьомого.

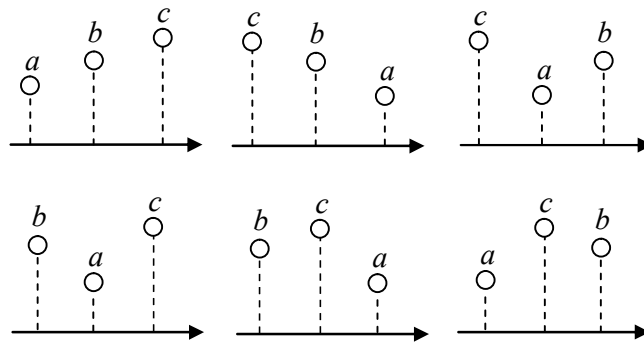


Рисунок 2.4 – Патерни розташування значень відліків сигналу, які будуть визначатися при розрахунку ентропії перестановок третього порядку

Після визначення порядку ентропії перестановок обирають величину затримки l (lag), яка буде визначати інтервал між відліками сигналу, які будуть формувати один патерн. Якщо затримка дорівнює 1, то відліки будуть братися підряд, якщо затримка дорівнює 2, то інтервал між відліками в патерні буде рівний двом крокам дискретизації, а відліки будуть братися через один, і т.д. (рис. 2.5)

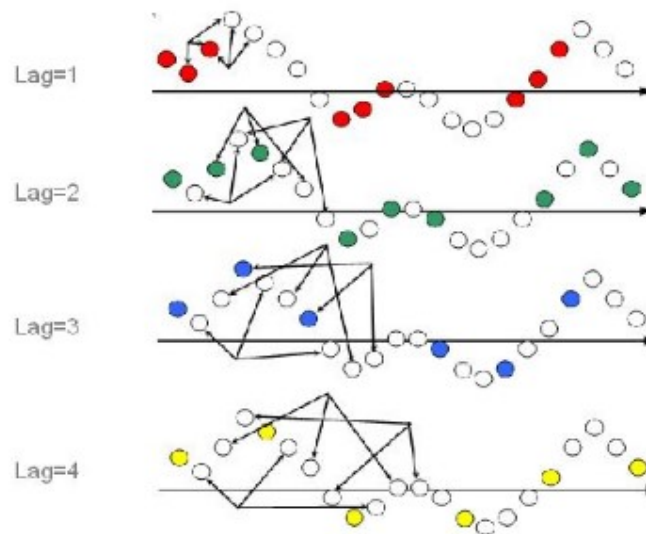


Рисунок 2.5 – Патерни в сигналі для розрахунку ентропії перестановок порядку $m = 3$ при різних значеннях затримки

Після того, як обрано порядок ентропії перестановок m та затримку l , в сигналі необхідно знайти відносну кількість кожного з $m!$ можливих патернів. Кожний патерн буде складатися з m відліків сигналу, які взяті з інтервалом l .

Ентропію перестановок розраховують за формулою:

$$PE(m, l) = - \sum_{i=1}^{m!} p(\pi_i) \log p(\pi_i),$$

де $p(\pi_i)$ – відносна кількість появи патерну π_i .

Теоретично можливе максимальне значення ентропії перестановок дорівнює $\log m!$, тому часто використовують нормовану величину

$$PE(m, l) = - \frac{1}{\log m!} \sum_{i=1}^{m!} p(\pi_i) \log p(\pi_i),$$

яка лежить в проміжку від 0 до 1. Величина $PE(m, l)$ близька до нуля відповідає сигналу, значення якого повністю передбачувані, наприклад, зростають чи спадають. Якщо для деякого сигналу отримана $PE(m, l)$ близька до одиниці, це означає, що сигнал містить всі можливі патерни з однаковою ймовірністю, отже, сигнал є випадковим.

Аналіз рекурентності

Ще одним нелінійним уніваріативним методом аналізу сигналів є аналіз рекурентності. При цьому вважається, що в сигналі існує деяка повторювальність чи циклічність поведінки, при якій ділянки сигналів, що знаходяться на деякій відстані в часі, можуть бути схожі між собою. Ця періодичність може бути виявлена в фазовому просторі, де стану системи в певний момент часу відповідає одна точка. При зміні стану системи ця точка рухається деякою траєкторією в фазовому просторі, і ця траєкторія характеризує поведінку системи. При аналізі рекурентності вважається, що той

сигнал, який підлягає аналізу, є відображенням динаміки деякої системи у фазовому просторі.

Спочатку визначається або задається розмірність фазового простору N , в якому буде відбуватися аналіз. Після цього із відліків сигналу $x[n] = [x[0], x[1], x[2], x[3], \dots, x[n], x[n+1], \dots]$ формуються «вкладені вектори» вигляду:

$$u_n = (x[n], x[n-1], x[n-2], \dots, x[n-(N-1)]).$$

Такі вектори є точками в N -вимірному фазовому просторі, які відповідають стану системи в кожний момент часу.

Наприклад, для випадку розмірності фазового простору $N=3$:

$$u_0 = (x[2], x[1], x[0])$$

$$u_1 = (x[3], x[2], x[1])$$

$$u_2 = (x[4], x[3], x[2])$$

$$u_3 = (x[5], x[4], x[3])$$

Маючи набір із M таких векторів, можна побудувати матрицю $R(i, j)$ з елементами, які розраховуються за таким правилом:

$$R(i, j) = \theta(\varepsilon - \|u_i - u_j\|), \quad i, j = 1 \dots M,$$

де $\theta(s)$ – функція Хевісайда,

$$\theta(s) = \begin{cases} 0, & s < 0 \\ 1, & s \geq 0, \end{cases}$$

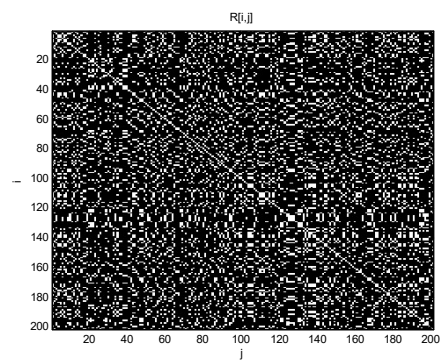
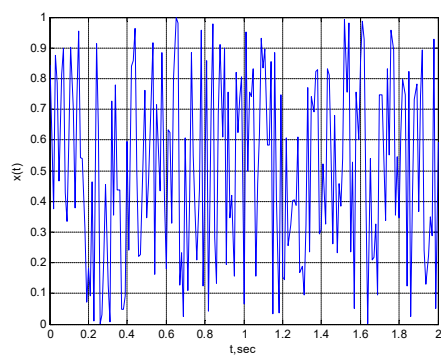
ε – деяке число.

В цій формулі для розрахунку $R(i, j)$ використовується порівняння відстані між двома векторами u_i та u_j в N -вимірному фазовому просторі з деякою граничною відстанню ε . Відстань між векторами визначається деякою нормою, як правило, евклідовою. Елементами матриці $R(i, j)$ будуть числа 0 або 1 залежно від того, чи знаходяться вектори u_i та u_j далі чи ближче за значення ε .

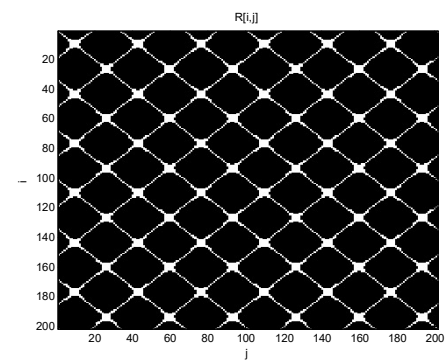
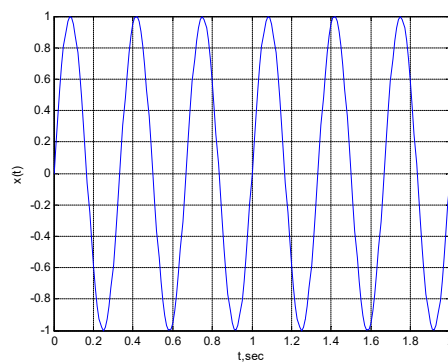
Вектори u_i та u_j відповідають станам системи в моменти часу з індексами i та j відповідно. Величина ε є радіусом N -вимірної гіперсфери в фазовому просторі з центром в точці u_i . Якщо система в деякий момент часу j знаходиться у стані, який схожий на стан в момент часу i , то вектор u_j буде знаходитись в просторі близько до вектора u_i . Якщо вектор u_j потрапить в окіл, що обмежений сферою з радіусом ε , то аргумент функції Хевісайда буде додатним, і $R(i, j)$ буде дорівнювати 1. Якщо стан системи в момент часу j буде не схожий на стан в момент i , то відстань між векторами u_i та u_j буде більша за ε , аргумент функції Хевісайда буде від'ємний, і значення $R(i, j)$ буде рівним 0.

Якщо зобразити елементи матриці $R(i, j)$ на площині, закодувавши значення «0» чорним кольором, а значення «1» – білим, то отримаємо *«рекурентний графік»*. Він допомагає візуалізувати результат аналізу рекурентності та отримати загальну уяву щодо властивостей сигналу, який аналізується.

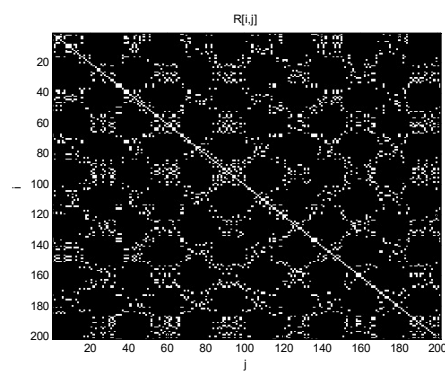
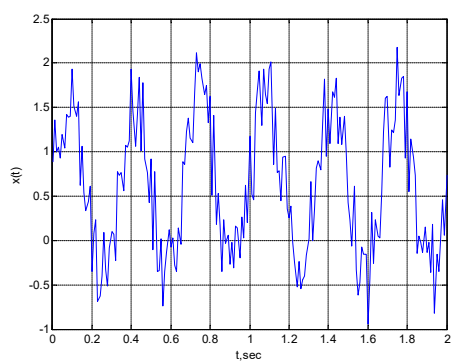
На рис. 2.6 подано графіки сигналів та рекурентних графіків для них.



а)



б)



в)

Рисунок 2.6 – Сигнали та їх рекурентні графіки: а) випадковий сигнал, б) синусоїдальний сигнал, в) зашумлений синусоїдальний сигнал

Змінюючи значення ε , можна задавати поріг «близькості» векторів у просторі, і таким чином задавати, які стани системи будуть вважатися схожими при аналізі.

Вертикальні або горизонтальні лінії на рекурентному графіку говорять про те, що характер сигналу не змінювався протягом деякого часу. Діагональні лінії говорять про те, що різні ділянки сигналу змінюються схоже. Аналіз рекурентних графіків вимагає певних навичок і не є тривіальним. Часто використовують різні чисельні показники, які розраховані з використанням значень матриці $R(i, j)$.

Серед найбільш розповсюджених кількісних характеристик рекурентних графіків є такі:

- рівень рекурентності:

$$RR = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M R(i, j).$$

- детермінізм:

$$D = \frac{\sum_{d=d_{\min}}^M d \cdot P(d)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M R(i, j)},$$

де $P(d)$ – функція густини розподілу значень довжин d діагональних ліній на рекурентному графіку;

- ламінарність:

$$L = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^M v \cdot P(v)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M R(i, j)},$$

де $P(v)$ – функція густини розподілу значень довжин v вертикальних ліній на рекурентному графіку.

Аналіз флуктуацій, позбавлених тренду (Detrended Fluctuation Analysis)

Цей вид аналізу широко використовується для дослідження нестационарних сигналів на предмет наявності в них тривалих кореляцій (long-term correlations). Стандартна процедура аналізу флуктуацій, позбавлених тренду (Detrended Fluctuation Analysis, DFA) складається з таких кроків:

1. Від початкового сигналу $x[n]$ віднімається його середнє значення $\bar{x}$, і отриманий сигнал інтегрується:

$$y[k] = \sum_{n=1}^k (x[n] - \bar{x}).$$

2. Проінтегрований сигнал $y[n]$ розбивається на M сегментів однакової довжини N , які не перекриваються.

3. В кожному сегменті на основі методу найменших квадратів розраховується апроксимаційний поліном $\tilde{y}[n]$. Як правило, це поліном першого ступеня.

4. На кожному з M сегментів розраховують середній квадрат відхилення між сигналом $y[n]$ та апроксимаційним поліномом $\tilde{y}[n]$:

$$d_m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y[n] - \tilde{y}[n])^2.$$

5. Середні квадрати відхилень осереднюються по всіх сегментах:

$$F(M) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M d_m}.$$

6. Кроки 2-5 повторюють для різних кількостей розбиття сигналу на сегменти, щоб отримати залежність середньоквадратичного відхилення F від M .

Для аналізу використовують тангенс кута нахилу лінійної частини графіка залежності $\log(F(M))$ від $\log(M)$ (log-log plot). Ця величина називається масштабною експонентою (scaling exponent) α . Залежно від її значення сигнал має такі властивості:

$\alpha < 0.5$ - анти -корельований сигнал;

$\alpha = 0.5$ - некорельований сигнал, білий шум;

$\alpha > 0.5$ - корельований сигнал;

$\alpha \approx 1$ - шум виду $\frac{1}{f}$, рожевий шум;

$\alpha > 1$ - нестационарний сигнал;

$\alpha \approx 1.5$ - Броунівський рух.

2.3. Біваріативний аналіз

Метою біваріативного аналізу є знаходження або оцінювання зв'язку між двома об'єктами (системами або процесами). При цьому апріорі вважається, що такий зв'язок існує (або його наявність перевіряють з використанням сурогатних даних). При біваріативному аналізі одночасно досліджують пару сигналів з метою визначити їх спільні характеристики. Часто ці два сигнали надходять від різних об'єктів, і при аналізі необхідно визначити, наскільки узгодженою, синхронною та взаємозалежною є активність цих двох систем.

Одним із простих методів біваріативного аналізу є дослідження взаємної кореляції між двома сигналами. Раніше було розглянуто дві характеристики кореляції, що чисельно описують наскільки два сигнали змінюються разом порівняно з тим, наскільки вони змінюються окремо кожен. Перша – коефіцієнт кореляції, другий – взаємнокореляційна функція.

Ще один метод біваріативного аналізу – *кросс-спектральний аналіз* за Фур'є (його також називають взаємно спектральний аналіз, або аналіз взаємної спектральної густини потужності). Цей аналіз дозволяє дослідити зв'язок між двома сигналами як функцію частоти. Передумовою для того, щоб вважати результати цього аналізу змістовними, є припущення щодо того, що піки в спектрах обох сигналів на одних і тих самих частотах з'являються в результаті того, що процеси є пов'язаними один з одним.

Якщо маємо два сигнали $x(t)$ та $y(t)$ з крос-кореляційною функцією

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t-\tau)dt,$$

то їх кросс-спектр визначається за формулою:

$$F_{xy}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

Ще одним методом біваріативного аналізу є дослідження *спектральної когерентності*. Вона визначається за формулою:

$$\gamma_{xy}(\omega) = \frac{F_{xy}^2(j\omega)}{\sqrt{F_{xx}(j\omega)F_{yy}(j\omega)}},$$

де $F_{xx}(j\omega)$ та $F_{yy}(j\omega)$ є спектральними густинами потужності сигналів $x(t)$ та $y(t)$ відповідно. Квадрат спектральної когерентності показує, наскільки суттєвою є потужність спектральних складових обох сигналів на однакових частотах.

Фазова синхронізація

Фазова синхронізація між двома сигналами є явищем встановлення та підтримання постійної різниці фаз між ними. З точки зору теорії, про поняття фази можна вести мову лише у випадку періодичних сигналів, для яких частоти коливань однакові або кратні. Але на практиці використовують поняття «миттєвої фази» сигналу, яка змінюється в часі.

Якщо маємо два сигнали $x(t)$ та $y(t)$ з миттєвими фазами $\phi_1(t)$ та $\phi_2(t)$, фазова синхронізація між ними означає виконання такої умови:

$$|n\phi_1(t) - m\phi_2(t)| \approx \text{const}$$

де m та n – цілі числа, що показують кратність синхронізації.

Чисельною характеристикою фазової синхронізації є *коефіцієнт фазової синхронізації* (phase locking value, PLV), який описує рівень синхронності зміни фаз та стабільність різниці фаз для двох сигналів в певному частотному діапазоні. КФС можна розрахувати за формулою:

$$PLV(f, t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |e^{j\theta_n(f, t)}|,$$

де N – кількість вимірювань сигналу, які використовуються;

f – частота, на якій досліджується синхронізація;

t – момент часу, для якого розраховують миттєві фази;

$\theta_n(f, t) = \varphi_{1n}(f, t) - \varphi_{2n}(f, t)$ – різниця фаз для n -ої пари сигналів на частоті f в момент часу t .

Якщо неможливо провести багато вимірювань для пар сигналів, то використовується інший коефіцієнт, що оцінює стабільність різниці фаз протягом певного часового вікна:

$$SPLV(f, t) = \left| \frac{1}{\delta} \int_{t-\frac{\delta}{2}}^{t+\frac{\delta}{2}} e^{j(\varphi_1(f, \tau) - \varphi_2(f, \tau))} d\tau \right|,$$

де δ – тривалість часового вікна.

Значення коефіцієнтів, що характеризують фазову синхронізацію, лежить в межах між 0 та 1; якщо PLV або SPLV близьке до 1, то це говорить про високий рівень синхронізації між двома сигналами.

В загальному випадку розраховувати характеристики синхронізації треба для коливань на одній частоті, але на практиці вимагається, щоб обидва сигнали мали вузькосмуговий спектр. Для цього сигнали попередньо фільтруються смуговими фільтрами. Також необхідним є визначення миттєвої фази для кожного з двох сигналів в певні моменти часу. Це найчастіше виконується з допомогою перетворення Гільберта або вейвлет-перетворення.

Взаємна інформація

Взаємна інформація – це міра обсягу інформації, яку містить один випадковий процес про інший випадковий процес. Взаємна інформація між двома сигналами може бути розрахована лише у випадку, коли вважається, що ці сигнали – випадкові і зв’язані один з одним. Іншими словами, величина взаємної інформації – це те, наскільки зменшиться незнання характеристик одного процесу, якщо ми знаємо характеристики іншого процесу, що пов’язаний з першим. Взаємна інформація між випадковими процесами X та Y може бути розрахована за виразом:

$$I(X; Y) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} p(x, y) \log \left(\frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right),$$

де $p(x, y)$ – взаємна густина розподілу імовірності випадкових процесів X та Y ;

$p(x)$ та $p(y)$ – їх густини розподілу імовірностей, відповідно.

Основною проблемою при розрахунку взаємної інформації є необхідність мати густини розподілу для сигналів, які аналізуються. Для цього існують різні методи оцінки густин розподілу, зокрема, на основі гістограм. Також необхідно проводити статистичні тести для того, щоб виявити, чи дійсно сигнали пов'язані, чи ненульове значення взаємної інформації отримана випадково і не має смислу.

2.2. Задачі для самостійного опрацювання

2.2.1. Дослідити, які методи обробки та аналізу сигналів використовуються в області власних наукових інтересів.

2.2.2. Вивчити особливості методів обробки сигналів, що використовуються, їх параметри і характеристики. Навести приклади.

2.2.3. Вивчити особливості методів аналізу сигналів, що використовуються, їх параметри і характеристики. Навести приклади.

2.2.4. Підготувати коротку презентацію отриманих результатів та письмовий звіт.

2.2.5. Представити презентацію на груповому занятті.

Рекомендована література

1. Френкс Л. Теория сигналов. – М.: Сов. радио, 1974. – 344 с.
2. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006. – 856 с.
3. Айфичер Э.С., Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический подход. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 992 с.
4. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. - М.: Мир, 1990. - 548 с.
5. Робинсон Э.А. История развития теории спектрального оценивания. / ТИИЭР. – 1982. – т.70, № 9. – С. 6 – 32.
6. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. – М.: ООО «Бином-пресс», 2006. – 656 с.
7. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов. 2-е изд. - СПб.: Питер, 2007. - 751 с.
8. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
9. Ахмет Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов: Пер. с англ./ Под ред. И.Б. Фоменко. – М.: Радио и связь, 1980. – 248 с.
10. Попов, А.О. Теорія сигналів в мікро- та наносистемній техніці: навчальний посібник з розділів «Сигнали та системи їх перетворення» та «Аналіз сигналів» для студентів напряму 6.050801 – мікро- та нанoeлектроніка / А.О. Попов, В.О. Фесечко. – К. : НТУУ «КПІ», 2012. – 161 с.
11. Попов, А. О. Теорія сигналів в мікро- та наносистемній техніці: навчальний посібник з розділу «Спеціальні розділи теорії сигналів» для студентів напряму 6.050801 – мікро- та нанoeлектроніка / А.О. Попов, В.О. Фесечко. – К. : НТУУ «КПІ», 2014. – 58 с.